



Análise dinâmica de colisão de comboios para projeto de segurança passiva

HELDER DOS SANTOS E FRANCISCO

(Licenciado em Engenharia Mecânica)

Trabalho Final de Mestrado para obtenção do grau
Mestre em Engenharia Mecânica

Orientador:

Doutor João Filipe de Almeida Milho

Júri:

Presidente: Doutor Silvério João Crespo Marques

Vogais:

Doutor Ricardo José Fontes Portal

Doutor João Filipe de Almeida Milho

Novembro de 2019



ISEL
INSTITUTO SUPERIOR DE
ENGENHARIA DE LISBOA



ISEL
ADEM
Área Departamental de
Engenharia Mecânica

Análise dinâmica de colisão de comboios para projeto de segurança passiva

HELDER DOS SANTOS E FRANCISCO

(Licenciado em Engenharia Mecânica)

Trabalho Final de Mestrado para obtenção do grau
Mestre em Engenharia Mecânica

Orientador:

Doutor João Filipe de Almeida Milho

Júri:

Presidente: Doutor Silvério João Crespo Marques

Vogais:

Doutor Ricardo José Fontes Portal

Doutor João Filipe de Almeida Milho

Novembro de 2019

Agradecimentos

O meu primeiro agradecimento vai para as pessoas sem as quais não seria possível estar onde estou hoje, falo claro dos meus pais e do meu sobrinho, agradeço por todo o apoio e carinho que deram. O meu maior e eterno Obrigado.

De seguida deixo aqui um agradecimento a todos os meus amigos que me acompanharam neste percurso académico e não só. Um especial obrigado aos meus amigos Luís Tomé, Ana Gonçalves, Francisco Oliveira e Ana Silva, por todos os momentos que passámos e por estarem sempre disponíveis para ajudar.

Por último, mas não menos importante quero deixar um grande agradecimento ao meu Orientador, o Professor João Milho, que me lançou o desafio do tema da Dissertação e me permitiu explorar novas alternativas. Um Muito Obrigado ao Professor!

Resumo

Este trabalho visa a modelação multicorpo da colisão de comboios com o objetivo de permitir efetuar simulações da colisão, de modo a observar os fenómenos de absorção de energia, de modo a permitir uma redução dos custos computacionais, mas também dos custos com testes reais. O modelo desenvolvido replica de forma bastante correta uma colisão, podendo servir para análise da colisão.

O modelo desenvolvido tem por base um modelo real, sendo este modelo constituído por carruagens, onde uma das carruagens apresenta uma dada velocidade inicial enquanto as outras se encontram em repouso, e *buffers*, sendo estes últimas estruturas de absorção de energia, estas estruturas encontram-se acopladas às carruagens por molas não lineares. Uma vez que os resultados dependem da curva de rigidez das molas é relativamente simples alterar as características do modelo de modo a simular diferentes tipo de colisão a diferentes velocidades e com diferentes massas.

Uma vez que se verifica que quando existe o impacto entre carruagens, não existe recuo do corpo que se encontra inicialmente em movimento, é necessário garantir que o mesmo se verifica nas simulações, esta situação apresentou um grande desafio de simulação, sendo que foram necessárias várias tentativas e modelos, de modo a conseguir replicar o melhor possível este fenómeno.

Este projeto oferece uma ferramenta de análise da colisão de carruagens, sendo que a utilização do modelo desenvolvido pode ser útil no projeto e fabrico de carruagens, bem como em projetos de segurança passiva de passageiros.

Palavras-chave: Sistemas multicorpo, Segurança passiva, Comboios, Colisão, Resistência ao impacto.

Abstract

This paper aims the multibody modeling of railway collisions, with the purpose of allow collision simulations, in order to observe the energy absorption phenomena, in order to allow reducing the computing cost, and real test cost as well. The model was developed to replicate quite accurately a collision and can be used for collision analysis.

The developed model was based on a real model, being this model was made by carriages, where one of them has an initial velocity while the others are at rest, the model also have buffers, wich are structures for energy absorption, these structures are coupled to the carriages by nonlinear springs. Since the results depend on the springs stiffness curve it is relatively simple to change the characteristics of the model in order to simulate different types of collision, at different velocities with different masses.

Since it is found that when there is an impact between carriages there is no recoil of the body that was initially moving, it is necessary to ensure this is what happens in the simulations, this situation presented a big challenge, and several models and trials was made in order to replicate this phenomenon as best as possible.

This project offers a different railway crash analysis tool, and the use of the developed model can be useful in the project and manufacture of rail carriages, as well as passive passenger safety projects

Keywords: Multibody systems, Passive safety, Railway Collision, Crashworthiness, Trains

Índice

1	Introdução.....	1
1.1	Motivação	1
1.2	Objetivos.....	1
1.3	Estrutura.....	2
2	Estado da Arte	3
2.1	Projeto em Impacto Ferroviário	3
2.2	Dinâmica de Sistemas Multicorpo	4
2.3	Método dos Elementos Finitos	9
3	Enquadramento Teórico	13
3.1	Equações de movimento	13
3.1.1	Integradores Numéricos.....	14
3.1.1.1	GSTIFF.....	14
3.1.1.2	WSTIFF.....	15
3.1.1.3	HHT.....	16
3.1.1.4	Newark	16
3.1.1.5	HASTIFF.....	17
3.1.2	Formulação de equações de movimento.....	17
3.1.2.1	Índice 3 (I3).....	17
3.1.2.2	Índice Estabilizado em 2 (S12)	17
3.2	Contacto	19
3.2.1	Restituição	21
3.2.1.1	Penalidade	21
3.2.1.2	Coeficiente de restituição	21
3.2.2	Impacto	22
3.2.2.1	Rigidez	22
3.2.2.2	Expoente da força.....	23
3.2.2.3	Amortecimento.....	23
3.2.2.4	Profundidade de penetração	23

4	Metodologia	24
4.1	Modelo 1	25
4.1.1	Descrição	25
4.1.2	Resultados.....	27
4.1.2.1	WSTIFF.....	27
4.1.2.2	GSTIFF.....	30
4.1.3	Discussão	32
4.2	Modelo 2	33
4.2.1	Descrição	33
4.2.2	Resultados.....	34
4.3	Modelo 3	36
4.3.1	Descrição	36
4.3.2	Resultados.....	36
4.4	Modelo 4	40
4.4.1	Descrição	40
4.4.2	Resultados.....	40
4.5	Modelo 5	45
4.5.1	Descrição	45
4.5.2	Resultados.....	46
4.6	Modelo 6	51
4.6.1	Descrição	51
4.6.2	Resultados.....	52
4.7	Modelo 7	57
4.7.1	Descrição	57
4.7.2	Resultados.....	60
4.8	Modelo 8	66
4.8.1	Descrição	66
4.8.2	Resultados.....	67
4.9	Modelo 9	73
4.9.1	Descrição	73
4.9.2	Resultados.....	76

4.10	Modelo 10	83
4.10.1	Descrição	83
4.10.2	Resultados.....	85
4.11	Modelo 11	92
4.11.1	Descrição	92
4.11.2	Resultados.....	93
5	Conclusões	103
5.1	Análise global dos resultados obtidos.....	103
5.2	Trabalhos futuros	104
6	Bibliografia.....	105

Índice de Figuras

Figura 2.1: Sistema multicorpo, adaptado de [7]	4
Figura 4.1: Modelo de comparação, adaptado de [2]	24
Figura 4.2: Modelo 1	25
Figura 4.3: Curva de rigidez da mola	26
Figura 4.4: Velocidade do buffer no modelo 1, com integrador WSTIFF	27
Figura 4.5: Energia cinética do buffer no modelo 1, com integrador WSTIFF	28
Figura 4.6: Força aplicada no buffer no modelo 1, com integrador WSTIFF	29
Figura 4.7: Velocidade do buffer no modelo 1, com integrador GSTIFF	30
Figura 4.8: Energia cinética do buffer no modelo 1, com integrador GSTIFF	31
Figura 4.9: Força aplicada no buffer no modelo 1, com integrador GSTIFF	31
Figura 4.10: Modelo 2	33
Figura 4.11: Velocidade do buffer no modelo 2	34
Figura 4.12: Energia cinética do buffer no modelo 2	35
Figura 4.13: Força de contacto entre o buffer e o batente no modelo 2	35
Figura 4.14: Modelo 3	36
Figura 4.15: Deformação da mola no modelo 3	37
Figura 4.16: Velocidade do buffer no modelo 3	37
Figura 4.17: Energia cinética do buffer no modelo 3	38
Figura 4.18: Velocidade da carruagem de impacto no modelo 3	38
Figura 4.19: Energia cinética da carruagem de impacto no modelo 3	39
Figura 4.20: Força da mola em função do comprimento	39
Figura 4.21: Modelo 4	40
Figura 4.22: Velocidade da carruagem C no modelo 4	41
Figura 4.23: Força de contacto entre o buffer e a carruagem de impacto no modelo 4 ..	41
Figura 4.24: Força de contacto entre o buffer e o batente no modelo 4	42
Figura 4.25: Velocidade da mola no modelo 4	42
Figura 4.26: Velocidade do buffer no modelo 4	43
Figura 4.27: Velocidade da carruagem de impacto no modelo 4	43
Figura 4.28: Deformação da mola no modelo 4	44
Figura 4.29: Modelo 5	45
Figura 4.30: Velocidade da carruagem de impacto no modelo 5	46
Figura 4.31: Deformação da mola 1 no modelo 5	47
Figura 4.32: Velocidade do buffer 1 no modelo 5	47
Figura 4.33: Força de contacto entre a carruagem de impacto e o buffer 1 no modelo 5	48
Figura 4.34: Velocidade da carruagem C no modelo 5	48
Figura 4.35: Deformação da mola 2 no modelo 5	49
Figura 4.36: Velocidade da mola 2 no modelo 5	49

Figura 4.37: Velocidade do buffer 2 no modelo 5.....	50
Figura 4.38: Modelo 6	51
Figura 4.39: Velocidade da carruagem de impacto no modelo 6	52
Figura 4.40: Deformação da mola 1 no modelo 6	53
Figura 4.41: Velocidade da carruagem C no modelo 6	53
Figura 4.42: Velocidade do buffer 2 no modelo 6.....	54
Figura 4.43: Deformação da mola 2 no modelo 6	54
Figura 4.44: Velocidade do buffer 3 no modelo 6.....	55
Figura 4.45: Deformação da mola 3 no modelo 6	55
Figura 4.46: Velocidade da carruagem no modelo 6.....	56
Figura 4.47: Modelo 7	57
Figura 4.48: Curva da rigidez da mola 1 no modelo 7	58
Figura 4.49: Curva da rigidez das molas 2 e 3 no modelo 7	59
Figura 4.50: Curva da rigidez da mola 4 no modelo 7	60
Figura 4.51: Velocidade da carruagem de impacto no modelo 7	60
Figura 4.52: Velocidade da carruagem C no modelo 7	61
Figura 4.53: Força da mola 4 no modelo 7	61
Figura 4.54: Deformação da mola 4 no modelo 7	62
Figura 4.55: Velocidade da carruagem no modelo 7	62
Figura 4.56: Deformação da mola 1 no modelo 7	63
Figura 4.57: Força da mola 1 no modelo 7.....	63
Figura 4.58: Deformação da mola 2 no modelo 7	64
Figura 4.59: Força da mola 2 no modelo 7.....	64
Figura 4.60: Deformação da mola 3 no modelo 7	65
Figura 4.61: Força da mola 3 no modelo 7.....	65
Figura 4.62: Modelo 8	66
Figura 4.63: Velocidade da carruagem de impacto no modelo 8	67
Figura 4.64: Velocidade da carruagem C no modelo 8	68
Figura 4.65: Velocidade da carruagem no modelo 8.....	68
Figura 4.66: Deformação da mola 1 no modelo 8	69
Figura 4.67: Força da mola 1 no modelo 8.....	69
Figura 4.68: Deformação da mola 2 no modelo 8	70
Figura 4.69: Força da mola 2 no modelo 8.....	70
Figura 4.70: Deformação da mola 3 no modelo 8	71
Figura 4.71: Força da mola 3 no modelo 8.....	71
Figura 4.72: Deformação da mola 4 no modelo 8	72
Figura 4.73: Força da mola 4 no modelo 8.....	72
Figura 4.74: Modelo 9	73
Figura 4.75: Pico de força na mola 3 utilizando pseudocódigos no modelo 9	74
Figura 4.76: Pseudocódigo da mola 1 no modelo 9	74

Figura 4.77: Pseudocódigo da mola 2 no modelo 9	75
Figura 4.78: Velocidade da carruagem de impacto no modelo 9	76
Figura 4.79: Velocidade da carruagem C no modelo 9	77
Figura 4.80: Velocidade da carruagem no modelo 9	77
Figura 4.81: Deformação da mola 1 no modelo 9	78
Figura 4.82: Força da mola 1 no modelo 9	78
Figura 4.83: Deformação da mola 2 no modelo 9	79
Figura 4.84: Força da mola 2 no modelo 9	79
Figura 4.85: Deformação da mola 3 no modelo 9	80
Figura 4.86: Força da mola 3 no modelo 9	80
Figura 4.87: Deformação da mola 4 no modelo 9	81
Figura 4.88: Força da mola 4 no modelo 9	81
Figura 4.89: Comparação das velocidades do modelo 9 com [2]	82
Figura 4.90: Modelo 10	83
Figura 4.91: Pseudocódigo da mola 3 no modelo 10	83
Figura 4.92: Pico de força na mola 2 no modelo 10	84
Figura 4.93: Pico de força da mola 3 no modelo 10	84
Figura 4.94: Velocidade da carruagem de impacto no modelo 10	85
Figura 4.95: Velocidade da carruagem C no modelo 10	86
Figura 4.96: Velocidade da carruagem no modelo 10	86
Figura 4.97: Deformação da mola 1 no modelo 10	87
Figura 4.98: Força da mola 1 no modelo 10	87
Figura 4.99: Deformação da mola 2 no modelo 10	88
Figura 4.100: Força da mola 2 no modelo 10	88
Figura 4.101: Deformação da mola 3 no modelo 10	89
Figura 4.102: Força da mola 3 no modelo 10	89
Figura 4.103: Deformação da mola 4 no modelo 10	90
Figura 4.104: Força da mola 4 no modelo 10	90
Figura 4.105: Comparação das velocidades do modelo 10 com [2]	91
Figura 4.106: Modelo 11	92
Figura 4.107: Pseudocódigo da mola 4 no modelo 11	92
Figura 4.108: Velocidade da carruagem de impacto no modelo 11	93
Figura 4.109: Velocidade da carruagem C no modelo 11	94
Figura 4.110: Velocidade da carruagem no modelo 11	94
Figura 4.111: Deformação da mola 1 no modelo 11	95
Figura 4.112: Força da mola 1 no modelo 11	95
Figura 4.113: Força em função da deformação da mola 1 no modelo 11	96
Figura 4.114: Deformação da mola 2 no modelo 11	96
Figura 4.115: Força da mola 2 no modelo 11	97
Figura 4.116: Força em função da deformação da mola 2 no modelo 11	97

Figura 4.117: Deformação da mola 3 no modelo 11	98
Figura 4.118: Força da mola 3 no modelo 11	98
Figura 4.119: Força em função da deformação da mola 3 no modelo 11	99
Figura 4.120: Deformação da mola 4 no modelo 11	99
Figura 4.121: Força da mola 4 no modelo 11	100
Figura 4.122: Força em função da deformação da mola 4 no modelo 11	100
Figura 4.123: Comparação das velocidades do modelo 11 com [2].....	101

Índice de Tabelas

Tabela 3.1: Benefícios e limitações do GSTIFF, adaptado de [18, p. 208].....	15
Tabela 3.2: Benefícios e limitações dos integradores HHT e Newark, adaptado de [18, p. 218].....	16
Tabela 3.3: Benefícios e limitações da formulação S12, adaptado de [18, p. 212].....	18
Tabela 3.4: Exemplos de coeficiente de restituição, adaptado de [18, p. 51].....	22
Tabela 4.1: Valores da rigidez da mola	26
Tabela 4.2: Valores da rigidez da mola 1 no modelo 7, retirados de [2].....	57
Tabela 4.3: Valores da rigidez das molas 2 e 3 no modelo 7, retirados de [2].....	58
Tabela 4.4: Valores da rigidez da mola 4 no modelo 7, retirados de [2].....	59

1 Introdução

Este capítulo tem como objetivo introduzir o tema da Dissertação, explicando as motivações que levaram à escolha do tema, objetivos que se pretendem atingir e estrutura adotada.

1.1 Motivação

A escolha deste tema da Dissertação foi motivada, numa abordagem mais imediata, pela necessidade da possibilidade de se modelar em *software CAD (Computer Aided Desing)* o impacto entre corpos com elevadas massas, neste caso o impacto entre carruagens de comboios, de modo a obter resultados conclusivos que possam ser comparados com resultados obtidos em testes experimentais e validados com os valores impostos por [1].

A escolha do tema da Dissertação foi também motivada pelo gosto da área da simulação nesse tipo de *softwares*, bem como pelo desafio da possibilidade de modelar a colisão entre carruagens de forma realista.

1.2 Objetivos

Com esta Dissertação pretende-se desenvolver um modelo baseado em sistemas de dinâmica multicorpo que simule de forma o mais aproximada possível da realidade o que se sucede quando existe um acidente ferroviário, pretende-se também validar o modelo desenvolvido com o modelo apresentado em [2].

Para o efeito recorreu-se a um *software* de modelação multicorpo, o MSC ADAMS, um *software* de análise dinâmica multicorpo que permite simulação dinâmica do impacto, com tempos de simulação bastantes baixos, além disso este *software* permite, através dos manuais, conhecer todos os passos, bem como definições do mesmo e assim garante que o utilizador saiba a qualquer momento o que o *software* está a fazer.

Os modelos desenvolvidos consistem numa combinação de carruagens e *buffers* unidos por molas com curvas de rigidez específicas, sendo que o objetivo do modelo é verificar se, quando se dá a colisão das carruagens, a energia dissipada pelas molas é suficiente para que a segurança dos passageiros não seja posta em causa.

Os modelos desenvolvidos foram evoluindo desde um modelo muito simplificado onde apenas existe uma carruagem e uma mola que simula a deformação do *buffer* quando existe o impacto entre carruagens, até um modelo final que contempla todas as carruagens e respetivos *buffers* com as molas. A evolução dos modelos foi feita de forma a que progressivamente o modelo inicial se transforme no modelo apresentado em [2], sendo este o modelo que serve de ponto de comparação para a validação do modelo obtido.

Na evolução dos modelos foram contempladas diferentes alternativas para simular da melhor forma o comportamento dos diferentes componentes, antes durante e até mesmo após a colisão entre as carruagens, assim cada modelo difere do anterior devido ao que se acabou de referir.

A escolha da utilização da dinâmica de sistemas multicorpo e não do método dos elementos finitos deveu-se ao facto de as simulações atuais serem efetuadas com elementos finitos, contudo essas simulações são muito demoradas, enquanto que a simulação com multicorpo apresenta menor tempo computacional. Apesar de as simulações com elementos finitos serem demoradas, os resultados que se obtêm são conclusivos, assim com esta Dissertação tentou-se desenvolver um modelo multicorpo que apresente resultados comparáveis com os obtidos utilizando o método dos elementos finitos.

1.3 Estrutura

Este documento está dividido em seis capítulos, sendo que o primeiro capítulo pretende introduzir e contextualizar o leitor com os temas que irão ser abordados.

O segundo capítulo consiste na pesquisa bibliográfica acerca dos principais temas abordados, seguido do terceiro capítulo onde se efetua o enquadramento dos conceitos teóricos fundamentais ao desenvolvimento do trabalho

O quarto capítulo apresenta a metodologia utilizada, onde se efetua uma descrição dos modelos desenvolvidos, bem como resultados obtidos.

Para finalizar no quinto capítulo encontram-se as conclusões em relação ao trabalho desenvolvido, bem como possíveis desenvolvimentos futuros deste trabalho.

Existe ainda no entanto um sexto capítulo, sendo que este é a bibliografia que foi consultada.

2 Estado da Arte

Neste capítulo é desenvolvida uma revisão bibliográfica com o objetivo de introduzir alguns dos temas e técnicas que são abordados neste documento.

2.1 Projeto em Impacto Ferroviário

Com o desenvolvimento do transporte ferroviário e o aumento das velocidades de circulação, aumentou também a atenção dada à segurança na operação de comboios. Apesar de a probabilidade de colisão entre veículos ferroviários ser baixa, quando esta acontece, perdas significativas são induzidas devido às elevadas velocidades e elevada energia cinética dos comboios. [3]

Até o início da década de 1970, os estudos de impacto dependiam quase exclusivamente de testes experimentais que se concentravam principalmente em testes em grande escala e no desenvolvimento de cenários de testes relevantes. Além dos custos associados aos testes experimentais serem muito altos, os resultados não podem ser generalizados para outras situações de impacto, nem esses métodos podem ser usados durante o projeto de novos veículos. O projeto de veículos rodoviários e ferroviários inclui segurança ativa e passiva e o conforto dos ocupantes. A segurança passiva dos veículos aborda a proteção dos ocupantes e da carga desde o momento em que se inicia um acidente até ao momento em que o veículo se imobiliza. A dinâmica do sistema do veículo aborda principalmente os aspetos ativos de segurança do projeto do veículo, onde a resistência ao impacto do veículo lida com o impacto estrutural, a biomecânica do ocupante e todos os subsistemas visam proporcionar uma melhor proteção durante um acidente. [4]

O transporte ferroviário apresenta o melhor desempenho económico e ambiental e próximo do melhor índice de segurança, apenas superado pelo transporte aeroespacial. A consciencialização sobre os custos dos acidentes ferroviários em termos de sofrimento humano e danos materiais encorajou os operadores, fabricantes e instituições de pesquisa a desenvolver novas capacidades de projeto, levando em conta as condições de impacto. Isto envolve um esforço para uma melhor compreensão da mecânica das colisões ferroviárias, incluindo uma avaliação mais precisa das cargas de impacto, o que permite o desenvolvimento de novos vagões ferroviários resistentes a choques, com margens de incerteza reduzidas e características máximas de absorção de energia [5].

Métodos numéricos para a simulação de eventos de colisão baseados em massa concentrada e molas não-lineares, métodos de elementos finitos (MEF) e metodologias de dinâmica multicorpo (MDM) foram desenvolvidos e são, atualmente, utilizados no projeto de veículos. Entre esses métodos, o método numérico mais antigo e mais simples é conhecido como modelo de parâmetros agrupados, este modelo usa massas agrupadas para representar partes do veículo, que são rígidos durante a análise, e molas para representar os elementos estruturais responsáveis pela gestão da energia de deformação. [6]

Várias abordagens foram adotadas, desde formulações numéricas com vários graus de complexidade e precisão que utilizavam modelos massa-mola e metodologias de elementos finitos a abordagens híbridas que utilizam dados obtidos a partir do esmagamento quase-estático de subcomponentes da estrutura de colisão. [5]

2.2 Dinâmica de Sistemas Multicorpo

Os modelos multicorpo são um conjunto de corpos rígidos e / ou flexíveis conectados por articulações cinemáticas que restringem o movimento relativo dos mesmos, além disso existem também cargas aplicadas nos corpos, essas cargas incluem as forças das molas e amortecedores, forças de contacto resultantes do impacto e do movimento relativo dos corpos, forças de inércia e a força da gravidade. Um sistema multicorpo pode ser representado esquematicamente como o que se observa na Figura 2.1. É habitual a utilização de coordenadas cartesianas para descrever o movimento de cada corpo, contudo a escolha do sistema de coordenadas, tal como a eficácia do método selecionada para solucionar as equações dependem da complexidade do sistema. [7]

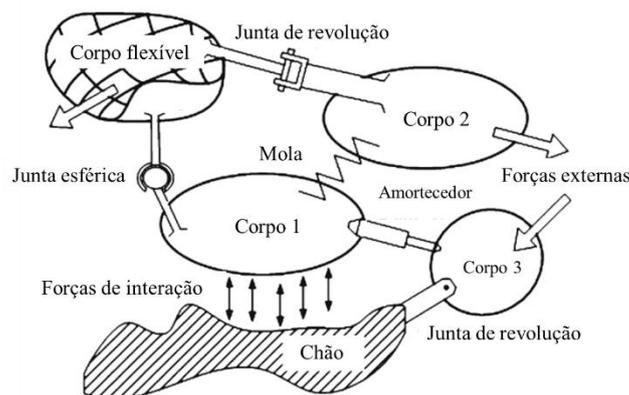


Figura 2.1: Sistema multicorpo, adaptado de [7]

Na análise da resistência ao choque, os métodos utilizados baseiam-se na utilização de massas pontuais e molas não lineares, sendo que os modelos construídos com este método são conhecidos como modelos de parâmetros concentrados e utilizam massas concentradas para representar partes do veículo, como o compartimento dos passageiros, que são consideradas rígidas durante a análise, e as molas representam os elementos estruturais responsáveis pela deformação. [4]

Os modelos multicorpo utilizados para a análise da segurança passiva são baseados na abordagem da rótula de plástico. Esta estratégia de modelação baseia-se na observação de deformações plásticas, dos componentes estruturais, em áreas localizadas, quando existem solicitações elevadas. Essas deformações desenvolvem-se em pontos onde ocorrem momentos de flexão máximos, onde as cargas são aplicadas, em juntas estruturais ou em zonas localmente fracas, devido ao facto de as deformações se darem em zonas localmente fracas, isto permite saber a sua localização com bastante antecedência, na maioria dos casos. [3], [6], [7]

A abordagem da rótula de plástico é utilizada para representar a dinâmica estrutural dos veículos em situações de colisão. Esta abordagem usa uma representação geral do modelo multicorpo onde o veículo completo é descrito em sistemas estruturais são divididos em vários corpos rígidos conectados por juntas cinemáticas às quais estão associadas molas não lineares constitutivas, representando a deformação estrutural. A modelação utilizando corpos múltiplos é provavelmente mais apropriada para análise fundamental, onde os valores de tensão, tensão/falha e resposta de componentes individuais são desconhecidos, mas onde as propriedades da força de deformação global podem ser medidas ou estimadas. [3], [4], [6], [8]

As características da mola-amortecedor que descrevem as propriedades da rótula de plástico são obtidas através de testes experimentais, análise não linear localizadas de elementos finitos ou métodos analíticos simplificados. Quando a rótula de plástico é flexível, a rigidez da mola é dependente do ângulo relativo entre os dois corpos adjacentes conectados pela rótula. Este tipo de mola-amortecedor está associado ao tipo de juntas usualmente utilizadas na modelação de sistemas multicorpo, para flexão de um eixo, flexão, torção e deformação axial de dois eixos, formando assim uma rótula de plástico. Ao implementar uma discretização adequada é possível modelar um componente estrutural como um conjunto de corpos rígidos conectados por rótulas plásticas e assim modelar os mecanismos mais relevantes de deformação, ou seja, não apenas cada componente estrutural deve ser modelado por um número correto de corpos rígidos e rótulas, mas também o modelo deve ser capaz de desenvolver os mecanismos de deformação das configurações de colisão em que é usado. [7]

Esta abordagem de rótula de plástico é aplicada na resistência ao choque de veículos ferroviários e rodoviários, sendo uma metodologia versátil e eficiente para lidar com a resistência estrutural, especialmente em fases iniciais do projeto, quando é necessária uma extensa reanálise. Não só a utilização da rótula de plástico como a utilização de modelos multicorpo são adequados para as fases iniciais do projeto. [6]

Como referido anteriormente, modelos multicorpo são especialmente úteis nas fases iniciais do projeto, se se acrescentar os requisitos iniciais de projeto, pode-se desenvolver modelos com um maior nível de complexidade, este processo permite o desenvolvimento de projetos mais detalhados de componentes estruturais, que podem ser analisados numa ampla gama de situações. As informações recolhidas pelo projetista nesta etapa permitem a completa caracterização de todas as principais características geométricas e materiais do dispositivo, permitindo o desenvolvimento de modelos de elementos finitos utilizados nas fases finais do projeto. Uma vez obtidos os resultados destes modelos iniciais, pode-se utilizar as informações reunidas para desenvolver modelos multicorpo com flexibilidade ou modelos de elementos finitos simples, nas fases intermédias do projeto. Estas metodologias podem utilizar características experimentais de carga-deformação, que podem ser ajustadas tendo em conta os efeitos da taxa de deformação, contudo estes dados são, muitas vezes, de difícil acesso em códigos computacionais de elementos finitos não lineares, sendo que estes dados permitem uma melhor compreensão de fenómenos complexos, tais como enrugamento, fricção e falha de elementos de ligação diferentes. [2], [5]

Além destes modelos, as metodologias de macro elementos também são especialmente úteis nas fases iniciais do projeto, pois fazem uso de informações escassas e, mesmo assim, permitem projetos de componentes estruturais básicos. [5]

Apesar de terem sido efetuados estudos extensivos sobre a resistência a impacto de veículos ferroviários, caracterizados pela absorção de energia, estes estudos apenas focam no projeto de um único veículo. Simulações de colisões tridimensionais de um veículo ferroviário foram efetuadas utilizando a dinâmica multicorpo, sendo que foi demonstrado que é possível simular a sobreposição, descarrilamento e encurvadura lateral, apesar de existirem vários fatores, como tempo computacional e grandes deformações das estruturas, necessitarem de investigação adicional. A simulação de um modelo multicorpo com especificações de projeto, caracterizadas por curvas de deformação perfeitamente elásticas, levou a resultados semelhantes aos observados experimentalmente. O método foi aplicado para simular impactos em vários cenários de colisão, caracterizados por colisões a diferentes velocidades contra veículos ferroviários parados. [3]

Os modelos multicorpo permitem tempos de simulação relativamente curtos, além disso estes modelos mostram uma conformidade muito boa ao comparar os resultados dos testes reais com os resultados das simulações, contudo para alcançar a melhor conformidade possível, é necessária elevada habilidade e experiência para conseguir descrever o modelo real, além de utilizar as relações cinemáticas. [9]

Ao comparar os resultados de um modelo multicorpo com os resultados do modelo de elementos finitos de larga escala, verifica-se que as simplificações do modelo multicorpo, tais como representação de elementos específicos por elementos mola para que estes satisfaçam os requisitos de tensão, ou compensação de não linearidades utilizando rótulas plásticas ou molas não lineares, são justificadas. [10]

Uma das vantagens da utilização da dinâmica multicorpo é que esta é eficiente em prever o movimento do veículo e a distribuição da dissipação de energia. A utilização de modelos multicorpo segundo a abordagem da rótula plástica permite simular o comportamento de componentes estruturais, sendo que a alteração de elementos finitos para modelos multicorpo permite reduzir drasticamente o tempo computacional, além disso em processos de otimização multicritério de estruturas para resistência ao choque, ao utilizar a abordagem da rótula plástica, verifica-se que o custo computacional do processo de otimização também é reduzido drasticamente. Como se utilizam modelos simplificados, pois a utilização de modelos multicorpo permite essa simplificação, o tempo computacional da simulação é menor, contudo não é possível efetuar simulações de grandes deformações de estruturas individuais e os resultados não são tão precisos como os produzidos pelo método dos elementos finitos. [11], [12].

Configurações indeterminadas ou inconsistentes caracterizadas por sistemas hiperestáticos ou por colisões simultâneas são outra desvantagem dos modelos multicorpo. No entanto, impactos simultâneos podem ocorrer durante a colisão de veículos ferroviários, e assim foram desenvolvidos vários procedimentos computacionais para superar esta dificuldade. Uma das características da colisão de veículos ferroviários é a transição do movimento relativos dos veículos acoplados para um contacto através de uma sequência de impactos, ou seja, um ponto de acumulação de impactos. Essa transição pode ser tratada automaticamente por algoritmos de escalonamento de tempo. [13]

Outra desvantagem da dinâmica de sistemas multicorpo é o complicado processo de modelação e a dificuldade de validação do modelo, esta dificuldade é agravada pelo facto de muitas vezes os fabricantes não fornecerem os dados detalhados, nem mesmo para parceiros, devido a restrições comerciais e legais. Uma alternativa é a utilização de modelos genéricos que possuam todos os dados de segurança do veículo real, contudo esse modelo não corresponde exatamente ao veículo real, sendo por isso difícil garantir a precisão do modelo. [14]

A vantagem da utilização da dinâmica de sistemas multicorpo é o tempo computacional, onde o tempo necessário para a análise da colisão utilizando modelo multicorpo é medido em minutos com precisão suficiente para a mesma complexidade de colisão da análise de elementos finito, onde o tempo computacional é medido em dias [6]. Estas abordagens alternativas ao uso de modelo de elementos finitos apresentam especial importância pois reduzem o tempo de cálculo, ao comparar uma colisão frontal típica com duração de 150 milissegundos, verifica-se que o modelo de elementos finitos com o nível de detalhes apropriado requer cerca de 3 dias, enquanto que um modelo multicorpo pode descrever os mesmos mecanismo de deformação, energia cinética, forças de contacto e energia de deformação em cerca de 3 minutos. [7]

Além das vantagens referidas anteriormente, os modelos multicorpo podem ser utilizados em estudos paramétricos, uma vez que permitem a modificação dos parâmetros do sistema diretamente através da alteração dos parâmetros do elemento viscoelástico. [9]

A utilização de modelos multicorpo, além de simular a colisão de veículos ferroviários permite também prever de forma bastante precisa os mecanismos de descarrilamento de um veículo após a colisão com um obstáculo. Isto é possível utilizando um modelo multicorpo rígido tridimensional. [15]

2.3 Método dos Elementos Finitos

O método dos elementos finitos pode descrever o sistema, sendo que para tal utiliza vários elementos e nós. Este método tem sido utilizado na modelação de estruturas de veículos, pois é capaz de fornecer informação detalhada sobre a distribuição de tensão e deformação em todo o corpo, sendo assim estas as razões pelas quais tem sido amplamente aplicado na análise de colisões. [3]

Vários métodos foram propostos, um dos métodos é a modelação de acidentes de veículos ferroviários baseados em resultados experimentais, de modo a melhorar a velocidade computacional, este método não necessita de elementos finitos para calcular os resultados que são, posteriormente, combinados com os modelos multicorpo para alcançar simulações dinâmicas rápidas e prever o comportamento da colisão a diferentes velocidades iniciais. Outro método proposto utiliza uma ilustração simplificada da unidade ferroviária modelada, na qual o comprimento dos componentes foi modelado controlando as coordenadas dos nós que conectam os elementos de treliça e assim, descobriram que o modelo simplificado poderia ser utilizado com sucesso na fase de projeto para os testes de resistência. As análises variaram de modelos unidimensionais simplificados usados para avaliar as interações entre veículos e estudar os efeitos de vários parâmetros, como a resistência ao esmagamento, a simulações tridimensionais detalhadas de colisões de elementos finitos que poderiam ser usadas como parte do processo de projeto do veículo. [3]

O aumento contínuo da potência do computador e o desenvolvimento do método dos elementos finitos garantiram a viabilidade de modelos baseados em elementos finitos para o estudo da resistência estrutural a colisões de veículos. Uma das primeiras tentativas bem-sucedidas de aplicar elementos finitos não-lineares à previsão de um esmagamento de veículos desenvolveu os elementos finitos que definiam a sua utilização na resistência estrutural ao choque. [4]

Vários códigos de elementos finitos não-lineares adequados para aplicações de impacto foram desenvolvidos durante a década de 1970. Muitos programas de elementos finitos especializados na análise de acidentes foram desenvolvidos, entre eles os códigos DYNA3D e WHAMS, serviram de base para os códigos LS-DYNA, PAM-CRASH e RADIOS, elevando assim o estado da arte para simulação dos vários eventos de colisão, permitindo mesmo tempo, melhorar as características de análise da segurança passiva. Contudo a quantidade de informação necessária para sistemas de grandes dimensões ainda é muito alta, tornando a aplicação de tais códigos de modelos de elementos finitos adequada para a fase de análise de sistemas estruturais e biomecânicos, sendo os modelos multicorpo as principais ferramentas utilizadas nas fases iniciais do projeto. [4], [6]

De modo a ser possível desenvolver componentes estruturais de veículos para absorção de energia, é necessário utilizar diferentes ferramentas numéricas de complexidade crescente, quando comparado com as fases iniciais do projeto até às fases finais. Se na primeira fase do projeto, o conhecimento do projetista sobre o comportamento estrutural de absorção de energia não inclui muito mais que o nível de absorção de energia necessária para a estrutura, e eventualmente algum comportamento desejado de força em função do deslocamento dos componentes, Contudo estas informações não são suficientes para a utilização num código de elementos finitos não-lineares, tais como LSDYNA, PAM-CRASH ou ABAQUS. [2]

Devido aos elevados requisitos de reprodução dos testes de impacto por simulações, a modelação dos corpos exige grande precisão e elevada habilidades, sendo que pequenas alterações num dos corpos podem causar mudanças significativas nos resultados. Apesar de a escolha de modelos de elementos finitos parecer a mais óbvia, os modelos multicorpo apresentam uma abordagem igualmente boa ou até melhor [9], uma vez que os modelos de elementos finitos, por norma, são complexos e detalhados e os modelos multicorpo permitem simplificações sem afetar os resultados.

Contudo, na análise de impacto, o método de elementos finitos é frequentemente utilizado para avaliar as deformações que ocorrem na estrutura e a variação do deslocamento do sistema em função da força. É habitual classificar os códigos de elementos finitos de duas formas distintas, dependendo se eles utilizam a integração no tempo implícita ou explicitamente. Devido ao tempo de cálculo, erros de acumulação e restrições de cálculo, o código explícito é amplamente utilizado na análise de impacto, no entanto para uma simulação de colisão de veículos rodoviários, o número de graus de liberdade pode ser elevado, fazendo com que o cálculo possa ser demorado e complexo, isto pode ser melhorado com o desenvolvimento de computadores. [11]

A utilização de elementos finitos pode ser uma ferramenta de avaliação eficaz, especialmente na fase de otimização do projeto, contudo nem sempre se pode utilizar elementos finitos, uma vez que podem ser exigidas informações que não se encontram disponíveis no caso se materiais ou estruturas não padronizadas ou podem ter um custo computacional muito elevado. [8]

Em abordagens híbridas é comum utilizar os elementos finitos para modelar por exemplo assentos, enquanto os modelos multicorpo são utilizados na modelação de passageiros. A utilização de elementos finitos nestes casos deve-se ao facto de no impacto as estruturas serem projetadas para absorver a energia do impacto, sendo que no impacto os deslocamentos são relativamente pequenos e as deformações podem ser grandes.[12], [16]

Existem desenvolvimentos recentes na utilização de elementos finitos tridimensionais que permitem resolver o contacto tridimensional da roda com o carril, aproximando de um contacto simples, contudo estes modelos apenas são utilizados para uma única roda devido ao elevado custo computacional. [15]

Os métodos de elementos finitos adequados para a análise de resistência são muito detalhados, e devido à sua complexidade, a computação da análise de cenários de colisão requer longos tempos de simulação computacional, devido às grandes deformações, relações cinemáticas e deteção de contacto constante. Contudo estes métodos podem apresentar resultados precisos, incluindo deformação, força de colisão, absorção de energia, entre outros. O custo computacional para simulações em estações de trabalho é medido em dias, devido à complexidade dos modelos e ao elevado número de graus de liberdade, sendo este problema agravado quando se efetua modificação estrutural repetida ou se introduzem problemas de otimização, sendo nesses casos custos impraticáveis. [6], [14]

O aumento da capacidade computacional permite que os métodos numéricos, representados pela análise de elementos finitos não lineares, se tornem mais eficazes para prever a resistência ao choque, contudo mantém-se a questão da possibilidade de utilizar a análise de elementos finitos não lineares e algoritmos de otimização para problemas de colisão. Outra questão que persiste é a aplicabilidade de, no processo de otimização, remeter iterativamente para a análise de elementos finitos, sendo que a otimização estrutural baseada em programação matemática geralmente requer informações graduais dos objetivos e restrições para determinar a direção para a solução ótima. Esta aplicação mostrou-se viável, contudo para problemas altamente não-lineares, as respostas simuladas apresentam, frequentemente, ruído numérico, o que dificulta o cálculo preciso dos gradientes, sendo que para contornar esse problema métodos livres de gradientes ou métodos que não precisem de informações graduais pareçam mais adequados. [17]

3 Enquadramento Teórico

Para realizar simulações dinâmicas multicorpo é necessário definir algumas opções no *software*, o MSC ADAMS, sendo que estas estão diretamente relacionadas com tipo de simulação, bem como com os resultados obtidos.

As simulações foram efetuadas num *software* de modelação multicorpo, o MSC ADAMS. A razão pela qual se optou por uma abordagem de dinâmica de sistemas multicorpo e não pelo método dos elementos finitos, deveu-se ao facto de as simulações atuais são efetuadas utilizando o método dos elementos finitos, contudo este método apresenta a desvantagem de as simulações serem bastante demoradas, por outro lado as simulações que utilizam a dinâmica de sistemas multicorpo apresentam tempo computacional menor. Contudo as simulações com elementos finitos apresentam provas dadas que os resultados obtidos são conclusivos, por este facto pretendeu-se desenvolver um modelo multicorpo que apresente resultados que possam ser comparados com os que seriam obtidos num modelo idêntico com elementos finitos.

Em seguida encontram-se descritas as opções que são necessárias definir, bem como quais as opções apresentadas, bem como o significado das mesmas.

3.1 Equações de movimento

De forma a permitir uma melhor compreensão do que significa a formulação de equações, em primeiro lugar é preciso definir o que são equações cinemáticas e equações de movimento.

As equações cinemáticas são as equações que têm em conta os constrangimentos impostos pelas juntas cinemáticas, a equação cinemática generalizada é dada por:

$$\Phi(q,t)=0 \tag{3.1}$$

Sendo que q representa o sistema de coordenadas escolhido para representar os deslocamentos.

Ao efetuar as primeira e segunda derivadas da Eq 3.1, obtém a velocidade e aceleração, respetivamente. [4]

$$\dot{\Phi}(q,t) = D\dot{q}=v \tag{3.2}$$

$$\ddot{\Phi}(q,\dot{q},t)=D\ddot{q}=\ddot{y} \tag{3.3}$$

Sendo que nas equações 3.2 e 3.3 D representa a matriz do Jacobiano.

No que toca às equações de movimento, estas são dadas genericamente por:

$$M\ddot{q}=g \quad (3.4)$$

Onde M é a matriz das massas e inércia e inércia de cada corpo, \ddot{q} é o vetor aceleração e g é o vetor das forças aplicadas. [4]

Ao considerar o efeito das juntas cinemáticas na Eq 3.4, é necessário adicionar ao lado direito da equação $-D^T\lambda$, sendo que λ representa o vetor dos multiplicadores de Lagrange, obtendo-se assim:

$$M\ddot{q}=g - D^T\lambda \quad (3.5)$$

A Eq 3.4 resulta no seguinte sistema de equações algébricas diferenciáveis:

$$\begin{bmatrix} M & D^T \\ D & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

É de notar que a Eq 3.6 apresenta dificuldades na sua solução, uma vez que é necessário assegurar que as restrições cinemáticas não são violadas durante o processo de integração.

3.1.1 Integradores Numéricos

Existem diferentes tipos de integrador cujas opções disponíveis para a simulação dinâmica são apresentadas de seguida.

3.1.1.1 GSTIFF

Este integrador é o mais utilizado no programa, é um integrador que utiliza fórmulas de diferenciação inversa, com ordem variável, passo variável e multi-passo, sendo que apresenta uma ordem máxima de integração de 6. Os coeficientes das fórmulas de diferenciação inversa são calculados, assumindo que o tamanho do passo do modelo é maioritariamente constante. Assim, quando existe uma mudança no tamanho do passo é introduzido, na solução do integrador, um pequeno erro. [18, pp. 207–208]

Em seguida são apresentados os benefícios e as limitações deste integrador:

Tabela 3.1: Benefícios e limitações do GSTIFF, adaptado de [18, p. 208]

Benefícios	Limitações
Rápido	Velocidades e, especialmente, acelerações podem ter erros
Boa precisão do deslocamento do sistema	Pode encontrar-se falhas do corretor em passos pequenos
Robusto ao lidar com uma grande variedade de problemas	

Apesar de existirem limitações, existem formas de minimizar as mesmas. No caso das velocidades e acelerações, uma forma fácil de minimizar os erros é alterando o HMAX, sendo que o HMAX define o máximo de tempo que o integrador pode executar, para que o integrador execute com passo constante e que funcione consistentemente numa ordem elevada (três ou superior). No caso das falhas do corretor, não existe uma forma minimizar o mesmo, contudo este erro acontece, pois, a matriz do Jacobiano é uma função do inverso do tamanho do passo e esta fica condicionada quando os passos são pequenos. [18, p. 208]

Este integrador é o método padrão utilizado.

3.1.1.2 WSTIFF

Este integrador é utilizado para integrar as equações de movimento, e utiliza fórmulas de diferenciação inversa, que tem em conta o tamanho do passo, quando efetua os cálculos dos coeficientes para qualquer ordem de integração. [19, p. 424]

Este integrador é rigidamente estável, de ordem variável, passo variável e multi-passo, com uma ordem de integração máxima de 6. Os coeficientes das fórmulas de diferenciação inversa são função do tamanho do passo do integrador. Assim, quando o tamanho do passo muda neste integrador, os coeficientes mudam. O WSTIFF pode alterar o tamanho do passo sem qualquer perda de precisão, o que ajuda os problemas a serem executados de forma mais suave. Os benefícios e limitações do WSTIFF são os mesmos que os do GSTIFF. [18, p. 212]

3.1.1.3 HHT

Este integrador permite avaliar um menor número de avaliações do Jacobiano.

Ao contrário das fórmulas de diferenciação inversa, este integrador comporta-se como um filtro passa baixo; ele corta as oscilações simuladas de alta frequência, enquanto preserva oscilações de baixa frequência. As frequências que não passam podem ser definidas, para tal é necessário alterar o valor do *alfa* do integrador, sendo que o *alfa* é o valor do coeficiente deste integrador, sendo que quanto menor o valor mais pequeno o limite de passagem. [19, p. 425]

É possível fazer com que o integrador seja mais estável, para tal é necessário definir um valor de tamanho de passo de integração mais pequeno.

3.1.1.4 Newark

Este integrador é bastante similar ao integrador anterior, o HHT. Contudo apresenta dois parâmetros de controlo, bem como ordem de integração pequena.

Em termos de benefícios e limitações, este integrador apresenta os mesmo benefícios e limitações que o integrador anterior, como se pode observar na tabela apresentada em seguida.

Tabela 3.2: Benefícios e limitações dos integradores HHT e Newark, adaptado de [18, p. 218]

Benefícios	Limitações
Menor número de avaliações do Jacobiano	Acelerações e forças de reação com mais picos (quando usada a formulação I3)
Comporta-se como um filtro passa baixo	Amortecimento numérico menor
As frequências que não passam podem ser definidas	Tamanho de passo limitado
Maior estabilidade com tamanho de passo pequeno	

O amortecimento numérico é menor quando comparado com integradores que utilizem fórmulas de integração inversa.

O tamanho de passo é limitado, devido à precisão. Isto acontece, pois, a ordem de integração máxima é pequena, quando comparado com integradores que utilizem fórmulas de integração inversa, sendo que estes podem facilmente utilizar ordens de integração de 4 ou superiores, o que permite que possam ser definidos tamanhos de passo significativamente superiores. [18, p. 218]

3.1.1.5 HASTIFF

Este integrador é usado para integrar as equações diferenciais do movimento, utilizando para tal fórmulas de integração inversa que tem em conta o tamanho do passo quando efetua o cálculo dos coeficientes para qualquer ordem de integração. É um integrador de ordem e passo variável, multi-passo e apresenta uma ordem de integração máxima de 6. Os coeficientes das fórmulas de integração inversa são calculados assumindo que o tamanho de passo é maioritariamente constante. [18, p. 219]

3.1.2 Formulação de equações de movimento

As diferentes formulações das equações de movimento são apresentadas de seguida.

3.1.2.1 Índice 3 (I3)

Esta formulação é a mais utilizada nas simulações, uma vez que é bastante rápida, assegura que a solução satisfaz todos os constrangimentos. Contudo esta formulação não assegura que as velocidades e acelerações calculadas satisfaçam as primeiras e segundas derivadas.

A combinação mais habitual de formulação e integrador é I3 com GSTIFF.

3.1.2.2 Índice Estabilizado em 2 (S12)

Esta técnica de formulação de equações pode ser utilizada para equações que descrevem sistemas mecânicos, e está disponível com os integradores GSTIFF e WSTIFF.

Esta formulação tem em conta as derivadas dos constrangimentos quando efetua a resolução das equações de movimento. Isto permite que o integrador GSTIFF monitorize o erro da integração de velocidades variáveis, e assim obter simulações altamente precisas. A matriz Jacobiana permanece estável em tamanho de passo pequeno, o que por sua vez aumenta a estabilidade e robustez do corretor para tamanho de passo pequeno. [19, p. 426]

De modo a melhorar compreensão a formulação S12, é necessário definir o conceito de índice de uma equação algébrica diferenciável. O índice de uma equação algébrica diferenciável é definido como o número de derivadas no tempo necessárias para converter um conjunto de equações algébricas diferenciáveis em equações diferenciáveis ordinárias. [18, p. 209]

Tabela 3.3: Benefícios e limitações da formulação S12, adaptado de [18, p. 212]

Benefícios	Limitações
Fornecer resultados precisos, especialmente para velocidades e acelerações	Tipicamente é mais lento 25 a 100% para a maioria dos problemas que o GSTIFF regular (quando utilizado o mesmo erro)
Robusto e estável para pequeno tamanho de passo	Requer que todas as velocidades sejam diferenciáveis
Rastreia oscilações de alta frequência com elevada precisão	

Esta formulação permite também que seja utilizado um erro que seja aproximadamente 10 a 100 vezes superior ao utilizado no GSTIFF, produzindo resultados com a mesma qualidade.

Um erro habitual quando se utiliza GSTIFF com I3 é a falha do corretor quando o tamanho de passo é pequeno, contudo com a formulação S12, este erro ocorre menos frequentemente. Estas falhas são tipicamente indicativas de problemas de modelação, e não de deficiências numéricas no software. Esta formulação também faz com que não existam matrizes singulares, devido ao tamanho do passo reduzido. [18, p. 212][18, p. 212]

Como referido na Tabela 3.3, todas as velocidades precisam de ser diferenciáveis, assim, é necessário garantir que todos *motions* são suaves e duplamente diferenciáveis, uma vez que *motions* não suaves podem causar acelerações infinitas, o que causa falhas na formulação S12, nestes casos é aconselhável que seja utilizada a formulação I3. [18, p. 212]

3.2 Contacto

O contacto é caracterizado de formas diferentes no que toca à sua duração temporal, podendo o contacto ser intermitente ou persistente.

O contacto intermitente é caracterizado por contacto em curtos períodos. Este contacto acontece quando duas geometrias se aproximam, colidem e separam-se como resultado do contacto. A colisão entre os corpos gera um impulso que afeta o movimento dos corpos em colisão, sendo desenvolvida uma estimativa da força de contacto que modela o comportamento da deformação local das geometrias em contacto. No que toca à perda de energia durante a colisão, esta é geralmente modelada como uma força de amortecimento caracterizada pelo coeficiente de amortecimento ou coeficiente de restituição. No contacto intermitente existem duas fases distintas, a primeira fase é a compressão, onde os corpos continuam a aproximar-se mesmo após o contacto, nesta fase as energias cinéticas são convertidas em energia potencial e em energia de dissipação do material de contacto de compressão. Quando toda a energia cinética é convertida, a energia potencial armazenada no material inverte o movimento dos corpos em contacto, sendo a energia potencial transformada novamente em energia cinética e energia de dissipação. Este fenómeno é conhecido como a fase de descompressão. É importante referir que as perdas de energia devido à dissipação ocorrem em ambas as fases. [18, p. 40]

Ao contrário do contacto intermitente, o contacto persistente é caracterizado por contacto em períodos relativamente longos, onde forças externas atuam nos dois corpos para manterem o contacto. Este contacto é modelado como um sistema mola amortecedor não linear, onde a rigidez da mola modela a elasticidade das superfícies de contacto, e o amortecimento modela a dissipação de energia. Um contacto só se pode dizer persistente quando a velocidade de separação entre os corpos for aproximadamente zero, ou seja, não existe separação dos corpos após o contacto. [18, p. 41]

Em qualquer um dos casos anteriores, as forças de contacto são calculadas em cada ponto de contacto individualmente, sendo que as contribuições individuais são somadas para calcular a resposta do sistema para o contacto.

As forças de contacto são calculadas em cada ponto de contacto individual. As contribuições individuais são somadas para calcular a resposta líquida do sistema para o evento de contacto. O cálculo da força de contacto pode ser efetuado de duas formas distintas, através do impacto ou através do coeficiente de restituição.

Antes de se apresentar os modelos, é necessário definir as restrições de contacto e cinemáticas, bem como as quantidades cinemáticas associadas. Primeiro a impenetrabilidade dos corpos é medida através da penetração g , em seguida a magnitude da força de contacto normal é denominada F_n , onde um valor positivo indica que existe uma força de separação entre os corpos. Os constrangimentos adicionais são [18, p. 41]:

$$g \geq 0 \quad (3.7)$$

A Eq 3.7 define que não pode existir penetração entre os corpos.

$$F_n > 0 \quad (3.8)$$

A Eq 3.8 define que é necessária a existência de uma força de separação.

$$F_n \times g = 0 \quad (3.9)$$

No que toca à Eq 3.9, esta especifica que a força de contacto deve ser diferente de zero apenas quando existe contacto.

$$F_n \times \frac{dg}{dt} = 0 \quad (3.10)$$

A Eq 3.10 é também chamada de equação de persistência e especifica que a força normal de contacto é diferente de zero apenas quando a taxa de separação dos corpos é igual a zero. Esta equação tem especial importância se existir um elevado interesse na conservação ou dissipação de energia. [18, pp. 41–42]

Ao definir um contacto entre dois corpos, é necessário definir o tipo de contacto que se deseja: impacto ou restituição.

Estas opções alteram a força normal aplicada quando existe o contacto, sendo que cada uma destas opções apresenta características que são necessárias definir.

3.2.1 Restituição

Este tipo de contacto é mais adequado aos problemas de contacto dinâmico, uma vez que é mais consistente com as leis de conservação e conservação/dissipação de energia. [18, p. 43]

A equação genérica para o cálculo da força normal de contacto neste tipo de contacto é:

$$F_n = p \left(\frac{e+1}{2} \left(\frac{dg}{dt} \right) - \frac{h}{2} e \left(\frac{d^2g}{dt^2} \right) \right) \quad (3.11)$$

Sendo que o parâmetro p é o parâmetro escalar da penalidade, e representa o coeficiente de restituição, g é a profundidade de penetração e h é o intervalo de tempo. [18, p. 43]

3.2.1.1 Penalidade

Este parâmetro define a rigidez local entre os materiais em contacto. Um valor elevado assegura que a penetração de uma geometria na outra é pequena, contudo valores elevados, podem causar dificuldades de integração numérica. Um valor apropriado para sistemas modelados em kg mm s é de 10^6 . [19, p. 140]

3.2.1.2 Coeficiente de restituição

Este valor define a velocidade que se perde durante o contacto.

Um coeficiente de restituição de 0, define um contacto perfeitamente plástico entre os dois corpos que colidem. Por outro lado, um valor de coeficiente de restituição de 1, define um contacto perfeitamente elástico, sendo que neste caso não existe qualquer perda de energia. [19, p. 140]

O valor do coeficiente de restituição é uma função dos materiais que se encontram em contacto. Em seguida encontram-se alguns exemplos de valores de coeficiente de restituição para diferentes materiais:

Tabela 3.4: Exemplos de coeficiente de restituição, adaptado de [18, p. 51]

Material 1	Material 2	Coeficiente de restituição
Aço seco	Aço seco	0.8
Alumínio seco	Alumínio seco	0.85
Acrílico	Acrílico	0.7
Alumínio seco	Aço seco	0.85
Aço oleado	Aço oleado	0.9

3.2.2 Impacto

Neste tipo de contacto a equação genérica para o cálculo da força normal de contacto é dada por:

$$F_n = k \times g^e + \text{STEP}(g, 0, 0, d_{\max}, c_{\max}) \times \frac{dg}{dt} \quad (3.12)$$

Sendo que g representa a penetração de uma geometria na outra, $\frac{dg}{dt}$ é a velocidade de penetração no ponto de contacto, e representa um real positivo que indica o valor do expoente da força, d_{\max} é um valor real positivo que especifica a penetração limite para o aplicar amortecimento máximo c_{\max} . [18, p. 42]

A função $\text{STEP}(x, x_0, h_0, x_1, h_1,)$ faz uma aproximação a uma função polinomial cúbica, sendo que x é a variável independente, x_0 é uma variável real que indica o valor de x que inicia a função STEP , x_1 é uma variável real que indica o valor de x que finaliza a função STEP , h_0 é o valor inicial da função e h_1 é o valor final da função.

3.2.2.1 Rigidez

Esta opção define qual a rigidez utilizada para o cálculo da força normal do modelo de impacto. É habitual que quanto maior a rigidez, mais rígidos ou duros são os corpos em contacto. [19, p. 141]

3.2.2.2 Expoente da força

Uma vez que a força normal é modelada como uma mola-amortecedor não linear, caso o amortecimento de penetração seja igual à penetração instantânea entre as geometrias em contacto [19, p. 141], a contribuição da rigidez do material na força normal instantânea é dada por: Rigidez \times Penalidade^{Expoente}

3.2.2.3 Amortecimento

Esta opção define as propriedades de amortecimento do material de contacto. É habitual definir o coeficiente de amortecimento como, aproximadamente, 1 % do coeficiente de rigidez. [19, p. 141]

3.2.2.4 Profundidade de penetração

A profundidade de penetração define o valor de penetração a partir do qual passa a existir amortecimento completo. É utilizado um STEP cúbico para aumentar o amortecimento de zero, quando a profundidade é zero, para amortecimento completo, quando a penetração atinge a profundidade de penetração. Um valor típico para a profundidade de penetração é 0.01 milímetros. [19, p. 141]

4 Metodologia

Neste capítulo encontram-se descritos os modelos que foram utilizados, de modo a proceder desde o modelo mais simples, até ao modelo final, sendo que cada modelo difere do anterior, com vista a progredir nos modelos, alterando ou acrescentando características, de modo a convergir até ao modelo final.

Os modelos desenvolvidos pretendem, numa fase final, aproximar-se ao máximo do modelo apresentado na Figura 4.1, de modo a ser possível comparar os resultados obtidos nas simulações, com os resultados obtidos nesse modelo.

O modelo da Figura 4.1 apresenta três carruagens, a carruagem A possui uma massa total de 60,4 toneladas, a carruagem B 70 toneladas e por fim a carruagem C apresenta 30,5 toneladas. Cada carruagem está equipada com um mecanismo de absorção de energia, os *buffers*, sendo estes os responsáveis pela absorção da energia quando existe uma colisão entre carruagens. Como se verifica na Figura 4.1, existem duas zonas distintas, AE (Alta Energia) e BE (Baixa Energia), estas zonas diferem pela quantidade de energia absorvida nessa zona. Na AE existe uma quantidade de energia consideravelmente elevada, uma vez que essa é a primeira zona de impacto e, além disso é a zona onde a carruagem com maior massa colide com a carruagem de menor massa. O *buffer* dessa zona apresenta um nome específico, *honeycomb*, isto pois essa estrutura que sofre grandes deformações pode ser facilmente trocada por outra igual.

Na zona BE a energia é consideravelmente mais baixa, uma vez que nessa zona a absorção de energia é menor, pois grande parte da energia já se dissipou anteriormente.

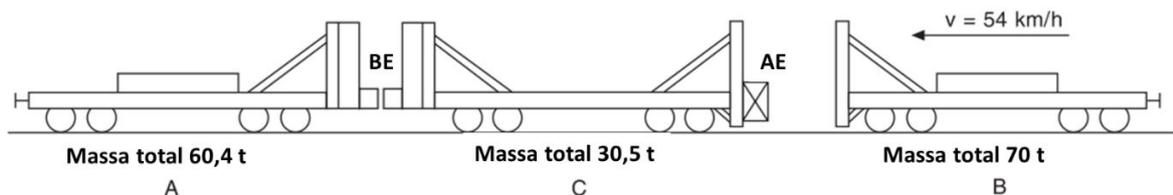


Figura 4.1: Modelo de comparação, adaptado de [2]

Nos modelos desenvolvidos a deformação dos *buffers* foi implementada como uma mola não linear, contudo as características de rigidez da mola são iguais às características de rigidez dos *buffers*,

4.1 Modelo 1

4.1.1 Descrição

Este modelo é o mais simples de todos. Este modelo simula a carruagem C parada e o *buffer* em movimento, sendo que a velocidade é a velocidade de movimento. Este modelo muito simples serve apenas para ter noção do comportamento da mola, que simula a deformação do *buffer*, em situação de colisão.

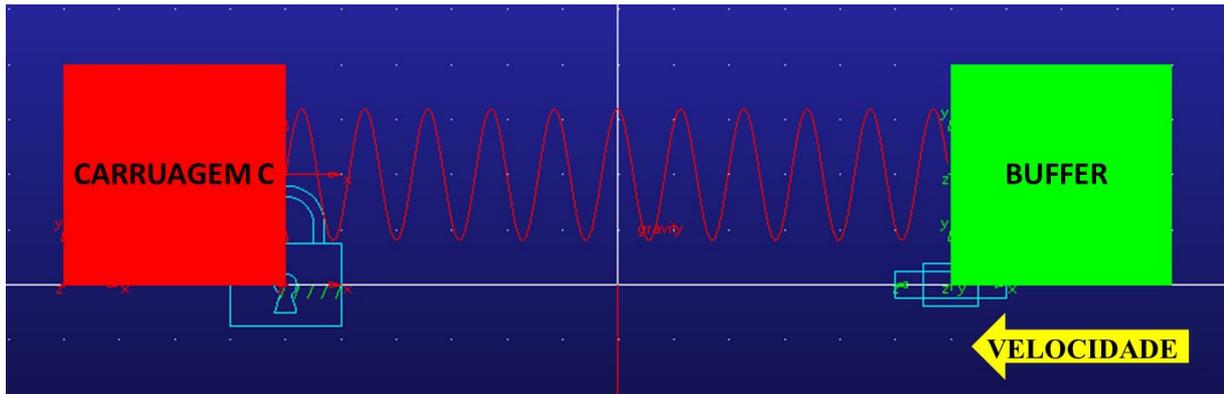


Figura 4.2: Modelo 1

O *buffer* apresenta uma velocidade inicial de 15 m/s e possui uma massa de 30 toneladas, além disso foram constrangidos todos os deslocamentos, exceto na direção x, também foram constrangidas quaisquer rotações.

A carruagem C apresenta constrangido qualquer movimento e rotação.

A mola, presa entre a carruagem C e o *buffer*, apresenta uma rigidez específica, que se rege pela curva apresentada na Figura 4.3, esta curva especifica que a mola deve apresentar os seguintes valores:

Tabela 4.1: Valores da rigidez da mola

Deformação [mm]	Força [N]
-2000	$-3,0 \times 10^6$
-50	$-3,0 \times 10^6$
-10	$-1,0 \times 10^6$
0	0
50	$1,0 \times 10^6$
10	$3,0 \times 10^6$
2000	$3,0 \times 10^6$

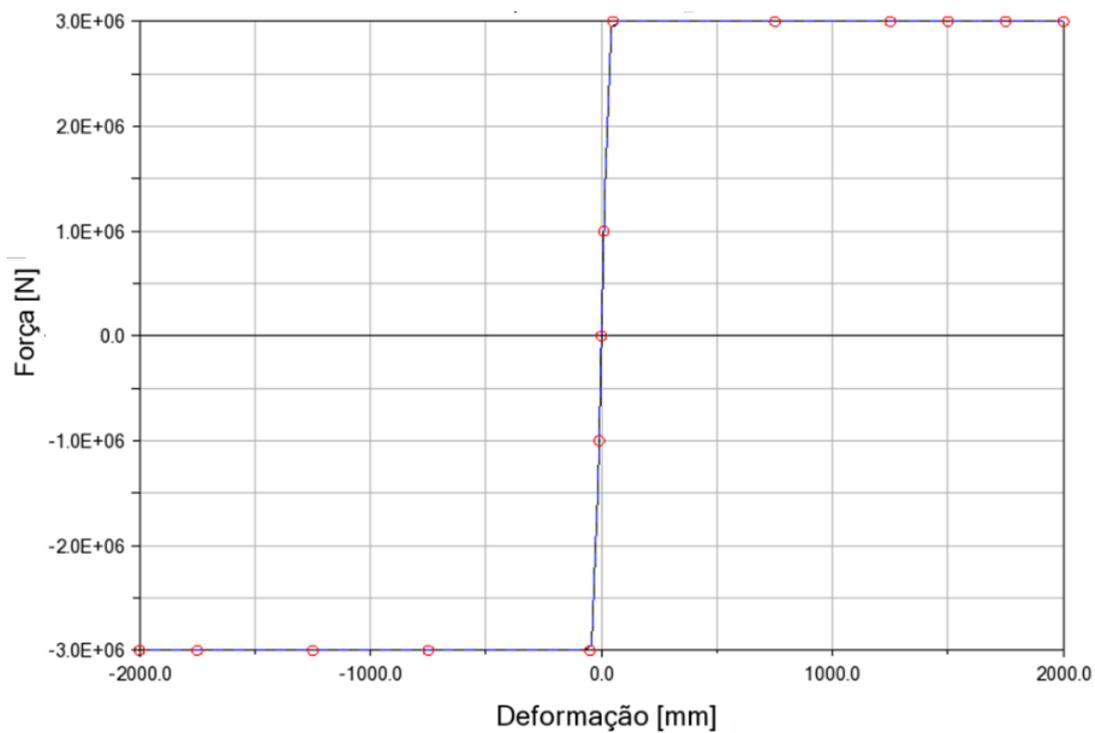


Figura 4.3: Curva de rigidez da mola

De modo a simular o embate de carruagens, foi colocada uma força no *buffer* que apresenta as seguintes características:

$$\text{Força de paragem} = \begin{cases} 0, V_x \text{ Buffer} < 0 \\ -4 \times 10^6, V_x \text{ Buffer} = 0 \\ 4 \times 10^6, V_x \text{ Buffer} > 0 \end{cases} \quad (4.1)$$

4.1.2 Resultados

Para este modelo efetuaram-se as simulações com dois integradores, GSTIFF e WSTIFF, de modo a entender qual a influência dos integradores nos resultados obtidos. A formulação utilizada nesta e nas seguintes simulações foi a I3.

A simulação deste modelo foi efetuada durante cinco segundos com 5000 passos, sendo os resultados apenas do primeiro segundo.

Irá ser analisada a energia cinética e a velocidade do *buffer* e também a força aplicada no *buffer*.

4.1.2.1 WSTIFF

Ao observar a Figura 4.4, verifica-se que o *buffer* apresenta o comportamento esperado em relação à variação da sua velocidade, ou seja, a carruagem inicia o seu movimento com a velocidade inicial estabelecida (15 m/s, no gráfico está apresentada a velocidade em mm/s, devido à configuração no *software*), sendo que esta velocidade vai diminuído até a carruagem parar por completo.

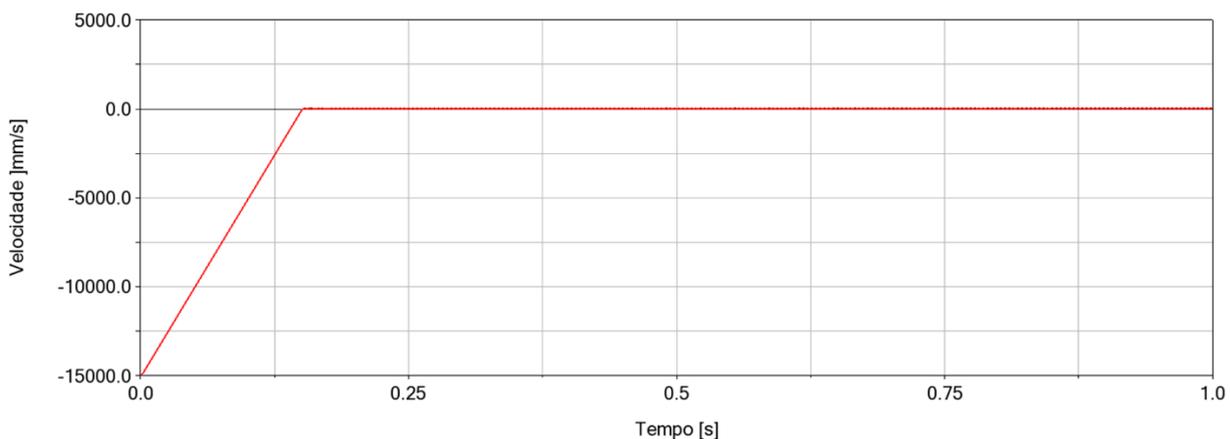


Figura 4.4: Velocidade do *buffer* no modelo 1, com integrador WSTIFF

No que toca à energia cinética, como se observa na Figura 4.5, a energia cinética começa com um valor a rondar os $3,3 \times 10^9$ N.mm, sendo que a energia cinética apresenta o comportamento que seria de esperar, uma vez que a energia cinética está diretamente relacionada com a velocidade do corpo. Assim, ao comparar a Figura 4.5 com a Figura 4.4, verifica-se que o *buffer* possui energia cinética igual a zero, quando a velocidade do mesmo é também zero.

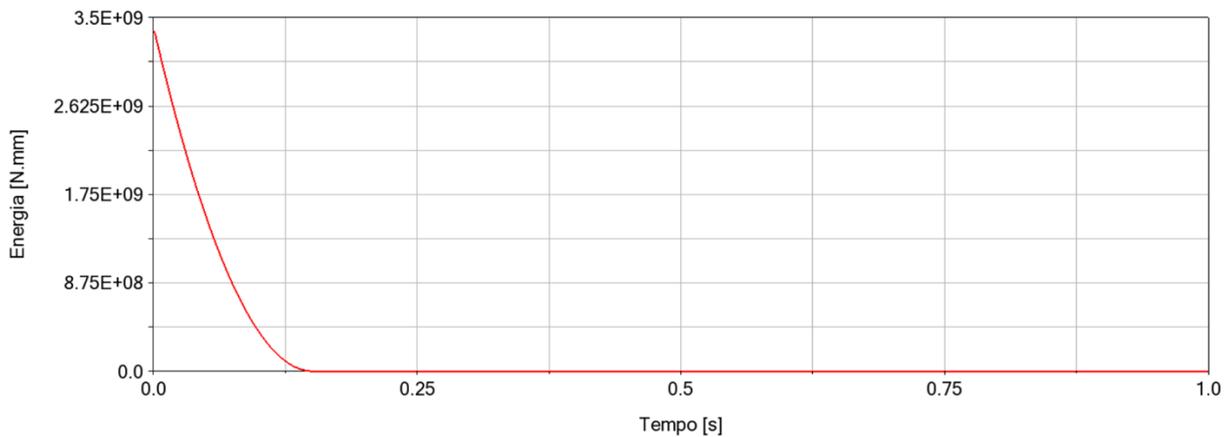


Figura 4.5: Energia cinética do *buffer* no modelo 1, com integrador WSTIFF

A força aplicada no *buffer*, apesar de seguir a Eq 4.1, na Figura 4.6 verifica-se que o valor aplicado não corresponde ao da equação, isto acontece pois os valores da equação foram estabelecidos, de modo a ter uma margem em relação ao valor da rigidez da mola, sendo que este valor é o que se observa na Figura 4.6.

A curva da força aplicada apresenta o comportamento esperado, sendo que a força passa de zero para o valor que faz o *buffer* parar, quando a velocidade passa para zero também. Contudo não era esperado que existisse o pico que se observa mas esse pico está relacionado com a avaliação do integrador. Outra explicação possível é que o integrador faz a avaliação da velocidade do *buffer* no instante exatamente anterior ao atual, e assim a velocidade é diferente da que se observa na realidade, uma vez que a velocidade introduzida no integrador é a velocidade lida anteriormente.

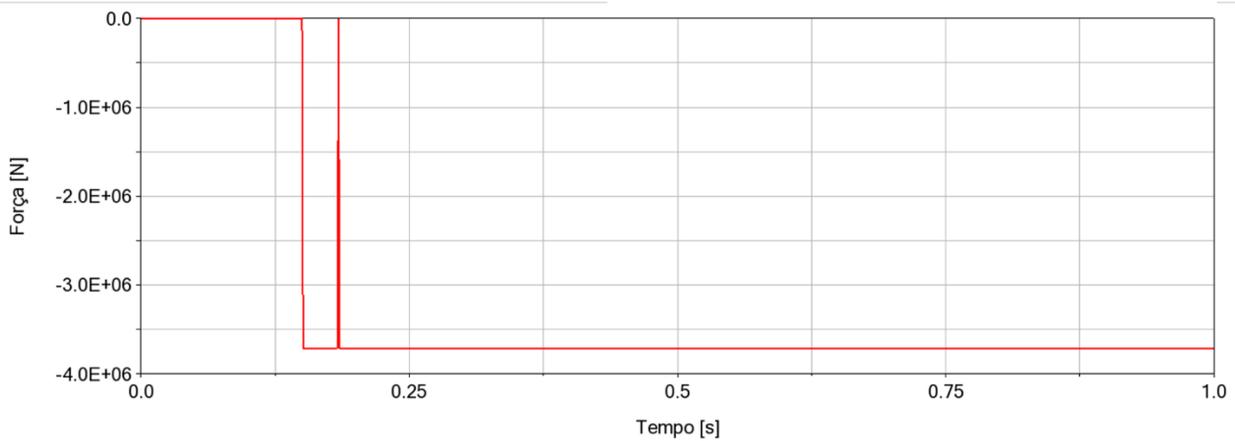


Figura 4.6: Força aplicada no *buffer* no modelo 1, com integrador WSTIFF

4.1.2.2 GSTIFF

Ao observar os resultados com o integrador GSTIFF, verifica-se que em relação à velocidade, não se verifica discrepâncias entre o que acontece e o que era esperado acontecer. Como se verifica na Figura 4.7, o *buffer* inicia o seu movimento com a velocidade inicial estipulada e esta vai diminuindo até a carruagem parar o movimento, ou seja, velocidade passa a ser zero.

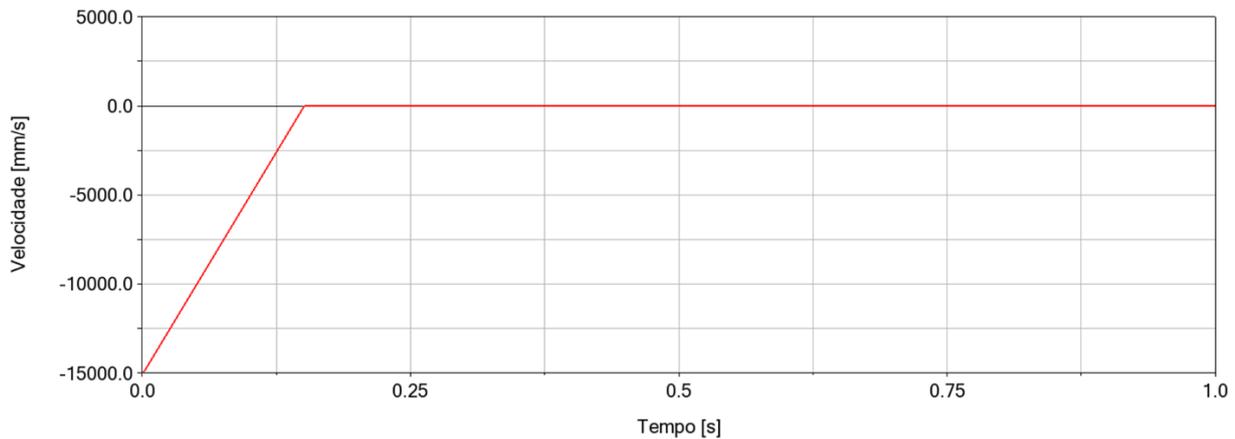


Figura 4.7: Velocidade do *buffer* no modelo 1, com integrador GSTIFF

A energia cinética do *buffer* não apresenta o comportamento que seria de esperar, sendo que seria expectável que a energia cinética começasse com um valor de $3,3 \times 10^9$ N.mm e que esse valor fosse diminuindo ao longo do tempo até chegar a zero.

Ao observar a Figura 4.8, verifica-se que a energia cinética apresenta apenas um pico com um valor de aproximadamente 1×10^{14} N.mm, e durante o restante tempo apresenta valor zero.

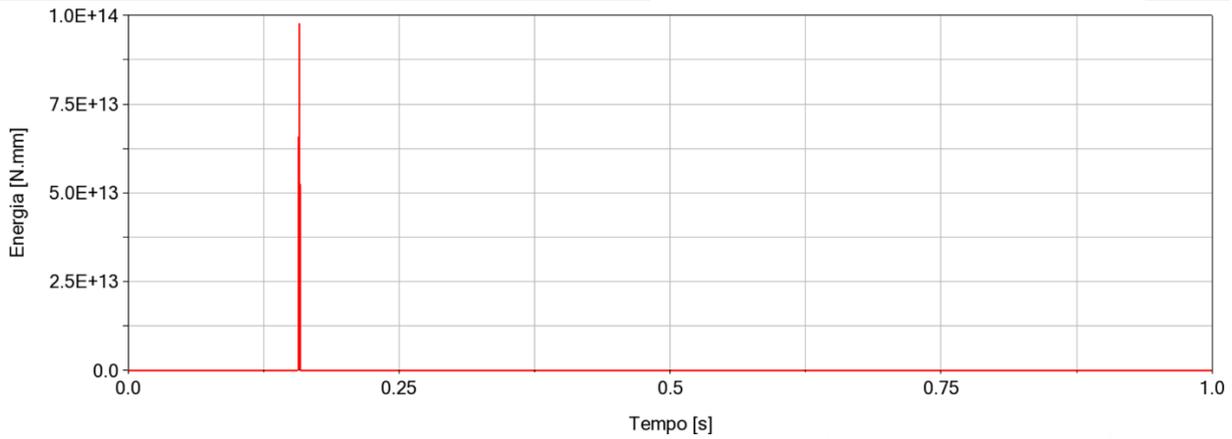


Figura 4.8: Energia cinética do *buffer* no modelo 1, com integrador GSTIFF

À semelhança do que acontece com o integrador WSTIFF, a força aplicada passa de zero para o valor que faz o *buffer* parar, quando a velocidade passa para zero também. Contudo continua a existir um pico que não era esperado, sendo que este pico continua a estar relacionado com a avaliação do integrador.

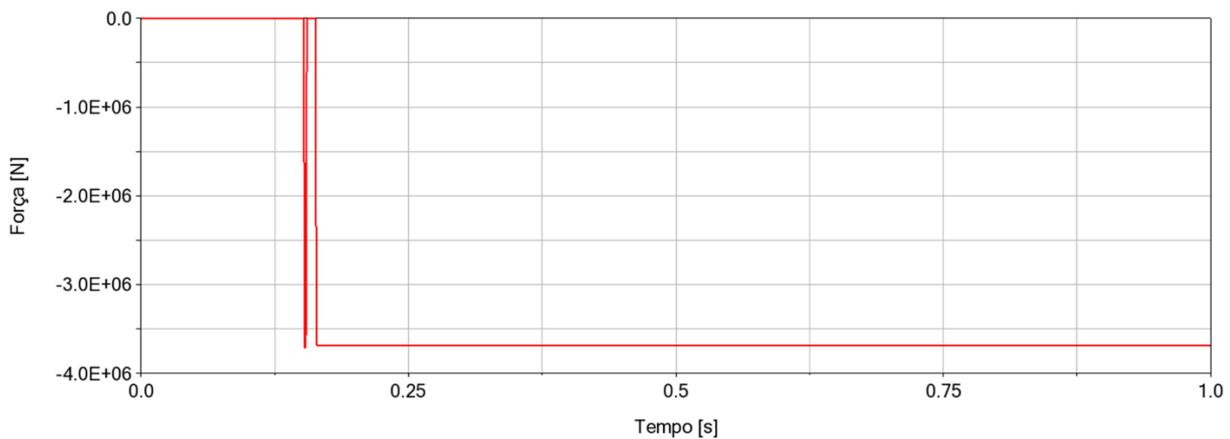


Figura 4.9: Força aplicada no *buffer* no modelo 1, com integrador GSTIFF

4.1.3 Discussão

Após analisar os resultados utilizando ambos os integradores, verifica-se que o integrador mais indicado para simulações com grandes variações de velocidade é o WSTIFF. Apesar de o comportamento da velocidade ser semelhante com ambos os integradores, a energia cinética apresenta diferenças bastante evidentes, sendo que como se referiu anteriormente, a energia cinética que melhor descreve o comportamento do modelo é obtida utilizando o integrador WSTIFF.

4.2 Modelo 2

4.2.1 Descrição

Neste modelo, retirou-se a força de paragem do *buffer* e adicionou-se um corpo batente, com o intuito de simular de forma mais real o comportamento do *buffer* após o impacto, parando o recuo do mesmo, não através de uma força imposta, mas através da velocidade.

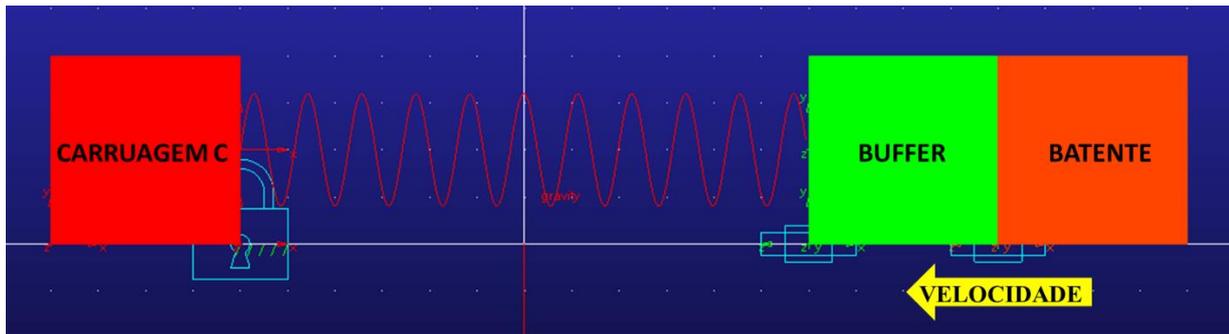


Figura 4.10: Modelo 2

O *buffer* apresenta uma velocidade inicial de 15 m/s e possui uma massa de 1 tonelada, além disso foram constrangidos todos os deslocamentos, exceto na direção x, também foram constrangidas quaisquer rotações.

O batente apresenta uma velocidade que segue a Eq 4.2 e possui uma massa de 60 quilogramas, além disso foram constrangidos todos os deslocamentos, exceto na direção x, além disso também foram constrangidas quaisquer rotações.

Entre os corpos existe uma força de contacto do tipo de restituição, com um coeficiente de restituição de zero e uma penalidade de 1×10^6 .

$$VX \text{ Batente} = \begin{cases} 0, & \text{FORÇA DE CONTACTO} \neq 0 \\ VX \text{ Buffer}, & \text{FORÇA DE CONTACTO} = 0 \end{cases} \quad (4.2)$$

$$VX \text{ Buffer} = \begin{cases} \text{Velocidade Buffer}, & VX \text{ Buffer} < 0 \\ 0, & VX \text{ Buffer} = 0 \\ 0, & VX \text{ Buffer} > 0 \end{cases} \quad (4.3)$$

4.2.2 Resultados

Como se verificou no modelo anterior, o integrador mais adequado é o WSTIFF, assim foi utilizado esse integrador com a formulação I3. Os parâmetros de simulação utilizados foram 5000 passos durante cinco segundos, é de notar, no entanto que apenas se irá focar no que acontece no primeiro segundo.

Irá analisar-se a velocidade e energia cinética do *buffer*, e a força de contacto entre o *buffer* e o batente.

Ao observar a Figura 4.11, verifica-se que a velocidade do *buffer*, vai de encontro ao que seria esperado de acontecer, uma vez que se queria simular um impacto sem recuo, o *buffer* inicia o seu movimento com a velocidade inicial estabelecida e após o contacto, a rigidez da mola não permite mais o movimento do *buffer*, este mantém a velocidade em zero.

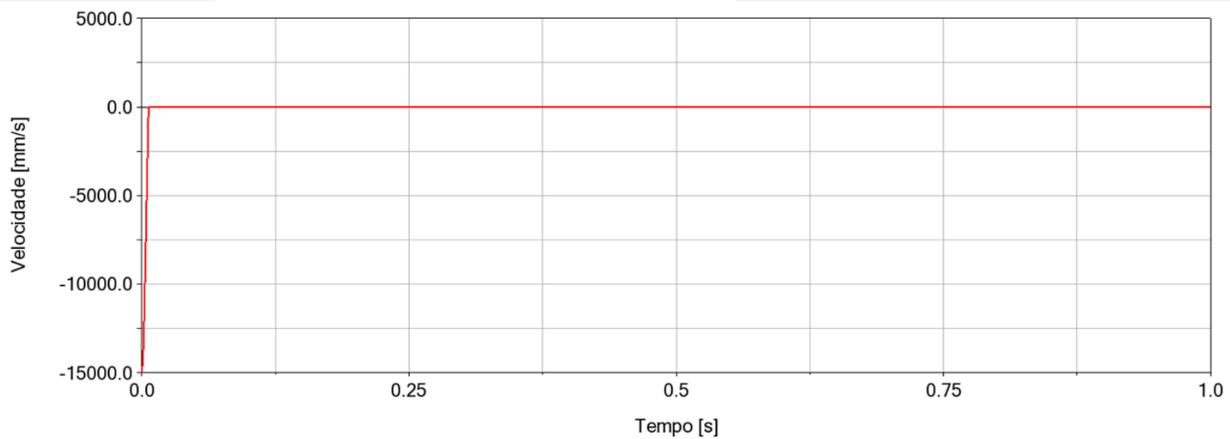


Figura 4.11: Velocidade do *buffer* no modelo 2

Ao comparar a Figura 4.11 com a Figura 4.12, verifica-se que a energia cinética varia da mesma forma que a velocidade, sendo que se inicia com $1,125 \times 10^8$ N.mm e varia até zero. A energia cinética é zero no mesmo instante em que a velocidade é zero.

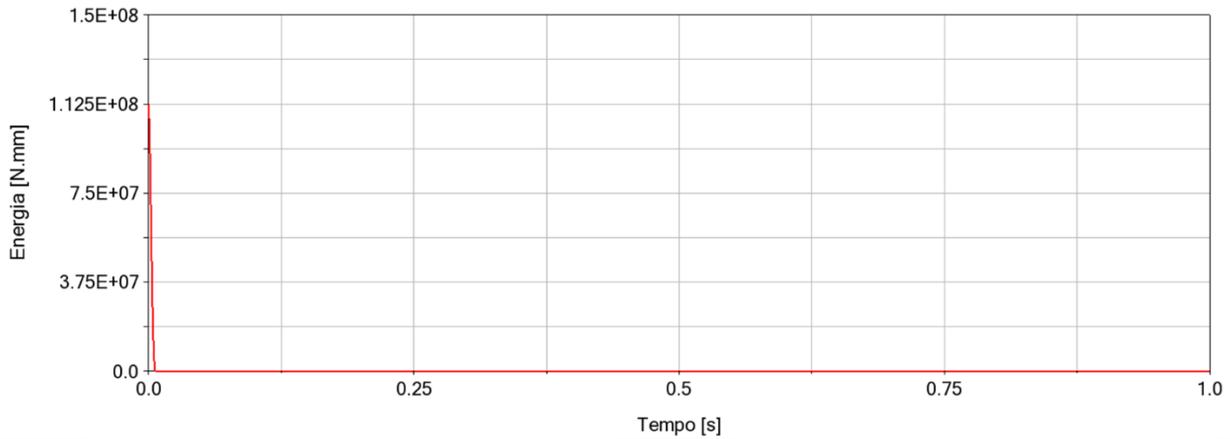


Figura 4.12: Energia cinética do *buffer* no modelo 2

Como se pode verifica na Figura 4.13, a força de contacto entre o *buffer* e batente apresenta um pico, que corresponde ao momento em que existe o impacto entre os corpos, e após esse impacto inicial, os corpos mantêm o contacto entre eles sendo que agora com um valor inferior ao inicial. Comparando a Figura 4.13 com o que se esperava, verifica-se que o comportamento do contacto vai de encontro ao que era esperado que acontecesse.

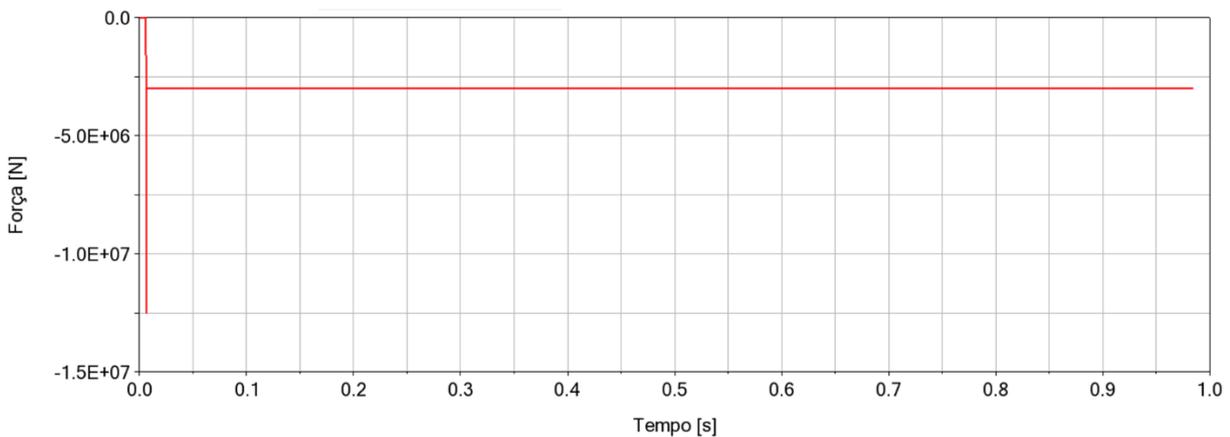


Figura 4.13: Força de contacto entre o *buffer* e o batente no modelo 2

4.3 Modelo 3

4.3.1 Descrição

Ao acrescentar um novo corpo (a carruagem de impacto, que é a carruagem B na Figura 4.1) começa-se a aproximar da realidade. Os restantes corpos mantêm-se como se encontravam anteriormente.

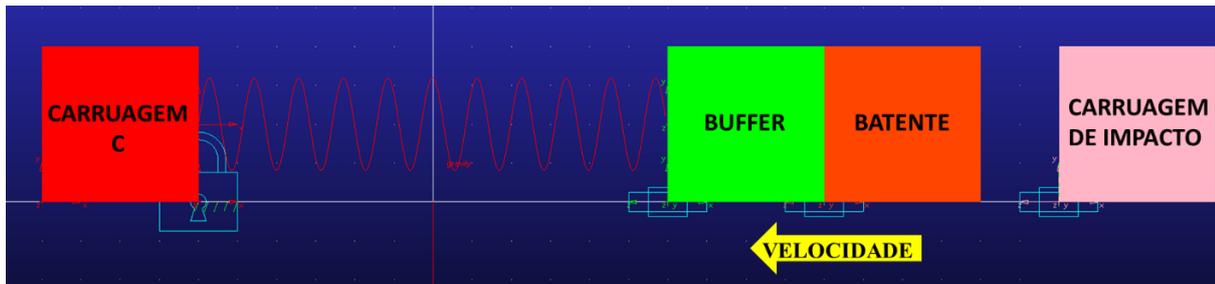


Figura 4.14: Modelo 3

Foram efetuadas algumas mudanças, em relação ao modelo 2, o *buffer* apresenta agora uma velocidade inicial de 0 m/s, e uma massa de 255 quilogramas, os constrangimentos do corpo mantêm-se.

O batente continua a seguir a Eq 4.2, sendo que a sua massa continua a ser de 60 quilogramas, e os constrangimentos mantêm-se inalterados.

A carruagem de impacto, apresenta uma massa de 60 toneladas e uma velocidade inicial de 7 m/s, o seu movimento encontra-se constrangido em todas as direções, exceto na direção x, sendo também que todas as rotações se encontram constrangidas.

Neste modelo existem dois contactos, um entre o batente e o *buffer* e outro entre a carruagem de impacto e o *buffer*. Ambos os contactos são do tipo de restituição e apresentam um coeficiente de restituição de 0 e uma penalidade de 1×10^6 .

4.3.2 Resultados

A simulação deste modelo foi efetuada durante cinco segundos com 5000 passos, sendo a análise de resultados efetuada apenas no primeiro segundo, sendo que o integrador utilizado foi o WSTIFF e a formulação a I3.

De modo a garantir que após o impacto não existe retorno da carruagem de impacto, é necessário verificar que a energia cinética absorvida pela mola iguala a energia cinética da carruagem de impacto. Além disso irá analisar-se a deformação da mola e as velocidades e energias cinéticas do *buffer* e da carruagem de impacto.

A mola antes do impacto não apresenta qualquer deformação, contudo assim que acontece o impacto, a mola deforma, aproximadamente, 525 mm, sendo que após isso mantém essa deformação, como se observa na Figura 4.15.

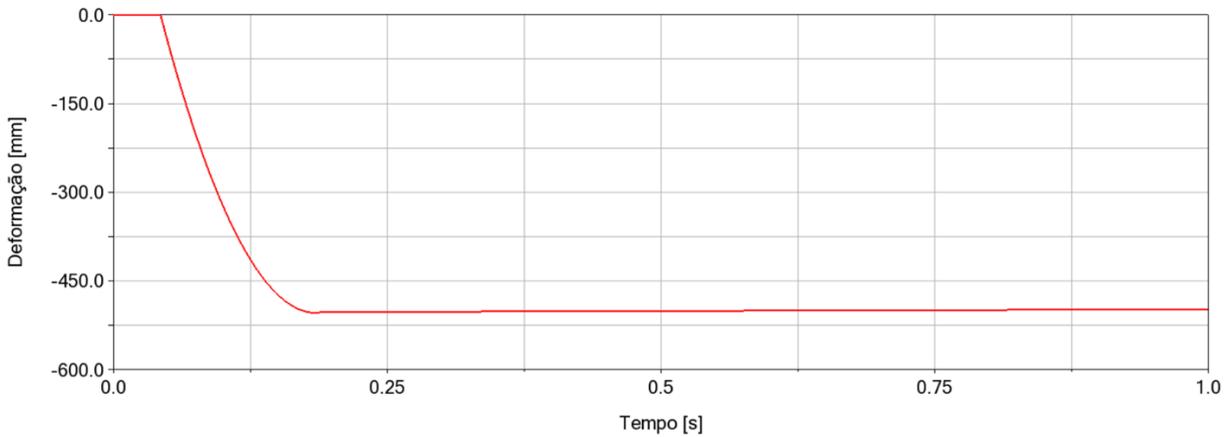


Figura 4.15: Deformação da mola no modelo 3

Uma vez que a velocidade do *buffer* está relacionada com a velocidade do batente, verifica-se que inicialmente o *buffer* encontra-se em repouso, e após o impacto a velocidade do mesmo aumenta até a mola impedir que o movimento se mantenha, momento a partir do qual existe a paragem dos corpos.

Ao observar a Figura 4.16, verifica-se que acontece o que se descreveu anteriormente, o *buffer*, inicialmente em repouso, inicia o movimento quando existe o impacto, sendo que após a mola não permitir a continuidade do movimento, este volta ao repouso.

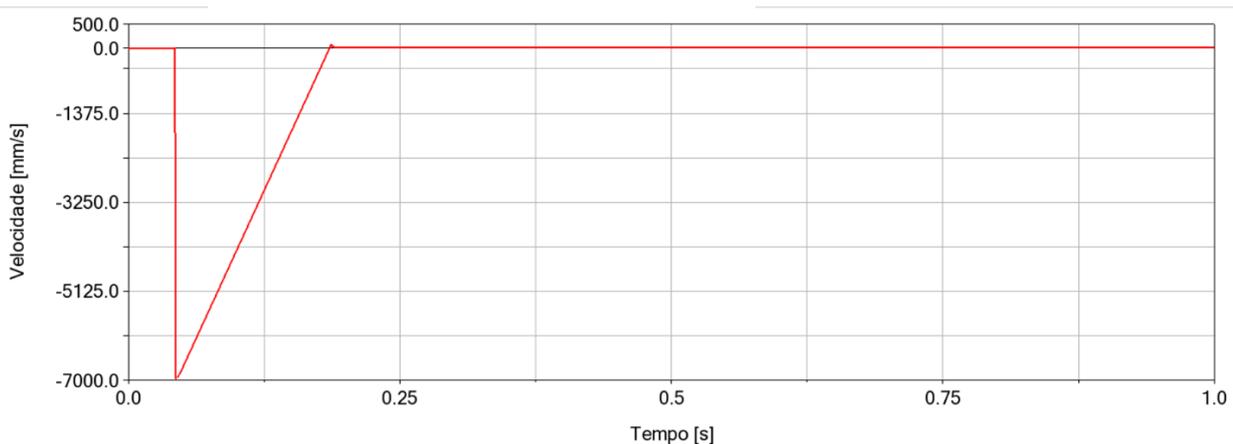


Figura 4.16: Velocidade do *buffer* no modelo 3

Após a análise da Figura 4.17, verifica-se que a energia cinética do *buffer* está coerente com a velocidade que se observa na Figura 4.16. Inicialmente a energia cinética é zero, pois a velocidade apresenta o mesmo valor, além disso verifica-se que o pico da energia cinética corresponde ao momento em que a velocidade apresenta o seu valor máximo de 7000 mm/s, o que corresponde uma energia cinética de, aproximadamente, $6,2 \times 10^6$ N.mm.

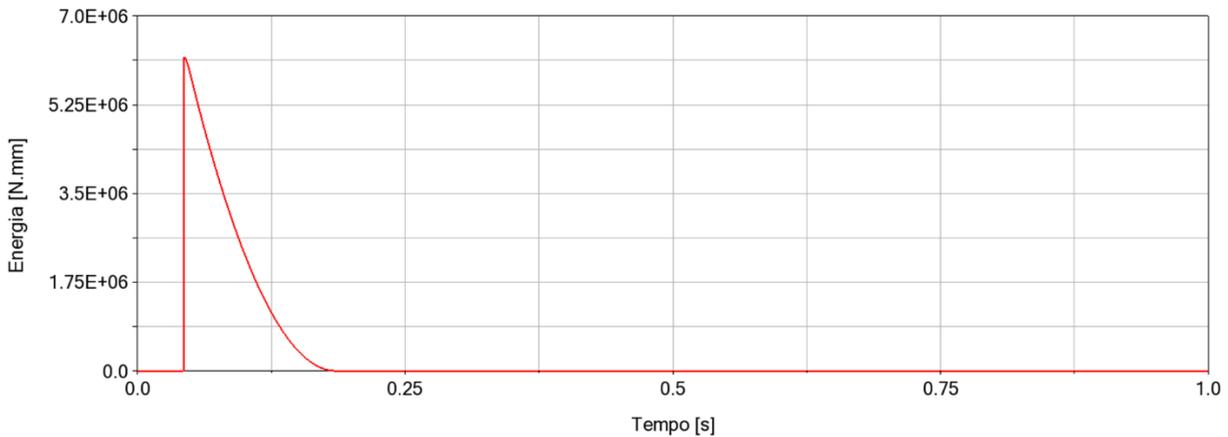


Figura 4.17: Energia cinética do *buffer* no modelo 3

No que toca à carruagem de impacto, inicialmente esta apresenta uma velocidade de 7 m/s, sendo que esta corresponde à sua velocidade inicial, que se mantém até ao impacto com o *buffer*, momento partir do qual a sua velocidade irá diminuir até atingir o repouso. Contudo a carruagem de impacto, como se verifica na Figura 4.18, não se mantém em repouso, esta ganha uma velocidade, muito pequena, na direção contrária ao movimento, uma vez que não existe qualquer impedimento do recuo deste corpo.

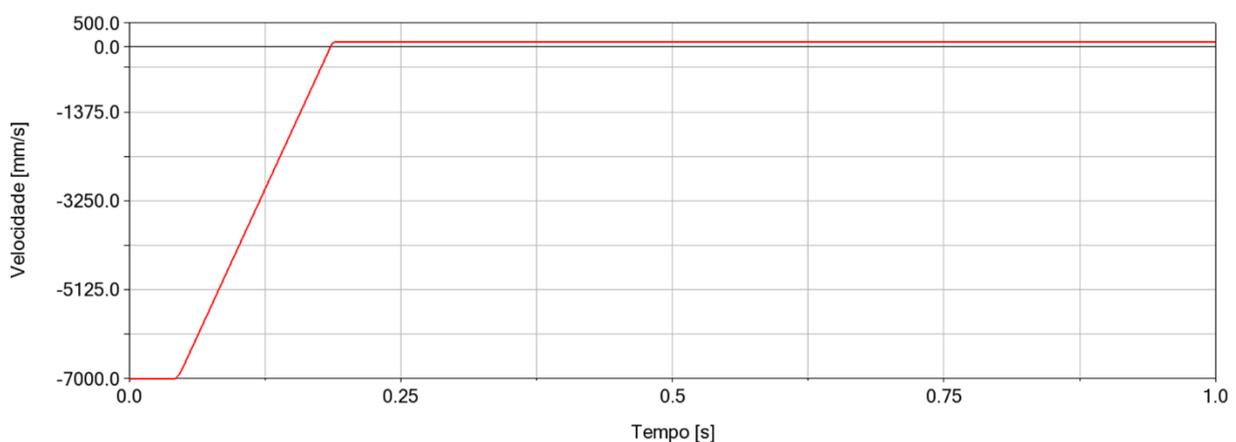


Figura 4.18: Velocidade da carruagem de impacto no modelo 3

Ao observar a Figura 4.19, verifica-se que a energia cinética da carruagem de impacto é coerente com a velocidade da mesma. Pode-se observar que a energia cinética é zero quando a velocidade apresenta o mesmo valor, e também que o valor máximo acontece quando a velocidade apresenta o valor máximo, em valor absoluto.

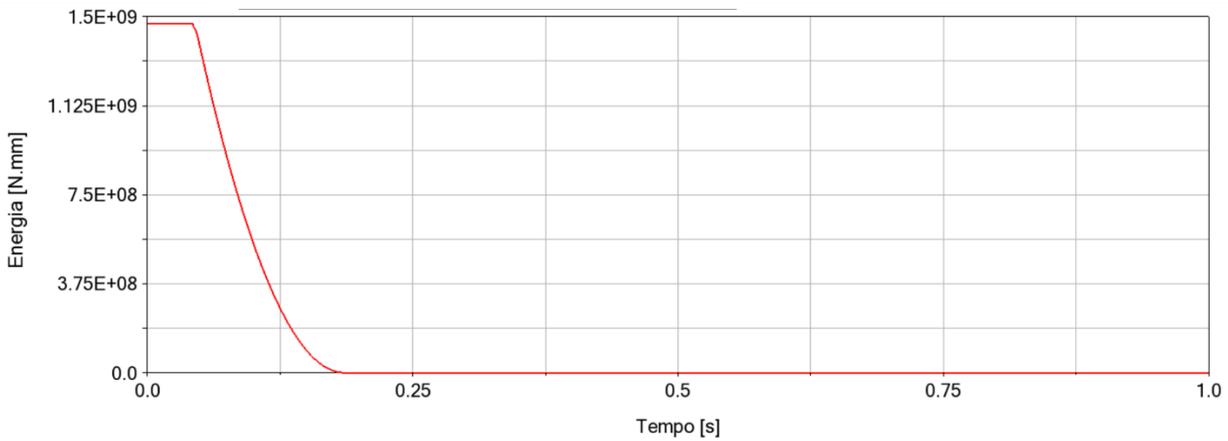


Figura 4.19: Energia cinética da carruagem de impacto no modelo 3

Para efetuar o cálculo da energia cinética da carruagem de impacto, recorreu-se à equação

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \quad (4.4)$$

Substituindo os valores da massa e da velocidade do novo corpo, obtém uma energia cinética de 1,47 MJ.

Para a energia cinética da mola, observou-se o gráfico da força na mola em função do, sendo que a área do gráfico corresponde à energia cinética da mola.

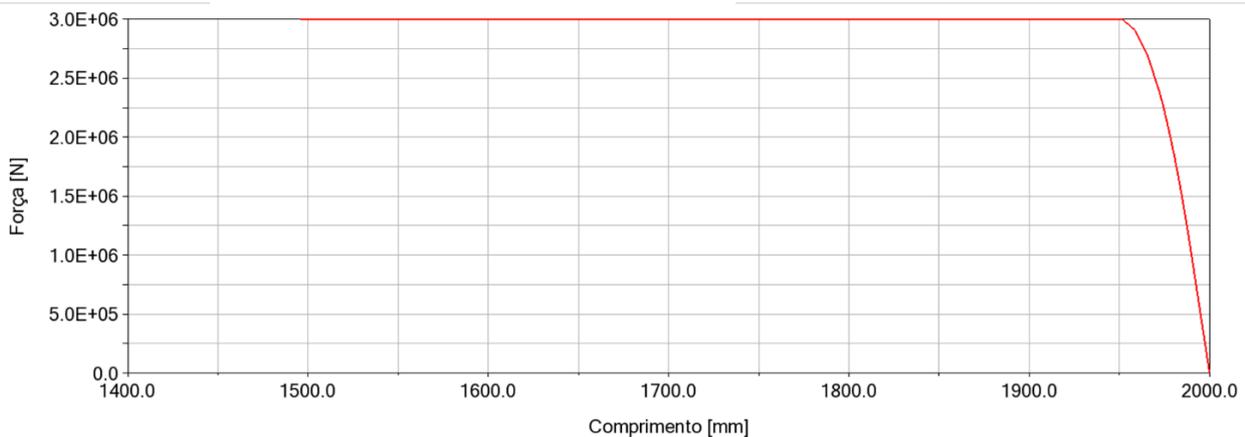


Figura 4.20: Força da mola em função do comprimento

Ao observar a Figura 4.20, verifica-se que a área do gráfico é de aproximadamente 1,5 MJ, valor que se encontra muito próximo do que se obteve utilizando a Eq 4.4.

4.4 Modelo 4

4.4.1 Descrição

Ao observar a Figura 4.21, verifica-se que o modelo é muito similar ao modelo anterior, contudo o constrangimento da carruagem C foi alterado. A carruagem C passou a ter constrangida qualquer rotação, sendo apenas possível movimentar-se na direção x.

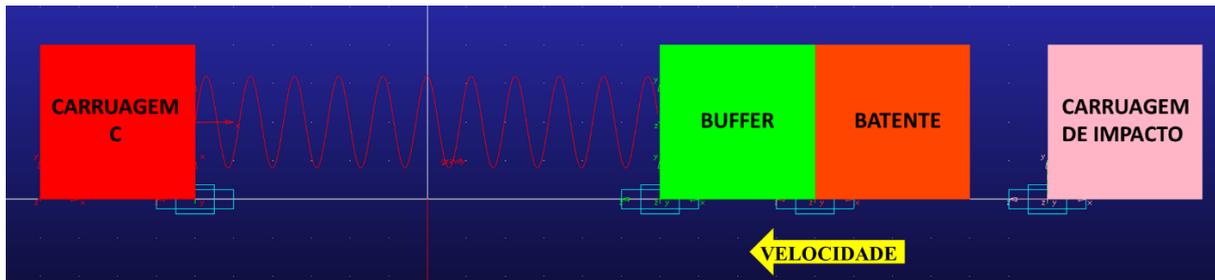


Figura 4.21: Modelo 4

As massas, velocidades e características dos contactos mantiveram-se inalteradas, sendo os valores os mesmo que se utilizou no modelo anterior.

A equação que define o movimento do batente alterou-se, passou para a equação que se pode observar em seguida:

$$V_x \text{ Batente} = \begin{cases} V_x \text{ Buffer, Velocidade da mola} < 0 \\ 0, \text{ Velocidade da mola} = 0 \\ V_x \text{ Carruagem C, Velocidade da mola} > 0 \end{cases} \quad (4.5)$$

4.4.2 Resultados

À semelhança do modelo anterior, neste modelo irá analisar-se a energia cinética do buffer, da carruagem de impacto e a da carruagem C, bem como a velocidade e deformação da mola. O modelo foi simulado durante cinco segundos, utilizando 20000 passos, contudo apenas se irá analisar os primeiros 0,5 segundos, com o mesmo integrador e formulação utilizado anteriormente.

Uma vez que a carruagem C passou a apresentar movimento na direção x, quando existe o impacto entre o *buffer* e a carruagem de impacto, verifica-se que a carruagem C deixa de se encontrar em repouso para iniciar o seu movimento como se verifica pela Figura 4.22, contudo neste momento existe o contacto entre o *buffer* e a carruagem de impacto, como se observa na Figura 4.23. Nesse momento verifica-se também que o *buffer* apresenta velocidade não linear como se observa na Figura 4.26, isto acontece devido ao contacto entre o *buffer* e o batente, bem como à avaliação que o *software* necessita de efetuar da Eq 4.5.

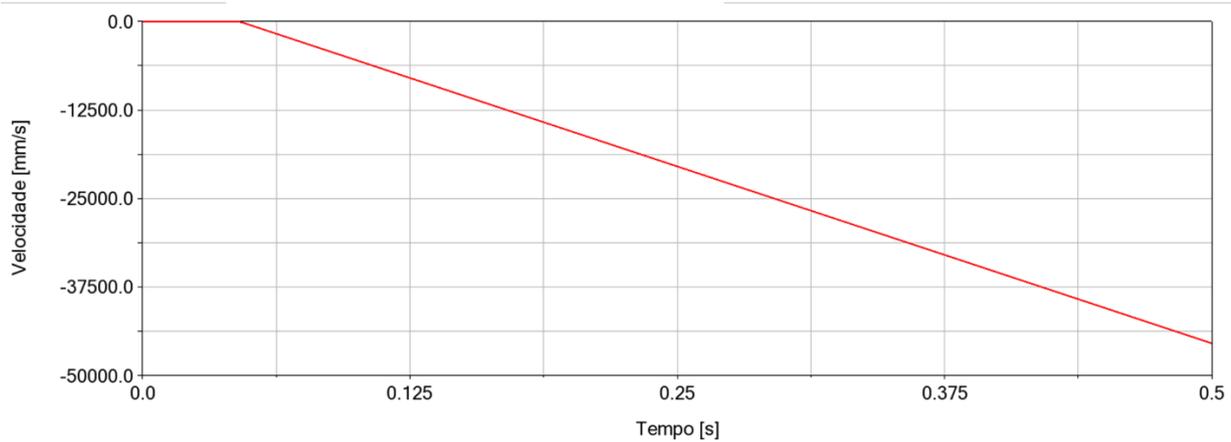


Figura 4.22: Velocidade da carruagem C no modelo 4

Uma vez que a carruagem C não apresenta contacto com qualquer outro corpo, o comportamento que se verifica no que toca à velocidade deste corpo vai de encontro ao que seria esperado, inicialmente em repouso e após o impacto entre o *buffer* e a carruagem de impacto um aumento de velocidade de forma linear.

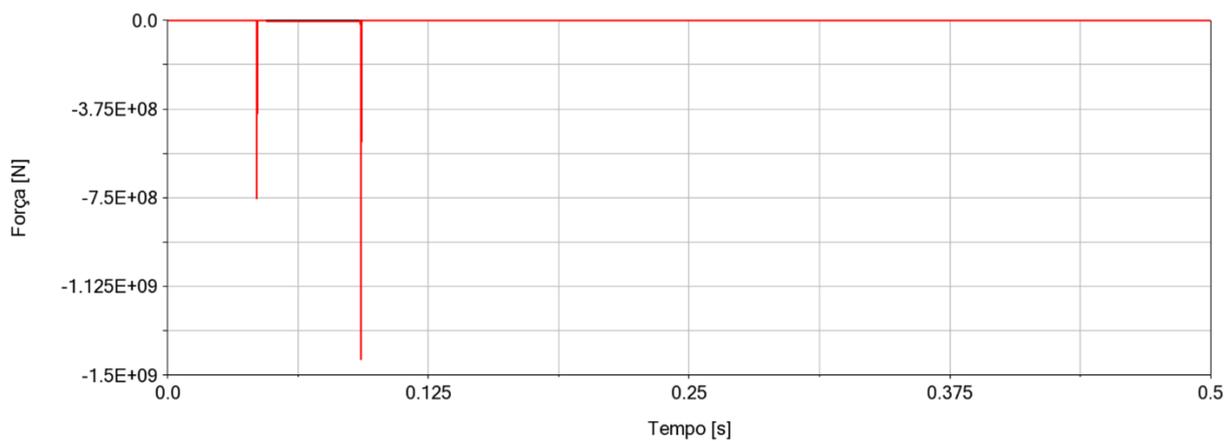


Figura 4.23: Força de contacto entre o *buffer* e a carruagem de impacto no modelo 4

Ao observar a Figura 4.23, verifica-se que existem dois contactos, um contacto inicial mais pequeno e outro de maior dimensão. Este segundo contacto também se verifica ao observar a Figura 4.24, onde se verifica um contacto inicial no mesmo instante que existe o contacto entre o *buffer* e a carruagem de impacto.

O contacto entre o *buffer* e o batente não apresenta apenas um contacto, como seria de esperar, pois a avaliação da Eq 4.5 é feita em relação à velocidade da mola e como se pode observar na Figura 4.25, a velocidade da mola apresenta uma variação, o que leva à existência do segundo contacto e da velocidade não linear do *buffer*, como se verifica na Figura 4.26.

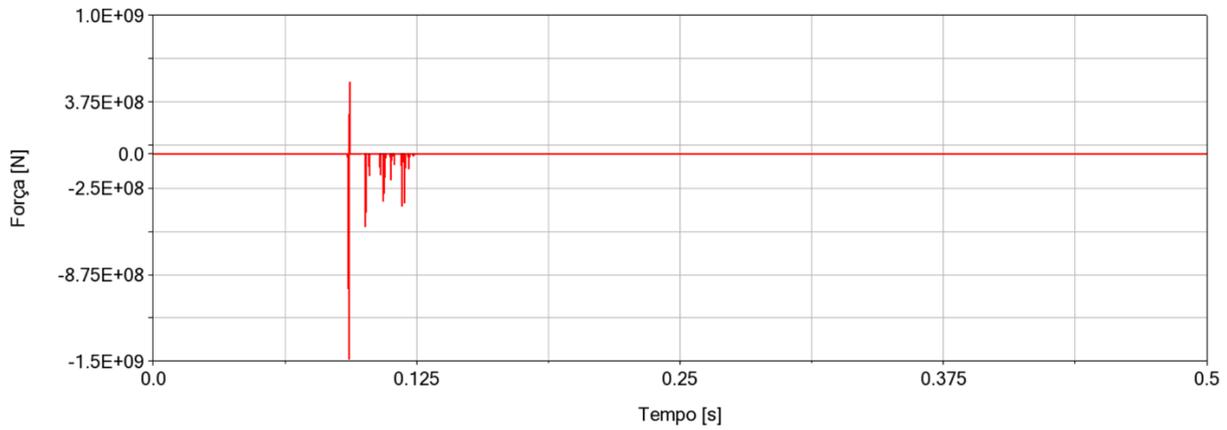


Figura 4.24: Força de contacto entre o *buffer* e o batente no modelo 4

Na Figura 4.25 pode-se verificar que a mola apresenta velocidade não linear no instante em que existe o segundo contacto entre o *buffer* e o batente.

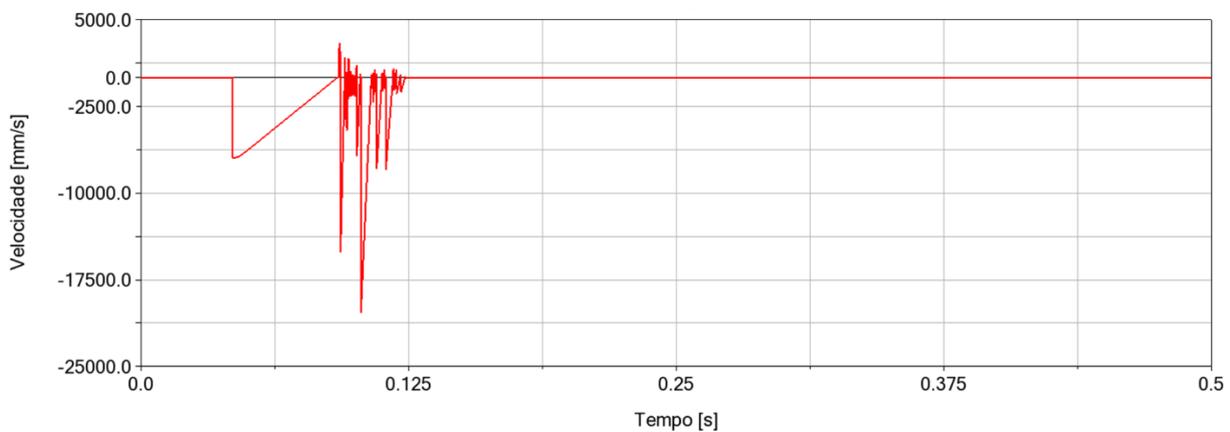


Figura 4.25: Velocidade da mola no modelo 4

Uma vez que a velocidade da mola influencia diretamente a velocidade do batente e que este por sua vez influencia a velocidade do *buffer*, verifica-se que a variação não linear da velocidade do *buffer* acontece no mesmo instante em que a mola varia a sua velocidade também não linearmente e que nesse instante existe também o segundo contacto entre o *buffer* e o batente.

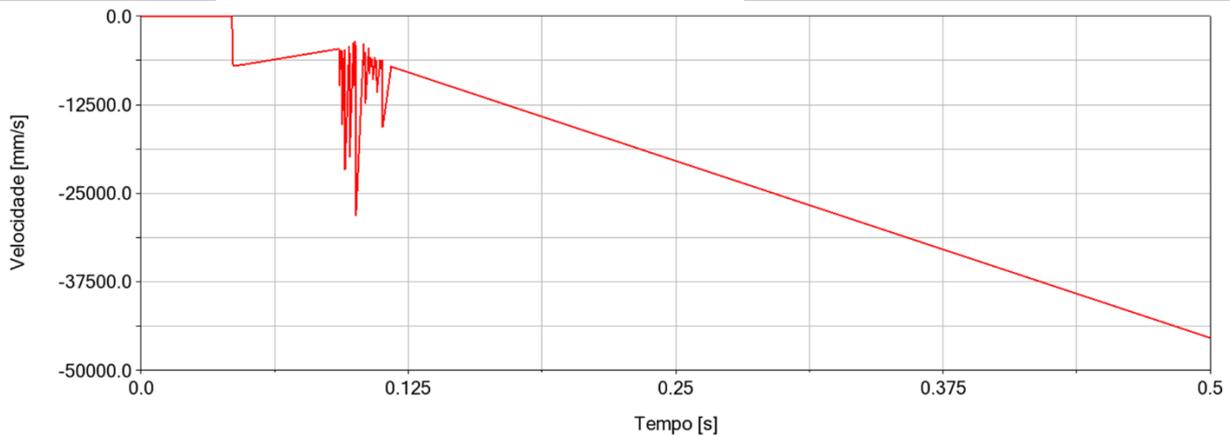


Figura 4.26: Velocidade do *buffer* no modelo 4

A velocidade da carruagem de impacto apresenta o comportamento esperado, inicialmente parte com uma velocidade de 7 m/s, sendo que a sua velocidade diminui quando se dá o impacto e que assim que deixa de existir contacto, a carruagem de impacto mantém a velocidade que possui, uma vez que não existe mais qualquer força atuar sobre este corpo, como se pode observar na Figura 4.27.

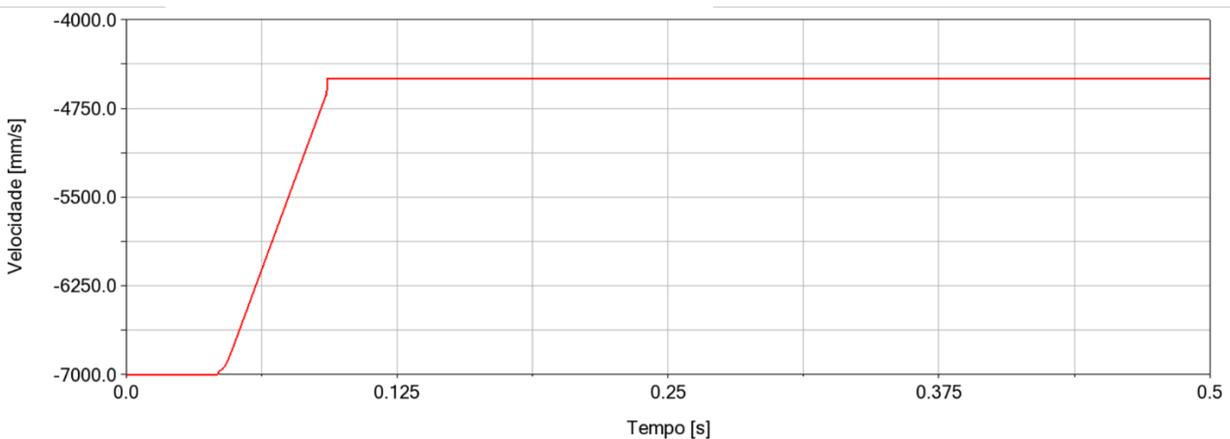


Figura 4.27: Velocidade da carruagem de impacto no modelo 4

Ao observar a Figura 4.28, verifica-se que a mola apresenta uma deformação com um comportamento um pouco irregular, isso acontece pois nesse momento a velocidade do *buffer* também não é linear, como se observa na Figura 4.26. No entanto o comportamento geral da mola vai de encontro ao que seria esperado, inicialmente não apresenta qualquer deformação, contudo após o impacto a mola inicia a sua deformação pois a velocidade do *buffer* e da carruagem C são diferentes, contudo assim que as velocidades se igualam, a deformação da mola mantém-se constante.

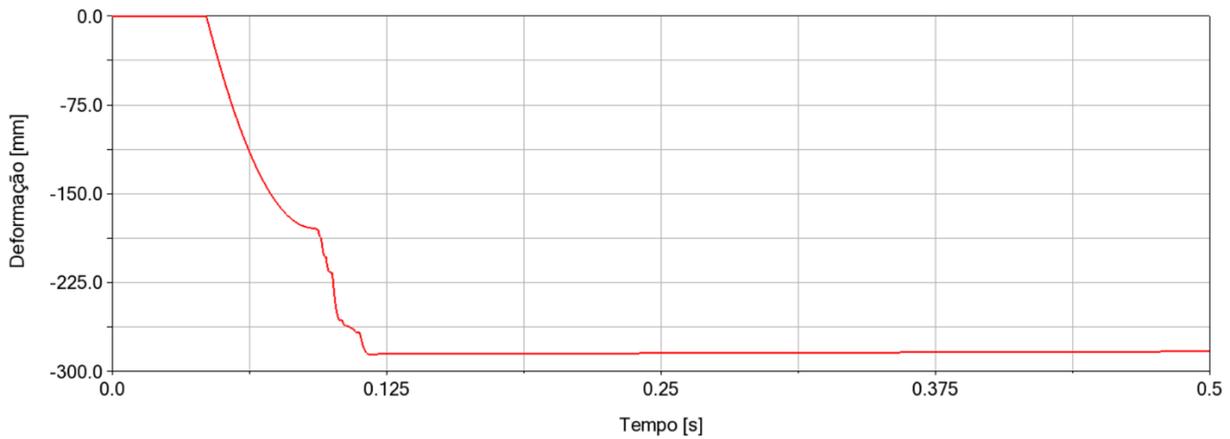


Figura 4.28: Deformação da mola no modelo 4

4.5 Modelo 5

4.5.1 Descrição

Neste modelo foram adicionados mais dois *buffers* e um batente. Todos os corpos apresentam constrangimentos de rotação em todas as direções e apenas apresentam translação na direção x. O *buffer 2* encontra-se ligado à carruagem C e a rigidez da mola 2 é igual à da mola 1, sendo que seguem a curva da Figura 4.3.

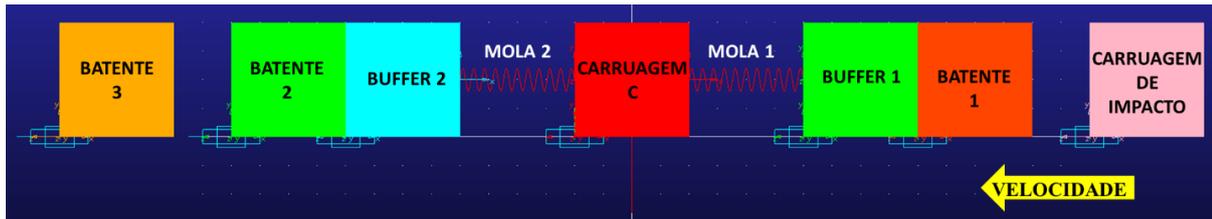


Figura 4.29: Modelo 5

No que toca às massas, todos os *buffers* apresentam uma massa de 255 quilogramas, os batentes 60 quilogramas, a carruagem de impacto tem uma massa de 60 toneladas e a carruagem C tem 30 toneladas de massa.

A velocidade inicial da carruagem de impacto continua a ser 7 m/s.

O batente 1 apresenta um contacto com o *buffer 2* e o *buffer 2* apresenta também contacto com o batente 3. Como nos outros contactos, as características destes contactos são do tipo restituição, com coeficiente de restituição de zero e penalidade de 1×10^6 .

O movimento do batente 1 manteve-se inalterado, sendo que o movimento continua a seguir a Eq 4.5. Já o batente 2 apresenta uma equação que define o seu movimento semelhante, esta equação pode ser observada em seguida:

$$VX \text{ Batente 2} = \begin{cases} Vx \text{ Buffer 2, Velocidade da mola 2} < 0 \\ 0, \text{ Velocidade da mola 2} = 0 \\ Vx \text{ Carruagem C, Velocidade da mola 2} > 0 \end{cases} \quad (4.6)$$

4.5.2 Resultados

Neste modelo os resultados que irão ser analisados serão as velocidades da carruagem de impacto, da carruagem C e dos *buffers* 1 e 2, além da deformação de ambas as molas e da velocidade da mola 2. É de referir que este modelo foi simulado durante cinco segundos utilizando 20000 passos, sendo a análise dos resultados apenas nos primeiros 0,5 segundos, mantendo o integrador e a formulação utilizada anteriormente.

A velocidade da carruagem de impacto, como se pode observar na Figura 4.30, vai de encontro ao que se esperava que acontecesse, esta inicia o seu movimento com a velocidade inicial imposta, 7 m/s, e mantém essa velocidade até ao impacto com o *buffer* 1, após esse impacto, a carruagem inicia a perda de velocidade até esta ser constante. A velocidade mantém-se constante quando a mola 1 atingir a sua deformação máxima, sendo que após isso a carruagem de impacto mantém a sua velocidade pois não existem quaisquer outras forças a atuar na carruagem.

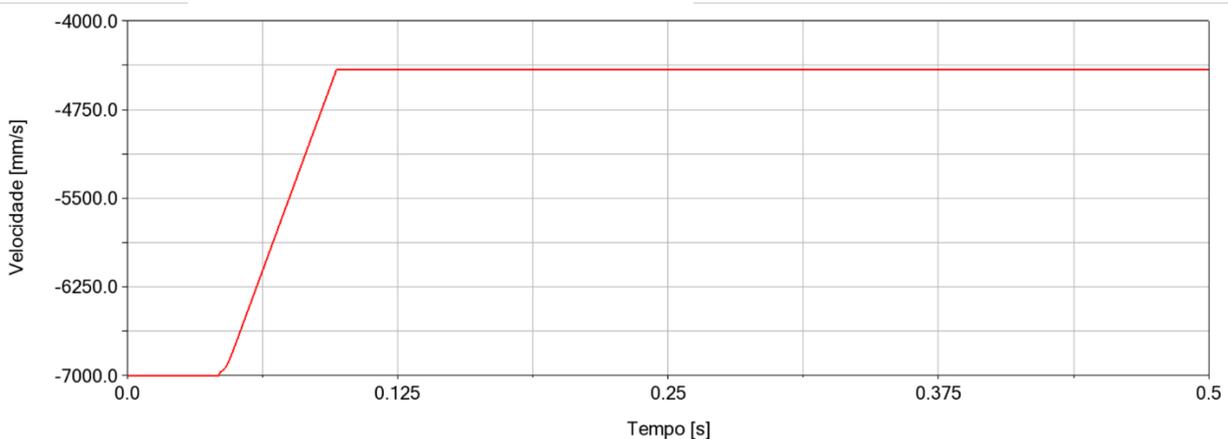


Figura 4.30: Velocidade da carruagem de impacto no modelo 5

A deformação da mola 1 está diretamente relacionada com as velocidades da carruagem C e do *buffer* 1, sendo que por sua vez a velocidade deste último está relacionada com a velocidade do batente 1. Assim ao observar a Figura 4.31, verifica-se que a mola 1 inicialmente não apresenta qualquer deformação, contudo quando existe o impacto entre o *buffer* 1 e a carruagem de impacto, a mola começa a deformar-se até estabilizar, isto acontece, pois ao verificar a Figura 4.32 e Figura 4.34, verifica-se que a certa altura as velocidades se igualam, o que faz com que a mola 1 mantenha a deformação constante. Isto vai de encontro ao que se esperava, uma vez que se pretendia simular um impacto sem recuo entre a carruagem de impacto e o *buffer* 1.

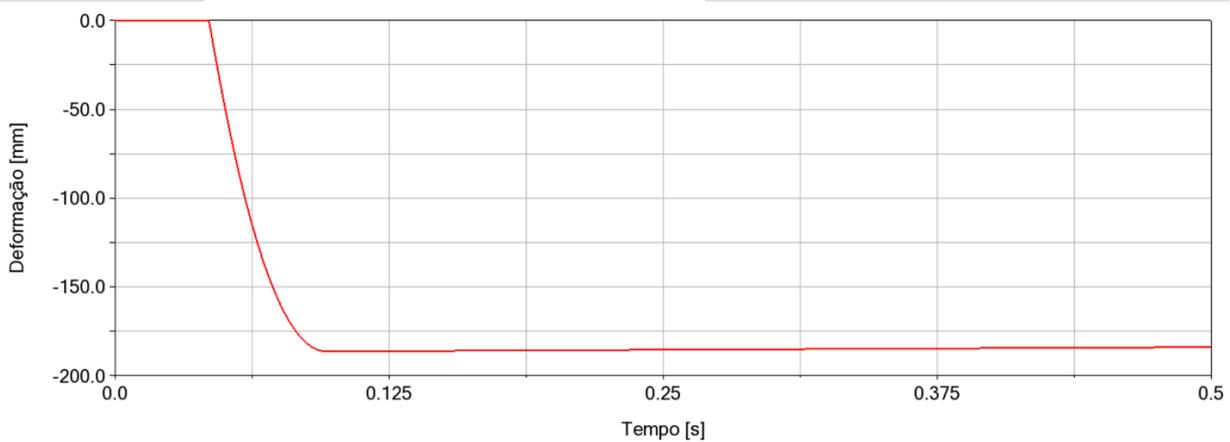


Figura 4.31: Deformação da mola 1 no modelo 5

Ao analisar a Figura 4.32 verifica-se que o *buffer* 1 inicialmente não apresenta movimento, contudo quando existe o impacto com a carruagem de impacto, a sua velocidade aumenta consideravelmente mas assim que deixa de existir contacto a velocidade do *buffer* começa a reduzir até a avaliação da Eq 4.5 forçar o aumento da velocidade do *buffer* 1.

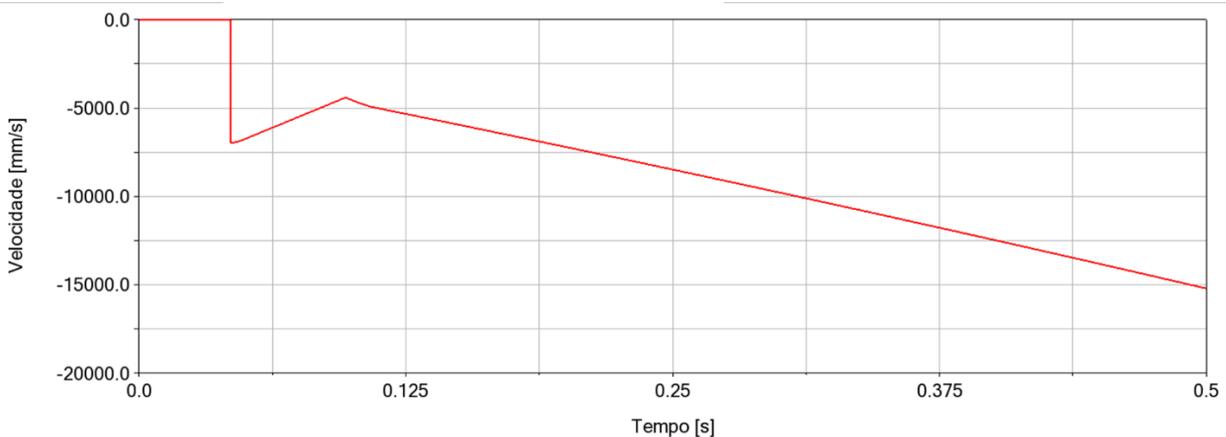


Figura 4.32: Velocidade do *buffer* 1 no modelo 5

A força de contacto entre a carruagem de impacto e o *buffer* 1 apresenta um único pico, como se verifica na Figura 4.33, o que é coerente com o que se esperava e com as velocidades que se verificam.

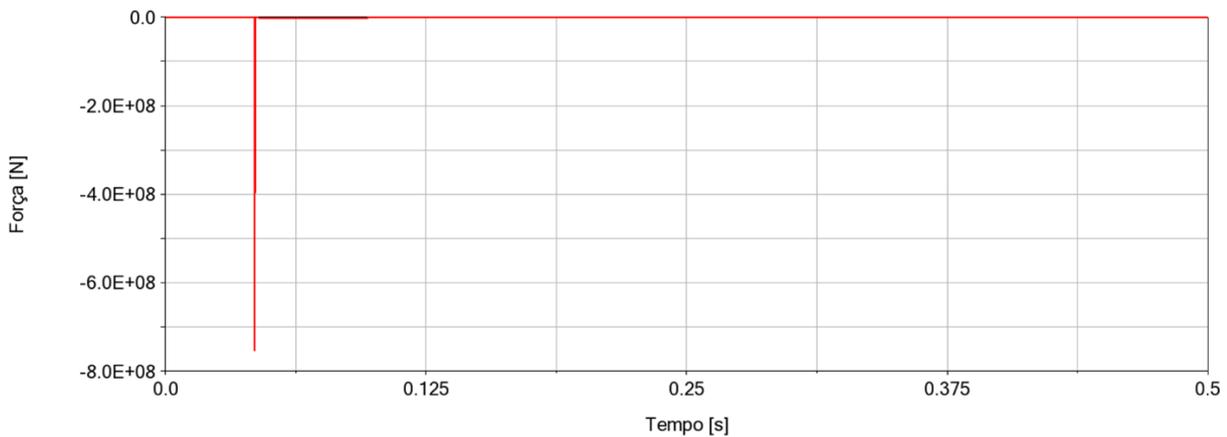


Figura 4.33: Força de contacto entre a carruagem de impacto e o *buffer* 1 no modelo 5

No que toca à velocidade da carruagem C, verifica-se que este corpo inicialmente encontra-se parado, até ao impacto que se verifica na Figura 4.33, sendo que a partir desse momento a carruagem C começa a aumentar a sua velocidade até esta ser igual à do *buffer* 2 e do *buffer* 1, como se verifica na Figura 4.32 e na Figura 4.34.

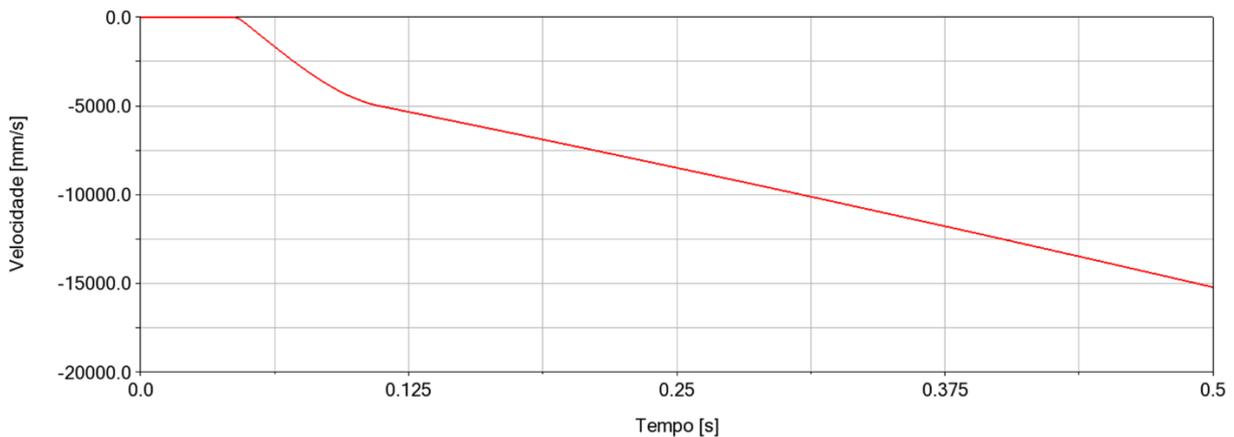


Figura 4.34: Velocidade da carruagem C no modelo 5

Na Figura 4.35 verifica-se que a mola 2 não apresenta qualquer deformação inicialmente, contudo quando se inicia o contacto entre o *buffer* 2 e o batente 3 a mola 2 começa a deformar-se. Era expetável que a deformação da mola se mantivesse constante, contudo verifica-se que isso não acontece. Como se referiu anteriormente, é possível que esta situação se deva ao facto de quando o integrador faz a avaliação da velocidade, esta já não seja a velocidade que o corpo apresenta, ou seja a velocidade que o integrador avalia é a velocidade no instante exatamente antes ao atual.

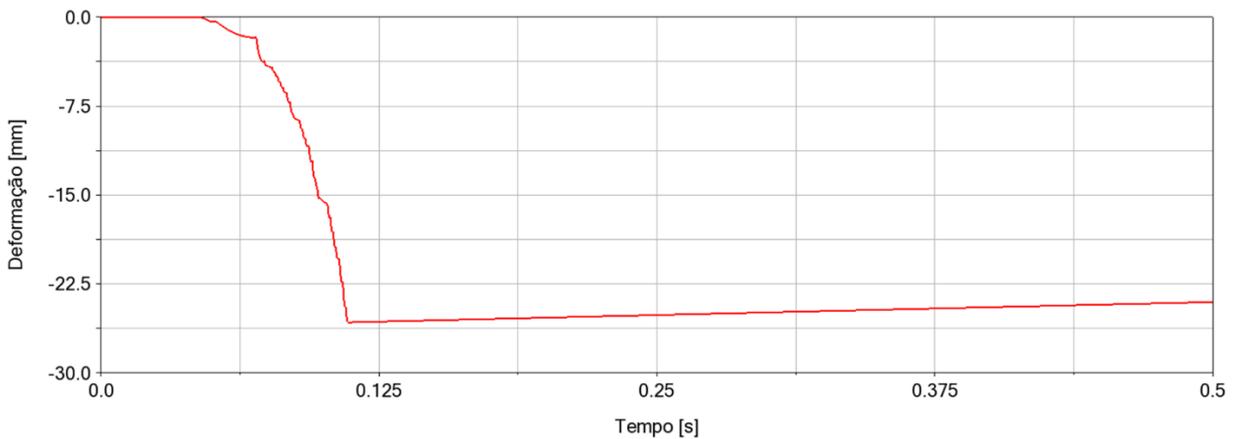


Figura 4.35: Deformação da mola 2 no modelo 5

A velocidade da mola 2 apresenta uma zona com elevada variação, como se verifica na Figura 4.36, isto sucede-se pois a mola está dependente da velocidade do *buffer* 2 e do batente 3, sendo que o *buffer* 2 também está dependente do batente 2 que segue a Eq 4.5, assim verifica-se que a variação na velocidade da mola se encontra quando existe o contacto entre o *buffer* 2 e o batente 3 o que faz com que seja necessária efetua a avaliação da equação, o que leva a esta variação de velocidade.

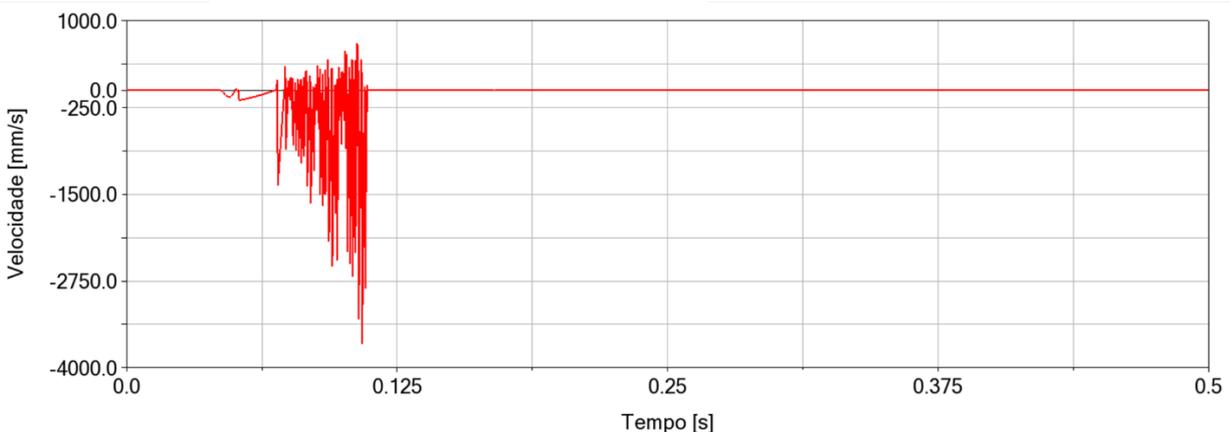


Figura 4.36: Velocidade da mola 2 no modelo 5

Ao observar a Figura 4.37 verifica-se que a velocidade do *buffer 2* apresenta uma pequena variação na sua velocidade, ao comparar a Figura 4.37 com a Figura 4.36 pode-se concluir que a variação na velocidade do *buffer 2* acontece no mesmo instante em que existe também uma variação na velocidade da mola 2. Como a velocidade do *buffer 2* está dependente da velocidade do batente 2 e por sua vez este depende da velocidade da mola 2, pode-se concluir que apesar de não ser expectável esta variação, esta vai de encontro ao que seria suposto acontecer, tendo em conta as condições impostas.

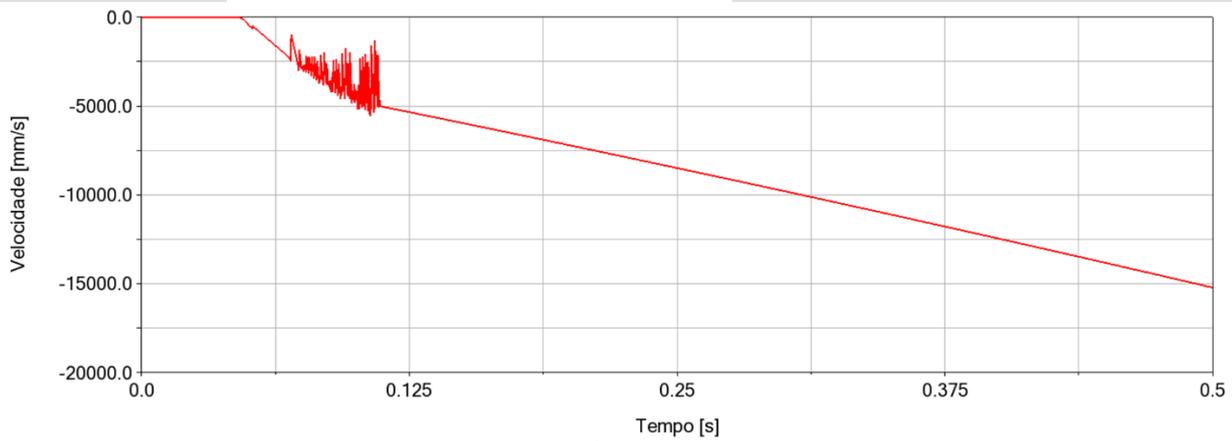


Figura 4.37: Velocidade do *buffer 2* no modelo 5

4.6 Modelo 6

4.6.1 Descrição

Neste modelo adicionou-se mais um *buffer*, uma mola e uma carruagem, continuando assim a aproximar-se do modelo final pretendido.

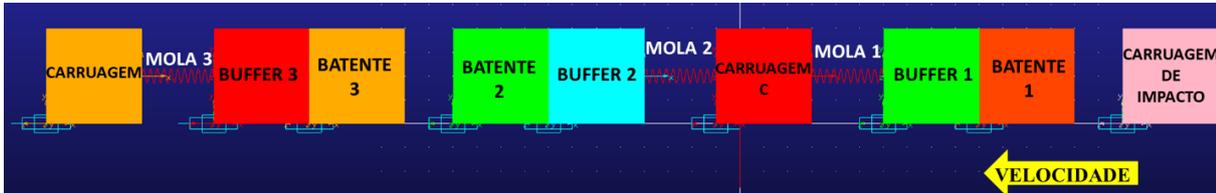


Figura 4.38: Modelo 6

À semelhança dos corpos anteriores, os corpos adicionados apresentam todos constrangimentos nas rotações e translações, sendo que apenas é permitido que se desloquem na direção x .

Os contactos existentes nesta modelo são entre a carruagem de impacto e o *buffer 1*, entre o *buffer 1* e o batente 1, entre o *buffer 2* e o batente 2, o *buffer 3* e o batente 3 e entre os *buffers 2* e 3. As características de todos os contactos são do tipo restituição, com coeficiente de restituição de zero e penalidade de 1×10^6 .

As molas apresentam uma rigidez que segue a curva apresentada na Figura 4.3.

As massas de todos os *buffers* são de 255 quilogramas, as dos batentes são de 60 quilogramas, a carruagem de impacto apresenta 60 toneladas de massa, a carruagem C 30 toneladas e a carruagem 70 toneladas.

O movimento do batente 1 continua a seguir a Eq 4.5, já os batentes 2 e 3 seguem as equações seguintes:

$$VX \text{ Batente } 2 = \begin{cases} Vx \text{ Buffer } 2 + 0.00001 \times Vx \text{ Buffer } 2, & \text{Velocidade da mola } 2 < 0 \\ 0, & \text{Velocidade da mola } 2 = 0 \\ Vx \text{ Carruagem } C, & \text{Velocidade da mola } 2 > 0 \end{cases} \quad (4.7)$$

$$VX \text{ Batente } 3 = \begin{cases} Vx \text{ Buffer } 3 + 0.00001 \times Vx \text{ Buffer } 3, & \text{Velocidade da mola } 3 < 0 \\ 0, & \text{Velocidade da mola } 3 = 0 \\ Vx \text{ Carruagem }, & \text{Velocidade da mola } 3 > 0 \end{cases} \quad (4.8)$$

Na Eq 4.7, foi necessário adicionar mais um pouco de velocidade ao batente 2, uma vez não efetuando essa alteração, ao efetuar a avaliação desse ramo da equação, existia um conflito que fazia com que o batente aumentasse a velocidade de forma infinita, assim com esta alteração, como quando é efetuada a avaliação não se verifica uma velocidade igual à do *buffer* 2, já não existe conflito e é possível simular de forma mais correta a realidade. Também se efetuou a alteração de retirar um pouco da velocidade, e assim obteve-se os mesmo resultados que adicionando um pouco de velocidade, assim optou-se por adicionar um pouco de velocidade ao invés de retirar.

4.6.2 Resultados

Neste modelo irão ser analisadas as velocidades de todas as carruagens e dos *buffers* 2 e 3 além da deformação de todas as molas. Este modelo foi simulado durante cinco segundos, utilizando 20000 passos, sendo que apenas o primeiro segundo será analisado, o integrador utilizado foi o WSTIFF com a formulação I3.

A velocidade da carruagem de impacto apresenta o comportamento que se esperava, esta parte com velocidade inicial e após o impacto com o *buffer* 1 reduz a sua velocidade. Como após o impacto não existem mais forças aplicadas neste corpo, a carruagem de impacto mantém a sua velocidade constante.

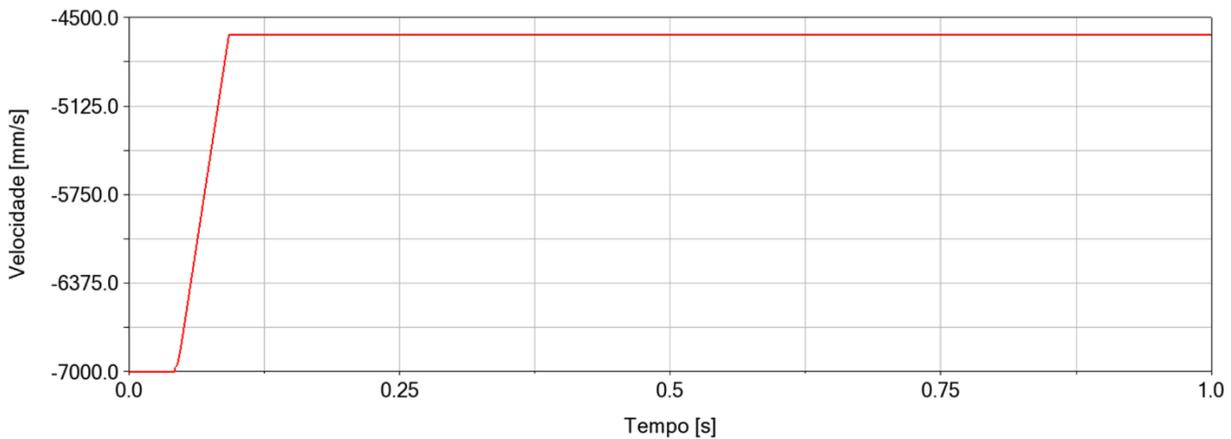


Figura 4.39: Velocidade da carruagem de impacto no modelo 6

Ao comparar a Figura 4.39 com a Figura 4.40, verifica-se que a mola 1 apenas apresenta deformação enquanto a carruagem de impacto apresenta variação da sua velocidade, isto é coerente com o que se observou durante a simulação além de ser o que era expectável que acontecesse.

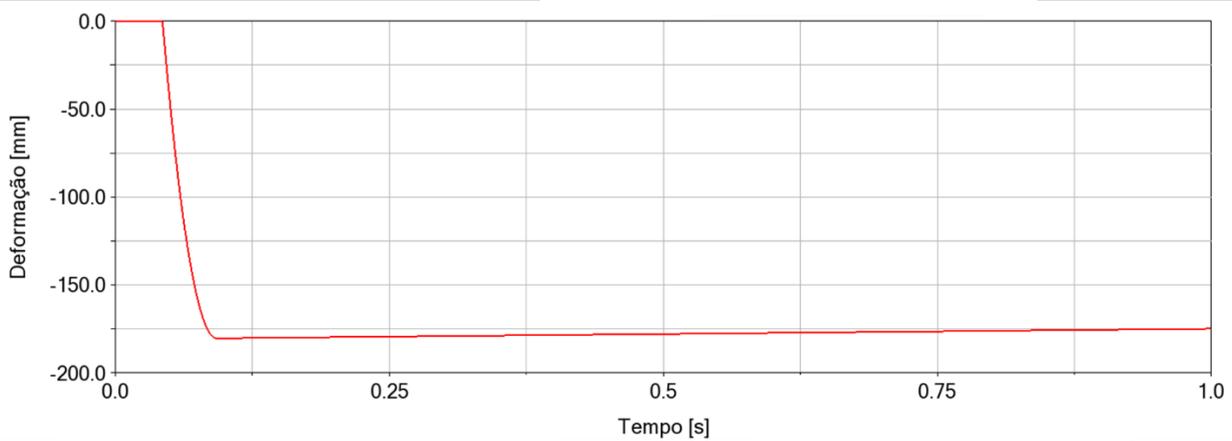


Figura 4.40: Deformação da mola 1 no modelo 6

A carruagem C inicia o movimento em repouso, contudo após o impacto do *buffer* 1 com a carruagem de impacto a carruagem C começa a mover-se até existir contacto entre os *buffers* 2 e 3, momento após o qual esta carruagem mantém a sua velocidade constante, como se verifica na Figura 4.41.

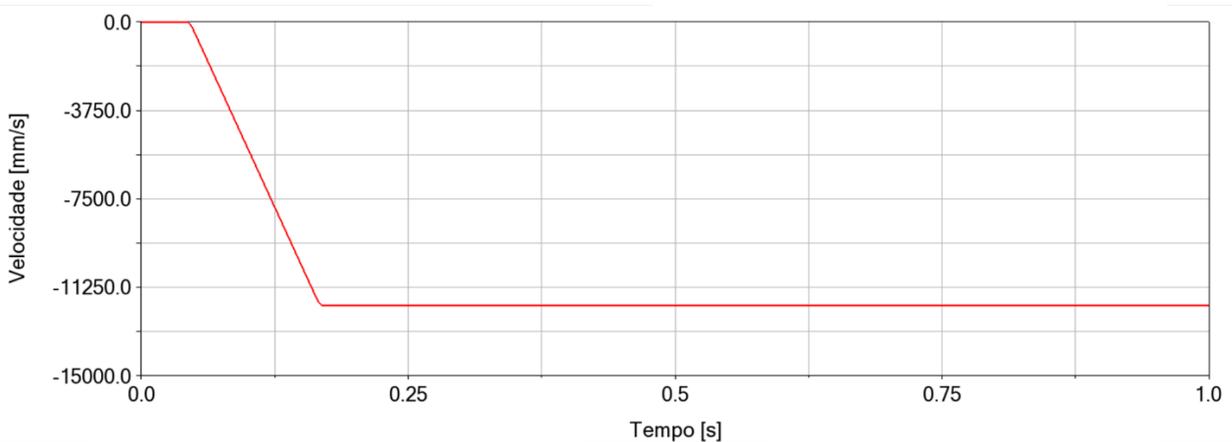


Figura 4.41: Velocidade da carruagem C no modelo 6

Ao observar a Figura 4.42, verifica-se que inicialmente o *buffer 2* segue com uma velocidade igual à da carruagem C, contudo quando existe o contacto deste *buffer* com o *buffer 3*, a velocidade reduz drasticamente. Após o impacto inicial o *buffer 2* volta a ganhar velocidade até esta estabilizar na mesma velocidade da carruagem C.

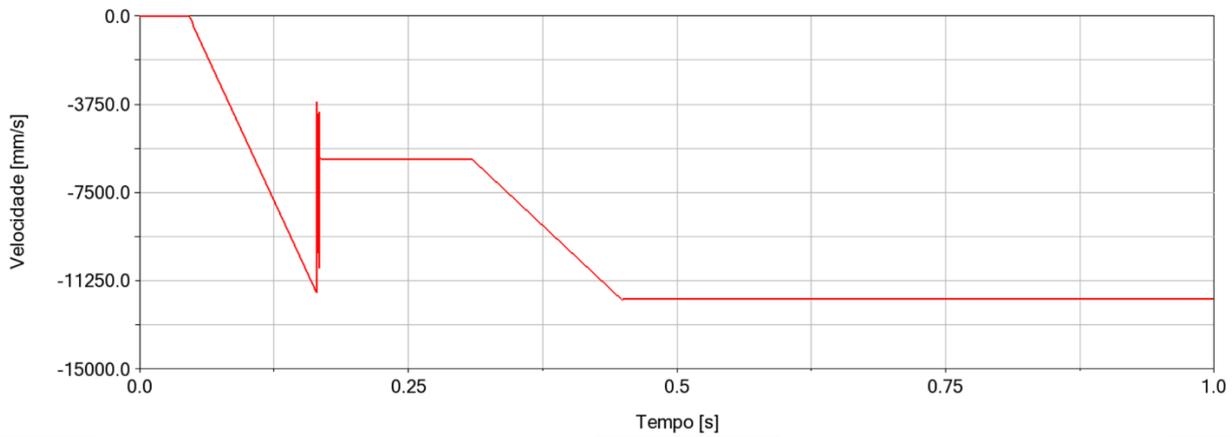


Figura 4.42: Velocidade do *buffer 2* no modelo 6

Ao efetuar uma comparação entre a Figura 4.42 e a Figura 4.43, é notório que a mola 2 apresenta uma variação do seu comprimento quando se verifica que existe contacto entre os *buffers 2* e *3*, comportamento que era esperado que acontecesse, pois nesse instante verifica-se impacto. A deformação da mola 2 mantém constante após o impacto, pois a velocidade da carruagem C e do *buffer 2* são iguais.

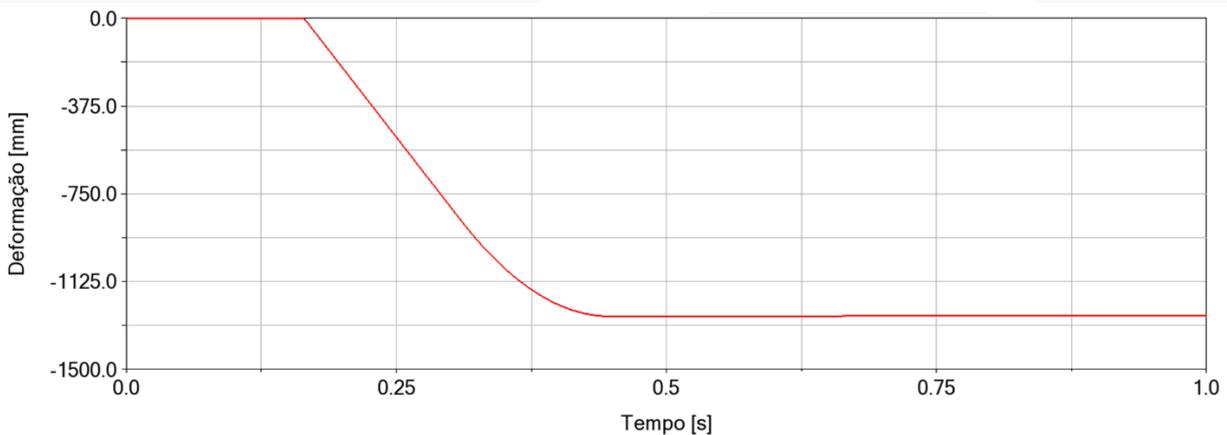


Figura 4.43: Deformação da mola 2 no modelo 6

No que toca ao *buffer 3*, este apresenta uma variação inicial da sua velocidade, como se verifica na Figura 4.44, que coincide com a variação da velocidade do *buffer 2*. Esta variação acontece no momento do impacto entre os *buffers*. Após o impacto o *buffer 3* ganha velocidade pois nesse instante, como se observa na Eq 4.8, o batente 3 segue a velocidade da carruagem, que se encontra na Figura 4.46.

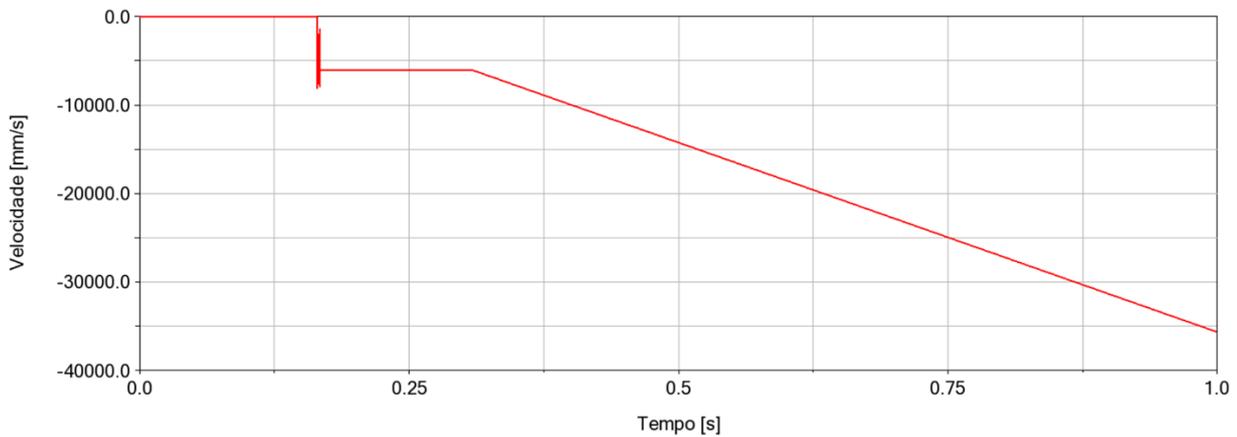


Figura 4.44: Velocidade do *buffer 3* no modelo 6

A deformação da mola 3 que se verifica na Figura 4.45, é coerente com a variação de velocidade do *buffer 3*. A mola 3 apresenta uma variação do seu comportamento quando o *buffer 3* se encontra com velocidade diferente da velocidade que a carruagem possui, quando as velocidades do *buffer3* e da carruagem são iguais, a mola 3 fica com deformação constante.

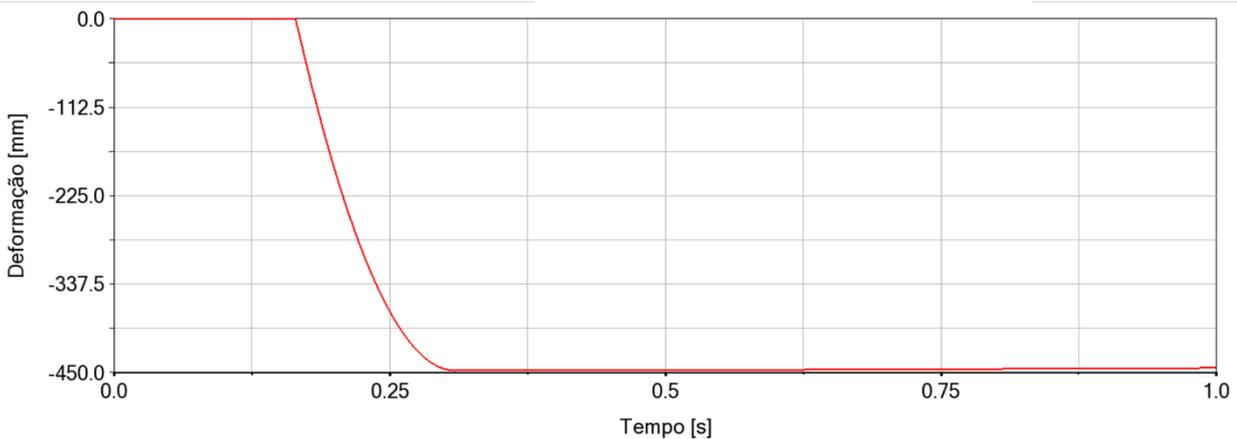


Figura 4.45: Deformação da mola 3 no modelo 6

A carruagem inicialmente apresenta velocidade nula, como se verifica na Figura 4.46, contudo após a mola 3 se deformar, a carruagem é forçada a iniciar o seu movimento, contudo assim que a mola 3 mantém a sua deformação, a carruagem deixa de ter forças a atuarem sobre ela o que faz com que esta continue a ganhar velocidade até ao fim da simulação. Uma vez que não se impôs nenhuma força ou movimento à carruagem, este comportamento é expectável de acontecer, vista também que não existe atrito.

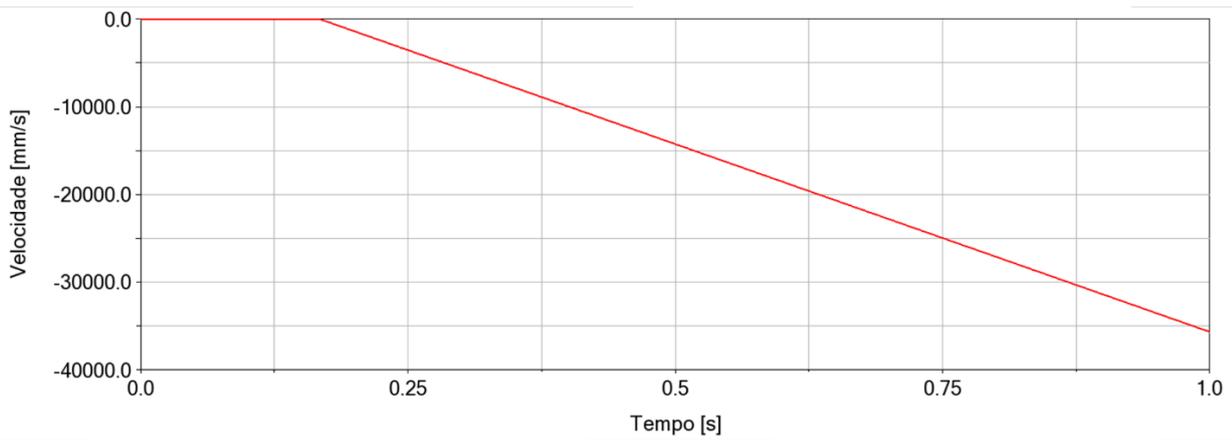


Figura 4.46: Velocidade da carruagem no modelo 6

4.7 Modelo 7

4.7.1 Descrição

Neste modelo acrescentou-se uma mola entre a carruagem e a carruagem C, que simula o mecanismo de acoplamento entre carruagens. Além disso alterou-se as curvas de rigidez das outras molas, os valores para as curvas da rigidez das molas foram retirados de [2].

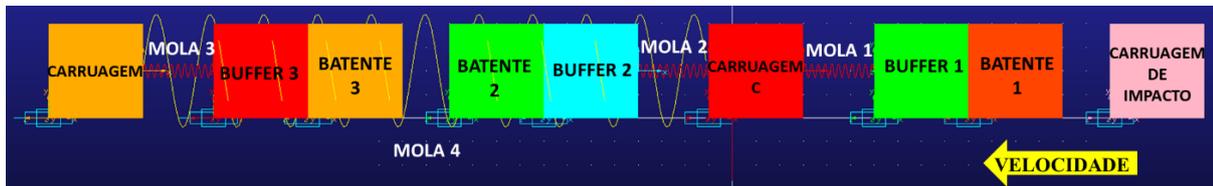


Figura 4.47: Modelo 7

As massas e características dos contactos mantiveram-se inalterados, assim como as equações de movimentos dos batentes, assim o batente 1 continua a seguir a Eq 4.5, o batente 2 a Eq 4.7 e o batente 3 a Eq 4.8.

A mola 1 apresenta uma rigidez segundo a Figura 4.48, esta curva mostra que a rigidez da mola deve ter os seguintes valores:

Tabela 4.2: Valores da rigidez da mola 1 no modelo 7, retirados de [2]

Deformação [mm]	Força [N]
-2000	$-5,0 \times 10^6$
-1135	$-5,0 \times 10^6$
-1125	$-3,0 \times 10^6$
-50	$-3,0 \times 10^6$
-0,5	$-1,0 \times 10^5$
0	0
0,5	$1,0 \times 10^6$
50	$3,0 \times 10^6$
1125	$3,0 \times 10^6$
1135	$5,0 \times 10^6$
2000	$5,0 \times 10^6$

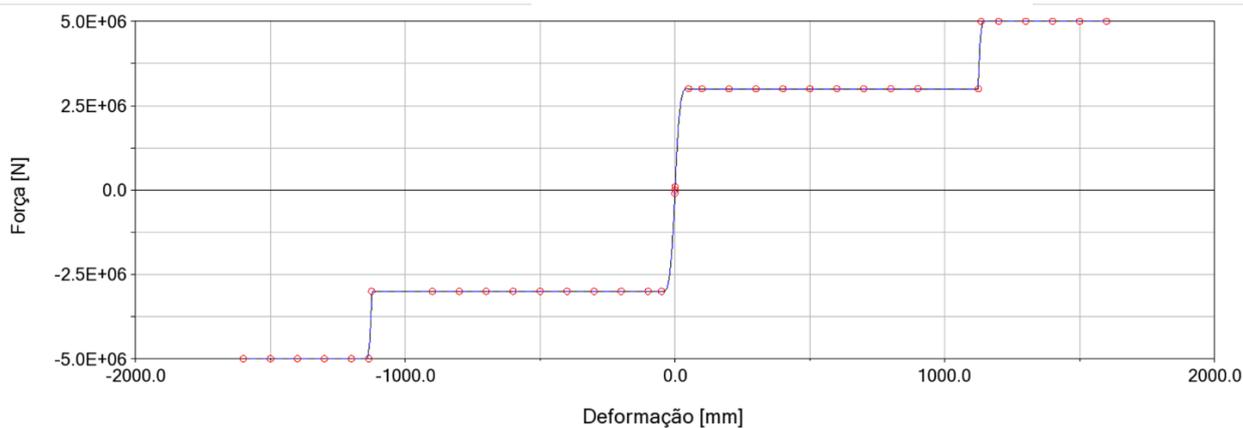


Figura 4.48: Curva da rigidez da mola 1 no modelo 7

No que toca às molas 2 e 3, estas apresentam a mesma rigidez, cuja curva pode ser observada na Figura 4.49, cujos valores são os seguintes:

Tabela 4.3: Valores da rigidez das molas 2 e 3 no modelo 7, retirados de [2]

Deformação [mm]	Força [N]
-2000	$-3,0 \times 10^6$
-280	$-3,0 \times 10^6$
-275	$-2,34 \times 10^6$
-10	$-2,34 \times 10^5$
0	0
10	$2,34 \times 10^6$
275	$2,34 \times 10^6$
280	$3,0 \times 10^6$
2000	$3,0 \times 10^6$

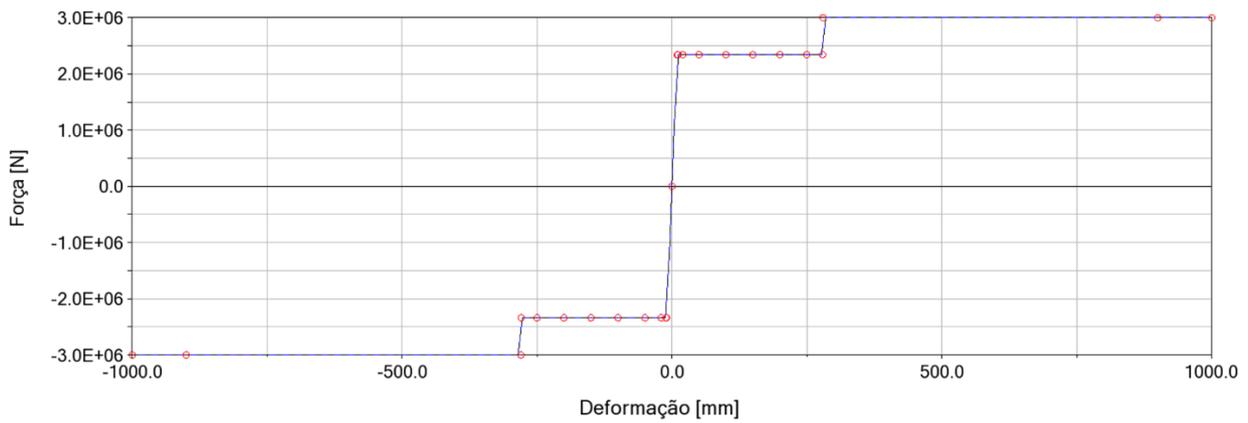


Figura 4.49: Curva da rigidez das molas 2 e 3 no modelo 7

A mola 4, que simula o sistema de acoplamento entre as carruagens, segue a curva da Figura 4.50, sendo que os valores da curva são:

Tabela 4.4: Valores da rigidez da mola 4 no modelo 7, retirados de [2]

Deformação [mm]	Força [N]
-310	0
-300	$-1,0 \times 10^6$
-10	$-1,0 \times 10^6$
0	0
10	$1,0 \times 10^6$
300	$1,0 \times 10^6$
310	0

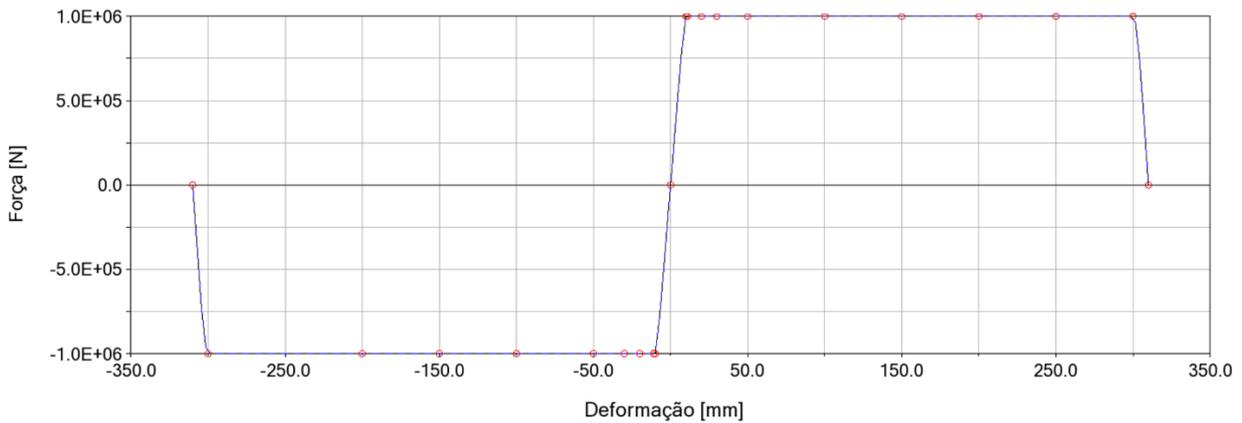


Figura 4.50: Curva da rigidez da mola 4 no modelo 7

Além das alterações referidas anteriormente, também se alterou a velocidade inicial da carruagem de impacto para 15 m/s.

4.7.2 Resultados

Este modelo foi simulado durante cinco segundos, utilizando 20000 passos, contudo apenas o primeiro segundo será analisado, com o integrador e formulação do modelo anterior, sendo que irá analisar-se a velocidade da carruagem de impacto, da carruagem C e da carruagem, além da deformação e força de todas as molas.

Ao observar a Figura 4.51, verifica-se que a carruagem de impacto inicia o seu movimento com a velocidade inicial imposta, sendo que após o impacto com o *buffer* 1, esta reduz a sua velocidade e após não existirem mais forças a atuarem neste corpo, a velocidade mantém-se constante.

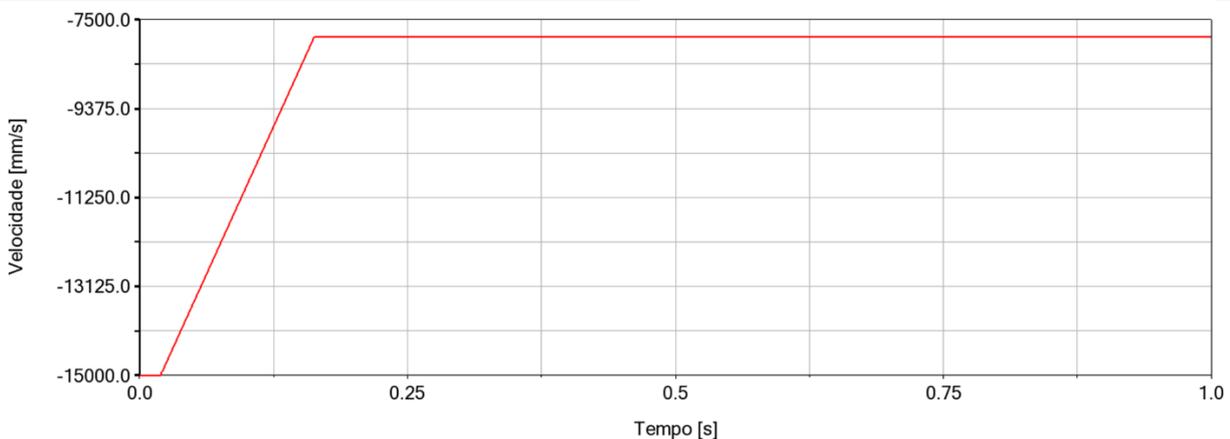


Figura 4.51: Velocidade da carruagem de impacto no modelo 7

A velocidade da carruagem C apresenta o comportamento esperado até ao momento em que a velocidade apresenta uma variação após a estabilização da velocidade, como se pode observar na Figura 4.52. Este comportamento não é o que se esperava, contudo, ao observar a força da mola 4 na Figura 4.53, é possível concluir que essa pequena variação acontece, pois a mola 4 apresenta inicialmente compressão mas após um determinado intervalo de tempo, passa a estar à tração, o que faz com que a deformação da mola seja grande, como se verifica na Figura 4.54.

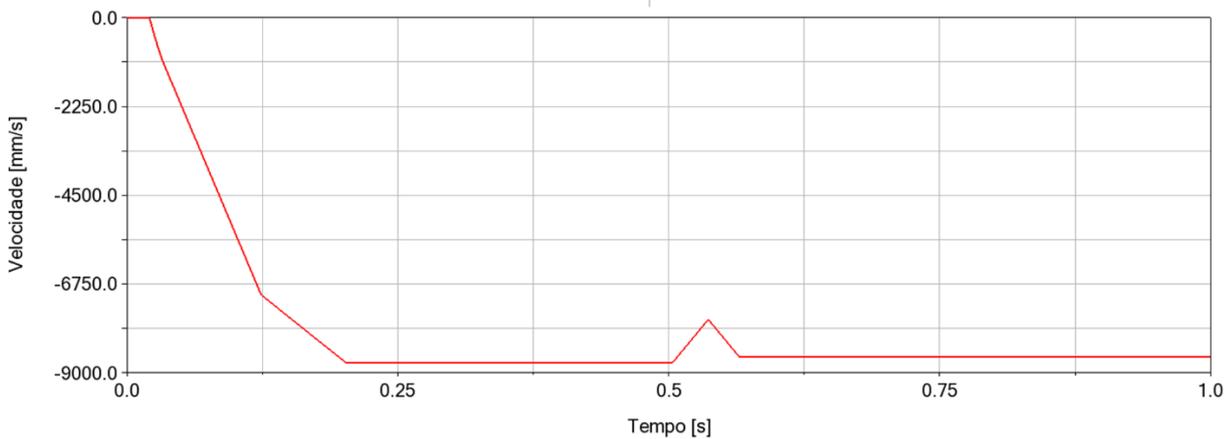


Figura 4.52: Velocidade da carruagem C no modelo 7

Quando a mola é solicitada, verifica-se que inicialmente esta responde seguindo a curva da Figura 4.50, contudo após a força da mola ser zero, verifica-se que a força volta seguir novamente a curva da rigidez, isto deve-se ao facto de a mola 4 estar entre a carruagem e a carruagem C, e uma vez que a carruagem ganha uma velocidade elevada, como se verifica na Figura 4.55, pois não tem impedimentos de tal, a mola 4 apresenta uma deformada elevada.

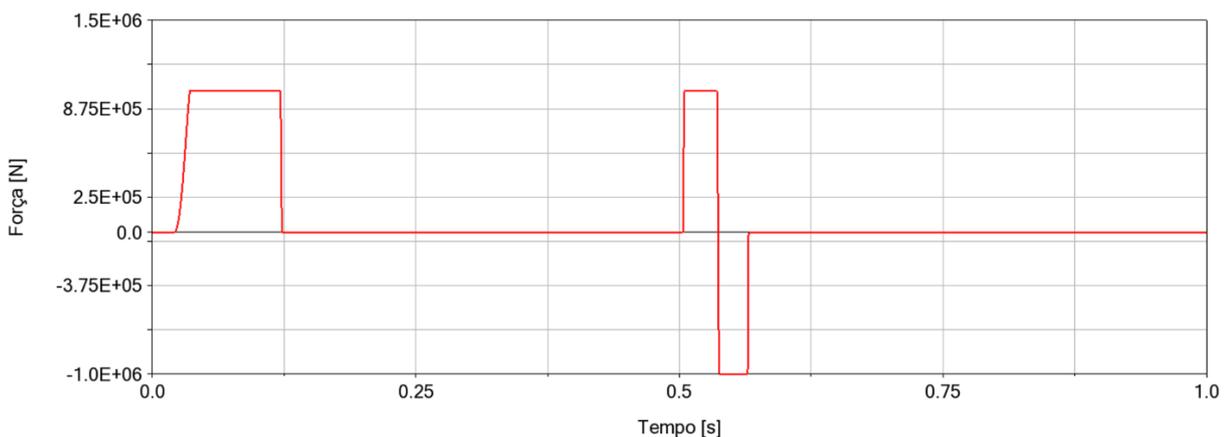


Figura 4.53: Força da mola 4 no modelo 7

Como referido a deformação da mola 4 depende da velocidade da carruagem e da carruagem C, uma vez que esta mola está a unir os dois corpos, como se verifica na Figura 4.54, inicialmente a mola apresenta uma pequena deformação, coerente com a solitação nos outros corpos, contudo como a carruagem deixa de ter força a atuar nela, esta continua a ganhar velocidade, como se verifica na Figura 4.55, e como a carruagem C mantém a sua velocidade, a mola 4 continua a deforma indefinidamente.

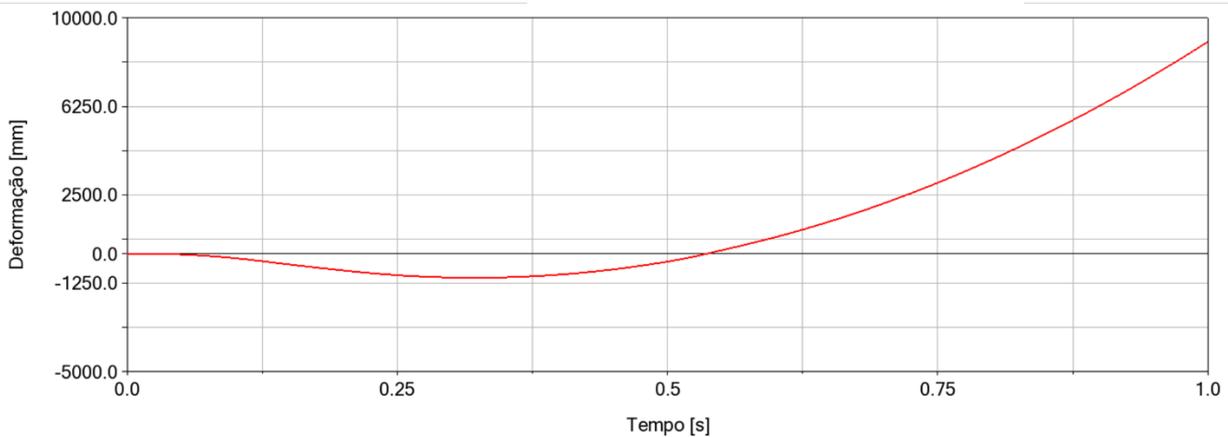


Figura 4.54: Deformação da mola 4 no modelo 7

Uma vez que inicialmente não existem forças a atuar na carruagem, esta inicialmente encontra-se em repouso, contudo quando existe o contacto entre a carruagem C e o *buffer* 1, a carruagem começa a mover-se. Uma vez a velocidade da carruagem não foi constrangida de nenhuma forma, e sendo que também não existe atrito, esta continua a ganhar velocidade até a simulação chegar ao fim, tendo em conta a forma como se estruturou o modelo, este comportamento era esperado.

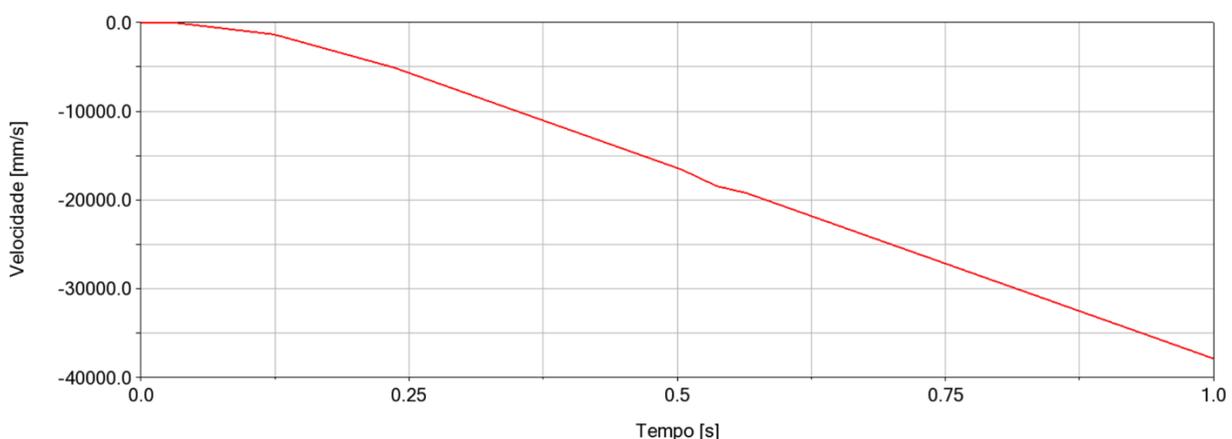


Figura 4.55: Velocidade da carruagem no modelo 7

Ao observar o comportamento da força e deformação das restantes molas, verifica-se que a mola 1 apresenta o comportamento esperado, como se verifica na Figura 4.56. Inicialmente a mola 1 encontra-se sem qualquer deformação, mas assim que existe o contacto entre a carruagem C e o *buffer* 1, a mola 1 começa a deformar-se até atingir o valor a partir do qual a deformação se mantém constante.

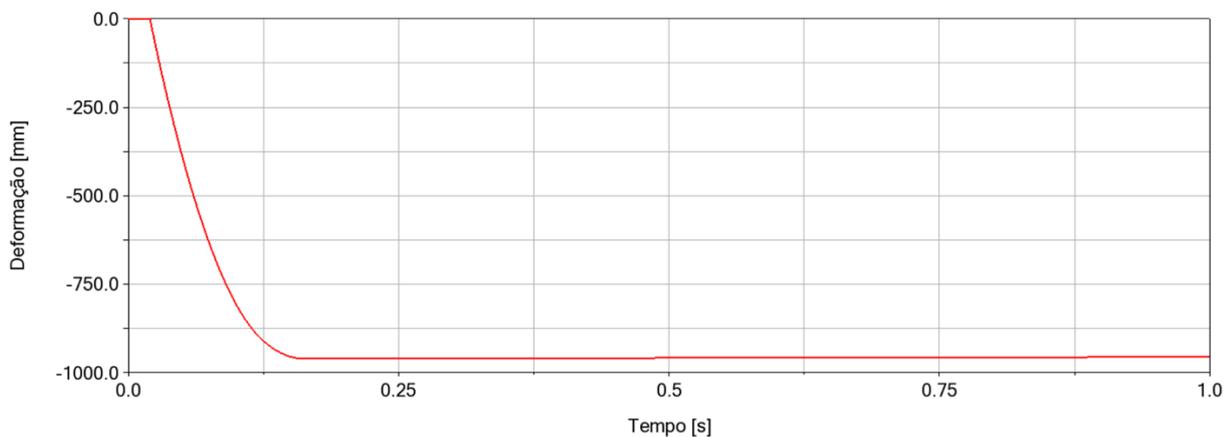


Figura 4.56: Deformação da mola 1 no modelo 7

À semelhança da deformação, o mesmo acontece com a força da mola. A mola não apresenta força aplicada até ao momento do impacto, a partir do qual a força apresenta um patamar de força, como se pode observar na Figura 4.57, que vai de encontro à curva de rigidez imposta.

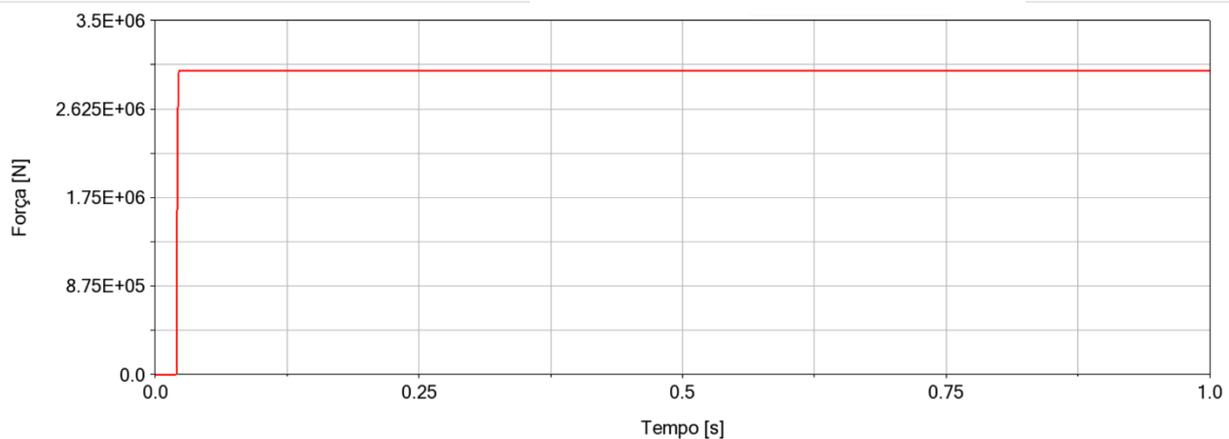


Figura 4.57: Força da mola 1 no modelo 7

Ao observar a Figura 4.58, verifica-se que a mola 2 inicialmente apresenta o comportamento esperado, repouso inicial e após o impacto uma variação linear, contudo após a variação inicial a mola apresenta um pequeno intervalo em que a deformação é constante e após esse pequeno intervalo volta a deformar-se, isto acontece pois esse segunda deformação ocorre quando os *buffers* 2 e 3 entram em contacto um com o outro, o que força uma nova deformação na mola.

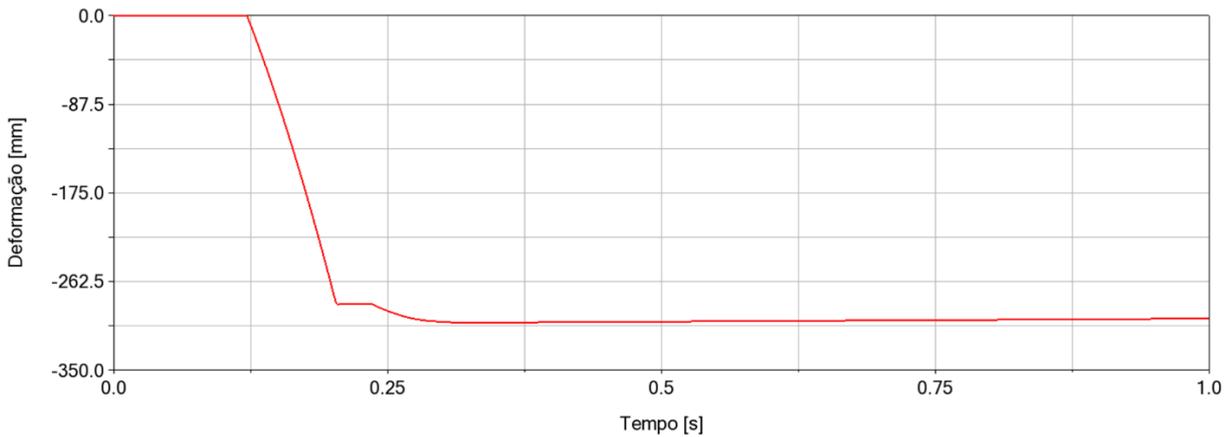


Figura 4.58: Deformação da mola 2 no modelo 7

No que toca à força da mola 2, verifica-se que ao longo da simulação a força da mola segue o comportamento da Figura 4.49, o que seria esperado que acontecesse, sendo que apresenta os dois patamares de força, nos instantes em, que existem os diferentes contactos.

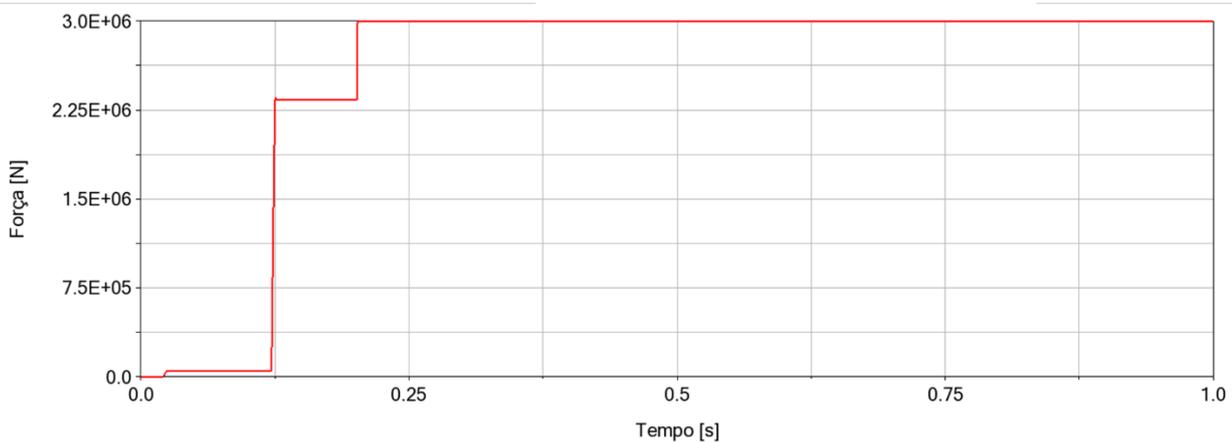


Figura 4.59: Força da mola 2 no modelo 7

À semelhança da mola 2, a mola 3 também apresenta duas variações no comprimento, como se observar na Figura 4.60, isto é expectável, tendo em conta que a segunda variação acontece devido à necessidade da avaliação da Eq 4.8. Contudo após a avaliação, verifica-se que o *buffer* 3 apresenta a mesma velocidade que a carruagem, uma vez que a deformação da mola 3 é constante, sendo que esse era o comportamento que se pretendia.

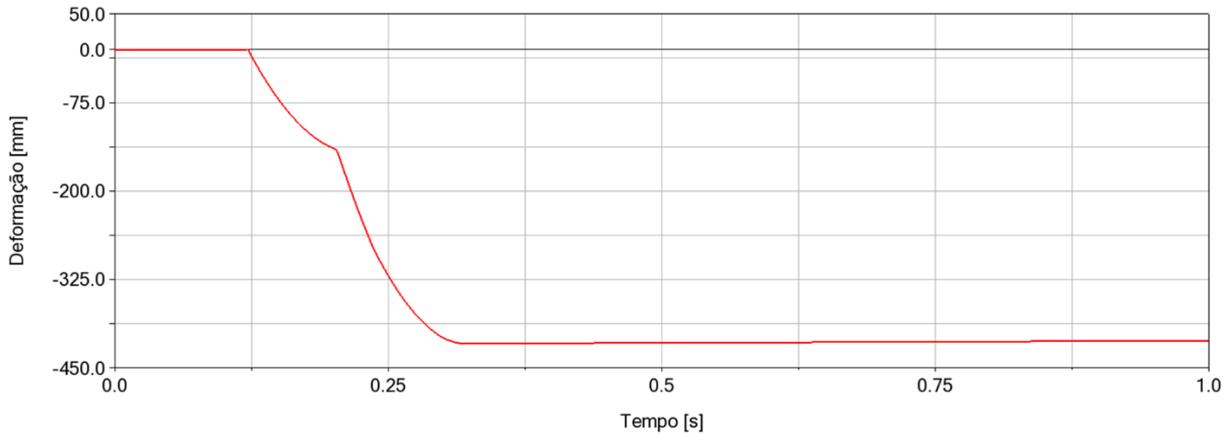


Figura 4.60: Deformação da mola 3 no modelo 7

A força da mola 3 ao longo da simulação apresenta o comportamento que se esperava, além disso ao comparar a Figura 4.59 com a Figura 4.61, verifica-se que apresentam o primeiro patamar de força exatamente no mesmo instante, contudo o segundo patamar de força, que é igual em ambas as molas, acontece um pouco mais tarde na mola, o que é expectável, uma vez que a mola 3 está presa à carruagem e esta apresenta elevada massa.

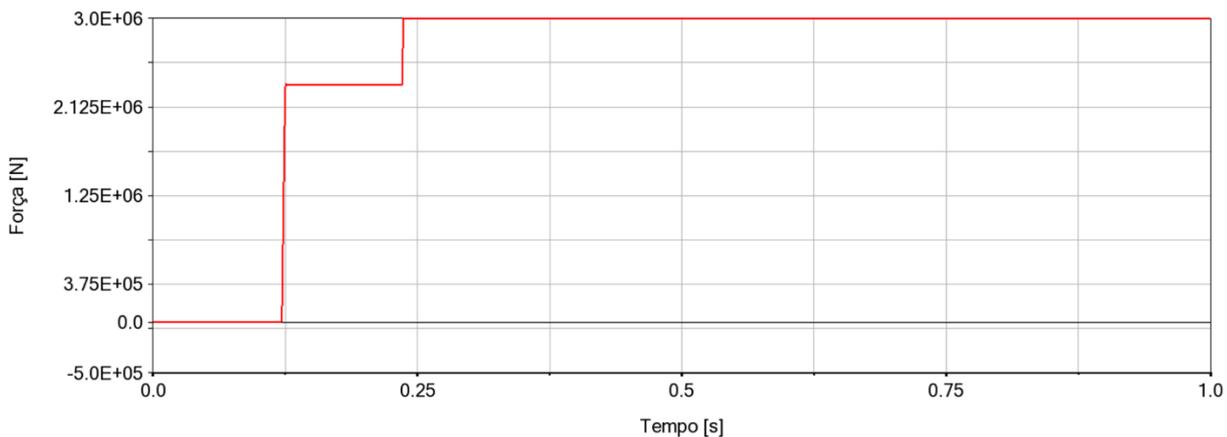


Figura 4.61: Força da mola 3 no modelo 7

4.8 Modelo 8

4.8.1 Descrição

Foram efetuadas algumas alterações em relação ao modelo anterior, de forma a tentar evitar que a carruagem aumentasse de velocidade indefinidamente, foi acrescentado o batente 4, como se pode observar na Figura 4.62, além disso as massas das carruagens foram alteradas, para se aproximarem da realidade.

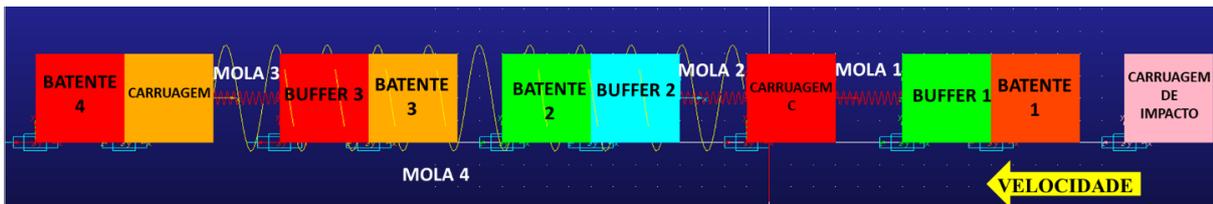


Figura 4.62: Modelo 8

Como referido as massas foram alteradas, sendo agora as massas dos corpos as seguintes:

A carruagem de impacto apresenta massa de 70 toneladas, o batente 1 e os restantes batentes mantêm os 60 quilogramas de massa, o *buffer* 1 tem 255 quilogramas e a carruagem C apresenta agora 30,203 toneladas, o *buffer* 2 tem agora 80 quilogramas, tal como o *buffer* 3. Por fim a massa da carruagem foi alterada para 60,303 toneladas.

As características dos contactos mantiveram-se inalteradas, tal como as curvas de rigidez das molas, em relação à velocidade inicial da carruagem de impacto, esta mantém-se como 15 m/s.

As equações que definem o movimento dos batentes 1, 2 e 3 não foram alteradas, sendo que os batentes seguem as equações 4.5, 4.7 e 4.8, respetivamente.

A equação do movimento do batente 4 é semelhante às equações dos outros batentes, contudo como o objetivo era impedir que a carruagem aumentasse de velocidade, foram efetuadas algumas alterações, como se pode verificar em seguida:

$$VX \text{ Batente } 4 = \begin{cases} Vx \text{ Carruagem } , Vx \text{ Carruagem } C < Vx \text{ Carruagem} \\ Vx \text{ Carruagem } , Vx \text{ Carruagem } C = Vx \text{ Carruagem} \\ Vx \text{ Carruagem } C , Vx \text{ Carruagem } C > Vx \text{ Carruagem} \end{cases} \quad (4.9)$$

4.8.2 Resultados

Na análise de resultados irá analisar-se as velocidades das diferentes carruagens, a deformação e força das diferentes molas. Para a simulação deste modelo utilizaram-se 20000 passos, durante cinco segundos, contudo apenas se irá analisar o que se sucede no primeiro segundo, sendo o integrador e a formulação de equações os que se utilizaram nos modelos anteriores.

Ao analisar os resultados obtidos na Figura 4.63, verifica-se que a velocidade da carruagem de impacto apresenta o comportamento esperado, velocidade inicial igual à que se impôs, redução da velocidade quando se dá o impacto com o *buffer* 1 e após isso mantém a sua velocidade constante, uma vez que não existe nem atrito nem quaisquer outras forças a atuar no corpo.

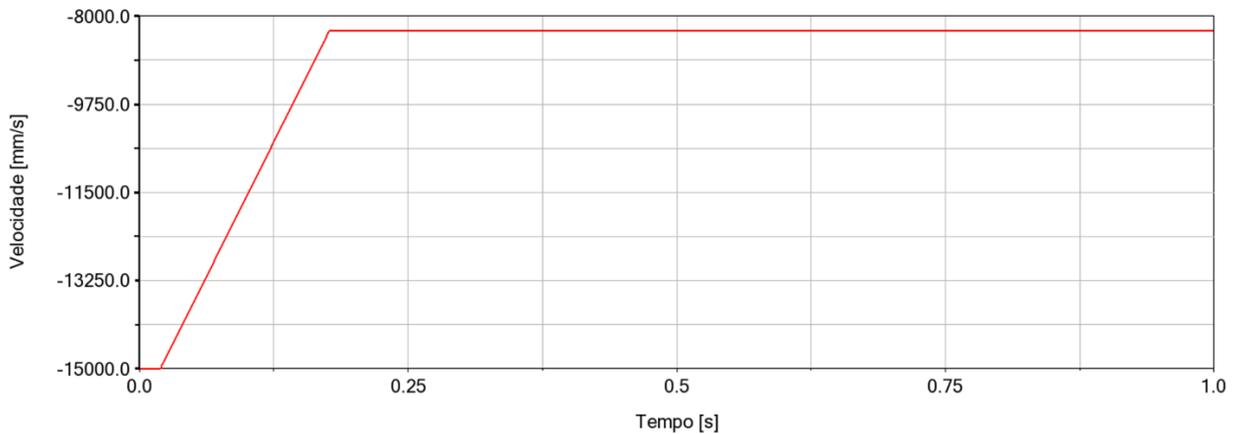


Figura 4.63: Velocidade da carruagem de impacto no modelo 8

No que toca à velocidade da carruagem C, verifica-se pela análise da Figura 4.64, que a variação da velocidade ao longo do tempo vai de encontro ao que se esperava que acontecesse, velocidade nula no início e após o choque da carruagem de impacto com o *buffer* 1, um aumento progressivo da velocidade, sendo que existem dois declives diferentes, devido à rigidez da mola 2, que dependendo do patamar de força permite uma variação com maior ou menor rapidez.

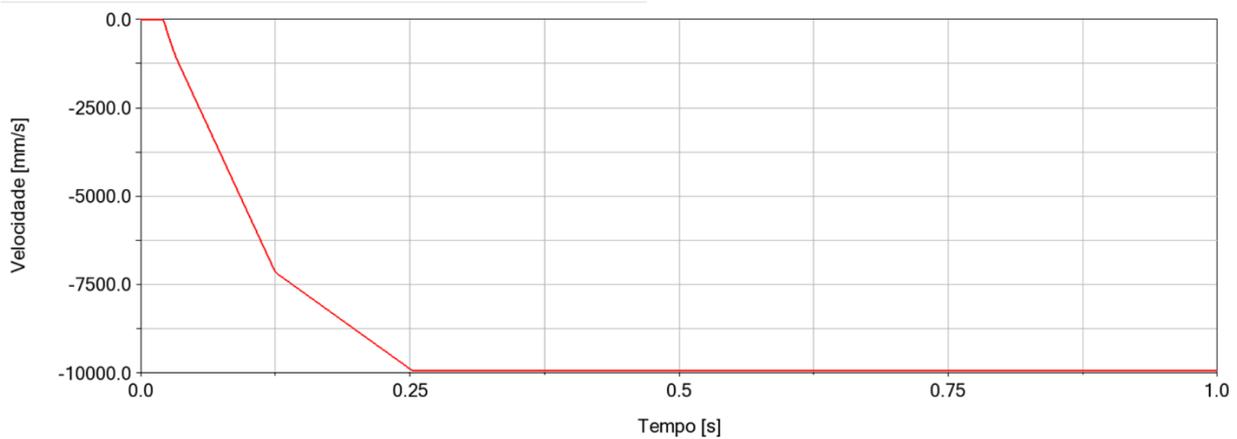


Figura 4.64: Velocidade da carruagem C no modelo 8

Ao analisar a Figura 4.65, verifica-se que a alteração efetuada produziu o resultado desejado, verifica-se agora que a carruagem não aumenta de velocidade indefinidamente, sendo que apresenta a variação que se pretendia, um aumento de velocidade após o impacto, mas um patamar de velocidade constante.

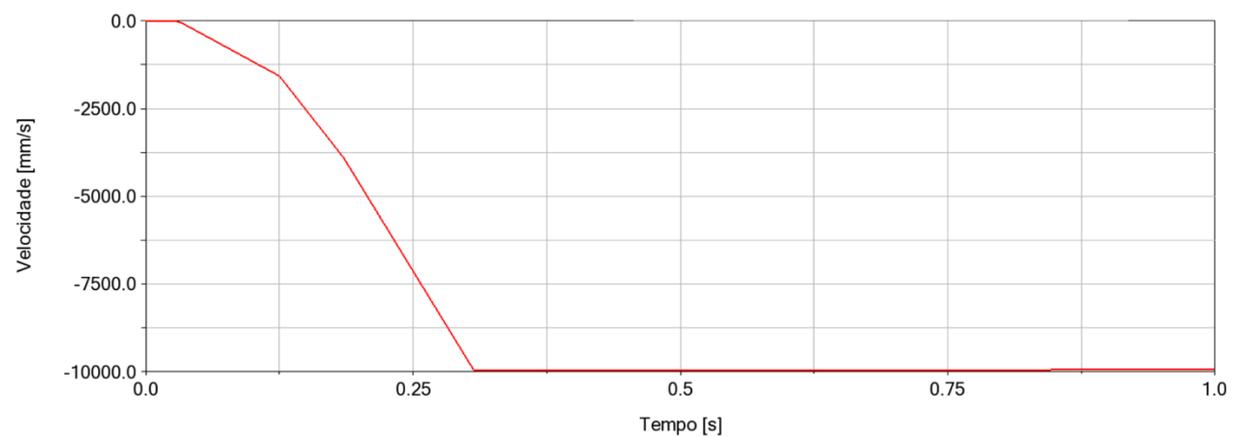


Figura 4.65: Velocidade da carruagem no modelo 8

Passando agora para a análise das molas, verifica-se que a mola 1 apresenta uma deformação coerente com as velocidades observadas, ou seja, apresenta uma variação inicial e após isso mantém a sua deformação de forma constante, como se verifica pela Figura 4.66.

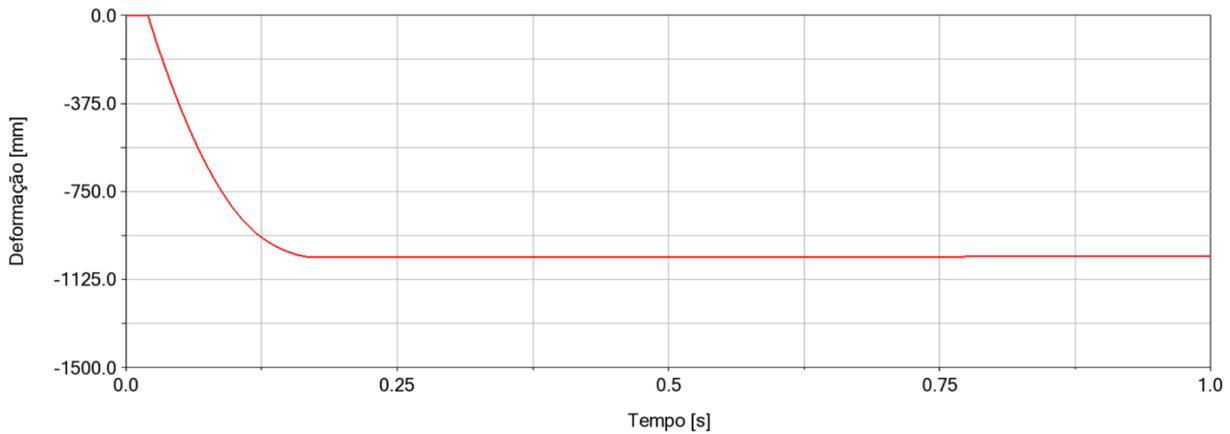


Figura 4.66: Deformação da mola 1 no modelo 8

O mesmo que se disse anteriormente, se pode dizer da força da mola 1, ao observar a Figura 4.67, verifica-se que a força da mola 1 ao longo do tempo segue a curva imposta na Figura 4.48, sendo que se verifica a existência de um único patamar que acontece no instante em que existe o contacto entre o *buffer* 1 e a carruagem de impacto.

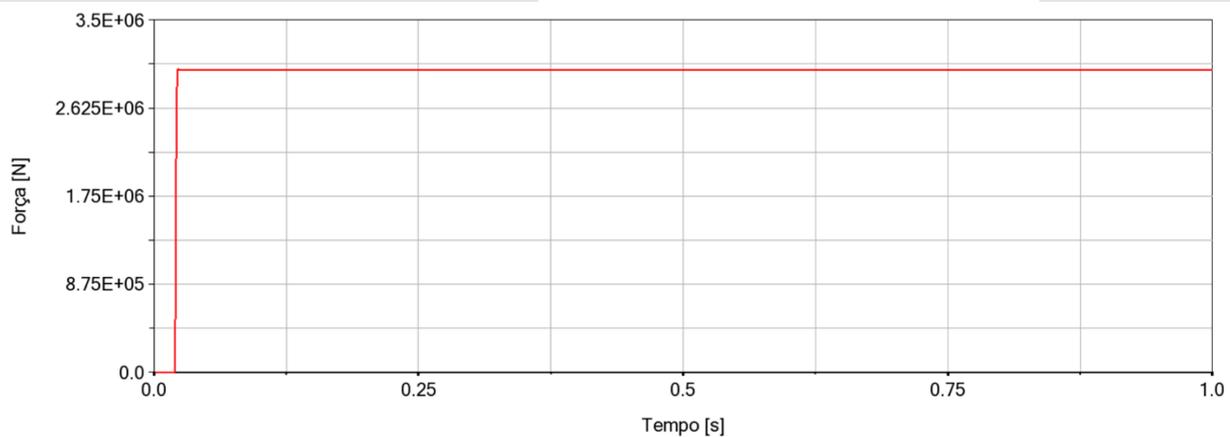


Figura 4.67: Força da mola 1 no modelo 8

Passando agora para a análise da mola 2, verifica-se que a deformação da mola vai de encontro ao que se observa na simulação, inicialmente a mola não apresenta qualquer deformação, mas quando os *buffers* 2 e 3 entram em contacto a mola apresenta uma pequena deformação, em seguida a carruagem é empurrada, uma vez que se encontra parada e até esta se começar a movimentar a mola 2 é comprimida, o que se verifica no gráfico da sua deformação.

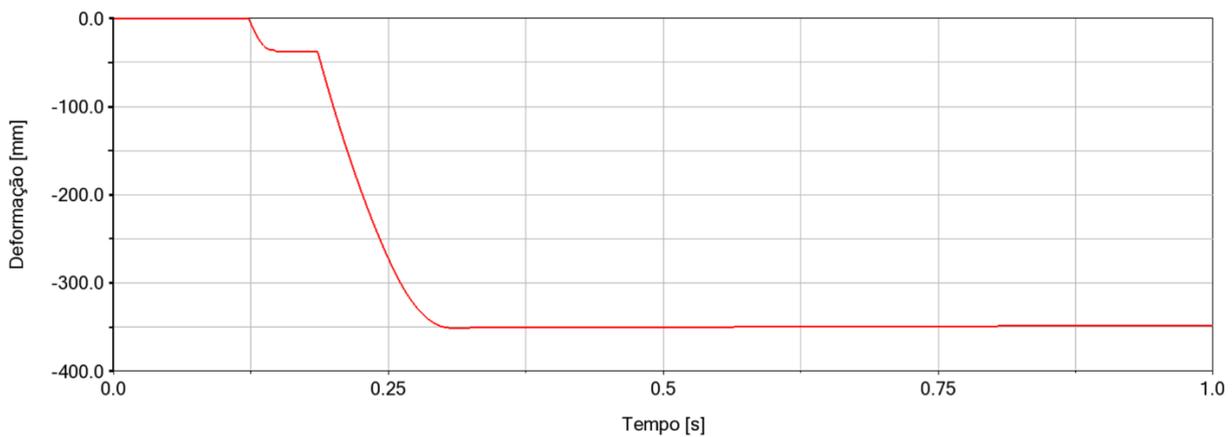


Figura 4.68: Deformação da mola 2 no modelo 8

A força da mola 2 que se observa na Figura 4.69, é coerente com a curva da rigidez da mola da Figura 4.49 e com a deformação da Figura 4.68, sendo que apresenta os patamares de força quando a deformação da mola vai de encontro aos limites estabelecidos.

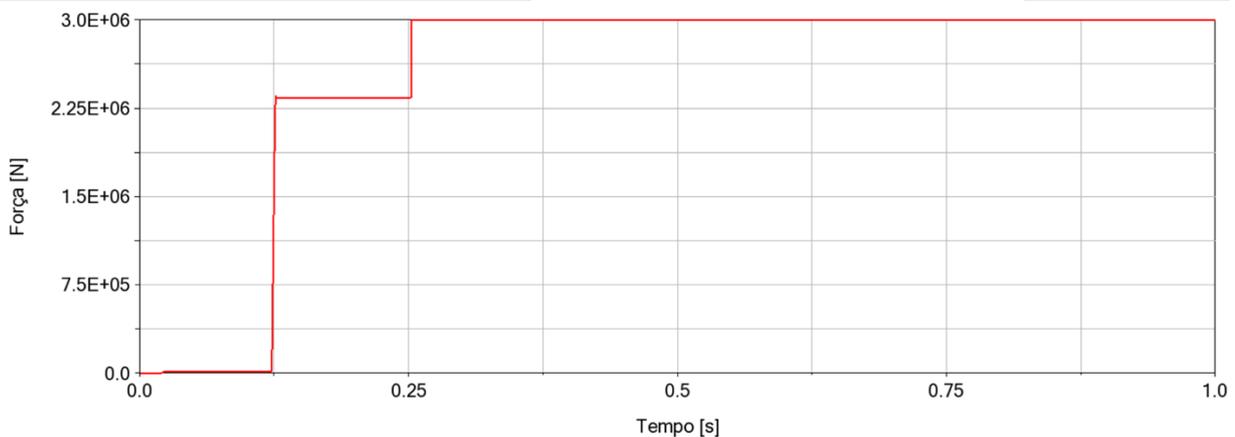


Figura 4.69: Força da mola 2 no modelo 8

Efetuada agora a análise da mola 3, verifica-se que no que toca à deformação desta mola, os resultados são o que se esperava, a mola mantém o seu comprimento até existir o contacto entre o *buffers* 2 e 3, momento a partir do qual a mola inicia a sua deformação até ao instante em que a avaliação das Eq 4.8 e 4.9 força a deformação a manter-se constante devido às velocidades impostas.

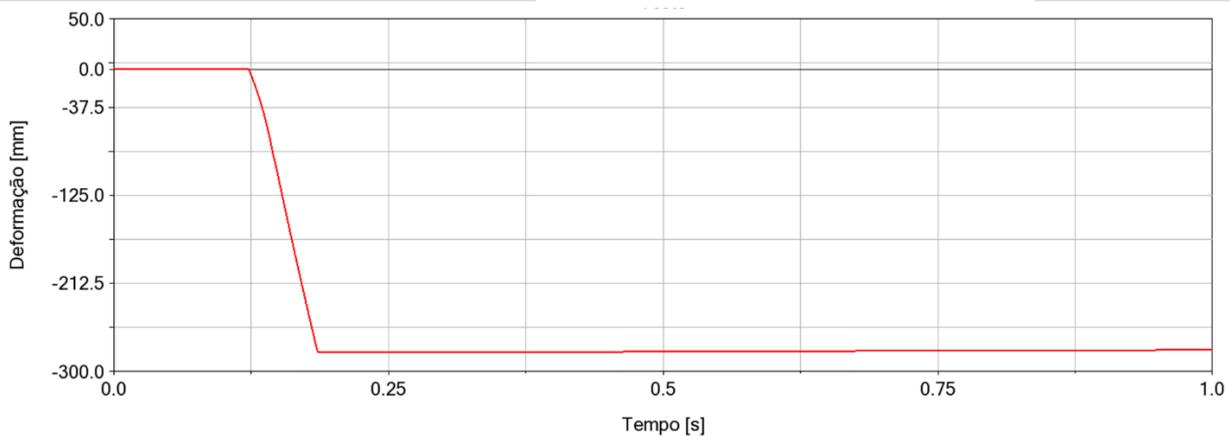


Figura 4.70: Deformação da mola 3 no modelo 8

Ao analisar a Figura 4.71, verifica-se que inicialmente a mola 3 apresenta uma força que segue a Figura 4.49, sendo que esta situação era esperada que acontecesse. Verifica-se que ao comparar a Figura 4.70 com a Figura 4.71, os patamares de força da mola ocorrem no momento que a deformação, apresenta o valor estipulado anteriormente, contudo verifica-se que na parte final existe uma pequena redução da força na mola para o segundo patamar de força da mola.

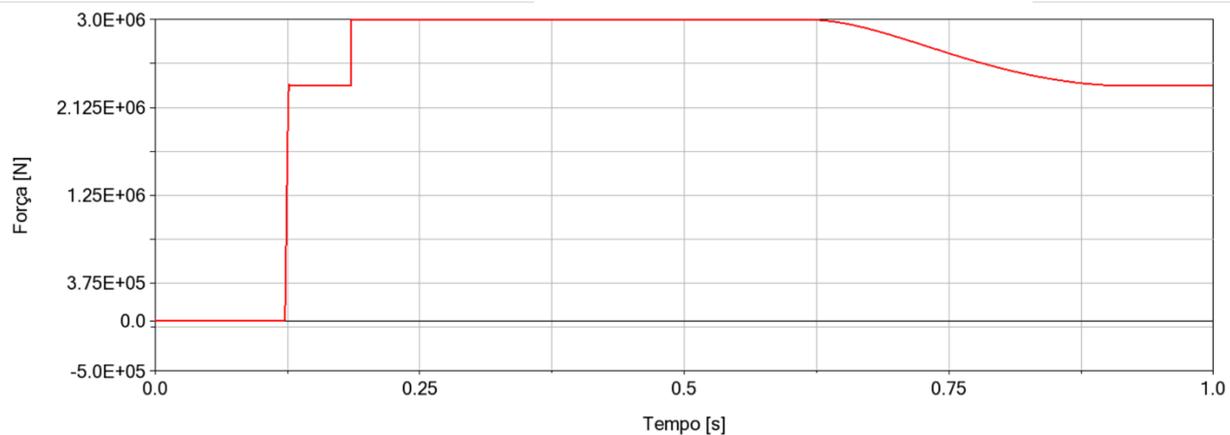


Figura 4.71: Força da mola 3 no modelo 8

Para finalizar, ao analisar a deformação da mola 4 que se verifica na Figura 4.72, pode-se concluir que esta deformação é coerente com o que se observa nas velocidades dos corpos a que esta mola está presa, além disso verifica-se que se conseguiu implementar o pretendido, uma vez que a deformação da mola 4 estabiliza a certa altura ao invés de continuar a deformar indefinidamente.

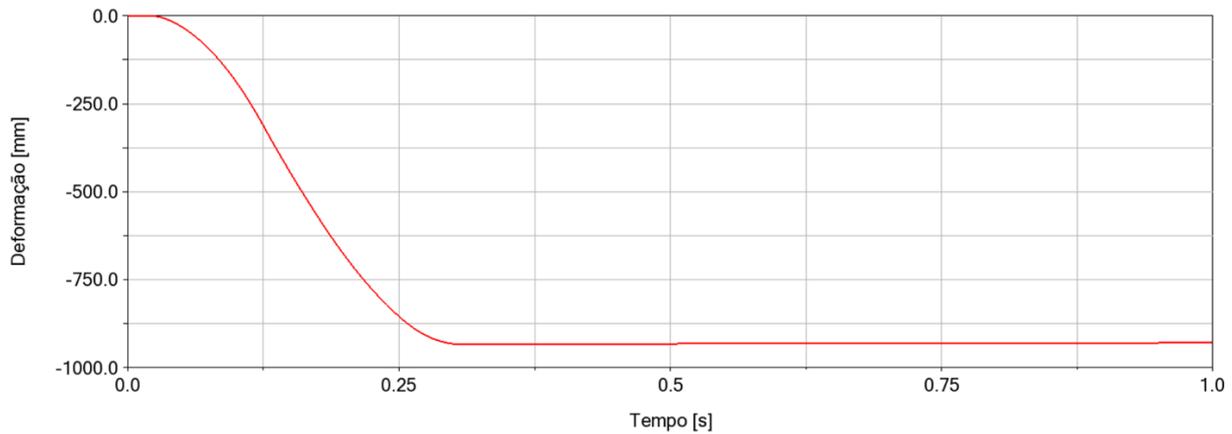


Figura 4.72: Deformação da mola 4 no modelo 8

No que toca à força da mola, esta segue a curva da Figura 4.50, como se pode observar na Figura 4.73, sendo que estes valores são coerentes com os valores de deformação que se observam na Figura 4.72. Ao comparar a Figura 4.72 com a Figura 4.73, verifica-se que apesar de a mola 4 continuar a deformar, deixa de aplicar ter força, isto acontece devido aos valores que se impuseram na Tabela 4.4.

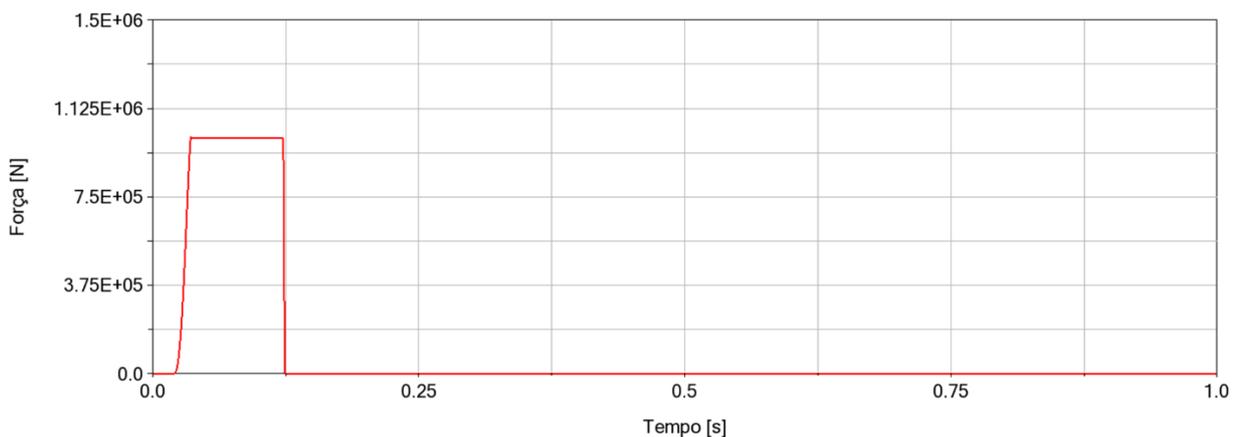


Figura 4.73: Força da mola 4 no modelo 8

4.9 Modelo 9

4.9.1 Descrição

Dado que um dos objetivos estabelecidos inicialmente era efetuar uma comparação entre os dados obtidos nestes modelos e o modelo que se encontra em [2], tentou-se que a velocidade das carruagens variasse de forma mais natural, sem a necessidade de ser imposta uma velocidade. A solução para tal passou por retirar os batentes de todas as carruagens e *buffers*, e implementar uma força que seguisse as curvas de rigidez das molas, que se podem observar na Figura 4.48, Figura 4.49 e Figura 4.50.

Esta alteração foi efetuada, uma vez que a implementação da velocidade não é um processo complicado, contudo a solução da equação da velocidade não é um processo simples, isto pois a velocidade do batente depende da velocidade da carruagem, esta por sua vez depende não só da velocidade do *buffer* como da velocidade do batente, sendo que a velocidade do batente depende da velocidade da carruagem e do *buffer*. Assim o que se sucede nos modelos anteriores é que se está a implementar a velocidade do momento exatamente anterior ao atual, sendo que esta velocidade difere da que se verifica no momento.

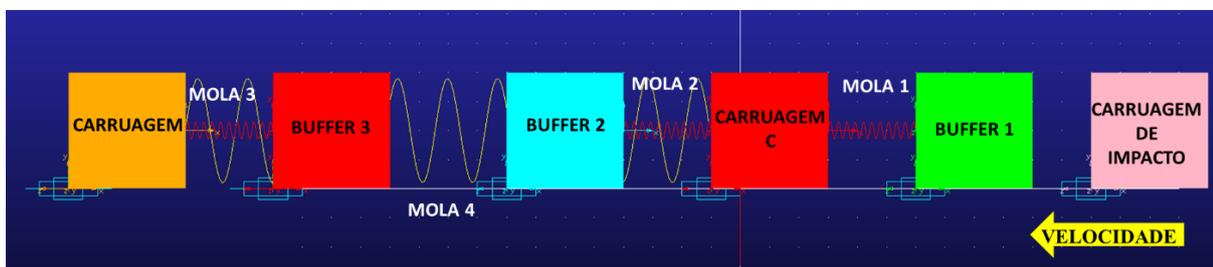


Figura 4.74: Modelo 9

Como se referiu anteriormente alterou-se a forma de funcionamento das molas, passando as molas a seguir os pseudocódigos da Figura 4.76 e da Figura 4.77, contudo devido a dificuldades de implementação das equações apresentadas, apenas as molas 1 e 2 seguem estas equações. As molas 3 e 4 mantêm as curvas apresentadas anteriormente. Nestas molas não foram implementadas equações semelhantes, uma vez que em particular na mola 3, esta inicia o seu movimento ao mesmo tempo que a mola 4, e uma vez que a avaliação efetuada no pseudocódigo é em relação à velocidade da mola, sendo que é imposto que a quando a mola inicia a tração a força aplicada deve de ser zero, de modo a permitir movimento livre após o contacto. Assim a mola 3 inicia o seu movimento à tração, sendo que após o contacto do *buffer* 2 com o *buffer* 3, esta mola inicia compressão, havendo assim um pico de força que não corresponde à realidade (delineado a azul), como se pode observar na Figura 4.75. Este pico aparece caso a mola 3 utilizasse um pseudocódigo e a mola 4 mantivesse a Figura 4.50.

No que toca a massas e velocidades iniciais, nada foi alterado em relação ao modelo anterior, as características do contacto continuam a ser do tipo restituição com uma penalidade de 10^6 e coeficiente de restituição nulo.

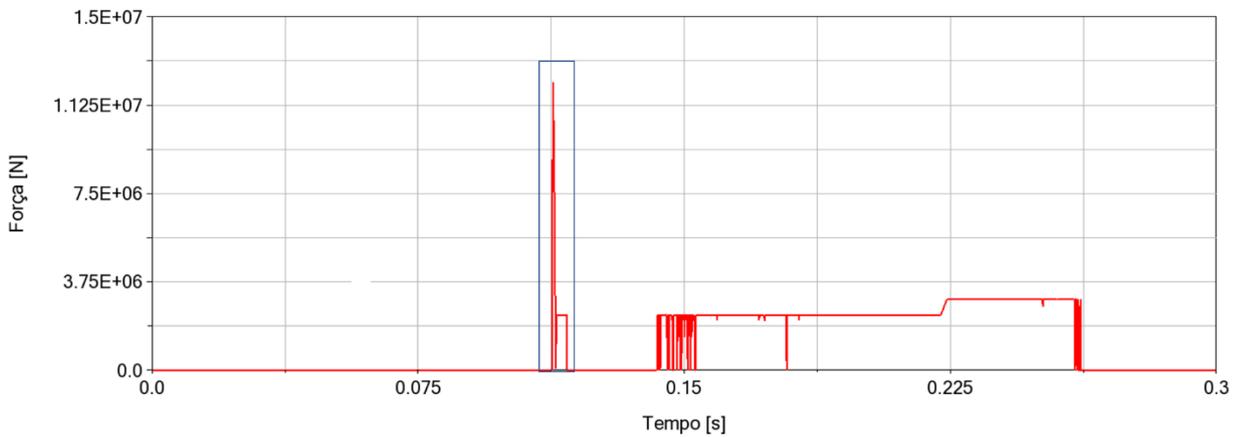


Figura 4.75: Pico de força na mola 3 utilizando pseudocódigos no modelo 9

No entanto esta solução apesar de se aproximar mais da realidade, ainda não simula perfeitamente o que se sucede na realidade, pois a mola 4 recupera a deformação aplicada, sendo que assim após o comprimento ultrapassar o comprimento inicial a mola 4 volta a aplicar uma força. Além disso esta solução apresenta o problema que se tinha verificado anteriormente, a mola 3 após o impacto, e devido a apenas ser imposta a força em determinada deformação, recupera a deformação, ou seja, a mola 3 deforma quando se dá o impacto, mas depois volta ao comprimento inicial.

De seguida são apresentados os pseudocódigos.

```

Força da mola 1 =
{
  {
    200000×Deformação da mola 1 , Deformação da mola 1<0,5
    1×105 , Deformação da mola 1=0,5
    1×105+58585,86×(Deformação da mola 1-0,5) , Deformação da mola 1<50
    3×106 , Deformação da mola 1=50
    3×106 , Deformação da mola 1>1125
    3×106 , Deformação da mola 1=1125
    3×106+200000×(Deformação da mola 1-1125) , Deformação da mola 1<1135
    5×106 , Deformação da mola 1=1135
    5×106 , Deformação da mola 1<1600
    5×106 , Deformação da mola 1=1600 , Deformação da mola 1>1135
    0 , Deformação da mola 1>1600
  }
  {
    200000×Deformação da mola 1 , Deformação da mola 1<0,5
    1×105 , Deformação da mola 1=0,5
    1×105+58585,86×(Deformação da mola 1-0,5) , Deformação da mola 1<50
    3×106 , Deformação da mola 1=50
    3×106 , Deformação da mola 1>1125
    3×106 , Deformação da mola 1=1125
    3×106+200000×(Deformação da mola 1-1125) , Deformação da mola 1<1135
    5×106 , Deformação da mola 1=1135
    5×106 , Deformação da mola 1<1600
    5×106 , Deformação da mola 1=1600 , Deformação da mola 1>1135
    0 , Deformação da mola 1>1600
  }
  {
    0 , Velocidade da mola 1<0
    , Deformação da mola 1>0,5
    , Deformação da mola 1>50
    , Deformação da mola 1>1125
  }
  {
    0 , Velocidade da mola 1=0
    , Deformação da mola 1>0,5
    , Deformação da mola 1>50
    , Deformação da mola 1>1125
  }
  {
    0 , Velocidade da mola 1>0
  }
}

```

Figura 4.76: Pseudocódigo da mola 1 no modelo 9

Força da mola 2=

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \left\{ \begin{array}{l}
 234000 \times \text{Deformação da mola 2}, \text{Deformação da mola 2} < 10 \\
 2,34 \times 10^6, \text{Deformação da mola 2} = 10 \\
 2,34 \times 10^6, \text{Deformação da mola 2} < 275 \\
 2,34 \times 10^6, \text{Deformação da mola 2} = 275 \\
 2,34 \times 10^6 + 13200 \times (\text{Deformação da mola 2} - 275), \text{Deformação da mola 2} < 280 \\
 3 \times 10^6, \text{Deformação da mola 2} = 280 \\
 3 \times 10^6, \text{Deformação da mola 2} < 2000 \\
 3 \times 10^6, \text{Deformação da mola 2} = 2000 \\
 0, \text{Deformação da mola 2} > 2000
 \end{array} \right\}, \text{Deformação da mola 2} > 10 \\
 \left\{ \begin{array}{l}
 234000 \times \text{Deformação da mola 2}, \text{Deformação da mola 2} < 10 \\
 2,34 \times 10^6, \text{Deformação da mola 2} = 10 \\
 2,34 \times 10^6, \text{Deformação da mola 2} < 275 \\
 2,34 \times 10^6, \text{Deformação da mola 2} = 275 \\
 2,34 \times 10^6 + 13200 \times (\text{Deformação da mola 2} - 275), \text{Deformação da mola 2} < 280 \\
 3 \times 10^6, \text{Deformação da mola 2} = 280 \\
 3 \times 10^6, \text{Deformação da mola 2} < 2000 \\
 3 \times 10^6, \text{Deformação da mola 2} = 2000 \\
 0, \text{Deformação da mola 2} > 2000
 \end{array} \right\}, \text{Deformação da mola 2} > 10 \\
 0, \text{Velocidade da mola 2} > 0
 \end{array} \right.$$

Figura 4.77: Pseudocódigo da mola 2 no modelo 9

Ao observar as equações, verifica-se que estas seguem as curvas características das molas apresentadas anteriormente, mas desta vez encontram-se em funções por ramos, sendo as condicionantes de cada ramo a deformação da mola, bem como a velocidade da mola.

Os pseudocódigos foram implementados, de modo a garantir quando a mola se encontra em compressão ou com velocidade nula, a força aplicada segue a curva característica da mola em questão, sendo que quando existir tração, velocidade da mola maior que zero, não deve de existir qualquer força aplicada.

Para este modelo optou-se por manter as molas 1 e 2 com os pseudocódigos, enquanto as molas 3 e 4 seguem as curvas de rigidez respetivas apresentadas anteriormente, efetuou-se esta alteração pelas razões apresentadas anteriormente.

4.9.2 Resultados

Nos resultados irá analisar-se a velocidade das carruagens e a deformação e força das molas. A simulação foi efetuada utilizando 20000 passos durante 5 segundos, contudo apenas se irá focar nos primeiros 0,4 segundos. O integrador e formulação utilizados foram os mesmos que nos modelos anteriores.

Iniciando a análise dos resultados obtidos pela velocidade da carruagem de impacto, verifica-se que o comportamento da curva é o esperado, inicialmente a carruagem encontra-se com velocidade inicial de 15 m/s, valor negativo devido à direção da velocidade, sendo que após o contacto com o *buffer* 1, começa a diminuir a velocidade. A curva apresenta dois declives distintos antes de estabilizar a velocidade, uma vez que cada declive coincide com o contacto com o *buffer* 1, no caso do primeiro declive, e coincide com o contacto entre os *buffers* 2 e 3, sendo este o segundo declive.

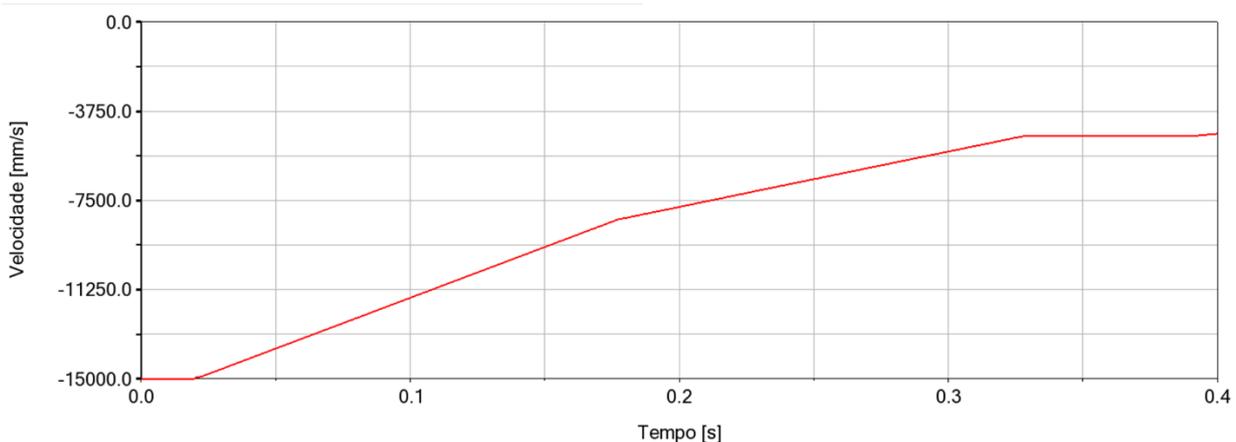


Figura 4.78: Velocidade da carruagem de impacto no modelo 9

Ao observar a Figura 4.79, verifica-se que os resultados obtidos vão de encontro ao que se esperava que acontecesse, inicialmente a carruagem encontra-se em repouso, sendo que após o contacto do *buffer* 1 com a carruagem de impacto a carruagem C começa a ganhar velocidade, contudo quando os *buffers* 2 e 3 colidem, o ganho de velocidade diminuem, uma vez que a mola 3 começa a apresentar alguma resistência, após continuar a compressão da mola 3, atinge-se um ponto onde a força da mola 3 é tal que esta não comprime mais e assim força a compressão da mola 2, sendo neste momento que a velocidade da carruagem começa a diminuir até atingir o equilíbrio, onde a velocidade estabiliza.

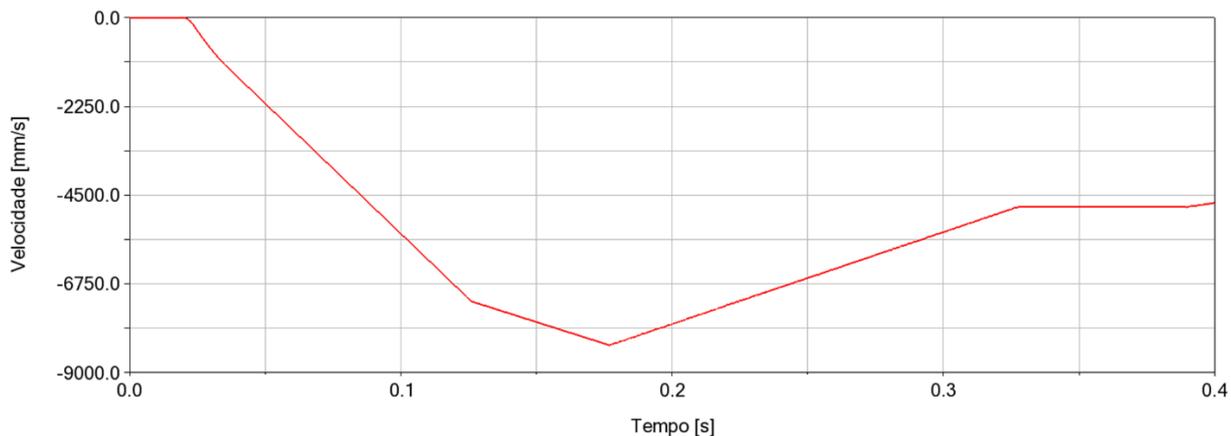


Figura 4.79: Velocidade da carruagem C no modelo 9

À semelhança do que acontece com a carruagem de impacto, verifica-se que a velocidade da carruagem apresenta dois declives distintos antes de estabilizar, isto deve-se aos momentos de compressão das molas 2 e 3. O comportamento da velocidade é o esperado, sendo que na parte final se verifica uma variação da velocidade, tal como acontece nas outras carruagens, isto deve-se à mola 4, sendo que neste momento a deformação da mola é tal que volta a aplicar novamente uma força.

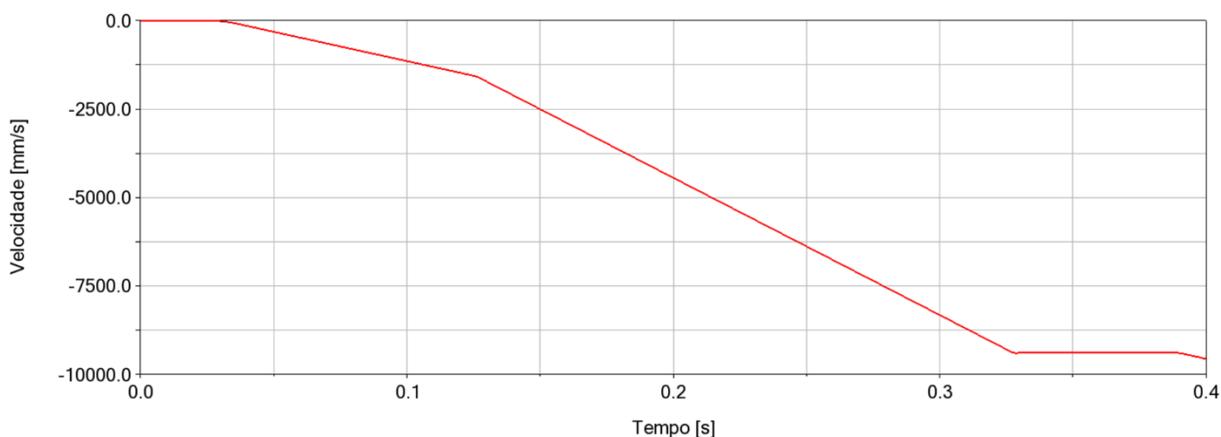


Figura 4.80: Velocidade da carruagem no modelo 9

Passando agora a análise para as molas, começando pela deformação da mola 1, verifica-se que esta apresenta o comportamento que seria esperado de acontecer, inicialmente quando não se encontra sujeita a nenhuma força, não apresenta deformação, sendo que quando solicitada começa a deformar até se manter constante. Verifica-se que a deformação da mola se mantém constante mesmo que as velocidades não estejam constantes, isto deve-se ao pseudocódigo imposto que por sua vez depende da velocidade da mola 1.

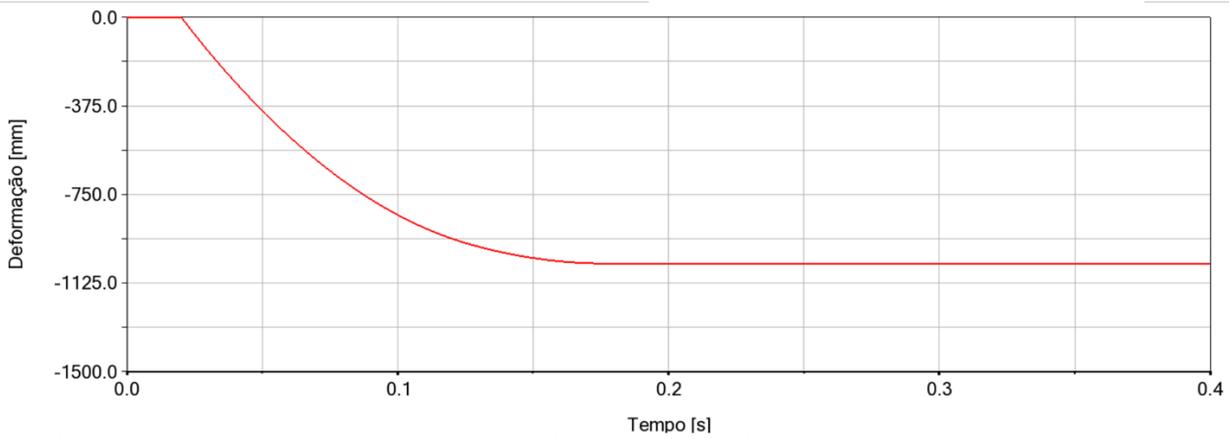


Figura 4.81: Deformação da mola 1 no modelo 9

Ao comparar a Figura 4.81 com a Figura 4.82, verifica-se que a força aplicada coincide com a deformação, ou seja quando a deformação da mola é um valor determinado, a força aplicada coincide com a que se verifica na Tabela 4.2. Apesar do comportamento da força ser um pouco inesperado, vai de encontro ao que é esperado que aconteça, a força mantém-se constante até certo ponto onde começa a ter um comportamento em que apresenta variações quase instantâneas entre 0 e 3×10^6 , isto deve-se ao facto de a mola estar a sofrer constantes variações entre tração e compressão, assim verifica-se que a força da mola segue perfeitamente o pseudocódigo da Figura 4.76. Na parte final verifica-se que a força passa de zero para uma variação entre 0 e 3×10^6 , uma vez que neste ponto volta a existir uma força aplicada por parte da mola 4

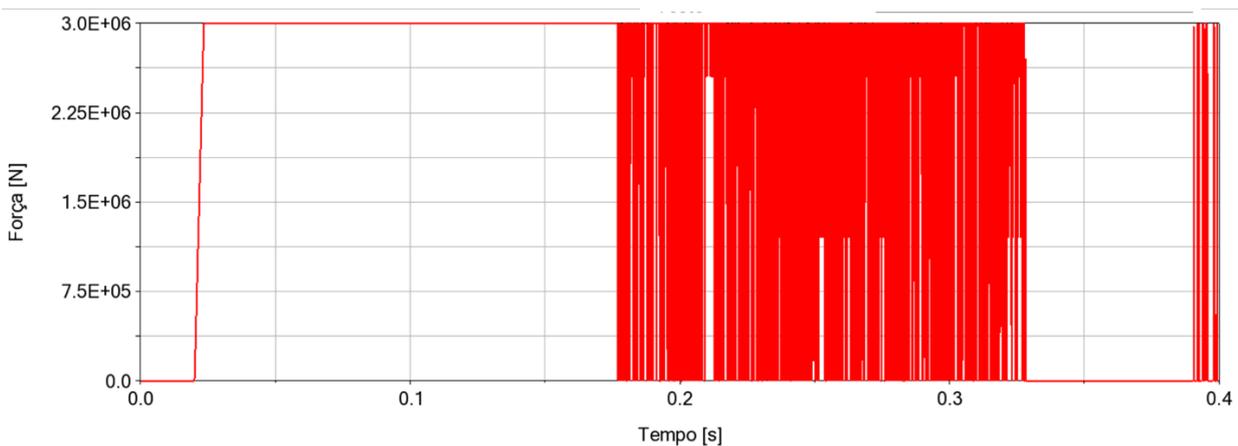


Figura 4.82: Força da mola 1 no modelo 9

A mola 2 apresenta uma deformação que vai de encontro ao que seria suposto de acontecer, inicialmente não apresenta qualquer deformação, pois a mola encontra-se em repouso, sendo que quando existe o contacto entre os *buffers* 2 e 3 e após a mola 3 deformar um pouco a mola começa a deformar com alguma velocidade, sendo que após as molas estabilizarem, a deformação da mola se mantém aproximadamente constante. Seria expectável que a deformação se mantivesse constante, mas como já referido a mola 4 na parte final irá aplicar uma força que impede que a deformação se mantenha constante.

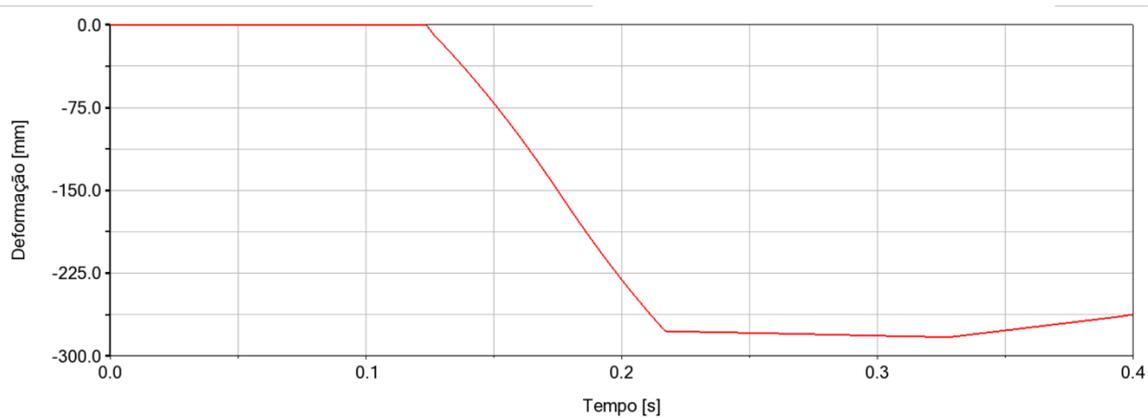


Figura 4.83: Deformação da mola 2 no modelo 9

A força da mola 2 apresenta o comportamento esperado, uma vez que ao comparar a deformação da mola na Figura 4.83 com o pseudocódigo da Figura 4.77, verifica-se que estão em conformidade, contudo a força apresenta variações entre zero e o valor máximo, isto acontece pois a mola encontra-se em tração/compressão constante, o que faz com que a força apresente estas variações. Na parte final a força é nula, o que faz com que a deformação da mola não se mantenha constante.

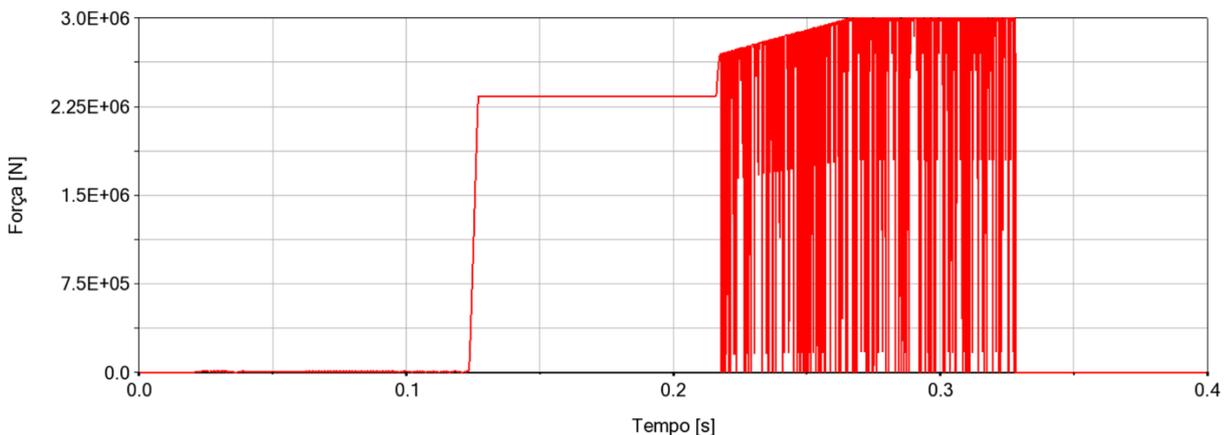


Figura 4.84: Força da mola 2 no modelo 9

No que toca à deformação da mola 3, a deformação apresenta o comportamento que seria de esperar, tendo em conta os constrangimentos que foram impostos, contudo este não é o comportamento desejado, uma vez que era desejado que a deformação da mola 3 se mantivesse constante e não que voltasse ao comprimento inicial.

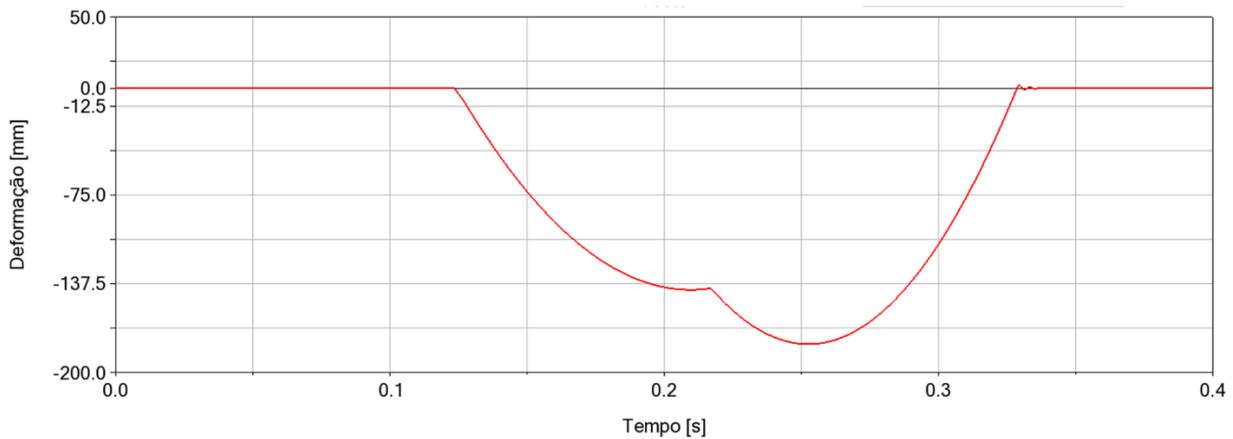


Figura 4.85: Deformação da mola 3 no modelo 9

Tendo em conta a deformação da mola 3 que se verifica na Figura 4.85, e que esta segue a curva da Figura 4.49, a força apresenta o comportamento esperado. Contudo na parte final existe uma variação da força da mola. Esta variação da mola coincide com o ponto em que os *buffers* 2 e 3 se separam um do outro.

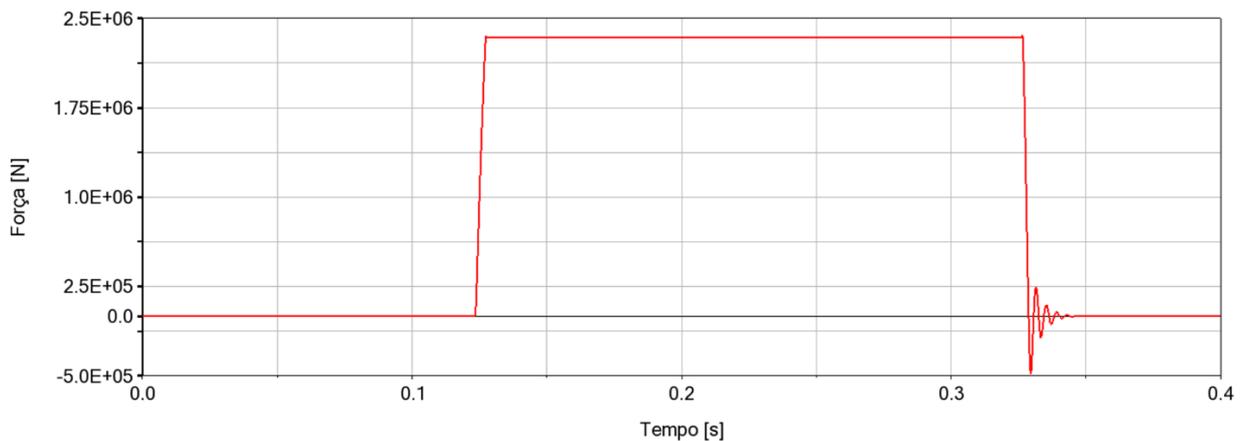


Figura 4.86: Força da mola 3 no modelo 9

Muito à semelhança do que acontece com a mola 3, a deformação da mola 4 apresenta o comportamento esperado, mas não desejado. Uma vez que a ideia é que as molas mantenham a deformação imposta pelo impacto, as molas recuperarem o comprimento inicial não é desejado que aconteça.

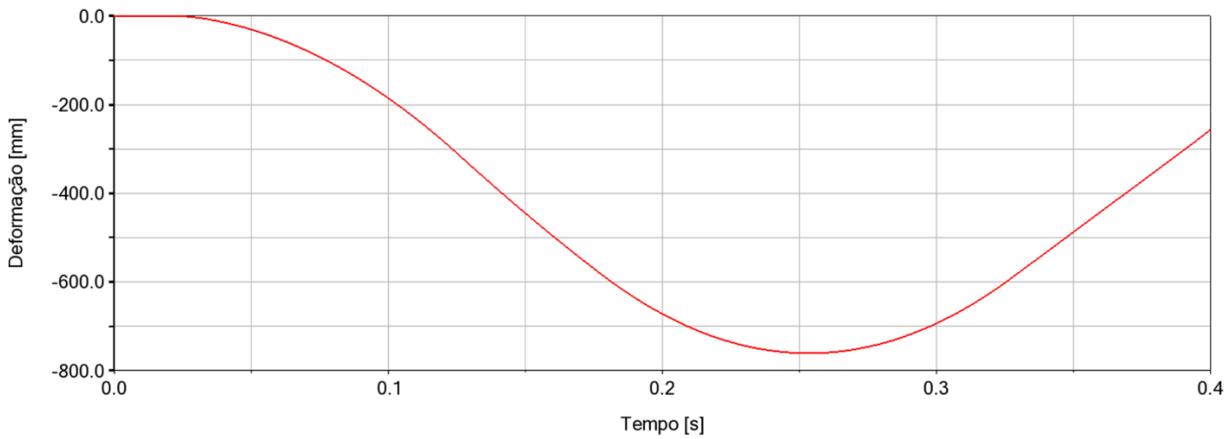


Figura 4.87: Deformação da mola 4 no modelo 9

Uma vez que se impôs que a mola 4 deve de seguir a Figura 4.50, o comportamento da força é o esperado, contudo verifica-se que na parte final, devido ao facto de a mola 4 recuperar da deformação, existe uma força aplicada novamente, o que faz com que as velocidades das carruagens não se mantenham constantes, este comportamento não é o desejado.

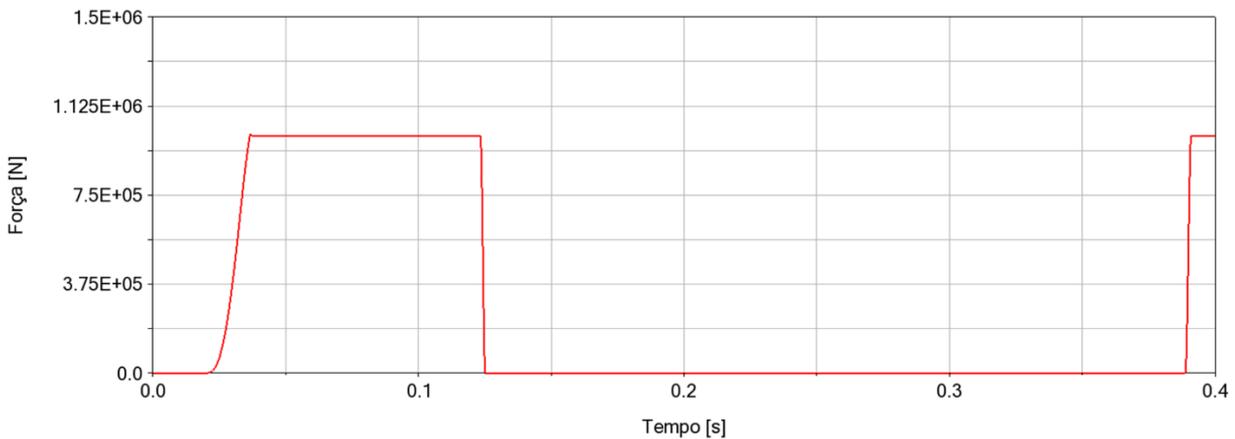


Figura 4.88: Força da mola 4 no modelo 9

Devido à dificuldades de implementação dos pseudocódigos, razões explicadas anteriormente, este modelo apesar de se aproximar de um modelo real, apresenta ainda diferenças, uma vez que, por exemplo, as molas 3 e 4 recuperam da deformação.

Apesar de esses erros os resultados obtidos aproximam-se consideravelmente dos resultados obtidos em [2].

Ao observar a Figura 4.89, verifica-se que as velocidades encontram-se muito próximas, assim pode-se concluir que este modelo se aproxima bastante, no que toca às velocidades da carruagens dos resultados obtidos em [2].

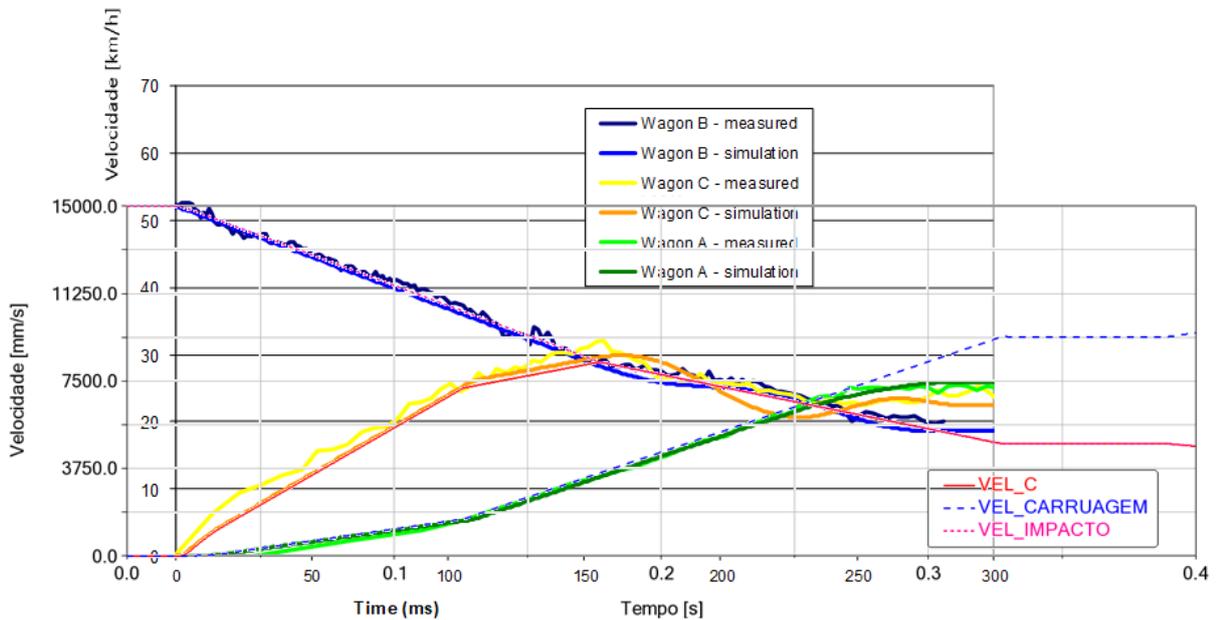


Figura 4.89: Comparação das velocidades do modelo 9 com [2]

4.10 Modelo 10

4.10.1 Descrição

De modo a tentar resolver os problemas existentes no modelo anterior, neste modelo manteve-se a configuração de carruagens, *buffers* e molas do modelo anterior.

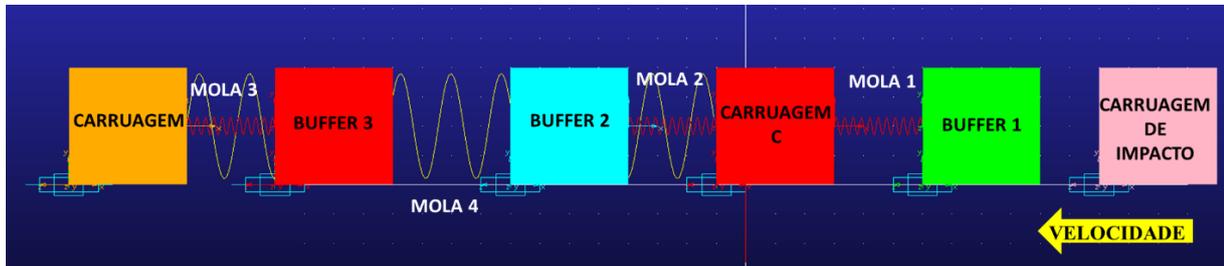


Figura 4.90: Modelo 10

No que toca a velocidades e massas, nada foi alterado em relação ao modelo anterior, sendo que o mesmo acontece com as características dos contactos.

Para este modelo as molas 1 e 2 mantêm os pseudocódigos da Figura 4.76 e da Figura 4.77, respetivamente, enquanto a mola 3 apresenta o pseudocódigo da Figura 4.91.

Força da mola 3=

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \left\{ \begin{array}{l}
 234000 \times \text{Deformação da mola 3}, \text{Deformação da mola 3} < 10 \\
 2,34 \times 10^6, \text{Deformação da mola 3} = 10 \\
 2,34 \times 10^6, \text{Deformação da mola 3} < 275 \\
 2,34 \times 10^6, \text{Deformação da mola 3} = 275 \\
 2,34 \times 10^6 + 13200 \times (\text{Deformação da mola 3} - 275), \text{Deformação da mola 3} < 280 \\
 3 \times 10^6, \text{Deformação da mola 3} = 280 \\
 3 \times 10^6, \text{Deformação da mola 3} < 2000 \\
 3 \times 10^6, \text{Deformação da mola 3} = 2000 \\
 0, \text{Deformação da mola 3} > 2000
 \end{array} \right. , \text{Velocidade da mola 3} < 0 \\
 \left\{ \begin{array}{l}
 234000 \times \text{Deformação da mola 3}, \text{Deformação da mola 3} < 10 \\
 2,34 \times 10^6, \text{Deformação da mola 3} = 10 \\
 2,34 \times 10^6, \text{Deformação da mola 3} < 275 \\
 2,34 \times 10^6, \text{Deformação da mola 3} = 275 \\
 2,34 \times 10^6 + 13200 \times (\text{Deformação da mola 3} - 275), \text{Deformação da mola 3} < 280 \\
 3 \times 10^6, \text{Deformação da mola 3} = 280 \\
 3 \times 10^6, \text{Deformação da mola 3} < 2000 \\
 3 \times 10^6, \text{Deformação da mola 3} = 2000 \\
 0, \text{Deformação da mola 3} > 2000
 \end{array} \right. , \text{Velocidade da mola 3} = 0 \\
 0, \text{Velocidade da mola 3} > 0
 \end{array} \right.$$

Figura 4.91: Pseudocódigo da mola 3 no modelo 10

No que diz respeito à mola 4 tentou-se implementar um pseudocódigo de forma semelhante às outras molas, que seguisse, neste caso, a Figura 4.50. Contudo à semelhança do modelo anterior surgem picos tanto na força da mola 2 como da mola 3, como se pode observar na Figura 4.92 e na Figura 4.93

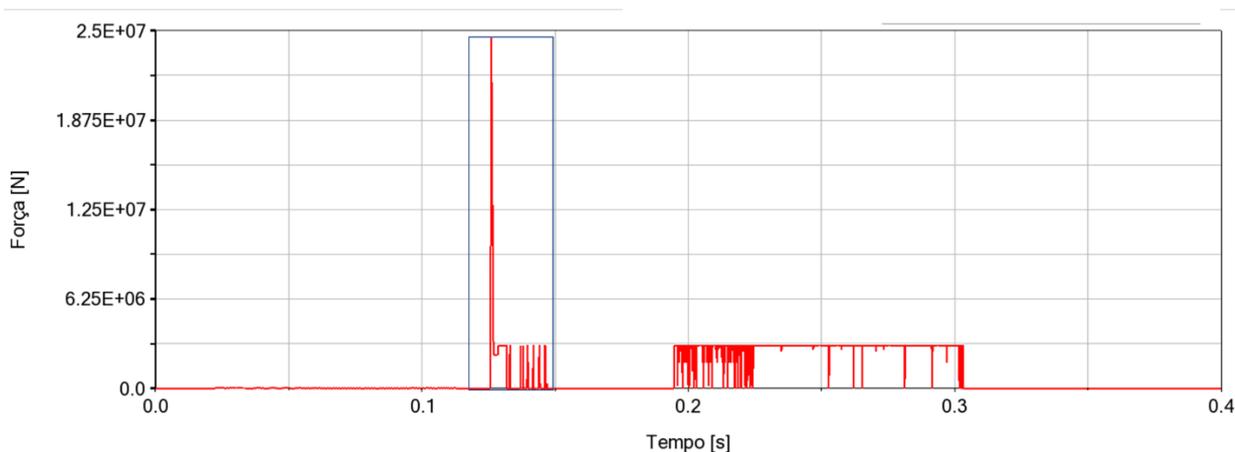


Figura 4.92: Pico de força na mola 2 no modelo 10

Como se pode observar na figura anterior, existe um pico de força que não corresponde ao que acontece realmente, este pico acontece quando existe o contacto entre os *buffers*.

O mesmo se sucede com a mola 3, existe também um pico de força quando existe o contacto entre os *buffers*.

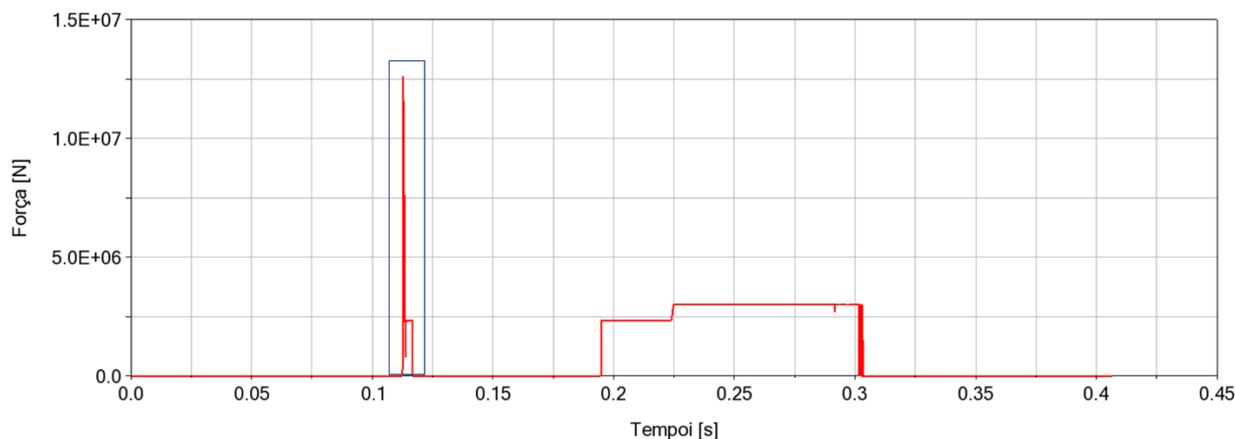


Figura 4.93: Pico de força da mola 3 no modelo 10

Apesar dos picos apresentados nas duas molas, o restante comportamento da força das molas, vai de encontro ao esperado. Estes picos ocorrem, pois, a mola 4 força o movimento da mola3, à semelhança do que ocorria no modelo anterior.

Como estes resultados não correspondem ao que acontece na realidade, optou-se por retirar a mola 4, o *coupler* que une a carruagem C e a carruagem. As restantes molas foram modeladas pelos pseudocódigos apresentados anteriormente. Optou-se por esta solução, uma vez que este modelo apresenta o mesmo problema que o modelo anterior, a mola 4 força a mola 3 a iniciar a tração, sendo esta a razão pela qual se efetuou a alteração das molas.

4.10.2 Resultados

Este modelo foi simulado utilizando 20000 passos durante cinco segundos, contudo apenas irão ser analisados os primeiros 400 milissegundos. Esta simulação foi efetuada utilizando o mesmo integrador e formulação das simulações anteriores, o integrador WSTIFF e a formulação I3.

Os resultados a analisar serão as velocidades das carruagens, e as forças e deformações das molas.

Ao observar a Figura 4.94 verifica-se que carruagem de impacto inicia o seu movimento com velocidade inicial de 15 m/s, velocidade que se mantém até ao contacto desta com o *buffer* 1, momento após o qual começa a diminuir de velocidade, após o contacto dos *buffer* 2 e 3, onde a carruagem diminui ainda mais a sua velocidade até esta se manter constante. O comportamento observado na velocidade da carruagem de impacto vai de encontro ao esperado e ao que se queria que acontecesse.

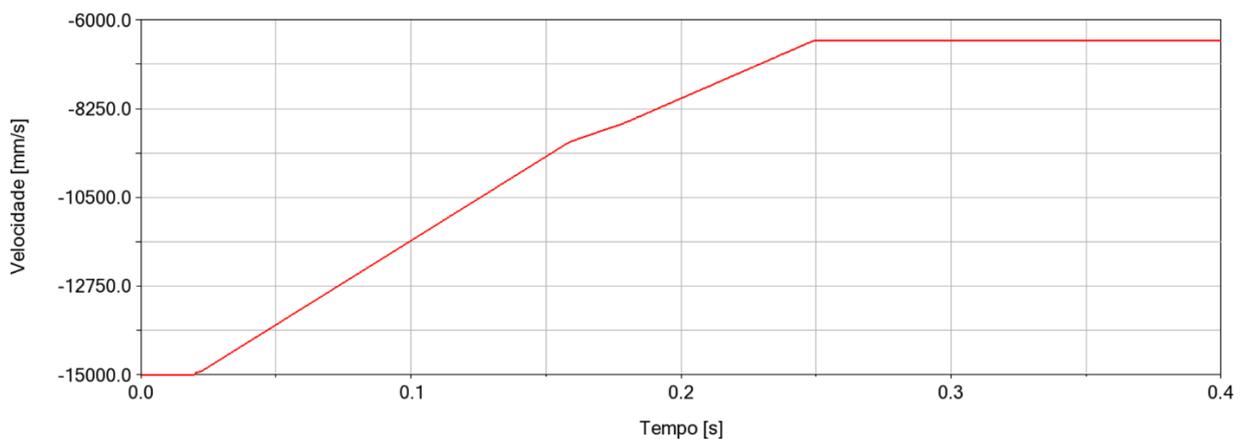


Figura 4.94: Velocidade da carruagem de impacto no modelo 10

No que toca à velocidade da carruagem C que se observa na Figura 4.95, pode-se afirmar que esta vai de encontro ao esperado e ao que se queria que acontecesse. Inicialmente em repouso, inicia o seu movimento quando a mola 1 é comprimida, aumentando de velocidade, após o contacto entre os *buffers* 2 e 3, a carruagem C continua a aumentar de velocidade, mas de forma mais lenta. Quando a mola 3 termina a sua deformação, a mola 2 inicia a sua deformação, o que faz com que a carruagem C aumente de velocidade até ao ponto onde se mantém constante.

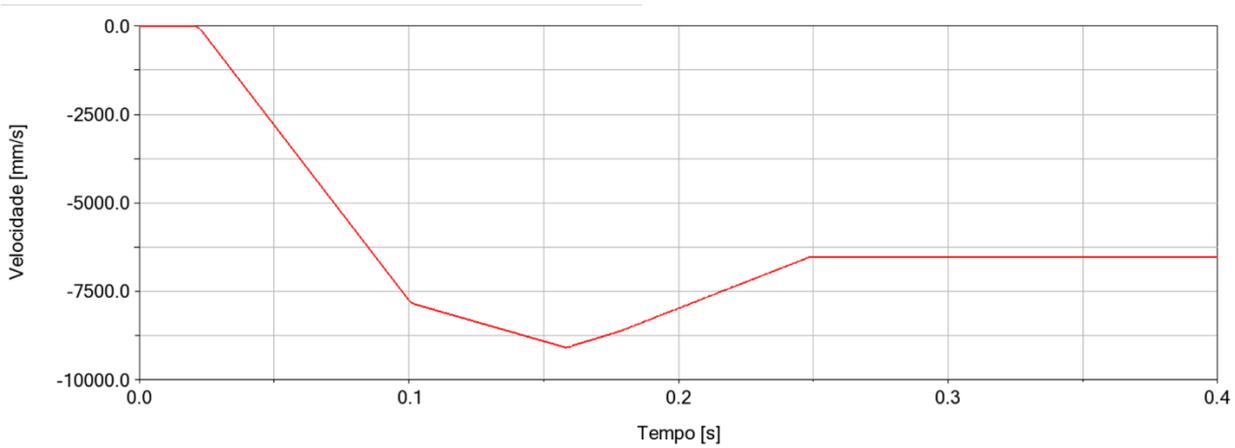


Figura 4.95: Velocidade da carruagem C no modelo 10

Passando agora para a velocidade da carruagem que se pode observar na Figura 4.96, verifica-se que, agora sem a mola 4, que simulava o *coupler*, esta carruagem mantém-se em repouso durante aproximadamente 0,1 segundos, situação que não se verifica real, numa situação de acidente. Contudo o restante andamento da curva vai de encontro ao que era esperado.

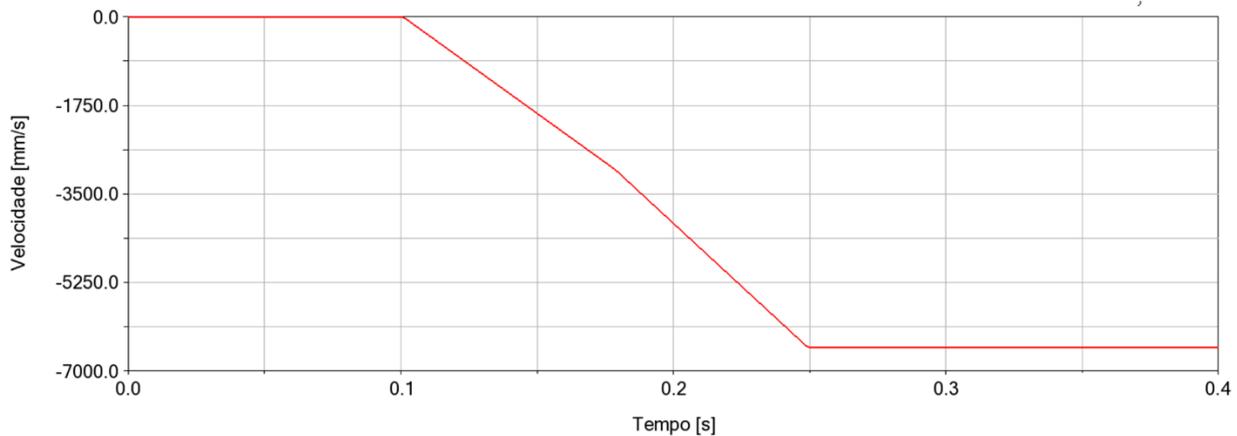


Figura 4.96: Velocidade da carruagem no modelo 10

Passando agora para a análise das molas, começando pela deformação da mola 1, como se observa na Figura 4.97, verifica-se que esta vai de encontro ao que era esperado que acontecesse, inicialmente em repouso, não apresenta qualquer deformação. A mola 1 começa a deformar até ao momento em que os *buffers* 2 e 3 entram em contacto, momento a partir do qual a mola 1 mantém a deformação.

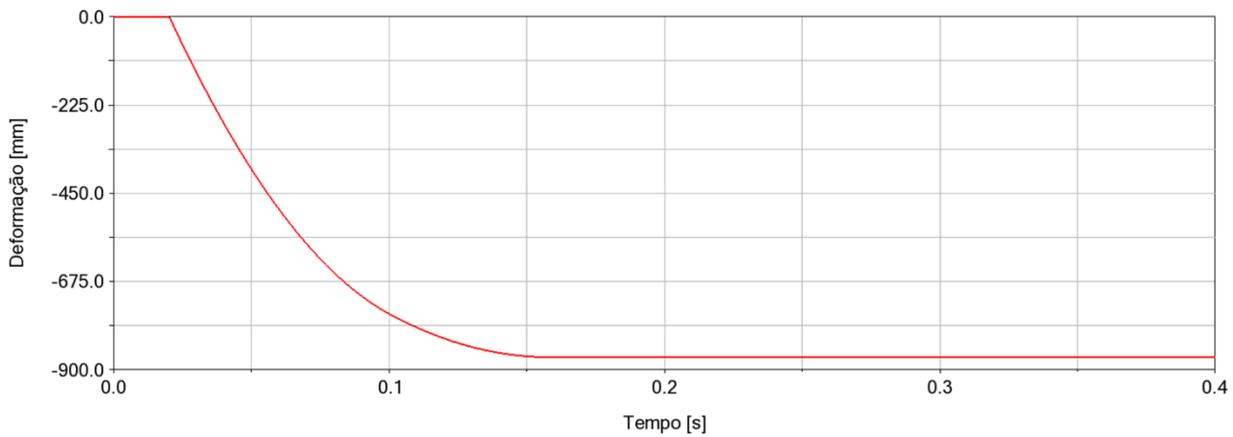


Figura 4.97: Deformação da mola 1 no modelo 10

Ao observar a força da mola 1 na Figura 4.98, verifica-se que a força vai de encontro ao pseudocódigo imposto na Figura 4.76. À semelhança do que acontecia no modelo anterior, verifica-se que força varia entre 0 e o valor máximo entre os 0,16 e os 0,25 segundos, aproximadamente, isto deve-se à variação da velocidade da mola, o que faz com que a mola alterne entre tração e compressão. Apesar de esta variação a força da mola ao longo do tempo vai de encontro ao que era esperado que acontecesse e também que se queria que acontecesse.

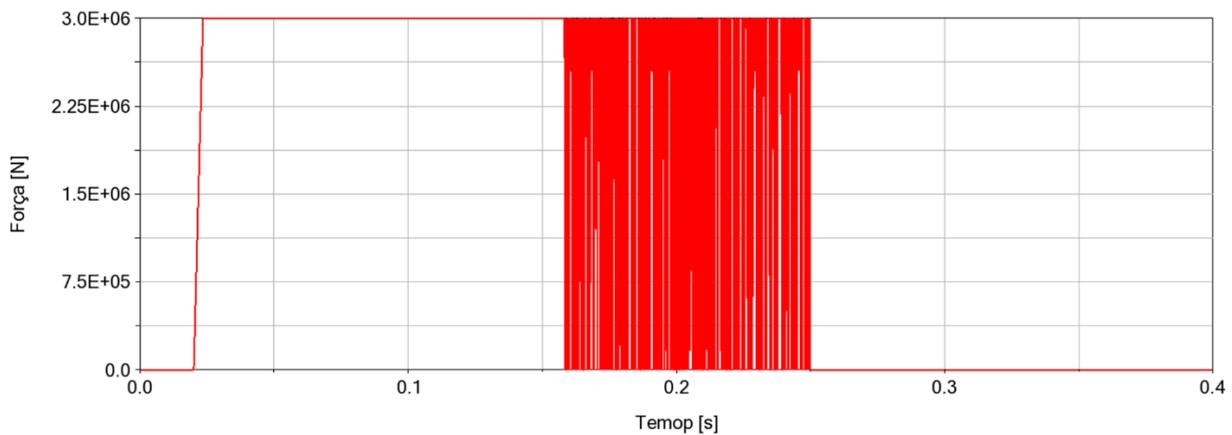


Figura 4.98: Força da mola 1 no modelo 10

A deformação da mola 2, como se observa na Figura 4.99, vai de encontro ao que seria esperado que acontecesse, inicialmente em repouso, e após o contacto entre os *buffers* 2 e 3 a mola deforma, contudo mantém a sua deformação.

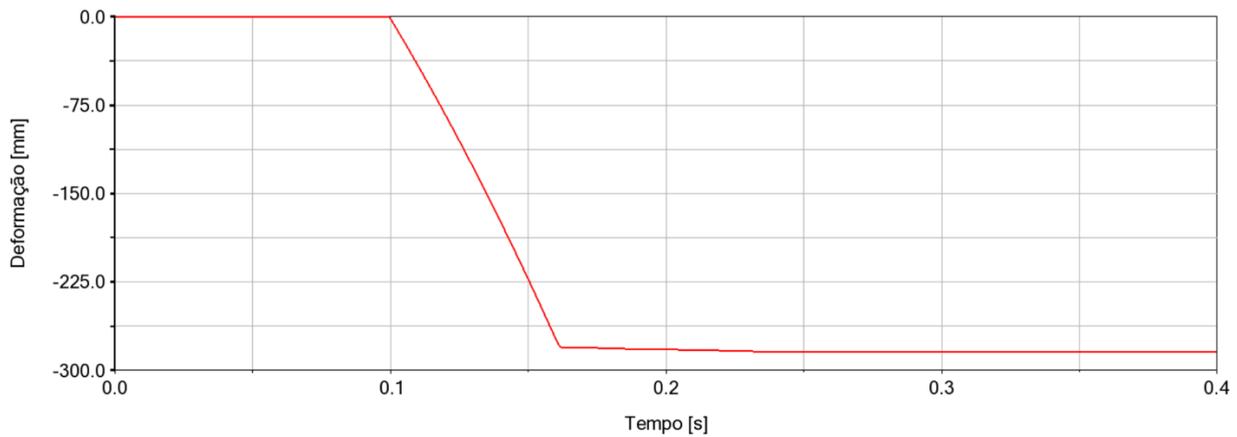


Figura 4.99: Deformação da mola 2 no modelo 10

Ao comparar a Figura 4.99 com a Figura 4.100, verifica-se que a força da mola 2 segue o pseudocódigo imposto na Figura 4.77. Novamente verifica-se que a força apresenta variações entre o valor máximo e 0, pois a velocidade da mola 2 também varia forçando a mola a varia entre tração e compressão. Assim a variação da força da mola 2 apresenta o comportamento esperado e que se queria que tivesse.

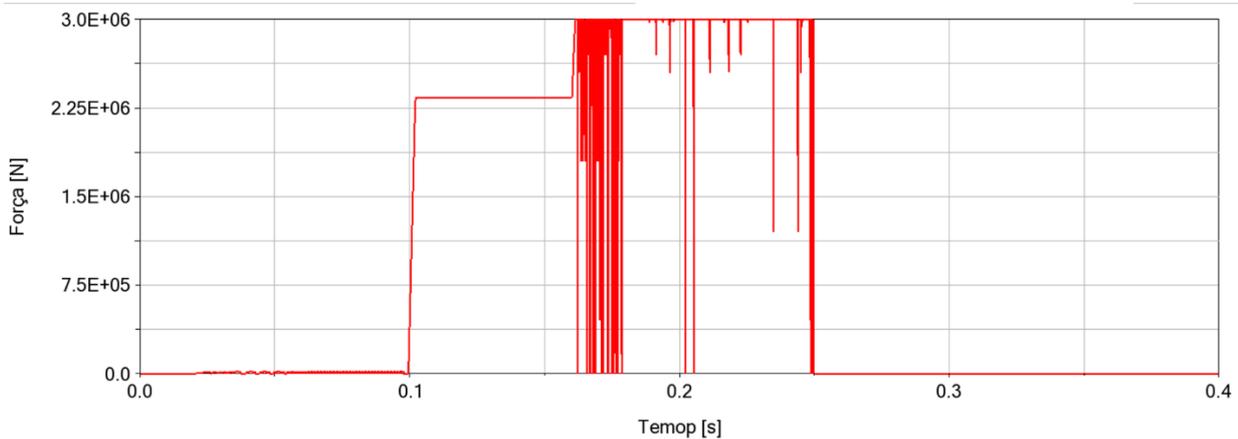


Figura 4.100: Força da mola 2 no modelo 10

A deformação da mola 3 apresenta o comportamento esperado, mesmo que este modelo não apresente a mola 4. Isto deve-se, pois, a mola 3 apenas inicia a sua deformação quando existe o contacto entre os *buffers* 2 e 3. A deformação apresenta declive diferentes, pois o pseudocódigo força diferentes patamares de força para diferentes deformações.

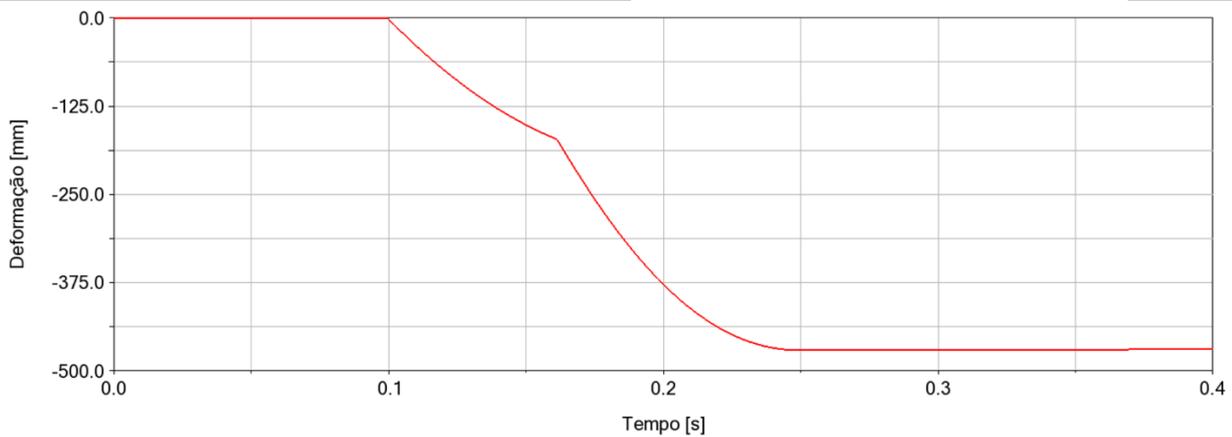


Figura 4.101: Deformação da mola 3 no modelo 10

Como referido anteriormente a mola 3 apresenta diferentes patamares de força para diferentes deformações. Ao comparar a Figura 4.101 e a Figura 4.102, verifica-se claramente que os diferentes patamares de força para as diferentes deformações. Existe uma pequena variação entre 0 e o valor máximo da força, novamente, devido à variação da velocidade da mola 3, que implica que a mola varie entre tração e compressão.

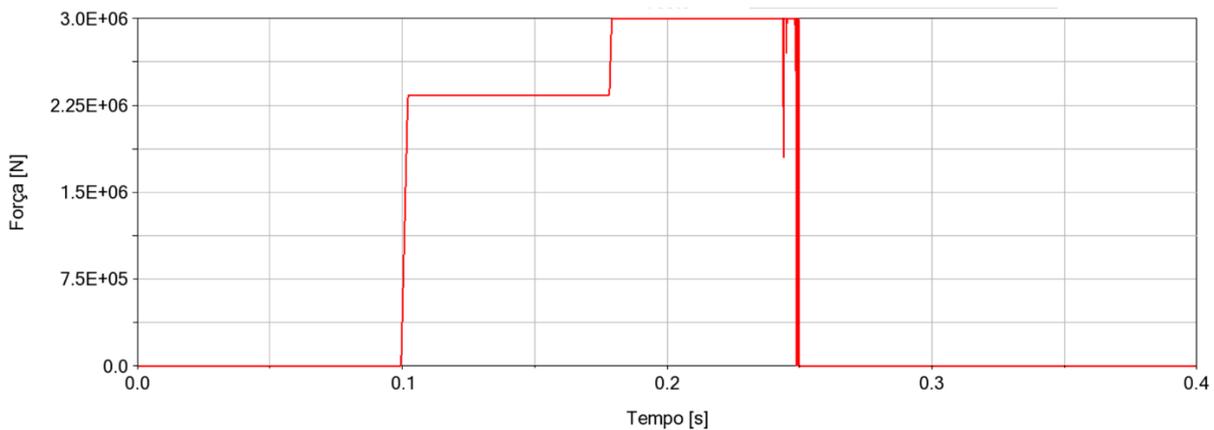


Figura 4.102: Força da mola 3 no modelo 10

Apesar de não o modelo não apresentar mola 4, esta existe, mas com força nula, apenas para visualizar se o comportamento de todas as carruagens se a mola 4 varia ou não. Ao observar a Figura 4.103, verifica-se que o problema de retorno da mola 4 deixou de existir, agora verifica-se que a mola 4 deforma e depois mantém essa deformação.

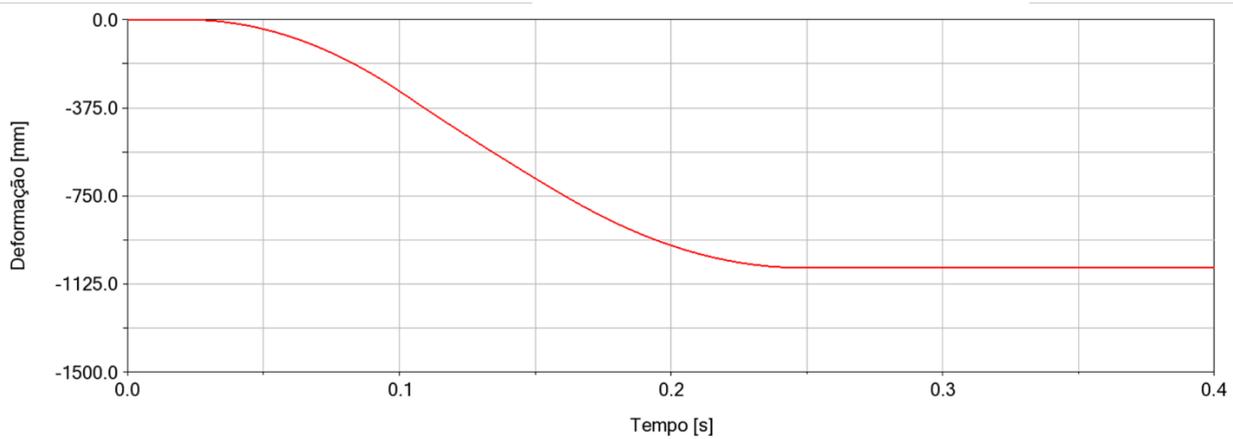


Figura 4.103: Deformação da mola 4 no modelo 10

De modo a garantir que a mola 4 não tem qualquer influência nos resultados, a força desta mola foi imposta como nula, como se pode observar na Figura 4.104, verifica-se que é precisamente isso que acontece.

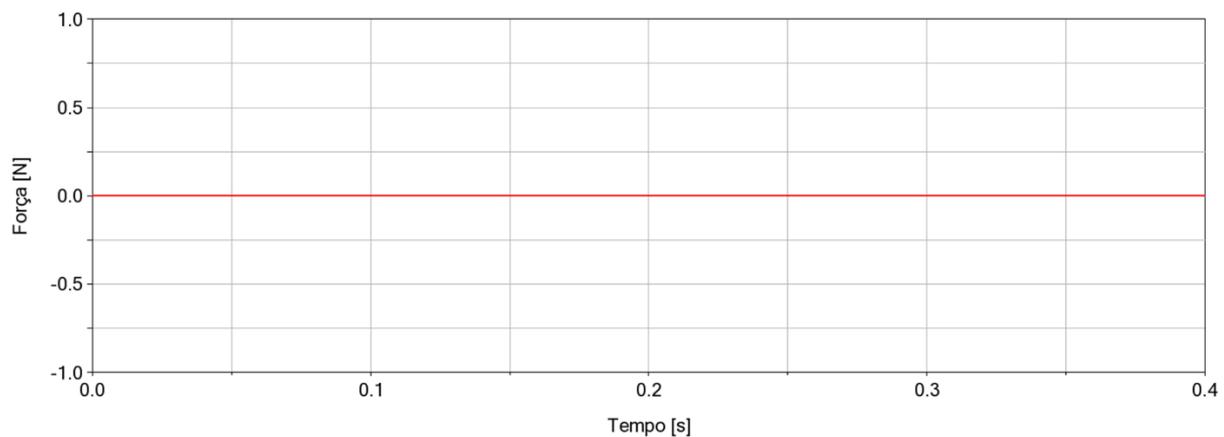


Figura 4.104: Força da mola 4 no modelo 10

Ao efetuar uma comparação entre as velocidades das carruagens do modelo 10 com as velocidades obtidas em [2], verifica-se que, como se observa na Figura 4.105, as curvas encontram-se muito próximas, contudo este modelo apresenta algumas alterações que não correspondem à realidade, por exemplo a velocidade da carruagem não se deve manter nula durante um período tão prolongado, isto acontece pois a mola foi retirada, o que faz com que quando a carruagem C inicia o seu movimento, como não existe mola 4, a carruagem vai-se manter em repouso.

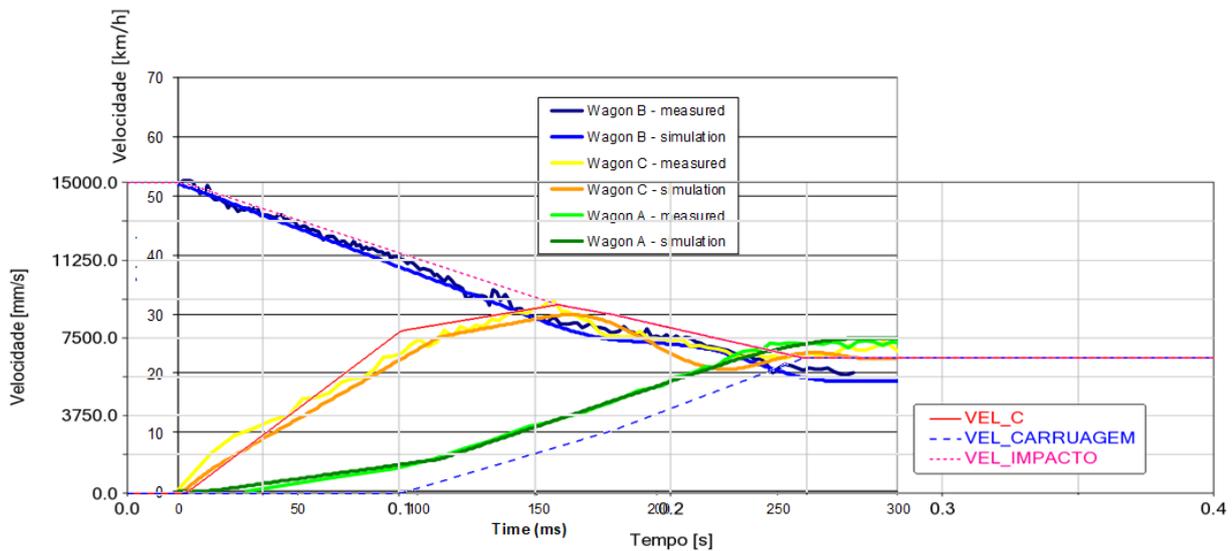


Figura 4.105: Comparação das velocidades do modelo 10 com [2]

4.11 Modelo 11

4.11.1 Descrição

De modo a conseguir corrigir os picos que acontecem quando existe o impacto entre os *buffers* 2 e 3, a mola 4, que simula o *coupler*, foi colocada entre os *buffers* 2 e 3, ao invés de entre a carruagem e a carruagem C.

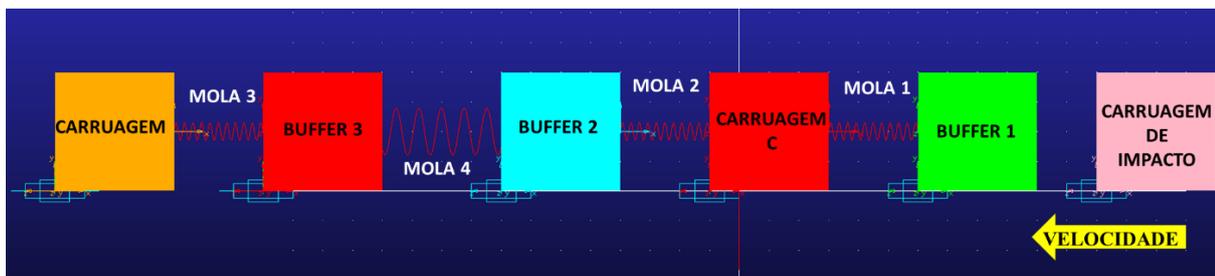


Figura 4.106: Modelo 11

As massas de todos os corpos mantiveram-se inalteradas, assim como a velocidade inicial da carruagem de impacto. As características dos contactos mantiveram-se as mesmas.

As molas 1, 2 e 3 mantêm os pseudocódigos anteriores, a mola 4 segue o pseudocódigo da Figura 4.107.

$$\text{Força da mola 4} = \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} 10000 \times \text{Deformação da mola 4, Deformação da mola } 4 < 10 \\ 1 \times 10^6, \text{ Deformação da mola } 4 = 10 \\ 1 \times 10^6, \text{ Deformação da mola } 4 < 300 \\ 1 \times 10^6, \text{ Deformação da mola } 4 = 300 \\ 1 \times 10^6 - 10000 \times (\text{Deformação da mola } 4 - 300), \text{ Deformação da mola } 4 < 310 \\ 0, \text{ Deformação da mola } 4 = 310 \\ 0, \text{ Deformação da mola } 4 > 310 \end{array} \right. , \text{ Velocidade da mola } 4 < 0 \\ \left\{ \begin{array}{l} 10000 \times \text{Deformação da mola 4, Deformação da mola } 4 < 10 \\ 1 \times 10^6, \text{ Deformação da mola } 4 = 10 \\ 1 \times 10^6, \text{ Deformação da mola } 4 < 300 \\ 1 \times 10^6, \text{ Deformação da mola } 4 = 300 \\ 1 \times 10^6 - 10000 \times (\text{Deformação da mola } 4 - 300), \text{ Deformação da mola } 4 < 310 \\ 0, \text{ Deformação da mola } 4 = 310 \\ 0, \text{ Deformação da mola } 4 > 310 \end{array} \right. , \text{ Velocidade da mola } 4 = 0 \\ \left\{ \begin{array}{l} 10000 \times \text{Deformação da mola 4, Deformação da mola } 4 < 10 \\ 1 \times 10^6, \text{ Deformação da mola } 4 = 10 \\ 1 \times 10^6, \text{ Deformação da mola } 4 < 300 \\ 1 \times 10^6, \text{ Deformação da mola } 4 = 300 \\ 1 \times 10^6 - 10000 \times (\text{Deformação da mola } 4 - 300), \text{ Deformação da mola } 4 < 310 \\ 0, \text{ Deformação da mola } 4 = 310 \\ 0, \text{ Deformação da mola } 4 > 310 \end{array} \right. , \text{ Velocidade da mola } 4 > 0 \end{array} \right.$$

Figura 4.107: Pseudocódigo da mola 4 no modelo 11

4.11.2 Resultados

Este modelo foi simulado com 20000 passos durante 5 segundos, contudo apenas se irá analisar os primeiros 0,3 segundos.

Os resultados que irão ser analisados neste modelo serão as velocidades de todas as carruagens, a deformação e força de todas as molas, bem como as curvas de força em função da deformação para todas as molas.

Ao analisar a Figura 4.108, verifica-se que esta vai de encontro ao que era esperado e que se queria que acontecesse, inicialmente com velocidade igual a 15 m/s, começa a reduzir a velocidade quando existe contacto entre o *buffer* 1 e a carruagem de impacto. É de notar que a velocidade da mola se mantém constante.

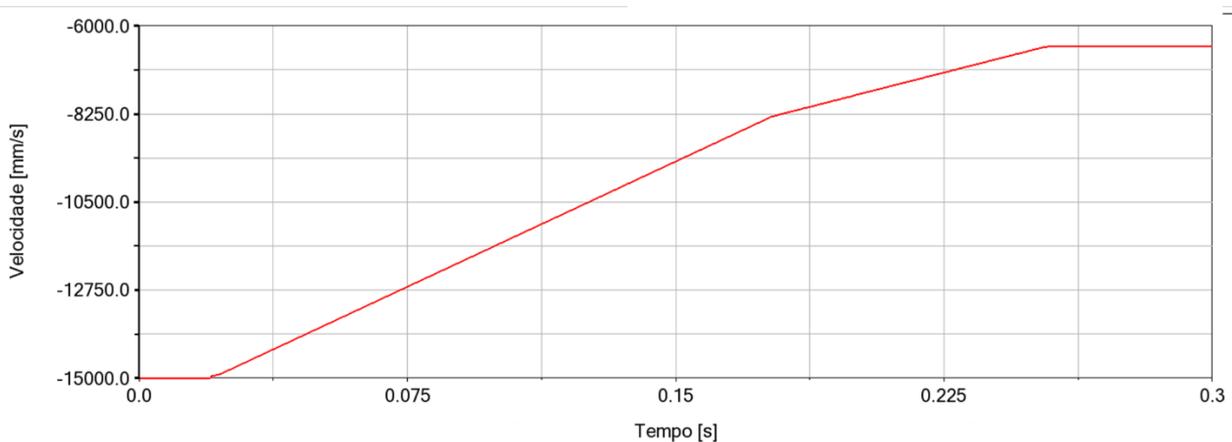


Figura 4.108: Velocidade da carruagem de impacto no modelo 11

Passando agora para a velocidade da carruagem C, verifica-se que inicialmente a carruagem C encontra-se em repouso, sendo que esta inicia o seu movimento quando existe o contacto entre o *buffer* 1 e a carruagem de impacto, esta velocidade continua a aumentar até as molas 2 e 3 estabilizarem, momento a partir do qual a velocidade da carruagem C se mantém constante, como se pode observar na Figura 4.109

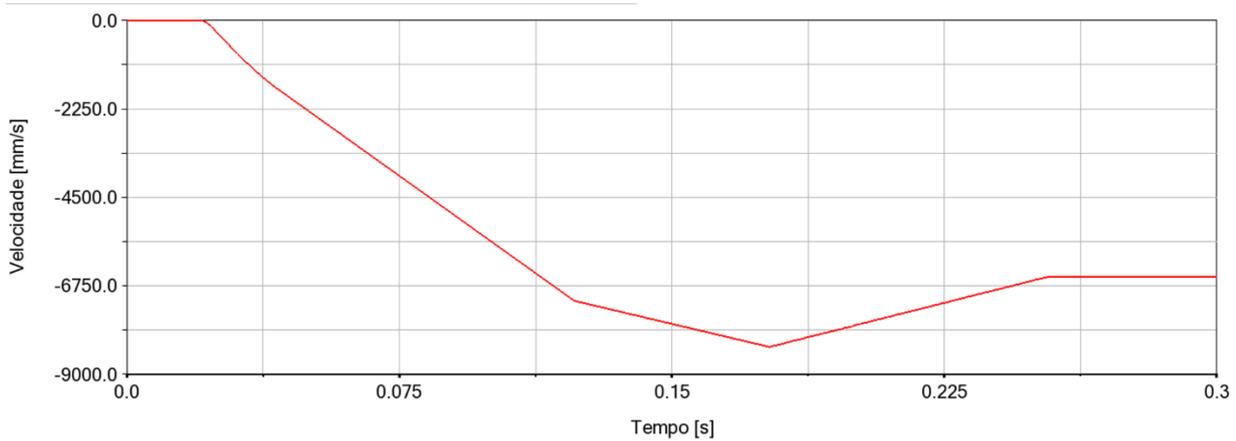


Figura 4.109: Velocidade da carruagem C no modelo 11

Passando agora para a velocidade da carruagem, verifica-se que esta vai de encontro ao que era esperado, e que se queria que acontecesse. A carruagem inicialmente encontra-se em repouso, e depois começa a aumentar a sua velocidade, sendo que esta se torna constante no mesmo valor que as outras carruagens.

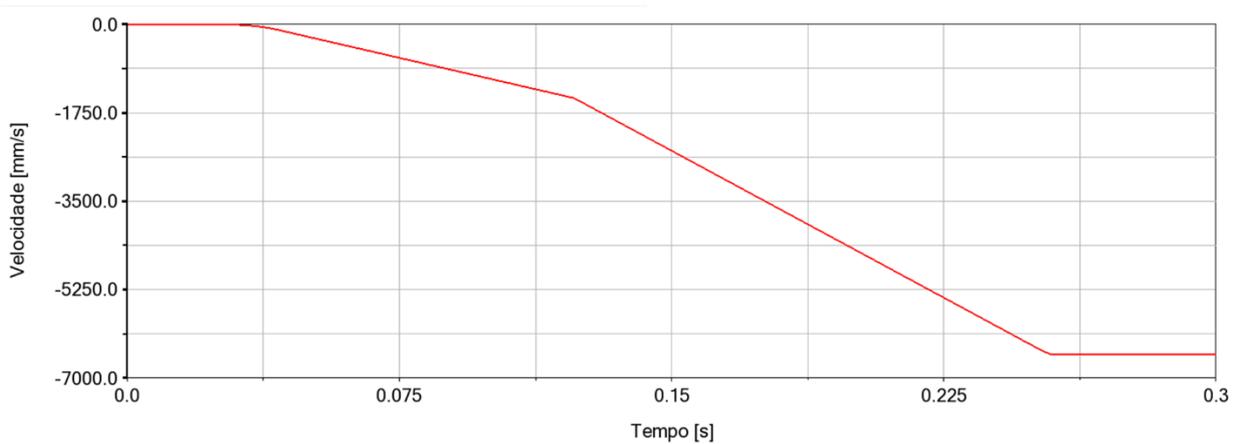


Figura 4.110: Velocidade da carruagem no modelo 11

No que toca à deformação da mola 1, verifica-se que esta inicialmente não apresenta qualquer deformação. Após o contacto entre o *buffer* 1 e a carruagem de impacto a mola 1 começa a deformar até atingir o ponto em que a deformação se mantém constante. Sendo este o comportamento esperado e que se queria desta mola.

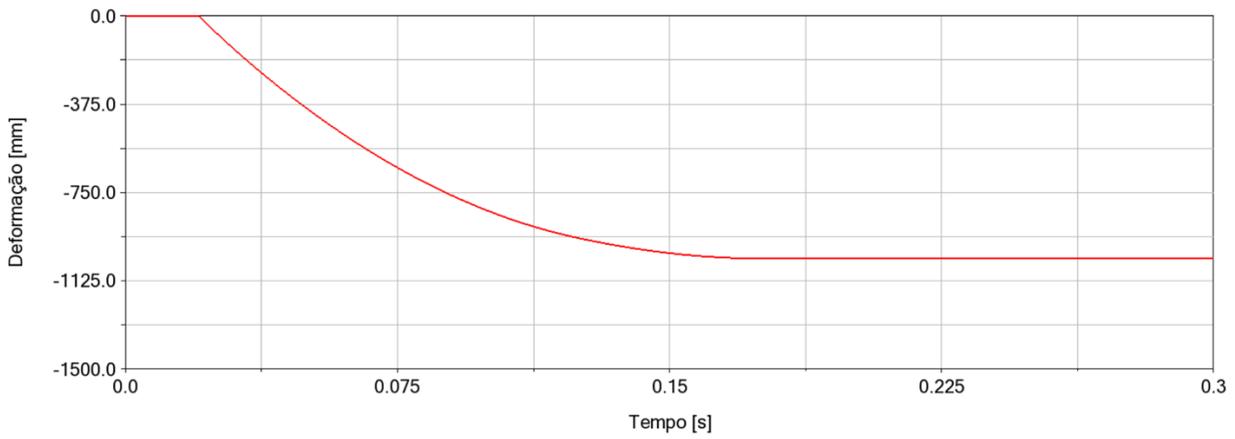


Figura 4.111: Deformação da mola 1 no modelo 11

Ao observar a força da mola 1, verifica-se que esta apresenta o comportamento esperado, apesar dos picos entre o valor máximo e zero, tal como já explicado em modelos anteriores, isso deve-se à variação entre tração e compressão da mola.

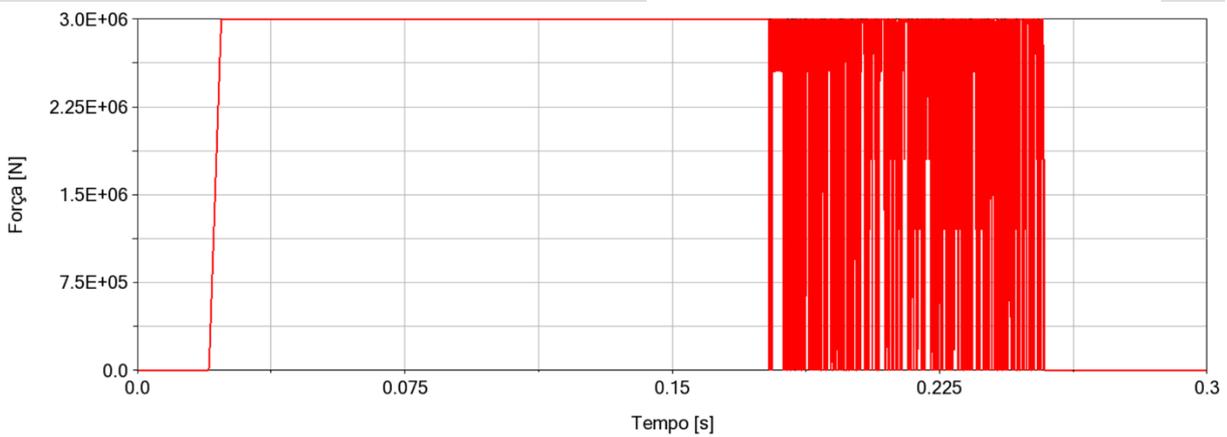


Figura 4.112: Força da mola 1 no modelo 11

Ao efetuar uma comparação entre a Figura 4.48 e a Figura 4.113, verifica-se que ao alterar a curva de rigidez da mola1 para o pseudocódigo da Figura 4.76, os resultados coincidem. O comportamento da curva da força em função da deformação da mola 1 é exatamente o esperado e o que se queria.

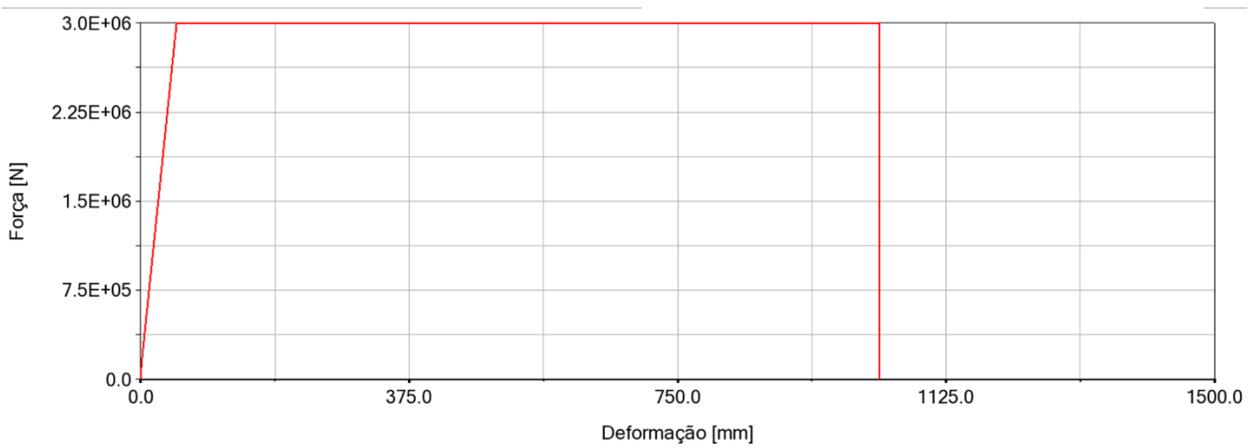


Figura 4.113: Força em função da deformação da mola 1 no modelo 11

A deformação da mola 2 apresenta o comportamento esperado, inicialmente não apresenta qualquer deformação, esta começa a deformar quando a carruagem inicia o seu movimento, esta deformação aumenta até ao valor onde se mantém constante, sendo que esta deformação é de aproximadamente 260 milímetros.

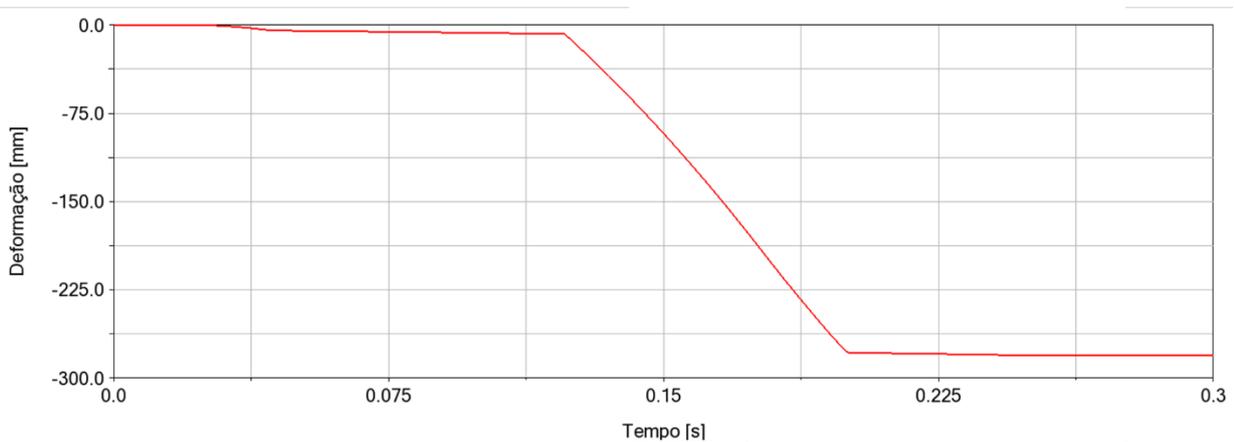


Figura 4.114: Deformação da mola 2 no modelo 11

A força da mola 2 apresenta o comportamento esperado, apesar de apresentar duas zonas onde existem variações entre zero e, neste caso, a curva da força. Como já referido isto está relacionado com a variação da velocidade da mola e com a variação tração/compressão da mola.

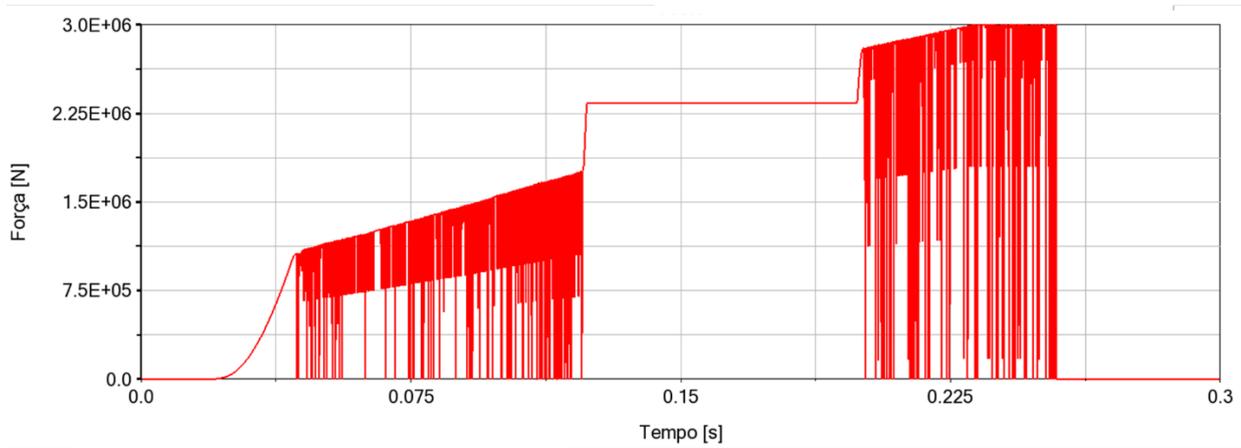


Figura 4.115: Força da mola 2 no modelo 11

De modo a ter uma noção mais nítida, pode-se observar a Figura 4.116, onde se encontra representada a força em função da deformação desta mola. É claro que a força aplicada está em conformidade com o pseudocódigo implementado, ao observar a força e a respetiva deformação. As variações de força devem-se uma vez mais à velocidade da mola que por sua vez influencia a deformação da mesma.

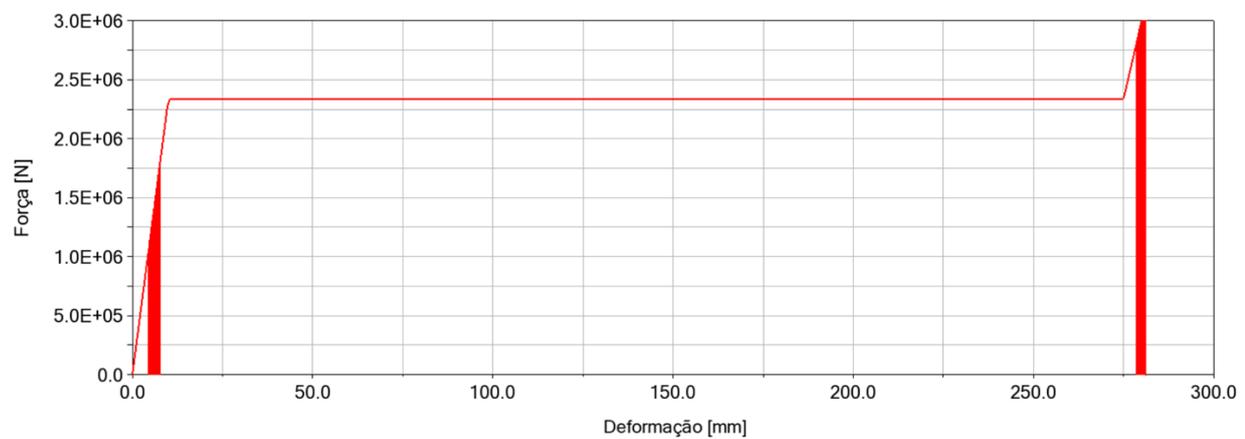


Figura 4.116: Força em função da deformação da mola 2 no modelo 11

A deformação da mola 3 está de acordo com o que era esperado que acontecesse, inicialmente a mola não apresenta qualquer deformação, sendo que esta começa a deformar-se quando a carruagem inicia o seu movimento. As variações na deformação devem-se ao momento em que a mola 2 começa a solicitar a mola 3 e após isso é a mola 3 a solicitar a mola 2, sendo que após isso a deformação de mantém constante.

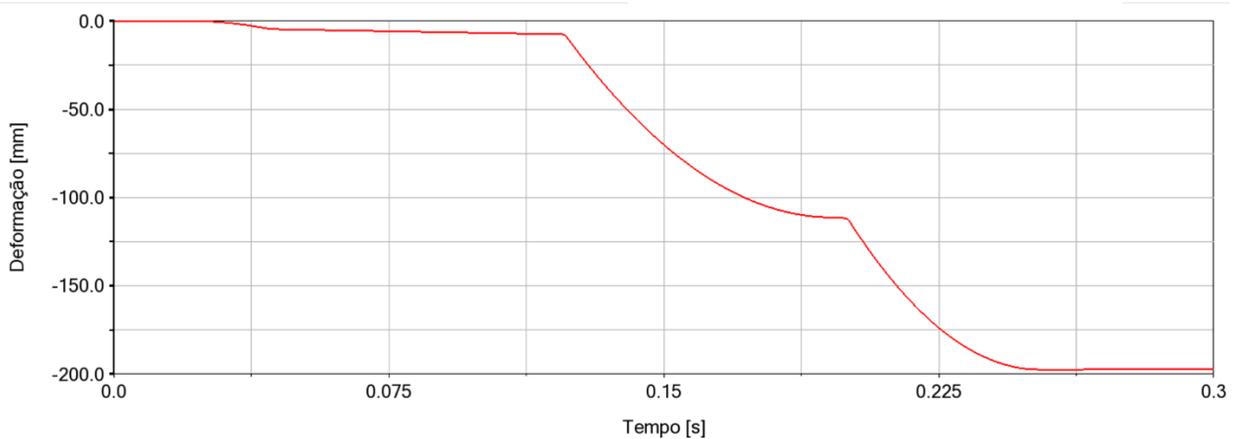


Figura 4.117: Deformação da mola 3 no modelo 11

A força da mola 3 apresenta o que se esperava que acontecesse, tendo em conta o comportamento da mola 2. A força da mola aumenta ao mesmo tempo que a deformação da mola aumenta, contudo a certa altura verifica-se que a força mantém-se constante mas a deformação continua aumentar, isto não é inesperado, uma vez que apesar da deformação aumentar, esta ainda não atingiu o limite para a força subir de patamar.

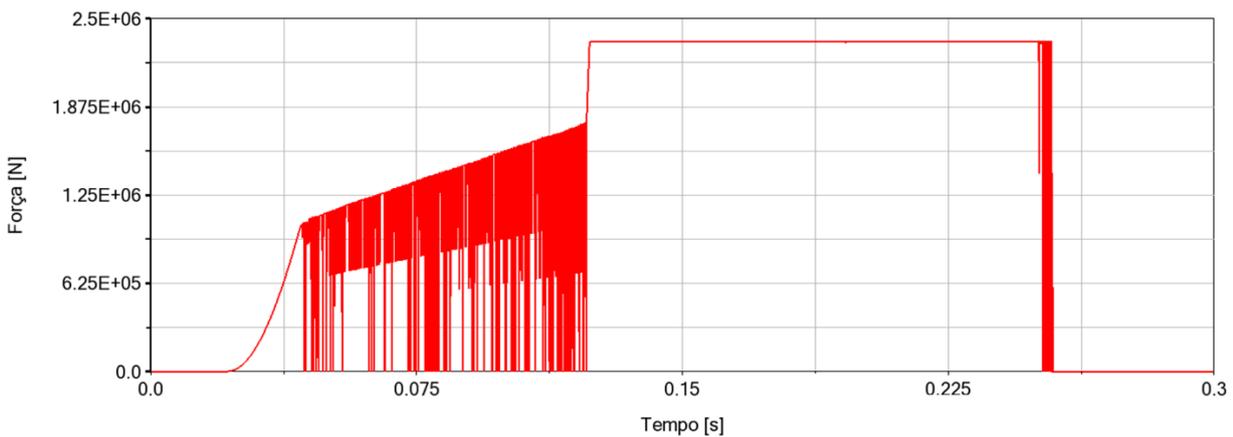


Figura 4.118: Força da mola 3 no modelo 11

Como anteriormente se referiu que a deformação aumenta mas a força se mantém constante, isso é visível na Figura 4.119, onde se encontra a força em função da deformação da mola 3. Nesta figura é nítido que a deformação da mola não atingiu o valor necessário para força passar para o patamar seguinte. Isto era expectável, tendo em conta o valor da deformação da mola.

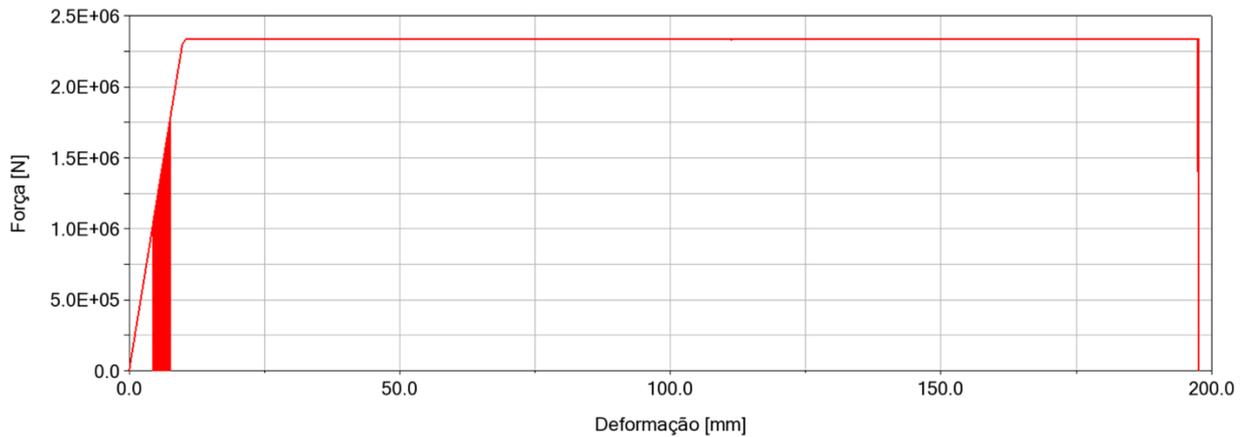


Figura 4.119: Força em função da deformação da mola 3 no modelo 11

A mola 4 que agora se encontra entre os *buffers* 2 e 3, apresenta o comportamento desejado e esperado, a mola inicialmente não apresenta deformação, mas assim que solicitada, inicia a deformação até os 300 milímetros, que é a distância entre os *buffers* e mantém essa deformação.

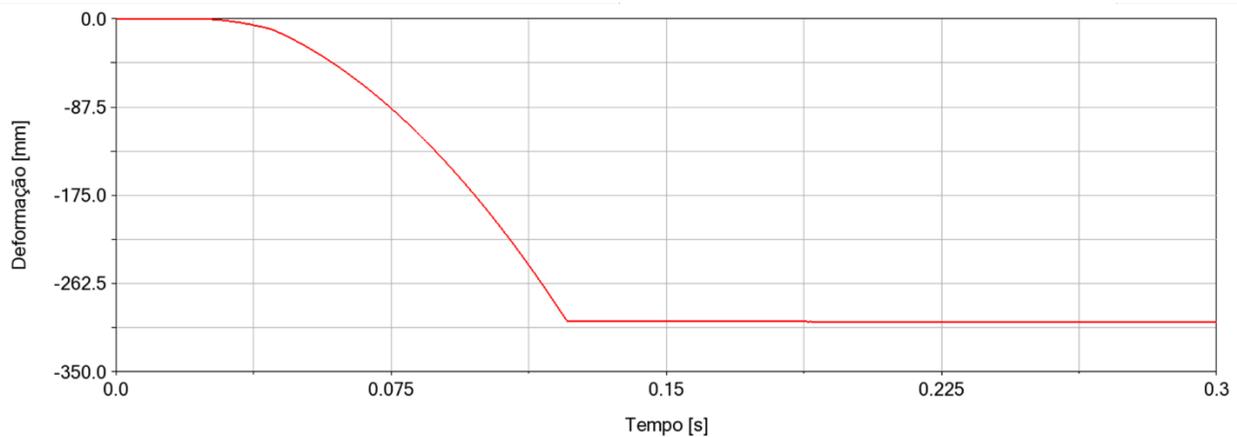


Figura 4.120: Deformação da mola 4 no modelo 11

No que toca à força da mola esta tem o comportamento que seria esperado, apesar de a força descer ligeiramente quando era esperado que se mantivesse constante, o comportamento geral da força ao longo do tempo vai de encontro ao desejado.

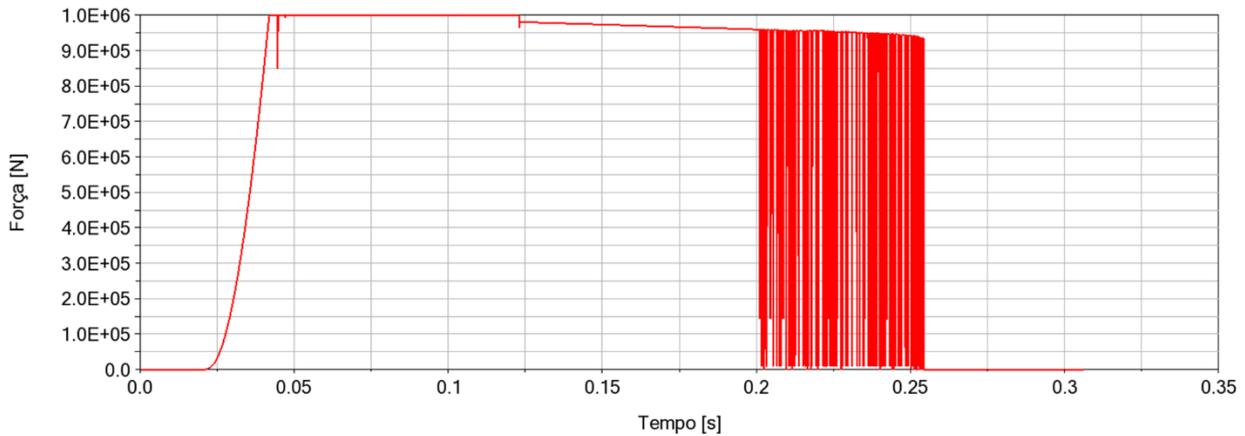


Figura 4.121: Força da mola 4 no modelo 11

Ao observar a Figura 4.122, verifica-se que a força está em conformidade com a deformação. Existe uma redução temporária da força, sendo que esta deformação está relacionada com a velocidade da mola, uma vez que essa redução acontece numa deformação muito pequena.

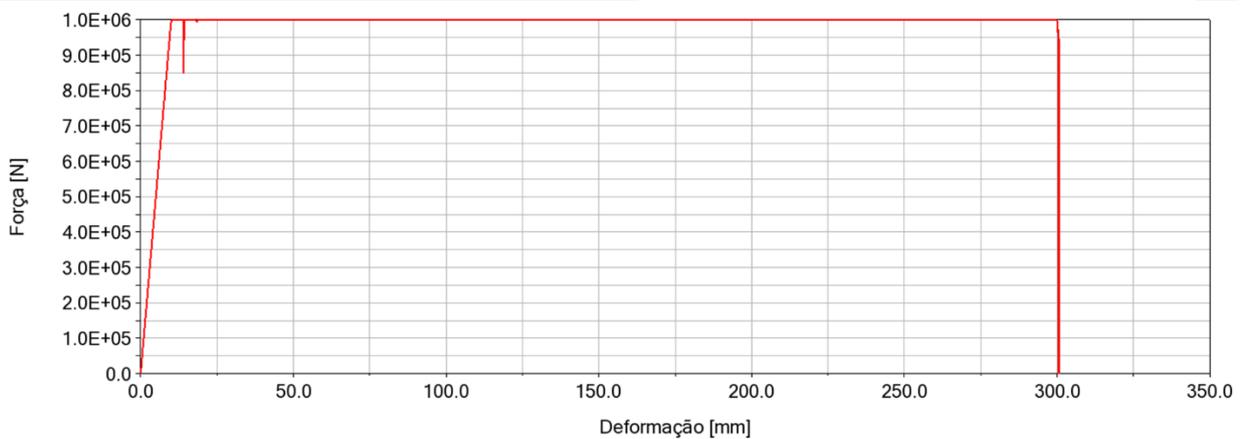


Figura 4.122: Força em função da deformação da mola 4 no modelo 11

Ao comparar os resultados obtidos neste modelo com os de [2], verifica-se que, no que toca às velocidades as velocidades são praticamente coincidentes. Apenas na parte final existe uma pequena diferença entre as velocidades, sendo que neste modelo todas as carruagens possuem a mesma velocidade e nas velocidades de [2], as carruagens não possuem todas a mesmas velocidade.

Contudo, uma vez que não existe qualquer atrito, é expectável que as carruagens mantenham todas a mesma velocidade.

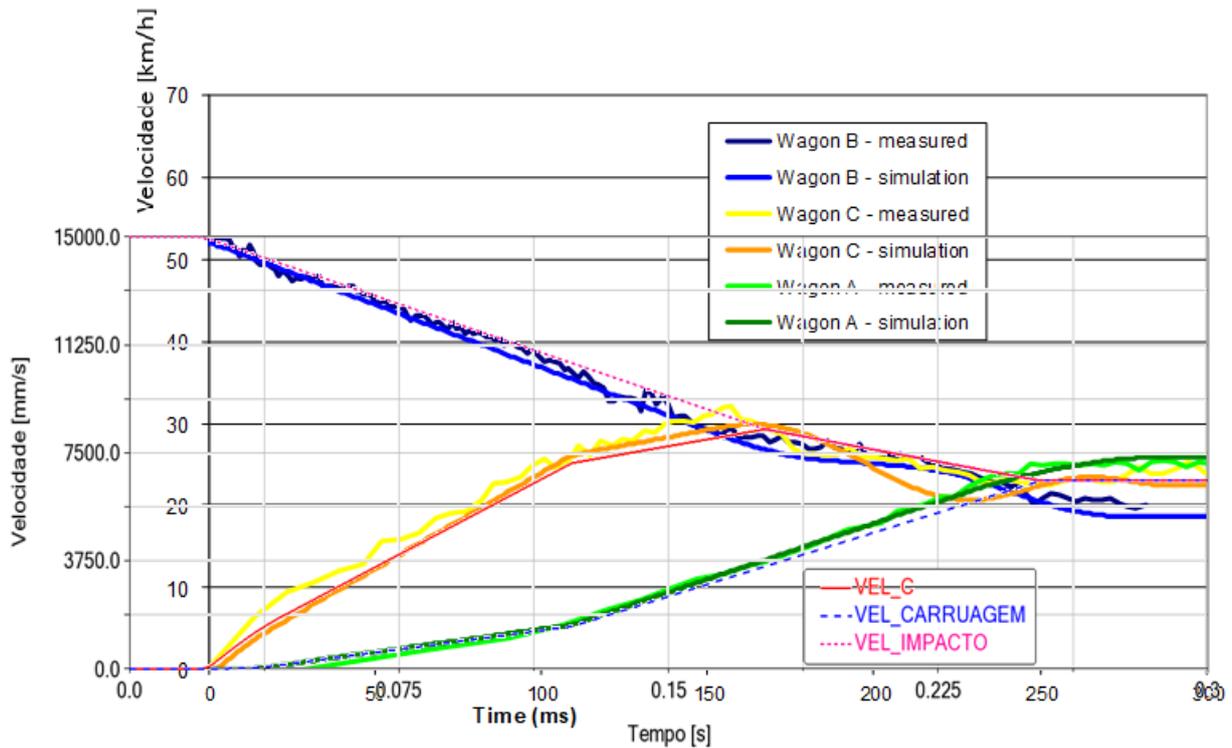


Figura 4.123: Comparação das velocidades do modelo 11 com [2]

5 Conclusões

5.1 Análise global dos resultados obtidos

De modo geral pode-se concluir que se conseguiu desenvolver um modelo baseado na dinâmica de sistemas multicorpo que simula de forma o mais próxima possível da realidade, sendo este modelo validado pelo modelo apresentado por Milho et al. [2]. Este modelo foi desenvolvido num *software* de modelação multicorpo, o MSC ADAMS. A utilização da dinâmica multicorpo permitiu que o tempo de simulação seja baixo, quando comparado com o método de elementos finitos, razão pela qual se optou pela dinâmica de sistemas multicorpo.

Apesar das diferenças dos modelos desenvolvidos, todos os modelos têm como base uma combinação de carruagens e *buffers*, unidos por molas cujas curvas de rigidez são específicas, sendo que estas molas são responsáveis pela absorção de energia quando se dá a colisão e cujo objetivo é garantir que a energia dissipada pelas molas permita que os passageiros se mantenham em segurança mesmo quando existe uma colisão.

Os modelos foram evoluindo desde um modelo muito simples que apenas contemplava uma massa e uma mola, onde a dificuldade era a implementação de uma curva de rigidez específica, até um modelo relativamente complexo, onde as forças das molas foram implementadas através de funções por troços.

Com a evolução dos modelos também foram surgindo novos desafios, a grande dificuldade na implementação dos modelos foi o facto das velocidades não apresentavam um patamar em que estabilizavam, isto deveu-se ao facto de na implementação das velocidades dos batentes, a velocidades dos mesmos dependia da velocidade da carruagem e do *buffer* em questão, sendo que a velocidade da carruagem depende da velocidade do batente e do *buffer*. A implementação das velocidades foi um processo que não apresentou grandes dificuldades, contudo a solução das equações não especialmente desafiante, uma vez que se sucede o que se referiu anteriormente.

Assim para tentar resolver a situação que se verificava contemplaram-se diferentes alternativas, sendo que a que se verificou mais eficaz foi a de implementar as forças das molas em funções por troços, que respeitassem as curvas características das molas. Esta alternativa revelou-se ser a mais acertada, uma vez que permitiu obter os resultados que mais se aproximam dos resultados do modelo de comparação, modelo apresentado por Milho et al. [2].

A implementação das forças das molas em funções por troços, foi algo desafiante, uma vez que a implementação da força da mola depende não só da deformação da mesma, bem como da velocidade da mola. A velocidade da mola foi um fator importante, uma vez que se pretendia que quando a mola se encontrasse em tração (velocidade positiva no caso dos modelos), não existisse qualquer força aplicada.

É de notar que no último modelo desenvolvido, efetuou-se a alteração da mola que simula o *coupler* de entre as carruagens para entre os *buffers*, isto deveu-se ao facto de na realidade a mola se encontrar entre as carruagens, contudo esta mola efetua exatamente o mesmo trabalho entre os *buffers*. Este último modelo acabou por ser o modelo que apresenta os resultados mais próximos dos desejados, isto devido às rotinas para as forças das molas que foram desenvolvidas, o que permitiu que as velocidades apresentassem um comportamento esperado, invés de continuar a aumentar ilimitadamente. Este modelo pode ser considerado uma boa base e uma boa alternativa para estudar a colisão de veículos ferroviários.

5.2 Trabalhos futuros

Considera-se que seria interessante e importante desenvolver trabalho adicional nesta linha de investigação, para tal algumas propostas de trabalho futuro são:

- Desenvolvimento de modelos mais complexos, adicionando por exemplo mais carruagens ou adicionado atrito ao modelo existente.
- Desenvolvimento de modelos que considerem amortecimento.
- Desenvolvimento de modelos de imobilização baseados no atrito.

6 Bibliografia

- [1] E. Standard, “EN 15227 : 2008 + A1,” pp. 1–39, 2010.
- [2] J. F. Milho, J. A. C. Ambrósio, and M. F. O. S. Pereira, “Validated multibody model for train crash analysis,” *Int. J. Crashworthiness*, vol. 8, no. 4, pp. 339–352, 2003.
- [3] S. Xie, W. Yang, and P. Xu, “Simulation Analysis of a Multiple-Vehicle , High-Speed Train,” vol. 2018, 2018.
- [4] J. Ambrósio and J. Dias, “A road vehicle multibody model for crash simulation based on the plastic hinges approach to structural deformations,” *Int. J. Crashworthiness*, vol. 12, no. 1, pp. 77–92, 2007.
- [5] J. F. Milho, J. A. C. Ambrósio, and M. F. O. S. Pereira, “Design of train crash experimental tests by optimization procedures,” *Int. J. Crashworthiness*, vol. 9, no. 5, pp. 483–493, 2004.
- [6] M. Carvalho and J. Ambrosio, “Development of generic road vehicle multibody models for crash analysis using an optimisation approach,” *Int. J. Crashworthiness*, vol. 16, no. 5, pp. 537–556, 2011.
- [7] M. Carvalho, J. Ambrósio, and P. Eberhard, “Identification of validated multibody vehicle models for crash analysis using a hybrid optimization procedure,” *Struct. Multidiscip. Optim.*, vol. 44, no. 1, pp. 85–97, 2011.
- [8] G. Amato, F. Obrien, B. Ghosh, G. Williams, and C. Simms, “A scaling method for modelling the crashworthiness of novel roadside barrier designs,” *Int. J. Crashworthiness*, vol. 18, no. 1, pp. 93–102, 2013.
- [9] D. H. J. F. Neuenhaus, U. J. Geßler, and M. Feldmann, “Using multibody-system modeling to make accurate predictions of vehicle impacts on road restraint systems,” *Int. J. Non. Linear. Mech.*, vol. 53, pp. 24–31, 2013.
- [10] W. Pawlus, H. Reza, and K. G. Robbersmyr, “Application of viscoelastic hybrid models to vehicle crash simulation,” *Int. J. Crashworthiness*, vol. 16, no. 2, pp. 195–205, 2011.
- [11] G. Gao and S. Wang, “Crashworthiness of passenger rail vehicles : a review,” *Int. J. Crashworthiness*, vol. 0, no. 0, pp. 1–13, 2019.
- [12] J. L. Escalona, H. Sugiyama, and A. A. Shabana, “Modelling of structural flexibility in multibody railroad vehicle systems,” *Veh. Syst. Dyn.*, vol. 51, no. 7, pp. 1027–1058, 2013.
- [13] R. A. Oprea, “A constrained motion perspective of railway vehicles collision,” *Multibody Syst. Dyn.*, vol. 30, no. 1, pp. 101–116, 2013.
- [14] C. Gui, J. Bai, and W. Zuo, “Simplified crashworthiness method of automotive frame for conceptual design,” *Thin-Walled Struct.*, vol. 131, no. December 2017, pp. 324–335, 2018.
- [15] L. Ling, M. Dhanasekar, and D. P. Thambiratnam, “Frontal collision of trains onto obliquely stuck road trucks at level crossings: Derailment mechanisms and

- simulation,” *Int. J. Impact Eng.*, vol. 100, pp. 154–165, 2017.
- [16] M. Carvalho, J. Milho, J. Ambrosio, N. Ramos, and J. Ambrosio, “Railway occupant passive safety improvement by optimal design,” vol. 8265, 2017.
- [17] J. Fang, G. Sun, N. Qiu, N. H. Kim, and Q. Li, “On design optimization for structural crashworthiness and its state of the art,” *Struct. Multidiscip. Optim.*, vol. 55, no. 3, pp. 1091–1119, 2017.
- [18] Adams/Solver, *About Adams / Solver*. 2016.
- [19] A. View, *Learning Basics Adams/View*. 2016.