

平成29年度 修士論文

複素アナログフィルタのヒルベルトフィルタ近似性と  
IQ インバランス測定法の検討

指導教員 小林 春夫 教授

群馬大学大学院理工学府 理工学専攻  
電子情報・数理教育プログラム

田村 善郎

# 目次

第 1 章	序論.....	1
1.1	研究背景.....	1
1.2	本論文の構成.....	6
第 2 章	数学的準備.....	7
2.1	オイラーの公式.....	8
2.2	フーリエ変換.....	10
2.3	直交変復調.....	12
第 3 章	複素アナログフィルタのヒルベルトフィルタ近似性.....	14
3.1	IF 受信機構成とイメージ成分.....	15
3.2	ヒルベルト変換とイメージ除去.....	17
3.3	RC ポリフェーズフィルタ.....	19
3.3.1	1 次 RC ポリフェーズフィルタ.....	23
3.3.2	2 次 RC ポリフェーズフィルタ.....	25
3.3.3	3 次 RC ポリフェーズフィルタ.....	27
3.3.4	4 次 RC ポリフェーズフィルタ.....	28
3.3.5	n 次 RC ポリフェーズフィルタ.....	31
3.4	その他の複素アナログフィルタ.....	35
第 4 章	複素アナログフィルタの IQ インバランス測定法.....	39

4.1	IQ インバランス .....	40
4.2	RC ポリフェーズフィルタと IQ インバランス .....	42
第 5 章	結論 .....	55
参考文献	.....	57
謝辞	.....	61
研究実績	.....	62

# 目次

図 2.1	正弦波信号ベクトル.....	9
図 3.1	スーパーヘテロダイン受信機ブロック図.....	15
図 3.2	IF 信号と妨害波.....	16
図 3.3	ヒルベルトフィルタ構成例.....	17
図 3.4	ヒルベルトフィルタ周波数特性.....	18
図 3.5	RC ポリフェーズフィルタによる直交波形生成.....	19
図 3.6	RC ポリフェーズフィルタの入出力（時間領域）.....	21
図 3.7	RC ポリフェーズフィルタの入出力（周波数領域）.....	21
図 3.8	1 次 RC ポリフェーズフィルタ構成.....	23
図 3.9	1 次 RC ポリフェーズフィルタ周波数特性.....	24
図 3.10	2 次 RC ポリフェーズフィルタ構成.....	25
図 3.11	2 次 RC ポリフェーズフィルタ周波数特性.....	26
図 3.12	3 次 RC ポリフェーズフィルタ構成.....	27
図 3.13	3 次 RC ポリフェーズフィルタ周波数特性.....	28
図 3.14	4 次 RC ポリフェーズフィルタ構成.....	29
図 3.15	4 次 RC ポリフェーズフィルタ周波数特性.....	30
図 3.16	1 次複素 Gm-C バンドパスフィルタ.....	36
図 3.17	1 次複素能動 RC バンドパスフィルタ.....	36

図 3.18	複素バンドパスフィルタ周波数特性.....	37
図 3.19	1 入力 1 出力アナログローパスフィルタ .....	37
図 3.20	アナログローパスフィルタ周波数特性.....	38
図 4.1	無線通信用アナログ回路の構成例.....	41
図 4.2	IQ インバランス特性の概略図.....	41
図 4.3	IQ インバランス測定原理概略図 $\cos$ 信号入力.....	43
図 4.4	IQ インバランス測定原理概略図 $j\sin$ 信号入力.....	43
図 4.5	IQ インバランス測定システム.....	44
図 4.6	RC ポリフェーズフィルタ構成 $\cos$ 入力.....	45
図 4.7	入力信号.....	45
図 4.8	理想的出力.....	46
図 4.9	出力 ( $\omega = 2RC$ , $R,C$ ミスマッチなし) .....	46
図 4.10	出力 ( $\omega = 12RC$ , $R,C$ ミスマッチなし) .....	47
図 4.11	出力 ( $\omega = 1RC$ , $R$ ミスマッチあり) .....	47
図 4.12	出力 ( $\omega = 1RC$ , $C$ ミスマッチあり) .....	48
図 4.13	RC ポリフェーズフィルタ構成 $\cos + j\sin$ 入力.....	48
図 4.14	入力信号.....	49
図 4.15	理想的出力.....	49
図 4.16	出力 ( $\omega = 2RC$ , $R,C$ ミスマッチなし) .....	50
図 4.17	出力 ( $\omega = 12RC$ , $R,C$ ミスマッチなし) .....	50
図 4.18	出力 ( $\omega = 1RC$ , $R$ ミスマッチあり) .....	51
図 4.19	出力 ( $\omega = 1RC$ , $C$ ミスマッチあり) .....	51

図 4.20	出力 ( $\omega = 2RC$ , R ミスマッチあり) .....	52
図 4.21	出力 ( $\omega = 1RC$ , RC ミスマッチなし, 入力振幅 $A = 1.1, B = 0.9$ ) .....	52
図 4.22	出力 ( $\omega = 2RC$ , RC ミスマッチなし, $A = 1.1, B = 0.9$ ) .....	53
図 4.23	出力 ( $\omega = 2RC$ , RC ミスマッチなし, $A = 1.1, 1.2, B = 0.9, 0.8$ ) .....	53

# 表目次

表 2.1	フーリエ変換と性質 .....	10
表 4.1	シミュレーション条件 .....	44

# 第1章 序論

## 1.1 研究背景

フィルタ理論に関する研究はK. ワグナーやG. キャンベルによって始められた。19世紀, 1本の電話線で1個の加入者しか通話できない電話方式は, 加入者が増えるにつれて多数の電話線が必要になり能率が悪かった。そこで, 1本の電話線で多数の加入者が同時に通話できる多重化方式に需要が高まり, それを可能にしたのは2人が別々に発明したアナログフィルタ(インダクタ  $L$  とコンデンサ  $C$  を利用したもの)である。フィルタを活用した多重化方式は画期的な技術として注目を浴び, アナログフィルタの理論解析が急速に進んだ。このフィルタの原点ともいえる受動 LC フィルタは, 電源が不要で設計が簡単, 広い周波数範囲で良好な特性を有する, 低雑音である, 低素子感度である等の理由で, 通信機のフロントエンドや中間周波処理回路など, 主に高周波領域で利用されている。しかし, オーディオ帯域など低周波域にカットオフ周波数を持つ受動フィルタを構成した場合, それに含まれるインダクタの素子値が非常に大きくなってしまう。この場合, 受動部品としてのインダクタは巻き線で実現され, 規模が大きくなるだけでなく, 高コストになる等の問題点がある。これらの問題を解決するため, インダクタを含まない能動 RC フィルタが開発された[1,2,3,4]。

能動 RC フィルタは, 1938年 H. スコットによって真空管方式のものが開発され, 1955年には小型で特性の良いトランジスタ方式を R. セイレンが開発した。IC 化オペアンプの登場以降, 本格的に普及した。能動 RC フィルタは2つの構成法がある。一つは RC 型で



1次フィルタと2次フィルタがある.2次フィルタを縦続接続して高次フィルタを作る.段ごとにフィルタが独立しており,フィルタの遮断周波数 $f_c$ に関わらず出力を低インピーダンス化できる,遮断周波数 $f_c$ や選択度 $Q$ の設計が前後の回路と独立してできるという利点がある.また,この回路は必要となる能動素子数が少ないが,高次になるにつれて部品の性能が厳しくなってくるという問題点がある.もう一つは,LCシミュレーション型構成法である.受動フィルタに含まれるインダクタ  $L$  を等価的な能動 RC 回路で実現する方法である.この回路実現のためには,GIC(General Impedance Converter)を用いて実現される FDNR(Frequency Dependent Negative Resistance)や等価インダクタ等が用いられる.LCシミュレーション法により得られた回路は,前述の RC 型構成法による回路と比較して多くのオペアンプを必要とするが,LCフィルタの素子感度が低いという特徴を持つ.以上のように能動 RC フィルタに関してこれまで様々な構成法が提案されている.しかし,能動 RC フィルタ回路はオペアンプの有限 GB 積等の影響を受けるため,使用可能な周波数帯は比較的低い周波数に限定される.したがって,受動フィルタと能動 RC フィルタは相補的に利用されているといえる.

以上のようにフィルタは,現在までにおよそ 100 年の歴史があり,通信分野をはじめとする多くの分野において必要不可欠となっている.例えば,ラジオ,テレビや携帯電話などに代表される無線通信において,電波資源の有効活用のため送信時の不要輻射を抑え,受信時の隣接信号を除去する役割など,フィルタは必要不可欠なものとなっている.デジタル通信の分野においては,前述の役割のフィルタだけでなく,伝送波形そのものを問題とするロールオフフィルタ[5]も重要な要素となる.

これらの応用例のうち,デジタル通信をはじめとする直交変復調装置において,複素係数フィルタ(以下,複素フィルタ)が要求されている[6].本論文では,従来のフィルタと

複素フィルタを区別するため、従来のフィルタを特に実係数フィルタ（以下、実フィルタ）と呼ぶ。複素フィルタには、周波数に無関係に一定の虚数の抵抗値を持つ仮想的な素子（虚数抵抗）が含まれる。この素子は当初、超狭帯域実バンドパスフィルタの回路変形を容易に行うために考え出されたものである[7]。この方法によって最終的に得られるフィルタは実バンドパスフィルタとなるが、複素フィルタは虚数抵抗を近似のためではなく、その性質を積極的に利用したものである。その結果、複素フィルタの周波数特性は正と負の周波数特性が直流に対して非対称となり、実フィルタでは実現不可能な周波数特性を実現することができるようになった。

複素フィルタは、その入力信号が解析信号となる。入出力端子を実部と虚部に分けて見かけ上四端子対の回路とすることで、実信号処理系を用いて等価的に実現される。複素伝達関数の概念を導入し、所望のフィルタ仕様を狭帯域バンドパスフィルタの設計問題に変換する手法の提案がされている[8]。状態空間形の複素アナログフィルタが提案[9]について、これらは実信号を入力する回路であり、実信号を帯域制限された複素信号に変換するフィルタと考えられる。また、両抵抗終端形の実アナログフィルタを二つの複素全域通過関数の和に分解して構成する方法を提案している[10]。これは虚数抵抗を用いた回路のウェーブ形構成法である。この方法により得られた回路は実入力信号に対し、実部虚部の出力信号は互いに相補となるが、複素信号処理のためのフィルタではない。デジタルフィルタの分野において、従来の実デジタルフィルタの周波数応答を周波数軸方向にシフトすることによって複素デジタルフィルタを構成する方法を提案している[11]。周波数シフト法に基づいた複素フィルタの構成法も報告されている[12]。

複素フィルタの実現に関しても、実フィルタと同様に受動実現と能動実現に分類可能である。能動 RC 複素フィルタに基づいたものから分類すると、まず RC 型構成法に属す

る構成法が挙げられる[13].この構成法は,希望複素伝達関数を 1 次式に因数分解し,前述の複素共振器に代表される回路ブロックを縦続接続することにより所望特性を実現するものである.さらに,LC シミュレーション型構成法に属する構成法のうち,複素リープフロッグシミュレーション法[12]がある.この方法は,虚数抵抗を含んだ複素フィルタの各接点電圧と枝電流の関係を能動 RC 回路によりシミュレートし,複素フィルタを間接的に実現するものである.実フィルタと同様に低素子感度性を有するため,能動素子を用いて実現した複素フィルタも,その低素子感度性を受け継ぐことが期待される.

複素フィルタの受動実現に関する研究はあまり報告されていない.通信機のフロントエンド等の微弱な信号を扱う応用において雑音の問題は重大なものであるため,能動素子の使用は増幅手段を除いてあまり好ましくない.したがって,このような用途へ適用する複素フィルタは,受動実現された複素フィルタが適している.このような用途で RC ポリフェーズフィルタがあり幾つか報告されている[14, 15]が,このフィルタについてまだ理解されていない部分も残されている.

先端電子機器開発で常に重要な役割を演じているのが半導体と並んでフィルタであるが,フィルタに関する技術的な理解の困難さがあり,フィルタ技術は比較的敬遠されがちであるように思われる.これには,フィルタは完成品を使用すればその動作が理解できなくとも十分利用できるといった考え方も一つの要因であると思われる.

将来を展望すると,次世代電子機器は次々に開発され高度化するが,使用環境は一段と悪化していく.ノイズとの戦いの深刻化,情報の過密化が進むことで超高周波での利用が加速する,といった複雑な環境の中から必要とする情報を確実に取り出すには一段と高度なフィルタ技術が必要になり,ますますフィルタの役割は重要さを増す.このためにも,フィルタの振る舞いを明らかにして,次世代電子機器の開発の助けとなれば幸いであ

る.

また,近年の傾向として,5G (第 5 世代移動通信システム) や自動車用安全走行関連機器等,次世代電子機器の使用周波数は一段と高周波(GHz)化していくと推測される.システム LSI の開発方向が一段と高周波化に向かっているのと同様に,フィルタの開発方向も高周波化に向かっている.無線通信分野で数 GHz~数十 GHz の高周波数帯の利用が進んだ際,より広帯域での周波数特性の測定が必要になってくると考える.高周波の直交変復調において,I 信号と Q 信号間の直交性の精度を表す振幅特性,位相特性の IQ インバランスが広帯域になると顕著になると着目した.

以上の観点から,本研究では複素フィルタについての周波数特性解析から,その性質を示す.得られた性質からヒルベルト変換特性との近似性を考察する.本論文では,複素フィルタは RC ポリフェーズフィルタ,複素 Gm-C バンドパスフィルタ,複素能動 RC バンドパスフィルタの 3 つを扱い,RC ポリフェーズフィルタは受動フィルタ,もう 2 つのフィルタは能動フィルタである.主に受動フィルタである RC ポリフェーズフィルタについて議論する.次に,広帯域化の際の I 信号と Q 信号の特性を考慮して,複素フィルタの IQ インバランスの測定法を述べる.

## 1.2 本論文の構成

本論文は以下の内容から構成されている.

2 章では, 直交性の解析に利用できるオイラーの公式, 複素正弦波, フーリエ変換等の数学的性質を述べた. これらの性質を用いて, 直交変復調の周波数軸上の振る舞いを説明し, 図解を試みた.

3 章では, 複素フィルタのヒルベルトフィルタ特性近似性について述べている. 3 種類の複素アナログフィルタ (RC ポリフェーズフィルタ, 複素 Gm-C バンドパスフィルタ, 複素能動 RC バンドパスフィルタ) のヒルベルトフィルタとの近似性を調査した. 伝達関数をもとに, 実部と虚部のふるまいを明らかにした. まずは 1 次の場合から考え, 次に高次の場合の解析を行った. その結果, RC ポリフェーズフィルタはゲイン特性, 位相特性とも理想ヒルベルトフィルタ特性の近似となるが, 複素 Gm-C バンドパスフィルタおよび複素能動 RC バンドパスフィルタは両特性ともヒルベルトフィルタ特性の近似性は薄いことを明らかにした.

4 章では, 近年の傾向にある高周波化から予想される複素フィルタの IQ インバランスについて検討する. IQ インバランスの帯域による影響の変化を述べたあと, 複素フィルタの IQ インバランス測定法について述べる.

5 章では, 各章のまとめと残された課題について述べ, 総括する.

## 第2章 数学的準備

本章では、第3章、第4章で行う周波数解析に役立つ数学的性質について述べる。オイラーの公式、複素正弦波信号、フーリエ変換等を扱う。これらを利用した直交変復調のふるまいについても説明する。

## 2.1 オイラーの公式

式(2.1)にオイラーの公式を示す. ここで,  $j$  は虚数単位,  $\theta$  は複素座標における偏角を表す.

$$e^{j\theta} = \cos(\theta) + jsin(\theta) \quad (2.1)$$

これを変調信号へ適用するため, 偏角,  $\theta$  が一定の角速度  $\omega$  で動くとする. つまり,  $\theta$  を  $\pm\omega t$  に置き換えると, 式(2.2)のようにと表される.

$$e^{\pm j\omega t} = \cos(\omega t) \pm jsin(\omega t) \quad (2.2)$$

$e^{\pm j\omega t}$  は単位円状での回転を表す. このような信号を複素正弦波信号と呼ぶ. また, 式(2.2)から, 以下のように実数成分と虚数成分が導出できる.

$$\cos(\omega t) = \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2} \quad (2.3)$$

$$jsin(\omega t) = \frac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{2} \quad (2.4)$$

これらの波形は, 角周波数  $\pm\omega$  の複素正弦波から成り, 言い換えると, 正負の周波数成分を持つことを示している. 上式を図示すると, 図 2.1 のように描ける. Cos 波形の合成ベクトルは, 実数軸上を動き,  $jsin$  波形の合成ベクトルは, 虚数軸上を動くことがわかる. このことは一般の信号へ拡張できる. 実信号は, 基本的に正負の周波数成分を持ち, それらは共役の関係になっている. 直交変復調では, このことが重要な意味を持ち, また直交変復調器のインバランスにより発生するイメージの発生を説明するものである.

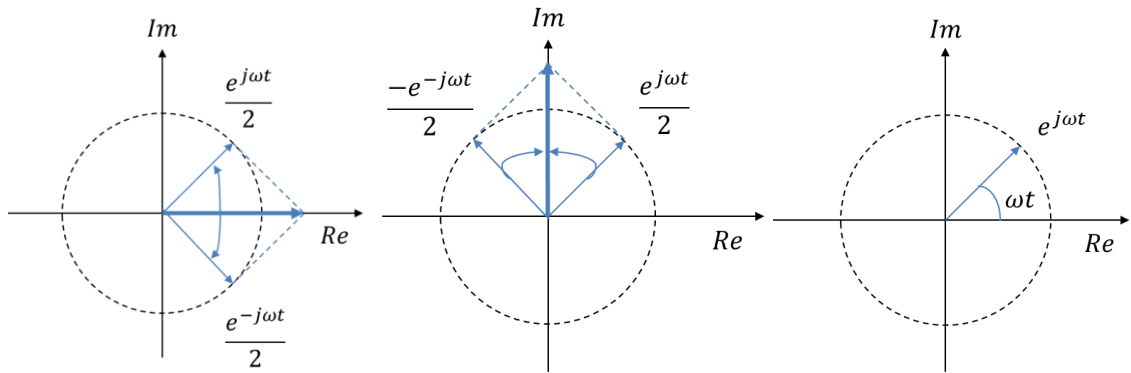


図 2.1 正弦波信号ベクトル



## 2.2 フーリエ変換

フーリエ変換の性質をまとめる[30].まず,時間軸波形 $x(t)$ のフーリエ変換を $X(f)$ とすると,式(2.5)のように表せる。

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (2.5)$$

ここで, $x(t)$ の共役を $x^*(t)$ とすると,そのフーリエ変換は, $X^*(-f)$ となる.つまり,式(2.6)の性質をもつ.

$$\begin{aligned} x(t) &\leftrightarrow X(f) \\ x^*(t) &\leftrightarrow X^*(-f) \end{aligned} \quad (2.6)$$

表 1 に本論文で用いる関数のフーリエ変換と性質を示す.

表 2.1 フーリエ変換と性質

<p>複素正弦波のフーリエ変換</p> $e^{j2\pi f_0 t} \leftrightarrow \delta(f - f_0)$
<p>Cos関数のフーリエ変換</p> $\cos(2\pi f_0 t) \leftrightarrow \frac{1}{2}(\delta(f + f_0) + \delta(f - f_0))$
<p>Sin関数のフーリエ変換</p> $\sin(2\pi f_0 t) \leftrightarrow \frac{j}{2}(\delta(f + f_0) - \delta(f - f_0))$
<p>畳み込み定理</p> $x(t) \cdot y(t) \leftrightarrow X(f) * Y(f)$ $x(t) * y(t) \leftrightarrow X(f) \cdot Y(f)$ <p>(*は畳み込み積分を表す)</p>

ここで $\delta$ はデルタ関数を表し,式(2.7)のように定義される.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) x(t) dt = x(0) \quad (2.7)$$

$x(t)$ は任意の連続関数である.また,次の性質も知られている.

$$\delta(f - f_0) * S(f) = S(f - f_0) \quad (2.8)$$

以上の性質を利用して,直交変復調のモデル化と解析を行う.

## 2.3 直交変復調

直交変調では、位相が 90 度異なる 2 つの搬送波を用いることにより、複素信号を実数信号として送信する。したがって、2 次元の複素座標へマッピングできる各種のデジタル変調の送受信を行うことができる。振幅変調、周波数変調、位相変調は、送信情報をそれぞれ振幅、周波数、位相データへ変換して送信し、直交振幅変調では、振幅と位相を組み合わせることにより、多ビットをまとめて送信する。これらの信号をまとめて数式で表現すると、式(2.9)のように表すことができる。

$$s(t) = A_k \cos(2\pi(f_c + f_k)t + \theta_k + \phi_0) \quad (2.9)$$

$k$ の添え字が付いている変数が変調信号を示し、 $f_c$ と $\phi_0$ は、搬送波周波数と初期位相を示す。この式は、三角関数の公式により、式(2.10)の形に変形できる。

$$s(t) = I(t) \cos(2\pi f_c t + \phi_0) - Q(t) \sin(2\pi f_c t + \phi_0) \quad (2.10)$$

これが直交変調であり、このような形で様々な変調方式に対応できる。 $I(t)$ 、 $Q(t)$ はベースバンド信号であり、それぞれ同相成分(In-phase)、直交成分(Quadrature-phase)に由来して、 $I$ 信号、 $Q$ 信号と呼ばれる。これを複素表現で表すと、下式のように表せる。

$$s(t) = \{ (I(t) + jQ(t)) \cdot e^{j(2\pi f_c t + \phi_0)} \} \quad (2.11)$$

ここで、 $Re$ は、実数成分を取り出すことを表し、信号が実数であることを明示する。この処理は、複素信号に対して、次のような計算をしていることになる。

$$Re\{z\} = \frac{Z + Z^*}{2} \quad (2.12)$$

ここで、 $Z^*$ は $Z$ の複素共役を表す。このことは、 $I$ 経路と $Q$ 経路のインバランスにより発生するイメージ成分やヒルベルト変換を考えるとときに役立つ。

このように直交変復調を複素信号の観点からモデル化することにより、そのふるまいが

理解しやすくなる場合がある.

## 第3章 複素アナログフィルタのヒルベルトフィルタ 近似性

複素フィルタは、従来の実フィルタにない、負の周波数の概念を扱うことができるという特徴を持っている。

本章では、複素フィルタのヒルベルトフィルタ特性近似性について述べている。3種類の複素アナログフィルタ(RC ポリフェーズフィルタ, 複素 Gm-C バンドパスフィルタ, 複素能動 RC バンドパスフィルタ)のヒルベルトフィルタとの近似性を調査する。伝達関数をもとに、伝達関数の導出、実部と虚部のふるまいを明らかにする。それらの式からシミュレーションによる周波数解析を行う。まずは 1 次の場合から考え、次に高次の場合の解析を行う。数式シミュレーションには Matlab を用いた。

### 3.1 IF 受信機構成とイメージ成分

特に狭帯域の無線通信では、 $1/f$  ノイズ等の影響を低減するために、図 3.1 のようなスーパーヘテロダイン方式を利用して中間周波数(IF : Intermediate Frequency)へ変換し、復調する場合もある。このとき、キャリア周波数 $f_c$  から少しずらした周波数 $f_{LO}$  をかけるため、それらの差の周波数へ周波数変換される。このような送信チャネル付近に不要な信号が存在すると、妨害波となる場合がある。

図 3.2 に IF 周波数へ変換したときのスペクトラムを示す。作図するには、RF 信号の DC が、搬送波周波数のデルタ関数のところへ来るように、スペクトラムをシフトすればよい。図 3.2 では、搬送波の 2 倍の周波数成分は省略している。図中に点線で示した負の周波数成分 $H^*(-f)$ におけるイメージ成分が、希望波へ重畳してしまい、通信品質を劣化させる。

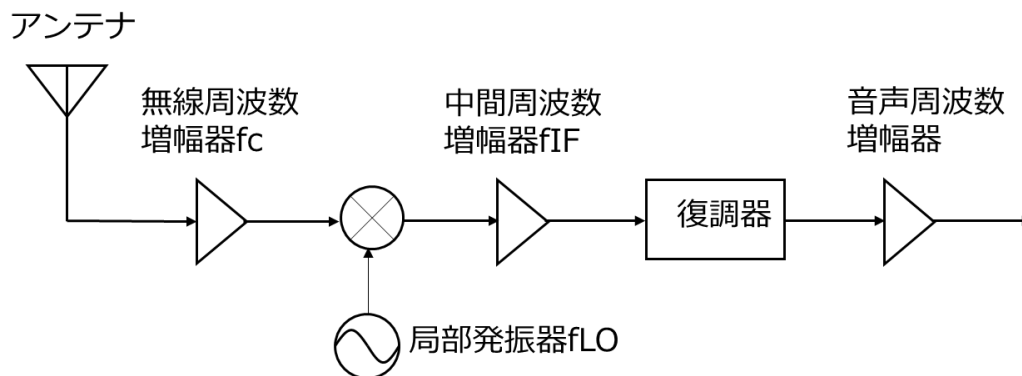


図 3.1 スーパーヘテロダイン受信機ブロック図

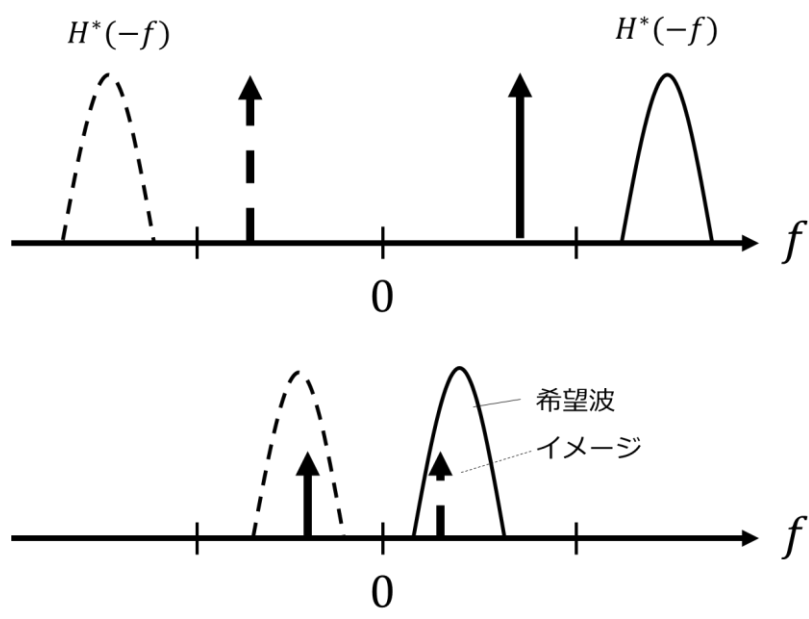


図 3.2 IF 信号と妨害波

### 3.2 ヒルベルト変換とイメージ除去

中間周波数(IF)を用いた受信機構成において,信号スペクトラムに負の周波数成分  $H^*(-f)$  がなく,また正の周波数のみ通過し,負の周波数を抑圧するようなフィルタをかけることができれば,妨害波を抑圧できる.

まず,負の周波数成分  $H^*(-f)$  は,直交復調によってキャンセルできる.そして,前述のようなフィルタは,ヒルベルトフィルタ[30]として知られている.

ヒルベルトフィルタは,図 3.3 のように,1 入力 2 出力のデジタルフィルタで構成されることが多く,実数出力に対し, $\pi/2$  だけ位相シフトした虚数成分を出力する.式(3.1)のような周波数応答特性を持つ.

$$H(\omega) = \begin{cases} -j & , \omega \geq 0 \\ j & , \omega < 0 \end{cases} \quad (3.1)$$

したがって,振幅特性,位相特性はそれぞれ図 3.4 のようになる.

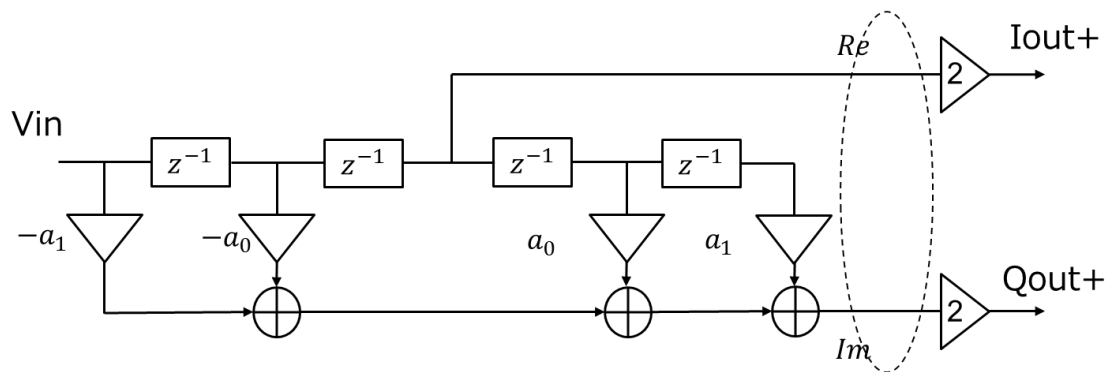
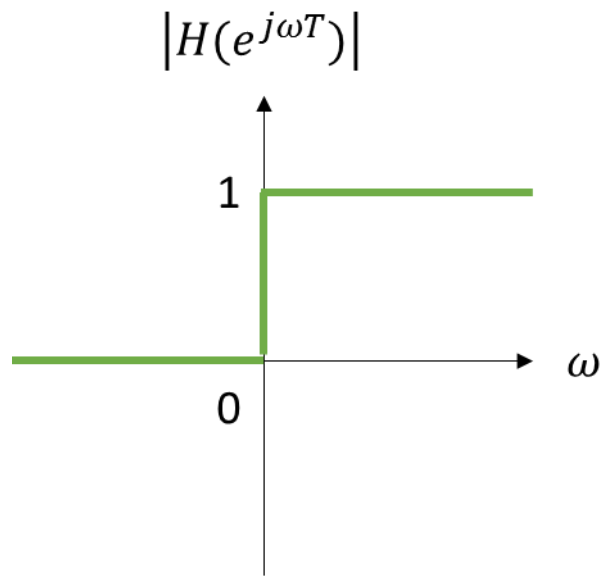
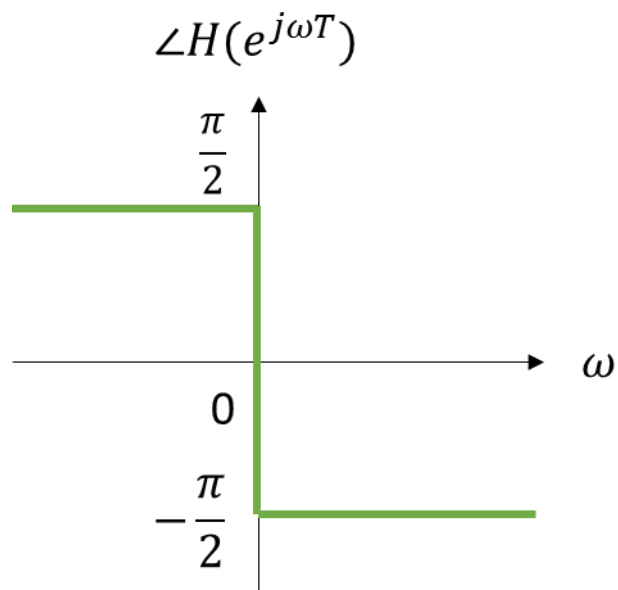


図 3.3 ヒルベルトフィルタ構成例





(a)ゲイン特性



(b)位相特性

図 3.4 ヒルベルトフィルタ周波数特性

### 3.3 RC ポリフェーズフィルタ

本節では, RC ポリフェーズフィルタについて説明する.

RC ポリフェーズフィルタは,2 入力 2 出力で抵抗 R と容量 C から構成され,入出力が I,Q 信号の複素信号の受動アナログバンドパスフィルタである.複素入出力信号を扱える複素アナログバンドパスフィルタであり,また,実数信号入力,複素信号出力ができるため,同相信号 (I 信号) および直交信号 (Q 信号) を生成する  $90^\circ$  移相器としても用いられる<sup>(5)(6)(7)</sup>. 無線送受信システムのアナログ・フロント・エンドで重要な部品である [10-23].

イメージ除去や I,Q 信号生成(位相が  $90^\circ$  異なった  $\cos, \sin$  波発生) を行うことができ,受動フィルタなので線形で高周波信号に対応できる.RC ポリフェーズフィルタのヒルベルトフィルタ近似性について述べる.すなわち,RC ポリフェーズフィルタは入出力が複素信号[24-29]の場合の理想ヒルベルトフィルタ特性の近似であることを示す.

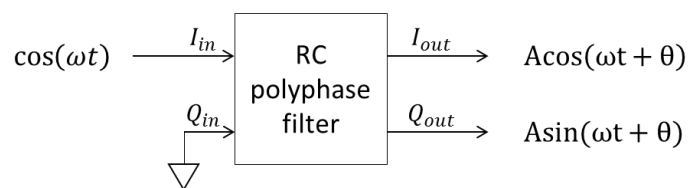


図 3.5 RC ポリフェーズフィルタによる直交波形生成

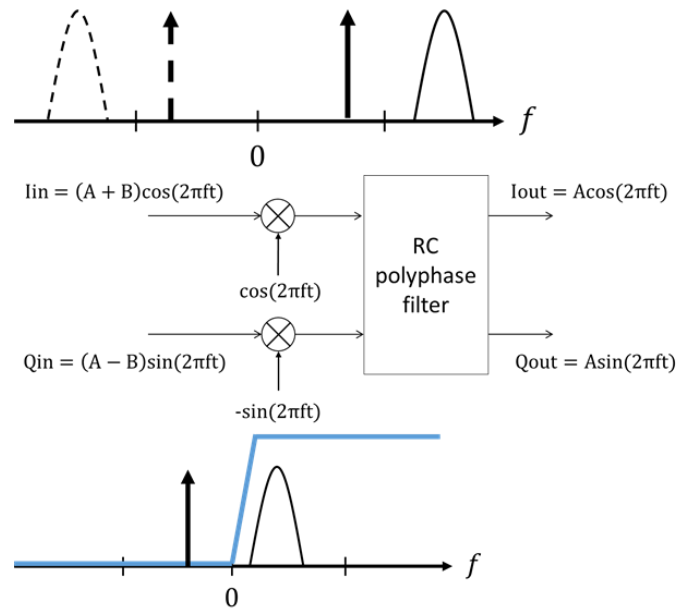


図 3.4 RC ポリフェーズフィルタによるイメージ成分の除去

通常のフィルタとは異なり,正の周波数と負の周波数両方の問題を考慮している.

RC ポリフェーズフィルタの一つ目の役割として,「単一入力信号からの,I,Q 信号発生」が挙げられる.図 2 に示すように,入力に実数部である  $I_{in}$  に  $\cos$  波のみを, 虚数部である  $Q_{in}$  にはゼロを入力する.この場合出力には,もとの信号である  $\cos$  波と位相が  $90^\circ$  異なった  $\sin$  波が発生される.一つの入力に対し,位相の  $90^\circ$  異なる二つの出力が得られることが特徴である.出力された二つの信号は,ミキサーに  $\cos$  波, $\sin$  波を入力するときなどに使用される.

二つ目の役割として図 3 に示すような「イメージ信号(負の周波数成分)除去」である.複素入力には負の周波数成分が含まれ,この成分が残っていると希望する信号の受信が困難になる.そこで, RC ポリフェーズフィルタを用いることで負の周波数成分を抑圧する.実数正弦波  $\cos$  信号は, 正の周波数を持つ複素正弦波と負の周波数を持つ複素正弦波の和で表せる. したがって,実数信号とその直交信号を足し合わせて片側取り出せば

負の周波数成分を除去できる.

RC ポリフェーズフィルタの伝達関数  $H(s)$  からフーリエ変換の関係を用いることで実数成分  $H_{re}(s)$  と虚数成分  $H_{im}(s)$  に分解できる. ここでは, 1 次の場合の数式をそれぞれ

$$\text{式(1)~(3)に示す. } H_{(1)im}(s) = j \frac{sR_1C_1}{1+sR_1C_1}$$

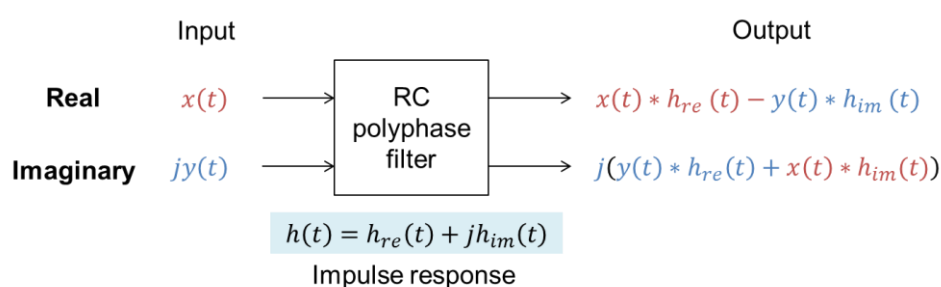


図 3.6 RC ポリフェーズフィルタの入出力 (時間領域)

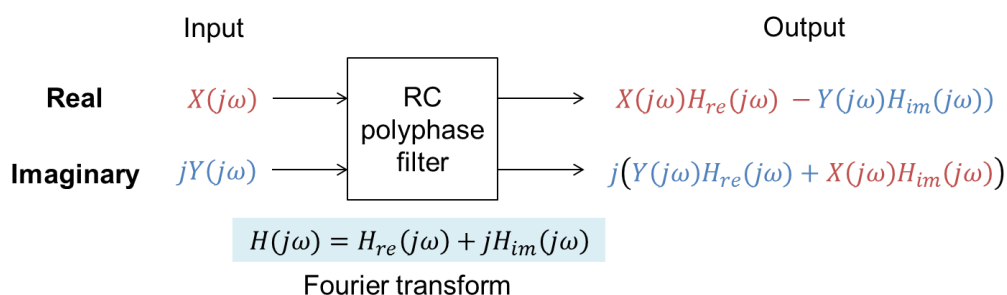


図 3.7 RC ポリフェーズフィルタの入出力 (周波数領域)

このようなヒルベルト変換を, アナログ回路で近似する方法として, RC ポリフェーズフィルタがある. RC ポリフェーズフィルタは 2 入力 2 出力のアナログの複素フィルタであり, 図のような直交波形生成や, イメージ除去に利用される. 直交復調と組み合わせて, イメージ除去に使用する場合, 図のような構成となる.

図に 1 次 RC ポリフェーズフィルタの構成例を示す. 2 つの差動入力に対し, 2 つの差動出

力がある.1次RCポリフェーズフィルタの伝達関数は,次式で表される.

$$H(\omega) = \frac{1 + \omega RC}{1 + j\omega RC} \quad (3.2)$$

図に,このフィルタの周波数特性を示す.横軸は相対角周波数であり,フィルタの時定数  $RC=1/2\pi$ とした.DC成分に対して非対称であり,複素フィルタを構成していることがわかる.また,-1[rad/s]でゲインが0となっており,この周波数のイメージ信号は完全に抑圧できる.このようなRCポリフェーズフィルタの振る舞いを考えるため,図のように,簡単なモデルに置き換える.複素フィルタとして,フィルタのインパルス応答を( )とした.

まず,実信号を入力した場合,(1.2)のように出力には,入力信号に対する実数成分と虚数成分が現れる.次に( )のように,複素信号を入力すると,実信号入力,虚信号入力それぞれに対してフィルタリングされた結果が加算され,出力される.これらの信号とヒルベルト変換の関係を調べるため,フィルタの伝達関数を解析する.

式( )の伝達関数を,( )による成分と( )による成分に分解する.周波数特性を時間軸信号の実数成分による特性と虚数成分による特性に分解するためには,( )のフーリエ変換の関係が利用できる.つまり,-と-のフーリエ変換をそれぞれ-, -とすると,

$$H_{re}(\omega) = \frac{H(\omega) + H^*(-\omega)}{2} = \frac{1}{1 + j\omega RC} \quad (3.2)$$

$$jH_{im}(\omega) = \frac{H(\omega) - H^*(-\omega)}{2} = \frac{\omega RC}{1 + j\omega RC} \quad (3.3)$$

$$(H_{im}(\omega) = -j \frac{\omega RC}{1 + j\omega RC})$$

と表される.図にこれらの伝達関数のゲイン特性,位相特性を示す.ここで, $RC=1/2\pi$ とした.

次節から,matlabによる数式シミュレーション結果を示す.

### 3.3.1 1次RCポリフェーズフィルタ

図 3.8に1次RCポリフェーズフィルタの回路図を示す.このときの伝達関数を式(3.4),ゲイン特性と位相特性を式(3.5)にそれぞれ示す.

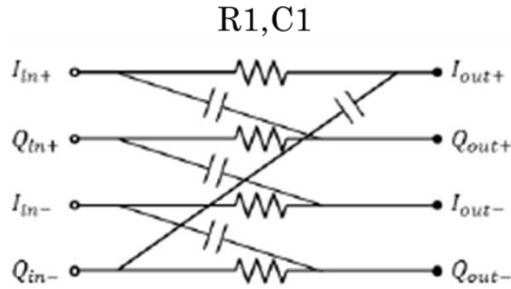


図 3.8 1次RCポリフェーズフィルタ構成

$$H_{(1)}(j\omega) = \frac{1 + \omega R_1 C_1}{1 + j\omega R_1 C_1} \quad (3.4)$$

$$|H_{(1)}(j\omega)| = \frac{|1 + \omega R_1 C_1|}{\sqrt{1 + (\omega R_1 C_1)^2}} \quad (3.5)$$

$$\tan(\angle H_{(1)}(j\omega)) = -\omega R_1 C_1$$

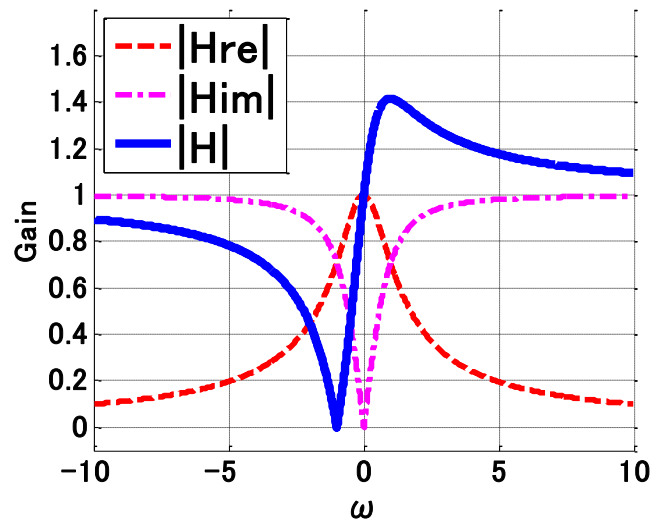
また,伝達関数は式(3.6)のような形で表すこともできる.

$$H_{(1)}(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega R_1 C_1} - j \frac{j\omega R_1 C_1}{1 + j\omega R_1 C_1} \quad (3.6)$$

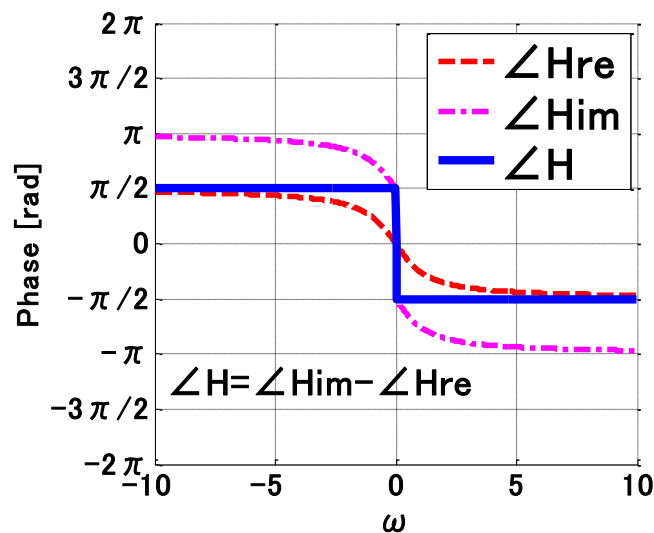
式(3.6)より,実数経路 $H_{(1)re}(j\omega)$ ,虚数経路 $H_{(1)im}(j\omega)$ を式(3.7)にそれぞれ示す.

$$\begin{aligned} H_{(1)re}(j\omega) &= \frac{1}{1 + j\omega R_1 C_1} \\ H_{(1)im}(j\omega) &= -\frac{j\omega R_1 C_1}{1 + j\omega R_1 C_1} \end{aligned} \quad (3.7)$$

図 3.9 にゲイン特性と位相特性のシミュレーション結果を示す.



(a)ゲイン特性



(b)位相特性

図 3.9 1次RCポリフェーズフィルタ周波数特性

まず、位相特性を見ると、全帯域にわたって理想的ヒルベルトフィルタに等しい特性が得られている。次に、ゲイン特性は、 $\pm 1$  [rad/s] の場所がゼロ点になっており、実部と虚部のゲインが一致していることがわかる。つまり、この部分では、実部と虚部の位相差は  $90$  度で、ゲインも一致し、直交性が保たれている状態にあるといえる。しかし、実部と虚部のゲ

イン特性の差が広がると,合成した減衰特性も劣化し,直交性が劣化してしまう.したがって,実部と虚部のゲイン特性を近づけることができれば,より広帯域にわたり,ヒルベルト変換できると思われる.このためには,フィルタの次数を上げる方法が有効である.次に,2次から4次までの周波数特性解析結果を示す.

### 3.3.2 2次RCポリフェーズフィルタ

図 3.10 に2次RCポリフェーズフィルタの回路図を示す.このときの伝達関数を式(3.8),ゲイン特性と位相特性を式(3.9),実数経路と虚数経路を式(3.10)にそれぞれ示す.また,図 3.11 にゲイン特性と位相特性のシミュレーション結果を示す.

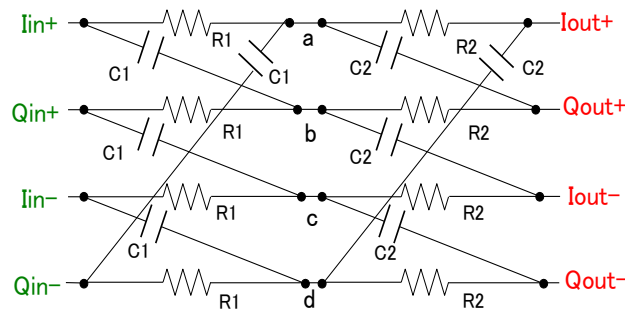


図 3.10 2次RCポリフェーズフィルタ構成

$$H_{(2)}(j\omega) = \frac{(1 + \omega R_1 C_1)(1 + \omega R_2 C_2)}{1 - \omega^2 R_1 C_1 R_2 C_2 + j\omega(R_1 C_1 + R_2 C_2 + 2R_1 C_2)} \quad (3.8)$$

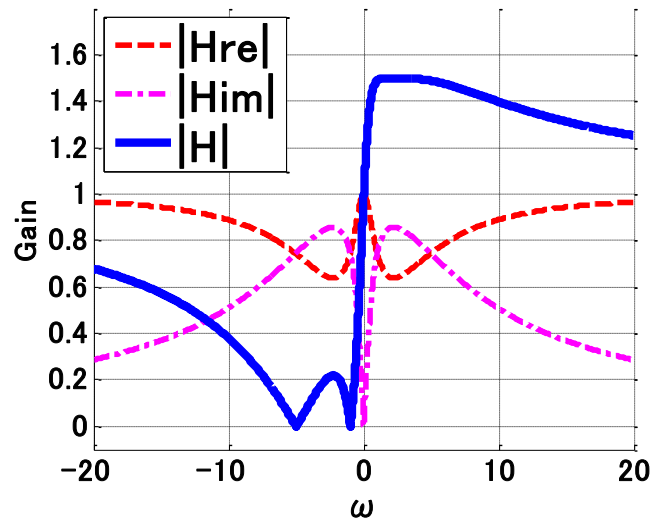
$$|H_{(2)}(j\omega)| = \frac{|1 + \omega R_1 C_1| |1 + \omega R_2 C_2|}{\sqrt{(1 - \omega^2 R_1 C_1 R_2 C_2)^2 + \omega^2 (R_1 C_1 + R_2 C_2 + 2R_1 C_2)^2}} \quad (3.9)$$

$$\tan(\angle H_{(2)}(j\omega)) = -\frac{\omega(R_1 C_1 + R_2 C_2 + 2R_1 C_2)}{1 - \omega^2 R_1 C_1 R_2 C_2}$$

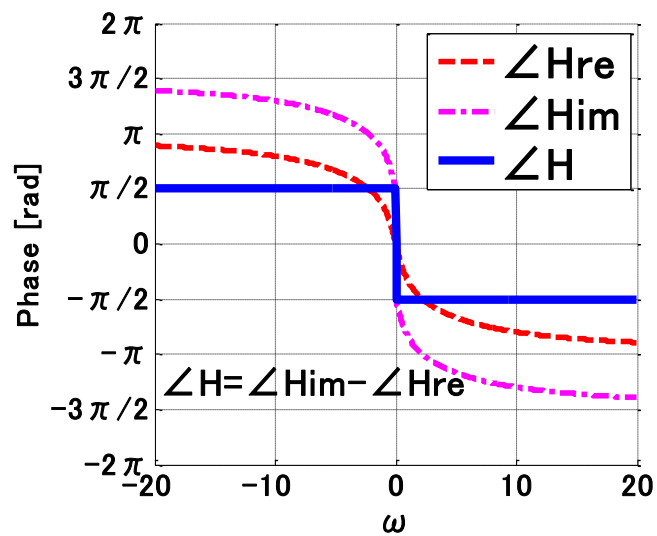
$$H_{(2)re}(j\omega) = \frac{1 + \omega^2 R_1 C_1 R_2 C_2}{1 - \omega^2 R_1 C_1 R_2 C_2 + j\omega(R_1 C_1 + R_2 C_2 + 2R_1 C_2)} \quad (3.10)$$



$$H_{(2)im}(j\omega) = -\frac{j\omega(R_1C_1 + R_2C_2)}{1 - \omega^2R_1C_1R_2C_2 + j\omega(R_1C_1 + R_2C_2 + 2R_1C_2)}$$



(a)ゲイン特性



(b)位相特性

図 3.11 2次RCポリフェーズフィルタ周波数特性

### 3.3.3 3次RCポリフェーズフィルタ

図 3.12 に 3 次 RC ポリフェーズフィルタの回路図を示す。このときの伝達関数を式 (3.11)、ゲイン特性と位相特性を式(3.12)、実数経路と虚数経路を式(3.13)にそれぞれ示す。また、図 3.13 にゲイン特性と位相特性のシミュレーション結果を示す。

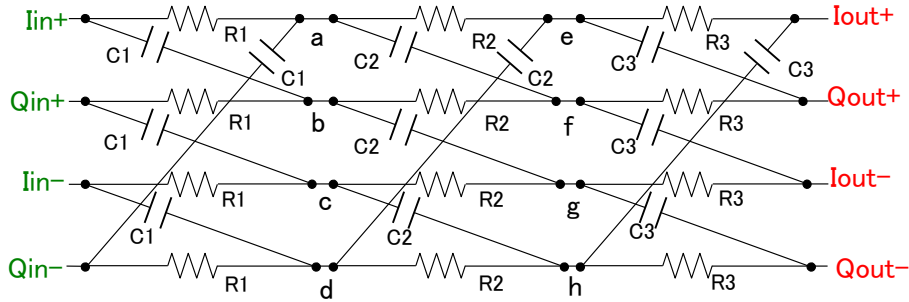


図 3.12 3 次 RC ポリフェーズフィルタ構成

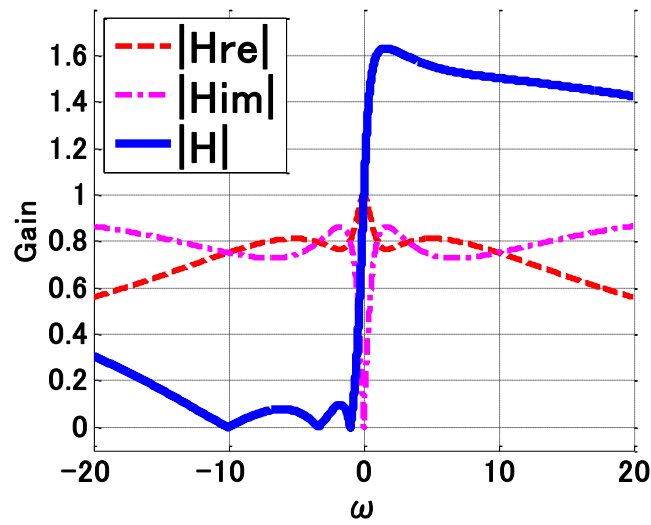
$$H_{(3)}(j\omega) = \frac{N_{(3)}(j\omega)}{D_{(3)re}(j\omega) + jD_{(3)im}(j\omega)} \quad (3.11)$$

$$|H_{(3)}(j\omega)| = \frac{|N_{(3)}(j\omega)|}{\sqrt{D_{(3)re}(j\omega)^2 + D_{(3)im}(j\omega)^2}} \quad (3.12)$$

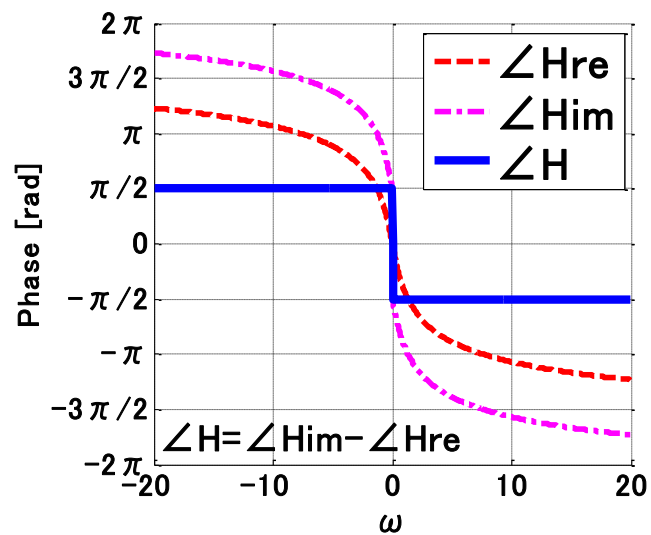
$$\tan(\angle H_{(3)}(j\omega)) = -\frac{D_{(3)im}(j\omega)}{D_{(3)re}(j\omega)}$$

$$H_{(3)re}(j\omega) = \frac{1 + \omega^2(R_1C_1R_2C_2 + R_2C_2R_3C_3 + R_3C_3R_1C_1)}{D_{(3)re}(j\omega) + D_{(3)im}(j\omega)} \quad (3.13)$$

$$H_{(3)im}(j\omega) = -j \frac{\omega(R_1C_1 + R_2C_2 + R_3C_3) + \omega^3R_1C_1R_2C_2R_3C_3}{D_{(3)re}(j\omega) + D_{(3)im}(j\omega)}$$



(a)ゲイン特性



(b)位相特性

図 3.13 3次RCポリフェーズフィルタ周波数特性

### 3.3.4 4次RCポリフェーズフィルタ

図 3.14 に 4 次 RC ポリフェーズフィルタの回路図を示す.このときの伝達関数を式 (3.14),ゲイン特性と位相特性を式(3.15),実数経路と虚数経路を式(3.16)にそれぞれ示す.

また,図 3.15 にゲイン特性と位相特性のシミュレーション結果を示す.

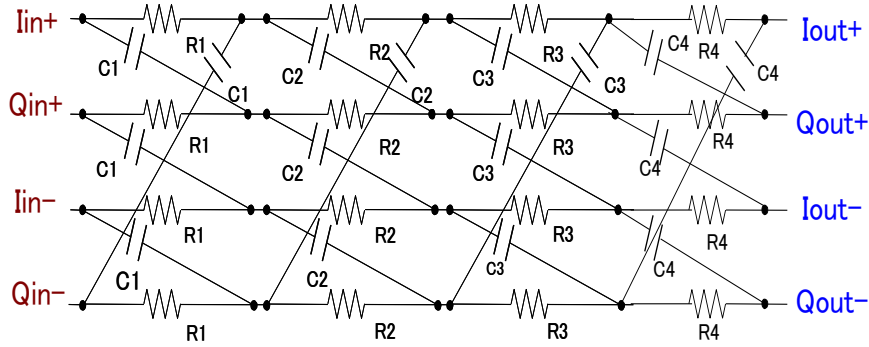


図 3.14 4次 RC ポリフェーズフィルタ構成

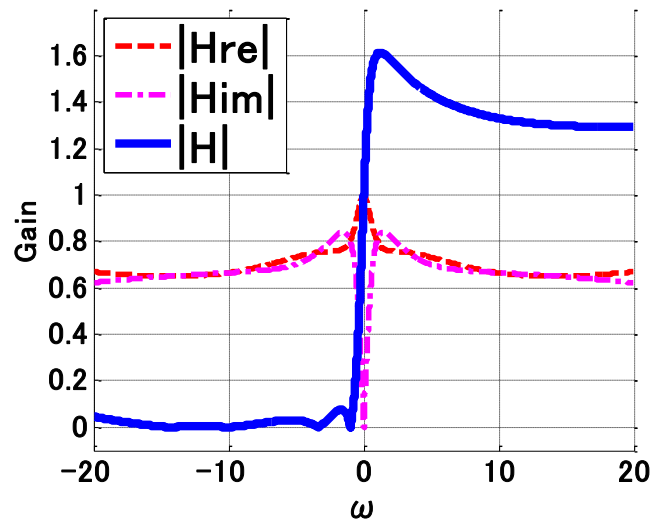
$$H_{(4)}(j\omega) = \frac{N_{(4)}(j\omega)}{\sqrt{D_{(4)re}(j\omega) + jD_{(4)im}(j\omega)}} \quad (3.14)$$

$$|H_{(4)}(j\omega)| = \frac{|N_{(4)}(j\omega)|}{\sqrt{D_{(4)re}(j\omega) + jD_{(4)im}(j\omega)}} \quad (3.15)$$

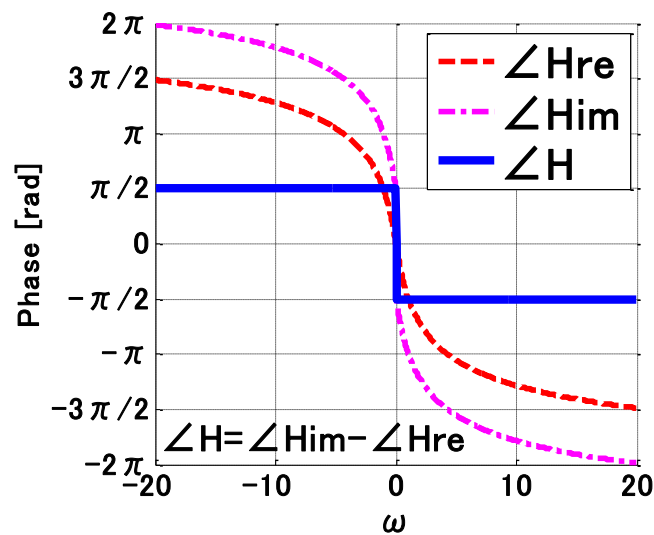
$$\tan(\angle H_{(4)}(j\omega)) = -\frac{D_{(4)im}(j\omega)}{D_{(4)re}(j\omega)}$$

$$H_{(4)re}(j\omega) = \frac{1}{D_{(4)re}(j\omega) + jD_{(4)im}(j\omega)} \{1 + \omega^2(R_1C_1R_2C_2 + R_2C_2R_3C_3 + R_3C_3R_4C_4 + R_4C_4R_1C_1 + R_1C_1R_3C_3 + R_2C_2R_4C_4) + \omega^4R_1C_1R_2C_2R_3C_3R_4C_4\} \quad (3.16)$$

$$H_{(4)im}(j\omega) = -j \frac{1}{D_{(4)re}(j\omega) + jD_{(4)im}(j\omega)} \{\omega(R_1C_1 + R_2C_2 + R_3C_3 + R_4C_4) - \omega^3(R_1C_1R_2C_2R_3C_3 + R_2C_2R_3C_3R_4C_4 + R_3C_3R_4C_4R_1C_1 + R_4C_4R_1C_1R_2C_2)\}$$



(a)ゲイン特性



(b)位相特性

図 3.15 4次RCポリフェーズフィルタ周波数特性

以上の高次の結果から、実部と虚部のゲイン特性が近くなり、阻止域が広がっていることがわかる。このように、フィルタの次数を上げることで帯域を広げることができる。次数を上げることで特性が良くなるということから、特性と回路規模がトレードオフの関係にあることがわかる。また、能動素子を用いて帯域をあげる構成も研究されている

[16].RC ポリフェーズフィルタの解析から,位相特性が理想的に 90 度の関係にあっても,ゲイン特性がずれていると直交誤差となることがわかる.このことは,直交変復調と同様であり,搬送波の位相関係だけでなく,I 信号経路,Q 信号経路の特性ミスマッチが直交誤差に影響を及ぼす.

### 3.3.5 n 次 RC ポリフェーズフィルタ

本節では,一般の n 次のポリフェーズフィルタについて記述する.n 次ポリフェーズフィルタの伝達関数の分子 $N_{(n)}(j\omega)$ は式(3.17)のように,ゼロ点を n 個持つことが推定できる.

$$N_{(n)}(j\omega) = (1 + \omega R_1 C_1)(1 + \omega R_2 C_2) \cdots (1 + \omega R_n C_n) \quad (3.17)$$

同様に分母は, $(j\omega)$ の n 次多項式になると推定した.そこで,n 次ポリフェーズフィルタの伝達関数は任意の自然数 k に対して,1 次から 4 次の伝達関数より式(3.18)の形式をとると推定できる.

$$H_{(n)}(s) = \frac{\prod_{k=1}^n (1 - \frac{js}{\omega_k})}{D_{(n)}(s)}$$

$$H_{(n)}(s) = H_{(n)re}(j\omega) + jH_{(n)im}(j\omega) \quad (3.18)$$

$$D_{(n)}(s) = 1 + a_1 s + \cdots + a_n s^n$$

$$\omega_k = \frac{1}{R_k C_k}$$

式(3.17),(3.18)成立の仮定のもと,まずゲイン特性について調べる.ゲイン特性の式で分母は実数経路,虚数経路ともに共通であるから分子  $N(s)$ のみを考慮する.

$$|H_{(n)}(s)| = \frac{\prod_{k=1}^n |1 - \frac{js}{\omega_k}|}{|D_{(n)}(s)|} = \left| \frac{N_{(n)}(s)}{D_{(n)}(s)} \right| \quad (3.19)$$

$N_{(n)}(j\omega_k) = N_{(n)re}(j\omega_k) + jN_{(n)im}(j\omega_k)$ となる. 式(3.17)より  $\omega_k > 0$  に対し

て,  $N_{(n)}(j\omega_k)$ ,  $N_{(n)re}(j\omega_k)$ ,  $jN_{(n)im}(j\omega_k)$ とも正の実数になることがわかる. したがって

$$|N_{(n)}(j\omega_k)| = |N_{(n)re}(j\omega_k) + jN_{(n)im}(j\omega_k)|$$

となる. 同様に式(3.17)より,  $\omega_k < 0$  に対して

$$N_{(n)}(-j\omega_k) = N_{(n)re}(-j\omega_k) + jN_{(n)im}(-j\omega_k) = 0.$$

となり,  $N_{(n)re}(-j\omega_k)$ ,  $jN_{(n)im}(-j\omega_k)$ とも実数となる. したがって,

$$|N_{(n)}(-j\omega_k)| = |N_{(n)re}(-j\omega_k) - jN_{(n)im}(-j\omega_k)| = 0.$$

となる. さらに式(3.17)より  $N_{(n)re}(j\omega)$ は $\omega$ の偶数次の多項式,  $N_{(n)im}(j\omega)$ は $\omega$ の奇数次の多項式になることがわかる.

したがって, 以下の関係が得られる.

$$\omega > 0 \text{ に対して, } |N_{(n)}(j\omega)| = |N_{(n)re}(j\omega) + jN_{(n)im}(j\omega)|$$

$$-\omega_1 < \omega < 0, -\omega_{2k+1} < \omega < -\omega_{2k} \text{ に対して, } |N_{(n)}(j\omega)| = |N_{(n)re}(j\omega) - jN_{(n)im}(j\omega)|$$

$$-\omega_{2k} < \omega < -\omega_{2k-1} \text{ に対して, } |N_{(n)}(j\omega)| = |jN_{(n)im}(j\omega) - N_{(n)re}(j\omega)|$$

伝達関数の分母  $D_{(n)}(j\omega)$ が  $(j\omega)$ の多項式であることを考慮すると, 次の関係が得られる.

$$\omega > 0 \text{ に対して, } |H_{(n)}(j\omega)| = |H_{(n)re}(j\omega) + jH_{(n)im}(j\omega)|$$

$$-\omega_1 < \omega < 0, -\omega_{2k+1} < \omega < -\omega_{2k} \text{ に対して, } |H_{(n)}(j\omega)| = |H_{(n)re}(j\omega) - jH_{(n)im}(j\omega)|$$

$$-\omega_{2k} < \omega < -\omega_{2k-1} \text{ に対して, } |H_{(n)}(j\omega)| = |jH_{(n)im}(j\omega) - H_{(n)re}(j\omega)|$$

以上より,ゼロ点において実数経路と虚数経路のゲイン特性が等しくなる.したがって,ゼロ点では実数経路と虚数経路の差をとっていることがわかる.

次に,RC ポリフェーズフィルタの実数経路,虚数経路の位相差が  $\pi/2$  であることを示す.n 次実数経路伝達関数 $H_{(n)re}(j\omega)$ ,虚数経路伝達関数 $H_{(n)im}(j\omega)$ をそれぞれ式(3.20)とおく.

$$\begin{aligned} H_{(n)re}(j\omega) &= \frac{N_{(n)re}(j\omega)}{D_{(n)re}(j\omega) + jD_{(n)im}(j\omega)} \\ &= \frac{N_{(n)re}(j\omega) (D_{(n)re}(j\omega) - jD_{(n)im}(j\omega))}{D_{(n)re}^2(j\omega) + D_{(n)im}^2(j\omega)} \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} H_{(n)im}(j\omega) &= \frac{N_{(n)im}(j\omega)}{D_{(n)re}(j\omega) + jD_{(n)im}(j\omega)} \\ &= \frac{N_{(n)im}(j\omega)(-D_{(n)im}(j\omega) - jD_{(n)re}(j\omega))}{D_{(n)re}^2(j\omega) + D_{(n)im}^2(j\omega)} \end{aligned}$$

$H_{nre}$ ,  $H_{nim}$  の位相は,式(3.20)より式(3.21)のように表すことができる.

$$\tan(\angle H_{(n)re}(j\omega)) = -\frac{D_{(n)im}(j\omega)}{D_{(n)re}(j\omega)} = \tan(\angle H_{(n)}(j\omega)) \quad (3.21)$$

$$\tan(\angle H_{(n)im}(j\omega)) = \frac{D_{(n)re}(j\omega)}{D_{(n)im}(j\omega)}$$



$$\begin{aligned}
& \angle H_{(n)im}(j\omega) - \angle H_{(n)re}(j\omega) \\
&= \tan^{-1} \left( \frac{D_{(n)re}(j\omega)}{D_{(n)im}(j\omega)} \right) + \tan^{-1} \left( \frac{D_{(n)im}(j\omega)}{D_{(n)re}(j\omega)} \right) \\
&= \begin{cases} \frac{\pi}{2} & (\omega > 0) \\ -\frac{\pi}{2} & (\omega < 0) \end{cases} \\
& D_{(n)re}(-j\omega) = D_{(n)re}(j\omega) \\
& D_{(n)im}(-j\omega) = -D_{(n)im}(j\omega)
\end{aligned} \tag{3.22}$$

式(3.22)の関係にあることに注意する.これらの式から実数経路と虚数経路の間に位相差  $90^\circ$  の性質をもち,ヒルベルト変換の性質と等しいことがわかる.

### 3.4 その他の複素アナログフィルタ

本節では、複素 Gm-C バンドパスフィルタと複素能動 RC バンドパスフィルタとヒルベルト変換との関係性について、検討する。図 3.16 に 1 次 Gm-C バンドパスフィルタのブロック図を示し、図 3.17 に 1 次能動 RC フィルタのブロック図を示す。どちらのフィルタも、伝達関数は式(3.21)のように与えられる。

$$G(s) = \frac{1}{c} \cdot \frac{1}{s - j\omega_c + \omega_0} \quad (3.23)$$

$$G_{re}(s) = \frac{1}{c} \cdot \frac{s + \omega_0}{(s + j\omega_0)^2 - \omega_c^2} \quad (3.24)$$

$$jG_{im}(s) = \frac{1}{c} \cdot \frac{j\omega_c}{(s + j\omega_0)^2 - \omega_c^2} \quad (3.25)$$

また、伝達関数  $G(s)$  の実数成分を  $G_{re}(s)$ 、虚数成分を  $G_{im}(s)$  とおく。それぞれ式(3.22)、式(3.23)に示す。図 3.18 に、伝達関数のゲイン特性を示す。図 3.18 の特性は、図 3.19 のような 1 入力 1 出力のローパスフィルタの伝達関数を、 $\omega_0$  だけ周波数シフトしたものに相当する。ここで、1 入力 1 出力のアナログローパスフィルタの伝達関数は、式(3.24)のように与えられる。

$$F(j\omega) = \frac{K}{1 + j\omega RC} \quad (3.26)$$

式(3.24)のゲインおよび位相特性を図 3.20 に示す。バンドパスフィルタは、これらの特性を、 $\omega_0$  だけ周波数シフトした特性となる。

複素アナログバンドパスフィルタは、図 3.18 (a) からゲイン特性  $|G(j\omega)|$  は 遮断領域 ( $\omega > 0$ ) では完全にはゼロにならず、通過領域 ( $\omega < 0$ ) は利得が平坦にはならない。すなわちイメージ除去比が良くない。また図 3.18 (b) から  $G_{im}(s)$  と  $G_{re}(j\omega)$  の位相の差は完全な直交性が得られていないことがわかる。

以上の特性から、複素アナログバンドパスフィルタは RC ポリフェーズフィルタと比

較してヒルベルトフィルタ特性の近似性が弱いといえる。このことから、RC ポリフェーズフィルタはヒルベルトフィルタとの関連性がより深いといえる。

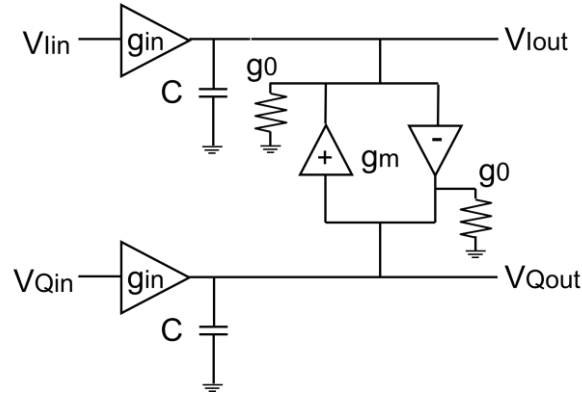


図 3.16 1次複素 Gm-C バンドパスフィルタ

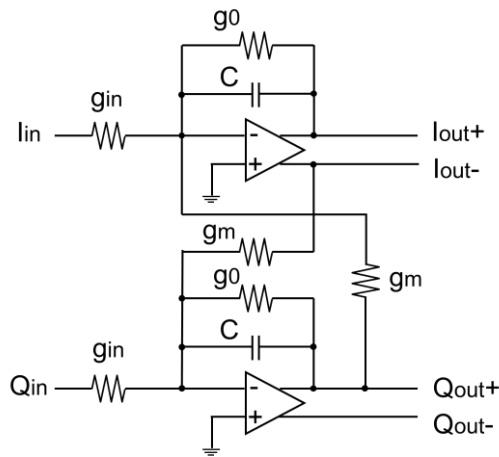
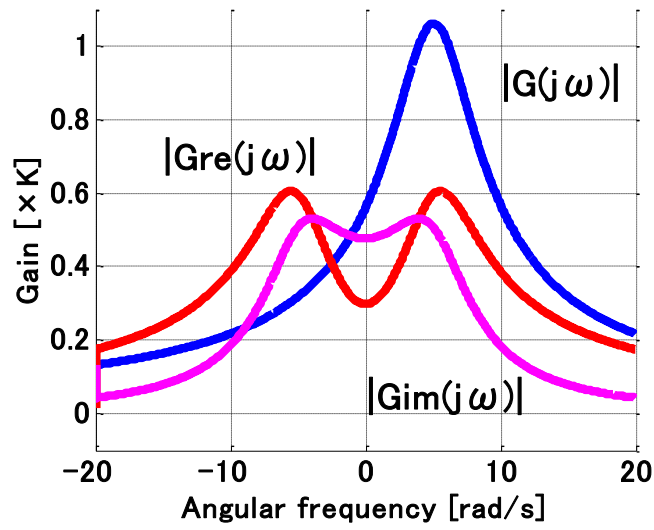
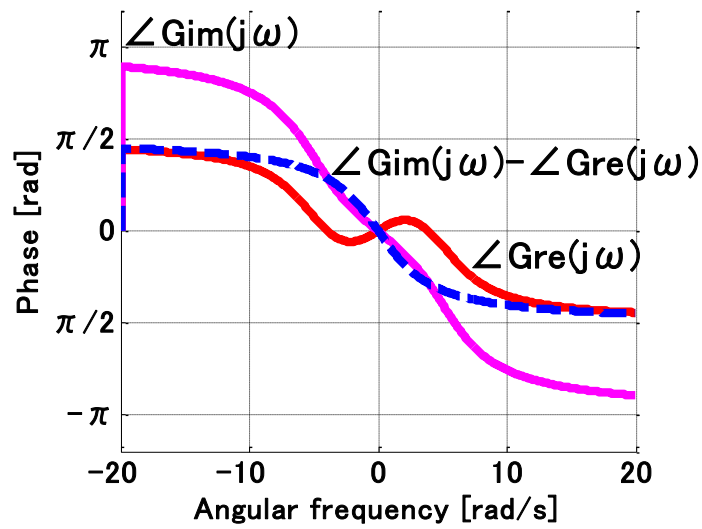


図 3.17 1次複素能動 RC バンドパスフィルタ



(a)ゲイン特性



(b)位相特性

図 3.18 複素バンドパスフィルタ周波数特性

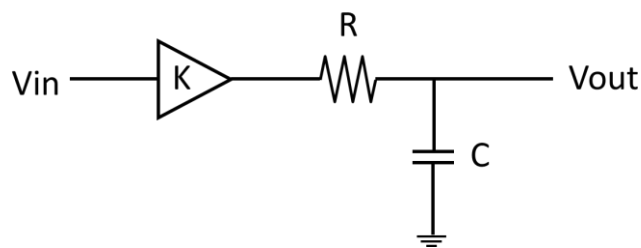
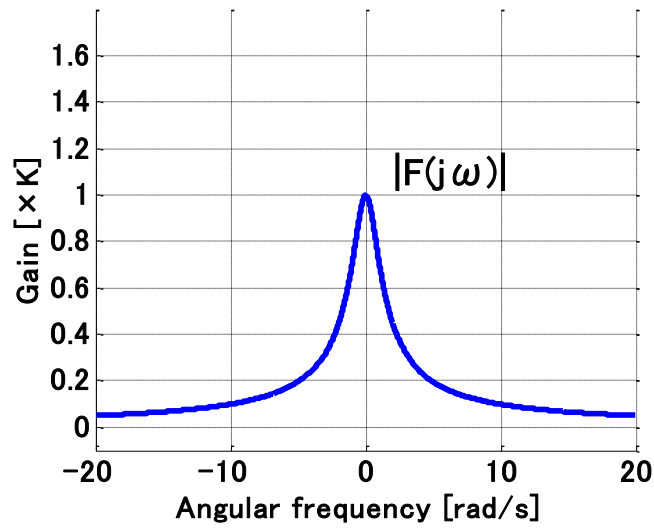
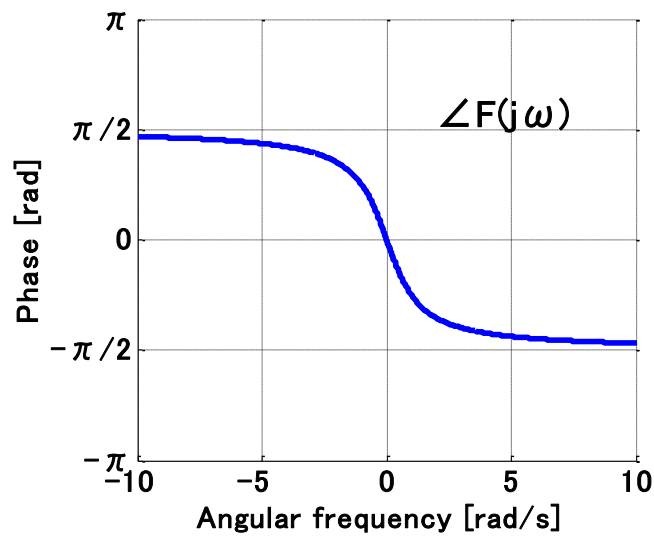


図 3.19 1入力1出力アナログローパスフィルタ



(a)ゲイン特性



(b)位相特性

図 3.20 アナログローパスフィルタ周波数特性

## 第4章 複素アナログフィルタの IQ インバランス測定法

直交変復調では,I信号,Q信号間の直交性が重要となる.しかし,実際には,キャリア位相誤差や IQ 経路間の特性ミスマッチなどのために,直交性が劣化し,場合によっては補正処理が必要となる.そのためにも,定量的な測定が必要となる.例えば,I経路と Q 経路の特性がわずかにずれていた場合,比較的狭帯域で無視できた周波数特性も,広帯域になると無視できなくなってくる.第 3 章の数式シミュレーションとは異なる回路シミュレーションの観点から,IQ インバランスを含む直交誤差の測定方法について記述する.

## 4.1 IQ インバランス

無線機器受信部のアナログ回路の構成例を図 4.1 に示す。図 4.1 の無線機器を用いる場合、アンテナで受信した信号は LNA(Low Noise Amplifier : 低雑音増幅器)などの増幅器で増幅されたあと、必要な信号の帯域だけが BPF(Band Pass Filter : 帯域通過フィルタ)で抽出され、直交復調器で I(In-Phase)チャンネルと Q(Quadrature-Phase)チャンネルが抽出され、それぞれ LPF(Low Pass Filter : 低域通過フィルタ)を通過したあと、ADC(Analog to Digital Converter : アナログ-デジタル変換器)でデジタル信号に変換される。アナログ回路の次の二つの不完全性が、通信品質の主な劣化要因となる。

(1) 位相雑音

(2) IQ インバランス

位相雑音は、基本的に理想正弦波に与える不完全さといえる。共振器で発生する正弦波の位相揺らぎであり、水晶発振器のゆらぎや共振器で発生する雑音の影響で生じる。その結果、正弦波が線スペクトルにならずに帯域幅が生じ、キャリア間の干渉を引き起こす。

IQ インバランスは、直交復調器で用いる 90 度移相器の不完全性、回路の寄生容量や素子単体のばらつき、I チャンネルと Q チャンネルの経路長の差異などが原因となって発生する。その結果、I チャンネルと Q チャンネルの位相差が 90 度ではなくなり、振幅も同一でなくなってしまう。特性の概略図を図 4.2 に示す。IQ インバランスは、無線周波数の信号を直接直交変調するダイレクトコンバージョン方式で特に劣化が顕著になっており、数 dB の振幅差、数度の位相誤差が生じる可能性がある。

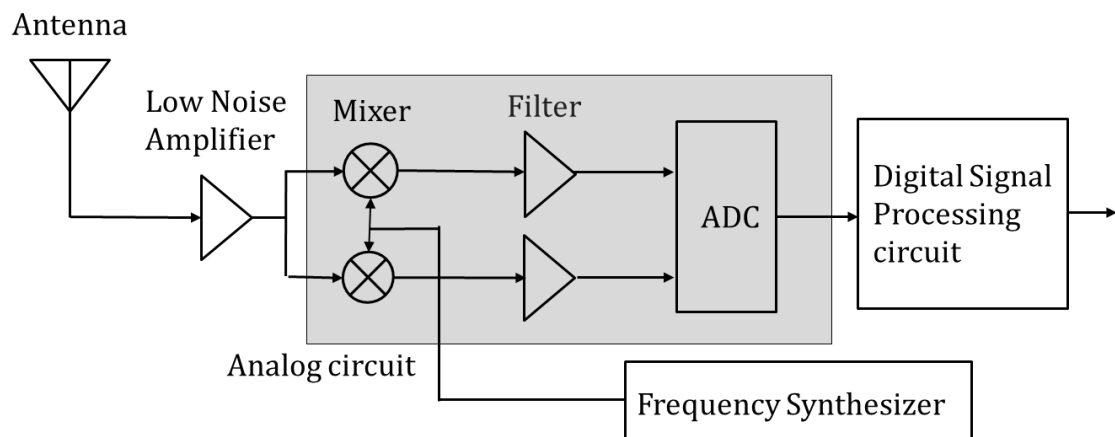


図 4.1 無線通信用アナログ回路の構成例

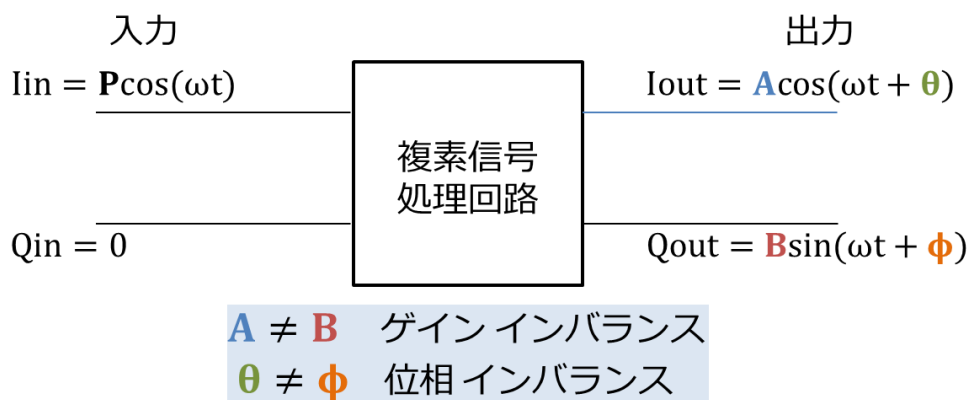


図 4.2 IQ インバランス特性の概略図



## 4.2 RC ポリフェーズフィルタと IQ インバランス

広帯域になると無視できなくなってくる IQ インバランス[29]についての測定方法について検討した。

IQ インバランスの測定原理について以下に示す。例として図 4.3 のような  $I_{in}$  に  $\cos$  信号を入力した場合を考える。I 成分の出力を表す式は式(4.4), Q 成分の出力を表す式は式(4.5)のようにそれぞれ与えられる。ここで、フィルタの伝達関数の  $H$  は複素フィルタの特徴でもある DC で非対称な特性であるが、その実部  $H_{re}$ , 虚部  $H_{im}$  はそれぞれ DC で対称であることから  $H_{re}(\omega) = H_{re}(-\omega)$ ,  $H_{im}(\omega) = H_{im}(-\omega)$  とおける。これを式(4.4), 式(4.5)に当てはめると IQ インバランスの指標となる式(4.3)が導出できる。I チャネルと Q チャネルの位相差が 90 度である、つまり IQ インバランスがなく直交性が保たれている場合、式(4.3)の振幅が 1, 位相  $\pi/2$  となる。また一般に、複素数で表すと式(4.3)の結果は  $j$  となる。

$$ReOut(\omega) = \frac{1}{2}(H_{re}(\omega)e^{j(\omega t - \theta(\omega))} + H_{re}(-\omega)e^{-j(\omega t - \theta(\omega))}) \quad (4.1)$$

$$ImOut(\omega) = \frac{j}{2}(H_{im}(\omega)e^{j(\omega t - \theta(\omega))} + H_{im}(-\omega)e^{-j(\omega t - \theta(\omega))}) \quad (4.2)$$

$$Imbalance = \frac{ImOut(\omega)}{ReOut(\omega)} = \frac{jH_{im}(\omega)}{H_{re}(\omega)} \quad (4.3)$$

図 4.4 のような  $Q_{in}$  に  $j\sin$  信号 (便宜上  $j$  を付けた) を入力した場合の式は、それぞれ式(4.7),(4.8),(4.9)のようになる。

$$ReOut(\omega) = \frac{j}{2}(\tilde{H}_{im}(\omega_0)e^{j(\omega_0 t + \theta(\omega_0))} - \tilde{H}_{im}(-\omega_0)e^{-j(\omega_0 t + \theta(\omega_0))}) \quad (4.4)$$

$$ImOut(\omega) = \frac{1}{2}(\tilde{H}_{re}(\omega_0)e^{j(\omega_0 t + \theta(\omega_0))} - \tilde{H}_{re}(-\omega_0)e^{-j(\omega_0 t + \theta(\omega_0))}) \quad (4.5)$$

$$Imbalance = \frac{ReOut(\omega_0)}{ImOut(\omega_0)} = \frac{j\tilde{H}_{im}(\omega_0)}{\tilde{H}_{re}(\omega_0)} \quad (4.6)$$

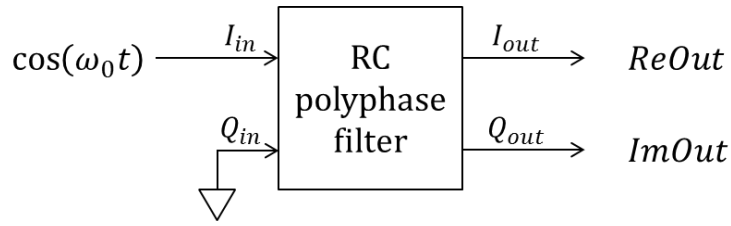


図 4.3 IQ インバランス測定原理概略図 cos 信号入力

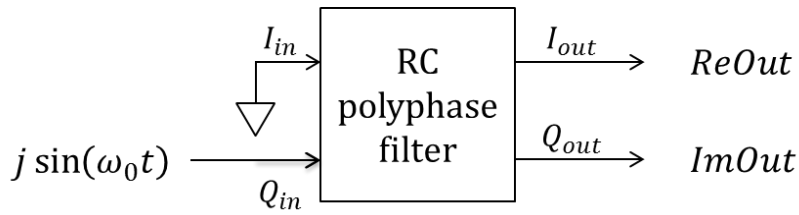


図 4.4 IQ インバランス測定原理概略図 jsin 信号入力

測定システムを図 4.5 に示す. シングルトーン入力による AWG (任意波形発生器) と DGT (波形デジタイザ) は差動で使用する. 電子回路シミュレータソフト LTspice を用いて回路シミュレーションを行った. RC ポリフェーズフィルタの I 信号出力と Q 信号出力のミスマッチ測定を行う. 4 出力間の振幅のばらつきと位相の 90 度分割について検討する. 位相の誤差について, 出力信号のピーク間が周期の  $\frac{1}{4}$ , つまり  $\frac{T}{4} = \frac{1}{4f}$  であれば 90 度位相差であるといえる. 測定パラメータは表 4.1 をもとにして入力振幅, 周波数, 素子値を変化させた場合の出力結果を観察する.

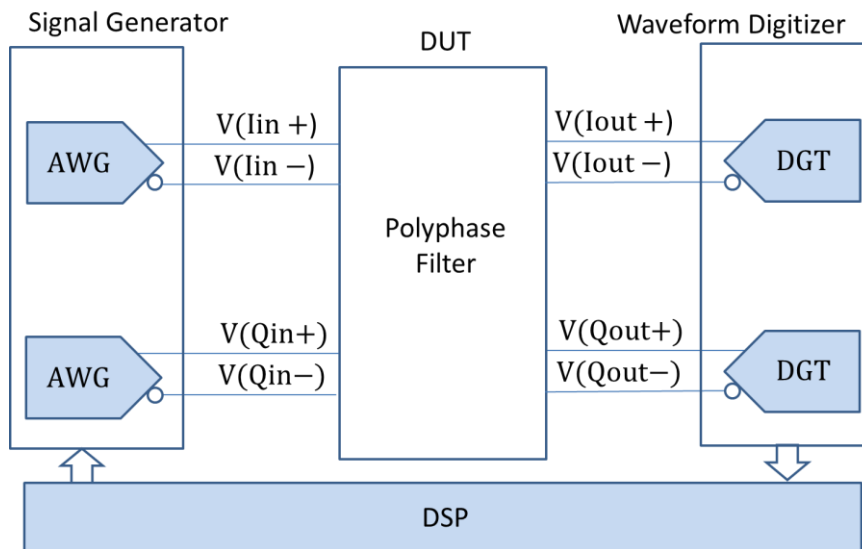


図 4.5 IQ インバランス測定システム

表 4.1 シミュレーション条件

入力振幅 $A$	1.0V
周波数 $f$	0.9947183943GHz
抵抗 $R$	1.6Ω
容量 $C$	0.1pF

図 4.6 に  $\cos$  入力の場合の回路図を示す.図 4.7 に入力信号を示す.以下の出力図は誤差を見やすくするために周波数軸を拡大して表す.図 4.8 に理想的出力を示す.4 出力間に振幅のばらつきはないことがわかる.出力信号のピーク間の周期は  $\frac{T}{4} = \frac{1}{4f} = 0.2513274123[\text{ns}]$  であり,位相の 90 度分割がされていることを確認した.以下の条件分けて測定を進めた.

- (1) 周波数  $\omega = \frac{1}{RC}$
- (2) 抵抗  $R$ , 容量  $C$  にそれぞればらつき

(3) 入力振幅 A

図 4.9 ~ 図 4.12 にパラメータを変化させた場合の出力結果をそれぞれ示す.

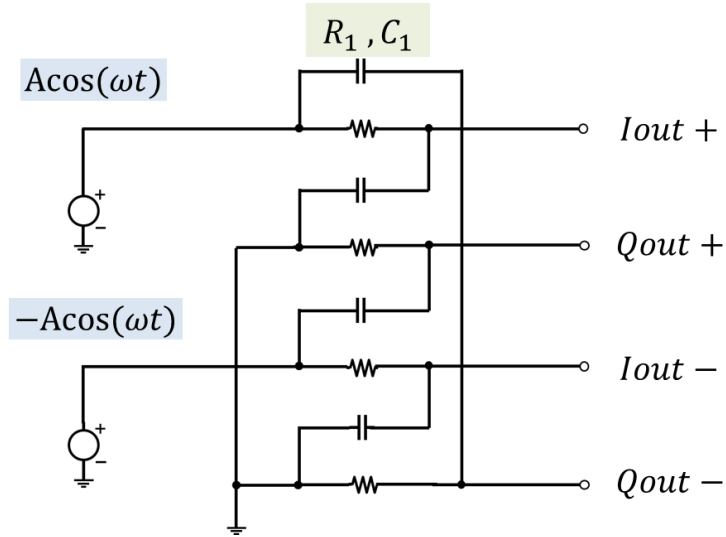


図 4.6 RC ポリフェーズフィルタ構成  $\cos$ 入力

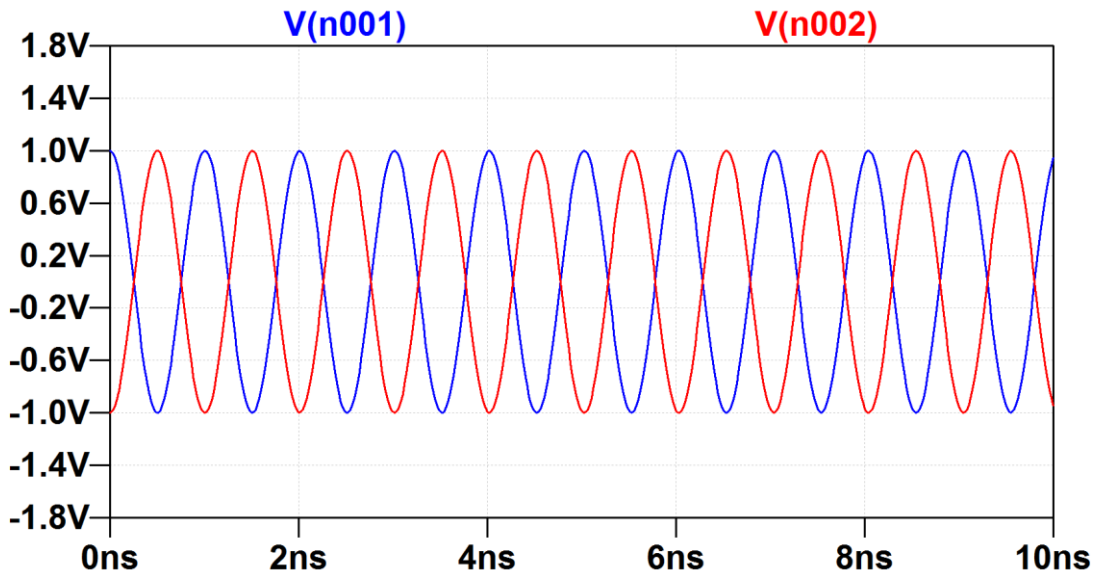


図 4.7 入力信号

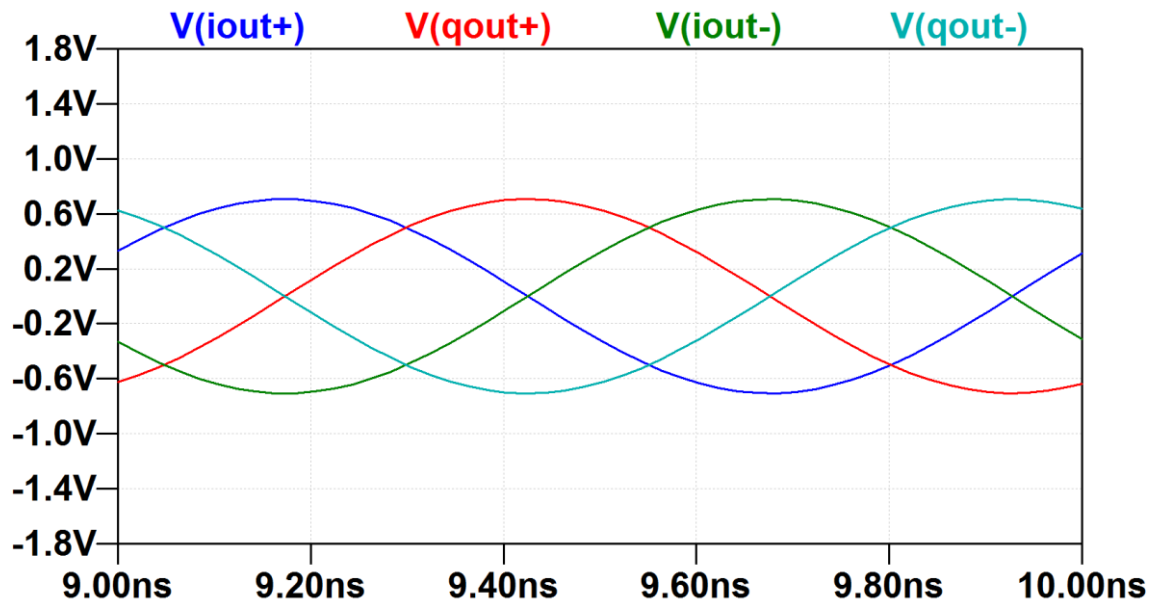


図 4.8 理想的出力

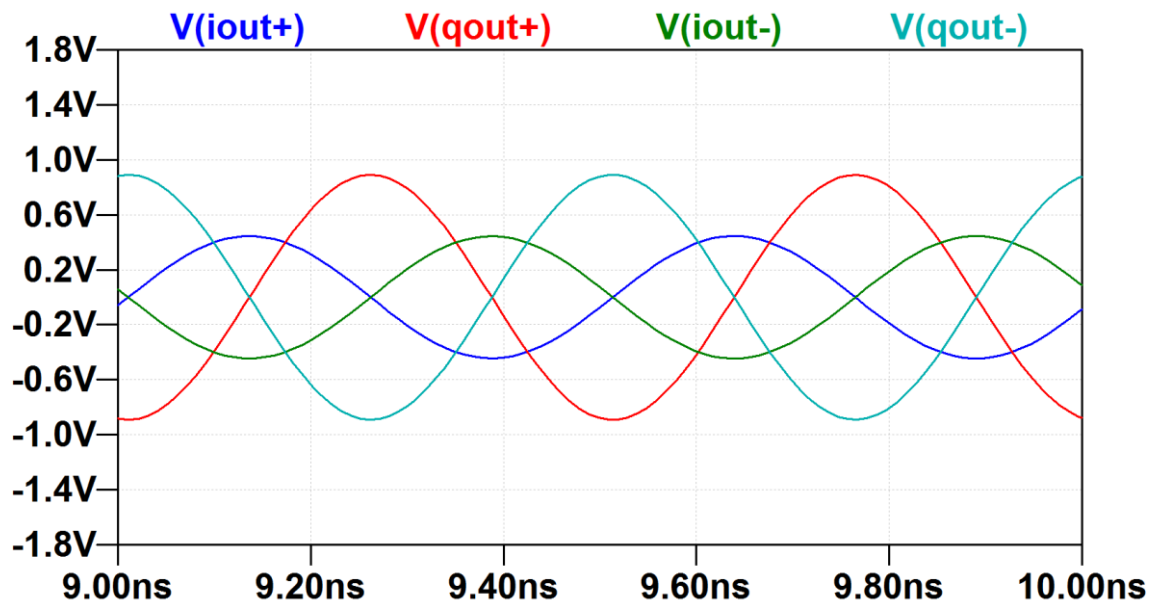


図 4.9 出力 ( $\omega = \frac{2}{RC}$ , R,C ミスマッチなし)

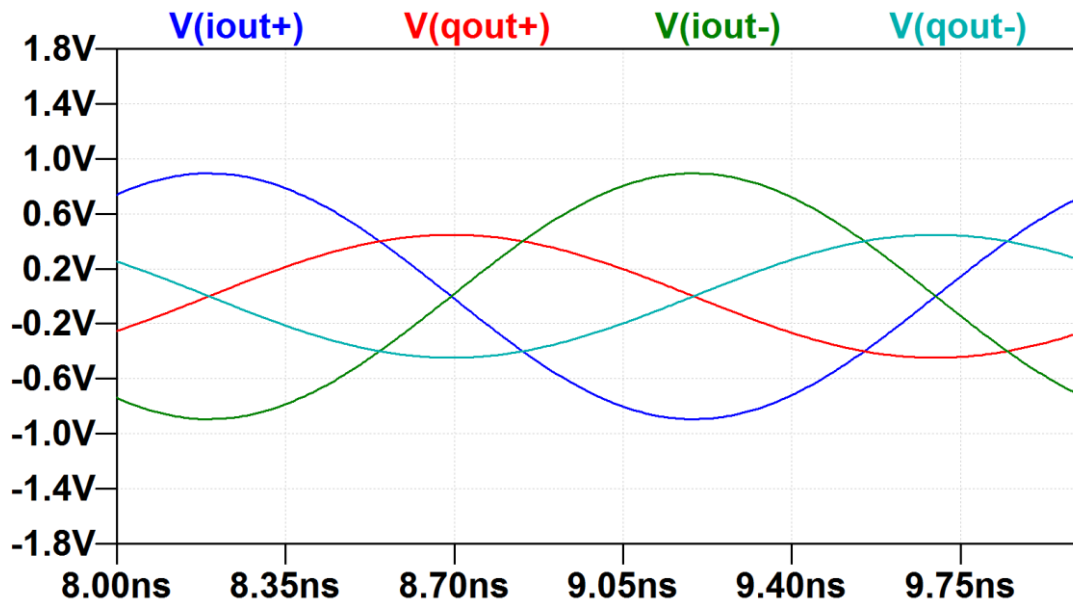


図 4.10 出力 ( $\omega = \frac{1}{2RC}$ , R,C ミスマッチなし)

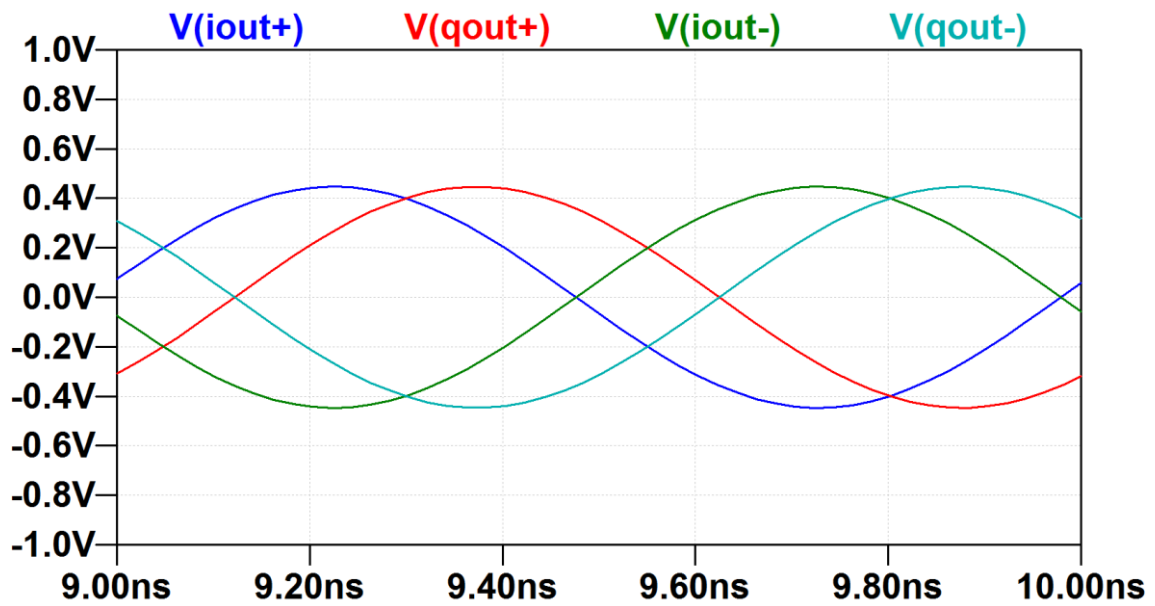


図 4.11 出力 ( $\omega = \frac{1}{RC}$ , R ミスマッチあり)

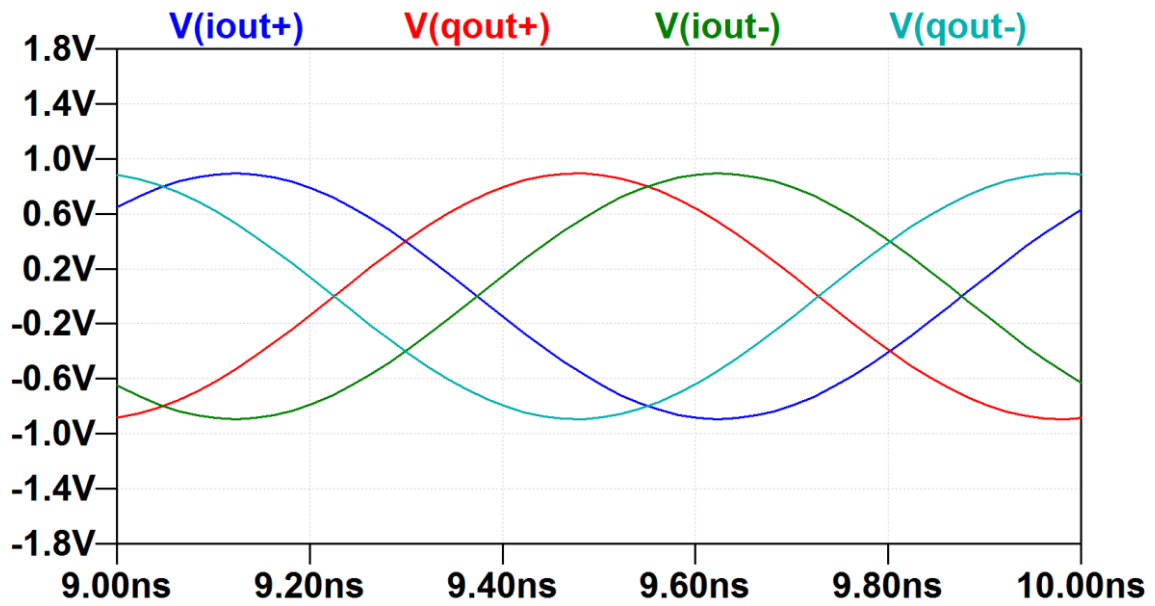


図 4.12 出力 ( $\omega = \frac{1}{RC}$ , C ミスマッチあり)

次に,入力を  $\cos + j\sin$ にした場合の結果を示す.回路図を図 4.13 に示す. 図 4.14 に入力信号,図 4.15 を示す.図 4.16 ~ 図 4.23 にパラメータを変化させた場合の出力結果をそれぞれ示す.

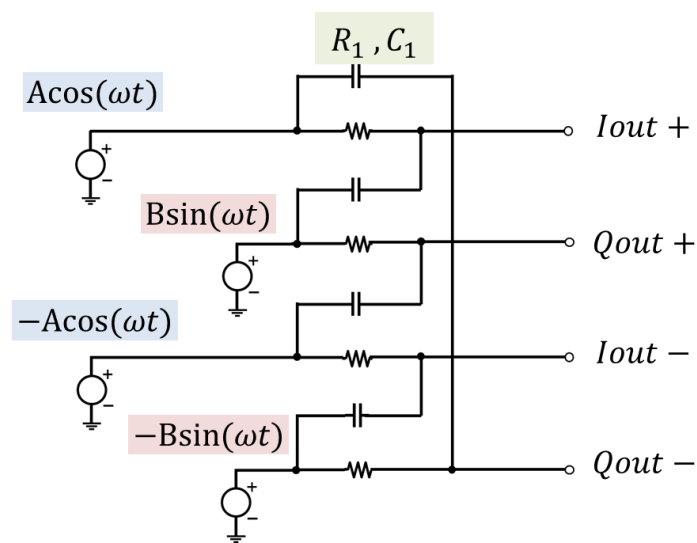


図 4.13 RC ポリフェーズフィルタ構成  $\cos + j\sin$ 入力

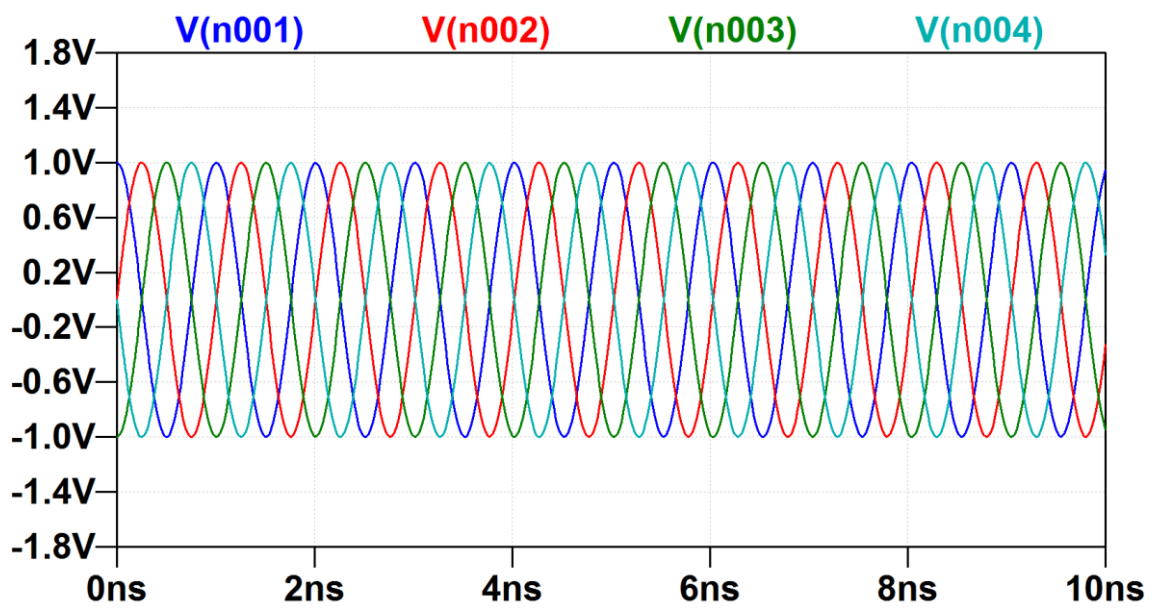


图 4.14 入力信号

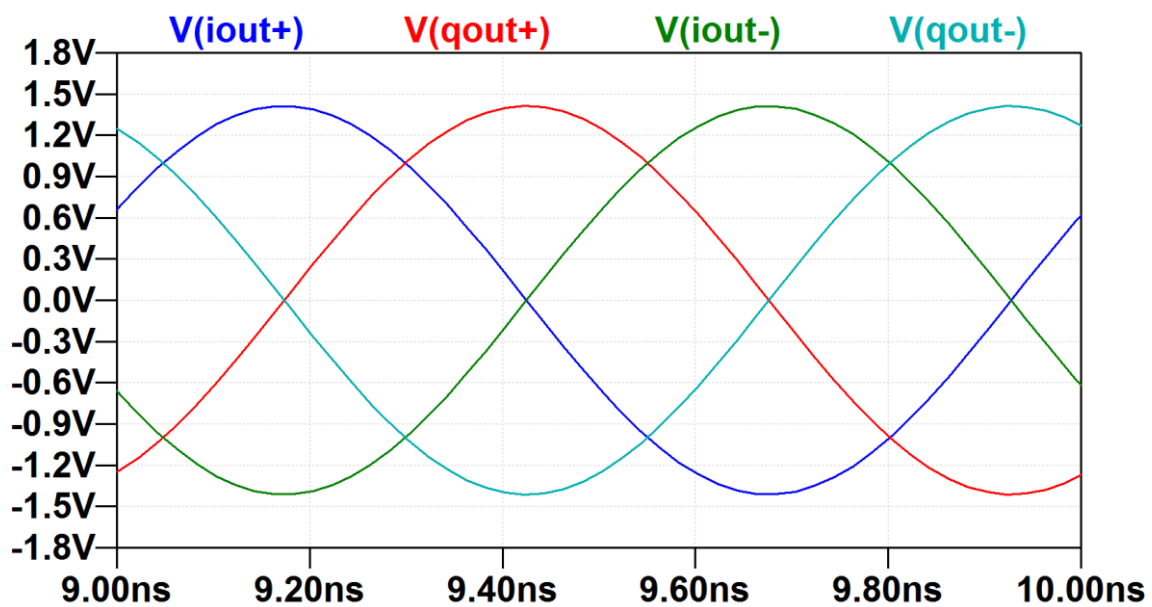


图 4.15 理想的出力



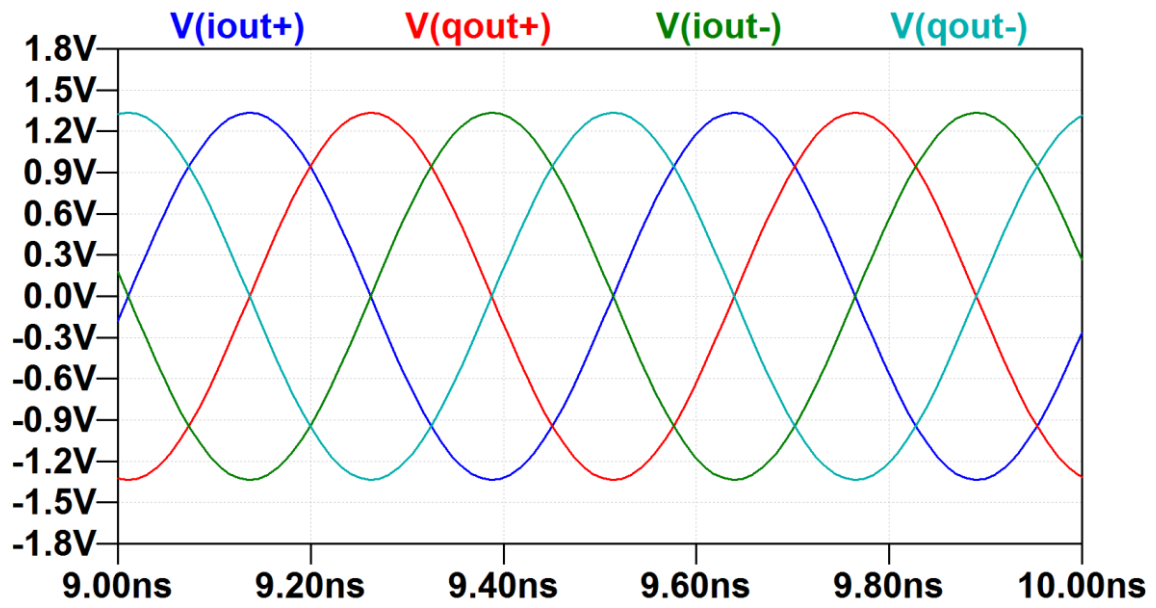


図 4.16 出力 ( $\omega = \frac{2}{RC}$ , R,C ミスマッチなし)

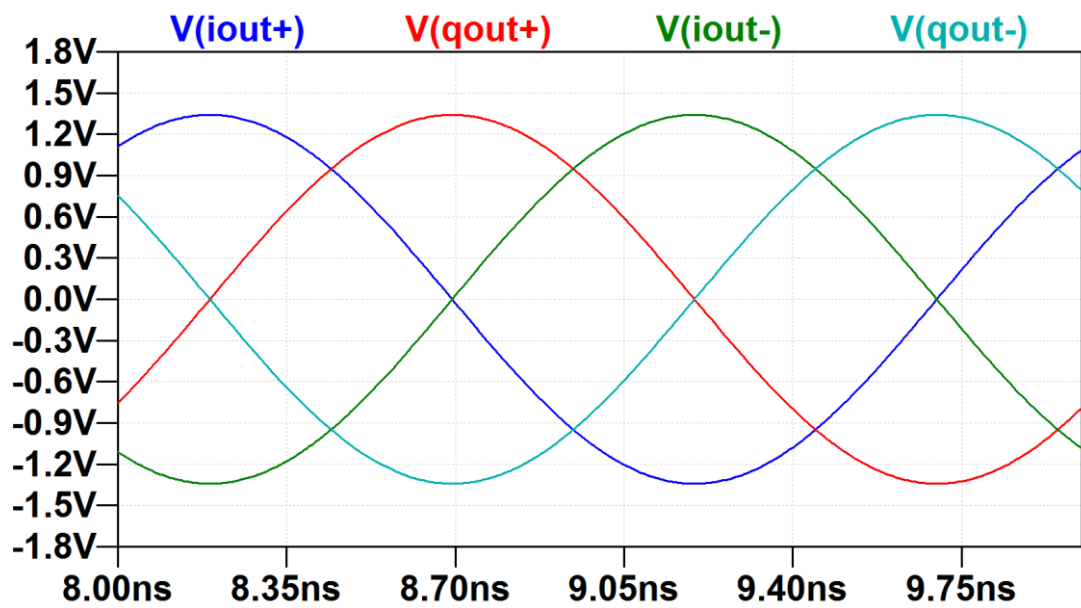


図 4.17 出力 ( $\omega = \frac{1}{2RC}$ , R,C ミスマッチなし)

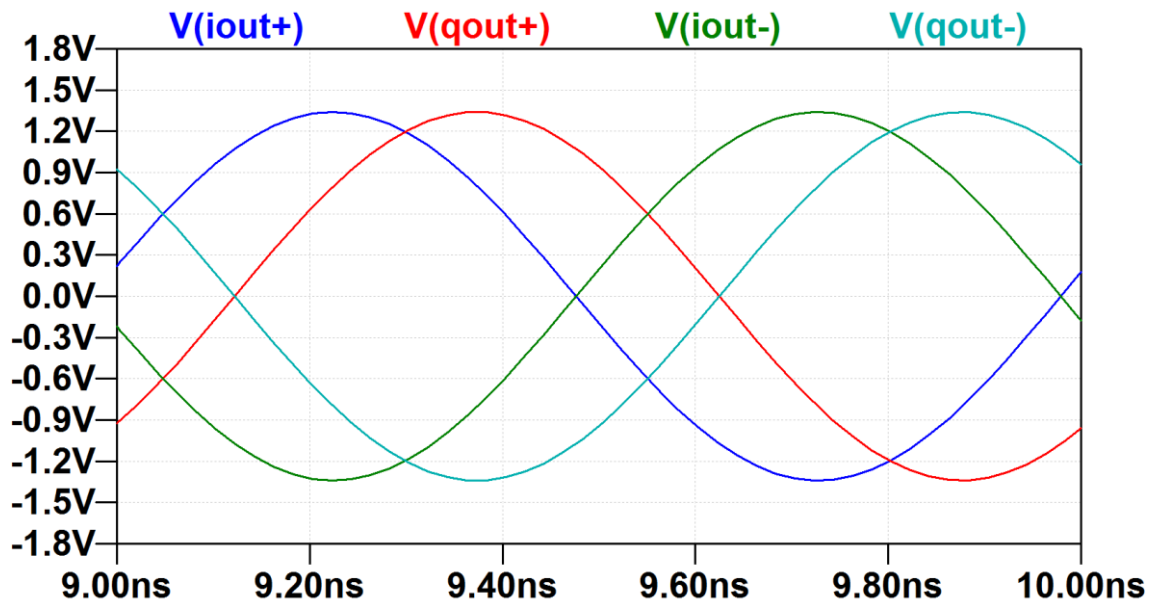


図 4.18 出力 ( $\omega = \frac{1}{RC}$ , R ミスマッチあり)

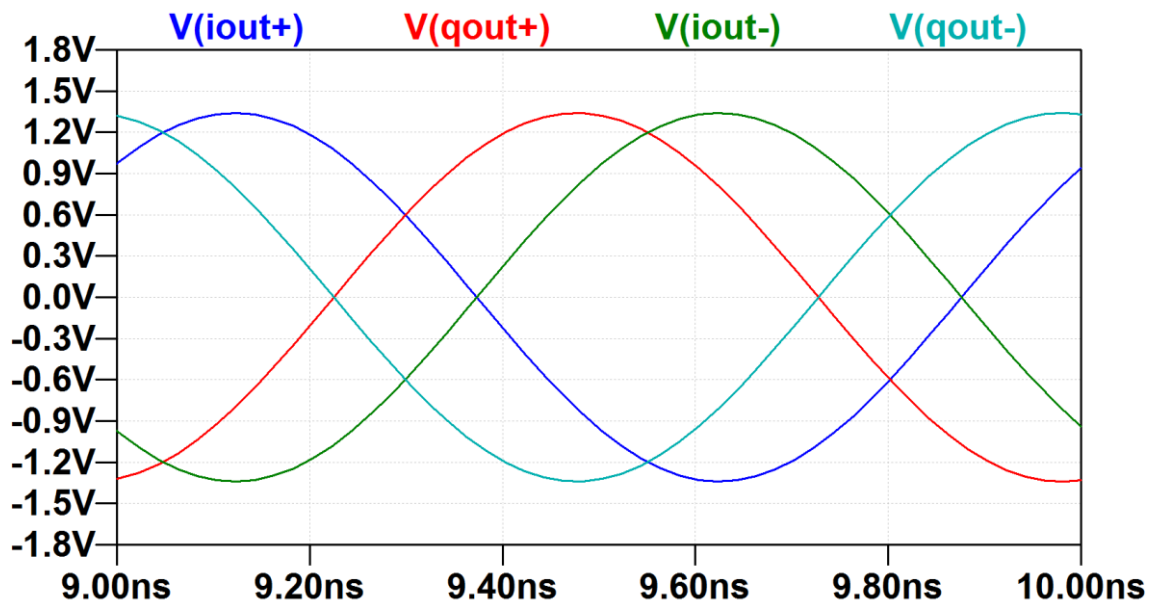


図 4.19 出力 ( $\omega = \frac{1}{RC}$ , C ミスマッチあり)

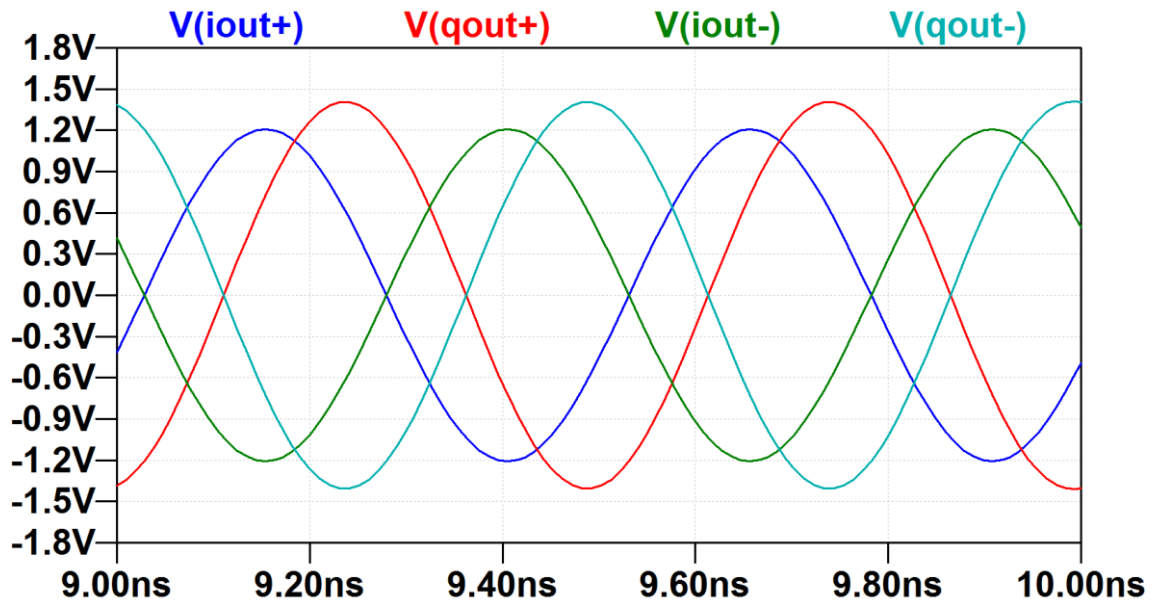


図 4.20 出力 ( $\omega = \frac{2}{RC}$ , R ミスマッチあり)

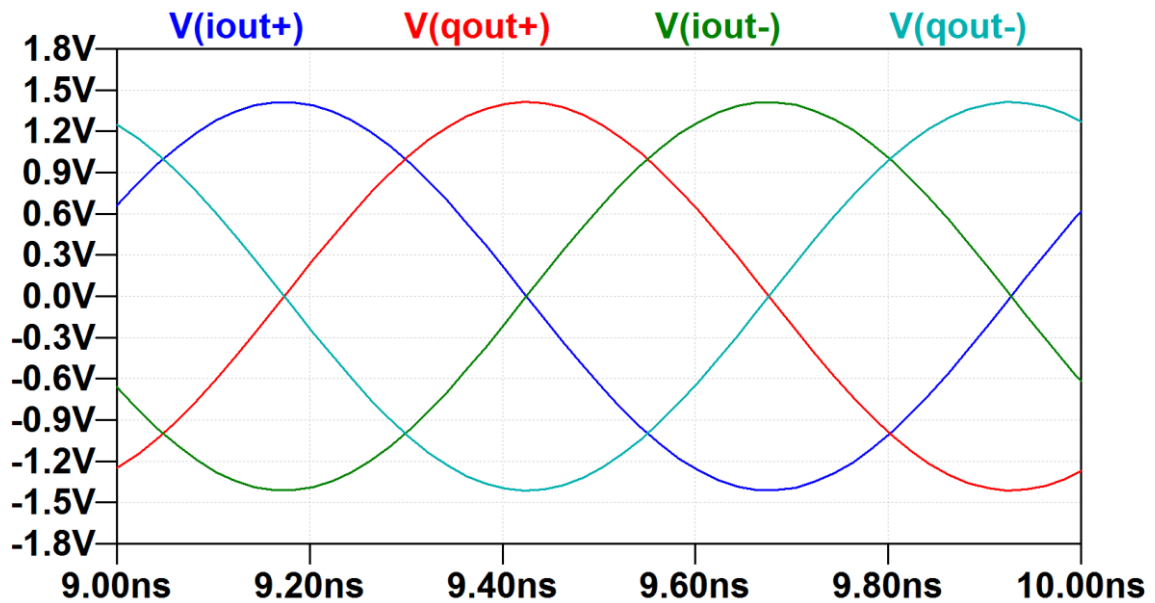


図 4.21 出力 ( $\omega = \frac{1}{RC}$ , RC ミスマッチなし, 入力振幅  $A = 1.1, B = 0.9$ )

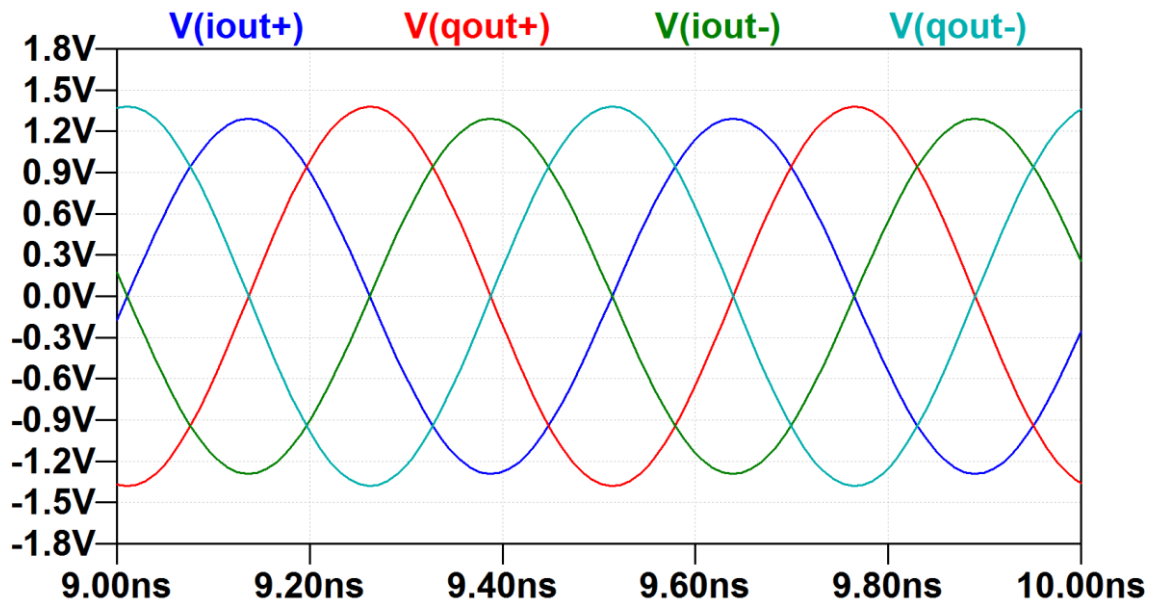


図 4.22 出力 ( $\omega = \frac{2}{RC}$ , RC ミスマッチなし,  $A = 1.1, B = 0.9$ )

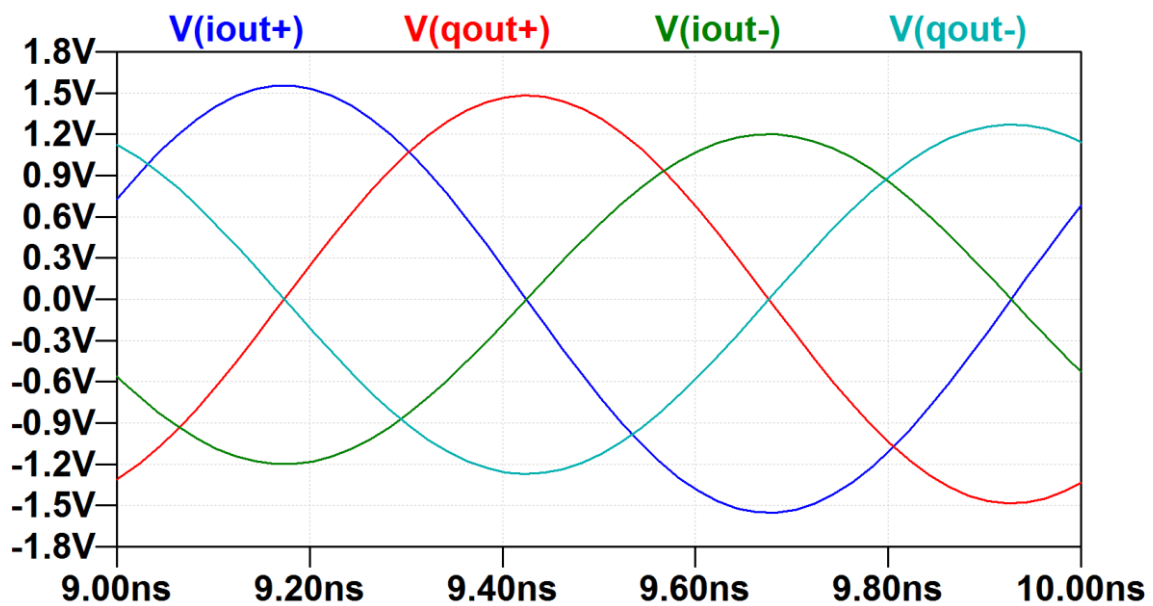


図 4.23 出力 ( $\omega = \frac{2}{RC}$ , RC ミスマッチなし,  $A = 1.1, 1.2, B = 0.9, 0.8$ )

以上の結果より,まず,ゲインインバランスについて,角周波数 $\omega = \frac{1}{RC}$ においてゲインインバランスはみられなかったが,それ以外の帯域では存在した.素子ばらつきがある際

には,4 出力間に振幅のばらつきがあることが確認できた.入力振幅誤差を与えた場合,cos 入力の場合にゲインインバランスが存在した.次に,位相インバランスについて,全ての角周波数 $\omega$ で IQ 出力間は 90 度位相差を有しており,位相インバランスはみられなかった.素子ばらつきがある際には,位相の 90 度分割が保たれなくなることを確認した.

ゲインインバランス,位相インバランスの発生から,周波数帯域については第 3 章で述べたようにフィルタの次数を上げれば,90 度移相特性の広帯域化が図れるのでインバランスは抑えられると考えられる.しかし,やはり素子ばらつきが大きな課題となった.素子ばらつきが 90 度移相の不完全性を引き起こすことで,ゲインと位相ともにインバランスが発生してしまう.素子ばらつきまたは寄生素子の影響を補正するような手法の提案が今後の課題である.

## 第5章 結論

本研究では,複素フィルタについて二つの点を検討した.一つ目は,複素フィルタの伝達関数の導出と周波数解析を行い,ヒルベルトフィルタとの関連性について考察するものである.二つ目は,無線通信システムの通信品質劣化要因の一つである IQ インバランスの測定に関するものである.以下に各章ごとのまとめを示す.

第2章では,直交性の解析に利用できるオイラーの公式,複素正弦波,フーリエ変換等の数学的性質を述べた.これらの性質を用いて,直交変復調の周波数軸上の振る舞いを説明し,図解を試みた.

第3章では,RC ポリフェーズフィルタは入出力が複素信号の場合の理想ヒルベルトフィルタ特性の近似であることを考察し,1次から4次までのRC ポリフェーズフィルタの数式シミュレーションでの検証を行った.振幅特性において,ゼロ点の場所では Real part と Imaginary part の特性が一致し,その点においてはヒルベルト変換を行えることを確認した.この近似特性は,次数を上げてゼロ点の数を増加させることで広範囲で Real part と Imaginary part の振幅特性が近くなり,その結果,阻止域が広がり広帯域化できることがわかった.位相特性において,1次から4次のRC ポリフェーズフィルタ回路の伝達関数から入出力間に完全な90度位相差であり,広帯域でヒルベルト変換が可能なことを確認した.これらの結果から n 次の場合の数式を導出したこれらの特性から,RC ポリフェーズフィルタは高次になるほどヒルベルトフィルタの理想特性に近づくことを確認した.また,同じく複素アナログフィルタである複素 Gm-C バンドパスフィルタや複素能動 RC バンドパスフィルタについて同様の手法で解析を行い,結果との比較から,RC ポリフェ

ーズフィルタとヒルベルトフィルタとの近似性がより深いものであると示した。「RC ポリフェーズフィルタがヒルベルト変換の近似」であることを示したことから,将来的にこのフィルタを用いて複素信号処理をアナログ信号のまままでできる,という可能性がある.高速,広帯域な通信や第 5 世代で検討されているミリ波通信で,(デジタル処理が追いつかないような高周波・高速信号処理で)特に役に立つことが期待できる.

第 4 章では,RC ポリフェーズフィルタの IQ インバランス測定法について述べた.まず,無線通信機器における通信品質の劣化要因を述べた.次に,直交性に関連してそのうちの一つである IQ インバランスに着目し,その測定法を検討した.RC ポリフェーズフィルタに適用し,回路シミュレーションによりゲインインバランスと位相インバランスについてその振る舞いを示した.周波数,素子値,振幅等のパラメータを変化させ,インバランスの発生条件と原因について調べた.素子ばらつき,寄生素子の影響が大きな課題であることがわかった.

以上,複素フィルタに関する研究として,いくつか知見が得られた.第 3 章の RC ポリフェーズフィルタのヒルベルト変換近似特性について,数十 GHz 程度の高周波領域においては抵抗の LC 成分,コンデンサの RL 成分の影響が無視できなくなり,特性が大きく劣化すると思われる.また,実装の際,高次になればなるほど広帯域でヒルベルト変換特性の近似が取れるが回路規模も増大すること,素子ばらつきの影響で直交性の劣化等が予想される.これらの問題点についての検討が必要となる.

## 参考文献

- [1] L.G. Linvill, “RC Active Filters”, Proc. IRE (March 1954)
- [2] R. P. Sallen & E. L. Key, “A Practical Method of Designing RC Active Filters”, IRE Trans. Circuit Theory, CT-2, No.1, pp.77-85 (May. 1955).
- [3] L. T. Bruton, “Network Transfer Functions Using the Concept of Frequency-Dependent Negative Resistance”, IEEE Trans. Circuit Theory, vol. CT-16, pp.406-408 (Aug. 1969)
- [4] A. Antoniou, “Realization of gyrators using operational amplifiers, and their use in RC-active-network synthesis”, Proc. IEEE, vol. 166, no. 11, pp.1838-1850 (Nov. 1969)
- [5] 武部幹, “デジタルフィルタの設計”, 東海大学出版会, pp.75-76, (1986)
- [6] J. Crols and M. Steyaert, “An analog integrated polyphase filter for a high performance low-IF receiver”, VLSI Circuit, Digest of Technical Papers, pp.87-88 (1995)
- [7] D. S. Humpherys, “The analysis design and synthesis of electrical filters”, Prentice-Hall, Englewood-Cliffs, N. J., pp.570-593 (1970)
- [8] G. R. Lang and P. O. Brackett, “Complex analogue filters”, Proc. European Conf. Circuit Theory Design (The Hague, Netherlands), pp.412-419 (Aug. 1981)
- [9] W. M. Snelgrove and A. S. Sedra, “State-space synthesis of complex analog filters”, Proc. European Conf. Circuit Theory Design (The Hague, Netherlands), pp.420-424 (Aug. 1981)
- [10] P. A. Regalia, S. K. Mitra, “Low-sensitivity active filter realization using a complex all-pass filter”, IEEE Trans. Circuits Syst., vol.CAS-34, no.4, pp390-399 (April 1987)
- [11] T. H. Crystal, L. Ehrman, “The design and applications of digital filters with complex



- coefficients”, IEEE Trans. On Audio and Electroacoustics, vol.AU-16, no.3, pp315-320 (Sep. 1968)
- [12] C. Muto and N. Kambayashi, “a leapfrog synthesis of complex analog filter”, IEICE Trans. Fundamentals, vol.E-76-A, no.2, pp.210-215 (Feb. 1993)
- [13] 強瀬敬司, 品田雄治, “双一次複素伝達関数の回路実現とその応用”, 電子情報通信学会論文誌, vol. J77-A, no.8, pp.1186-1188 (April 1994)
- [14] N. Yamaguchi, H. Kobayashi, J. Kang, Y. Niki, T. Kitahara, “Analysis of RC Polyphase Filters - High-Order Filter Transfer Functions, Nyquist Charts, and Parasitic Capacitance Effects –”, IEICE Technical Report, CAS2002-112 (Jan. 2003).
- [15] Y. Niki, J. Kang, H. Kobayashi, N. Yamaguchi, T. Kitahara, “Analysis and Design of RC Polyphase Filters - Input Impedance, Output Termination, Component Mismatch Effects, Flat-Passband Filter Design –”, IEICE Technical Report, CAS2002-113 (Jan. 2003).
- [16] M. J. Gingell, “Single Sideband Modulation using Sequence Asymmetric Polyphase Networks”, Electrical Communication (1973)
- [17] H. Kobayashi, J. Kang, T. Kitahara, S. Takigami, H. Sadamura, “Explicit Transfer Function of RC Polyphase Filter for Wireless Transceiver Analog Front-End”, IEEE Asia-Pacific Conference on ASICs, Taipei, Taiwan (Aug. 2002).
- [18] F. Behbahani, Y. Kishigami, J. Leete, A. A. Abidi, “CMOS Mixers and Polyphase Filters for Large Image Rejection”, IEEE J. of Solid-State Circuits, vol. 36, no. 6, pp.871-887,(June 2001)
- [19] K. Komoriyama, E. Yoshida, M. Yashiki, H. Tanimoto, “A very wideband fully valanced active RC polyphase filterbased on CMOS inverters in 0.18 um CMOS technology”, VLSI

Circuit Symposium, 10-2 (June 2007).

- [20] H. Tanimoto, “Exact Design of RC Polyphase Filters and Related Issues”, IEICE Trans. Fundamentals, vol.E96-A, no.2, pp.402-414 (Feb. 2013).
- [21] 谷本, 桑原, 山路, 「RC ポリフェーズフィルタと補間回路を用いた対称 3 相交流信号発生回路」, 電子情報通信学会技術研究報告 CAS2007 34-51 (2007 年 10 月)
- [22] Y. Niki, S. Sasaki, N. Yamaguchi, J. Kang, T. Kitahara, H. Kobayashi, “Flat Passband Gain Design Algorithm for 2nd-order RC Polyphase Filter”, IEEE 11th International Conference on ASIC, Chengdu, China (Nov. 2015).
- [23] Y. Sugawara, N. Takai, M. Kato, H. Seki, K. Suzuki, H. Kobayashi, "Automatic Design of Doubly-terminated RC Polyphase Filters by Using Distributed Genetic Algorithm, " IEEE 11th International Conference on ASIC, Chengdu, China (Nov. 2015).
- [24] K. W. Martin, “Complex Signal Processing is NOT Complex”, IEEE Trans. Circuits and Systems I, vol.51, no.9, 1823-1836 (Sept. 2004).
- [25] M. Murakami, H. Kobayashi, S. N. B. Mohyar, O. Kobayashi, T. Miki, J. Kojima, “I-Q Signal Generation Techniques for Communication IC Testing and ATE Systems”, IEEE International Test Conference, Fort Worth, TX (Nov. 2016).
- [26] H. San, Y. Jingu, H. Wada, H. Hagiwara, A. Hayakawa, H. Kobayashi, T. Matasuura, K. Yahagi, J. Kudoh, H. Nakane, M. Hotta, T. Tsukada, K. Mashiko, and A. Wada, “A Second-Order Multi-bit Complex Bandpass  $\Delta\Sigma$ AD Modulator With I, Q Dynamic Matching and DWA Algorithm”, IEICE Trans. Electronics, vol.E90-C, no.6, pp.1181-1188 (June 2007).
- [27] Y. Tamura, R. Sekiyama, K. Asami, H. Kobayashi, "RC Polyphase Filter As Complex Analog Hilbert Filter", IEEE 13th International Conference on Solid-State and Integrated Circuit

Technology, Hangzhou, China (Oct. 2016).

[28] 浅見幸司「デジタル変調と信号解析の基礎 – 単純な信号解析及び図解による直交変復調の理解 –」マイクロウェーブワークショップ WE2B-I, 横浜 (2016 年 11 月)

[29] F. Haddad, L. Zaïd, W. Rahajandraibe, O. Frioui, “Polyphase Filter Design Methodology for Wireless Communication Applications”, Chapter 11, Mobile and Wireless Communications, INTECH (2010).

[30] H. P. スウ, フーリエ解析, 佐藤平(訳), 森北出版(株), 東京, 1979

## 謝辞

本研究を進めるに当たり、指導教官である群馬大学理工学府 電子情報部門 小林春夫教授、客員教授 浅見幸司先生には、多くのご指導ご鞭撻を頂き深く感謝いたします。そして、研究をまとめる中で、主査の本島邦之教授、副査の伊藤直史准教授、石川信宣技官、小林・高井研究室の皆様にはいろいろとご協力ご助言を頂き、心より感謝申し上げます。

## 研究実績

### 学術論文誌

- [1] **Y. Tamura**, R. Sekiyamai, K. Asami, H. Kobayashi “RC Polyphase Filter as Complex Analog Hilbert Filter”, Advanced Micro-Device Engineering VIII, Key Engineering Materials (2018). (提出中)

### 国際学会発表

- [1] **Y. Tamura**, R. Sekiyama, S. Sasaki, K. Asami, H. Kobayashi “RC Polyphase Filter as Complex Analog Hilbert Filter” 2016 IEEE 13th International Conference on Solid-State and Integrated Circuit Technology (ICSICT-2016), Hangzhou, China (Oct. 28, 2016).
- [2] **K. Asami**, **Y. Tamura**, H. Kobayashi “Analysis and Evaluation Method of Complex Analog Filter” IEEE VLSI Test Symposium, IP-Session, San Francisco, CA (April 2018). (Accepted)

### 国内学会・研究会発表

- [1] **田村善郎**, 大澤優介, 小林春夫 「高速インターフェース受信回路ジッタ耐性試験容易化技術に関する研究」電気学会, 第6回学生研究発表会, 早稲田大学 (2015年8月31日).
- [2] **田村善郎**, 関山燎, 浅見幸司, 小林春夫 「RCポリフェーズフィルタのヒルベルトフィルタの観点からの考察」第62回システムLSI合同ゼミ, 早稲田大学 (2016年

1月30日).

- [3] 関山燎, 田村善郎, 浅見幸司, 小林春夫「RC ポリフェーズフィルタとヒルベルトフィルタとの考察」第6回電気学会東京支部栃木・群馬支所合同研究発表会, 前橋工科大学 (2016年3月1日).
- [4] 田村善郎, 関山燎, 浅見幸司, 小林春夫 「高周波信号処理用複素アナログヒルベルトフィルタの理論検討」 LSI とシステムのワークショップ 2016, 学生ポスター no.56, 東京大学 生産研究所 (2016年5月17日).
- [5] 田村善郎, 関山燎, 浅見幸司, 小林春夫「複素アナログヒルベルトフィルタとしてのRC ポリフェーズフィルタの特性」電気学会, 電子回路研究会, ECT-16-045, 鶴岡 (2016年6月9日).
- [6] 田村善郎, 浅見幸司, 小林春夫「複素アナログフィルタのヒルベルトフィルタ近似性とIQ インバランス測定法の検討」第8回電気学会東京支部栃木・群馬支所合同研究発表会, ETG-16-70, pp.200-203, 群馬大学 (2018年3月1日).