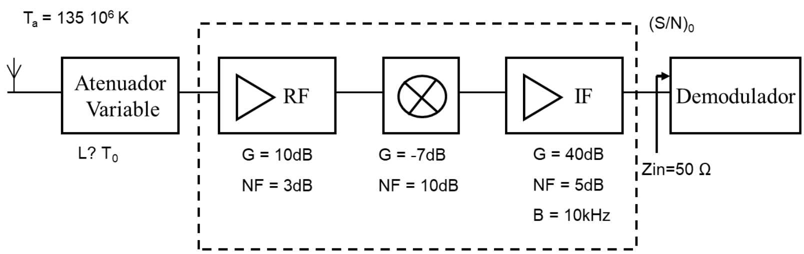
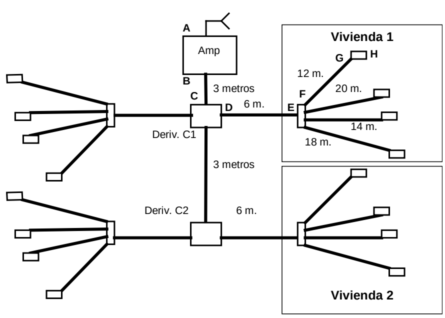
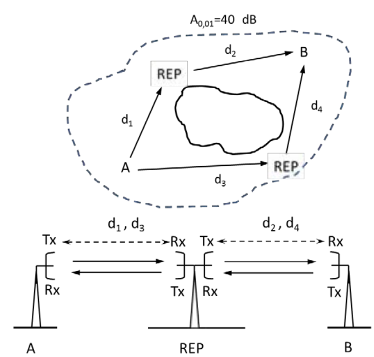
Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Telecomunicación

PROBLEMAS RESUELTOS DE SISTEMAS DE TELECOMUNICACIONES (Volumen III)







AUTORES
José María Molina García-Pardo
Juan Pascual García

Universidad Politécnica de Cartagena
crai UPCT ediciones

Problemas resueltos de Sistemas de Telecomunicación (Vol. III)

José María Molina García-Pardo
Juan Pascual García

Profesores del Departamento de Tecnologías de la Información y las Comunicaciones (TIC)
Universidad Politécnica de Cartagena

PRIMERA EDICIÓN, 2020

UPCT
ediciones

CRAI Biblioteca
Plaza del Hospital, 1
30202 Cartagena
968325908
ediciones@upct.es

Todos los nombres propios de programas, sistemas operativos y equipos hardware que se referencian en este libro son marcas registradas de sus respectivas compañías u organizaciones.

Limitación de responsabilidades:
La información contenida en este libro ha sido exhaustivamente revisada. Sin embargo, ni la editorial ni los autores garantizan la exactitud o corrección de la información publicada. Por lo tanto, no serán responsables de cualquier error, omisión o daño ocasionados por el uso de esta información.

Primera edición, 2020

ISBN: 978-84-17853-14-3

Índice

Prólogo 4

Niveles 6

Tráfico 12

Medios de transmisión en línea 18

Ruido 34

Problemas Generales Niveles, Tráfico,
Medios de Transmisión y Ruido............59

Comunicaciones móviles.................. 99

Radioenlaces 135

Anexo A: Tablas de Erlang-B........... 160

Anexo B: Tablas de Erlang-C........... 164

Prólogo

Los problemas que se presentan en este libro están relacionados con los sistemas y servicios de telecomunicación que se estudian en las Escuelas de Ingeniería de Telecomunicación. Todos los problemas se explican detalladamente, utilizando las fórmulas y figuras necesarias para ayudar a la compresión de cada uno de ellos.

Esta colección de problemas se ha estructurado en las siguientes partes: Niveles, Tráfico, Ruido, Medios de transmisión en línea, Comunicaciones móviles y Radioenlaces. En las dos primeras partes del libro se tratan materias básicas en el estudio de cualquier sistema de telecomunicaciones. Así, en la primera parte se hallan los problemas relacionados con la utilización de unidades y magnitudes en escala logarítmica. El manejo de estas unidades y magnitudes es fundamental para el diseño y comprensión de cualquier sistema de telecomunicaciones. En la segunda parte del libro se presentan los problemas relacionados con el estudio del tráfico de telecomunicaciones. Este estudio nos permitirá dimensionar de forma adecuada los servicios que se proporcionan en los sistemas de telecomunicación. Así, se aprende a calcular el número de canales necesario para satisfacer una cierta demanda de tráfico con una calidad predeterminada. Las dos siguientes partes del libro se refieren a aspectos más concretos de los sistemas de telecomunicaciones: en la tercera parte se hallan los problemas relacionados con el estudio y análisis del ruido en sistemas de telecomunicaciones y en la cuarta parte se encuentran problemas donde se calculan los parámetros primarios de un cable. Dichos parámetros son la resistencia, inductancia o capacitancia por unidad de longitud de un cable a partir de su geometría y de las características de los materiales que se han empleado en su fabricación (permitividad, conductividad, etc.), y se relacionan con los parámetros secundarios (impedancia característica, atenuación,) que son los que se suelen utilizar a la hora de planificar, por ejemplo, la instalación de un sistema de televisión por cable. En la quinta parte se encuentran los problemas cuya temática es general y no se ha podido asignar en los capítulos anteriores de forma única. En la sexta y séptima partes del libro se estudian dos sistemas reales de telecomunicaciones. La sexta parte se centra en la planificación de sistemas de comunicaciones móviles, y se revisan, por tanto, conceptos como el de la cobertura radioeléctrica y la planificación celular. En la séptima parte, se presentan problemas relacionados con las radiocomunicaciones punto a punto. Estos enlaces permiten en la actualidad la transmisión de gran volumen de datos entre dos puntos vía radio.

Los autores desean mostrar su agradecimiento a todos los alumnos que han contribuido a la mejora del presente volumen.

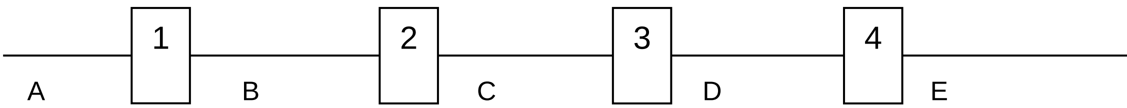
Los autores

Cartagena, septiembre, 2020

Niveles

1

Rellene la tabla con los valores que faltan:



	A	B	C	D	E
L(dBm)	5		-5		3
L(dBV)		3.75		-2	
$Z_0(\Omega)$	50		50		30

	1	2	3	4
G(dB)	10			-5

◇ ◇ ◇ ◇ ◇ ◇

Con las ganancias podemos completar la fila de las potencias en dBm. Así por ejemplo la potencia en B serán los 5 dBm más los 10 dB. Y la potencia en D serán los 3 dBm, menos los -5dB.

	A	B	C	D	E
L(dBm)	5	15	-5	8	3
L(dBV)		3.75		-2	
$Z_0(\Omega)$	50		50		30

Ahora ya tenemos en cada punto los niveles de potencia, y en algunos casos el voltaje, y en otros la impedancia. En todos los casos, teniendo dos valores podemos obtener el que nos falta sabiendo que p=v^2/R. Las relaciones serían las siguientes:

$$LdBm = 10\log_{10}\left(P(W)\right) + 30 \rightarrow P(W) = 10^{(LdBm-30)/10}$$

$$LdBV = 20\log_{10}\left(V(V)\right) \rightarrow V(V) = 10^{(LdBV)/20}$$

$$\frac{V(V)^2}{Z_0(\Omega)} = P(W)$$

Las potencias en cada punto serían

$PA = 5dBm \rightarrow$ pa=0.0032 W

$PB = 15dBm \rightarrow$ pb=0.0316 W

$PC = -5dBm \rightarrow$ pc=0.0003162 W

$PD = 8dBm \rightarrow$ pd=0.0063 W

$PE = 3dBm \rightarrow$ pd=0.002 W

Haciendo lo mismo con los valores de tensión, y con la relación entre voltaje, potencia e impedancia relleno la tabla

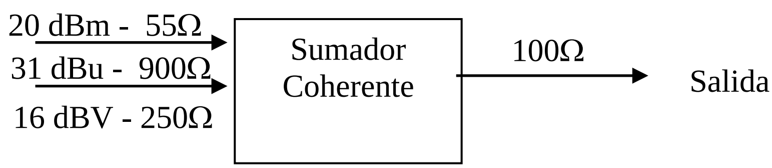
	A	B	C	D	E
L(dBm)	5	15	-5	8	3
L(dBV)	-8	3.75	-18	-2	-12
Z_0(Ω)	50	75	50	100	30

Y finalmente las ganancias que faltan

	1	2	3	4
G(dB)	10	-20	13	-5

2

Calcular la potencia y la tensión a la salida suponiendo que el dispositivo suma coherentemente (tensiones) cada una de las entradas. Exprese el resultado en unidades logarítmicas (dBm, dBu y dBV).



A partir de las unidades, pasamos todas ellas a voltios y a vatios utilizando la impedancia.

20 dBm = 0.1W = 2.3452 V (55 Ω)

31 dBu = 27.4837V = 0.8393 W (900 Ω)

16 dBV = 6.3096 V = 0.1592 W (250 Ω)

Como la suma es coherente, sumamos todas las tensiones, y ahora lo expresamos en las unidades requeridas.

V_T =2.3452+27.4837+6.3096 = 36.1385 = 13.0599W (100Ω)

$$10\log_{10}\left(13.0599\ W\right)+30dB=41.1594\ dBm$$

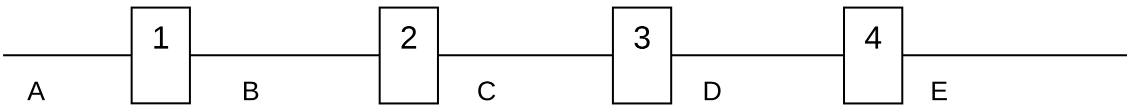
$$20\log_{10}\left(36.1385\ V\right)=31.1594\ dBV$$

$$20\log_{10}\left(\frac{36.1385\ V}{0.775V}\right)=33.3734\ dBu$$

En el caso de una suma no coherente, sumaríamos todas las potencias.

3

Rellene la tabla con los valores que faltan:



	A	B	C	D	E
L(dBm)			-7		0
L(dBV)		-10.07		-8.55	
$Z_0(\Omega)$	40	50	60		80

	1	2	3	4
G(dB)	3			3

◊ ◊ ◊ ◊ ◊ ◊

Este ejercicio lo resolveremos de derecha a izquierda

En cada punto tenemos potencia, tensión e impedancia. En todos los casos, teniendo dos valores podemos obtener el que nos falta sabiendo que p=v^2/R. Las relaciones serían las siguientes:

$$LdBm = 10\log_{10}\left(P(W)\right) + 30 \rightarrow P(W) = 10^{(LdBm-30)/10}$$

$$LdBV = 20\log_{10}\left(V(V)\right) \rightarrow V(V) = 10^{(LdBV)/20}$$

$$\frac{V(V)^2}{Z_0(\Omega)} = P(W)$$

En el punto E tenemos la potencia y la impedancia.0dBm corresponde a 1mW, y la impedancia son 80Ω, entonces podemos calcular la tensión como

$$LdBV(E) = 20\log10(V(E)) = 20\log10(0.2828V) = -10.9697dBV$$

Sabiendo que la 4 tiene una ganancia de 3dB, el nivel de potencia en D es de -3 dBm

Entonces la impedancia en D se calculará como

$$Z_0(D) = \frac{V(D)^2}{P(D)} = \frac{(0.3737V)^2}{0.0005W} = 70\Omega$$

La ganancia de 3 será 4dB, ya que la potencia en D es de -3dBm

Ahora analizamos el punto C, que tenemos que calcular el voltaje

$$LdBV(C) = 20\log10(V(C)) = 20\log10(0.1094V) = -19.2185dBV$$

En B conocemos el voltaje y la impedancia, así que el nivel en dBm será:

$$LdBm(B) = 10\log10(P(B)) = 10\log10\left(\frac{(0.3159V)^2}{50}\right) = 3dBm$$

Como en nivel pasa de B a C de 3dBm a -7 dBm tenemos -10dB de ganancia en 2.

Finalmente en nivel en A es de 0dBm ya que la ganancia de 1 es de 3dB, y calculamos el nivel en tensión

$$LdBV(A) = 20\log10(V(A)) = 20\log10(0.2V) = -13.97dBV$$

	A	**B**	**C**	**D**	**E**
L(dBm)	0	3	-7	-3	0
L(dBV)	-13.97	-10.07	-19.21	-8.55	-10.96
$Z_0(\Omega)$	40	50	60	279.27	80

	1	2	3	4
G(dB)	3	-10	4	3

Tráfico

1

Un conjunto de líneas telefónicas ha cursado 3258 llamadas durante la hora cargada. El volumen de tráfico total cursado por dicho grupo ha sido de 3 días ininterrumpidos. Calcule:

a) Duración media de las llamadas (expresada en minutos).

b) Intensidad de tráfico cursado.

c) ¿Cuántos enlaces debe tener el grupo para que en cada enlace el tráfico cursado sea no inferior a 0.95 E.

d) ¿Cuántos enlaces debe tener el grupo para que la probabilidad de bloqueo sea inferior al 2.5%?

e) Compare la situaciones c) y d)

◇ ◇ ◇ ◇ ◇ ◇

a) Sabemos que 3258 llamadas han tenido ocupado durante tres días completos. Entonces la duración media de esas llamadas será expresando los dos días en minutos:

$$\frac{1}{\mu} = \frac{3 \cdot 60 \cdot 24}{3258} = 1.3260 \text{ min}$$

b) La intensidad de tráfico cursado será el tiempo de ocupación en tres días completos:

$$\text{Intensidad} = 3 \cdot 24 = 72 \ \textit{Erlangs}$$

c) El número de enlaces, que deben soportar 72 Erlangs sabiendo que cada uno no debe superar los 0.95E será de:

$$C \le \frac{72}{0.95} = 75.7895$$

Lo que quiere decir 75, ya que buscamos el menor entero.

d) Buscamos en las Tablas de Erlang-B, para un tráfico de 72 Erlangs, y una probabilidad del 2.5% y obtenemos 83 canales.

e) En d) tenemos mejor servicio. Tenemos 83 canales que soportarán los 72 E con una probabilidad ligeramente inferior al 2.5%.

En el caso de c), tenemos 75 canales y para soportar un tráfico de 72 Erlangs. Que según vemos tendremos una probabilidad de bloque entre el 5% y el 7.5%.

2

Dos operadores quieren cubrir mediante un servicio inalámbrico una ciudad de 96 km^2. El operador A decide diseñar celdas de 2 km^2, mientras que el operador B mediante celdas de 3 km^2. Suponiendo que en la ciudad viven 200.000 habitantes, ¿Cuántos canales necesitan cada uno de los operadores en cada celda si cada uno quiere tener una tasa de penetración de 5%?
Se asume un sistema con pérdidas, con una probabilidad de bloqueo del 3%, y que cada usuario realiza 3 llamadas en una hora de duración 2 minutos. Asuma que no existe solape entre celdas.

◇ ◇ ◇ ◇ ◇ ◇

Como hay 200.000 habitantes, y la tasa de penetración es del 5%, quiere decir que cada operador debería dar servicio a 10.000 habitantes.
El operador A necesita 48 celdas, mientras que el operador B necesita 32 celdas.
Eso quiere decir que el operador A dará servicio a 209 usuarios por celda (redondeamos al alza), mientras que el operador B dará servicio a 313 habitantes.
El tráfico por usuario será

$$T_u = \frac{3 \cdot 2}{60} = 0.1E$$

Con lo cual el tráfico que tiene que soportar cada celda del operador A es de 20.9E, mientras que para el operador B 31.3E
Si nos vamos a la table de Erlang B, con un 3%, El operador A necesitará 28 canales, mientras que el operador B 39 canales.

3

Un sistema de comunicaciones de 16 canales opera bajo un sistema de espera con una probabilidad de que una llamada esté siendo servida de 99%.

a.- Si se produce una avería en dos de los 16 canales, ¿Cuál es la nueva probabilidad de que una llamada esté siendo servida?

b.-¿Qué porcentaje de llamadas retardadas esperan más de una vez y media la duración media de una llamada H? Suponga el caso inicial de los 16 canales.

c.- Si H = 45 seg, ¿Cuál es el tiempo medio de espera para las llamadas que esperan y para cualquier llamada? Suponga el caso inicial.

◇ ◇ ◇ ◇ ◇ ◇

a.-En un sistema con espera, si observamos las tablas de Erlang C tenemos que con 16 canales y con una probabilidad de espera del 1% el tráfico ofrecido sería de:

$$\left.\begin{array}{c}16 \text{ canales} \\ 1\%\end{array}\right\} \rightarrow 8.0928E$$

Si ahora se estropean dos canales, nos quedan 14, así que fijando esta vez el tráfico anterior la probabilidad de bloqueo sería:

$$\left.\begin{array}{c}14 \text{ canales} \\ 8.0928E\end{array}\right\} \rightarrow 5\% > P_C > 3\%$$

b.-La distribución de llamadas sigue una exponencial negativa. Su integral entre una vez y media la duración media (H) e infinito nos dará lo que nos están pidiendo.

$$\mathrm{P}(w > 1.5H) = \exp\left(-\left(16 - 8.0928\right)1.5H \;/\; H\right) = 0.00070619\%$$

c.-Sustituyendo en la expresión de tiempo medio de espera obtenemos el tiempo medio de espera para las llamadas que esperan

$$\overline{W} = \frac{H}{N-A} = 5.691sg$$

Y como no todas las llamadas esperan, sino aquellas que han sido encoladas, si multiplicamos por la probabilidad de que una llamada entre en cola, obtendremos lo que nos pide el enunciado.

$$\overline{W} = C\left(N, A\right)\frac{H}{N-A} = 0.0569sg$$

Medios de Transmisión por Línea

1

Se va a realizar una instalación usando un rollo de cables de pares, donde aparecen las siguientes características

- Diámetro de los conductores 1.7mm.
- Conductividad del aluminio 3.78 · 10^6 Ω^{-1}/ m.
- Permitividad relativa del dieléctrico 2.8

La aplicación en cuestión trabajará a 100 MHz. Se quiere saber cuál es la impedancia del cable, y la atenuación expresada en dB/km

Posteriorente, se sabe que los valores obtenidos son a una temperatura de referencia de 17ºC. Suponiendo que la resistencia varía con la temperatura de la siguiente forma, y que el valor obtenido es a 17º, y que la constante k para 100 MHz es de 0.03 K^{-1}, ¿Cuáles son los nuevos valores de impedancia característica y atenuación a 80º?

Notas:

- La distancia entre cada cable del par: 3.5mm.
- Tener en cuenta el efecto proximidad
- G despreciable

◇ ◇ ◇ ◇ ◇ ◇

a) Lo primero de todo, tenemos que calcular la resistencia por unidad de longitud. Partimos de la resistencia en continua:

$$R(0) = 2\cdot\frac{1}{\sigma\cdot S} = 2\cdot\frac{1}{3,78\cdot10^6\cdot\pi\cdot\left(\frac{1,7\cdot10^{-3}}{2}\right)^2} = 0,2331\left(\Omega / m\right)$$

Ahora calculamos el valor de u:

$$u = \sqrt{2}\,\frac{\left(d/2\right)}{\delta} = \sqrt{2}\,\frac{\left(d/2\right)}{\frac{1}{\sqrt{\sigma\pi f\mu}}} = 46.43$$

Lo que implica que podemos calcular el valor de R(100MHz) como

$$R(f) = R(0)\frac{1}{4}\left[1+\sqrt[6]{3^6+8u^6}\right] = 16.66R(0) = 3.8853\left(\Omega/m\right)$$

Ahora calculamos el efecto proximidad

$$R_{total}\left(f\right) = \underbrace{R_1\left(f\right)}_{\text{Normal Resistence}} \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{d}{D}\right)^2\left(1-\frac{\sqrt{2}}{u}\right)}} = 4.4241\Omega/m$$

Ahora seguimos con los demás parámetros primarios

$$C = \left(F/m\right) = \frac{\pi\varepsilon}{\ln\left(D/(d/2)\right)} = 5.5\cdot10^{-11}F/m$$

$$L = \left(H/m\right) = \frac{\mu}{\pi}\ln\left(D/(d/2)\right) = 5.66\cdot10^{-7}H/m$$

Ahora ya tenemos todos los parámetros primarios. Veamos si estamos en alta o baja frecuencia:

$$\frac{R}{\omega L} = \frac{4.4241}{2\pi100\cdot10^6\cdot5.66\cdot10^{-7}} = 0.0124 < 0.4$$

Así que estamos en alta frecuencia, podemos utilizar las aproximaciones de alta frecuencia:

$$\alpha_{AF}(100MHz) = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}} = 0.0218(Np/m) = 189.26dB/km$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = 101.4489\Omega$$

b) Calculamos el nuevo valor de la resistencia

$$R(T) = R(17^oC)\left(1+0.03\left(80^oC-17^oC\right)\right) = 12,78\left(\Omega/m\right)$$

Volvemos a calcular el criterio de alta frecuencia

$$\frac{R}{\omega L} = \frac{12.72}{2\pi100\cdot10^6\cdot4.9\cdot10^{-7}} = 0.0359 < 0.4$$

Así que seguimos en alta frecuencia

$$\alpha_{AF}(100MHz.80^oC) = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}} = 0.0564(Np/m) = 546.97dB/km$$

La impedancia permanece constante

2

En un cable coaxial se ha medido la impedancia en cortocircuito Z_{cc}=50.2854+j0.1354 ohmios y la impedancia en circuito abierto Z_{ca}=49.7159+j0.1339 ohmios, y su longitud es de 5 km. La frecuencia de trabajo es 50 MHz.

Calcular

a.- La impedancia característica expresado en Ω

b.- Atenuación por unidad de longitud expresada en dB/km

c.- Calcule los parámetros primarios

◇ ◇ ◇ ◇ ◇ ◇

a.- La impedancia característica del cable se puede obtener sencillamente mediante la expresión:

$$Z_0 = \sqrt{Z_{ca} Z_{cc}} = 50\Omega$$

b.- Aplicando la fórmula donde se calcula la atenuación a partir de las impedancias en cortocircuito y circuito abierto

Calculamos primero

$$X = \sqrt{\frac{Z_{cc}}{Z_{ca}}} = 1.0057 - 3.383 \cdot 10^{-7} j \approx 1.0057$$

Trabajamos con parte real así es más cómodo el cálculo, ya que la imaginaria es muchísimo más pequeña

$$\alpha = \frac{1}{2l}\ln\left|\frac{1+X}{1-X}\right| Np/km = 5.0876 dB/km$$

c.- Tenemos Z_0 y α, nos falta β

$$\beta = \frac{1}{2l}\left(\arg\frac{1+X}{1-X}\right) rad/km = 0.3142 rad/km$$

Tenemos entonces

$$Z_0 = 50\Omega$$

$$\gamma = 0.5861 + 0.3142 j$$

Entonces podemos calcular

$$Z = Z_0\gamma = R + j\varpi L \rightarrow \begin{cases} R = 29.3066\Omega/km \\ L = 5\cdot 10^{-8} H/km \end{cases}$$

$$Y = \gamma / Z_0 = G + j\varpi C \rightarrow \begin{cases} G = 0.0117\Omega/km \\ C = 2\cdot 10^{-11} F/km \end{cases}$$

3

Tenemos un cable de pares que en continua tiene los siguientes valores de los parámetros primarios:

$$R = 0,0259\left(\Omega / m\right)$$

$$C = 5.07 \cdot 10^{-11} F / m$$

$$L = 4.9132 \cdot 10^{-7} H / m$$

$$G = 0$$

Sabemos que el cable va a trabajar a 10 MHz

Calcule la impedancia y la atenuación del cable a la frecuencia de trabajo teniendo en cuenta lo efecto pelicular y el efecto proximidad. La permitividad y la distancia entre cables es desconocida.

Constantes:

- Conductividad del cobre 58.15 · 10^{6} Ω^{-1}/ m.
- ε_0 = 8.85 10^{-12} F/m
- μ_0 = 4 π 10^{-7} H/m

◇ ◇ ◇ ◇ ◇ ◇

De los parámetros primarios tenemos

$$R(0) = 2 \cdot \frac{1}{\sigma \cdot \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2} = 0,0259\left(\Omega / m\right)$$

$$C = \left(F / m\right) = \frac{\pi \varepsilon}{\ln\left(D / (d / 2)\right)} = 5.07 \cdot 10^{-11} F / m$$

$$L = \left(H / m\right) = \frac{\mu}{\pi} \ln\left(D / (d / 2)\right) = 4.9132 \cdot 10^{-7} H / m$$

De la primera expresión podemos despejar d, ya que conocemos la conductividad y R(0)

$$d = 1.3mm$$

De la tercera podemos despejar D, que es la distancia entre conductores

$$D = 2.22mm$$

Y de la segunda podemos obtener la permitividad relativa

$\varepsilon_r = 2.24$ (que es la del cobre)

Con esto tenemos ya todos los valores para realizar los cálculos

$$u(\text{cupper}) = 21{,}4 \cdot r_0(mm) \cdot \sqrt{f\,(MHz)} = 43.98$$

Lo que implica que podemos calcular el valor de R(10MHz) como

$$R(f) = R(0)\frac{1}{4}\left[1+\sqrt[6]{3^6+8u^6}\right] = 15.8R(0) = 0.409\left(\Omega/m\right)$$

Ahora calculamos el efecto proximidad

$$R_{total}\left(f\right) = \underbrace{R_1\left(f\right)}_{\text{Normal Resistence}} \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{d}{D}\right)^2\left(1-\frac{\sqrt{2}}{u}\right)}} = 0.500\Omega/m$$

Ahora ya tenemos todos los parámetros primarios. Veamos si estamos en alta o baja frecuencia:

$$\frac{R}{\omega L} = \frac{0.409}{2\pi 10^6 \cdot 4.9 \cdot 10^{-7}} = 0.0162 < 0.4$$

Así que estamos en alta frecuencia, podemos utilizar las aproximaciones de alta frecuencia:

$$\alpha_{AF}(10MHz) = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}} = 0.0025(Np/m) = 22.0859dB/km$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = 98.4375\Omega$$

4

Dada una línea coaxial de 5 kilómetros, se mide la impedancia en cortocircuito y circuito abierto a 10 MHz. Calcule los parámetros primarios

$Z_{cc} = 49.8698 + 0.2544i$

$Z_{ca} = 50.2124 - 0.2789i$

Sabemos que el cable va a trabajar a 10 MHz y mide 5 km.

◇ ◇ ◇ ◇ ◇ ◇

$$Z_0 = \sqrt{Z_{cc} Z_{ca}}$$

$$\alpha = \frac{1}{2l} \ln \left| \frac{1 + \sqrt{\frac{Z_{cc}}{Z_{ca}}}}{1 - \sqrt{\frac{Z_{cc}}{Z_{ca}}}} \right| Np / \text{unidad longitud}$$

$$\beta = \frac{1}{2l} \left(\arg \frac{1 + \sqrt{\frac{Z_{cc}}{Z_{ca}}}}{1 - \sqrt{\frac{Z_{cc}}{Z_{ca}}}} + \underbrace{2\pi n}_{\beta \text{ tiene que ser positiva}} \right) rad / \text{unidad longitud}$$

Llamamos X a

$$\sqrt{\frac{Z_{cc}}{Z_{ca}}} = 0.9966 + 0.0053i$$

Sustituimos en las dos ecuaciones anteriores

$Z_0 = 50.0415 - 0.0113i$

Aunque por simplicidad tomaremos el módulo, ya que la parte imaginaria es mucho más pequeña que la parte real.

$Z_0 = 50.0415\Omega$

$\alpha = 0.5755 Np / km$

$\beta = 0.0999 rad / km$

Construimos la constante de propagación

$\gamma = \alpha + j\beta = 0.5755 + 0.0999i$

Ahora tenemos que pasar de parámetros secundarios a primarios

$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 6.2832e{+}07 rad / sg =$

$$Z_0\gamma = \sqrt{Z/Y}\sqrt{ZY} = Z = R + j\omega L$$

$$R = real\left(Z_0\gamma\right) = 28.8000\Omega/\text{km}$$

$$L = \frac{imag\left(Z_0\gamma\right)}{\omega} = 79.500\text{nH/km}$$

$$\frac{\gamma}{Z_0} = \frac{\sqrt{ZY}}{\sqrt{Z/Y}} = Y = G + j\omega C$$

$$G = real\left(\frac{\gamma}{Z_0}\right) = 0.0115\text{S/km}$$

$$C = \frac{imag\left(\frac{\gamma}{Z_0}\right)}{\omega} = 31.830\text{pF/km}$$

5

Un sistema de comunicaciones trabaja en la banda de 12,5 GHz y 18 GHz. Se trata de un sistema que transmite una potencia de salida en múltiples portadoras entre esas bandas, con una potencia de 13 dBm, y la potencia de entrada debe estar en el rango de 4-10 dBm.
La aplicación requiere una separación de 8 metros entre equipos, y para ello contactamos con un fabricante que nos facilita la siguiente información:

Cable Attribute	TRU-060	TRU-120	TRU-150	TRU-160	TRU-200	TRU-210	TRU-Test	TRU-270	TRU-300	TRU-350	TRU-450	TRU-500	TRU-560	TRU RG-214	TRU RG-217	TRU RG-393
Cable Outer Diameter (inches-nominal)	0.069	0.122	0.151	0.160	0.185	0.208	0.195	0.275	0.300	0.335	0.450	0.490	0.565	0.425	0.545	0.390
Cable Dielectric Material	S-E/PTFE	S-E/PTFE	T-E/PTFE	S-E/PTFE	T-E/PTFE	S-E/PTFE	T-E/PTFE	T-E/PTFE	S-E/PTFE	T-E/PTFE	T-E/PTFE	T-E/PTFE	T-E/PTFE	PE	PE	PTFE
Cable Jacket Material	FEP	FEP	FEP	FEP	FEP	FEP	FEP	FEP	FEP	FEP	FEP	FEP	PVC	PVC	PVC	FEP
Cable Operating Temperature (°C)	-65 to 200	-65 to 200	-55 to 200	-55 to 200	-55 to 200	-55 to 200	-55 to 200	-55 to 200	-55 to 200	-55 to 200	-55 to 200	-55 to 200	-55 to 105	-40 to 85	-40 to 86	-55 to 200
Cable Min Bend Radius: Static (inches)	0.18	0.38	0.45	0.48	0.57	0.60	0.60	0.84	0.90	1.00	1.50	1.50	1.70	2.25	2.75	1.50
Cable Min Bend Radius: Dynamic (inches)	0.30	0.60	0.75	0.80	0.95	1.00	1.00	1.40	1.50	1.70	2.50	2.45	2.80	Not recommended for dynamic bends		
Center Conductor (stranded or solid)	solid	solid	solid	solid	7 strand	solid	solid	7 strand	solid	solid	7 strand	7 strand	7 strand	7 strand	solid	7 strand
Impedance (ohms-nominal)	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50
Capacitance (pf/ft)	27.0	26.0	24.8	26.0	24.8	26.0	25.5	25.0	26.0	25.7	25.0	26.8	26.0	32.2	32.2	32.0
Shielding Effectiveness (dB min)	-85	-90	-90	-90	-90	-90	-90	-90	-90	-90	-90	-75	-75	-60	-60	-60
Shields	2	3	2	3	2	3	3	3	3	3	3	2	2	2	2	2
Max Operating Frequency (GHz)	40.0	50.0	18.0	40.0	18.0	26.5	18.0	18.0	18.0	18.0	10.0	6.0	6.0	3.0	3.0	6.0
Velocity of Propagation (% nominal)	76	78	82	78	82	78	80	83	78	80	83	77	77	66	66	70
Breakdown Voltage (KV RMS)	2.0	5.0	2.5	7.0	3.8	10.0	3.5	4.0	15.0	6.0	8.0	12.0	12.0	10.0	12.0	10.0
Weight (lbs/ft)	0.060	0.018	0.020	0.031	0.032	0.050	0.044	0.070	0.096	0.124	0.180	0.230	0.240	0.130	0.225	0.175

S-E/PTFE = solid-expanded/polytetrafluoroethylene
T-E/PTFE = tape wrap-expanded/polytetrafluoroethylene
PE = polyethylene

Frequency (GHz)	Cable Attenuation (dB/100 ft max.)			
	TRUcore™ 300	TRUcore™ 210	TRUcore™ 160	TRUcore™ 120
0.5	3.89	5.42	3.60	2.73
1	5.60	7.84	16.60	12.62
3	10.13	14.33	22.52	29.54
6	14.92	21.30	32.76	42.86
12	22.30	32.19	48.16	62.80
18	28.44	41.38	60.70	78.96
26	—	52.31	75.00	97.60
32	—	—	85.09	110.24
40	—	—	97.33	125.87
50	—	—	—	144.00

1 pie = 0.303 m, 1 pulgada = 2.54 cm, ε_0 = 8.85 10-12 F/m, μ_0 = 4π10-7H/m, σ = 60 106 S/m
Nos centraremos en los 4 cables de la segunda tabla (aunque usaremos la primera para obtener los datos del fabricante).

Cuestión 2) A partir de la hoja de catálogo, indique qué cable puede usarse para nuestra aplicación.

Cuestión 3)
Suponiendo que el cable elegido es el TRU-300.
Calcule la atenuación a las dos frecuencias de trabajo máximas y mínimas, a partir de los datos de la primera tabla. Estos valores son menores que los de la tabla I por efectos de radiación y debido a la aproximación de G = 0.
Nota: La permitividad la puede obtener de la velocidad de propagación. Asuma G = 0. Haga los cálculos usando unidades internacionales.

◇ ◇ ◇ ◇ ◇ ◇

A partir de la hoja de catálogo, indique que cable puede usarse para nuestra aplicación.
Nuestra aplicación necesita una línea con una atenuación máxima de
L = 13dBm-4dBm=9dB
Como tenemos una distancia de 8 metros, la atenuación por metro debería ser
9dB/8m=1.125dB/m
Y como la tabla está en dB cada 100 pies, habrá que multiplicar por los metros que corresponden a 100 pies (100*0.303), es decir que en 100 pies el cable puede tener como mucho una atenuación de
1.125 dB/m x 30.3m/100 pies = 34.08 dB/ 100 pies @ 18 GHz
Es decir que sólo nos vale el TRU 300

Suponiendo que el cable elegido es el TRU-300.
Calcule la atenuación a las dos frecuencias de trabajo máximas y mínimas, a partir de los datos de la primera tabla. Estos valores son menores que los de la tabla I por efectos de radiación y debido a la aproximación de G = 0.
Nota: La permitividad la puede obtener de la velocidad de propagación. Asuma G = 0. Haga los cálculos usando unidades internacionales.

a. Asumiendo que estamos en alta frecuencia (lo comprobaremos luego).

$$\alpha_{AF} = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}$$

La impedancia la obtenemos de la tabla, 50Ω

$$Z_{0,AF} = \sqrt{\frac{L}{C}} = 50\Omega$$

Entonces la atenuación es:

$$\alpha_{AF} = \frac{R}{2}\frac{1}{50}$$

Necesitamos conocer la resistencia por unidad de longitud

$$R = \frac{R_s}{\pi}\left(\frac{1}{D_e} + \frac{1}{d_i}\right)$$

Siendo la resistividad

$$R_s = \sqrt{\frac{\pi \cdot f \cdot \mu}{\sigma}}$$

El diámetro externo (D_e) del cable es 0.3”, que pasado a unidades internacionales, 0.00766m.

A partir de la capacitancia podemos sacar el diámetro interno

$$C = \frac{2\pi \cdot \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0}{\ln\left(\frac{D_e}{d_i}\right)}$$

Sabiendo que

$$c = \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_r}} \rightarrow \varepsilon_r = \frac{1}{0.78^2} = 1.6437$$

$$26 \cdot 10^{-12}\ pF/feet = 85.8 \cdot 10^{-12}\ pF/m = \frac{2\pi \cdot \varepsilon_r \cdot 8.85 \cdot 10^{-12}}{\ln\left(\frac{D_e}{d_i}\right)}$$

$$\frac{D_e}{d_i} = 2.9012 \rightarrow d = 0.0026m$$

También lo podíamos haber calculado con la impedancia:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}\left[\frac{\ln(D/d)}{2\pi}\right]^2} = \frac{60}{\sqrt{\varepsilon_r}}\ln\left(\frac{D}{d}\right)$$

$$\ln\left(\frac{D}{d}\right)=\frac{Z_0\cdot\sqrt{\varepsilon_r}}{60}\rightarrow 2.9045$$

Existe una ligera diferencia en el tercer decimal, que podemos considerar despreciable.

Ahora podemos calcular la resistividad a ambas frecuencias (12,5 GHz y 18 GHz)

$$R_s=\frac{1}{\sigma\cdot\delta}=\frac{\sqrt{\pi\cdot f\cdot\mu\cdot\sigma}}{\sigma}$$ =0.0287 Ω (12.5 GHz) y 0.0344 Ω (18 GHz)ç

$$R=\frac{R_s}{\pi}\left(\frac{1}{D_e}+\frac{1}{d_i}\right)$$ =4.6736 Ω/m (12.5 GHz) y 5.6084 Ω/m (18 GHz)

Y la atenuación

$$\alpha_{AF}=\frac{R}{2}\frac{1}{50}\cdot 8.68$$ =0.4057 dB/m (12.5 GHz) y 0.4868 dB/m (18 GHz)

Comparamos con la atenuación de las tablas

22.30 dB/100feet (12.5 GHz) y 28.44 dB/100feet (18 GHz)

0.7360 dB/m (12.5 GHz) y 0.9386dB/m (18 GHz)

La diferencia se encuentra en que no hemos considerado que a tan alta frecuencia aumentan las pérdidas por radiación, y efecto capacitivo que hacer que la atenuación sea el doble que la estimada mediante teoría de líneas (sin tener en cuenta radiación y G = 0).

6

Tenemos un cable, que, a la frecuencia de 10 MHz, teniendo en cuenta el efecto pelicular, pero **sin tener en cuenta el efecto proximidad** tiene los siguientes parámetros primarios a 10 MHz:

$$R = 0.409\left(\Omega / m\right) \rightarrow u = 49.98$$

$$C = 5.07 \cdot 10^{-11} F / m$$

$$L = 4.9132 \cdot 10^{-7} H / m$$

$$G = 0$$

Sabemos que el cable va a trabajar a 20 MHz. Calcule la impedancia característica (en Ω) y la atenuación del cable (en dB(km)) a la frecuencia de trabajo (20 MHz) teniendo en cuenta el efecto pelicular y el **NO el efecto proximidad.** La permitividad y la distancia entre cables es desconocida.

Constantes:

- Conductividad del cobre $58.15 \cdot 10^{6}\ \Omega^{-1}/\ m$.
- ε_0 = $8.85\ 10^{-12}$ F/m
- μ_0 = $4\ \pi\ 10^{-7}$ H/m

◇ ◇ ◇ ◇ ◇ ◇

Partimos de los parámetros primarios a la frecuencia de 10 MHz

$$R(10MHz) = 0.409\left(\Omega / m\right) = R(0)\frac{1}{4}\left[1 + \sqrt[6]{3^6 + 8u^6}\right] = 17.92 R(0)$$

Entonces, podemos despejar de la primera ecuación R(0)

$$0.409\left(\Omega / m\right) = 17.92 R(0) \rightarrow R(0) = 0.0228\left(\Omega / m\right)$$

Despejamos a partir de la u en el enunciado

$$49.98 = 21,4 \cdot r_0(mm) \cdot \sqrt{10MHz} \rightarrow r = 0.7385mm \rightarrow d = 1.47mm$$

EL valor de u para 20 MHz

$$u(\text{cupper}) = 21,4 \cdot r_0(mm) \cdot \sqrt{f\,(MHz)} = 70.6824$$

Lo que implica que podemos calcular el valor de R(20MHz) como

$$R(f) = R(0)\frac{1}{4}\left[1 + \sqrt[6]{3^6 + 8u^6}\right] = 0.5760\left(\Omega / m\right)$$

Ahora ya tenemos todos los parámetros primarios. Veamos si estamos en alta o baja frecuencia:

$$\frac{R}{\omega L} = \frac{0.5760}{2\pi \cdot 20 \cdot 10^6 \cdot 4.9 \cdot 10^{-7}} = 0.0093 < 0.4$$

Así que estamos en alta frecuencia, podemos utilizar las aproximaciones de alta frecuencia:

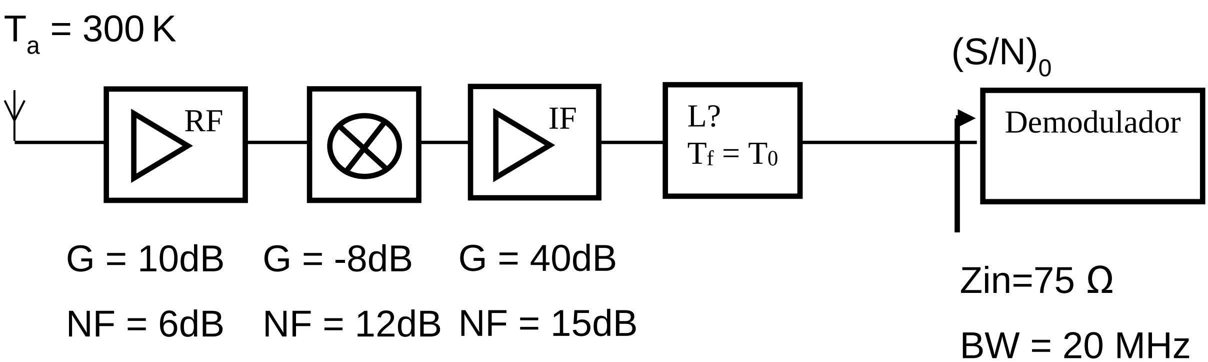
$$\alpha_{AF}(10MHz) = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}} = 2.9258 \cdot 10^{-3}(Np / m) = 25.3964dB / km$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = 98.4375\Omega$$

Ruido

1

Sabiendo que el bloque L es una línea de transmisión con una atenuación de 2dB/m, ¿Qué distancia máxima podremos separar el demodulador? Impedancia 50 Ohm. T_0 = 290 K. k = 1,38 10^{-23} J/K. La señal a la entrada en la antena es de -45dBV. La $(S/N)_O$ para que demodule correctamente es de 15 dB.



◇ ◇ ◇ ◇ ◇ ◇

Lo primero que hacemos es agrupar los tres primeros bloques

$$\begin{cases} g_1 = 10^{10/10} = 10 \\ f_1 = 10^{6/10} = 3.9811 \\ t_{e1} = t_0\left(f_1 - 1\right) = 864.51K \end{cases}$$

$$\begin{cases} g_2 = 10^{-8/10} = 0.1558 \\ f_2 = 10^{12/10} = 15.84 \\ t_{e2} = t_0\left(f_2 - 1\right) = 4306.2K \end{cases}$$

$$\begin{cases} g_3 = 10^{40/10} = 10^4 \\ f_3 = 10^{15/10} = 31.6228 \\ t_{e3} = t_0\left(f_3 - 1\right) = 8880.6K \end{cases}$$

Calculamos la ganancia equivalente y temperatura equivalente del bloque de los tres primeros elementos que llamaremos de notaremos como B.

$$g_B = g_1 g_2 g_3 = 15849$$

$$t_{eB} = t_{e1} + \frac{t_{e2}}{g_1} + \frac{t_{e3}}{g_1 g_2} = 6898.4K$$

Entonces la temperatura equivalente total de los 4 elementos será:

$$t_{eT} = t_{eB} + \frac{t_{eL}}{g_B}$$

Ahora planteamos la señal a ruido a la salida

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0 = \frac{S_{IN} g_T}{k\left(t_s + t_{eT}\right) b g_T} = 10^{15/10} = 31.6228$$

La señal a la entrada es de -45dBV, equivalente a

$$v_{IN} = 10^{\frac{V_{IN}(dBV)}{20}} = 0.0056V_{ef}$$

Entonces la potencia será

$$S_{IN} = \frac{\left(v_{IN}\right)^2}{Z0} = 4.2164 \cdot 10^{-7} W$$

Despejamos t_{eT}

$$t_{eT} = \frac{S_{IN}}{\left(\frac{S}{N}\right)_0 kb} - t_s = 4.8309 \cdot 10^7 K$$

Ahora podemos despejar t_{eL}

$$t_{eL} = g_B \left(t_{eT} - t_{eB}\right) = 7.6553 \cdot 10^{11} K$$

Y ahora la figura de ruido $F = 10 \log_{10}\left(1 + \frac{t_{eL}}{T_0}\right) = 94.2157 dB$

Como $T_f = T_0$

Las pérdidas coinciden con el factor de ruido, entonces la distancia máxima será

$$d_{\max=} \frac{F(dB)}{2dB/m} = 47.1078m$$

2

En una vivienda se quiere instalar un sistema de comunicaciones compuesto por una antena, un cable, un amplificador de RF, un mezclador, y amplificador de frecuencia intermedia y un demodulador.

Sabiendo que el cable tiene una atenuación de 5 dB/m, ¿Qué longitud máxima puede tener el cable?

Datos:

Demodulador: Necesita una señal a ruido mínima de 10dB para funcionar.

Amplificador de frecuencia intermedia: ganancia 40dB, figura de ruido 5dB.

Mezclador: ganancia -7 dB, y figura de ruido 10 dB

Amplificador de RF: Ganancia 10 dB y figura de ruido 3 dB

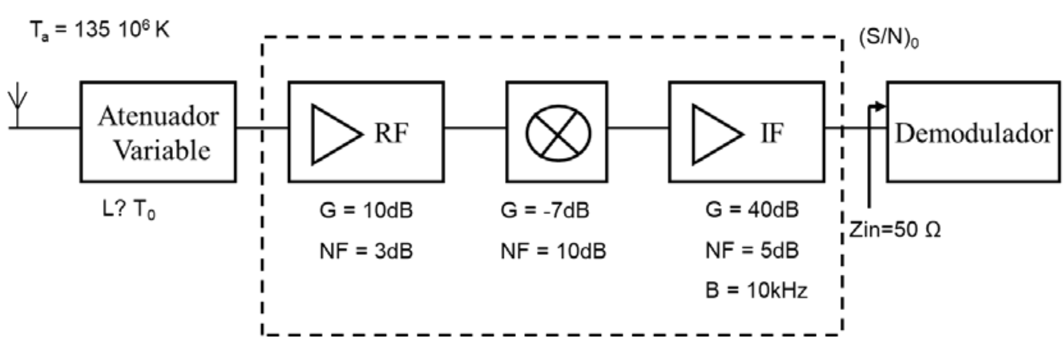
Antena: parabólica con una temperatura efectiva de 135.000.000 K

Ancho de banda del sistema 10 kHz

Impedancia del sistema 50 Ω

Señal a la entrada de la antena parabólica: 100 μV

◊ ◊ ◊ ◊ ◊ ◊



$$\left.\begin{aligned} &f_1 = l \\ &f_2 = 2 \\ &f_3 = 10 \\ &f_4 = 3.16 \\ &g_1 = 1/l \\ &g_2 = 10 \\ &g_3 = 0.2 \\ &g_4 = 10000 \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} &f' = 3.98 = 6dB \\ &f_{total} = l + \frac{f'-1}{1/l} = 3.98l \\ &t_{total} = (3.98l - 1)\cdot T_0 = (3.98l-1)\cdot 293 \end{aligned}$$

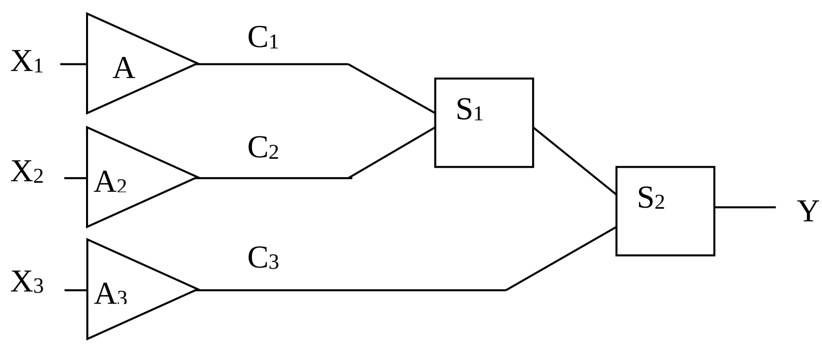
$$\left.\frac{S}{N}\right|_0 = \frac{W_{si} g_{total}}{k(T_a + T_{total})B g_{total}} = \frac{\left(100\cdot 10^{-6}\right)^2 / 50\, g_{total}}{1.38\cdot 10^{-23}(135\cdot 10^6 + T_{total})\cdot 10\cdot 10^3 g_{total}} = 10$$

$$l = 8601.47 = 39.34dB$$

Como el cable tiene 5dB/m, pues la distancia máxima será algo menos de 8 metros, que serían los casi 40 dB del valor máximo de l

3

Dado un sistema de telecomunicaciones con la siguiente estructura, adaptado todo a 50 Ω, calcule la potencia de Y y la SNR en Y (expresados en dBW y dB respectivamente).



X_1: señal de entrada 1, amplitud 10 mV_{pp}.
X_2: señal de entrada 2, potencia -5 dBm.
X_3: señal de entrada 3, amplitud $0.18V_{ef.}$
G_1: Amplificador con ganancia 9 dB, factor de ruido de 5 dB
G_2: Amplificador con ganancia 6 dB, factor de ruido de 6 dB
G_3: Amplificador con ganancia 8 dB, factor de ruido de 8 dB.
C_1: Cable, 1.8 dB/km, longitud 23 km.
C_2: Cable, 1.6 dB/km, longitud 28 km.
C_3: Cable, 0.9 dB/km, longitud 65 km.
S_1 y S_2 Sumadores no coherentemente las dos entradas. Ambos con 6dB de pérdidas.
Ancho de banda de todas las señales 600 MHz.
Temperatura del sistema 17 ºC.
Constante de Bolzman 1.38 10^{-23} J/K.
Cada entrada se considera una fuente de ruido

◇ ◇ ◇ ◇ ◇ ◇

Calculamos las potencias de las tres señales en lineal y en unidades logarítmicas

$$p_{X_1} = \left(\frac{0.010}{2\sqrt{2}}\right)^2 \Big/ 50 = 2.5 \cdot 10^{-7} W$$

$$p_{X_2} = 10^{(-5-30)/10} = 3.1623 \cdot 10^{-4} W$$

$$p_{X_3} = 0.18^2 / 50 = 6.48 \cdot 10^{-4} W$$

$$P_{X_1} = 10 \log_{10}\left(p_{X_1}\right) = -66.0206 dBW$$

$$P_{X_2} = 10 \log_{10}\left(p_{X_2}\right) = -35 dBW$$

$$P_{X_3} = 10 \log_{10}\left(p_{X3}\right) = -31.8842 dBW$$

Calculamos las potencias de las 3 señales antes de los sumadores, que llamaremos P_{XX} seguido del subíndice de cada amplificador del que provienen.

$$P_{XX_1} = P_{X_1} + G_1 - L_{C1} = -98.4206 dBW$$

$$P_{XX_2} = P_{X_1} + G_2 - L_{C2} = -73.8 dBW$$

$$P_{XX3} = P_{X_3} + G_3 - L_{C3} = -82.3842 dBW$$

Siendo L_C las pérdidas de los cables en dB, calculados multiplicando la distancia por la atenuación por unidad de longitud. Ahora pasamos a lineal estas potencias

$$p_{XX_1} = 10^{P_{XX_1}/10} = 1.4386 \cdot 10^{-10} W$$

$$p_{XX_2} = 10^{P_{XX2}/10} = 4.1687 \cdot 10^{-8} W$$

$$p_{XX_3} = 10^{P_{XX_3}/10} = 5.7753 \cdot 10^{-9} W$$

Ahora podemos calcular la potencia a la salida total, sabiendo que cada sumador tiene una atenuación de la potencia de salida de 6dB, ósea dividir por 4

$$p_Y = \frac{\frac{p_{XX_1} + p_{XX_2}}{4} + p_{XX_3}}{4} = 4.0583 \cdot 10^{-9} W$$

Y la potencia de salida total

$$P_Y = 10\log_{10}\left(p_Y\right) = -83.9166 dBW = -113.91 dBm$$

Ahora tenemos que calcular el ruido térmico a la salida, podemos verlo como tres potencias de ruido, con circuitos equivalentes amplificador, atenuador.
Para cada una de las tres fuentes de ruido, tendríamos su amplificador correspondiente, y luego un atenuador que será la suma de la línea de transmisión, y las atenuaciones correspondientes al sumador. La atenuación en lineal sería igual a su factor de ruido.

$$L_{T1} = L_1 + 6dB + 6dB = 53.4dB = 2.1878 \cdot 10^5 = f_{LT_1}$$

$$L_{T2} = L_2 + 6dB + 6dB = 56.8dB = 4.7863 \cdot 10^5 = f_{LT_2}$$

$$L_{T3} = L_3 + 6dB = 64.5dB = 2.8184 \cdot 10^6 = f_{LT_3}$$

Ahora cogemos los amplificadores, y convertimos sus ganancias y factores de ruido a lineal

$$f_{G1} = 10^{5/10} = 3.1623; G_1 = 9 \rightarrow g_1 = 7.9433$$

$$f_{G2} = 10^{6/10} = 3.9811; G_2 = 6 \rightarrow g_2 = 3.9811$$

$$f_{G3} = 10^{8/10} = 6.3096; G_3 = 8 \rightarrow g_3 = 6.3096$$

Ahora aplicamos la fórmula de Friis en cada tramo

$$f_{T_1} = f_{G_1} + \frac{f_{LT_1} - 1}{g_1} = 2.754 \cdot 10^4$$

$$f_{T_2} = f_{G_2} + \frac{f_{LT_2} - 1}{g_2} = 1.2023 \cdot 10^5$$

$$f_{T_3} = f_{G_3} + \frac{f_{LT_3} - 1}{g_3} = 4.4669 \cdot 10^5$$

Cada fuente de ruido generará un ruido térmico que sumaremos a la salida

$$n_{T_1} = ktbf_{T_1} g_1 / l_{T_1} = 2.4015 \cdot 10^{-12} W$$

$$n_{T_2} = ktbf_{T_2} g_2 / l_{T_2} = 2.4013 \cdot 10^{-12} W$$

$$n_{T_3} = ktbf_{T_3} g_3 / l_{T_3} = 2.4012 \cdot 10^{-12} W$$

El ruido total será la suma de los 3 ruidos, pasado a logaritmo

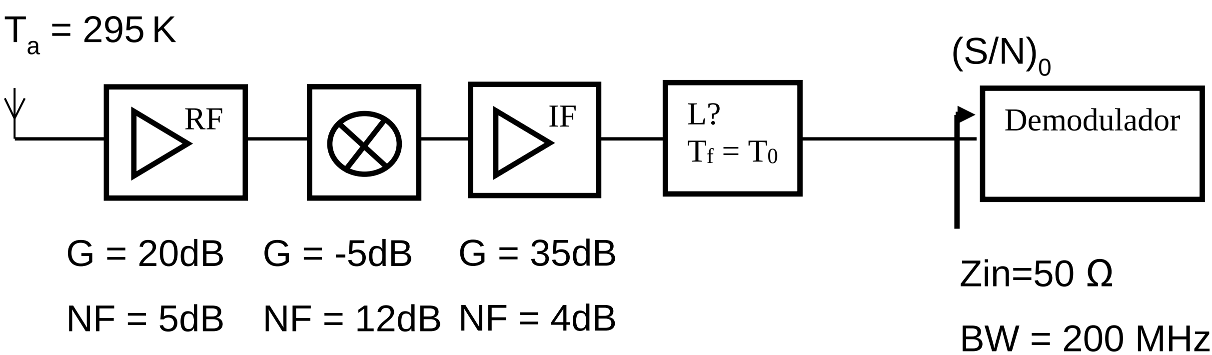
$$N_T = 10 \log_{10}\left(n_{T_1} + n_{T_2} + n_{T_3}\right) + 30 = -81.4243 dBm$$

Y finalmente la señal a ruido

$$SNR = P_Y - N_Y = 27.50 dB$$

4

La sensibilidad a la entrada del receptor (salida de la antena) igual a -60dBV para conseguir una S/N de 13dB a la entrada del demodulador. Sabiendo que el bloque L es una línea de transmisión con una atenuación de 1dB/m, ¿Qué distancia máxima podremos separar el demodulador? Impedancia 50 Ohm. T_0 = 290K



◊ ◊ ◊ ◊ ◊ ◊

Lo primero que hacemos es agrupar los tres primeros bloques

$$\begin{cases} g_1 = 10^{20/10} = 100 \\ f_1 = 10^{5/10} = 3.1623 \\ t_{e1} = t_0\left(f_1 - 1\right) = 627,0605K \end{cases}$$

$$\begin{cases} g_2 = 10^{-5/10} = 0,3162 \\ f_2 = 10^{12/10} = 15,84 \\ t_{e2} = t_0\left(f_2 - 1\right) = 4.306,2K \end{cases}$$

$$\begin{cases} g_3 = 10^{35/10} = 3.162,3 \\ f_3 = 10^{4/10} = 2,5119 \\ t_{e3} = t_0\left(f_3 - 1\right) = 438,44K \end{cases}$$

Calculamos la ganancia equivalente y temperatura equivalente del bloque de los tres primeros elementos que llamaremos de notaremos como B.

$$g_B = g_1 g_2 g_3 = 100000$$

$$t_{eB} = t_{e1} + \frac{t_{e2}}{g_1} + \frac{t_{e3}}{g_1 g_2} = 683,9873K$$

Entonces la temperatura equivalente total de los 4 elementos será:

$$t_{eT} = t_{eB} + \frac{t_{eL}}{g_B}$$

Ahora planteamos la señal a ruido a la salida

$$\left(\frac{S}{N}\right)_0 = \frac{S_{IN}\, g_T}{k\left(t_s + t_{eT}\right) b g_T} = 10^{15/10}$$

La señal a la entrada es de -60dBV, equivalente a

$$v_{IN} = 10^{\frac{V_{IN}(dBV)}{20}} = 0.001V_{ef}$$

Entonces la potencia será

$$S_{IN} = \frac{\left(v_{IN}\right)^2}{Z0} = 2 \cdot 10^{-8} W$$

Despejamos t_{eT}

$$t_{eT} = \frac{S_{IN}}{\left(\frac{S}{N}\right)_0 kb} - t_s = 4,0717 \cdot 10^5 K$$

Ahora podemos despejar t_{eL}

$$t_{eL} = g_B \left(t_{eT} - t_{eB}\right) = 4,0649 \cdot 10^{10} K$$

Y ahora la figura de ruido

$$F = 10 \log_{10}\left(1 + \frac{t_{eL}}{T_0}\right) = 81,4665 dB$$

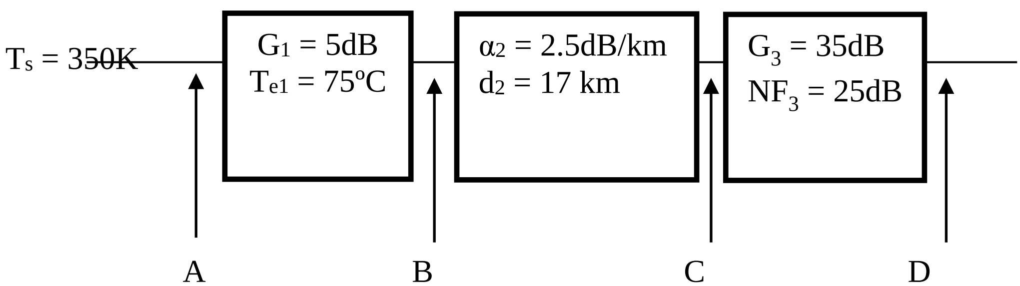
Como $T_f = T_0$

Las pérdidas coinciden con el factor de ruido, entonces la distancia máxima será 81,46m

5

Tenemos un sistema de telecomunicaciones formado por los tres bloques tal y como observan en la figura, con los datos que se presentan dentro de cada uno de ellos. Además, en el punto A se inyecta una señal de entrada con potencia -3dBm. El sistema entero está adaptado a 70Ω. El ancho de banda de ruido es de 2.5 MHz. k = 1.38 10^{-23} J/K.

Calcule en nivel de potencia, ruido y señal a ruido (expresados en dBm y dB) en cada punto del sistema, y represéntelo en un hipsograma. T_0 = 290K.



◇ ◇ ◇ ◇ ◇ ◇

Lo primero de todo pasaremos todos los datos a lineal
Bloque 1:

$$g_1 = 10^{5/10} = 3.163$$

$$t_{e1} = 273 + 75 = 348K$$

$$f_1 = 1 + \frac{t_{e1}}{t_0} = 2.2$$

Bloque 2, donde las pérdidas son iguales al factor de ruido. L = 2.5*17 = 42.5 dB.

$$f_2 = 10^{17*2.5/10} = 1.7783 \cdot 10^4$$

$$g_2 = 1/\ f_2 = 5.6234 \cdot 10^{-5}$$

$$t_{e2} = t_0\left(f_2 - 1\right) = 5.1567 \cdot 10^6 K$$

Bloque 3

$$g_3 = 10^{35/10} = 3162.278$$

$$f_3 = 10^{25/10} = 316.228$$

$$t_{e3} = t_0\left(f_3 - 1\right) = 9.1416 \cdot 10^4 \mathrm{K}$$

El problema sólo se puede solucionar mediante temperaturas equivalentes, ya que

$$t_A = t_s = 350K$$

$$t_B = \left(t_s + t_{e1}\right) g_1 = 2.2073 \cdot 10^3 K$$

$$t_C = \left(t_s + t_{e1} + \frac{t_{e2}}{g_1}\right) g_1 g_2 = 209.1078K$$

$$t_D = \left(t_s + t_{e1} + \frac{t_{e2}}{g_1} + \frac{t_{e3}}{g_1 g_2}\right) g_1 g_2 g_3 = 2.9 \cdot 10^8 K$$

Y los ruidos en cada punto

$$wA = kt_A b_n = 1.2075 \cdot 10^{-14} W$$

$$wB = kt_B b_n = 7.6151 \cdot 10^{-14} W$$

$$wC = kt_C b_n = 1.0009 \cdot 10^{-14} W$$

$$wD = kt_D b_n = 1.0005 \cdot 10^{-18} W$$

Los pasamos a unidades logarítmocas

$$WA = 10\log_{10}\left(\ \right) kt_A b_n = 1.2075 \cdot 10^{-14} W$$

$$wB = kt_B b_n = 7.6151 \cdot 10^{-14} W$$

$$wC = kt_C b_n = 1.0009 \cdot 10^{-14} W$$

$$wD = kt_D b_n = 1.0005 \cdot 10^{-18} W$$

Calculamos entonces su valor en dBm

$$WA = 10\log_{10}\left(wA\right) + 30 = -109.18dBm$$
$$WB = 10\log_{10}\left(wB\right) + 30 = -101.18dBm$$
$$WC = 10\log_{10}\left(wC\right) + 30 = -109.99dBm$$
$$WD = 10\log_{10}\left(wD\right) + 30 = -49.99dBm$$

Los valores de potencia serán

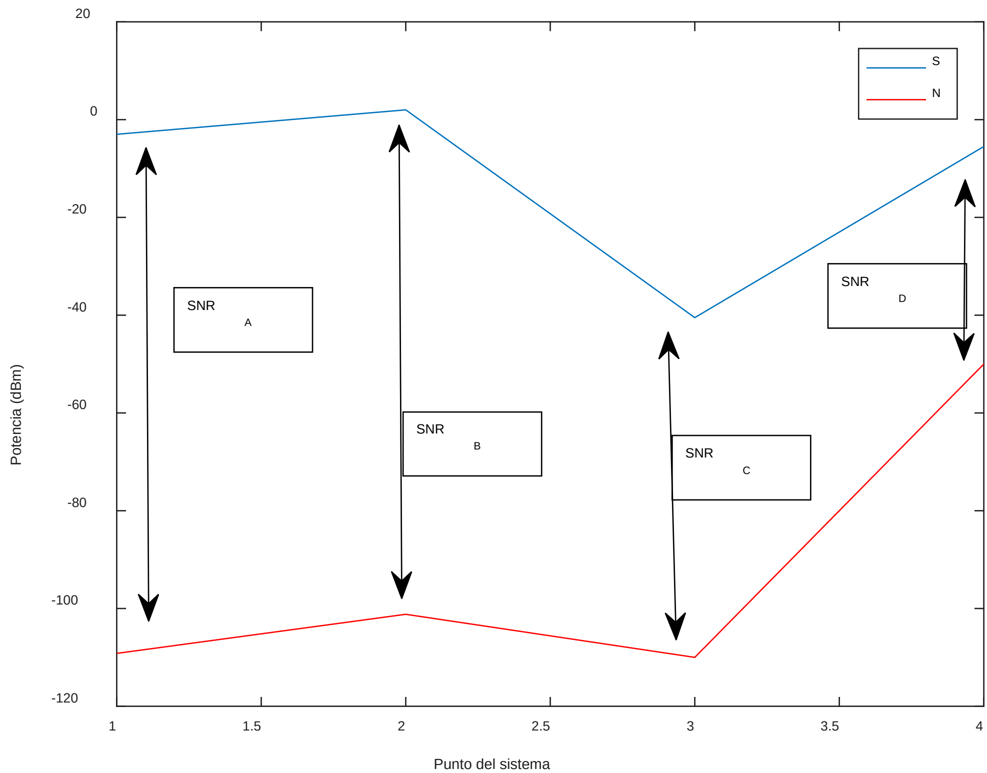
$$pA = 10^{\frac{(-3-30)}{10}} = 0.0005W$$
$$pB = pA \cdot g_1 = 0.0016W$$
$$pC = pB \cdot g_2 = 8.9125 \cdot 10^{-8}W$$
$$pD = pC \cdot g_3 = 2.8184 \cdot 10^{-4}W$$

Expresados en dBm

$$PA = -3\ dBm$$
$$PB = 2\ dBm$$
$$PC = -40.5dBm$$
$$PD = -5.5\ dBm$$

La SNR a ruido en cada punto la calculamos como la resta en dB de la potencia y el ruido

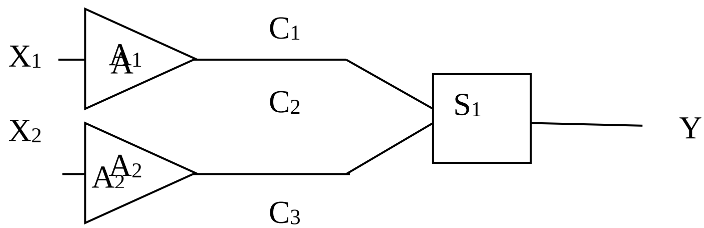
$$SNR\_A = PA - WA = PA - \left(10\log_{10}\left(wA\right) + 30\right) = 106.18dB$$
$$SNR\_B = PB - WB = PB - \left(10\log_{10}\left(wB\right) + 30\right) = 103.18dB$$
$$SNR\_C = PC - WC = PC - \left(10\log_{10}\left(wC\right) + 30\right) = 69.49dB$$
$$SNR\_D = PD - WD = PD - \left(10\log_{10}\left(wD\right) + 30\right) = 44.49dB$$


20
0
-20
-40
-60
-80
-100
-120
Potencia (dBm)
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
Punto del sistema
S
N
SNR A
SNR B
SNR C
SNR D

6

Un sistema de telecomunicaciones adaptado todo a 50Ω consiste en dos ramas, con dos señales x1 y x2, que atraviesan sendos amplificadores y líneas de transmisión, y luego se suman en potencia en un sumador.

Calcule la potencia de Y y la SNR en Y (expresados en dBW y dB respectivamente).



Datos:

- X_1: señal de entrada 1, amplitud 85 mV_{pp}.
- X_2: señal de entrada 2, potencia -8 dBm.
- G_1: Amplificador con ganancia 9 dB, factor de ruido de 4 dB
- G_2: Amplificador con ganancia 8 dB, factor de ruido de 3 dB
- C_1: Cable, 1.7 dB/km, longitud 13 km.
- C_2: Cable, 1.1 dB/km, longitud 18 km.
- S_1 Sumadores no coherentemente. Con 3dB de pérdidas, pasivo
- Ancho de banda de todas las señales 100 MHz.
- Temperatura física del sistema 17 ºC
- Constante de Bolzman 1.38 10^{-23} J/K.
- Cada entrada se considera una fuente de ruido, con temperatura dela fuente 300 K.

◇ ◇ ◇ ◇ ◇ ◇

Calculamos las potencias de las dos señales de entrada en lineal y en unidades logarítmicas

$$p_{X_1} = \left(\frac{0.085}{2\sqrt{2}}\right)^2 \Big/ 50 = 1.8063 \cdot 10^{-5} W$$

$$p_{X_2} = 10^{(-8-30)/10} = 1.5849 \cdot 10^{-4} W$$

$$P_{X_1} = 10\log_{10}\left(p_{X_1}\right) = -47.4322 dBW$$

$$P_{X_2} = 10\log_{10}\left(p_{X_2}\right) = -38 dBW$$

Calculamos las potencias de las 2 señales antes de los sumadores, que llamaremos P_{XX} seguido del subíndice de cada amplificador del que provienen.

$$P_{XX_1} = P_{X_1} + G_1 - L_{C1} = -60.53 dBW$$

$$P_{XX_2} = P_{X_1} + G_2 - L_{C2} = -49.8 dBW$$

Siendo L_C las pérdidas de los cables en dB, calculados multiplicando la distancia por la atenuación por unidad de longitud. Ahora pasamos a lineal estas potencias

$$p_{XX_1} = 10^{P_{XX_1}/10} = 8.8466 \cdot 10^{-7} W$$

$$p_{XX_2} = 10^{P_{XX2}/10} = 1.0471 \cdot 10^{-5} W$$

Ahora podemos calcular la potencia a la salida total, sabiendo el sumador tiene unas pérdidas extras de 3 dB

$$p_Y = \frac{p_{XX_1} + p_{XX_2}}{2} = 5.678 \cdot 10^{-6} W$$

Y la potencia de salida total

$$P_Y = 10\log_{10}\left(p_Y\right) + 30 = -22.4581 dBm$$

Ahora tenemos que calcular el ruido térmico a la salida. Para eso tenemos dos ramas, con tres elementos cada una: amplificador, cable y sumador. Se pueden unir las pérdidas de cada cable con el sumador pasivo, o hacerlo por separado. En nuestro caso lo haremos por separado

Pasamos a lineal los datos de los dos amplificadores, cables y sumados

$$Amplificador_1\ f_1 = 2.5119; t_{e1} = 438.44K; g_1 = 7.94$$
$$Amplificador_2\ f_2 = 1.9953; t_{e2} = 288.92K; g_2 = 6.3096$$
$$Cable_1\ \mathrm{l}_{C1} = 162.181 = f_{C1}; g_{C1} = 0.0062; t_{e1} = 4.36742 \cdot 10^4 K$$
$$Cable_2\ \mathrm{l}_{C2} = 95.4993 = f_{C2}; g_{C2} = 0.0105; t_{e1} = 2.7405 \cdot 10^4 K$$
$$Sumador\ \mathrm{g}_{SUM} = 0.5; l_{SUM} = 2; t_{SUM} = 290K;$$

$$t_{equi_1} = t_{e1} + \frac{t_{C1}}{g_1} + \frac{t_{SUM}}{g_1 g_{C1}} = 1.2244 \cdot 10^4 K$$
$$t_{equi_2} = t_{e2} + \frac{t_{C2}}{g_2} + \frac{t_{SUM}}{g_2 g_{C2}} = 9.0213 \cdot 10^3 K$$

Los ruidos generados a la salida son

$$n_{T_1} = k\left(t_s + t_{equi1}\right) b\left(g_1 g_{C1} g_{SUM}\right) = 4.2392 \cdot 10^{-13} W$$
$$n_{T2} = k\left(t_s + t_{equi2}\right) b\left(g_2 g_{C2} g_{SUM}\right) = 4.2494 \cdot 10^{-13} W$$

El ruido total será la suma de los 3 ruidos, pasado a logaritmo

$$N_T = 10 \log_{10}\left(n_{T_1} + n_{T_2}\right) + 30 = -90.71 dBm$$

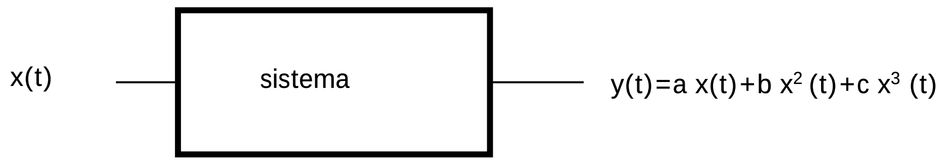
Y finalmente la señal a ruido

$$SNR = P_Y - N_Y = 68.25 dB$$

7

Dado un sistema no lineal, al que entran dos tonos a frecuencias 10 kHz y 15 kHz, dibuje el espectro de salida, indicando la amplitud y la frecuencia de cada uno de ellos.

Datos. a = 2, b = 0.2, c = -0.1;



Ayuda

$$\left(\cos\omega_1 t+\cos\omega_2 t\right)^2=\left(\frac{1+\cos 2\omega_1 t}{2}\right)+\left(\frac{1+\cos 2\omega_2 t}{2}\right)+\cos(\omega_1 t+\omega_2 t)+\cos(\omega_1 t-\omega_2 t)$$

$$(\cos w_1 t+\cos w_2 t)^3=\left(\begin{array}{l} y(t)=\left(-\frac{9}{4}\right)\cos w_1 t+\left(-\frac{9}{4}\right)\cos w_2 t \\ -\frac{3}{4}\cos(2w_1-w_2)t-\frac{3}{4}\cos(2w_2-w_1)t \\ -\frac{3}{4}\cos(2w_1+w_2)t-\frac{3}{4}\cos(2w_2+w_1)t \\ -\frac{1}{4}\cos 3w_1 t-\frac{1}{4}\cos 3w_2 t \end{array}\right.$$

$$y=a\left(\cos\omega_1 t+\cos\omega_2 t\right)+b\left(\cos\omega_1 t+\cos\omega_2 t\right)^2+c\left(\cos\omega_1 t+\cos\omega_2 t\right)^3+$$

$$y = a\left(\cos\omega_1 t + \cos\omega_2 t\right)$$

$$+b\left(\left(\frac{1+\cos 2\omega_1 t}{2}\right)+\left(\frac{1+\cos 2\omega_2 t}{2}\right)+\cos(\omega_1 t+\omega_2 t)+\cos(\omega_1 t-\omega_2 t)\right)$$

$$+c\begin{pmatrix} y(t)=\left(-\frac{9}{4}\right)\cos w_1 t+\left(-\frac{9}{4}\right)\cos w_2 t \\ -\frac{3}{4}\cos(2w_1-w_2)t-\frac{3}{4}\cos(2w_2-w_1)t \\ -\frac{3}{4}\cos(2w_1+w_2)t-\frac{3}{4}\cos(2w_2+w_1)t \\ -\frac{1}{4}\cos 3w_1 t-\frac{1}{4}\cos 3w_2 t \end{pmatrix}$$

$$k = 2\cdot\pi\cdot 10^3\cdot t$$

$$y = 2\left(\cos\left(10k\right)+\cos\left(15k\right)\right)$$

$$+0.2\left(\left(\frac{1+\cos\left(20k\right)}{2}\right)+\left(\frac{1+\cos\left(30k\right)}{2}\right)+\cos(25k)+\cos(5k)\right)$$

$$-0.1\begin{pmatrix} \left(-\frac{9}{4}\right)\cos\left(10k\right)+\left(-\frac{9}{4}\right)\cos\left(15k\right) \\ -\frac{3}{4}\cos(5k)t-\frac{3}{4}\cos(20k)t \\ -\frac{3}{4}\cos(35k)-\frac{3}{4}\cos(40k) \\ -\frac{1}{4}\cos 30k-\frac{1}{4}\cos 45k \end{pmatrix}$$

$y =$

$0.1 + 0.1 = 0.2$

$\left(0.2 - 0.1\frac{3}{4}\right)\cos(5k) = 0.125\cos(5kHz \cdot 2 \cdot \pi \cdot t)$

$\left(2 - 0.1\frac{9}{4}\right)\cos\left(10k\right) = 1.775\cos(10kHz \cdot 2 \cdot \pi \cdot t)$

$\left(2 - 0.1\frac{9}{4}\right)\cos\left(15k\right) = 1.775\cos(15kHz \cdot 2 \cdot \pi \cdot t)$

$\left(0.1 - 0.1\frac{3}{4}\right)\cos\left(20k\right) = 0.025\cos\left(20kHz \cdot 2 \cdot \pi \cdot t\right)$

$0.2\cos(25k)$

$\left(0.1 - 0.1\frac{1}{4}\right)\cos\left(30k\right) = 0.075\cos\left(30kHz \cdot 2 \cdot \pi \cdot t\right)$

$0.1\frac{3}{4}\cos(35k) = 0.075\cos(35kHz \cdot 2 \cdot \pi \cdot t)$

$0.1\frac{3}{4}\cos(40k) = 0.075\cos(40kHz \cdot 2 \cdot \pi \cdot t)$

$0.1\frac{1}{4}\cos 45k = 0.025\cos(45kHz \cdot 2 \cdot \pi \cdot t)$

8

Dados los siguientes bloques:

Bloque 1	L = 4dB
Bloque 2	G = 12dB NF = 3.9dB
Bloque 3	G = 30dB NF = 9dB

Proponga el orden de los mismos que minimice el factor de ruido total. Con esa configuración, si en la entrada la Ta = 150ºC, y el ancho de banda equivalente de ruido es de 100 MHz. T0 = 290 K.
¿Cuál es el ruido a la salida?

◊ ◊ ◊ ◊ ◊ ◊

Lo primero de todo es ordenar los datos de los tres bloques

$$g_1 = 10^{-4/10},\ f_1 = 10^{4/10},\ g_2 = 10^{12/10},\ f_2 = 10^{3.9/10},\ g_3 = 10^{30/10},\ f_3 = 10^{9/10}$$

$$t_s = 273 + 150 = 423 \text{ K}$$

Sabemos que el primer bloque debe de ser el de menor figura de ruido, con una ganancia suficiente como para poder reducir el ruido de los siguientes elementos. Supondremos inicialmente que el tercer bloque va en segundo lugar.

$$f_{\text{Equ\_Caso\_2-1-3}} = f_2 + \frac{(f_1 - 1)}{g_2} + \frac{(f_3 - 1)}{g_2 \cdot g_1} = 3.6505 (5.6236\ dB - 768.6562 K)$$

Ahora invertimos los dos últimos

$$f_{\text{Equ\_Caso\_2-3-1}} = f_2 + \frac{\left(f_3 - 1\right)}{g_2} + \frac{\left(f_1 - 1\right)}{g_2 \cdot g_3} = 2.8929\left(4.6133\ dB - 548.9398\right)$$

El segundo de los casos tiene una figura de ruido inferior. Si hubiéramos puesto el bloque 3 el primero hubiera tenido una figura de ruido mínima de 9dB, mientras que si ponemos un elemento pasivo (bloque 1) en primer lugar, como tiene una ganancia negativa habría empeorado notablemente la figura de ruido total.

Vamos a calcular el ruido en ambos casos:

$$N_{\text{Caso\_2-1-3}} = 10\log_{10}\left(k \cdot \left(t_s + t_{equ-213}\right) \cdot B \cdot g_1 \cdot g_2 \cdot g_3\right) + 30dB = \text{ -49.8397dBm}$$

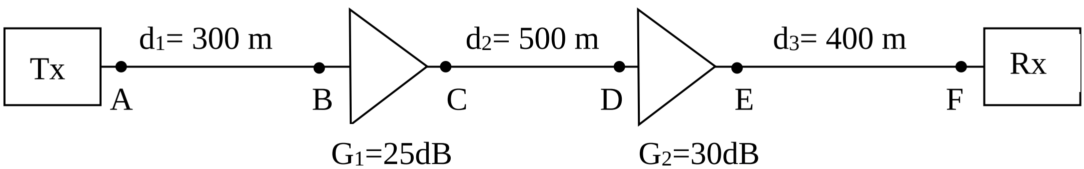
$$N_{\text{Caso\_2-3-1}} = 10\log_{10}\left(k \cdot \left(t_s + t_{equ-213}\right) \cdot B \cdot g_2 \cdot g_3 \cdot g_1\right) + 30dB = \text{ -50.7248dBm}$$

Observamos que la potencia de ruido menor corresponde al caso segundo, con menos de 1 dB de ruido.

Problemas Generales
Niveles, Tráfico, Medios de Transmisión y Ruido

1

En un sistema de telecomunicación que opera en la banda de 870 MHz, el transmisor y el receptor se enlazan mediante cables coaxiales y amplificadores que introducen pérdidas y ganancias en los enlaces (ver figura). Con el fin de analizar el sistema desde el punto de vista de balance de potencias, se plantean las siguientes cuestiones:



a.- ¿Cuál es la permitividad relativa, la capacidad por unidad de longitud (en nF/km), la autoinducción por unidad de longitud (en mH/km) y la atenuación (en dB/km) del cable coaxial utilizado?

Asuma unas pérdidas del cable de 0.1 dB/m independientemente del resultado del apartado anterior para el resto de apartados.

b.- Dibujar el hipsograma, indicando los niveles relativos de potencia (en dBr) si se toma como nivel de referencia (dBm0) la potencia a la salida del transmisor (punto A).

c.- Calcule el ruido térmico en F y la Señal a Ruido Térmico

d.- Calcule el ruido de intermodulación de tercer orden en F y la Señal a Ruido de Intermodulación. ¿Sería el mismo valor que en el punto C?

e.- Calcule la señal a ruido total en F.

<u>Otros datos:</u>

La potencia a la salida del transmisor es de 7 W.

Los cables coaxiales utilizados tienen las siguientes características:

- Diámetro interior: 1.3 mm y diámetro exterior: 4 mm.
- Impedancia característica: 50 Ω.
- Conductores de cobre: $\sigma_{Cu}=58.15 \times 10^6\ \Omega^{-1}/m$.
- $\varepsilon_0=8.84\times10^{-12}$ F/m, $\mu_0=4\pi\times10^{-7}$ H/m.
- Ancho de banda de la señal transmitida
- Figura de ruido del primer amplificador 10 dB
- Temperatura de ruido del segundo amplificador 20ºC
- El amplificador primero produce ruido de intermodulación con valor M_3 = - 85dB. El segundo es ideal.
- T_0 = 290 K, T_s = 17 ºC
- Ancho de banda de la señal 6 MHz, k = 1.38 10^{-23} J/K

◇ ◇ ◇ ◇ ◇ ◇

a.- Este problema es de aplicación directa de la teoría de líneas sobre el cable coaxial. Como dato nos dan los parámetros físicos del cable y uno de los secundarios (Z_0), y a partir de ellos nos piden calcular los primarios y la atenuación. La impedancia de un cable coaxial depende exclusivamente del cociente entre los diámetros internos y externos (d_i y d_e), y de la permitividad relativa ε_r:

$$Z_0 = \frac{60}{\sqrt{\varepsilon_r}} \ln \frac{d_e}{d_i}$$

La permitividad relativa la calculamos despejándo de la ecuación anterior:

$$\varepsilon_r = \left(\frac{60}{Z_0} \ln \frac{d_e}{d_i} \right)^2 = 1.82 .$$

Los parámetros primarios los calcularemos mediante la aplicación directa de cada fórmula. Para la capacidad:

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}{\ln\frac{d_e}{d_i}} = 89.99 \text{ n}F \ / \ km$$

La inductancia:

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi}\ln\left(\frac{d_e}{d_i}\right) = 0.225 \text{ m}H \ / \ km$$

R_S tiene en cuenta el efecto pelicular y lo calculamos como:

$$R_s = \frac{1}{\sigma\delta} = \sqrt{\frac{\pi f \mu_0}{\sigma_c}} = 7.7\cdot 10^{-3} \ \Omega$$

La resistividad por unidad de longitud:

$$R = \frac{R_s}{\pi}\left(\frac{1}{d_e} + \frac{1}{d_i}\right) = 2.5 \ \Omega \ / \ m$$

Por último, calcularemos la atenuación del cable. Asumiremos que es válida la aproximación de alta frecuencia (luego habrá que comprobarlo). De esta forma:

$$\alpha = \alpha_c = \frac{R}{2Z_0} = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}} = 0.2164 \text{ dB} \ / \ m \ ,$$

Tenemos que comprobar que estamos en alta frecuencia, mediante el cociente:

$$\frac{R}{\omega L} = \frac{2.6}{2\pi 860\cdot 10^6 2.94\cdot 10^{-7}} = 2.029e - 9 < 0.4$$

Por tanto, es válida la aproximación que hemos hecho.

b.- Este apartado es un típico ejercicio de cálculo de niveles, y la forma más simple es ir calculando los niveles absolutos desde el transmisor al receptor, para más tarde calcular los relativos a partir del nivel de referencia. La potencia en A expresada en dBm queda:

$$P_A = 10\log_{10} 7 + 30 = 38.45dBm \rightarrow (0dBr)$$

Y desde A hasta B tenemos un cable de atenuación calculada en el apartado anterior. La atenuación total la calculamos, multiplicando la atenuación por unidad de longitud (la hemos pasado a dB/m por simplicidad) por la distancia, que son 300 metros:

$$P_B = P_A - 0.1dB\ /\ m \cdot 300\ \ m = 8.45\ \ dBm \rightarrow (-30dBr)$$

Del punto C al B tenemos un amplificador de ganancia 25 dB, que sumaremos a la potencia P_C:

$$P_C = P_B + 25\ \ dB = 33.45\ \ dBm \rightarrow (-5dBr)$$

De nuevo tenemos un cable uniendo los puntos C y D, así que procedemos de la misma forma que antes:

$$P_D = P_C - 0.1dB\ /\ m \cdot 500m = -16.54\ \ dBm \rightarrow (-55dBr)$$

Ahora, sumamos los 30dB del amplificador siguiente:

$$P_E = P_D + 30\ \ dB = 13.45\ \ dBm \rightarrow (-25dBr)$$

y restamos la atenuación del cable de 400 metros:

$$P_F = P_E - 0.151dB\ /\ m \cdot 400m = -26.5\ \ dBm \rightarrow (-65dBr)$$

c.- Tenemos una cadena de 5 elementos

Tenemos 5 bloques.

Los bloques 1, 3 y 5 corresponden a componentes pasivos

$$\alpha_1 = 30dB \qquad \alpha_3 = 50dB \qquad \alpha_5 = 40dB$$

$$F_1 = 30dB;\ f_1 = 1000 \quad F_3 = 50dB;\ f_3 = 100000 \quad F_5 = 40dB;\ f_5 = 10000$$

$$G_1 = -30dB = 0.001 \quad G_3 = -50dB = 0.00001 \quad G5 = -40dB = 0.0001$$

Para los bloques 2 y 4

$$G_2 = 25dB;\ g_2 = 316.22$$

$$F_2 = 10dB;\ f_2 = 10$$

$$G_4 = 30dB;\ g_4 = 1000$$

$$t_{e4} = 273 + 20 = 293K$$

$$f_4 = 1 + \frac{293}{290} = 2.0103$$

$$f = f_1 + \frac{f_2 - 1}{g_1} + \frac{f_3 - 1}{g_1 g_2} + \frac{f_4 - 1}{g_1 g_2 g_3} + \frac{f_5 - 1}{g_1 g_2 g_3 g_4} = 3.8077 = 65.80dB$$

$$P_A = 10\log_{10}\left(7W\right) + 30 = 38.45dBm$$

$$P_F = P_A + G_T = -26.54dB$$

$$W_{nA} = 10\log_{10}\left(kTB\right) + 30 = -106.19dBm$$

$$W_{nF} = W_{nA} + G + F = -105.38dBm$$

Entonces la señal a ruido térmico quedaría

$$SNR_F = P_F - W_{nF} = 78.84dB$$

d.-

La potencia útil en C

$$P_C = P_A - 30dB + 25dB = 33.45dBm$$

El ruido de intermodulación de tercer orden en C

$$W_{nI\_C} = M_3 + 3P_C + 20\log_{10}\left(3\right) = 24.89dBm$$

Y como no hay más fuentes de ruido de intermodulación, el valor de C será igual que el de D

$$SNIR_F = SNIR_C = P_C - W_{nI\_C} = 8.55dB$$

e.-

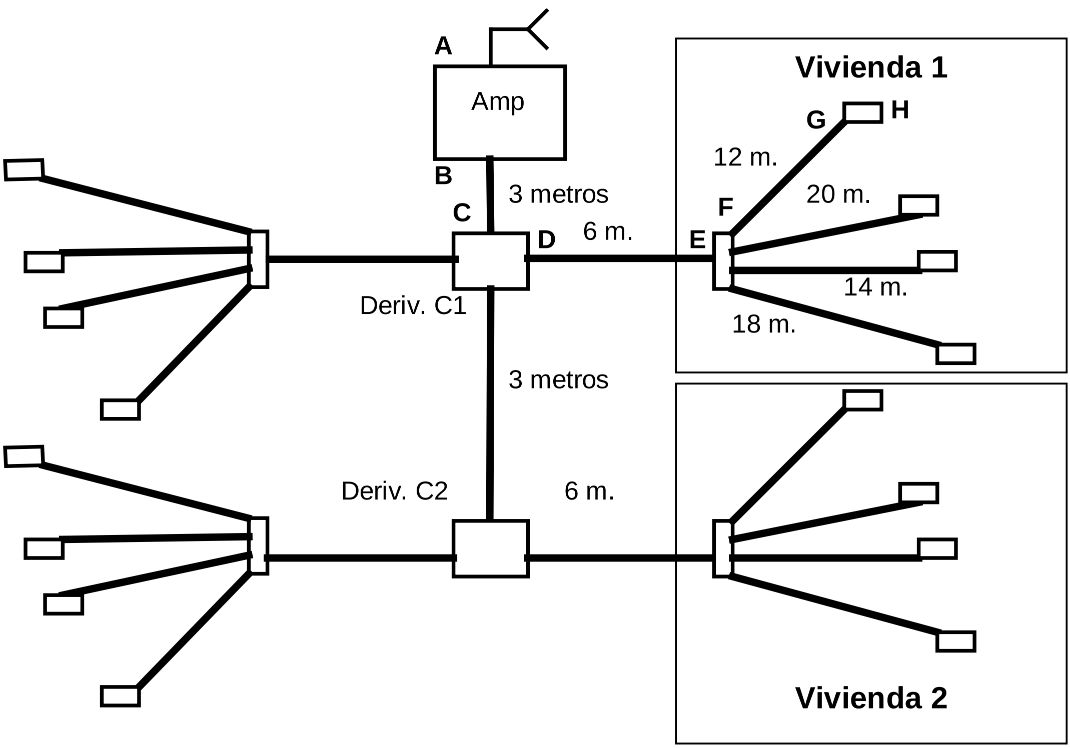
En C al ser mucho el ruido de intermodulación

$$SNIR_F + SNR_F \simeq SNIR_F = 8.55dB$$

Ojo, si sumamos los ruidos habría que hacerlo en lineal

2

La Fig. 1 muestra una instalación de telecomunicaciones en un edificio (ICT), compuesta por una antena receptora, un amplificador de cabecera (Amp) y dos derivadores (Deriv. C1 y C2). Cada vivienda tiene un repartidor y tomas de televisión. Toda la instalación está adaptada a 75Ω. La instalación estalación está diseñada para recibir canales de televisión en frecuencias que van desde 300 MHz a 800 MHz.



1) Se dispone de dos cables. Seleccione el más adecuado para la instalación y calcule su atenuación en dB/m en el caso peor y mejor (frecuencias).

Asuma ahora que las pérdidas del cable son de 0.167 dB/m a la frecuencia más alta.

2) Dibuje el hispgrama hasta H para 800 MHz expresado en dBr después de la antena. Tome como referencia el punto A

3) Suponiendo que la temperatura de ruido a la salida de la antena es de 500K, calcule la potencia de ruido térmico en la toma H expresada en dBm.

4) El amplificador tiene una respuesta del tipo $y(t) = k_1 \cdot x(t) - k_3 \cdot x^3(t)$, donde k_1 vale 1 y k_3 vale 0.2. Calcule analíticamente la salida del amplificador en el tiempo y en frecuencia para dos canales de televisión a 600 MHz y 700 MHz. Dibuje el espectro, identificando las distintas componentes y sus amplitudes. (asuma que cada canal de televisión es un coseno de amplitud 1 a cada una de las frecuencias).

Datos de los elementos de la instalación

Cables: Se dispone de dos cables para hacer la instalación.

Modelo	**Modelo A**	**Modelo B**
Conductor	Cobre	Cobre
d	1,15 mm	1,5 mm
D	5 mm	4 mm
ε_r	1.38	1.38

Amplificador:
Ganancia = 30 dB
Figura de ruido = 6 dB
M_3 = -80 dB

Derivador:

Derivador 1: Atenuación de paso 1.9, atenuación de derivación 17 dB
Derivador 2: Atenuación de paso 1.3, atenuación de derivación 14 dB

Distribuidor:
Atenuación 5 dB

Toma de Televisión:
Atenuación 1 dB

Más Datos
BW = 6 MHz
T0 = 290K
E0 = 8,85 e-12
Mu0 = 4 pi e-7

Ayuda:

$$(\cos w_1 t + \cos w_2 t)^3 =$$

$$\frac{3}{4}\left(\cos(2w_1 - w_2)t + \cos(2w_2 - w_1)t + \cos(2w_1 + w_2)t + \cos(2w_2 + w_1)t\right) + \frac{1}{4}\left(\cos 3w_1 t + \cos 3w_2 t\right)$$

◇ ◇ ◇ ◇ ◇ ◇

Se dispone de dos cables. Seleccione el más adecuado para la instalación y calcule su atenuación en dB/m en el caso peor y mejor (frecuencias).

Lo primero es determinar el modelo de cable adecuado para la instalación, que vendrá dado por la impedancia del mismo.

$$Z_0 = \frac{60}{\sqrt{\varepsilon_r}} \ln\left(\frac{D}{d}\right)$$

$$Z_{01} = \frac{60}{\sqrt{1.38}} \ln\left(\frac{5}{1.15}\right) = 75\Omega$$

$$Z_{02} = \frac{60}{\sqrt{1.38}} \ln\left(\frac{4}{1.5}\right) = 50\Omega$$

Entonces elegimos el modelo 1, ya que está adaptado a 75Ω. La impedancia la hemos calculado asumiendo alta frecuencia, ahora deberemos de comprobarlo.

Calculamos los parámetros primarios del cable modelo A

$$R_s = \frac{1}{\sigma\delta}$$

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu_0 \sigma}}$$

A 300 MHz obtenemos

$$\delta_{300MHz} = 3.8105 \cdot 10^{-6} m$$

$$R_{s,300MHz} = 0.0045\Omega$$

$$R = \frac{R_s}{\pi}\left(\frac{1}{D} + \frac{1}{d}\right), C = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}{\ln\left(\frac{D}{d}\right)}, L = \frac{\mu_0}{2\pi}\ln\left(\frac{D}{d}\right)$$

$$Z = \sqrt{\frac{L}{C}}, \alpha = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}$$

$$R_{300MHz} = 1.5365\Omega / m; C_{300MHz} = 5.22 \cdot 10^{-11} F / m$$

$$L_{300MHz} = 2.93 \cdot 10^{-7} H / m; Z_{300MHz} = 75\Omega$$

$$\alpha_{300MHz} = 0.0889 dB / m$$

Calculamos la condición de alta frecuencia

$$\frac{R}{\omega L} = 0.0028$$

A 800 MHz

$$\delta_{800MHz} = 2.333 \cdot 10^{-6} m$$

$$R_{s,800MHz} = 0.0074\Omega$$

$$R_{800MHz} = 2.5090\Omega / m; C_{800MHz} = 5.22 \cdot 10^{-11} F / m$$
$$L_{800MHz} = 2.93 \cdot 10^{-7} H / m; Z_{800MHz} = 75\Omega$$
$$\alpha_{800MHz} = 0.1451 dB / m$$

Calculamos la condición de alta frecuencia

$$\frac{R}{\omega L} = 0.0017$$

1) Dibuje el hispgrama hasta H para 800 MHz asumiendo 0 dBr después de la antena.

$$P_A = 0dBr$$
$$P_B = P_A + 30 = 30dBr$$
$$P_C = P_B - \alpha \cdot 3m = 29.5dBr$$
$$P_D = P_C - 17dB = 12.5dBr$$
$$P_E = P_D - \alpha \cdot 6m = 11.5dBr$$
$$P_F = P_E - 5dB = 6.5dBr$$
$$P_G = P_F - \alpha \cdot 12m = 4.5dBr$$
$$P_H = P_G - 1dB = 3.5dBr$$

2) Suponiendo que la temperatura de ruido a la salida de la antena es de 500K, calcule la potencia de ruido en la toma H.

Tenemos un conjunto amplificador + elementos pasivos

El amplificador tiene una ganancia de 30 dB y una figura de ruido de 6 dB

La parte pasiva tiene unas pérdidas de 26.5 dB según el apartado anterior

$$G = 30dB \rightarrow g = 1000$$
$$F = 6dB \rightarrow f = 4$$
$$L = 26.5dB \rightarrow l = 447.4041$$

$$f_T = f + \frac{l-1}{g} = 4.4275 \rightarrow t_e = t_0\left(f-1\right) = 993.96K$$

$$W_{no} = 10\log_{10}\left(k\left(t_e + t_0\right)B \, {}^{g}\!/_{l}\right) + 30 = -95.22dBm$$

3) Asumimos que el amplificador tiene una respuesta del tipo $y(t) = k_1 \cdot x(t) - k_3 \cdot x^3(t)$, donde k_1 vale 1 y k_3 vale 0.2. Calcule la salida del amplificador en el tiempo y en frecuencia para dos canales de televisión a 600 MHz y 700 MHz. (asuma que cada canal de televisión es un coseno de amplitud 1).

$$y(t) = k_1 \cdot x(t) - k_3 \cdot x^3(t)$$

$$\left\{x(t) = A \cdot (\cos w_1 t + \cos w_2 t)\right\}$$

$$y(t) = k_1 A(\cos w_1 t + \cos w_2 t) - k_3 A^3 (\cos w_1 t + \cos w_2 t)^3$$

$$y(t) = \left\{\begin{array}{c} k_1 A(\cos w_1 t + \cos w_2 t) \\ -\frac{3}{4}K_3 A^3 \cos(2w_1 - w_2)t - \frac{3}{4}K_3 A^3 \cos(2w_2 - w_1)t \\ -\frac{3}{4}K_3 A^3 \cos(2w_1 + w_2)t - \frac{3}{4}K_3 A^3 \cos(2w_2 + w_1)t \\ -\frac{1}{4}K_3 A^3 \cos 3w_1 t - \frac{1}{4}K_3 A^3 \cos 3w_2 t \end{array}\right\} \begin{array}{c} \left(A = 1, k_1 = 1, k_3 = 0.2\right) \\ \left(f_1 = 600MHz, f_1 = 700MHz\right) \end{array}$$

$$y(t) = \left\{\begin{array}{c} (\cos\left(2\pi 600MHz \cdot t\right) + \cos\left(2\pi 700MHz \cdot t\right) \\ -0.15\cos(2\pi 500MHz \cdot t) - 0.15\cos(2\pi 800MHz \cdot t) \\ -0.15\cos(2\pi 1900MHz \cdot t) - 0.15\cos(2\pi 2000MHz \cdot t) \\ -0.05\cos\left(2\pi 1800MHz \cdot t\right) - 0.05\left(\cos 2\pi 2100MHz \cdot t\right) \end{array}\right\}$$

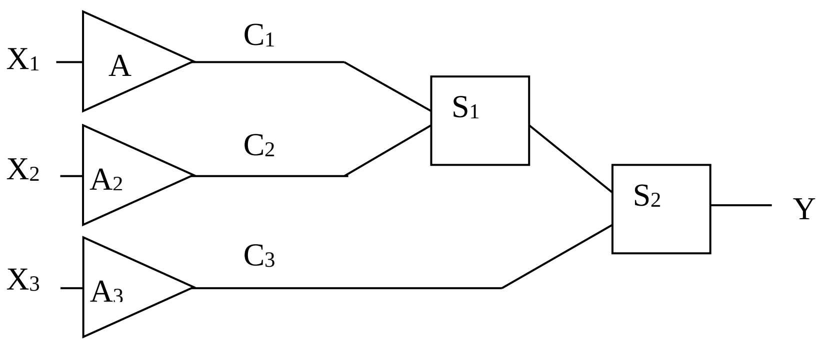
En frecuencia se trata de mostrar los

Armónicos fundamentales en 600 y 700 MHz con amplitud 1
Productor de intermodulación en 500, 800, 1900 y 2000 MHz con amplitud -0.15
Armónicos tripes a 1800 y 2100 MHz con amplitud 0.05

Se puede considerar la parte negativa del espectro, y en ese caso sería la mitad de las amplitudes anteriores.

3

Dado un sistema de telecomunicaciones con la siguiente estructura, adaptado todo a 30 Ω, calcule la potencia de Y y la SNR en Y (expresados en dBW y dB respectivamente).



X_1: señal de entrada 1, amplitud 3 mV_{pp}.
X_2: señal de entrada 2, potencia -9 dBm.
X_3: señal de entrada 3, amplitud $0.05V_{ef.}$
G_1: Amplificador con ganancia 7 dB, factor de ruido de 4 dB
G_2: Amplificador con ganancia 5 dB, factor de ruido de 3 dB
G_3: Amplificador con ganancia 3 dB, factor de ruido de 5 dB.
C_1: Cable, 1.7 dB/km, longitud 13 km.
C_2: Cable, 1.1 dB/km, longitud 18 km.
C_3: Cable, 0.7 dB/km, longitud 45 km.
S_1 y S_2 Sumadores no coherentementes las dos entradas. Ambos con 3dB de pérdidas.
Ancho de banda de todas las señales 500 MHz.
Temperatura del sistema 17 ºC.
Constante de Bolzman 1.38 10^{-23} J/K.
Cada entrada se considera una fuente de ruido

◇ ◇ ◇ ◇ ◇ ◇

Calculamos las potencias de las tres señales en lineal y en unidades logarítmicas

$$p_{X_1} = \left(\frac{0.003}{2\sqrt{2}}\right)^2 \Big/ 30 = 3.75 \cdot 10^{-8} W$$

$$p_{X_2} = 10^{(-9-30)/10} = 1.25 \cdot 10^{-4} W$$

$$p_{X_3} = 0.05^2 / 30 = 8.33 \cdot 10^{-5} W$$

$$P_{X_1} = 10 \log_{10}\left(p_{X_1}\right) = -74.27 dBW$$

$$P_{X_2} = 10 \log_{10}\left(p_{X_2}\right) = -39 dBW$$

$$P_{X_3} = 10 \log_{10}\left(p_{X3}\right) = -40.79 dBW$$

Calculamos las potencias de las 3 señales antes de los sumadores, que llamaremos P_{XX} seguido del subíndice de cada amplificador del que provienen.

$$P_{XX_1} = P_{X_1} + G_1 - L_{C1} = -89.36 dBW$$

$$P_{XX_2} = P_{X_1} + G_2 - L_{C2} = -53.8 dBW$$

$$P_{XX3} = P_{X_3} + G_3 - L_{C3} = -69.29 dBW$$

Siendo L_C las pérdidas de los cables en dB, calculados multiplicando la distancia por la atenuación por unidad de longitud. Ahora pasamos a lineal estas potencias

$$p_{XX_1} = 10^{P_{XX_1}/10} = 1.1589 \cdot 10^{-9} W$$

$$p_{XX_2} = 10^{P_{XX2}/10} = 4.1687 \cdot 10^{-6} W$$

$$p_{XX_3} = 10^{P_{XX_3}/10} = 1.1771 \cdot 10^{-7} W$$

Ahora podemos calcular la potencia a la salida total, sabiendo que cada sumador tiene una atenuación de la potencia de salida de 3dB

$$p_Y = \frac{\frac{p_{XX_1}+p_{XX_2}}{2}+p_{XX_3}}{2} = 1.1013\cdot 10^{-6} W$$

Y la potencia de salida total

$$P_Y = 10\log_{10}\left(p_Y\right) = -59.58 dBW = -29.58 dBm$$

Ahora tenemos que calcular el ruido térmico a la salida, podemos verlo como tres potencias de ruido, con circuitos equivalentes amplificador, atenuador. Para cada una de las tres fuentes de ruido, tendríamos su amplificador correspondiente, y luego un atenuador que será la suma de la línea de transmisión, y las atenuaciones correspondientes al sumador. La atenuación en lineal sería igual a su factor de ruido.

$$L_{T1} = L_1 + 3dB + 3dB = 28.1 dB = 645.6542 = f_{LT_1}$$
$$L_{T2} = L_2 + 3dB + 3dB = 25.8 dB = 380.1894 = f_{LT_2}$$
$$L_{T3} = L_3 + 3dB = 34.5 dB = 2.8184\cdot 10^3 = f_{LT_3}$$

Ahora cogemos los amplificadores, y convertimos sus ganancias y factores de ruido a lineal

$$f_{G1} = 10^{4/10} = 2.5119; G_1 = 7 \rightarrow g_1 = 5.0119$$
$$f_{G2} = 10^{3/10} = 1.9953; G_2 = 5 \rightarrow g_2 = 3.1623$$
$$f_{G3} = 10^{5/10} = 3.1623; G_3 = 3 \rightarrow g_3 = 1.9953$$

Ahora aplicamos la fórmula de Friis en cada tramo

$$f_{T_1} = f_1 + \frac{f_{LT_1}-1}{g_1} = 131.1373$$

$$f_{T_2} = f_2 + \frac{f_{LT_2}-1}{g_2} = 121.9055$$

$$f_{T_3} = f_3 + \frac{f_{LT_3}-1}{g_3} = 1.4152\cdot 10^3$$

Cada fuente de ruido generará un ruido térmico que sumaremos a la salida

$$n_{T_1} = ktbf_{T_1} g_1 / l_{T_1} = 2.0369 \cdot 10^{-12} W$$

$$n_{T_2} = ktbf_{T_2} g_2 / l_{T_2} = 2.0289 \cdot 10^{-12} W$$

$$n_{T_3} = ktbf_{T_3} g_3 / l_{T_3} = 2.0048 \cdot 10^{-12} W$$

El ruido total será la suma de los 3 ruidos, pasado a logaritmo

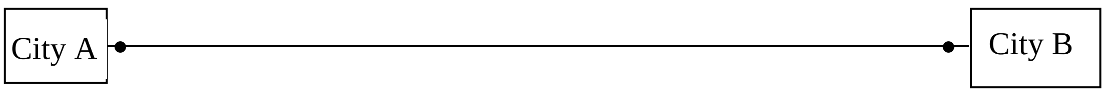
$$N_T = 10 \log_{10} \left(n_{T_1} + n_{T_2} + n_{T_3} \right) + 30 = -82.16 dBm$$

Y finalmente la señal a ruido

$$SNR = P_Y - N_Y = 52.58 dB$$

4

Un operador quiere diseñar un sistema de comunicaciones donde quieren unir las ciudades A y B. Se trata de un enlace de comunicaciones de audio de alta calidad, con un ancho de banda de 50 kHz para cada uno de los canales.



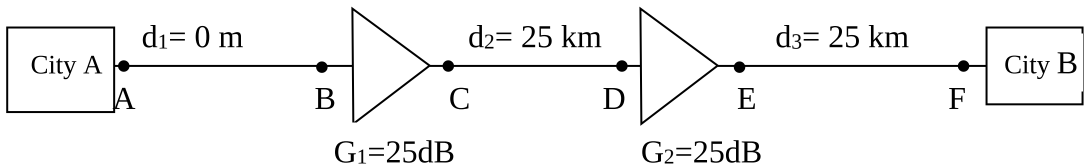
El número total de canales ocupados cada 5 minutos durante una hora entre ambas ciudades se recoge en la siguiente tabla.

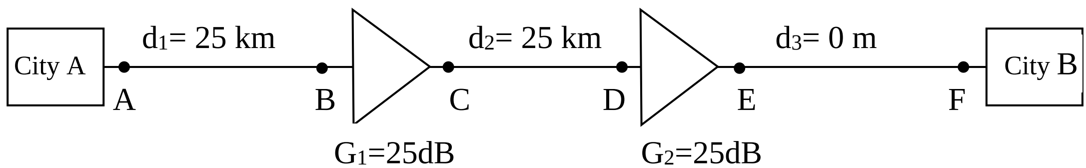
0-5 '	**5-10 '**	**10-15 '**	**15-20 '**	**20-25 '**	**25-30 '**	**30-35 '**	**35-40 '**	**40-45 '**	**45-50 '**	**50-55 '**	**55-60 '**
18	23	56	52	12	35	10	47	34	17	14	30

a) ¿Qué ancho de banda será necesario para cubrir el tráfico demandado expresado en MHz con una calidad de servicio de que una llamada esté siendo servida del 95% (llamadas no servidas son bloqueadas)?
Si la frecuencia de aparición de llamadas es de 300 llamadas por hora, ¿Cuál es la duración media de la llamada en minutos?

A partir de ahora suponga que el ancho de banda necesario es de 100 MHz.

Para unir las dos ciudades, se proponen los siguientes modelos usando cable de pares y amplificadores.





b) Utilizando las expresiones de los parámetros primarios del cable de pares (disponibles en el formulario), y asumiendo las condiciones de la alta frecuencia, proponga las expresiones para la impedancia característica y atenuación. Es decir, exprese α_{HF} y $Z_{0,HF}$ en función de *D*, *d*, *μ*, ε y *f*. Asuma que no hay efecto proximidad, un dieléctrico ideal sin pérdidas y efecto pelicular con un valor de u mayor que 2.

c) Calcule la atenuación e impedancia de las líneas de transmisión de los modelos anteriores. Expréselos en dB y en Ω. (9%)

- Diámetro de los conductores 2 mm.
- Distancia entre conductores 5 mm.
- Conductividad del conductor $7.98 \cdot 10^3\ \Omega^{-1}$/ m.
- Permitividad relativa del dieléctrico 2.8.
- Efecto proximidad despreciable

A partir de ahora considere que la atenuación de los cables es de 1dB/km. La figura de ruido del amplificador es 5 dB, y la temperatura de ruido de la fuente 500 K. T_0 = 290 K. La potencia a la entrada es de 1W.

d) Calcule la SNR (en unidades logarítmicas) a la salida (punto F) en ambos casos indicando cual sería el más adecuado en términos de ruido.

◇ ◇ ◇ ◇ ◇ ◇

a)

El tráfico en Erlangs es el número medio de líneas ocupadas

$$A = \frac{18+23+56+52+12+35+10+47+34+17+14+30}{12} = 29E$$

Con un 5% de Pb, necesitamos 35 canales buscando en las tablas de Erlang

Conceptualmente si vemos las cifras, vemos que en un momento hay 56 canales activos, con lo cual no se podría hacer con 35, es un problema de que los datos suministrados no siguen una exponencial negativa de tiempo de servicio y aparición de llamadas. Sin embargo, lo solucionaremos pasando por alto esta cifra, tal y como lo hemos hecho en clase.
Otra solución sería coger 56 canales, pero entonces la Pb no sería del 5%.

El ancho de banda total será

$$BW = 35\text{canales} \cdot 50kHz / \text{canal} = 1.75\text{MHz}$$

Para calcular la duración media de la llamada, aplicamos la definición de Erlang

$$A = 29E = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{300}{\mu} \rightarrow h = \frac{1}{\mu} = 0.096667 horas = 5.8\min$$

b)

Partimos de las ecuaciones de los parámetros primarios del cable de pares:

$$R(\Omega/m)=2\cdot\frac{1}{\sigma_{eq}\cdot\pi(d/2)^2}\frac{1}{4}\left[1+\sqrt[6]{3^6+8u^6}\right]$$

$$C=(F/m)=\frac{\pi\varepsilon}{\ln(D/(d/2))}$$

$$L=(H/m)=\frac{\mu}{\pi}\ln(D/(d/2))$$

$$u=\sqrt{2}\frac{r_0}{\delta}=\sqrt{2}\frac{(d/2)}{\delta}=\sqrt{2}\frac{(d/2)}{\frac{1}{\sqrt{\sigma\pi f\mu}}}=d/2\sqrt{\mu\sigma\varpi}$$

$$\alpha_{HF}=\frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}=\frac{2}{2}\cdot\frac{\frac{1}{4}\left[1+\sqrt[6]{3^6+8u^6}\right]}{\sigma_{eq}\cdot\pi(d/2)^2}\sqrt{\frac{\frac{\pi\varepsilon}{\ln(D/(d/2))}}{\frac{\mu}{\pi}\ln(D/(d/2))}}=$$

$$=\frac{\frac{1}{4}\left[1+\sqrt[6]{3^6+8u^6}\right]}{\sigma_{eq}\cdot\pi(d/2)^2}\sqrt{\frac{\pi^2\varepsilon}{\mu\ln^2(D/(d/2))}}=\boxed{\frac{\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\left[1+\sqrt[6]{3^6+8\left(d/2\sqrt{\mu\sigma\varpi}\right)^6}\right]}{\sigma_{eq}\cdot d^2\ln(D/(d/2))}=\alpha_{HF}}$$

$$Z_{0,HF}=\sqrt{\frac{L}{C}}=\sqrt{\frac{\frac{\mu}{\pi}\ln(D/(d/2))}{\frac{\pi\varepsilon}{\ln(D/(d/2))}}}=\boxed{\frac{\ln(D/(d/2))}{\pi}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}=Z_{0,HF}}$$

c)

$$R(0)=2\cdot\frac{1}{\sigma\cdot S}=2\cdot\frac{1}{7{,}98\cdot10^3\cdot\pi\cdot\left(\frac{2\cdot10^{-3}}{2}\right)^2}=79.7769(\Omega/m)$$

Calculamos delta

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\sigma \pi f \mu}} = 5.634 \cdot 10^{-4} m$$

Ahora calculamos el valor de u:

$$u = \sqrt{2}\frac{(d/2)}{\delta} = 2.5101$$

Lo que implica que podemos calcular el valor de R(100MHz) como

$$R(f) = R(0)\frac{1}{4}\left[1 + \sqrt[6]{3^6 + 8u^6}\right] = 1.1846 R(0) = 94.5055(\Omega / m)$$

Ahora seguimos con los demás parámetros primarios

$$C = (F/m) = \frac{\pi \varepsilon}{\ln(D/(d/2))} = 4.8370 \cdot 10^{-11} F/m$$

$$L = (H/m) = \frac{\mu}{\pi}\ln(D/(d/2)) = 6.4378 \cdot 10^{-7} H/m$$

Ahora ya tenemos todos los parámetros primarios. Veamos si estamos en alta o baja frecuencia:

$$\frac{R}{\omega L} = \frac{94.5055}{2\pi 100 \cdot 10^6 \cdot 6.4378 \cdot 10^{-7}} = 0.2336 < 0.4$$

Así que estamos en alta frecuencia, podemos utilizar las aproximaciones de alta frecuencia:

$$\alpha_{AF}(100MHz) = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}} = 0.4096(Np/m) = 3.552 dB/m$$

$$L = \alpha_{AF}(100MHz) \cdot 25km = 8.881 \cdot 10^4 dB$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = 115.3662\Omega$$

d)

En los dos casos, como hay un cable de longitud cero, tendríamos 4 elementos: dos amplificadores y dos cables idénticos

En el caso del amplificador tendríamos

$$G_a = 25dB; g_2 = 316.22$$

$$F_a = 5dB; f_a = 3.1623 \rightarrow t_{ea} = 627.06K$$

En el caso del cable

$$L_c = 1dB/km \cdot 25km = 25dB$$

$$F_c = 25dB; f_c = 316.22 \rightarrow t_{ec} = 9.1416 \cdot 10^4 K$$

$$G_c = -25dB; g_c = 0.0032$$

En el caso primero tendremos amplificador, cable, amplificador, cable. Como la temperatura de la fuente es distinta de t_0 tenemos que usar temperaturas de antena.

$$t_{e1} = t_{ea} + \frac{t_{ec}}{g_a} + \frac{t_{ea}}{g_a g_c} + \frac{t_{ec}}{g_a g_c g_a} = 1.8323 \cdot 10^3 K$$

$$t_{e2} = t_{ec} + \frac{t_{ea}}{g_c} + \frac{t_{ec}}{g_c g_a} + \frac{t_{ea}}{g_c g_a g_c} = 579420K$$

La potencia de entrada es 1 W, que la podemos pasar a unidades logarítmicas: 30 dBm

El ruido a la salida lo calculamos usando las temperaturas equivalentes, ya que la temperatura de la fuente es distinta de T_0.

$$W_{n1} = 10\log_{10}\left(k\left(t_s + t_{eq1}\right)b_n g_t\right) + 30 = -84.9234dBm$$

$$W_{n2} = 10\log_{10}\left(k\left(t_s + t_{eq2}\right)b_n g_t\right) + 30 = -60.96dBm$$

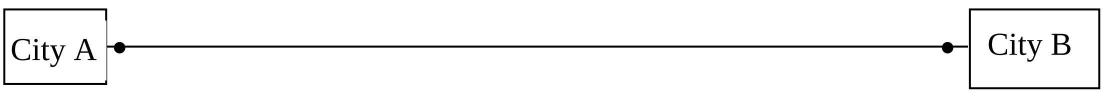
La potencia a la salida es la misma que la entrada, ya que en total los amplificadores tienen la
misma ganancia que la atenuación de los cables, de tal forma que las señales a ruido quedan:

$$SNR_1 = 30dBm - W_{n1} = 114.92dB$$
$$SNR_2 = 30dBm - W_{n2} = 90.96dB$$

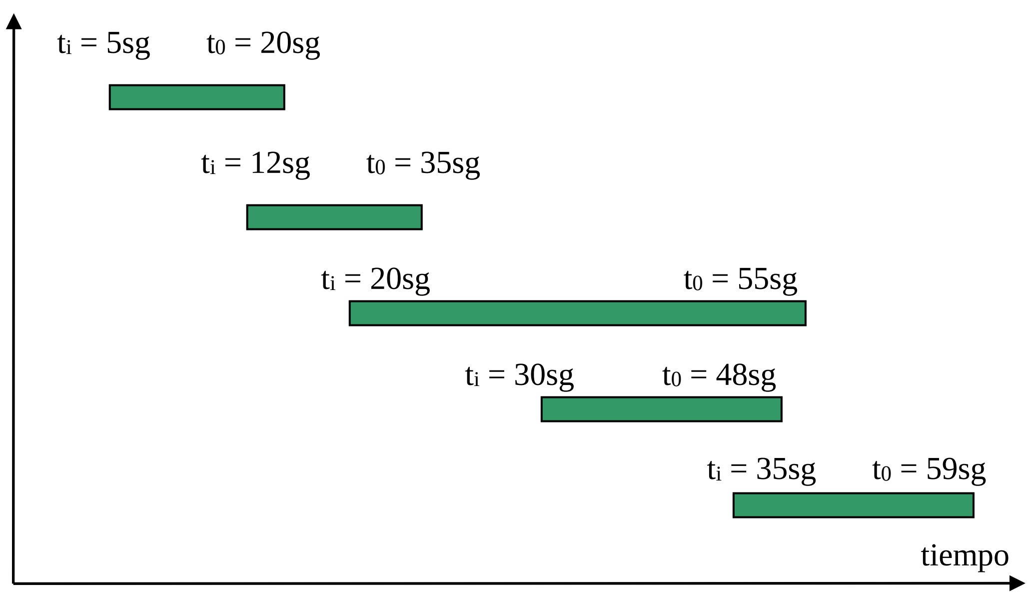
El primer sistema tiene mejor señal a ruido. En este tipo de sistemas se debe colocar en primer lugar un elemento de bajo ruido y algo de ganancia para cancelar el ruido de los demás elementos. Si ponemos un cable, además de tener una ganancia negativa, tiene un elevado ruido.

5

Un operador quiere diseñar un sistema de comunicaciones donde quieren unir las ciudades A y B. Se trata de un enlace de comunicaciones de audio de alta calidad, con un ancho de banda de 50 kHz para cada uno de los canales.

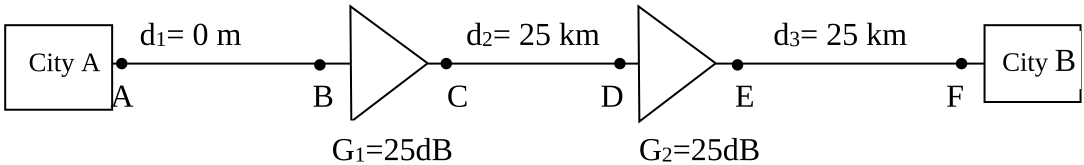


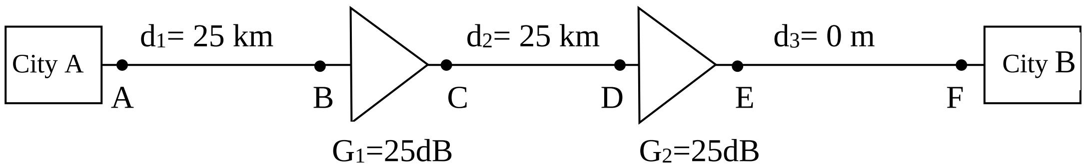
Observamos durante un minuto el tráfico telefónico generado por una serie de usuarios y vemos que se generan las siguientes llamadas con la duración indicada.



a) ¿cuál sería el tráfico ofrecido en Erlangs? ¿Y el número medio de líneas ocupadas? (5%)

Para unir las dos ciudades, se proponen los siguientes modelos usando cable coaxial y amplificadores, una señal con ancho de banda 100 MHz. Se proponen dos soluciones según se observa en la siguiente figura:





b) Utilizando las expresiones de los parámetros primarios del cable coaxial (disponibles en el formulario), y asumiendo las condiciones de la alta frecuencia, proponga las expresiones para la impedancia característica y atenuación. Es decir, exprese α_{HF} y $Z_{0,HF}$ en función de D, d, μ_0, ε y R_s. Demuestre todos los pasos, y no sustituya el valor de μ_0. (5%)

c) Calcule la atenuación e impedancia de las líneas de transmisión de los modelos anteriores (son todas iguales). Expréselos en dB y en Ω. ¿Qué error cometemos en ambos valores (atenuación e impedancia) utilizando la aproximación de alta frecuencia? ¿Y la de baja frecuencia? (10%)

Calcule el error como $\dfrac{\left|X_{aprox} - X_{exacto}\right|}{X_{exacto}} 100\%$

$R = 25\ \Omega / m$

$L = 12\ \text{n}H / km$

$C = 0.2\ pF / m$

$G = 0$

A partir de ahora considere que la atenuación de los cables es de 1dB/km. La figura de ruido del amplificador es 5 dB, y la temperatura de ruido de la fuente 290 K. T_0 = 290 K. La potencia a la entrada es de 1W.

d) Calcule la SNR en cada punto del sistema para cada caso. Indicando qué caso sería el más adecuado a nivel de señal a ruido. Dibuje ambos hipsogramas. (10%)

◇ ◇ ◇ ◇ ◇ ◇

a)

Del diagrama temporal, la duración media de las llamadas es:

$$\frac{15+23+35+18+24}{5}=23sg=\frac{1}{\mu}$$

El tiempo medio entre llamadas es:

$$\frac{5+7+8+10+5}{5}=7\ sg=\frac{1}{\lambda}\rightarrow\lambda=0.1429llamads/sg$$

Otra forma de calcular la frecuencia de aparición de llamadas

$$\lambda=\frac{5\text{ llamadas}}{60\text{ segundos}}=0.0833\text{ llamadas/s}$$

El tráfico lo obtenemos como (usando el primer lambda):

$$A=\frac{\lambda}{\mu}=3.2857\ E$$

O bien:

$$A=\frac{\lambda}{\mu}=1.9159\ E$$

Como se aprecia, este valor no coincide con el valor obtenido cuando empleábamos el tiempo medio entre llegadas. La razón radica en que tenemos muy pocas llamadas, es decir, tenemos muy pocas muestras del proceso aleatorio por lo que la inversa del tiempo medio entre llamadas (llegadas) no es igual al número medio de llamadas por unidad de tiempo.

El número medio de líneas ocupadas sería el tráfico por definición, aunque lo podemos calcular de la gráfica, que coincide con el tráfico calculado mediante la frecuencia de aparición de llamadas

$$\frac{15+23+35+18+24}{60}=1.9167$$

b)

Partimos de las ecuaciones de los parámetros primarios del cable coaxial:

$$R = \frac{R_s}{\pi}\left(\frac{1}{D} + \frac{1}{d}\right)$$

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi}\ln\left(\frac{D}{d}\right)$$

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_r\varepsilon_o}{\ln\left(\frac{D}{d}\right)}$$

$$\alpha_{HF} = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{R_s}{2\pi}\left(\frac{1}{D} + \frac{1}{d}\right)\sqrt{\frac{\frac{2\pi\varepsilon_r\varepsilon_o}{\ln\left(\frac{D}{d}\right)}}{\frac{\mu_0}{2\pi}\ln\left(\frac{D}{d}\right)}} = \boxed{\frac{\frac{R_s}{2\pi}\left(\frac{1}{D} + \frac{1}{d}\right)}{\ln\left(\frac{D}{d}\right)}\sqrt{\frac{\varepsilon_r\varepsilon_o}{\mu_0}}}$$

$$Z_{0,HF} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{\frac{\mu_0}{2\pi}\ln\left(\frac{D}{d}\right)}{\frac{2\pi\varepsilon_r\varepsilon_o}{\ln\left(\frac{D}{d}\right)}}} = \boxed{\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_r\varepsilon_o}}\frac{\ln\left(\frac{D}{d}\right)}{2\pi}}$$

c)

$R = 25\ \Omega / m$

$L = 12\ \text{n}H\ /\ Km = 12\ \text{p}H\ /\ m$

$C = 0.2\ pF\ /\ m$

$G = 0$

$$\text{Criterio} = \frac{R}{\varpi L} = 2.6526 \cdot 10^3$$

Estamos en baja frecuencia. Construimos los parámetros primarios

$$Z = R + j\omega L = 25 + 0.0094248\,j$$
$$Y = G + j\omega C = 0 + 1.5708 \cdot 10^{-4}\,j$$

Calculamos la impedancia de forma exacta, y utilizando las aproximaciones de alta y baja frecuencia

$$Z_{0\_\text{exacto}} = \left| \sqrt{\frac{Z}{Y}} \right| = 398.9423\ \Omega$$

$$Z_{0\_\text{baja\_frecuencia}} = \left| \sqrt{\frac{R}{2\omega C}}\,(1 - j) \right| = 398.9423\Omega$$

$$Z_{0\_\text{alta\_frecuencia}} = \left| \sqrt{\frac{L}{C}} \right| = 7.7460\ \Omega$$

Y ahora hacemos lo propio con la atenuación

$$\alpha_{\text{exacto}} = 8.68\,\mathrm{Re}(\gamma) \cdot 2500 = 8.68\,\mathrm{Re}\left(\sqrt{ZY}\right) \cdot 25000 = 9.6137\text{e+03}\ dB\ /\ 25km$$

$$\alpha_{\text{baja\_frecuencia}} = 8.68\left(\sqrt{\frac{\omega RC}{2}} \right) \cdot 25000 = 9.6156\text{e+03}\ dB\ /\ 25km$$

El error que cometemos es la diferencia entre cada una de ellas y el exacto.

$$Error\_Alta\_Z_0 = \frac{\left|Z_{0\_\text{alta\_frecuencia}} - Z_{0\_\text{exacto}}\right|}{Z_{0\_\text{exacto}}} = 98.0584\%$$

$$Error\_Baja\_Z_0 = \frac{\left|Z_{0\_\text{baja\_frecuencia}} - Z_{0\_\text{exacto}}\right|}{Z_{0\_\text{exacto}}} = 3.5531 \cdot 10^{-6}\%$$

$$Error\_Alta\_\alpha = \frac{\left|\alpha_{\text{alta\_frecuencia}} - \alpha_{\text{exacto}}\right|}{\alpha_{\text{exacto}}} = 3.5425 \cdot 10^{3}\%$$

$$Error\_Baja\_\alpha = \frac{\left|\alpha_{\text{baja\_frecuencia}} - \alpha_{\text{exacto}}\right|}{\alpha_{\text{exacto}}} = 0.0189\%$$

d)
En ambos circuitos tenemos amplificadores y cables
En el caso del amplificador tendríamos

$$G_a = 25dB; g_2 = 316.22$$

$$F_a = 5dB;\ f_a = 3.1623$$

En el caso del cable

$$L_c = 1dB/km \cdot 25km = 25dB$$

$$F_c = 25dB;\ f_c = 316.22$$

$$G_c = -25dB; g_c = 0.0032$$

En el primer caso

$$P_A = 30dBm$$

$$P_B = P_A + 0 = 30dBm$$

$$P_C = P_B + Ga = 55dBm$$

$$P_D = P_C + Gc = 30dBm$$

$$P_E = P_D + Ga = 55dBm$$

$$P_F = P_E + Gc = 30dBm$$

Calculamos los factores de ruido

$$f_{A\_B} = 1$$
$$f_{A\_C} = f_a \rightarrow F_{A\_C} = 5dB$$
$$f_{A\_D} = f_a + \frac{f_c - 1}{g_a} \rightarrow F_{A\_D} = 6.19dB$$
$$f_{A\_E} = f_a + \frac{f_c - 1}{g_a} + \frac{f_a - 1}{g_a g_c} \rightarrow F_{A\_E} = 8.0081dB$$
$$f_{A\_F} = f_a + \frac{f_c - 1}{g_a} + \frac{f_a - 1}{g_a g_c} + \frac{f_c - 1}{g_a g_c g_a} \rightarrow F_{A\_D} = 8.6441dB$$
$$W_{nA} = 10\log_{10}\left(kt_s b_n\right) + 30 = -93.9772dBm$$
$$W_{nB} = W_{nA} = -93.9772dBm$$
$$W_{nC} = W_{nA} + F_{A\_C} + \left(G_a\right) = -63.9772dBm$$
$$W_{nD} = W_{nA} + F_{A\_D} + \left(G_a G_c\right) = -87.7872dBm$$
$$W_{nE} = W_{nA} + F_{A\_E} + \left(G_a G_c G_a\right) = -60.9691dBm$$
$$W_{nF} = W_{nA} + F_{A\_F} + \left(G_a G_c G_a G_c\right) = -85.3332dBm$$

En el segundo caso
$$P_A = 30dBm$$
$$P_B = P_A + G_C = 5dBm$$
$$P_C = P_B + Ga = 30dBm$$
$$P_D = P_C + Gc = 5dBm$$
$$P_E = P_D + Ga = 30dBm$$
$$P_F = P_E = 30dBm$$
Calculamos los factores de ruido

$$f_{A\_B} = f_c \rightarrow F_{A\_B} = 25dB$$

$$f_{A\_C} = f_c + \frac{f_a - 1}{g_c} \rightarrow F_{A\_C} = 30dB$$

$$f_{A\_D} = f_c + \frac{f_a - 1}{g_c} + \frac{f_c - 1}{g_c g_a} \rightarrow F_{A\_D} = 31.19dB$$

$$f_{A\_E} = f_c + \frac{f_a - 1}{g_c} + \frac{f_c - 1}{g_c g_a} + \frac{f_a - 1}{g_c g_a g_c} \rightarrow F_{A\_E} = 33.0081dB$$

$$f_{A\_F} = f_{A\_E}$$

$$W_{nA} = 10\log_{10}\left(k t_s b_n\right) + 30 = -93.9772dBm$$

$$W_{nB} = W_{nA} + F_{A\_B} + \left(G_c\right) = -93.9772dBm$$

$$W_{nC} = W_{nA} + F_{A\_C} + \left(G_c G_a\right) = -63.9772dBm$$

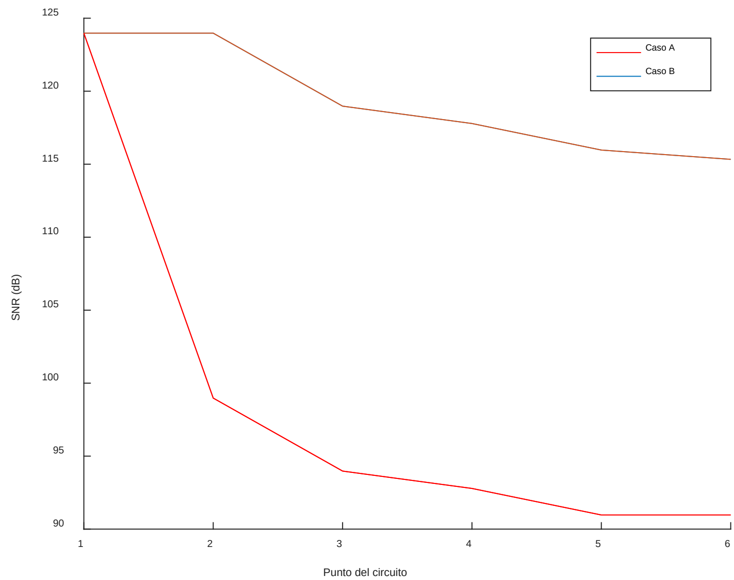
$$W_{nD} = W_{nA} + F_{A\_D} + \left(G_c G_a G_c\right) = -87.7872dBm$$

$$W_{nE} = W_{nA} + F_{A\_E} + \left(G_c G_a G_c G_a\right) = -60.9691dBm$$

$$W_{nF} = W_{nE} = -60.9691dBm$$

Luego calculamos la SNR como la resta entre la señal y el ruido
Caso A
[123.9772 123.9772 118.9772 117.7872 115.9691 115.3332] dB
Cabo B
[123.9772   98.9772   93.9772   92.7872   90.9691   90.9691] dB

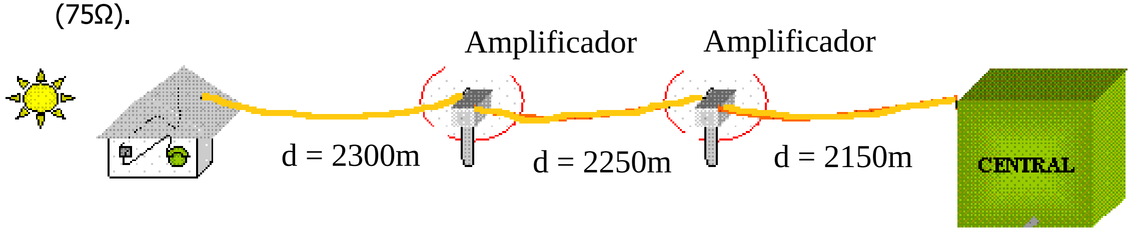
Y podemos dibujar el hipsograma



125
120
115
110
105
100
95
90
SNR (dB)
1
2
3
4
5
6
Punto del circuito
Caso A
Caso B

6

Se quiere conectar una vivienda a una central de distribución de televisión (75Ω).



Datos Cable:

- $\varepsilon_0 = 8.85\ 10^{-12}$ F/m
- $\varepsilon_r = 1.28$
- $\mu_0 = 4\ \pi\ 10^{-7}$ H/m
- G despreciable
- Conductor cobre
- Atenuación del cable a 17ºC y a la frecuencia de trabajo = 13.02 dB/km
- Frecuencia de trabajo = 47 MHz
- Variación de R con la temperatura, $k = 0.02\ K^{-1}$

Datos amplificador

- ganancia de 30 dB
- figura de ruido de 7 dB
- coeficiente M_3 de -20 dB.

Señal de entrada

- Potencia -20 dBm
- Ancho de banda, 47 MHz

Datos receptor

- Sensibilidad -50 dBm
- Impedancia cercana a 50 Ω.
- La C/N debe ser superior a 50 dB, y 45 dB la C/I para demodular correctamente.

La temperatura de ruido de la fuente es la temperatura que haya en el ambiente.

Conteste a las siguientes preguntas justificando las respuestas:

a) Calcule las dimensiones geométricas del cable coaxial expresados en metros (d_1 y d_2). (8%)
b) ¿Recibiría la central suficiente potencia cuando la temperatura ambiente fuese de 17º C (T_0)? (3%)
c) En verano la temperatura aumenta ¿Recibiría la potencia correcta si la temperatura ambiente en verano es de 32ºC? (3%)
d) Asumiendo $T_{ambiente}=T_0$, T_S = 300K.. Calcule la S/N a la entrada y la S/N a la salida del sistema, ¿Cumpliría los requisitos la central? (8%)
e) ¿Cumpliría el valor de C/I la central? (8%)

◇ ◇ ◇ ◇ ◇ ◇

a)

Conocemos la impedancia (75Ω), y la atenuación a 47 MHz (13,02 dB/km), ε_r = 1.28.

Calcule las dimensiones geométricas del cable.

De la impedancia sabemos

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{60}{\sqrt{\varepsilon_r}} \ln\frac{d_2}{d_1} \rightarrow \frac{d_2}{d_1} = 4.1133$$

De la atenuación, 13,02 dB/km = 0.0015 Np/m

$$\alpha = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{R}{2Z_0} \rightarrow R(47MHz) = 0.22\Omega/m$$

$$R_s = \frac{1}{\sigma\cdot\delta} = \left(\delta(47MHz) = \frac{1}{\sqrt{\pi\cdot 47\cdot 10^6\cdot 4\pi 10^{-7}\cdot 58,15\cdot 10^6}} = 9,63\cdot 10^{-6}\,m\right) = 1,79\cdot 10^{-3}\Omega$$

$$R = \frac{1,79\cdot 10^{-3}}{\pi}\left(\frac{1}{d_1}+\frac{1}{d_2}\right) = 0,22(\Omega/m) \rightarrow \left(\frac{1}{d_1}+\frac{1}{d_2}\right) = 386.1175m^{-1}$$

Con lo cual tengo dos ecuaciones con dos incógnitas

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{d_2}{d_1} = 4.1133 \\ \left(\dfrac{1}{d_1}+\dfrac{1}{d_2}\right) = 386.1175m^{-1} \end{array}\right\} \left(\frac{4.1133}{d_2}+\frac{1}{d_2}\right) = 386.1175m^{-1} \rightarrow d_2 = 0.0132m$$

$$\frac{d_2}{d_1} = 4.1133 \to d_1 = 0.0032m$$

b)

$$P_R = -20dBm - (2.3km + 2.25km + 2.15km) \cdot 13.02dB/km + 2 \cdot 30dB = -47.23dBm$$

c)

Sabemos que

$$R(T) = R(20^o C)\left(1 + 0.02\left(32^o C - 17^o C\right)\right)$$

$$\alpha\left(35^o C\right) = \frac{R\left(35^o C\right)}{2}\sqrt{\frac{C}{L}} = \alpha\left(20^o C\right)\left(1 + 0.02\left(35^o C - 20^o C\right)\right) = 16.92dB/km$$

$$P_R = -20dBm - (2.3km + 2.25km + 2.15km) \cdot 16.92dB/km + 2 \cdot 30dB = -73.4042dBm$$

No funcionaría

d)

Tenemos 5 bloques.

$$g_1 = 10^{\frac{\alpha \cdot 2.3}{10}} = 0.001;\ f_1 = 1/g_1 = 987.643; te_1 = t_0\left(f_1 - 1\right) = 2.8909 \cdot 10^5 K$$

$$g_2 = 1000;\ f_2 = 10^{0.7} = 5.0119; te_2 = t_0\left(f_2 - 1\right) = 1.1755 \cdot 10^3 K$$

$$g_3 = 10^{\frac{\alpha \cdot 2.25}{10}} = 0.0012;\ f_3 = 1/g_3 = 850.1587; te_3 = t_0\left(f_3 - 1\right) = 2.4880 \cdot 10^5 K$$

$$g_4 = 1000;\ f_4 = 10^{0.7} = 5.0119; te_4 = t_0\left(f_4 - 1\right) = 1.1755 \cdot 10^3 K$$

$$g_5 = 10^{\frac{\alpha \cdot 2.3}{10}} = 0.0016;\ f_5 = 1/g_5 = 629.9412; te_5 = t_0\left(f_5 - 1\right) = 1.8428 \cdot 10^5 K$$

Aplicamos Friis

$$t_{eq} = t_{e1} + \frac{t_{e2}}{g_1} + \frac{t_{e3}}{g_1 g_2} + \frac{t_{e4}}{g_1 g_2 g_3} + \frac{t_{e5}}{g_1 g_2 g_3 g_4} = 2.8367 \cdot 10^6 K$$

$$W_{si} = -20dBm$$
$$W_{so} = -20dBm - \left(2.3km + 2.25km + 2.15km\right)\cdot 13.02dB/km + 2\cdot 30dB = -47.23dBm$$

$$W_{ni} = 10\log_{10}\left(kt_s b\right) + 30 = -97.109dBm$$
$$W_{so} = 10\log_{10}\left(k\left(t_s + t_e\right)bg\right) = -84.5857dBm$$
$$\left.\frac{S}{N}\right|_i = W_{si} - W_{ni} = 77.109dB$$
$$\left.\frac{S}{N}\right|_o = W_{so} - W_{no} = 37.3517dB$$

No cumpliría el requisito de C/N, ya que es menor a 50 dB

e)

Lo primero es calcular la potencia a la salida de ambos amplificadores. Llamamos P_{1_1} la potencia a la salida del primer amplificador, y P_{1_2} la potencia a la salida del segundo amplificador:

$$P_{1\_1} = -20dBm - \left(2.3km\right)\cdot 13.02dB/km + 30dB = -19.944dBm$$
$$P_{1\_2} = -20dBm - \left(2.3km + 2.25km\right)\cdot 13.02dB/km + 2\cdot 30dB = -19.24dBm$$

Calculamos el ruido de intermodulación a la salida de cada amplificador

$$P_{I\_1} = -20dB + 3\left(P_{1\_1}\right) + 20\log_{10}(3) = -70.2956dBm$$
$$P_{I\_2} = -20dB + 3\left(P_{1\_2}\right) + 20\log_{10}(3) = -68.1806dBm$$

Ahora trasladamos esas potencias a la salida

$$P_{I\_1\_OUT} = P_{I\_1} - \left(2.25km + 2.15km\right)\cdot 13.02dB/km + 30dB = -97.58dBm$$
$$P_{I\_2\_OUT} = P_{I\_2} - \left(2.15km\right)\cdot 13.02dB/km = -96.17dBm$$

Las sumamos en potencia

$$P_{I\_1\_OUT} = P_{I\_1} - \left(2.25km + 2.15km\right)\cdot 13.02dB/km + 30dB = -97.58dBm$$
$$P_{I\_2\_OUT} = P_{I\_2} - \left(2.15km\right)\cdot 13.02dB/km = -96.17dBm$$

$$P_{I\_OUT} = 10\log 10\left(10^{\frac{P_{I\_1\_OUT}}{10}} + 10^{\frac{P_{1\_2\_OUT}}{10}}\right) = -93.8113 dBm$$

Entonces la C/I a la salida será

$$\left.\frac{C}{I}\right|_{o} = W_{si} - P_{I\_OUT} = 46.57 dB$$

Si funcionaría

Comunicaciones móviles

1

Un sistema de comunicaciones móviles sectorizado de forma triple está establecido en una ciudad con un área de 30 km^2. Se asume que las células poseen una cobertura circular y que si existen M células en el sistema la superficie total cubierta por esas M células es igual a M•Scélula.

Se ha comprobado que el número de usuarios es pequeño y se desea que el número de usuarios en toda la ciudad sea como mínimo 20.000. No se puede aumentar el número de canales del sistema. Halle el radio celular máximo.

Se pueden emplear nuevos equipos indicados en los Datos y por motivos de presupuesto el número de células no puede ser mayor que 30. Halle el tipo de BTS adecuado (1, 2 o 3).

Datos:

$(C/I)_{min}$=17 dB.

Probabilidad de bloqueo. P_B=0,5 %.

Número de canales del sistema: N=50.

Constante de propagación: γ= 4.

Tráfico ofrecido por usuario: T=1 mE.

BTS 1: $PIRE_{BTS}$= 30 dBm; PIU_{BTS} = — 95 dBm.

BTS 2: $PIRE_{BTS}$= 30 dBm; PIU_{BTS} = —105 dBm.

BTS 3: $PIRE_{BTS}$= 30 dBm; PIU_{BTS} = — 115 dBm.

MS: $PIRE_{MS}$= 10 dBm; PIU_{MS}= —110 dBm.

Modelo de propagación: L=10+40·log10(r(metros)).

◇ ◇ ◇ ◇ ◇ ◇

a) En primer lugar, calculamos el patrón celular y el número de usuarios en cada célula:

$$\frac{C}{I} = \frac{s}{6} q^{\gamma} = \frac{3}{6}\left(\sqrt{3k}\right)^{\gamma} \quad \text{ya que q=}\sqrt{3k}$$

$$\frac{C}{I} = \frac{1}{2} q^{\gamma} > 10^{\frac{17}{10}} = 50{,}11 \rightarrow q^{\gamma} > 2 \cdot 50{,}11 \rightarrow \left(\sqrt{3k}\right)^{\gamma} > 100{,}22$$

$$\left(3k\right)^{\frac{\gamma}{2}} > 100{,}22 \rightarrow k > \left(\frac{1}{3}\right) \cdot \left(100{,}22\right)^{\frac{2}{\gamma}} = \left(\frac{1}{3}\right) \cdot \left(100{,}22\right)^{\frac{2}{4}} = 3{,}33 \rightarrow k \geq 4$$

$$k = 4,\ N_C = \frac{50\ canales / agrupación}{4\ células / agrupación} = 12 \text{ canales/célula}$$

$$4/12;\ N_S = \frac{N_C\ \ canales / celula}{3 \text{ sectores} / celula} = \frac{12}{3} \frac{\text{canales}}{\text{sector}} = 4 \frac{\text{canales}}{\text{sector}}$$

$$\left.\begin{array}{l} 4/12 \\ N_S = 4 \text{ canales} / \text{sector} \\ \qquad P_B = 0{,}5\% \end{array}\right\} \underbrace{\Rightarrow}_{Erlang-B} \text{Trafico Ofrecido Total} = 0{,}7012\ E$$

$$U_S = \frac{\text{Trafico Ofrecido Total}}{\text{Trafico Ofrecido/abonado}} = \frac{0{,}7012}{0.001} \approx 701 \frac{\text{usuarios}}{\text{sector}}$$

$$U_c = U_S \cdot 3 = 701 \cdot 3 = 2103\ \frac{\text{usuarios}}{\text{célula}}$$

A continuación, calculamos el número mínimo de células necesarias para dar servicio a los usuarios:

$$N_{células} > \frac{20000 \text{ usuarios}}{2103 \text{ usuarios} / célula} = 9{,}51 \text{ células} \rightarrow N_{células} > 10 \text{ células}$$

El radio máximo celular es:

$$Área < \frac{30 \text{ km}^2}{10 \text{ células}} = 3 \text{ km}^2 \rightarrow Área_{\max} = 3 \text{ km}^2$$

$$Área = \pi \cdot R_{célula}^2 \rightarrow R_{célula} < \sqrt{\frac{Área_{\max}}{\pi}} = 0{,}977 km \rightarrow R_{célula\_\max} = 0{,}977 km$$

Por lo tanto, el radio celular tiene que ser como máximo de 977 metros. Como nos indican que el número máximo de células es 30 el radio celular mínimo es:

$$Área < \frac{30\ \mathrm{km}^2}{30\ \text{células}} = 1\ \mathrm{km}^2 \rightarrow Área_{\min} = 1\ \mathrm{km}^2$$

$$Área = \pi \cdot R_{célula}^2 \rightarrow R_{célula} > \sqrt{\frac{Área}{\pi}} = 0,564km \rightarrow R_{célula\_\min} = 0,564km$$

Las pérdidas máximas de propagación compensables en el enlace ascendente son:

$$L_{\max,\mathrm{desc}} = PIRE_{BTS} - PIU_{MS} = 30dBm - (-110dBm) = 140dB \rightarrow R_{\max,\mathrm{desc}} = 10^{\frac{(140-10)}{40}} = 1778m$$

Por lo tanto, se pueden utilizar estaciones base cuyo enlace descendente puede está comprendido entre 977m y 564 metros.
Analizamos las tres opciones en el enlace ascendente:

$$1)\ L_{\max,\mathrm{asc}} = PIRE_{MS} - PIU_{BTS} = 10dBm - (-95dBm) = 105dB \rightarrow R_{\max,\mathrm{asc}} = 10^{\frac{(105-10)}{40}} = 237m$$

$$2)\ L_{\max,\mathrm{asc}} = PIRE_{MS} - PIU_{BTS} = 10dBm - (-105dBm) = 115dB \rightarrow R_{\max,\mathrm{asc}} = 10^{\frac{(115-10)}{40}} = 421m$$

$$3)\ L_{\max,\mathrm{asc}} = PIRE_{MS} - PIU_{BTS} = 10dBm - (-115dBm) = 125dB \rightarrow R_{\max,\mathrm{asc}} = 10^{\frac{(125-10)}{40}} = 750m$$

En el caso 1 y el 2 el radio celular máximo es 237 metros y 421 metros respectivamente y por lo tanto no se supera el radio mínimo.
La opción 3 es válida ya que permite desplegar el sistema con más de 10 células (ya que $R_{max,asc}$=750<977m) y menos de 30 células (ya que $R_{max,asc}$=750>564 m).

2

Se desea calcular la probabilidad de bloqueo máxima de un sistema de comunicaciones móviles que está instalado en una zona urbana. Los datos del sistema son:

- Relación portadora a interferencia mínima igual a 14 dB.
- El tráfico ofrecido por usuario es 10 mE.
- El número de canales Nc del sistema es 100.
- La constante de propagación γ es 4 en la zona urbana.
- Se emplea sectorización triple.
- La densidad de usuarios es ρ=1200 usuarios/km2.
- Los datos de los equipos que componen las estaciones base y los móviles se muestran en la Figura 1.
- El modelo de propagación: L(dB)=20+4·10·log10(d(m)).
- Existe un margen de desvanecimiento igual a 7 dB.

a) Calcule la probabilidad de bloqueo máxima.

b) En una zona en la que se desea instalar un sistema de comunicaciones móviles tenemos dos patrones celulares posibles, por ejemplo k=4 y k=7; queremos comparar la capacidad que ofrece cada patrón en la zona. ¿Podríamos emplear el número de usuarios por célula para comparar las capacidades? ¿Podríamos emplear el número de usuarios por agrupación (cluster)? ¿Qué patrón ofrecería mayor capacidad? Razone las respuestas.

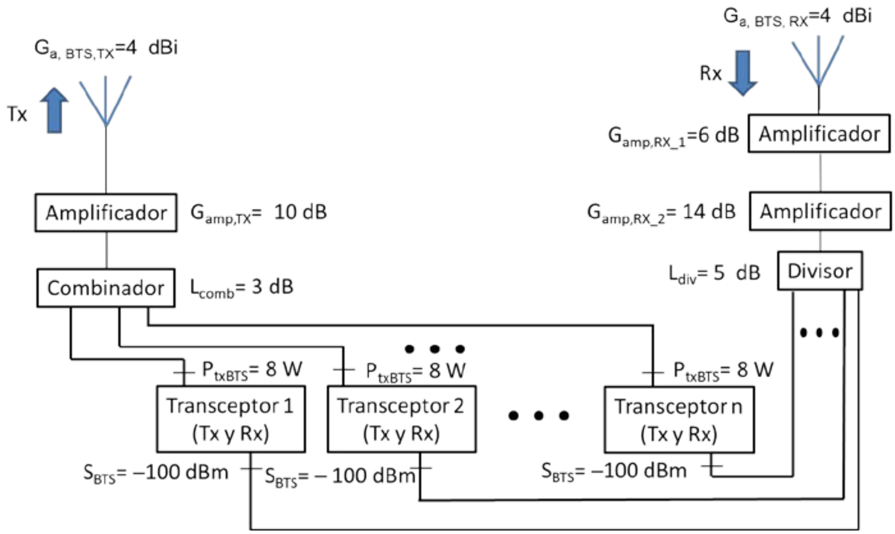


Figura 1.a. Esquema de la BTS

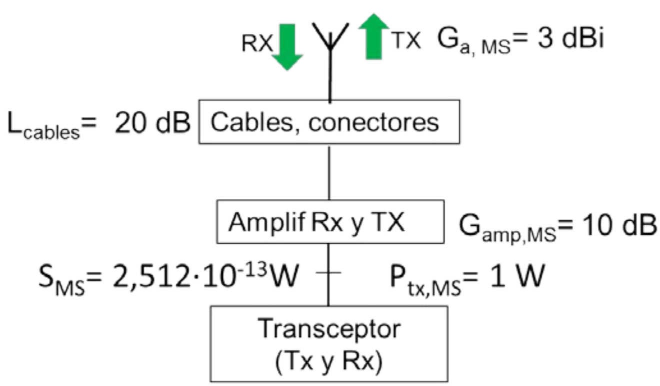


Figura 1.b. Esquema de la MS.

◇ ◇ ◇ ◇ ◇ ◇

a) En primer lugar, calculamos el balance del enlace para obtener el radio celular.

$$P_t(dBm) = 10 \cdot \log_{10}(8) + 30dB = 39dBm$$
$$S(dBm) = 10 \cdot \log_{10}(2,512 \cdot 10^{-13}) + 30dB = -96dBm$$
$$PIRE_{BTS} = P_t(dBm) - L_{comb}(dB) + G_{amp,Tx}(dB) + G_{ant,Tx}(dBi)$$
$$PIRE_{BTS} = 39dBm - 3dB + 10dB + 4dBi = 50dBm$$
$$PIU_{MS} = (S_{MS} + M) - G_{ampl,Rx} + L_{cables,MS} - G_{ant,MS}$$
$$PIU_{MS} = (-96dBm + 7dB) - 10dB + 20dB - 3dBi = dBm$$
$$L_{\max,\text{desc}} = PIRE_{BTS} - PIU_{MS} = 50 - (-82) = 132dB$$

$$P_t(dBm) = 10 \cdot \log_{10}(1) + 30dB = 30dBm$$
$$PIRE_{MS} = P_t(dBm) + G_{ampl,Rx} - L_{cables,MS} + G_{ant,MS}$$
$$PIRE_{MS} = 30dBm + 10dB - 20dB + 3dBi = 23dBm$$
$$PIU_{BTS} = (S_{BTS} + M) + L_{div}(dB) - G_{amp,Tx\_1}(dB) - G_{amp,Tx\_2}(dB) - G_{ant,Tx}(dBi)$$
$$PIU_{BTS} = (-100dBm + 7dB) + 5dB - 14dB - 6dB - 4dBi = 112dBm$$
$$L_{\max,\text{asc}} = PIRE_{BTS} - PIU_{MS} = 23 - (-112) = 135dB$$

El enlace más restrictivo es el enlace descendente. EL radio celular es:

$$L_{\max,\text{desc}} = 20 + 4 \cdot 10 \cdot \log_{10}\left(R_{\max,\text{desc}}\right) \rightarrow R_{\max,\text{desc}} = 10^{\frac{L_{\max,\text{desc}} - 20}{40}} = 630,9m = 0,6309km$$

El número de usuarios en cada célula y cada sector es:

$$A_{célula} = \pi \cdot R_{célula}^2 = 1,25km^2 \rightarrow N_{usuarios/célula} = \rho \cdot A_{célula} = 1200 \cdot 1,25 = 1500$$
$$N_{\text{usuarios/sector}} = \frac{N_{usuarios/célula}}{3} = 500$$

El tráfico total en cada sector es:

$$T_{\text{sector}} = T_{usuario} \cdot N_{\text{usuarios/sector}} = 500 \cdot 10mE = 5E$$

Nos hace falta saber el número de canales por sector para ver la probabilidad de bloqueo máxima:

$$\frac{C}{I}=\frac{s}{6}q^{\gamma}=\frac{3}{6}\left(\sqrt{3k}\right)^{\gamma} \quad \text{ya que q=}\sqrt{3k}$$

$$\frac{C}{I}=\frac{1}{2}q^{\gamma}>10^{\frac{14}{10}}=25{,}11\rightarrow q^{\gamma}>2\cdot 25{,}11\rightarrow\left(\sqrt{3k}\right)^{\gamma}>50{,}22$$

$$\left(3k\right)^{\frac{\gamma}{2}}>50{,}22\rightarrow k>\left(\frac{1}{3}\right)\cdot\left(50{,}22\right)^{\frac{2}{\gamma}}=\left(\frac{1}{3}\right)\cdot\left(50{,}22\right)^{\frac{2}{4}}=2{,}36\rightarrow k\geq 3$$

$$k=3,\ N_C=\frac{100\ canales/agrupación}{3\ células/agrupación}=33\text{ canales/célula}$$

$$3/9;\ N_S=\frac{N_C\ \ canales/celula}{3\text{ sectores}/celula}=\frac{33}{3}\frac{\text{canales}}{\text{sectores}}=11\frac{\text{canales}}{\text{sector}}$$

En la tabla de Erlang-B se observa que la probabilidad máxima será un 1% ya que con esta probabilidad se puede ofrecer un tráfico de 5,1597 E.

b) Ver apuntes del Tema 7, división celular y ejercicio de planificación (Planning exercise).

3

Calcule el radio celular de un sistema de comunicaciones móviles que posee las siguientes características:

- Asumimos células circulares. No hay sectorización.
- $PIRE_{BTS}$=20 dBm ; $PIRE_{MS}$=7 dBm.
- PIU_{BTS}= -116 dBm; PIU_{MS}= -105 dBm.
- $(C/I)_{min}$=11 dB. Constante de propagación γ=3,5.
- Probabilidad de bloqueo=1%.
- Tráfico ofrecido por usuario. $T_{usuario}$=5 mE.
- Densidad de usuarios. D=800 usuarios/km^2.
- Número de canales del sistema=80.
- Modelo de propagación: L=15+3,5·10log10(r(metros)).

Si el sistema se sectorizase sin cambiar el patrón celular, ¿aumentaría o disminuiría el número de usuarios en cada célula? Razone la respuesta.

Explique por qué es necesario agrupar las células en grupos ("clusters") en un sistema de comunicaciones móviles celular.

◇ ◇ ◇ ◇ ◇ ◇

En primer lugar, calculamos el patrón celular y el número de usuarios en cada célula:

$$\frac{C}{I}=\frac{1}{6}q^{\gamma}=\frac{1}{6}\left(\sqrt{3k}\right)^{\gamma} \quad \text{ya que q=}\sqrt{3k}$$

$$\frac{C}{I}=\frac{1}{6}q^{\gamma}>10^{\frac{11}{10}}\Longrightarrow q^{\gamma}>6\cdot 12,59\rightarrow\left(\sqrt{3k}\right)^{\gamma}>75,54$$

$$(3k)^{\frac{\gamma}{2}} > 75,54 \rightarrow k > \left(\frac{1}{3}\right)\cdot(75,54)^{\frac{2}{\gamma}} = \left(\frac{1}{3}\right)\cdot(75,54)^{\frac{2}{3,5}} = 3,94 \rightarrow k \geq 4$$

$$k = 4,\ N_C = \frac{85\ canales\,/\,agrupación}{4\ células\,/\,agrupación} = 21 \text{ canales/célula}$$

$$\left.\begin{array}{l} k = 4 \\ N_S = 4 \text{ canales / célula} \\ \quad P_B = 0,5\% \end{array}\right\} \underbrace{\Rightarrow}_{Erlang-B} \text{Trafico Ofrecido Total} = 12,8369\ E$$

$$U_C = \frac{\text{Trafico Ofrecido Total}}{\text{Trafico Ofrecido/abonado}} = \frac{12,8369}{0.005} \approx 2567\,\frac{\text{usuarios}}{\text{célula}}$$

Como conocemos la densidad de usuarios podemos extraer el área de la célula según el tráfico ofrecido:

$$D = \frac{U_{Célula}}{S_{célula}} \rightarrow S_{célula} = \frac{U_{Célula}}{D} = \frac{2567 \text{ usuarios/célula}}{800 \text{ usuarios/km}^2} = 3,208km^2$$

$$S_{célula} = \pi \cdot R^2_{célula} \rightarrow R_{célula} = \sqrt{\frac{S_{célula}}{\pi}} = km \rightarrow R_{célula\_\min} = 1,01km$$

Ahora calculamos el radio según el balance del enlace. Las pérdidas máximas de propagación compensables en el enlace ascendente son:

$$L_{\max,\text{desc}} = PIRE_{BTS} - PIU_{MS} = 20dBm - (-105dBm) = 125dB$$
$$L_{\max,\text{asc}} = PIRE_{MS} - PIU_{BTS} = 7dBm - (-116dBm) = 123dB$$

El enlace más desfavorable es el ascendente. Calculamos la distancia máxima asociada a este enlace:

$$R_{\max,\text{asc}} = 10^{\frac{(123-15)}{35}} = 1,21km$$

Como este valor es mayor que el radio según el tráfico, el radio celular es 1,01 km.

Si el sistema se sectorizase sin cambiar el patrón celular, ¿aumentaría o disminuiría el número de usuarios en cada célula? Razone la respuesta

Ver apuntes sobre las técnicas de mejora de la Capacidad en el Tema de Comunicaciones Móviles.

Explique por qué es necesario agrupar las células en grupos ("clusters") en un sistema de comunicaciones móviles celular

Ver apuntes sobre la División Celular en el Tema de Comunicaciones Móviles.

4

Se está diseñando un sistema de comunicaciones móviles; el sistema debería tener una probabilidad de bloqueo menor que el 1%.

a) ¿Cuántos canales debe tener el sistema para que se cumpla el requisito de probabilidad de bloqueo?:

- Asumimos células circulares.
- Las células se han sectorizado de forma triple.
- $(C/I)_{min}$=12 dB. Constante de propagación γ=5.
- Tráfico ofrecido por usuario. $T_{usuario}$=4 mE.
- Densidad de usuarios de 500 usuarios/km^2.
- Modelo de propagación: $L_p = 10 + 10 \cdot 5 \cdot \log_{10}(d(metros))$.
- Esquema de la estación base y del móvil en la Figura 1 y 2 respectivamente.

b) Explique por qué es necesario agrupar las células en grupos (“clusters”) en un sistema de comunicaciones móviles celular.

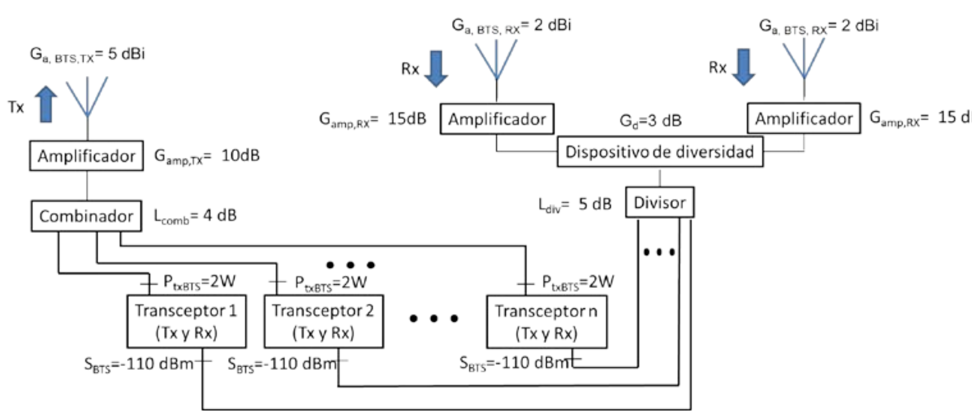


Figura 1. Esquema de la BTS.

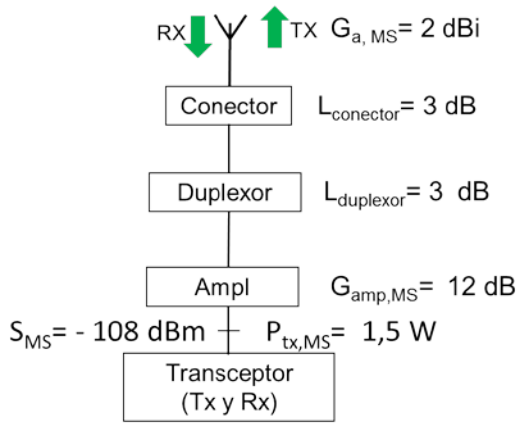


Figura 2. Esquema del MS.

◇ ◇ ◇ ◇ ◇ ◇

a) En primer lugar, calculamos el balance del enlace para obtener el radio celular.

$$P_t(dBm) = 10 \cdot \log_{10}(2) + 30dB = 33dBm$$

$$PIRE_{BTS} = P_t(dBm) - L_{comb}(dB) + G_{amp,Tx}(dB) + G_{ant,Tx}(dBi)$$

$$PIRE_{BTS} = 33dBm - 4dB + 10dB + 5dBi = 44dBm$$

$$PIU_{MS} = S_{MS} - G_{ampl,Rx} + L_{duplexor} + L_{conector} - G_{ant,MS}$$

$$PIU_{MS} = -108dBm - 12dB + 3dB + 3dB - 2dBi = -116dBm$$

$$L_{\max,desc} = PIRE_{BTS} - PIU_{MS} = 44 - (-116) = 160dB$$

$$P_t(dBm) = 10 \cdot \log_{10}(1,5) + 30dB = 31,8dBm$$
$$PIRE_{MS} = P_t(dBm) + G_{ampl,Rx} - L_{duplexor} - L_{conector} + G_{ant,MS}$$
$$PIRE_{MS} = 31,8dBm + 12dB - 3dB - 3dB + 2dBi = 39,8dBm$$
$$PIU_{BTS} = S_{BTS} + L_{div}(dB) - G_{amp,Rx}(dB) - G_{ant,Tx}(dBi) - G_{diversidad}(dB)$$
$$PIU_{BTS} = -110dBm + 5dB - 15dB - 2dBi - 3dB = 125dBm$$
$$L_{\max,\text{asc}} = PIRE_{BTS} - PIU_{MS} = 39,8 - (-125) = 164,9dB$$

El enlace más restrictivo es el enlace descendente. El radio celular es:

$$L_{\max,\text{desc}} = 10 + 5 \cdot 10 \cdot \log_{10}\left(R_{\max,\text{desc}}\right) \to R_{\max,\text{desc}} = 10^{\frac{160-10}{50}} = 1km$$

El área de la célula y el número de usuarios en cada célula es:

El número de usuarios en cada célula y cada sector es:

$$A_{célula} = \pi \cdot R_{célula}^2 = 3,14km^2$$
$$N_{usuarios/célula} = densidad \cdot A_{célula} = 500 \text{ usuarios/km}^2 \cdot 3,14km^2 = 1570 \text{ usuarios/célula}$$
$$N_{\text{usuarios/sector}} = \frac{N_{usuarios/célula}}{3} = 524$$

El tráfico total en cada sector es:

$$T_{\text{sector}} = T_{usuario} \cdot N_{\text{usuarios/sector}} = 524 \cdot 4mE = 2,09E$$

De la tabla de Erlang-B obtenemos que el número de canales por sector y por célula necesarios son:

$$N_{\text{canales/sector}} = 7$$
$$N_{canales/célula} = N_{\text{canales/sector}} \cdot 3 = 21$$

El patrón celular es:

$$\frac{C}{I} = \frac{s}{6} q^{\gamma} = \frac{3}{6}\left(\sqrt{3k}\right)^{\gamma} \quad \text{ya que q=}\sqrt{3k}$$

$$\frac{C}{I} = \frac{1}{2} q^{\gamma} > 10^{\frac{12}{10}} = 15,85 \rightarrow q^{\gamma} > 2 \cdot 15,85 \rightarrow \left(\sqrt{3k}\right)^{\gamma} > 31,70$$

$$\left(3k\right)^{\frac{\gamma}{2}} > 31,70 \rightarrow k > \left(\frac{1}{3}\right) \cdot \left(31,70\right)^{\frac{2}{\gamma}} = \left(\frac{1}{3}\right) \cdot \left(31,70\right)^{\frac{2}{5}} = 1,33 \rightarrow k \geq 3$$

El número de canales de cada grupo y por tanto el número de canales del sistema es:

$$N_{canales/sistema} = N_{\text{canales/célula}} \cdot k = 63$$

b) Ver los apuntes del Tema de Comunicaciones Móviles, inicio de la división celular.

5

En una localidad se desea instalar un sistema de comunicaciones móviles. El número de canales del sistema se fijará una vez instalado el sistema en la localidad. Se dispone de dos tipos de estaciones base: las estaciones base tipo A que poseen 5 canales y tienen un coste de 30.000 euros y las de tipo B que poseen 8 canales y tienen un coste de 50.000 euros:

- Las estaciones base no son sectorizadas.
- Probabilidad de bloqueo=1,5%.
- Tráfico ofrecido por usuario. $T_{usuario}$=6 mE.
- Densidad de usuarios. D=400 usuarios/km^2.
- El área de servicio es 4 km^2.
- Modelo de propagación: L=5+5·10log10(r(metros)).
- Células circulares

Elija la opción más barata. Si la $(C/I)_{min}$ fuese 11 dB, la constante de propagación γ igual a 5, ¿cuántos canales necesitaríamos en el sistema? Si el esquema de las estaciones base y móvil es el de la Figura 1, ¿funcionaría el enlace ascendente y descendente?

Un sistema de comunicaciones móviles tiene un patrón celular k. Explique por qué la sectorización permite mejorar la relación C/I manteniendo fijo el patrón k.

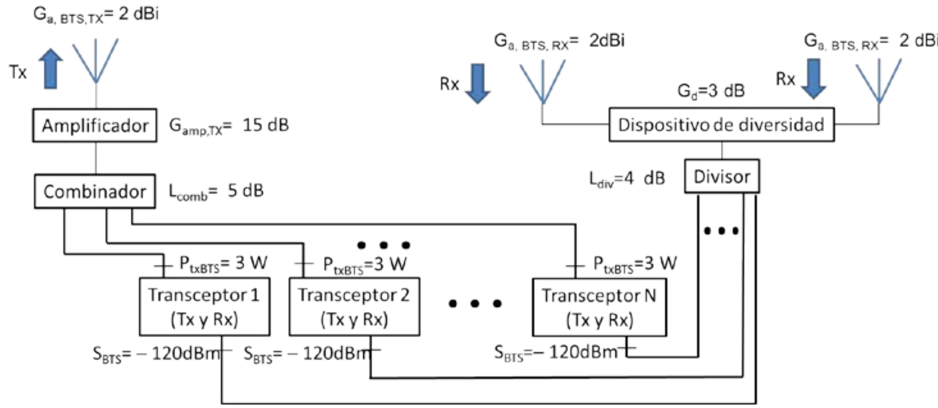


Figura 1. Esquema de la estación base.

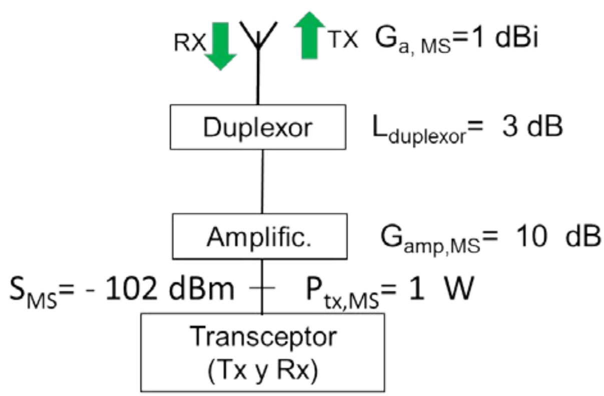


Figura 2. Esquema de la estación móvil.

◇ ◇ ◇ ◇ ◇ ◇

Calculamos el número de células del tipo A:

$$\left.\begin{array}{r} N_S = 5 \text{ canales / célula} \\ P_B = 1,5\% \end{array}\right\} \underset{Erlang-B}{\underbrace{\Rightarrow}} \text{Trafico Ofrecido Total} = 1,524\ E$$

$$U_C = \frac{\text{Trafico Ofrecido Total}}{\text{Trafico Ofrecido/abonado}} = \frac{1,524}{0,006} = 254 \frac{\text{usuarios}}{\text{célula}}$$

$$D = \frac{U_{Célula}}{S_{célula}} \to S_{célula} = \frac{U_{Célula}}{D} = \frac{254 \text{ usuarios/célula}}{400 \text{ usuarios/km}^2} = 0,635 km^2 \,/\, célula$$

$$N_{células} = \frac{S_{área}}{S_{célula}} = \frac{4km^2}{0,635km^2} = 6,29 \to 7 \text{ } células$$

Si hubiésemos utilizado el número de usuarios en la localidad.

$$U_{área} = D \cdot S_{área} = 1600$$

$$N_{células} = \frac{U_{área}}{U_{célula}} = \frac{1600km^2}{254km^2} = 6,29 \to 7 \text{ } células$$

Calculamos el número de células del tipo B:

$$\left.\begin{aligned} N_S &= 8 \text{ canales / célula} \\ P_B &= 1,5\% \end{aligned}\right\} \underbrace{\Rightarrow}_{Erlang-B} \text{Trafico Ofrecido Total} = 3,4045 \; E$$

$$U_C = \frac{\text{Trafico Ofrecido Total}}{\text{Trafico Ofrecido/abonado}} = \frac{3,4045}{0,006} = 567 \frac{\text{usuarios}}{\text{célula}}$$

$$D = \frac{U_{Célula}}{S_{célula}} \to S_{célula} = \frac{U_{Célula}}{D} = \frac{567 \text{ usuarios/célula}}{400 \text{ usuarios/km}^2} = 1,41 km^2 \,/\, célula$$

$$N_{células} = \frac{S_{área}}{S_{célula}} = \frac{4km^2}{1,41km^2} = 2,83 \to 3 \text{ } células$$

Si hubiésemos utilizado el número de usuarios en la localidad.

$$U_{área} = D \cdot S_{área} = 1600$$

$$N_{células} = \frac{U_{área}}{U_{célula}} = \frac{1600km^2}{567km^2} = 2,82 \to 3 \text{ } células$$

El coste del tipo A es: 30.000 · 7=210.000 euros
El coste del tipo B es: 50.000 · 3=150.000 euros
Por tanto, es más barata la opción B.

El número de canales del sistema necesarios depende del patrón celular:

$$\frac{C}{I}=\frac{1}{6}q^{\gamma}=\frac{1}{6}\left(\sqrt{3k}\right)^{\gamma} \quad \text{ya que q=}\sqrt{3k}$$

$$\frac{C}{I}=\frac{1}{6}q^{\gamma}>10^{\frac{11}{10}}=\!\!\rightarrow q^{\gamma}>6\cdot 12,59\rightarrow\left(\sqrt{3k}\right)^{\gamma}>75,54$$

$$\left(3k\right)^{\frac{\gamma}{2}}>75,54\rightarrow k>\left(\frac{1}{3}\right)\cdot\left(75,54\right)^{\frac{2}{\gamma}}=\left(\frac{1}{3}\right)\cdot\left(75,54\right)^{\frac{2}{5}}=1,88\rightarrow k\geq 3$$

El número de canales del sistema es: k·Número canales/célula=3·8=24 canales/sistema

El balance del enlace es:

$$P_t(dBm)=10\cdot\log_{10}(3)+30dB=34,77dBm$$

$$PIRE_{BTS}=P_t(dBm)-L_{comb}(dB)+G_{amp,Tx}(dB)+G_{ant,Tx}(dBi)$$

$$PIRE_{BTS}=34,77dBm-5dB+15dB+2dBi=46,77dBm$$

$$PIU_{MS}=S_{MS}-G_{ampl,Rx}+L_{duplexor}-G_{ant,MS}$$

$$PIU_{MS}=-102dBm-10dB+3dB-1dBi=-110dBm$$

$$L_{\max,\text{desc}}=PIRE_{BTS}-PIU_{MS}=46,77-(-110)=156,77dB$$

$$P_t(dBm)=10\cdot\log_{10}(1)+30dB=30dBm$$

$$PIRE_{MS}=P_t(dBm)+G_{ampl,Rx}-L_{duplexor}+G_{ant,MS}$$

$$PIRE_{MS}=30dBm+10dB-3dB+1dBi=38dBm$$

$$PIU_{BTS}=S_{BTS}+L_{div}(dB)-G_{ant,Tx}(dBi)-G_{diversidad}(dB)$$

$$PIU_{BTS}=-120dBm+4dB-2dBi-3dB=-121dBm$$

$$L_{\max,\text{asc}}=PIRE_{BTS}-PIU_{MS}=38-(-121)=159dB$$

El enlace más restrictivo es el enlace descendente. El radio celular es:

$$L_{\max,\text{desc}} = 5 + 5 \cdot 10 \cdot \log_{10}\left(R_{\max,\text{desc}}\right) \rightarrow R_{\max,\text{desc}} = 10^{\frac{156,77-5}{50}} = 1,08km$$

El radio celular es:

$$S_{célula} = 1,41km^2 \,/\, célula \rightarrow R_{\text{celular}} = \sqrt{\frac{S_{célula}}{\pi}} = \sqrt{\frac{1,41}{\pi}} = 0,67km$$

Por tanto, como el radio celular es más pequeño en la distancia máxima del enlace más restrictivo los dos enlaces funcionarán en toda la célula.

Un sistema de comunicaciones móviles tiene un patrón celular k. Explique por qué la sectorización permite mejorar la relación C/I manteniendo fijo el patrón k.

Ver apuntes sobre las técnicas de mejora de la Capacidad (sectorización) en el Tema de Comunicaciones Móviles.

6

Un sistema de comunicaciones móviles posee los siguientes parámetros y características en un entorno urbano típico:

- Células sin sectorizar.
- $(C/I)_{min}$=7 dB. Constante de propagación γ=4.
- Tráfico ofrecido por usuario. $T_{usuario}$=3 mE.
- Densidad de usuarios de 500 usuarios/km^2
- Modelo de propagación: $L_p = 10 + 10 \cdot 4 \cdot \log_{10}(d(metros))$.
- Asumimos células circulares.
- Probabilidad de bloqueo máxima. P_B=1,5 %.
- Número de canales del sistema: 35.

a) Se desean hallar las ganancias de los amplificadores de transmisión y recepción de un tipo de estación base para que pueda ser utilizada en el sistema anterior de forma que se respete el radio celular. El esquema de la estación base y del móvil en la Figura 1 y 2 respectivamente. Los amplificadores deben ser seleccionados de la tabla siguiente, si varios cumplen la condición deseada seleccione el de menor ganancia.

G amplificador tx	5dB	8 dB	11 dB	14 dB
G amplificador rx	3 dB	6 dB	9 dB	12 dB

b) Explique dos técnicas que permiten aumentar la capacidad (el número de usuarios) de un sistema de comunicaciones móviles celular.

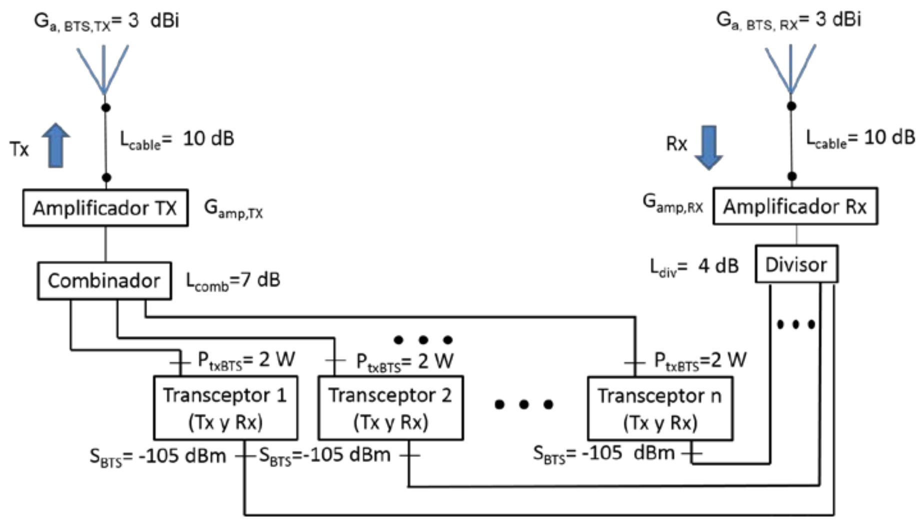


Figura 1. Esquema de la BTS.

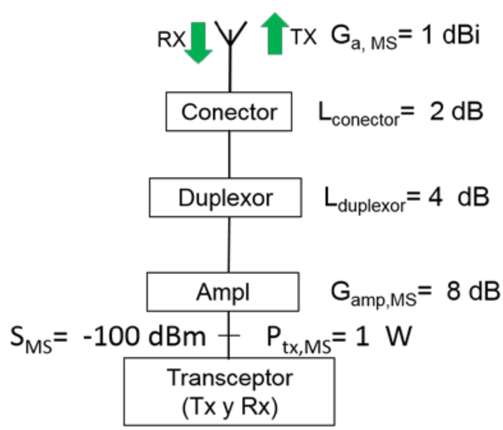


Figura 2. Esquema del MS.

◇ ◇ ◇ ◇ ◇ ◇

a) En primer lugar, calculamos el radio celular máximo de las células según el tráfico:

El patrón celular es:

$$\frac{C}{I}=\frac{s}{6}q^{\gamma}=\frac{1}{6}\left(\sqrt{3k}\right)^{\gamma} \quad \text{ya que q=}\sqrt{3k}$$

$$\frac{C}{I}=\frac{1}{6}q^{\gamma}>10^{\frac{7}{10}}=5,01\rightarrow q^{\gamma}>6\cdot 5,01\rightarrow\left(\sqrt{3k}\right)^{\gamma}>30,06$$

$$\left(3k\right)^{\frac{\gamma}{2}}>30,06\rightarrow k>\left(\frac{1}{3}\right)\cdot\left(30,06\right)^{\frac{2}{\gamma}}=\left(\frac{1}{3}\right)\cdot\left(30,06\right)^{\frac{2}{4}}=1,82\rightarrow k\geq 3$$

El número de canales de cada grupo o agrupación es el número de canales del sistema. Así, el número de canales en cada célula es:

$$N_{célula}=\frac{N_{sistema}}{k}=\frac{35}{3}=11,67\rightarrow 11\text{ canales / célula}$$

El tráfico ofrecido en cada célula es:

$$\left.\begin{array}{r} N_C=11\text{ canales / célula} \\ P_B=1,5\% \end{array}\right\}\underbrace{\Rightarrow}_{Erlang-B}\text{Trafico Ofrecido Total}=5,5386\ E$$

$$U_C=\frac{\text{Trafico Ofrecido Total}}{\text{Trafico Ofrecido/abonado}}=\frac{5,5386}{0,003}=1846,2\rightarrow 1846\frac{\text{usuarios}}{\text{célula}}$$

El área de cada célula y el radio celular máximo es:

$$A_{célula}=\frac{N_{usuarios/célula}}{Densidad}=\frac{1846}{500}=3,69km^2$$

$$A_{célula}=\pi\cdot R_{célula}^2\rightarrow R_{célula}=\sqrt{\frac{A_{célula}}{\pi}}=1,08km=1080m$$

Las pérdidas máximas compensables en cada enlace deben ser tales que la distancia máxima en el enlace ascendente y descendente sea mayor que el radio celular anterior. Es decir, las pérdidas máximas compensables deben ser como mínimo:

$$L_{\max,\text{desc}}(mínima) = 10 + 4 \cdot 10 \cdot \log_{10}\left(1080\right) = 131,3dB$$
$$L_{\max,asc}(mínima) = L_{\max,\text{desc}}(mínima)$$

Las ganancias mínimas de los amplificadores serán:

$$P_t(dBm) = 10 \cdot \log_{10}(2) + 30dB = 33dBm$$
$$PIRE_{BTS} = P_t(dBm) - L_{comb}(dB) + G_{amp,Tx,\min}(dB) - L_{cable,Tx}(dB) + G_{ant,Tx}(dBi)$$
$$PIRE_{BTS} = 33dBm - 7dB + G_{amp,Tx,\min}(dB) - 10dB + 3dBi$$
$$PIRE_{BTS} = G_{amp,Tx,\min}(dB) + 19dBm$$
$$PIU_{MS} = S_{MS} - G_{ampl,Rx} + L_{duplexor} + L_{conector} - G_{ant,MS}$$
$$PIU_{MS} = -100dBm - 8dB + 4dB + 2dB - 1dBi = -103dBm$$
$$L_{\max,\text{desc},\min} = PIRE_{BTS} - PIU_{MS} = G_{amp,Tx,\min}(dB) + 19dBm - (-103dBm)$$
$$L_{\max,\text{desc},\min} = G_{amp,Tx,\min}(dB) + 122dB = 131,3dB \rightarrow G_{amp,Tx,\min}(dB) = 9,3dB$$

Por tanto, seleccionaremos el amplificador de transmisión de ganancia 11 dB.

En recepción:

$$P_t(dBm) = 10 \cdot \log_{10}(1) + 30dB = 30dBm$$
$$PIRE_{MS} = P_t(dBm) + G_{ampl,Rx} - L_{duplexor} - L_{conector} + G_{ant,MS}$$
$$PIRE_{MS} = 30dBm + 8dB - 4dB - 2dB + 1dBi = 33dBm$$
$$PIU_{BTS} = S_{BTS} + L_{div}(dB) + L_{cable,Rx}(dB) - G_{amp,Rx,\min}(dB) - G_{ant,Rx}(dBi)$$
$$PIU_{BTS} = -105dBm + 4dB + 10dB - G_{amp,Rx,\min}(dB) - 3dBi$$
$$PIU_{BTS} = -G_{amp,Rx,\min}(dB) - 94dBm$$
$$L_{\max,\text{asc}} = PIRE_{MS} - PIU_{BTS} = 33dBm - (-G_{amp,Rx,\min}(dB) - 94dBm)$$
$$L_{\max,\text{asc}} = G_{amp,Rx,\min}(dB) + 127dB = 131,3dB \rightarrow G_{amp,Rx,\min}(dB) = 4,3dB$$

Por tanto, seleccionaremos el amplificador de 6 dB.

b) Ver los apuntes del Tema de Comunicaciones Móviles, aumento de la capacidad: reducción del tamaño celular (Capacity Enhancement Techniques Cell Division-Cell-splitting) y sectorización.

7

Se está diseñando un sistema de comunicaciones móviles y existen diversas opciones para los equipos de recepción de la BTS y de las estaciones móviles. Cada opción tiene una relación $(C/I)_{mínima}$ y un coste por BTS instalada para el sistema:

	Equipos 1	Equipos 2	Equipos 3	Equipos 4
$(C/I)_{mínima}$	4 dB	8 dB	12 dB	14 dB
Coste en euros por cada BTS instalada	60.000	45.000	35.000	20.000

Otras características del sistema:

Estaciones base no sectorizadas.

Constante de propagación: $\gamma=3$.

Tráfico ofrecido por usuario: $T_{E/usuario}=4$ mE.

Probabilidad de bloqueo: $P_B=0{,}5\%$

Número de canales del sistema igual a 40.

Se pide responder a las siguientes cuestiones:

a) Hallar la opción que minimiza el coste del sistema siendo la densidad mínima de usuarios que se quiere conseguir con cualquier opción D_{min} igual a 150 usuarios/km^2 y el área donde se quiere implantar el sistema es igual a 12 km^2.

b) Cuestión teórica. Si el sistema se sectorizase, sin cambiar el patrón celular k, ¿aumentaría o disminuiría la capacidad? Razone la respuesta.

c) Cuestión teórica. Explique qué condición debe cumplir un equipo de recepción o transmisión para que pueda ser empleado para equilibrar el balance del enlace. Razone la respuesta.

◇ ◇ ◇ ◇ ◇ ◇

a) En primer lugar calculamos el patrón celular asociado a cada relación $(C/I)_{\text{mínima}}$:

$$\frac{C}{I}=\frac{1}{6}q^{\gamma}=\frac{1}{6}\left(\sqrt{3k}\right)^{\gamma} \quad \text{ya que q=}\sqrt{3k}$$

$$\frac{C}{I}=\frac{1}{6}q^{\gamma}>10^{\frac{4}{10}}=\!\!\rightarrow q^{\gamma}>6\cdot 2,51\rightarrow\left(\sqrt{3k}\right)^{\gamma}>15,06$$

$$\left(3k\right)^{\frac{\gamma}{2}}>\!\!\rightarrow k>\left(\frac{1}{3}\right)\cdot\left(15,06\right)^{\frac{2}{\gamma}}=\left(\frac{1}{3}\right)\cdot\left(15,06\right)^{\frac{2}{3}}=2,03\rightarrow k\geq 3$$

$$\frac{C}{I}=\frac{1}{6}q^{\gamma}>10^{\frac{8}{10}}=\!\!\rightarrow q^{\gamma}>6\cdot 6,31\rightarrow\left(\sqrt{3k}\right)^{\gamma}>37,86$$

$$\left(3k\right)^{\frac{\gamma}{2}}>\!\!\rightarrow k>\left(\frac{1}{3}\right)\cdot\left(37,86\right)^{\frac{2}{\gamma}}=\left(\frac{1}{3}\right)\cdot\left(37,86\right)^{\frac{2}{3}}=3,75\rightarrow k\geq 4$$

$$\frac{C}{I}=\frac{1}{6}q^{\gamma}>10^{\frac{12}{10}}=\!\!\rightarrow q^{\gamma}>6\cdot 15,85\rightarrow\left(\sqrt{3k}\right)^{\gamma}>95,1$$

$$\left(3k\right)^{\frac{\gamma}{2}}>\!\!\rightarrow k>\left(\frac{1}{3}\right)\cdot\left(95,1\right)^{\frac{2}{\gamma}}=\left(\frac{1}{3}\right)\cdot\left(95,1\right)^{\frac{2}{3}}=6,95\rightarrow k\geq 7$$

$$\frac{C}{I}=\frac{1}{6}q^{\gamma}>10^{\frac{14}{10}}=\!\!\rightarrow q^{\gamma}>6\cdot 25,11\rightarrow\left(\sqrt{3k}\right)^{\gamma}>150,66$$

$$\left(3k\right)^{\frac{\gamma}{2}}>\!\!\rightarrow k>\left(\frac{1}{3}\right)\cdot\left(150,66\right)^{\frac{2}{\gamma}}=\left(\frac{1}{3}\right)\cdot\left(150,66\right)^{\frac{2}{3}}=9,43\rightarrow k\geq 12$$

En el área queremos dar servicio a un mínimo de:

$$N_{\text{usuarios,min}}=D_{\min}\cdot A=150\cdot 12=1800$$

El número de canales por célula, el número de células y el coste para cada opción es:

$$N_{célula}=\frac{N_{sistema}}{k}=\frac{40}{3}=13,33\rightarrow 13\text{ canales / célula}$$

$$\left.\begin{matrix} N_C=13\text{ canales / célula} \\ P_B=0,5\% \end{matrix}\right\}\underbrace{\Rightarrow}_{Erlang-B}\text{Trafico Ofrecido Total}=5,9634\ E$$

$$U_C=\frac{\text{Trafico Ofrecido Total/célula}}{\text{Trafico Ofrecido/abonado}}=\frac{5,9634}{0,004}=1490,8\rightarrow 1490\frac{\text{usuarios}}{\text{célula}}$$

$$N_{células}=\frac{1800}{1490}=1,2\rightarrow N_{células}=2\rightarrow\text{Coste}=2\cdot 60.000=120.000\text{ euros}$$

$$N_{célula} = \frac{N_{sistema}}{k} = \frac{40}{4} = 10 \text{ canales / célula}$$

$$\left.\begin{array}{l} N_C = 10 \text{ canales / célula} \\ P_B = 0,5\% \end{array}\right\} \underbrace{\Rightarrow}_{Erlang-B} \text{Trafico Ofrecido Total} = 3,9609\ E$$

$$U_C = \frac{\text{Trafico Ofrecido Total/célula}}{\text{Trafico Ofrecido/abonado}} = \frac{3,9609}{0,004} = 990,22 \rightarrow 990 \frac{\text{usuarios}}{\text{célula}}$$

$$N_{células} = \frac{1800}{990} = 1,81 \rightarrow N_{células} = 2 \rightarrow \text{Coste} = 2 \cdot 45.000 = 90.000 \text{ euros}$$

$$N_{célula} = \frac{N_{sistema}}{k} = \frac{40}{7} = 5,7 \rightarrow 5 \text{ canales / célula}$$

$$\left.\begin{array}{l} N_C = 5 \text{ canales / célula} \\ P_B = 0,5\% \end{array}\right\} \underbrace{\Rightarrow}_{Erlang-B} \text{Trafico Ofrecido Total} = 1,1320\ E$$

$$U_C = \frac{\text{Trafico Ofrecido Total/célula}}{\text{Trafico Ofrecido/abonado}} = \frac{1,1320}{0,004} = 283 \frac{\text{usuarios}}{\text{célula}}$$

$$N_{células} = \frac{1800}{283} = 6,36 \rightarrow N_{células} = 7 \rightarrow \text{Coste} = 7 \cdot 35.000 = 245.000 \text{ euros}$$

$$N_{célula} = \frac{N_{sistema}}{k} = \frac{40}{12} = 3,33 \rightarrow 3 \text{ canales / célula}$$

$$\left.\begin{array}{l} N_C = 3 \text{ canales / célula} \\ P_B = 0,5\% \end{array}\right\} \underbrace{\Rightarrow}_{Erlang-B} \text{Trafico Ofrecido Total} = 0,3490\ E$$

$$U_C = \frac{\text{Trafico Ofrecido Total/célula}}{\text{Trafico Ofrecido/abonado}} = \frac{0,3490}{0,004} = 87,25 \rightarrow 87 \frac{\text{usuarios}}{\text{célula}}$$

$$N_{células} = \frac{1800}{87} = 20,68 \rightarrow N_{células} = 21 \rightarrow \text{Coste} = 21 \cdot 20.000 = 420.000 \text{ euros}$$

Luego la mejor opción es la segunda.

El apartado también se puede resolver mediante la obtención del área de cada célula y con este valor y el área total el número de células necesarias.

b) Ver transparencias del Tema 7 Comunicaciones Móviles correspondientes a la sectorización.

c) Ver transparencias del Tema 7 Comunicaciones Móviles balanceo (equilibrio) del enlace.

8

Se está diseñando un sistema de comunicaciones móviles que tiene las siguientes características:

Estaciones base sectorizadas de forma triple.

$(C/I)_{min}$=9 dB.

Constante de propagación: γ=4.

Tráfico ofrecido por usuario: $T_{E/usuario}$=2mE.

Probabilidad de bloqueo: P_B=1 %.

Densidad de usuarios D igual a 300 usuarios/km^2.

Modelo de propagación:

$$L_p = 5 + 10 \cdot \gamma \cdot \log_{10}(d(metros)) = 5 + 10 \cdot 4 \cdot \log_{10}(d(metros))$$

Valores de los equipos de la estación base y de la estación móvil en la Figura 1 y 2 respectivamente.

Se pide responder a las siguientes cuestiones:

a) Calcule el número de canales necesarios en el sistema.

b) Cuestiones teóricas. Se ha medido la constante de propagación y se ha encontrado que posee un valor mayor que el del enunciado (γ es mayor) ¿Necesitaríamos más o menos canales en el sistema que se está diseñando? Se desea asimismo equilibrar (balancear) el enlace ¿Qué elementos de la estación base y del móvil servirían para balancear el enlace? Razone las respuestas.

c) Cuestión teórica. ¿Por qué es necesario agrupar las células en grupos ("clusters") en un sistema de comunicaciones móviles celular? Razone la respuesta.

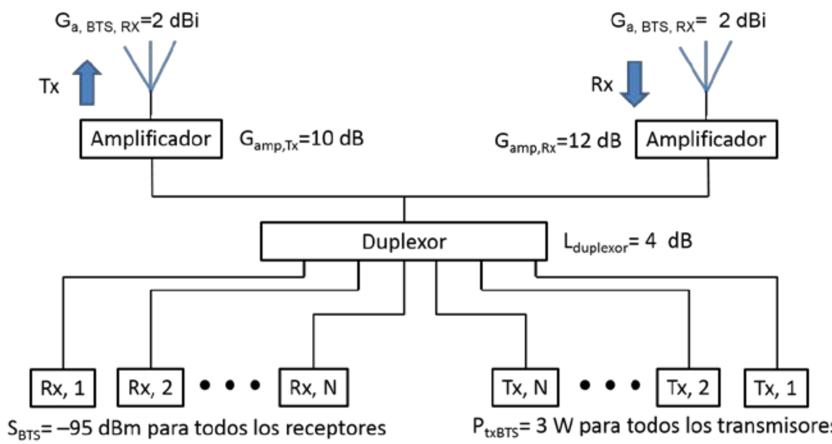


Figura 1. Esquema de la estación base.

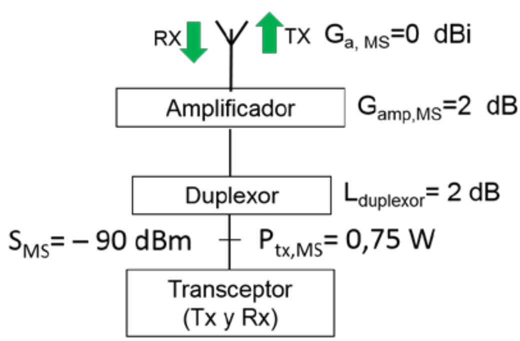


Figura 2. Esquema de la estación móvil.

◇ ◇ ◇ ◇ ◇ ◇

a) Calculamos el balance del enlace para ver cuál es el enlace más desfavorable:

$$P_{t,BTS}(dBm) = 10 \cdot \log_{10}(3) + 30dB = 34,7dBm$$

$$PIRE_{BTS} = P_{t,BTS}(dBm) - L_{duplexor}(dB) + G_{amp,Tx}(dB) + G_{ant,Tx}(dBi)$$

$$PIRE_{BTS} = 34,7dBm - 4dB + 10dB + 2dBi = 42,7dBm$$

$$PIU_{MS} = S_{MS} - G_{ampl,MS} + L_{duplexor} - G_{ant,MS}$$

$$PIU_{MS} = -90dBm - 2dB + 2dB - 0dBi = -90dBm$$

$$L_{\max,\mathrm{desc}} = PIRE_{BTS} - PIU_{MS} = 42,7dBm - (-90dBm) = 132,7dB$$

$$P_{t,MS}(dBm) = 10 \cdot \log_{10}(0,75) + 30dB = 28,7dBm$$

$$PIRE_{MS} = P_{t,MS}(dBm) - L_{duplexor}(dB) + G_{amp,Tx}(dB) + G_{ant,Tx}(dBi)$$

$$PIRE_{MS} = 28,7dBm - 2dB + 2dB + 0dBi = 28,7dBm$$

$$PIU_{BTS} = S_{BTS} + L_{duplexor} - G_{ampl,Rx} - G_{ant,MS}$$

$$PIU_{BTS} = -95dBm + 4dB - 12dB - 2dBi = -105dBm$$

$$L_{\max,\mathrm{asc}} = PIRE_{MS} - PIU_{BTS} = 28,7dBm - (-105dBm) = 133,7dB$$

Luego el peor enlace es el descendente, la distancia máxima o radio celular será:

$$L_{\max,\mathrm{desc}} = 5 + 4 \cdot 10 \cdot \log_{10}\left(R_{\max}\right) \rightarrow R_{\max} = 10^{\frac{132,5-5}{40}} = 1,56km$$

El número de usuarios en cada célula y cada sector es:

$$A_{célula} = \pi \cdot R_{célula}^2 = 7,64\ km^2$$

$$A_{\mathrm{sector}} = A_{célula} / 3 = 2.54\ km^2$$

$$N_{usuarios/\mathrm{sec}tor} = Densidad \cdot A_{\mathrm{sector}}$$

$$N_{usuarios/\mathrm{sec}tor} = 300\ \mathrm{usuarios/km}^2 \cdot 2,54km^2 = 762\ \mathrm{usuarios/sector}$$

También se podría haber hallado el número de usuarios
en la célula a partir de la densidad
y dividir por el número de sectores (s=3)
para hallar el número de usuarios por sector

El tráfico total en cada sector es:

$$T_{\mathrm{sector}} = T_{usuario} \cdot N_{\mathrm{usuarios/sector}} = 762 \cdot 2mE = 1,52E$$

De la tabla de Erlang-B obtenemos que el número de canales por sector y por célula necesarios son:

$$N_{\text{canales/sector}} = 6$$
$$N_{canales/célula} = N_{\text{canales/sector}} \cdot 3 = 18$$

Calculamos el patrón celular asociado a cada relación (C/I)$_{\text{mínima}}$:

$$\frac{C}{I} = \frac{s}{6} q^{\gamma} = \frac{s}{6}\left(\sqrt{3k}\right)^{\gamma} \quad \text{ya que q=}\sqrt{3k}; s = 3$$

$$\frac{C}{I} = \frac{3}{6} q^{\gamma} > 10^{\frac{9}{10}} = 7,94 \rightarrow q^{\gamma} > 2 \cdot 7,94 \rightarrow \left(\sqrt{3k}\right)^{\gamma} > 15,88$$

$$\left(3k\right)^{\frac{\gamma}{2}} > \rightarrow k > \left(\frac{1}{3}\right) \cdot \left(15,88\right)^{\frac{2}{\gamma}} = \left(\frac{1}{3}\right) \cdot \left(15,88\right)^{\frac{2}{4}} = 1,32 \rightarrow k \geq 3$$

Por lo tanto, el número de canales del sistema será:

$$N_{\text{canales,sistema}} = N_{\text{canales,célula}} \cdot k = 18 \cdot 3 = 54$$

b) Ver transparencias del Tema 7 Comunicaciones Móviles. Explicación de la relación del modelo de propagación con el tamaño celular según el balance del enlace. Ver las transparencias de la explicación de la relación C/I. Explicación del balance (equilibrio) del enlace.

c) Ver transparencias del Tema 7 Comunicaciones Móviles: división celular.

9

Las características de un sistema de comunicaciones móviles son las siguientes:

- $(C/I)_{min}$=12 dB. Constante de propagación γ=5.
- Tráfico ofrecido por usuario. Tusuario=8 mE.
- Probabilidad de bloqueo: PB=1%.
- Densidad de usuarios de 400 usuarios/km^2.
- Esquema de la estación base y del móvil en la Figura 1 y 2 respectivamente.

a) Calcule la ganancia del amplificador de recepción de la estación base para balancear (equilibrar) el enlace. Calcule el número necesario de canales del sistema si cada célula tuviese un área igual a 1,80 km^2.

b) Pregunta teórica. Explique qué es la relación (C/I), la cual permite planificar y diseñar un sistema de comunicaciones móviles.

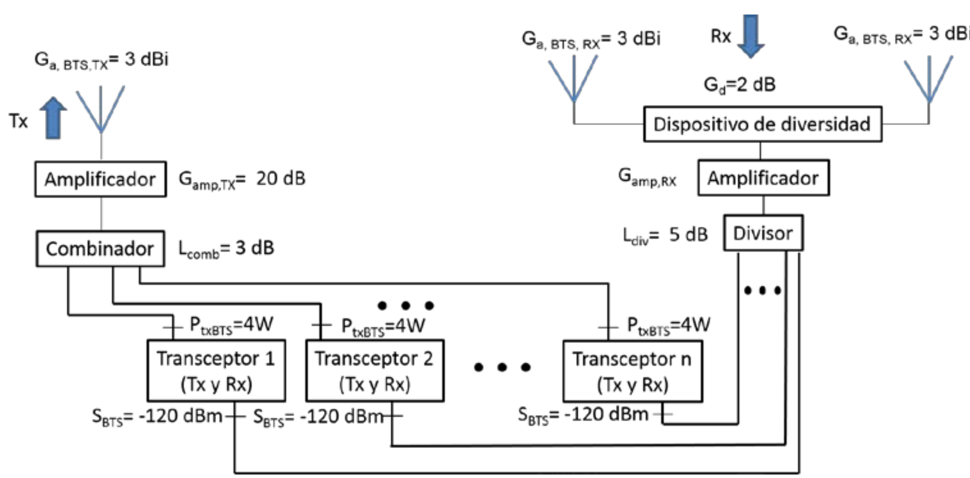


Figura 1. Esquema de la estación base.

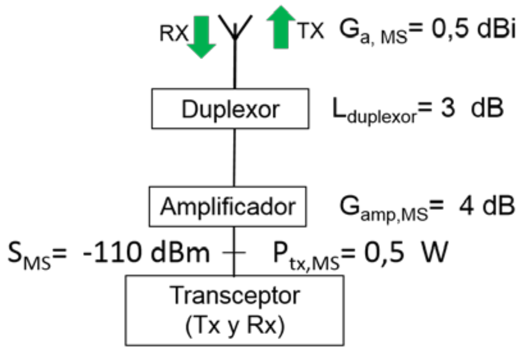


Figura 2. Esquema de la estación móvil.

◇ ◇ ◇ ◇ ◇ ◇

a) En primer lugar, calculamos las pérdidas máximas de propagación en el enlace descendente:

$$P_{t,BTS}(dBm) = 10 \cdot \log_{10}(4) + 30dB = 36dBm$$

$$PIRE_{BTS} = P_{t,BTS}(dBm) - L_{comb}(dB) + G_{amp,Tx}(dB) + G_{ant,Tx}(dBi)$$

$$PIRE_{BTS} = 36dBm - 3dB + 20dB + 3dBi = 56dBm$$

$$PIU_{MS} = S_{MS} - G_{ampl,MS} + L_{duplexor} - G_{ant,MS}$$

$$PIU_{MS} = -110dBm - 4dB + 3dB - 0,5dBi = -111,5dBm$$

$$L_{\max,desc} = PIRE_{BTS} - PIU_{MS} = 56dBm - (-111,5dBm) = 167,5dB$$

Como queremos balancear el enlace las pérdidas máximas en el enlace ascendente deberán ser iguales a las pérdidas máximas en el descendente:

$$L_{\max,\text{asc}} = PIRE_{MS} - PIU_{BTS} = 167,5dB$$
$$P_{t,MS}(dBm) = 10 \cdot \log_{10}(0,5) + 30dB = 27dBm$$
$$PIRE_{MS} = P_{t,MS}(dBm) + G_{amp,Tx}(dB) - L_{duplexor}(dB) + G_{ant,Tx}(dBi)$$
$$PIRE_{MS} = 27dBm + 4dB - 3dB + 0,5dBi = 28,5dBm$$
$$PIU_{BTS} = S_{BTS}(dBm) + L_{div}(dB) - G_{ampl,Rx}(dB) - G_{div}(dB) - G_{ant,MS}(dB)$$
$$PIU_{BTS} = -120dBm + 5dB - G_{ampl,Rx}(dB) - 2dB - 3dBi$$
$$PIU_{BTS} = -120dBm - G_{ampl,Rx}(dB)$$
$$L_{\max,\text{asc}} = 28,5dBm - (-120dBm - G_{ampl,Rx}(dB)) = 167,5dB$$
$$28,5dBm + 120dBm + G_{ampl,Rx}(dB) = 167,5dB$$
$$G_{ampl,Rx}(dB) = 19dB$$

Según los datos del enunciado el número de usuarios en cada célula es:

$$A_{célula} = 1,8\ km^2$$
$$N_{usuarios/célula} = Densidad \cdot A_{célula}$$
$$N_{usuarios/célula} = 400 \text{ usuarios/km}^2 \cdot 1,80 km^2 / célula = 720 \text{ usuarios/célula}$$

El tráfico total en cada célula es:

$$T_{célula} = T_{usuario} \cdot N_{\text{usuarios/célula}} = 8mE \cdot 720 \cdot = 5,76E$$

De la tabla de Erlang-B obtenemos que el número de canales por célula necesarios son:

$$N_{canales/célula} = 12$$

Calculamos el patrón celular asociado a cada relación (C/I)mínima:

$$\frac{C}{I} = \frac{1}{6} q^{\gamma} = \frac{1}{6}\left(\sqrt{3k}\right)^{\gamma} \quad \text{ya que q=}\sqrt{3k};$$
$$\frac{C}{I} = \frac{1}{6} q^{\gamma} > 10^{\frac{12}{10}} = 15,84 \rightarrow q^{\gamma} > 6 \cdot 15,84 \rightarrow \left(\sqrt{3k}\right)^{\gamma} > 95,04$$
$$(3k)^{\frac{\gamma}{2}} > \rightarrow k > \left(\frac{1}{3}\right) \cdot (95,04)^{\frac{2}{\gamma}} = \left(\frac{1}{3}\right) \cdot (95,04)^{\frac{2}{5}} = 2,06 \rightarrow k \geq 3$$

Por lo tanto, el número de canales del sistema será:

$$N_{\text{canales/sistema}} = N_{\text{canales/célula}} \cdot k = 12 \cdot 3 = 36$$

b) Ver transparencias correspondientes a la definición y cálculo de la relación C/I del Tema de Comunicaciones Móviles.

Radioenlaces

1

En la Figura 1 se muestra un radioenlace que opera en la banda de 37 GHz.

a) Se desea calcular la indisponibilidad máxima para los casos en los que $A_{0,01}$ es igual a 30 dB y A0,01 es igual a 40 dB (4%).

b) Si tenemos un radioenlace que posee un margen de desvanecimiento que permite una indisponibilidad del 0,04% para una zona en la que $A_{0,01}$=30 dB e instalamos ese mismo radioenlace en una zona en la que $A_{0,01}$=35 dB ¿Tendremos más o menos indisponibilidad en la nueva zona? Razone la respuesta (3%)

c) Indique el nombre de cada uno de los términos de la ecuación de probabilidad de no fidelidad PTS. Explique cómo influye en la ecuación (aumenta o disminuye la probabilidad) y el porqué (3%).

$$P_{TS} = \eta 4.32k\left(\frac{\tau_m}{T_s}\right)^2 100\%$$

Atenuación por gases de la atmósfera: γ_{O2_yH2O} = 0,05 dB/km

Modelo de propagación de espacio libre o Friis.

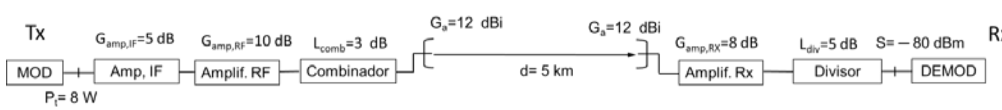


Figura 1

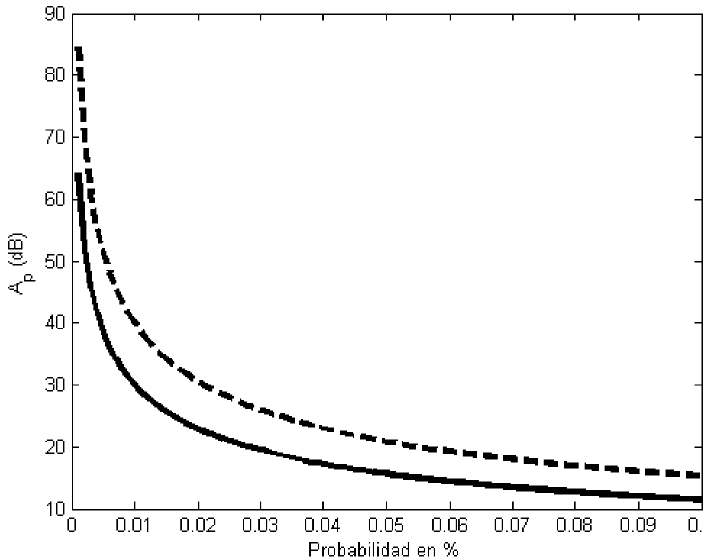


Figura 2

◇ ◇ ◇ ◇ ◇ ◇

a) Calculamos el margen de desvanecimiento.

$$P_{tx,BTS} = 10 \cdot \log_{10}\left(8 \cdot 10^3\right) = 39 \text{ dBm}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} \rightarrow \lambda = \frac{3 \cdot 10^8}{37 \cdot 10^9} = 0,0081m$$

$$L_p = 2 \cdot 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{4\pi d}{\lambda}\right) + \gamma_{O_2\_H_2O}(dB/km) \cdot d(km) =$$

$$2 \cdot 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{4\pi \cdot 5000}{0,0081}\right) + 0,05(dB/km) \cdot 5(km) = 138dB$$

$$P_{rx} = P_{tx} + G_{Ampl,IF} + G_{Ampl,RF} - L_{combinador}$$
$$+ G_{ant,Tx} - L_p + G_{ant,Rx} + G_{Ampl,Rx} - L_{div}$$

$$P_{rx} = 39dBm + 5dB + 10dB - 3dB + 12dBi$$
$$-138dB + 12dBi + 8dB - 5dB = -60dBm$$

El margen es:

$$M = P_{rx} - S = -60dBm - (-80dBm) = 20dB$$

Si observamos la Figura 2 vemos que para $A_{0,01}$ =30 dB la indisponibilidad Up será aproximadamente igual a 0,030 %.
Si observamos la Figura 2 vemos que para $A_{0,01}$ =40 dB la indisponibilidad Up será aproximadamente igual a 0,055%.

b) Ver tema de Radioenlaces, apartado Calidad en Radioenlaces (Quality in a digital Radio Links.
c) Ver tema de Radioenlaces, apartado Calidad en Radioenlaces (Quality in a digital Radio Links.

2

Para comunicar mediante un radioenlace el punto A y el punto B es necesario el uso de un repetidor tal como se observa en la Figura 1 y Figura 2.

a) Si $d_3 > d_1$ y $d_4 > d_2$ escoja la ubicación del repetidor que minimiza la indisponibilidad total del radioenlace. Razone la respuesta.

b) Suponemos que la distancia entre A y el repetidor elegido es 5 km y la distancia entre el repetidor y B es 5 km. Todos los amplificadores de A, B y el repetidor son iguales. Calcule la ganancia del amplificador para que la indisponibilidad total por propagación Up del radioenlace A-B sea 0,03 %.

Datos:

- Modelo de propagación: $L(d)=20+3\cdot 10\cdot \log_{10}(d(\text{metros}))$.
- $A_{0,01} = 40$ dB.

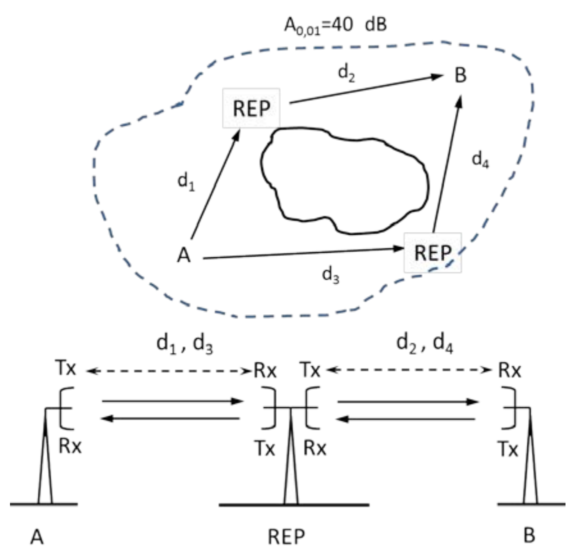


Figura 1. Dibujo de la zona donde se ubican los radioenlaces. Esquema del radioenlace.

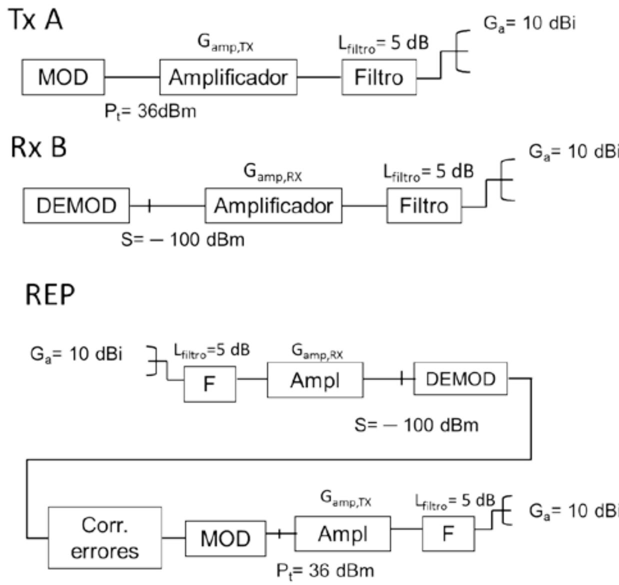


Figura 2. Esquema del radioenlace. Datos de los equipos.

◇ ◇ ◇ ◇ ◇ ◇

a) La ubicación que minimiza la indisponibilidad es aquella en la que la distancia es menor ya que esto permite la potencia recibida sea mayor y por tanto que el margen de desvanecimiento sea mayor. Cuanto mayor es el margen de desvanecimiento menor es la indisponibilidad ya que el nivel de lluvia permanece constante y por tanto es menos probable que la atenuación por lluvia supere el margen; como la indisponibilidad por propagación es la probabilidad de que la atenuación por lluvia supere el margen de desvanecimiento cuanto mayor sea el margen menos momentos habrá al cabo de un año en los que la lluvia sea tal que produzca una atenuación superior al margen de desvanecimiento.

b) Se aprecia que los elementos de transmisión de A y el repetidor son iguales y que los elementos de recepción de B y del repetidor también son iguales; la distancia en cada sub-vano también es igual. Por lo tanto, la indisponibilidad será igual en el sub-vano A-repetidor y en el sub-vano repetidor-B. ya que el nivel de lluvia es igual en toda la zona y los amplificadores son todos iguales.

$$U_{p1} = U_{p2} = \frac{U_p}{2} = 0,015\%$$

El margen de desvanecimiento es:

$$M = 0,12 \cdot A_{0,01} \cdot P^{-\left(0.546+0.043\log_{10} P\right)}$$

$$M = 0,12 \cdot 40 \cdot 0,015^{-\left(0.546+0.043\log_{10} 0,015\right)} = 34,2dB$$

Las pérdidas por propagación son:

$$L_p = 20 + 30 \cdot \log_{10}(5000) = 131dB$$

Hallamos la ganancia de los amplificadores:

$$M \geq \Big(P_t(dBm) + G_{amp}(dB) - L_{filtro}(dB) + G_{ant}(dBi)$$

$$-Lp(dB) + G_{ant}(dBi) - L_{filtro}(dB) + G_{amp}(dB) \Big) - S(dBm)$$

$$2G_{amp}(dB) \geq M - \Big(P_t(dBm) - L_{filtro}(dB) + G_{ant}(dBi)$$

$$-Lp(dB) + G_{ant}(dBi) - L_{filtro}(dB) \Big) + S$$

$$2G_{amp}(dB) \geq 34,2dB - (36dBm - 5dB + 10dBi$$

$$-131dB + 10dBi - 5dB) - 100dBm$$

$$G_{amp}(dB) \geq \frac{19,2}{2} = 9,6dB$$

3

En la Figura 1 se muestra un radioenlace que opera en la banda de 28 GHz.

a) Se desea calcular la separación máxima entre antenas para que indisponibilidad por propagación no supere un porcentaje igual a 0,015%.

b) Si el margen de desvanecimiento es M=20dB, ¿Cuál es el valor total de fidelidad (probabilidad de no fidelidad)?

c) Qué indica la gráfica de la Figura 2 (no explique la línea horizontal punteada ni la línea vertical). ¿Para qué sirve la gráfica de la Figura 2 en los problemas de indisponibilidad por propagación en un radioenlace?

Datos:
Modelo de propagación de espacio libre o Friis.
$A_{0,01}$ = 30 dB.
P0 = 0,3. η=0,05. τm=0,5μs. Ts=2 μs. k=0,4.

Figura 1

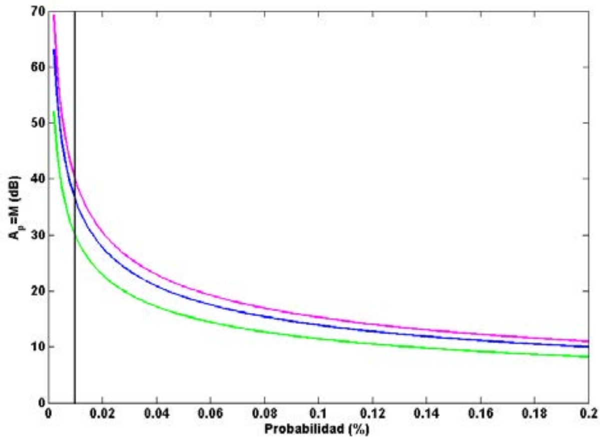


Figura 2

◇ ◇ ◇ ◇ ◇ ◇

a) En primer lugar, calculamos el margen de desvanecimiento según la siguiente fórmula:

$$M = 0{,}12 \cdot A_{0,01} \cdot P^{-\left(0{,}546+0{,}043\log_{10} P\right)} =$$

$$0{,}12 \cdot 30 \cdot 0{,}015^{-\left(0{,}546+0{,}043\log_{10} 0{,}015\right)} = 25{,}65dB$$

La distancia máxima se calcula a partir de las pérdidas máximas que puede soportar el enlace:

$$P_{tx}(dBm) = 10\log 10(P_{tx}) + 30 = 37dBm$$

En unidades logarítimicas:

$$S + M = P_{tx} + G_{Ampl,Tx} - L_{combinador} - L_{cable,Tx} + G_{ant,Tx}$$

$$-L_{p,\max} + G_{ant,Rx} - L_{cable,Rx} + G_{Ampl,Rx} - L_{div}$$

$$-115dBm + 25{,}65dB = 37dBm + 20dB - 3dB - 30dB + 25dBi$$

$$-L_{p,\max}(dB) + 25dBi - 35dB + 25dB - 4dB$$

$$-89{,}35dBm = 36dBm - L_{p,\max}(dB)$$

$$L_{p,\max} = 149{,}3dB$$

Como el modelo es el de espacio libre:

$$\lambda = \frac{c}{f} \rightarrow \lambda = \frac{3 \cdot 10^8}{28 \cdot 10^9} = 0,0107m$$

$$L_{p,\max} = 2 \cdot 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{4\pi d_{\max}}{\lambda}\right) \rightarrow d_{\max} = \frac{\lambda}{4\pi} 10^{\frac{L_{p,\max}}{20}} = 2,48km$$

b) Debemos emplear las fórmulas:

$$P_{TT} = P_{TP} + P_{TS}$$

$$P_{TP} = P_0 10^{-M/10} \cdot 100\% = 0,3 \cdot 10^{-20/10} \cdot 100\%$$

$$P_{TS} = \eta 4,32k\left(\frac{\tau_m}{T_s}\right)^2 100\% = 0,05 \cdot 4,32 \cdot 0,4 \cdot \left(\frac{0,5 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-6}}\right)^2 \cdot 100\% = 0,54\%$$

$$P_{TT} = 0,3\% + 0,54\% = 0,84\%$$

c) Ver tema de Radioenlaces, calidad en un enlace radio, estudio de la disponibilidad según la lluvia.

4

En la Figura 1 se muestra un radioenlace que opera en la banda de 40 GHz. Se sabe que el valor de $A_{0,01\%}$ es 34 dB. En la Figura 3 se da la atenuación por gases de la atmósfera.

a) Calcule la indisponibilidad por propagación.

b) Explique brevemente (defina) qué es la probabilidad de indisponibilidad por propagación. Explique brevemente (defina) qué es la probabilidad de no fidelidad.

Modelo de propagación de espacio libre o Friis.

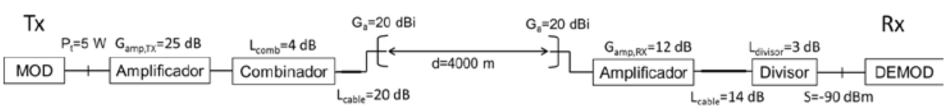


Figura 1. Esquema del transmisor

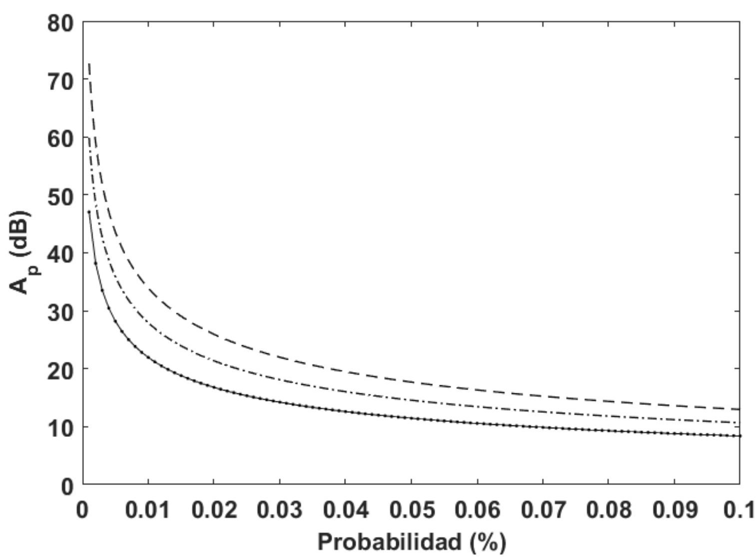


Figura 2. Relación entre probabilidad (%) y A_p (dB).

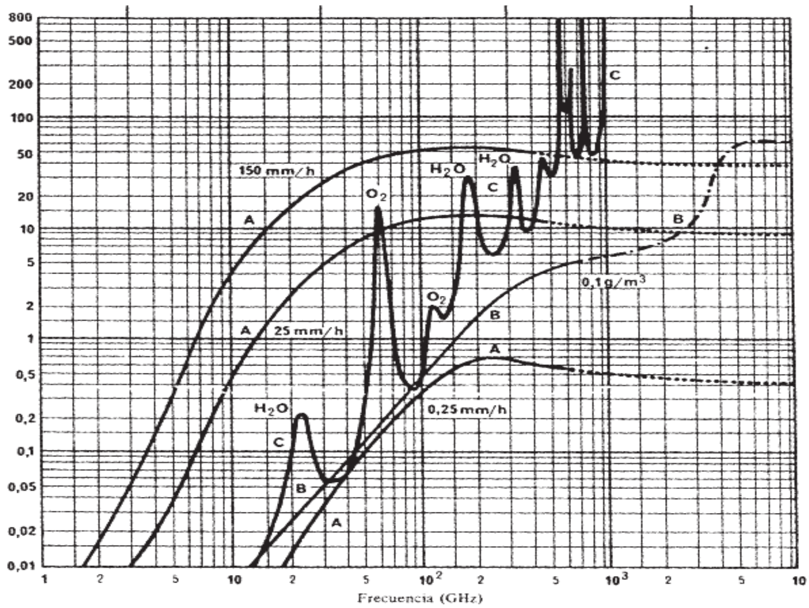


Figura 3. Las unidades del eje vertical son dB/km

◊ ◊ ◊ ◊ ◊ ◊

a) Calculamos el margen de desvanecimiento mediante el balance del enlace. Calculamos las pérdidas de propagación totales:

$$\lambda = \frac{c}{f} \rightarrow \lambda = \frac{3 \cdot 10^8}{40 \cdot 10^9} = 0,0075m$$

$$L_{p,totales} = 2 \cdot 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{4\pi d}{\lambda}\right) + \gamma_{atenuación\_gases}(dB/km) \cdot d(km)$$

$$L_{p,totales} = 2 \cdot 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{4\pi 4000}{0,0075}\right) + 0,06 \cdot 4 = 136,76dB$$

La potencia transmitida es:

$$P_{tx}(dBm) = 10\log_{10}(5) + 30 = 37dBm$$

La potencia recibida es:

$$P_{rx} = P_{tx} + G_{Ampl,Tx} - L_{combinador} - L_{cable,Tx} + G_{ant,Tx}$$
$$-L_p + G_{ant,Rx} + G_{Ampl,Rx} - L_{cable,Rx} - L_{div}$$
$$P_{rx} = 37dBm + 25dB - 4dB - 20dB + 20dBi$$
$$-136,76dB + 20dBi + 12dB - 14dB - 3dB = -63,76dBm$$

El margen es:
$$M = P_{rx} = -63,76dBm - (-90dBm) = 26,24dB$$

En la gráfica observamos que ese margen corresponde a una indisponibilidad de propagación de 0,02 % aproximadamente.

b) Parte inicial del apartado de probabilidad de indisponibilidad del Tema de Radioenlaces.

c) Parte inicial del apartado de probabilidad de no fidelidad del Tema de Radioenlaces.

5

En la Figura 1 se muestra un radioenlace que opera en la banda de 38 GHz.

a) Calcule la potencia de transmisión mínima en watios para que la probabilidad de no fidelidad total no supere un porcentaje igual a 0,050%.

b) Explique cómo influye cada término en la ecuación de no fidelidad (aumenta o disminuye la probabilidad) y el porqué (explicación completa, no matemática).

Datos:

Modelo de propagación de espacio libre o Friis.

P_0=0,2. η=0,07. τm=2ns. k=0,35. Modulación con M=16 niveles. Tasa binaria ("Bit rate") v_b=80 Mbps

No se consideran atenuación ni por gases ni por moléculas

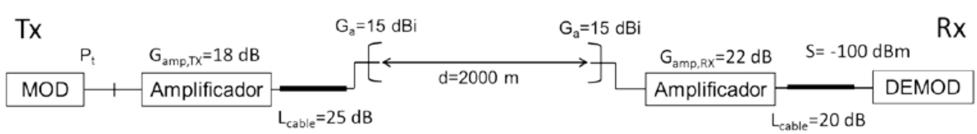


Figura 1

◇ ◇ ◇ ◇ ◇ ◇

a) La probabilidad de no fidelidad es:

$$P_{TT} = P_{TP} + P_{TS} \leq 0,050\%$$

La probabilidad de no fidelidad por desvanecimiento selectivo es:

$$v(Baudios) = \frac{v_b(bps)}{\log_2 M} = \frac{80\cdot 10^6}{\log_2 16} = 20\cdot 10^6 \rightarrow Ts = \frac{1}{v(Baudios)} = 50ns$$

$$P_{TS} = \eta 4.32k\left(\frac{\tau_m}{T_s}\right)^2 100\% = 0,07\cdot 4,32\cdot 0,35\cdot\left(\frac{2\cdot 10^{-9}}{50\cdot 10^{-9}}\right)^2 \cdot 100\% = 0,0169\%$$

Por tanto, la probabilidad de no fidelidad por desvanecimiento plano debe ser:

$$P_{TP} \leq 0,050\% - P_{TS} = 0,0331\%$$

El margen necesario es:

$$P_{TP} = P_0 10^{-M/10}\cdot 100\% = 0,2\cdot 10^{-M/10}\cdot 100\% \leq 0,0331\%$$
$$10^{-M/10} \leq 0,00165 \rightarrow M \geq 27,82dB$$

Despejamos la potencia mínima necesaria:

$$\lambda = \frac{3\cdot 10^8}{38\cdot 10^9} = 0,0079m \rightarrow L_p = 20\log_{10}\left(\frac{4\pi d}{\lambda}\right) = 20\log_{10}\left(\frac{4\pi 2000}{0,0079}\right) = 130dB$$
$$M = P_{rx} - S$$
$$M = (P_{tx} + G_{Ampl,Tx} - L_{cable,Tx} + G_{ant,Tx} - L_p + G_{ant,Rx} + G_{Ampl,Rx} - L_{cable,Rx}) - S \geq 27,69dB$$
$$P_{tx} \geq 27,82dB - (18dB - 25dB + 15dB - 130dB + 15dB + 22dB - 20dB - (-100dBm))$$
$$P_{tx} \geq 32,82dBm \rightarrow P_{tx} \geq 1,91W$$

b) Ver tema de Radioenlaces, calidad en un enlace radio, estudio de la probabilidad de no fidelidad, parte final del tema.

6

En la Figura 1 se muestra un radioenlace que opera en la banda de 28 GHz. En la Figura 2 se da la atenuación por gases de la atmósfera. Se sabe que el valor de $A_{0,01\%}$ es 40 dB.

a) Calcule la ganancia de las antenas para que la indisponibilidad por propagación máxima sea 0,04%. La ganancia de la antena transmisora es la misma que la de la antena receptora.

b) Suponga que el radioenlace se emplea en una zona donde $A_{0,01\%}$ es igual a 30 dB. ¿La indisponibilidad aumentará o disminuirá? Razone la respuesta sin recurrir a fórmulas matemáticas.

Modelo de propagación de espacio libre o Friis.

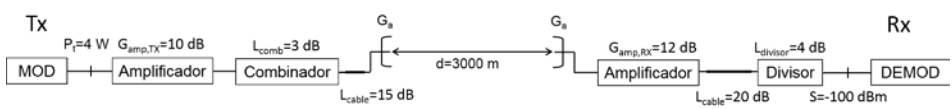


Figura 1. Esquema del radioenlace.

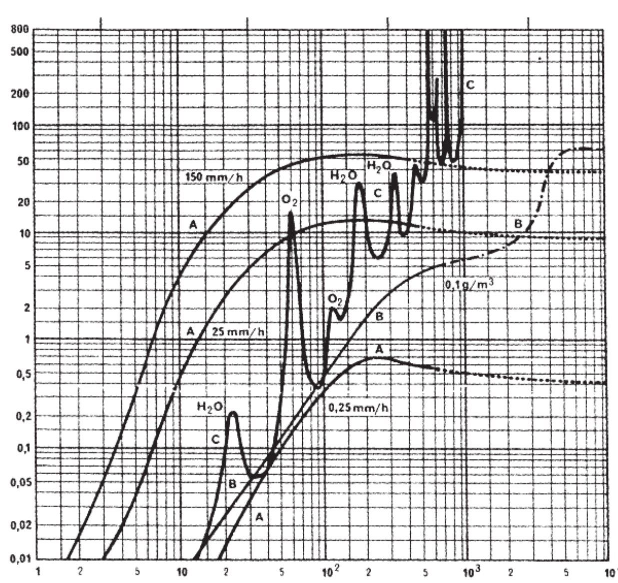


Figura 2. Las unidades del eje vertical son dB/km.

◇ ◇ ◇ ◇ ◇ ◇

a) Calculamos el margen de desvanecimiento necesario para conseguir la indisponibilidad por propagación deseada:

$$M = 0{,}12 \underbrace{40}_{\substack{\text{Rain attenuation}\\ \text{exceeded in the}\\ \text{0.01\% of the time}}} P^{-\left(0.,46+0{,}043\log_{10} P\right)} = 0{,}12\cdot 40\cdot 0{,}04^{-\left(0{,}546+0{,}043\log_{10} 0{,}04\right)} = 22{,}9dB$$

Las pérdidas de propagación totales:

$$\lambda = \frac{c}{f} \rightarrow \lambda = \frac{3\cdot 10^{8}}{28\cdot 10^{9}} = 0{,}0107m$$

$$L_{p,totales} = 2\cdot 10\cdot \log_{10}\left(\frac{4\pi d}{\lambda}\right) + \gamma_{atenuación\_gases}(dB/km)\cdot d(km)$$

$$L_{p,totales} = 2\cdot 10\cdot \log_{10}\left(\frac{4\pi\cdot 3000}{0{,}0107}\right) + 0{,}06\cdot 3 = 131{,}1dB$$

La potencia transmitida es:

$$P_{tx}(dBm) = 10\log_{10}(4) + 30 = 36dBm$$

La ganancia mínima de las antenas:

$$M = P_{rx} - S$$

$$M = (P_{tx} + G_{Ampl,Tx} - L_{comb} - L_{cable,Tx} + G_{ant}$$

$$-L_p + G_{ant} + G_{Ampl,Rx} - L_{cable,Rx} - L_{div}) - S \geq 22{,}9dB$$

$$(36dBm + 10dB - 3dB - 15 + G_{ant}$$

$$-131{,}1dB + G_{ant} + 12dB - 20dB - 4dB) - (-100dBm) \geq 22{,}9dB$$

$$2G_{ant} - 15{,}1dB \geq 22{,}9dB \rightarrow G_{ant} \geq 19dB$$

b) Ver las transparencias de estudio de la indisponibiidad del Tema de Radioenlaces.

7

En la Figura 1 se muestra un radioenlace y en la Figura 2 el esquema con los equipos del radioenlace. Sus datos son los siguientes:

Frecuencia: 38 GHz.

Modelo de propagación de espacio libre o Friis.

$A_{0,01\%}$ =38 dB.

En la Figura 1, los valores encuadrados son diferentes en A y B. Los demás valores son iguales en A y en B.

a) Calcule la potencia en dBm necesaria para que el radioenlace funcione en ambos sentidos y para que la indisponibilidad por propagación sea como máximo un 0,015 %.

b) Cuestión teórica: defina probabilidad de indisponibilidad y probabilidad de no fidelidad y explique qué fenómenos producen cada una.

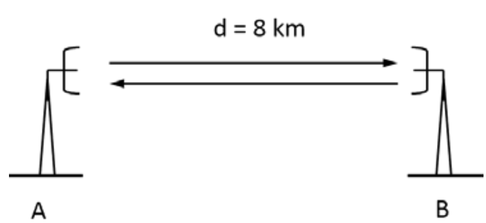


Figura 1. Esquema y distancia en el radioenlace.

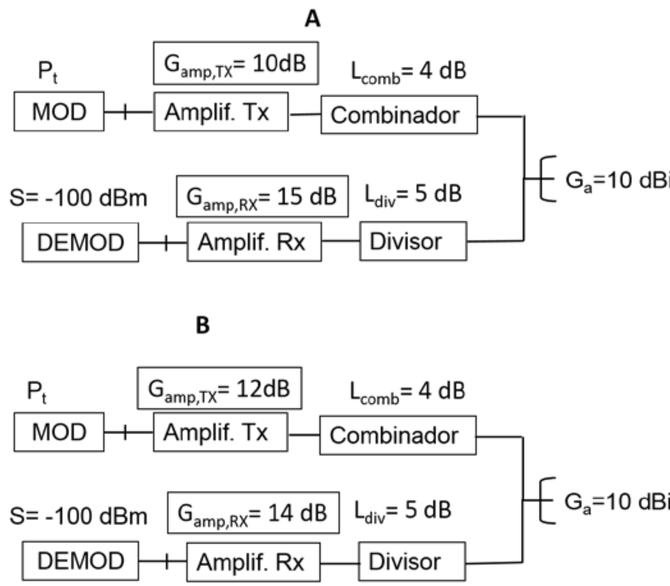


Figura 1. Esquema del radioenlace.

◇ ◇ ◇ ◇ ◇ ◇

a) Calculamos el margen necesario para tener como máximo una indisponibilidad máxima de 0,015 %.

$$M = 0{,}12 \underbrace{A_{0.01}}_{\substack{\text{Atenuacion} \\ \text{por lluvia excedida} \\ \text{el 0.01\% del tiempo}}} P^{-\left(0{,}546+0{,}043\log_{10} P\right)}$$

$$M = 0{,}12 \cdot 38 \cdot 0{,}015^{-\left(0{,}546+0{,}043\log_{10} 0{,}015\right)} = 32{,}5dB$$

Las pérdidas de propagación son:

$$\lambda = \frac{c}{f} \rightarrow \lambda = \frac{3\cdot 10^8}{38\cdot 10^9} = 0{,}0079m$$

$$L_p = 2\cdot 10\cdot \log_{10}\left(\frac{4\pi d}{\lambda}\right) = 2\cdot 10\cdot \log_{10}\left(\frac{4\pi\cdot 8000}{0{,}0079}\right) = 142dB$$

Las ecuaciones del balance del enlace en el sentido A-B son:

$$P_{tx} = M - (G_{Ampl,Tx} - L_{comb} + G_{ant,Tx} - L_p + G_{ant,Rx} - L_{div} + G_{Ampl,Rx}) + S$$

$$P_{tx} = 32,5dB - (+10dB - 4dB + 10dB$$

$$-142dB + 10dB - 5dB + 14dB) + (-100dBm)$$

$$P_{tx} = 39,5dBm$$

Las ecuaciones del balance del enlace en el sentido B-A son las mismas, pero cambian algunos valores:

$$P_{tx} = M - (G_{Ampl,Tx} - L_{comb} + G_{ant,Tx} - L_p + G_{ant,Rx} - L_{div} + G_{Ampl,Rx}) + S$$

$$P_{tx} = 32,5dB - (+12dB - 4dB + 10dB$$

$$-142dB + 10dB - 5dB + 15dB) + (-100dBm)$$

$$P_{tx} = 36,35dBm$$

Por lo tanto, necesitamos una potencia de 39,5 dBm. En el sentido A-B tendremos una indisponibilidad de 0,015% y en el sentido B-A tendremos una indisponibilidad algo menor.

b) Ver trasparencias del Tema de Radioenlaces correspondientes a la definición de la indisponibilidad y no fidelidad.

8

En la Figura 1 se muestra un radioenlace y sus elementos. Sus datos son los siguientes:

Frecuencia: 28 GHz.

Modelo de propagación de espacio libre o Friis.

A para **0,016%** es igual a 25 dB. Sensibilidad del receptor: -100 dBm.

Se pide:

a) Calcule la ganancia de las antenas para que la indisponibilidad sea igual a 0,005%. Las dos antenas (Tx y Rx) tienen la misma ganancia.

b) Pregunta teórica. Indique el nombre de cada uno de los términos de la ecuación de probabilidad de no fidelidad P_{TS}. Explique cómo influye en la ecuación (aumenta o disminuye la probabilidad) y el porqué (indique las razones físicas, no las matemáticas).

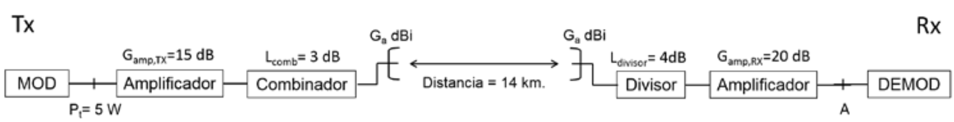


Figura 1. Esquema del radioenlace.

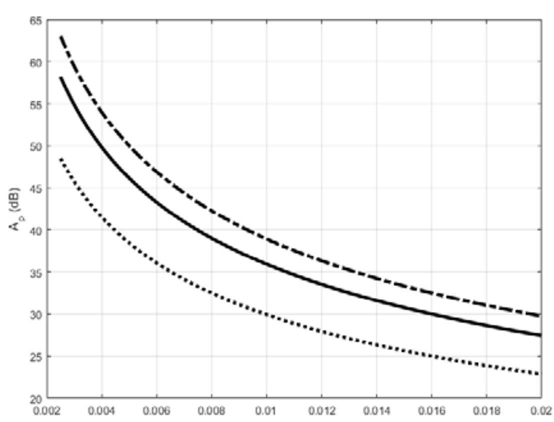


Figura 2. Relación entre probabilidad (%) y A_p (dB).

◇ ◇ ◇ ◇ ◇ ◇

a) A partir de la gráfica sabemos que la curva que debemos tomar es la correspondiente a la línea punteada ya que su valor $A_{0,016\%}$ es igual a 25 dB. Por tanto, mirando la gráfica sabemos que $A_{0,01\%}$ es aproximadamente igual a 30 dB. Calculamos el margen necesario para tener como máximo una indisponibilidad máxima de 0,005 %.

$$M = 0{,}12 \underbrace{A_{0.01}}_{\substack{\text{Atenuacion} \\ \text{por lluvia excedida} \\ \text{el 0.01\% del tiempo}}} P^{-\left(0{,}546+0{,}043\log_{10} P\right)}$$

$$M = 0{,}12 \cdot 30 \cdot 0{,}005^{-\left(0{,}546+0{,}043\log_{10} 0{,}005\right)} = 38{,}4 dB$$

El margen también se podía obtener a partir de la gráfica.

Las pérdidas de propagación son:

$$\lambda = \frac{c}{f} \rightarrow \lambda = \frac{3 \cdot 10^8}{28 \cdot 10^9} = 0{,}0107m$$

$$L_p = 2 \cdot 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{4\pi d}{\lambda}\right) = 2 \cdot 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{4\pi \cdot 14000}{0{,}0107}\right) = 144dB$$

En el enlace tenemos:

$$P_{tx}(dBm) = 10 \cdot \log_{10}(5) + 30dB = 37dBm$$

$$P_{rx} = P_{tx} + G_{Ampl,Tx} - L_{comb} + G_{ant,Tx} - L_p + G_{ant,Tx} - L_{div} + G_{Ampl,Rx}$$

$$M = P_{rx} - S = 38{,}4dB \quad ; \quad G_{ant,Tx} = G_{ant,Rx} = G_{ant}$$

Por tanto:

$$38{,}4dB = 37dBm + 15dB - 3dB + 2G_{ant}(dBi)$$

$$-144dB - 4dB + 20dB - (-100dBm)$$

$$G_{ant} = 17{,}4dBi / 2 = 8{,}7dBi$$

b) Ver trasparencias del Tema de Radioenlaces correspondientes a la explicación de los términos de P_{TS} (parte final del tema).

9

En la Figura 1 se muestra un esquema de dos radioenlaces. Uno se encuentra en la zona 1 en la que $A_{0,01}$=30 dB, el otro en la zona 2 en la que $A_{0,01}$=35 dB. La distancia entre los dos extremos en cada radioenlace es la misma, $d_1=d_2$. Todos los equipos son iguales en los dos radioenlaces excepto en un amplificador de transmisión; el amplificador del radioenlace 2 tiene 5 dB más que el amplificador del radioenlace 1. El modelo de propagación es el mismo en los dos radioenlaces.

a) Desconocemos el valor de los equipos del radioenlace 1 y 2, pero si nos indican que el margen de desvanecimiento en el radioenlace 1 se encuentra entre 20 y 25 dB, a la vista de los datos y de la Figura 2, ¿qué radioenlace proporciona una indisponibilidad propagación mejor? Razone la respuesta.

b) Pregunta teórica: explique por qué es necesario un margen de desvanecimiento en un radioenlace.

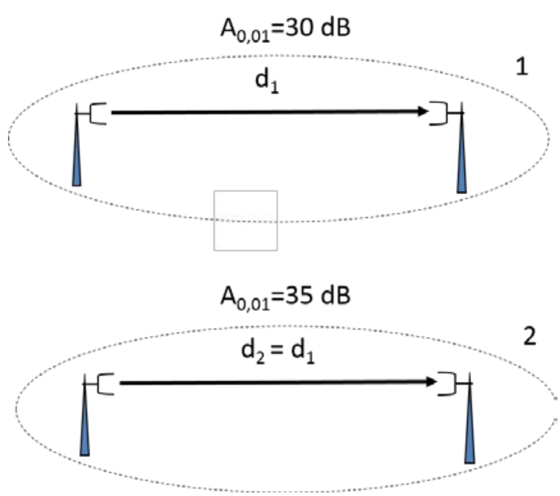


Figura 1. Dibujo de los radioenlaces.

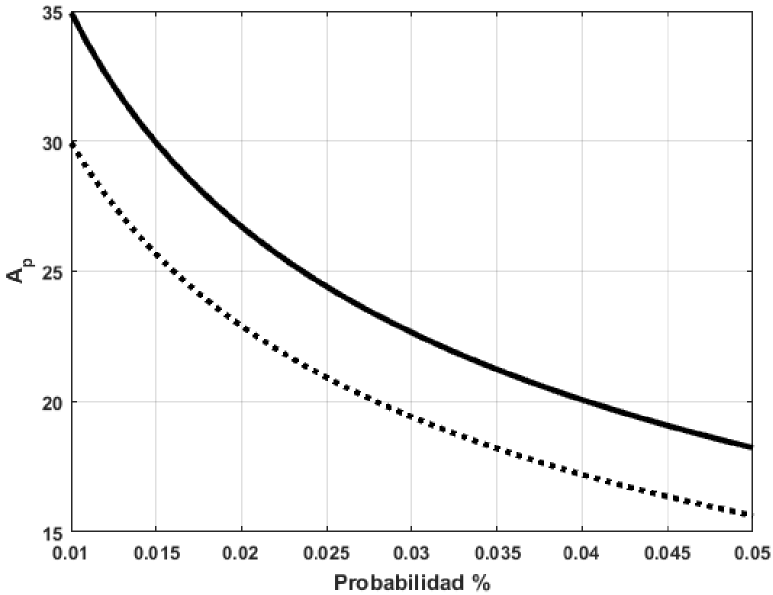


Figura 2. Gráfica de la probabilidad en % y Ap en dB.

◇ ◇ ◇ ◇ ◇ ◇

a) La línea de puntos de la Figura 2 corresponde a la zona del radioenlace 1 ya que $A_{0,01}$=30 dB; la línea continua corresponde a la zona de radioenlace 2 ya que $A_{0,01}$ es igual a 35 dB. Se nos indica que el radioenlace 1 tiene un margen de desvanecimiento entre 20 y 25 dB. Por tanto, según la Figura 2, su indisponibilidad estará aproximadamente entre 0,0275% y 0,016%. La distancia y el modelo de propagación en el radioenlace 1 es igual al del radioenlace 2, los equipos son iguales excepto en un amplificador de transmisión: en el radioenlace 2 posee una ganancia 5 dB mayor que el del radioenlace 1. Por lo tanto, el radioenlace 2 tendrá 5 dB más en su margen de desvanecimiento. Si el margen del radioenlace 1 valiese 20 dB, el del radioenlace 2 valdrá 25 dB y su indisponibilidad valdría aproximadamente 0,0225%, es decir, un valor menor, y por tanto, mejor, que la indisponibilidad del radioenlace 1. Si el margen del radioenlace 1 valiese 25 dB, el del radioenlace 2 valdrá 30 dB y su indisponibilidad valdría aproximadamente 0,015 %, es decir, un valor menor, y por tanto, mejor, que la indisponibilidad del radioenlace 1. Para cualquier valor del margen de desvanecimiento del radioenlace 1, entre 20 dB y 25 dB, se cumplirá que su indisponibilidad será mayor que la indisponibilidad del radioenlace 2 debido a la forma de la curva Ap-Probabilidad %.

b) Ver transparencias del tema de radioenlaces correspondientes a la influencia de la lluvia en las pérdidas de propagación.

Anexo A: Tablas de Erlang-B

$$P_B = B(N,T) = \frac{\dfrac{T^N}{N!}}{\displaystyle\sum_{k=0}^{N} \dfrac{T^k}{k!}}$$

N/P_B	**0.5%**	**1%**	**1.5%**	**2%**	**2.5%**	**3%**	**5%**	**7.5%**	**10%**	**15%**	**20%**
1	0.0050	0.0101	0.0152	0.0204	0.0256	0.0309	0.0526	0.0811	0.1111	0.1765	0.2499
2	0.1053	0.1526	0.1904	0.2234	0.2535	0.2815	0.3813	0.4918	0.5954	0.7962	0.9999
3	0.3490	0.4554	0.5352	0.6022	0.6613	0.7151	0.8994	1.0942	1.2708	1.6024	1.9299
4	0.7012	0.8694	0.9916	1.0922	1.1799	1.2588	1.5245	1.7996	2.0453	2.5007	2.9451
5	1.1320	1.3607	1.5240	1.6571	1.7721	1.8751	2.2184	2.5696	2.8809	3.4541	4.0103
6	1.6218	1.9089	2.1118	2.2758	2.4170	2.5430	2.9602	3.3843	3.7583	4.4443	5.1084
7	2.1575	2.5007	2.7415	2.9353	3.1016	3.2495	3.7378	4.2314	4.6660	5.4609	6.2300
8	2.7297	3.1274	3.4045	3.6270	3.8174	3.9863	4.5427	5.1040	5.5967	6.4980	7.3691
9	3.3325	3.7825	4.0947	4.3447	4.5581	4.7478	5.3701	5.9966	6.5464	7.5508	8.5215
10	3.9604	4.4609	4.8071	5.0840	5.3198	5.5293	6.2153	6.9053	7.5103	8.6157	9.6846
11	4.6104	5.1597	5.5386	5.8413	6.0991	6.3276	7.0762	7.8276	8.4868	9.6909	10.8564
12	5.2788	5.8760	6.2866	6.6143	6.8936	7.1406	7.9497	8.7617	9.4736	10.7754	12.0361
13	5.9634	6.6069	7.0493	7.4014	7.7012	7.9663	8.8345	9.7056	10.4697	11.8662	13.2217
14	6.6631	7.3516	7.8242	8.2002	8.5200	8.8032	9.7295	10.6582	11.4727	12.9648	14.4121
15	7.3755	8.1079	8.6099	9.0093	9.3491	9.6499	10.6318	11.6182	12.4834	14.0674	15.6074
16	8.0991	8.8750	9.4058	9.8281	10.1875	10.5049	11.5430	12.5850	13.5000	15.1758	16.8066
17	8.8335	9.6514	10.2109	10.6553	11.0332	11.3682	12.4609	13.5576	14.5215	16.2881	18.0098
18	9.5776	10.4365	11.0234	11.4902	11.8867	12.2383	13.3848	14.5361	15.5479	17.4043	19.2148
19	10.3301	11.2295	11.8447	12.3320	12.7471	13.1143	14.3145	15.5186	16.5781	18.5244	20.4238
20	11.0908	12.0303	12.6719	13.1807	13.6143	13.9971	15.2490	16.5068	17.6123	19.6465	21.6348
21	11.8594	12.8369	13.5049	14.0352	14.4863	14.8848	16.1885	17.4980	18.6504	20.7715	22.8477
22	12.6348	13.6504	14.3447	14.8955	15.3633	15.7773	17.1318	18.4932	19.6914	21.9004	24.0625
23	13.4160	14.4697	15.1895	15.7607	16.2461	16.6748	18.0791	19.4912	20.7363	23.0313	25.2793
24	14.2031	15.2949	16.0391	16.6299	17.1328	17.5771	19.0303	20.4922	21.7832	24.1621	26.4980
25	14.9961	16.1240	16.8936	17.5039	18.0234	18.4824	19.9844	21.4980	22.8320	25.2969	27.7188
26	15.7949	16.9580	17.7520	18.3818	18.9180	19.3916	20.9414	22.5039	23.8848	26.4336	28.9395
27	16.5977	17.7969	18.6152	19.2646	19.8164	20.3047	21.9023	23.5137	24.9375	27.5723	30.1641
28	17.4053	18.6396	19.4814	20.1484	20.7168	21.2207	22.8672	24.5273	25.9941	28.7109	31.3867
29	18.2168	19.4863	20.3516	21.0391	21.6230	22.1387	23.8320	25.5410	27.0527	29.8516	32.6133
30	19.0332	20.3359	21.2246	21.9297	22.5313	23.0605	24.8008	26.5566	28.1113	30.9941	33.8398
31	19.8535	21.1895	22.1016	22.8262	23.4414	23.9863	25.7715	27.5762	29.1738	32.1367	35.0664
32	20.6758	22.0469	22.9824	23.7246	24.3555	24.9141	26.7441	28.5957	30.2363	33.2813	36.2949
33	21.5039	22.9082	23.8652	24.6250	25.2715	25.8438	27.7207	29.6172	31.3008	34.4277	37.5234
34	22.3340	23.7715	24.7500	25.5273	26.1895	26.7754	28.6973	30.6406	32.3652	35.5742	38.7539
35	23.1680	24.6367	25.6387	26.4336	27.1113	27.7090	29.6758	31.6660	33.4336	36.7227	39.9844
36	24.0059	25.5059	26.5293	27.3418	28.0332	28.6465	30.6563	32.6934	34.5020	37.8711	41.2148
37	24.8457	26.3770	27.4219	28.2520	28.9590	29.5840	31.6387	33.7207	35.5703	39.0215	42.4453
38	25.6875	27.2520	28.3184	29.1660	29.8867	30.5254	32.6230	34.7500	36.6426	40.1719	43.6797
39	26.5332	28.1270	29.2148	30.0801	30.8145	31.4668	33.6074	35.7813	37.7129	41.3203	44.9102
40	27.3809	29.0059	30.1152	30.9961	31.7461	32.4102	34.5957	36.8125	38.7871	42.4727	46.1445

N/P$_B$	0.5%	1%	1.5%	2%	2.5%	3%	5%	7.5%	10%	15%	20%
41	28.2305	29.8867	31.0176	31.9141	32.6797	33.3555	35.5840	37.8457	39.8594	43.6250	47.3789
42	29.0840	30.7695	31.9199	32.8359	33.6133	34.3027	36.5723	38.8789	40.9336	44.7773	48.6133
43	29.9395	31.6543	32.8262	33.7578	34.5488	35.2520	37.5645	39.9141	42.0078	45.9336	49.8477
44	30.7969	32.5430	33.7344	34.6816	35.4883	36.2031	38.5566	40.9492	43.0859	47.0859	51.0859
45	31.6543	33.4316	34.6426	35.6055	36.4258	37.1543	39.5469	41.9883	44.1641	48.2422	52.3203
46	32.5156	34.3223	35.5527	36.5332	37.3672	38.1074	40.5430	43.0234	45.2422	49.3984	53.5586
47	33.3789	35.2129	36.4648	37.4609	38.3086	39.0605	41.5391	44.0625	46.3203	50.5547	54.7930
48	34.2441	36.1074	37.3789	38.3906	39.2500	40.0156	42.5352	45.1055	47.3984	51.7109	56.0313
49	35.1113	37.0039	38.2949	39.3203	40.1953	40.9727	43.5313	46.1445	48.4805	52.8672	57.2695
50	35.9805	37.9004	39.2109	40.2539	41.1406	41.9297	44.5313	47.1836	49.5586	54.0273	58.5078
51	36.8516	38.7988	40.1289	41.1875	42.0898	42.8906	45.5313	48.2266	50.6406	55.1836	59.7461
52	37.7227	39.6992	41.0469	42.1211	43.0391	43.8516	46.5313	49.2695	51.7227	56.3438	60.9844
53	38.5977	40.6016	41.9688	43.0586	43.9883	44.8125	47.5313	50.3125	52.8047	57.5039	62.2227
54	39.4727	41.5039	42.8906	43.9961	44.9375	45.7734	48.5352	51.3594	53.8906	58.6602	63.4609
55	40.3477	42.4063	43.8125	44.9336	45.8906	46.7383	49.5391	52.4023	54.9727	59.8203	64.6992
56	41.2266	43.3125	44.7383	45.8750	46.8398	47.7031	50.5430	53.4492	56.0586	60.9805	65.9414
57	42.1055	44.2188	45.6641	46.8125	47.7969	48.6680	51.5469	54.4961	57.1406	62.1406	67.1797
58	42.9883	45.1289	46.5898	47.7539	48.7500	49.6328	52.5508	55.5430	58.2266	63.3047	68.4180
59	43.8711	46.0391	47.5195	48.6992	49.7070	50.6016	53.5586	56.5898	59.3125	64.4648	69.6602
60	44.7539	46.9492	48.4492	49.6406	50.6602	51.5664	54.5625	57.6367	60.3984	65.6250	70.8984
61	45.6406	47.8594	49.3789	50.5859	51.6211	52.5352	55.5703	58.6836	61.4844	66.7891	72.1406
62	46.5273	48.7734	50.3086	51.5313	52.5781	53.5078	56.5781	59.7344	62.5742	67.9492	73.3828
63	47.4141	49.6875	51.2383	52.4805	53.5352	54.4766	57.5859	60.7852	63.6602	69.1133	74.6250
64	48.3047	50.6016	52.1719	53.4258	54.4961	55.4492	58.5977	61.8320	64.7500	70.2734	75.8633
65	49.1914	51.5156	53.1055	54.3750	55.4570	56.4180	59.6055	62.8828	65.8359	71.4375	77.1055
66	50.0859	52.4336	54.0430	55.3242	56.4180	57.3906	60.6172	63.9336	66.9258	72.6016	78.3438
67	50.9766	53.3516	54.9766	56.2734	57.3789	58.3672	61.6289	64.9883	68.0156	73.7656	79.5859
68	51.8711	54.2695	55.9141	57.2227	58.3438	59.3398	62.6406	66.0391	69.1055	74.9297	80.8281
69	52.7656	55.1914	56.8516	58.1758	59.3086	60.3125	63.6523	67.0898	70.1953	76.0898	82.0703
70	53.6602	56.1094	57.7891	59.1289	60.2734	61.2891	64.6641	68.1445	71.2852	77.2578	83.3125
71	54.5547	57.0313	58.7266	60.0781	61.2383	62.2656	65.6797	69.1953	72.3750	78.4219	84.5547
72	55.4531	57.9531	59.6680	61.0352	62.2031	63.2422	66.6914	70.2500	73.4648	79.5859	85.7969
73	56.3516	58.8750	60.6055	61.9883	63.1680	64.2188	67.7070	71.3047	74.5547	80.7500	87.0391
74	57.2500	59.8008	61.5469	62.9414	64.1367	65.1953	68.7188	72.3594	75.6484	81.9141	88.2891
75	58.1523	60.7266	62.4883	63.8984	65.1016	66.1758	69.7344	73.4141	76.7383	83.0781	89.5313
76	59.0508	61.6523	63.4336	64.8555	66.0703	67.1523	70.7500	74.4688	77.8320	84.2422	90.7734
77	59.9531	62.5781	64.3750	65.8125	67.0391	68.1328	71.7656	75.5234	78.9219	85.4063	92.0156
78	60.8555	63.5039	65.3203	66.7695	68.0078	69.1133	72.7852	76.5781	80.0156	86.5781	93.2578
79	61.7617	64.4336	66.2656	67.7266	68.9805	70.0938	73.8008	77.6367	81.1094	87.7422	94.5000
80	62.6641	65.3594	67.2109	68.6875	69.9492	71.0742	74.8164	78.6875	82.2031	88.9063	95.7422
81	63.5703	66.2891	68.1563	69.6445	70.9219	72.0586	75.8359	79.7422	83.2891	90.0703	96.9922
82	64.4766	67.2188	69.1016	70.6055	71.8945	73.0391	76.8555	80.8047	84.3828	91.2422	98.2344
83	65.3828	68.1523	70.0469	71.5664	72.8633	74.0234	77.8711	81.8594	85.4766	92.4063	99.4766
84	66.2930	69.0820	70.9961	72.5273	73.8359	75.0039	78.8906	82.9141	86.5703	93.5703	100.7188
85	67.1992	70.0117	71.9453	73.4883	74.8125	75.9883	79.9063	83.9766	87.6719	94.7422	101.9688
86	68.1094	70.9453	72.8945	74.4492	75.7852	76.9727	80.9297	85.0313	88.7656	95.9063	103.2109
87	69.0195	71.8789	73.8438	75.4141	76.7578	77.9570	81.9453	86.0938	89.8594	97.0703	104.4531
88	69.9297	72.8125	74.7930	76.3750	77.7344	78.9375	82.9688	87.1484	90.9531	98.2422	105.6953

N/P$_B$	0.5%	1%	1.5%	2%	2.5%	3%	5%	7.5%	10%	15%	20%
89	70.8398	73.7461	75.7422	77.3398	78.7031	79.9219	83.9922	88.2109	92.0469	99.4063	106.9453
90	71.7539	74.6836	76.6953	78.3047	79.6797	80.9141	85.0078	89.2656	93.1406	100.5781	108.1875
91	72.6641	75.6172	77.6445	79.2656	80.6563	81.8984	86.0313	90.3281	94.2344	101.7422	109.4297
92	73.5781	76.5547	78.5938	80.2344	81.6328	82.8828	87.0547	91.3906	95.3359	102.9141	110.6797
93	74.4922	77.4922	79.5469	81.1953	82.6094	83.8672	88.0781	92.4453	96.4297	104.0781	111.9219
94	75.4063	78.4297	80.5000	82.1641	83.5859	84.8594	89.0938	93.5078	97.5234	105.2500	113.1719
95	76.3242	79.3672	81.4531	83.1328	84.5625	85.8438	90.1172	94.5703	98.6250	106.4141	114.4141
96	77.2383	80.3047	82.4063	84.0938	85.5469	86.8359	91.1406	95.6328	99.7188	107.5859	115.6563
97	78.1563	81.2422	83.3672	85.0625	86.5234	87.8203	92.1641	96.6875	100.8125	108.7500	116.9063
98	79.0703	82.1797	84.3203	86.0313	87.5000	88.8125	93.1875	97.7500	101.9141	109.9219	118.1484
99	79.9844	83.1172	85.2734	87.0000	88.4766	89.7969	94.2109	98.8125	103.0078	111.0938	119.3906
100	80.9063	84.0625	86.2266	87.9688	89.4609	90.7891	95.2344	99.8750	104.1094	112.2578	120.6406

Anexo B: Tablas de Erlang-C

$$P_C = C(N,T) = \frac{N \cdot B(N,T)}{N - T\left[1 - B(N,T)\right]} = \frac{1}{1 + \left(1 - \frac{T}{N}\right)\frac{N!}{T^N}\sum_{k=0}^{N-1}\frac{T^k}{k!}}$$

/Pc	0.5%	1%	1.5%	2%	2.5%	3%	5%	7.5%	10%	15%	20%
1	0.0049	0.0099	0.0150	0.0200	0.0250	0.0300	0.0500	0.0750	0.1000	0.1500	0.2000
2	0.1025	0.1465	0.1808	0.2102	0.2365	0.2604	0.3422	0.4266	0.4999	0.6278	0.7403
3	0.3339	0.4291	0.4981	0.5545	0.6031	0.6464	0.7875	0.9250	1.0397	1.2311	1.3928
4	0.6640	0.8100	0.9122	0.9939	1.0632	1.1241	1.3185	1.5027	1.6530	1.8987	2.1022
5	1.0650	1.2590	1.3922	1.4973	1.5856	1.6626	1.9052	2.1311	2.3132	2.6069	2.8472
6	1.5189	1.7583	1.9204	2.0471	2.1530	2.2449	2.5315	2.7957	3.0066	3.3440	3.6172
7	2.0143	2.2964	2.4856	2.6326	2.7546	2.8604	3.1880	3.4873	3.7249	4.1025	4.4063
8	2.5430	2.8655	3.0803	3.2463	3.3838	3.5024	3.8687	4.2007	4.4631	4.8782	5.2100
9	3.0994	3.4602	3.6992	3.8833	4.0354	4.1663	4.5686	4.9316	5.2173	5.6675	6.0264
10	3.6790	4.0767	4.3386	4.5398	4.7058	4.8481	5.2847	5.6772	5.9854	6.4688	6.8525
11	4.2788	4.7114	4.9956	5.2129	5.3921	5.5454	6.0151	6.4355	6.7646	7.2793	7.6875
12	4.8955	5.3623	5.6675	5.9009	6.0923	6.2568	6.7573	7.2046	7.5537	8.0991	8.5298
13	5.5283	6.0273	6.3530	6.6011	6.8052	6.9795	7.5103	7.9834	8.3521	8.9258	9.3784
14	6.1743	6.7051	7.0498	7.3130	7.5288	7.7129	8.2729	8.7705	9.1577	9.7593	10.2334
15	6.8325	7.3936	7.7578	8.0352	8.2617	8.4556	9.0435	9.5649	9.9697	10.5986	11.0928
16	7.5020	8.0928	8.4751	8.7661	9.0039	9.2065	9.8213	10.3662	10.7891	11.4434	11.9570
17	8.1816	8.8008	9.2012	9.5054	9.7534	9.9648	10.6064	11.1738	11.6133	12.2930	12.8262
18	8.8701	9.5171	9.9346	10.2520	10.5107	10.7314	11.3984	11.9873	12.4424	13.1465	13.6982
19	9.5674	10.2412	10.6758	11.0059	11.2744	11.5029	12.1953	12.8057	13.2764	14.0049	14.5742
20	10.2725	10.9727	11.4238	11.7656	12.0439	12.2813	12.9980	13.6289	14.1152	14.8662	15.4541
21	10.9844	11.7109	12.1777	12.5322	12.8203	13.0654	13.8047	14.4561	14.9580	15.7314	16.3359
22	11.7031	12.4551	12.9385	13.3037	13.6006	13.8545	14.6172	15.2871	15.8047	16.6006	17.2207
23	12.4277	13.2051	13.7031	14.0801	14.3867	14.6475	15.4336	16.1230	16.6543	17.4717	18.1084
24	13.1592	13.9600	14.4736	14.8613	15.1777	15.4453	16.2529	16.9619	17.5068	18.3457	18.9990
25	13.8955	14.7197	15.2490	15.6475	15.9717	16.2480	17.0771	17.8037	18.3633	19.2227	19.8906
26	14.6377	15.4854	16.0283	16.4375	16.7705	17.0537	17.9043	18.6494	19.2217	20.1016	20.7852
27	15.3838	16.2549	16.8115	17.2324	17.5732	17.8633	18.7354	19.4980	20.0840	20.9824	21.6816
28	16.1348	17.0283	17.5996	18.0303	18.3799	18.6768	19.5684	20.3477	20.9473	21.8672	22.5801
29	16.8906	17.8057	18.3916	18.8320	19.1895	19.4932	20.4043	21.2031	21.8145	22.7520	23.4805
30	17.6504	18.5879	19.1865	19.6367	20.0020	20.3125	21.2441	22.0586	22.6836	23.6406	24.3828
31	18.4141	19.3730	19.9844	20.4453	20.8184	21.1348	22.0859	22.9180	23.5547	24.5293	25.2852
32	19.1816	20.1602	20.7852	21.2559	21.6367	21.9609	22.9316	23.7793	24.4277	25.4219	26.1914
33	19.9531	20.9531	21.5898	22.0703	22.4590	22.7891	23.7793	24.6406	25.3027	26.3145	27.0977
34	20.7266	21.7480	22.3984	22.8867	23.2832	23.6211	24.6289	25.5059	26.1797	27.2090	28.0059
35	21.5039	22.5449	23.2090	23.7070	24.1113	24.4531	25.4805	26.3730	27.0586	28.1055	28.9160
36	22.2852	23.3457	24.0215	24.5293	24.9414	25.2891	26.3340	27.2422	27.9395	29.0020	29.8262
37	23.0684	24.1504	24.8379	25.3535	25.7734	26.1270	27.1895	28.1133	28.8203	29.9023	30.7383
38	23.8555	24.9551	25.6563	26.1816	26.6074	26.9668	28.0469	28.9863	29.7051	30.8027	31.6504
39	24.6465	25.7637	26.4766	27.0098	27.4434	27.8105	28.9063	29.8613	30.5898	31.7051	32.5664
40	25.4375	26.5762	27.2988	27.8418	28.2813	28.6543	29.7676	30.7363	31.4766	32.6074	33.4805
41	26.2324	27.3887	28.1230	28.6758	29.1211	29.5000	30.6309	31.6133	32.3652	33.5117	34.3965
42	27.0293	28.2051	28.9512	29.5117	29.9648	30.3477	31.4961	32.4922	33.2539	34.4180	35.3145

N/Pc	0.5%	1%	1.5%	2%	2.5%	3%	5%	7.5%	10%	15%	20%
43	27.8301	29.0234	29.7793	30.3477	30.8086	31.1992	32.3633	33.3730	34.1465	35.3242	36.2324
44	28.6309	29.8418	30.6113	31.1875	31.6543	32.0508	33.2305	34.2559	35.0371	36.2305	37.1523
45	29.4355	30.6641	31.4453	32.0293	32.5020	32.9023	34.0996	35.1387	35.9316	37.1406	38.0723
46	30.2422	31.4883	32.2793	32.8730	33.3516	33.7578	34.9707	36.0234	36.8262	38.0488	38.9941
47	31.0508	32.3145	33.1152	33.7168	34.2031	34.6152	35.8438	36.9082	37.7207	38.9609	39.9141
48	31.8613	33.1426	33.9551	34.5625	35.0566	35.4727	36.7168	37.7949	38.6172	39.8711	40.8359
49	32.6738	33.9727	34.7949	35.4121	35.9102	36.3320	37.5918	38.6836	39.5156	40.7852	41.7617
50	33.4883	34.8027	35.6367	36.2617	36.7656	37.1934	38.4668	39.5703	40.4141	41.6953	42.6875
51	34.3047	35.6367	36.4805	37.1113	37.6230	38.0547	39.3438	40.4609	41.3125	42.6133	43.6094
52	35.1230	36.4707	37.3242	37.9648	38.4824	38.9199	40.2227	41.3516	42.2148	43.5273	44.5352
53	35.9414	37.3066	38.1719	38.8184	39.3398	39.7813	41.1016	42.2461	43.1172	44.4414	45.4648
54	36.7637	38.1445	39.0195	39.6719	40.2031	40.6484	41.9844	43.1406	44.0195	45.3594	46.3906
55	37.5859	38.9844	39.8672	40.5273	41.0625	41.5156	42.8672	44.0352	44.9219	46.2773	47.3203
56	38.4121	39.8242	40.7188	41.3867	41.9297	42.3867	43.7500	44.9297	45.8281	47.1953	48.2461
57	39.2383	40.6641	41.5703	42.2461	42.7930	43.2539	44.6328	45.8242	46.7344	48.1133	49.1758
58	40.0625	41.5078	42.4219	43.1055	43.6602	44.1250	45.5195	46.7227	47.6406	49.0352	50.1055
59	40.8945	42.3516	43.2773	43.9688	44.5273	45.0000	46.4023	47.6211	48.5469	49.9531	51.0391
60	41.7227	43.1992	44.1328	44.8320	45.3945	45.8711	47.2930	48.5195	49.4531	50.8750	51.9688
61	42.5547	44.0469	44.9883	45.6953	46.2656	46.7461	48.1797	49.4180	50.3633	51.7969	52.8984
62	43.3906	44.8945	45.8477	46.5586	47.1328	47.6211	49.0664	50.3203	51.2734	52.7188	53.8320
63	44.2227	45.7461	46.7070	47.4258	48.0078	48.4961	49.9570	51.2227	52.1836	53.6406	54.7656
64	45.0586	46.5977	47.5664	48.2930	48.8789	49.3750	50.8477	52.1250	53.0938	54.5664	55.6992
65	45.8984	47.4492	48.4297	49.1602	49.7539	50.2539	51.7422	53.0273	54.0039	55.4883	56.6328
66	46.7344	48.3008	49.2891	50.0313	50.6289	51.1328	52.6328	53.9297	54.9180	56.4141	57.5664
67	47.5742	49.1563	50.1523	50.8984	51.5039	52.0117	53.5273	54.8359	55.8281	57.3398	58.5000
68	48.4180	50.0117	51.0195	51.7695	52.3789	52.8906	54.4219	55.7383	56.7422	58.2656	59.4375
69	49.2578	50.8672	51.8828	52.6445	53.2578	53.7734	55.3164	56.6445	57.6563	59.1914	60.3711
70	50.1016	51.7266	52.7500	53.5156	54.1328	54.6563	56.2109	57.5508	58.5703	60.1211	61.3086
71	50.9453	52.5859	53.6172	54.3906	55.0156	55.5391	57.1055	58.4609	59.4883	61.0469	62.2461
72	51.7930	53.4453	54.4883	55.2656	55.8945	56.4258	58.0039	59.3672	60.4023	61.9766	63.1836
73	52.6406	54.3047	55.3555	56.1406	56.7734	57.3086	58.9023	60.2773	61.3203	62.9023	64.1211
74	53.4883	55.1641	56.2266	57.0156	57.6563	58.1953	59.8008	61.1836	62.2383	63.8320	65.0586
75	54.3359	56.0273	57.0977	57.8945	58.5391	59.0820	60.6992	62.0938	63.1523	64.7617	65.9961
76	55.1836	56.8906	57.9688	58.7734	59.4219	59.9688	61.5977	63.0039	64.0742	65.6914	66.9336
77	56.0352	57.7578	58.8398	59.6523	60.3047	60.8594	62.5000	63.9141	64.9922	66.6211	67.8750
78	56.8867	58.6211	59.7148	60.5313	61.1914	61.7461	63.3984	64.8281	65.9102	67.5547	68.8125
79	57.7383	59.4883	60.5898	61.4102	62.0742	62.6367	64.3008	65.7383	66.8281	68.4844	69.7539
80	58.5938	60.3555	61.4648	62.2930	62.9609	63.5273	65.2031	66.6523	67.7500	69.4180	70.6953
81	59.4453	61.2227	62.3398	63.1758	63.8477	64.4180	66.1055	67.5664	68.6719	70.3477	71.6367
82	60.3008	62.0898	63.2188	64.0586	64.7383	65.3086	67.0117	68.4766	69.5938	71.2813	72.5781
83	61.1602	62.9609	64.0938	64.9414	65.6250	66.2031	67.9141	69.3945	70.5156	72.2148	73.5195
84	62.0156	63.8281	64.9727	65.8242	66.5117	67.0938	68.8203	70.3086	71.4375	73.1484	74.4609
85	62.8750	64.6992	65.8516	66.7109	67.4023	67.9883	69.7266	71.2227	72.3594	74.0820	75.4023
86	63.7305	65.5703	66.7305	67.5977	68.2930	68.8828	70.6328	72.1367	73.2813	75.0156	76.3438
87	64.5898	66.4453	67.6094	68.4805	69.1836	69.7773	71.5391	73.0547	74.2070	75.9492	77.2891
88	65.4531	67.3164	68.4922	69.3672	70.0742	70.6719	72.4453	73.9727	75.1289	76.8867	78.2266
89	66.3125	68.1914	69.3750	70.2578	70.9688	71.5664	73.3516	74.8867	76.0547	77.8203	79.1719
90	67.1758	69.0664	70.2578	71.1445	71.8594	72.4648	74.2617	75.8047	76.9805	78.7578	80.1172
91	68.0391	69.9414	71.1406	72.0313	72.7539	73.3633	75.1680	76.7227	77.9063	79.6875	81.0625
92	68.9023	70.8164	72.0234	72.9219	73.6484	74.2617	76.0781	77.6445	78.8281	80.6250	82.0078

N/Pc	0.5%	1%	1.5%	2%	2.5%	3%	5%	7.5%	10%	15%	20%
93	69.7656	71.6914	72.9063	73.8125	74.5430	75.1563	76.9883	78.5625	79.7578	81.5625	82.9531
94	70.6289	72.5703	73.7930	74.7031	75.4375	76.0586	77.8984	79.4766	80.6797	82.5000	83.8984
95	71.4961	73.4492	74.6758	75.5938	76.3320	76.9570	78.8047	80.3984	81.6094	83.4375	84.8438
96	72.3633	74.3281	75.5625	76.4844	77.2305	77.8555	79.7188	81.3203	82.5313	84.3750	85.7891
97	73.2305	75.2070	76.4492	77.3789	78.1250	78.7578	80.6250	82.2422	83.4609	85.3125	86.7344
98	74.0977	76.0859	77.3359	78.2656	79.0234	79.6563	81.5391	83.1641	84.3906	86.2500	87.6797
99	74.9648	76.9648	78.2266	79.1641	79.9219	80.5547	82.4531	84.0859	85.3203	87.1875	88.6250
100	75.8320	77.8477	79.1094	80.0547	80.8203	81.4609	83.3672	85.0078	86.2500	88.1328	89.5703