

Estimación del volumen sin corteza en *Eucalyptus grandis* utilizando modelos de regresión con variables instrumentales en dos etapas de plantaciones de la Mesopotamia argentina

BOCA, R.T.¹; KELLER, A.E.²; MASTRANDREA, C.³; CRECHI, E.H.²; BARTH S.R.²; WINCK, R.A.²; FASSOLA, H.E.²; FERRERE, P.⁴

RESUMEN

En este trabajo se ajustaron modelos de predicción de volumen total sin corteza (*vtsc*) y volumen total con corteza (*vtcc*) de árboles individuales en forma simultánea. El *vtcc* se ajustó en función de la altura del árbol (*h*) y del diámetro a la altura del pecho (*dap*), y en forma simultánea se ajustó el *vtsc* a los predichos de *vtcc*. Esta causalidad simultánea podría originar un sesgo en los coeficientes estimados con métodos tradicionales que aplican mínimos cuadrados ordinarios (*ordinary least squares* OLS), que puede ser eliminado utilizando modelos de regresión con variables instrumentales en dos etapas (*two-stage least squares* 2SLS). En este artículo se compararán las metodologías convencionales aplicadas en el área con el método 2SLS. Se trabajó con datos de plantaciones de *Eucalyptus grandis* pertenecientes a cuatro zonas agroclimáticas distintas de la Mesopotamia argentina. Los resultados mostraron que es posible lograr modelos de ajustes con baja correlación en los errores y que cumplan con los supuestos requeridos para la implementación de esta metodología.

Palabras clave: regresión, variables instrumentales, *Eucalyptus*, Mesopotamia.

ABSTRACT

For this work, total volume under bark (*vtsc*) and total volume over bark (*vtcc*) prediction models for individual trees were adjusted simultaneously. The total *vtcc* was adjusted based on the tree's height (*h*) and diameter at breast height (*dbh*), and the total *vtsc* was simultaneously adjusted based on *vtcc* predictions. This simultaneous causality could create a bias in coefficients using traditional estimation methods with ordinary least squares (OLS), which could be removed resorting to two-stage least squares (2SLS) regression models. This work compares conventional methodologies used in the area and 2SLS methods. The data used comes from *Eucalyptus grandis* plantations set in four different agroclimatic zones in the Argentine Mesopotamia region. Results show that it is possible to achieve adjustment models with low correlation in residuals and complying with the assumptions necessary to implement this methodology.

Keywords: prediction model, instrumental variables, Argentinian Mesopotamia.

¹Instituto de Clima y Agua, INTA, Castelar, Buenos Aires, Argentina. Correo electrónico: boca.teresa@inta.gov.ar

²EEA INTA Montecarlo. Misiones, Argentina.

³EEA INTA Concordia. Entre Ríos, Argentina.

⁴AER INTA 9 de Julio EEA Pergamino, Buenos Aires, Argentina.

INTRODUCCIÓN

El género *Eucalyptus* es uno de los más utilizados en las plantaciones forestales, es ampliamente comercializado y empleado en la industria para una amplia variedad de productos. Consecuentemente es necesario contar con ecuaciones de volumen que permitan predecir con la mayor exactitud posible y a través de variables de fácil relevamiento, las existencias maderables de los árboles del rodal. Estos procedimientos se basan en métodos destructivos, los que, conjuntamente con el volteo de los árboles, tienen un alto costo operativo (Vanclay, 1994, Bravo *et al.*, 2011). Por lo tanto, obtener modelos de predicción de volumen total sin corteza (*vtsc*) de árboles individuales a partir del volumen con corteza (*vtcc*) tiene interés debido a la relativa facilidad para estimar este último en función del anterior. Tradicionalmente los modelos de volumen con corteza y sin corteza han sido ajustados en forma independiente mediante métodos de ajuste por mínimos cuadrados ordinarios (OLS) que no contemplan la correlación existente entre el volumen con y sin corteza, como los presentados para *Eucalyptus grandis* para Misiones y NE de Corrientes (Fassola *et al.*, 2007). Existen otros antecedentes recientes en la bibliografía, como el publicado por Bonyad *et al.*, (2012), que describen metodologías para modelar las variables en estudio como el que utiliza el procedimiento propuesto por Meyer (1946); dicho estudio consiste en formular una sola ecuación que relaciona el volumen sin corteza con el volumen con corteza a través de un factor K que relaciona *vtsc* y *vtcc*, este enfoque tampoco considera la alta correlación. En la misma línea, Li y Weiskittel (2011) proponen la estimación del diámetro sin corteza utilizando como covariable el diámetro con corteza, donde nuevamente se incumpliría el supuesto de independencia entre la variable y la covariable. Estos enfoques podrían originar sesgo en los coeficientes estimados para los modelos de predicción de fracciones de volumen. Otra propuesta es utilizar modelos de regresión con variables instrumentales en dos etapas o *two-stage least squares* (2SLS). El cálculo del *vtcc* se puede ajustar en función del diámetro a la altura del pecho (*dap*) y de la altura del árbol (*h*) y *vtsc* se ajusta a los predichos del *vtcc*, este ajuste simultáneo elimina el sesgo de las metodologías anteriormente discutidas. Pocos estudios han recurrido al enfoque que emplea ajustes simultáneos con variables instrumentales que permiten independizar el volumen con corteza del volumen sin corteza, a pesar de que la metodología fue presentada por Border (1989) basado en el desarrollo teórico de Zellner (1962), con la ventaja de contar actualmente con paquetes de aplicación libres para utilizar en un entorno R (R Development Core Team R. 2014) desarrollados por Henningsen y Hamann (2007). Las variables dasométricas utilizadas en los modelos descriptos pueden ser afectadas por la calidad de sitio del rodal (Cellini *et al.*, 2012), esta variabilidad ambiental puede modelarse utilizando variables dummy (Rucha *et al.*, 2011).

A partir de lo anteriormente descrito, los objetivos de este trabajo fueron (i) determinar si existen diferencias en las variables dasométricas de rodales de *Eucalyptus grandis* ubicadas en las cuatro principales zonas agroclimáticas

de cultivo de la región mesopotámica argentina, (ii) ajustar modelos de predicción de *vtsc* a partir de *vtcc* para árboles de *E. grandis* utilizando 2SLS, comparándolos con los procedimientos tradicionales.

METODOLOGÍA

Descripción de las zonas de estudio

Las zonas agroecológicas donde se obtuvieron las muestras se corresponden con Misiones Sur (zona 1.1.1) Misiones Norte (zona 1.1.2), Misiones Alta (zona 1.1.3); todas de clima subtropical sin estación seca y la zona templada que comprende Monte Caseros–Concordia (zona 1.2.4) (figura 1), según la clasificación realizada por Papadakis (1974). Los suelos de las tres primeras regiones son derivados de la roca basáltica y en la última son suelos arenosos resultantes de los sedimentos del río Uruguay.

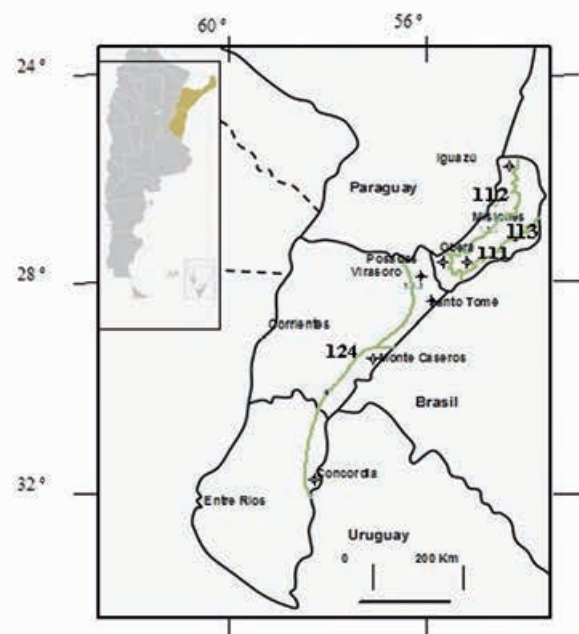


Figura 1. Zonas agroclimáticas donde se obtuvieron las muestras de *Eucalyptus grandis* para los estudios de volumetría, donde: 1.1.1: Misiones Sur; 1.1.2: Misiones Norte; 1.1.3: Misiones Alta; 1.2.4: Monte Caseros.

En la tabla 1 se resumen las principales variables agroclimáticas de la zona donde se observan las diferencias existentes que podrían determinar crecimientos diferenciados como son los mm de precipitación caídos, que van de un rango de 1478 mm para Monte Caseros a 2220 mm para Bernardo de Irigoyen. En el caso de las horas de fríos por debajo de 7 grados oscilan entre 115,9 h en Posadas a 406,1 h en Concordia, que por otro lado resultó el sitio con menor altura sobre el nivel del mar, mientras que Bernardo de Irigoyen fue el lugar más alto. Estas variables podrían impactar sobre las variables dasométricas bajo estudio (Cellini *et al.*, 2012); podrían ser necesarios, por lo tanto, ajustes de modelos de regresión diferentes para cada zona.

Localidad	Monte Caseros	Concordia	Posadas	Iguazú	Bernardo de Irigoyen
Latitud	-30,27	-30,30	-27,37	-25,73	-26,25
Longitud	-39,30	-58,02	-55,97	-54,47	-53,65
Altura s.n.m.	54,00	38,00	133,00	270,00	815,00
Temperatura máxima media °C	25,50	24,70	27,60	27,30	24,10
Temperatura mínima media °C	14,60	13,40	16,70	15,80	15,20
Temperatura media °C	20,00	19,10	22,10	21,60	19,60
Precipitación mm	1478,40	1390,40	1789,30	1885,50	2220,30
Horas de frío <7 °C	264,30	406,10	115,90	142,00	196,20

Tabla 1. Caracterización agroclimática de las localidades pertenecientes a las distintas zonas agroecológicas.

Variable	Zona	Mínimo	Mediana	Media	Máximo	Desviación estándar
dap	1.2.4	12,00	21,05	22,41	40,00	7,11
	1.1.1	8,00	36,50	35,92	65,00	10,61
	1.1.2	17,20	35,80	34,78	54,60	12,12
	1.1.3	4,50	39,47	38,05	75,00	24,20
h	1.2.4	16,40	24,80	26,06	37,30	5,07
	1.1.1	10,00	37,30	36,22	48,00	7,40
	1.1.2	19,70	36,25	32,99	42,80	8,41
	1.1.3	11,30	39,80	34,24	57,30	17,17
vtcc	1.2.4	0,09	0,37	0,52	1,85	0,44
	1.1.1	0,02	1,65	1,76	4,94	1,01
	1.1.2	0,19	1,51	1,51	3,58	1,08
	1.1.3	0,01	1,97	2,58	6,83	2,63
vtsc	1.2.4	0,08	0,34	0,46	1,66	0,40
	1.1.1	0,02	1,49	1,63	4,75	0,97
	1.1.2	0,17	1,40	1,40	3,39	1,01
	1.1.3	0,01	1,68	2,27	6,14	2,31
edad	1.2.4	6,00	18,00	12,66	19,00	6,27
	1.1.1	2,00	15,00	15,17	23,00	5,12
	1.1.2	5,00	10,00	10,00	15,00	4,20
	1.1.3	3,00	27,00	23,41	50,00	15,59

Tabla 2. Estadísticas descriptivas de las variables en estudio en cm.

Datos

Para el estudio se apeó un total de 234 árboles de *Eucalyptus grandis* provenientes de rodales de diferentes edades, 158 ejemplares en la zona 1.1.1, 18 en la zona 1.1.2, 17 en la zona 1.1.3 y 41 árboles en la zona 1.2.4. En cada árbol apeado se efectuaron cortes a distintas alturas: 0,30 m, 0,70 m, 1,30 m y luego en trozas de aproximadamente 3 m de largo hasta el ápice. En los extremos de cada troza se procedió a tomar los diámetros con y sin corteza máximo y mínimo. La cubicación de cada troza fue realizada siguiendo el método de Smalian (Clutter *et al.*, 1983) y la

sumatoria de los volúmenes parciales permitió obtener los volúmenes totales con y sin corteza.

Variables analizadas

Las variables analizadas que surgieron de las tareas de cubicación fueron: diámetro a la altura del pecho en centímetros (*dap*), altura del árbol en metros (*h*), edad en años, volumen del árbol con corteza en metros cúbicos (*vtcc*), volumen del árbol sin corteza en metros cúbicos (*vtsc*). Todas las variables mostraron mayor variabilidad en la zona 1.1.3., coincidentemente con un mayor rango de edad de los árboles (tabla 2).

Procedimientos estadísticos

Para determinar si existían diferencias en el crecimiento en volumen para cada una de las zonas especificadas se realizaron primeramente análisis de varianza para modelos lineales con el logaritmo natural de $vtcc$ y $vtsc$ como variables respuestas, la altura y la edad como variables explicatorias y las zonas como variables categóricas. En función de los resultados del análisis de varianza mencionado en el párrafo anterior, se ajustaron modelos de regresión con variables instrumentales en dos etapas (2SLS). Se asumieron modelos lineales entre el logaritmo natural de $vtcc$ y $vtsc$ y las variables explicatorias altura y edad. Los modelos utilizados tienen la forma general de $y=X\beta+\varepsilon$, donde para predecir $\ln(vtcc)$, y es el vector $(n \times 1)$ correspondiente al logaritmo natural del valor observado de $vtcc$, β es el vector de coeficientes $(k \times 1)$ y X es la matriz $(k \times 1)$ que contiene las variables exógenas $\ln(dap)$ e $\ln(h)$. Para predecir $\ln(vtsc)$ y es el vector $(n \times 1)$ correspondiente al logaritmo natural del valor observado de $vtsc$, β es el vector de coeficientes $(k \times 1)$ y X la matriz $(k \times 1)$ que contiene la variable exógena predichos de $\ln(vtcc)$. En ambos casos ε corresponde al error aleatorio. El predicho $\ln(vtcc)$ que define una de las columnas en X se encontraba correlacionado con el error aleatorio. Esta causalidad simultánea podría originar un sesgo en los coeficientes estimados que fue eliminado utilizando modelos de regresión con variables instrumentales en dos etapas (Zellner, 1962). Llamamos endógenas a aquellas variables que se encuentren correlacionadas con ε y exógenas a aquellas que no estén correlacionadas con ε . Por lo tanto $\ln(vtcc)$ e $\ln(vtsc)$ son las variables endógenas e $\ln(h)$, $\ln(dap)$ y los predichos de $vtcc$. Las variables exógenas predichas de $vtcc$ y la *edad* fueron las variables instrumentales. A fines comparativos se ajustaron los modelos utilizando la metodología descrita en el párrafo anterior, *two-stage least squares* (2SLS) y la metodología convencional que aplica *ordinary least squares* (OLS). Por otro lado para determinar si las variables instrumentales de cada ecuación del enfoque 2SLS no estaban correlacionadas con los términos de error de las otras ecuaciones, lo que indicaría que están especificadas, se aplicó la prueba de Hausman (1978). Finalmente para comparar los modelos se calcularon los estadísticos más frecuentemente utilizados, como la diferencia media absoluta (DMA), cuadrado medio del error de predicción (CMEP) y coeficiente de determinación (R^2). Para las ecuaciones obtenidas, dado que se empleó

la transformación logarítmica, se le estimó un factor de corrección para obtener los predichos en las unidades originales según la ecuación $K=e^{(\sigma^2/2)}$ a los efectos de eliminar la asimetría en la distribución inherente al proceso de transformación aritmética (Meyer, 1946; Baskerville, 1972), donde: K =coeficiente de corrección de la discrepancia logarítmica y σ^2 = varianza de predicción.

Los cálculos fueron realizados en un entorno R (R 2014), utilizando el paquete *System fit: Estimating Systems of Simultaneous Equations in R* (Henningesen y Hamann, 2007) y *nlme* (Pinheiro *et al.*, 2011).

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El análisis de varianza de los modelos de regresión con variables categóricas determinó que existían diferencias significativas entre zonas para los coeficientes de los modelos. Para los modelos de $\ln(vtcc)$ y $\ln(vtsc)$ los valores p de la interacción (*zona*dap*) e interacción (*zona*h*) fueron menores al nivel de significancia del 5% lo que justificó el ajuste de modelos de forma independiente entre las zonas (tabla 3).

Los resultados del ajuste de los modelos 2SLS por zona determinaron coeficientes de los modelos significativamente distintos de cero, dado que los valores p de las pruebas t de Student fueron menores al nivel de significancia del 5%, lo que significa que los modelos son útiles para predecir la variable respuesta en cuestión. Los valores estimados de los coeficientes por ambos métodos dentro de una misma zona mostraron diferencias (tabla 4). Pero lo más destacable es que los estimadores 2SLS presentaron residuales no correlacionados a diferencias de los predichos de los modelos OLS, las correlaciones entre los residuales de los modelos para $vtcc$ y $vtsc$ fueron de 0,94 para OLS y 0,27 para 2SLS para la zona 1.2.4 (ver figura 2). Las otras zonas mostraron comportamientos similares entre los residuales (gráficos no publicados). En la utilización de estos modelos debe tenerse en cuenta que árboles de *dap* muy bajos podrían determinar estimaciones negativas; autores como Dolph (1989) proponen forzar a los modelos a ajustar al origen, aunque sería suficiente utilizar estos modelos con precaución, cuando se trabaja con árboles pequeños (Skovsgaard y Vanclay, 2008).

Por otro lado las variables instrumentales de los modelos del procedimiento 2SLS resultaron no correlacionadas con

Factor	log(vtcc)		log(vtsc)	
	F	Valor p	F	Valor p
log(dap)	28080,49	<2.2e-16	23420,85	<2.2e-16
log(h)	857,03	<2.2e-16	664,71	<2.2e-16
zona	0,04	0,83	3,33	0,07
log(dap):zona	23,01	2.904e-06	22,01	4.663e-06
log(h):zona	3,98	0,04	0,48	0,48

Tabla 3. Estadísticas descriptivas de las variables en estudio en cm.

Zona	Modelos de volumen con corteza						Modelos de volumen sin corteza			
	$\hat{\beta}_o$		$\hat{\beta}_{ln(h)}$		$\hat{\beta}_{ln(dap)}$		$\hat{\beta}_o$		$\hat{\beta}_{pred(ln(Vtcc))}$	
	OLS	2SLS	OLS	2SLS	OLS	2SLS	OLS	2SLS	OLS	2SLS
1.2.4	-10,12	-10,00	1,77	2,12	1,16	0,80	-0,11	-0,11	1,03	1,01
1.1.1	-10,11	-9,43	1,78	2,38	1,16	0,37	-0,10	-0,10	1,03	1,03
1.1.2	-9,96	-9,67	1,72	1,96	1,16	0,84	-0,10	-0,08	1,03	1,01
1.1.3	-9,79	-8,90	1,67	2,24	1,16	0,33	-0,14	-0,17	1,03	1,03

Tabla 4. Valores estimados de los distintos parámetros de los modelos propuestos y sus coeficientes de ajuste.

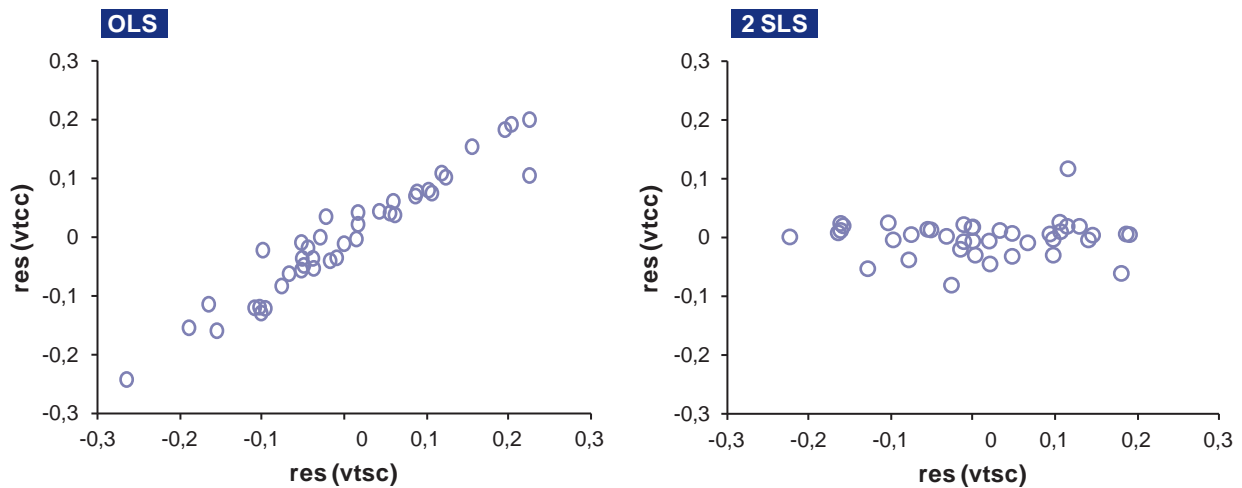


Figura 2. Residuales de los modelos OLS y 2SLS para la zona 1.2.4.

Zona	vtcc K	vtsc K
1.2.4	1.008514	1.000388
1.1.1	1.012329	1.000388
1.1.2	1.003139	1.000150
1.1.3	1.018123	1.002911

Tabla 5. K Factores de corrección.

los términos de error, según el estadístico de Hausman, que tuvo un valor p menor al 0,05, lo que indica la correcta especificación de las variables instrumentales. Los valores predichos por los distintos modelos, llevados a la escala original según los factores de corrección de la tabla 5, mostraron leves diferencias (figura 3) ya que los índices de ajustes medidos a través de los valores de R² oscilaron entre 0,95 y 0,99.

Otro indicador a favor de los ajustes por el método 2SLS en comparación con OLS fueron los resultados de los coeficientes diagnósticos DMA y CMEP, que tendieron a ser menores para los modelos ajustados bajo el enfoque 2SLS (tabla 6).

A partir de los resultados encontrados puede verse que es posible obtener estimación del volumen sin corteza de forma no destructiva, pero a diferencia de lo propuesto por

	Zonas	DMA		CMEP	
		OLS	2SLS	OLS	2SLS
vtcc	1.2.4	0,0866	0,0866	0,0157	0,0158
	1.1.1	0,0856	0,0843	0,0078	0,0065
	1.1.2	0,0459	0,0458	0,0027	0,0025
	1.1.3	0,1091	0,1407	0,0202	0,0195
vtsc	1.2.4	0,0973	0,0288	0,0164	0,0007
	1.1.1	0,0881	0,0330	0,0093	0,0011
	1.1.2	0,0410	0,0222	0,0035	0,0002
	1.1.3	0,1075	0,0456	0,0233	0,0051

Tabla 6. Coeficientes diagnósticos del modelo.

Bonyad *et al.*, (2012) aplicando estimaciones simultáneas se logra corregir la correlación entre los residuales de los modelos, esta corrección mejora al agregar las variables instrumentales. Por lo tanto el punto más importante a destacar con el proceso de estimaciones a partir del enfoque 2SLS es que se garantizan las buenas propiedades de los estimadores utilizados, obteniendo resultados consistentes. Los modelos generados en este estudio proporcionan estimaciones fiables y no destructivas del volumen sin corteza para plantaciones de *Eucalyptus grandis* de

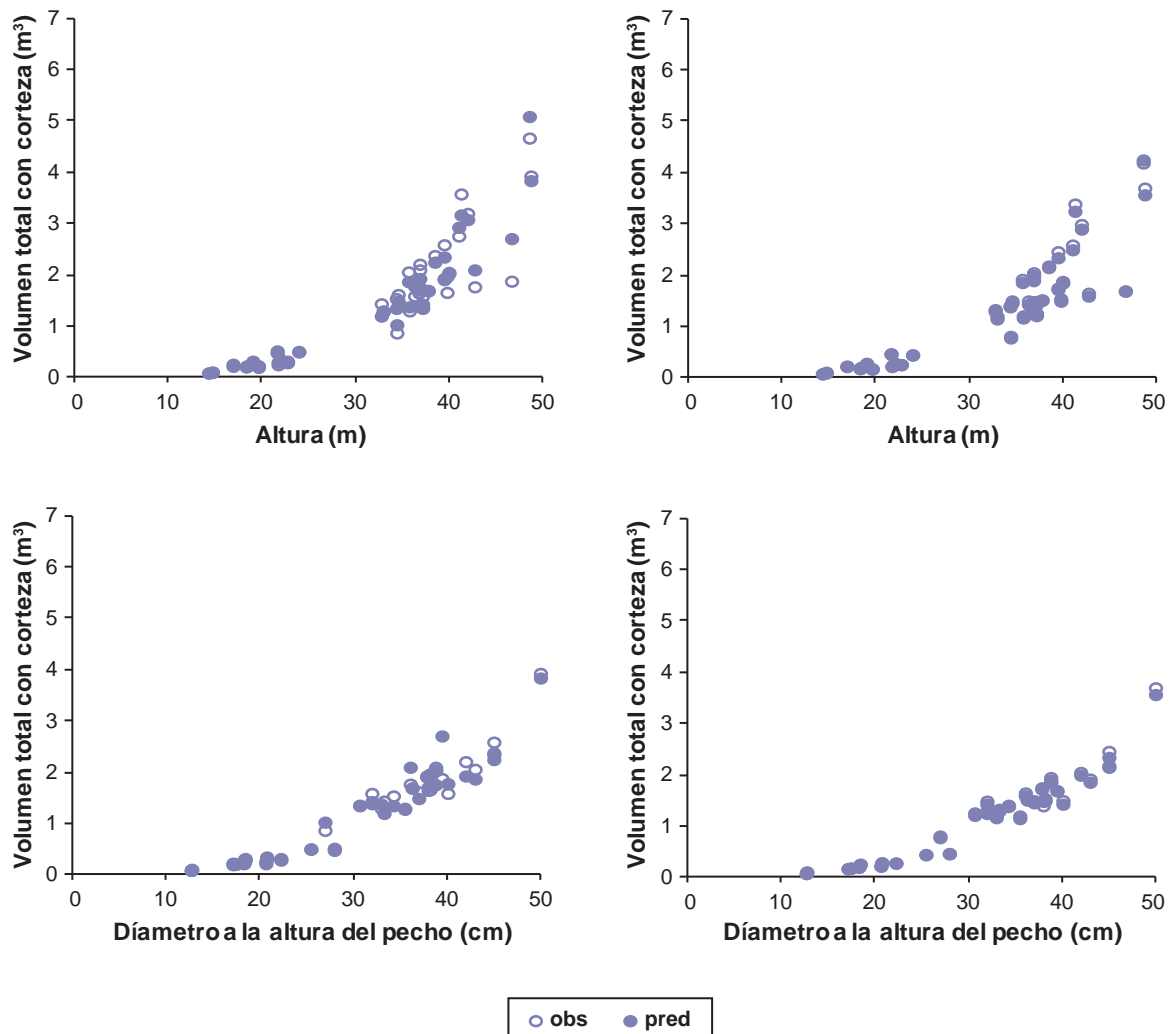


Figura 3. Valores observados y predichos del volumen con y sin corteza para la zona 1.2.4.

la Mesopotamia argentina. Li y Weiskittel (2011) publican para coníferas metodologías de ajuste a través de modelos mixtos que permiten obtener estimadores insesgados basados en procedimientos en la misma línea de los aquí planteados, pero a diferencia de los propuestos para *Eucalyptus*, estos modelos utilizan observaciones a lo largo del fuste, debido a la forma geométrica de las coníferas, esta información habitualmente no es registrada en los inventarios forestales. Sugerimos a los investigadores emplear el método de ajuste 2SLS para obtener resultados confiables que puedan aplicarse a la planificación y gestión de bosques.

CONCLUSIONES

En este trabajo se encontró que los modelos de estimación de volumen sin corteza para *Eucalyptus grandis* están influenciados por las características agroclimáticas específicas de las zonas analizadas.

Los estimadores encontrados y el análisis de supuestos muestran que la naturaleza de las variables observadas permite aplicar una metodología no tradicional en el área forestal con buenos resultados. El ajuste de modelos en forma simultánea indicando variables instrumentales logró estimar el *vtsc* de forma sencilla a partir del *vtcc* corrigiendo la inconsistencia en los estimadores obtenidos al aplicar metodologías convencionales.

Sería fructífero poder profundizar estos estudios y generalizar los resultados a otras condiciones y especies.

BIBLIOGRAFÍA

BONYAD, A.E.; SIMA, A.; BAKHSHANDEH, A.; DADRAS, H. 2012. Evaluation of non-destructive Meyer method for determination of bark volume of beech (*Fagus orientalis Lipsky*) in different geographical aspects. *Caspian J. Env. Sci* 10 (1):67-73.

BORDERS, B.E. 1989. Systems of equations in forest stand modeling. *Forest Science*, 35(2): 548-556.

- BRAVO, F.; ÁLVAREZ, J. G.; GONZÁLEZ, M.D.; RÍO, M.; BARRIO, J.A.; BONET LLEDOS, A.; BRAVO OVIEDO, J.; VÁZQUEZ PIQUÉ. 2011. Growth and yield models in Spain: historical overview, contemporary examples and perspectives. *Forest Systems*, 20 (2): 315-328.
- CELLINI, J.; GALARZA M., BURNS, S.L.; MARTINEZ-PASTUR, G.J. y LENCINAS, M.V. 2012. Equations of bark thickness and volume profiles at different heights with easy-measurement variables. *Forest Systems* 21(1): 23-30.
- CLUTTER, J.L.; FORTSON, J.C.; PIENAAR, L.V.; BRISTER, G.H.; BAILEY, R.L. 1983. *Timber management: a qualitative approach*. Ed. John Wiley & Sons. 333 p.
- DOLPH, K.L. 1989. Nonlinear equations for predicting diameter inside bark at breast height for young-growth red fir in California and southern Oregon. USDA For. Serv., Pac. S.W. For. Range Exp. Stn., Berkeley, CA. Res. Pap. PSW-409. 4 p.
- FASSOLA, H.E.; CRECHI, E.H.; KELLER, A.E.; BARTH, S.R.; FERNANDEZ, T.E. 2007. Funciones y algoritmos dasométricos para manejo silvícola intensivo, de aplicación en plantaciones forestales orientadas a producción de madera de alto valor agregado. PAN 571 Región Mesopotámica, *Pinus elliotii* y *Eucalyptus grandis*, Parcial para *Pinus taeda*. Informe técnico N.º 61. INTA EEA Montecarlo. 103 p.
- HAUSMAN, J. 1978. Specification Test in Econometrics. *Econometrica*, 46, 1251:1272.
- HENNINGSSEN, A.; HAMANN, J.D. 2007. Systemfit: A package for estimating systems of simultaneous equations in R. *Journal of Statistical Software*, 23(4), 1-40.
- LI, R.; WEISKITTEL, A.R. 2011. Estimating and predicting bark thickness for seven conifer species in the Acadian Region of North America using a mixed-effects modeling approach: comparison of model forms and subsampling strategies. *European Journal of Forest Research*, 130(2): 219-233.
- MEYER, H.A. 1946. Bark volume determination in trees. *Journal of Forestry*. 44: 1067-1070
- PAPADAKIS, J. 1974 *Ecología. Posibilidades Agropecuarias de las Provincias Argentinas. Fascículo 3. Enciclopedia Argentina de Agricultura y Jardinería*. Ed. ACME. 86 p.
- PINHEIRO, J.; BATES, D; DEBROY, S.; SARKAR, D.2011. The R Development Core Team. nlme: Linear and Nonlinear Mixed Effects Models. R package version 3.1-102.
- R DEVELOPMENT CORE TEAM R. 2014: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0, URL <http://www.R-project.org/>.
- RUCHA, A.; SANTOS, A.; CAMPOS, J.; ANJOS, O.; TAVARES, M. 2011. Two methods for tree volume estimation of *Acacia melanoxylon* in Portugal. *Floresta* 41(1): 169-178
- SKOVSGAARD, J.P.; VANCLAY, J.K. 2008. Forest site productivity: a review of the evolution of dendrometric concepts for even-aged stands. *Forestry* 81(1): 13-31.
- VANCLAY, J.K. 1994. Modelling forest growth and yield: applications to mixed tropical forests. *School of Environmental Science and Management Papers* 537 p.
- ZELLNER, A. 1962 An Efficient Method of Estimating Seemingly Unrelated Regressions and Tests for Aggregation, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 57, N.º 298, pp. 348-368.