



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**

**ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ
ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**

**ΤΟΜΕΑΣ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ & ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗΣ
ΕΡΕΥΝΑΣ**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Μελέτη και εφαρμογές στρατηγικών επένδυσης υπό
ασύμμετρη πληροφόρηση και δαπανηρή αναστρεψιμότητα

Κρητικός Ε. Γεώργιος
Διπλωματούχος Μηχανολόγος Μηχανικός ΕΜΠ

Επιβλέπων: Αθανάσιος Τόλης
Αναπληρωτής Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, Σεπτέμβριος 2019

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ & ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Τίτλος:

Μελέτη και εφαρμογές στρατηγικών επένδυσης υπό ασύμμετρη
πληροφόρηση και δαπανηρή αναστρεψιμότητα

Κρητικός Ε. Γεώργιος

Διπλωματούχος Μηχανολόγος Μηχανικός Ε.Μ.Π.

Επιβλέπων: Αθανάσιος Τόλης

Αναπληρωτής Καθηγητής ΕΜΠ

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την

(Υπογραφή)

(Υπογραφή)

(Υπογραφή)

.....

.....

.....

Τόλης Αθανάσιος
Αναπληρωτής Καθηγητής

Λεώπουλος Βρασίδας - Ι.
Καθηγητής

Αραβώσης Κωνσταντίνος
Αναπληρωτής Καθηγητής

Αθήνα, Σεπτέμβριος 2019



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ &
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

Copyright © 2019–All rights reserved Γεώργιος Ε. Κρητικός, Διπλωματούχος Μηχανολόγος
Μηχανικός Ε.Μ.Π.

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ' ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή της για σκοπούς μη κερδοσκοπικούς-εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης-υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα, που αφορούν στη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό, πρέπει να απευθύνονται στο συγγραφέα. Οι διατυπώσεις και οι απόψεις, που υπάρχουν στο έγγραφο, εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

(Υπογραφή)

.....

Γεώργιος Ε. Κρητικός

Διπλωματούχος Μηχανολόγος Μηχανικός Ε.Μ.Π.

Copyright © 2019–All rights reserved

Αθήνα, Σεπτέμβριος 2019

Ευχαριστίες

Η παρούσα εργασία εκπονήθηκε στον Τομέα Βιομηχανικής Διοίκησης και Επιχειρησιακής Έρευνας της Σχολής Μηχανολόγων Μηχανικών ΕΜΠ κατά το ακαδημαϊκό έτος 2018-2019.

Την επίβλεψη της διπλωματικής εργασίας είχε ο Αναπληρωτής Καθηγητής, κύριος Αθανάσιος Τόλης, τον οποίο θα ήθελα εκ των προτέρων να ευχαριστήσω θερμά για την ανάθεση αυτού του θέματος, την αμεσότητα της συνεργασίας και την άψογη καθοδήγηση καθώς και τις πολύτιμες συμβουλές του καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της εργασίας.

Επίσης θα ήθελα να εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου στα μέλη της εξεταστικής επιτροπής της διπλωματικής μου εργασίας, κ. Λεώπουλο Βρασίδα - Ι., Καθηγητή και κ. Αραβώση Κωνσταντίνο, Αναπληρωτή Καθηγητή.

Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω τους φίλους μου και την οικογένειά μου, για όσα μου έχουν προσφέρει στη διάρκεια των σπουδών μου και για την υποστήριξή τους σε κάθε στάδιο της ζωής μου.

Γεώργιος Ε. Κρητικός
Διπλωματούχος Μηχανολόγος Μηχανικός Ε.Μ.Π.
Αθήνα, Σεπτέμβριος 2019

Περιεχόμενα

Έποψη	11
1. Στόχος της διπλωματικής	13
2. Βιβλιογραφική επισκόπηση	15
2.1 Στρατηγικές επένδυσης υπό ασύμμετρη πληροφόρηση	15
2.2 Στρατηγικές επένδυσης με δαπανηρή αναστρεψιμότητα.....	20
2.3 Αριθμητική Εφαρμογή Μοντέλου Ασύμμετρης Πληροφόρησης σε Επενδύσεις σε Εργοστάσια Παραγωγής Ισχύος.....	23
2.4 Συνεισφορά Εργασίας και Αριθμητικά Παραδείγματα.....	25
3. Μεθοδολογία	26
3.α Μαθηματικό Μοντέλο.....	26
3.α.1 Συμμετρικό Μοντέλο.....	28
3.α.2 Μοντέλο Ασύμμετρης Πληροφόρησης	32
3.α.3 Μοντέλο Δαπανηρής Αναστρεψιμότητας	41
3.β Υπολογιστικό Μοντέλο.....	50
3.β.1 Μοντέλο Ασύμμετρης Πληροφόρησης	50
3.β.2 Μοντέλο Δαπανηρής Αναστρεψιμότητας	55
3.β.3 Αριθμητική Εφαρμογή Μοντέλου Ασύμμετρης Πληροφόρησης σε Επενδύσεις σε Εργοστάσια Παραγωγής Ισχύος.....	59
4. Αποτελέσματα και κριτική ανάλυση αυτών	61
4.1 Μοντέλο Ασύμμετρης Πληροφόρησης.....	61
4.1.1 Βέλτιστο συμβόλαιο - Οικονομικό σενάριο	61
4.1.2 Ανάλυση ευαισθησίας - Ασυμμετρία Πληροφόρησης (ΔF).....	65
4.1.3 Ανάλυση ευαισθησίας - Αναστρεψιμότητα (s)	69
4.1.4 Ανάλυση ευαισθησίας - Μεταβλητότητα (σ)	74
4.1.5 Ανάλυση ευαισθησίας - Πιθανότητα εμφάνισης υψηλού κόστους (p_2).....	77
4.2 Μοντέλο Δαπανηρής Αναστρεψιμότητας.....	80
4.2.1 Βέλτιστη Επένδυση - Οικονομικό σενάριο	80
4.2.2 Ανάλυση Ευαισθησίας - Μη δαπανηρή αναστρεψιμότητα (s).....	85
4.2.3 Ανάλυση Ευαισθησίας - Μεταβλητότητα (σ)	89
4.2.4 Ανάλυση Ευαισθησίας - Μη αποδοτικότητα της δαπανηρής αναστρεψιμότητας (a)	92
4.3 Αριθμητική Εφαρμογή Μοντέλου Ασύμμετρης Πληροφόρησης σε επενδύσεις σε εργοστάσια παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας.....	97
4.3.1 Βέλτιστη Επένδυση	97

4.3.2 Ανάλυση Ευαισθησίας.....	99
4.3.3 Συγκριτικά Διαγράμματα.....	146
5. Συμπεράσματα.....	157
5.1 Μοντέλο Ασύμμετρης Πληροφόρησης.....	158
5.1.1 Συμπεράσματα Πρώτης Αριθμητικής Εφαρμογής	159
5.1.2 Συμπεράσματα Εφαρμογής σε Εργοστάσια Παραγωγής Ισχύος	161
5.2 Μοντέλο Δαπανηρής Αναστρεψιμότητας.....	163
5.2.1 Συμπεράσματα Αριθμητικής Εφαρμογής.....	164
6. Βιβλιογραφία	168
Παραρτήματα	172
Παράρτημα Α.....	172
Παράρτημα Β	177

Έποψη

Η ανάγκη για επενδύσεις στην ενέργεια και η αβεβαιότητα, που υπάρχει σε τέτοιου είδους επενδύσεις, αποτέλεσε αφορμή για αυτή τη διπλωματική εργασία, ώστε να υπάρχει ένα χρηστικό εργαλείο, με το οποίο να έχουν τη δυνατότητα οι ενδιαφερόμενοι επενδυτές να αποφασίζουν αν είναι συμφέρουσα ή όχι μια συγκεκριμένη επένδυση. Η σύνδεση με τον τομέα της ενέργειας γίνεται με την χρήση του μοντέλου επάνω σε δεδομένα εργοστασίων παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας, των οποίων η εξίσωση κόστους δίνεται από τη μελέτη των Djurovic, Milacic και Krulja, (A simplified model of quadratic cost function for thermal generators) (2012).

Στην παρούσα εργασία γίνεται ανάλυση ευαισθησίας της επένδυσης υπό συνθήκες ασύμμετρης πληροφόρησης αλλά και σε περίπτωση ύπαρξης δαπανηρής αναστρεψιμότητας. Χρησιμοποιείται ένα μοντέλο τεσσάρων παραγόντων σύμφωνα με τη μελέτη των Cui και Shibata (Investment strategies, reversibility, and asymmetric information) (2017) για την περίπτωση της ασύμμετρης πληροφόρησης και ένα μοντέλο των Shibata και Wong (Investment under uncertainty with variable costly reversibility) (2019) για την περίπτωση της δαπανηρής αναστρεψιμότητας. Τα μοντέλα αυτά προσδιορίζουν κατά βάση τη βέλτιστη τιμή επένδυσης, την βέλτιστη ποσότητα επένδυσης κατά τη στιγμή που η τιμή λαμβάνει τη βέλτιστη τιμή της, την τιμή εγκατάλειψης όταν η επένδυση δεν είναι πλέον συμφέρουσα για τον επενδυτή και άλλα μεγέθη που προκύπτουν από αυτά όπως η αξία της επένδυσης και το κόστος της στις δύο παραπάνω περιπτώσεις αλλά και η εκ των προτέρων αξία για τον επενδυτή και τον διευθυντή και το bonus του διευθυντή στην περίπτωση της ασυμμετρίας.

Κατά τη μελέτη αυτή έγινε ανάπτυξη μιας μεθόδου με χρήση της γλώσσας προγραμματισμού Matlab για τον υπολογισμό των οριακών τιμών για επένδυση, ποσότητα και εγκατάλειψη της επένδυσης. Ως αριθμητική εφαρμογή σε πραγματικές συνθήκες χρησιμοποιούνται αντιπροσωπευτικά δεδομένα από εργοστάσια παραγωγής ενέργειας που παρουσιάζονται στην εργασία των Djurovic, Milacic και Krulja (A SIMPLIFIED MODEL OF QUADRATIC COST FUNCTION FOR THERMAL GENERATORS) (2012).

Από τη μελέτη αυτή συμπεραίνονται οι βέλτιστες στρατηγικές επένδυσης συναρτήσει πολλών παραμέτρων. Τα σημαντικότερα από τα αποτελέσματα της έρευνας αυτής είναι ότι στην περίπτωση της ασύμμετρης πληροφόρησης η αναστρεψιμότητα παίζει σημαντικό ρόλο στην τιμή επένδυσης και αλλά και στην ποσότητα, κάτι που δεν συμβαίνει στη συμμετρική πληροφόρηση και στην περίπτωση της δαπανηρής αναστρεψιμότητας, πως όταν το ποσοστό αναστρεψιμότητας είναι μεγάλο ή αυξάνεται η μεταβλητότητα της τιμής ή το σταθερό κόστος επένδυσης, είναι πιο πιθανό να υιοθετήσει η εταιρεία την επιλογή αυτού του είδους της επένδυσης.

1. Στόχος της διπλωματικής

Η παρούσα μελέτη απευθύνεται σε επενδυτές, οι οποίοι ενδιαφέρονται να επενδύσουν σε παραγωγικές μονάδες και τους δίνει μια εικόνα των διαφορετικών στρατηγικών που μπορούν να ακολουθήσουν βασιζόμενοι στις τιμές κάποιων βασικών παραμέτρων της επένδυσης. Παρέχεται ένα εύχρηστο εργαλείο σε γλώσσα Matlab όπου ο ενδιαφερόμενος μπορεί να εισάγει τις παραμέτρους της επένδυσης που τον ενδιαφέρει και να λάβει άμεσα όχι μόνο την βέλτιστη στρατηγική επένδυσης αλλά και την ανάλυση ευαισθησίας συναρτήσεως των βασικών της παραμέτρων.

Οι ερωτήσεις που η παρούσα έρευνα προσπαθεί να απαντήσει μπορούν να συνοψιστούν ως εξής:

- Πως επηρεάζονται τα μεγέθη της επένδυσης όταν ο διευθυντής μιας εταιρείας κατέχει διαφορετικές πληροφορίες από τον ιδιοκτήτη της (ασυμμετρία πληροφόρησης)
- Πόσο σημαντικό είναι το μέγεθος της αναστρεψιμότητας και πως επηρεάζει τα βασικά στοιχεία της επένδυσης;
- Πόσο διαφέρει η επένδυση υπό ασύμμετρη πληροφόρηση από την πλήρη συμμετρική περίπτωση επένδυσης;
- Πότε συμφέρει την εταιρεία να υιοθετήσει τη στρατηγική δαπανηρής αναστρεψιμότητας κατά τη στιγμή της εγκατάλειψης μιας επένδυσης;
- Πως η δαπανηρή αναστρεψιμότητα επηρεάζει τα βασικά μεγέθη της επένδυσης;
- Πόσο διαφέρει η επένδυση με δαπανηρή αναστρεψιμότητα από την πλήρη συμμετρική περίπτωση επένδυσης;

Η εργασία οργανώνεται ως εξής: Στο κεφάλαιο 2 παρουσιάζεται η βιβλιογραφική επισκόπηση. Υπάρχουν δύο πτυχές του προβλήματος επένδυσης, η επένδυση υπό ασύμμετρη πληροφόρηση, η οποία έχει βασιστεί στη μελέτη των Xue Cui και Takashi Shibata (2017) και η επένδυση με δαπανηρή αναστρεψιμότητα, η οποία έχει βασιστεί στη μελέτη των Takashi Shibata και Kit Pong Wong (2019). Στο κεφάλαιο 3 παρουσιάζονται τα μαθηματικά και οικονομικά μοντέλα που χρησιμοποιήθηκαν για την επίλυση του προβλήματος και τη διαμόρφωση του

αλγορίθμου που στη συνέχεια υλοποιήθηκε σε γλώσσα Matlab. Στο κεφάλαιο 4 παραθέτονται τα αποτελέσματα από 3 μελέτες περίπτωσης, μία αριθμητική για το πρόβλημα της ασύμμετρης πληροφόρησης, μία αριθμητική για το πρόβλημα της δαπανηρής αναστρεψιμότητας, και μια μελέτη περίπτωσης σε 9 εργοστάσια παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας, τα δεδομένα της οποίας αντλήθηκαν από την μελέτη των Djurovic, Milacic και Krulja (2012). Ταυτόχρονα γίνεται μια κριτική ανάλυση των αποτελεσμάτων αυτών. Τέλος, στο κεφάλαιο 5 γίνεται μια σύνοψη των συμπερασμάτων που προκύπτουν από την κάθε μελέτη περίπτωσης.

2. Βιβλιογραφική επισκόπηση

Στην παρούσα εργασία γίνεται πολλές φορές αναφορές στον όρο στρατηγική επένδυσης. Ο όρος αυτός στα πλαίσια της παρούσας μελέτης εμπεριέχει δύο βασικά μεγέθη, την τιμή επένδυσης και την ποσότητα επένδυσης. Αν υποθέσουμε πως μια εταιρεία ενδιαφέρεται να επενδύσει στην παραγωγή ενός αγαθού, τότε ως τιμή επένδυσης ορίζεται μια συγκεκριμένη τιμή πώλησης του αγαθού, που όταν τη λάβει για πρώτη φορά τότε θα πρέπει να πραγματοποιηθεί η επένδυση στην απαραίτητη ποσότητα. Και τα δύο μοντέλα που θα παρουσιαστούν έχουν ως βασικό στόχο τον υπολογισμό των δύο μεγεθών αυτών και στη συνέχεια κάποιων παράγωγων μεγεθών προκειμένου να γίνει πλήρης και σωστή αξιολόγηση της επένδυσης.

2.1 Στρατηγικές επένδυσης υπό ασύμμετρη πληροφόρηση

Ένα πολύ σημαντικό μέγεθος που αφορά τις επενδύσεις είναι το μέγεθος της αναστρεψιμότητας (reversibility) το οποίο στην παρούσα εργασία θα συμβολίζουμε στο εξής με το γράμμα s . Η αναστρεψιμότητα είναι ένα ποσοστό που μας δείχνει τι μέρος του κόστους της επένδυσης θα επιστραφεί στον επενδυτή όταν αυτός εγκαταλείψει την επένδυση μεταπωλώντας το αποκτημένο κεφάλαιο. Αν, για παράδειγμα, η αναστρεψιμότητα μιας επένδυσης είναι 0,5 ή 50% και ο επενδυτής αποφασίσει να την πραγματοποιήσει, αυτή θα του επιφέρει ένα κόστος. Όταν θα έρθει η στιγμή να εγκαταλείψει την επένδυση γιατί θα του είναι πλέον ασύμφορη, τότε θα μπορεί να μεταπωλήσει τα αγορασμένα κεφάλαια σε τιμή που θα ισούται με τη μισή του αρχικού κόστους επένδυσης. Όπως είναι λογικό η ύπαρξη της αναστρεψιμότητας δίνει νόημα στην επιλογή της εγκατάλειψης της επένδυσης όταν αυτή κριθεί πως είναι πλέον ασύμφορη για τον επενδυτή. Προφανώς η αναστρεψιμότητα αφού αντιπροσωπεύει ποσοστό θα λαμβάνει τιμές μεταξύ του 0 και του 1.

Η μελέτη των Cui και Shibata, στην οποία βασίζεται και η παρούσα εργασία, στηρίζεται με τη σειρά της σε προηγούμενες μελέτες που αφορούν το πρόβλημα λήψης αποφάσεων στον τομέα των επενδύσεων. Παράδειγμα τέτοιας μελέτης αποτελεί αυτή των McDonald και Siegel (1986) όπου μελετήθηκε ο κατάλληλος χρόνος επένδυσης, δηλαδή η κατάλληλη στιγμή να επενδύσει κανείς σε ένα project,

όταν επικρατούν συνθήκες πλήρους αναστρεψιμότητας (δηλ. $s = 1$). Μεταγενέστερες έρευνες, όμως, όπως για παράδειγμα αυτή των Abel και Eberly (1999) προσπάθησαν να ενσωματώσουν την αναστρεψιμότητα στο μαθηματικό τους μοντέλο ως βασική παράμετρο για τον καθορισμό της βέλτιστης επενδυτικής στρατηγικής μιας εταιρείας. Όλες οι παραπάνω μελέτες έχουν αποδείξει πως όσο το ποσοστό της αναστρεψιμότητας αυξάνεται τόσο μειώνεται η τιμή επένδυσης, δηλαδή τόσο πιο νωρίς εκτελεί ο επενδυτής την επένδυση, πράγμα λογικό αφού το μεγαλύτερο ποσοστό αναστρεψιμότητας τον κάνει να νιώθει πιο ασφαλής και μειώνει το ρίσκο του. Ωστόσο φαίνεται πως η αναστρεψιμότητα δεν επηρεάζει καθόλου την ποσότητα επένδυσης, το δεύτερο πυλώνα μιας επενδυτικής στρατηγικής. Όλα τα παραπάνω βέβαια ισχύουν με την υπόθεση μη ύπαρξης ασυμμετρίας πληροφόρησης μεταξύ διευθυντή και ιδιοκτήτη της επιχείρησης.

Πλέον στις μεγάλες επιχειρήσεις είναι πολύ συνηθισμένη τακτική η διοίκηση να μεταβιβάζεται από τους ιδιοκτήτες σε διοικητικά στελέχη (managers). Αυτό συμβαίνει διότι οι managers αυτοί κατέχουν στην πλειοψηφία τους ειδικές γνώσεις, κατάρτιση, πολυετή εμπειρία από άλλες επιχειρήσεις και άλλα προσόντα, τα οποία οι ιδιοκτήτες προσπαθούν να εκμεταλλευτούν προκειμένου να αναπτυχθεί η επιχείρησή τους. Σε τέτοιες περιπτώσεις εμφανίζεται η ασύμμετρη πληροφόρηση. Με τον όρο ασύμμετρη πληροφόρηση εννοούμε το φαινόμενο κατά το οποίο ο διευθυντής μιας επιχείρησης κατέχει πληροφορίες που αφορούν μια επένδυση, τις οποίες δεν μπορεί να παρατηρήσει και ο ιδιοκτήτης και έτσι παρέχεται στον manager ένα πληροφοριακό πλεονέκτημα. Ταυτόχρονα, όπως φαίνεται και από την μελέτη των Laffont και Martimort (2002), τα κίνητρα του διευθυντή και του ιδιοκτήτη διαφέρουν. Ο διευθυντής έχει ως βασικό του κίνητρο το προσωπικό κέρδος ενώ ο ιδιοκτήτης την ευημερία της επιχείρησής του με αποτέλεσμα να δημιουργείται αυτό που ονομάζουμε στην παρούσα μελέτη ασύμμετρη πληροφόρηση. Όπως θα δούμε σε επόμενο κεφάλαιο πιο αναλυτικά για να αντιμετωπίσει ο ιδιοκτήτης το φαινόμενο αυτό θα πρέπει να παρέχει στον διευθυντή ένα κίνητρο σε μορφή bonus ώστε να του αποκαλύψει ο δεύτερος τις ιδιωτικές του πληροφορίες. Το bonus αυτό επομένως λειτουργεί ως κόστος πληροφοριών του διευθυντή. Μελέτες πάνω σε αυτό το φαινόμενο έχουν πραγματοποιηθεί, για παράδειγμα μια έρευνα των Grenadier και Wang (2015) μελετά το χρόνο επένδυσης όταν ο διευθυντής κατέχει πληροφορίες, τις οποίες δεν αποκαλύπτει στον ιδιοκτήτη και καταλήγουν στο συμπέρασμα πως η ασυμμετρία καθυστερεί την επένδυση, δηλαδή αυξάνει την τιμή επένδυσης.

Πάνω σε αυτή τη μελέτη στηρίζονται και οι Cui και Shibata, οι οποίοι με τη σειρά τους την επεκτείνουν ενσωματώνοντας και την απόφαση για την ποσότητα επένδυσης και πως αυτή επηρεάζεται από την ασυμμετρία. Μέσα από τη μελέτη τους θα αποδειχτεί πως, ενώ, όπως ήδη αναφέραμε, στην συμμετρική περίπτωση επένδυσης η ποσότητα επένδυσης δεν εξαρτάται από την αναστρεψιμότητα, στην περίπτωση της ασυμμετρίας πληροφόρησης, η ασυμμετρία δημιουργεί μια παραμόρφωση η οποία προκαλεί εξάρτηση της ποσότητας επένδυσης από την αναστρεψιμότητα.

Η μελέτη των Cui και Shibata στηρίζεται σε τρεις βασικούς άξονες:

1. Αρχικά στόχος της είναι να δοθεί μια οικονομική ανάλυση και επεξήγηση της επίδρασης της αναστρεψιμότητας πάνω στο χρόνο επένδυσης και στην ποσότητα. Όπως θα αποδειχτεί στη συνέχεια, στην περίπτωση της συμμετρίας η ιδανική ποσότητα επένδυσης μπορεί να υπολογιστεί λύνοντας μία μόνο εξίσωση και στη συνέχεια η ιδανική τιμή επένδυσης υπολογίζεται με τη χρήση της ιδανικής ποσότητας. Σε αντιδιαστολή με αυτό, όταν υπάρχει ασυμμετρία πληροφόρησης, η ιδανική τιμή επένδυσης και η ιδανική ποσότητα βρίσκονται λύνοντας ένα σύστημα μη γραμμικών εξισώσεων και επομένως οι λύσεις που βρίσκονται είναι πιο πολύπλοκες. Στη συγκεκριμένη εργασία θα γίνει μια ανάλυση ευαισθησίας των δύο παραπάνω μεγεθών και των μεγεθών που προκύπτουν από αυτά με βάση πέντε διαφορετικές μεταβλητές.
2. Αναλύεται το πως η ασυμμετρία επηρεάζει το bonus του διευθυντή που ουσιαστικά αποτελεί την εκ των υστέρων αξία της επένδυσης για τον διευθυντή και την εκ των προτέρων αξία της επένδυσης για τον διευθυντή. Τα δύο αυτά μεγέθη είναι σημαντικά λόγω της παραδοχής που γίνεται πως ο ιδιοκτήτης της επιχείρησης πρέπει να δώσει στον manager ένα bonus ως κίνητρο ώστε να αποκαλύψει αυτός τις πληροφορίες που γνωρίζει. Ειδικά, ο διευθυντής έχει κίνητρο να δώσει λανθασμένες πληροφορίες στον ιδιοκτήτη για να επωφεληθεί ο ίδιος. Επομένως το bonus είναι ένα σημαντικό στοιχείο στο μοντέλο της ασύμμετρης πληροφόρησης. Σε επόμενη παράγραφο θα δειχθεί το πως οι βασικές μεταβλητές του μοντέλου επηρεάζουν την εκ των

προτέρων και την εκ των υστέρων αξία της επένδυσης για τον διευθυντή.

3. Ερευνάται η μεταβολή της «κοινωνικής ζημίας» (social loss) που προκύπτει από την ασυμμετρία. Οι διαταραχές που προκαλούνται στην τιμή και την ποσότητα επένδυσης από την ύπαρξη της ασυμμετρίας πληροφοριών έχουν ως αποτέλεσμα και τα παράγωγα μεγέθη αυτών να αποκλίνουν από αυτά της συμμετρικής περίπτωσης. Η κοινωνική ζημία αποτελεί ένα μέτρο της παραπάνω απόκλισης αφού ορίζεται ως η διαφορά μεταξύ της αξίας της επένδυσης υπό πλήρη πληροφόρηση και του αθροίσματος της αξίας του ιδιοκτήτη και του διευθυντή υπό ασύμμετρη πληροφόρηση.

Από την μελέτη τους παράγονται πέντε βασικά αποτελέσματα, τα οποία συνοψίζονται ως εξής:

1. Η ασυμμετρία πληροφόρησης αυξάνει την τιμή επένδυσης, επομένως επιβραδύνει τη συνολική επένδυση.
2. Η ποσότητα επένδυσης είναι ανεξάρτητη της αναστρεψιμότητας υπό πλήρη πληροφόρηση ενώ υπό ασύμμετρη αυξάνεται με την αύξηση της αναστρεψιμότητας
3. Η «κοινωνική ζημία» που προκύπτει από την ασυμμετρία αυξάνεται με βάση το κόστος των πληροφοριών του διευθυντή, δηλαδή με το bonus του ωστόσο μειώνεται με την αύξηση της μεταβλητότητας της τιμής.
4. Η αύξηση της μεταβλητότητας της τιμής αυξάνει την αξία για τον ιδιοκτήτη και τη μειώνει για τον διευθυντή.
5. Η αύξηση της μεταβλητότητας της τιμής, αυξάνει την εκ των προτέρων αξία για τον διευθυντή και μειώνει την εκ των προτέρων.

Σημειώνουμε σε αυτό το σημείο πως ως βάση για τη σύγκριση των αποτελεσμάτων θα παρουσιαστεί το μοντέλο που ανέπτυξε σε μελέτη του ο Wong (2010) και στο οποίο θα αναφερόμαστε στο εξής ως συμμετρικό μοντέλο ή μοντέλο πλήρους πληροφόρησης. Στο μοντέλο αυτό υποθέτουμε πως δεν υπάρχει ασυμμετρία και χρησιμοποιούμε τα αριθμητικά αποτελέσματά του ως βάση σύγκρισης και για το

μοντέλο της ασύμμετρης πληροφόρησης αλλά και για το μοντέλο της δαπανηρής αναστρεψιμότητας.

Αν θα μπορούσαμε να τοποθετήσουμε χρονικά το πρόβλημα της ασύμμετρης πληροφόρησης τότε θα μπορούσαμε να πούμε πως είναι ένα πρόβλημα που αφορά ουσιαστικά τη στιγμή της επένδυσης, δηλαδή την αρχή της, με την υπογραφή ενός συμβολαίου, πράγμα που θα γίνει στη συνέχεια πιο κατανοητό μέσα από την ανάλυση και τα αποτελέσματα του μοντέλου. Η ασυμμετρία φυσικά δημιουργεί διαταραχές σε όλο το μήκος της επένδυσης επομένως επηρεάζει και την τιμή της εγκατάλειψης ωστόσο οι αποκλίσεις που προκαλούνται στο τέλος της επένδυσης δεν γίνονται τόσο αισθητές και για αυτό το λόγο μπορούμε να κάνουμε την παραδοχή πως η ασύμμετρη πληροφόρηση είναι μια ιδιαίζουσα μορφή επένδυσης που οι αποκλίσεις παρατηρούνται στα αρχικά στάδια μιας επένδυσης. Από την άλλη πλευρά, το πρόβλημα της δαπανηρής αναστρεψιμότητας αποτελεί μια αντίθετη πτυχή του προβλήματος επένδυσης αφού κατά βάση όπως θα δειχθεί επηρεάζει περισσότερο το τέλος της επένδυσης και τη στιγμή της εγκατάλειψής της. Κάτι τέτοιο είναι αναμενόμενο, αφού όπως προαναφέραμε η αναστρεψιμότητα είναι αυτή που δίνει νόημα στην επιλογή εγκατάλειψης ενός project αφού δίνει τη δυνατότητα στον επενδυτή να επιλέξει τη βέλτιστη στιγμή εγκατάλειψης ώστε να μεγιστοποιήσει το κέρδος του με τη μεταπώληση του κεφαλαίου. Έτσι, με σκοπό να παρουσιάσουμε μια ιδιαίζουσα περίπτωση επένδυσης όπου οι βασικές αποκλίσεις λαμβάνουν χώρα στα τελικά στάδια της επένδυσης, στη συνέχεια θα παρουσιαστεί το μοντέλο της δαπανηρής αναστρεψιμότητας μιας επένδυσης με βάση την μελέτη των Takashi Shibata και Kit Pong Wong (2019).

2.2 Στρατηγικές επένδυσης με δαπανηρή αναστρεψιμότητα

Όπως αναφέρθηκε ήδη η αναστρεψιμότητα είναι ένα πολύ βασικό μέγεθος που επηρεάζει άμεσα τις αποφάσεις των ενδιαφερόμενων επενδυτών, αφού μεγάλη αναστρεψιμότητα συνεπάγεται μικρότερο ρίσκο και το αντίστροφο. Στη μελέτη τους οι Shibata και Wong (2019) αναπτύσσουν ένα νέο μοντέλο, σύμφωνα με το οποίο μια εταιρεία έχει την ευκαιρία να «αγοράσει» επιπλέον αναστρεψιμότητα έναντι κάποιου κόστους. Οι λόγοι για τους οποίους μπορεί να επιλέξει να κάνει κάτι τέτοιο μπορούν να εξηγηθούν μέσα από ένα παράδειγμα: Ας υποθέσουμε πως μια εταιρεία επιλέγει να πραγματοποιήσει μια επένδυση που αφορά τη δημιουργία μιας παραγωγικής μονάδας για την παραγωγή ενός συγκεκριμένου αγαθού. Η επένδυση δηλαδή περιλαμβάνει τη δημιουργία κάποιων υποδομών (π.χ. εργοστασιακή μονάδα) και συνδέεται με κάποιο κόστος, το οποίο αποτελεί και το κόστος της επένδυσης. Σύμφωνα με τα όσα έχουν ήδη ειπωθεί για την αναστρεψιμότητα μιας επένδυσης, αν η εταιρεία μετά την εγκατάλειψη του συγκεκριμένου project δεν καταφέρει να μεταπωλήσει τη συγκεκριμένη εργοστασιακή μονάδα σε οποιαδήποτε τιμή τότε η επένδυση θεωρείται μη αναστρέψιμη. Ο Arrow (1968) σε μελέτη του δηλώνει πως κάθε επένδυση είναι έστω και σε κάποιο ελάχιστο βαθμό μη αναστρέψιμη αφού συγκεκριμένα αναφέρει «...from a realistic point of view, there will be many situations in which the sale of capital goods cannot be accomplished at the same price as their purchases». Έναν από τους λόγους που συμβαίνει αυτό δίνουν οι Abel et al (1996) όπου αναφέρονται στην εξειδίκευση της παραγωγικής μονάδας. Με τον όρο εξειδίκευση εννοούν πως η παραγωγική μονάδα είναι με τέτοιον τρόπο δομημένη ώστε να παράγεται με βέλτιστο τρόπο το συγκεκριμένο αγαθό για το οποίο δημιουργήθηκε. Επομένως, τη στιγμή της εγκατάλειψης της επένδυσης είναι πιο δύσκολο να βρεθεί νέος αγοραστής ο οποίος θα είναι πρόθυμος να παράξει το ίδιο ακριβώς αγαθό και επομένως να αγοράσει την παραγωγική μονάδα στην αρχική της τιμή με αποτέλεσμα η αναστρεψιμότητα της αρχικής επένδυσης να μειώνεται. Στο φαινόμενο της εξειδίκευσης έχει αναφερθεί και ο Williamson (1980), ο οποίος το διευρύνει μάλιστα λέγοντας πως το κεφάλαιο (π.χ. μια παραγωγική μονάδα με όλο τον εξοπλισμό της) μπορεί να έχει πολλαπλούς βαθμούς εξειδίκευσης μιας και περιλαμβάνει από εξοπλισμό γενικής χρήσης (π.χ. ανυψωτικά, μεταφορικά μηχανήματα) μέχρι εξειδικευμένες μηχανές παραγωγής συγκεκριμένων αγαθών, πράγμα που κάνει τη μεταπώληση της μονάδας ακόμα πιο πολύπλοκη. Μια επίσης

ενδιαφέρουσα προσέγγιση είναι αυτή του Akerlof (1970), ο οποίος αναφέρεται στο "lemon effect". Σύμφωνα με αυτό, ο νέος επενδυτής δεν μπορεί να γνωρίζει εκ των προτέρων με ακρίβεια την ποιότητα της ήδη μεταχειρισμένης παραγωγικής μονάδας και για αυτό το λόγο είναι πρόθυμος να την αγοράσει μόνο σε τιμή χαμηλότερη από την αρχική της, με αποτέλεσμα να μειώνεται η αναστρεψιμότητα για τον αρχικό επενδυτή.

Όλοι οι παραπάνω λόγοι οδηγούν σε μείωση της αναστρεψιμότητας, που με τη σειρά της γεννά μια απροθυμία για επένδυση. Όπως αναφέρουν οι Chirinko και Schaller (2009), μια εταιρεία που λαμβάνει υπόψη της το μακροπρόθεσμο σχεδιασμό των ενεργειών της διστάζει να πραγματοποιήσει επενδύσεις με χαμηλό ποσοστό αναστρεψιμότητας. Αν πραγματοποιήσει για παράδειγμα την επένδυση και θελήσει λόγω της αβεβαιότητας στο μέλλον να εγκαταλείψει την επένδυση γιατί γίνεται πλέον ασύμφορη μπορεί να έχει ελάχιστες έως μηδαμινές απολαβές από την μεταπώληση της παραγωγικής μονάδας. Ακολουθώντας αυτή τη συλλογιστική πορεία, είναι πολύ πιθανό η εταιρεία να επιλέξει να μην πραγματοποιήσει καθόλου την επένδυση εξ αρχής. Επίσης συμπεραίνουν πως μη αναστρεψιμότητα δημιουργείται και όταν η διαδικασία της μεταπώλησης του μεταχειρισμένου κεφαλαίου αποδεικνύεται πολυδάπανη. Επομένως, με βάση τα προηγούμενα, σε αρκετές περιπτώσεις ενδέχεται να συμφέρει την εταιρεία να υιοθετήσει τη στρατηγική της δαπανηρής αναστρεψιμότητας προκειμένου να αυξήσει με αυτόν τον τρόπο τη συνολική αναστρεψιμότητα της επένδυσης και να επωφεληθεί από την εγκατάλειψή της.

Μελέτες για το πρόβλημα λήψης αποφάσεων στις επενδύσεις όταν αυτές είναι πλήρως μη αναστρέψιμες ($s = 0$) έχουν πραγματοποιηθεί από αρκετούς επιστήμονες όπως για παράδειγμα οι McDonald και Siegel (1986), οι Dixit και Pindyck (1994), οι Capozza και Li (1994) και οι Bar-Ilan και Stange (1999). Εναλλακτικά, οι Abel και Eberly (1994), (1996), (1999), Hartman και Hendrickson (2002) και Wong (2010) έχουν μελετήσει το αντίστοιχο πρόβλημα όταν η επένδυση είναι μερικώς αναστρέψιμη. Στην παρούσα εργασία θα χρησιμοποιήσουμε και πάλι τα αποτελέσματα του Wong (2010) ως το συμμετρικό παράδειγμα με το οποίο θα συγκριθούν τα αποτελέσματα του παραδείγματος δαπανηρής αναστρεψιμότητας των Wong και Shibata (2019).

Συνοψίζοντας, στην εργασία αυτή γίνεται μια επέκταση των ήδη υπάρχοντων μελετών με τη δυνατότητα μιας εταιρείας να επιλέξει τη στρατηγική δαπανηρής

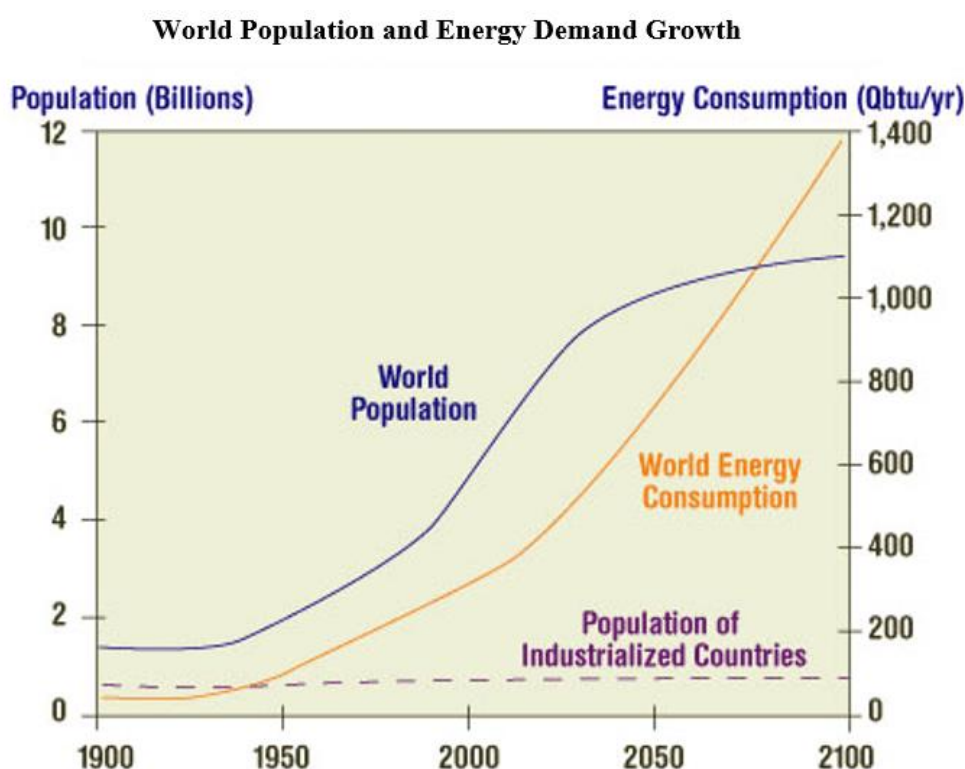
αναστρεψιμότητας και θα γίνει βελτιστοποίηση της επένδυσης αυτής. Από τη μελέτη εξάγονται δύο βασικά συμπεράσματα:

1. Το πρώτο συμπέρασμα είναι πως όταν είτε η μεταβλητότητα της τιμής είτε το σταθερό κόστος είτε η μη αποδοτικότητα της δαπανηρής αναστρεψιμότητας αυξάνεται τότε είναι πιο πιθανό να ακολουθήσει η εταιρεία τη στρατηγική της δαπανηρής αναστρεψιμότητας. Η εξήγηση των παραπάνω μεγεθών θα γίνει πιο αναλυτικά κατά την παρουσίαση του οικονομικού μοντέλου σε επόμενη παράγραφο.
2. Το δεύτερο συμπέρασμα αφορά την επενδυτική στρατηγική, δηλαδή την τιμή και την ποσότητα επένδυσης. Ήδη έχουμε αναφέρει πως στο συμμετρικό πρόβλημα όταν η αναστρεψιμότητα αυξάνεται τότε η τιμή επένδυσης μειώνεται άρα επιταχύνεται η επένδυση, ενώ η ποσότητα επένδυσης παραμένει αμετάβλητη. Θα περίμενε κανείς λοιπόν να ισχύει το ίδιο και στην περίπτωση της δαπανηρής αναστρεψιμότητας αφού ουσιαστικά πρόκειται για μια τεχνητή αύξηση της αναστρεψιμότητας. Ωστόσο αποδεικνύεται μαθηματικά πως κάτι τέτοιο δεν ισχύει. Αντιθέτως αποδεικνύεται πως σε κάθε περίπτωση η ποσότητα επένδυσης αυξάνεται ενώ η τιμή επένδυσης άλλοτε είναι μεγαλύτερη και άλλοτε μικρότερη της σε σύγκριση με την συμμετρική περίπτωση. Επομένως οι επιδράσεις της εξωγενούς αναστρεψιμότητας (s) είναι διαφορετικές από αυτές της ενδογενούς, δηλαδή αυτής που δημιουργείται με την δαπανηρής αναστρεψιμότητας.

2.3 Αριθμητική Εφαρμογή Μοντέλου Ασύμμετρης Πληροφόρησης σε Επενδύσεις σε Εργοστάσια Παραγωγής Ισχύος

Το τρίτο κομμάτι της εργασίας αφορά την εφαρμογή της μεθόδου ασύμμετρης πληροφόρησης σε επενδύσεις στο τομέα της ενέργειας και πιο συγκεκριμένα επενδύσεις για τη δημιουργία θερμοηλεκτρικών μονάδων παραγωγής ενέργειας. Τα στοιχεία αυτά λαμβάνονται από την εργασία των Djuronic, Milacic και Krulja (2012), οι οποίοι αναλύουν περιπτώσεις όπου το κόστος παραγωγής ενέργειας βασίζεται σε μια πολυωνμική συνάρτηση 2ου βαθμού. Στα πλαίσια αυτού θα ακολουθήσει μια μικρή αναφορά στις επενδύσεις στον τομέα της ενέργειας.

Σύμφωνα με μελέτες του International Energy Agency, 2003 προκύπτει ότι η παγκόσμια ζήτηση σε ηλεκτρική ενέργεια από το 2001 μέχρι το 2030 θα διπλασιαστεί.



Διάγραμμα 2.1.1: Ζήτηση σε ηλεκτρική ενέργεια ανά έτος

Αυτή η ταχέως αυξανόμενη χρήση ενέργειας σε παγκόσμιο επίπεδο έχει ήδη εγείρει ανησυχίες, που αφορούν τις δυσκολίες εφοδιασμού, την εξάντληση των ενεργειακών πόρων και τις σημαντικές περιβαλλοντικές επιπτώσεις (όπως είναι η υπερθέρμανση του πλανήτη, η αλλαγή του κλίματος). Η Διεθνής Υπηρεσία Ενέργειας έχει συγκεντρώσει στοιχεία για τις τρομακτικές τάσεις αύξησης της κατανάλωσης

ενέργειας. Κατά τη διάρκεια των δύο δεκαετιών (1984-2004) προκύπτει ότι η πρωτογενής ενέργεια έχει αυξηθεί κατά 49 % και οι εκπομπές CO₂ κατά 43 %. (Luis Perez-Lombard, Jose Ortiz, Christine Pout, 2007)

Η ανάγκη ενέργειας των αναδυόμενων οικονομιών της Νοτιοανατολικής Ασίας, Μέσης Ανατολής, Νότιας Αμερικής και Αφρικής προβλέπεται ότι θα αυξηθεί με μέσο ετήσιο ρυθμό 3,2% και θα υπερβεί το 2020 το μέσο ετήσιο ρυθμό των αναπτυγμένων χωρών της Βορείου Αμερικής, Δυτικής Ευρώπης, Ιαπωνίας, Αυστραλίας και Νέας Ζηλανδίας, που τότε θα είναι 1,1%. Εντυπωσιακή είναι η περίπτωση της Κίνας, η οποία στα επόμενα 20 χρόνια προβλέπεται να διπλασιάσει την κατανάλωση της ενέργειάς της με μέσο ετήσιο αυξανόμενο ρυθμό 3,7%. (Luis Perez-Lombard, Jose Ortiz, Christine Pout, 2007)

Από την εικόνα 2 φαίνεται ότι οι ανάγκες της Κίνας είναι που απαιτούν αυτή τη μεγάλη αύξηση ζήτησης ενέργειας.

Primary energy demand, 2035 (Mtoe)



World energy investment outlook, 2012

Διάγραμμα 2.1.2: Οι ανάγκες ενέργειας ανά τον κόσμο

Αξίζει να παρατηρηθεί ότι ο ρυθμός αύξησης του πληθυσμού του πλανήτη είναι κάτω από το προβλεπόμενο παραγόμενο ΑΕΠ του, με αποτέλεσμα τη σημαντική αύξηση του κατά κεφαλήν εισοδήματος φυσικών προσώπων και παγκόσμιου πλούτου. Όμως ταυτόχρονα η κατανάλωση της πρωτογενούς ενέργειας αυξάνεται με υψηλότερους ρυθμούς από τον πληθυσμό (Διάγραμμα 1), γεγονός που οδηγεί στην κατά κεφαλήν αύξηση της αξίας της ενέργειας κατά 15,7% παραπάνω από ό,τι συνέβαινε τα τελευταία 30 χρόνια. Τα παραπάνω στοιχεία αποτυπώνουν τη

στενή σχέση που ενυπάρχει στην κατανάλωση ηλεκτρικής ενέργειας, με την οικονομική ανάπτυξη και την αύξηση του πληθυσμού. (Luis Perez-Lombard, Jose Ortiz, Christine Pout, 2007)

Επομένως για την ικανοποίηση αυτής της συνεχώς αυξανόμενης ζήτησης σε ενέργεια χρειάζεται να κατασκευαστούν εγκαταστάσεις, που να παρέχουν ηλεκτρική ενέργεια περίπου 4700GW, αξίας \$4.1 τρισεκατομμυρίων. Αυτή η επένδυση απαιτείται για την επέκταση της δυνατότητας εφοδιασμού και για την αντικατάσταση υφιστάμενων και μελλοντικών εγκαταστάσεων εφοδιασμού, που θα εξαντληθούν ή θα καταστούν άνευ αντικειμένου στην περίοδο, που μελετάται. (International Energy Agency (IEA), 2003).

Έχει αποδειχτεί πως η παραπάνω σταθερή αύξηση της ζήτησης για ενέργεια και η κοινωνική πίεση που ασκείται για μείωση των εκπομπών αερίων του θερμοκηπίου είναι λόγοι που έχει αυξηθεί η χρήση κατακεντρωμένης παραγωγής (distributed generation DG). Επομένως σε αυτή την εργασία ο κύριος στόχος μελέτης είναι η αναζήτηση εργαλείων για την αξιολόγηση μιας επένδυσης στον συγκεκριμένο τομέα, συναρτήσει διαφόρων παραμέτρων, που θα καθιστούν την επένδυση κερδοφόρα.

2.4 Συνεισφορά Εργασίας και Αριθμητικά Παραδείγματα

Στα πλαίσια της παρούσας μελέτης θα χρησιμοποιηθούν τρία αριθμητικά παραδείγματα τόσο για την εξήγηση του μοντέλου και των αποτελεσμάτων που εξάγονται όσο και για την δημιουργία και τον έλεγχο της ακρίβειας του αλγορίθμου που δημιουργήθηκε. Το πρώτο αριθμητικό παράδειγμα αφορά την περίπτωση της ασύμμετρης πληροφόρησης, το δεύτερο την περίπτωση της δαπανηρής αναστρεψιμότητας και το τρίτο αποτελεί μια αριθμητική εφαρμογή του πρώτου μοντέλου σε εννέα εργοστάσια παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας, τα στοιχεία των οποίων αντλούνται από την έρευνα των Djurovic, Milacic και Krulja (2012) και στη συνέχεια γίνεται μια συγκριτική θεώρηση των αποτελεσμάτων μεταξύ των διαφορετικών εργοστασίων.

3. Μεθοδολογία

3.α Μαθηματικό Μοντέλο

Σύμβολο	Μεταβλητή	Μονάδα Μέτρησης	Σχόλια - Παρατηρήσεις
ΚΟΙΝΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΤΩΝ ΔΥΟ ΜΟΝΤΕΛΩΝ			
X_t	Τιμή πώλησης παραγόμενου προϊόντος	χ.μ.	
Z_t	Κίνηση Brown	καθαρός αριθμός	Είναι χαρακτηριστικό μέγεθος της γεωμετρικής κίνησης Brown
μ	Μέσος όρος τιμής	καθαρός αριθμός	Στη βιβλιογραφία αναφέρεται και ως growth rate (ρυθμός ανάπτυξης)
σ	Μεταβλητότητα τιμής	καθαρός αριθμός	Αναφέρεται και ως αβεβαιότητα
r	Επιτόκιο	καθαρός αριθμός	
x_0	Αρχική τιμή αγαθού	χ.μ.	
t	Χρονική στιγμή	-	Μπορεί να έχει διάφορες μονάδες μέτρησης (δεν επηρεάζει το μοντέλο)
t_I	Χρονική στιγμή επένδυσης	-	
t_A	Χρονική στιγμή εγκατάλειψης	-	
s	Αναστρεψιμότητα	καθαρός αριθμός	Εκφράζει το ποσοστό της αρχικής τιμής το οποίο διατηρείται και διαμορφώνει την τιμή μεταπώλησης
I	Κόστος Επένδυσης	χ.μ.	
C	Συνάρτηση μεταβλητού κόστους επένδυσης	χ.μ.	
F	Σταθερό κόστος επένδυσης	χ.μ.	
V	Αξία επένδυσης	χ.μ.	Ουσιαστικά πρόκειται για τον τζίρο της επένδυσης
v	συντελεστής v	καθαρός αριθμός	Χαρακτηριστικό μέγεθος της επένδυσης
β	Συντελεστής αναγωγής β	καθαρός αριθμός	Χαρακτηριστικό μέγεθος της επένδυσης
γ	Συντελεστής αναγωγής γ	καθαρός αριθμός	Χαρακτηριστικό μέγεθος της επένδυσης
ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΑΣΥΜΜΕΤΡΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ			
H	Αντικειμενική συνάρτηση	χ.μ.	Αναζητείται το μέγιστό της
q	Ποσότητα επένδυσης	τεμ.	Η βέλτιστη τιμή για το συμμετρικό μοντέλο συμβολίζεται με * ενώ για το ασύμμετρο με **
x_I	τιμή επένδυσης	χ.μ.	Η βέλτιστη τιμή για το συμμετρικό μοντέλο συμβολίζεται με * ενώ για το ασύμμετρο με **
x_A	Τιμή Εγκατάλειψης	χ.μ.	
O	Εκ των προτέρων αξία επένδυσης για τον ιδιοκτήτη	χ.μ.	Η βέλτιστη τιμή για το συμμετρικό μοντέλο συμβολίζεται με * ενώ για το ασύμμετρο με **
w	Bonus του manager	χ.μ.	
L	Κοινωνική ζημία	χ.μ.	Εκφράζει τις "παράπλευρες απώλειες" της επένδυσης, π.χ. κόστη διαμεσολάβησης
R	Απόκλιση από πλήρη πληροφόρηση	καθαρός αριθμός	

p₂	Πιθανότητα εμφάνισης σταθερού κόστους F2	καθαρός αριθμός	
ΔF	Ασυμμετρία Πληροφόρησης	χ.μ.	Η διαφορά πληροφοριών μεταξύ διευθυντή (manager) και ιδιοκτήτη της επιχείρησης
M	Εκ των προτέρων αξία επένδυσης για τον manager	χ.μ.	
φ	Συντελεστής πιθανότητας	καθαρός αριθμός	
ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΔΑΠΑΝΗΡΗΣ ΑΝΑΣΤΡΕΨΙΜΟΤΗΤΑΣ			
J	Αντικειμενική συνάρτηση	χ.μ.	Αναζητείται το μέγιστό της
q	Ποσότητα επένδυσης	τεμ.	Η βέλτιστη τιμή για το συμμετρικό μοντέλο συμβολίζεται με * και δείκτη 0 ενώ της δαπανηρής αναστρεψιμότητας με *
x_I	Τιμή επένδυσης	χ.μ.	Η βέλτιστη τιμή για το συμμετρικό μοντέλο συμβολίζεται με * και δείκτη 0 ενώ της δαπανηρής αναστρεψιμότητας με *
x_A	Τιμή Εγκατάλειψης	χ.μ.	
k	Ποσοστό δαπανηρής αναστρεψιμότητας	καθαρός αριθμός	
g	Συνάρτηση κόστους δαπανηρής αναστρεψιμότητας	χ.μ.	
a	Μη αποδοτικότητα κόστους δαπανηρής αναστρεψιμότητας	καθαρός αριθμός	Όσο αυξάνεται το a τόσο μειώνεται η αποδοτικότητα του κόστους της δαπανηρής αναστρεψιμότητας
E	Εκ των προτέρων αξία επένδυσης	χ.μ.	Η βέλτιστη τιμή για το συμμετρικό μοντέλο συμβολίζεται με * και δείκτη 0 ενώ της δαπανηρής αναστρεψιμότητας με *

Πίνακας 3.α.1: Πίνακας συμβόλων

3.α.1 Συμμετρικό Μοντέλο

Αρχικά θα παρουσιάσουμε το μοντέλο της επένδυσης υπό πλήρη συμμετρία πληροφόρησης, μιας και αποτελεί τη βάση πάνω στην οποία στηρίζεται τόσο το μοντέλο της ασύμμετρης πληροφόρησης όσο και αυτό της δαπανηρής αναστρεψιμότητας. Το μοντέλο που ακολουθεί έχει μελετηθεί από αρκετούς επιστήμονες (Grenadier και Wang (2005), Cui και Shibata (2017), Wong(2010)). Η παρακάτω ανάλυση βασίζεται κατά κύριο λόγο στην έρευνα του Wong (2010).

Υποθέτουμε μια εταιρεία ουδέτερου ρίσκου που έχει την επιλογή να επενδύσει σε μια παραγωγική εγκατάσταση. Για να ξεκινήσει η εγκατάσταση η εταιρεία πρέπει να επιλέξει ταυτόχρονα την στιγμή της επένδυσης και την απαιτούμενη ποσότητα. Υποθέτουμε ότι η εταιρεία παράγει q μονάδες ενός προϊόντος ανά μονάδα χρόνου σε ένα πλήρως ανταγωνιστικό περιβάλλον σε μια τιμή πώλησης X ανά μονάδα προϊόντος τη χρονική στιγμή t .

Θεωρούμε ότι η τιμή του προϊόντος είναι στοχαστική μεταβλητή και εξελίσσεται με την πάροδο του χρόνου με βάση την εξής γεωμετρική κίνηση Brown (Geometric Brownian Motion):

$$dX_t = \mu \cdot X_t \cdot dt + \sigma \cdot X_t \cdot dZ_t \quad (3.a.1.1)$$

Όπου με Z_t συμβολίζεται η κίνηση brown και τα $\mu > 0$ και $\sigma > 0$ είναι η μέση τιμή ή ρυθμός ανάπτυξης στη βιβλιογραφία (growth rate) και σ η μεταβλητότητα (volatility) της τιμής του αγαθού αντίστοιχα. Θεωρούμε ότι η αρχική τιμή X_0 του αγαθού είναι μικρότερη από τη βέλτιστη επομένως η επένδυση θα επέλθει σε μεταγενέστερο χρόνο. Ορίζουμε με το $r > 0$ ως το σταθερό επιτόκιο. Προκειμένου να υπάρχει σύγκλιση θα πρέπει να ισχύει η σχέση $r > \mu$.

Όταν πραγματοποιηθεί η επένδυση, θα έχει κάποιο κόστος $I(q)$ για την εταιρεία, το οποίο μπορεί να θεωρηθεί και τιμή αγοράς της εγκατεστημένης παραγωγικής μονάδας. Το κόστος της επένδυσης δίνεται από την εξής σχέση:

$$I(q,F) = C(q) + F \quad (3.a.1.2)$$

Υποθέτουμε ότι η συνάρτηση του μεταβλητού κόστους $C(q)$ είναι αύξουσα και κυρτή συνάρτηση του q , επομένως ισχύουν οι σχέσεις $C'(q) > 0$ και $C''(q) > 0$ για κάθε $q > 0$. Με το σύμβολο F συμβολίζουμε το σταθερό κόστος της επένδυσης. Υποθέτουμε ότι το κόστος $I(q)$ είναι συνάρτηση της παραγόμενης ποσότητας και ικανοποιεί τις εξής τρεις συνθήκες:

$$1. \quad I(q,F) > 0 \quad 2. \quad I'(q,F) > 0 \quad 3. \quad I''(q,F) > 0 \quad \text{για κάθε } q > 0$$

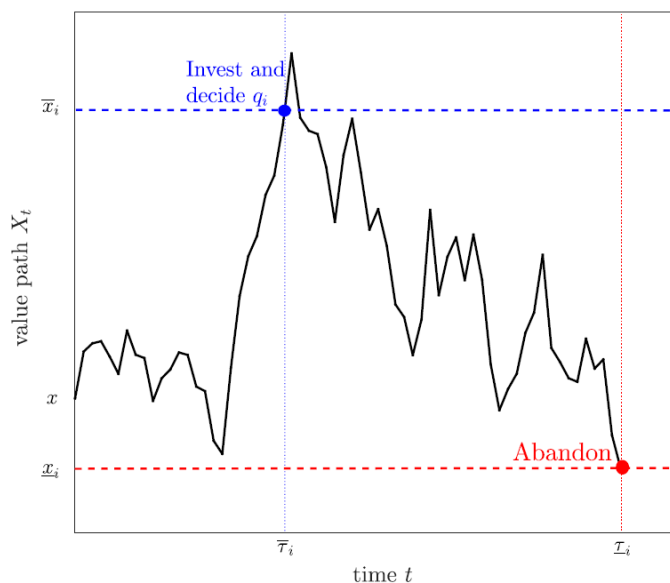
Η πρώτη συνθήκη δηλώνει πως εκτός από το κόστος που προκύπτει από το q υπάρχει και σταθερό κόστος $F > 0$. Η δεύτερη συνθήκη πως μια αύξηση στην ποσότητα αυξάνει το κόστος και η τρίτη πως μια οριακή αύξηση της ποσότητας προκαλεί οριακή αύξηση στο μεταβλητό κόστος. Και οι τρεις συνθήκες μαζί υπονοούν πως η ελαστικότητα του κόστους, που προκύπτει από τη σχέση $\mathbf{q} \cdot \mathbf{I}'(\mathbf{q}, \mathbf{F}) / \mathbf{I}(\mathbf{q}, \mathbf{F})$ αυξάνεται με την αύξηση της ποσότητας q άρα ισχύει $(\mathbf{q} \cdot \mathbf{C}'(\mathbf{q}) / \mathbf{I}(\mathbf{q}, \mathbf{F}))' > 0$. Αυτό με τη σειρά του επιβεβαιώνει πως υπάρχει μια μοναδική λύση για το πρόβλημα και αποτελείται από τη βέλτιστη τιμή και ποσότητα επένδυσης.

Εκτός από την επιλογή να επενδύσει, υποθέτουμε ότι η επιχείρηση την επιλογή να εγκαταλείψει τη λειτουργία της μονάδας παραγωγής ανά πάσα στιγμή μετά την επένδυση και συγκεκριμένα όταν η τιμή του προϊόντος γίνει τέτοια, ώστε η επένδυση να είναι πλέον ασύμφορη για τον επενδυτή. Η εγκατάλειψη, όταν συμβεί, είναι μη αναστρέψιμη. Η "διάσωση" (salvage) του κεφαλαίου που προκύπτει μετά την εγκατάλειψη δίνεται από τη σχέση $s \cdot \mathbf{I}(\mathbf{q}, \mathbf{F})$ δηλαδή το γινόμενο της αναστρεψιμότητας επί το αρχικό κόστος της επένδυσης.

Βασιζόμενοι στις παραπάνω παραδοχές ορίζουμε μια αναστρέψιμη επένδυση ως εξής: Συμβολίζουμε με $\mathbf{q} = \mathbf{q}(\mathbf{F})$ την ποσότητα επένδυσης για σταθερό κόστος F . Επιπρόσθετα, συμβολίζουμε με $\mathbf{x}_I = \mathbf{x}_I(\mathbf{F})$ και $\mathbf{x}_A = \mathbf{x}_A(\mathbf{F})$ τις τιμές επένδυσης (Investment) και εγκατάλειψης (Abandonment) για το σταθερό κόστος F αντίστοιχα. Τέλος θεωρούμε τις χρονικές στιγμές $\mathbf{t}_I = \inf\{t \geq 0, \mathbf{X}_t = \mathbf{x}_I\}$ και $\mathbf{t}_A = \inf\{t \geq \mathbf{t}_I, \mathbf{X}_t = \mathbf{x}_A\}$ που συμβολίζουν την πρώτη φορά που η τιμή του προϊόντος X_t λαμβάνει την τιμή \mathbf{x}_I ενώ αυξάνεται και τη πρώτη φορά που λαμβάνει την τιμή \mathbf{x}_A ενώ μειώνεται, αντίστοιχα.

Συνοψίζοντας τα παραπάνω, το πρόβλημα έχει τρεις βασικές μεταβλητές ή μεταβλητές ελέγχου (control variables), τις q , x_I και x_A για κάθε F . Οι q και x_I υπολογίζονται ώστε να μεγιστοποιείται η εκ των προτέρων αξία της επένδυσης ενώ η x_A έτσι ώστε να μεγιστοποιείται η εκ των υστέρων αξία της επένδυσης.

Ακολουθεί το διάγραμμα που απεικονίζει τις παραπάνω παραδοχές και το μοντέλο:



Σχήμα 3.α.1.1: Εξέλιξη τιμής αγαθού

Η τιμή μονάδος X_t ξεκινάει από το $x = x_0$, αυξάνεται και λαμβάνει τη χρονική στιγμή t_i την τιμή x_i για πρώτη φορά επομένως η εταιρεία εκτελεί την επένδυση σε ποσότητα q , η οποία αποφασίζεται ενδογενώς. Στη συνέχεια η τιμή του προϊόντος μειώνεται και τη χρονική στιγμή t_A λαμβάνει για πρώτη φορά την τιμή x_A επομένως η εταιρεία εγκαταλείπει την επένδυση. Όπως είναι λογικό όσο μικρότερη (μεγαλύτερη) είναι η τιμή επένδυσης x_I τόσο πιο γρήγορα (αργά) εκτελείται η επένδυση ενώ μια μικρότερη (μεγαλύτερη) τιμή εγκατάλειψης x_A τόσο πιο αργά (γρήγορα) εκτελείται η εγκατάλειψη.

Στη συνέχεια παρουσιάζουμε τον τρόπο υπολογισμού της αξίας της επένδυσης αφού αυτή έχει πραγματοποιηθεί: Έχοντας τα q , x_I , x_A συμβολίζουμε με $V(q, x_I)$ την συνάρτηση αξίας της επένδυσης για την επιχείρηση τη στιγμή t_i . Η συνάρτηση αυτή ορίζεται ως εξής:

$$V(q, x_I) = \sup_{t_A} E^{x_I} \left[\int_{t_i}^{t_A} e^{-r(t-t_i)} \cdot q \cdot X_t dt + e^{-r(t_A-t_i)} \cdot s \cdot I(q, F) \right] \quad (3.a.1.3)$$

Ο πρώτος όρος του αθροίσματος που βρίσκεται μέσα σε ολοκλήρωμα συμβολίζει την παρούσα αξία των ταμειακών ροών της παραγωγικής μονάδας αφού είναι το γινόμενο της ποσότητας επί την τιμή πώλησης. Ο δεύτερος όρος είναι η παρούσα αξία του κεφαλαίου τη στιγμή της εγκατάλειψης όπως την είχαμε παρουσιάσει προηγουμένως (βλ. διάσωση κεφαλαίου). Με τη βοήθεια των σχέσεων που δίνουν οι Dixit και Pindyck (1994) η συνάρτηση V μπορεί να γραφτεί και ως:

$$V(q, x_I) = \max_{x_A} v \cdot q \cdot x_I + (s \cdot I(q, F) - v \cdot q \cdot x_A) \cdot \left(\frac{x_I}{x_A} \right)^\nu \quad (3.a.1.4)$$

Όπου $x_I > x_A$ για κάθε q , $v = 1/(r - \mu)$ και $\gamma = \frac{1}{2} - \frac{\mu}{\sigma^2} - ((1/2 - \mu/\sigma^2)^2 + 2 \cdot r/\sigma^2)^{1/2} < 0$. Είναι πολύ σημαντικό να σημειωθεί σε αυτό το σημείο πως ο όρος $(x_{Ii}/x_{Ai})^\gamma = E^{x_{Ii}}[e^{-r(t_{Ai}-t_{Ii})}]$ λαμβάνει υπόψη την παρούσα αξία και την πιθανότητα μιας χρηματικής μονάδας που λήφθηκε τη χρονική στιγμή όπου η τιμή X_t , ξεκινώντας από την τιμή επένδυσης x_I , να φτάσει για πρώτη φορά την τιμή εγκατάλειψης x_A . Είναι δηλαδή ένας συντελεστής που κάνει αναγωγή του μεγέθους στο παρόν προκειμένου να μη χρειαστεί να εμπλακεί και η παράμετρος του χρόνου μέσα στο μοντέλο.

Η ιδανική τιμή εγκατάλειψης x_A υπολογίζεται ώστε να μεγιστοποιηθεί το δεξί μέρος της εξίσωσης (3.α.1.4) από τον εξής τύπο:

$$x_A(q) = \frac{\gamma}{\gamma-1} \cdot \frac{s \cdot I(q,F)}{v \cdot q} \geq \theta \quad (3.α.1.5)$$

για συγκεκριμένο q . Σημειώνεται πως η τιμή εγκατάλειψης είναι συνάρτηση μιας μεταβλητής, της q .

Αφού έχουμε ορίσει πλέον όλα τα παραπάνω μεγέθη μπορούμε να διαμορφώσουμε το πρόβλημα βελτιστοποίησης της συμμετρικής επένδυσης ως εξής:

$$\max_{q,x} H(q, x_I, F) \quad (3.α.1.6)$$

Όπου

$$H(q, x_I, F) = \{V(q, x_I) - I(q, F)\} \cdot x_I^{-\beta} \quad (3.α.1.7)$$

Συμβολίζουμε με «*» την βέλτιστη τιμή για κάθε μεταβλητή που προκύπτει από την επίλυση του προβλήματος. Η βέλτιστη στρατηγική επένδυσης (q^* , x_I^*) προκύπτει από τη λύση της ακόλουθης εξίσωσης:

$$C'(q^*) = \frac{\beta}{\beta-1} \cdot \frac{I(q^*, F)}{q^*} \quad (3.α.1.8)$$

Και το x_I^* προκύπτει από τη λύση της ακόλουθης εξίσωσης:

$$x_I^* = \frac{\beta}{\beta-1} \cdot \frac{1}{vq^*} [I(q^*, F) - \frac{\beta-\gamma}{\beta} \cdot \left(\frac{x_I^*}{x_A(q^*)}\right)^\gamma \cdot (s \cdot I(q^*, F) - v \cdot q^* \cdot x_A(q^*))] \quad (3.α.1.9)$$

Είναι σημαντικό να σημειωθεί σε αυτό το σημείο πως η βέλτιστη ποσότητα επένδυσης q^* λαμβάνεται από την σχέση (3.α.1.8) και δεν εξαρτάται από την τιμή επένδυσης x_I^* επομένως για τη λύση του προβλήματος πρώτα λύνεται η εξίσωση (3.α.1.8) και στη συνέχεια αντικαθιστούμε την τιμή της ποσότητας στην εξίσωση (3.α.1.9) για να υπολογίσουμε την βέλτιστη τιμή επένδυσης x_I^* . Η πιο σημαντική

ιδιότητα της παραπάνω λύσης είναι πως η βέλτιστη ποσότητα επένδυσης q δεν εξαρτάται από την αναστρεψιμότητα s στην περίπτωση της συμμετρικής πληροφόρησης.

Με βάση τα q^* και x_1^* η εκ των προτέρων αξία της επένδυσης για τον ιδιοκτήτη στη συμμετρική περίπτωση επένδυσης, που στο εξής θα συμβολίζουμε με $O^*(x)$, δίνεται από τη σχέση:

$$O^*(x) = x^B \cdot H(q^*, x_1^*, F) > 0 \quad (3.a.1.10)$$

Η παραπάνω λύση θα χρησιμοποιηθεί στη συνέχεια ως μέτρο σύγκρισης για τα δύο μοντέλα, αυτό της ασύμμετρης πληροφόρησης και αυτό της δαπανηρής αναστρεψιμότητας.

3.a.2 Μοντέλο Ασύμμετρης Πληροφόρησης

Η ανάλυση του μοντέλου επένδυσης υπό ασύμμετρη πληροφόρηση βασίζεται στην έρευνα των Cui και Shibata (2017).

3.a.2.1 Set-up

Στα πλαίσια της έρευνάς τους οι Cui και Shibata υποθέτουν πως η ασυμμετρία πληροφόρησης αφορά το σταθερό κόστος της επένδυσης. Για την ύπαρξη της ασυμμετρίας λοιπόν θεωρούν πως το σταθερό κόστος F μπορεί να λάβει δύο πιθανές τιμές: τις F_1 και F_2 , για τις οποίες ισχύει $F_2 > F_1 > 0$. Ορίζουμε το μέγεθος της ασυμμετρίας ως $\Delta F = F_2 - F_1$. Στο εξής θα ονομάζουμε την περίπτωση όπου $F = F_1$ «περίπτωση χαμηλού κόστους» και την περίπτωση όπου $F = F_2$ «περίπτωση υψηλού κόστους». Θεωρείται πως η πιθανότητα να εμφανιστεί κόστος F_1 είναι εξωγενής, δηλαδή δεν εξαρτάται από την ίδια την επιχείρηση και τη συμβολίζουμε ως $p(F_i) = p_i$ και προφανώς ισχύει $p_1 + p_2 = 1$.

Ουσιαστικά λοιπόν για να γίνει η σύγκριση μεταξύ του συμμετρικού μοντέλου πρέπει να υπολογιστούν δύο συμμετρικές λύσεις, μία για σταθερό κόστος $F = F_1$ και μία για σταθερό κόστος $F = F_2$ αφού όπως έχουμε ήδη αναφέρει η κάθε λύση εξαρτάται από την τιμή του σταθερού κόστους F . Αυτό σημαίνει ότι στα πλαίσια του προβλήματος αυτού η συνάρτηση αξίας αμέσως μετά την πραγματοποίηση της επένδυσης που δίνεται από τη σχέση (3.a.1.3) και (3.a.1.4) πλέον θα γράφεται ως:

$$V(q_i, x_{Ai}) = \sup_{t_{Ai}} E^{x_{Ai}} \left[\int_{t_{Ai}}^{t_{Ai}} e^{-r(t-t_{Ai})} \cdot q_i \cdot X_t dt + e^{-r(t_{Ai}-t_{Ai})} \cdot s \cdot I(q_i, F_1) \right] \quad (3.α.2.1.1)$$

και

$$V(q_i, x_{Ai}) = \max_{x_{Ai}} v \cdot q_i \cdot x_{Ai} + (s \cdot I(q_i, F_1) - v \cdot q_i \cdot x_{Ai}) \cdot \left(\frac{x_{Ai}}{x_{Ai}} \right)^\gamma \quad (3.α.2.1.2)$$

ενώ η τιμή εγκατάλειψης δίνεται από τη σχέση:

$$x_{Ai}(q_i) = \frac{\gamma}{\gamma-1} \cdot \frac{s \cdot I(q_i, F_1)}{v \cdot q_i} \geq 0 \quad (3.α.2.1.3)$$

για $i \in \{1,2\}$.

Πλέον το πρόβλημα της συμμετρικής επένδυσης πρέπει να διαμορφωθεί με τέτοιο τρόπο ώστε να περιλαμβάνει και τις δύο περιπτώσεις κόστους. Επομένως το πρόβλημα βελτιστοποίησης πλέον διατυπώνεται ως εξής:

$$\max_{q_1, q_2, x_{I1}, x_{I2}} p_1 \cdot H(q_1, x_{I1}, F_1) + p_2 \cdot H(q_2, x_{I2}, F_2) \quad (3.α.2.1.4)$$

$$\text{με } H(q_i, x_{Ii}, F_i) = \{V(q_i, x_{Ii}) - I(q_i, F_i)\} \cdot x_{Ii}^{-\beta} \quad (3.α.2.1.5)$$

Αντίστοιχα η στρατηγική επένδυσης βρίσκεται από τις σχέσεις:

$$C'(q_i^*) = \frac{\beta}{\beta-1} \cdot \frac{I(q_i^*, F_i)}{q_i^*} \quad (3.α.2.1.6)$$

και

$$x_{Ii}^* = \frac{\beta}{\beta-1} \cdot \frac{1}{v q_i^*} \left[I(q_i^*, F_i) - \frac{\beta-\gamma}{\beta} \cdot \left(\frac{x_{Ii}^*}{x_{Ai}(q_i^*)} \right)^\gamma \cdot (s \cdot I(q_i^*, F_i) - v \cdot q_i^* \cdot x_{Ai}(q_i^*)) \right] \quad (3.α.2.1.7)$$

για $i \in \{1,2\}$.

Σε αυτήν την περίπτωση η εκ των προτέρων αξία της επένδυσης δίνεται από τη σχέση

$$O^*(x) = x^\beta \cdot (p_1 \cdot H(q_1^*, x_{I1}^*, F_1) + p_2 \cdot H(q_2^*, x_{I2}^*, F_2)) > 0 \quad (3.α.2.1.8)$$

3.α.2.2 Το πρόβλημα ασύμμετρης πληροφόρησης

Παρουσιάζουμε στην συνέχεια τη βασική έννοια του προβλήματος επένδυσης υπό ασύμμετρη πληροφόρηση. Όπως προαναφέραμε το πρόβλημα δημιουργείται λόγω της μεταβίβασης της απόφασης για την επένδυση από τον ιδιοκτήτη της εταιρείας στον διευθυντή και των διαφορετικών πληροφοριών που οι δύο τους έχουν

στη διάθεσή τους. Θεωρούμε λοιπόν πως στην περίπτωση που μελετάμε η απόφαση της επένδυσης μεταβιβάζεται στον manager από τον ιδιοκτήτη. Και οι δυο τους έχουν στόχο τη μεγιστοποίηση του προσωπικού κέρδους από την επένδυση, κάτι που μεταφράζεται σε χρηματικές απολαβές για τον manager και κέρδη για την επιχείρηση για τον ιδιοκτήτη. Η ουσιαστική διαφορά μεταξύ των δύο είναι πως ενώ και οι δύο μπορούν να παρακολουθήσουν τις ταμειακές ροές που προκύπτουν από την επένδυση, μόνο ο manager γνωρίζει το πραγματικό σταθερό κόστος της. Έτσι γεννάται η ασυμμετρία των πληροφοριών. Ο διευθυντής επομένως μπορεί να γνωρίζει ότι το πραγματικό σταθερό κόστος της επένδυσης είναι το F_1 (χαμηλό κόστος), ωστόσο να δηλώσει πως το σταθερό κόστος είναι F_2 (υψηλό κόστος) προκειμένου να επωφεληθεί από την διαφορά ΔF εις βάρος του ιδιοκτήτη. Για να αποφύγει ο ιδιοκτήτης κάτι τέτοιο θα πρέπει να βρει έναν τρόπο να παρακινήσει τον διευθυντή να του αποκαλύψει το πραγματικό σταθερό κόστος της επένδυσης. Ένας τρόπος που προτείνουν οι Cui και Shibata στη μελέτη τους είναι η παροχή κινήτρου με τη μορφή χρηματικού bonus.

Ακολουθώντας την παραπάνω συλλογιστική πορεία κάνουμε την εξής υπόθεση: Τη χρονική στιγμή t_0 ο ιδιοκτήτης και ο διευθυντής υπογράφουν ένα συμβόλαιο με το οποίο επισημοποιείται η μεταβίβαση της απόφασης της επένδυσης από τον ιδιοκτήτη στον διευθυντή με και η παροχή ενός χρηματικού bonus στο manager τη στιγμή της επένδυσης. Αφού το συμβόλαιο υπογραφεί δεν μπορεί να γίνει επαναδιαπραγμάτευση. Συμβολίζουμε με $w_i = w(F_i)$ το bonus. Θα αποδειχτεί στη συνέχεια πως το bonus είναι σε κάθε περίπτωση μικρότερο από την ασυμμετρία ΔF επομένως συμφέρει τον ιδιοκτήτη να το παρέχει στον διευθυντή.

Με βάση τα παραπάνω το συμβόλαιο τελικά θα περιλαμβάνει τη στρατηγική επένδυσης και το bonus, άρα έχουμε τρεις μεταβλητές ελέγχου, τις $(q(F_i), x_i(F_i), w(F_i))$, $i \in \{1,2\}$.

Συνοψίζοντας, τη χρονική στιγμή 0 ο ιδιοκτήτης και ο διευθυντής υπογράφουν ένα συμβόλαιο. Κανένας εκ των δύο δε γνωρίζει την πραγματική τιμή του σταθερού κόστους F . Αφού το υπογράψουν ο διευθυντής παρακολουθεί την πραγματική τιμή του ενώ ο ιδιοκτήτης όχι. Και οι δύο όμως παρακολουθούν την τιμή πώλησης ανά μονάδα προϊόντος X_t . Επειδή το συμβόλαιο περιλαμβάνει το bonus του διευθυντή, τη χρονική στιγμή της επένδυσης ο διευθυντής δηλώνει την πραγματική τιμή του F .

Γνωρίζοντας το F_i η αξία του ιδιοκτήτη τη χρονική στιγμή t_0 δίνεται από τη σχέση:

$$\sup_{q_i, t_{ii}, w_i} E^x [e^{-rt_{ii}} \cdot \{V(q_i, x_{Ii}) - I(q_i, F_i) - w_i\}] \quad (3.a.2.2.1)$$

Και πάλι με τη βοήθεια των σχέσεων των Dixit και Pindyck (1994) η παραπάνω σχέση ξαναγράφεται ως:

$$\max_{q_i, x_{Ii}, w_i} \{V(q_i, x_{Ii}) - I(q_i, F_i) - w_i\} \cdot \left(\frac{x_{Ii}}{x_{Ai}}\right)^\beta \quad (3.a.2.2.2)$$

Όπου $x < x_{Ii}$ και $\beta = 1/2 - \mu/\sigma^2 + ((1/2 - \mu/\sigma^2)^2 + 2 \cdot r/\sigma^2)^{1/2} > 1$. Είναι πολύ σημαντικό να σημειωθεί σε αυτό το σημείο πως ο όρος $(x_{Ii}/x_{Ai})^\beta = E^{x_{Ii}} [e^{-r \cdot t_{ii}}]$ λαμβάνει υπόψη την παρούσα αξία και την πιθανότητα μιας χρηματικής μονάδας που λήφθηκε τη χρονική στιγμή όπου η τιμή X_t , ξεκινώντας από την τιμή x_0 , να φτάσει για πρώτη φορά την τιμή x_{Ii} . Είναι δηλαδή ένας συντελεστής που κάνει αναγωγή του μεγέθους στο παρόν προκειμένου να μη χρειαστεί να εμπλακεί και η παράμετρος του χρόνου μέσα στο μοντέλο.

Συμπερασματικά το πρόβλημα βελτιστοποίησης της επένδυσης διατυπώνεται ως εξής:

$$\max_{q_1, q_2, x_{I1}, x_{I2}, w_1, w_2} \sum_{i=1,2} p_i \cdot \{V(q_i, x_{Ii}) - I(q_i, F_i) - w_i\} \cdot \left(\frac{x_{Ii}}{x_{Ai}}\right)^\beta \quad (3.a.2.2.3)$$

Υπό τους περιορισμούς:

$$w_1 \cdot \left(\frac{x}{x_{I1}}\right)^\beta \geq (w_2 + \Delta F) \cdot \left(\frac{x}{x_{I2}}\right)^\beta \quad (3.a.2.2.4)$$

$$w_2 \cdot \left(\frac{x}{x_{I2}}\right)^\beta \geq (w_1 - \Delta F) \cdot \left(\frac{x}{x_{I1}}\right)^\beta \quad (3.a.2.2.5)$$

$$p_1 \cdot w_1 \cdot \left(\frac{x}{x_{I1}}\right)^\beta + p_2 \cdot w_2 \cdot \left(\frac{x}{x_{I2}}\right)^\beta \geq 0 \quad (3.a.2.2.6)$$

$$w_1 \geq 0, \quad i \in \{1, 2\} \quad (3.a.2.2.7)$$

Η αντικειμενική συνάρτηση (3.a.2.2.3) είναι η εκ των προτέρων αξία της επένδυσης για τον ιδιοκτήτη. Οι περιορισμοί (3.a.2.2.4) και (3.a.2.2.5) είναι περιορισμοί για το bonus του manager στις περιπτώσεις F_1 και F_2 αντίστοιχα. Για παράδειγμα, στη σχέση (3.a.2.2.4) ο διευθυντής παρατηρεί πως το σταθερό κόστος

είναι F_1 και το bonus που λαμβάνει είναι $w_1 \cdot (x/x_{11})^\beta$ αν δηλώσει πως το κόστος είναι πράγματι F_1 και $(w_2 + \Delta F) \cdot (x/x_{12})^\beta$ αν δηλώσει πως είναι F_2 . Επομένως αν ισχύει η σχέση (3.α.2.2.4) ο διευθυντής δεν έχει κίνητρο να δηλώσει ψευδώς F_2 . Παρόμοια, αν παρατηρήσει πως το σταθερό κόστος είναι F_2 ισχύει η σχέση (3.α.2.2.5). Στη σχέση (3.α.2.2.6) το αριστερό μέλος είναι η εκ των προτέρων αξία της επένδυσης για τον manager που στο εξής θα συμβολίζεται ως $M(x)$. Η σχέση (3.α.2.2.7) εξασφαλίζει πως ο διευθυντής θα έχει κίνητρο να δεχτεί το συμβόλαιο, αφού το bonus του θα είναι μεγαλύτερο του 0.

Το μοντέλο των Cui και Shibata χαρακτηρίζεται από το τρίπτυχο ασύμμετρη πληροφόρηση - ενδογενής ποσότητα - αναστρέψιμη επένδυση και συμπεριλαμβάνει δύο προϋπάρχοντα μοντέλα: αυτά των Grenadier και Wang (2005) και Wong (2010). Αν ισχύει $s = 0$ (μη αναστρέψιμη επένδυση) και η ποσότητα q_1 είναι εξωγενής ποσότητα, δηλαδή δεν αποφασίζεται από την ίδια την εταιρεία που πραγματοποιεί την επένδυση, τότε το μοντέλο είναι ισοδύναμο με αυτό των Grenadier και Wang (2005). Αν $p_1 = 1$ τότε οι περιορισμοί (3.α.2.2.4) και (3.α.2.2.5) δεν χρειάζονται και επίσης το bonus w_i θα ισούται με 0. Το μοντέλο θα είναι ίδιο με αυτό του Wong (2010), δηλαδή το συμμετρικό μοντέλο που έχει παρουσιαστεί.

3.α.2.3 Λύση του μοντέλου ασύμμετρης πληροφόρησης

Στην παρούσα υποπαράγραφο παρουσιάζουμε τη συλλογιστική πορεία αλλά και τη λύση στην οποία μας οδήγησε.

Το βέλτιστο συμβόλαιο μεταξύ ιδιοκτήτη και διευθυντή μπορεί να βρεθεί μέσα από την ανάλυση των περιορισμών του προβλήματος βελτιστοποίησης, όπως αυτοί παρουσιάστηκαν στην προηγούμενη υποπαράγραφο. Ενώ παρουσιάστηκαν πέντε περιορισμοί για το πρόβλημα θα αποδείξουμε πως μόνο δύο από αυτούς είναι δεσμευτικοί για το πρόβλημα σε τρία βήματα:

1. Ο περιορισμός (3.α.2.2.6) ικανοποιείται αυτόματα επειδή ο περιορισμός (3.α.2.2.7) υπονοεί ότι ο (3.α.2.2.6) ισχύει αφού το bonus είναι μη αρνητικό και οι πιθανότητες p_1 και p_2 επίσης μη αρνητικές.
2. Σε αντίθεση με τον διευθυντή που παρατηρεί κόστος F_1 (χαμηλό κόστος), ο διευθυντής που παρατηρεί κόστος F_2 (υψηλό κόστος) δεν έχει κίνητρο να δηλώσει ψευδώς κόστος F_1 γιατί σε αυτήν την περίπτωση θα έχει ζημία $-\Delta F <$

0. Επομένως ο περιορισμός (3.α.2.2.5) ικανοποιείται αυτόματα και το bonus σε αυτή την περίπτωση είναι $w_2^{**} = \mathbf{0}$ στην βέλτιστη περίπτωση. Με το σύμβολο ** συμβολίζουμε τις βέλτιστες τιμές στην περίπτωση της ασύμμετρης πληροφόρησης.

3. Ο περιορισμός (3.α.2.2.4) ισχύει ως αυστηρή ανισότητα. Σε αυτή την περίπτωση μειώνοντας το bonus w_1 η αξία για τον ιδιοκτήτη αυξάνεται. Επομένως ο περιορισμός (3.α.2.2.4) είναι δεσμευτικός και ισχύει $w_1^{**} = (x_{I1}^*/x_{I2}^{**})^\beta \cdot \Delta F$ στη βέλτιστη περίπτωση.

Μετά την παραπάνω απλοποίηση των περιορισμών το πρόβλημα βελτιστοποίησης λαμβάνει την τελική του μορφή, η οποία διατυπώνεται ως εξής:

$$\max_{q_1, q_2, x_{I1}, x_{I2}} p_1 \cdot H(q_1, x_{I1}, F_1) + p_2 \cdot H(q_2, x_{I2}, F_2 + \varphi \cdot \Delta F) \quad (3.α.2.3.1)$$

Όπου $\varphi = p_1/p_2 \geq 0$ και $I(q_2, F_2 + \varphi \cdot \Delta F) = F_2 + \varphi \cdot \Delta F + C'(q_2)$. Σημειώνεται εδώ πως διαιρούμε την αντικειμενική συνάρτηση (3.α.2.3.1) με το x^β .

Συμβολίζουμε με «**» την βέλτιστη τιμή για κάθε μεταβλητή που προκύπτει από την επίλυση του προβλήματος.

Το βέλτιστο συμβόλαιο προκύπτει ως εξής:

Πρόταση 1: Θεωρούμε το πρόβλημα ασύμμετρης πληροφόρησης. Η βέλτιστη ποσότητα q_2^{**} και τιμή x_{I2}^{**} δίνονται από τη λύση του συστήματος των δύο ακόλουθων εξισώσεων: (η απόδειξη της πρότασης 1 δίνεται στο παράρτημα Α)

$$C'(q_2^{**}) = \frac{\beta}{\beta-1} \cdot \frac{1}{q_2^{**}} \cdot [I(q_2^{**}, F_2) + \varphi \cdot \Delta F \cdot \left(1 - s \cdot \left(\frac{x_{I2}^{**}}{x_{A2}(q_2^{**})}\right)^\gamma\right)^{-1}] \quad (3.α.2.3.2)$$

Και

$$x_{Ii}^{**} = \frac{\beta}{\beta-1} \cdot \frac{1}{v q_2^{**}} [I(q_2^{**}, F_2) + \varphi \cdot \Delta F - \frac{\beta-\gamma}{\beta} \cdot \left(\frac{x_{I2}^{**}}{x_{A2}(q_2^{**})}\right)^\gamma \cdot (s \cdot I(q_2^{**}, F_2) - v \cdot q_2^{**} \cdot x_{A2}(q_2^{**}))] \quad (3.α.2.3.3)$$

Το βέλτιστο συμβόλαιο που προκύπτει από τη λύση του συστήματος είναι:

$$(x_{I1}^{**}, q_1^{**}, w_1^{**}) = (x_{I1}^*, q_1^*, (x_{I1}^*/x_{I2}^{**})^\beta \cdot \Delta F)$$

$$(x_{I2}^{**}, q_2^{**}, w_2^{**}) = (x_{I2}^{**}, q_2^{**}, \mathbf{0}) \quad (3.α.2.3.4)$$

Στην Πρόταση 1 υπάρχει ένα σημαντικό συμπέρασμα. Προκύπτει πως η επενδυτική στρατηγική στην περίπτωση που το σταθερό κόστος είναι F_1 είναι ίδια για τη συμμετρική περίπτωση και την περίπτωση της ασύμμετρης πληροφόρησης, δηλαδή ισχύει $q_1^{**} = q_1^*$ και $x_{I1}^{**} = x_{I1}^*$ ενώ δεν ισχύει το ίδιο για την περίπτωση που το σταθερό κόστος είναι το υψηλό (F_2), άρα $q_2^{**} \neq q_2^*$ και $x_{I2}^{**} \neq x_{I2}^*$. Η ύπαρξη της ασύμμετρης πληροφόρησης δημιουργεί διαταραχές, οι οποίες αναπαριστώνται με τον όρο $\varphi \cdot \Delta F > 0$, στο μέγεθος της ποσότητας q_2^{**} και της τιμής επένδυσης x_{I2}^{**} . Σημειώνεται πως αν ο όρος $\varphi \cdot \Delta F$ εξισωθεί με 0 τότε οι εξισώσεις (3.α.2.3.2) και (3.α.2.3.3) γίνονται ίδιες με τις (3.α.2.1.6) και (3.α.2.1.7) αντίστοιχα.

3.α.2.4 Ιδιότητες των λύσεων

Μέσα από τη σύγκριση των συμβολαίων της συμμετρικής περίπτωσης και της ασύμμετρης προκύπτουν οι εξής ιδιότητες:

Πρόταση 2: Ισχύουν: (Η απόδειξη της πρότασης 2 δίνεται στο παράρτημα Α)

$$q_2^{**} \geq q_2^*, \quad x_{I2}^{**} \geq x_{I2}^*, \quad 0 \leq w_1^{**} \leq \Delta F, \quad x_{A2}^{**} \geq x_{A2}^*.$$

- Η πρώτη ιδιότητα $q_2^{**} \geq q_2^*$ δείχνει ότι η ποσότητα επένδυσης αυξάνεται στην περίπτωση της ασύμμετρης πληροφόρησης σε σύγκριση με τη συμμετρική περίπτωση.
- Η δεύτερη ιδιότητα $x_{I2}^{**} \geq x_{I2}^*$ δείχνει πως η τιμή επένδυσης είναι μεγαλύτερη επομένως η επένδυση καθυστερεί σε σύγκριση με την συμμετρική περίπτωση. Με άλλα λόγια όσο αυξάνεται το σταθερό κόστος αυξάνεται και η τιμή επένδυσης επομένως $x_{I1}^* < x_{I2}^*$ και $x_{I1}^* < x_{I2}^{**}$ όμως η διαφορά $x_{I2}^{**} - x_{I1}^* > 0$ είναι μεγαλύτερη από την διαφορά $x_{I2}^* - x_{I1}^* > 0$ άρα ισχύει $x_{I1}^* < x_{I2}^* < x_{I2}^{**}$.
- Η τρίτη ιδιότητα $0 \leq w_1^{**} \leq \Delta F$ δείχνει πως ο ιδιοκτήτης δίνει στον διευθυντή ένα κίνητρο με τη μορφή bonus w_1^{**} που είναι μικρότερο από το μέγεθος της ασυμμετρίας $\Delta F > 0$ ώστε να αποκαλύψει ο δεύτερος το πραγματικό κόστος, γεγονός που συμφέρει οικονομικά τον ιδιοκτήτη.

Τα τρία παραπάνω αποτελέσματα είναι παρόμοια με αυτά των Grenadier και Wang (2005), Shibata και Nishihara (2011) και Cui και Shibata (2017).

- Η τέταρτη ιδιότητα $x_{A2}^{**} \geq x_{A2}^*$ αντιστοιχίζεται με την πρώτη ιδιότητα αφού η τιμή εγκατάλειψης έχουμε ήδη αποδείξει πως είναι αύξουσα συνάρτηση της ποσότητας q_i .

Αν σε αυτό το σημείο παρατηρήσουμε τις σχέσεις (3.α.2.1.6) και (3.α.2.3.2) προκύπτει ένα από τα πιο βασικά συμπεράσματα της μελέτης, πως στη συμμετρική περίπτωση η ποσότητα επένδυσης δεν επηρεάζεται από την αναστρεψιμότητα ενώ στην περίπτωση της ασύμμετρης πληροφόρησης τα δύο μεγέθη δεν είναι πλέον ανεξάρτητα μεταξύ τους. Η παραπάνω παρατήρηση μας οδηγεί στην ακόλουθη πρόταση:

Πρόταση 3: Υποθέτουμε το πρόβλημα επένδυσης με ασύμμετρη πληροφόρηση. Η βέλτιστη ποσότητα q_2^{**} δεν είναι πλέον ανεξάρτητη από το βαθμό της αναστρεψιμότητας s . Συγκεκριμένα, η ποσότητα q_2^{**} αυξάνεται με το s .

Η λογική της πρότασης είναι η εξής: Υπό πλήρη πληροφόρηση, η ποσότητα q_2^* υπολογίζεται απλά λύνοντας την εξίσωση (3.α.2.1.6). Αντιθέτως, υπο ασύμμετρη πληροφόρηση, λόγω του όρου $\varphi \cdot \Delta F > 0$, οι τιμές των q_2^{**} και x_{A2}^{**} υπολογίζονται λύνοντας το σύστημα των δύο εξισώσεων (3.α.2.3.2) και (3.α.2.3.3). Επομένως, η ποσότητα επένδυσης στην ασύμμετρη πληροφόρηση εξαρτάται από το βαθμό αναστρεψιμότητας.

3.α.2.5 Βέλτιστες τιμές και Κοινωνική Ζημία

Σε αυτήν την παράγραφο παρουσιάζονται οι σχέσεις που δίνουν την εκ των προτέρων αξία της επένδυσης για τον ιδιοκτήτη και τον διευθυντή και τα μεγέθη της κοινωνικής ζημίας και της απόκλισης από την πλήρη πληροφόρηση, όπως αυτά ορίζονται από τους Cui και Shibata.

Με βάση τα αποτελέσματα που βρέθηκαν για την επενδυτική στρατηγική σε προηγούμενη παράγραφο, η εκ των προτέρων αξία της επένδυσης για τον διευθυντή δίνεται από τον τύπο:

$$O^{**}(x) = x^B \cdot (p_1 \cdot H(q_1^*, x_{I1}^*, F_1) + p_2 \cdot H(q_2^{**}, x_{I2}^{**}, F_2 + \varphi \cdot \Delta F)) > 0 \quad (3.α.2.5.1)$$

Ενώ η εκ των προτέρων αξία της επένδυσης για τον manager από τον τύπο:

$$M^{**}(x) = p_1 \cdot \left(\frac{x}{x_{12}^{**}}\right)^\beta \cdot \Delta F > 0 \quad (3.a.2.5.2)'$$

Έχει ήδη γίνει μια σύντομη αναφορά στο μέγεθος της κοινωνικής ζημίας. Η κοινωνική ζημία (social loss) ορίζεται ως ένα μέτρο της μη αποδοτικότητας που προκύπτει από την ασυμμετρία πληροφόρησης. Ουσιαστικά χρησιμοποιείται για να συγκρίνει την εκ των προτέρων αξία της επένδυσης για τον ιδιοκτήτη στη περίπτωση συμμετρίας με το άθροισμα της εκ των προτέρων αξίας του ιδιοκτήτη και της εκ των προτέρων αξίας του διευθυντή στην περίπτωση της ασυμμετρίας. Αυτό το μέγεθος χρησιμοποιείται και από τους Grenadier και Wang (2005) στη μελέτη τους. Συμβολίζεται ως: $L(x) = O^*(x) - (O^{**}(x) + M^{**}(x))$. Με βάση τις παραπάνω σχέσεις υπολογίζεται μέσω του τύπου:

$$L(x) = p_2 \cdot (H(q_2^*, x_{12}^*, F_2) - H(q_2^{**}, x_{12}^{**}, F_2)) \geq 0 \quad (3.a.2.5.3)$$

Όπως φαίνεται από τον τύπο της η κοινωνική ζημία της επένδυσης εξαρτάται από την απόσταση των (q_2^{**}, x_{12}^{**}) από τα (q_2^*, x_{12}^*) . Επιπρόσθετα, η κοινωνική ζημία δεν συμπεριλαμβάνει τον όρο $\phi \cdot \Delta F$ άμεσα, αλλά έμμεσα μέσω των q_2^{**} και x_{12}^{**} .

Άλλο ένα μέγεθος που χρησιμοποιείται για να δείξει την απόκλιση μεταξύ ασύμμετρης και συμμετρικής περίπτωσης είναι αυτό που οι Cui και Shibata ονομάζουν απόκλιση από την πλήρη πληροφόρηση (deviation from full information) και το οποίο ορίζεται ως η διαφορά των λόγων μεταξύ τζίρου και κόστους από την συμμετρική στην ασύμμετρη περίπτωση, δηλαδή:

$$R = p_2 \cdot \left(\frac{V(q_2^{**}, x_{12}^{**})}{I(q_2^{**}, F_2)} - \frac{V(q_2^*, x_{12}^*)}{I(q_2^*, F_2)} \right). \quad (3.a.2.5.4)$$

3.α.3 Μοντέλο Δαπανηρής Αναστρεψιμότητας

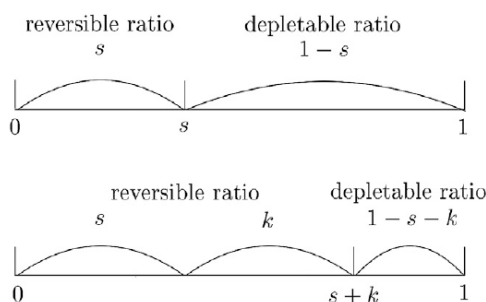
Η ανάλυση του μοντέλου επένδυσης υπό ασύμμετρη πληροφόρηση βασίζεται στην έρευνα των Shibata και Wong (2019).

3.α.3.1 Set-up

Το μοντέλο της δαπανηρής αναστρεψιμότητας, όπως αυτό παρουσιάζεται από τους Shibata και Wong (2019), βασίζεται με τη σειρά του στο συμμετρικό μοντέλο επένδυσης (Wong (2010)). Παρουσιάζει όμως μία ειδοποιό διαφορά. Την ικανότητα της εταιρείας να "αγοράζει" αναστρεψιμότητα έναντι κάποιου προστιθέμενου κόστους.

Στα μοντέλα που έχουν παρουσιαστεί έως τώρα η αναστρεψιμότητα είναι ένα εξωγενές χαρακτηριστικό της επένδυσης, δηλαδή δεν μπορεί να αποφασιστεί η τιμή του από την ίδια την εταιρεία, αλλά διαμορφώνεται ουσιαστικά από την ίδια την αγορά. Αυτό συνεπάγεται ότι η τιμή μεταπώλησης της παραγωγικής μονάδας τη στιγμή της εγκατάλειψης της επένδυσης διαμορφώνεται ως το γινόμενο της αναστρεψιμότητας επί το αρχικό κόστος της επένδυσης ($s \cdot I$) χωρίς να επιφέρει κάποιο επιπλέον κόστος στον επενδυτή. Όπως είδαμε όμως χαμηλή αναστρεψιμότητα επιφέρει πολλές φορές και απροθυμία επένδυσης από τη μεριά του επενδυτή, αφού συνεπάγεται μεγαλύτερο ρίσκο. Στα πλαίσια αυτού οι Shibata και Wong εξετάζουν ένα μοντέλο όπου η επενδύτρια εταιρεία μπορεί να αυξήσει την αναστρεψιμότητα της επένδυσης με τεχνητό τρόπο όπως για παράδειγμα κάνοντας αλλαγές στην παραγωγική μονάδα ώστε να είναι λιγότερο εξειδικευμένη και επομένως πιο δελεαστική για νέους επενδυτές. Προφανώς αυτές οι αλλαγές επιφέρουν κόστος στην επιχείρηση αλλά ταυτόχρονα αυξάνουν την τιμή μεταπώλησης άρα και την αναστρεψιμότητα. Για αυτό το λόγο το μοντέλο ονομάζεται "μοντέλο δαπανηρής αναστρεψιμότητας".

Για να γίνει πιο κατανοητό το μοντέλο χρησιμοποιούμε το παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 3.α.3.1.1: Ποσοστά Αναστρεψιμότητας

Στο πρώτο κομμάτι του σχήματος 3.α.3.1.1 παρουσιάζεται το πως λειτουργεί η αναστρεψιμότητα στο συμμετρικό μοντέλο του Wong (2010). Το κομμάτι $s \cdot I$ είναι το αναστρέψιμο ενώ το $(1-s) \cdot I$ ονομάζεται εξαντλούμενο και είναι το κομμάτι που δεν επιστρέφεται στον επενδυτή μετά την εγκατάλειψη της επένδυσης.

Στην πράξη όμως, όταν μια εταιρεία εγκαταλείπει ένα έργο, μπορεί να πουλήσει την μονάδα σε τιμή $(s+k) \cdot I \in [s \cdot I, I]$ προκαλώντας κόστη, με σκοπό να μεγιστοποιήσει την αξία της επένδυσης για την εταιρεία όπου $k \in [0, 1-s]$ το ποσοστό αναστρεψιμότητας το οποίο η εταιρεία μπορεί να αγοράσει έναντι κάποιου κόστους και να το προσθέσει στο ήδη υπάρχον. Το ποσοστό k είναι, σε αντίθεση με το s , ενδογενές, δηλαδή αποφασίζεται από την ίδια την εταιρεία το μέγεθός του με βάση το κόστος του. Ας υποθέσουμε για παράδειγμα πως μια παραγωγική μονάδα (εγκαταστάσεις, εξοπλισμός) είναι εξειδικευμένη για μια εργασία, πράγμα που υπονοεί ότι έχει μια τιμή μεταπώλησης $s \cdot I$ χωρίς επιπλέον κόστος. Η συνολική αξία της επένδυσης για την επιχείρηση μπορεί να αυξηθεί τη στιγμή της εγκατάλειψης, αυξάνοντας την τιμή μεταπώλησης από $s \cdot I$ σε $(s+k) \cdot I$ μεταβάλλοντας τη μονάδα από εξειδικευμένη σε γενικής χρήσης με τα κόστη που συμπεριλαμβάνονται (δαπανηρή αναστρεψιμότητα). Επομένως, η εταιρεία έχει πλέον τη δυνατότητα να πουλήσει τη μονάδα στην τιμή $(s+k) \cdot I$ όπως φαίνεται στο κάτω μέρος του σχήματος 3.α.3.1.1.

Σύμφωνα με τους Abel και Eberly (1994) και τους Chirinko και Schaller (2009) το ποσοστό k ονομάζεται ποσοστό δαπανηρής αναστρεψιμότητας (costly reversible ratio) ή μη αναστρέψιμο ποσοστό (irreversible ratio), ενώ το s ποσοστό μη δαπανηρής αναστρεψιμότητας (costless reversible ratio). Το μοντέλο της δαπανηρής αναστρεψιμότητας ταιριάζει καλύτερα με τα παρόντα εμπειρικά ευρήματα όπως για παράδειγμα αυτά των Ramey και Shapiro (2001).

Για το μοντέλο της δαπανηρής αναστρεψιμότητας ισχύουν οι ίδιες παραδοχές σχετικά με την τιμή πώλησης του παραγόμενου προϊόντος και τη συνάρτηση κόστους. Δηλαδή η τιμή ακολουθεί την γεωμετρική κίνηση Brown (Geometric Brownian Motion) και η ελαστικότητα του κόστους επένδυσης αυξάνεται όσο αυξάνεται η ποσότητα επένδυσης (βλέπε παραδοχές συμμετρικής περίπτωσης). Προστίθεται όμως μια νέα παράμετρος, το κόστος που επιφέρει το ποσοστό δαπανηρής αναστρεψιμότητας k . Για το κόστος αυτό ορίζεται μια νέα συνάρτηση που

θα συμβολίζεται με $g(k) \geq 0$. Θα μπορούσαμε να πούμε πως αυτό το κόστος είναι το κόστος που προκύπτει από το marketing της επιχείρησης ή πως αντιπροσωπεύει το κόστος του να βρεθεί αγοραστής που να ταιριάζει με την υψηλή εξειδίκευση της παραγωγικής μονάδας και του κεφαλαίου γενικότερα.

Η συνάρτηση $g(k)$ θεωρείται πως θα πρέπει να ικανοποιεί τέσσερις συνθήκες:

$$1. g(0) = 0 \quad 2. g'(k) > 0 \quad 3. g''(k) > 0 \quad 4. \lim_{k \rightarrow 1} g(k) = +\infty$$

Η πρώτη συνθήκη δηλώνει πως το κόστος της δαπανηρής αναστρεψιμότητας είναι μηδενικό αν η εταιρεία αποφασίσει να μην υιοθετήσει τη στρατηγική αυτή ($k = 0$). Η δεύτερη και η τρίτη πως η συνάρτηση $g(k)$ είναι αύξουσα και κυρτή και η τέταρτη πως το $k < 1$, δηλαδή το να επαναφέρει η εταιρεία την παραγωγική μονάδα στην αρχική τιμή πώλησής της ενώ θα είχε μηδενική αξία μεταπώλησης υπό κανονικές συνθήκες θα επιφέρει ένα τεράστιο κόστος το οποίο δεν μπορεί να πληρώσει. Είναι πολύ σημαντικό το γεγονός πως το k αποφασίζεται ενδογενώς από την επιχείρηση και συγκεκριμένα το αν το $k = 0$ ή $k \in (0,1)$ εξαρτάται από το αν το κέρδος που αποκομίζει η εταιρεία μέσα από τη δαπανηρή αναστρεψιμότητα είναι μεγαλύτερο από το κόστος της. Με άλλα λόγια, το πρόσθετο κέρδος που αποκομίζει η εταιρεία από τη στρατηγική αυτή δίνεται από το γινόμενο $k \cdot I$ και θα πρέπει αυτό να είναι μεγαλύτερο από το κόστος της δηλαδή το $g(k)$ προκειμένου να την υιοθετήσει.

Για τις χρονικές στιγμές επένδυσης ισχύουν και σε αυτήν την περίπτωση τα όσα ισχύουν και για τις δύο προηγούμενες, δηλαδή η επένδυση πραγματοποιείται την πρώτη φορά που η τιμή του αγαθού φτάσει κάποια μέγιστη τιμή και η εγκατάλειψη την πρώτη στιγμή που η τιμή του αγαθού λάβει κάποια ελάχιστη τιμή. Άρα $T_I = \inf\{t \geq 0 \mid X(t) \geq x_I\}$ και $T_A = \inf\{t \geq T_I \mid X(t) \leq x_A\}$ όπου x_I και x_A οι τιμές επένδυσης και εγκατάλειψης αντίστοιχα. Όπως και πριν θεωρούμε πως μεγαλύτερη τιμή επένδυσης x_I σημαίνει καθυστέρηση της επένδυσης.

Συνοψίζοντας, οι Shibata και Wong καταλήγουν πως το πρόβλημα βελτιστοποίησης της επένδυσης στην περίπτωση της δαπανηρής αναστρεψιμότητας έχει τέσσερις βασικές μεταβλητές ή μεταβλητές ελέγχου: τις x_I , x_A , q και k . Οι μεταβλητές x_I και q αποφασίζονται έτσι ώστε να μεγιστοποιείται η αξία της επιχείρησης πριν την επένδυση ενώ οι x_A και k για να μεγιστοποιείται η εκ των υστέρων αξία.

3.α.3.2 Λύση του μοντέλου δαπανηρής αναστρεψιμότητας

Σε αυτή την υποενότητα θα δοθεί η διαμόρφωση του προβλήματος επένδυσης με δαπανηρή αναστρεψιμότητα των Shibata και Wong και η λύση του. Η λύση θα δοθεί με αντίστροφη φορά, δηλαδή πρώτα θα βρεθεί η βέλτιστη τιμή και στρατηγική εγκατάλειψης και στη συνέχεια η βέλτιστη στρατηγική επένδυσης.

Αρχικά δίνεται η συνάρτηση αξίας της επένδυσης μετά την εκτέλεσή της:

$$V(X(t),q) = \sup_{t_{Ai}} E^{X(t)} \left[\int_t^{T_A} e^{-r(t-T_A)} \cdot q \cdot X(t) dt + e^{-r(T_A-t)} \cdot ((s+k) \cdot I(q) - g(k)) \right] \quad (3.α.3.2.1)$$

Σε αντιστοιχία με το συμμετρικό μοντέλο και το μοντέλο της ασύμμετρης πληροφόρησης, ο πρώτος όρος μέσα στην παρένθεση αντιπροσωπεύει τις ταμειακές ροές της επιχείρησης ενώ ο δεύτερος την εναπομένουσα αξία τη στιγμή της εγκατάλειψης της επένδυσης. Προσοχή πρέπει να δοθεί στο γεγονός πως σε αυτήν την περίπτωση αντί για s στην αναστρεψιμότητα έχουμε τον όρο $(s+k)$ αφού έχει αυξηθεί η αναστρεψιμότητα και επίσης έχει αφαιρεθεί το κόστος της δαπανηρής αναστρεψιμότητας $g(k)$ από την εναπομένουσα αξία της επένδυσης.

Και σε αυτή την περίπτωση χρησιμοποιούνται οι σχέσεις των Dixit και Pindyck (1994) για να απλοποιηθεί η συνάρτηση αξίας στην ακόλουθη μορφή:

$$V(X(t),q) = \max_{x_{Ai}} v \cdot q \cdot X(t) + ((s+k) \cdot I(q) - g(k) - v \cdot q \cdot x_A) \cdot \left(\frac{X(t)}{x_A} \right)^\gamma \quad (3.α.3.2.2)$$

για κάθε $X(t) > x_A$ και $q \geq 0$ όπου $v = 1/(r-\mu)$ και $\gamma = \frac{1}{2} - \frac{\mu}{\sigma^2} - ((1/2 - \mu/\sigma^2)^2 + 2 \cdot r/\sigma^2)^{1/2} < 0$.

Για το k ισχύει η εξής πρόταση:

Πρόταση 4: Το ποσοστό δαπανηρής αναστρεψιμότητας k λαμβάνεται ως εξής: (απόδειξη της πρότασης στο παράρτημα Β)

$$k(q) = \begin{cases} 1 - s, & \text{if } I(q) \in [g'(1-s), +\infty) \\ g'^{-1}(I(q)), & \text{if } I(q) \in [g'(0), g'(1-s)) \\ 0, & \text{if } I(q) \in (-\infty, g'(0)) \end{cases} \quad (3.α.3.2.3)$$

Παρατηρεί κανείς σε αυτό το σημείο πως το ποσοστό δαπανηρής αναστρεψιμότητας είναι συνάρτηση του κόστους επένδυσης και κατά συνέπεια συνάρτηση της ποσότητας επένδυσης q . Για το ποσοστό αυτό, σύμφωνα με τη σχέση (3.α.3.2.3) ισχύουν τα εξής: Αν το κόστος εγκατάστασης της παραγωγικής μονάδας είναι αρκετά υψηλό, δηλαδή $I(q) \in [g'(1-s), +\infty)$ η εταιρεία επιλέγει τη στρατηγική της δαπανηρής αναστρεψιμότητας με την οποία επιτυγχάνει πλήρη αναστρεψιμότητα (δηλαδή $s + k(q) = 1$). Αν το κόστος επένδυσης είναι υψηλό, δηλαδή $I(q) \in [g'(0), g'(1-s))$, η εταιρεία επιλέγει την δαπανηρή αναστρεψιμότητα ($k(q) > 0$ και $(s + k) \in (0,1)$). Σε διαφορετική περίπτωση, δεν συμφέρει την εταιρεία να υιοθετήσει τη στρατηγική αυτή και επομένως ισχύει $k(q)=0$.

Η βέλτιστη τιμή εγκατάλειψης $x_A(q,k(q))$, επομένως, θα είναι:

$$x_A(q, k(q)) = \frac{\gamma}{\gamma-1} \cdot \frac{1}{vq} \cdot \left((s + k(q)) \cdot I(q) - g(k(q)) \right) \geq 0 \quad (3.α.3.2.4)$$

Παρατηρούμε πως η τιμή εγκατάλειψης x_A είναι συνάρτηση των q και $k(q)$. Για τη συνέχεια θα συμβολίσουμε με $\mathbf{q}_0 = \mathbf{q}$ και $\mathbf{x}_{A0} = \mathbf{x}_A(\mathbf{q}_0, \mathbf{0})$ την ποσότητα και την τιμή επένδυσης για την ακραία περίπτωση όπου $k(q) = 0$. Όταν το ποσοστό δαπανηρής αναστρεψιμότητας είναι μηδενικό, προφανώς το πρόβλημα είναι ισοδύναμο με το συμμετρικό πρόβλημα επένδυσης.

Συμβολίζουμε με $E(x)$ την εκ των προτέρων αξία της επένδυσης. Η αξία αυτή δίνεται από την εξής σχέση:

$$E(x) = \sup E^x [e^{-rT_I} \{V(X(T_I), q) - I(q)\}] \quad (3.α.3.2.5)$$

όπου $X(0) = x$. Από την σχέση (3.2.2.2.1) παράγεται η ακόλουθη σχέση για το $E(x)$:

$$E(x) = \max J(x_I, q) \cdot x^\beta \quad (3.α.3.2.6)$$

όπου $x < x_I$, $\beta = 1/2 - \mu/\sigma^2 + ((1/2 - \mu/\sigma^2)^2 + 2 \cdot r/\sigma^2)^{1/2} > 1$, και J η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος βελτιστοποίησης και

$$J(x_I, q) = x_I^{-\beta} \cdot \{V(x_I, q) - I(q)\} \quad (3.a.3.2.7)$$

Στη συνέχεια θα δοθούν οι σχέσεις μέσα από τις οποίες βρίσκουν οι Shibata και Wong τη βέλτιστη στρατηγική επένδυσης. Εφόσον υπάρχουν τρεις περιπτώσεις για την τιμή του ποσοστού δαπανηρής αναστρεψιμότητας k με βάση την τιμή του κόστους επένδυσης, αντίστοιχα θα υπάρχουν και τρεις περιπτώσεις για τη βέλτιστη στρατηγική.

Συμβολίζουμε με $*$ τις βέλτιστες λύσεις του προβλήματος.

Πρόταση 5: (Απόδειξη στο παράρτημα Β)

1. Για την περίπτωση που $I(q_0^*) \in (0, g'(0)]$ έχουμε $k^* = 0$ και $x_{A0}^* = x_A(q_0^*, 0) \geq 0$. Στην περίπτωση αυτή το q_0^* βρίσκεται από τη λύση της εξίσωσης:

$$\frac{q_0^* \cdot I'(q_0^*)}{I(q_0^*)} = \frac{\beta}{\beta - 1} \quad (3.a.3.2.8)$$

και το x_{I0}^* λαμβάνεται από τη λύση της ακόλουθης εξίσωσης:

$$(\beta - 1) \cdot v \cdot q_0^* \cdot x_{I0}^* + (\beta - \gamma) \cdot \left(\frac{x_{I0}^*}{x_{A0}^*}\right)^\gamma (sI(q_0^*) - v \cdot q_0^* \cdot x_{A0}^*) - \beta \cdot I(q_0^*) = 0 \quad (3.a.3.2.9)$$

2. Για την περίπτωση που $I(q^*) \in (g'(0), g'(1 - s))$, τα x_I^* και q^* βρίσκονται από τη λύση του συστήματος των δύο ακόλουθων εξισώσεων:

$$v \cdot x_I^* + \left(\frac{x_I^*}{x_A^*}\right)^\gamma \cdot ((s + k^*) \cdot I'(q^*) - v \cdot x_A^*) - I'(q^*) = 0 \quad (3.a.3.2.10)$$

$$(\beta - 1) \cdot v \cdot q^* \cdot x_I^* + (\beta - \gamma) \cdot \left(\frac{x_I^*}{x_A^*}\right)^\gamma \cdot ((s + k^*) \cdot I(q^*) - g(k^*) - v \cdot q^* \cdot x_A^*) - \beta \cdot I(q^*) = 0 \quad (3.a.3.2.11)$$

όπου $k^* = g'^{-1}(I(q^*)) \in (0, 1 - s)$ και $x_A^* = x_A(q^*, k^*) > 0$.

3. Για την περίπτωση που $I(q^*) \in [g'(1 - s), +\infty)$, τα x_I^* και q^* βρίσκονται από τη λύση του συστήματος των δύο ακόλουθων εξισώσεων:

$$v \cdot x_I^* + \left(\frac{x_I^*}{x_A^*}\right)^\gamma \cdot (I'(q^*) - v \cdot x_A^*) - I'(q^*) = 0 \quad (3.a.3.2.12)$$

$$(\beta - 1) \cdot v \cdot q^* \cdot x_I^* + (\beta - \gamma) \cdot \left(\frac{x_I^*}{x_A^*}\right)^\gamma \cdot (I(q^*) - g(1-s) - v \cdot q^* \cdot x_A^*) - \beta \cdot I(q^*) = 0 \quad (3.a.3.2.13)$$

όπου $k^* = 1 - s > 0$ και $x_A^* = x_A(q^*, 1 - s) > 0$.

Επομένως η εκ των προτέρων αξία της επιχείρησης είναι $E_0(x) = J(x_{I0}^*, q_0^*) \cdot x^\beta$ όπου $x < x_{I0}^*$ για $I(q_0^*) \in (0, g'(0)]$ (ίδιο με την συμμετρική περίπτωση επένδυσης) και $E(x) = J(x_I^*, q^*) \cdot x^\beta$ όπου $x < x_I^*$ για $I(q_0^*) \in (g'(0), +\infty)$

Ενδιαφέρον είναι πως στην περίπτωση που $k = 0$, δηλαδή την περίπτωση συμμετρίας η ποσότητα επένδυσης βρίσκεται απλά από τη λύση της εξίσωσης (3.a.3.2.8) και στη συνέχεια με αυτήν την τιμή βρίσκεται η βέλτιστη τιμή επένδυσης από την εξίσωση (3.a.3.2.9). Σε κάθε άλλη περίπτωση τα δύο μεγέθη αυτά βρίσκονται από ταυτόχρονη επίλυση συστήματος δύο εξισώσεων.

Για να ολοκληρωθεί το μοντέλο χρειάζεται να γίνουν και δύο ακόμα παραδοχές σχετικά με τα κόστη επένδυσης και δαπανηρής αναστρεψιμότητας.

Όσον αφορά το κόστος επένδυσης υποθέτουμε πως η συνάρτησή του θα είναι:

$$I(q) = F + q^2 > 0, \quad (3.a.3.2.14)$$

όπου $F > 0$ το σταθερό κόστος επένδυσης. Υπενθυμίζουμε πως για το κόστος επένδυσης ισχύουν οι ίδιες παραδοχές με τα προηγούμενα μοντέλα.

Η συνάρτηση του κόστους της δαπανηρής αναστρεψιμότητας $g(k)$ υποθέτουμε πως δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$g(k) = a \cdot \frac{k}{1-k} \geq 0, \quad (3.a.3.2.15)$$

Στην μελέτη τους οι Shibata και Wong ονομάζουν το a cost efficiency of costly reversibility που κατά λέξη μεταφράζεται ως αποδοτικότητα κόστους της δαπανηρής αναστρεψιμότητας, ωστόσο αντιπροσωπεύει το αντίθετο, δηλαδή τη μη αποδοτικότητα. Όσο μεγαλύτερη είναι, δηλαδή, η τιμή του a τόσο λιγότερο αποδοτική είναι η στρατηγική δαπανηρής αναστρεψιμότητας.

Για την σχέση (3.a.3.2.15) ισχύουν οι σχέσεις:

$$g(0) = 0 \quad g'(k) > 0 \quad g''(k) > 0 \quad \text{για κάθε } k \geq 0$$

$$\lim_{k \rightarrow 1} g(k) = +\infty.$$

$$g'(k) = a/(1-k)^2 \quad g'(1-s) = a/s^2 \quad g'(0) = a.$$

Επομένως με βάση την σχέση (3.α.3.2.3) για το ποσοστό δαπανηρής αναστρεψιμότητας k θα ισχύει:

$$k(q) = \begin{cases} 1-s, & \text{if } I(q) \in [a/s^2, +\infty) \\ 1 - (\frac{a}{F+q^2})^{1/2}, & \text{if } I(q) \in (a, a/s^2) \\ 0, & \text{if } I(q) \in (-\infty, a] \end{cases} \quad (3.α.3.2.16)$$

3.α.3.3 Ιδιότητες των λύσεων

Συγκρίνοντας τα παραπάνω αποτελέσματα με αυτά του συμμετρικού μοντέλου μπορούμε να παρατηρήσουμε τα εξής: Αρχικά όπως είναι προφανές στην περίπτωση που το k ισούται με 0 το μοντέλο μετατρέπεται στο συμμετρικό και ισχύουν οι βασικές του ιδιότητες. Δηλαδή για την ποσότητα επένδυσης q_0^* ισχύει πως είναι ανεξάρτητη από την εξωγενή αναστρεψιμότητα s και για την τιμή επένδυσης x_{I0}^* ισχύει πως εξαρτάται από την αναστρεψιμότητα και μάλιστα μειώνεται μονότονα με την αύξηση της αναστρεψιμότητας, δηλαδή όσο μεγαλύτερη είναι η εξωγενής αναστρεψιμότητα, τόσο επιταχύνεται η επένδυση.

Αν ακολουθήσουμε την παραπάνω συλλογιστική πορεία και για το μοντέλο της δαπανηρής αναστρεψιμότητας, θα παρατηρήσουμε ότι με την προσθήκη του ποσοστού k η συνολική αναστρεψιμότητα αυξάνεται και η τελική τιμή μεταπώλησης γίνεται $(s+k^*) \cdot I > s \cdot I$. Άρα με βάση το μοντέλο του Wong (2010), διαπιστώνεται ότι θα περίμενε κανείς πως η βέλτιστη ποσότητα επένδυσης q^* δεν θα πρέπει να επηρεαστεί αφού είναι ανεξάρτητη της αναστρεψιμότητας και άρα να ισχύει $q^* = q_0^*$ και η βέλτιστη τιμή επένδυσης να μειωθεί, άρα να ισχύει $x_I^* \leq x_{I0}^*$. Θα αποδειχτεί στη συνέχεια αναλυτικά και μέσα από την αριθμητική εφαρμογή του μοντέλου πως η διαίσθηση δεν είναι πάντα αληθής. Αντί αυτής ισχύει η ακόλουθη πρόταση:

Πρόταση 6: (Απόδειξη στο παράρτημα Β)

Όταν η εταιρεία υιοθετεί τη στρατηγική δαπανηρής αναστρεψιμότητας ($k^* > 0$), η βέλτιστη ποσότητα επένδυσης αυξάνεται πάντα (δηλαδή $q^* > q_0^*$).

Ταυτόχρονα θα δειχθεί πως η τιμή επένδυσης άλλοτε είναι μεγαλύτερη από την αντίστοιχη του συμμετρικού μοντέλου και άλλοτε μικρότερη. Τέλος αποδεικνύεται πως όταν η εταιρεία υιοθετεί τη στρατηγική της δαπανηρής αναστρεψιμότητας, αυξάνεται η εκ των προτέρων αξία και η εκ των υστέρων αξία της επένδυσης

3.β Υπολογιστικό Μοντέλο

Σε αυτό το σημείο της εργασίας θα παραθέσουμε σε μορφή πινάκων τις παραμέτρους που χρησιμοποιήθηκαν για τις αριθμητικές εφαρμογές του κάθε μοντέλου. Υπενθυμίζουμε πως θα παρουσιαστεί μια αριθμητική εφαρμογή των Cui και Shibata για το μοντέλο της ασύμμετρης πληροφόρησης, μια εφαρμογή του μοντέλου της δαπανηρής αναστρεψιμότητας και μια εφαρμογή του μοντέλου ασύμμετρης πληροφόρησης με δεδομένα εργοστασίων παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας. Μαζί με τις παραμέτρους θα παρουσιαστούν και οι αλγόριθμοι που δημιουργήθηκαν για τον υπολογισμό των μεγεθών, οι οποίοι βασίστηκαν στα μαθηματικά μοντέλα που παρουσιάστηκαν. Προφανώς για την αριθμητική εφαρμογή σε πραγματικά δεδομένα χρησιμοποιήθηκε ο ίδιος αλγόριθμος με αυτόν της ασύμμετρης πληροφόρησης.

3.β.1 Μοντέλο Ασύμμετρης Πληροφόρησης

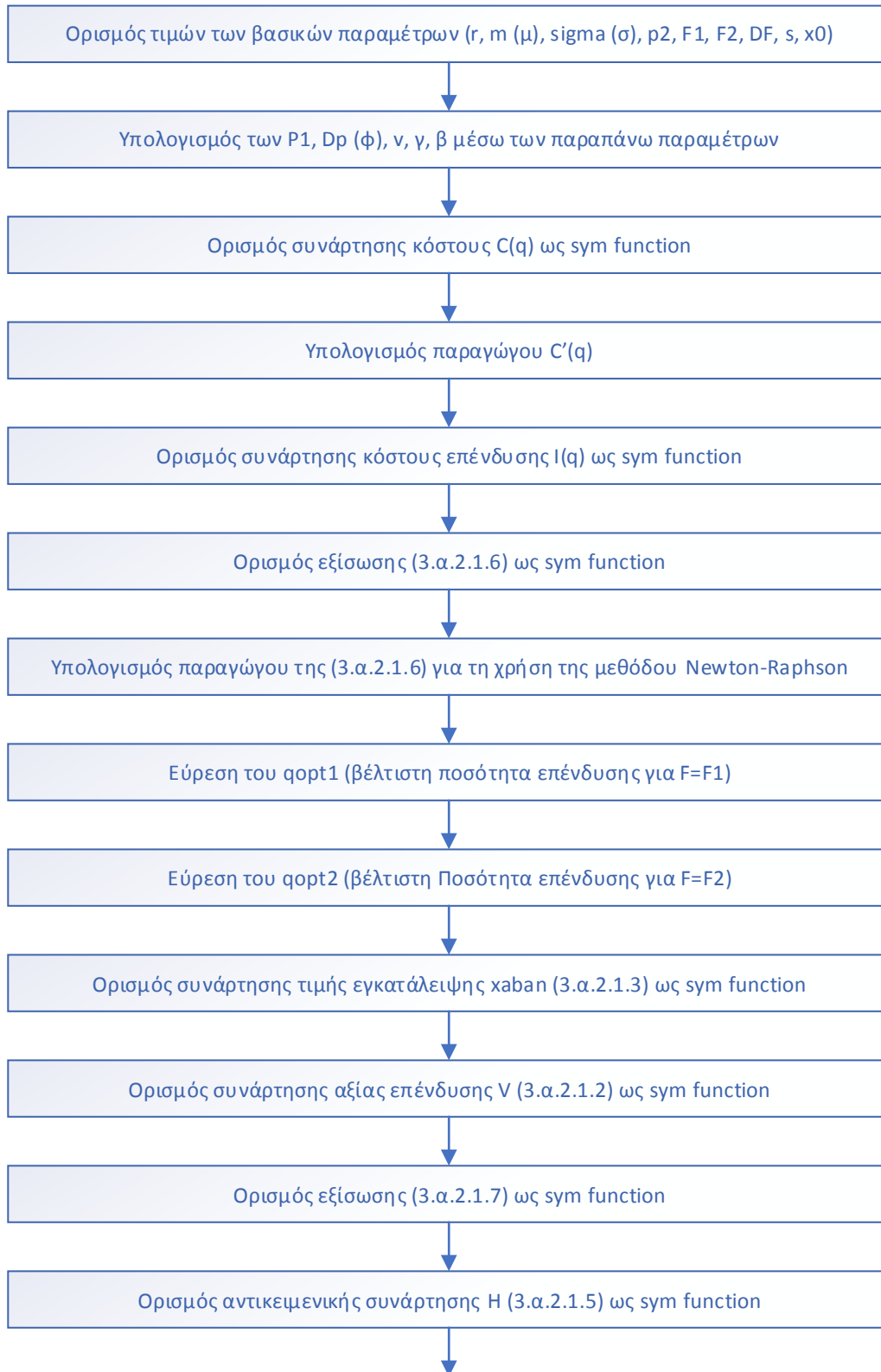
3.β.1.1 Παράμετροι Αριθμητικής Εφαρμογής Ασύμμετρης Πληροφόρησης

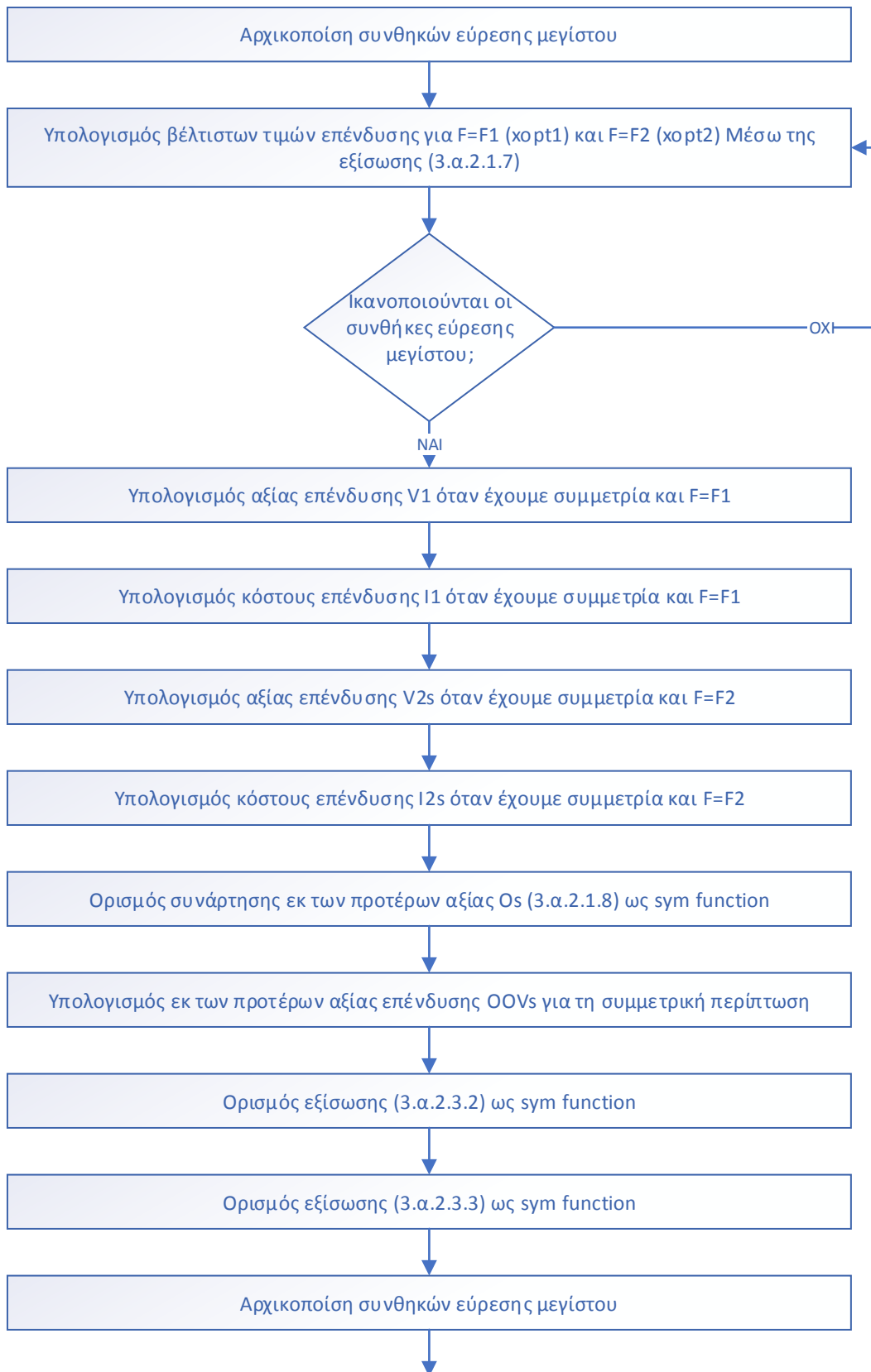
Παράμετροι Προβλήματος Ασύμμετρης Πληροφόρησης				
Σύμβολο μοντέλου	Σύμβολο στον κώδικα	Μεταβλητή		Τιμή
μ	m	growth rate	μέσος όρος	0,025
s	s	reversibility	αναστρεψιμότητα	0,5
r	r	interest	επιτόκιο	0,09
σ	sigma	volatility	μεταβλητότητα	0,3
p₂	p2	probability	πιθανότητα εμφάνισης F2	0,5
ΔF	DF	asymmetry	ασυμμετρία πληροφόρησης	100
F₁	F1	low fixed cost	χαμηλό σταθερό κόστος	100
F₂	F2	high fixed cost	υψηλό σταθερό κόστος	200
x₀	x0	initial price	αρχική τιμή προϊόντος	5
C(q)	C(q)	cost function	συνάρτηση κόστους	q^3

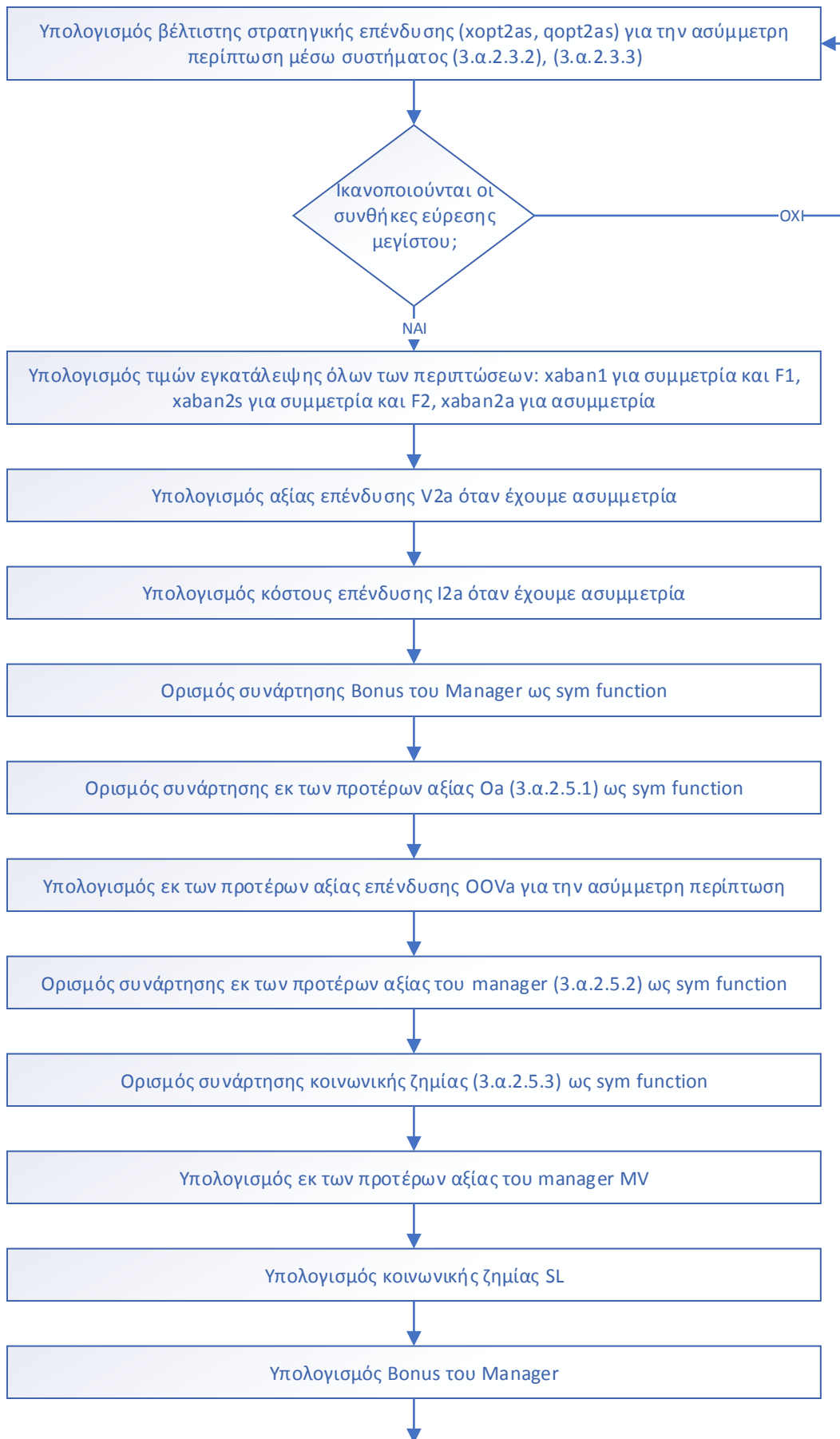
Πίνακας 3.β.1.1.1: Παράμετροι προβλήματος Ασύμμετρης Πληροφόρησης

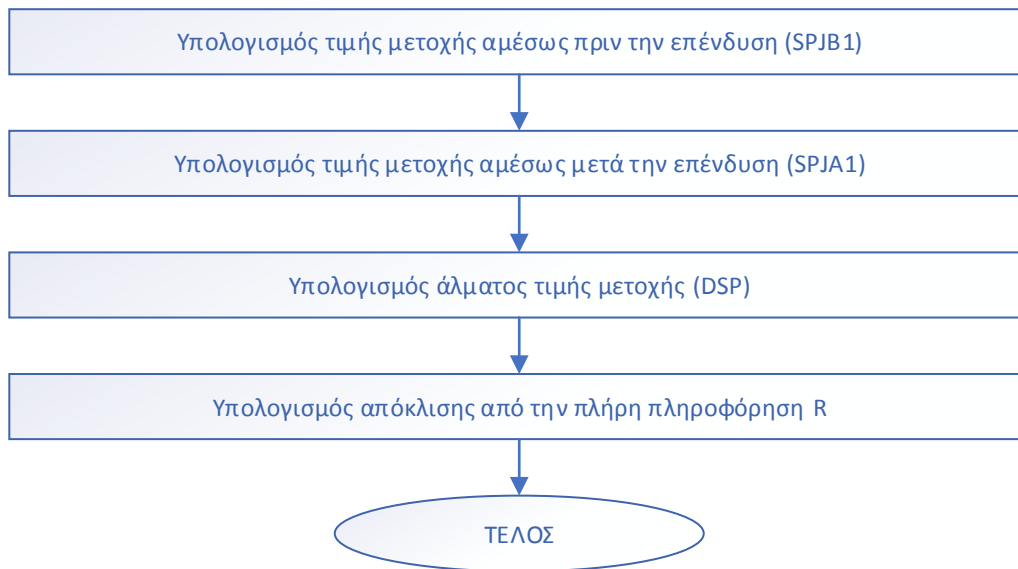
3.β.1.2 Αλγόριθμος Επίλυσης Μοντέλου Ασύμμετρης Πληροφόρησης

Το διάγραμμα ροής του αλγορίθμου είναι το εξής:









3.β.2 Μοντέλο Δαπανηρής Αναστρεψιμότητας

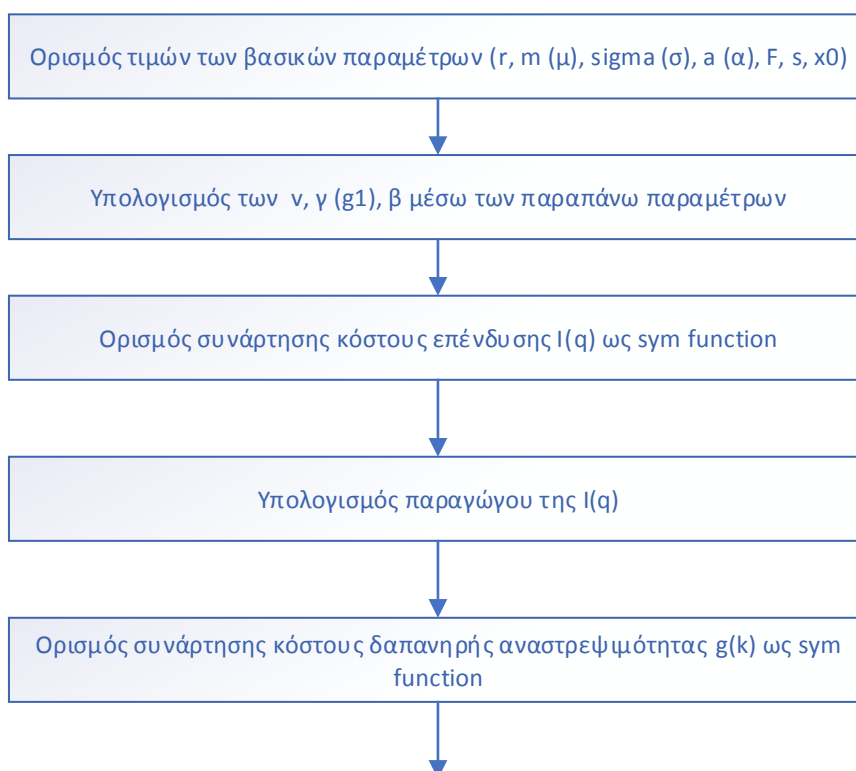
3.β.2.1 Παράμετροι Αριθμητικής Εφαρμογής Ασύμμετρης Πληροφόρησης

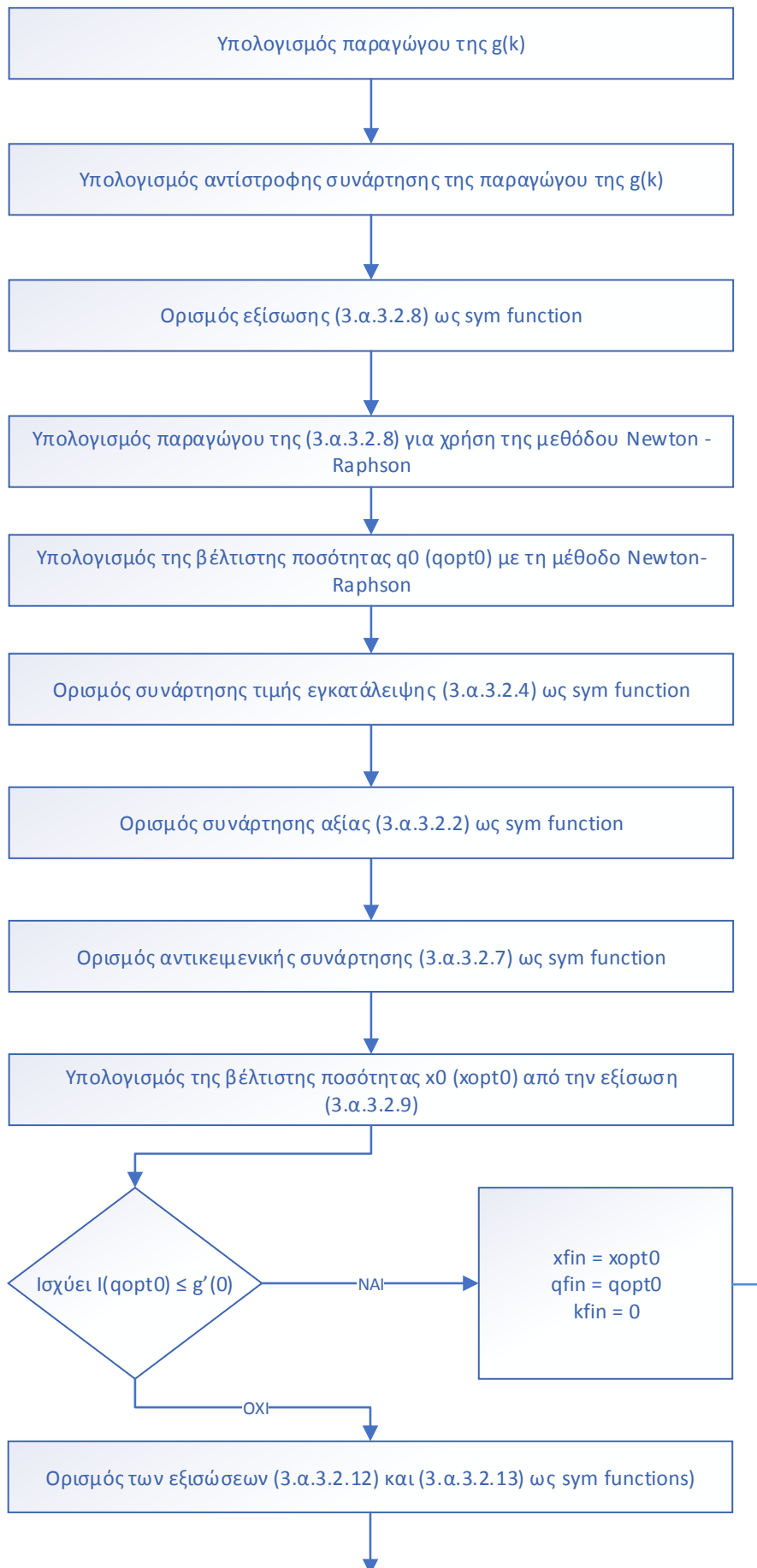
Παράμετροι Προβλήματος Δαπανηρής Αναστρεψιμότητας				
Σύμβολο μοντέλου	Σύμβολο στον κώδικα	Μεταβλητή		Τιμή
μ	m	growth rate	μέσος όρος	0,005
s	s	reversibility	αναστρεψιμότητα	0,000001
r	r	interest	επιτόκιο	0,06
σ	sigma	volatility	μεταβλητότητα	0,2
a	a	cost efficiency	μη αποδοτικότητα	20
F	F	fixed cost	σταθερό κόστος	5
x_0	x0	initial price	αρχική τιμή προϊόντος	0,4
C(q)	C(q)	cost function	συνάρτηση κόστους	q^2

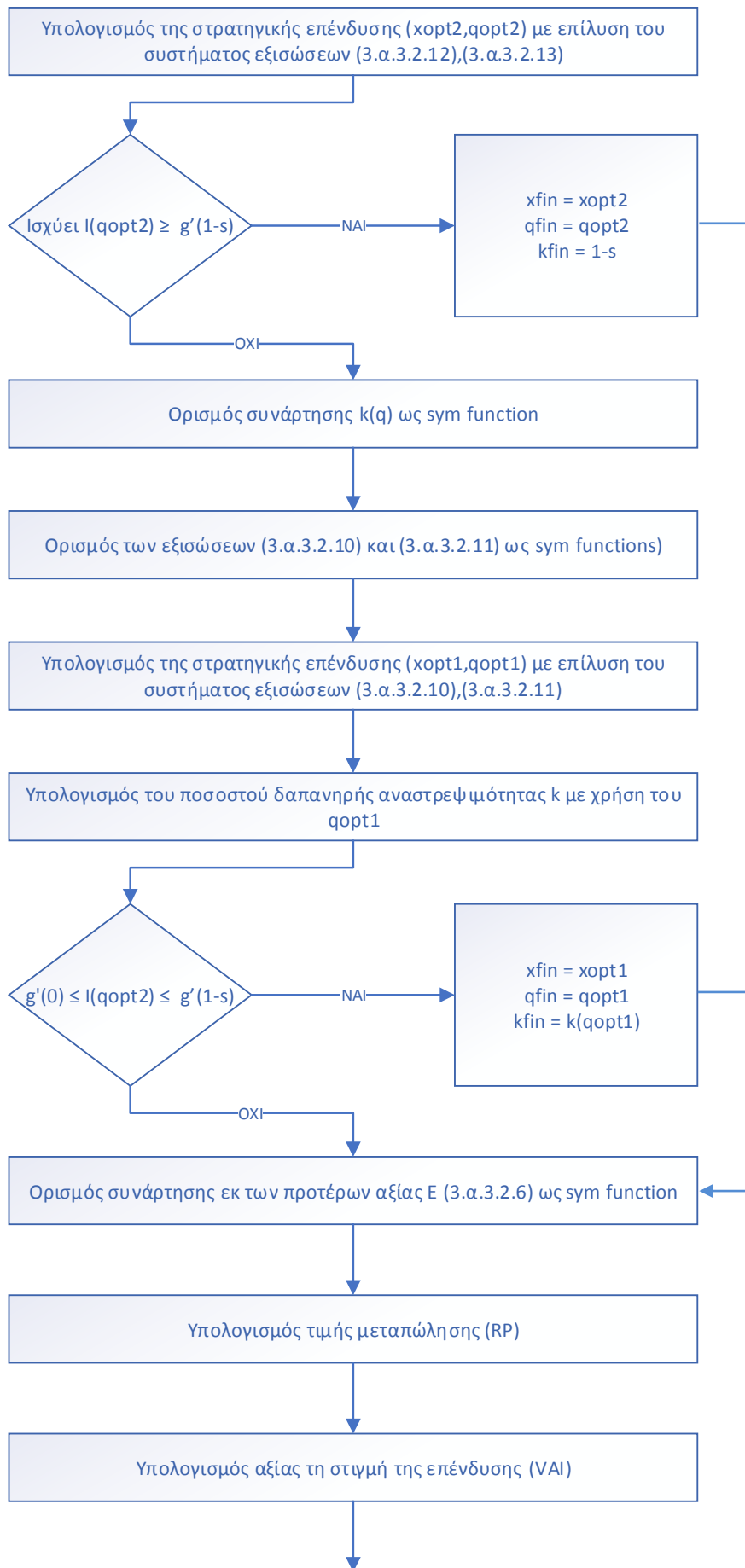
Πίνακας 3.β.2.1.1: Παράμετροι προβλήματος Δαπανηρής Αναστρεψιμότητας

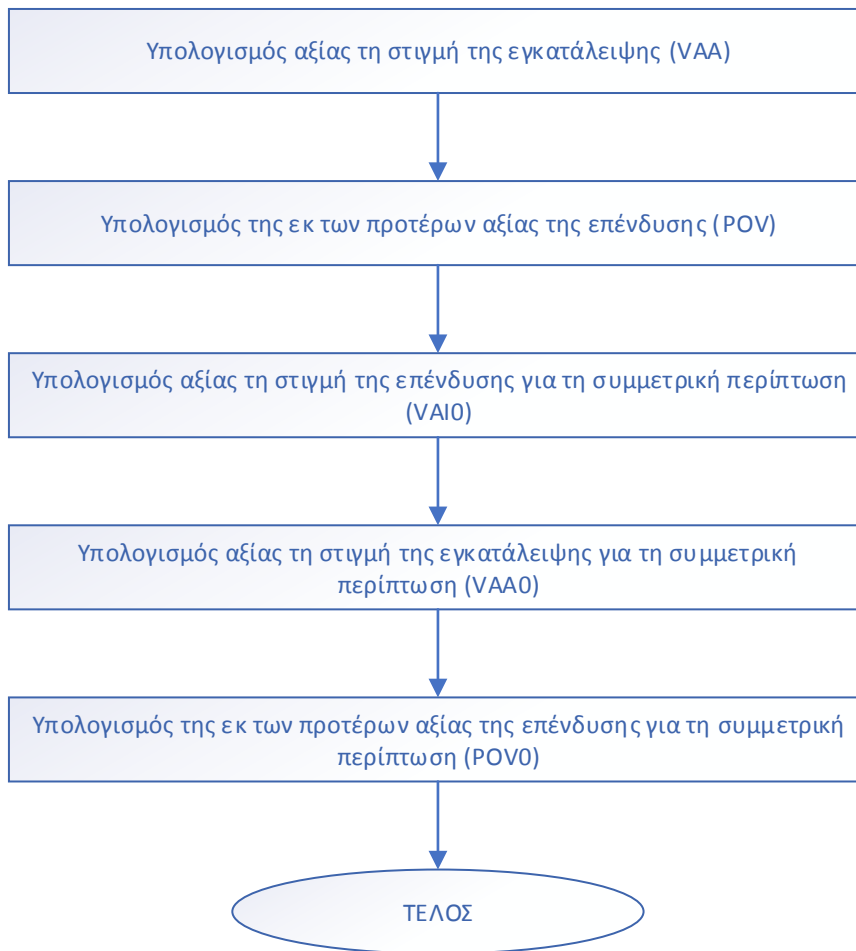
3.β.2.2 Αλγόριθμος Επίλυσης Μοντέλου Δαπανηρής Αναστρεψιμότητας

Το διάγραμμα ροής του αλγορίθμου είναι το εξής:









3.β.3 Αριθμητική Εφαρμογή Μοντέλου Ασύμμετρης Πληροφόρησης σε Επενδύσεις σε Εργοστάσια Παραγωγής Ισχύος

3.β.3.1 Παράμετροι Αριθμητικής Εφαρμογής

Για να πραγματοποιηθεί η ανάλυση ευαισθησίας θα πρέπει να δώσουμε κάποιες σταθερές τιμές για τα μεγέθη τα οποία επηρεάζουν την επένδυση. Για αυτό το λόγο κάνουμε την παραδοχή πως το σταθερό κόστος επένδυσης για τον ιδιοκτήτη θα είναι $F_1 = 10.000.000$ χ.μ. στην περίπτωση χαμηλού κόστους και $F_2 = 10.050.000$ χ.μ. για την περίπτωση του υψηλού κόστους, επομένως ο διευθυντής αν δώσει λανθασμένες πληροφορίες θα επωφεληθεί από την επένδυση με $\Delta F = 50.000$ χ.μ.. Όλες οι παράμετροι της ανάλυσης δίνονται στον επόμενο πίνακα:

Παράμετροι Αριθμητικής Εφαρμογής				
Σύμβολο μοντέλου	Σύμβολο στον κώδικα	Μεταβλητή		Τιμή
μ	m	growth rate	μέσος όρος	0,005
s	s	reversibility	αναστρεψιμότητα	0,000001
r	r	interest	επιτόκιο	0,06
σ	sigma	volatility	μεταβλητότητα	0,2
p2	p2	probability	πιθανότητα εμφάνισης F2	0,5
ΔF	DF	asymmetry	ασυμμετρία πληροφόρησης	50000
F₁	F1	low fixed cost	χαμηλό σταθερό Κόστος	10000000
F₂	F2	high fixed cost	υψηλό σταθερό Κόστος	10050000
x₀	x0	initial price	αρχική τιμή προϊόντος	100

Πίνακας 3.β.3.1.1: Παράμετροι Αριθμητικής Εφαρμογής

Οι τιμές αυτές των r , μ και σ έχουν επιλεγεί ώστε να αντιστοιχούν στο μέσο όρο των τιμών των εταιρειών που ανήκουν στον δείκτη S&P 500 και αναγράφονται στη μελέτη των Shibata και Tian, 2012. Η αρχική τιμή της MWh έχει επιλεγεί με βάση τιμή της MWh στην Ελλάδα από την ΔΕΗ Α.Ε. (≈ 102 €).

Στην μελέτη των Djurovic, Milacic και Krulja γίνεται η παραδοχή πως η συνάρτηση κόστους για το κάθε εργοστάσιο δίνεται από μια εξίσωση της μορφής:

$$C_i(P_{G_i}) = \alpha + b \cdot P_{G_i} + c \cdot P_{G_i}^2, \quad i \in [1,9]$$

Όπου P_{G_i} η παραγόμενη ποσότητα ηλεκτρικής ενέργειας σε MW και α, b, c οι μεταβλητές κόστους του καυσίμου.

Για τα εννέα εργοστάσια λαμβάνουμε τις εξής μεταβλητές:

Unit i	Cost Function Coefficients		
	a_i	b_i	c_i
1	24,3891	25,5472	0,02533
2	117,7551	37,551	0,01199
3	100	6	0,005
4	660	25,92	0,00413
5	300	8	0,0025
6	81,1364	13,3272	0,00876
7	500	10	0,002
8	217,8952	18	0,00623
9	680	16,4	0,00211

Πίνακας 3.β.3.1.2: Συντελεστές Συναρτήσεων Κόστους

4. Αποτελέσματα και κριτική ανάλυση αυτών

Σε αυτό το σημείο της εργασίας παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που παράχθηκαν μέσα από τη χρήση του αλγορίθμου που δημιουργήθηκε στα πλαίσια της έρευνας. Αρχικά δίνονται οι βέλτιστες στρατηγικές επένδυσης κάθε μοντέλου με το οικονομικό σενάριο που τις επεξηγεί και στη συνέχεια οι αναλύσεις ευαισθησίας για τις παραμέτρους της επένδυσης.

4.1 Μοντέλο Ασύμμετρης Πληροφόρησης

Αρχικά παρουσιάζεται το βέλτιστο συμβόλαιο μεταξύ ιδιοκτήτη και manager όπως προκύπτει από την έρευνα των Cui και Shibata και όπως προκύπτει από τον αναπτυγμένο αλγόριθμο και στη συνέχεια γίνεται η ανάλυση ευαισθησίας για τις παραμέτρους ΔF , s , σ και p_2 .

4.1.1 Βέλτιστο συμβόλαιο - Οικονομικό σενάριο

Στην παρούσα παράγραφο θα παρουσιαστούν αρχικά τα αποτελέσματα της αριθμητικής εφαρμογής όπως δίνονται από τους Cui και Shibata και στη συνέχεια τα ίδια αποτελέσματα όπως αυτά προκύπτουν από τον προγραμματισμένο σε γλώσσα Matlab αλγόριθμο προκειμένου να έχει ο αναγνώστης μια καλύτερη εικόνα της ακρίβειας υπολογισμού του αλγορίθμου.

Τα αριθμητικά αποτελέσματα όπως προκύπτουν από την έρευνα των Cui και Shibata συνοψίζονται ως εξής:

Μεταβλητή	Συμβολισμός	Σύμβολο αλγορίθμου	F=F1			F=F2	
			Symmetry	Asymmetry		Symmetry	Asymmetry
Τιμή Επένδυσης	x_I	xopt	12,5390	12,5390		19,9044	26,3172
Ποσότητα επένδυσης	q	qopt	8,1316	8,1316		10,2452	11,7718
Τιμή Εγκατάλειψης	x_A	xaban	1,3951	1,3951		2,2146	2,7675
Bonus	w	w	-	29,3439		-	0,0000
Αξία Επένδυσης	V	V(xopt,qopt,F)	1578,8000	1578,8000		3157,6000	4793,4000
Κόστος Επένδυσης	I	I(qopt,F)	637,6820	637,6820		1275,4000	1831,3000
Εκ των προτέρων αξία	O	O(x)	198,6704			194,7683	

Πίνακας 4.1.1.1: Αποτελέσματα της έρευνας

Τα αποτελέσματα που προέκυψαν όπως φαίνεται από τον αλγόριθμο από τον ακόλουθο πίνακα είναι πολύ κοντινά οπότε συμπεραίνουμε πως ο αλγόριθμος λειτουργεί με ικανοποιητική ακρίβεια:

Μεταβλητή	Συμβολισμός	Σύμβολο αλγορίθμου	F=F1			F=F2	
			Symmetry	Asymmetry		Symmetry	Asymmetry
Τιμή Επένδυσης	x_I	x_{opt}	12,5412	12,5412		19,9044	26,3172
Ποσότητα επένδυσης	q	q_{opt}	8,1321	8,1321		10,2451	11,7718
Τιμή Εγκατάλειψης	x_A	x_{aban}	1,4013	1,4013		2,2145	2,7675
Bonus	w	w	-	29,3438		-	0,0000
Αξία Επένδυσης	V	$V(x_{opt}, q_{opt}, F)$	1579,1600	1579,1600		3157,5500	4793,3600
Κόστος Επένδυσης	I	$I(q_{opt}, F)$	637,7800	637,7800		1275,3500	1831,2800
Εκ των προτέρων αξία	O	$O(x)$	198,6704			194,6596	

Πίνακας 4.1.1.2: Αποτελέσματα αλγορίθμου

Στη συνέχεια προκειμένου να γίνει πιο κατανοητό το βέλτιστο συμβόλαιο θα αποδοθεί με περιγραφικό τρόπο το οικονομικό σενάριο που παρουσιάζουν τα παραπάνω δεδομένα και αποτελέσματα.

Αντικαθιστώντας την αρχική τιμή του προϊόντος x_0 στην σχέση της εκ των προτέρων αξίας της επένδυσης, βρίσκουμε ότι η εκ των προτέρων αξία για τον ιδιοκτήτη $O^{**}(x_0)$ τη χρονική στιγμή t_0 είναι 194,7683 χ.μ. σε περίπτωση που έχουμε ασύμμετρη πληροφόρηση και 198,6704 χ.μ. σε περίπτωση που υπάρχει συμμετρία. Θυμίζουμε πως αν το σταθερό κόστος της επένδυσης είναι ίσο με $F=F_1$ τότε η συμμετρική και η ασύμμετρη λύση είναι ταυτόσημες. Η εκ των προτέρων αξία μιας επένδυσης για τον ιδιοκτήτη στα πλαίσια της παρούσας έρευνας θεωρούμε ότι αναπαριστά την τιμή της μετοχής της εταιρείας. Είναι λοιπόν φανερό από τα παραπάνω ότι η ύπαρξη ασυμμετρίας πληροφόρησης μεταξύ ιδιοκτήτη και διευθυντή (manager) μειώνει της τιμή της μετοχής της εταιρείας. Στο ίδιο συμπέρασμα καταλήγουν και αντίστοιχες έρευνες των Schaller (1993), Bharath et al (2008) και Tang (2010).

Υποθέτουμε πως η πραγματική τιμή του σταθερού κόστους της επένδυσης είναι F_1 , δηλαδή η περίπτωση χαμηλού κόστους, τη στιγμή που ο διευθυντής και ο ιδιοκτήτης υπογράφουν το συμβόλαιο μεταβίβασης της απόφασης για την επένδυση στον διευθυντή. Προφανώς ο διευθυντής γνωρίζει ότι η πραγματική τιμή του σταθερού κόστους είναι ίση με F_1 ενώ ο ιδιοκτήτης δεν μπορεί να το καταλάβει αν

είναι F_1 ή F_2 . Ακολουθώντας το μοντέλο της επένδυσης όταν η τιμή πώλησης του παραγόμενου προϊόντος X_t , η οποία ξεκινά από την τιμή $x_0 = 5$ χ.μ., αυξηθεί και φτάσει την τιμή $x_{I1}^{**} = x_{I1}^* = 12,5412$ χ.μ. για πρώτη φορά, ο διευθυντής της εταιρείας εκτελεί την επένδυση στη βέλτιστη ποσότητα επένδυσης $q_1^{**} = q_1^* = 8,1321$ τεμ. και λαμβάνει το bonus που του αντιστοιχεί $w_1^{**} = 29,3438$ χ.μ. $< \Delta F = 100$ χ.μ. Δηλαδή όπως ήδη αναφέραμε το bonus του διευθυντή είναι σε κάθε περίπτωση μικρότερο από την ασυμμετρία. Ακριβώς πριν τη στιγμή που πραγματοποιείται η επένδυση η τιμή της μετοχής της εταιρείας δίνεται από τη σχέση

$$O(x_{I1}^*) = p_1\{V(q_1^*, x_{I1}^*) - I(q_1^*, F_1) - w_1^{**}\} + p_2 \cdot \left(\frac{x_{I1}^*}{x_{I2}^{**}}\right)^\beta \cdot \{V(q_2^{**}, x_{I2}^{**}) - I(q_2^{**}, F_2)\} \quad (4.1.1.1)$$

Βρίσκουμε πως $O(x_{I1}^*) = 890,7340$ χ.μ.. Έχουμε κάνει ήδη την υπόθεση πως ο διευθυντής και η αγορά γενικότερα δεν μπορούν να γνωρίζουν αν η πραγματική τιμή του κόστους είναι F_1 ή F_2 . Γνωρίζουν όμως τις πιθανότητες εμφάνισης της κάθε περίπτωσης κόστους p_1 και p_2 και λόγω αυτού χρησιμοποιείται ο παραπάνω τύπος υπολογισμού. Όταν ο manager εκτελεί όμως την επένδυση η αγορά συνειδητοποιεί πλέον πως η πραγματική τιμή του σταθερού κόστους είναι F_1 επομένως ο δεύτερος όρος που παραπάνω αθροίσματος μπορεί να παραλειφθεί και η τιμή της μετοχής να βρεθεί πλέον από τη σχέση $O(x_{I1}^*) = V(q_1^*, x_{I1}^*) - I(q_1^*, F_1) - w_1^{**} = 912,0309$ χ.μ. Παρατηρούμε δηλαδή μια αύξηση της τιμής της μετοχής για την εταιρεία. Μετά την εκτέλεση της επένδυσης, όταν η τιμή πώλησης του παραγόμενου προϊόντος μειωθεί και φτάσει την τιμή $x_{A1}^{**} = x_{A1}^* = 1,4013$ χ.μ. για πρώτη φορά, η εταιρεία εγκαταλείπει την επένδυση.

Υποθέτουμε τώρα πως η πραγματική τιμή του σταθερού κόστους είναι F_2 αντί για F_1 . Και σε αυτήν την περίπτωση ο manager το γνωρίζει ενώ ο ιδιοκτήτης όχι. Ακριβώς τη στιγμή που η τιμή του προϊόντος πάρει την τιμή $x_{I1}^{**} = x_{I1}^* = 12,5412$ χ.μ., όπως δείξαμε πριν η τιμή της μετοχής είναι $890,7340$ χ.μ. Ωστόσο ο διευθυντής δεν εκτελεί την επένδυση εκείνη τη στιγμή αφού πλέον η βέλτιστη τιμή επένδυσης είναι λόγω της ασυμμετρίας $x_{I2}^{**} = 26,3172$ χ.μ. Έτσι η αγορά αντιλαμβάνεται πως το πραγματικό σταθερό κόστος της επένδυσης είναι F_2 επομένως απαλείφεται το πρώτο μέλος της εξίσωσης (4.1.1.1) και πλέον η τιμή της μετοχής δίνεται από τη σχέση

$$O(x_{I1}^*) = \left(\frac{x_{I1}^*}{x_{I2}^{**}}\right)^\beta \cdot \{V(q_2^{**}, x_{I2}^{**}) - I(q_2^{**}, F_2)\} = 869,4370 \text{ χ.μ.}$$

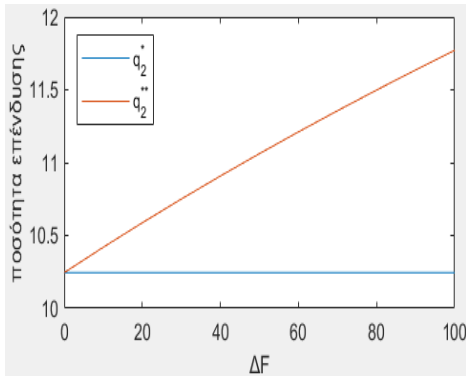
επομένως παρατηρείται μείωση της τιμής της μετοχής. Η αντίστοιχη τιμή επένδυσης στο συμμετρικό μοντέλο

για σταθερό κόστος επένδυσης ίσο με F_2 είναι $> x_{I2}^* = 19,9044$ χ.μ. όμως λόγω της ασυμμετρίας η τιμή αυτή αυξάνεται στην $x_{I2}^{**} = 26,3172$ χ.μ. επομένως αποδεικνύεται έμπρακτα πως η ασυμμετρία καθυστερεί την εκτέλεση της επένδυσης. Όταν πλέον η τιμή πώλησης του προϊόντος αυξηθεί και πάρει την τιμή 26,3172 χ.μ. εκτελείται η επένδυση από τον manager σε ποσότητα επένδυσης $q_2^{**} = 11,7718$ τεμ., η οποία είναι και αυτή με τη σειρά της μεγαλύτερη από αυτή του συμμετρικού μοντέλου ($q_2^* = 10,2451$ τεμ.). Επίσης όπως αποδείχτηκε στην παράγραφο 3 ο διευθυντής πλέον δεν λαμβάνει κανένα bonus ($w_2^{**} = 0$). Αντίστοιχα, μετά την εκτέλεση της επένδυσης, όταν η τιμή πώλησης του παραγόμενου προϊόντος μειωθεί και φτάσει την τιμή $x_{A2}^{**} = 2,7675$ χ.μ. για πρώτη φορά, η εταιρεία εγκαταλείπει την επένδυση. Στη συμμετρική περίπτωση η εγκατάλειψη της επένδυσης θα γινόταν στην τιμή εγκατάλειψης $x_{A2}^* = 2,2145$ χ.μ..

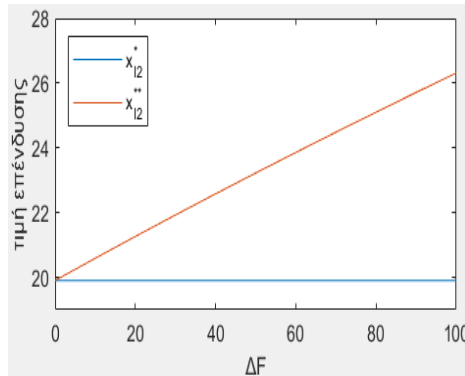
Συνοψίζοντας τα παραπάνω, σε κατάσταση ισορροπίας, όταν το σταθερό κόστος είναι ίσο με το χαμηλό (F_1), ο διευθυντής, που κατέχει το πληροφοριακό πλεονέκτημα, εκτελεί την επένδυση όταν το παραγόμενο προϊόν φτάσει σε τιμή $x_{I1}^{**} = x_{I1}^*$ σε ποσότητα $q_1^{**} = q_1^*$. Δηλαδή δεν υπάρχουν διαταραχές στην επενδυτική στρατηγική, και λαμβάνει bonus $w_1^{**} < \Delta F$. Αντιθέτως, όταν το σταθερό κόστος είναι το υψηλό (F_2), ο διευθυντής, ο οποίος δεν έχει πλέον πληροφοριακό πλεονέκτημα, εκτελεί την επένδυση στην τιμή $x_{I2}^{**} \neq x_{I2}^*$ σε ποσότητα $q_2^{**} \neq q_2^*$ (υπάρχουν διαταραχές στην επενδυτική στρατηγική) και δεν λαμβάνει bonus ($w_2^{**} = 0$). Επομένως οι Cui και Shibata συμπεραίνουν για την ασύμμετρη περίπτωση επένδυσης, ότι προκειμένου να αποκαλύψει τις πληροφορίες του ο διευθυντής, ο ιδιοκτήτης μεταβάλλει τις τιμές των x_{I2}^{**} και q_2^{**} από τις x_{I2}^* και q_2^* αντίστοιχα, ενώ δε μεταβάλλει τη στρατηγική επένδυσης σε περίπτωση που το κόστος είναι F_1 και ισχύει $x_{I1}^{**} = x_{I1}^*$ και $q_1^{**} = q_1^*$, ωστόσο πρέπει να αποδώσει το απαιτούμενο bonus στον διευθυντή.

Στη βιβλιογραφία παρόμοια αποτελέσματα με τα παραπάνω συμπεριλαμβάνονται σε θεωρητικές μελέτες των Leland και Pyle (1977), Myers και Majluf (1984), Bezalel και Kalay (1983), Brennan και Kraus (1987), Grenadier και Wang (2005). Το συμπέρασμα πως η ασυμμετρία πληροφόρησης καθυστερεί την επένδυση επιβεβαιώνεται από εμπειρικές μελέτες των Schaller (1993), Leahy και Whited (1996), Folta, Johnson και O'Brien (2006), Bharath, Pasquariello και Wu (2008), Tang (2010) και Glover και Levine (2015).

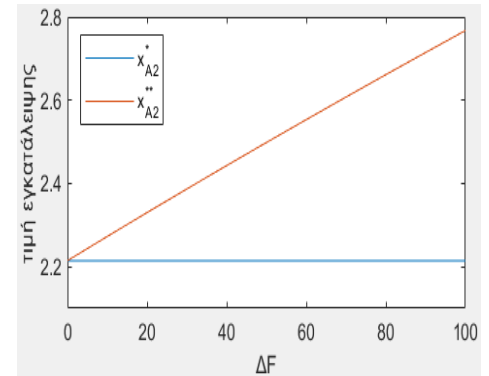
4.1.2 Ανάλυση ευαισθησίας - Ασυμμετρία Πληροφόρησης (ΔF)



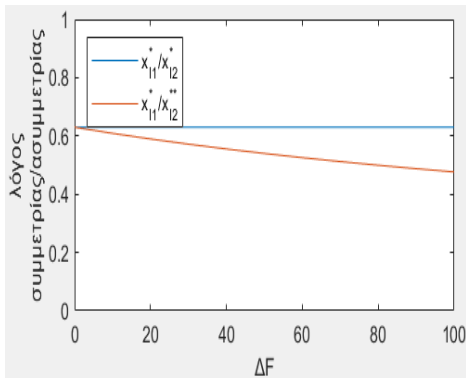
Διάγραμμα 4.1.2.1: Ποσότητα Επένδυσης



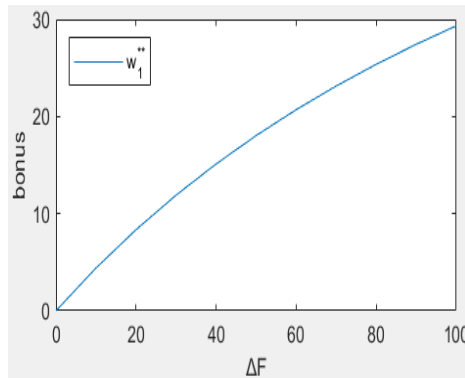
Διάγραμμα 4.1.2.2: Τιμή Επένδυσης



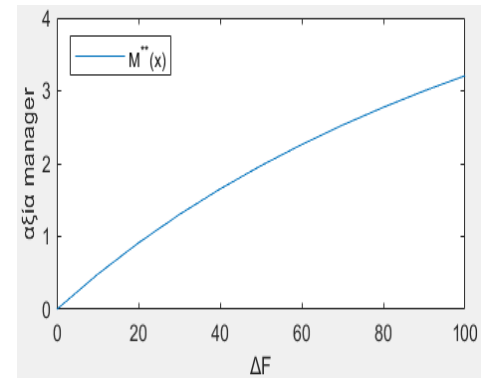
Διάγραμμα 4.1.2.3: Τιμή Εγκατάλειψης



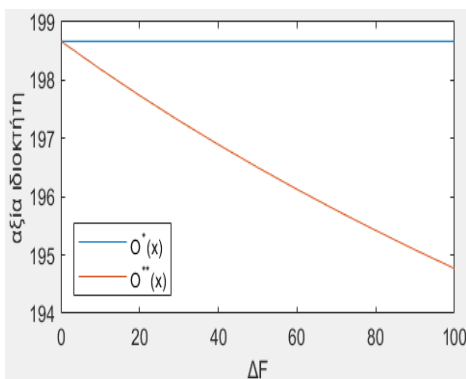
Διάγραμμα 4.1.2.4: Λόγος x_{11}^*/x_{12}^*



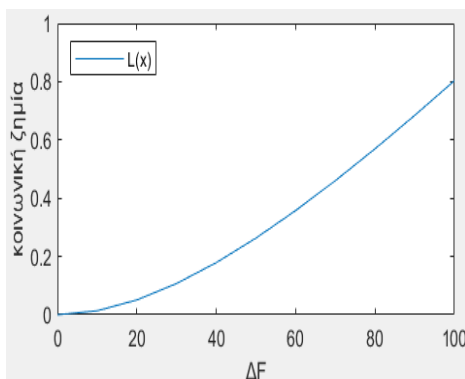
Διάγραμμα 4.1.2.5: Bonus του manager



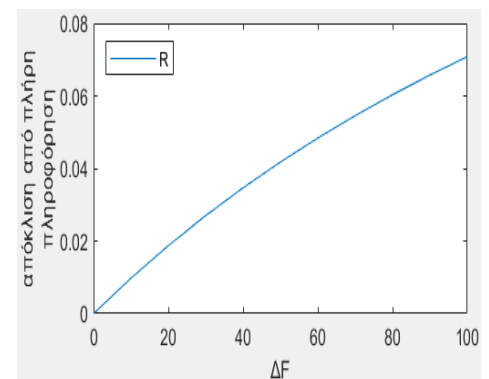
Διάγραμμα 4.1.2.6: Εκ των προτέρων αξία του manager



Διάγραμμα 4.1.2.7: Εκ των προτέρων αξία του ιδιοκτήτη



Διάγραμμα 4.1.2.8: Κοινωνική ζημία



Διάγραμμα 4.1.2.9: Απόκλιση από πλήρη πληροφόρηση

Στην παρούσα υποενότητα μελετάται η επίδραση του βαθμού ασυμμετρίας της πληροφόρησης αναφερόμενη και ως κόστος των πληροφοριών του διευθυντή. Βασίζεται στην πρώτη αριθμητική εφαρμογή που παρουσιάστηκε, επομένως το χαμηλό σταθερό κόστος F_1 είναι 100 χ.μ., το υψηλό F_2 200 χ.μ. και η ασυμμετρία ΔF είναι 100 χ.μ.. Το ΔF στα πλαίσια της ανάλυσης μεταβάλλεται μεταξύ των τιμών 0 και 100 χ.μ. και προφανώς όταν ισχύει $\Delta F = 0$ χ.μ. προκύπτει το συμμετρικό μοντέλο επένδυσης. Από την ανάλυση και τον αλγόριθμο προκύπτουν τα παραπάνω εννέα διαγράμματα και ακολουθεί η ανάλυση τους.

Τα διαγράμματα (4.1.2.1) και (4.1.2.2) απεικονίζουν την διακύμανση της βέλτιστης στρατηγικής επένδυσης συναρτήσει του μεγέθους της ασυμμετρίας πληροφοριών. Παρατηρούμε ότι και η βέλτιστη ποσότητα q_2^* αλλά και η βέλτιστη τιμή επένδυσης x_{I2}^{**} αυξάνονται σχεδόν γραμμικά με την αύξηση του βαθμού ασυμμετρίας και ισχύουν $\lim_{\Delta F \rightarrow 0} q_2^{**} = q_2^*$ και $\lim_{\Delta F \rightarrow 0} x_{I2}^{**} = x_{I2}^*$, δηλαδή όπως έχει ήδη αποδειχτεί όσο η ασυμμετρία τείνει στο 0 τόσο το μοντέλο των Cui και Shibata συμπίπτει με το συμμετρικό μοντέλο του Wong. Συνεπώς, με την αντίστροφη λογική, μια αύξηση στην τιμή της ΔF αυξάνει τη διαφορά $q_2^{**} - q_2^*$ και τη διαφορά $x_{I2}^{**} - x_{I2}^*$ αντίστοιχα. Αυτό συμβαίνει γιατί όπως έχουμε αποδείξει η βέλτιστη στρατηγική του συμμετρικού μοντέλου που αποτελείται από τα q_2^* και x_{I2}^* δεν επηρεάζεται από τις μεταβολές στο ΔF . Επομένως, η αύξηση του βαθμού ασυμμετρίας καθυστερεί το χρόνο επένδυσης, αφού αυξάνει την τιμή επένδυσης ωστόσο αυξάνει και την ποσότητα επένδυσης. Η εξήγηση για το φαινόμενο αυτό είναι η εξής: Όπως είδαμε στο οικονομικό σενάριο μεγαλύτερη ασυμμετρία συνεπάγεται μεγαλύτερη ζημία για την εταιρεία λόγω της μεγαλύτερης καθυστέρησης της επένδυσης (μειώνεται η συνολική αξία της επένδυσης). Προκειμένου να αντισταθμίσει η εταιρεία τις απώλειες από την καθυστέρηση αυξάνει την ποσότητα επένδυσης. Σε αντίστοιχα αποτελέσματα έχουν καταλήξει στις μελέτες τους οι Shibata και Nishihara (2011) και οι Cui και Shibata (2017). Ταυτόχρονα, τα αποτελέσματα αυτά συμβαδίζουν με εμπειρικά ευρήματα των Schaller (1993), Bloom, Bond και Van Reene (2007), Bharath et al. (2008), Tang (2009) και Panousi και Papanikolaou (2012).

Το διάγραμμα της τιμής εγκατάλειψης x_{A2}^{**} (διάγραμμα 4.1.2.3) δείχνει πως αυτή αυξάνεται γραμμικά με το ΔF . Αυτή η σχέση επιβεβαιώνεται μαθηματικά με εύκολο τρόπο αφού η τιμή εγκατάλειψης έχει αποδειχτεί πως είναι άξουσα

συνάρτηση της ποσότητας (σχέση 3.α.2.1.3) και η αύξηση της ασυμμετρίας ΔF οδηγεί σε αύξηση της ποσότητας επένδυσης.

Στο 4ο διάγραμμα (4.1.2.4) φαίνεται το πως επηρεάζει η αύξηση της ασυμμετρίας το λόγο x_{I1}^*/x_{I2}^{**} . Το διάγραμμα αυτό χρησιμοποιείται κυρίως για λόγους αποδείξεων των μαθηματικών σχέσεων και δεν αφορά άμεσα τα στοιχεία της επένδυσης αλλά χρησιμοποιείται στο συντελεστή αναγωγής το μεγεθών σε παρούσα ή εκ των προτέρων αξία (π.χ. βλ. εξίσωση 3.α.2.2.3). Όπως φαίνεται στο διάγραμμα λοιπόν, ο λόγος αυτός μειώνεται γραμμικά όσο η ασυμμετρία ΔF αυξάνεται, πράγμα λογικό αφού ήδη αποδείχτηκε πως όσο το ΔF αυξάνεται το x_{I1}^* παραμένει σταθερό ενώ το x_{I2}^{**} αυξάνεται.

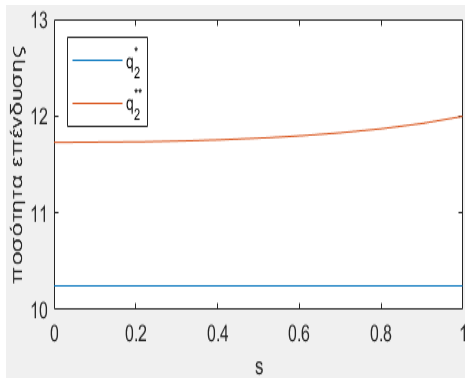
Στα διαγράμματα (4.1.2.5) και (4.1.2.6) φαίνεται το bonus του manager w_1^{**} και η εκ των προτέρων αξία της επένδυσης για τον manager $M^{**}(x)$. Και οι δύο αυτές ποσότητες φαίνεται πως αυξάνονται σχεδόν γραμμικά με την αύξηση του βαθμού ασυμμετρίας. Έχει δειχθεί πως το bonus δίνεται από τη σχέση $w_1^{**} = (x_{I1}^*/x_{I2}^{**})^\beta \cdot \Delta F$. Παρατηρούμε ότι σε αυτή τη σχέση έχουμε δύο αντικρουόμενες δυνάμεις. Η πρώτη είναι η αύξηση της ασυμμετρίας ΔF ενώ η δεύτερη είναι η μείωση του λόγου (x_{I1}^*/x_{I2}^{**}) όπως φαίνεται στο διάγραμμα (4.1.2.4). Ωστόσο παρατηρούμε πως το συνολικό bonus του manager τελικά αυξάνεται. Συμπεραίνουμε, λοιπόν, πως η αύξηση που προκαλείται από την ασυμμετρία ΔF είναι μεγαλύτερου μεγέθους από τη μείωση του $(x_{I1}^*/x_{I2}^{**})^\beta$. Το δεύτερο αποτέλεσμα, πως δηλαδή η αξία $M^{**}(x)$ για τον manager αυξάνεται επαληθεύεται με τον ίδιο τρόπο αφού και σε αυτήν την περίπτωση υπάρχουν δύο αντίθετες δυνάμεις που επιδρούν σε αυτή. Υπενθυμίζουμε ότι η βέλτιστη αξία δίνεται από τη σχέση $M^{**}(x) = p_1 \cdot (x/x_{I2}^{**})^\beta \cdot \Delta F$ άρα η μία δύναμη είναι η αύξηση του ΔF που τείνει να αυξήσει την τιμή ενώ η άλλη είναι η μείωση του όρου (x/x_{I2}^{**}) που προκαλείται από την αύξηση του ΔF . Και σε αυτή την περίπτωση όμως παρατηρούμε ότι η αύξηση του ΔF την υπερνικά και τελικά η αξία της επένδυσης για τον διευθυντή οδηγείται σε αύξηση.

Το διάγραμμα (4.1.2.7) δείχνει την εκ των προτέρων αξία της επένδυσης για τον ιδιοκτήτη, που στο οικονομικό σενάριο υποθέσαμε πως είναι η αξία της μετοχής. Όπως φαίνεται και από το διάγραμμα η αξία της μετοχής μειώνεται με την αύξηση της ασυμμετρίας, πράγμα που είδαμε και στο οικονομικό σενάριο. Αυτό το

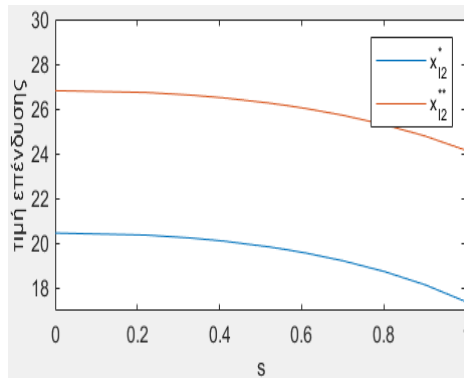
συμπέρασμα συμβαδίζει με τις εμπειρικές μελέτες των Bharath et al (2008), Tang (2009) και Glover και Levine (2015).

Τα διαγράμματα 8 και 9 δείχνουν την επίδραση του ΔF στην κοινωνική ζημία $L(x)$ και στην απόκλιση από την πλήρη πληροφόρηση R . Και τα δύο μεγέθη αυτά αυξάνονται με την αύξηση της ασυμμετρίας, κάτι που είναι απολύτως λογικό αφού όπως αναφέρθηκε αποτελούν και τα δύο δείκτες ασυμμετρίας. Η μαθηματική εξήγηση αυτού είναι πως αυξάνονται τα x_{12}^{**} και q_2^{**} ενώ τα x_{12}^* και q_2^* παραμένουν σταθερά. Έτσι αυξάνονται οι διαφορές $x_{12}^{**} - x_{12}^*$ και $q_2^{**} - q_2^*$ αντίστοιχα που αυξάνουν την κοινωνική ζημία $L(x)$ και κάθε αύξηση του $L(x)$ αντιστοιχεί σε αύξηση της απόκλισης από την πλήρη πληροφόρηση R .

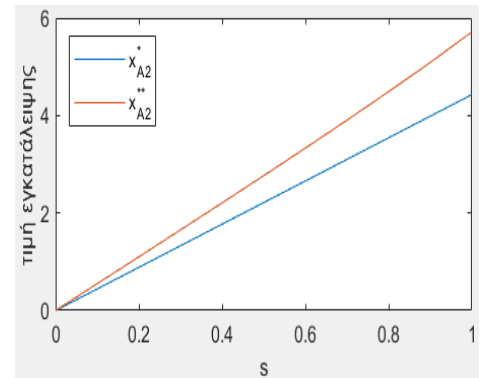
4.1.3 Ανάλυση ευαισθησίας - Αναστρεψιμότητα (s)



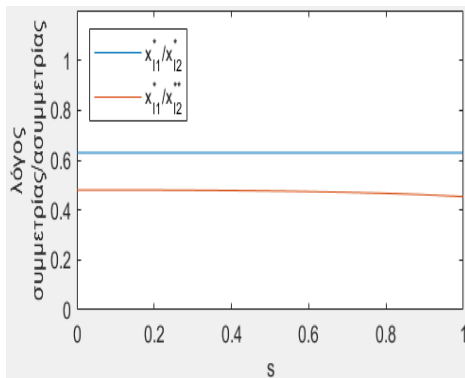
Διάγραμμα 4.1.3.1: Ποσότητα Επένδυσης



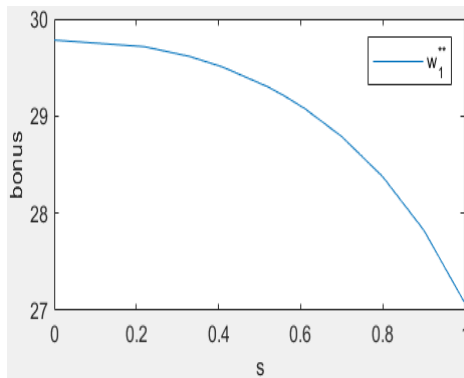
Διάγραμμα 4.1.3.2: Τιμή Επένδυσης



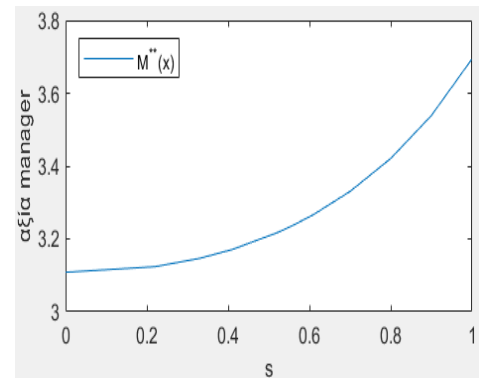
Διάγραμμα 4.1.3.3: Τιμή Εγκατάλειψης



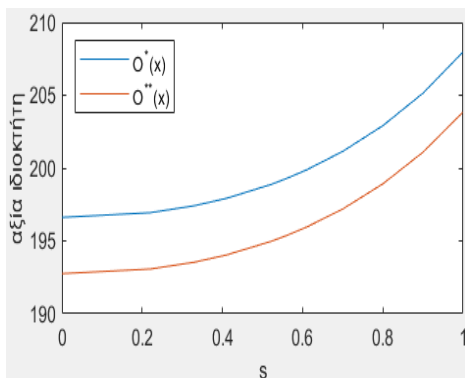
Διάγραμμα 4.1.3.4: Λόγος x_{11}^*/x_{12}^*



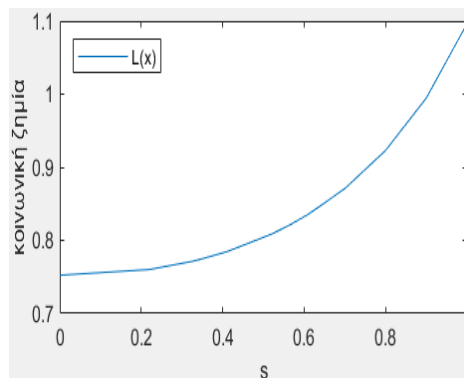
Διάγραμμα 4.1.3.5: Bonus του manager



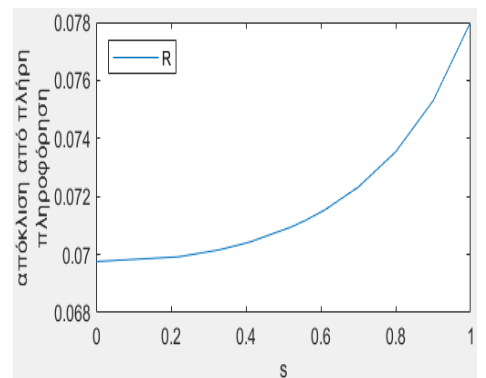
Διάγραμμα 4.1.3.6: Εκ των προτέρων αξία του manager



Διάγραμμα 4.1.3.7: Εκ των προτέρων αξία του ιδιοκτήτη



Διάγραμμα 4.1.3.8: Κοινωνική ζημία



Διάγραμμα 4.1.3.9: Απόκλιση από πλήρη πληροφόρηση

Σε αυτό το σημείο γίνεται η ανάλυση ευαισθησίας της παραμέτρου της αναστρεψιμότητας s , που αποτελεί ίσως την πιο βασική παράμετρο του συγκεκριμένου προβλήματος επένδυσης. Για την ανάλυση μεταβάλλεται η τιμή της παραμέτρου μεταξύ των τιμών 0 και 1 και λαμβάνονται τα ανωτέρω διαγράμματα.

Στο διάγραμμα (4.1.3.1) φαίνεται η ποσότητα επένδυσης q_2^{**} , η οποία αυξάνεται με την αύξηση της αναστρεψιμότητας ενώ η ποσότητα q_2^* παραμένει σταθερή, όπως είχε υποθεθεί στο μοντέλο συμμετρικής πληροφόρησης του Wong (2010). Το διάγραμμα 1 είναι πολύ σημαντικό διότι αποδεικνύει ένα από τα βασικά συμπεράσματα της συγκεκριμένης εργασίας, πως υπό ασύμμετρη πληροφόρηση η ποσότητα επένδυσης δεν είναι πλέον ανεξάρτητη της αναστρεψιμότητας, και επαληθεύει την **Πρόταση 3**. Στη συνέχεια θα δοθούν τρεις ιδιότητες που αφορούν την ποσότητα επένδυσης q_2^{**} .

- Ξεκινώντας με την υπόθεση πως $q_2^{**} > q_2^*$, υπενθυμίζεται πως υπό πλήρη/συμμετρική πληροφόρηση η βέλτιστη ποσότητα q_2^* δίνεται από τη σχέση (3.α.2.1.6). Παραγωγίζοντας τη σχέση αυτή ως προς τα q_2^* και F_2 , λαμβάνουμε: $\frac{dq_2^*}{dF_2} = \frac{q_2^* \cdot C'(q_2^*) / (I(q_2^*, F_2))^2}{(q_2^* \cdot C'(q_2^*) / (I(q_2^*, F_2)))'} \geq 0$ χρησιμοποιώντας την υπόθεση $(q_2 \cdot C'(q_2) / I(q_2, F_2))' \geq 0$ που έχουμε εξ αρχής υποθέσει πως ισχύει για την ελαστικότητα κόστους. Επομένως μια αύξηση του F_2 συνεπάγεται και αύξηση του q_2^* . Υπό ασύμμετρη πληροφόρηση οι τιμές των q_2^{**} και x_{I2}^{**} προκύπτουν από τη λύση του συστήματος των εξισώσεων (3.α.2.3.2) και (3.α.2.3.3). Αν ο όρος που εκφράζει την διαταραχή που δημιουργεί η ασυμμετρία απαλειφτεί (δηλ. θέσουμε $\varphi \cdot \Delta F = 0$) τότε η εξίσωση (3.α.2.3.2) γίνεται ταυτόσημη με την εξίσωση (3.α.2.1.6). Αυτό σημαίνει πως η διαφορά μεταξύ των δύο περιπτώσεων έγκειται στο αν ο όρος αυτός είναι 0 ή θετικός. Αν είναι θετικός αποτελεί ένα πρόσθετο κόστος το οποίο προκαλεί την αύξηση της ποσότητας q_2^{**} και άρα $q_2^{**} \geq q_2^*$. Με άλλα λόγια το υψηλότερο κόστος F_2 προκαλεί αύξηση της βέλτιστης ποσότητας ακόμα και στη συμμετρική περίπτωση άρα ισχύει $q_2^* > q_1^*$, όμως η ύπαρξη της ασυμμετρίας αυξάνει ακόμα περισσότερο τη βέλτιστη ποσότητα επένδυσης με αποτέλεσμα τελικά να ισχύει $q_2^{**} > q_2^* > q_1^*$.
- Δεύτερον, εξετάζουμε το συμπέρασμα ότι η ποσότητα q_2^{**} δεν είναι πλέον ανεξάρτητη του s . Το συμπέρασμα αυτό είναι παρόμοιο με αυτό των

Modigliani και Miller (1958). Στην έρευνα τους καταλήγουν στο θεώρημα πως οι οικονομικές προστριβές (frictions), όπως οι ίδιοι τις ονομάζουν, διαστρεβλώνουν την ανεξαρτησία μεταξύ της επένδυσης και της δομής του κεφαλαίου. Στα πλαίσια της μελέτης των Cui και Shibata αυτή η προστριβή είναι η πληροφοριακή ασυμμετρία μεταξύ διευθυντή και ιδιοκτήτη που αλλοιώνει την στρατηγική επένδυσης αφού πλέον η βέλτιστη ποσότητα επένδυσης δεν είναι ανεξάρτητη της αναστρεψιμότητας όπως ισχύει στο συμμετρικό μοντέλο.

- Τρίτον, εξετάζουμε την αύξηση που προκύπτει για το q_2^{**} με την αύξηση του s . Στην εξίσωση (3.α.2.3.2) μια αύξηση του s αυξάνει τον όρο $\left(\frac{x_{I2}^{**}}{x_{A2}(q_2^{**})}\right)^Y$ που με τη σειρά του αυξάνει τον όρο $\left(1 - s \cdot \left(\frac{x_{I2}^{**}}{x_{A2}(q_2^{**})}\right)^Y\right)^{-1}$. Η αύξηση στον όρο αυτό είναι παρόμοια με μια αύξηση στην ποσότητα $F2$ επομένως μια αύξηση του s αυξάνει την ποσότητα επένδυσης q_2^{**} .

Το διάγραμμα (4.1.3.2) απεικονίζει την εξέλιξη της τιμής επένδυσης. Παρατηρείται πως η τιμή επένδυσης x_{I2}^{**} μειώνεται όσο η αναστρεψιμότητα αυξάνεται άρα η επένδυση επιταχύνεται. Αυτό το αποτέλεσμα είναι ίδιο με την περίπτωση της πλήρους πληροφόρησης και όπως προαναφέρθηκε έγκειται στο γεγονός πως όσο η αναστρεψιμότητα αυξάνεται, τόσο πιο ασφαλής είναι η επένδυση για τον υποψήφιο επενδυτή και επομένως εκτελείται νωρίτερα. Ενδιαφέρον είναι το γεγονός πως σε αντίθεση με την ασυμμετρία ΔF που αυξάνει το σύνολο των μεγεθών της στρατηγικής επένδυσης με την αύξησή της, η αναστρεψιμότητα αυξάνει το q_2^{**} και μειώνει το x_{I2}^{**} όσο αυξάνεται.

Το διάγραμμα (4.1.3.3) απεικονίζει την εξέλιξη της τιμής εγκατάλειψης, η οποία αυξάνεται με το s , πράγμα αναμενόμενο αφού αυξάνεται η ποσότητα επένδυσης. Επομένως η επένδυση και εκτελείται νωρίτερα αλλά και εγκαταλείπεται νωρίτερα από τον επενδυτή.

Όπως φαίνεται διάγραμμα (4.1.3.4) ο λόγος (x_{I1}^*/x_{I2}^{**}) μειώνεται με το s ενώ ο λόγος x_{I1}^*/x_{I2}^* παραμένει σταθερός. Αυτό σημαίνει πως η αύξηση του s αυξάνει τη διαφορά $x_{I2}^{**} - x_{I2}^*$ ενώ κρατά την $x_{I2}^* - x_{I1}^*$ σταθερή.

Τα διαγράμματα (4.1.3.5) και (4.1.3.6) απεικονίζουν την εκ των υστέρων (bonus) και την εκ των προτέρων αξία της επένδυσης για τον manager αντίστοιχα. Είναι ενδιαφέρον πως στην περίπτωση της αναστρεψιμότητας το bonus w_1^{**} μειώνεται ενώ η εκ των προτέρων αξία $M^{**}(x)$ αυξάνεται. Η αιτία που το προκαλεί αυτό προκύπτει από τις μαθηματικές σχέσεις των δύο μεγεθών. Όπως είδαμε στο διάγραμμα (4.1.3.4) ο λόγος (x_{I1}^*/x_{I2}^{**}) μειώνεται άρα μειώνεται και το w_1^{**} αφού όπως έχει δειχθεί ισχύει $w_1^{**} = (x_{I1}^*/x_{I2}^{**})^\beta \cdot \Delta F$, ενώ το $M^{**}(x) = (1 - p_2) \cdot (x/x_{I2}^{**})^\beta \cdot \Delta F$ αυξάνεται αφού ο λόγος (x/x_{I2}^{**}) αυξάνεται με το s . Αυτό συμβαίνει γιατί η αρχική τιμή πώλησης του προϊόντος x_0 είναι σταθερή για το πρόβλημα ενώ το x_{I2}^{**} μειώνεται.

Στο διάγραμμα (4.1.3.7) φαίνεται η εξέλιξη της εκ των προτέρων αξίας της επένδυσης για τον ιδιοκτήτη $O^{**}(x)$. Η αξία αυτή αυξάνεται με το s διότι αυξάνεται η «διάσωση» του κεφαλαίου $(s \cdot I(q_2^{**}, F_2))$ που προκύπτει από την αναστρεψιμότητα.

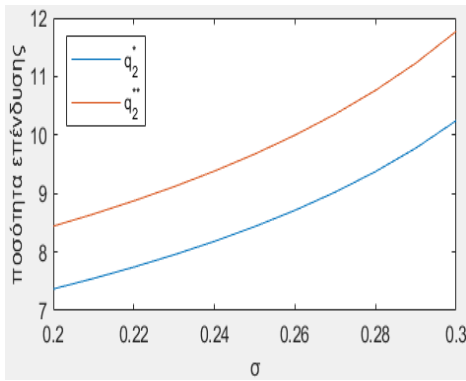
Τα δύο τελευταία διαγράμματα (4.1.3.8) και (4.1.3.9) είναι και σε αυτή την περίπτωση αυτά της κοινωνικής ζημίας και της απόκλισης από την πλήρη πληροφόρηση. Και οι δύο αυτές ποσότητες αυξάνονται με την αύξηση της αναστρεψιμότητας. Το αποτέλεσμα αυτό είναι ενδιαφέρον γιατί έρχεται σε αντίθεση με τις προσδοκίες μας. Θα περίμενε κανείς πως η αύξηση της αξίας του ιδιοκτήτη θα μείωνε την κοινωνική ζημία αν αναλογιστούμε τον γενικό τύπο της, δηλαδή $L(x) = O^*(x) - (O^{**}(x) + M^{**}(x))$, ωστόσο το πραγματικό αποτέλεσμα δικαιολογείται από το ένατο διάγραμμα, αυτό του R . Παρατηρούμε ότι η απόκλιση R αυξάνεται με το s , πράγμα που σημαίνει πως η αύξηση του s οδηγεί σε αύξηση των διαφορών $q_2^{**} - q_2^*$ και $x_{I2}^{**} - x_{I2}^*$. Επομένως αυτή η αύξηση οδηγεί σε μεγαλύτερη κοινωνική ζημία.

Εξετάζουμε την οικονομική ερμηνεία τριών αποτελεσμάτων που προκύπτουν από την ανάλυση ευαισθησίας ως προς s :

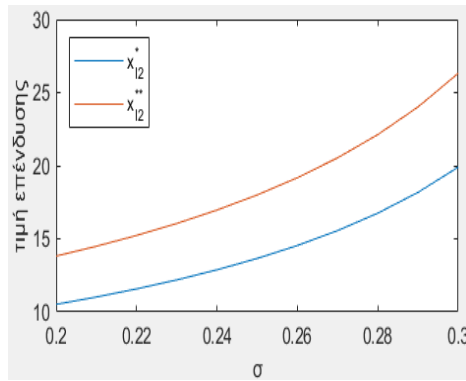
- Μια αύξηση της αναστρεψιμότητας αυξάνει την αξία του ιδιοκτήτη και μειώνει την τιμή επένδυσης x_{I2}^{**} . Επομένως αυξάνεται η αξία της μετοχής της εταιρείας και επιταχύνεται η επένδυση.
- Όσο αυξάνεται το s μειώνεται η εκ των υστέρων αξία της επένδυσης για τον διευθυντή, δηλαδή το bonus του αλλά αυξάνεται η εκ των προτέρων αξία.

- Τέλος αυξάνεται η διαφορά της εκ των προτέρων αξίας μεταξύ της συμμετρικής και της ασύμμετρης περίπτωσης ($O^*(x) - O^{**}(x)$) σε μεγαλύτερο βαθμό από την εκ των προτέρων αξία του manager $M^{**}(x)$ με αποτέλεσμα να αυξάνεται η διαφορά $O^*(x) - O^{**}(x) - M^{**}(x)$ και τελικά η κοινωνική ζημία. Υπονοείται από αυτό πως μεγαλύτερες εταιρείες θα έχουν και μεγαλύτερη κοινωνική ζημία ή «παράπλευρες απώλειες». Αυτό το συμπέρασμα σχετίζεται με εμπειρικές μελέτες των Kadarakkam, Kumar και Riddick (1998) και Ang, Cole και Lin (2000), όπου αναφέρεται ότι μεγάλες εταιρείες έχουν σε πολλές περιπτώσεις εξωτερικούς managers, μικρότερα ποσοστά μετοχών ανήκουν σε ιδιοκτήτες και managers, υπάρχει μικρότερος βαθμός παρακολούθησης από τις τράπεζες, μικρότερη ευαισθησία στις ταμειακές ροές και μεγαλύτερα κόστη εκπροσώπησης και διαμεσολάβησης (agency costs).

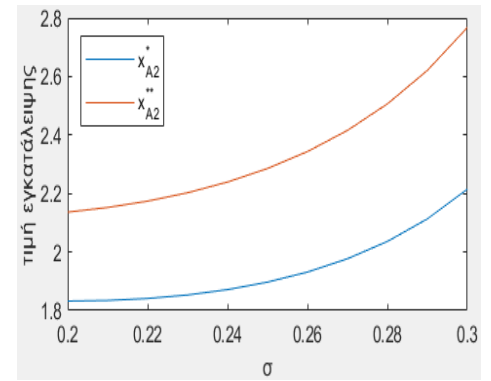
4.1.4 Ανάλυση ευαισθησίας - Μεταβλητότητα (σ)



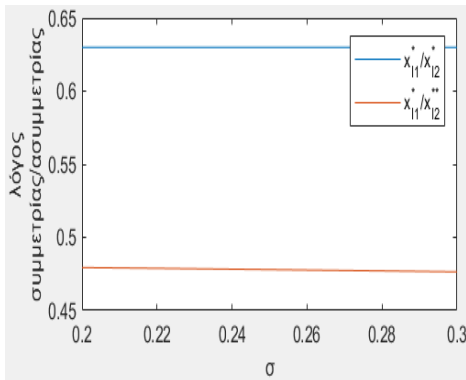
Διάγραμμα 4.1.4.1: Ποσότητα Επένδυσης



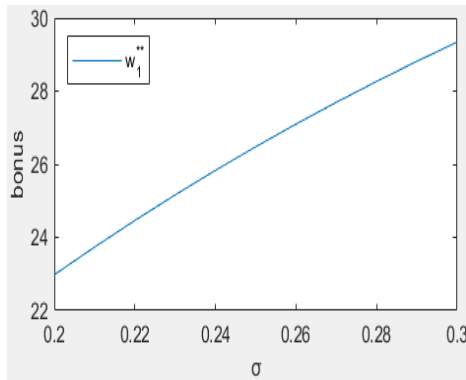
Διάγραμμα 4.1.4.2: Τιμή Επένδυσης



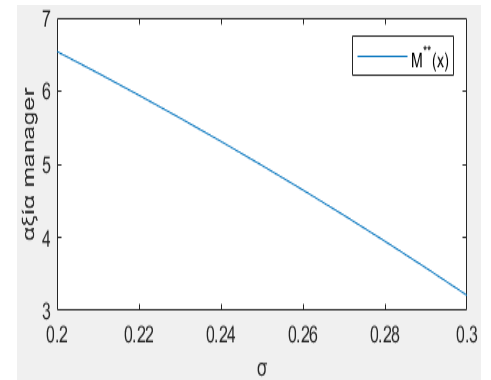
Διάγραμμα 4.1.4.3: Τιμή Εγκατάλειψης



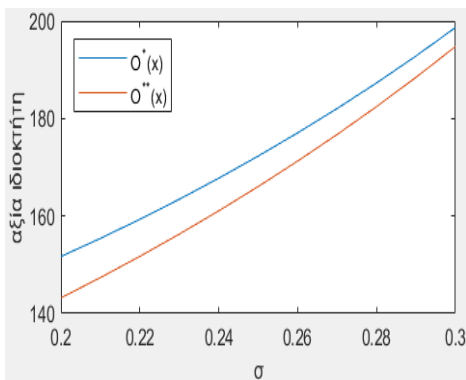
Διάγραμμα 4.1.4.4: Λόγος x_{11}^*/x_{12}^{}**



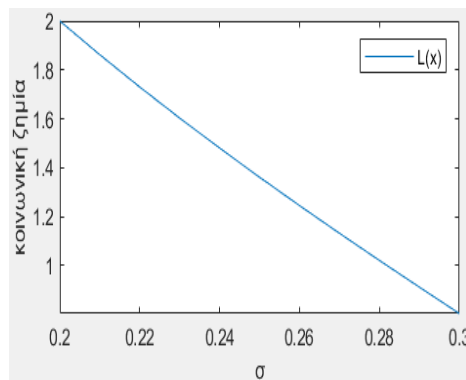
Διάγραμμα 4.1.4.5: Bonus του manager



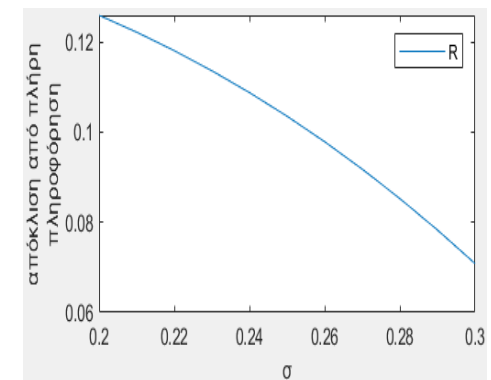
Διάγραμμα 4.1.4.6: Εκ των προτέρων αξία του manager



Διάγραμμα 4.1.4.7: Εκ των προτέρων αξία του ιδιοκτήτη



Διάγραμμα 4.1.4.8: Κοινωνική ζημία



Διάγραμμα 4.1.4.9: Απόκλιση από πλήρη πληροφόρηση

Στην παρούσα υποενότητα μελετάται η επίδραση της μεταβλητότητας (σ) που κυμαίνεται μεταξύ των τιμών 0,1 και 0,3 και εξάγονται τα διαγράμματα ανάλυσης ευαισθησίας.

Στο διάγραμμα (4.1.4.1) παρατηρείται αύξηση της ποσότητας επένδυσης. Για να εξηγηθεί το φαινόμενο αυτό ανατρέχουμε στο διάγραμμα (4.1.4.2), δηλαδή αυτό της βέλτιστης τιμής επένδυσης. Παρατηρούμε στο διάγραμμα αυτό ότι η τιμή επένδυσης αυξάνεται όσο αυξάνεται η μεταβλητότητα της τιμής του προϊόντος. Επομένως η οικονομική εξήγηση του διαγράμματος (4.1.4.1) είναι παρόμοια με αυτή στην περίπτωση αύξησης της ασυμμετρίας πληροφοριών ΔF , δηλαδή αφού λόγω της αύξησης της τιμής επένδυσης η επένδυση καθυστερεί, η εταιρεία αυξάνει την ποσότητα επένδυσης προκειμένου να αντισταθμίσει τη ζημία που δημιουργείται από την καθυστέρηση. Σε παρόμοιο συμπέρασμα καταλήγουν οι Shibata και Nishihara (2011).

Το διάγραμμα (4.1.4.3) δείχνει την τιμή εγκατάλειψης της επένδυσης x_{A2}^{**} . Το ενδιαφέρον σε αυτή την περίπτωση είναι πως το διάγραμμα έχει σχήμα U. Αυτό εξηγείται ως εξής: στην τιμή εγκατάλειψης επιδρούν δύο αντίθετες δυνάμεις. Υπενθυμίζουμε ότι $x_{A2}^{**} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \cdot \frac{s \cdot I(q_2^{**}, F_2)}{v q_2^{**}}$. Η πρώτη προέρχεται από την τιμή του όρου $\frac{\gamma}{\gamma-1}$, ο οποίος μειώνεται όσο το σ αυξάνεται. Η δεύτερη από την τιμή του όρου $I(q_2^{**}, F_2)/q_2^{**}$, ο οποίος αυξάνεται με το σ . Από το σχήμα συμπεραίνουμε, λοιπόν, πως για μικρότερες τιμές του σ η πρώτη δύναμη υπερνικά τη δεύτερη και το αντίστροφο ισχύει όσο το σ αυξάνεται. Ως αποτέλεσμα προκύπτει η μορφή του διαγράμματος της τιμής εγκατάλειψης να έχει το σχήμα U που φαίνεται. Αυτό το αποτέλεσμα είναι παρόμοιο με αυτό των Shibata και Nishihara (2010).

Από το διάγραμμα (4.1.4.4) λαμβάνουμε την πληροφορία πως ο λόγος (x_{I1}^*/x_{I2}^{**}) μειώνεται ενώ ο λόγος (x_{I1}^*/x_{I2}^*) παραμένει σταθερός, πράγμα που σημαίνει πως η διαφορά $x_{I2}^{**} - x_{I1}^*$ αυξάνεται.

Μελετώντας τα διαγράμματα (4.1.4.5) και (4.1.4.6) που αφορούν το bonus και την εκ των προτέρων αξία του διευθυντή αντίστοιχα, παρατηρούμε πως αντιθέτως με την αύξηση του s , σε περίπτωση αύξησης του σ υπάρχει αύξηση της εκ των υστέρων αξίας της επένδυσης (bonus) και μείωση της εκ των προτέρων. Υπενθυμίζουμε πως $w_1^{**} = (x_{I1}^*/x_{I2}^{**})^\beta \cdot \Delta F$ και $M^{**}(x) = (1 - p_2) \cdot (x/x_{I2}^{**})^\beta \cdot \Delta F$. Μελετώντας αρχικά το

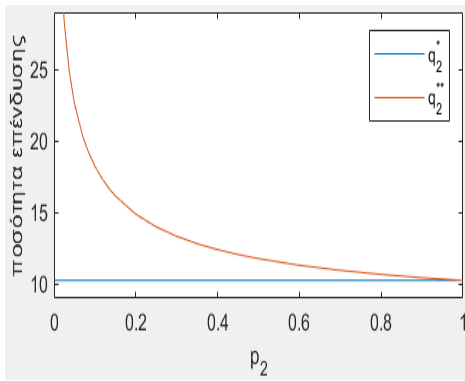
bonus, υπάρχει μείωση του όρου (x_{I1}^*/x_{I2}^{**}) όπως φαίνεται από το διάγραμμα (4.1.4.4) και μείωση του εκθέτη β , δύο αντίθετες επιδράσεις στην τιμή του bonus. Από το σχήμα φαίνεται πως η μείωση του εκθέτη β είναι ισχυρότερη ως επίδραση αφού το bonus αυξάνεται. Στην περίπτωση του $M^{**}(x)$ υπάρχει αύξηση του όρου x_{I2}^{**} με αποτέλεσμα τη μείωση του όρου (x/x_{I2}^{**}) και μείωση του εκθέτη β , άρα και πάλι την ίδια σχέση δυνάμεων με πριν ωστόσο αυτή τη φορά το πρώτο φαινόμενο υπερνικά το δεύτερο και τελικά η συνολική αξία για τον manager μειώνεται.

Όσον αφορά την αξία για τον επενδυτή $O^{**}(x)$ (διάγραμμα 4.1.4.7), αυτή αυξάνεται με την αύξηση της μεταβλητότητας. Αυτό το αποτέλεσμα είναι το ίδιο με αυτό των Dixit και Pindyck (1994).

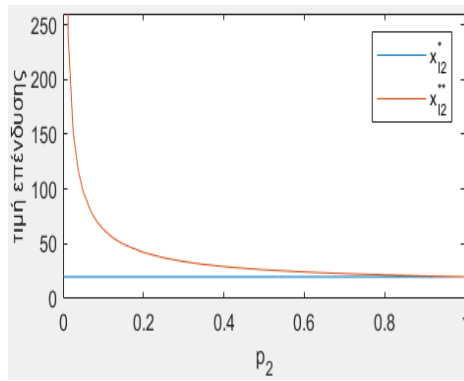
Μια σημαντική παρατήρηση στην περίπτωση της αύξησης της μεταβλητότητας πως έχουμε μια «μεταβίβαση» αξίας από το διευθυντή στον ιδιοκτήτη αφού η αξία του manager μειώνεται και ταυτόχρονα η αξία του ιδιοκτήτη αυξάνεται. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται αντιμετάθεση κεφαλαίου (asset substitution) και πάνω σε αυτό έχουν διεξαχθεί έρευνες από τους Myers (1977) και τους Bezalel και Kalay (1983).

Τέλος, παρατηρούμε στο διάγραμμα (4.1.4.9) πως η αύξηση του σ μειώνει την απόκλιση από την πλήρη πληροφόρηση και κατά συνέπεια μειώνεται και η κοινωνική ζημία όπως επαληθεύεται και από το διάγραμμα (4.1.4.8).

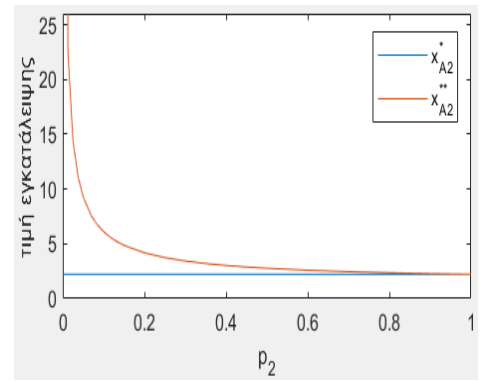
4.1.5 Ανάλυση ευαισθησίας - Πιθανότητα εμφάνισης υψηλού κόστους (p_2)



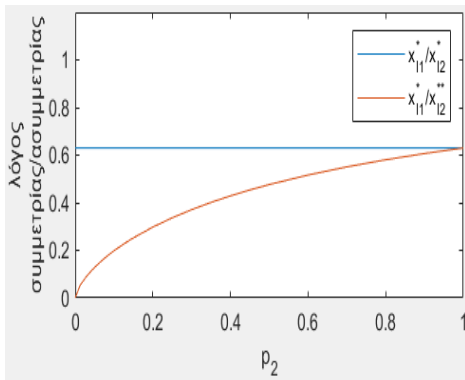
Διάγραμμα 4.1.5.1: Ποσότητα Επένδυσης



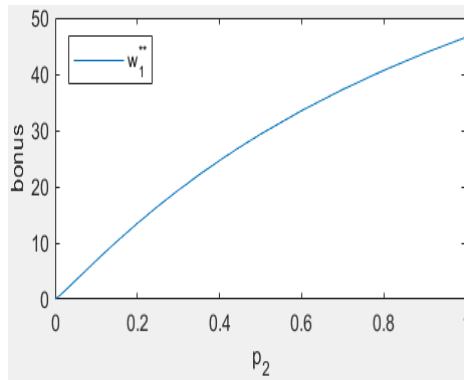
Διάγραμμα 4.1.5.2: Τιμή Επένδυσης



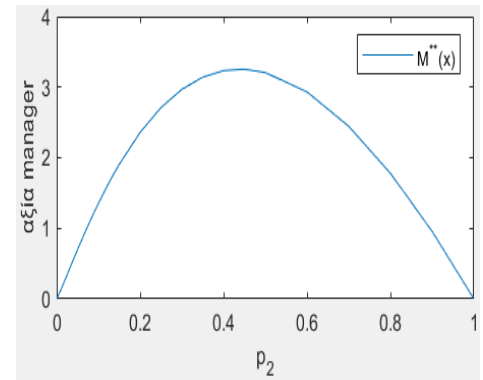
Διάγραμμα 4.1.5.3: Τιμή Εγκατάλειψης



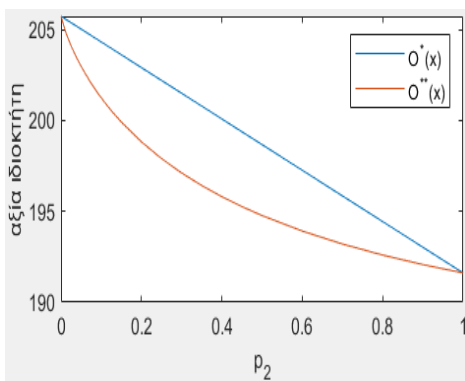
Διάγραμμα 4.1.5.4: Λόγος x_{11}^*/x_{12}^*



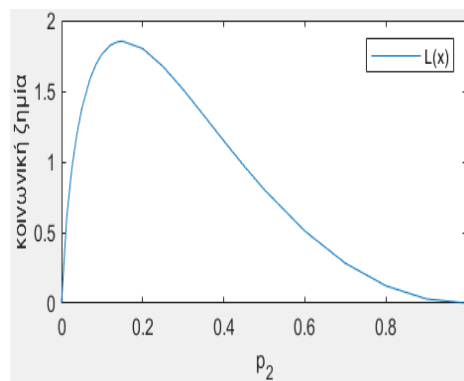
Διάγραμμα 4.1.5.5: Bonus του manager



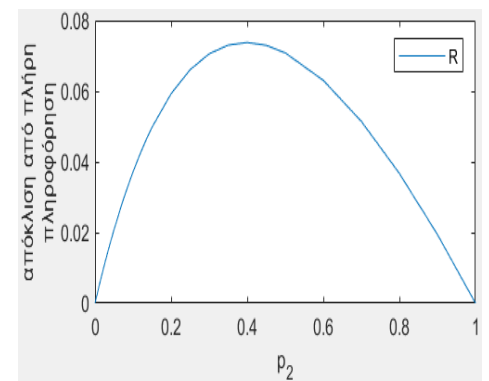
Διάγραμμα 4.1.5.6: Εκ των προτέρων αξία του manager



Διάγραμμα 4.1.5.7: Εκ των προτέρων αξία του ιδιοκτήτη



Διάγραμμα 4.1.5.8: Κοινωνική ζημία



Διάγραμμα 4.1.5.9: Απόκλιση από πλήρη πληροφόρηση

Η τελευταία μεταβλητή που θα εξετάσουμε είναι η πιθανότητα εμφάνισης της περίπτωσης υψηλού κόστους p_2 . Αν ισχύει $p_2=0$ έχουμε πλήρη συμμετρία με κόστος F_1 ενώ αν $p_2=1$ έχουμε πλήρη συμμετρία με σταθερό κόστος F_2 .

Παρατηρούμε από τα διαγράμματα (4.1.5.1) και (4.1.5.2) πως και σε αυτή την περίπτωση τα μεγέθη q_2^{**} και x_{I2}^{**} μειώνονται ενώ τα q_2^* και x_{I2}^* παραμένουν σταθερά. Αυτό συμβαίνει γιατί όσο αυξάνεται η πιθανότητα p_2 τόσο μειώνεται ο όρος $\varphi \cdot \Delta F$ ($\varphi = p_1/p_2$), ο οποίος εκφράζει τις διαταραχές λόγω ασυμμετρίας, και μειώνει τις διαφορές $q_2^{**} - q_2^*$ και $x_{I2}^{**} - x_{I2}^*$. Όσο μεγαλώνει η πιθανότητα p_2 τόσο οι τιμές x_{I2}^{**} και q_2^{**} πλησιάζουν τις x_{I2}^* και q_2^* αντίστοιχα και άρα μειώνονται.

Η τιμή εγκατάλειψης x_{A2}^{**} επίσης μειώνεται όσο αυξάνεται η πιθανότητα p_2 ενώ ο λόγος (x_{I1}^*/x_{I2}^{**}) αυξάνεται όπως φαίνεται στα διαγράμματα (4.1.5.3) και (4.1.5.4).

Στα διαγράμματα (4.1.5.5) και (4.1.5.6) παρατηρούμε πως το bonus του manager αυξάνεται ενώ η εκ των προτέρων αξία του έχει σχήμα αντίστροφου U. Το bonus αυξάνεται διότι και σε αυτή την περίπτωση ο λόγος (x_{I1}^*/x_{I2}^{**}) αυξάνεται όπως φαίνεται στο διάγραμμα (4.1.5.4). Η $M^{**}(x)$ αρχικά έχει τιμή 0 διότι αν η πιθανότητα $p_2 = 0$ τότε δεν υφίσταται bonus γιατί όπως είπαμε για μηδενική πιθανότητα εμφάνισης υψηλού κόστους p_2 το μοντέλο ταυτίζεται με το συμμετρικό με σταθερό κόστος ίσο με F_1 . Η εκ των προτέρων αξία του manager $M^{**}(x)$ λαμβάνει τη μέγιστη τιμή της όταν $p_2 = 0,44$. Στο εύρος $[0, 0,44)$ η επίδραση του όρου $(1-p_2)$, που μειώνεται, είναι μικρότερη από αυτή του όρου (x/x_{I2}^{**}) , που αυξάνεται αφού η βέλτιστη τιμή x_{I2}^{**} μειώνεται όσο αυξάνεται η πιθανότητα. Το αντίθετο ισχύει για το εύρος $[0,44, 1]$ και για αυτό το λόγο προκύπτει το παραπάνω σχήμα του διαγράμματος

Στο διάγραμμα (4.1.5.7) φαίνεται η σχέση μεταξύ της αξίας του ιδιοκτήτη και της πιθανότητας p_2 . Παρατηρούμε ότι η αξία μειώνεται όσο η πιθανότητα εμφάνισης υψηλού κόστους αυξάνεται.

Τέλος, παρατηρούμε από τα διαγράμματα (4.1.5.8) και (4.1.5.9) πως η κοινωνική ζημία και η απόκλιση από την πλήρη πληροφόρηση έχουν σχήμα ανάστροφου U. Η κοινωνική ζημία αποκτά αυτό το σχήμα διότι η διαφορές $O^*(x) -$

$O^{**}(x)$ και $M^{**}(x) - 0$ αυξάνονται με την πιθανότητα p_2 για μικρότερες τιμές της ενώ μειώνονται για μεγαλύτερες τιμές.

4.2 Μοντέλο Δαπανηρής Αναστρεψιμότητας

Σε αντιστοιχία με την προηγούμενη παράγραφο, εδώ παρουσιάζεται η βέλτιστη στρατηγική επένδυσης όπως προκύπτει από την έρευνα των Shibata και Wong και όπως προκύπτει από τον αναπτυγμένο αλγόριθμο και στη συνέχεια γίνεται η ανάλυση ευαισθησίας για τις παραμέτρους s , σ και α .

4.2.1 Βέλτιστη Επένδυση - Οικονομικό σενάριο

Παρουσιάζουμε αρχικά σε μορφή πίνακα τα αποτελέσματα της αριθμητικής εφαρμογής όπως δίνονται από τους Shibata και Wong και στη συνέχεια τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τον αλγόριθμο που αναπτύχθηκε. Στη συνέχεια θα παρουσιαστεί το οικονομικό σενάριο της βέλτιστης στρατηγικής επένδυσης με δαπανηρή αναστρεψιμότητα.

Τα αποτελέσματα της έρευνας είναι τα εξής:

Μεταβλητή	Συμβολισμός	Σύμβολο Αλγορίθμου	Δαπανηρή Αναστρεψιμότητα	Συμμετρικό Μοντέλο
τιμή επένδυσης	x_I^*	xopt	0,9917	0,9395
ποσότητα επένδυσης	q^*	qopt	9,1466	8,5407
τιμή εγκατάλειψης	x_A	xaban	0,0857	0
ποσοστό δαπανηρής αναστρεψιμότητας	k^*	kopt	0,5251	0
κόστος επένδυσης	I	I(qopt)	88,6605	77,9432
κόστος δαπανηρής αναστρεψιμότητας	$g(k^*)$	g(kopt)	22,1098	0
τιμή μεταπώλησης	$(k^* + s) \cdot I$	RP	46,5519	0
αξία τη στιγμή της επένδυσης	$V - I$	VAI	76,5891	67,944
αξία τη στιγμή της εγκατάλειψης	$(k^* + s) \cdot I - g(k^*)$	VAA	24,4421	0
εκ των προτέρων αξία επένδυσης	E	POV	10,9023	10,8622

Πίνακας 4.2.1.1: Αποτελέσματα Έρευνας

Ενώ τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τον αλγόριθμο που αναπτύχθηκε στα πλαίσια της παρούσας εργασίας είναι:

Μεταβλητή	Συμβολισμός	Σύμβολο Αλγορίθμου	Δαπανηρή Αναστρεψιμότητα	Συμμετρικό Μοντέλο
τιμή επένδυσης	x_I^*	xopt	0,9917	0,9395
ποσότητα επένδυσης	q^*	qopt	9,1466	8,5407
τιμή εγκατάλειψης	x_A	xaban	0,0857	0
ποσοστό δαπανηρής αναστρεψιμότητας	k^*	kopt	0,5250	0
κόστος επένδυσης	I	I(qopt)	88,6610	77,9436

κόστος δαπανηρής αναστρεψιμότητας	$g(k^*)$	$g(kopt)$	22,1096	0
τιμή μεταπώλησης	$(k^*+s) \cdot I$	RP	46,5515	0
αξία τη στιγμή της επένδυσης	V-I	VAI	76,5903	67,9436
αξία τη στιγμή της εγκατάλειψης	$(k^*+s) \cdot I - g(k^*)$	VAA	24,4418	0
εκ των προτέρων αξία επένδυσης	E	POV	10,9023	10,8622

Πίνακας 4.2.1.2: Αποτελέσματα Αλγορίθμου

Ακολουθεί το οικονομικό σενάριο της αριθμητικής εφαρμογής του μοντέλου δαπανηρής αναστρεψιμότητας των Shibata και Wong:

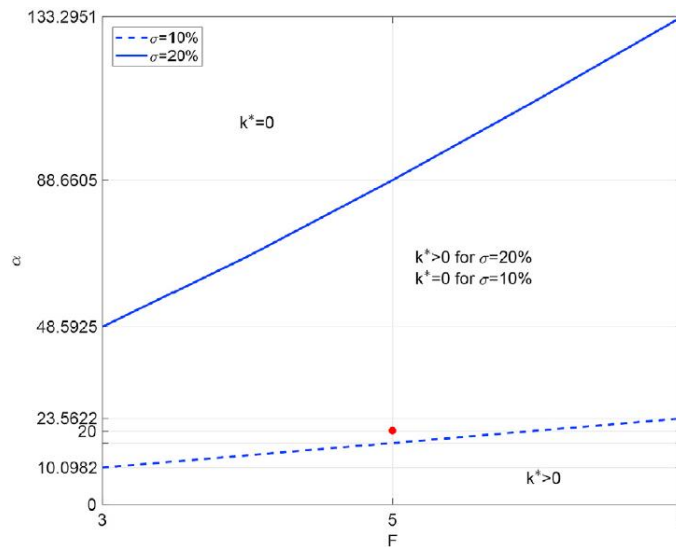
Το σενάριο είναι το εξής: Όταν η τιμή πώλησης του παραγόμενου προϊόντος $X(t)$, ξεκινώντας από την τιμή $x_0 = 0,4$ χ.μ., αυξηθεί και φτάσει την βέλτιστη τιμή επένδυσης $x_1^* = 0,9917$ χ.μ. ($x_{I0}^* = 0,9395$ χ.μ. για τη συμμετρική περίπτωση) για πρώτη φορά, η εταιρεία εκτελεί την επένδυση. Η βέλτιστη ποσότητα επένδυσης είναι $q^* = 9,1466$ τεμ. ($q_0^* = 8,5407$ τεμ.), επιφέροντας έτσι κόστος στην εταιρεία που μεταφράζεται σε τιμή αγοράς της παραγωγικής μονάδας $I(q^*) = 88,6605$ χ.μ. ($I(q_0^*) = 77,9432$ χ.μ.). Επομένως συμπεραίνουμε ότι μεταξύ της περίπτωσης δαπανηρής αναστρεψιμότητας και της συμμετρικής ισχύουν οι ανισώσεις $x_1^* > x_{I0}^*$ και $q^* > q_0^*$. Παρατηρούμε πως η στρατηγική της δαπανηρής αναστρεψιμότητας επιτρέπει στην εταιρεία να αυξήσει πάντα την ποσότητα επένδυσης αλλά όχι να επιταχύνει πάντοτε την επένδυση, αφού στην προκειμένη περίπτωση η τιμή επένδυσης αυξάνεται, που σημαίνει ότι η επένδυση καθυστερεί. Τη στιγμή της επένδυσης, η τιμή της μετοχής της εταιρείας, που όπως αναφέραμε και στο μοντέλο της ασύμμετρης πληροφόρησης δίνεται από τον τύπο $E(x_1^*) = V(x_1^*, q^*) - I(q^*) = 76,5903$ χ.μ. (ενώ $E(x_{I0}^*) = V(x_{I0}^*, q_0^*) - I(q_0^*) = 67,9436$ χ.μ. η τιμή στην συμμετρική περίπτωση). Πράγμα που σημαίνει ότι λόγω της δαπανηρής αναστρεψιμότητας, η τιμή της μετοχής αυξάνεται από τις 67,9436 χ.μ. στις 76,5903 χ.μ.. Επιπρόσθετα, την παρούσα στιγμή ($t = 0$), η τιμή της μετοχής αυξάνεται από τις 10,8622 χ.μ. στις 10,9023 χ.μ.. Μετά την επένδυση, αν η τιμή πώλησης $X(t)$ μειωθεί και λάβει την τιμή 0,0857 χ.μ. για πρώτη φορά, η εταιρεία εγκαταλείπει την επένδυση στο project και μεταπωλεί το αποκτηθέν κεφάλαιο στην τιμή μεταπώλησης $(k^*+s) \cdot I(q^*) = 46,5515$ χ.μ., αφού όπως έχει ήδη αναφερθεί η νέα συνολική αναστρεψιμότητα της επένδυσης δίνεται από το άθροισμα (k^*+s) αντί του s της συμμετρικής περίπτωσης. Η εναπομένουσα αξία τη στιγμή της

εγκατάλειψης είναι $(k^*+s) \cdot I(q^*) - g(k^*) = 24,4418$ χ.μ.. Επομένως από την απλή περίπτωση επένδυσης η εναπομένουσα αξία αυξάνεται από τις 0 στις 24,4418 χ.μ..

Επομένως, με βάση τα παραπάνω εξάγουμε το συμπέρασμα πως όταν μια εταιρεία υιοθετεί τη στρατηγική της δαπανηρής αναστρεψιμότητας ο χρόνος επένδυσης δεν επιταχύνεται πάντα ωστόσο πάντα αυξάνεται η ποσότητα επένδυσης.

Αναλύοντας την οικονομική κατάσταση στην οποία η εταιρεία υιοθετεί την στρατηγική της δαπανηρής αναστρεψιμότητας, καταλήγουμε στο συμπέρασμα πως στο μοντέλο επιδρούν τρεις βασικές παράμετροι. Αυτές είναι το σταθερό κόστος επένδυσης F , η μη αποδοτικότητα του κόστους της δαπανηρής αναστρεψιμότητας α και η μεταβλητότητα της τιμής πώλησης του παραγόμενου αγαθού σ .

Στο διάγραμμα 4.2.1.1 έχουν οριστεί οι παράμετροι ως εξής ($\mu = 0,5\%$, $r = 6\%$, $s = 0$) και φαίνονται οι περιοχές για τις οποίες το ποσοστό δαπανηρής αναστρεψιμότητας είναι θετικό ($k^* > 0$) και μηδενικό ($k^* = 0$) για σταθερή μεταβλητότητα σ ($\sigma \in \{10\%, 20\%\}$) συναρτήσει της μη αποδοτικότητας κόστους δαπανηρής αναστρεψιμότητας α και του σταθερού κόστους επένδυσης F . Οι δύο ευθείες δείχνουν το σύνορο μεταξύ των περιοχών όπου ισχύει $k^* > 0$ και $k^* = 0$ για $\sigma = 10\%$ και $\sigma = 20\%$. Η γραμμή που ξεκινά από το σημείο $(F, \alpha) = (3, 48,5925)$ και φτάνει στο $(F, \alpha) = (7, 133,2951)$ είναι το όριο για $\sigma = 20\%$. Στην περιοχή πάνω από τη γραμμή αυτή έχουμε μηδενικό ποσοστό δαπανηρής αναστρεψιμότητας όταν η μεταβλητότητα είναι 20%. Στην περιοχή κάτω από τη γραμμή αυτή έχουμε θετικό ποσοστό δαπανηρής αναστρεψιμότητας όταν $\sigma = 20\%$ και μηδενικό όταν $\sigma = 10\%$. Αντίστοιχα η ευθεία που ενώνει τα σημεία $(F, \alpha) = (3, 10,0982)$ και $(F, \alpha) = (7, 23,5622)$ αποτελεί το σύνορο για μεταβλητότητα $\sigma = 10\%$. Αντίστοιχα με την προηγούμενη παρατήρηση στην περιοχή πάνω από το σύνορο έχουμε μηδενικό k^* και από κάτω θετικό. Από τα παραπάνω αποτελέσματα εξάγουμε το συμπέρασμα πως μια αύξηση της μεταβλητότητας είναι πιο πιθανό να επιφέρει αύξηση στο k^* για σταθερά F και α . Αντίστοιχα, μια αύξηση του F με σταθερά τα α και σ είναι πιο πιθανό να αυξήσει το βέλτιστο ποσοστό δαπανηρής αναστρεψιμότητας k^* και μια μείωση του α , δηλαδή αύξηση της αποδοτικότητας, είναι πιο πιθανό να έχει βέλτιστο $k^* > 0$ για σταθερά σ και F .



Διάγραμμα 4.2.1.1: Διάγραμμα (F,α) και περιοχές του k^*

Συνοψίζοντας τα παραπάνω και με βάση το διάγραμμα (4.2.1.1) καταλήγουμε στην εξής υπόθεση:

Υποθέτουμε ότι η εταιρεία μπορεί να υιοθετήσει τη στρατηγική δαπανηρής αναστρεψιμότητας τη στιγμή της εγκατάλειψης του project. Μια αύξηση της μεταβλητότητας σ , μια αύξηση του σταθερού κόστους επένδυσης F ή μια μείωση του βαθμού μη αποδοτικότητας κόστους της δαπανηρής αναστρεψιμότητας α υπονοούν πως η εταιρεία είναι πιο πιθανό να υιοθετήσει τελικά τη στρατηγική δαπανηρής αναστρεψιμότητας (δηλαδή $k^* > 0$).

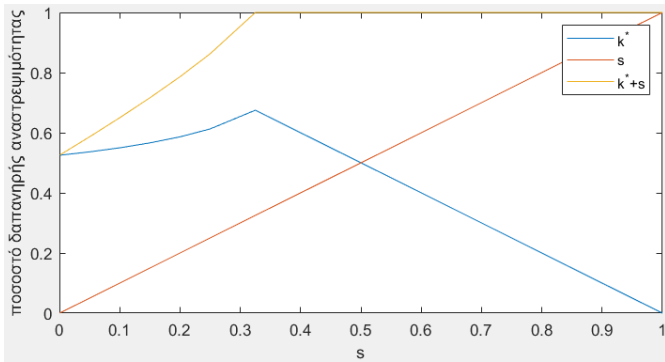
Οι οικονομικές ιδιότητες της παραπάνω υπόθεσης είναι:

- Το ποσοστό δαπανηρής αναστρεψιμότητας αυξάνεται με το βαθμό της αβεβαιότητας. Όπως φαίνεται από το διάγραμμα 4.2.1.1 όσο αυξάνεται η αβεβαιότητα της επένδυσης, η οποία μπορεί να αποδοθεί στη μεταβλητότητα της τιμής του προϊόντος τόσο αυξάνεται το βέλτιστο ποσοστό δαπανηρής αναστρεψιμότητας. Η ιδιότητα αυτή συμβαδίζει με τα εμπειρικά ευρήματα των Leahy και Whited (1996), Guiso και Parigi (1999) και Ghosal και Loungani (2000).
- Υψηλότερο σταθερό κόστος επένδυσης F αντιστοιχεί σε μεγαλύτερη παραγωγική μονάδα, που ως αποτέλεσμα έχει μεγαλύτερη ποσότητα παραγωγής (q^*). Επομένως μια μεγαλύτερη εταιρεία αναμένεται να

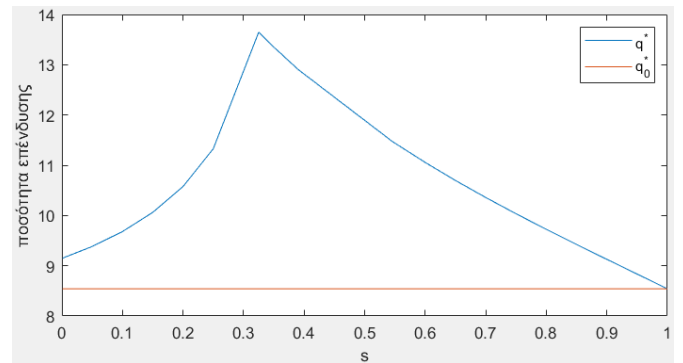
έχει και μεγαλύτερη παραγωγική μονάδα. Η μεγαλύτερη ποσότητα επένδυσης (q^*) όμως συνεπάγεται και μεγαλύτερο ποσοστό δαπανηρής αναστρεψιμότητας επομένως καταλήγουμε πως όταν αυξάνεται το σταθερό κόστος επένδυσης είναι πιο πιθανό να υιοθετήσει μια εταιρεία τη στρατηγική δαπανηρής αναστρεψιμότητας κατά την εγκατάλειψη. Αυτό το αποτέλεσμα ταιριάζει με τα ευρήματα της έρευνας των Folta, Johnson και O'Brien (2006), οι οποίοι αναφέρουν πως μεγαλύτερες εταιρείες είναι πιο ικανές να μεταποιούν τα κεφάλαιά τους.

- Τέλος, μη αποδοτικότητα της δαπανηρής αναστρεψιμότητας (μεγαλύτερο α) σημαίνει πως η εταιρεία είναι λιγότερο πιθανό να υιοθετήσει τη στρατηγική αυτή, ιδιότητα που συμβαδίζει με τα αποτελέσματα του Asplund (2000).

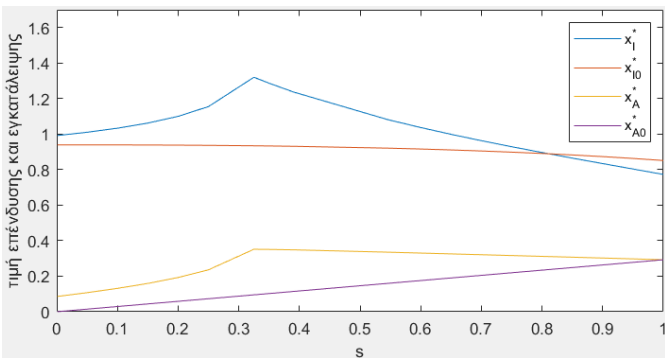
4.2.2 Ανάλυση Ευαισθησίας - Μη δαπανηρή αναστρεψιμότητα (s)



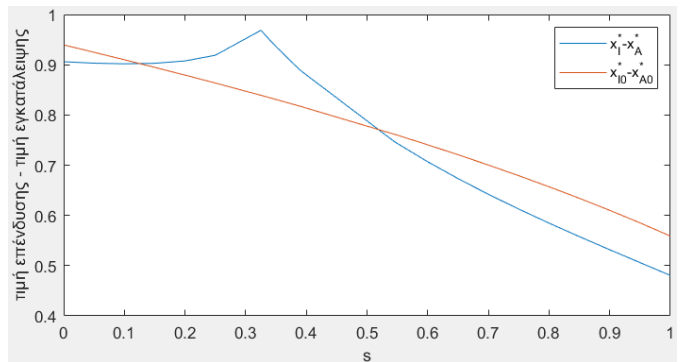
Διάγραμμα 4.2.2.1: Ποσοστό δαπανηρής αναστρεψιμότητας



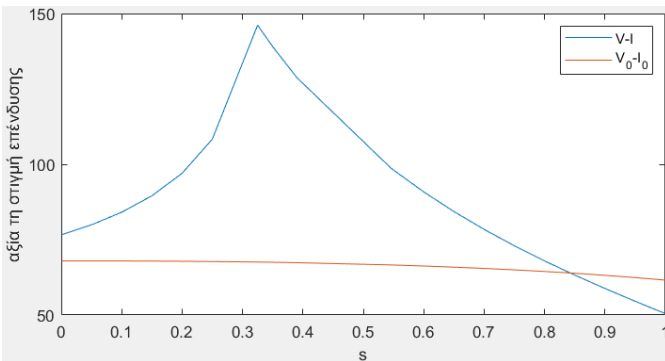
Διάγραμμα 4.2.2.2: Ποσότητα Επένδυσης



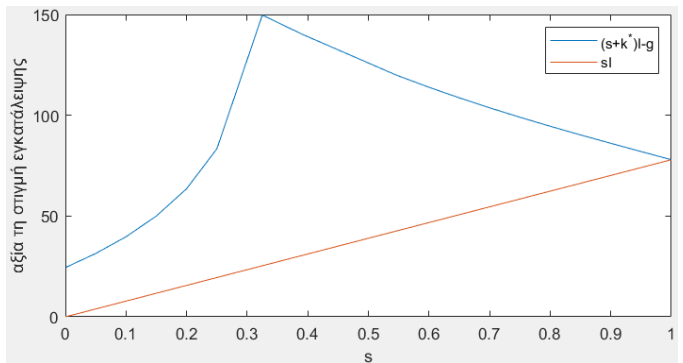
Διάγραμμα 4.2.2.3: Τιμή επένδυσης και τιμή εγκατάλειψης



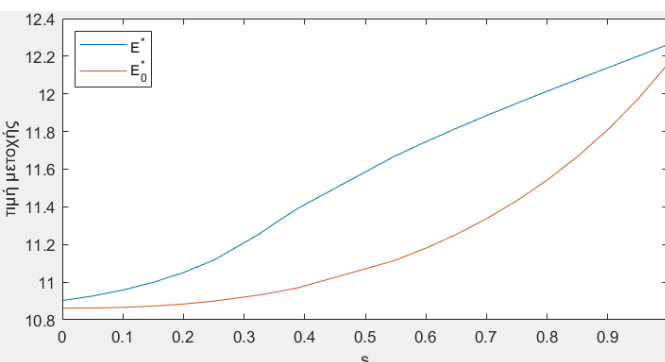
Διάγραμμα 4.2.2.4: Διαφορά μεταξύ τιμής επένδυσης και εγκατάλειψης



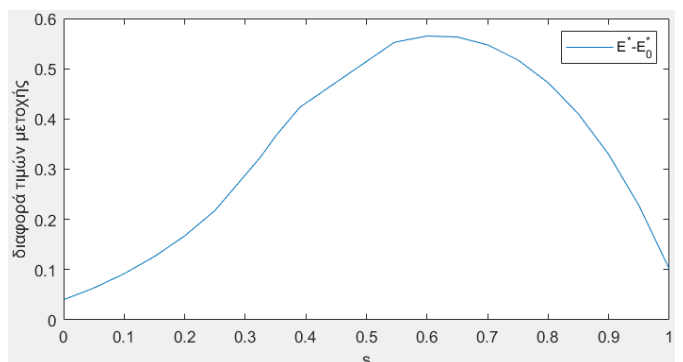
Διάγραμμα 4.2.2.5: Αξία επένδυσης τη στιγμή της επένδυσης



Διάγραμμα 4.2.2.6: Αξία επένδυσης τη στιγμή της εγκατάλειψης



Διάγραμμα 4.2.2.7: Τιμή μετοχής εταιρείας (εκ των προτέρων αξία επένδυσης)



Διάγραμμα 4.2.2.8: Διαφορά τιμής μετοχής μεταξύ των περιπτώσεων συμμετρίας και δαπανηρής αναστρεψιμότητας

Μελετάμε αρχικά την επίδραση της εξωγενούς ή μη δαπανηρής αναστρεψιμότητας s στα διάφορα μεγέθη της επένδυσης. Η τιμή της αναστρεψιμότητας μεταβάλλεται μεταξύ των τιμών 0 και 1.

Στο σχήμα 4.2.2.1 φαίνεται η επίδραση της αύξησης της μη δαπανηρής αναστρεψιμότητας (s) στο ποσοστό δαπανηρής αναστρεψιμότητας k^* . Παρατηρούμε ότι το k^* αυξάνεται με την αύξηση του s για $s < 0,325$ και μειώνεται για $s > 0,325$. Το ποσοστό $\hat{s} = 0,325$ είναι το ελάχιστο για το οποίο ισχύει η σχέση $s + k^* = 1$. Επομένως το μέγιστο ποσοστό δαπανηρής αναστρεψιμότητας θα είναι $k^* = 0,675$. Επομένως το συνολικό ποσοστό αναστρεψιμότητας αυξάνεται μονότονα με το s για $s \in [0, 0,325)$ και μονότονα με το $s + k^*$ για $s \in [0,325, 1]$.

Στο σχήμα 4.2.2.2 φαίνεται η ποσότητα επένδυσης και πως μεταβάλλεται με το s . Από το διάγραμμα προκύπτουν δύο βασικές ιδιότητες:

2. Πρώτον, πράγματι βλέπουμε πως πράγματι ισχύει η παρατήρηση πως η ποσότητα επένδυσης στο μοντέλο δαπανηρής αναστρεψιμότητας αυξάνεται πάντα σε σχέση με το συμμετρικό μοντέλο (δηλαδή $q^* > q_0^*$) για κάθε τιμή του s .
3. Δεύτερον, η ποσότητα σχηματίζει ένα διάγραμμα σχήματος Λ με την αναστρεψιμότητα, αρχικά αυξάνεται για $s \in [0, 0,325)$ και στη συνέχεια μειώνεται για $s \in [0,325, 1]$. Αυτό το συμπέρασμα αντιτίθεται σε αυτό της συμμετρίας του Wong όπου η ποσότητα επένδυσης είναι ανεξάρτητη της αναστρεψιμότητας s . Επομένως παρατηρούμε ότι και σε αυτήν την περίπτωση η ποσότητα επένδυσης δεν είναι πλέον ανεξάρτητη της αναστρεψιμότητας s .

Στο σχήμα 4.2.2.3 φαίνεται η τιμή της επένδυσης και η τιμή εγκατάλειψης συναρτήσει του ποσοστού s . Χρησιμοποιούμε ως μέτρα σύγκρισης τις τιμές επένδυσης και εγκατάλειψης του συμμετρικού μοντέλου x_{I0}^* και x_{A0}^* . Η τιμή επένδυσης μειώνεται μονότονα ενώ η τιμή εγκατάλειψης αυξάνεται μονότονα. Αντιθέτως με αυτές, οι τιμές επένδυσης του παρόντος μοντέλου x_I^* και x_A^* παρουσιάζουν ένα σχήμα Λ με την αύξηση του s . Οι τιμές αυξάνονται για $s \in [0, 0,325)$ και μειώνονται για $s \in [0,325, 1]$. Επίσης παρατηρούμε ότι για την τιμή εγκατάλειψης ισχύει $x_A^* \geq x_{A0}^*$ για κάθε τιμή εξωγενούς αναστρεψιμότητας s ενώ το αντίστοιχο δεν ισχύει για την τιμή επένδυσης και επομένως επαληθεύεται η

παρατήρηση πως στην περίπτωση της δαπανηρής αναστρεψιμότητας η τιμή επένδυσης δεν είναι πάντα μεγαλύτερη από την αντίστοιχη της απλής επένδυσης. Από το διάγραμμα φαίνεται πως η τιμή επένδυσης στην περίπτωση της δαπανηρής αναστρεψιμότητας είναι μικρότερη αυτής της συμμετρικής όταν το ποσοστό της αναστρεψιμότητας s ξεπερνά το 0,8.

Στο σχήμα 4.2.2.4 απεικονίζεται το διάγραμμα της διαφοράς μεταξύ τιμής επένδυσης και τιμής εγκατάλειψης στις δύο περιπτώσεις. Εδώ παρατηρούμε ότι στην απλή περίπτωση η διαφορά μειώνεται μονότονα και σχεδόν γραμμικά με την αύξηση του s , γεγονός που επιβεβαιώνεται από τους Dixit και Pindyck (1994) ενώ στην περίπτωση της δαπανηρής αναστρεψιμότητας παρατηρείται μεν μια γενικότερη μείωση, ωστόσο δεν είναι πλέον μονότονη. Πιο συγκεκριμένα, μέχρι να φτάσει η αναστρεψιμότητα την τιμή $\hat{s} = 0,325$, η διαφορά τιμής επένδυσης και εγκατάλειψης έχει μια μικρή σχετικά αυξητική τάση, ωστόσο για $s \in [0,325, 1]$ μειώνεται πιο απότομα από την αντίστοιχη διαφορά στην συμμετρική περίπτωση

Στο σχήμα 4.2.2.5 δίνεται η σχέση μεταξύ της αξίας της επένδυσης τη στιγμή που γίνεται η επένδυση και της αναστρεψιμότητας s . Υπάρχουν τρεις βασικές ιδιότητες:

1. Η αξία $E(x_I^*) = V(x_I^*, q^*) - I(q^*)$ είναι ίση με την καθαρή παρούσα αξία της επένδυσης (NPV) στο παραδοσιακό μοντέλο. Παρατηρούμε ότι τη στιγμή της επένδυσης η καθαρή παρούσα αξία είναι αυστηρά μεγαλύτερη του μηδενός ακόμα και στην περίπτωση όπου $s = 1$. Αυτό το συμπέρασμα είναι το ίδιο με αυτό των Davis και Cairns (2017).
2. Παρατηρούμε ότι για το μεγαλύτερο εύρος του s ισχύει ότι η παρούσα αξία της επένδυσης στην περίπτωση της δαπανηρής αναστρεψιμότητας είναι μεγαλύτερη από την αντίστοιχη στην συμμετρική περίπτωση επένδυσης. Δηλαδή $E(x_I^*) \geq E(x_{I0}^*)$. Πιο συγκεκριμένα η παραπάνω σχέση όπως φαίνεται και από το σχήμα ισχύει για $s \in [0, 0,84]$, επομένως αποδεικνύεται ότι στην πλειοψηφία των περιπτώσεων η στρατηγική δαπανηρής αναστρεψιμότητας ωφελεί την επιχείρηση.
3. Η συνάρτηση $E(x_I^*)$ έχει σχήμα Λ όπως και τα προηγούμενα με τη μέγιστη τιμή να παρατηρείται για $s = \hat{s}$.

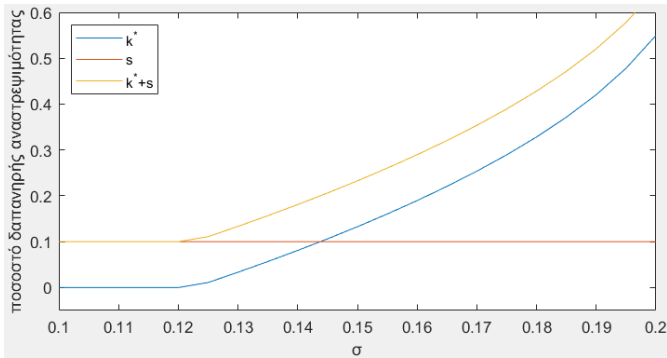
Το σχήμα 4.2.2.6 δείχνει την αξία της επένδυσης τη στιγμή όπου η εταιρεία την εγκαταλείπει. Η αξία δίνεται από τη σχέση $(s+k^*) \cdot I(q^*) - g(k^*)$. Παρατηρείται πως οι ιδιότητες της αξίας αυτής είναι ίδιες με αυτές της αξίας τη στιγμή της επένδυσης, η οποία απεικονίζεται στο σχήμα 4.2.2.5. Επομένως έχουμε $(s+k^*) \cdot I(q^*) - g(k^*) \geq s \cdot I(q_0^*)$, σχήμα Λ, όπου μέγιστη τιμή της αξίας παρατηρείται για $s=\hat{s}$.

Στο σχήμα 4.2.2.7 απεικονίζεται η εκ των προτέρων αξία της επένδυσης για την εταιρεία ή τιμή της μετοχής της εταιρείας. Παρατηρούμε πως Ισχύει η σχέση $E(x_I^*) \geq E(x_{I0}^*)$ για κάθε $x < \min\{x_I^*, x_{I0}^*\}$. Παρατηρείται πως και οι δύο καμπύλες αυξάνονται μονότονα με το s και μάλιστα το απλό μοντέλο έχει κυρτή καμπύλη σε όλο το εύρος των s ενώ η καμπύλη της δαπανηρής αναστρεψιμότητας είναι κυρτή στο πρώτο κομμάτι για $s \in [0, 0,325)$ και κοίλη για $s \in [0,325, 1]$. Επομένως το $s = 0,325$ είναι η τετμημένη του σημείου καμπής της συνάρτησης.

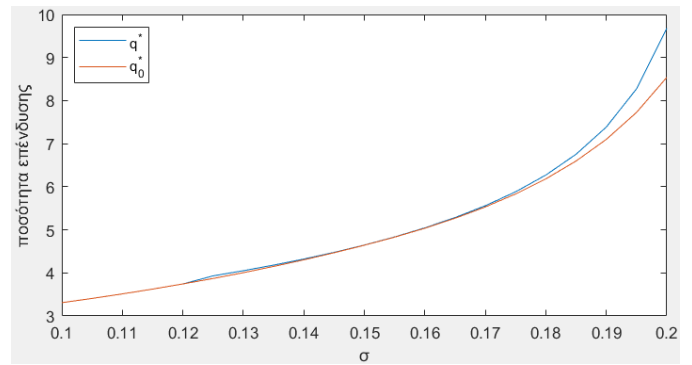
Τέλος το σχήμα 4.2.2.8 δείχνει την διαφορά των δύο προηγούμενων μεγεθών συναρτήσει της μη δαπανηρής αναστρεψιμότητας. Είναι ενδιαφέρον πως η διαφορά αυτή έχει σχήμα ανάποδου U και η μέγιστη διαφορά δεν παρατηρείται όπως είναι αναμενόμενο για $s = 0,325$ αλλά για $s = 0,61$. Από το αποτέλεσμα αυτό εξάγουμε την εξής παρατήρηση: Υποθέτουμε πως μια εταιρεία υιοθετεί την στρατηγική της δαπανηρής αναστρεψιμότητας τη στιγμή της εγκατάλειψης ενός project. Το ποσοστό δαπανηρής αναστρεψιμότητας (k^*), η ποσότητα (q^*), η τιμή επένδυσης (x_I^*), η τιμή εγκατάλειψης (x_A^*) και οι αξίες τη στιγμή της επένδυσης και τη στιγμή εγκατάλειψης έχουν μια μη μονότονη σχέση με το s ενώ αντίθετα η εκ των προτέρων αξία της επένδυσης αυξάνεται μονότονα με την αύξηση του s .

Από την παραπάνω παρατήρηση, όταν το ποσοστό δαπανηρής αναστρεψιμότητας k^* αυξάνεται (μειώνεται), η επενδυτική στρατηγική (δηλ. τα x_I^* , q^*) και η εκ των προτέρων αξία της επένδυσης $E(x_I^*)$ αυξάνονται (μειώνονται)

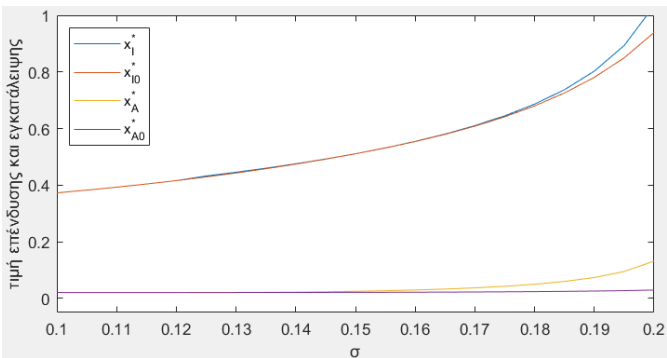
4.2.3 Ανάλυση Ευαισθησίας - Μεταβλητότητα (σ)



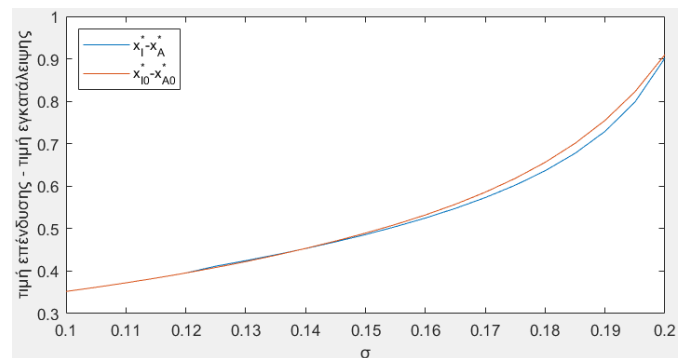
Διάγραμμα 4.2.3.1: Ποσοστό δαπανηρής αναστρεψιμότητας



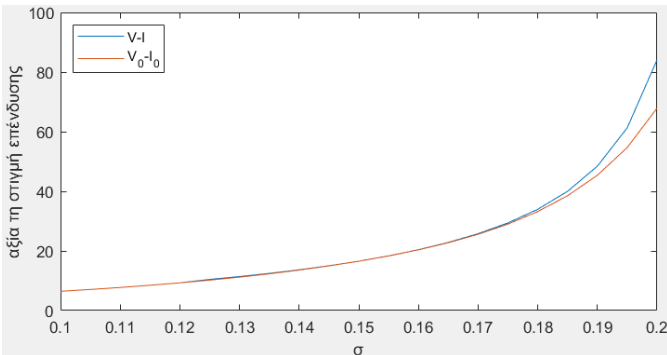
Διάγραμμα 4.2.3.2: Ποσότητα επένδυσης



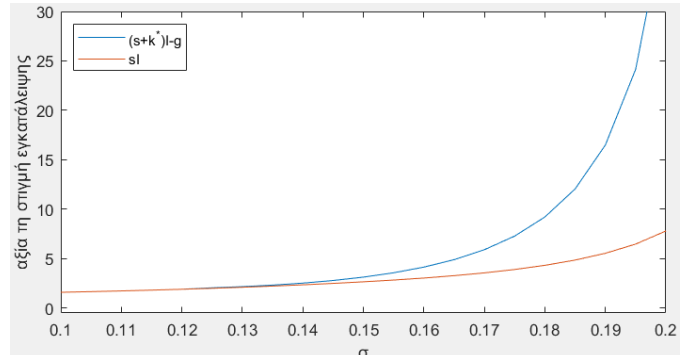
Διάγραμμα 4.2.3.3: Τιμή επένδυσης και τιμή εγκατάλειψης



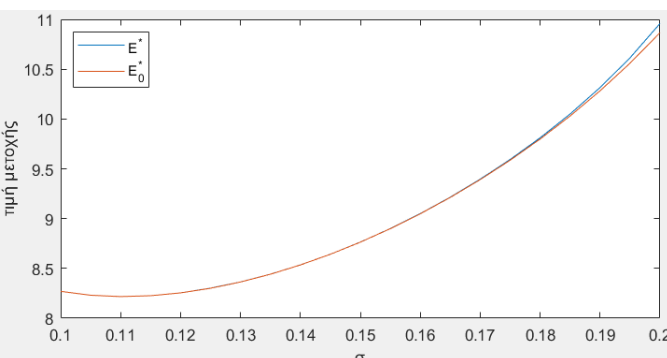
Διάγραμμα 4.2.3.4: Διαφορά μεταξύ τιμής επένδυσης και εγκατάλειψης



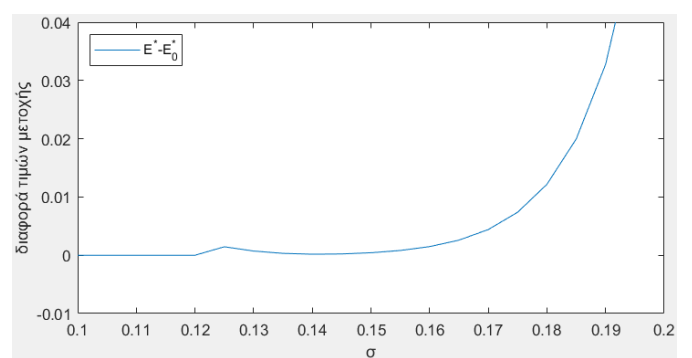
Διάγραμμα 4.2.3.5: Αξία επένδυσης τη στιγμή της επένδυσης



Διάγραμμα 4.2.3.6: Αξία επένδυσης τη στιγμή της εγκατάλειψης



Διάγραμμα 4.2.3.7: Τιμή μετοχής εταιρείας (εκ των προτέρων αξία επένδυσης)



Διάγραμμα 4.2.3.8: Διαφορά τιμής μετοχής μεταξύ των περιπτώσεων συμμετρίας και δαπανηρής αναστρεψιμότητας

Σε αυτήν την υποενότητα γίνεται ανάλυση ευαισθησίας για την μεταβλητότητα. Μελετάμε τα αποτελέσματα της μεταβλητότητας στα μεγέθη της επένδυσης στο εύρος (10%,20%) και θεωρούμε πως η εξωγενής αναστρεψιμότητα είναι ίση με $s = 0,1$. Από τον αλγόριθμο προκύπτουν τα παραπάνω διαγράμματα ανάλυσης ευαισθησίας.

Παρατηρούμε από το διάγραμμα 4.2.3.1 πως το ποσοστό δαπανηρής αναστρεψιμότητας είναι μηδενικό για $\sigma \in [0, 0,122]$ και μεγαλύτερο του μηδενός για $\sigma \in (0,122, 0,2]$. Με αυτόν τον τρόπο επαληθεύουμε το συμπέρασμα που είχε γίνει για την οικονομική κατάσταση μιας εταιρείας που θέλει να υιοθετήσει την στρατηγική δαπανηρής αναστρεψιμότητας, δηλαδή πως όταν η μεταβλητότητα σ της τιμής του προϊόντος είναι υψηλή, είναι πιθανότερο να υιοθετήσει η εταιρεία τη δαπανηρή στρατηγική. Αυτό το αποτέλεσμα συμβαδίζει με τα εμπειρικά ευρήματα των Leahy και Whited (1996), Guiso και Parigi (1999) και Ghosal και Lounyani (2000) όπου το ποσοστό της μη αναστρεψιμότητας αυξάνεται με την αύξηση της αβεβαιότητας.

Στο σχήμα 4.2.3.2 φαίνεται η ποσότητα επένδυσης η οποία αυξάνεται με την μεταβλητότητα και στο συμμετρικό αλλά και στο παρόν μοντέλο. Επίσης παρατηρούμε ότι η ποσότητα επένδυσης της δαπανηρής αναστρεψιμότητας είναι μεγαλύτερη από την αντίστοιχη της συμμετρικής $q^* > q_0^*$ για κάθε σ , συμπέρασμα που εξάγεται και από την τελευταία πρόταση 6. Το αποτέλεσμα αυτό είναι επίσης ίδιο με αυτό του μοντέλου της ασύμμετρης πληροφόρησης.

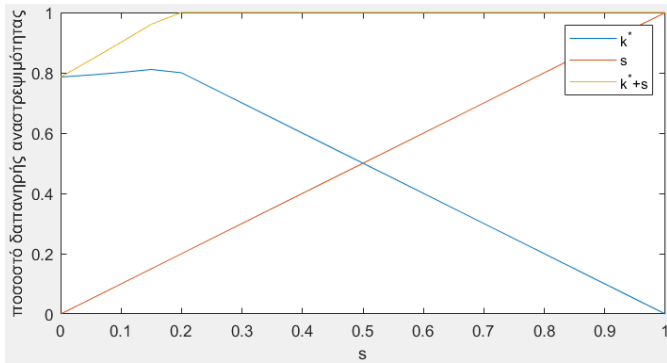
Στο διάγραμμα 4.2.3.3 φαίνεται η τιμή επένδυσης και η τιμή εγκατάλειψης συναρτήσει της μεταβλητότητας, οι οποίες αυξάνονται με την αύξησή της. Αυτό ισχύει και για τα δύο μοντέλα, τα οποία παρουσιάζουν μικρές διαφορές στις μεγαλύτερες τιμές του σ

Στο διάγραμμα 4.2.3.4 φαίνεται η διαφορά μεταξύ τιμής επένδυσης και τιμής εγκατάλειψης, η οποία αυξάνεται μονότονα με τη μεταβλητότητα και ισχύει $x_I^* - x_A^* \leq x_{I0}^* - x_{A0}^*$ για κάθε σ .

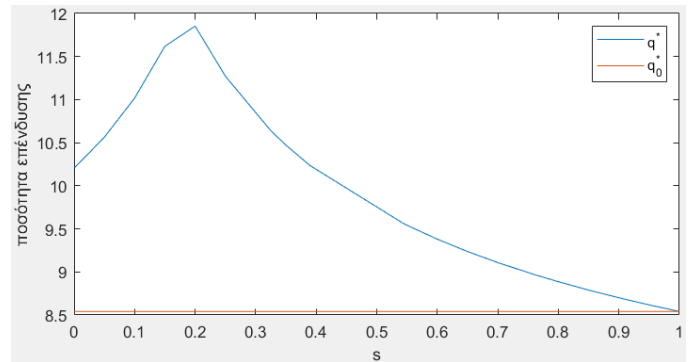
Η αξία της επένδυσης τη στιγμή της επένδυσης φαίνεται στο διάγραμμα 4.2.3.5, το οποίο μοιάζει με τα τρία προηγούμενα και παρατηρούμε πως η αύξηση της

μεταβλητότητας δεν προκαλεί μεγάλες διαφορές μεταξύ του συμμετρικού μοντέλου και του μοντέλου της δαπανηρής αναστρεψιμότητας. Η ίδια παρατήρηση ισχύει και για την τιμή της μετοχής, της οποίας η εξέλιξη φαίνεται στο διάγραμμα 4.2.3.7 όχι όμως και για την αξία τη στιγμή της εγκατάλειψης αφού όπως παρατηρούμε στο διάγραμμα 4.2.3.6 όσο αυξάνεται η μεταβλητότητα τόσο αυξάνεται και η αξία τη στιγμή της εγκατάλειψης της δαπανηρής αναστρεψιμότητας. Κάτι τέτοιο είναι αναμενόμενο αφού όπως αναφέραμε όσο αυξάνεται η μεταβλητότητα σ , τόσο αυξάνεται και το ποσοστό δαπανηρής αναστρεψιμότητας k , το οποίο αυξάνει την αξία μεταπώλησης και έτσι προκύπτει το σχήμα της καμπύλης στο διάγραμμα 4.2.3.6.

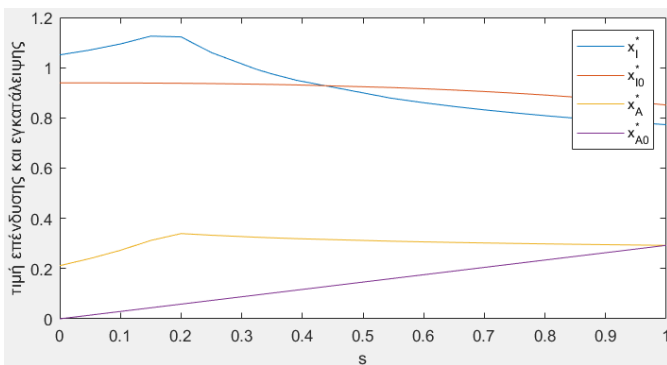
4.2.4 Ανάλυση Ευαισθησίας - Μη αποδοτικότητα της δαπανηρής αναστρεψιμότητας (α)



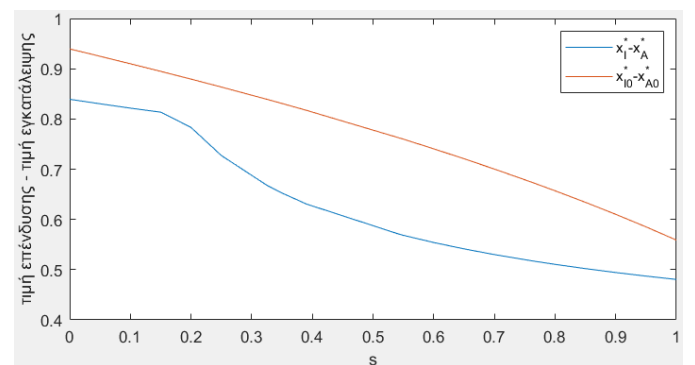
Διάγραμμα 4.2.4.1: Ποσοστό δαπανηρής αναστρεψιμότητας



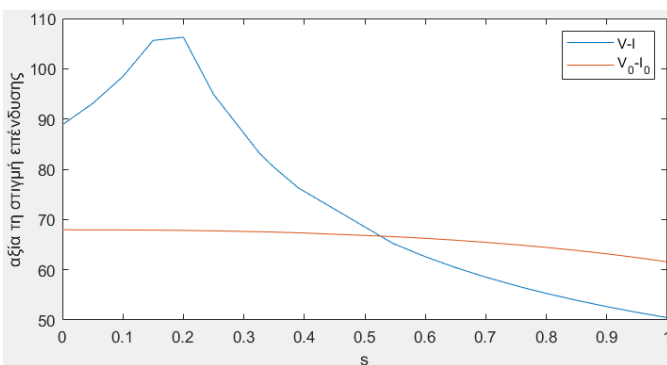
Διάγραμμα 4.2.4.2: Ποσότητα Επένδυσης



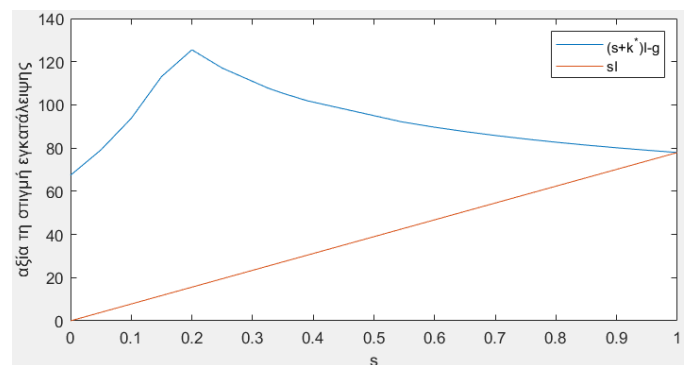
Διάγραμμα 4.2.4.3: Τιμή επένδυσης και τιμή εγκατάλειψης



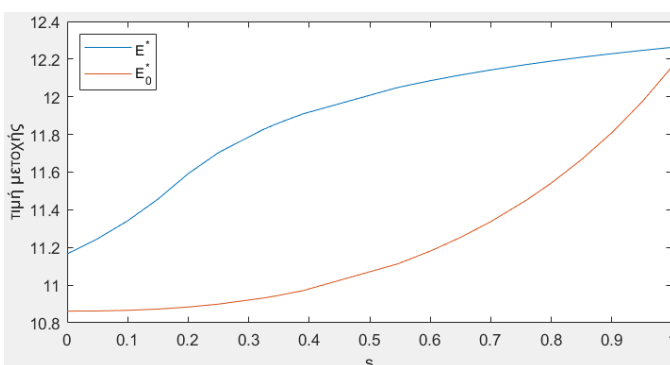
Διάγραμμα 4.2.4.4: Διαφορά μεταξύ τιμής επένδυσης και εγκατάλειψης



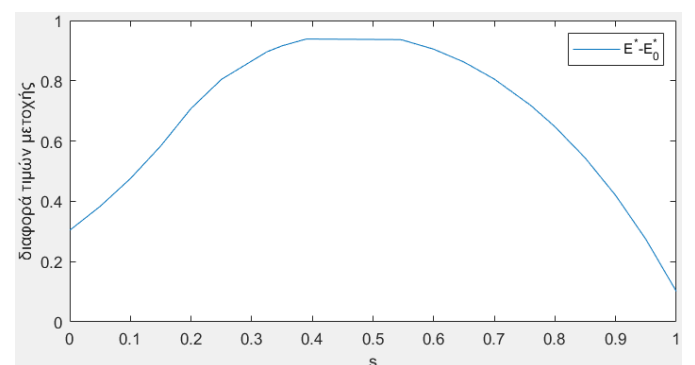
Διάγραμμα 4.2.4.5: Αξία επένδυσης τη στιγμή της επένδυσης



Διάγραμμα 4.2.4.6: Αξία επένδυσης τη στιγμή της εγκατάλειψης



Διάγραμμα 4.2.4.7: Τιμή μετοχής εταιρείας (εκ των προτέρων αξία επένδυσης)



Διάγραμμα 4.2.4.8: Διαφορά τιμής μετοχής μεταξύ των περιπτώσεων συμμετρίας και δαπανηρής αναστρεψιμότητας

Λόγω της φύσης του μεγέθους α , του οποίου η έννοια δεν μπορεί να γίνει εύκολα κατανοητή θα χρησιμοποιηθούν δύο σετ διαγραμμάτων. Το πρώτο σετ είναι αυτό που φαίνεται παραπάνω, στο οποίο έχει γίνει ανάλυση ευαισθησίας ως προς το μέγεθος της μη δαπανηρής αναστρεψιμότητας s αλλά έχει χρησιμοποιηθεί $\alpha=5$ αντί για $\alpha = 20$ της κανονικής περίπτωσης. Ουσιαστικά θα δούμε με έμμεσο τρόπο την επίδραση της παραμέτρου στα μεγέθη της επένδυσης. Στη συνέχεια θα εξηγηθούν τα παραπάνω διαγράμματα και θα παρουσιαστεί το δεύτερο σετ διαγραμμάτων που θα είναι η άμεση επίδραση της μη αποδοτικότητας της δαπανηρής αναστρεψιμότητας μέσω διαγραμμάτων ανάλυσης ευαισθησίας ως προς το ίδιο το α .

Στο διάγραμμα 4.2.4.1 φαίνεται και πάλι το ποσοστό δαπανηρής αναστρεψιμότητας συναρτήσει της μη δαπανηρής αναστρεψιμότητας s . Συγκρίνοντας το διάγραμμα αυτό με το διάγραμμα 4.2.2.1 παρατηρούμε πως πλέον το σημείο \hat{s} έχει μειωθεί από το 0,325 κοντά στο 0,2 όταν η μη αποδοτικότητα είναι $\alpha = 5$, πράγμα που σημαίνει πως το ποσοστό δαπανηρής αναστρεψιμότητας αυξάνεται πλέον για $s \in [0, 0,2)$ και μειώνεται για $s \in [0,2, 1)$. Επομένως παρατηρούμε ότι όταν η μη αποδοτικότητα της δαπανηρής αναστρεψιμότητας μειώνεται, δηλαδή η δαπανηρή αναστρεψιμότητα γίνεται πιο αποδοτική, η τετμημένη του σημείου καμπής μειώνεται και μεγαλώνει η περιοχή για την οποία ισχύει $s + k^* = 1$. Ως αποτέλεσμα, η στρατηγική πλήρους αναστρεψιμότητας ($s + k^* = 1$) είναι πιο πιθανό να υιοθετηθεί όταν η αποδοτικότητα της δαπανηρής αναστρεψιμότητας είναι υψηλότερη (μικρότερο α)

Στο διάγραμμα 4.2.4.2 παρουσιάζεται η εξέλιξη της ποσότητας επένδυσης, η οποία και σε αυτήν την περίπτωση επιβεβαιώνει την πρόταση 6, πως στο μοντέλο αυτό η ποσότητα είναι πάντα μεγαλύτερη της αντίστοιχης του συμμετρικού.

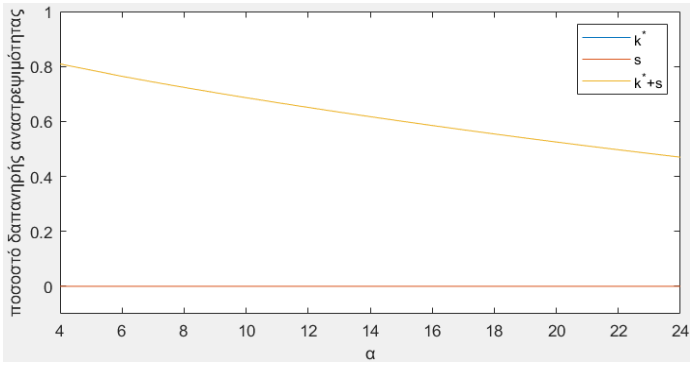
Στο διάγραμμα 4.2.4.3 γίνεται ακόμα πιο φανερή η ιδιότητα που συζητήθηκε για την βέλτιστη τιμή επένδυσης, ότι αυτή δεν είναι πάντα μεγαλύτερη της αντίστοιχης τιμής επένδυσης του συμμετρικού μοντέλου αφού παρατηρούμε ότι για τιμές της εξωγενούς αναστρεψιμότητας s μεγαλύτερες του 0,45, η καμπύλη βρίσκεται κάτω από αυτή του συμμετρικού.

Στο διάγραμμα 4.2.4.4 φαίνεται η εξέλιξη της διαφοράς μεταξύ τιμής επένδυσης και τιμής εγκατάλειψης και γίνεται αισθητό το διαφορετικό σχήμα της καμπύλης του μοντέλου δαπανηρής αναστρεψιμότητας για $\alpha = 5$ σε σχέση με το

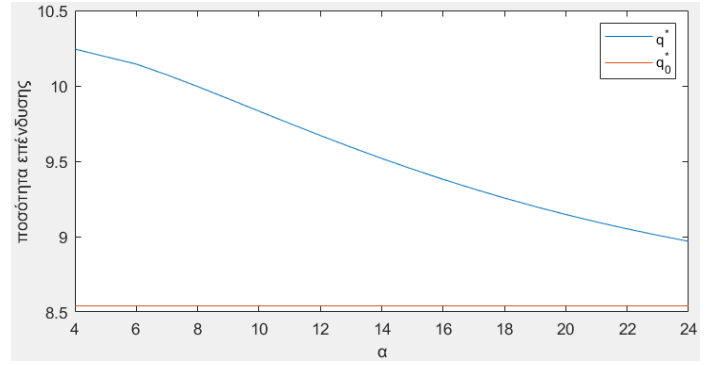
αντίστοιχο για $\alpha = 20$. Μάλιστα, σε αυτήν την περίπτωση ισχύει πως η διαφορά στο μοντέλο δαπανηρής αναστρεψιμότητας είναι για κάθε τιμή του s μικρότερη από αυτή του συμμετρικού. Αντιθέτως η καμπύλη του συμμετρικού μοντέλου παραμένει αμετάβλητη, πράγμα λογικό αφού τα μεγέθη δεν εξαρτώνται από το α .

Στα διαγράμματα 4.2.4.5 και 4.2.4.6 φαίνεται μια παράλληλη μετατόπιση της κάθε καμπύλης προς τα πάνω για το μοντέλο δαπανηρής αναστρεψιμότητας, πράγμα που σημαίνει ότι μεγαλύτερη αποδοτικότητα αυξάνει τις αξίες τη στιγμή της επένδυσης και τη στιγμή της εγκατάλειψης και μετακινεί και πάλι το σημείο καμπής στο $s = 0,2$. Επομένως, επιβεβαιώνεται και πάλι πως όσο μεγαλύτερη είναι η αποδοτικότητα, τόσο πιο πιθανό είναι να υιοθετήσει η εταιρεία τη στρατηγική αυτή.

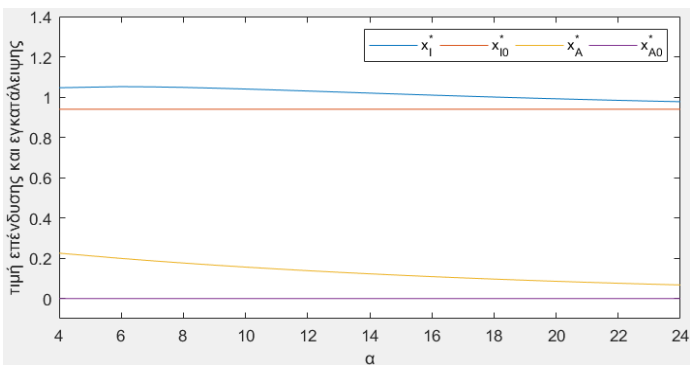
Στα διαγράμματα 4.2.4.7 και 4.2.4.8 δεν παρατηρούνται μεγάλες διαφορές με εξαίρεση τη μετακίνηση και αυτή τη φορά του σημείου καμπής.



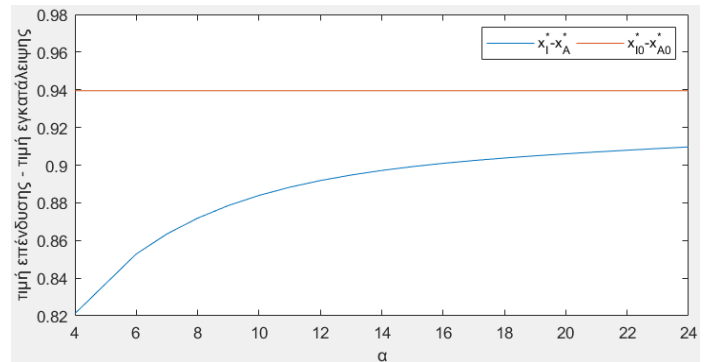
Διάγραμμα 4.2.4.9: Ποσοστό δαπανηρής αναστρεψιμότητας



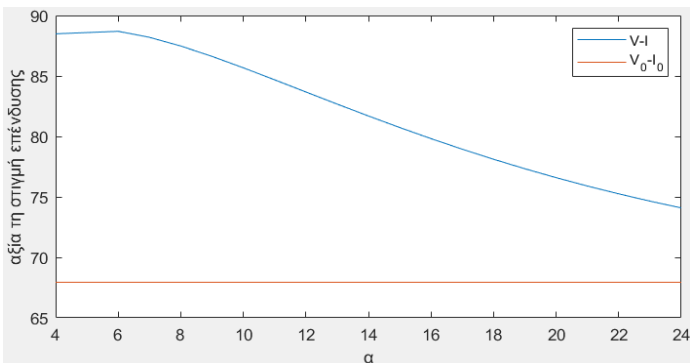
Διάγραμμα 4.2.4.10: Ποσότητα Επένδυσης



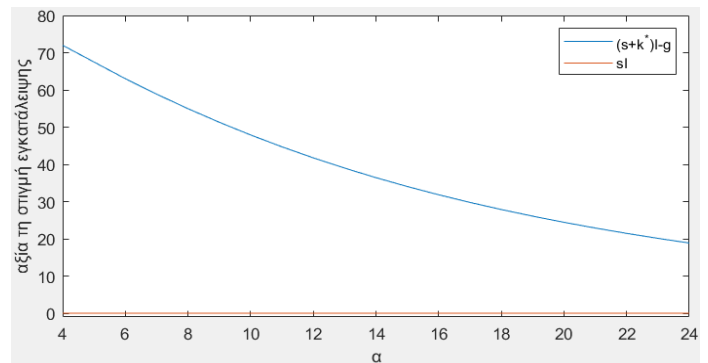
Διάγραμμα 4.2.4.11: Τιμή επένδυσης και τιμή εγκατάλειψης



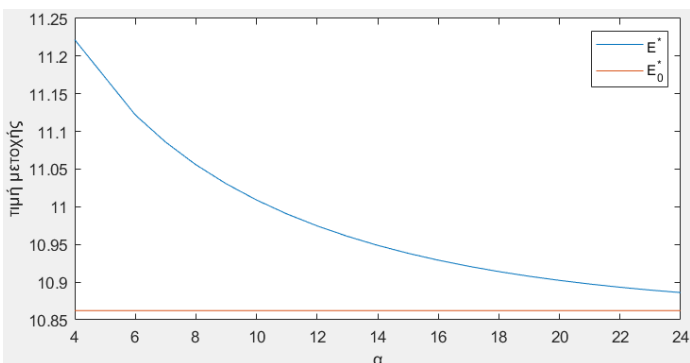
Διάγραμμα 4.2.4.12: Διαφορά μεταξύ τιμής επένδυσης και εγκατάλειψης



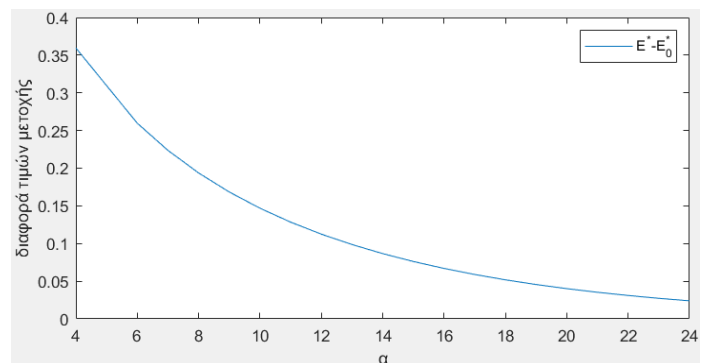
Διάγραμμα 4.2.4.13: Αξία επένδυσης τη στιγμή της επένδυσης



Διάγραμμα 4.2.4.14: Αξία επένδυσης τη στιγμή της εγκατάλειψης



Διάγραμμα 4.2.4.15: Τιμή μετοχής εταιρείας (εκ των προτέρων αξία επένδυσης)



95 Διάγραμμα 4.2.4.16: Διαφορά τιμής μετοχής μεταξύ των περιπτώσεων συμμετρίας και δαπανηρής αναστρεψιμότητας

Στο δεύτερο σετ διαγραμμάτων για τη μη αποδοτικότητα μεταβάλλουμε την τιμή της στο διάστημα [4,24] προκειμένου να δούμε την άμεση επίδραση της παραμέτρου στα μεγέθη της επένδυσης

Ξεκινώντας με το σχήμα 4.2.4.9 παρατηρούμε όπως είναι λογικό πως η ποσότητα α δεν επηρεάζει τη μη δαπανηρή αναστρεψιμότητα, ωστόσο μειώνεται το ποσοστό δαπανηρής αναστρεψιμότητας, επομένως είναι πιο πιθανό η εταιρεία να υιοθετήσει τη στρατηγική της δαπανηρής αναστρεψιμότητας όταν το α είναι χαμηλότερο και η δαπανηρή αναστρεψιμότητα πιο αποδοτική. Άρα και σε αυτό το σημείο επιβεβαιώνεται αριθμητικά η παρατήρηση αυτή.

Από το σχήμα 4.2.4.10 όπου απεικονίζεται η ποσότητα επένδυσης συναρτήσει της μη αποδοτικότητας της δαπανηρής αναστρεψιμότητας, συμπεραίνουμε πως όσο λιγότερο αποδοτική είναι η δαπανηρή αναστρεψιμότητα, τόσο μικρότερη είναι και η ποσότητα επένδυσης ενώ δεν επηρεάζεται η ποσότητα στην περίπτωση της απλής επένδυσης.

Από το σχήμα 4.2.4.11 παρατηρείται πως οι αλλαγές στην μη αποδοτικότητα της αναστρεψιμότητας δεν επιφέρει μεγάλες αλλαγές στην τιμή επένδυσης και την τιμή εγκατάλειψης αφού οι καμπύλες είναι σχεδόν οριζόντιες με μια μικρή αρνητική κλίση. Και σε αυτήν την περίπτωση οι τιμές της απλής επένδυσης δεν επηρεάζονται.

Όσον αφορά την διαφορά της τιμής επένδυσης από την τιμή εγκατάλειψης, αυτή αυξάνεται και η καμπύλη που δημιουργείται είναι αύξουσα και κοίλη όπως φαίνεται από το σχήμα 4.2.4.12 και τείνει να προσεγγίσει την διαφορά της συμμετρικής περίπτωσης όσο το α μεγαλώνει και η δαπανηρή αναστρεψιμότητα γίνεται λιγότερο αποδοτική.

Τα διαγράμματα 4.2.4.13 - 4.2.4.16 επιβεβαιώνουν με τη σειρά τους την παρατήρηση ότι όσο το α αυξάνεται τόσο λιγότερο πιθανό είναι να υιοθετήσει η εταιρεία τη στρατηγική δαπανηρής αναστρεψιμότητας αφού φαίνεται πως όλες οι αξίες μειώνονται μονότονα με την αύξηση της μη αποδοτικότητας της δαπανηρής αναστρεψιμότητας.

4.3 Αριθμητική Εφαρμογή Μοντέλου Ασύμμετρης Πληροφόρησης σε επενδύσεις σε εργοστάσια παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας

Όπως έχει ήδη αναφερθεί για το μοντέλο της ασύμμετρης πληροφόρησης έγινε μια αριθμητική εφαρμογή σε επενδύσεις για τη δημιουργία εργοστασίων παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας, για τις οποίες το κόστος παραγωγής κάθε MWh δίνεται από μια δευτεροβάθμια εξίσωση. Τους συντελεστές της εξίσωσης έχουν ορίσει στα πλαίσια της έρευνάς τους οι Djurovic, Milacic και Krulja (2012). Η εφαρμογή εστιάζει κυρίως στο πως η συνάρτηση κόστους επηρεάζει την τελική επένδυση και αναδεικνύει ένα από τα βασικά προτερήματα του αλγορίθμου που αναπτύχθηκε στα πλαίσια της παρούσας εργασίας. Το βασικό προτέρημα είναι η χρήση εντολών syms στη γλώσσα Matlab για την επίλυση του προβλήματος. Η εντολές αυτές δημιουργούν συναρτήσεις μέσα στη γλώσσα και επιτρέπουν στο χρήστη να επιλέξει ελεύθερα την εξίσωση κόστους που συνοδεύει το πρόβλημα που θέλει να λύσει χωρίς να χρειάζονται άλλες αλλαγές στον αλγόριθμο.

4.3.1 Βέλτιστη Επένδυση

Αρχικά παραθέτουμε τα βέλτιστα συμβόλαια για την κάθε περίπτωση εργοστασίου, όπως αυτά προκύπτουν από τον αλγόριθμο που αναπτύχθηκε

Εργοστάσιο	C(q)	x_{I1}^*	x_{I2}^*	x_{I2}^{**}	x_{A1}^*	x_{A2}^*	x_{A2}^{**}	q_1^*	q_2^*	q_2^{**}	bonus	$M^{**}(x)$
1	$0.02533 \cdot q^2 + 25.5472 \cdot q + 24.3891$	222,6230	223,1504	223,6765	0,0000693242	0,0000694885	0,0000696322	79.395	79.584	79.773	49.495,6753	4.438,5564
2	$0.01199 \cdot q^2 + 37.5510 \cdot q + 117.75510$	162,2563	162,6179	162,9786	0,0000505262	0,0000506388	0,0000507380	121.458	121.732	122.006	49.525,4317	8.759,0574
3	$0.005 \cdot q^2 + 6 \cdot q + 100$	96,5471	96,7816	97,01553	0,0000300645	0,0000301375	0,0000302013	174.940	175.367	175.792	49.483,0570	26.680,5119
4	$0.00413 \cdot q^2 + 25.92 \cdot q + 660$	97,0461	97,2579	97,4692	0,0000302199	0,0000302859	0,0000303441	210.479	210.945	211.410	49.535,0820	26.414,5809
5	$0.0025 \cdot q^2 + 8 \cdot q + 300$	69,9288	70,0945	70,25982	0,0000217757	0,0000218273	0,0000218724	252.687	253.289	253.890	49.495,6027	53.344,2619
6	$0.00876 \cdot q^2 + 13.3272 \cdot q + 81.1364$	130,1656	130,4758	130,7853	0,0000405332	0,0000406298	0,0000407143	134.322	134.644	134.965	49.492,6688	14.049,6905
7	$0.002 \cdot q^2 + 10 \cdot q + 500$	63,8235	63,9716	64,1193	0,0000198745	0,0000199206	0,0000199610	287.607	288.951	288.951	49.506,0984	64.918,7219
8	$0.00623 \cdot q^2 + 18 \cdot q + 217.8952$	112,8016	113,0629	113,3236	0,0000351261	0,0000352075	0,0000352789	163.157	163.539	163.919	49.506,8131	19.111,9237
9	$0.00211 \cdot q^2 + 16.5 \cdot q + 680$	68,4160	68,5676	68,71886	0,0000213046	0,0000213518	0,0000213934	290.860	291.513	292.164	49.528,0612	55.945,7904

Εργοστάσιο	C(q)	$O^*(x)$	$O^{**}(x)$	V_1^*	V_2^*	V_2^{**}	I_1^*	I_2^*	I_2^{**}	L(x)	R
1	$0.02533 \cdot q^2 + 25.5472 \cdot q + 24.3891$	26.838.797	26.834.347	321.365.721	322.895.145	324.424.395	171.697.043	172.514.173	173.281.210	11,2318360951	0,0002700382
2	$0.01199 \cdot q^2 + 37.5510 \cdot q + 117.75510$	59.018.855	59.010.075	358.315.191	359.924.249	361.532.937	191.438.149	192.297.825	193.107.304	20,8510018327	0,0002423137
3	$0.005 \cdot q^2 + 6 \cdot q + 100$	154.201.782	154.175.032	307.090.310	308.586.504	310.082.606	164.070.076	164.869.452	165.618.779	69,2135175071	0,0002825317
4	$0.00413 \cdot q^2 + 25.92 \cdot q + 660$	184.439.036	184.412.559	371.384.066	373.019.257	374.654.017	198.420.496	199.294.135	200.117.543	61,5956828453	0,0002338253
5	$0.0025 \cdot q^2 + 8 \cdot q + 300$	322.467.511	322.414.032	321.274.228	322.803.424	324.332.445	171.648.161	172.465.169	173.232.084	135,0080192156	0,0002701148
6	$0.00876 \cdot q^2 + 13.3272 \cdot q + 81.1364$	84.041.646	84.027.560	317.892.623	319.414.093	320.935.409	169.841.460	170.654.341	171.417.139	35,7659872408	0,0002729748
7	$0.002 \cdot q^2 + 10 \cdot q + 500$	407.587.297	407.522.218	333.747.249	335.304.306	336.861.120	178.312.160	179.144.053	179.925.817	160,8658705267	0,0002600658
8	$0.00623 \cdot q^2 + 18 \cdot q + 217.8952$	120.306.816	120.287.657	334.625.421	336.184.423	337.743.176	178.781.343	179.614.276	180.397.076	47,2896738838	0,0002593864
9	$0.00211 \cdot q^2 + 16.5 \cdot q + 680$	380.620.047	380.563.969	36208.270	363.424.378	365.040.100	193.304.407	194.167.850	194.981.087	132,4380713278	0,0002399851

Παρατηρούμε ότι στις περιπτώσεις των εργοστασίων 3,4,5,7,9 η εκ των προτέρων αξία του ιδιοκτήτη είναι κατά πολύ μεγαλύτερη από τις υπόλοιπες. Αυτό ισχύει γιατί η βέλτιστη τιμή επένδυσης είναι μικρότερη από την παρούσα τιμή πράγμα που κάνει το λόγο $(x/x_{Ii})^{\beta}$ πολύ μεγαλύτερο. Στα πλαίσια όμως της αρχικής υπόθεσης του προβλήματος έχουμε κάνει την παραδοχή ότι η τιμή επένδυσης πρέπει να είναι μεγαλύτερη από την παρούσα τιμή της MWh ώστε να μην εκτελείται αμέσως η επένδυση, επομένως δεν μπορούμε να θεωρήσουμε πως το μοντέλο μπορεί να εφαρμοστεί στα δεδομένα αυτά με ακρίβεια.

Το οικονομικό σενάριο που εξηγεί το πως λειτουργεί το κάθε συμβόλαιο έχει ήδη αναλυθεί στην παράγραφο του μοντέλου ασύμμετρης πληροφόρησης.

4.3.2 Ανάλυση Ευαισθησίας

Για κάθε εργοστάσιο θα γίνουν οι εξής αναλύσεις ευαισθησίας:

- Ασυμμετρία (ΔF) για $0 \leq \Delta F \leq 61.000$ χ.μ.
- Μέσος όρος (μ) για $0,001 \leq \mu \leq 0,006$
- Μεταβλητότητα (σ) για $0,03 \leq \sigma \leq 0,1798$
- Αναστρεψιμότητα (s) για $0 \leq s \leq 0,91$
- Πιθανότητα εμφάνισης υψηλού κόστους (p_2) για $0,1 \leq p_2 \leq 0,8$

Τα μεγέθη που θα μελετηθούν είναι τα εξής:

	Μεταβλητή	Συμβολισμός Αλγορίθμου		
		Συμμετρία		Ασυμμετρία
		F = F1	F = F2	
1	Τιμή Επένδυσης	xopt1	xopt2	xopt2as
2	Ποσότητα Επένδυσης	qopt1	qopt2	qopt2as
3	Τιμή Εγκατάλειψης	xaban1	xaban2s	xaban2a
4	Bonus	-	-	bonus
5	Εκ των προτέρων αξία διευθυντή	-	-	m_v
6	Εκ των προτέρων αξία ιδιοκτήτη	OOVs		OOVa
7	Αξία Επένδυσης	value1	value2s	value2a
8	Κόστος Επένδυσης	i_c1	i_c2s	i_c2a
9	Κοινωνική Ζημία	-	-	s_l
10	Απόκλιση από πλήρη πληροφόρηση	-	-	dev

Πίνακας 2.2.3: Μεταβλητές Προβλήματος

Επομένως θα παραχθούν 10 διαγράμματα για κάθε παράμετρο μελέτης. Τα διαγράμματα έχουν γίνει στο πρόγραμμα MS Excel.

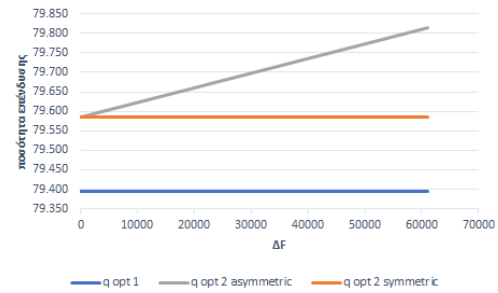
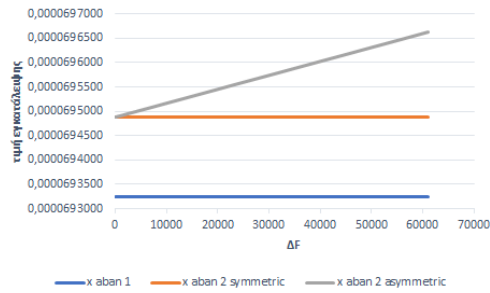
Οι καμπύλες που παράγονται από τον αλγόριθμο ακολουθούν την ίδια συλλογιστική πορεία με αυτές του πρώτου αριθμητικού παραδείγματος ασύμμετρης πληροφόρησης επομένως παραθέτονται προκειμένου να λάβει ο αναγνώστης μια αίσθηση των μεγεθών και των μεταβολών που προκύπτουν. Η οικονομική και μαθηματική τους εξήγηση έχει ήδη αναλυθεί (βλ. παραγράφους 4.1.2 - 4.1.5). Επίσης

παρατηρούμε πως σε πολλές περιπτώσεις η ασυμμετρία δεν επηρεάζει σε μεγάλο βαθμό τις παραπάνω τιμές και οι καμπύλες συμμετρικής επένδυσης σταθερού κόστους F1, συμμετρικής επένδυσης σταθερού κόστους F2 και ασυμμετρίας σχεδόν εφάπτονται. Θεωρούμε πως αυτό συμβαίνει διότι το μέγεθος της ασυμμετρίας είναι σχετικά μικρό σε σύγκριση με το συνολικό σταθερό κόστος της επένδυσης (η ασυμμετρία αποτελεί το 0,5% του σταθερού κόστους).

Στο τέλος των αναλύσεων αυτών γίνεται μια συνολική αντίστοιχη ανάλυση για κάθε μία από τις 5 παραμέτρους στην οποία απεικονίζονται οι τιμές που προκύπτουν για την ασύμμετρη περίπτωση και περιλαμβάνει και τα 9 εργοστάσια στο ίδιο διάγραμμα, προκειμένου να εξαχθούν κάποια συμπεράσματα για το πως η συνάρτηση κόστους επηρεάζει τα διάφορα μεγέθη της επένδυσης.

Εργοστάσιο 1 : Συνάρτηση κόστους: $C(q) = 0.02533 \cdot q^2 + 25.5472 \cdot q + 24.3891$

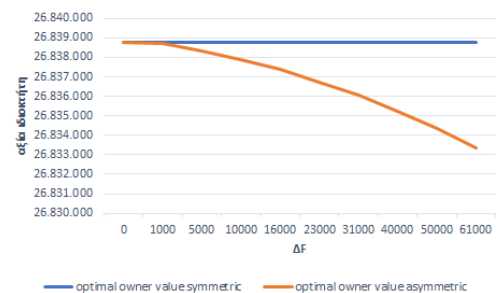
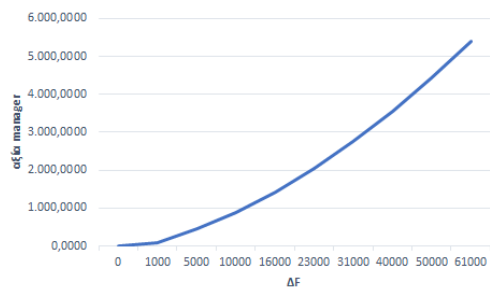
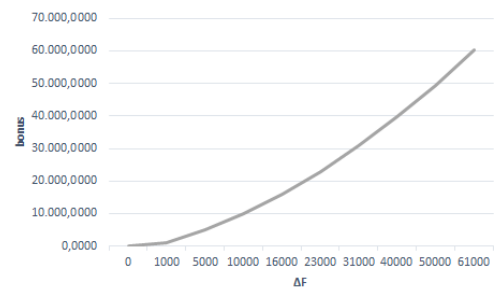
4.3.2.1.1 Ασυμμετρία Πληροφόρησης (DF)



Σχήμα 4.3.2.1.1.1: Τιμή Επένδυσης

Σχήμα 4.3.2.1.1.2: Τιμή Εγκατάλειψης

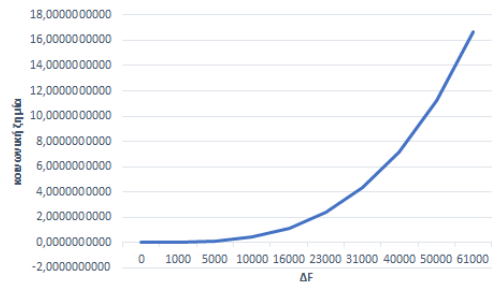
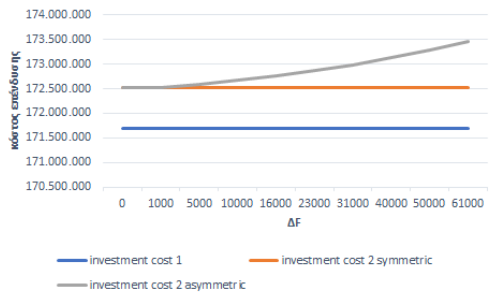
Σχήμα 4.3.2.1.1.3: Ποσότητα Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.1.1.4: Bonus

Σχήμα 4.3.2.1.1.5: Αξία Διευθυντή

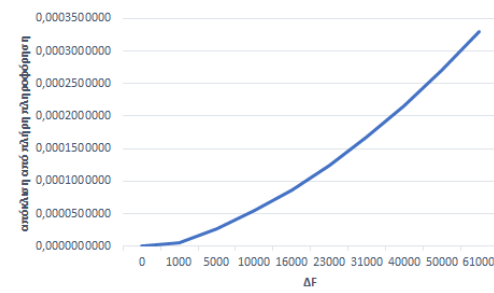
Σχήμα 4.3.2.1.1.6: Αξία Ιδιοκτήτη



Σχήμα 4.3.2.1.1.7: Αξία Επένδυσης

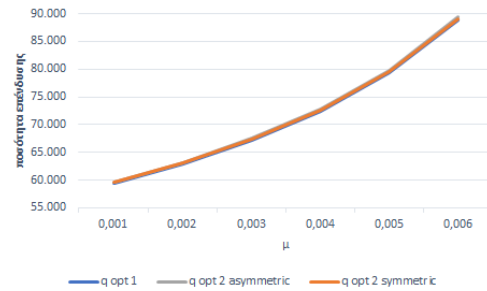
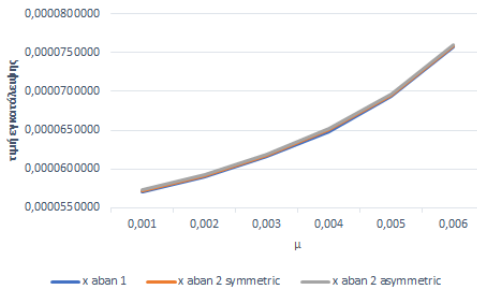
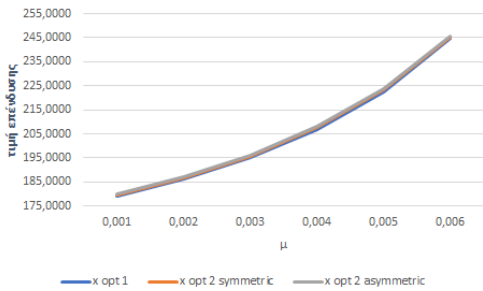
Σχήμα 4.3.2.1.1.8: Κόστος Επένδυσης

Σχήμα 4.3.2.1.1.9: Κοινωνική Ζημία



Σχήμα 4.3.2.1.1.10: Απόκλιση από πλήρη πληροφόρηση

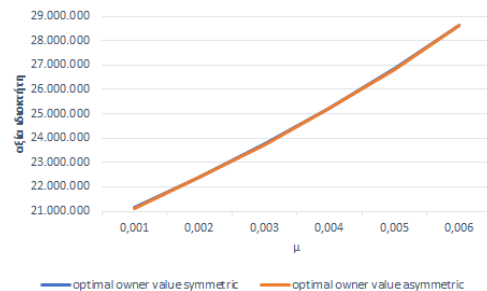
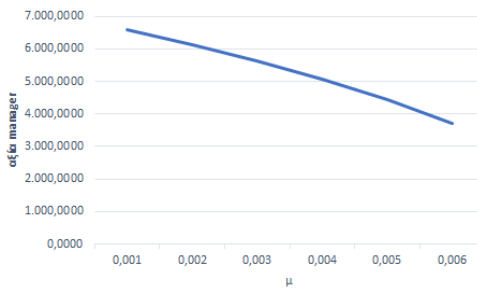
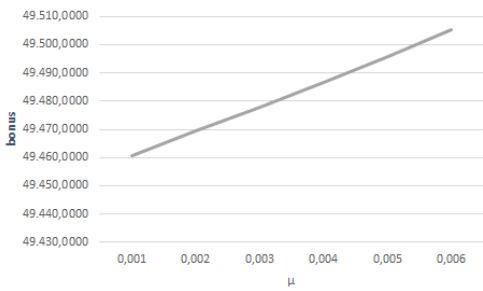
4.3.2.1.2 Μέσος όρος (μ)



Σχήμα 4.3.2.1.2.1: Τιμή Επένδυσης

Σχήμα 4.3.2.1.2.2: Τιμή Εγκατάληψης

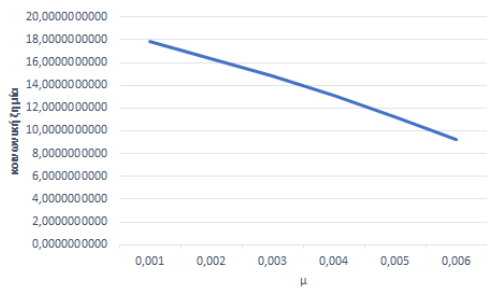
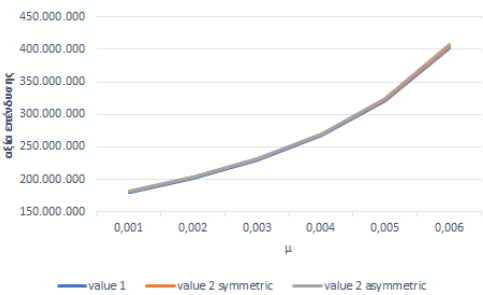
Σχήμα 4.3.2.1.2.3: Ποσότητα Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.1.2.4: Bonus

Σχήμα 4.3.2.1.2.5: Αξία Διευθυντή

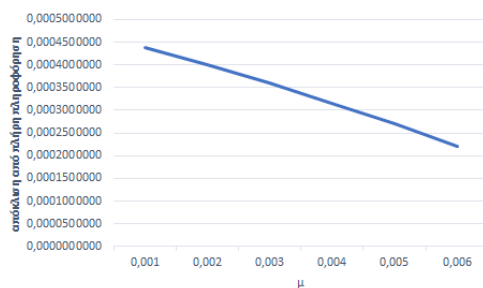
Σχήμα 4.3.2.1.2.6: Αξία Ιδιοκτήτη



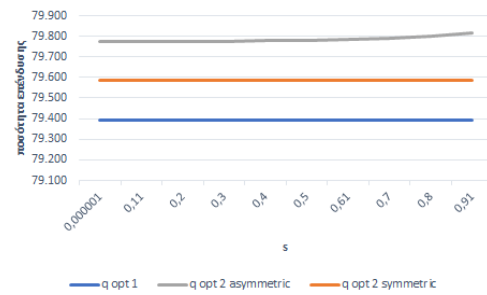
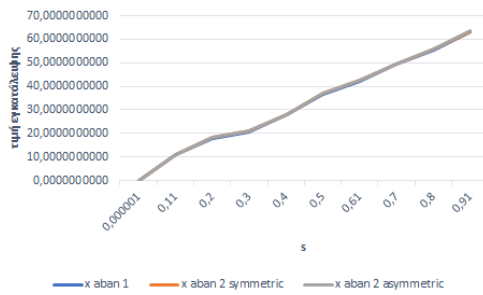
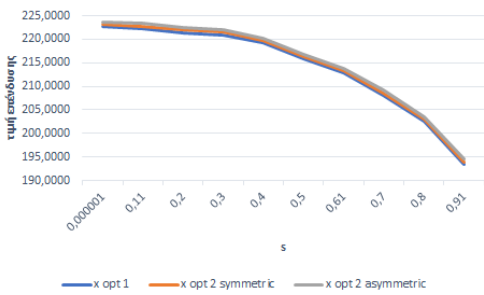
Σχήμα 4.3.2.1.2.7: Αξία Επένδυσης

Σχήμα 4.3.2.1.2.8: Κόστος Επένδυσης

Σχήμα 4.3.2.1.2.9: Κοινωνική Ζημία



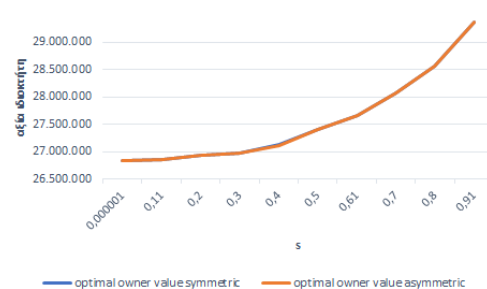
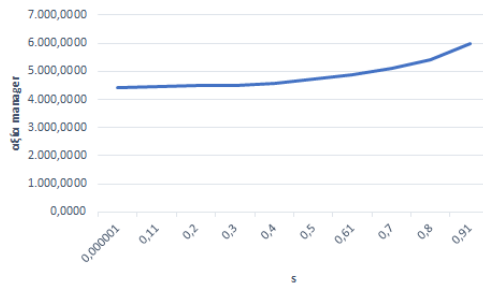
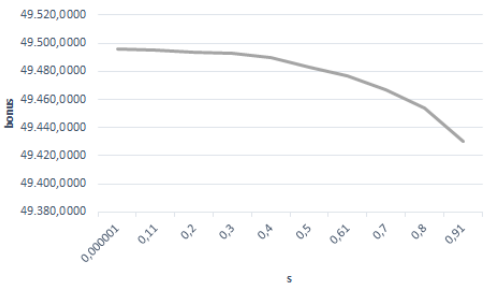
4.3.2.1.3 Αναστρεψιμότητα (s)



Σχήμα 4.3.2.1.3.1: Τιμή Επένδυσης

Σχήμα 4.3.2.1.3.2: Τιμή Εγκατάλειψης

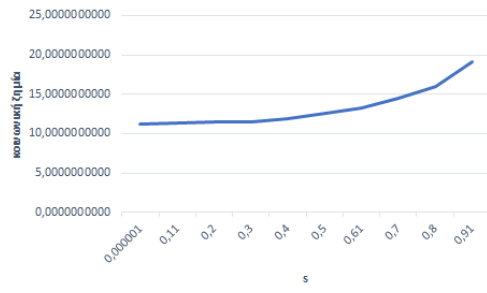
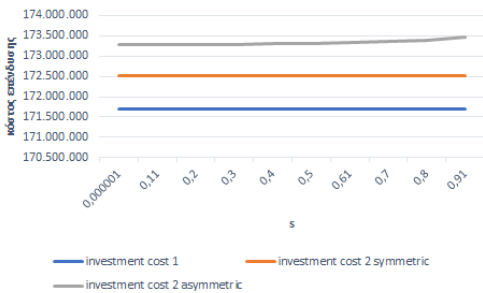
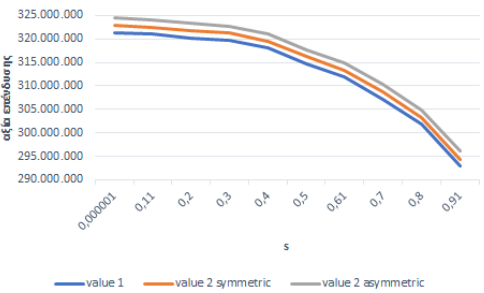
Σχήμα 4.3.2.1.3.3: Ποσότητα Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.1.3.4: Bonus

Σχήμα 4.3.2.1.3.5: Αξία Διευθυντή

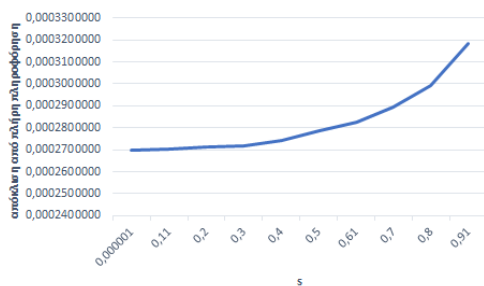
Σχήμα 4.3.2.1.3.6: Αξία Ιδιοκτήτη



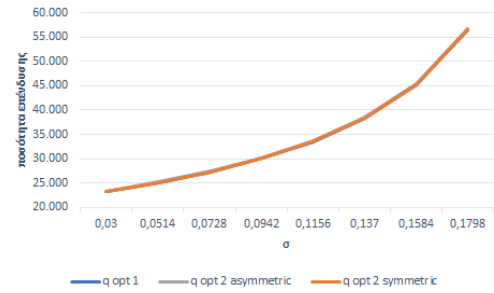
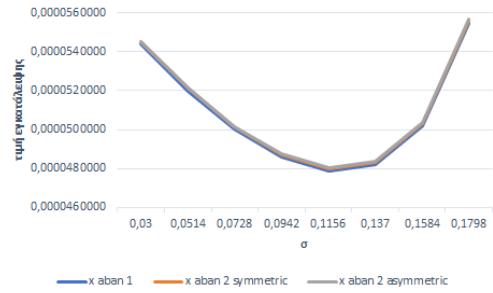
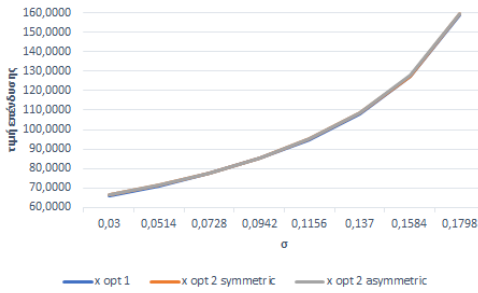
Σχήμα 4.3.2.1.3.7: Αξία Επένδυσης

Σχήμα 4.3.2.1.3.8: Κόστος Επένδυσης

Σχήμα 4.3.2.1.3.9: Κοινωνική Ζημία



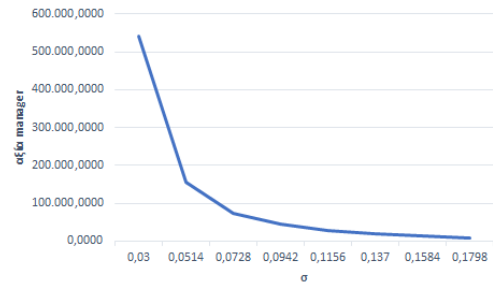
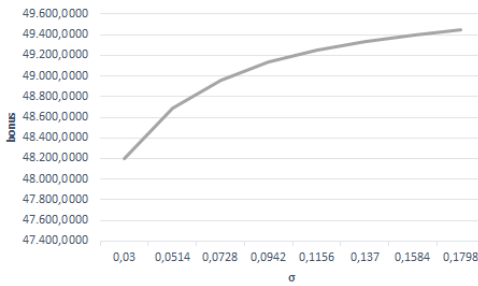
4.3.2.1.4 Μεταβλητότητα (σ)



Σχήμα 4.3.2.1.4.1: Τιμή Επένδυσης

Σχήμα 4.3.2.1.4.2: Τιμή Εγκατάλειψης

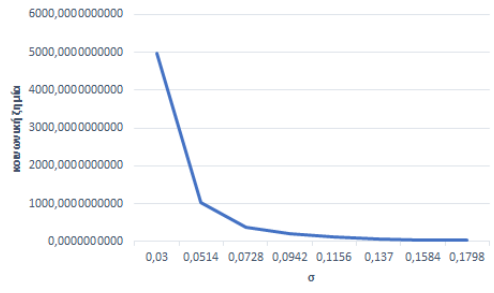
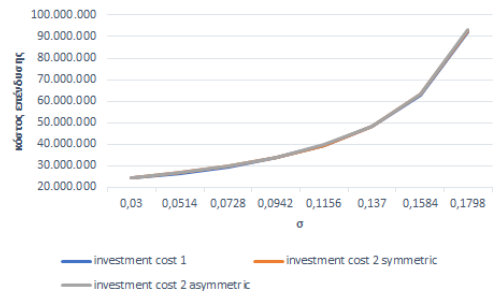
Σχήμα 4.3.2.1.4.3: Ποσότητα Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.1.4.4: Bonus

Σχήμα 4.3.2.1.4.5: Αξία Διευθυντή

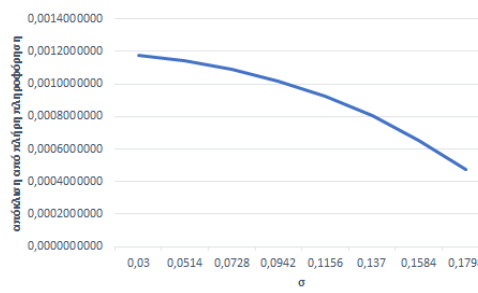
Σχήμα 4.3.2.1.4.6: Αξία Ιδιοκτήτη



Σχήμα 4.3.2.1.4.7: Αξία Επένδυσης

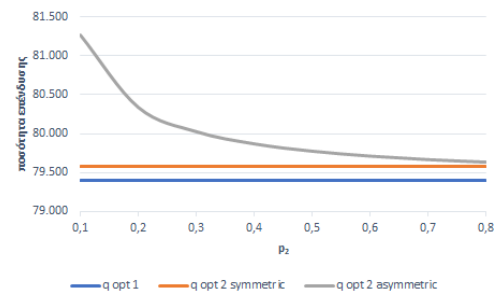
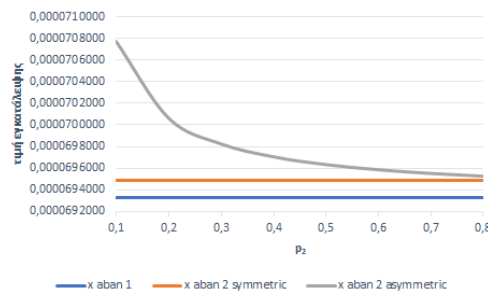
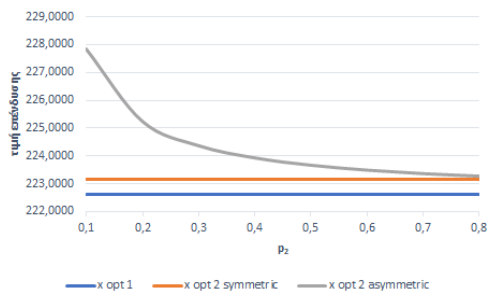
Σχήμα 4.3.2.1.4.8: Κόστος Επένδυσης

Σχήμα 4.3.2.1.4.9: Κοινωνική Ζημία



Σχήμα 4.3.2.1.4.10: Απόκλιση από πλήρη πληροφόρηση

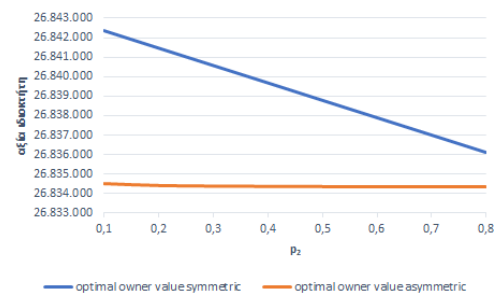
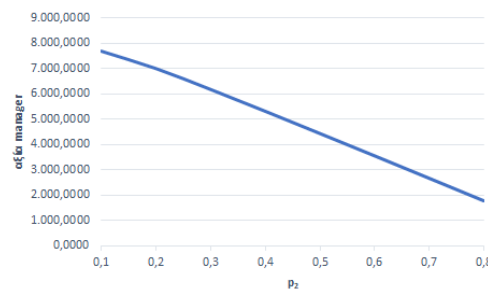
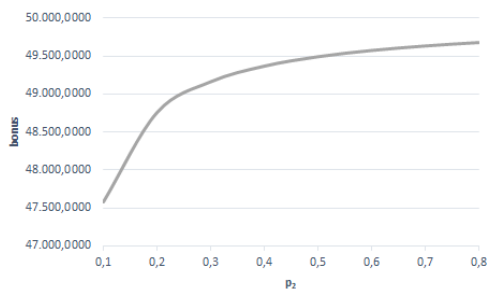
4.3.2.1.5 Πιθανότητα (p2)



Σχήμα 4.3.2.1.5.1: Τιμή Επένδυσης

Σχήμα 4.3.2.1.5.2: Τιμή Εγκατάλειψης

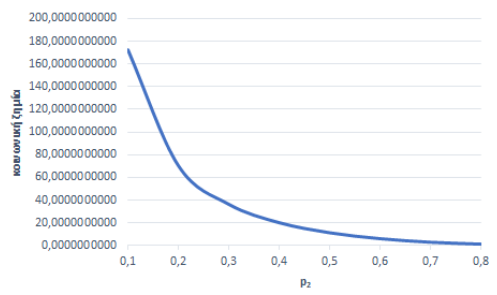
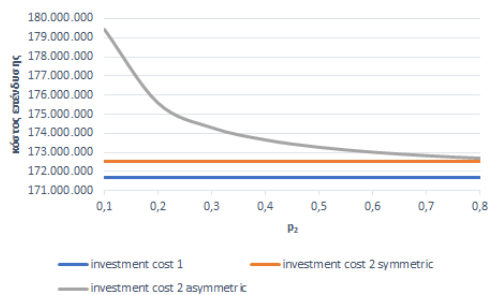
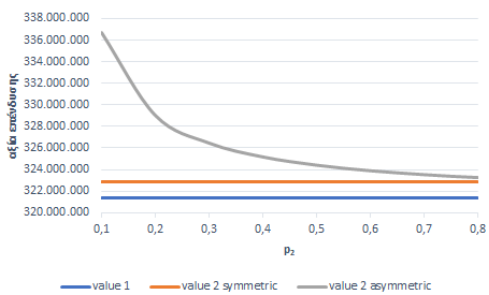
Σχήμα 4.3.2.1.5.3: Ποσότητα Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.1.5.4: Bonus

Σχήμα 4.3.2.1.5.5: Αξία Διευθυντή

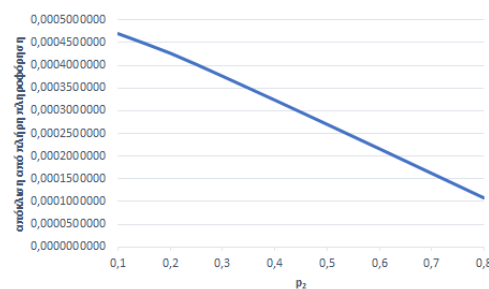
Σχήμα 4.3.2.1.5.6: Αξία Ιδιοκτήτη



Σχήμα 4.3.2.1.5.7: Αξία Επένδυσης

Σχήμα 4.3.2.1.5.8: Κόστος Επένδυσης

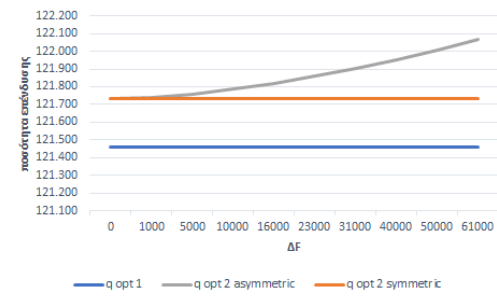
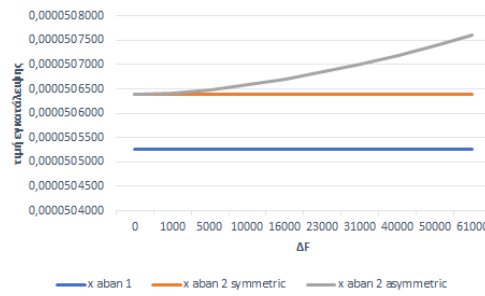
Σχήμα 4.3.2.1.5.9: Κοινωνική Ζημία



Σχήμα 4.3.2.1.5.10: Απόκλιση από πλήρη πληροφόρηση

Εργοστάσιο 2 : Συνάρτηση κόστους: $C(q) = 0.01199 \cdot q^2 + 37.5510 \cdot q + 117.75510$

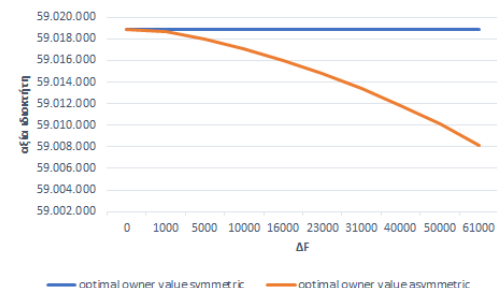
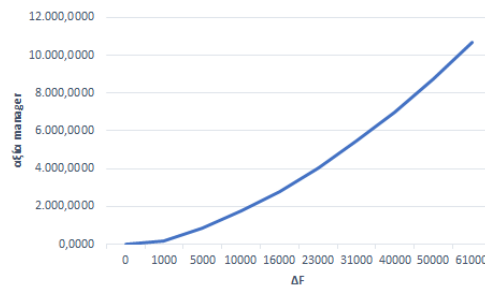
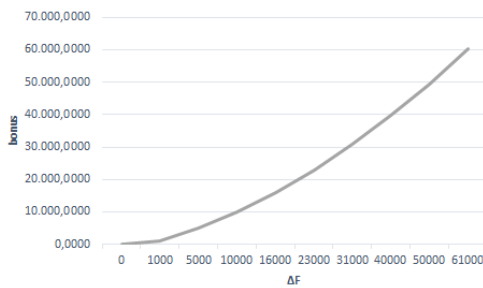
4.3.2.2.1 Ασυμμετρία Πληροφόρησης (DF)



Σχήμα 4.3.2.2.1.1: Τιμή Επένδυσης

Σχήμα 4.3.2.2.1.2: Τιμή Εγκατάλειψης

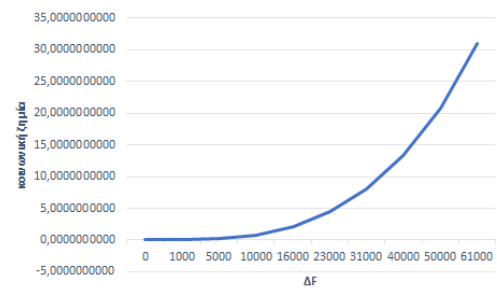
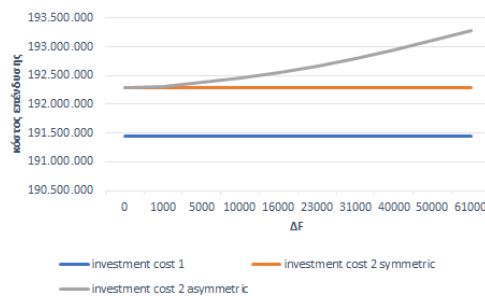
Σχήμα 4.3.2.2.1.3: Ποσότητα Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.2.1.4: Bonus

Σχήμα 4.3.2.2.1.5: Αξία Διευθυντή

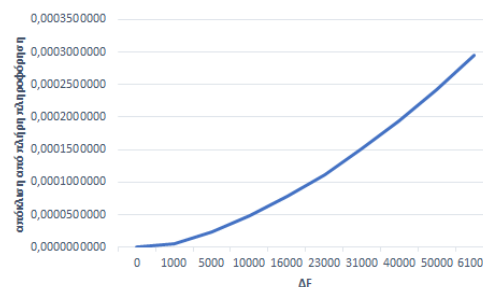
Σχήμα 4.3.2.2.1.6: Αξία Ιδιοκτήτη



Σχήμα 4.3.2.2.1.7: Αξία Επένδυσης

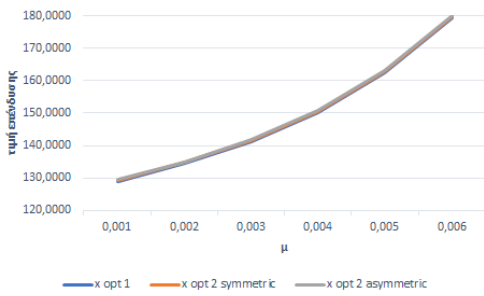
Σχήμα 4.3.2.2.1.8: Κόστος Επένδυσης

Σχήμα 4.3.2.2.1.9: Κοινωνική Ζημία

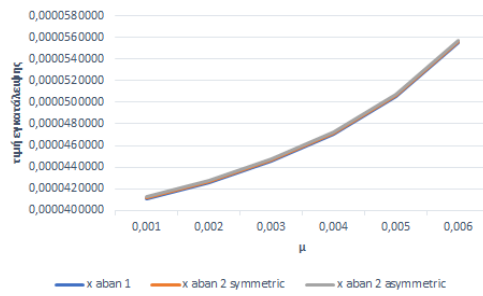


Σχήμα 4.3.2.2.1.10: Απόκλιση από πλήρη πληροφόρηση

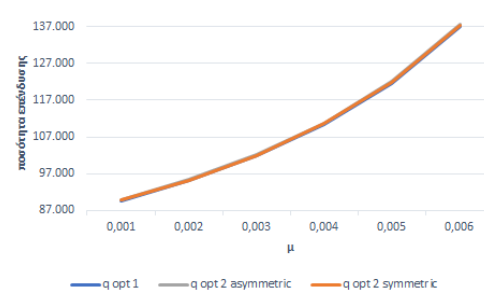
4.3.2.2.2 Μέσος όρος (μ)



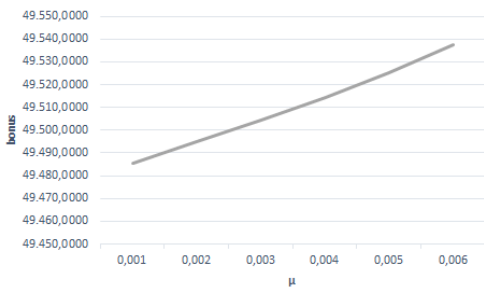
Σχήμα 4.3.2.2.2.1: Τιμή Επένδυσης



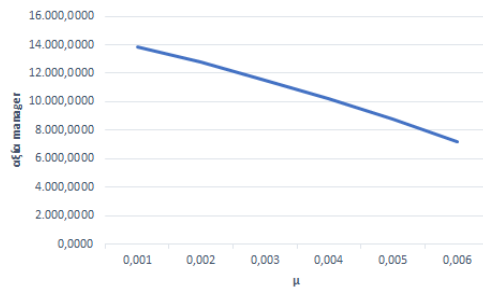
Σχήμα 4.3.2.2.2.2: Τιμή Εγκατάλειψης



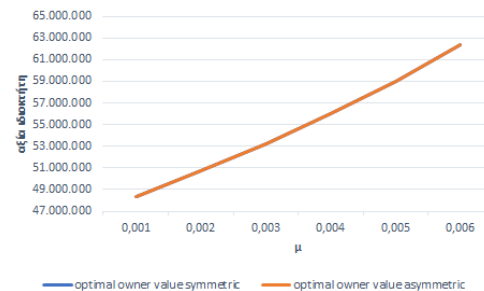
Σχήμα 4.3.2.2.2.3: Ποσότητα Επένδυσης



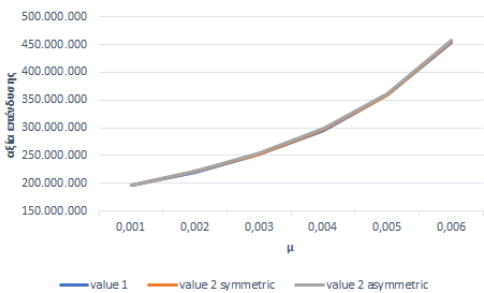
Σχήμα 4.3.2.2.2.4: Bonus



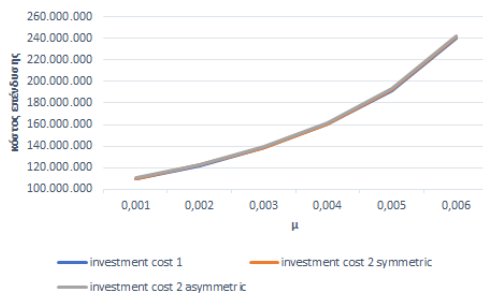
Σχήμα 4.3.2.2.2.5: Αξία Διευθυντή



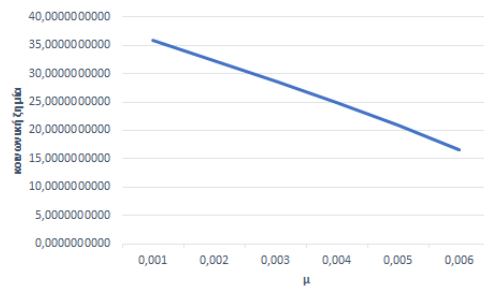
Σχήμα 4.3.2.2.2.6: Αξία Ιδιοκτήτη



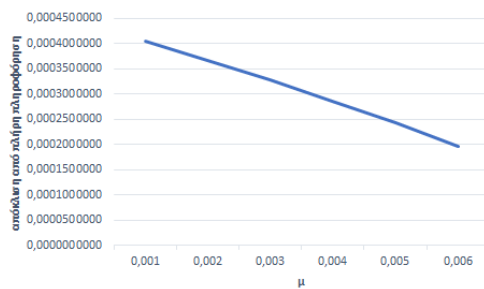
Σχήμα 4.3.2.2.2.7: Αξία Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.2.2.8: Κόστος Επένδυσης

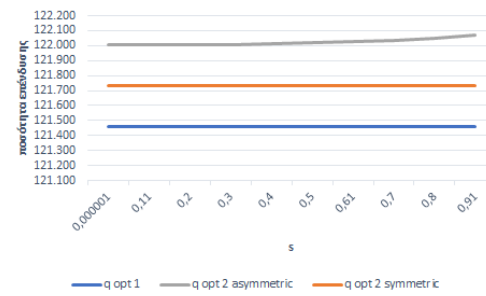
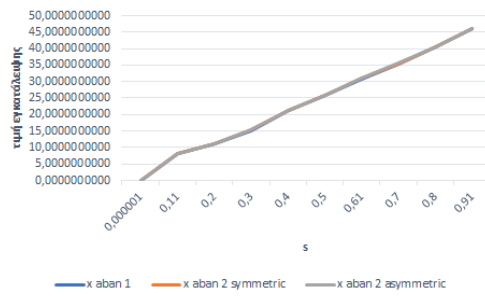
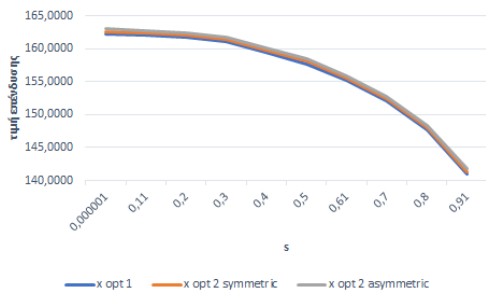


Σχήμα 4.3.2.2.2.9: Κοινωνική Ζημία



Σχήμα 4.3.2.2.2.10: Απόκλιση από πλήρη πληροφόρηση

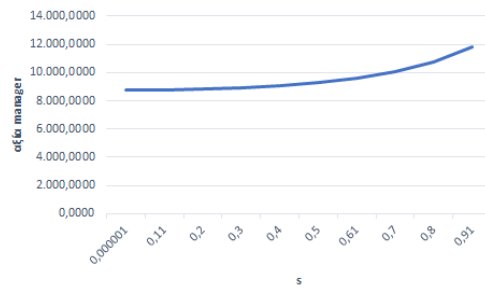
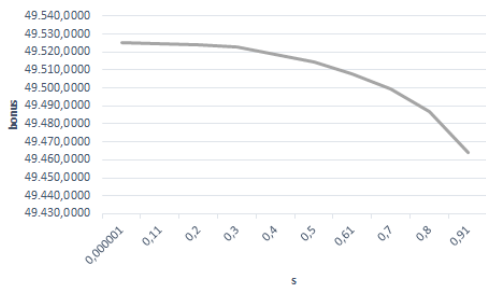
4.3.2.2.3 Αναστρεψιμότητα (s)



Σχήμα 4.3.2.2.3.1: Τιμή Επένδυσης

Σχήμα 4.3.2.2.3.2: Τιμή Εγκατάλειψης

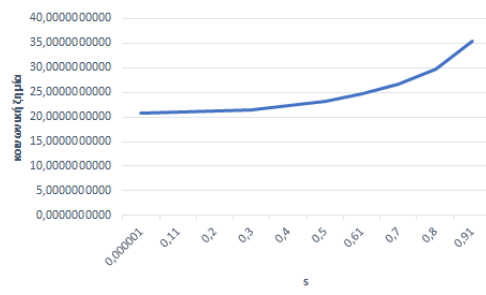
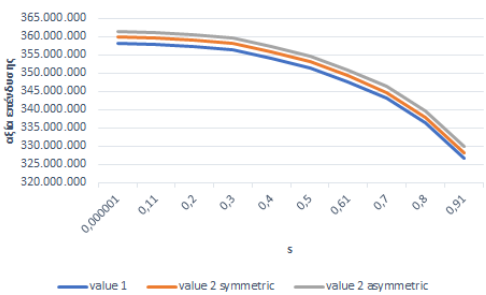
Σχήμα 4.3.2.2.3.3: Ποσότητα Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.2.3.4: Bonus

Σχήμα 4.3.2.2.3.5: Αξία Διευθυντή

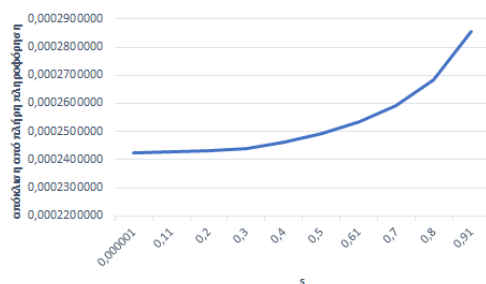
Σχήμα 4.3.2.2.3.6: Αξία Ιδιοκτήτη



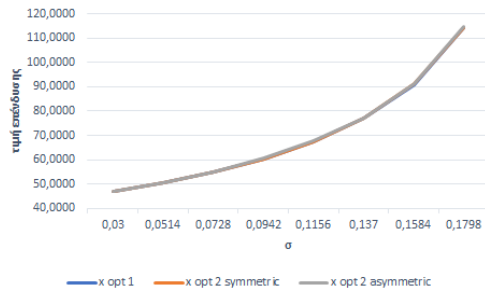
Σχήμα 4.3.2.2.3.7: Αξία Επένδυσης

Σχήμα 4.3.2.2.3.8: Κόστος Επένδυσης

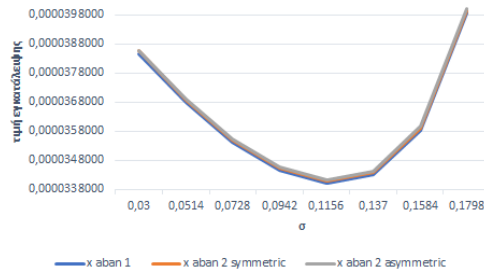
Σχήμα 4.3.2.2.3.9: Κοινωνική Ζημία



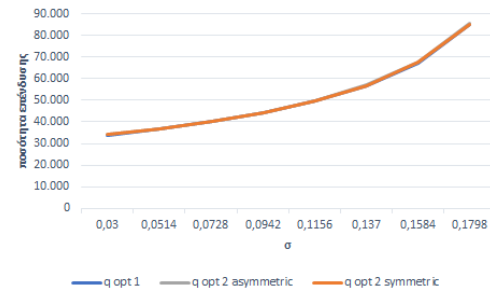
4.3.2.2.4 Μεταβλητότητα (σ)



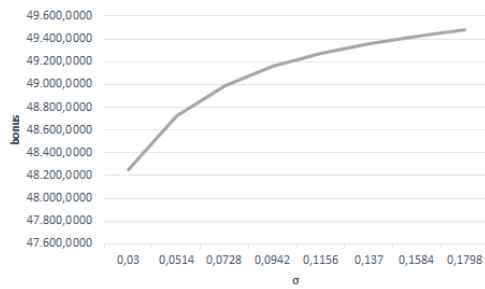
Σχήμα 4.3.2.2.4.1: Τιμή Επένδυσης



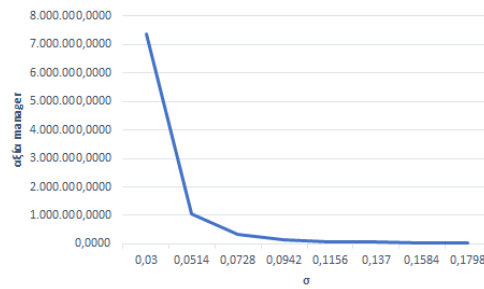
Σχήμα 4.3.2.2.4.2: Τιμή Εγκατάλειψης



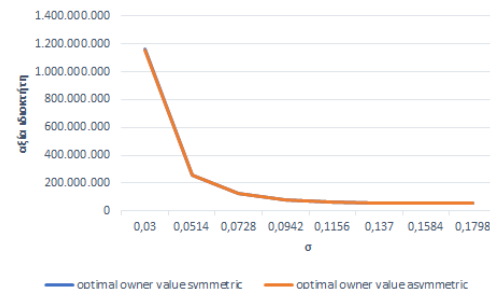
Σχήμα 4.3.2.2.4.3: Ποσότητα Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.2.4.4: Bonus



Σχήμα 4.3.2.2.4.5: Αξία Διευθυντή



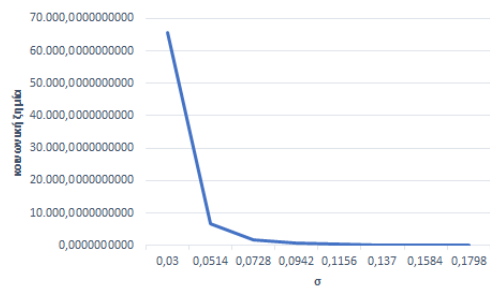
Σχήμα 4.3.2.2.4.6: Αξία Ιδιοκτήτη



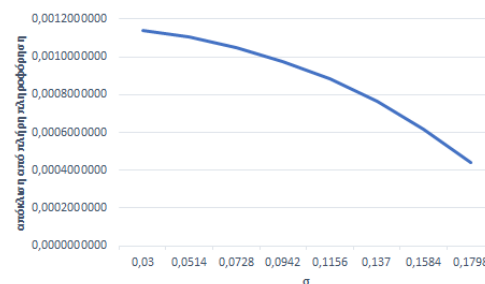
Σχήμα 4.3.2.2.4.7: Αξία Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.2.4.8: Κόστος Επένδυσης

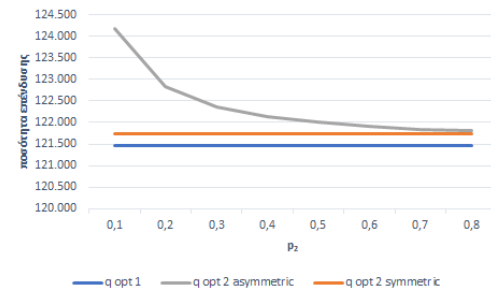
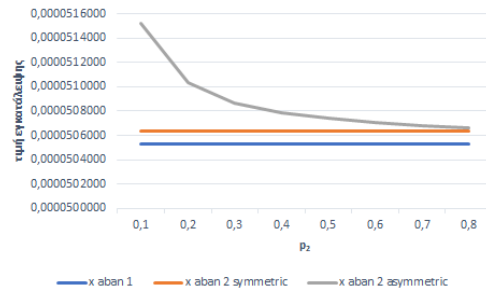
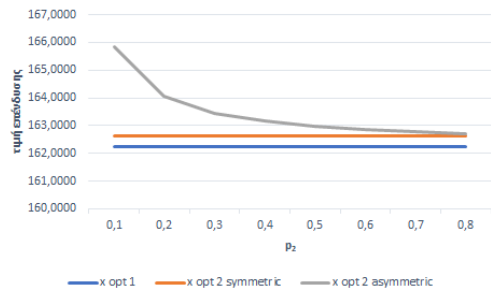


Σχήμα 4.3.2.2.4.9: Κοινωνική Ζημία



Σχήμα 4.3.2.2.4.10: Απόκλιση από πλήρη πληροφόρηση

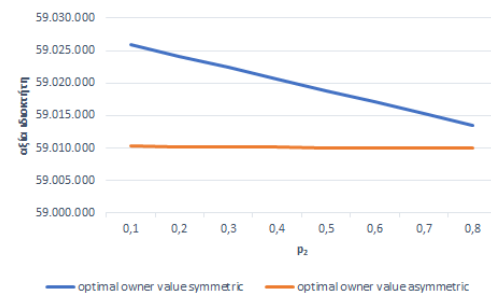
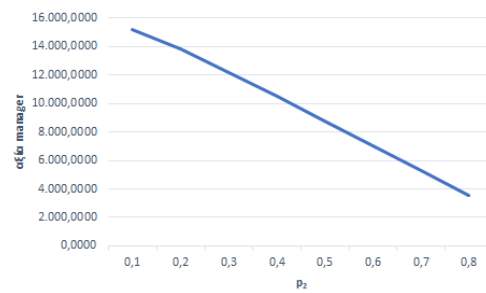
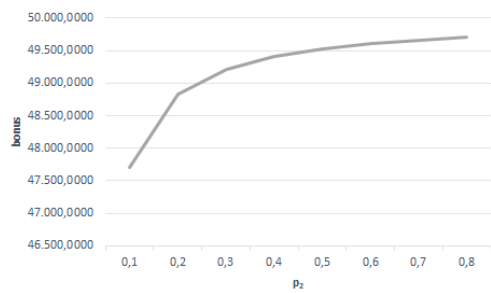
4.3.2.2.5 Πιθανότητα (p2)



Σχήμα 4.3.2.2.5.1: Τιμή Επένδυσης

Σχήμα 4.3.2.2.5.2: Τιμή Εγκατάλειψης

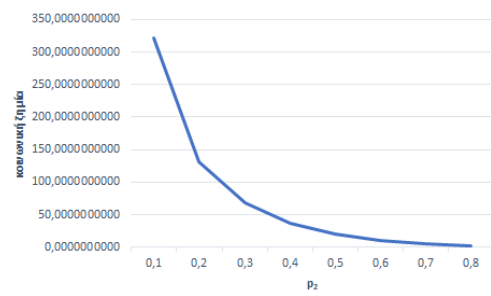
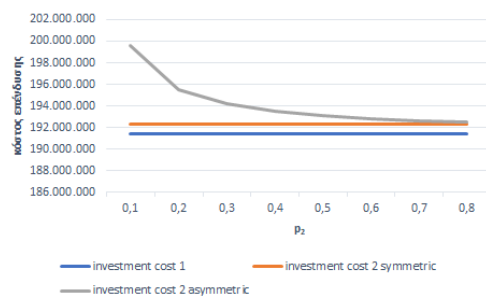
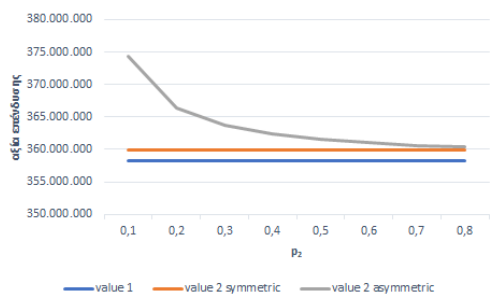
Σχήμα 4.3.2.2.5.3: Ποσότητα Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.2.5.4: Bonus

Σχήμα 4.3.2.2.5.5: Αξία Διευθυντή

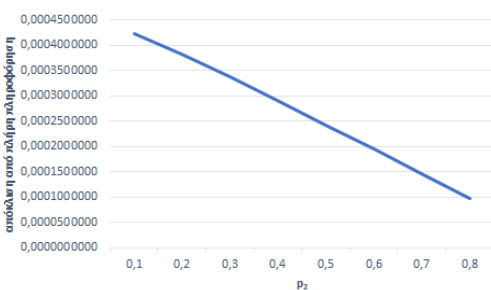
Σχήμα 4.3.2.2.5.6: Αξία Ιδιοκτήτη



Σχήμα 4.3.2.2.5.7: Αξία Επένδυσης

Σχήμα 4.3.2.2.5.8: Κόστος Επένδυσης

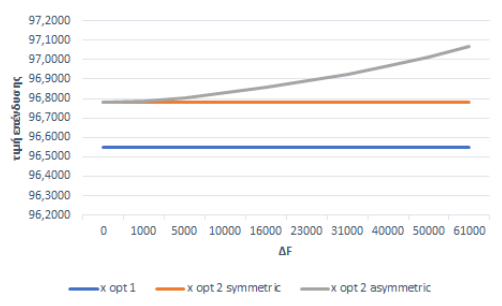
Σχήμα 4.3.2.2.5.9: Κοινωνική Ζημία



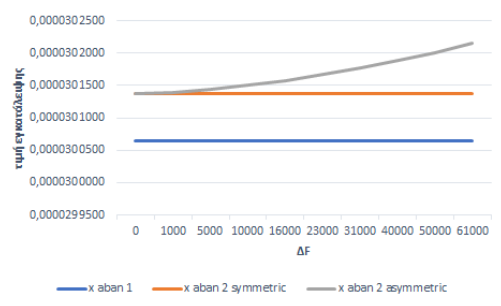
Σχήμα 4.3.2.2.5.10: Απόκλιση από πλήρη πληροφόρηση

Εργαστήριο 3 : Συνάρτηση κόστους: $C(q) = 0.005 \cdot q^2 + 6 \cdot q + 100$

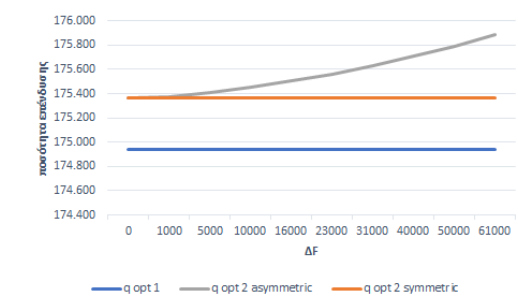
4.3.2.3.1 Ασυμμετρία Πληροφόρησης (DF)



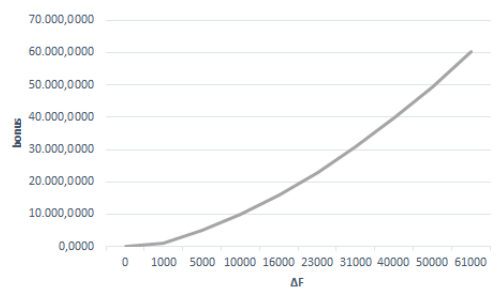
Σχήμα 4.3.2.3.1.1: Τιμή Επένδυσης



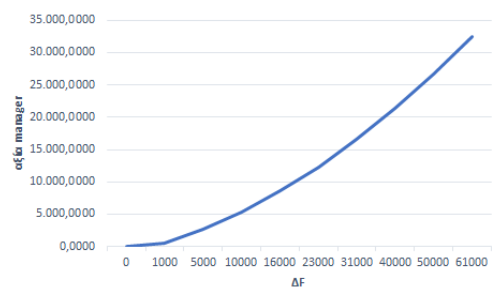
Σχήμα 4.3.2.3.1.2: Τιμή Εγκατάλειψης



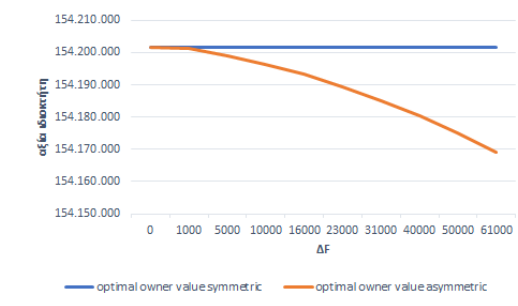
Σχήμα 4.3.2.3.1.3: Ποσότητα Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.3.1.4: Bonus



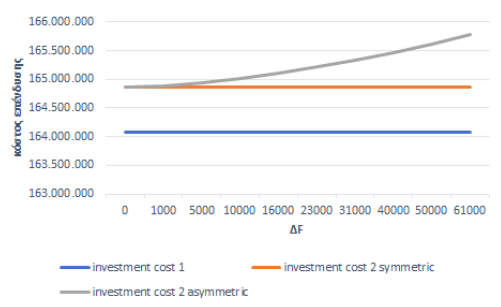
Σχήμα 4.3.2.3.1.5: Αξία Λιευθοντή



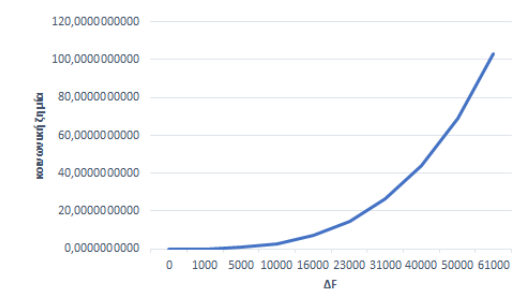
Σχήμα 4.3.2.3.1.6: Αξία Ιδιοκτήτη



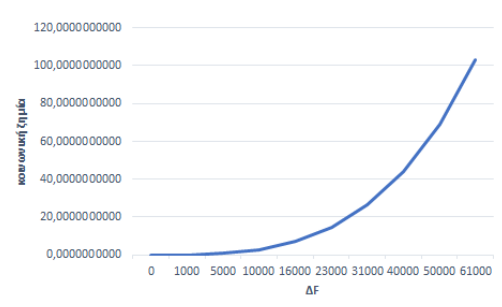
Σχήμα 4.3.2.3.1.7: Αξία Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.3.1.8: Κόστος Επένδυσης

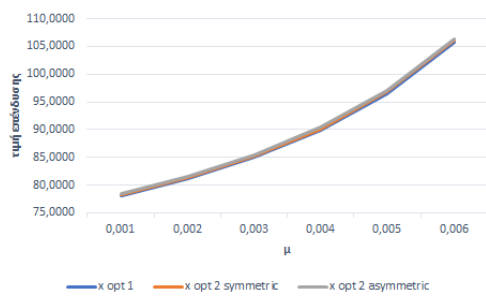


Σχήμα 4.3.2.3.1.9: Κοινωνική Ζημία

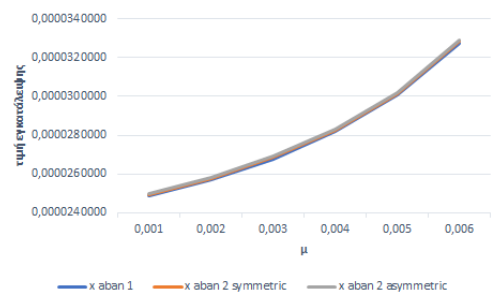


Σχήμα 4.3.2.3.1.10: Απόκλιση από πλήρη πληροφόρηση

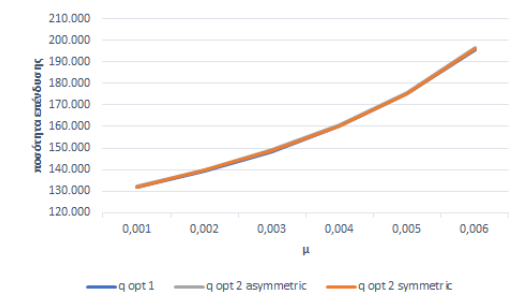
4.3.2.3.2 Μέσος όρος (μ)



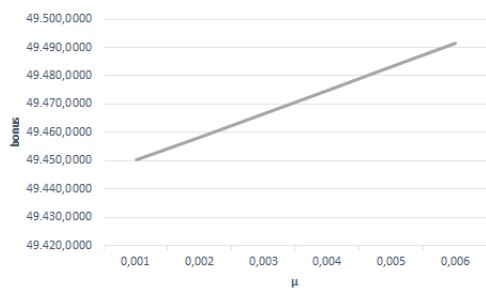
Σχήμα 4.3.2.3.2.1: Τιμή Επένδυσης



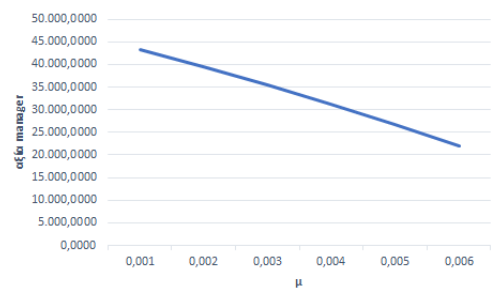
Σχήμα 4.3.2.3.2.2: Τιμή Εγκατάλειψης



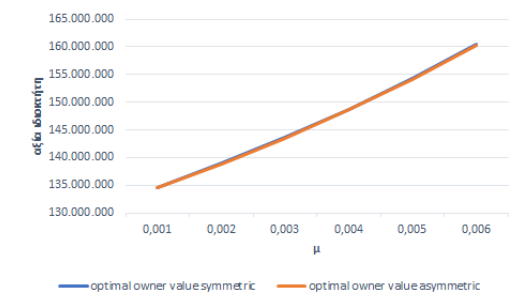
Σχήμα 4.3.2.3.2.3: Ποσότητα Επένδυσης



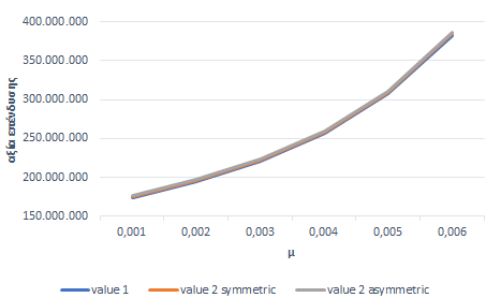
Σχήμα 4.3.2.3.2.4: Bonus



Σχήμα 4.3.2.3.2.5: Αξία Διευθυντή



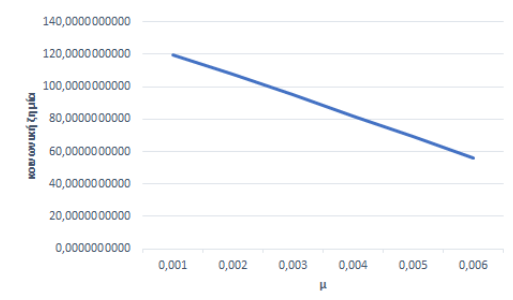
Σχήμα 4.3.2.3.2.6: Αξία Ιδιοκτήτη



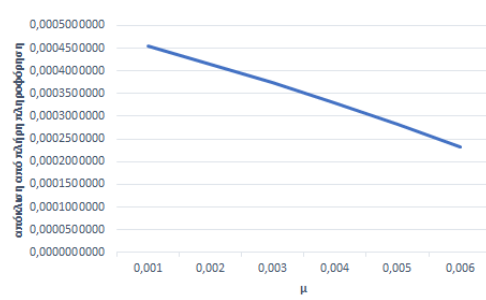
Σχήμα 4.3.2.3.2.7: Αξία Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.3.2.8: Κόστος Επένδυσης

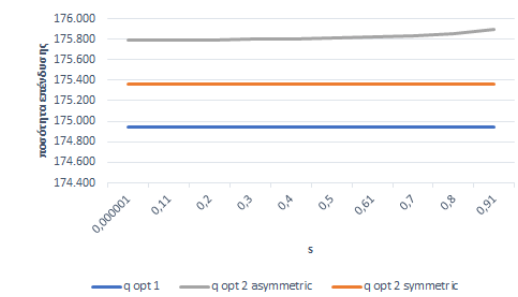
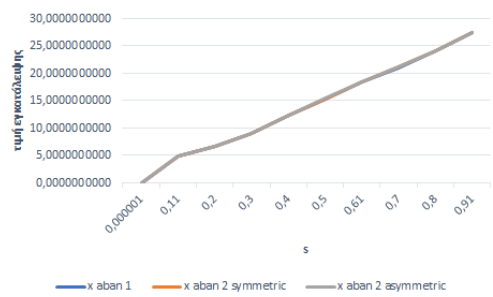
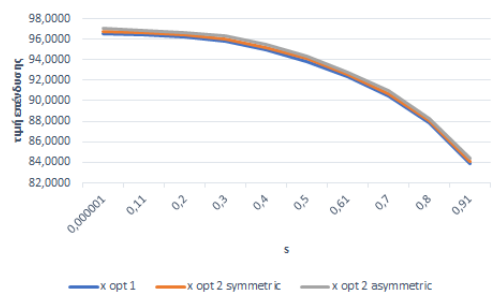


Σχήμα 4.3.2.3.2.9: Κοινωνική Ζημία



Σχήμα 4.3.2.3.2.10: Απόκλιση από πλήρη πληροφόρηση

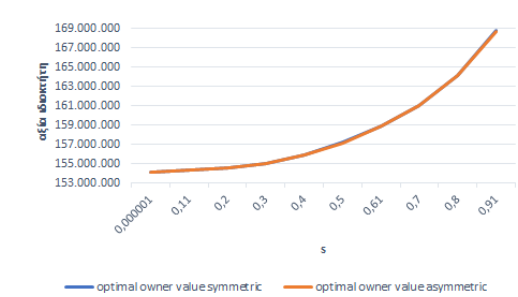
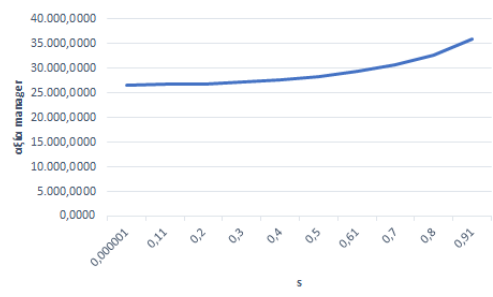
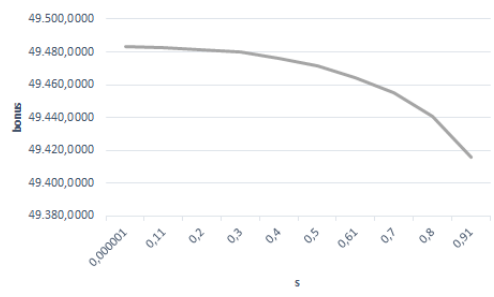
4.3.2.3.3 Αναστρεψιμότητα (s)



Σχήμα 4.3.2.3.3.1: Τιμή Επένδυσης

Σχήμα 4.3.2.3.3.2: Τιμή Εγκατάλειψης

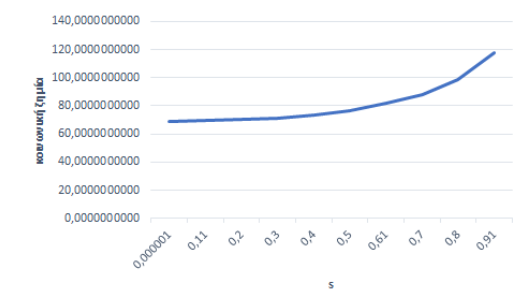
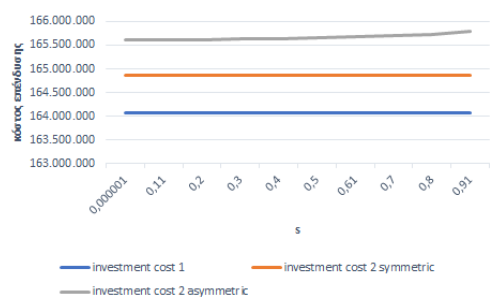
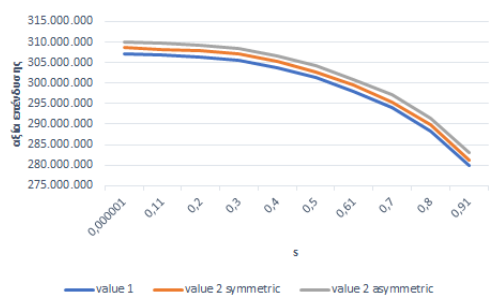
Σχήμα 4.3.2.3.3.3: Ποσότητα Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.3.3.4: Bonus

Σχήμα 4.3.2.2.3.5: Αξία Διευθυντή

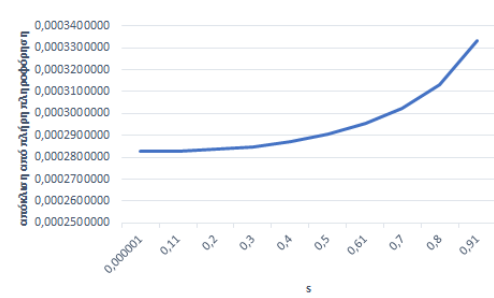
Σχήμα 4.3.2.3.3.6: Αξία Ιδιοκτήτη



Σχήμα 4.3.2.3.3.7: Αξία Επένδυσης

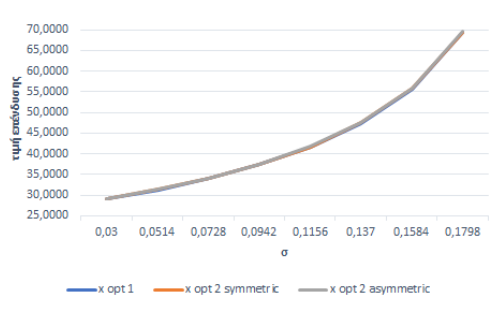
Σχήμα 4.3.2.3.3.8: Κόστος Επένδυσης

Σχήμα 4.3.2.3.3.9: Κοινωνική Ζημία

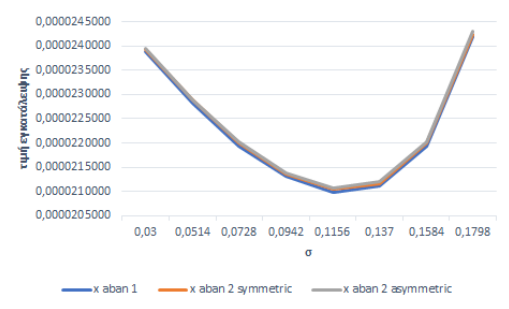


Σχήμα 4.3.2.3.3.10: Απόκλιση από πλήρη πληροφόρηση

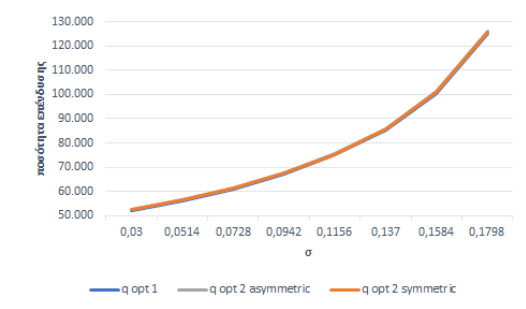
4.3.2.3.4 Μεταβλητότητα (σ)



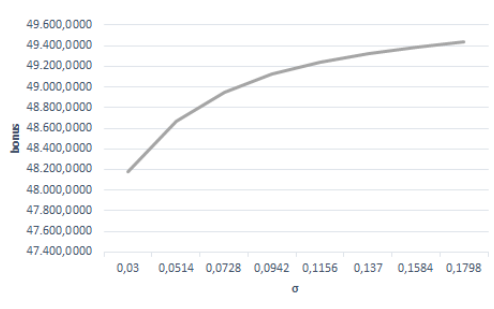
Σχήμα 4.3.2.3.4.1: Τιμή Επένδυσης



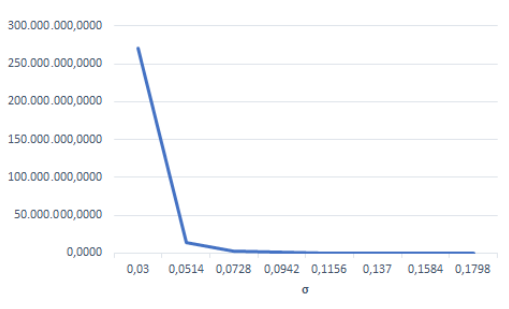
Σχήμα 4.3.2.3.4.2: Τιμή Εγκατάλειψης



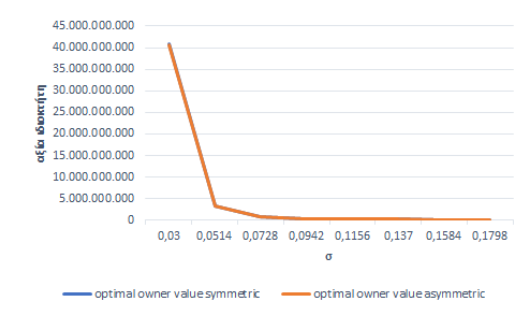
Σχήμα 4.3.2.3.4.3: Ποσότητα Επένδυσης



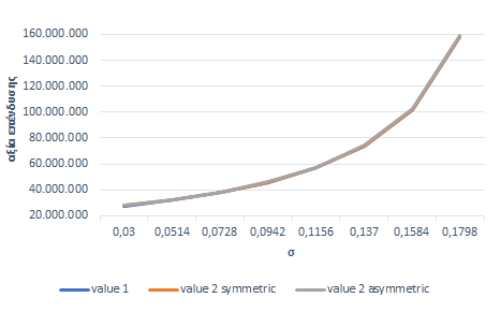
Σχήμα 4.3.2.3.4.4: Bonus



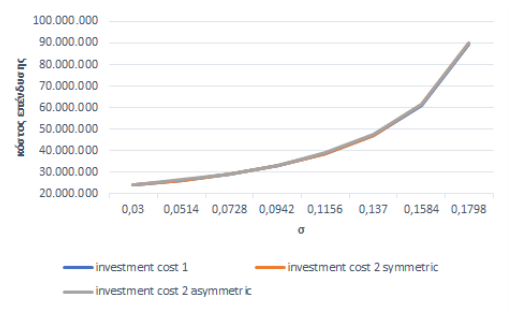
Σχήμα 4.3.2.3.4.5: Αξία Διευθυντή



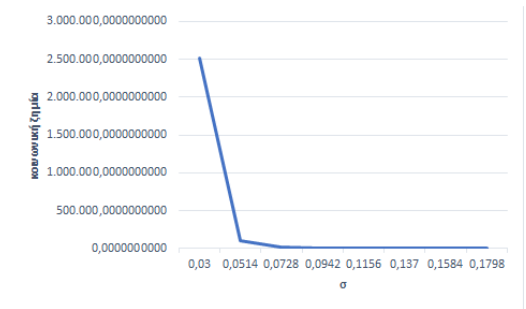
Σχήμα 4.3.2.3.4.6: Αξία Ιδιοκτήτη



Σχήμα 4.3.2.3.4.7: Αξία Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.3.4.8: Κόστος Επένδυσης

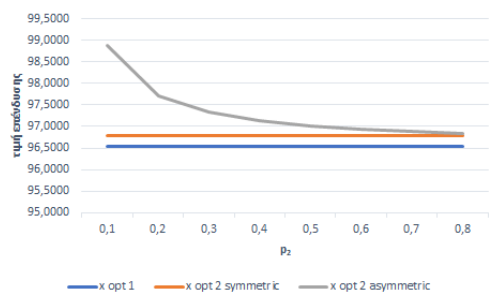


Σχήμα 4.3.2.3.4.9: Κοινωνική Ζημία

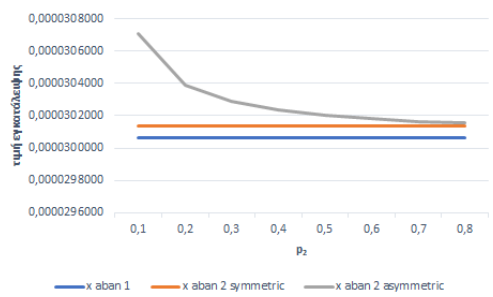


Σχήμα 4.3.2.3.4.10: Απόκλιση από πλήρη πληροφόρηση

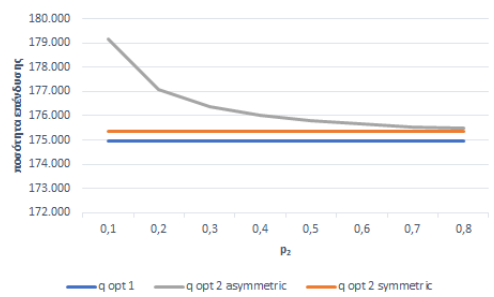
4.3.2.3.5 Πιθανότητα (p2)



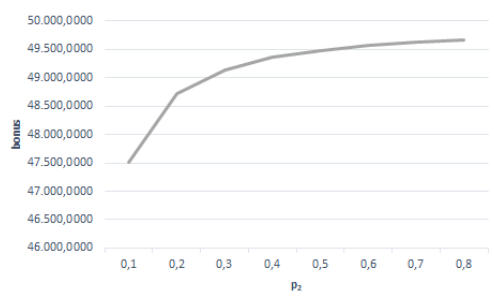
Σχήμα 4.3.2.3.5.1: Τιμή Επένδυσης



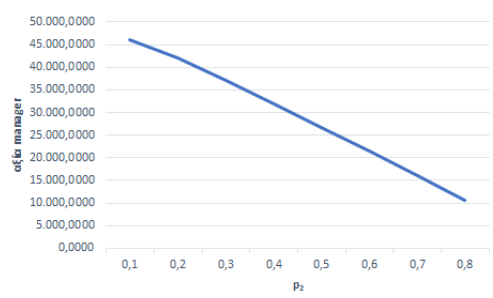
Σχήμα 4.3.2.3.5.2: Τιμή Εγκατάλειψης



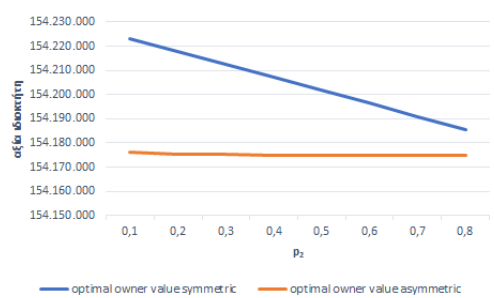
Σχήμα 4.3.2.3.5.3: Ποσότητα Επένδυσης



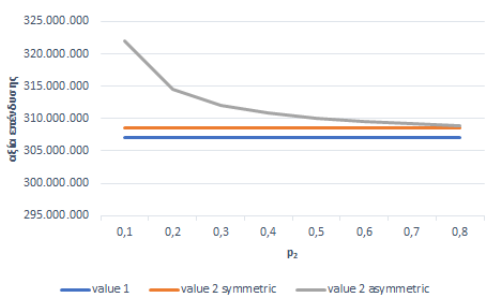
Σχήμα 4.3.2.3.5.4: Bonus



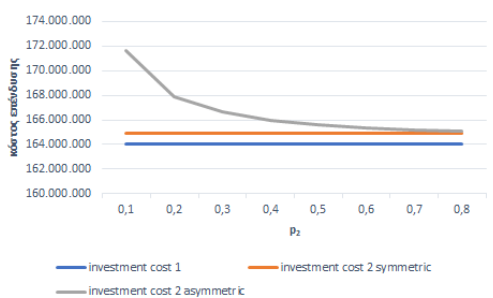
Σχήμα 4.3.2.3.5.5: Αξία Διευθυντή



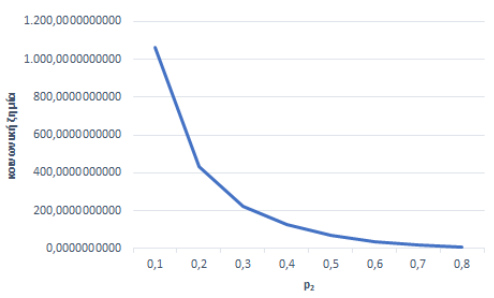
Σχήμα 4.3.2.3.5.6: Αξία Ιδιοκτήτη



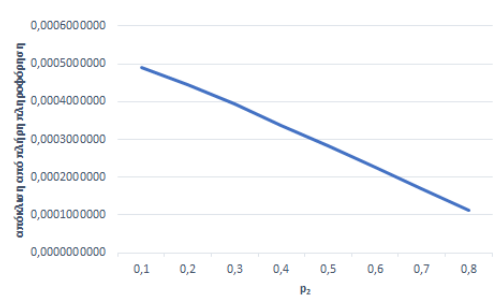
Σχήμα 4.3.2.3.5.7: Αξία Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.3.5.8: Κόστος Επένδυσης



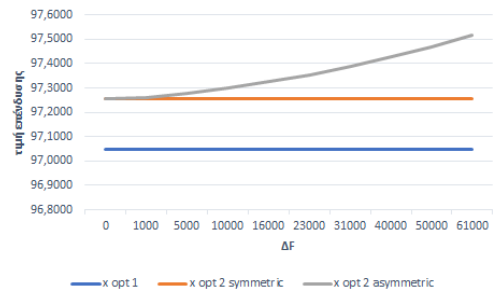
Σχήμα 4.3.2.3.5.9: Κοινωνική Ζημία



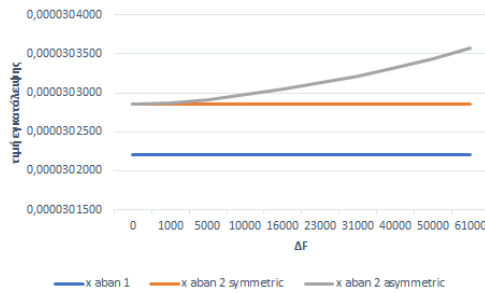
Σχήμα 4.3.2.3.5.10: Απόκλιση από πλήρη πληροφόρηση

Εργοστάσιο 4 : Συνάρτηση κόστους: $C(q) = 0.00413 \cdot q^2 + 25.92 \cdot q + 660$

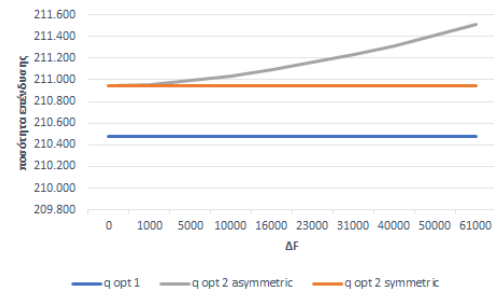
4.3.2.4.1 Ασυμμετρία Πληροφόρησης (DF)



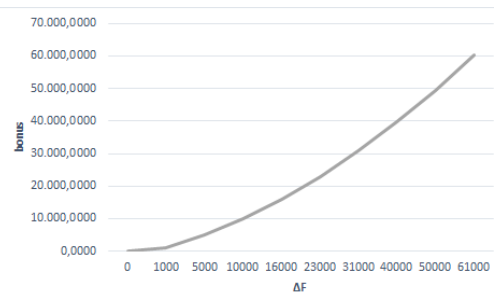
Σχήμα 4.3.2.4.1.1: Τιμή Επένδυσης



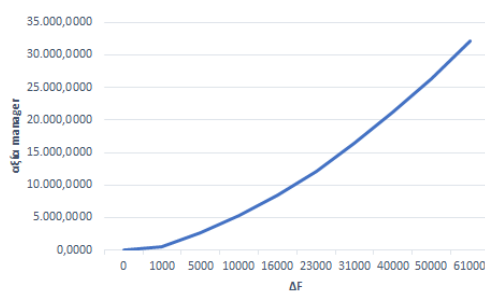
Σχήμα 4.3.2.4.1.2: Τιμή Εγκατάληψης



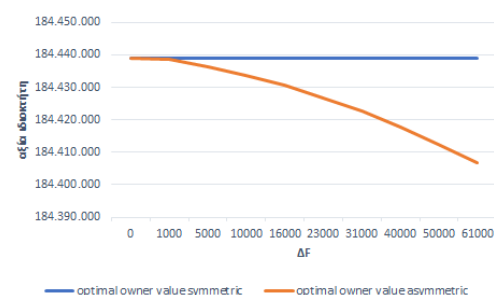
Σχήμα 4.3.2.4.1.3: Ποσότητα Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.4.1.4: Bonus



Σχήμα 4.3.2.4.1.5: Αξία Διευθυντή



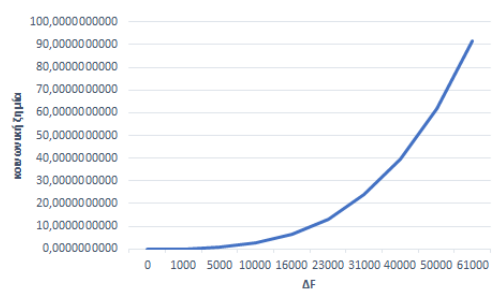
Σχήμα 4.3.2.4.1.6: Αξία Ιδιοκτήτη



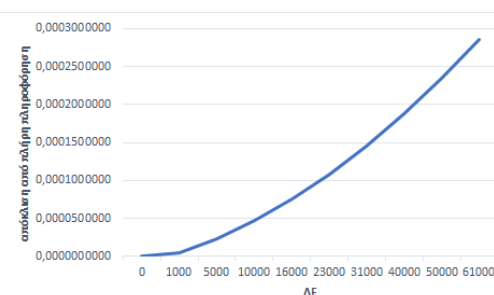
Σχήμα 4.3.2.4.1.7: Αξία Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.4.1.8: Κόστος Επένδυσης

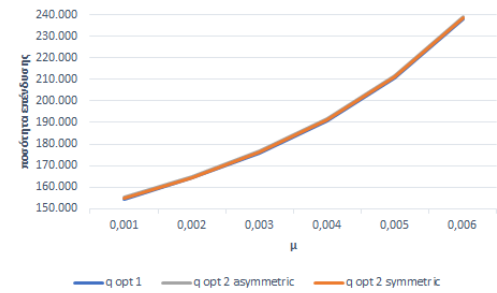
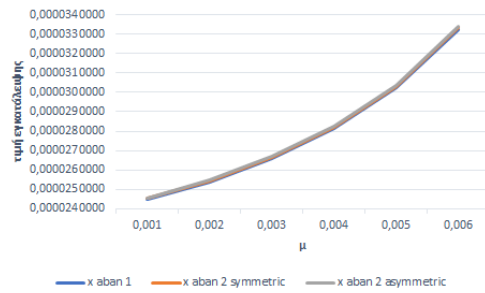
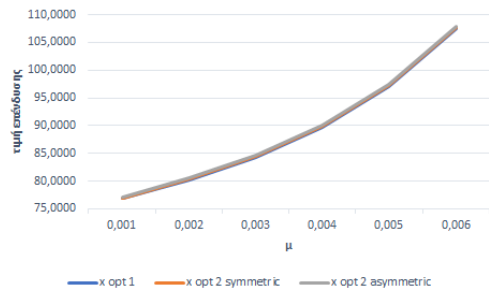


Σχήμα 4.3.2.4.1.9: Κοινωνική Ζημία



Σχήμα 4.3.2.4.1.10: Απόκλιση από πλήρη πληροφόρηση

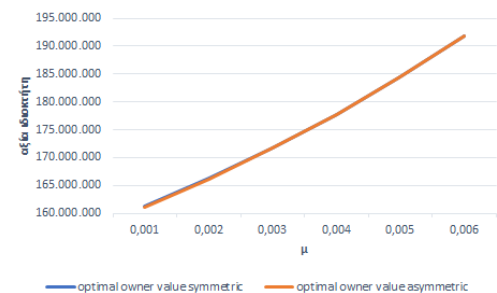
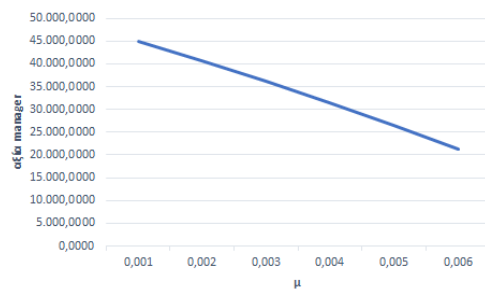
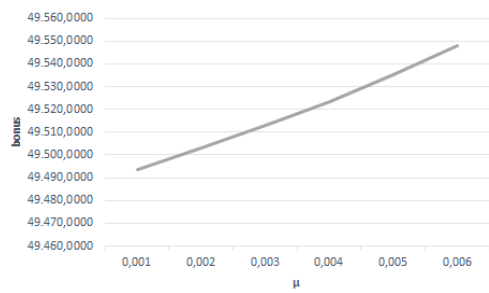
4.3.2.4.2 Μέσος όρος (μ)



Σχήμα 4.3.2.4.2.1: Τιμή Επένδυσης

Σχήμα 4.3.2.4.2.2: Τιμή Εγκατάλειψης

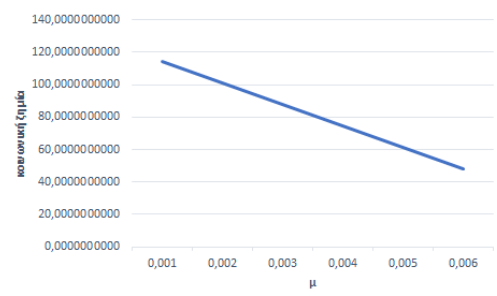
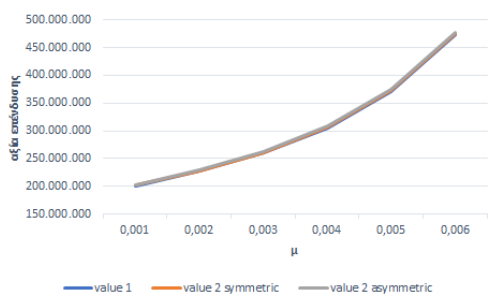
Σχήμα 4.3.2.4.2.3: Ποσότητα Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.4.2.4: Bonus

Σχήμα 4.3.2.4.2.5: Αξία Διευθυντή

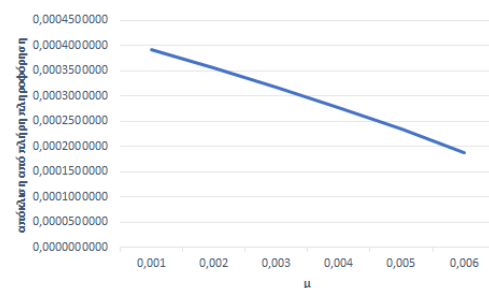
Σχήμα 4.3.2.4.2.6: Αξία Ιδιοκτήτη



Σχήμα 4.3.2.4.2.7: Αξία Επένδυσης

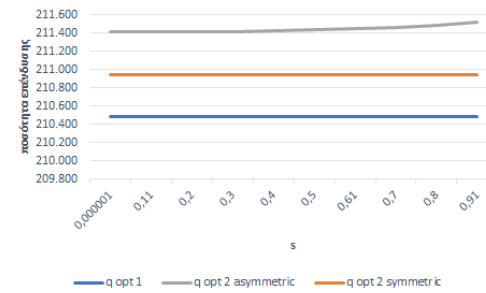
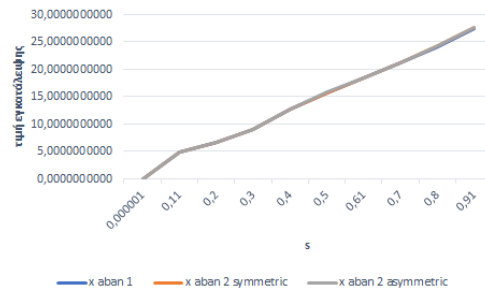
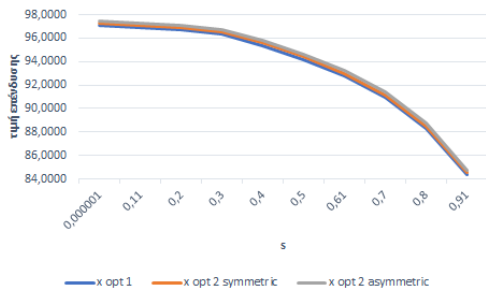
Σχήμα 4.3.2.4.2.8: Κόστος Επένδυσης

Σχήμα 4.3.2.4.2.9: Κοινωνική Ζημία



Σχήμα 4.3.2.4.2.10: Απόκλιση από πλήρη πληροφόρηση

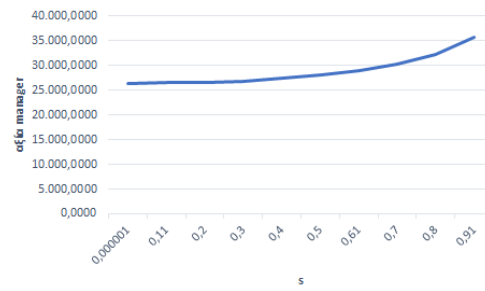
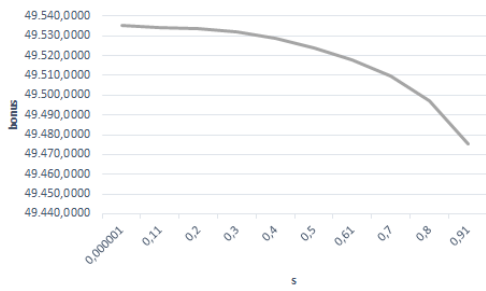
4.3.2.4.3 Αναστρεψιμότητα (s)



Σχήμα 4.3.2.4.3.1: Τιμή Επένδυσης

Σχήμα 4.3.2.4.3.2: Τιμή Εγκατάλειψης

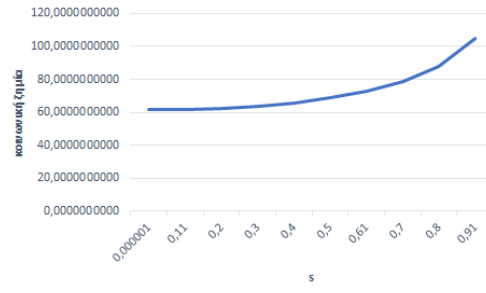
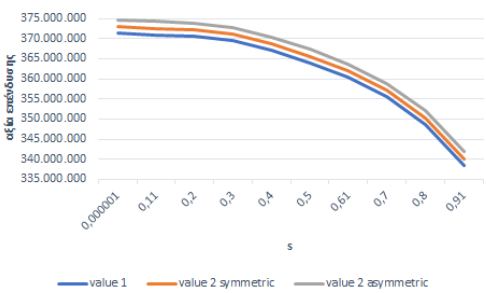
Σχήμα 4.3.2.4.3.3: Ποσότητα Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.4.3.4: Bonus

Σχήμα 4.3.2.4.3.5: Αξία Διευθυντή

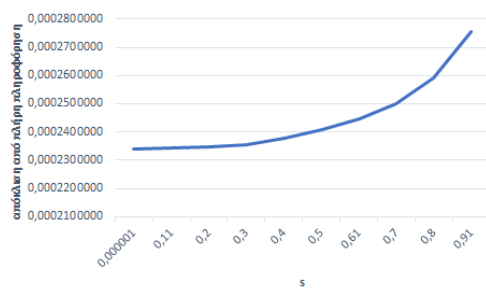
Σχήμα 4.3.2.4.3.6: Αξία Ιδιοκτήτη



Σχήμα 4.3.2.4.3.7: Αξία Επένδυσης

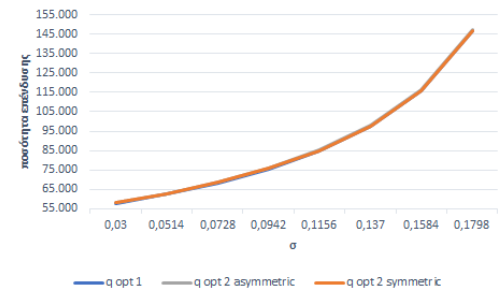
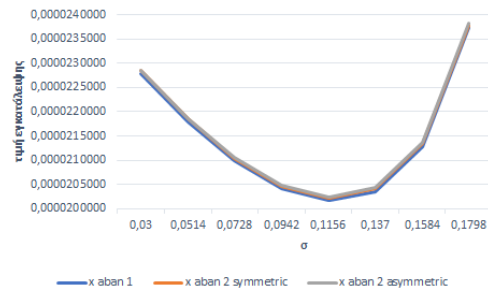
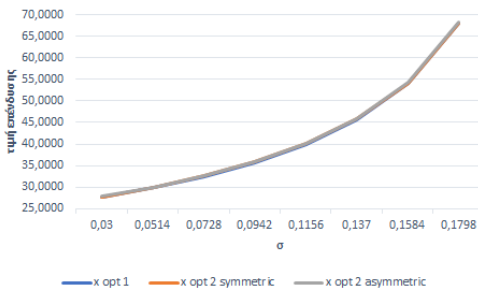
Σχήμα 4.3.2.4.3.8: Κόστος Επένδυσης

Σχήμα 4.3.2.4.3.9: Κοινωνική Ζημία



Σχήμα 4.3.2.4.3.10: Απόκλιση από πλήρη πληροφόρηση

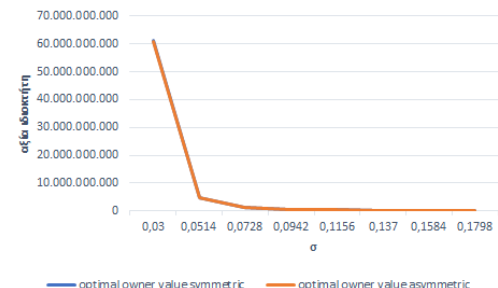
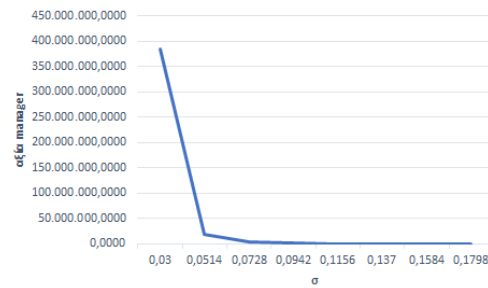
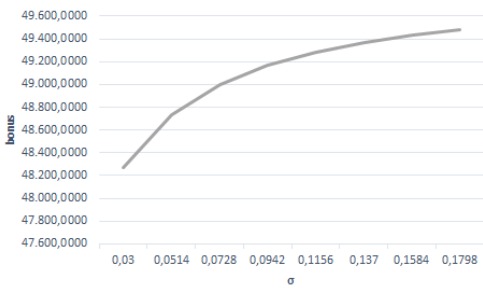
4.3.2.4.4 Μεταβλητότητα (σ)



Σχήμα 4.3.2.4.4.1: Τιμή Επένδυσης

Σχήμα 4.3.2.4.4.2: Τιμή Εγκατάλειψης

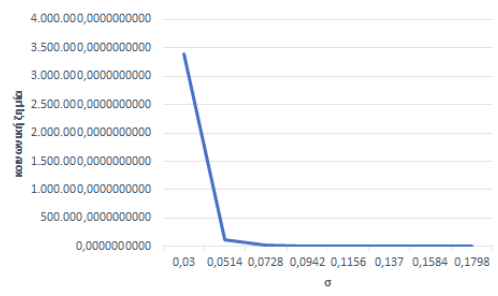
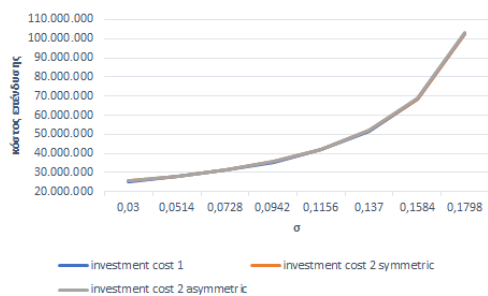
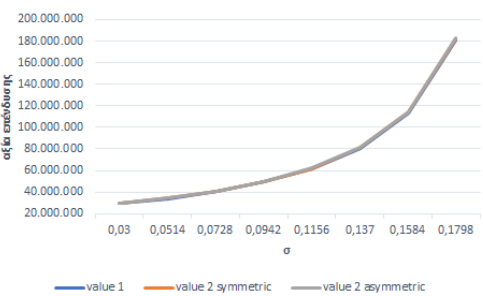
Σχήμα 4.3.2.4.4.3: Ποσότητα Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.4.4.4: Bonus

Σχήμα 4.3.2.4.4.5: Αξία Διευθυντή

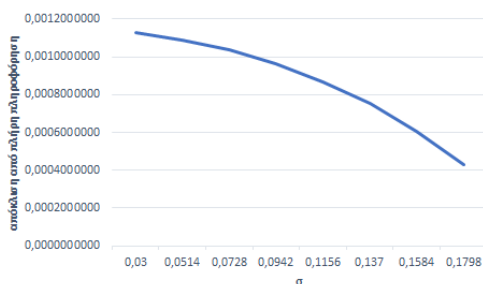
Σχήμα 4.3.2.4.4.6: Αξία Ιδιοκτήτη



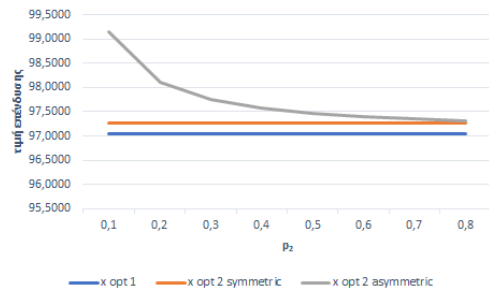
Σχήμα 4.3.2.4.4.7: Αξία Επένδυσης

Σχήμα 4.3.2.4.4.8: Κόστος Επένδυσης

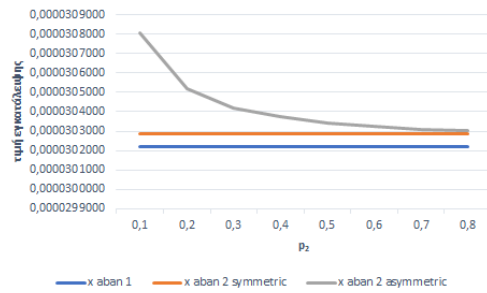
Σχήμα 4.3.2.4.4.9: Κοινωνική Ζημία



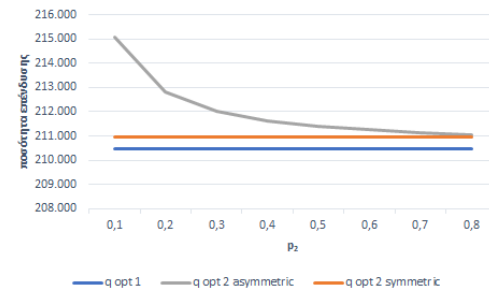
4.3.2.4.5 Πιθανότητα (p2)



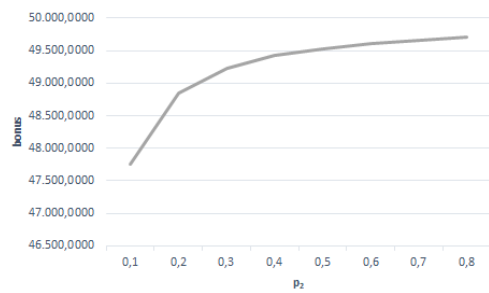
Σχήμα 4.3.2.4.5.1: Τιμή Επένδυσης



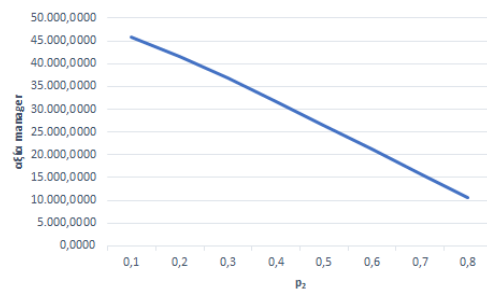
Σχήμα 4.3.2.4.5.2: Τιμή Εγκατάλειψης



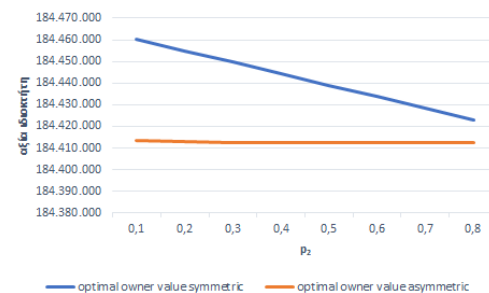
Σχήμα 4.3.2.4.5.3: Ποσότητα Επένδυσης



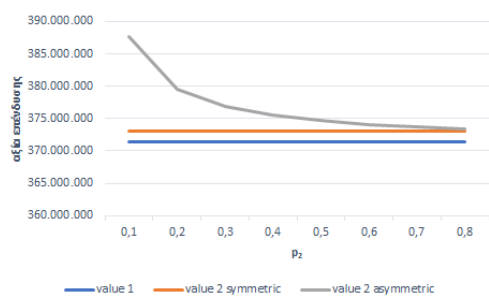
Σχήμα 4.3.2.4.5.4: Bonus



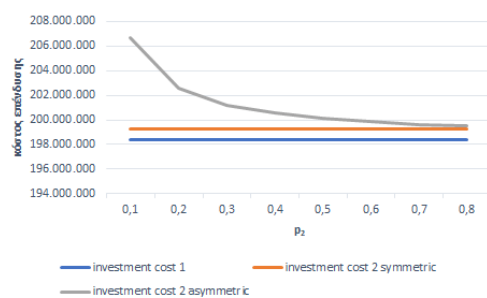
Σχήμα 4.3.2.4.5.5: Αξία Διευθυντή



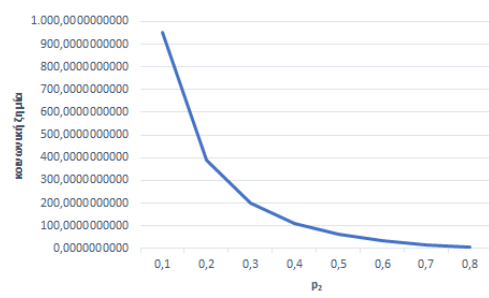
Σχήμα 4.3.2.4.5.6: Αξία Ιδιοκτήτη



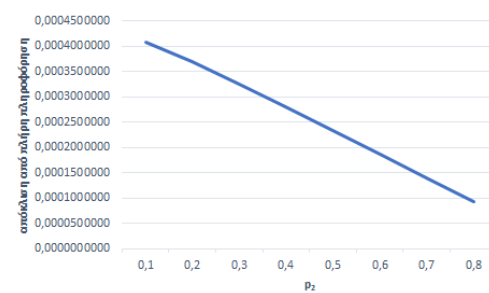
Σχήμα 4.3.2.4.5.7: Αξία Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.4.5.8: Κόστος Επένδυσης



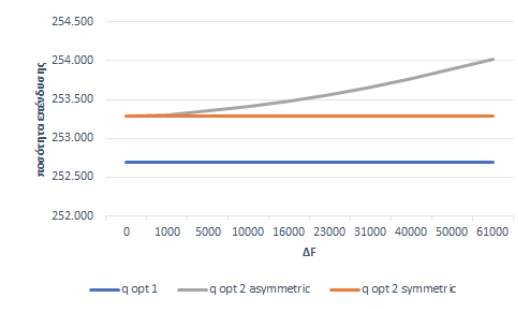
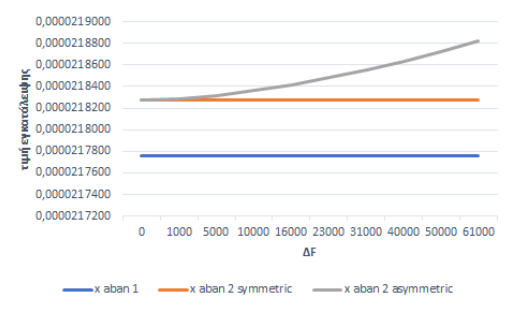
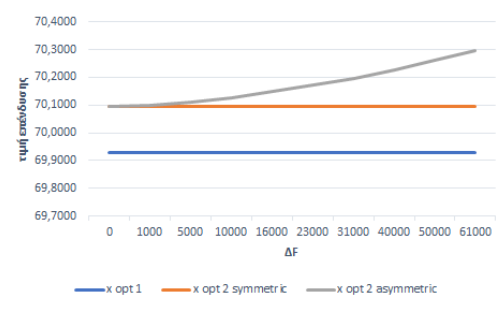
Σχήμα 4.3.2.4.5.9: Κοινωνική Ζημία



Σχήμα 4.3.2.4.5.10: Απόκλιση από πλήρη πληροφόρηση

Εργοστάσιο 5 : Συνάρτηση κόστους: $C(q) = 0.0025 \cdot q^2 + 8 \cdot q + 300$

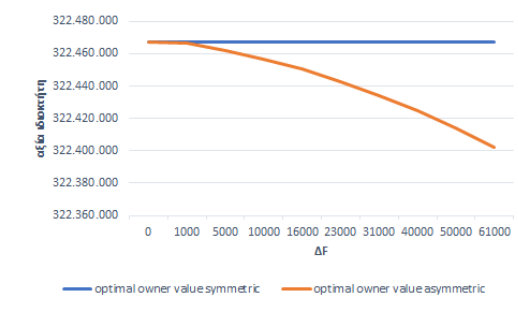
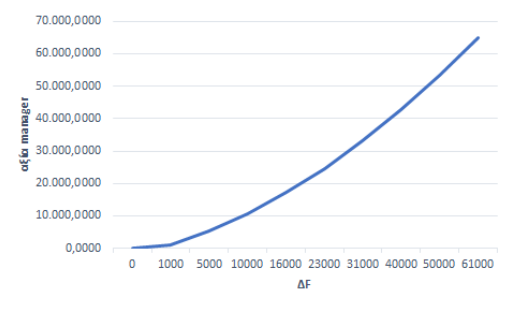
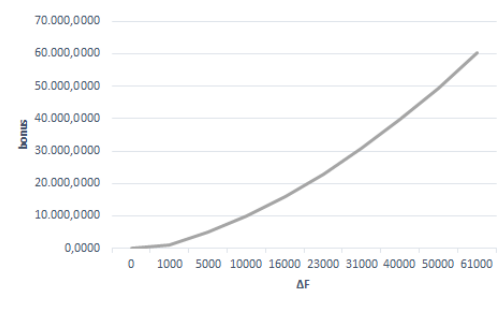
4.3.2.5.1 Ασυμμετρία Πληροφόρησης (DF)



Σχήμα 4.3.2.5.1.1: Τιμή Επένδυσης

Σχήμα 4.3.2.5.1.2: Τιμή Εγκατάλειψης

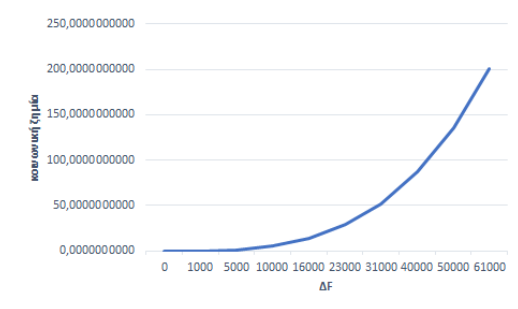
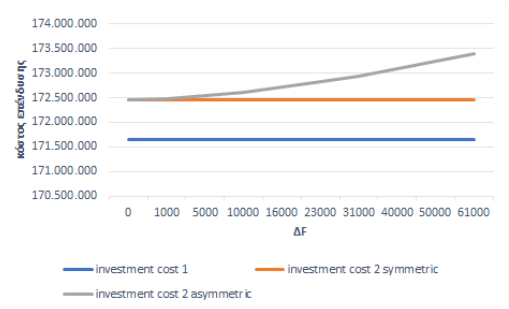
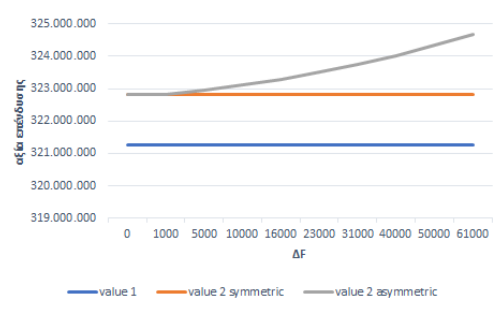
Σχήμα 4.3.2.5.1.3: Ποσότητα Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.5.1.4: Bonus

Σχήμα 4.3.2.5.1.5: Αξία Διευθυντή

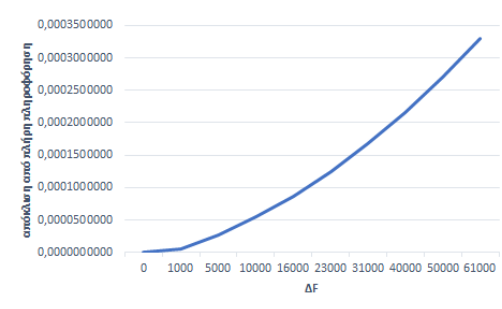
Σχήμα 4.3.2.5.1.6: Αξία Ιδιοκτήτη



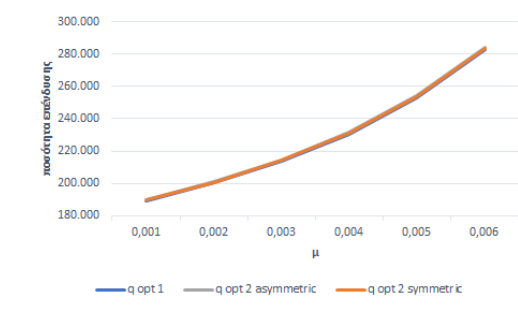
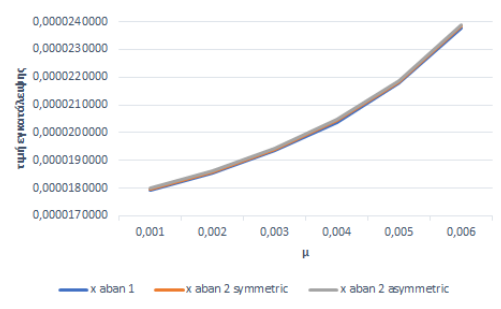
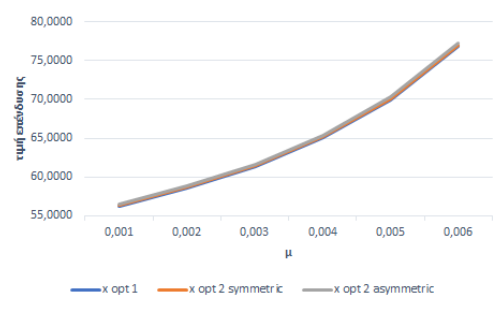
Σχήμα 4.3.2.5.1.7: Αξία Επένδυσης

Σχήμα 4.3.2.5.1.8: Κόστος Επένδυσης

Σχήμα 4.3.2.5.1.9: Κοινωνική Ζημία



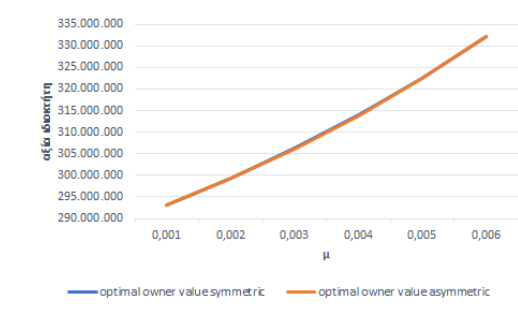
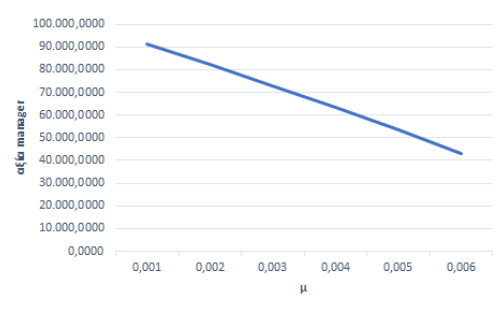
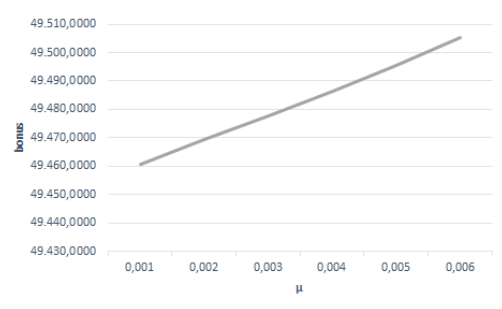
4.3.2.5.2 Μέσος όρος (μ)



Σχήμα 4.3.2.5.2.1: Τιμή Επένδυσης

Σχήμα 4.3.2.5.2.2: Τιμή Εγκατάλειψης

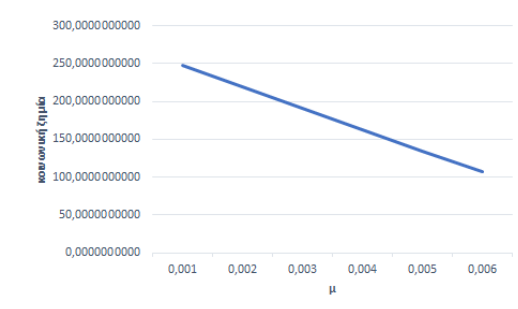
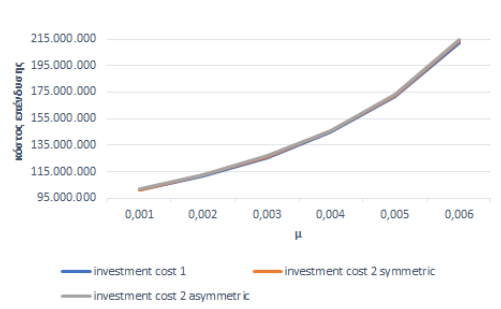
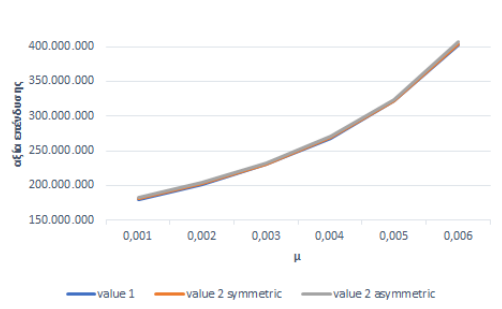
Σχήμα 4.3.2.5.2.3: Ποσότητα Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.5.2.4: Bonus

Σχήμα 4.3.2.5.2.5: Αξία Διευθυντή

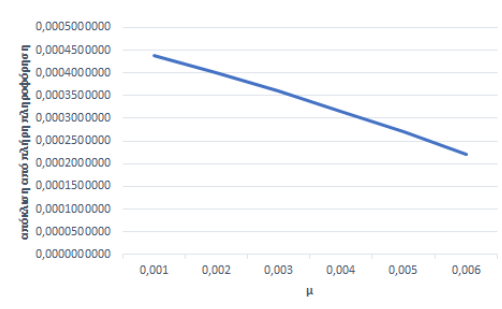
Σχήμα 4.3.2.5.2.6: Αξία Ιδιοκτήτη



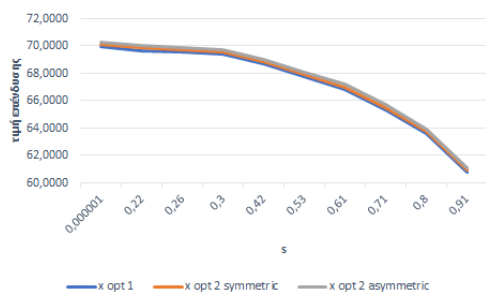
Σχήμα 4.3.2.5.2.7: Αξία Επένδυσης

Σχήμα 4.3.2.5.2.8: Κόστος Επένδυσης

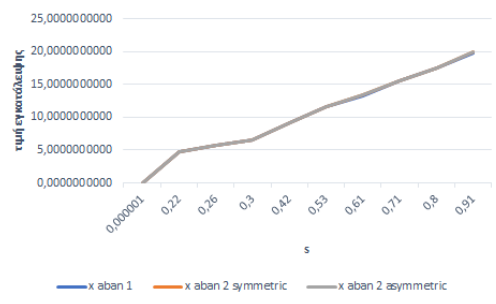
Σχήμα 4.3.2.5.2.9: Κοινωνική Ζημία



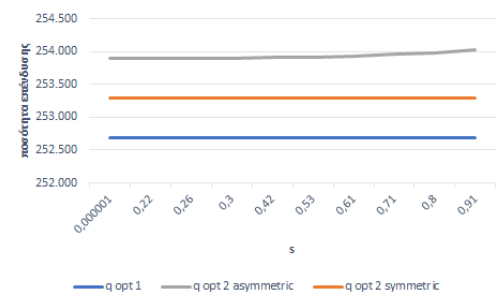
4.3.2.5.3 Αναστρεψιμότητα (s)



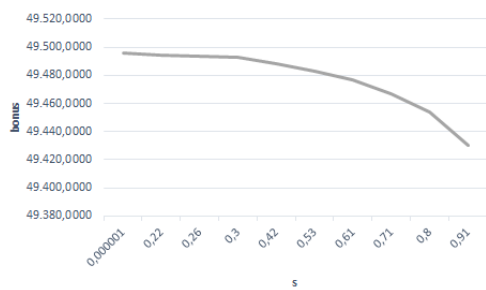
Σχήμα 4.3.2.5.3.1: Τιμή Επένδυσης



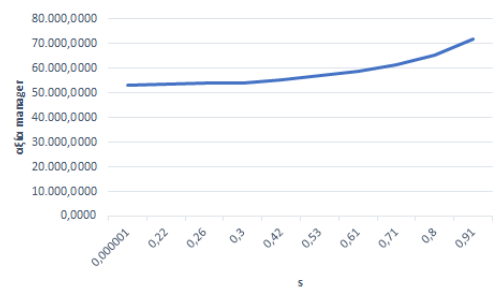
Σχήμα 4.3.2.5.3.2: Τιμή Εγκατάλειψης



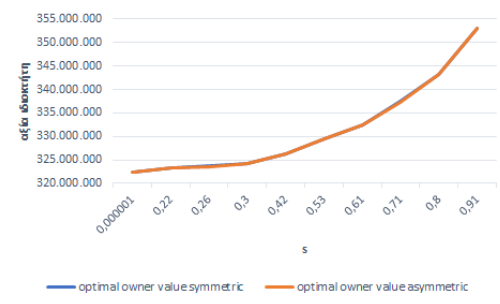
Σχήμα 4.3.2.5.3.3: Ποσότητα Επένδυσης



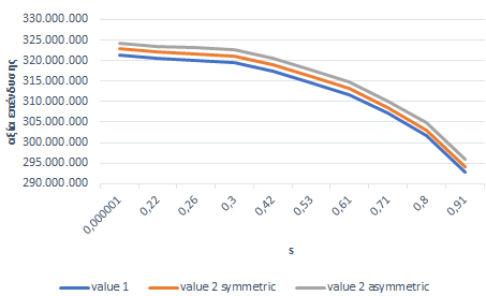
Σχήμα 4.3.2.5.3.4: Bonus



Σχήμα 4.3.2.5.3.5: Αξία Διευθυντή



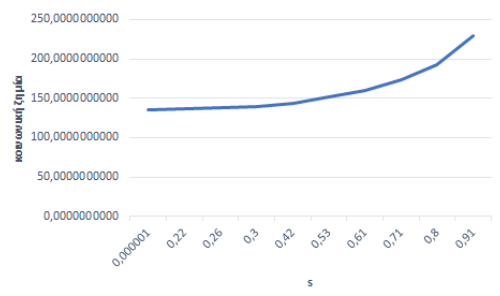
Σχήμα 4.3.2.5.3.6: Αξία Ιδιοκτήτη



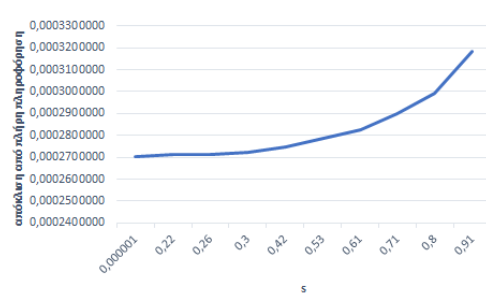
Σχήμα 4.3.2.5.3.7: Αξία Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.5.3.8: Κόστος Επένδυσης

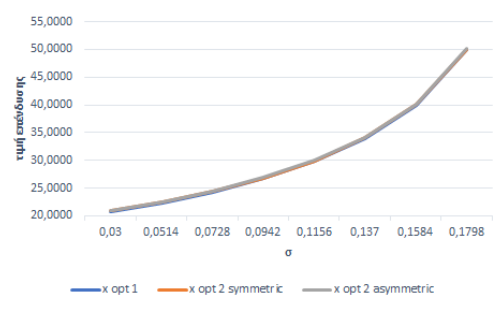


Σχήμα 4.3.2.5.3.9: Κοινωνική Ζημία

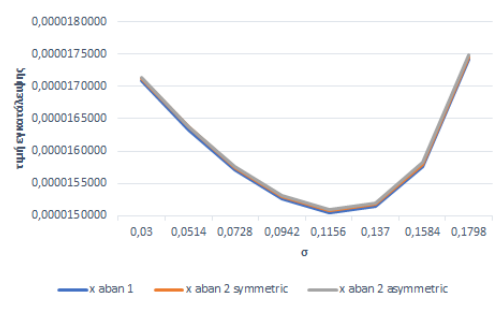


Σχήμα 4.3.2.5.3.10: Απόκλιση από πλήρη πληροφόρηση

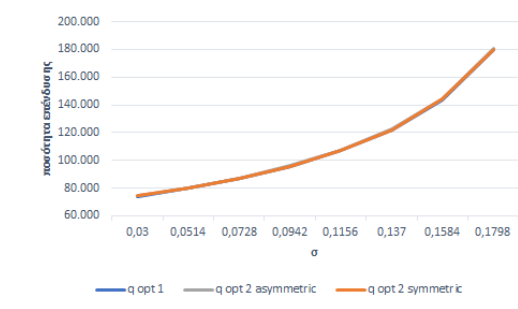
4.3.2.5.4 Μεταβλητότητα (σ)



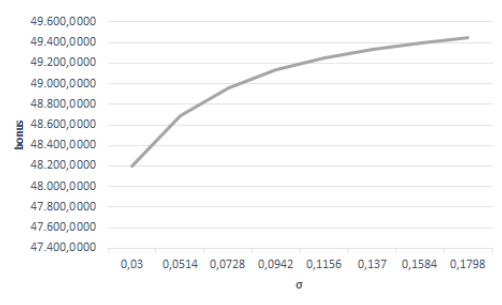
Σχήμα 4.3.2.5.4.1: Τιμή Επένδυσης



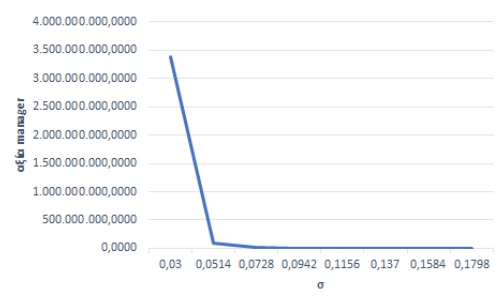
Σχήμα 4.3.2.5.4.2: Τιμή Εγκατάλειψης



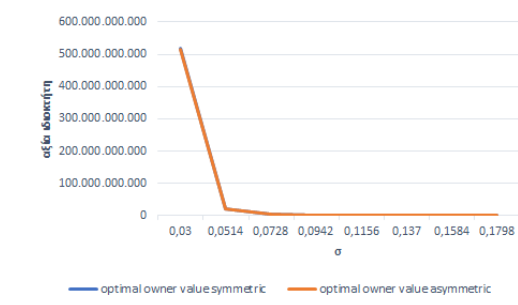
Σχήμα 4.3.2.5.4.3: Ποσότητα Επένδυσης



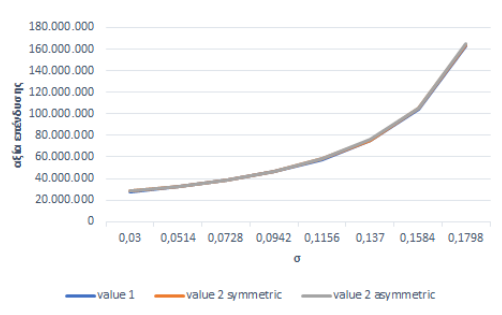
Σχήμα 4.3.2.5.4.4: Bonus



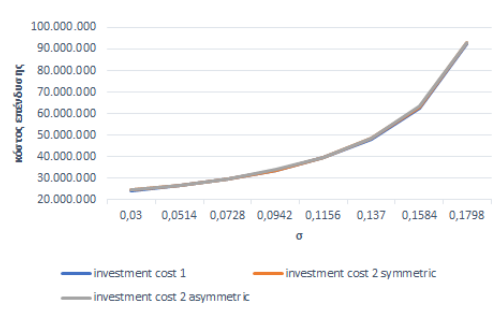
Σχήμα 4.3.2.5.4.5: Αξία Μειθυστή



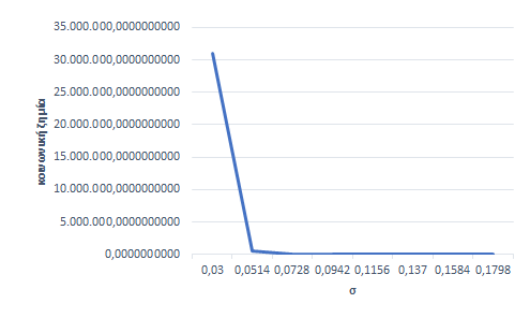
Σχήμα 4.3.2.5.4.6: Αξία Ιδιοκτήτη



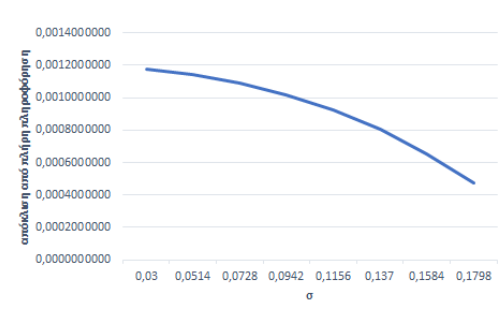
Σχήμα 4.3.2.5.4.7: Αξία Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.5.4.8: Κόστος Επένδυσης

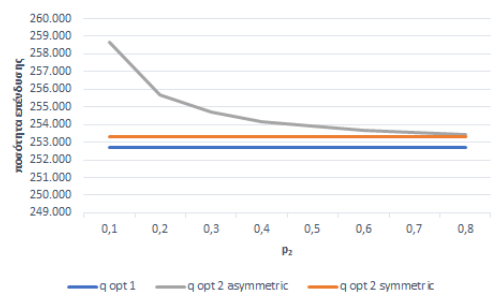
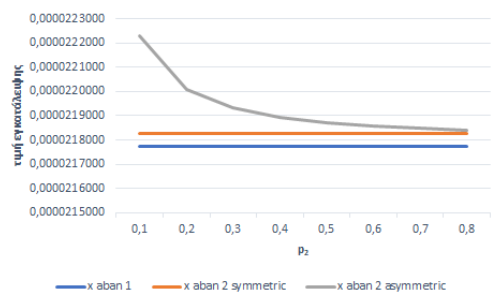
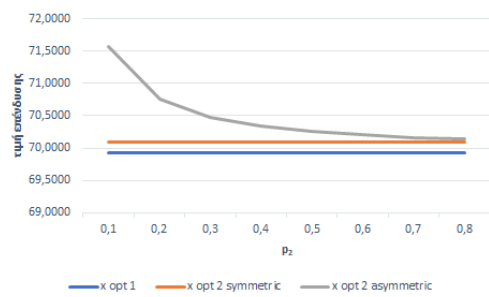


Σχήμα 4.3.2.5.4.9: Κοινωνική Ζημία



Σχήμα 4.3.2.5.4.10: Απόκλιση από πλήρη πληροφόρηση

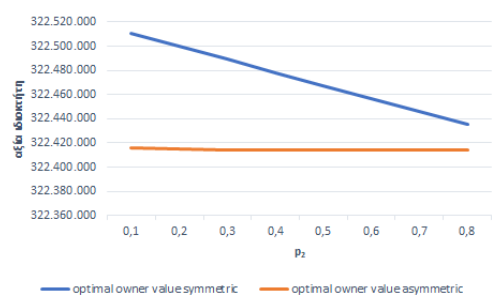
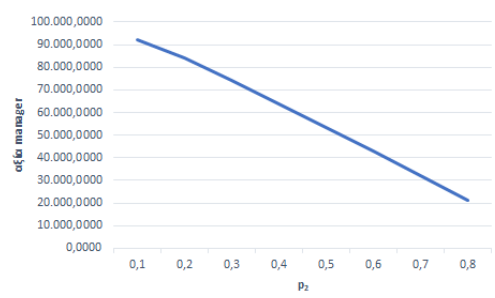
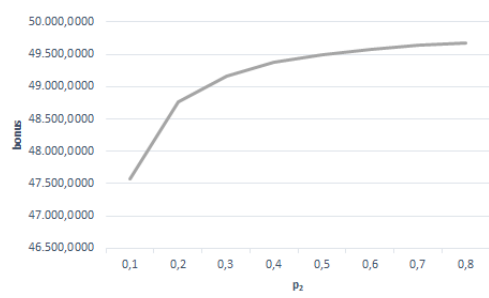
4.3.2.5.5 Πιθανότητα (p2)



Σχήμα 4.3.2.5.5.1: Τιμή Επένδυσης

Σχήμα 4.3.2.5.5.2: Τιμή Εγκατάλειψης

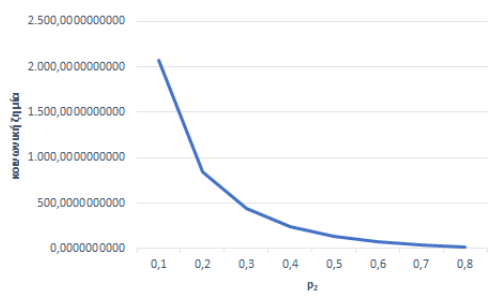
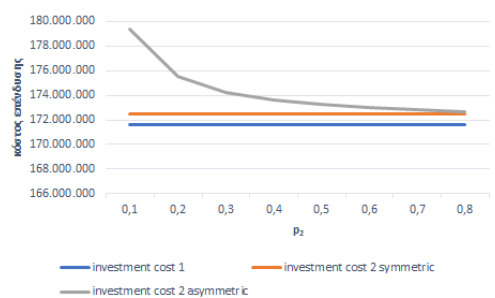
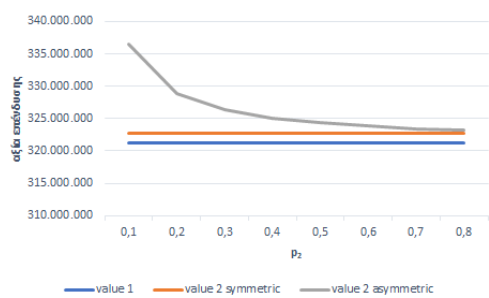
Σχήμα 4.3.2.5.5.3: Ποσότητα Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.5.5.4: Bonus

Σχήμα 4.3.2.5.5.5: Αξία Διευθυντή

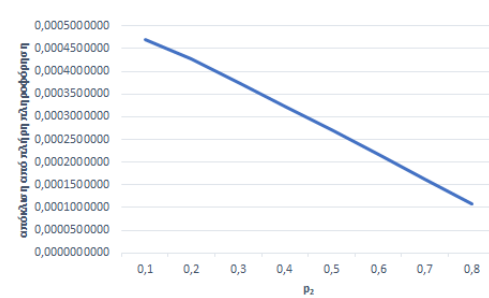
Σχήμα 4.3.2.5.5.6: Αξία Ιδιοκτήτη



Σχήμα 4.3.2.5.5.7: Αξία Επένδυσης

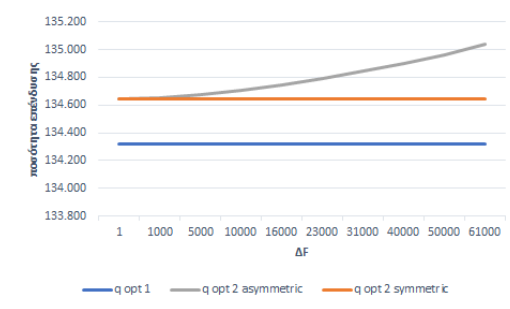
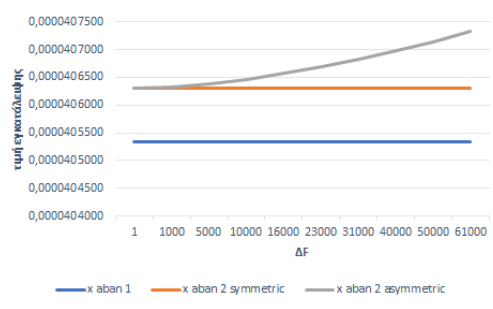
Σχήμα 4.3.2.5.5.8: Κόστος Επένδυσης

Σχήμα 4.3.2.5.5.9: Κοινωνική Ζημία



Εργαστήριο 6 : Συνάρτηση κόστους: $C(q) = 0.00876 \cdot q^2 + 13.3272 \cdot q + 81.1364$

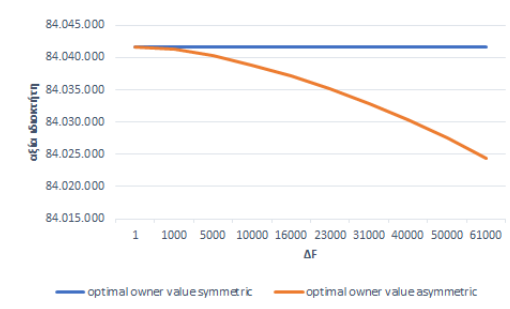
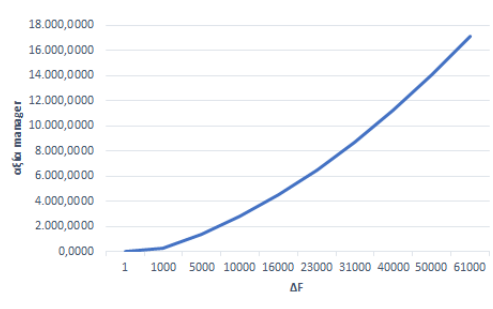
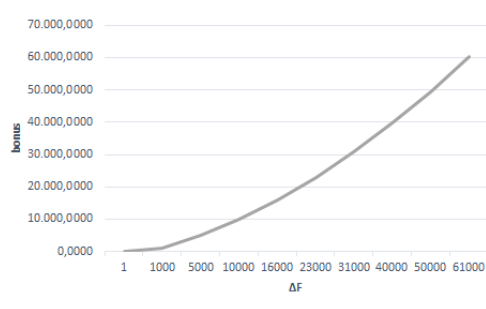
4.3.2.6.1 Ασυμμετρία Πληροφόρησης (DF)



Σχήμα 4.3.2.6.1.1: Τιμή Επένδυσης

Σχήμα 4.3.2.6.1.2: Τιμή Εγκατάλειψης

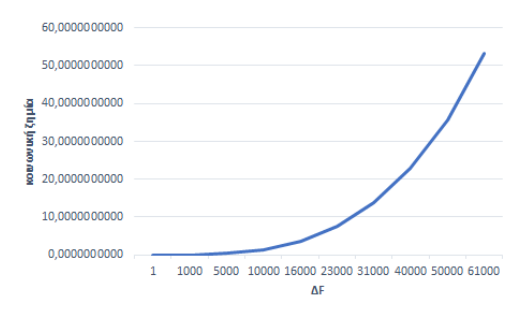
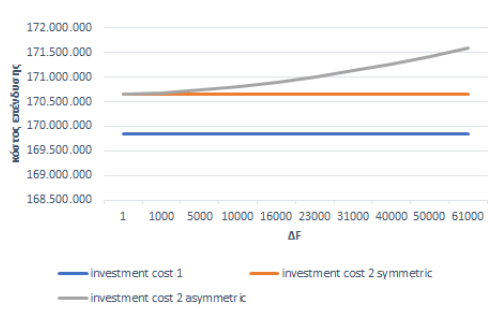
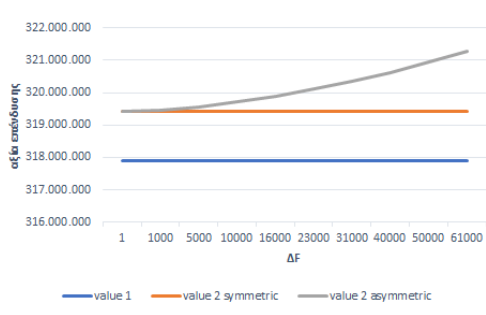
Σχήμα 4.3.2.6.1.3: Ποσότητα Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.6.1.4: Bonus

Σχήμα 4.3.2.6.1.5: Αξία Διευθυντή

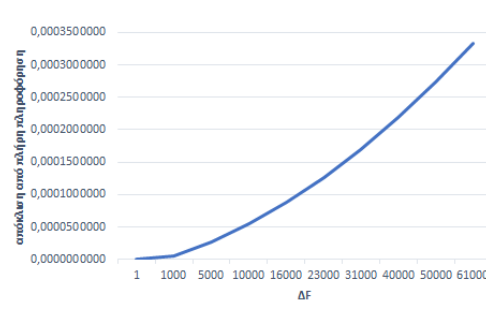
Σχήμα 4.3.2.6.1.6: Αξία Ιδιοκτήτη



Σχήμα 4.3.2.6.1.7: Αξία Επένδυσης

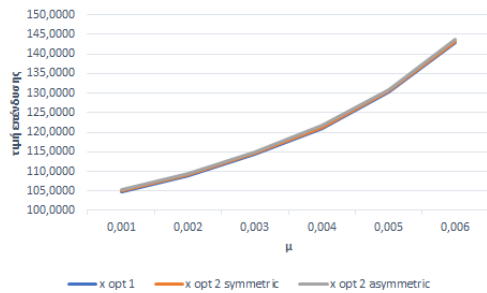
Σχήμα 4.3.2.6.1.8: Κόστος Επένδυσης

Σχήμα 4.3.2.6.1.9: Κοινωνική Ζημία

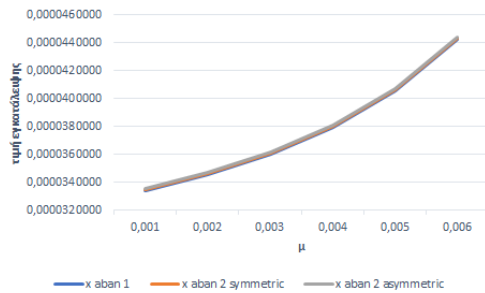


Σχήμα 4.3.2.6.1.10: Απόκλιση από πλήρη πληροφόρηση

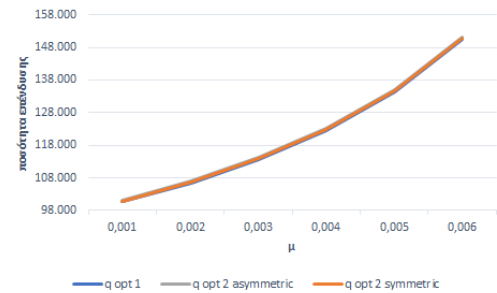
4.3.2.6.2 Μέσος όρος (μ)



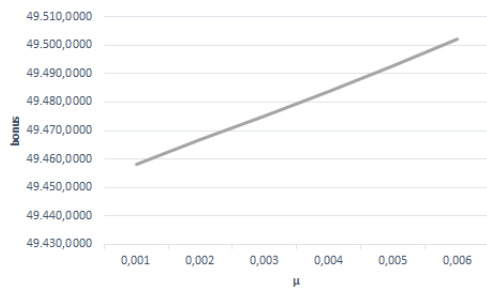
Σχήμα 4.3.2.6.2.1: Τιμή Επένδυσης



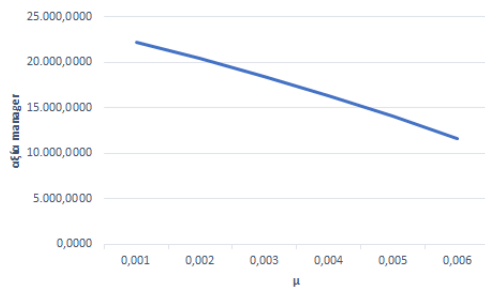
Σχήμα 4.3.2.6.2.2: Τιμή Εγκατάληψης



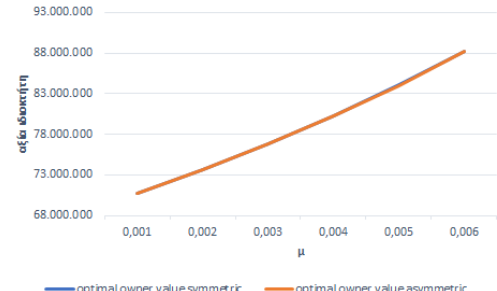
Σχήμα 4.3.2.6.2.3: Ποσότητα Επένδυσης



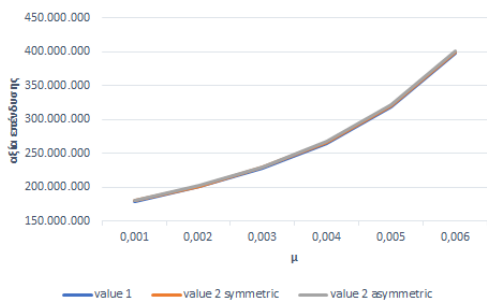
Σχήμα 4.3.2.6.2.4: Bonus



Σχήμα 4.3.2.6.2.5: Αξία Διευθυντή



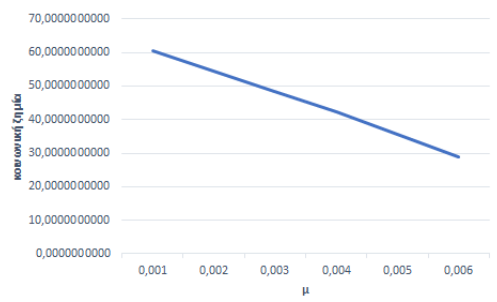
Σχήμα 4.3.2.6.2.6: Αξία Ιδιοκτήτη



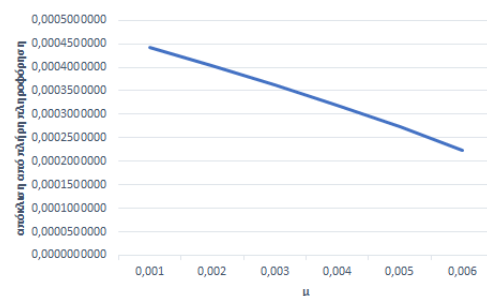
Σχήμα 4.3.2.6.2.7: Αξία Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.6.2.8: Κόστος Επένδυσης

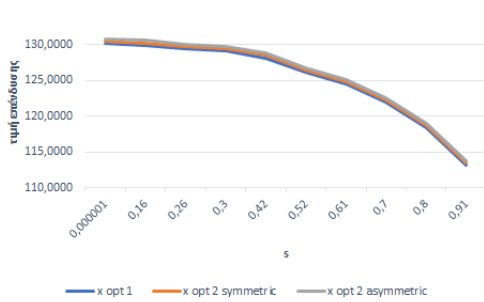


Σχήμα 4.3.2.6.2.9: Κοινωνική Ζημία

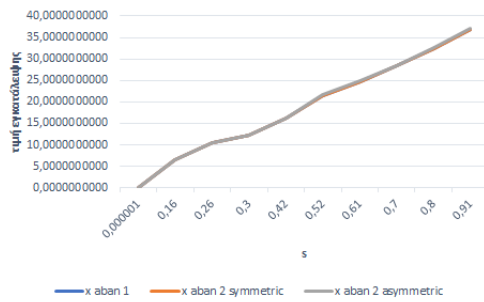


Σχήμα 4.3.2.6.2.10: Απόδοση από πλήρη πληροφόρηση

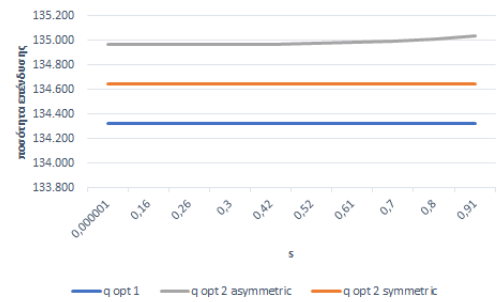
4.3.2.6.3 Αναστρεψιμότητα (s)



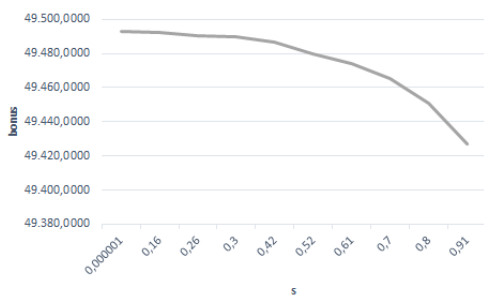
Σχήμα 4.3.2.6.3.1: Τιμή Επένδυσης



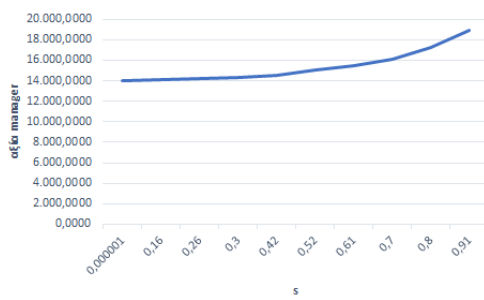
Σχήμα 4.3.2.6.3.2: Τιμή Εγκατάληψης



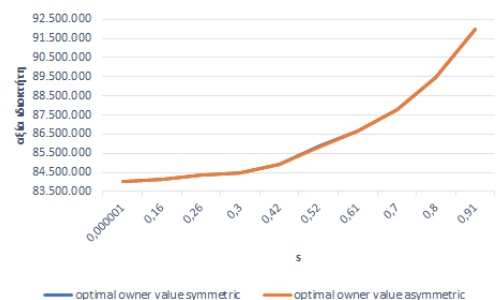
Σχήμα 4.3.2.6.3.3: Ποσότητα Επένδυσης



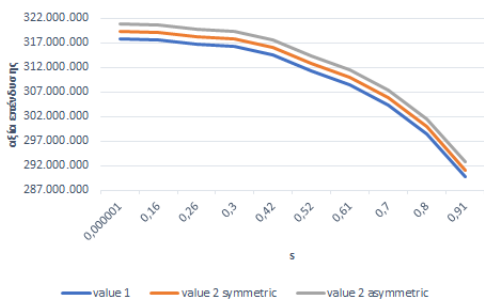
Σχήμα 4.3.2.6.3.4: Bonus



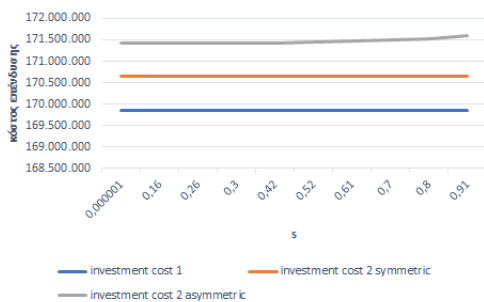
Σχήμα 4.3.2.6.3.5: Αξία Διευθυντή



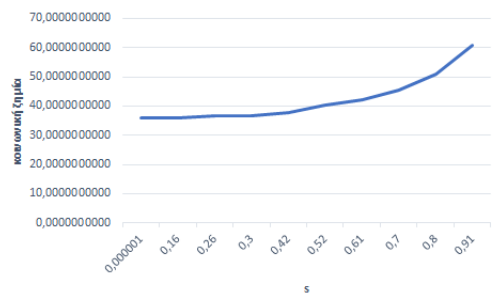
Σχήμα 4.3.2.6.3.6: Αξία Ιδιοκτήτη



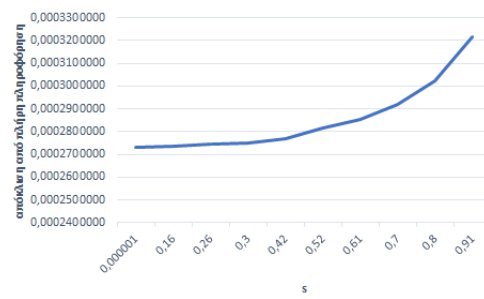
Σχήμα 4.3.2.6.3.7: Αξία Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.6.3.8: Κόστος Επένδυσης

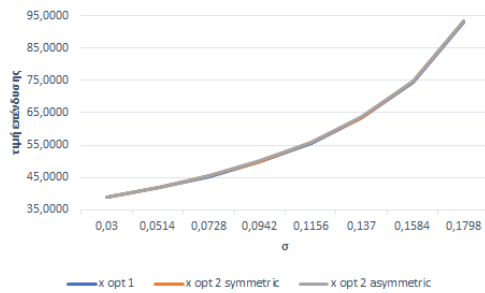


Σχήμα 4.3.2.6.3.9: Κοινωνική Ζημία

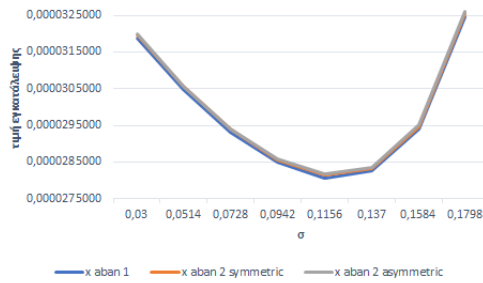


Σχήμα 4.3.2.6.3.10: Απόκλιση από πλήρη πληροφόρηση

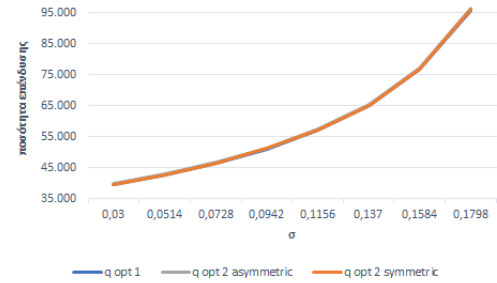
4.3.2.6.4 Μεταβλητότητα (σ)



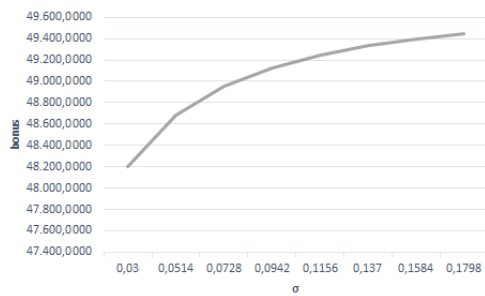
Σχήμα 4.3.2.6.4.1: Τιμή Επένδυσης



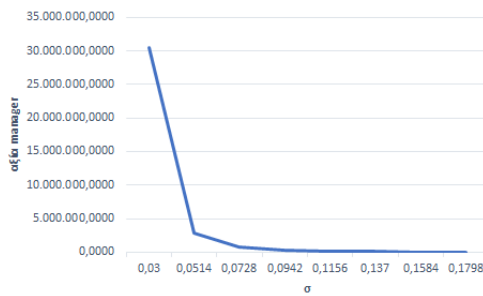
Σχήμα 4.3.2.6.4.2: Τιμή Εγκατάληψης



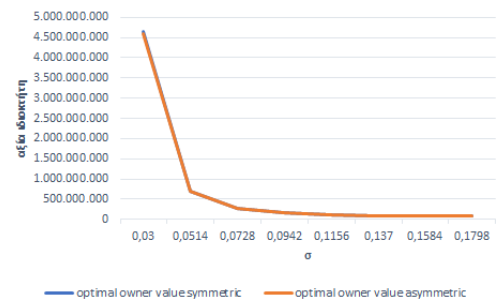
Σχήμα 4.3.2.6.4.3: Ποσότητα Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.6.4.4: Bonus



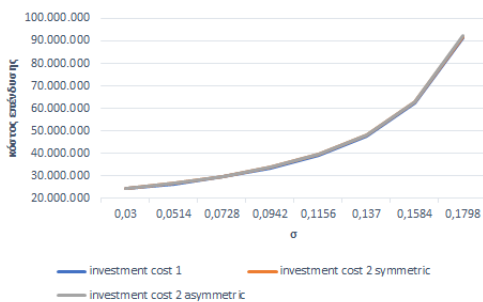
Σχήμα 4.3.2.6.4.5: Αξία Διευθυντή



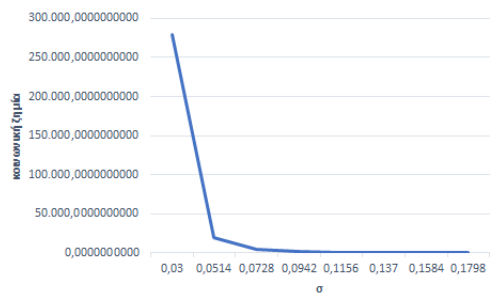
Σχήμα 4.3.2.6.4.6: Αξία Ιδιοκτήτη



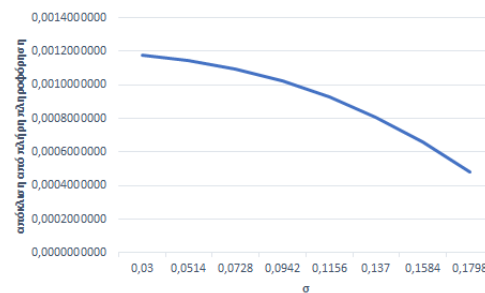
Σχήμα 4.3.2.6.4.7: Αξία Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.6.4.8: Κόστος Επένδυσης

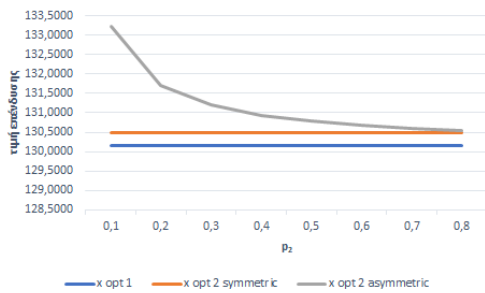


Σχήμα 4.3.2.6.4.9: Κοινωνική Ζημία

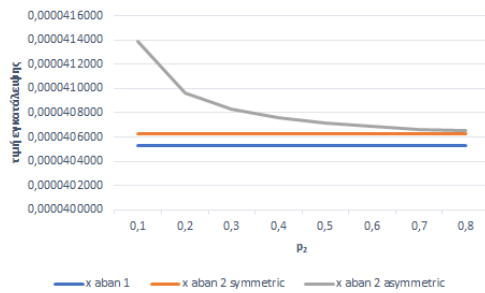


Σχήμα 4.3.2.6.4.10: Απόκλιση από πλήρη πληροφόρηση

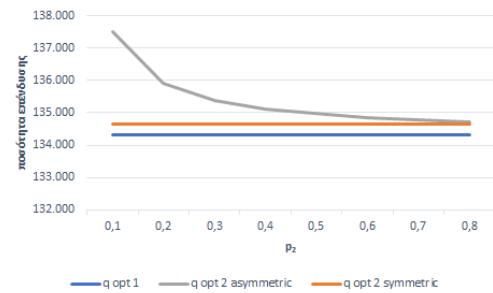
4.3.2.6.5 Πιθανότητα (p2)



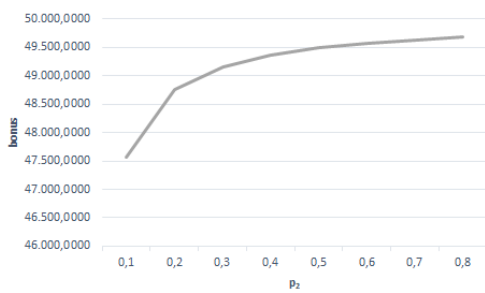
Σχήμα 4.3.2.6.5.1: Τιμή Επένδυσης



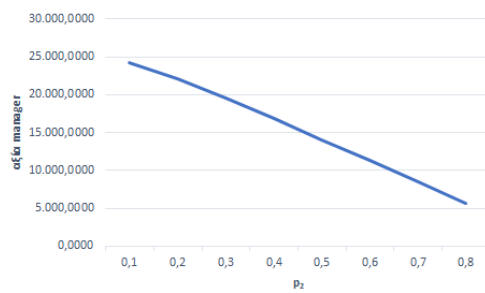
Σχήμα 4.3.2.6.5.2: Τιμή Εγκατάλειψης



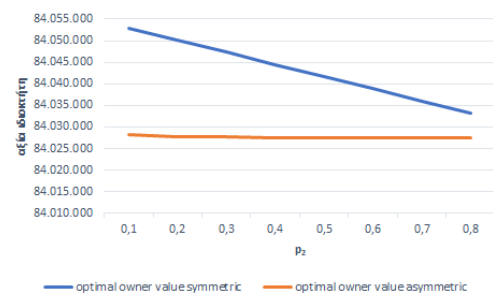
Σχήμα 4.3.2.6.5.3: Ποσότητα Επένδυσης



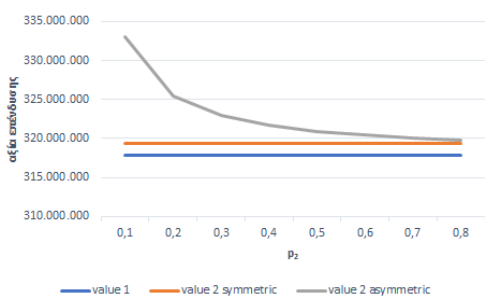
Σχήμα 4.3.2.6.5.4: Bonus



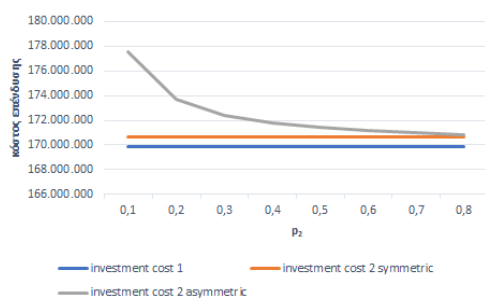
Σχήμα 4.3.2.6.5.5: Αξία Διευθυντή



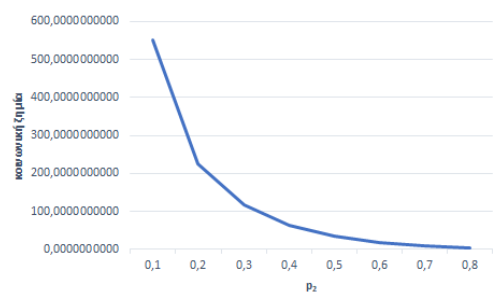
Σχήμα 4.3.2.6.5.6: Αξία Ιδιοκτήτη



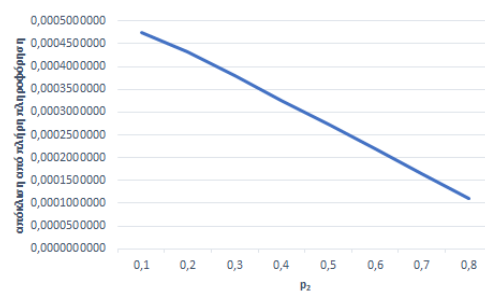
Σχήμα 4.3.2.6.5.7: Αξία Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.6.5.8: Κόστος Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.6.5.9: Κοινωνική Ζημία

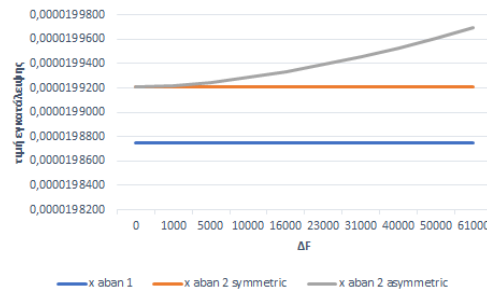


Εργοστάσιο 7 : Συνάρτηση κόστους: $C(q) = 0.002 \cdot q^2 + 10 \cdot q + 500$

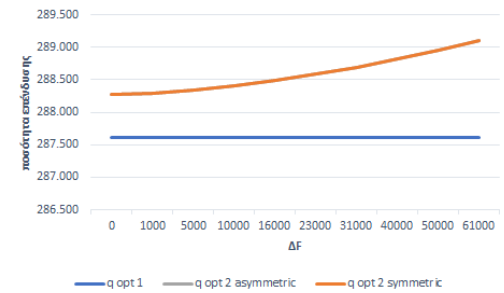
4.3.2.7.1 Ασυμμετρία Πληροφόρησης (DF)



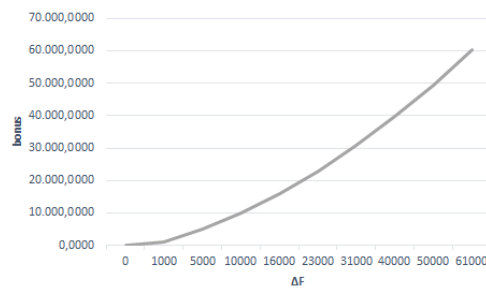
Σχήμα 4.3.2.7.1.1: Τιμή Επένδυσης



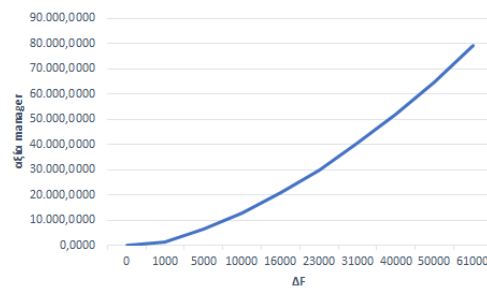
Σχήμα 4.3.2.7.1.2: Τιμή Εγκατάλειψης



Σχήμα 4.3.2.7.1.3: Ποσότητα Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.7.1.4: Bonus



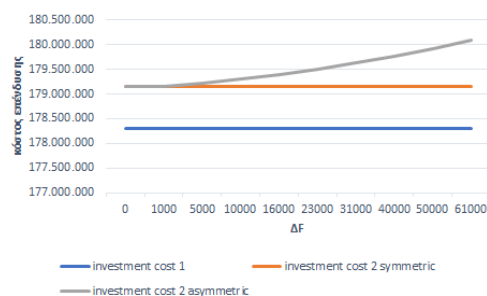
Σχήμα 4.3.2.7.1.5: Αξία Διευθυντή



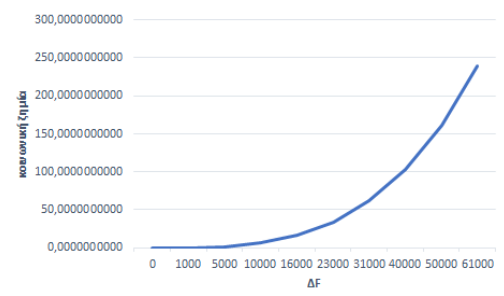
Σχήμα 4.3.2.7.1.6: Αξία Ιδιοκτήτη



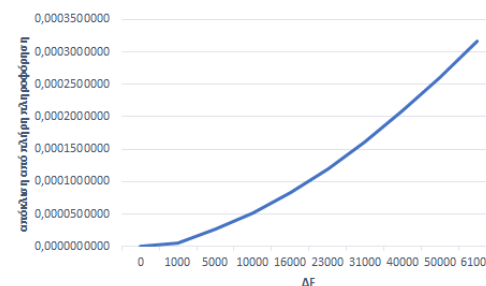
Σχήμα 4.3.2.7.1.7: Αξία Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.7.1.8: Κόστος Επένδυσης

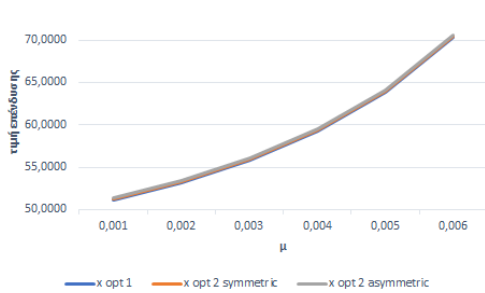


Σχήμα 4.3.2.7.1.9: Κοινωνική Ζημία

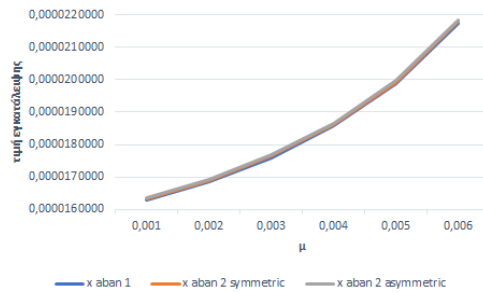


Σχήμα 4.3.2.7.1.10: Απόκλιση από πλήρη πληροφόρηση

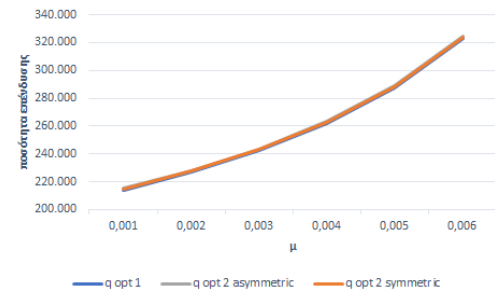
2.3.7.2 Μέσος όρος (μ)



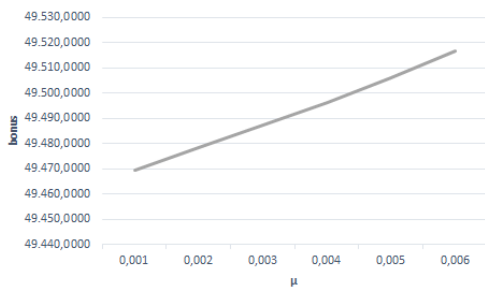
Σχήμα 4.3.2.7.2.1: Τιμή Επένδυσης



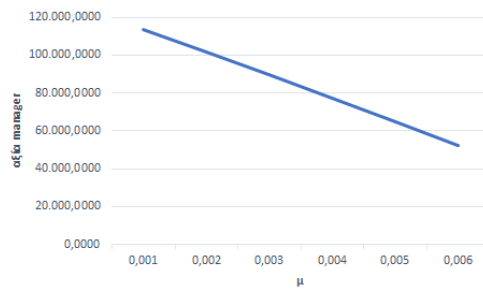
Σχήμα 4.3.2.7.2.2: Τιμή Εγκατάλειψης



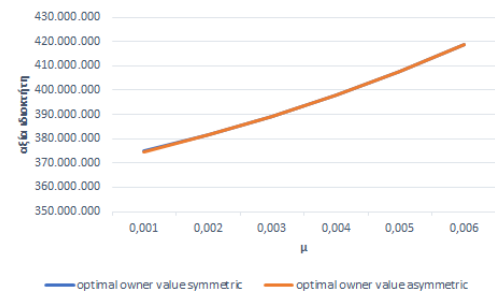
Σχήμα 4.3.2.7.2.3: Ποσότητα Επένδυσης



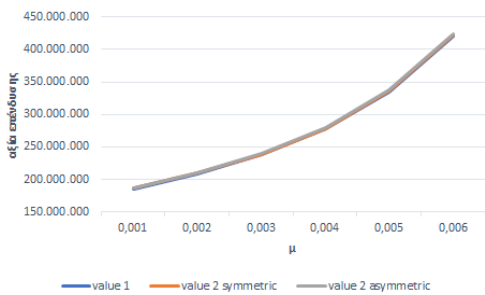
Σχήμα 4.3.2.7.2.4: Bonus



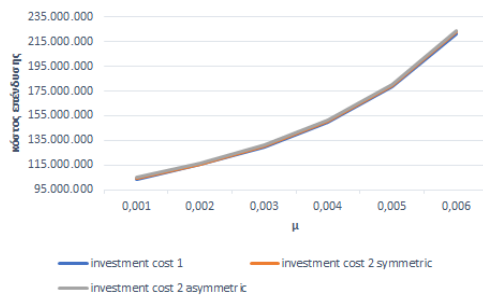
Σχήμα 4.3.2.7.2.5: Αξία Διευθυντή



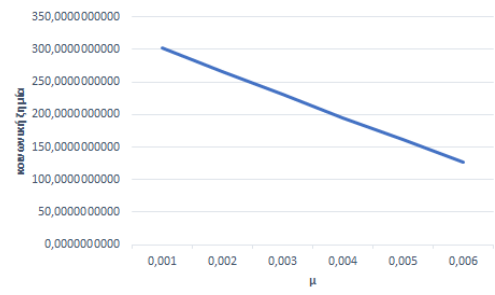
Σχήμα 4.3.2.7.2.6: Αξία Ιδιοκτήτη



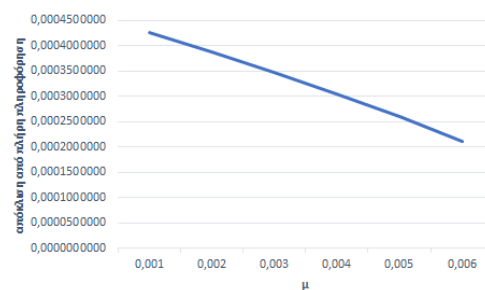
Σχήμα 4.3.2.7.2.7: Αξία Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.7.2.8: Κόστος Επένδυσης

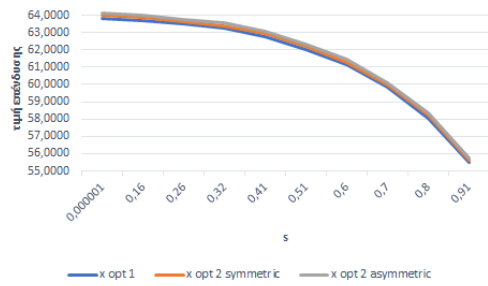


Σχήμα 4.3.2.7.2.9: Κοινωνική Ζημία

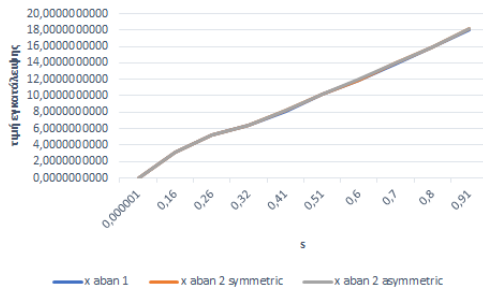


Σχήμα 4.3.2.7.2.10: Απόκλιση από πλήρη πληροφόρηση

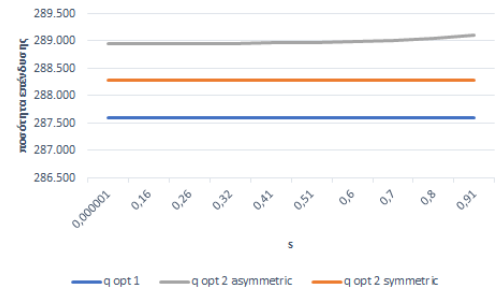
4.3.2.7.3 Αναστρεψιμότητα (s)



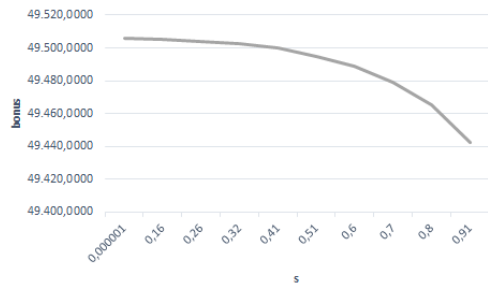
Σχήμα 4.3.2.7.3.1: Τιμή Επένδυσης



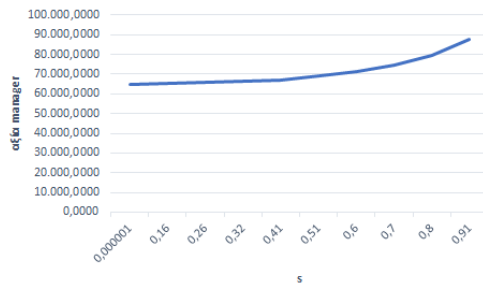
Σχήμα 4.3.2.7.3.2: Τιμή Εγκατάληψης



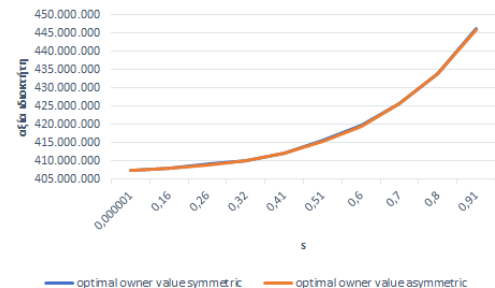
Σχήμα 4.3.2.7.3.3: Ποσότητα Επένδυσης



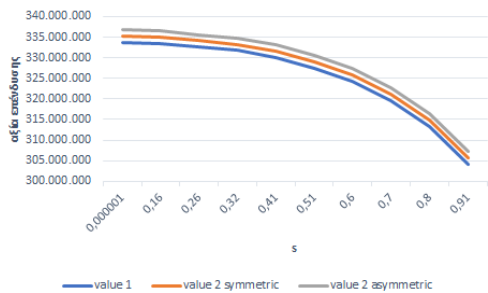
Σχήμα 4.3.2.7.3.4: Bonus



Σχήμα 4.3.2.7.3.5: Αξία Διευθυντή



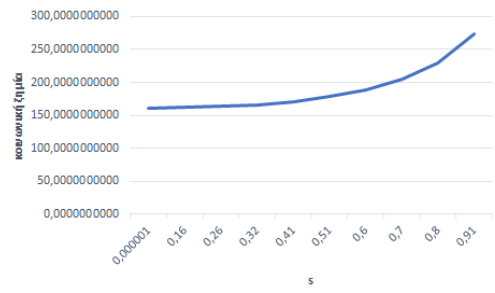
Σχήμα 4.3.2.7.3.6: Αξία Ιδιοκτήτη



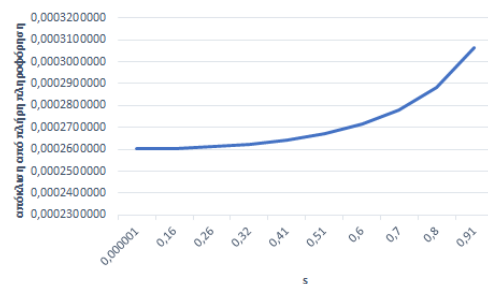
Σχήμα 4.3.2.7.3.7: Αξία Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.7.3.8: Κόστος Επένδυσης

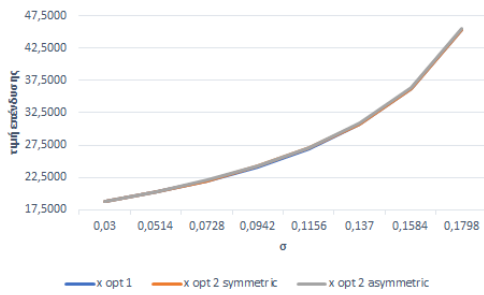


Σχήμα 4.3.2.7.3.9: Κοινωνική Ζημία

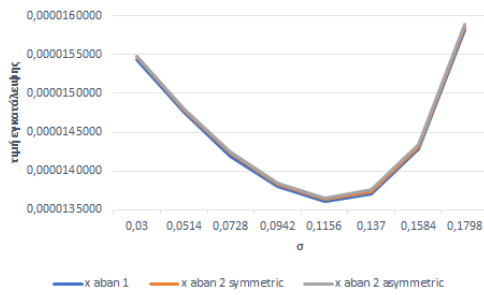


Σχήμα 4.3.2.7.3.10: Απόκλιση από πλήρη πληροφόρηση

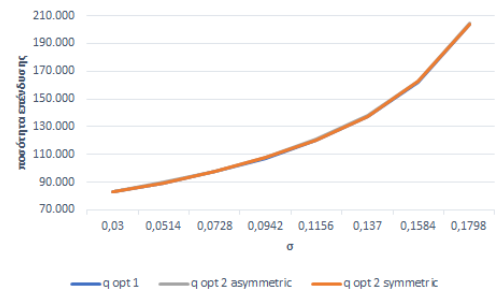
4.3.2.7.4 Μεταβλητότητα (σ)



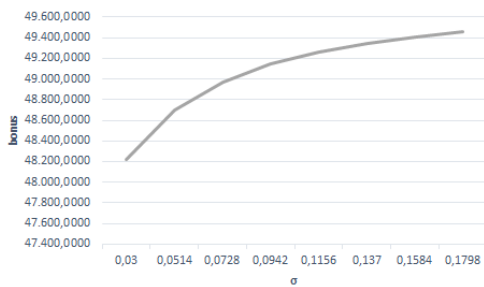
Σχήμα 4.3.2.7.4.1: Τιμή Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.7.4.2: Τιμή Εγκατάλειψης



Σχήμα 4.3.2.7.4.3: Ποσότητα Επένδυσης



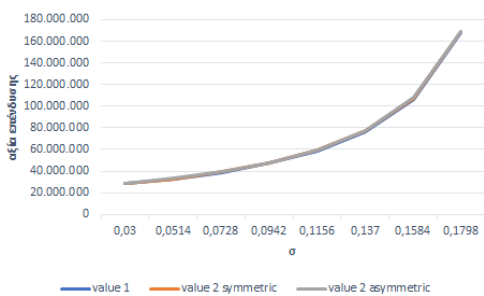
Σχήμα 4.3.2.7.4.4: Bonus



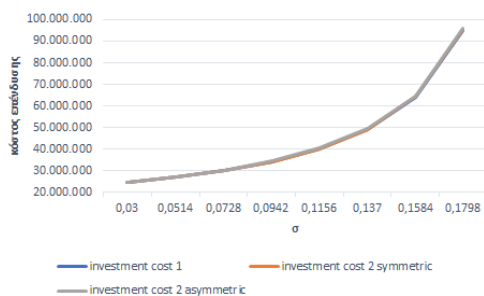
Σχήμα 4.3.2.7.4.5: Αξία Διευθυντή



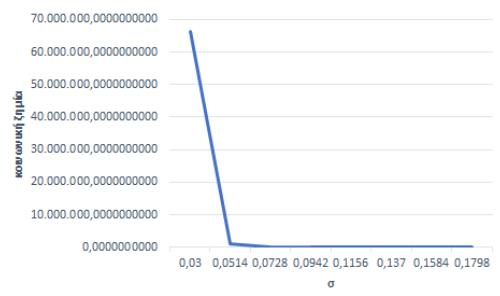
Σχήμα 4.3.2.7.4.6: Αξία Ιδιοκτήτη



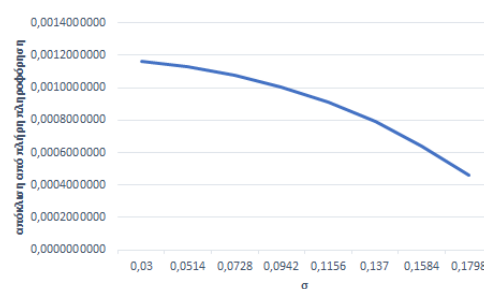
Σχήμα 4.3.2.7.4.7: Αξία Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.7.4.8: Κόστος Επένδυσης

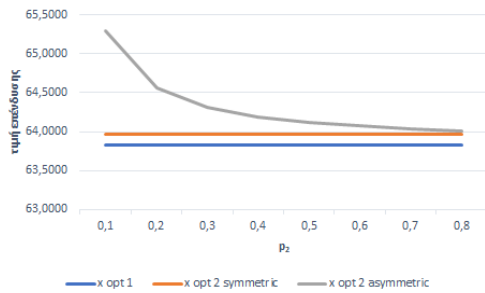


Σχήμα 4.3.2.7.4.9: Κοινωνική Ζημία

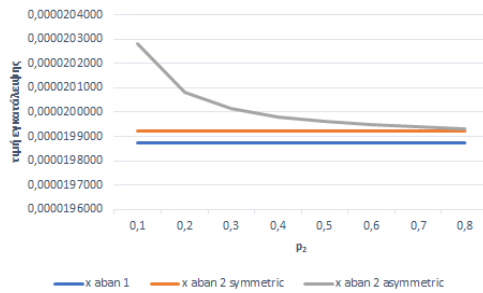


Σχήμα 4.3.2.7.4.10: Απόκλιση από πλήρη πληροφόρηση

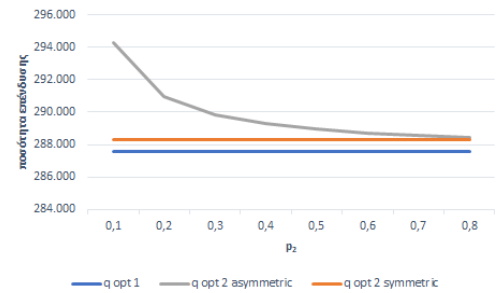
4.3.2.7.5 Πιθανότητα (p2)



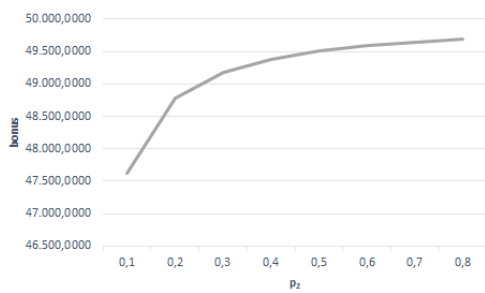
Σχήμα 4.3.2.7.5.1: Τιμή Επένδυσης



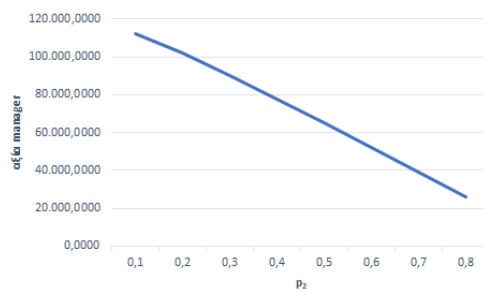
Σχήμα 4.3.2.7.5.2: Τιμή Εγκατάλειψης



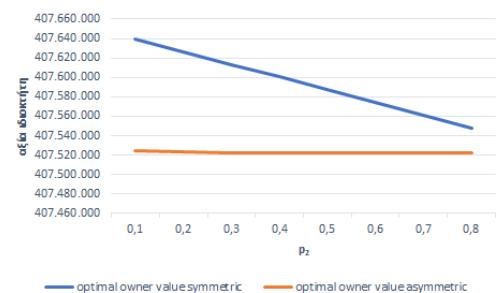
Σχήμα 4.3.2.7.5.3: Ποσότητα Επένδυσης



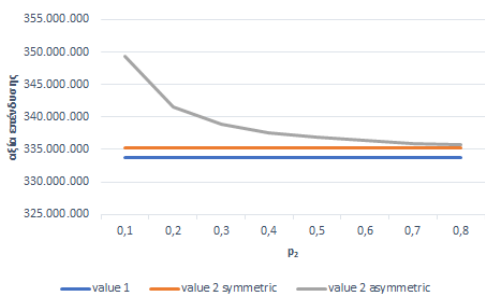
Σχήμα 4.3.2.7.5.4: Bonus



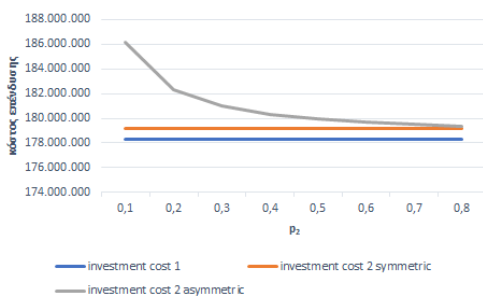
Σχήμα 4.3.2.7.5.5: Αξία Διαχειριστή



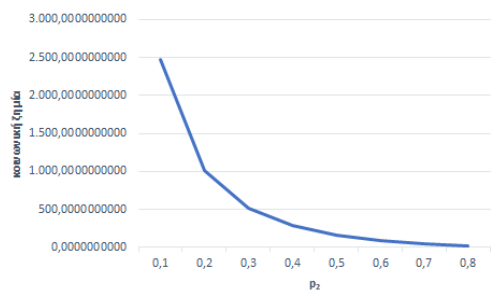
Σχήμα 4.3.2.7.5.6: Αξία Ιδιοκτήτη



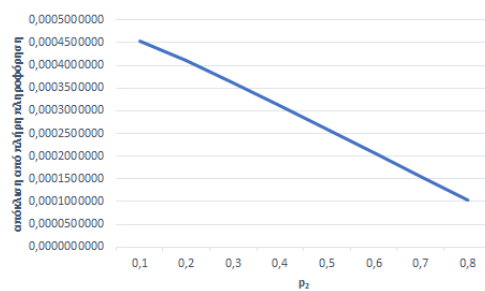
Σχήμα 4.3.2.7.5.7: Αξία Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.7.5.8: Κόστος Επένδυσης



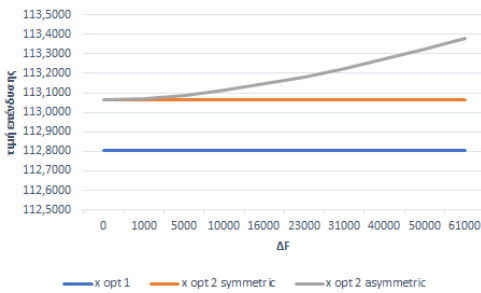
Σχήμα 4.3.2.7.5.9: Κοινωνική Ζημία



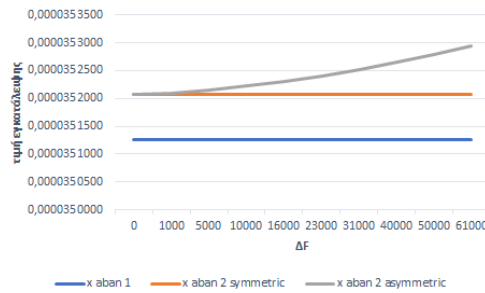
Σχήμα 4.3.2.7.5.10: Απόκλιση από πλήρη πληροφόρηση

Εργαστήριο 8 : Συνάρτηση κόστους: $C(q) = 0.00623 \cdot q^2 + 18 \cdot q + 217.8952$

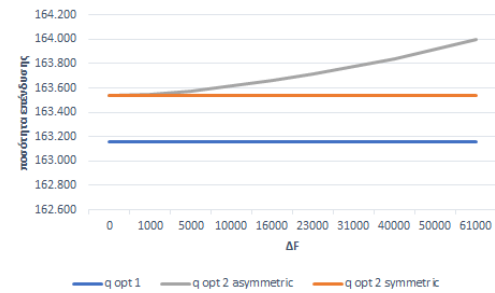
4.3.2.8.1 Ασυμμετρία Πληροφόρησης (DF)



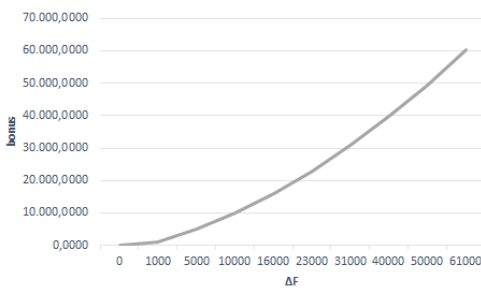
Σχήμα 4.3.2.8.1.1: Τιμή Επένδυσης



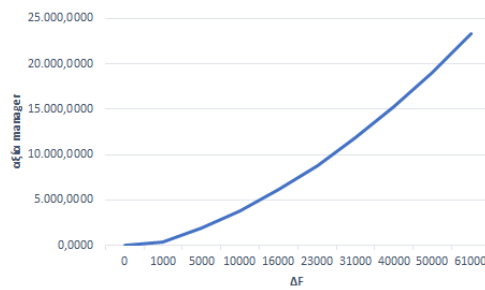
Σχήμα 4.3.2.8.1.2: Τιμή Εγκατάλειψης



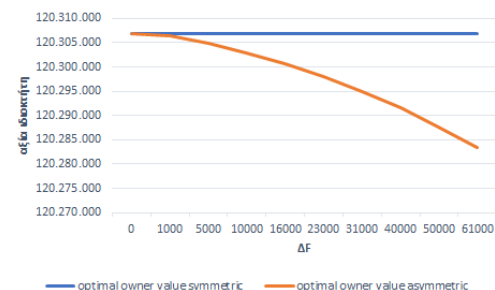
Σχήμα 4.3.2.8.1.3: Ποσότητα Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.8.1.4: Bonus



Σχήμα 4.3.2.8.1.5: Αξία Διευθυντή



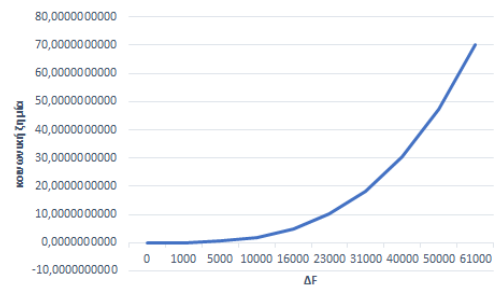
Σχήμα 4.3.2.8.1.6: Αξία Ιδιοκτήτη



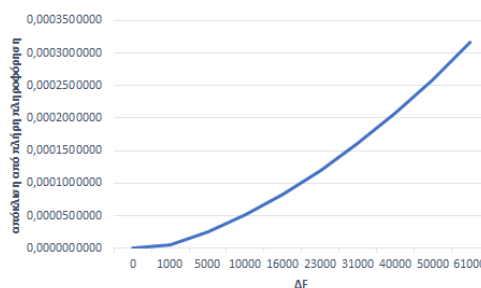
Σχήμα 4.3.2.8.1.7: Αξία Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.8.1.8: Κόστος Επένδυσης

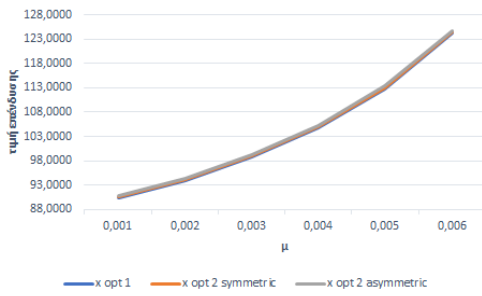


Σχήμα 4.3.2.8.1.9: Κοινωνική Ζημία

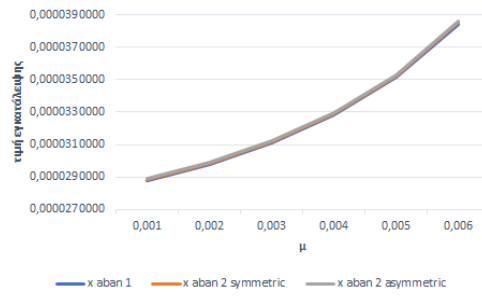


Σχήμα 4.3.2.8.1.10: Απόκλιση από πλήρη πληροφόρηση

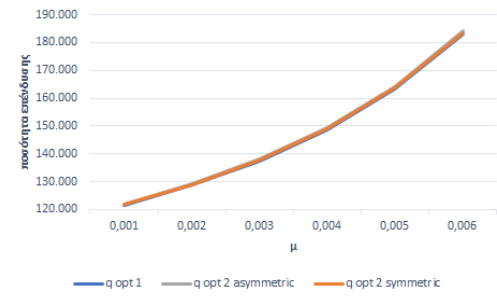
4.3.2.8.2 Μέσος όρος (μ)



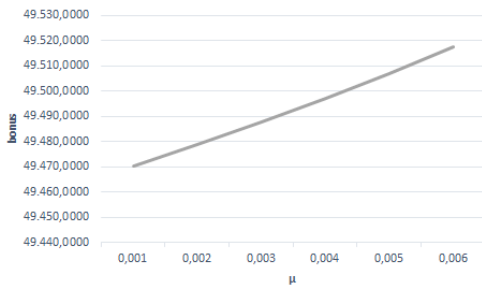
Σχήμα 4.3.2.8.2.1: Τιμή Επένδυσης



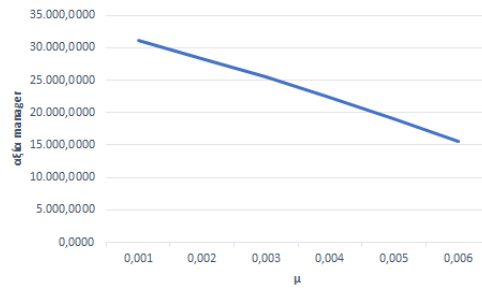
Σχήμα 4.3.2.8.2.2: Τιμή Εγκατάλειψης



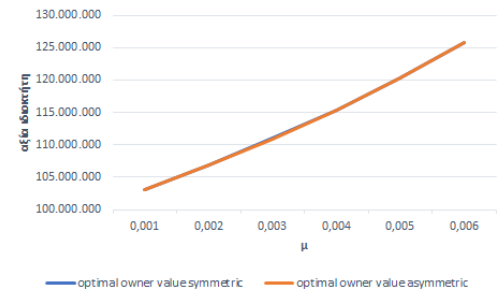
Σχήμα 4.3.2.8.2.3: Ποσότητα Επένδυσης



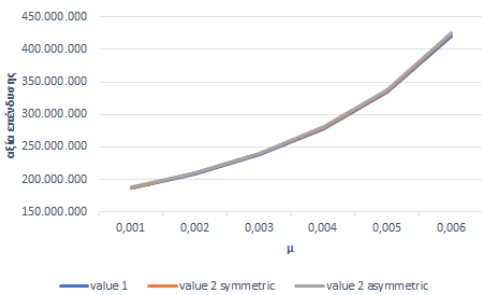
Σχήμα 4.3.2.8.2.4: Bonus



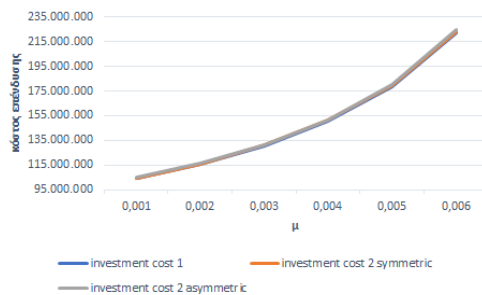
Σχήμα 4.3.2.8.2.5: Αξία Διευθυντή



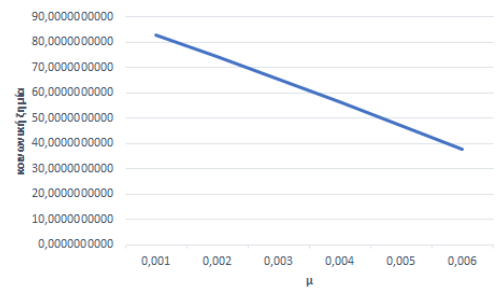
Σχήμα 4.3.2.8.2.6: Αξία Ιδιοκτήτη



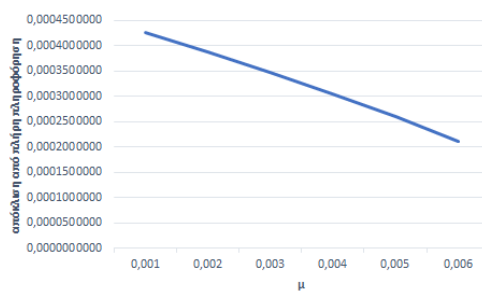
Σχήμα 4.3.2.8.2.7: Αξία Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.8.2.8: Κόστος Επένδυσης

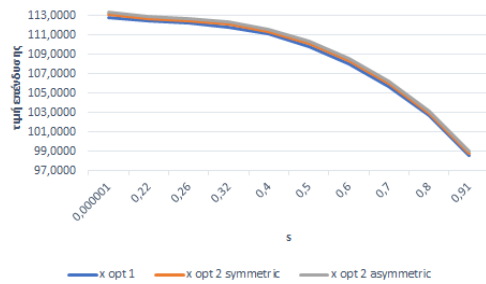


Σχήμα 4.3.2.8.2.9: Κοινωνική Ζημία

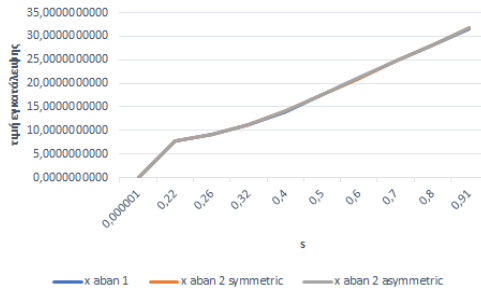


Σχήμα 4.3.2.8.2.10: Απόκλιση από πλήρη πληροφόρηση

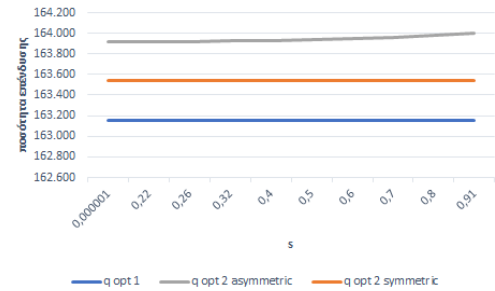
4.2.3.8.3 Αναστρεψιμότητα (s)



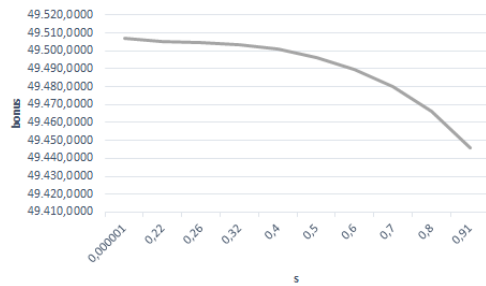
Σχήμα 4.3.2.8.3.1: Τιμή Επένδυσης



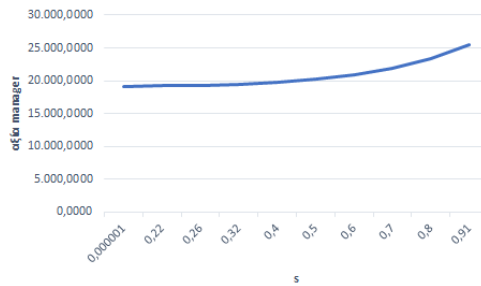
Σχήμα 4.3.2.8.3.2: Τιμή Εγκατάλειψης



Σχήμα 4.3.2.8.3.3: Ποσότητα Επένδυσης



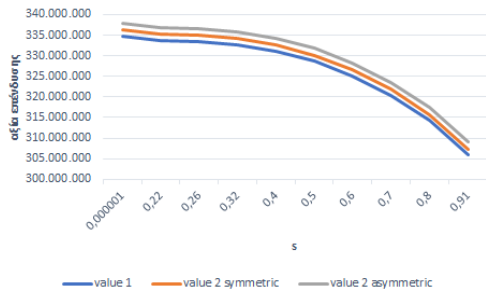
Σχήμα 4.3.2.8.3.4: Bonus



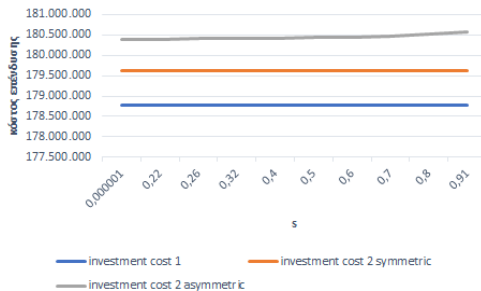
Σχήμα 4.3.2.8.3.5: Αξία Διευθυντή



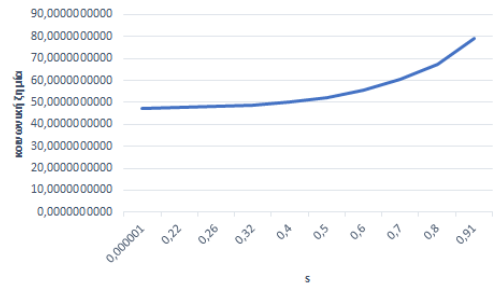
Σχήμα 4.3.2.8.3.6: Αξία Ιδιοκτήτη



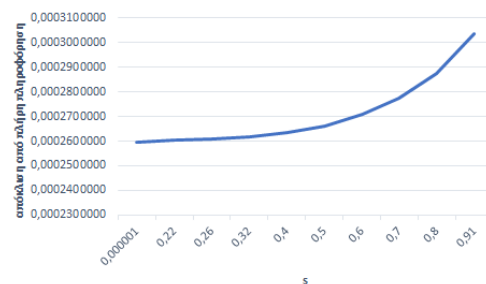
Σχήμα 4.3.2.8.3.7: Αξία Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.8.3.8: Κόστος Επένδυσης

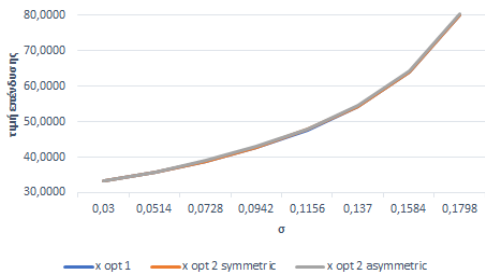


Σχήμα 4.3.2.8.3.9: Κοινωνική Ζημία

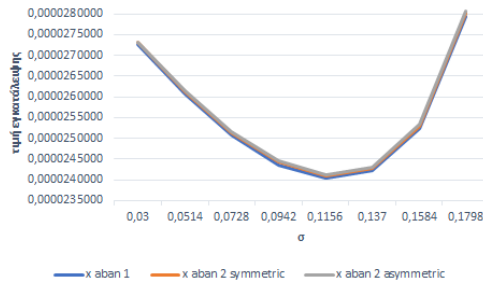


Σχήμα 4.3.2.8.3.10: Απόκλιση από πλήρη πληροφόρηση

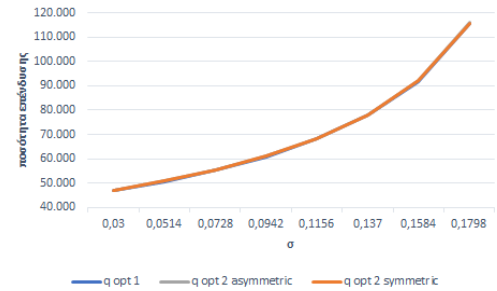
4.3.2.8.4 Μεταβλητότητα (σ)



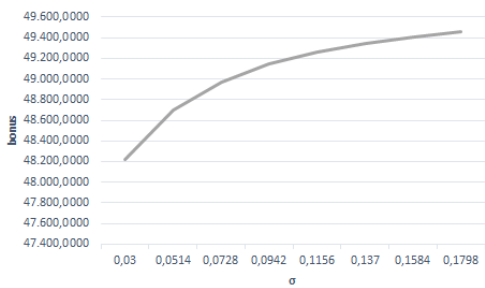
Σχήμα 4.3.2.8.4.1: Τιμή Επένδυσης



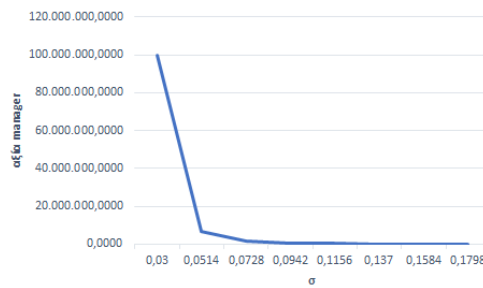
Σχήμα 4.3.2.8.4.2: Τιμή Εγκατάλειψης



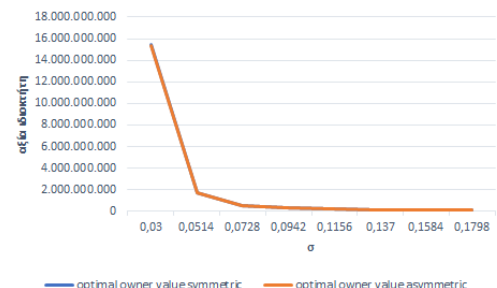
Σχήμα 4.3.2.8.4.3: Ποσότητα Επένδυσης



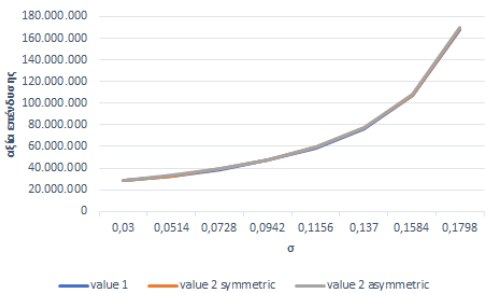
Σχήμα 4.3.2.8.4.4: Bonus



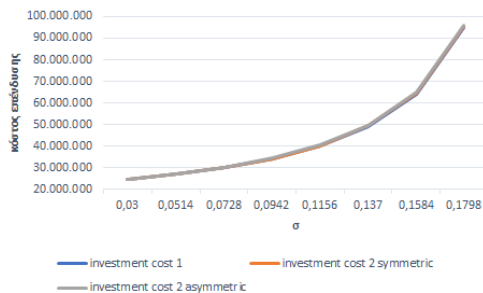
Σχήμα 4.3.2.8.4.5: Αξία Διευθυντή



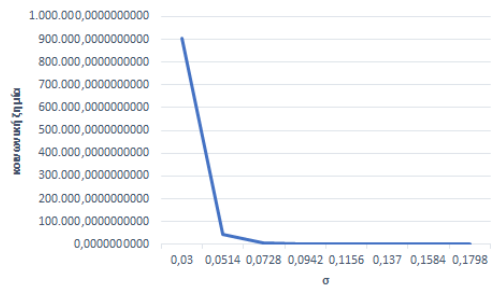
Σχήμα 4.3.2.8.4.6: Αξία Ιδιοκτήτη



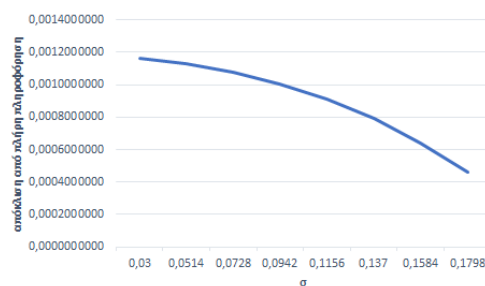
Σχήμα 4.3.2.8.4.7: Αξία Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.8.4.8: Κόστος Επένδυσης

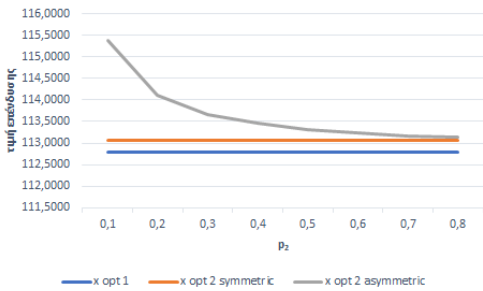


Σχήμα 4.3.2.8.4.9: Κοινωνική Ζήμια

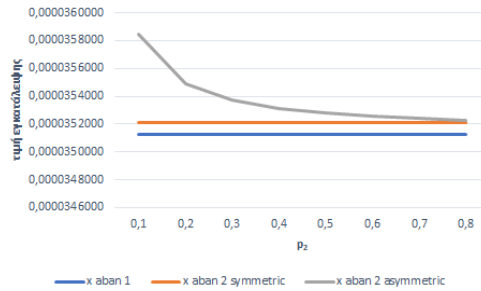


Σχήμα 4.3.2.8.4.10: Απόκλιση από πλήρη πληροφόρηση

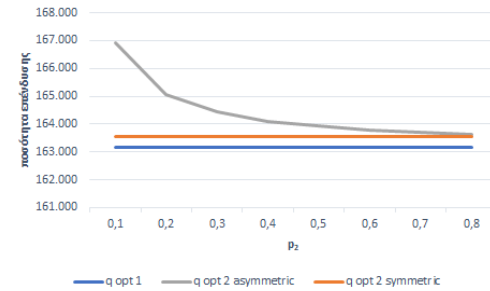
4.3.2.8.5 Πιθανότητα (p2)



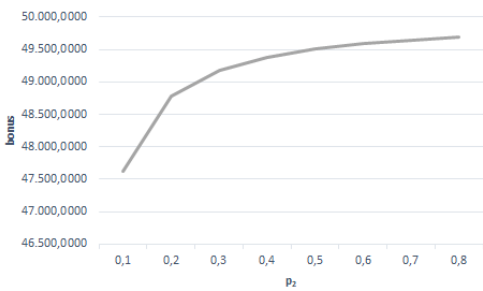
Σχήμα 4.3.2.8.5.1: Τιμή Επένδυσης



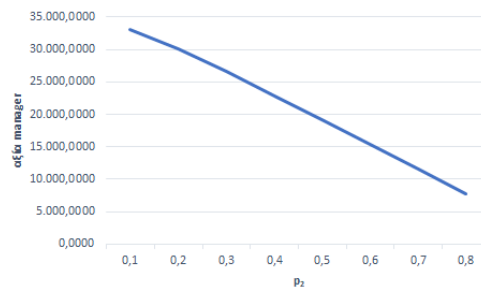
Σχήμα 4.3.2.8.5.2: Τιμή Εγκατάλειψης



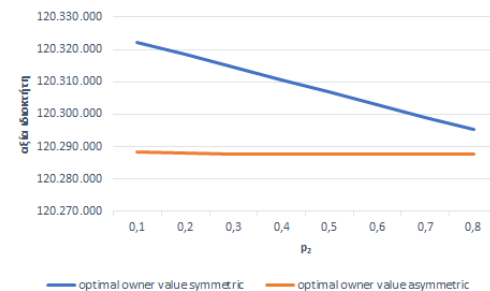
Σχήμα 4.3.2.8.5.3: Ποσότητα Επένδυσης



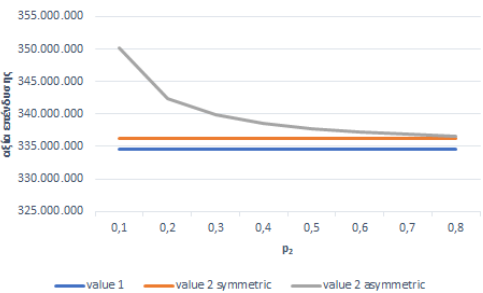
Σχήμα 4.3.2.8.5.4: Bonus



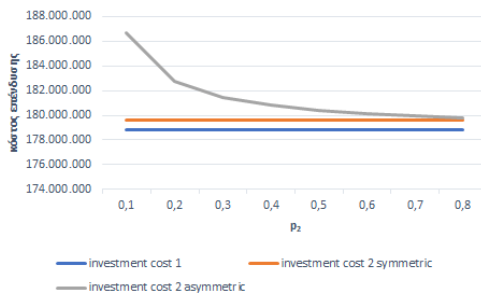
Σχήμα 4.3.2.8.5.5: Αξία Διευθυντή



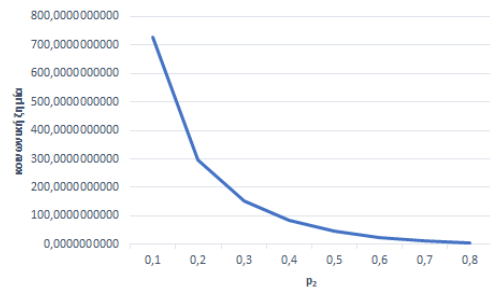
Σχήμα 4.3.2.8.5.6: Αξία Ιδιοκτήτη



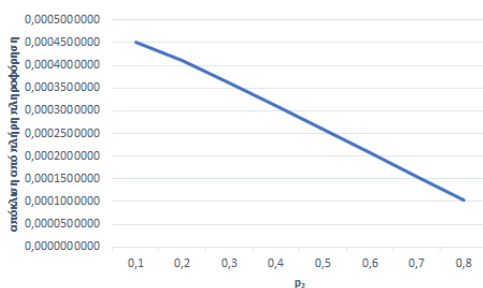
Σχήμα 4.3.2.8.5.7: Αξία Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.8.5.8: Κόστος Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.8.5.9: Κοινωνική Ζημία



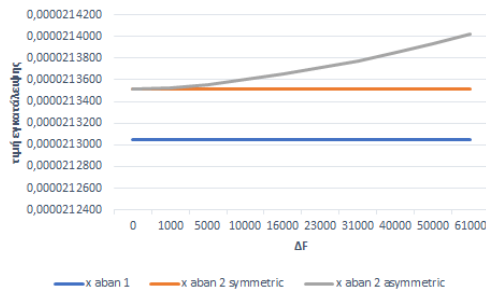
Σχήμα 4.3.2.8.5.10: Απόκλιση από πλήρη πληροφόρηση

Εργοστάσιο 9 : Συνάρτηση κόστους: $C(q) = 0.00211 \cdot q^2 + 16.5 \cdot q + 680$

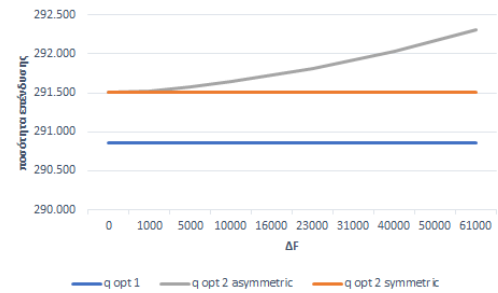
4.3.2.9.1 Ασυμμετρία Πληροφόρησης (DF)



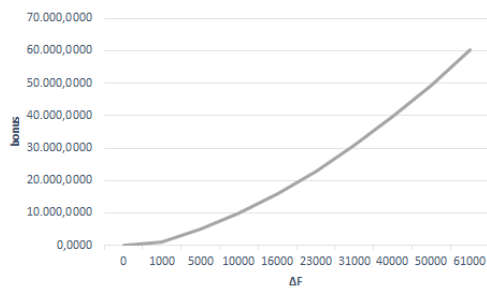
Σχήμα 4.3.2.9.1.1: Τιμή Επένδυσης



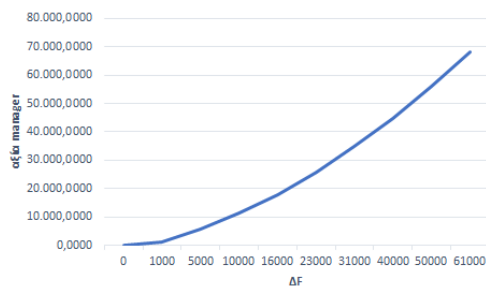
Σχήμα 4.3.2.9.1.2: Τιμή Εγκατάλειψης



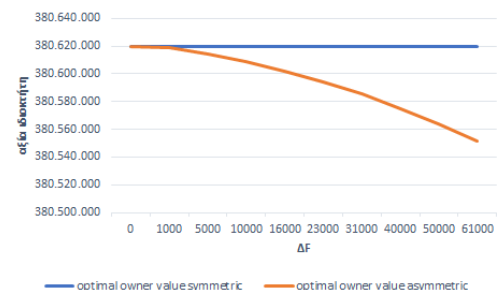
Σχήμα 4.3.2.9.1.3: Ποσότητα Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.9.1.4: Bonus



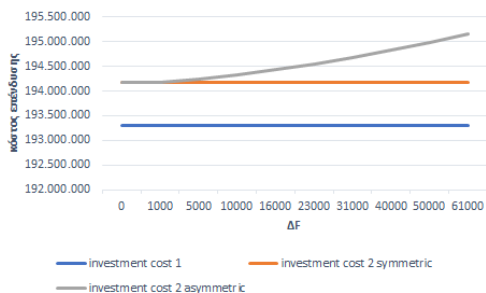
Σχήμα 4.3.2.9.1.5: Αξία Διεθνοτή



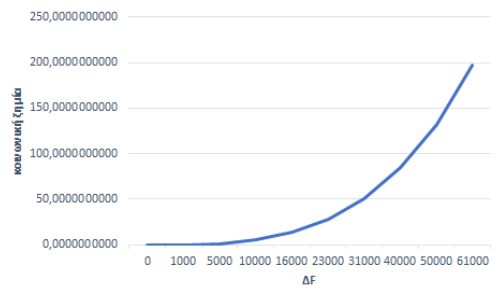
Σχήμα 4.3.2.9.1.6: Αξία Ιδιοκτήτη



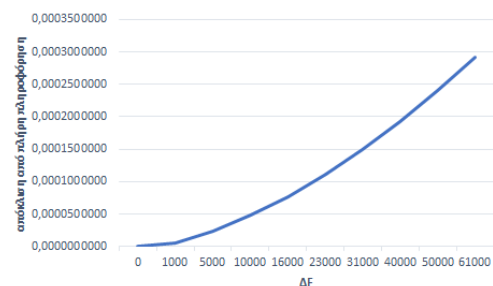
Σχήμα 4.3.2.9.1.7: Αξία Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.9.1.8: Κόστος Επένδυσης

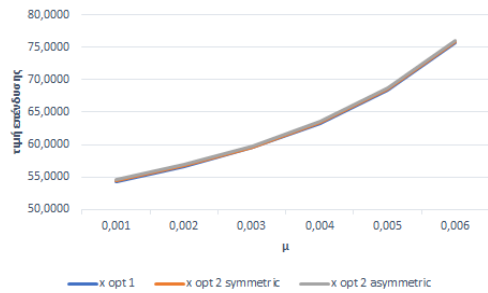


Σχήμα 4.3.2.9.1.9: Κοινωνική Ζημία

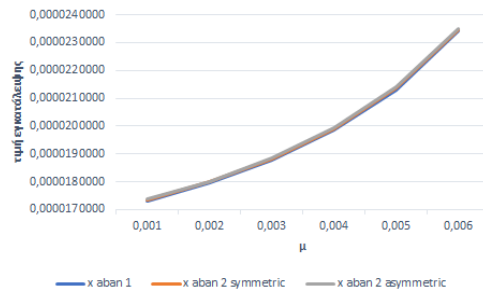


Σχήμα 4.3.2.9.1.10: Απόκλιση από πλήρη πληροφόρηση

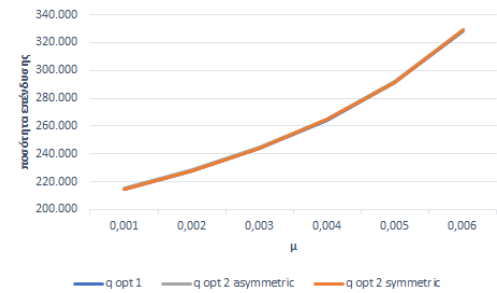
4.3.2.9.2 Μέσος όρος (μ)



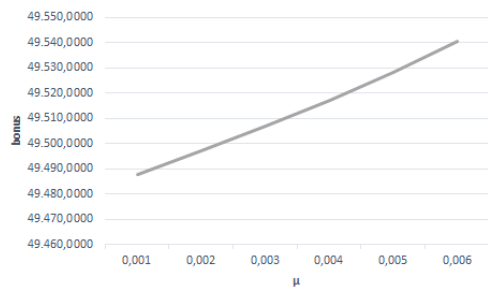
Σχήμα 4.3.2.9.2.1: Τιμή Επένδυσης



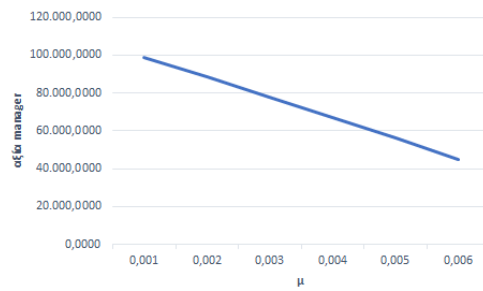
Σχήμα 4.3.2.9.2.2: Τιμή Εγκατάληψης



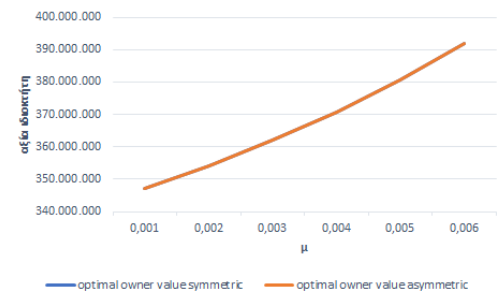
Σχήμα 4.3.2.9.2.3: Ποσότητα Επένδυσης



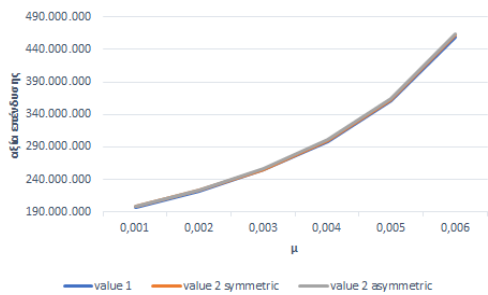
Σχήμα 4.3.2.9.2.4: Bonus



Σχήμα 4.3.2.9.2.5: Αξία Διευθυντή



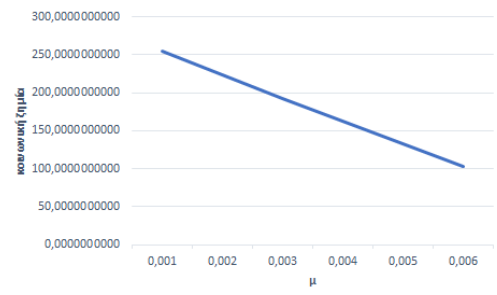
Σχήμα 4.3.2.9.2.6: Αξία Ιδιοκτήτη



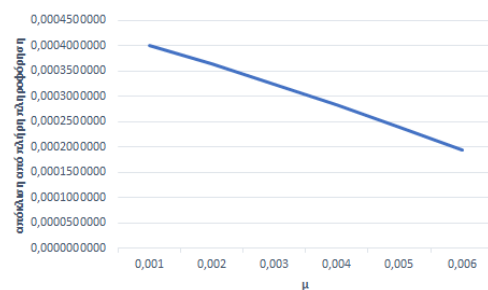
Σχήμα 4.3.2.9.2.7: Αξία Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.9.2.8: Κόστος Επένδυσης

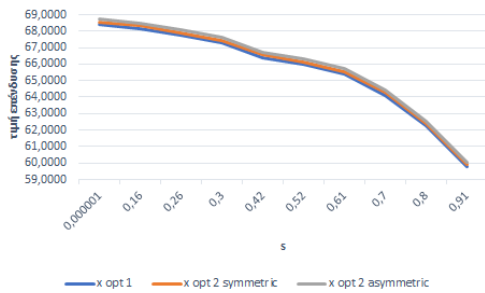


Σχήμα 4.3.2.9.2.9: Κοινωνική Ζημία

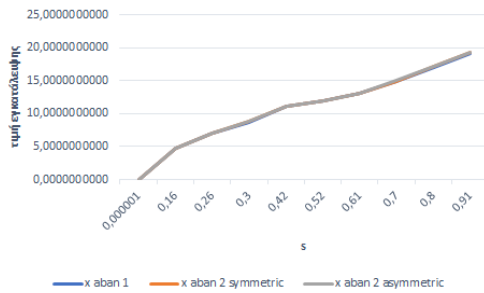


Σχήμα 4.3.2.9.2.10: Απόκλιση από πλήρη πληροφόρηση

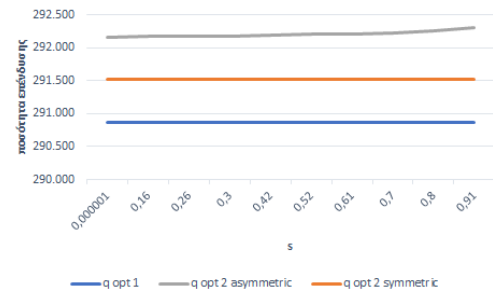
4.3.2.9.3 Αναστρεψιμότητα (s)



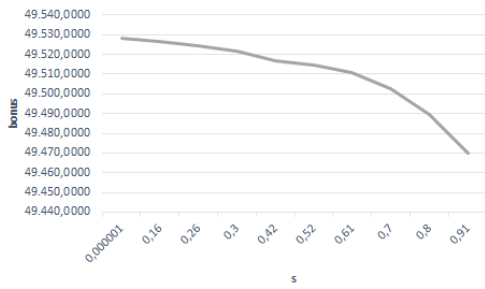
Σχήμα 4.3.2.9.3.1: Τιμή Επένδυσης



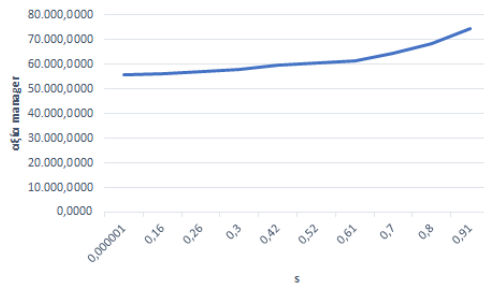
Σχήμα 4.3.2.9.3.2: Τιμή Εγκατάλειψης



Σχήμα 4.3.2.9.3.3: Ποσότητα Επένδυσης



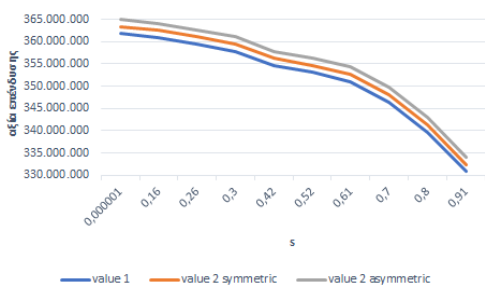
Σχήμα 4.3.2.9.3.4: Bonus



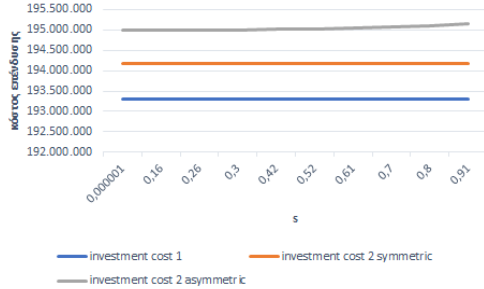
Σχήμα 4.3.2.9.3.5: Αξία Διευθυντή



Σχήμα 4.3.2.9.3.6: Αξία Ιδιοκτήτη



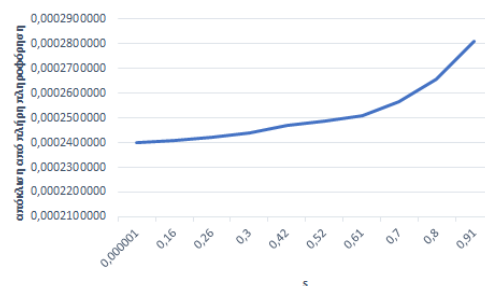
Σχήμα 4.3.2.9.3.7: Αξία Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.9.3.8: Κόστος Επένδυσης

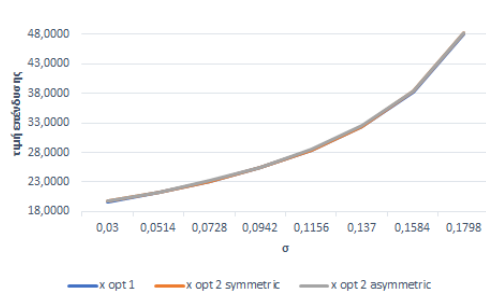


Σχήμα 4.3.2.9.3.9: Κοινωνική Ζημία

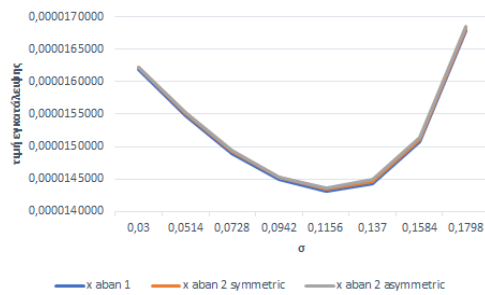


Σχήμα 4.3.2.9.3.10: Απόκλιση από πλήρη πληροφόρηση

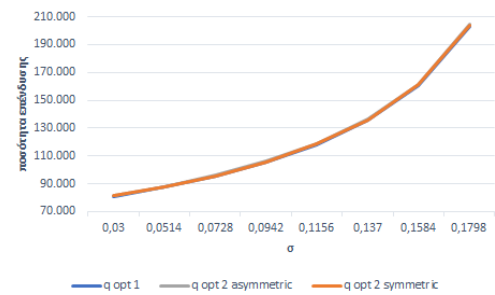
4.2.3.9.4 Μεταβλητότητα (σ)



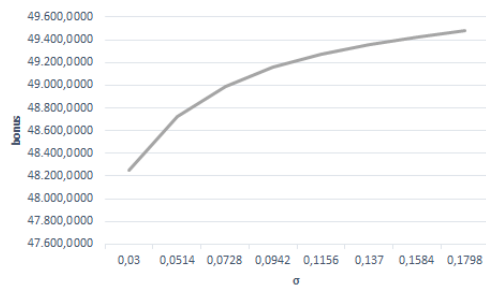
Σχήμα 4.3.2.9.4.1: Τιμή Επένδυσης



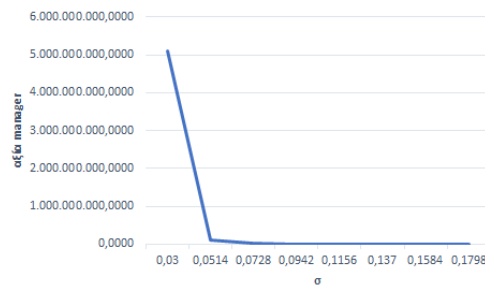
Σχήμα 4.3.2.9.4.2: Τιμή Εγκατάλειψης



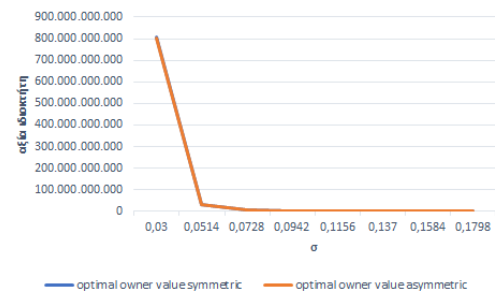
Σχήμα 4.3.2.9.4.3: Ποσότητα Επένδυσης



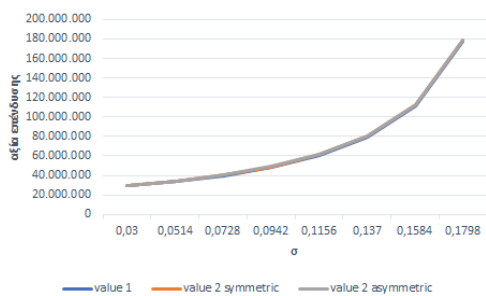
Σχήμα 4.3.2.9.4.4: Bonus



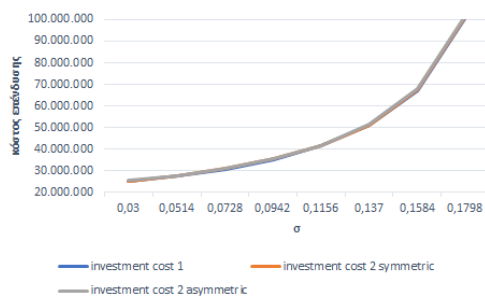
Σχήμα 4.3.2.9.4.5: Αξία Διευθυντή



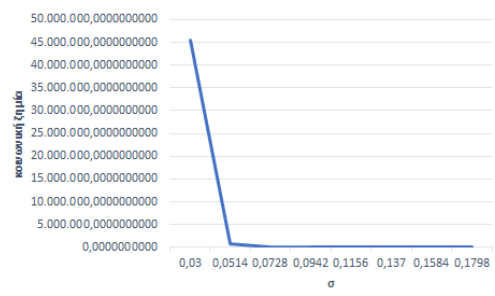
Σχήμα 4.3.2.9.4.6: Αξία Ιδιοκτήτη



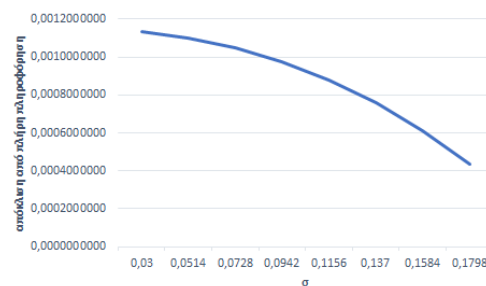
Σχήμα 4.3.2.9.4.7: Αξία Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.9.4.8: Κόστος Επένδυσης

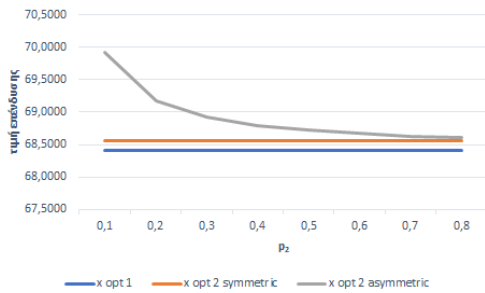


Σχήμα 4.3.2.9.4.9: Κοινωνική Ζημία

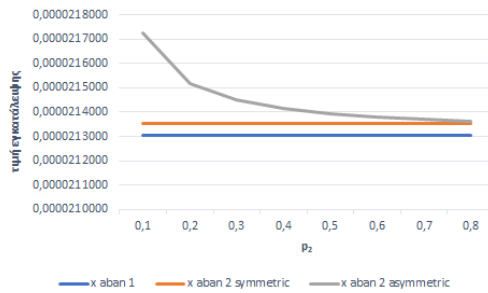


Σχήμα 4.3.2.9.4.10: Απόκλιση από πλήρη πληροφόρηση

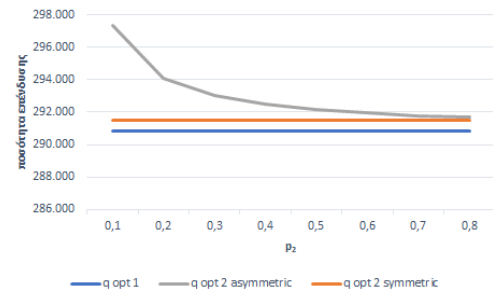
2.3.9.5 Πιθανότητα (p2)



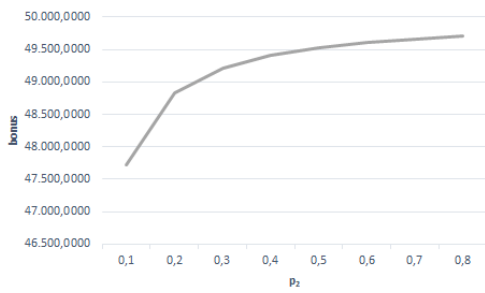
Σχήμα 4.3.2.9.5.1: Τιμή Επένδυσης



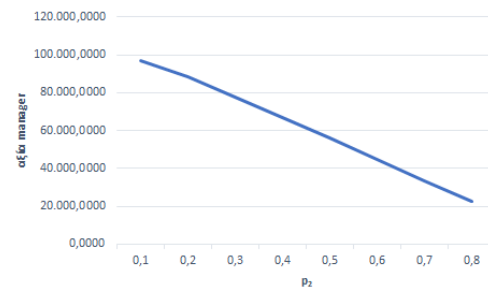
Σχήμα 4.3.2.9.5.2: Τιμή Εγκατάλειψης



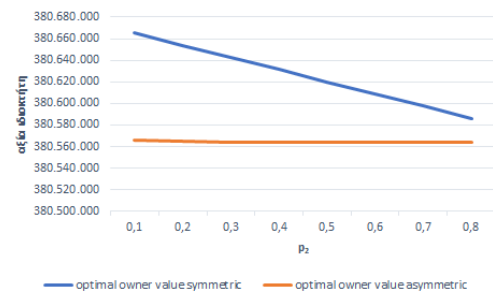
Σχήμα 4.3.2.9.5.3: Ποσότητα Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.9.5.4: Bonus



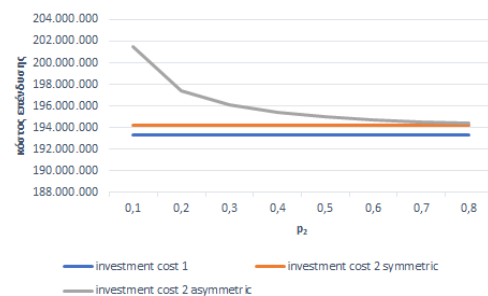
Σχήμα 4.3.2.9.5.5: Αξία Διευθυντή



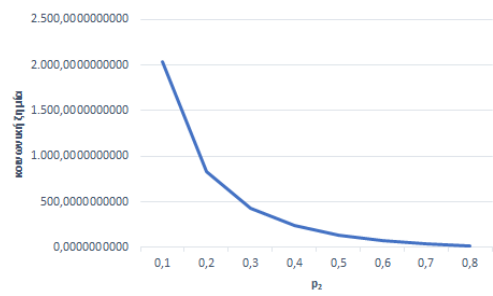
Σχήμα 4.3.2.9.5.6: Αξία Ιδιοκτήτη



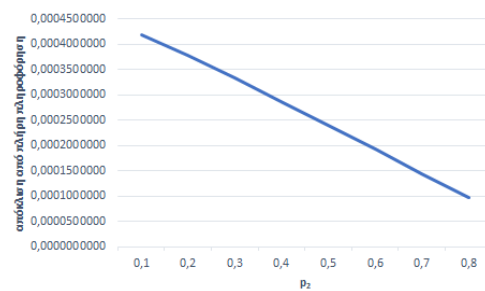
Σχήμα 4.3.2.9.5.7: Αξία Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.9.5.8: Κόστος Επένδυσης



Σχήμα 4.3.2.9.5.9: Κοινωνική Ζημία



Σχήμα 4.3.2.9.5.10: Απόκλιση από πλήρη πληροφόρηση

Επισημαίνουμε και εξηγούμε σε αυτό το σημείο κάποιες διαφορές που παρατηρούνται μεταξύ των παραπάνω καμπυλών και αυτών του πρώτου αριθμητικού παραδείγματος του μοντέλου:

- Στην ανάλυση ευαισθησίας της μεταβλητότητας σ δεν φαίνεται η αύξηση της αξίας του ιδιοκτήτη (6^ο διάγραμμα) όσο αυξάνεται η μεταβλητότητα τόσο καθαρά γιατί είναι πολύ μικρή σε σχέση με την κλίμακα που χρησιμοποιείται, ωστόσο αριθμητικά επαληθεύεται.
- Στην ανάλυση ευαισθησίας της πιθανότητας εμφάνισης σταθερού κόστους F_2 δεν είναι τα σχήματα ανάποδα U στις περιπτώσεις της αξίας του manager (5^ο διάγραμμα), της κοινωνικής ζημίας (9^ο διάγραμμα) και της απόκλισης από την πλήρη πληροφόρηση (10^ο διάγραμμα). Στην πραγματικότητα η καμπύλη έχει τέτοιο σχήμα ωστόσο το σημείο καμπής αντιστοιχεί σε πολύ μικρή πιθανότητα $p_2 \ll 0,1$ και για αυτό το λόγο δεν φαίνεται. Αυτό που βλέπει ο αναγνώστης είναι ουσιαστικά το δεξί κομμάτι της καμπύλης.

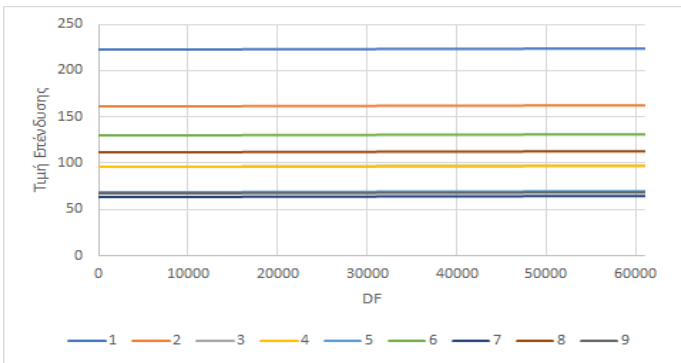
Επίσης σε αντίθεση με την πρώτη αριθμητική εφαρμογή, σε αυτήν την περίπτωση έχει συμπεριληφθεί και η ανάλυση ευαισθησίας ως προς την παράμετρο του μέσου όρου της τιμής πώλησης του παραγόμενου προϊόντος (μ). Είναι ενδιαφέρον να παρατηρήσουμε ωστόσο πως οι επιδράσεις της συγκεκριμένης παραμέτρου είναι παρόμοιες με αυτές της μεταβλητότητας (σ), δηλαδή του δεύτερου μεγέθους που επηρεάζει άμεσα την τιμή πώλησης. Υπενθυμίζεται πως η εξέλιξη της τιμής δίνεται από τη γεωμετρική κίνηση Brown ως $dX_t = \mu \cdot X_t \cdot dt + \sigma \cdot X_t \cdot dZ_t$. Επομένως τα συμπεράσματα που λαμβάνουμε είναι τα ίδια και για τις δύο παραμέτρους.

4.3.3 Συγκριτικά Διαγράμματα

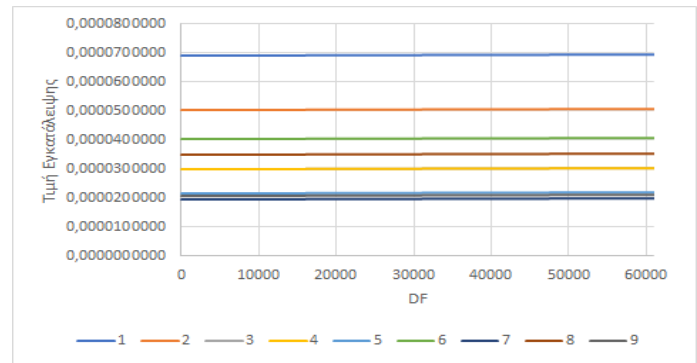
Στην παρούσα υποενότητα θα παραθέσουμε τα συγκριτικά διαγράμματα ανάλυσης ευαισθησίας μεταξύ των εννέα εργοστασίων τα οποία στη συνέχεια θα σχολιάσουμε.

Τα μεγέθη τα οποία θα μελετήσουμε είναι η τιμή επένδυσης, η τιμή εγκατάλειψης, η ποσότητα επένδυσης, το bonus του manager, η εκ των προτέρων αξία του ιδιοκτήτη και του διευθυντή, η αξία της επένδυσης και το κόστος της.

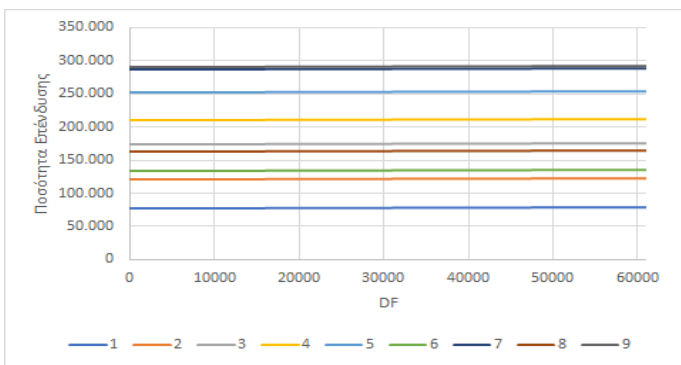
4.3.3.1 Ασυμμετρία Πληροφόρησης (DF)



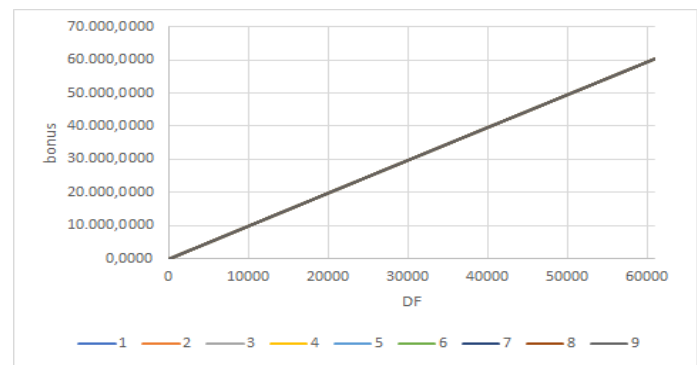
Σχήμα 4.3.3.1.1: Τιμή Επένδυσης



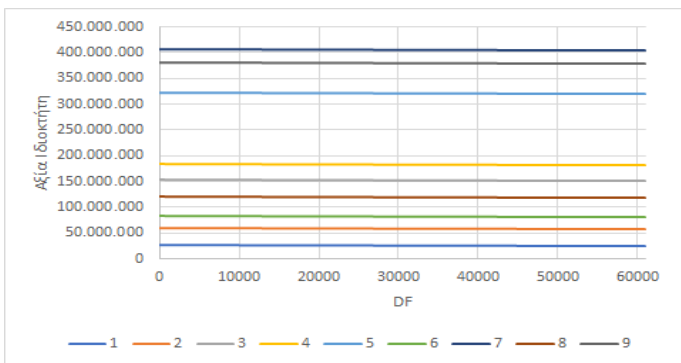
Σχήμα 4.3.3.1.2: Τιμή Εγκατάλειψης



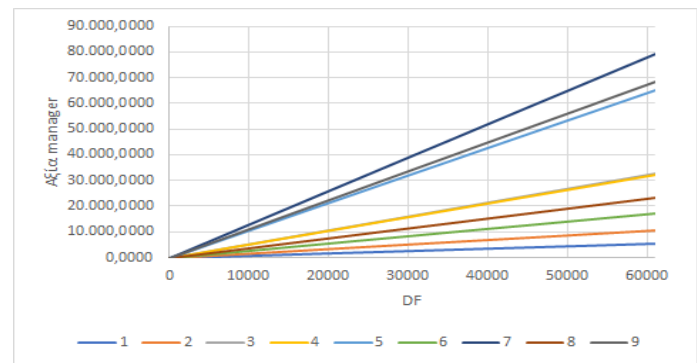
Σχήμα 4.3.3.1.3: Ποσότητα Επένδυσης



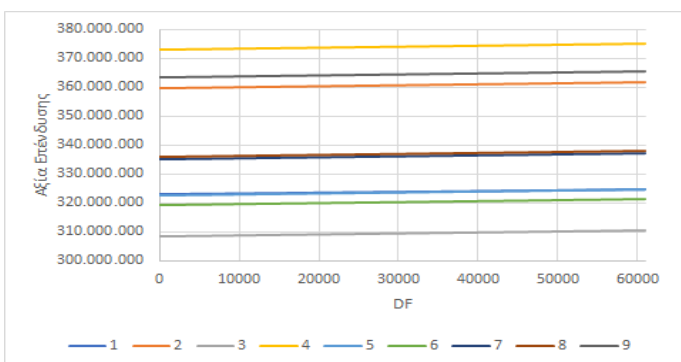
Σχήμα 4.3.3.1.4: Bonus



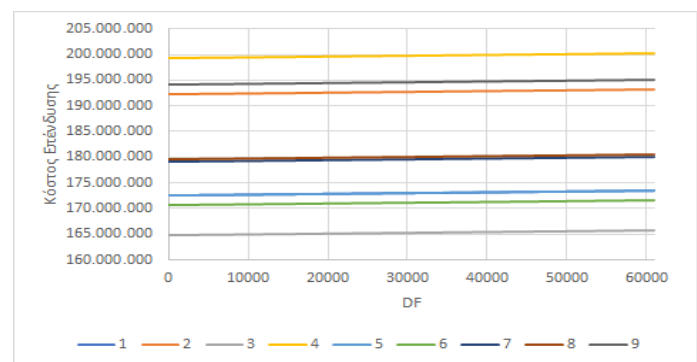
Σχήμα 4.3.3.1.5: Αξία Ιδιοκτήτη



Σχήμα 4.3.3.1.6: Αξία Manager



Σχήμα 4.3.3.1.7: Αξία Επένδυσης



Σχήμα 4.3.3.1.8: Κόστος Επένδυσης

Σχολιασμός Διαγραμμάτων Ασυμμετρίας (DF)

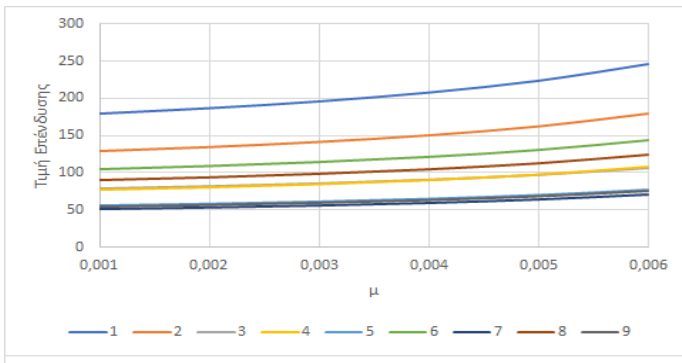
Εύκολα παρατηρεί κανείς πως η αλλαγή της συνάρτησης κόστους έχει επιφέρει μια παράλληλη σχεδόν μετατόπιση σε όλα τα μεγέθη, με εξαίρεση αυτά του bonus και της αξίας του manager πριν την επένδυση, τα οποία ξεκινούν από το μηδέν αφού και τα δύο εξαρτώνται άμεσα από το μέγεθος της ασυμμετρίας.

Αξίζει να παρατηρηθεί σε αυτό το σημείο πως ενώ οι καμπύλες μοιάζουν παράλληλες με τον οριζόντιο άξονα, στην πραγματικότητα αυτό δεν ισχύει. Απλά η κλίση τους είναι πολύ μικρή σε σχέση με την κλίμακα που απεικονίζονται.

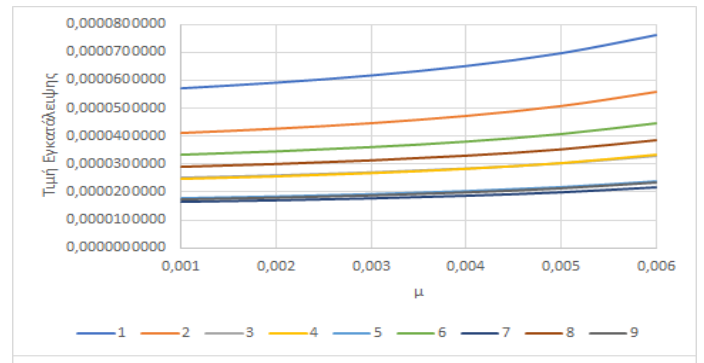
Από τα παραπάνω διαγράμματα λαμβάνουμε τα εξής συμπεράσματα:

- Η μεταβολή της ασυμμετρίας δεν επηρεάζει σε σημαντικό βαθμό τις τιμές των μεγεθών με εξαίρεση το bonus και την αξία του διευθυντή πριν την επένδυση.
- Το bonus και η εκ των προτέρων αξία του διευθυντή αυξάνονται σχεδόν γραμμικά με την αύξηση της ασυμμετρίας.
- Η αλλαγή των συντελεστών της συνάρτησης κόστους προκαλεί παράλληλη μετατόπιση των καμπυλών στην ανάλυση ευαισθησίας ως προς την ασυμμετρία.

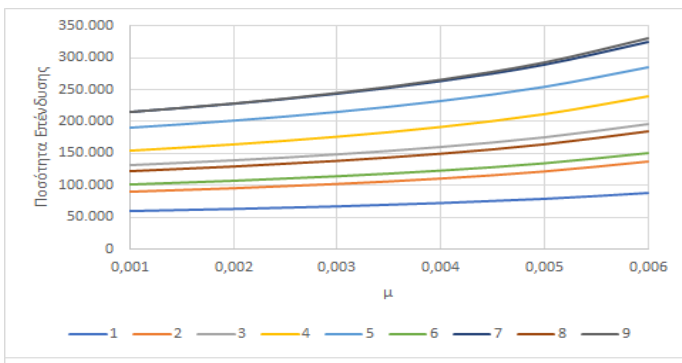
4.3.3.2 Μέσος Όρος (μ)



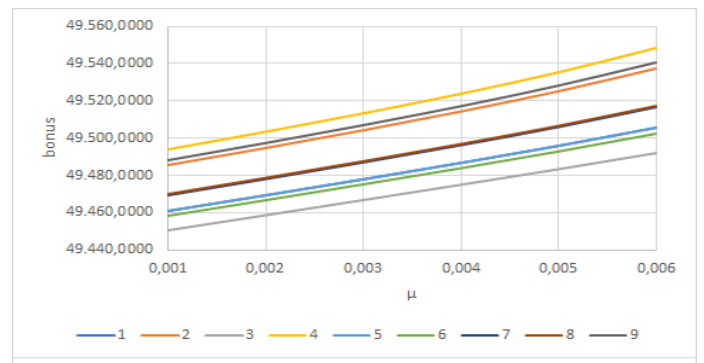
Σχήμα 4.3.3.2.1: Τιμή Επένδυσης



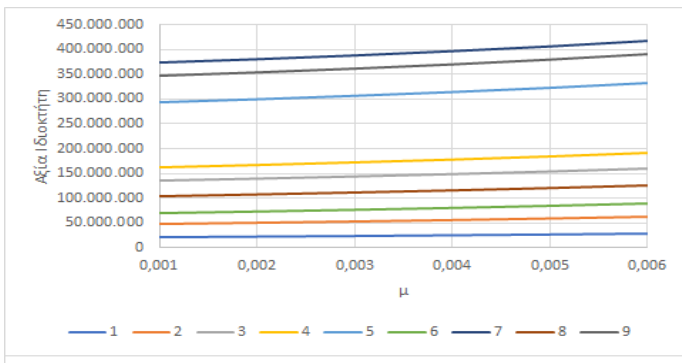
Σχήμα 4.3.3.2.2: Τιμή Εγκατάλειψης



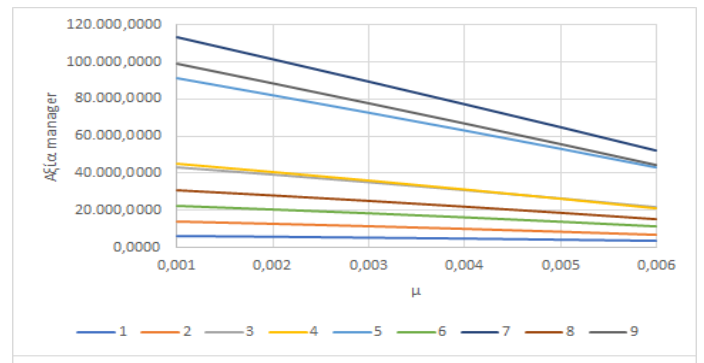
Σχήμα 4.3.3.2.3: Ποσότητα Επένδυσης



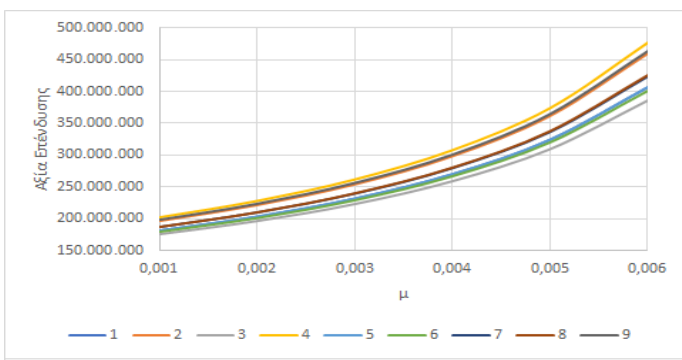
Σχήμα 4.3.3.2.4: Bonus



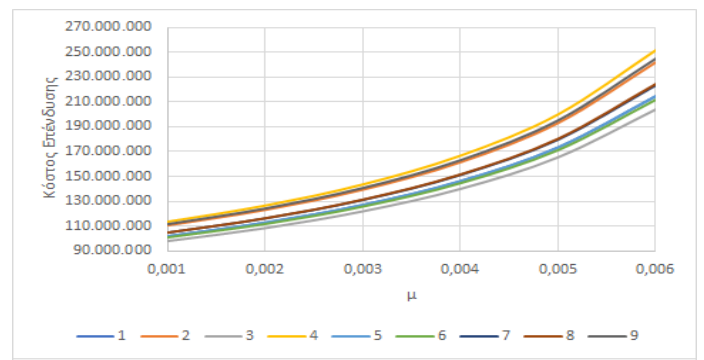
Σχήμα 4.3.3.2.5: Αξία Ιδιοκτήτη



Σχήμα 4.3.3.2.6: Αξία Manager



Σχήμα 4.3.3.2.7: Αξία Επένδυσης



Σχήμα 4.3.3.2.8: Κόστος Επένδυσης

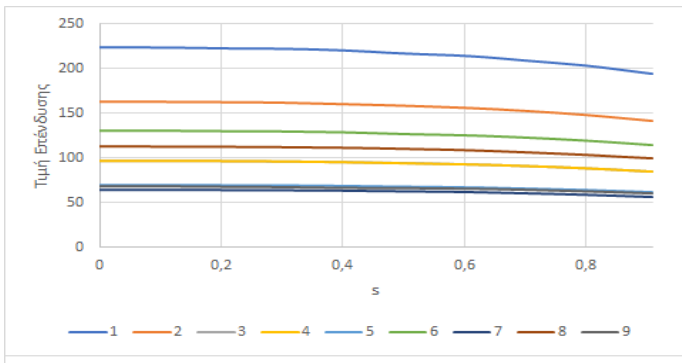
Σχολιασμός Διαγραμμάτων Μέσου Όρου (μ)

Και στην περίπτωση του μέσου όρου της τιμής του αγαθού παρατηρείται μια παράλληλη μετατόπιση των διαγραμμάτων με την αλλαγή της συνάρτησης κόστους.

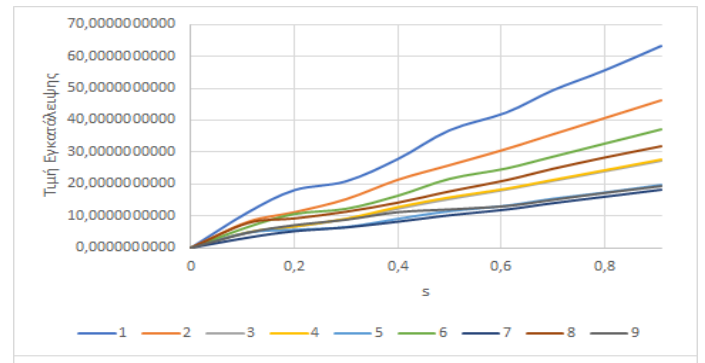
Τα συμπεράσματα που εξάγουμε από τα παραπάνω διαγράμματα είναι τα εξής:

- Ο συντελεστής του μεγιστοβάθμιου όρου της συνάρτησης κόστους καθορίζει σε μεγάλο βαθμό την τιμή επένδυσης, αφού αν παρατηρήσουμε το διάγραμμα 4.3.3.2.1 η καμπύλη 1 είναι αυτή με το μεγαλύτερο συντελεστή c_1 .
- Η αύξηση του μέσου όρου επιφέρει αισθητή αύξηση της τιμής επένδυσης και επομένως καθυστέρηση της επένδυσης.
- Με την αύξηση του μέσου όρου αυξάνεται και η τιμή εγκατάλειψης της επένδυσης. Αποτέλεσμα των δύο παραπάνω συμπερασμάτων είναι να έχουμε μια μικρότερης διάρκειας επένδυση.
- Με την αύξηση του μέσου όρου αυξάνεται η ποσότητα επένδυσης προκειμένου να αντισταθμιστεί η ζημία που προκαλείται από την καθυστέρηση της επένδυσης.
- Το bonus του manager και η αξία του ιδιοκτήτη αυξάνονται αλλά σε μικρότερο βαθμό σε σύγκριση με την αύξηση της ασυμμετρίας. Αντίθετα η αξία του manager μειώνεται επομένως παρατηρείται έντονα το φαινόμενο της μεταφοράς αξίας που είχε παρατηρηθεί στην ανάλυση ευαισθησίας της μεταβλητότητας.
- Τέλος, ενδιαφέρον είναι το γεγονός πως η αύξηση της τιμής επένδυσης και της ποσότητας αυξάνουν την αξία της επένδυσης και το κόστος της με παρόμοιο τρόπο αφού τα διαγράμματά τους έχουν το ίδιο σχήμα.

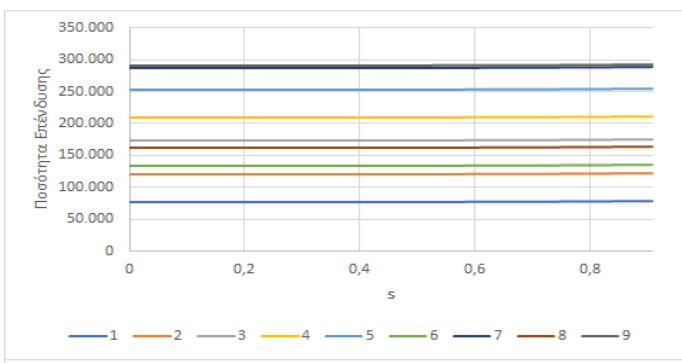
4.3.3.3 Αναστρεψιμότητα (s)



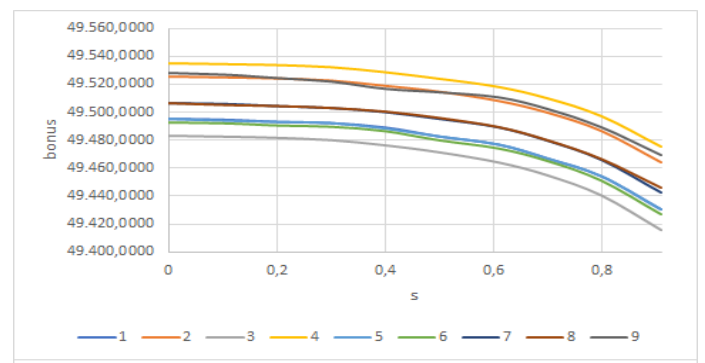
Σχήμα 4.3.3.3.1: Τιμή Επένδυσης



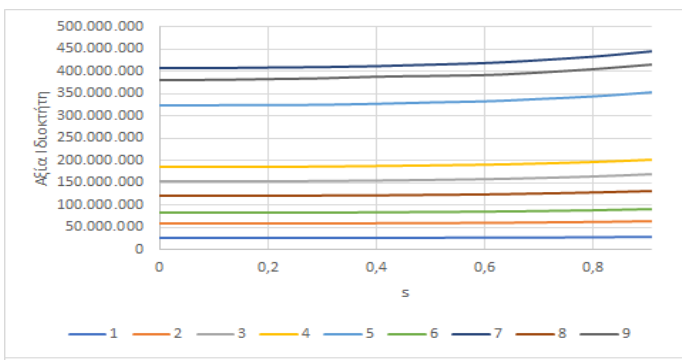
Σχήμα 4.3.3.3.2: Τιμή Εγκατάλειψης



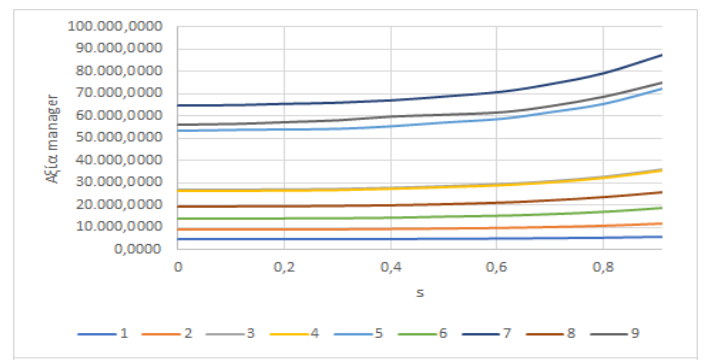
Σχήμα 4.3.3.3.3: Ποσότητα Επένδυσης



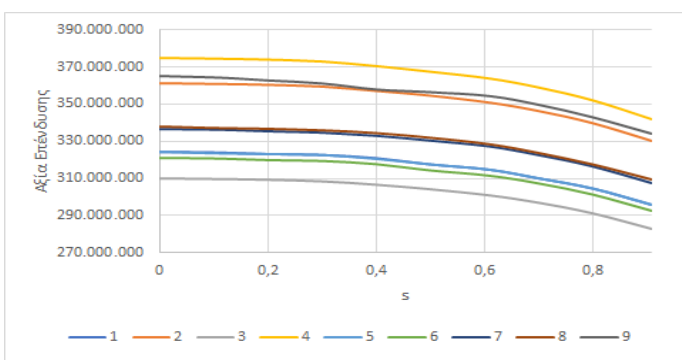
Σχήμα 4.3.3.3.4: Bonus



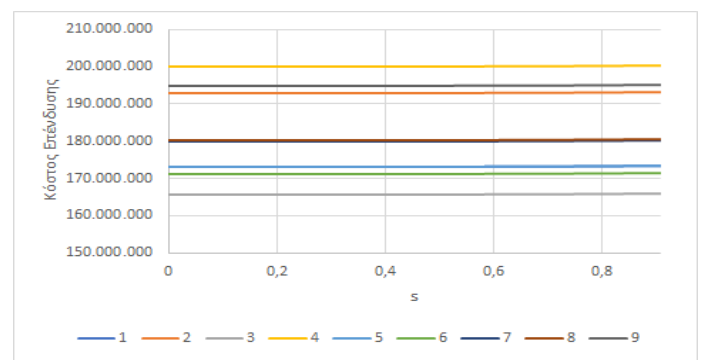
Σχήμα 4.3.3.3.5: Αξία Ιδιοκτήτη



Σχήμα 4.3.3.3.6: Αξία Manager



Σχήμα 4.3.3.3.7: Αξία Επένδυσης



Σχήμα 4.3.3.3.8: Κόστος Επένδυσης

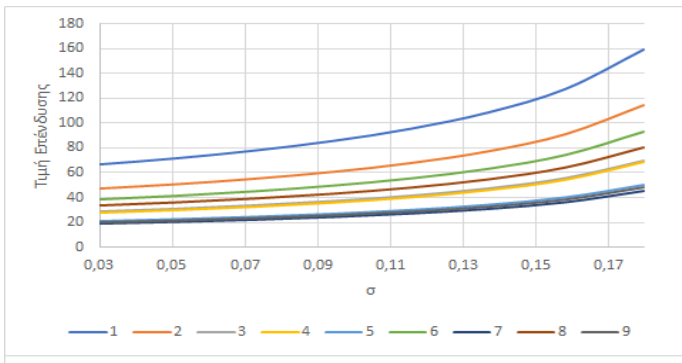
Σχολιασμός Διαγραμμάτων Αναστρεψιμότητας (s)

Και στην περίπτωση της αναστρεψιμότητας της επένδυσης παρατηρείται μια παράλληλη μετατόπιση των διαγραμμάτων με την αλλαγή της συνάρτησης κόστους.

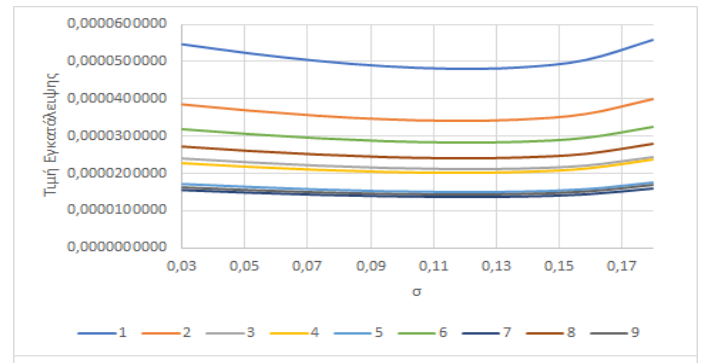
Τα συμπεράσματα που εξάγουμε από τα παραπάνω διαγράμματα είναι τα εξής:

- Ο συντελεστής του μεγιστοβάθμιου όρου της συνάρτησης κόστους καθορίζει σε μεγάλο βαθμό την τιμή επένδυσης και εγκατάλειψης, αφού αν παρατηρήσουμε τα διαγράμματα 4.3.3.3.1 και 4.3.3.3.2 η καμπύλη 1 είναι αυτή με το μεγαλύτερο συντελεστή c_i .
- Η αύξηση της αναστρεψιμότητας επιφέρει αισθητή μείωση της τιμής επένδυσης και επομένως επιτάχυνση της επένδυσης.
- Με την αύξηση της αναστρεψιμότητας αυξάνεται σε πολύ μεγάλο βαθμό η τιμή εγκατάλειψης της επένδυσης. Σημειώνεται πως στις περιπτώσεις των υπόλοιπων μεταβλητών η τιμή εγκατάλειψης δεν ξεπερνά ποτέ τη μονάδα ενώ στην περίπτωση της αναστρεψιμότητας μπορεί να φτάσει μέχρι και τις 64 χ.μ. με αρχική τιμή τις 100 και βέλτιστη τις 190 (σε περίπτωση που έχουμε αναστρεψιμότητα της τάξης του 90%)
- Ο σταθερός συντελεστής (α_i) της συνάρτησης κόστους καθορίζει σε μεγάλο βαθμό την ποσότητα επένδυσης, αφού αν παρατηρήσουμε το διάγραμμα 4.3.3.3.3, στην κορυφή βρίσκονται με ελάχιστη μεταξύ τους διαφορά οι καμπύλες των εργοστασίων 7 και 9, που έχουν τους μεγαλύτερους σταθερούς όρους.
- Έχει ήδη αποδειχθεί πως στην περίπτωση της ασυμμετρίας πληροφόρησης η ποσότητα επένδυσης δεν είναι πλέον ανεξάρτητη της αναστρεψιμότητας ωστόσο στο διάγραμμα 4.3.3.3.3 φαίνεται πως δεν την επηρεάζει σε μεγάλο βαθμό.
- Παρατηρείται αισθητή αύξηση της εκ των προτέρων αξίας για τον ιδιοκτήτη και τον διευθυντή και μείωση του bonus του διευθυντή.
- Τέλος, παρατηρείται μείωση της αξίας επένδυσης που προκαλείται από την μείωση της τιμής επένδυσης ενώ το κόστος επένδυσης δεν επηρεάζεται σε μεγάλο βαθμό αφού είναι μέγεθος που εξαρτάται κυρίως από την ποσότητα επένδυσης.

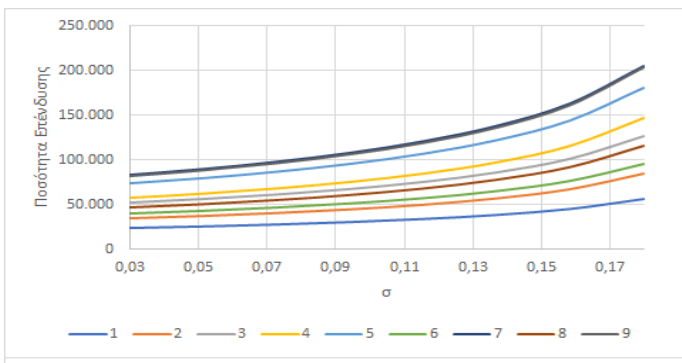
4.3.3.4 Μεταβλητότητα (σ)



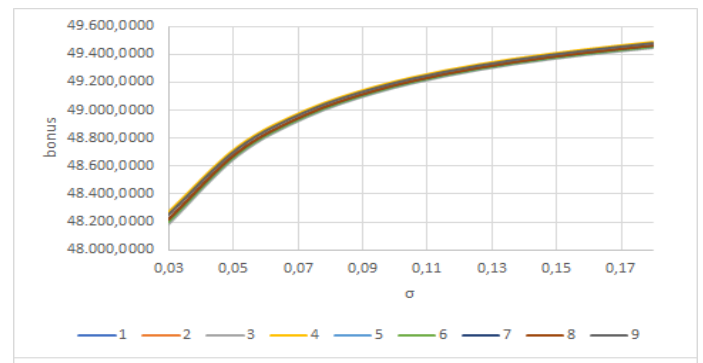
Σχήμα 4.3.3.4.1: Τιμή Επένδυσης



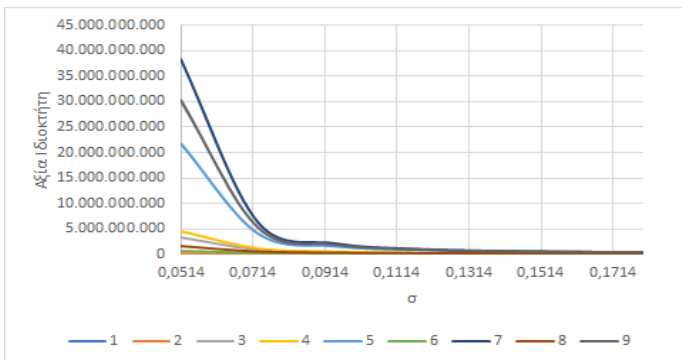
Σχήμα 4.3.3.4.2: Τιμή Εγκατάλειψης



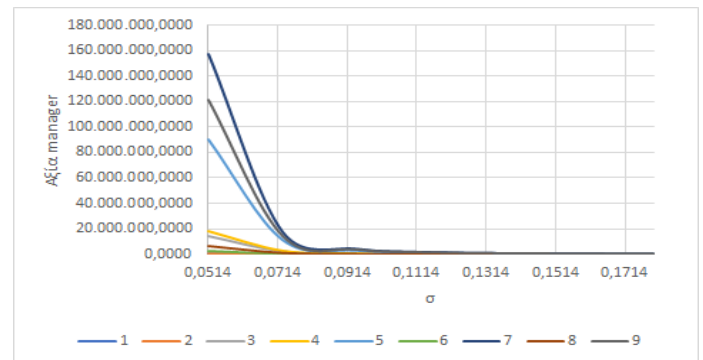
Σχήμα 4.3.3.4.3: Ποσότητα Επένδυσης



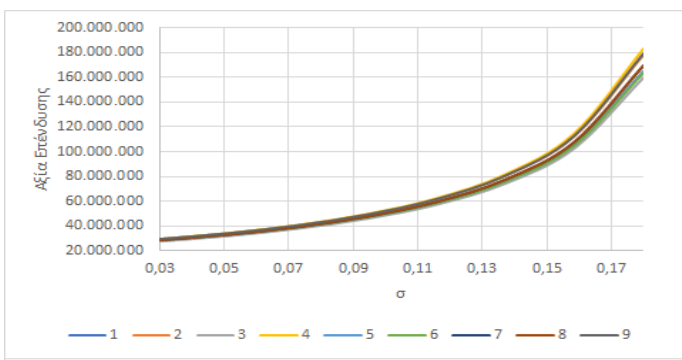
Σχήμα 4.3.3.4.4: Bonus



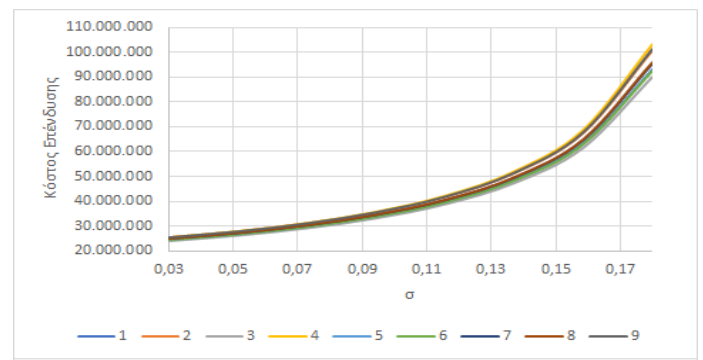
Σχήμα 4.3.3.4.5: Αξία Ιδιοκτήτη



Σχήμα 4.3.3.4.6: Αξία Manager



Σχήμα 4.3.3.4.7: Αξία Επένδυσης



Σχήμα 4.3.3.4.8: Κόστος Επένδυσης

Σχολιασμός Διαγραμμάτων Μεταβλητότητας (σ)

Και σε αυτήν την περίπτωση παρατηρείται παράλληλη μετατόπιση των καμπυλών με τη μεταβολή των συναρτήσεων κόστους.

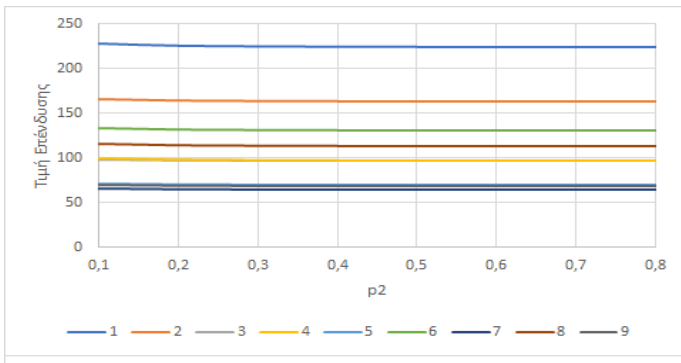
Οι καμπύλες ακολουθούν μια πιο ομαλή μορφή των καμπυλών του πρώτου αριθμητικού παραδείγματος και αυτό οφείλεται στον χαμηλό μέσο όρο τιμής που έχει χρησιμοποιηθεί.

Ενδιαφέρον προκαλεί η καμπύλη της αξίας του ιδιοκτήτη και του διευθυντή που για μικρές τιμές της μεταβλητότητας έχουν πολύ μεγάλες τιμές και μειώνονται πολύ απότομα με την αύξησή της. Σημειώνουμε εδώ πως για τα δύο αυτά διαγράμματα έχουμε περιορίσει το εύρος των τιμών της μεταβλητότητας για να φαίνεται καλύτερα το σχήμα των καμπυλών.

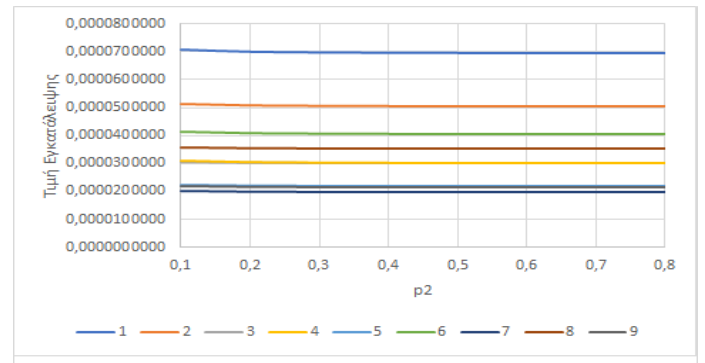
Είχε παρατηρηθεί στο πρώτο αριθμητικό παράδειγμα πως στην περίπτωση της μεταβλητότητας παρατηρείται το φαινόμενο της μεταφοράς αξίας από το διευθυντή στον ιδιοκτήτη αφού η εκ των προτέρων αξία του πρώτου μειωνόταν και του δεύτερου αυξανόταν με την αύξηση του σ . Το ίδιο φαινόμενο ισχύει και σε αυτήν την περίπτωση ωστόσο η αύξηση και η μείωση είναι σχεδόν ανεπαίσθητες σε σχέση με την κλίμακα των μεγεθών και λόγω αυτού δεν φαίνεται στα διαγράμματα 4.3.3.4.5 και 4.3.3.4.6.

Τέλος η αξία και το κόστος της επένδυσης αυξάνονται αισθητά για μεγαλύτερες τιμές της μεταβλητότητας.

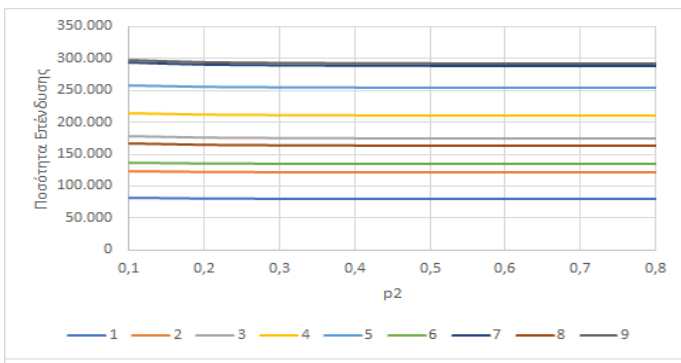
4.3.3.5 Πιθανότητα (p_2)



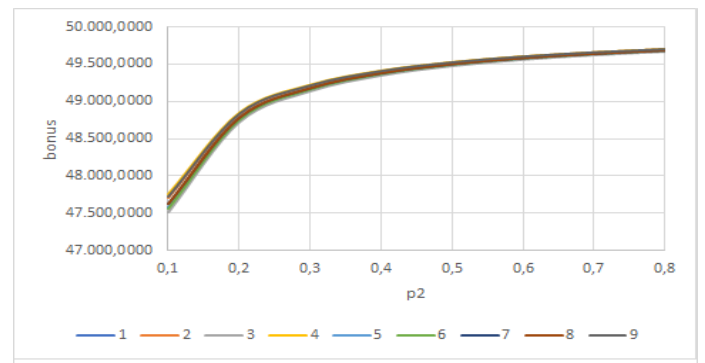
Σχήμα 4.3.3.5.1: Τιμή Επένδυσης



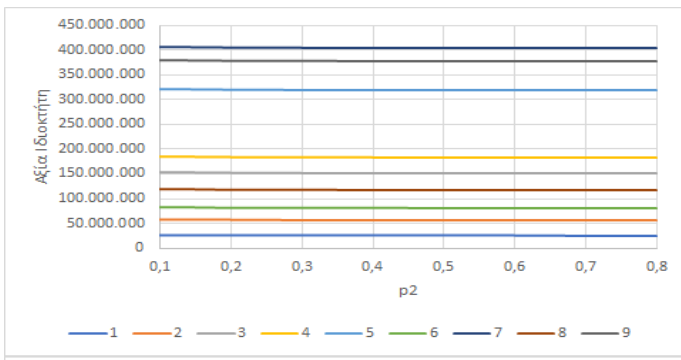
Σχήμα 4.3.3.5.2: Τιμή Εγκατάλειψης



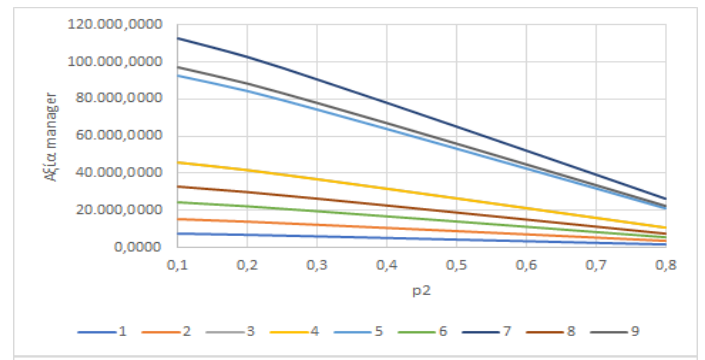
Σχήμα 4.3.3.5.3: Ποσότητα Επένδυσης



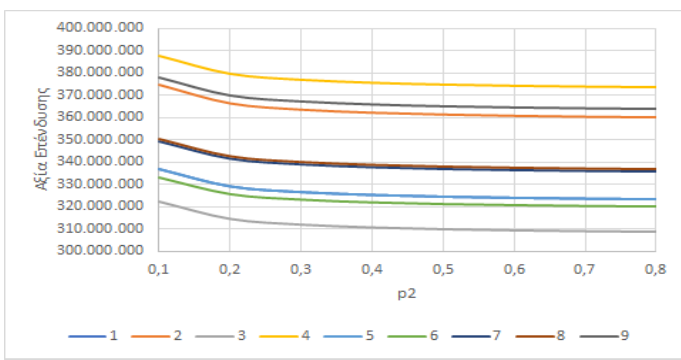
Σχήμα 4.3.3.5.4: Bonus



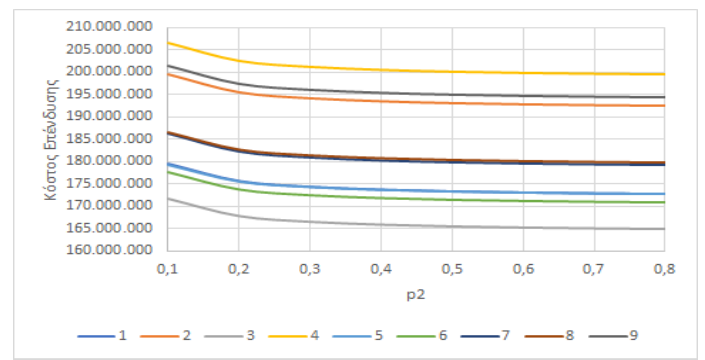
Σχήμα 4.3.3.5.5: Αξία Ιδιοκτήτη



Σχήμα 4.3.3.5.6: Αξία Manager



Σχήμα 4.3.3.5.7: Αξία Επένδυσης



Σχήμα 4.3.3.5.8: Κόστος Επένδυσης

Σχολιασμός Διαγραμμάτων Πιθανότητας (p_2)

Και σε αυτήν την περίπτωση παρατηρείται παράλληλη μετατόπιση των καμπυλών με τη μεταβολή των συναρτήσεων κόστους.

Οι καμπύλες της πιθανότητας παρατηρούμε ότι είναι πολύ κοντά σε αυτές της ασυμμετρίας πληροφόρησης αφού δεν επηρεάζουν σε μεγάλο βαθμό την πλειοψηφία των μεγεθών παρά μόνο για πολύ μικρές τιμές της πιθανότητας. Έχουμε ήδη αναφέρει πως το σχήμα των καμπυλών προσομοιάζει με αυτό του αρχικού αριθμητικού παραδείγματος, δηλαδή έχουν σχήμα καμπύλης όμως η καμπύλη αυτή εμφανίζεται για πολύ μικρές τιμές του p_2 ($\ll 0,1$) και για αυτό το λόγο έχουν παραλειφθεί στα παραπάνω διαγράμματα, τα οποία εκφυλλίζονται και παίρνουν σχήμα ευθειών.

Εξαίρεση στα παραπάνω αποτελούν, όπως και στην ανάλυση ευαισθησίας της ασυμμετρίας, τα μεγέθη της εκ των προτέρων και εκ των υστέρων (bonus) αξίας της επένδυσης για τον διευθυντή. Αυτό συμβαίνει γιατί ο όρος που δημιουργείται από την ασυμμετρία και προκαλεί παρεκκλίσεις είναι ο $(p_2/p_1) \cdot \Delta F$ που φαίνεται ότι εξαρτάται άμεσα από την πιθανότητα

5. Συμπεράσματα

Σε αυτό το σημείο της εργασίας θα γίνει μια γενική ανασκόπηση των παρατηρήσεων και των συμπερασμάτων που προέκυψαν από τα μοντέλα και τις αριθμητικές εφαρμογές τους προκειμένου να εξαχθούν οι ανάλογες στρατηγικές αποφάσεις.

Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας αναλύθηκαν δύο μοντέλα επενδυτικών στρατηγικών: Το μοντέλο των στρατηγικών επένδυσης υπό ασύμμετρη πληροφόρηση (Cui και Shibata (2017)) και το μοντέλο των στρατηγικών επένδυσης με δαπανηρή αναστρεψιμότητα (Shibata και Wong (2019)). Και τα δύο μοντέλα βασίζονται στο μοντέλο συμμετρικής επένδυσης που έχει αναλυθεί από τον Wong (2010) και ουσιαστικά αποτελούν παραλλαγές και επεκτάσεις του μοντέλου αυτού.

Σύμφωνα με το συμμετρικό μοντέλο του Wong, η πιο βασική μεταβλητή της επένδυσης είναι η τιμή πώλησης του αγαθού, το οποίο η εταιρεία ενδιαφέρεται να παράγει. Η βασική υπόθεση είναι πως η τιμή του αγαθού ακολουθεί τη γεωμετρική κίνηση Brown (Geometric Brownian Motion) και η παρούσα τιμή πώλησής του δεν είναι αρκετά υψηλή ώστε να πραγματοποιηθεί άμεσα η επένδυση.

Μια από τις πιο βασικές παραμέτρους του μοντέλου είναι η αναστρεψιμότητα (s), ένα εξωγενές μέγεθος που εκφράζει το ποσοστό της αρχικής αξίας της επένδυσης (I) το οποίο διατηρείται και σχηματίζει την τιμή μεταπώλησης ($s \cdot I$) όταν η εταιρεία εγκαταλείπει την επένδυση. Η εγκατάλειψη της επένδυσης γίνεται όταν η τιμή πώλησης του αγαθού αποκτήσει μια κατώτατη τιμή (x_A).

Σύμφωνα με το μοντέλο, η τιμή πώλησης του παραγόμενου προϊόντος ξεκινά από την παρούσα τιμή της και όταν αποκτήσει για πρώτη φορά μια ανώτατη τιμή, η οποία υπολογίζεται ενδογενώς και ονομάζεται τιμή επένδυσης (x_I), εκτελείται η επένδυση σε συγκεκριμένη ποσότητα, η οποία ονομάζεται ποσότητα επένδυσης (q) και αποφασίζεται επίσης ενδογενώς από την εταιρεία. Στη συνέχεια, όταν η τιμή του προϊόντος αρχίσει να μειώνεται, αν λάβει κάποια στιγμή την τιμή εγκατάλειψης (x_A), η εταιρεία εγκαταλείπει την επένδυση και μεταπωλεί το κεφάλαιο σε τιμή ($s \cdot I$). Ο λόγος που καθιστά την αναστρεψιμότητα ένα ιδιαίτερα σημαντικό μέγεθος για την επένδυση είναι πως όσο αυτή αυξάνεται, τόσο περισσότερο μειώνεται το ρίσκο της επένδυσης για τον επενδυτή. Ως αποτέλεσμα αυτού, ο επενδυτής όταν συνειδητοποιεί

ότι η αναστρεψιμότητα της επένδυσης αυξάνεται θα πρέπει να επενδύσει πιο νωρίς αφού αποδείχτηκε ότι η βέλτιστη τιμή επένδυσης μειώνεται. Επίσης αυξάνεται η βέλτιστη τιμή εγκατάλειψης με την αύξηση της αναστρεψιμότητας, πράγμα που σημαίνει πως για να έχει μέγιστο κέρδος από την επένδυση πρέπει να την εγκαταλείψει και νωρίτερα. Το πιο σημαντικό ίσως συμπέρασμα, όμως, του μοντέλου αυτού είναι πως η αναστρεψιμότητα (s) δεν επηρεάζει καθόλου την βέλτιστη ποσότητα επένδυσης, η οποία όπως αναφέρθηκε υπολογίζεται ενδογενώς από την εταιρεία.

5.1 Μοντέλο Ασύμμετρης Πληροφόρησης

Στο μοντέλο της ασύμμετρης πληροφόρησης, οι Cui και Shibata εισάγουν μια νέα παράμετρο, αυτή της ασυμμετρίας πληροφοριών μεταξύ του διευθυντή και του ιδιοκτήτη μιας επιχείρησης. Σε πολλές σύγχρονες επιχειρήσεις, οι αποφάσεις λαμβάνονται από διοικητικά στελέχη (managers) και όχι από τους ίδιους τους ιδιοκτήτες τους. Σε αρκετές περιπτώσεις μπορεί ο manager μιας επιχείρησης να κατέχει πληροφορίες για μια επένδυση, τις οποίες δε γνωρίζει ο ιδιοκτήτης, και αυτό του δίνει ένα πληροφοριακό πλεονέκτημα. Το πλεονέκτημα αυτό μπορεί να το χρησιμοποιήσει εις βάρος του ιδιοκτήτη προκειμένου να μεγιστοποιήσει το προσωπικό του κέρδος. Αν για παράδειγμα το σταθερό κόστος μιας επένδυσης (F) μπορεί να λάβει δύο τιμές (F_1, F_2 με $F_1 < F_2$) και ο manager γνωρίζει πως η πραγματική είναι η χαμηλότερη εκ των δύο μπορεί να δηλώσει την υψηλότερη (F_2) για να κρατήσει ο ίδιος τη διαφορά (ΔF). Προκειμένου να αποφευχθεί κάτι τέτοιο οι Cui και Shibata προτείνουν την εξής λύση: Να υπογραφεί συμβόλαιο μεταξύ του ιδιοκτήτη και του διευθυντή το οποίο θα μεταβιβάζει την απόφαση για τη στρατηγική επένδυση από τον ιδιοκτήτη στον διευθυντή. Το συμβόλαιο ορίζει πως αν τη στιγμή της επένδυσης το πραγματικό σταθερό κόστος της επένδυσης είναι το χαμηλό (F_1) τότε ο διευθυντής θα λάβει ένα χρηματικό bonus (μικρότερο της διαφοράς ΔF) και η βέλτιστη στρατηγική επένδυσης (τιμή και ποσότητα επένδυσης) θα είναι ίδια με την συμμετρική περίπτωση για σταθερό κόστος ίσο με F_1 . Αν είναι το υψηλό (F_2) τότε δε θα λάβει bonus και η βέλτιστη στρατηγική επένδυσης πλέον αλλάζει. Η αλλαγή αυτή προκαλείται από τον όρο ΔF , που αναπαριστά την ασυμμετρία και προκαλεί

διαταραχές στην βέλτιστη επενδυτική στρατηγική. Η πιο σημαντική συνέπεια της ασυμμετρίας είναι, όπως αποδεικνύεται, πως η βέλτιστη ποσότητα επένδυσης δεν είναι πλέον ανεξάρτητη της αναστρεψιμότητας s όπως ήταν στο μοντέλο του Wong.

Πάνω στο μοντέλο αυτό βασίστηκαν δύο αριθμητικές εφαρμογές προκειμένου να βρεθεί το βέλτιστο συμβόλαιο και να γίνει ανάλυση ευαισθησίας της επίδρασης των βασικών παραμέτρων του προβλήματος πάνω στα βασικά μεγέθη της επένδυσης όπως οι τιμές επένδυσης και εγκατάλειψης, η ποσότητα επένδυσης, η αξία της επένδυσης για τον ιδιοκτήτη και τον manager, το bonus του manager και η κοινωνική ζημία, η οποία εκφράζει ουσιαστικά τις "παράπλευρες απώλειες" που προκύπτουν λόγω της ασυμμετρίας.

5.1.1 Συμπεράσματα Πρώτης Αριθμητικής Εφαρμογής

Στην πρώτη αριθμητική εφαρμογή δόθηκε βάση στο πως επηρέασαν τα παραπάνω μεγέθη η ασυμμετρία πληροφόρησης (ΔF), η αναστρεψιμότητα (s), η μεταβλητότητα της τιμής του προϊόντος (σ) και η πιθανότητα να είναι το πραγματικό κόστος της επένδυσης το υψηλό (p_2) και εξάχθηκαν τα εξής συμπεράσματα:

Ασυμμετρία Πληροφόρησης (ΔF)

Όταν αυξάνεται η ασυμμετρία πληροφόρησης:

- Αυξάνεται και η βέλτιστη τιμή επένδυσης, δηλαδή θα πρέπει να εκτελεστεί αργότερα η επένδυση.
- Προκειμένου να αντισταθμιστεί η παραπάνω καθυστέρηση από άποψη κέρδους θα πρέπει να αυξηθεί και η ποσότητα επένδυσης.
- Αυξάνεται το bonus του manager ωστόσο ποτέ δεν την ξεπερνά σε τιμή οπότε συμφέρει τον επενδυτή να το παρέχει. Επίσης όπως είναι λογικό η αξία της επένδυσης για το manager αυξάνεται.
- Η αξία της επένδυσης για τον επενδυτή μειώνεται.
- Αυξάνεται η κοινωνική ζημία της επένδυσης.

Αναστρεψιμότητα (s)

Όταν αυξάνεται η αναστρεψιμότητα:

- Η επένδυση γίνεται πιο ασφαλής για τον επενδυτή οπότε η βέλτιστη τιμή επένδυσης μειώνεται, δηλαδή θα πρέπει να πραγματοποιηθεί νωρίτερα.
- Η βέλτιστη τιμή εγκατάλειψης αυξάνεται άρα η επένδυση θα πρέπει να εγκαταλειφθεί νωρίτερα από τον επενδυτή.
- Η βέλτιστη ποσότητα επένδυσης δεν είναι πλέον ανεξάρτητη της αναστρεψιμότητας και μάλιστα αυξάνεται ώστε να μεγιστοποιηθεί το κέρδος.
- Το bonus του manager μειώνεται ωστόσο η εκ των προτέρων αξία της επένδυσης για τον manager αυξάνεται.
- Η αξία της επένδυσης για τον επενδυτή αυξάνεται.
- Παρά τις παραπάνω θετικές επιδράσεις, φαίνεται να αυξάνεται και η κοινωνική ζημία της επένδυσης για τον ιδιοκτήτη.

Μεταβλητότητα (σ)

Όταν αυξάνεται η μεταβλητότητα:

- Ουσιαστικά αυξάνεται η αβεβαιότητα της επένδυσης, επομένως η βέλτιστη τιμή επένδυσης αυξάνεται και η επένδυση θα πρέπει να εκτελεστεί αργότερα.
- Η τιμή εγκατάλειψης αυξάνεται απότομα επομένως θα πρέπει να εγκαταλειφθεί πιο νωρίς η επένδυση.
- Η ποσότητα επένδυσης αυξάνεται προκειμένου να αντισταθμιστούν οι απώλειες από την καθυστέρηση της επένδυσης.
- Το bonus του manager αυξάνεται.
- Ένα ενδιαφέρον φαινόμενο που παρατηρείται είναι αυτό της "μεταφοράς αξίας", κατά το οποίο η εκ των προτέρων αξία της επένδυσης για τον manager μειώνεται ενώ για τον ιδιοκτήτη αυξάνεται. Με άλλα λόγια μεταφέρεται αξία από τον διευθυντή στον ιδιοκτήτη.
- Μειώνονται οι "παράπλευρες απώλειες" της επένδυσης που εκφράζονται μέσω της κοινωνικής ζημίας.

Πιθανότητα (p_2)

Όταν αυξάνεται η πιθανότητα εμφάνισης υψηλού σταθερού κόστους επένδυσης:

- Η τιμή επένδυσης μειώνεται απότομα και τείνει προς την αντίστοιχη τιμή του συμμετρικού μοντέλου. Η επένδυση επιταχύνεται.
- Η τιμή εγκατάλειψης και η ποσότητα επένδυσης επίσης μειώνονται απότομα και τείνουν προς τις αντίστοιχες τιμές του μοντέλου. Επομένως η επένδυση θα πρέπει να εγκαταλειφθεί αργότερα και να είναι μικρότερη σε μέγεθος.
- Το bonus του manager θα αυξηθεί.
- Η εκ των προτέρων αξία της επένδυσης για τον manager αρχικά αυξάνεται μέχρι μια μέγιστη τιμή και στη συνέχεια μειώνεται συμμετρικά ενώ η εκ των προτέρων αξία για τον ιδιοκτήτη αυξάνεται.
- Η κοινωνική ζημία αυξάνεται μέχρι μια μέγιστη τιμή και στη συνέχεια μειώνεται.

5.1.2 Συμπεράσματα Εφαρμογής σε Εργοστάσια Παραγωγής Ισχύος

Η δεύτερη αριθμητική εφαρμογή έγινε με νέες τιμές παραμέτρων και εφαρμόστηκε σε εννέα εργοστάσια όπου καθένα είχε τη δική του συνάρτηση κόστους ώστε να δειχθεί το πως η συνάρτηση κόστους μπορεί να επηρεάσει τις διάφορες τιμές της επένδυσης. Προέκυψαν τα εξής συμπεράσματα:

- Η συνάρτηση κόστους σε αυτές τις περιπτώσεις ήταν πολυώνυμο δευτέρου βαθμού αντί για τρίτου όπως ήταν στην πρώτη εφαρμογή ωστόσο οι καμπύλες που δημιουργήθηκαν για το κάθε εργοστάσιο ταιριάζουν απόλυτα με αυτές του πρώτου παραδείγματος. Επομένως επαληθεύτηκαν τα συμπεράσματα του μοντέλου.
- Η μόνη διαφορά ήταν πως πλέον οι κλίσεις των διαφόρων καμπυλών ήταν λιγότερο απότομες οπότε συμπεραίνουμε πως όταν ο βαθμός συνάρτησης κόστους μειώνεται ισχύουν οι ίδιες ιδιότητες με πριν αλλά σε μικρότερη κλίμακα.

- Αυξάνοντας σε μεγάλο βαθμό το σταθερό κόστος μιας επένδυσης οδηγεί σε πολύ μεγάλες αυξήσεις στην ποσότητα επένδυσης αλλά όχι εξίσου μεγάλες αυξήσεις στην τιμή επένδυσης.
- Η βέλτιστη τιμή επένδυσης εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τα μεγέθη του μέσου όρου (μ) και της μεταβλητότητας (σ) και από το συντελεστή του μεγιστοβάθμιου όρου της εξίσωσης κόστους. Όταν τα μεγέθη αυτά αυξάνονται, αυξάνεται αισθητά και η βέλτιστη τιμή επένδυσης, άρα καθυστερεί η επένδυση.
- Η βέλτιστη τιμή ποσότητας επηρεάζεται σε μεγάλο βαθμό από το σταθερό συντελεστή της εξίσωσης κόστους. Όταν αυτός αυξάνεται, αυξάνεται αισθητά και η βέλτιστη ποσότητα επένδυσης.
- Στα πλαίσια αυτής της αριθμητικής εφαρμογής έγινε και ανάλυση ευαισθησίας του μέσου όρου (μ) που δεν είχε γίνει στην προηγούμενη αριθμητική εφαρμογή και προκύπτει πως η αύξησή του έχει τις ίδιες επιδράσεις με την αύξηση της μεταβλητότητας (σ).

Όπως αναφέρθηκε, ο υπολογισμός των μεγεθών της τιμής και της ποσότητας επένδυσης βασίζεται στο συμμετρικό μοντέλο. Αν επιλύσουμε το συμμετρικό μοντέλο για κάθε ξεχωριστή τιμή του σταθερού κόστους θα προκύψουν δύο στρατηγικές επένδυσης, αφού υποθέσαμε ότι το σταθερό κόστος μπορεί να λάβει δύο τιμές (F_1 και F_2). Παρατηρήθηκε μέσα από την αριθμητική εφαρμογή στα εργοστάσια πως η ύπαρξη ασυμμετρίας σχεδόν διπλασιάζει τη διαφορά μεταξύ των στρατηγικών. Αν για παράδειγμα η βέλτιστη στρατηγική για κόστος F_1 είναι (x_{11}, q_1) , για F_2 είναι (x_{12}, q_2) και για ασυμμετρία με κόστος F_2 είναι (x_{1a}, q_a) τότε παρατηρήθηκε ότι ισχύει $x_{1a} - x_{11} \approx 2 \cdot (x_{12} - x_{11})$ και $q_a - q_1 \approx 2 \cdot (q_2 - q_1)$. Επομένως επιβεβαιώνεται και πάλι πως όταν υπάρχει ασυμμετρία η επένδυση καθυστερεί ακόμα περισσότερο από τη συμμετρική περίπτωση και θα πρέπει να γίνει σε μεγαλύτερη ποσότητα.

5.2 Μοντέλο Δαπανηρής Αναστρεψιμότητας

Το δεύτερο μοντέλο που παρουσιάστηκε και αναλύθηκε στα πλαίσια της παρούσας εργασίας ήταν το μοντέλο της δαπανηρής αναστρεψιμότητας των Shibata και Wong (2019). Στο μοντέλο αυτό δίνεται ιδιαίτερη σημασία στο μέγεθος της αναστρεψιμότητας. Όπως ήδη ειπώθηκε το μέγεθος της αναστρεψιμότητας (s) είναι πολύ σημαντικό για μια επένδυση αφού υπό μία έννοια εκφράζει το ρίσκο της επένδυσης. Στην πραγματικότητα εκφράζει το ύψος της τιμής μεταπώλησης ενός κεφαλαίου σε σχέση με την αρχική του τιμή. Το μοντέλο εστιάζει σε επενδύσεις που αφορούν την δημιουργία παραγωγικών μονάδων για την παραγωγή συγκεκριμένου προϊόντος. Σε πολλές περιπτώσεις η μεταπώληση τέτοιων μονάδων είναι δύσκολη διότι οι μονάδες είναι δομημένες με τέτοιο τρόπο ώστε να μεγιστοποιείται η παραγωγή ενός συγκεκριμένου αγαθού, κάτι που στην βιβλιογραφία ονομάζουν "εξειδίκευση" του κεφαλαίου. Προκειμένου, λοιπόν, να μεταπωληθούν τέτοια εξειδικευμένα κεφάλαια τη στιγμή της εγκατάλειψης, ο επενδυτής είναι αναγκασμένος να μειώσει την τιμή μεταπώλησης. Ωστόσο όπως είπαμε η εγκατάλειψη και η τιμή μεταπώλησης είναι έννοιες άρρηκτα συνδεδεμένες με την αναστρεψιμότητα, η οποία μειώνεται όταν μειώνεται η τιμή μεταπώλησης του κεφαλαίου. Χαμηλή αναστρεψιμότητα σημαίνει υψηλό ρίσκο για έναν επενδυτή με αποτέλεσμα πολλές φορές να αποφεύγεται εξ ολοκλήρου η επένδυση.

Για να αντιμετωπιστεί το παραπάνω φαινόμενο οι Shibata και Wong προτείνουν ένα μοντέλο στο οποίο ο επενδυτής θα μπορεί με ένα επιπλέον κόστος να μειώσει την "εξειδίκευση" της παραγωγικής μονάδας, πραγματοποιώντας αλλαγές προκειμένου να γίνει πιο γενικού σκοπού ώστε να είναι πιο εύκολη η μεταπώλησή της, αυξάνοντας έτσι με τεχνητό τρόπο την αναστρεψιμότητα της επένδυσης. Με τον όρο δαπανηρή αναστρεψιμότητα, εννοούμε το ποσοστό (k) το οποίο "αγοράζει" η επιχείρηση και το προσθέτει στην ήδη υπάρχουσα αναστρεψιμότητα. Το ποσοστό k επομένως είναι ενδογενές και αποφασίζεται το βέλτιστο από την ίδια την επιχείρηση ενώ το ποσοστό s είναι εξωγενές, δηλαδή καθορίζεται από την αγορά.

Το μοντέλο της δαπανηρής αναστρεψιμότητας βασίζεται και αυτό στο μοντέλο συμμετρικής επένδυσης του Wong (2010). Επομένως έχουμε και πάλι μια επένδυση, η οποία αφορά την παραγωγή ενός αγαθού σε μια βέλτιστη ποσότητα (q),

η οποία επένδυση εκτελείται όταν η τιμή πώλησης του αγαθού λάβει για πρώτη φορά μια ανώτατη τιμή, την τιμή επένδυσης (x_I) και εγκαταλείπεται όταν η τιμή πώλησης λάβει για πρώτη φορά μια κατώτατη τιμή, την τιμή εγκατάλειψης (x_A). Στο συμμετρικό μοντέλο, κατά την εγκατάλειψη η παραγωγική μονάδα μεταπωλείται σε τιμή που ορίζεται από το αρχικό της κόστος επί την αναστρεψιμότητα ($s \cdot I$). Η ειδοποιός διαφορά μεταξύ του συμμετρικού μοντέλου και του παρόντος είναι πως πλέον η συνολική αναστρεψιμότητα αποτελείται από δύο κομμάτια: τη μη δαπανηρή (s) και τη δαπανηρή (k) και επομένως η τιμή μεταπώλησης γίνεται $(s+k) \cdot I$. Με βάση τη λογική του συμμετρικού μοντέλου όταν η αναστρεψιμότητα αυξάνεται έχουμε δει πως η τιμή επένδυσης μειώνεται και η ποσότητα επένδυσης αυξάνεται, άρα διαισθητικά αναμένει κανείς πως το ίδιο θα συμβεί και στο παρόν μοντέλο αφού έστω και με την επιβολή κάποιου κόστους -αυτού της δαπανηρής αναστρεψιμότητας- η δαπανηρή αναστρεψιμότητα αυξάνεται. Αποδεικνύεται ωστόσο και αριθμητικά πως η διαίσθηση δεν είναι πάντοτε σωστή. Η ποσότητα επένδυσης πράγματι πάντοτε αυξάνεται, ωστόσο η βέλτιστη τιμή επένδυσης άλλοτε μειώνεται και άλλοτε αυξάνεται. Αυτό είναι το πρώτο συμπέρασμα του μοντέλου.

Το δεύτερο συμπέρασμα αφορά την οικονομική κατάσταση στην οποία πρέπει να βρίσκεται η επιχείρηση προκειμένου να αποφασίσει να υιοθετήσει τη στρατηγική της δαπανηρής αναστρεψιμότητας. Αποδείχτηκε και αριθμητικά πως είναι πιο πιθανό να γίνει αυτό όταν ισχύει έστω και μια από τις παρακάτω συνθήκες:

- Όταν αυξάνεται η μεταβλητότητα (σ) της τιμής του παραγόμενου προϊόντος.
- Όταν αυξάνεται το σταθερό κόστος της επένδυσης (F).
- Όταν μειώνεται η μη αποδοτικότητα κόστους της δαπανηρής αναστρεψιμότητας (α).

5.2.1 Συμπεράσματα Αριθμητικής Εφαρμογής

Για να επαληθευτούν τα παραπάνω έγινε μια αριθμητική εφαρμογή με τη βοήθεια του αλγορίθμου που δημιουργήθηκε σε γλώσσα Matlab. Η εφαρμογή συμπεριλάμβανε την εύρεση της βέλτιστης στρατηγικής επένδυσης και την ανάλυση ευαισθησίας για τις παραμέτρους της μη δαπανηρής αναστρεψιμότητας (s), της μεταβλητότητας (σ) και της μη αποδοτικότητας της δαπανηρής αναστρεψιμότητας (α)

και πως αυτές επηρεάζουν το ποσοστό δαπανηρής αναστρεψιμότητας (k), την ποσότητα επένδυσης (q), τις τιμές επένδυσης (x_I) και εγκατάλειψης (x_A), την αξία της επένδυσης σε διάφορες χρονικές στιγμές.

Από την ανάλυση ευαισθησίας της αριθμητικής εφαρμογής προέκυψαν τα εξής συμπεράσματα για τις παραμέτρους:

Αναστρεψιμότητα (s)

- Εντοπίζεται μια τιμή της αναστρεψιμότητας (\hat{s}) για την οποία τα βασικά μεγέθη της επενδυτικής στρατηγικής λαμβάνουν τη μέγιστη τιμή τους. Τα μεγέθη αυτά είναι η τιμή επένδυσης και εγκατάλειψης, η ποσότητα επένδυσης και το ποσοστό δαπανηρής αναστρεψιμότητας. Επομένως είναι πολύ σημαντικό για τον επενδυτή να εντοπίσει την τιμή αυτή.
- Πριν από την τιμή αυτή τα παραπάνω μεγέθη αυξάνονται μονότονα με την αύξηση της αναστρεψιμότητας ενώ μετά από αυτή μειώνονται μονότονα, δημιουργώντας έτσι ένα σχήμα Λ . Επομένως γνωρίζοντας αυτήν την τιμή και παρατηρώντας την πραγματική τιμή της εξωγενούς αναστρεψιμότητας (s) ο επενδυτής μπορεί να αποφασίσει αν θα πρέπει να επιταχύνει ή να επιβραδύνει την επένδυση και σε τι ποσότητα αυτή θα εκτελεστεί.
- Η αξία της επένδυσης τη στιγμή της επένδυσης και τη στιγμή της εγκατάλειψης επίσης παρουσιάζει αντίστοιχες καμπύλες σχήματος Λ με σημείο καμπής το ίδιο s με πριν.
- Αντιθέτως, η εκ των προτέρων αξία της επένδυσης αυξάνεται μονότονα με την αύξηση της αναστρεψιμότητας

Μεταβλητότητα (σ)

- Από μια τιμή της μεταβλητότητας και μετά αρχίζει να αυξάνεται το βέλτιστο ποσοστό δαπανηρής αναστρεψιμότητας πράγμα που επιβεβαιώνει την πρώτη παρατήρηση για την οικονομική κατάσταση της επιχείρησης.

- Η βέλτιστη τιμή επένδυσης αυξάνεται, άρα η επένδυση καθυστερεί όσο η μεταβλητότητα της τιμής του παραγόμενου προϊόντος αυξάνεται.
- Για να αντισταθμιστεί η διαφορά από την καθυστέρηση θα πρέπει ο επενδυτής να επιλέξει μεγαλύτερη ποσότητα επένδυσης.
- Η εκ των προτέρων αξία της επένδυσης και η αξία τη στιγμή της επένδυσης αυξάνονται με την μεταβλητότητα.
- Όλα τα παραπάνω μεγέθη δεν φαίνεται να επηρεάζονται από τη δαπανηρή αναστρεψιμότητα αφού οι καμπύλες τους σχεδόν εφάπτονται με αυτές του συμμετρικού μοντέλου.
- Διαφορά με το συμμετρικό μοντέλο εντοπίζεται στην αξία τη στιγμή της εγκατάλειψης στο οποίο φαίνεται να υπάρχει πιο απότομη αύξηση για μεγαλύτερες τιμές μεταβλητότητας.

Μη αποδοτικότητα κόστους δαπανηρής αναστρεψιμότητας (α)

Η μη αποδοτικότητα κόστους δαπανηρής αναστρεψιμότητας είναι μια σταθερά που χαρακτηρίζει την συνάρτηση κόστους της δαπανηρής αναστρεψιμότητας, δηλαδή τη συνάρτηση που ορίζει το πόσο κοστίζει η αύξηση της δαπανηρής αναστρεψιμότητας και άρα της συνολικής αναστρεψιμότητας.

Όταν μειώνεται η μη αποδοτικότητα (α):

- Μειώνεται το σημείο καμπής (\hat{s}) στα διαγράμματα ανάλυσης ευαισθησίας της μη δαπανηρής αναστρεψιμότητας για όλα τα μεγέθη (τιμή επένδυσης και εγκατάλειψης, ποσοστό δαπανηρής αναστρεψιμότητας, ποσότητα επένδυσης, αξία)
- Παρατηρείται σε πολλές περιπτώσεις το φαινόμενο κατά το οποίο η τιμή επένδυσης είναι μεγαλύτερη της αντίστοιχης του συμμετρικού μοντέλου για κάποιες τιμές της μη δαπανηρής αναστρεψιμότητας s και μικρότερη για τις υπόλοιπες, επομένως επαληθεύεται ένα από τα βασικά συμπεράσματα του μοντέλου.
- Αυξάνεται η βέλτιστη τιμή επένδυσης και η βέλτιστη τιμή εγκατάλειψης σε μικρό ωστόσο βαθμό, επομένως δεν επηρεάζεται ιδιαίτερα η απόφαση του επενδυτή.

- Αυξάνεται η βέλτιστη ποσότητα επένδυσης.
- Αυξάνονται οι αξίες τη στιγμή της επένδυσης και εγκατάλειψης και η εκ των προτέρων αξία της επένδυσης μονότονα.

6. Βιβλιογραφία

Abel, A. B., Dixit, A. K., Eberly, J. C., & Pindyck, R. S. (1996). Options, the value of capital, and investment. *Quarterly Journal of Economics*, 111(3), 753–777.

Abel, A. B., & Eberly, J. C. (1994). A unified model of investment under uncertainty. *The American Economic Review*, 84(5), 1369–1384.

Abel, A. B., & Eberly, J. C. (1996). Optimal investment with costly reversibility. *The Review of Economic Studies*, 63(4), 581–593.

Abel, A. B., & Eberly, J. C. (1999). The effects of irreversibility and uncertainty on capital accumulation. *Journal of Monetary Economics*, 44(3), 339–377.

Akerlof, G. A. (1970). The market for “lemons:” Quality uncertainty and the market mechanism. *Quarterly Journal of Economics*, 84(3), 488–500.

Alvarez, L. H. R. (2011). Optimal capital accumulation under price uncertainty and costly reversibility. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 35(10), 1769–1788.

Ang, J. S. , Cole, R. A. , & Lin, J. W. (2000). Agency costs and ownership structure. *Journal of Finance*, 60 (1), 81–106 .

Arrow, K. J. (1968). Optimal capital policy with irreversible investment. In J. N. Wolfe (Ed.), *Value, capital, and growth: Papers in honour of Sir John Hicks* (Vols. 1–19). Edinburgh University Press.

Asplund, M. (2000). What fraction of a capital investment is sunk cost? *The Journal of Industrial Economics*, 48(3), 287–304.

Bar-Ilan, A., & Stange, W. C. (1999). The timing and intensity of investment. *Journal of Macroeconomics*, 21(1), 57–77.

Belleflamme, P. , & Peitz, M. (2014). Asymmetric information and overinvestment in quality. *European Economic Review*, 66 , 127–143 .

Bezalel, G. , & Kalay, A. (1983). On the asset substitution problem. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 18 , 21–30 .

Bharath, S. T. , Pasquariello, P. , & Wu, G. (2008). Does asymmetric information derive capital structure decisions? *Review of Financial Studies*, 22 , 3211–3243 .

Bloom, N. , Bond, S. , & Van Reene, J. (2007). Uncertainty and investment dynamics. *Review of Economic Studies*, 74 , 391–415 .

Brennan, M. , & Kraus, A. (1987). Efficient financing under asymmetric information. *Journal of Finance*, 42 , 1225–1243 .

- Capozza, D., & Li, Y. (1994). The intensity and timing of investment. *The American Economic Review*, 84(4), 889–904.
- Chirinko, R. S., & Schaller, H. (2009). The irreversibility premium. *Journal of Monetary Economics*, 56(3), 390–408.
- Cui, X., & Shibata, T. (2017a). Investment strategies, reversibility, and asymmetric information. *European Journal of Operational Research*, 263(3), 1109–1122.
- Cui, X., & Shibata, T. (2017b). Investment timing and quantity strategies under asymmetric information. *Theory of Probability and Its Applications*, 61(1), 151–159.
- Davis, G. A., & Cairns, R. D. (2017). The odd notion of “reversible investment”. *Journal of Banking & Finance*, 81(C), 172–180.
- Dixit, A. K., & Pindyck, R. S. (1994). *Investment under uncertainty*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Folta, T. B., Johnson, D. R., & O'Brien, J. (2006). Uncertainty, irreversibility, and the likelihood of entry: An empirical assessment of the option to defer. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 61(3), 432–452.
- Ghosal, V., & Loungani, P. (2000). The differential impact of uncertainty and investment in small and large businesses. *The Review of Economics and Statistics*, 82(2), 338–343.
- Glover, B. , & Levine, O. (2015). Uncertainty, investment, and managerial incentives. *Journal of Monetary Economics*, 69 , 121–137 .
- Grenadier, S. R. , & Wang, N. (2005). Investment timing, agency, and information. *Journal of Financial Economics*, 75 , 493–533 .
- Guiso, L., & Parigi, G. (1999). Investment and demand uncertainty. *Quarterly Journal of Economics*, 114(1), 185–228.
- Hartman, R., & Hendrickson, M. (2002). Optimal partially reversible investment. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 26(3), 483–508.
- Kadapakkam, P. R. , Kumar, P. C. , & Riddick, L. A. (1998). The impact of cash flows and firm size on investment: The international evidence. *Journal of Banking and Finance*, 22 , 293–320 .
- Laffont, J. J. , & Martimort, D. (2002). *The theory of incentives: The principal-agent model* . Princeton, NJ: Princeton University Press .
- Leahy, J. V., & Whited, T. M. (1996). The effect of uncertainty on investment: Some stylized facts. *Journal of Money, Credit, and Banking*, 28(1), 64–83.
- Leland, H. E. (1994). Corporate debt value, bond covenants, and optimal capital structure. *The Journal of Finance*, 49(4), 1213–1252.

Leung, C. M. , & Kwok, Y. K. (2012). Patent-investment games under asymmetric information. *European Journal of Operational Research*, 223 , 441–451 .

McDonald, R., & Siegel, D. R. (1986). The value of waiting to invest. *Quarterly Journal of Economics*, 101(4), 707–727.

Modigliani, F. , & Miller, M. H. (1958). The cost of capital, corporation finance, and the theory of investment. *American Economic Review*, 48 (3), 261–297 .

Myers, S. C. (1977). Determinants of corporate borrowing. *Journal of Financial Economics*, 5 , 147–175 .

Myers, S. C. , & Majluf, N. S. (1984). Corporate financing and investment decisions when firms have information that investors do not have. *Journal of Financial Economics*, 13 , 187–221 .

Panousi, V. , & Papanikolaou, D. (2012). Investment, idiosyncratic risk, and ownership. *Journal of Finance*, 67 , 1113–1148 . Schaller, H. (1993). Asymmetric information, liquidity constraints, and Canadian investment. *Canadian Journal of Economics*, 26 , 552–574 .

Pindyck, R. S. (1988). Irreversible investment, capacity choice, and the value of the firm. *The American Economic Review*, 78(5), 969–985.

Pindyck, R. S. (1991). Irreversibility, uncertainty, and investment. *Journal of Economic Literature*, 29(3), 1110–1148.

Ramey, V. A., & Shapiro, M. D. (2001). Displaced capital: A study of aerospace plant closings. *Journal of Political Economy*, 109(5), 958–992.

Shibata, T., & Nishihara, M. (2010). Dynamic investment and capital structure under manager-shareholder conflict. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 34(2), 158–178.

Shibata, T., & Nishihara, M. (2011). Interactions between investment timing and management effort under asymmetric information: Costs and benefits of privatized firms. *European Journal of Operational Research*, 215(3), 688–696.

Shibata, T., & Nishihara, M. (2012). Investment timing under debt issuance constraint. *Journal of Banking & Finance*, 36(4), 981–991.

Shibata, T., & Tian, Y. (2010). Reorganization strategies and securities valuation under asymmetric information. *International Review of Economics & Finance*, 19(3), 412–426.

Shibata, T., & Tian, Y. (2012). Debt reorganization strategies with complete verification under information asymmetry. *International Review of Economics & Finance*, 22(1), 141–160.

Strebulaev, I. (2007). Does tests of capital structure mean what they say? *The Journal of Finance*, 62(4), 1747–1787.

Tang, T. T. (2009). Information asymmetry and firms' credit market access: Evidence from Moody's credit rating format refinement. *Journal of Financial Economics*, 93 , 325–351 .

Tetlock, P. C. (2010). Does public financial news resolve asymmetric information? *Review of Financial Studies*, 23 , 3520–3557 .

Williamson, O. E. (1988). Corporate finance and corporate governance. *The Journal of Finance*, 43(3), 567–591.

Wong, K. P. (2009). The effects of abandonment options on operating leverage and investment timing. *International Review of Economics & Finance*, 18(1), 162–171.

Wong, K. P. (2010). The effects of irreversibility on the timing and intensity of lumpy investment. *Economic Modelling*, 27(1), 97–102.

Παραρτήματα

Παράρτημα Α

Α1. Απόδειξη της πρότασης 1

Επειδή το βέλτιστο υπό ασυμμετρία πληροφόρησης είναι φραγμένο, χρησιμοποιούμε το συμβολισμό q_2 και x_{I2} για συντομία. Υπενθυμίζουμε πως για το μη συμμετρικό πρόβλημα βελτιστοποίησης για $F = F_2$ έχουμε:

$$\max_{q_2, x_{I2}} H(q_2, x_{I2}, F_2 + \Delta F) \quad (A1)$$

$$\text{Όπου } H(q_2, x_{I2}, F_2) = \{V(q_2, x_{I2}) - I(q_2, F_2 + \Delta F)\}x_{I2}^{-\beta} \quad (A2)$$

Διαφορίζοντας το H με το q_2 λαμβάνουμε:

$$\frac{dH}{dq_2} = \frac{dH}{dq_2} + \frac{dH}{dx_{I2}} \frac{dx_{I2}}{dq_2} \quad (A3)$$

$$= \frac{dH}{dq_2} \quad (A4)$$

$$= x_{I2}^{-\beta} \left(vx_{I2} + \left(\frac{x_{I2}}{x_{A2}(q_2)} \right)^\gamma (sC'(q_2) - vx_{A2}(q_2)) - C'(q_2) \right) \quad (A5)$$

Επομένως έχουμε για τη συνθήκη $\frac{dH}{dq_2} = 0$:

$$vx_{I2} + \left(\frac{x_{I2}}{x_{A2}(q_2)} \right)^\gamma (sC'(q_2) - vx_{A2}(q_2)) - C'(q_2) = 0 \quad (A6)$$

Διαφορίζοντας το H με το x_{I2} λαμβάνουμε:

$$\frac{dH}{dx_{I2}} = x_{I2}^{-\beta} \left(\frac{-\beta}{x_{I2}} \{V(q_2, x_{I2}) - I(q_2, F_2 + \Delta F)\} + vq_2 + \frac{\gamma}{x_{I2}} \left(\frac{x_{I2}}{x_{A2}(q_2)} \right)^\gamma (sI(q_2, F_2) - vq_2 x_{A2}(q_2)) \right) \quad (A7)$$

Επομένως έχουμε για τη συνθήκη $\frac{dH}{dx_{I2}} = 0$:

$$(\beta - 1)vx_{I2} + (\beta - \gamma) \left(\frac{x_{I2}}{x_{A2}(q_2)} \right)^\gamma \left(s \frac{I(q_2, F_2)}{q_2} - vx_{A2}(q_2) \right) - \beta \frac{I(q_2, F_2 + \Delta F)}{q_2} = 0 \quad (A8)$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση (A6) στην (A8), έχουμε:

$$\left(1 - s \left(\frac{x_{I2}}{x_{A2}(q_2)} \right)^\gamma \right) \left(C'(q_2) - \frac{\beta}{\beta-1} \frac{I(q_2, F_2)}{q_2} \right) = \frac{\beta}{\beta-1} \frac{\varphi \Delta F}{q_2} \quad (A9)$$

Με αναδιάταξη των (A8) και (A9) λαμβάνουμε τις εξισώσεις (3.α.2.3.2) και (3.α.2.3.3) αντίστοιχα.

A2. Εξισώσεις (3.α.2.1.6) και (3.α.2.1.7)

Η προέλευση των εξισώσεων (3.α.2.1.6) και (3.α.2.1.7) είναι παρόμοια με αυτή των εξισώσεων (3.α.2.3.2) και (3.α.2.3.3) στην πρόταση 1. Για την απόδειξη της πρότασης 1 έχουμε ήδη παράξει τις εξισώσεις (A8) και (A9). Υποθέτουμε $\Delta F = 0$ (συμμετρικό μοντέλο) και αντικαθιστώντας λαμβάνουμε την εξίσωση (3.α.2.1.6) και:

$$\left(1 - s \left(\frac{x_{I2}}{x_{A2}(q_2)}\right)^\gamma\right) \left(C'(q_2) - \frac{\beta}{\beta-1} \frac{I(q_2, F_2)}{q_2}\right) = 0 \text{ αντίστοιχα. Επειδή ισχύει } \left(1 - s \left(\frac{x_{I2}}{x_{A2}(q_2)}\right)^\gamma\right) > 0 \text{ για κάθε } s \in [0,1], \text{ τελικά λαμβάνουμε την εξίσωση (3.α.2.1.6).}$$

A3. Συνθήκες εύρεσης ολικού μεγίστου

Παραθέτουμε τις συνθήκες εύρεσης ολικού μεγίστου για το πρόβλημα βελτιστοποίησης. Οι συνθήκες για το πρόβλημα $H(q_2, x_{I2}, F_2 + \Delta F)$ είναι ίδιες με αυτές του $H(q_2, x_{I2}, F_2)$.

Οι συνθήκες είναι $P_{qq} < 0$ και $|P| > 0$ (A10) όπου ο εσσιανός πίνακας P είναι:

$$P = \begin{pmatrix} P_{x_I x_I} & P_{x_I q} \\ P_{q x_I} & P_{qq} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 H}{\partial x_{I2}^2} & \frac{\partial^2 H}{\partial x_{I2} \partial q_2} \\ \frac{\partial^2 H}{\partial x_{I2} \partial q_2} & \frac{\partial^2 H}{\partial q_2^2} \end{pmatrix} \quad (\text{A11})$$

Σημειώνουμε πως $P_{x_I q} = P_{q x_I}$. Τα $P_{x_I x_I}$, $P_{x_I q}$ και P_{qq} δίνονται από τις σχέσεις:

$$P_{x_I x_I} = x_{I2}^{-\beta} \left(\frac{v q_2}{x_{I2}} (1 - \beta) + \frac{\gamma(\gamma - \beta)}{x_{I2}^2} (sI(q_2) - v q_2 x_{A2}(q_2)) \left(\frac{x_{I2}}{x_{A2}(q_2)}\right)^\gamma \right) \quad (\text{A12})$$

$$P_{x_I q} = x_{I2}^{-\beta} \left(v + \frac{\gamma}{x_{I2}} (sC'(q_2) - v x_{A2}(q_2)) \left(\frac{x_{I2}}{x_{A2}(q_2)}\right)^\gamma \right) \quad (\text{A13})$$

$$P_{qq} = x_{I2}^{-\beta} \left(\left(\frac{x_{I2}}{x_{A2}(q_2)}\right)^\gamma \left(sC''(q_2) - \left(\frac{\gamma}{x_{I2}} + v\right) \frac{\partial x_{A2}(q_2)}{\partial q_2} \right) - C''(q_2) \right) \quad (\text{A14})$$

$$\text{Όπου } \frac{\partial x_{A2}(q_2)}{\partial q_2} = \frac{\gamma(q_2 C'(q_2) + I(q_2, F_2))}{(\gamma - 1)v q_2^2}$$

Στα αριθμητικά παραδείγματα έχουν επιλεγεί οι παράμετροι έτσι ώστε να ικανοποιούνται οι συνθήκες (A10) ως επαρκείς για την εύρεση μεγίστου.

A4. Απόδειξη πρότασης 2

Παραθέτουμε τις αποδείξεις των τεσσάρων ιδιοτήτων.

$x_{I2}^{**} \geq x_{I2}^*$: Είναι ισοδύναμη με την απόδειξη του $\frac{dx_{I2}^{**}}{d\Delta F} \geq 0$. Αρχικά παραγωγίζοντας πλήρως τις εξισώσεις (A5) και (A7) έχουμε $Py = h$ όπου ο πίνακας P δίνεται από

την σχέση (A11) και τα διανύσματα y και h ορίζονται ως:

$$y = \begin{pmatrix} dx_{I2}^{**} \\ dq_2^{**} \end{pmatrix}, \quad h = \begin{pmatrix} -\frac{\beta\varphi}{x_{I2}^{**\beta+1}} d\Delta F \\ 0 \end{pmatrix} \quad (A15)$$

Επομένως έχουμε:

$$\frac{dx_{I2}^{**}}{d\Delta F} = -\frac{P_{qq}}{|P|} \frac{\beta\varphi}{x_{I2}^{**\beta+1}} \geq 0 \quad (A16)$$

Όπου έχουμε χρησιμοποιήσει τις συνθήκες (A10).

$q_2^{**} \geq q_2^*$: Επειδή $1 > s\left(\frac{x_{I2}}{x_{A2}(q_2)}\right)^{\gamma}$ και $\frac{\beta\varphi\Delta F}{(\beta-1)q_2} \geq 0$, η εξίσωση (3.α.2.3.2) υπονοεί πως η ποσότητα q_2^{**} πρέπει να ικανοποιεί τη σχέση:

$$\frac{q_2^{**} C'(q_2^{**})}{I(q_2^{**}, F_2)} \geq \frac{\beta}{(\beta-1)} \quad (A17)$$

Αντιθέτως για την ποσότητα q_2^* ισχύει από την εξίσωση (3.α.2.1.6):

$$\frac{q_2^* C'(q_2^*)}{I(q_2^*, F_2)} = \frac{\beta}{(\beta-1)} \quad (A18)$$

Η συνθήκη $\left(\frac{q_2 C'(q_2)}{I(q_2, F_2)}\right)' \geq 0$ επιβεβαιώνει πως θα υπάρχει μοναδική λύση q_2^* . Επομένως, με χρήση των εξισώσεων (A17) και (A18) προκύπτει $q_2^{**} \geq q_2^*$.

$0 < w_1^{**} < \Delta F$: Υπενθυμίζουμε ότι για το bonus ισχύει $w_1^{**} = \left(\frac{x_{I1}^*}{x_{I2}^{**}}\right)^{\beta} \Delta F$.

Έχουμε ήδη αποδείξει πως $x_{I2}^{**} \geq x_{I2}^* > x_{I1}^*$ επομένως έχουμε $\left(\frac{x_{I1}^*}{x_{I2}^{**}}\right) < 1$ και

$\beta > 1$ και άρα την απόδειξη της πρότασης αυτής.

$x_{A2}^{**} \geq x_{A2}^*$: Είναι ισοδύναμη με την $dx_{A2}(q_2)/dq_2 \geq 0$, αφού ήδη γνωρίζουμε πως

$q_2^{**} \geq q_2^*$. Παραγωγίζοντας το $x_{A2}(q_2)$ με το q_2 λαμβάνουμε:

$$\frac{dx_{A2}(q_2)}{dq_2} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{1}{vq_2} \left(C'(q_2) - \frac{I(q_2)}{q_2} \right) \quad (A19)$$

Αντικαθιστώντας το $C'(q_2^{**})$ στις (3.α.2.3.2) και (A19) λαμβάνουμε:

$$\frac{dx_{A2}(q_2^{**})}{dq_2^{**}} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{1}{vq_2^{**}} \frac{1}{\beta-1} \left(\frac{I(q_2^{**}, F_2)}{q_2^{**}} + \beta\varphi\Delta F \left(1 - s\left(\frac{x_{I2}^{**}}{x_{A2}(q_2^{**})}\right)^{\gamma} \right)^{-1} \right) \quad (A20)$$

Υπενθυμίζεται πως $1 > s \left(\frac{x_{I2}}{x_{A2}(q_2)} \right)^\gamma$ που σημαίνει ότι το δεξί μέλος της (A20) είναι θετικό. Αντικαθιστώντας $C'(q_2^*) = \frac{\beta I(q_2^*, F_2)}{(\beta-1)q_2^*}$ στην εξίσωση (A19) λαμβάνουμε $\frac{dx_{A2}(q_2^*)}{dq_2^*} \geq 0$. Έτσι ολοκληρώνεται η απόδειξη.

A5. Απόδειξη πρότασης 3

Επειδή μελετάμε την ιδανική περίπτωση επένδυσης δε χρησιμοποιούμε το συμβολισμό ** για ευκολία και αντί για $I(q_2, F_2)$ γράφουμε $I(q_2)$. Παραγωγίζοντας το $\frac{dH}{dq_2}$ στην εξίσωση (A5) και το $\frac{dH}{dx_{I2}}$ στην εξίσωση (A6) με x_{I2} , q_2 και s , δίνει $Py = g$ όπου ο πίνακας P , το διάνυσμα y και το διάνυσμα g δίνονται από τις εξισώσεις (A11), (A15) και

$$g = \frac{(x_{I2})^{\gamma-\beta}}{(x_{A2}(q_2))^\gamma} \begin{pmatrix} \frac{\beta-\gamma}{1-\gamma} \frac{I(q_2)}{x_{I2}} \\ -C'(q_2) + \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{I(q_2)}{q_2} \end{pmatrix} ds \quad (A21)$$

αντίστοιχα. Η λύση dq_2 είναι:

$$dq_2 = \frac{1}{|P|} \frac{(x_{I2})^{\gamma-\beta}}{(x_{A2}(q_2))^\gamma} \left[\frac{\beta-\gamma}{1-\gamma} \frac{I(q_2)}{x_{I2}} P_{x_1 q} - \left(-C'(q_2) + \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{I(q_2)}{q_2} \right) P_{x_1 x_1} \right] ds \quad (A22)$$

Θέτοντας $\frac{dH}{dq_2} = 0$ στην εξίσωση (A6) και $\frac{dH}{dx_{I2}} = 0$ στην εξίσωση (A8) τα $P_{x_1 x_1}$ και $P_{x_1 q}$ ξαναγράφονται ως:

$$P_{x_1 x_1} = x_{I2}^{-\beta} \left((1-\beta)(1-\gamma)v \frac{q_2}{x_{I2}} - \beta\gamma \frac{I(q_2) + \varphi \Delta F}{x_{I2}^2} \right) \quad (A23)$$

$$P_{x_1 q} = \left((1-\gamma)v - \gamma \frac{C'(q_2)}{x_{I2}} \right) \quad (A24)$$

αντίστοιχα. Αντικαθιστώντας τις (A23) και (A24) στην εξίσωση (A22) λαμβάνουμε:

$$\frac{dq_2}{ds} = \frac{1}{|P|} \frac{(x_{I2})^{\gamma-\beta}}{(x_{A2}(q_2))^\gamma} [A_1 - A_2] \quad (A25)$$

Όπου

$$A_1 = (\beta - \gamma)v \frac{I(q_2)}{x_{I2}} + \frac{\beta-\gamma}{1-\gamma} \frac{I(q_2)}{x_{I2}^2} C'(q_2) \quad (A26)$$

$$A_2 = -(1-\beta)(1-\gamma)v \frac{q_2}{x_{I2}} C'(q_2) - (1-\beta)\gamma v \frac{I(q_2)}{x_{I2}} + \beta\gamma \frac{I(q_2) + \varphi \Delta F}{x_{I2}^2} C'(q_2) - \frac{\beta\gamma}{\gamma-1} \frac{I(q_2) + \varphi \Delta F I(q_2)}{q_2 x_{I2}^2} \quad (A27)$$

Αναδιατάσσοντας το $A_1 - A_2$ έχουμε:

$$A_1 - A_2 = (\beta - \gamma) \frac{I(q_2)}{x_{I2}^2} \left\{ \frac{v x_{I2}}{m+n} \left(m - \frac{q_2 C'(q_2)}{I(q_2)} \right) + \frac{\gamma}{1-\gamma} \frac{1}{m+n} \left[\left(n - m \frac{\varphi \Delta F}{I(q_2)} \right) C'(q_2) - mn \frac{I(q_2) + \varphi \Delta F}{q_2} \right] \right\} \quad (A28)$$

Όπου τα m και n ορίζονται ως

$m = \frac{\beta}{\beta-1} > 1$ και $n = \frac{\gamma}{1-\gamma} < 0$ αφού $\beta > 1$ και $\gamma < 0$. Σημειώνεται πως για τα $m+n$, $m \cdot n$, $m/(m+n)$ και $n/(m+n)$ ισχύει:

$$\begin{aligned} m+n &= \frac{\beta-\gamma}{(\beta-1)(1-\gamma)} > 0 & mn &= \frac{\beta\gamma}{(\beta-1)(1-\gamma)} < 0 \\ \frac{m}{m+n} &= \frac{\beta(1-\gamma)}{(\beta-\gamma)} > 0 & \frac{n}{m+n} &= \frac{(\beta-1)\gamma}{(\beta-\gamma)} < 0 \end{aligned}$$

αντίστοιχα.

Αφαιρώντας τον όρο $\left(\frac{x_{I2}}{x_{A2}(q_2)}\right)^\gamma$ σε δύο εξισώσεις, $\frac{dH}{dq_2} = 0$ στην (A6) και $\frac{dH}{dx_{I2}} = 0$ στην (A8) λαμβάνουμε:

$$\frac{v x_{I2}}{m+n} \left(m - \frac{q_2 C'(q_2)}{I(q_2)} \right) = \frac{1}{m+n} \left[\left(n - m \frac{\varphi \Delta F}{I(q_2)} \right) C'(q_2) - mn \frac{I(q_2) + \varphi \Delta F}{q_2} \right] \quad (A29)$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση (A29) στην (A25) έχουμε:

$$\frac{dq_2}{ds} = \frac{1}{|P|} \frac{(x_{I2})^{\gamma-2\beta-2}}{(x_{A2}(q_2))^\gamma} \frac{\gamma-\beta}{1-\gamma} \frac{I(q_2)}{m+n} \left[\left(n - m \frac{\varphi \Delta F}{I(q_2)} \right) C'(q_2) - mn \frac{I(q_2) + \varphi \Delta F}{q_2} \right] \quad (A30)$$

Υπενθυμίζεται ότι $C'(q_2) \geq m \frac{I(q_2)}{q_2}$ στην εξίσωση (A17) για ασύμμετρη πληροφόρηση. Επειδή $m+n > 0$ και $\left(n - m \frac{\varphi \Delta F}{I(q_2)} \right) \leq 0$ έχουμε

$$\frac{1}{m+n} \left(n - m \frac{\varphi \Delta F}{I(q_2)} \right) C'(q_2) \leq \frac{1}{m+n} \left(n - m \frac{\varphi \Delta F}{I(q_2)} \right) m \frac{I(q_2)}{q_2} \quad (A31)$$

που υπονοεί

$$\frac{1}{m+n} \left[\left(n - m \frac{\varphi \Delta F}{I(q_2)} \right) C'(q_2) - mn \frac{I(q_2) + \varphi \Delta F}{q_2} \right] \leq -m \frac{\varphi \Delta F}{q_2} \leq 0 \quad (A32)$$

Αντικαθιστώντας την ανίσωση (A32) στην εξίσωση (A30), λαμβάνουμε $\frac{dq_2}{ds} \geq 0$ επειδή $|P| \geq 0$ και $\frac{\gamma-\beta}{1-\gamma} < 0$, γεγονός που ολοκληρώνει την απόδειξη.

Τέλος, μελετάμε την ακραία περίπτωση υπό πλήρη συμμετρία πληροφόρησης (δηλαδή $\Delta F = 0$). Αντικαθιστώντας $\Delta F = 0$ και $C'(q_2) = m \frac{I(q_2)}{q_2}$ στην εξίσωση (A30), λαμβάνουμε $\frac{dq_2}{ds} = 0$. Επομένως επιβεβαιώνουμε ότι αντικαθιστώντας $\Delta F = 0$, η λύση της συμμετρικής πληροφόρησης q_2^* πρέπει να ικανοποιεί την σχέση

$$C'(q_2^*) - m \frac{I(q_2^*)}{q_2^*} = 0$$

Παράρτημα Β

B1. Απόδειξη πρότασης 4

Η Lagrangian μπορεί να διαμορφωθεί ως εξής:

$$\max_{k, x_A, \lambda_1, \lambda_2} L = vqX(t) + ((s+k)I(q) - vx_A - g(k)) \left(\frac{X(t)}{x_A}\right)^Y + \lambda_1 k + \lambda_2(1-s-k) \quad (\text{B1})$$

όπου $\lambda_1 \geq 0$ και $\lambda_2 \geq 0$ συμβολίζουν τους συντελεστές των ορίων. Αρχικά, παραγωγίζοντας το L ως προς x_A , έχουμε $x_A(q, k)$ στην εξίσωση (3.α.3.2.4).

Στη συνέχεια οι συνθήκες Karush – Kuhn – Tucker (KKT) δίνονται από τη σχέση:

$$\frac{\partial L}{\partial k} = (I(q) - g'(k)) \left(\frac{X(t)}{x_A}\right)^Y + \lambda_1 - \lambda_2 = 0 \quad (\text{B2})$$

και

$$k \geq 0, \quad \lambda_1 \geq 0, \quad \lambda_1 k = 0, \quad k \leq 1-s, \quad \lambda_2 \geq 0, \quad \lambda_2(1-s-k) = 0 \quad (\text{B3})$$

Η λύση του $k(q)$ εξαρτάται από το αν $\lambda_1 \geq 0$ και $\lambda_2 \geq 0$ είναι αυστηρά θετικά. Αρχικά υποθέτουμε $\lambda_1 > 0$ και $\lambda_2 > 0$. Τότε έχουμε $k = 0$ και $k = 1-s$, πράγμα αδύνατο. Επομένως θα πρέπει τουλάχιστον ένα εκ των $\lambda_1 \geq 0$ και $\lambda_2 \geq 0$ να είναι μηδενικό. Υποθέτουμε $\lambda_1 = 0$ και $\lambda_2 = 0$. Τότε έχουμε $k \in (0, 1-s)$ και $I(q) - g'(k) = 0$, το οποίο μας δίνει $g'(0) < I(q) < g'(1-s)$ επειδή $g''(k) > 0$. Επομένως λαμβάνουμε $k(q) = g'^{-1}(I(q))$. Ακολούθως υποθέτουμε $\lambda_1 = 0$ και $\lambda_2 > 0$. Σε αυτή την περίπτωση έχουμε $k(q) = 1-s$. Τέλος, υποθέτουμε $\lambda_1 > 0$ και $\lambda_2 = 0$. Τότε $k(q) = 0$.

B2. Απόδειξη της πρότασης 5

Παραγωγίζοντας το $J(x_I, q)$ ως προς το q , λαμβάνουμε:

$$\frac{\partial J}{\partial q} = \frac{\partial V}{\partial q} + \frac{\partial J}{\partial x_A} \left(\frac{\partial x_A}{\partial q} + \frac{\partial x_A}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial q} \right) + \frac{\partial V}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial q} \quad (\text{B4})$$

$$= \frac{\partial V}{\partial q} \quad (\text{B5})$$

$$= x_I^{-\beta} \left\{ vx_I + \left(\frac{x_I}{x_A}\right)^Y \left((s+k)I'(q) - vx_A \right) - I'(q) \right\} \quad (\text{B6})$$

Όπου $k = k(q)$ και $x_A = x_A(q, k(q))$

Παραγωγίζοντας το $J(x_I, q)$ ως προς x_I , έχουμε

$$\frac{\partial J}{\partial x_I} = x_I^{-\beta} \left\{ \frac{-\beta}{x_I} \{V(x_I, q) - I(q)\} + vq + \left(\frac{x_I}{x_A}\right)^Y \frac{Y}{x_I} \left((s+k)I(q) - g(k) - vx_A \right) \right\} \quad (\text{B7})$$

Η λύση (x_I^*, q^*) λαμβάνεται για τρεις περιπτώσεις: $I(q^*) \leq g'(0)$, $I(q^*) \in (g'(0), g'(1-s))$ και $I(q^*) \geq g'(1-s)$.

Για $I(q^*) \leq g'(0)$, έχουμε $k^* = 0$ και $x_{A0}^* = x_A(q_0^*, 0) = \gamma s I(q_0^*) / ((\gamma - 1)vq_0^*)$.
Επομένως, οι $\frac{\partial J}{\partial q} = 0$ στην (B6) και $\frac{\partial J}{\partial x_I} = 0$ στην (B7) γίνονται:

$$vx_{I0}^* + \left(\frac{x_{I0}^*}{x_{A0}^*}\right)^\gamma (sI'(q_0^*) - vx_{A0}^*) - I'(q_0^*) = 0 \quad (\text{B8})$$

$$(1 - \beta)vq_0^*x_{I0}^* + (\gamma - \beta)\left(\frac{x_{I0}^*}{x_{A0}^*}\right)^\gamma (sI(q_0^*) - vx_{A0}^*) + \beta I(q_0^*) = 0 \quad (\text{B9})$$

αντίστοιχα. Διαγράφοντας το x_I στις δύο εξισώσεις (B8) και (B9) έχουμε:

$$\left(\frac{\beta}{\beta-1}I(q_0^*) - q_0^*I'(q_0^*)\right)\left(1 - s\left(\frac{x_{I0}^*}{x_{A0}^*}\right)^\gamma\right) = 0 \quad (\text{B10})$$

Επειδή $s \in [0,1]$ και $\left(\frac{x_{I0}^*}{x_{A0}^*}\right)^\gamma < 1$, συμπεραίνουμε πως ο πρώτος όρος της (B10) είναι μηδενικός, πράγμα που υπονοεί πως το q_0^* είναι μοναδική λύση της εξίσωσης (3.α.3.2.8). Η τιμή x_{I0}^* βρίσκεται στη συνέχεια από τη λύση της εξίσωσης (3.α.3.2.9).

Για $I(q^*) \in (g'(0), g'(1-s))$ έχουμε $k^* > 0$. Αναδιατάσσοντας τις (B6) και (B7) λαμβάνουμε τις (3.α.3.2.10) και (3.α.3.2.11) όπου τα x_I^* και q^* βρίσκονται από την λύση του συστήματος εξισώσεων (3.α.3.2.10) και (3.α.3.2.11). Σε αυτήν την περίπτωση λαμβάνουμε $k^* = g'^{-1}I(q^*) > 0$ και $x_A^* = x_A(q^*, k(q^*)) > 0$.

Για $I(q^*) \geq g'(0)$, έχουμε $k^* = 1 - s$. Παρόμοια με την προηγούμενη περίπτωση τα x_I^* και q^* βρίσκονται από την λύση του συστήματος εξισώσεων (3.α.3.2.12) και (3.α.3.2.13).

B3. Απόδειξη της πρότασης 6

Δίνεται η απόδειξη του $q^* \geq q_0^*$. Αντικαθιστώντας την (3.α.3.2.10) στην (3.α.3.2.11) έχουμε:

$$\left(1 - (s + k^*)\left(\frac{x_I^*}{x_A^*}\right)^\gamma\right)\left((\beta - 1)q^*I'(q^*) - \beta I(q^*)\right) = \beta\left(\frac{x_I^*}{x_A^*}\right)^\gamma g(k^*) \quad (\text{B11})$$

όπου $k^* = g'^{-1}I(q^*) \in (0, 1 - s)$. Επειδή $1 \geq (s + k^*)\left(\frac{x_I^*}{x_A^*}\right)^\gamma$ και $\beta\left(\frac{x_I^*}{x_A^*}\right)^\gamma g(k^*) \geq 0$, έχουμε

$$\frac{q^*I'(q^*)}{I(q^*)} \geq \frac{\beta}{\beta-1} \quad (\text{B12})$$

Επομένως, επειδή $\frac{q^*I'(q^*)}{I(q^*)} \geq 0$, έχουμε $q^* \geq q_0^*$.

Παρόμοια, αντικαθιστώντας την (3.α.3.2.12) στην (3.α.3.2.13) δίνει:

$$\left(1 - \left(\frac{x_I^*}{x_A^*}\right)^\gamma\right)\left((\beta - 1)q^*I'(q^*) - \beta I(q^*)\right) = \beta\left(\frac{x_I^*}{x_A^*}\right)^\gamma g(1 - s) \quad (\text{B13})$$

Επειδή $1 > \left(\frac{x_I^*}{x_A^*}\right)^\gamma$ και $\beta\left(\frac{x_I^*}{x_A^*}\right)^\gamma g(1 - s) \geq 0$, έχουμε

$$\frac{q^* I'(q^*)}{I(q^*)} \geq \frac{\beta}{\beta-1} \quad (\text{B14})$$

Επομένως, αφού $\frac{q^* I'(q^*)}{I(q^*)} \geq 0$ έχουμε $q^* \geq q_0^*$ και σε αυτήν την περίπτωση.

B4. Συνθήκες εύρεσης ολικού μεγίστου

Παραθέτουμε τις συνθήκες εύρεσης μεγίστου για το πρόβλημα:

Οι συνθήκες είναι:

Οι συνθήκες είναι $H_{qq} \leq 0$ και $|H| \geq 0$ (A10) όπου ο εσσιανός πίνακας P είναι:

$$H = \begin{pmatrix} H_{qq} & H_{qx_I} \\ H_{x_I q} & H_{x_I x_I} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 J}{\partial q^2} & \frac{\partial^2 J}{\partial q \partial x_I} \\ \frac{\partial^2 J}{\partial x_I \partial q} & \frac{\partial^2 J}{\partial x_I^2} \end{pmatrix} \quad (\text{B15})$$

Ισχύει $\frac{\partial^2 J}{\partial x_I \partial q} = \frac{\partial^2 J}{\partial q \partial x_I}$ άρα $H_{qx_I} = H_{x_I q}$. Τα H_{qq} , H_{qx_I} και $H_{x_I x_I}$ δίνονται από τις:

$$H_{qq} = x_I^{-\beta} \left\{ \left(\frac{x_I}{x_A} \right)^\gamma \left\{ \left(\frac{-\gamma}{x_A} \left((s+k)I' - vx_A \right) - v \right) - \left(\frac{\partial x_A}{\partial q} + \frac{\partial x_A}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial q} \right) + (s+k)I'' + k'I' \right\} - I'' \right\} \quad (\text{B16})$$

$$H_{qx_I} = x_I^{-\beta} \left\{ v + \left(\frac{x_I}{x_A} \right)^\gamma \frac{\gamma}{x_I} \left((s+k)I' - vx_A \right) \right\} \quad (\text{B17})$$

$$H_{x_I x_I} = x_I^{-\beta} \left\{ \frac{vq}{x_I} (1-\beta) + \left(\frac{x_I}{x_A} \right)^\gamma \frac{1}{x_I^2} \frac{\gamma(\gamma-\beta)}{1-\gamma} \left((s+k)I - g \right) \right\} \quad (\text{B18})$$

Στο αριθμητικό παράδειγμα που χρησιμοποιήθηκε οι παράμετροι έχουν επιλεγεί έτσι ώστε να ικανοποιούνται οι παραπάνω συνθήκες.