

**UNA APROXIMACIÓN EMPÍRICA  
A LA EVOLUCIÓN DE LA TASA  
NATURAL DE INTERÉS  
Y EL CRECIMIENTO POTENCIAL**

**2004**

Marta Manrique  
José Manuel Marqués

**Documentos de Trabajo  
nº 0416**

**BANCO DE ESPAÑA**



**UNA APROXIMACIÓN EMPÍRICA A LA EVOLUCIÓN DE LA TASA NATURAL DE INTERÉS  
Y EL CRECIMIENTO POTENCIAL**

# UNA APROXIMACIÓN EMPÍRICA A LA EVOLUCIÓN DE LA TASA NATURAL DE INTERÉS Y EL CRECIMIENTO POTENCIAL

Marta Manrique

José Manuel Marqués (\*)

BANCO DE ESPAÑA

(\*) Departamento de Estudios Monetarios y Financieros. E-mail: [mmanrique@bde.es](mailto:mmanrique@bde.es) y [manuel-m@bde.es](mailto:manuel-m@bde.es). Agradecemos los comentarios recibidos de Gabriel Pérez-Quirós, Paco Alonso, Juan Ayuso, Roberto Blanco, Juan Peñalosa, Fernando Restoy, Julio Segura y un evaluador anónimo así como los participantes en el Seminario del Banco de España. Las opiniones y análisis en este trabajo son responsabilidad de los autores y, por tanto, no necesariamente coinciden con las del Banco de España o el Eurosistema.

El objetivo de la serie de Documentos de Trabajo es la difusión de estudios originales de investigación en economía y finanzas, sujetos a un proceso de evaluación anónima. Con su publicación, el Banco de España pretende contribuir al análisis económico y al conocimiento de la economía española y de su entorno internacional.

Las opiniones y análisis que aparecen en la serie de Documentos de Trabajo son responsabilidad de los autores y, por tanto, no necesariamente coinciden con las del Banco de España o las del Eurosistema.

El Banco de España difunde sus informes más importantes y la mayoría de sus publicaciones a través de la red INTERNET, en la dirección <http://www.bde.es>

Se permite la reproducción para fines docentes o sin ánimo de lucro, siempre que se cite la fuente.

© BANCO DE ESPAÑA, Madrid, 2004

ISSN: 0213-2710 (edición impresa)

ISSN: 1579-8666 (edición electrónica)

Depósito legal:

Imprenta del Banco de España

*“There is a certain rate of interest on loans which is neutral in respect to commodity prices, and tends neither to raise nor to lower them”. Wicksell (1898, p102).*

*“So long as prices remain unaltered the [central] banks' rate of interest is to remain unaltered. If prices rise, the rate of interest is to be raised; and if prices fall, the rate of interest is to be lowered; and the rate of interest is henceforth to be maintained at its new level until a further movement of prices calls for a change in one direction or the other”. Wicksell (1898, p189).*

## Resumen

En este trabajo se pretende identificar variaciones en el tipo de interés de equilibrio (o tasa natural de interés) y el crecimiento potencial de la economía. Estas estimaciones se realizan para Estados Unidos y Alemania a través de la metodología desarrollada por Laubach y Williams (2003) que utiliza el filtro de Kalman en un modelo estructural reducido. Los resultados resultan coherentes con los períodos de recesiones y expansiones establecidos para estos países y apuntan a que la tasa natural de interés, el crecimiento potencial y el *output gap* presentan, en la última década, una variabilidad inferior en ambos países a su media histórica, lo cual cuestiona la importancia de fenómenos recientes como la “nueva economía” para la política monetaria. Por último, se encuentra que, recientemente la tasa natural de interés se ha incrementado en Estados Unidos mientras que muestra una ligera desaceleración en Alemania, lo cual parece compatible con el distinto impacto de los avances tecnológicos en la economía de ambos países.

## 1 Introducción

Siguiendo la cita que encabeza este artículo, el tipo de interés de equilibrio, también denominado tasa natural de interés, se define como aquel coherente con una economía que estuviese en su equilibrio intertemporal o, en términos monetarios, como aquel compatible con una tasa de inflación constante y un producto en su nivel potencial. Sin embargo, la tasa natural de interés no es directamente observable y depende de factores, como el crecimiento potencial de la economía o el factor de descuento intertemporal de los individuos, cuya medición no resulta obvia. No obstante, la estimación de la tasa natural de interés y sus posibles variaciones en el tiempo es relevante en el contexto del ejercicio de la política monetaria ya que una adecuada aproximación a este concepto permite ofrecer un nivel de referencia para evaluar el tono expansivo o restrictivo de los tipos de interés reales vigentes en cada momento. De hecho, las transformaciones en los mercados financieros han contribuido a restar importancia al papel que desempeñan los agregados monetarios en tanto que objetivos intermedios útiles para interpretar la relación entre las decisiones de las autoridades monetarias y los objetivos de estabilidad de precios y crecimiento económico. En este contexto, la comparación directa entre el tipo de interés determinado por el banco central y la tasa natural de interés ha adquirido un mayor relieve en la evaluación del tono de la política monetaria. En particular, el éxito de las reglas de política monetaria como instrumento analítico con el que interpretar a posteriori las decisiones adoptadas por los bancos centrales constituye un buen ejemplo de este fenómeno.

Obviamente, aunque estas reglas parecen adecuarse de un modo bastante aproximado a la evolución de los tipos de interés en varios países desarrollados, la toma de decisiones en un banco central comprende más elementos que los incluidos en las mismas. No obstante, varios autores han destacado que el desajuste durante algunos períodos de tiempo entre los tipos de interés observados y los que se derivarían de las reglas de política monetaria puede estar relacionado con la incertidumbre a la que se enfrentan las autoridades a la hora de aproximar determinadas variables incluidas en éstas<sup>1</sup>. Este debate, que tradicionalmente se ha centrado en la medición del producto potencial, se ha ampliado recientemente a la evaluación de los errores que se han podido producir como consecuencia de no considerar las fluctuaciones en la tasa natural de interés. En este sentido, cabe destacar los trabajos de Laubach y Williams (2003) ("LW" en adelante) u Orphanides y Williams (2002) en los que se ilustran los costes de una incorrecta valoración de los tipos de interés reales de equilibrio.

En este contexto, en el presente trabajo se utiliza la metodología desarrollada por LW (2003), basada en el filtro de Kalman para obtener estimaciones de la tasa natural y el crecimiento potencial para Estados Unidos y Alemania con el objeto de comparar la evolución de estas variables entre las dos áreas y analizar el grado de variabilidad que éstas presentan. La elección de estos dos países se ha realizado por su importancia en la economía mundial. Además, dada la estabilidad de las políticas económicas en los mismos y de la evolución de las principales variables macroeconómicas, el proceso de estimación presenta menos complejidad en estos casos que en otros países.

El trabajo se estructura de la siguiente forma: En la sección segunda se define desde un punto de vista teórico el concepto de tasa natural de interés que se pretende identificar, en la sección 3 se discute el procedimiento de estimación empleado y se presentan los

---

1. En este sentido, destacan los trabajos de Judd y Rudesbuch (1999), Clarida et al. (2000) y Orphanides (2003) en los que se comentan las implicaciones que para la política monetaria han podido tener la incertidumbre que existe a la hora de aproximar variables no observables como el producto potencial.

resultados y finalmente, en la sección 4 se presentan las principales conclusiones de este trabajo.

## 2 La tasa natural de interés: definición

El tipo de interés de equilibrio o tasa natural de interés<sup>2</sup> es un concepto clásico en la literatura económica y fue introducido por Wicksell hace más de un siglo. Sin embargo, la preeminencia del tipo de interés de corto plazo como factor clave de la instrumentación de la política monetaria de varios bancos centrales y el uso creciente entre los analistas de la llamada regla de Taylor<sup>3</sup> –cuya formulación requiere el cálculo de un tipo de interés de equilibrio– han contribuido a que resurja el interés, tanto en el campo teórico como empírico, por esta variable.

Para entender el papel que desempeña esta variable en el debate académico reciente conviene, en primer lugar, establecer una definición genérica de lo que se entiende por tasa natural de interés. La tasa natural de interés se interpreta como *“aquel tipo de interés consistente con un producto que converge al potencial, donde el producto potencial es aquel coherente con una tasa de inflación estable”* (Bomfim 1997). Esta definición es similar a la aportada por otros autores como Woodford (2003) o Blinder (1998) y es un concepto que guarda cierta analogía con la tasa natural de desempleo [Friedman (1968)]. La tasa natural de interés equivale al rendimiento que se esperaría del capital si no existiesen fricciones en la economía, el cual debería ser además el tipo de interés determinado por la política monetaria en un contexto carente de rigideces.

Esta definición general de la tasa natural de interés coincide por tanto con los planteamientos introducidos por Wicksell y puede encontrarse en una amplia gama de modelos económicos recientes. En concreto, los únicos rasgos que deben satisfacer los modelos para coincidir con esta interpretación *neo-wickselliana* de la política monetaria son los siguientes:

- El comportamiento de los precios o de la inflación puede expresarse en función de la diferencia entre los tipos de interés fijados por la política monetaria y la tasa natural de interés.
- La tasa natural de interés depende de fundamentos reales (productividad marginal del capital, elasticidad intertemporal de sustitución del consumo o crecimiento de la población, entre otros).
- El comportamiento de la política monetaria puede resumirse a través de una regla de actuación.

Mientras que las dos últimas condiciones se contemplan de modo explícito en la mayoría de los modelos económicos, la primera de ellas, que recoge la relación entre la evolución de los precios y el diferencial entre el tipo de interés y la tasa natural, no resulta tan evidente. Sin embargo, tal como muestra Woodford (2003), es fácil comprobar cómo de forma implícita la mayoría de los modelos contemplan esta relación.

Sin embargo, a la hora de estimar el tipo de interés de equilibrio pueden existir ciertos matices en la interpretación de este concepto que varían en función de la formulación elegida en el modelo. De este modo, si el marco en el que se estima la tasa natural se centra en las fluctuaciones de la tasa natural en torno a una media que se considera constante (lo que se conoce en la literatura como movimientos de alta frecuencia), se identifican las respuestas de la tasa natural ante perturbaciones transitorias en la economía y, que por tanto tiene una mayor variabilidad cíclica. Si, por el contrario, la tasa natural se identifica bajo un escenario en el que se consideran tanto las fluctuaciones temporales como cambios en su

---

2. A lo largo de este trabajo se utilizarán indistintamente ambos términos.

3. Véase J.B. Taylor (1993).

valor medio se obtiene un concepto que recoge principalmente movimientos de baja frecuencia y que tendrá un menor carácter cíclico.

De este modo, en la literatura se encuentran estimaciones que suelen obviar movimientos de baja frecuencia y que utilizan series sin tendencia como las realizadas en Rotemberg y Woodford (1997), Neiss y Nelson (2001) o Andrés y otros (2003). En estos trabajos, la tasa natural de interés tiene un perfil acusadamente cíclico y proporcionan, en cierto modo, un indicador del tono de la política monetaria más vinculado con el ciclo económico<sup>4</sup>. Este tipo de enfoque suele utilizar modelos estructurales, por lo que, como muestran Levin, Wieland y Williams (2001) sus resultados son muy dependientes de los supuestos utilizados en los mismos.

Por otro lado, las estimaciones que tratan de identificar una tasa natural de interés más relacionada con fluctuaciones de carácter tendencial, como las propuestas por LW (2003), proporcionan un referente para la política monetaria menos dependiente de las perturbaciones cíclicas. Sin embargo, la naturaleza estructural de estas variables no se encuentra directamente vinculada con ningún fenómeno observable, por lo que suelen presentarse problemas de precisión y robustez en estas estimaciones.

En este trabajo se trata precisamente de identificar no solo las fluctuaciones temporales en torno a un nivel medio de la tasa natural sino también cambios permanentes en el mismo. Para ello el procedimiento de estimación adoptado debería satisfacer una serie de propiedades. En primer lugar, debería permitirse que las estimaciones de la tasa natural de interés cambien a lo largo del tiempo. Esta característica, que resulta evidente en un esquema teórico, puede apreciarse en cualquier aproximación descriptiva a los tipos de interés reales para períodos de tiempo suficientemente amplios. Por ejemplo, en Manrique y Marqués (2002) se comenta como las medias históricas de los tipos reales para distintos períodos de tiempo han experimentado modificaciones significativas.

Por otro lado, los resultados deberían ser robustos a distintas especificaciones del modelo implícito en la estimación y recoger tanto las fluctuaciones temporales en la tasa natural de interés, cómo cambios en el nivel medio de la misma. De hecho, teniendo en cuenta la naturaleza estructural del concepto, parece razonable esperar que sean las variaciones de baja frecuencia las que predominen en la dinámica de la tasa natural de interés. Por todo esto no se utilizan aproximaciones basadas en modelos de equilibrio general dinámicos como en Rotemberg y Woodford (1997) o Neiss y Nelson (2003), ya que en este marco las estimaciones son resultar muy sensibles a los parámetros calibrados y, en general, en estos modelos se impone que la media de la tasa natural de interés sea constante.

Además, tal como se ha comentado en la sección anterior, la tasa natural de interés debe guardar una relación directa con factores reales de modo que esta se vea influida por cambios en los patrones productivos de la economía. Por tanto, no resulta oportuno tampoco seguir en este trabajo el enfoque de Silkos (2001) que utiliza un ARIMA donde la varianza del tipo de interés real sigue un proceso GARCH o el de Crespo-Cuaresma y otros (2003) que desarrolla un enfoque multivariante de componentes no observables donde tan solo se utilizan las propiedades estadísticas de la serie. Del mismo modo, la estimación basada en los tipos forward obtenidos en la estructura temporal de los tipos de interés, como la planteada por Bomfim (2001) o Kozicki y Tinsley (2001), genera estimaciones de baja frecuencia, que, sin embargo, no tienen por qué estar necesariamente relacionadas con características estructurales de la economía y en las que, además, resulta complicado introducir variaciones temporales en la prima de riesgo.

---

4. En algunos casos, como en Neiss y Nelson (2001), la diferencia entre esta tasa natural y el tipo de interés real extraído de las cotizaciones de los bonos indicados se utiliza como indicador del grado de restricción monetaria y con fines predictivos.

En este sentido, la metodología desarrollada por LW (2003) parece suponer un marco más razonable para identificar la tasa natural de interés desde una perspectiva más adecuada para el ejercicio de la política monetaria ya que solventa en cierto modo la dependencia de los supuestos del modelo inherente a los modelos de equilibrio general dinámico y proporciona una evolución de la tasa natural de interés coherente con cambios en la estructura productiva de la economía. En concreto, estos autores desarrollan un modelo estructural reducido, en el que la tasa natural de interés viene explicada principalmente por el crecimiento potencial de la economía. Ambos factores se consideran no observados y su estimación, en el marco del modelo que se desarrolla en la siguiente sección, utiliza la metodología del filtro de Kalman que permite cambios en las variables de estado. Esta estructura permite estimaciones en las que se identifique un movimiento de largo plazo en los tipos de interés reales de equilibrio, vinculado a características reales de la economía. Por otro lado, la especificación reducida del modelo evita la elevada sensibilidad de los resultados ante ligeras modificaciones que se aprecia en modelos con una mayor estructura.

### 3 Estimación de una tasa natural de interés con fluctuaciones en el tiempo

#### 3.1 Especificación del modelo

El modelo se basa en el sistema de ecuaciones de LW (2003), aunque en algunos ejercicios de robustez se plantean ligeras modificaciones del mismo en la medición de los tipos de interés reales. El esquema planteado por estos autores utiliza el filtro de Kalman para estimar conjuntamente la tasa natural de interés, el nivel de producto potencial y su tasa de crecimiento. Para ello se plantea un sistema de ecuaciones que caracterizan de modo conjunto la evolución de la inflación y del *output gap*. Aunque esta especificación multiecuacional supone un mayor número de parámetros a estimar, proporciona un marco más adecuado para estimar los movimientos de medio plazo de la tasa natural de interés, ya que evita los sesgos en los que se incurre en los métodos uniecuacionales ante procesos inflacionarios o desinflacionarios prolongados<sup>5</sup>. De este modo la forma reducida del modelo consta de las siguientes ecuaciones:

$$\tilde{y}_t = A_y(L) \tilde{y}_{t-1} + A_r(L) (r_{t-1} - r^*_{t-1}) + \varepsilon_{1t} \quad (1)$$

$$\pi_t = B_\pi(L) \pi_{t-1} + B_y(L) \tilde{y}_{t-1} + B_x(L) x_t + \varepsilon_{2t} \quad (2)$$

$$r^*_t = c g_t + z_t \quad (3)$$

$$z_t = D_z(L) z_{t-1} + \varepsilon_{3t} \quad (4)$$

$$y^*_t = y^*_{t-1} + g_{t-1} + \varepsilon_{4t} \quad (5)$$

$$g_t = g_{t-1} + \varepsilon_{5t} \quad (6)$$

La ecuación (1) explica el *output gap*, definido como la desviación porcentual del PIB real respecto al potencial ( $\tilde{y}_t = y_t - y^*_t$ ), en función de sus propios retardos, los del diferencial entre el tipo de interés real a corto plazo ( $r_{t-1}$ ) y la tasa natural de interés ( $r^*_{t-1}$ ) y un término de error no correlacionado  $\varepsilon_{1t}$ <sup>6</sup>. En esta ecuación, la estructura de retardos del *output gap* y el término de error tratan de recoger la dinámica de corto plazo y las perturbaciones transitorias, mientras que las modificaciones estructurales de la relación entre el *output gap* y los tipos reales de interés se reflejan en la variación de la tasa natural  $r^*$ . Por último la inclusión en esta ecuación de la diferencia entre el tipo real y la tasa natural de interés implica que la estimación de esta última ha de ser compatible con el tipo de interés real que se obtendría en un estado estacionario en el que se cerrase el *output gap*.

La ecuación (2) recoge la dinámica de la inflación ( $\pi_t$ ), en un contexto de rigidez de precios en función de sus retardos, de los del *output gap* y un término exógeno ( $x_t$ ) que recoge los precios relativos de la energía. En definitiva las ecuaciones (1) y (2) constituyen las ecuaciones de medida del modelo en el espacio de los estados.

Por su parte, la ecuación (3) refleja que la tasa natural de interés ( $r^*_t$ ) tan solo depende de factores reales, en concreto del crecimiento tendencial de la economía ( $g_t$ ) y de un conjunto de factores aleatorios (asociados, por ejemplo, a cambios en la liberalización financiera o a modificaciones en la tasa de sustitución intertemporal de los hogares)<sup>7</sup>, que se recogen en la variable  $z_t$ , que, a su vez, sigue un proceso estocástico determinado por la ecuación (4).

5. El ejemplo más sencillo de aproximación univariante consiste en aplicar el filtro de Hodrick Prescott a la serie del tipo de interés real observado con un  $\lambda$  adecuado que genere una variación de medio plazo. En este caso se asume implícitamente la estacionariedad de la tasa de inflación por lo que la tasa natural así obtenida se incrementa durante los períodos en los que la inflación presenta una tendencia decreciente.

6. Esta especificación es similar a la que utilizan Rudesbuch y Svensson (1999) con la diferencia de que en ese caso se asume un comportamiento constante para  $r^*$ .

7. Un resumen de los factores adicionales que pueden influir en la tasa natural de interés puede encontrarse en N. Bjorkstend y O. Karagedikli (2003).

Por último, la ecuación (5) se refiere al producto potencial y se supone que evoluciona de acuerdo a un paseo aleatorio permitiéndose cambios a lo largo del tiempo en su tasa de crecimiento, la cual, a su vez, evoluciona según un modelo de paseo aleatorio [ecuación (6)]. En el modelo se permiten perturbaciones transitorias tanto en el nivel del producto potencial como en la tasa de crecimiento gracias a la inclusión de los términos de error  $\varepsilon_{4t}$  y  $\varepsilon_{5t}$ . De este modo, las ecuaciones (3)-(6) constituyen las ecuaciones de transición del modelo en el espacio de los estados.

En definitiva, el sistema de ecuaciones (1)-(6) propuesto en LW resulta bastante similar al utilizado por otros autores en la obtención de la descomposición del PIB en sus componentes ciclo-tendencia [véase Watson (1986), Clark (1987) o Kuttner (1994)] con la novedad de la inclusión del tipo de interés en el mismo, lo cual permite obtener una estimación de la tasa natural de interés. Recientemente Larsen y McKeown (2003) utilizan un modelo similar al de LW para el Reino Unido sin imponer la relación entre la tasa natural de interés y el crecimiento potencial, lo cual genera, dado el elevado número de parámetros a estimar, numerosas dificultades para obtener unos resultados satisfactorios.

En cuanto a la especificación de los retardos del modelo en el caso de Estados Unidos se han utilizado como referencia inicial las restricciones planteadas en LW. Así, en el caso de las ecuaciones del *output gap* y de la inflación, se ha incorporado una estructura de retardos bastante amplia que recoge dos retardos para el polinomio del *output gap*  $-A_y(L)-$ , de modo consistente con la caracterización del *output gap* como un AR(2) en los análisis de ciclo tendencia comentados anteriormente. Asimismo, se fija una estructura de dos retardos para el gap entre los tipos de interés reales  $-A_r(L)-$  con la restricción de que los coeficientes sean iguales (esta hipótesis no es rechazada por los datos en ninguno de los ejercicios realizados). En la ecuación (2) de la inflación se consideran ocho retardos de la inflación  $-B_\pi(L)-$  y se impone la restricción de que los coeficientes sumen la unidad. Además, por razones de parsimonia, se añade la restricción adicional de igualdad entre los coeficientes de los retardos dos y cuatro, y entre los del retardo cinco al ocho. Para el regresor del *output gap* en esta ecuación se añade un único retardo, al igual que para el del precio relativo de la energía. Por último, con el término  $z_t$  de los tipos de interés se han probado distintas estructuras autoregresivas, ya que su especificación puede influir de modo significativo en la estimación de la tasa natural de interés.

En el caso de Alemania no se dispone de tanta evidencia en la literatura como para utilizar una especificación tan concreta como en el caso americano. Por ello se ha optado por partir de una estructura similar si bien con un menor número de retardos con el objeto de tener que estimar un número de parámetros más reducido. En particular, en la ecuación de la inflación parece suficiente la consideración de un solo retardo de la inflación, mientras que en el *output gap* y la brecha de tipos de interés se incluyen dos retardos. Esta especificación parece suficientemente adecuada para caracterizar los episodios cíclicos de este país sobre la base del modelo propuesto. Por último, se han realizado distintos supuestos sobre el movimiento del componente  $z_t$ .

### 3.2 Datos

Los datos utilizados son trimestrales para un período muestral que abarca desde el segundo trimestre de 1962 hasta el cuarto trimestre de 2001 y la información proviene de diversas fuentes. Para la variable “ $y_t$ ” se ha utilizado el logaritmo del PIB desestacionalizado a precios constantes, con información proveniente de Eurostat. El tipo de interés nominal se ha aproximado con el tipo interbancario a tres meses a diferencia de LW que utilizan el tipo de intervención, ya que, aunque este tipo de interés se encuentra muy vinculado con el de política monetaria, su mayor variabilidad facilita la estimación.

En el caso de la inflación, la medida utilizada ha sido la tasa de crecimiento interanual del IPC<sup>8</sup> sin alimentos no elaborados y bienes energéticos, con información proveniente de bases de datos de la OCDE. El tipo de interés real ex-post es la diferencia entre el tipo de interés nominal y la tasa de inflación calculada según el IPC general. Para la variable de precio relativo de los bienes energéticos respecto al resto de bienes se ha utilizado el índice de precios de producción referido al petróleo y productos relacionados.

### 3.3 Metodología de estimación

La estimación se ha realizado, al igual que en LW, mediante el método de máxima verosimilitud utilizando la metodología de filtro de Kalman cuya estructura es comentada con más detalle en el anejo 2. Además el hecho de que la varianza del crecimiento potencial y de la tasa natural sea presumiblemente bastante menor que la de los datos a partir de los cuales se quieren estimar genera que las estimaciones máximo verosímiles de esas varianzas se encuentren sesgadas hacia cero. Por ello, la estimación se realiza en dos etapas. En la primera, se emplea el estimador mediano insesgado propuesto en Stock y Watson<sup>9</sup> (1998) para estimar las restricciones entre las desviaciones típicas del *output gap* ( $\sigma_1$ ), del crecimiento tendencial ( $\sigma_5$ ) y del término  $z_t$  ( $\sigma_3$ ) y del producto potencial ( $\sigma_4$ ), mediante los términos denominados  $\lambda_g$  y  $\lambda_z$ :

$$\lambda_g \equiv \frac{\sigma_5}{\sigma_4} \quad (7)$$

$$\lambda_z \equiv \frac{\sigma_3}{\sigma_1} \frac{a_r}{\sqrt{2}} \quad (8)$$

En la segunda etapa se imponen estas ratios en la estimación del resto de parámetros del modelo por máxima verosimilitud.

Para estimar  $\lambda_g$ , se requiere una estimación previa del *output* potencial, que se realiza siguiendo la metodología de Kuttner (1994), consistente en aplicar el procedimiento de Kalman a un modelo en el que la tasa de crecimiento tendencial de la economía  $-g_t-$  es constante y el *output gap* no depende de la brecha de los tipos de interés. A partir de este ejercicio para estimar el *output* potencial, se calcula el estadístico de Wald exponencial de Andrews y Ploberger (1994) de ruptura estructural en momento desconocido en el crecimiento del producto potencial. A continuación, se utiliza el estimador de Stock y Watson para convertir este estadístico en la estimación de  $\lambda_g$ .

Posteriormente se estima el término  $\lambda_z$  con el modelo inicial, pero suponiendo que  $z_t$  es constante. Adicionalmente para estimar  $\lambda_z$  se impone para  $\sigma_5$  el valor que se ha obtenido en el paso anterior<sup>10</sup>.

Una vez estimados los valores del  $\lambda_g$  y  $\lambda_z$  se impone la restricción (7) y (8) en la estimación de (1)-(6). Estas restricciones a las varianzas desempeñan un papel fundamental en el proceso de estimación por lo que en los ejercicios de robustez que se presentan en el anejo 1 se realiza un ejercicio de sensibilidad en torno a los valores obtenidos para estos parámetros.

8. En cierto modo se produce una incoherencia ya que por un lado se utiliza el IPC general en el cálculo de los tipos reales ex-post y por otro lado se utiliza un IPC "reducido" para aproximar la inflación. Se ha mantenido esta especificación para que los resultados sean comparables con los de la literatura y por motivos de eficiencia en la estimación debido a la mayor variabilidad del IPC general. Sin embargo en el anejo 1 se plantea una especificación ex-ante que se encuentra libre de esta incoherencia y se encuentra que el efecto para la evolución general de la tasa natural no es relevante aunque en el caso de Alemania, donde existen mayores problemas de identificación, se produce una mayor volatilidad en la estimación de las variables no observadas.

9. Este problema, denominado "pile-up", se planteó en Stock (1994) y surge en el caso de procesos no estacionarios con escasa variabilidad relativa.

10. Esta restricción debería ser impuesta tan sólo cuando  $z_t$  es no estacionario. Sin embargo en el caso de que no lo sea la restricción mejora sensiblemente los resultados de la estimación.

### 3.4 Resultados

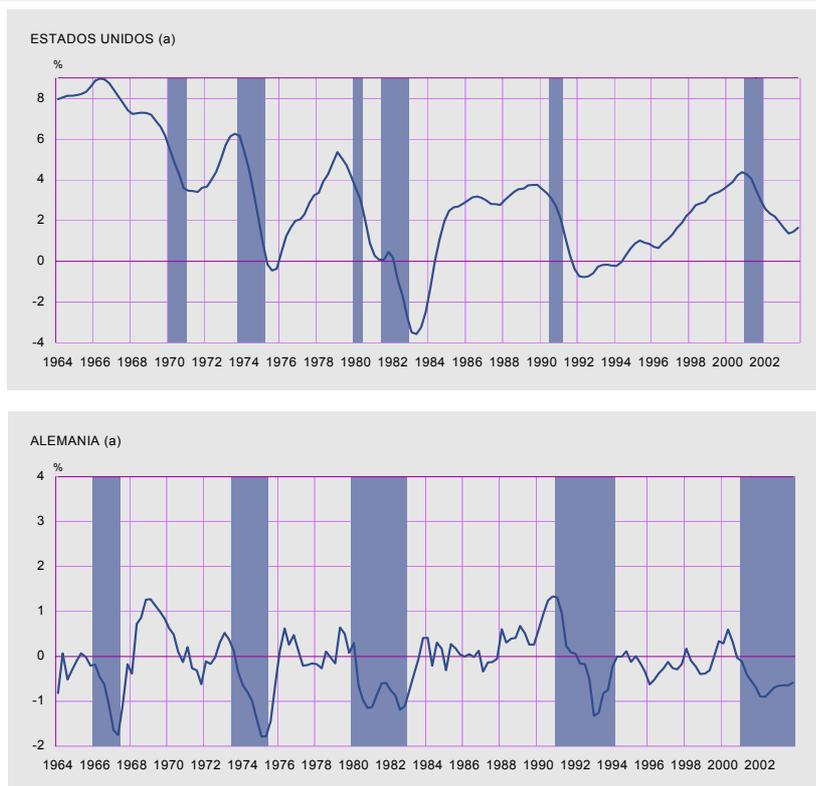
En EEUU, el resultado del test de Wald exponencial que contrasta un cambio estructural en la primera diferencia del producto potencial muestra poca variabilidad a lo largo del tiempo. De hecho, alcanza un valor de 2,26, que es mayor que el valor crítico de 1,55 a un 10% de significatividad. A partir de aquí, utilizando el estimador insesgado de Stock y Watson, la débil evidencia de cambio en la tasa de crecimiento potencial de la economía se plasma en una estimación del parámetro  $\lambda_g$  de 0,049. En el caso de Alemania, el test de Wald exponencial alcanza un valor de 4,70 significativo al 1%, que determina una estimación del  $\lambda_g$  de 0,19.

Por su parte el valor del test de Wald exponencial para un cambio estructural en la constante de la tasa natural de Wald exponencial alcanza un valor de 0,71 quedando así estimado el resulta para EEUU de 1,27 y el estimador insesgado de  $\lambda_z$  es de 0,03 En el caso de Alemania, el test  $\lambda_z$  en un 0,02.

En el cuadro 1 se presentan las estimaciones del resto de los parámetros bajo distintas especificaciones del proceso  $z_t$ . Se observa como, para Estados Unidos, los parámetros son bastante robustos a las dos especificaciones de  $z_t$ . Por su parte, en Alemania los parámetros también parecen suficientemente estables entre las distintas especificaciones, con la excepción de los componentes autoregresivos del *output gap*. La relación entre la tasa natural y el crecimiento potencial ( parámetro  $c$ ) resulta elevada tanto americano en LW y que, dado el reducido nivel del componente  $z_t$ , implica una clara relación en el caso de Estados Unidos como en Alemania, resultado que ya se observaba para el caso entre el crecimiento potencial medio y la tasa natural de interés.

RESULTADOS DE LA ESTIMACIÓN		CUADRO 1			
	ESTADOS UNIDOS		ALEMANIA		
	Zt ~ AR(1) $\lambda_g = 0.049$ $\lambda_z = 0.03$	Zt ~ AR(2) $\lambda_g = 0.049$ $\lambda_z = 0.03$	Zt ~ AR(1) $\lambda_g = 0.19$ $\lambda_z = 0.02$	Zt ~ AR(2) $\lambda_g = 0.19$ $\lambda_z = 0.02$	
$\Sigma_{ay}$	0.999	0.999	0.510	0.270	
$ar$	-2.299	-2.299	-2.320	-2.320	
$c$	0.846	0.846	0.610	0.610	
Log F.V.	368.397	368.360	258.130	258.600	

En el gráfico 1 se muestra la evolución del *output gap* estimado para ambos países. En este gráfico puede observarse cómo, por un lado, se recogen con bastante precisión los períodos recesivos de ambas economías y cómo la fluctuación estimada, para el *output gap* parece bastante razonable.

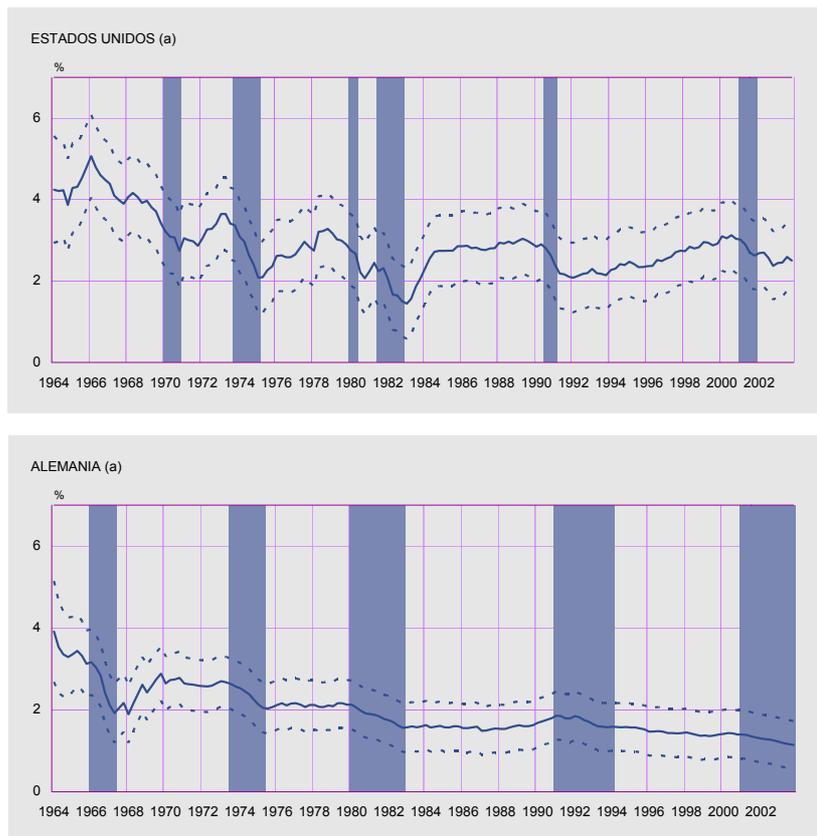


FUENTE: Elaboración propia.

a. Las zonas sombreadas señalan etapas recesivas estimadas según el National Bureau of Economic Research en el caso americano y según el Economic Cycle Research Institute para el alemán.

En el gráfico 2 se aprecia que la tasa natural muestra, en ambas áreas cierta estabilidad. Sin embargo, ésta presenta un cierto carácter cíclico asociado especialmente a los períodos de recesión. Esta característica ha sido comentada en numerosos trabajos empíricos, en particular Kim y Murray (2002), destacan cómo, durante las recesiones americanas, los factores temporales o cíclicos explican entre el 77% y el 96% de la varianza muestral del producto, correspondiendo el resto a movimientos más estructurales que, por tanto, pueden afectar a la tasa natural de interés.

Asimismo, como puede observarse en el gráfico 2, los niveles de la tasa natural han sido muy diferentes en ambas series durante la muestra considerada aunque, como se ha comentado, pueden observarse ciertas pautas comunes. En particular, en ambos países la tasa natural de interés parece inferior al nivel medio histórico, y, en la última década, parece apreciarse una mayor estabilidad en la evolución de esta variable. Sin embargo, la evolución de la tasa natural de interés resulta más volátil en Estados Unidos, resultado que es coherente con la mayor variabilidad que presenta el crecimiento potencial de esta zona.



FUENTE: Elaboración propia.

a. Las zonas sombreadas señalan etapas recesivas estimadas según el National Bureau of Economic Research en el caso americano y según el Economic Cycle Research Institute para el alemán.

Para apreciar de forma más clara estas pautas, en el cuadro 2 se presentan la media y desviación típica de la tasa natural de interés y el crecimiento potencial junto con la desviación típica del *output gap* durante distintas décadas<sup>11</sup>. En cuanto al ciclo económico, se observa una reducción de la volatilidad en la última parte de la muestra, fenómeno que aparece contrastado en varios trabajos en el caso de la economía americana [véase por ejemplo McConnell y Pérez-Quirós (2000)] y que recientemente Stock y Watson (2003) han encontrado en el ciclo de varios países, entre ellos Alemania. Por otro lado, esta reducción de la volatilidad se ha reducido en casi el 60% en el caso de la economía alemana (la desviación típica del *output gap* pasa de 1,02 entre 1964 y 1980 a 0,41 entre 1980 y 2003) mientras que en EEUU la desviación típica se ha reducido un 46% (de 2,62 a 1,41 entre los mismos períodos), en línea con los resultados de Stock y Watson (2003).

<sup>11</sup>. La elección de los períodos de comienzo y finalización de la década se han realizado de modo que en Estados Unidos los períodos de recesión se encuentren de forma íntegra dentro de la misma década con el propósito de evitar que cambios bruscos en el crecimiento potencial o la tasa natural de interés en esas recesiones afecten de modo significativo a la media temporal.

%

	TASA NATURAL		CRECIMIENTO POTENCIAL		OUTPUT GAP
	Nivel medio	Volatilidad (a)	Nivel medio	Volatilidad (a)	Volatilidad (a)
<b>ESTADOS UNIDOS</b>					
1964-2003	2.9	0.7	3.4	0.8	2.8
1964-1981	3.3	0.7	4.0	0.8	2.6
1982-1992	2.5	0.5	2.9	0.5	2.2
1993-2003	2.6	0.3	3.1	0.3	1.4
<b>ALEMANIA</b>					
1964-2003	1.9	0.5	3.2	0.9	0.8
1964-1981	2.4	0.4	4.0	0.7	1.0
1982-1992	1.7	0.1	2.7	0.3	0.6
1993-2003	1.4	0.1	2.4	0.2	0.4

FUENTES: Elaboración propia.

a. Desviación típica muestral.

En cuanto al nivel de la desviación típica del *output gap*, en el caso de Estados Unidos los resultados son muy similares a los encontrados en la literatura [véase por ejemplo LW o Stock y Watson (2003)]. En el caso de Alemania la volatilidad estimada para el *output gap* es claramente inferior a la del caso americano, lo cual está reflejando el carácter relativamente más volátil de la economía americana. En este sentido, Larsen y Mckeown (2003), empleando una metodología similar, también encuentran una volatilidad para el ciclo el Reino Unido sensiblemente inferior a la encontrada para Estados Unidos.

Por su parte, la tasa natural de interés en ambos países presenta una reducción tanto en el nivel como en la volatilidad. El diferencial de la tasa natural de interés entre ambas áreas, en media, se ha incrementado desde los 90 puntos básicos, entre 1964 y 1980 hasta 120 puntos básicos entre los años 1990 y 2000. Este resultado parece coherente con algunas estimaciones recientes para el área del euro [ver entre otros Cuaresma et al. (2003)] y con los resultados de LW para Estados Unidos. Por otro lado, esta evolución del diferencial entre ambas zonas parece compatible con los comportamientos divergentes en la productividad, posiblemente vinculada al posible impacto de la diferente incorporación de los avances tecnológicos, y al crecimiento de la población entre ambos países. En todo caso, teniendo en cuenta los tipos de interés reales vigentes en la última parte de la muestra, las condiciones monetarias parecen muy laxas en Estados Unidos mientras que en Alemania muestran un ligero grado de holgura.

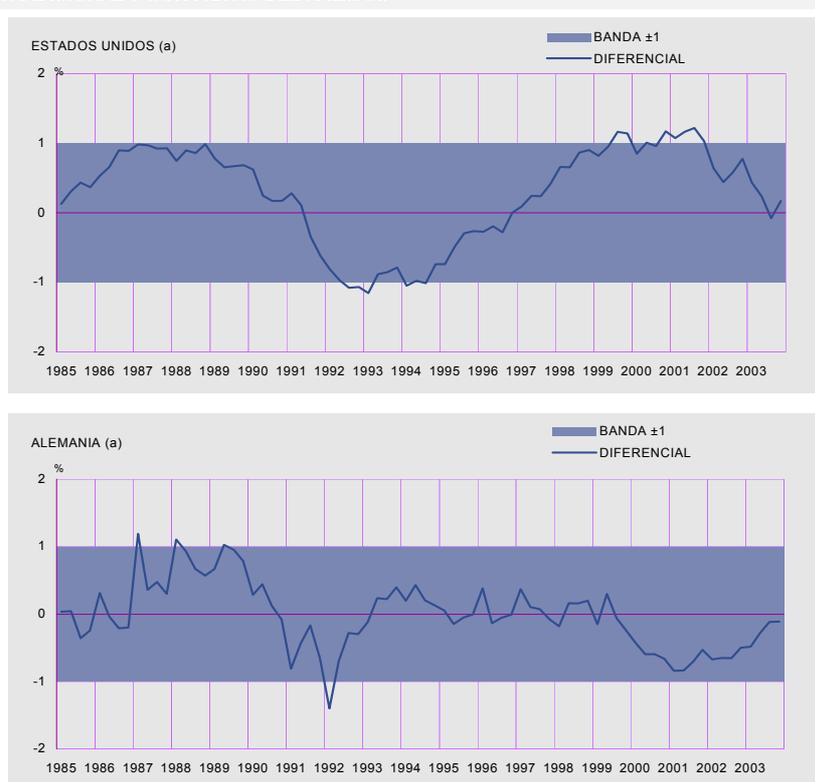
Además en el caso de Alemania, el nivel reciente del tipo de interés de equilibrio en este país parece significativamente inferior que otras estimaciones realizadas, con diferente metodología, para el agregado de la zona euro. Así por ejemplo, Giammarioli y Valla (2003) encuentran, utilizando un modelo de equilibrio general dinámico, que la tasa natural de la zona euro se situaría, durante la última década, entre el 3% y el 3,7%. Por su parte, Crespo, Gnan y Ritzberger-Gruenwald (2003) utilizan un enfoque puramente estadístico y encuentran que la tasa natural de interés de la zona euro se situaría a finales de la década, en un nivel próximo al 2%. Este diferencial, entre la tasa natural de interés de Alemania y el de la zona euro puede haber originado cierto sesgo restrictivo en el tono de la política monetaria única en este país. Sin embargo, este sesgo podría ser parcialmente compensado por otros

factores como, por ejemplo, la diferencia entre la tasa de inflación de equilibrio entre Alemania y la zona euro.

Por último, la menor variabilidad que presentan las variables latentes (crecimiento potencial y tasa natural de interés) en ambos países parece indicar que los cambios en estas variables suponen un elemento menor de incertidumbre para el diseño de los objetivos de las políticas económicas que en períodos anteriores. En concreto, en el caso de la política monetaria, en el gráfico 3 se presenta la diferencia entre el tipo de interés que resultaría de aplicar una regla de Taylor con la tasa natural y el *output gap* estimados en este trabajo, frente al supuesto tradicional de considerar el tipo de interés real de equilibrio constante y calcular el ciclo económico mediante el filtro de Hodrick Prescott. Como puede apreciarse en el gráfico, durante las últimas dos décadas la desviación entre ambos tipos de interés apenas alcanza, en términos absolutos, el punto porcentual. Esta discrepancia, si se tiene en cuenta el margen de error que existe en la estimación de ambas variables, no parece elevada. En el caso de Estados Unidos se aprecia cierta inercia de las desviaciones entre las dos series debido a la mayor amplitud del ciclo económico en nuestra estimación respecto a la que se obtendría con un filtro de Hodrick-Prescott. Por el contrario, en Alemania el diferencial presenta un carácter bastante errático ya que la amplitud del ciclo económico es muy similar. En ambos países, la variabilidad de la tasa natural en este período es pequeña y ello explica en buena medida los resultados del gráfico 3. En este sentido, la mayor parte de la diferencia que refleja el gráfico es debida a la distinta forma de calcular el crecimiento potencial.

REGLA DE TAYLOR. DIFERENCIAL ENTRE LA CALCULADA DE FORMA TRADICIONAL Y CON FILTRO DEL KALMAN.

GRÁFICO 3



FUENTE: Elaboración propia.

a. La forma tradicional se corresponde con un *output gap* calculado con el filtro de Hodrick-Prescott y un tipo de interés real de equilibrio constante.

### **3.5 Componente cíclico del tipo real**

Tal como se ha comentado en la sección 2, la metodología empleada debería identificar movimientos de baja frecuencia en la tasa natural de interés. Con el propósito de comprobar si esto es cierto o si, por el contrario, la posible identificación errónea del componente cíclico ha afectado a las estimaciones del crecimiento potencial y la tasa natural de interés de modo que estas incorporen elementos de carácter más cíclico, se ha procedido a replicar el ejercicio de estimación utilizando series para el producto de las que se ha extraído previamente un componente cíclico. El ejercicio trata de identificar hasta qué punto la estimación de la tasa natural de interés y el crecimiento potencial son sensibles a la forma de obtener esta dinámica.

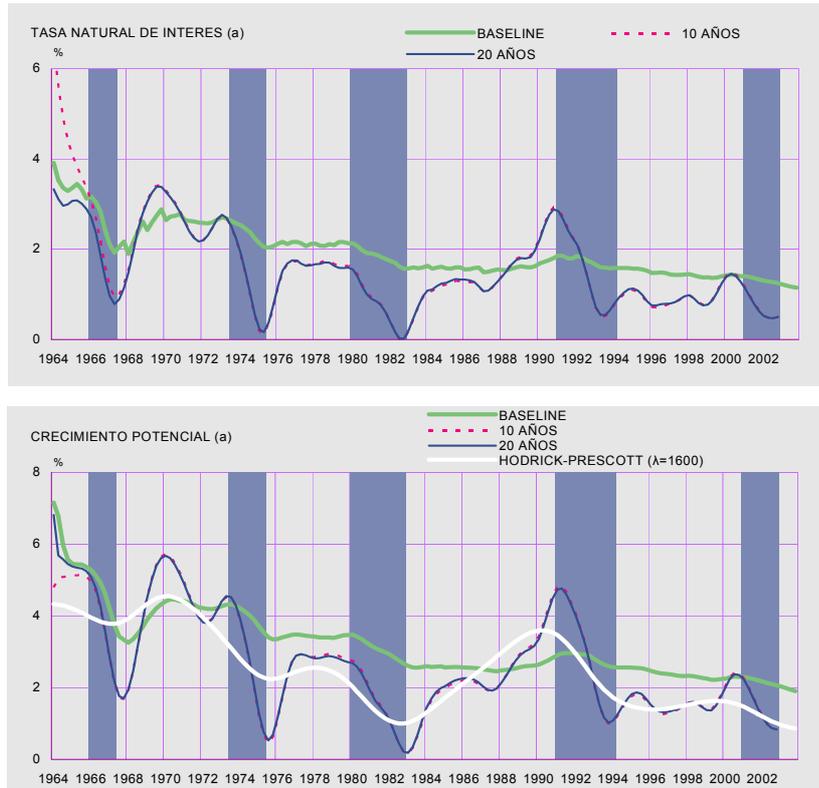
En el ejercicio realizado se han seguido las siguientes etapas. En primer término, se ha procedido a corregir las series de componentes estacionales y atípicos utilizando la identificación automática del programa SEATS-TRAMO. A continuación, con la serie de tendencia-ciclo identificada en la primera etapa, se ha extraído el componente cíclico, identificado este como el residuo de un proceso IMA (2,2) donde los parámetros se obtienen en función de la amplitud del ciclo que se pretende estimar utilizando el algoritmo de Kaiser-Maravall (2001). Este proceso se ha seguido para todas series y se ha calculado para ciclos de 10 y 20 años.

Los gráficos 4 y 5 ofrecen los resultados para Estados Unidos y Alemania respectivamente comparados con los que se obtenían anteriormente. Además se presenta la estimación del crecimiento potencial utilizando el filtro de Hodrick-Prescott de la forma habitual. En los gráficos puede apreciarse como los resultados son muy similares, aunque en algunos períodos se originan pequeñas diferencias. En el caso de Estados Unidos estas diferencias tan solo parecen afectar, ligeramente, al nivel de la tasa natural en algunos períodos de tiempo, mientras que en el caso de Alemania se obtiene además un comportamiento menos estable de la tasa natural de interés. Este ejercicio, en definitiva, sugiere que la estimación de ambos componentes parece independiente de la forma en la que se caracterice el ciclo económico. En todo caso, las principales regularidades comentadas para la tasa natural y el crecimiento potencial (reducción del nivel y de la volatilidad durante la segunda parte de la muestra), no se ven afectadas en el caso de extraer el componente cíclico del producto mediante un filtro previo.



FUENTE: Elaboración propia.

a. Las zonas sombreadas señalan etapas recesivas estimadas según el National Bureau of Economic Research (NBER).



FUENTE: Elaboración propia.

- a. La estimación baseline es un AR(2), un  $\lambda_z = 0,19$  y un  $\lambda_g = 0,02$ .
- b. Las zonas sobreadas señalan fases recesivas del "Business Cycle" para Alemania proporcionadas por el Economic Cycle Research Institute (ECRI).

## 4 Conclusiones

En este trabajo se presentan las estimaciones de la tasa natural de interés y el *output gap* para Estados Unidos y Alemania a través de la metodología desarrollada por LW. Se obtienen unos valores del *output gap* coherentes con los períodos de recesiones y expansiones establecidos para estos países y cabe concluir, con las oportunas cautelas inherentes en este tipo de estimaciones, que la tasa natural de interés y el *output gap* presentan, en la última década, una variabilidad inferior en ambos países a su media histórica. La mayor estabilidad de estas variables permite relativizar el posible impacto sobre el diseño de las políticas económicas de fenómenos recientes como la revolución tecnológica o la "nueva economía", en el sentido de que las modificaciones provocadas en la variabilidad del crecimiento potencial y la tasa natural de interés no parecen haber sido más intensas en el pasado inmediato que en períodos anteriores.

Por otro lado, se encuentra que la tasa natural de Estados Unidos ha incrementado recientemente su diferencial positivo respecto a la de Alemania, lo cual parece coherente con la información disponible sobre el diferencial de crecimiento potencial entre ambas áreas provocado, probablemente, por el distinto grado de incorporación de las nuevas tecnologías.

Por último, estos resultados pueden utilizarse también para la evaluación del tono de la política monetaria en ambas áreas, si bien ha de hacerse con las debidas cautelas, ya que el nivel estimado de la tasa natural de interés es especialmente sensible a los criterios de estimación elegidos. Teniendo esto en cuenta, los resultados indican que, a finales de 2003, las condiciones monetarias en Estados Unidos parecían muy holgadas. Así, la tasa natural de interés en dicha economía oscilaba entre el 1,6% y 3,3%, niveles bastante alejados del -0,6% que mostraba la rentabilidad real a corto plazo en este país en esa fecha. Por su parte, en Alemania la tasa natural de interés se situaba entre el 0,5% y 1,7 %, lo cual supone que, dado que entonces se observaban unos tipos de interés reales *ex-post* a corto plazo cercanos al 0,3%, la política monetaria presentaba también un carácter expansivo, aunque algo más moderada que en el caso de EEUU.

## BIBLIOGRAFÍA

- ANDRÉS, J., D. LÓPEZ-SALIDO, y E. NELSON (2003). *Money and the Natural Rate of Interest*, mimeo.
- ANDREWS, D. y W. PLOBERGER (1994). "Optimal Tests When Nuisance Parameter is Present Only Under the Alternative", *Econometrica*, 62, pp. 1383-1414.
- BJORKSTEND, N., y O. KARAGEDIKLI (2003). *Neutral interest rates revisited*, Reserve Bank Bulletin of New Zealand, Vol. 66, n.º 3.
- BLINDER, AL. S. (1998). *Central Banking in Theory and Practice*, MIT Press, Cambridge.
- BOMFIM, A. (1997). "The Equilibrium Fed Funds Rate and the Indicator Properties of Term-Structure Spreads", *Economic Inquiry*, 35 (4), pp. 830-846.
- (2001). *Measuring Equilibrium Real Interest Rates: What can we learn from indexed bonds?*, Working Paper n.º 53, Board of Governors of the Federal Reserve System.
- CLARIDA, R., J. GALI, y M. GERTLER (2000). "Monetary Policy Rules and Macroeconomic Stability: Evidence and Some Theory", *Quarterly Journal of Economics*, 115, pp. 147-180.
- CLARK, P. (1987). "The Cyclical Component of U.S. Economic Activity", *Quarterly Journal of Economics*, 102, pp. 797-814.
- CRESPO-CUARESMA, J., E. GNAN, y D. RITZBERGER-GRUENWALD (2003). *Searching for the natural Rate of Interest: A Euro-Area Perspective*, Working Paper n.º 84, Oesterreichische Nationalbank.
- FRIEDMAN, M. (1968). "The role of Monetary Policy", *American Economic Review*, 58, pp. 1-17.
- GIAMMARIOLI, N., y N. VALLA (2003). *The natural rate of interest in the euro area*, Working Paper n.º 233, European Central Bank.
- JUDD, J. P., y G. D. RUDEBUSCH (1998). "Taylor's Rule and the Fed: 1970-1997", *Economic Review*, n.º 3, pp. 3-22, Federal Reserve Bank of San Francisco.
- KAISER, R., y A. MARAVALL (2001). "Measuring Business Cycles in Economic Time Series", *Lecture Notes on Statistics*, 154, Springer-Verlag.
- KIM, CH.-J., y C. J. MURRAY (2002). "Permanent and Transitory Components of Recessions", *Empirical Economics*, 27, pp. 163-183.
- KOZICKI, S., y P. A. TINSLEY (2001). "Term Structure Views of Monetary Policy Under Alternative Models of agent Expectations", *Journal of Economic Dynamics & Control*, 25, pp. 149-184.
- KUTTNER, K. (1994). "Estimating Potential Output as a Latent Variable", *Journal of Business and Economic Statistics*, n.º 12 (3), July, pp. 361-368.
- LARSEN, J. D. J., y J. MCKEOWN (2003). "The informational content of empirical measures of real interest rate and outputs gaps for the United Kingdom", en *Monetary Policy in a changing environment*, BIS Papers n.º 19, pp. 414-442.
- LAUBACH, T., y J. C. WILLIAMS. (2003) "Measuring the Natural rate of Interest", *The Review of Economics and Statistics*, 85 (4), November.
- LEVIN, A., V. WIELAND, y J. C. WILLIAMS (1999). "Robustness of Simple Monetary Policy Rules under Model Uncertainty" en John B. Taylor (ed.), *Monetary Policy Rules*, Chicago, University of Chicago Press. pp. 263-299.
- MANRIQUE, M., y J. M. MARQUÉS (2002). "Patrones históricos de la evolución del tipo de interés real", *Boletín económico*, julio-agosto, pp. 57-62, Banco de España.
- MCCONNELL, M., y G. PEREZ-QUIROS (2000). "Output Fluctuations in the United States: What has Changed since the Early 1980's", *American Economic Review*, 90 (5), pp. 1464-1476.
- NEISS, K. S., y E. NELSON (2003). "The Real Interest Gap as an Inflation Indicator", *Macroeconomics Dynamics*, 7, pp. 239-262.
- ORPHANIDES, A. (2003). "Monetary Policy evaluation with noisy information", *Journal of Monetary Economics*, 50, pp. 605-631.
- ORPHANIDES, A., y J. C. WILLIAMS (2002). "Robust Monetary Policy Rules with Unknown Natural Rates", *Brookings Papers on Economic Activity*, 2, pp. 63-145.
- ROTEMBERG, J., y M. WOODFORD (1997). "An Optimization-Based Econometric Framework for the Evaluation of Monetary Policy", *NBER Macroeconomics Annual*, 12, pp. 297-346.
- RUDEBUSCH, G. D., y L. E. O. SVENSSON (1999). "Policy Rules for Inflation Targeting" en J.B. Taylor (ed.), *Monetary Policy Rules*, University of Chicago Press, pp. 203-253.
- SILKOS, P. L., y L. F. SKOCZYLAS (2002). "Volatility Clustering in Real Interest Rates: International Evidence", *Journal of Macroeconomics*, Vol. 24, Issue 2, pp. 193-209.
- STOCK, J. (1994). "Unit Roots, Structural Breaks and Trends", en R. Engle y D. McFadden (eds.), *Handbook of Econometrics*, Vol. 4, Amsterdam, Elsevier. pp. 2739-2841.
- STOCK, J., y M. WATSON (1998). "Median Unbiased Estimation of Coefficient Variance in a Time-Varying Parameter Model" *Journal of the American Statistical Association*, 93, pp. 349-358.
- (2003). "Has the Business Cycle Changed? Evidence and Explanations", *27<sup>th</sup> Annual Economic Symposium on Public Policy Issues*, FRB Kansas City, Jackson Hole, Wyoming, August 28-30.
- TAYLOR, J. B. (1993). "Discretion versus Policy Rules in Practice", *Carnegie Rochester Conference on Public Policy*, 39, pp. 195-214.
- WATSON, M. (1986). "Univariate Detrending Methods with Stochastic Trends" *Journal of Monetary Economics*, 18, pp. 49-75.
- WICKSELL, K. (1898). *Interest and Prices*, London, Macmillan, 1936. Traducción de la edición de 1898 por R.F. Kahn.
- WOODFORD, M. (2003). *Interest and Prices: Foundations of a Theory of Monetary Policy*, Princeton University Press.

## ANEJO 1. ANÁLISIS DE ROBUSTEZ

El principal inconveniente de estimar la tasa natural de interés y el crecimiento potencial a través de una metodología en la que no se detallan las ecuaciones de comportamiento concreto, consiste en la elevada variabilidad que pueden presentar los resultados en función de distintas modificaciones de los supuestos incluidos en la estimación. En este sentido, la previsible reducida variabilidad de las series a estimar (la tasa natural y el crecimiento potencial) en relación con las series observadas (inflación y producto) implica que en la estimación puedan encontrarse varios puntos óptimos. En particular, dado el elevado número de parámetros que se estiman y el reducido número de variables observadas, puede obtenerse funciones de verosimilitud con varios puntos críticos, en las que resulta complicado seleccionar aquellos más adecuados. En las estimaciones presentadas se han considerado tan solo aquellas especificaciones cuyo resultado proporcionaba unos valores para los parámetros no observados razonables en términos económicos. Adicionalmente, los valores iniciales seleccionados para los parámetros para los que no se disponía de información a priori se han establecido de modo que se satisficiera el perfil cíclico de cada una de las economías. Para ello, se han considerado las recesiones del ciclo económico datadas por el NBER, en el caso de Estados Unidos, y por el ECRI (Economic Cycle Research Institute) en el de Alemania, instituto que utiliza la misma metodología que la del NBER.

No obstante, en este tipo de estimaciones resulta conveniente realizar ejercicios de robustez con el propósito de valorar la sensibilidad de las estimaciones respecto de aquellos elementos de mayor incertidumbre, como por ejemplo las restricciones impuestas a las varianzas del crecimiento potencial y de la tasa natural de interés, o una especificación del modelo en la que los tipos de interés reales se correspondan con los tipos de interés ex-ante coherentes con el modelo.

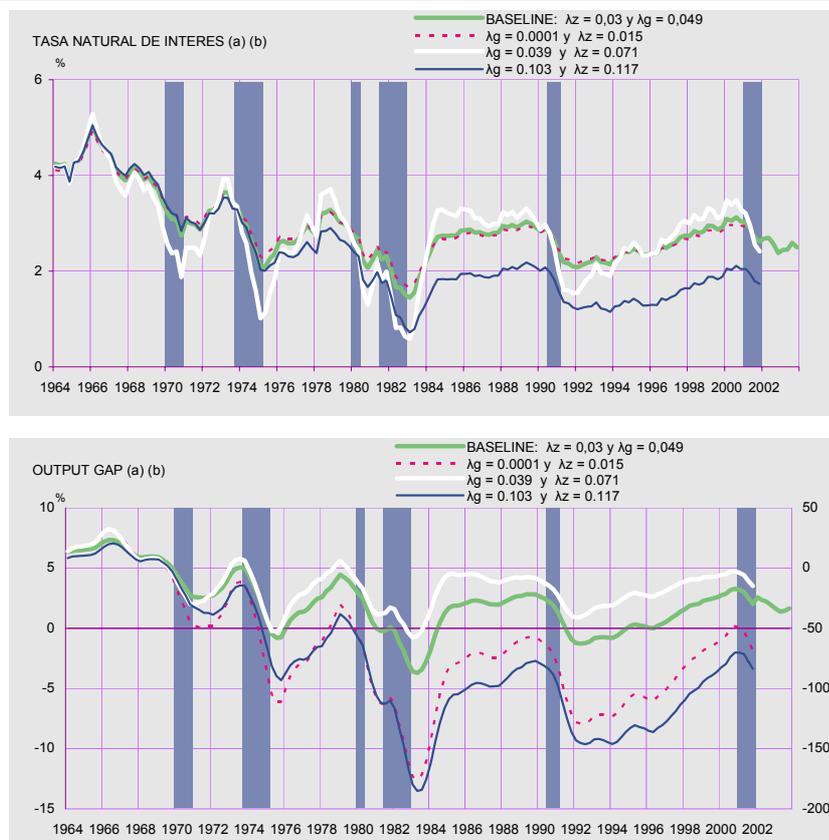
### ***Sensibilidad a las restricciones en la varianza del crecimiento potencial y la tasa natural de interés***

Dado que en la estimación se han incluido restricciones para la varianza del crecimiento potencial y de la tasa natural de interés que han sido obtenidas sobre la base de una estimación previa, parece adecuado valorar hasta qué punto la incertidumbre de esta última puede afectar a los resultados finales. Para ello se utilizan los valores extremos de un intervalo de confianza para la restricción de la varianza del crecimiento potencial  $\lambda_g$  obtenidos mediante un experimento de Montecarlo. En el caso de Estados Unidos se utiliza adicionalmente la estimación central obtenida por LW. A continuación, con estos valores extremos se estima nuevamente la restricción de la varianza de la tasa natural  $\lambda_z$  y se estima de nuevo el modelo con los nuevos valores de  $\lambda_g$  y  $\lambda_z$ .

En los gráficos 6 y 7 se aprecia el efecto de distintas restricciones en las varianzas en Estados Unidos y Alemania. Puede apreciarse como la introducción de unas varianzas muy reducidas produce escasos efectos en la evolución de la tasa natural de interés en Estados Unidos y una suavización significativa en el caso de Alemania. Sin embargo, en el caso del *output gap* estos valores reducidos de  $\lambda_g$  y  $\lambda_z$  originan una variación muy elevada en ambos países<sup>12</sup>. Por otro lado, conviene destacar que, a pesar de que la evolución de la tasa natural parece poco sensible a que los valores de  $\lambda_g$  y  $\lambda_z$  sean más o menos elevados, su nivel, sobre todo en el tramo final de Estados Unidos, sí que se modifica de modo significativo en función de las restricciones impuestas.

---

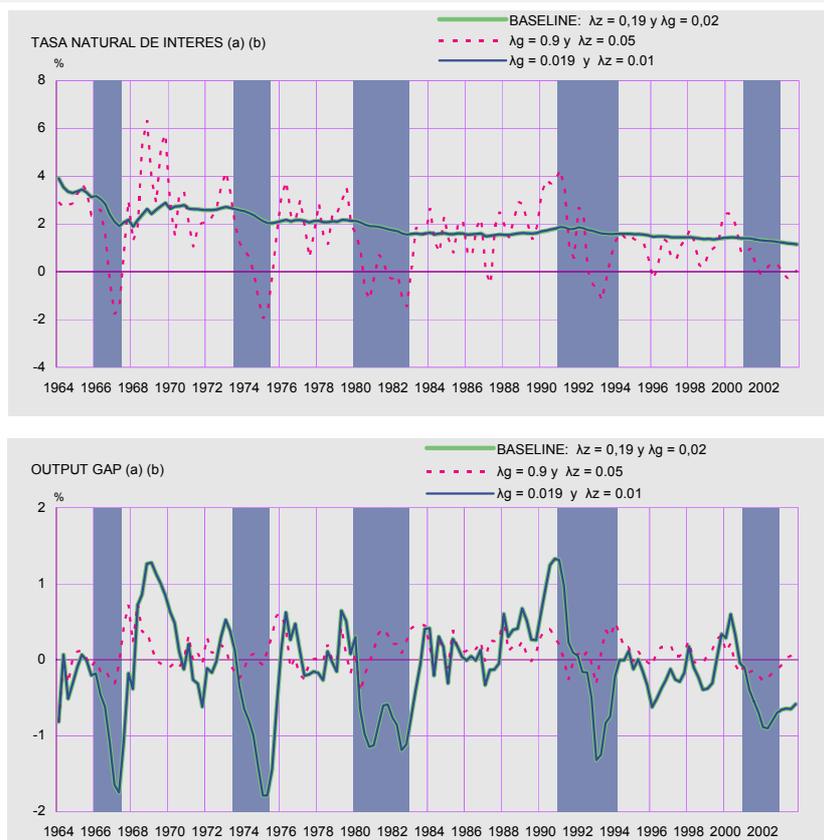
12. En el caso extremo de no introducir la restricción los resultados obtenidos resultan poco razonables.



FUENTE: Elaboración propia.

a. La estimación baseline es un AR(2).

b. Las zonas sombreadas señalan etapas recesivas americanas estimadas según el National Bureau of Economic Research (NBER).



FUENTE: Elaboración propia.

a. La estimación baseline es un AR(2).

b. Las zonas sombreadas señalan fases recesivas del "Business Cycle" para Alemania proporcionadas por el Economic Cycle Research Institute (ECRI)

### Sensibilidad a la consideración de tipos ex-ante

En el modelo se ha utilizado como aproximación a los tipos reales observados los obtenidos en función de la inflación observada, es decir los tipos reales ex-post. Sin embargo, el modelo propuesto permite sustituir estos por unos tipos de interés reales ex-ante coherentes con el modelo, con lo cual se soluciona la incoherencia que se producía por utilizar el IPC general en la obtención del tipo real y un IPC restringido para la tasa de inflación (véase nota a pie 10) (y se soluciona cierta inconsistencia del modelo al utilizar unos tipos de interés reales ex-post). Para ello se replantea el modelo sustituyendo los tipos reales observados por la diferencia entre el tipo de interés a corto plazo en el período  $t-1$  y la expectativa de inflación para el período  $t$  de la inflación, determinada ésta en función de la esperanza matemática en  $t-1$  de la ecuación (6). Es decir, la variable  $r_{t-1}$ , que en las estimaciones se considera como exógena, es sustituida por:

$$r_{t-1} = i_{t-1} - E_{t-1} [\pi_t] \quad (9)$$

donde

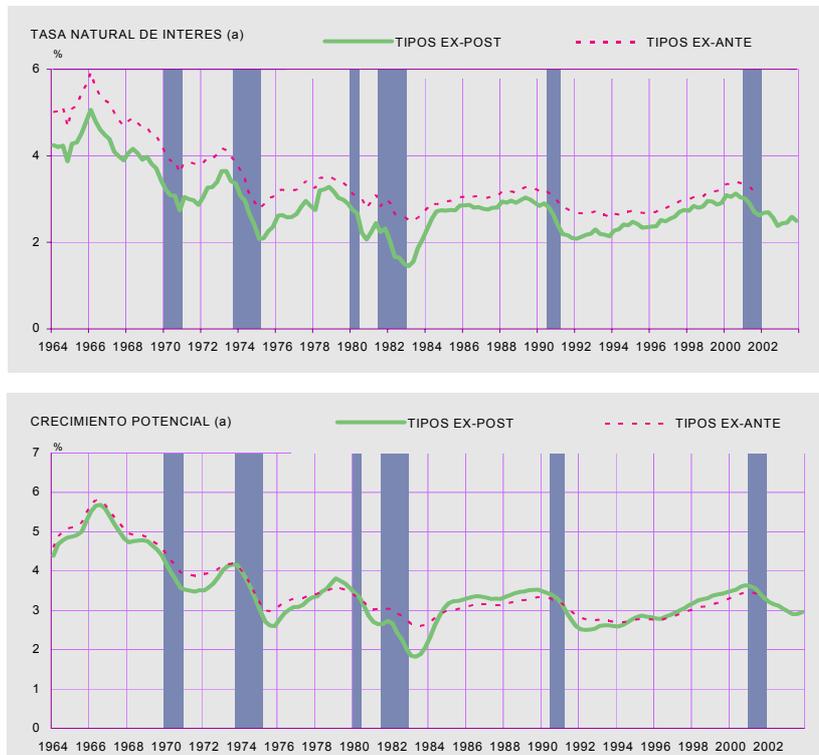
$$E_{t-1} [\pi_t] = B_\pi(L) \pi_{t-1} + B_y(L) \tilde{y}_{t-1} + B_x(L) x_{t-1} \quad (10)$$

En el gráfico 8 se aprecia como esta formulación del modelo produce unos resultados muy similares. En concreto, la evolución de la tasa natural de interés no parece

verse demasiado afectada por esta modificación, aunque, al igual que sucedía en el anterior ejercicio, el nivel de ésta resulta ligeramente distinto. En el caso de Alemania, el gráfico 9 muestra cómo esta especificación produce un resultado más volátil en las variables tendenciales, si bien parecen mantenerse las principales regularidades comentadas en el trabajo.

ESTADOS UNIDOS. ESTIMACIONES DE LA TASA NATURAL Y DEL CRECIMIENTO POTENCIAL. TIPOS EX-ANTE FRENTE A TIPOS EX-POST.

GRÁFICO 8



FUENTE: Elaboración propia.

a. Las zonas sombreadas señalan etapas recesivas americanas estimadas según el National Bureau of Economic Research (NBER).

## ANEJO 2 . ESTIMACIÓN CON EL FILTRO DE KALMAN

Para proceder a la estimación del modelo, según la metodología de filtro de Kalman, resulta imprescindible reescribir el modelo en forma de ecuaciones de estado y de ecuaciones de observación:

$$y_t = A' x_t + H' h_t + w_t \quad (11)$$

$$h_{t+1} = F' h_t + v_{t+1} \quad (12)$$

Donde,  $h_t(rx1)$  recoge las variables no observables,  $x_t(nx1)$  recoge las variables exógenas y las matrices  $A(nxn)$  y  $H(rxn)$  incorporan los parámetros del modelo.

En nuestro caso, tras realizar algo de álgebra sobre el modelo presentado en el apartado 3.2, la forma concreta que toman dichas matrices es:

$$H' = \begin{vmatrix} 1 & -a1 & -a2 & -a3 & -a3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -b4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$A' = \begin{vmatrix} A1 & a2 & a3 & a3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B4 & 0 & 0 & 0 & (1-3*b2-3*b3) & b2 & b2 & b2 & b3 & b3 & b3 & b3 & b5 \end{vmatrix}$$

$$F = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p1 & 0 & P2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Con las matrices de variables no observables y observables dadas por:

$$h_t = \begin{pmatrix} Y^*_t \\ Y^*_{t-1} \\ Y^*_{t-2} \\ r^*_{t-1} \\ r^*_{t-2} \\ G_{t+1} \\ Z_t \\ G_t \\ Z_{T-1} \end{pmatrix} \quad x_t = \begin{pmatrix} Y_{t-1} \\ Y_{t-2} \\ R_{t-1} \\ R_{t-2} \\ \pi_{t-1} \\ \pi_{t-2} \\ \pi_{t-3} \\ \pi_{t-4} \\ \pi_{t-5} \\ \pi_{t-6} \\ \pi_{t-7} \\ \pi_{t-8} \\ X_{t-1} \end{pmatrix}$$

En cuanto a los valores iniciales de los parámetros se han utilizado, en el caso de Estados Unidos, los valores de LW y, en el caso de Alemania, los resultados de estimaciones individuales de las ecuaciones por mínimos cuadrados. En cuanto al caso de los parámetros del autoregresivo del término no observable  $z_t$ , se han probado distintos valores hasta que se han obtenido estimaciones razonables del *output gap* y de la tasa natural de interés. En este sentido, se debe resaltar que, si bien el procedimiento de estimación permite numerosos puntos críticos, cuando se consideran tan solo aquellos razonables en términos económicos y que reproducen los períodos de recesión de las dos economías los resultados son bastante estables. Del mismo modo la sensibilidad de las estimaciones a los valores iniciales de los parámetros resulta muy elevada. Sin embargo, si se tiene en cuenta tan solo aquellas combinaciones que proporcionan un perfil cíclico de la economía acorde con los ciclos establecidos por otras metodologías y una tasa natural razonable en términos de nivel y variación la sensibilidad de los resultados ante distintos parámetros iniciales es reducida.

## PUBLICACIONES DEL BANCO DE ESPAÑA

### DOCUMENTOS DE TRABAJO<sup>1</sup>

- 0216 ALICIA GARCÍA HERRERO, JAVIER SANTILLÁN, SONSOLES GALLEGO, LUCÍA CUADRO AND CARLOS EGEA: Latin American Financial Development in Perspective.
- 0217 SONSOLES GALLEGO, ALICIA GARCÍA HERRERO AND JESÚS SAURINA: The Asian and European Banking Systems: The case of Spain in the Quest for Development and Stability.
- 0218 JOSÉ RAMÓN MARTÍNEZ RESANO Y LILIANA TOLEDO FALCÓN: Futuros sobre acciones: Demanda e implicaciones sobre los mercados de renta variable.
- 0219 JOSÉ MANUEL CAMPA AND JOSÉ M. GONZÁLEZ MÍNGUEZ: Differences in exchange Rate Pass-Through in the Euro Area.
- 0220 LUIS JULIÁN ÁLVAREZ GONZÁLEZ Y JAVIER JAREÑO MORAGO: ISIS, Un indicador sintético integral de los servicios de mercado.
- 0221 MARCO HOEBERICHTS: The Credibility of Central Bank Announcements.
- 0222 KLAUS DESMET: Asymmetric Shocks, Risk Sharing, and the Latter Mundell.
- 0223 JOSÉ MANUEL CAMPA AND IGNACIO HERNANDO: Value creation in European M&As.
- 0224 JUAN AYUSO HUERTAS, DANIEL PÉREZ CID AND JESÚS SAURINA SALAS: Are capital buffers pro-cyclical? Evidence from Spanish panel data.
- 0225 ANDREW BENITO: Does job insecurity affect household consumption?
- 0226 ANDREW BENITO: Financial pressure, monetary policy effects and inventory adjustment by UK and Spanish firms.
- 0227 ANDREW BENITO AND IGNACIO HERNANDO: Extricate: Financial Pressure and Firm Behaviour in Spain.
- 0228 ANA DEL RÍO, El endeudamiento de los hogares españoles.
- 0229 GABRIEL PÉREZ QUIRÓS AND JORGE SICILIA: Is the European Central Bank (and the United States Federal Reserve) predictable?
- 0301 JAVIER ANDRÉS, EVA ORTEGA AND JAVIER VALLÉS: Market structure and inflation differentials in the European Monetary Union.
- 0302 JORDI GALÍ, MARK GERTLER Y J. DAVID LÓPEZ-SALIDO: The euro area inefficiency gap.
- 0303 ANDREW BENITO, The incidence and persistence of dividend omissions by Spanish firms.
- 0304 JUAN AYUSO AND FERNANDO RESTOY: House prices and rents: an equilibrium asset pricing approach.
- 0305 EVA ORTEGA, Persistent inflation differentials in Europe.
- 0306 PEDRO PABLO ÁLVAREZ LOIS: Capacity utilization and monetary policy.
- 0307 JORGE MARTÍNEZ PAGÉS Y LUIS ÁNGEL MAZA: Análisis del precio de la vivienda en España. (Publicada una edición en inglés con el mismo número.)
- 0308 CLAUDIO MICHELACCI AND DAVID LÓPEZ-SALIDO: Technology shocks and job flows.
- 0309 ENRIQUE ALBEROLA: Misalignment, liabilities dollarization and exchange rate adjustment in Latin America.
- 0310 ANDREW BENITO: The capital structure decisions of firms: is there a pecking order?
- 0311 FRANCISCO DE CASTRO: The macroeconomic effects of fiscal policy in Spain.
- 0312 ANDREW BENITO AND IGNACIO HERNANDO: Labour demand, flexible contracts and financial factors: new evidence from Spain.
- 0313 GABRIEL PÉREZ QUIRÓS AND HUGO RODRÍGUEZ MENDIZÁBAL: The daily market for funds in Europe: what has changed with the EMU?
- 0314 JAVIER ANDRÉS AND RAFAEL DOMÉNECH: Automatic stabilizers, fiscal rules and macroeconomic stability
- 0315 ALICIA GARCÍA HERRERO AND PEDRO DEL RÍO: Financial stability and the design of monetary policy.
- 0316 JUAN CARLOS BERGANZA, ROBERTO CHANG AND ALICIA GARCÍA HERRERO: Balance sheet effects and the country risk premium: an empirical investigation.
- 0317 ANTONIO DÍEZ DE LOS RÍOS AND ALICIA GARCÍA HERRERO: Contagion and portfolio shift in emerging countries' sovereign bonds.
- 0318 RAFAEL GÓMEZ AND PABLO HERNÁNDEZ DE COS: Demographic maturity and economic performance: the effect of demographic transitions on per capita GDP growth.
- 0319 IGNACIO HERNANDO AND CARMEN MARTÍNEZ-CARRASCAL: The impact of financial variables on firms' real decisions: evidence from Spanish firm-level data.

---

1. Los Documentos de Trabajo anteriores figuran en el catálogo de publicaciones del Banco de España.

- 0320 JORDI GALÍ, J. DAVID LÓPEZ-SALIDO AND JAVIER VALLÉS: Rule-of-thumb consumers and the design of interest rate rules.
- 0321 JORDI GALÍ, J. DAVID LÓPEZ-SALIDO AND JAVIER VALLÉS: Understanding the effects of government spending on consumption.
- 0322 ANA BUISÁN Y JUAN CARLOS CABALLERO: Análisis comparado de la demanda de exportación de manufacturas en los países de la UEM.
- 0401 ROBERTO BLANCO, SIMON BRENNAN AND IAN W. MARSH: An empirical analysis of the dynamic relationship between investment grade bonds and credit default swaps.
- 0402 ENRIQUE ALBEROLA AND LUIS MOLINA: What does really discipline fiscal policy in emerging markets? The role and dynamics of exchange rate regimes.
- 0403 PABLO BURRIEL-LLOMBART: An economic analysis of education externalities in the matching process of UK regions (1992-1999).
- 0404 FABIO CANOVA, MATTEO CICCARELLI AND EVA ORTEGA: Similarities and convergence in G-7 cycles.
- 0405 ENRIQUE ALBEROLA, HUMBERTO LÓPEZ AND LUIS SERVÉN: Tango with the gringo: the hard peg and real misalignment in Argentina.
- 0406 ANA BUISÁN, JUAN CARLOS CABALLERO Y NOE LIA JIMÉNEZ: Determinación de las exportaciones de manufacturas en los países de la UEM a partir de un modelo de oferta-demanda.
- 0407 VÍTOR GASPAS, GABRIEL PÉREZ QUIRÓS AND HUGO RODRÍGUEZ MENDIZÁBAL: Interest rate determination in the interbank market.
- 0408 MÁXIMO CAMACHO, GABRIEL PÉREZ-QUIRÓS AND LORENA SAIZ: Are european business cycles close enough to be just one?
- 0409 JAVIER ANDRÉS, J. DAVID LÓPEZ-SALIDO AND EDWARD NELSON: Tobin's imperfect assets substitution in optimizing general equilibrium.
- 0410 A. BUISÁN, J. C. CABALLERO, J. M. CAMPA Y N. JIMÉNEZ: La importancia de la histéresis en las exportaciones de manufacturas de los países de la UEM.
- 0411 ANDREW BENITO, FRANCISCO JAVIER DELGADO AND JORGE MARTÍNEZ PAGÉS: A synthetic indicator of financial pressure for Spanish firms.
- 0412 JAVIER DELGADO, IGNACIO HERNANDO AND MARÍA J. NIETO: Do European primarily Internet banks show scale and experience efficiencies?
- 0413 ÁNGEL ESTRADA, JOSÉ LUIS FERNÁNDEZ, ESTHER MORAL AND ANA V. REGIL: A quarterly macroeconometric model of the Spanish economy.
- 0414 GABRIEL JIMÉNEZ AND JESÚS SAURINA: Collateral, type of lender and relationship banking as determinants of credit risk.
- 0415 MIGUEL CASARES: On monetary policy rules for the euro area.
- 0416 MARTA MANRIQUE Y JOSÉ MANUEL MARQUÉS: Una aproximación empírica a la evolución de la tasa natural de interés y el crecimiento potencial.

**BANCO DE ESPAÑA**

Unidad de Publicaciones  
Alcalá, 522; 28027 Madrid  
Teléfono +34 91 338 6363. Fax +34 91 338 6488  
e-mail: Publicaciones@bde.es  
www.bde.es

