Eğitim ve Bilim

Cilt 45 (2020) Sayı 202 93-111

tedmem

Matematiksel Problem Çözme Yeterliliğinin Bileşenleri ve Matematiksel Modellemeye İlişkin Öğretim Stratejilerinin Aracılık Etkileri

Sunyoung Han [1], Hye Mi Kim [2]

Öz

Bu çalışmanın amacı problem çözme becerisinin bileşenleri (dört adet yöntemsel bileşen ve modelleme yeterliliği) arasındaki ilişkilerin ve öğretim stratejilerinin (işbirlikçi öğrenme ve problem kurma) öğrencilerin matematiksel modelleme yeterliliği üzerindeki etkisini araştırmaktır. Kore'de 1224 öğrencinin katılımıyla öğrencilerin matematiksel problem çözme yeterliliğine ilişkin 40 maddeden oluşan bir anket gerçekleştirilmiş olup ankete verilen yanıtlar nicel yöntemler kullanılarak analiz edilmiştir (açımlayıcı faktör analizi, doğrulayıcı faktör analizi ve yol analizi). Anket sonuçları, öğrencilerin matematiksel problem çözmenin yöntemsel bileşenlerine ilişkin yeterliliklerinin matematiksel modelleme yeterlilikleri üzerinde olumlu etkisi olduğunu ortaya koymuştur. Ayrıca işbirlikçi öğrenme ve problem kurma yöntemlerinin kullanıldığı öğretim stratejileri, matematiksel problem çözmenin yöntemsel bileşenleri ile matematiksel modelleme yeterliliği açısından bir etki meydana getirmiş olup bu anlamda sinerji yaratmıştır. Çalışmada aynı zamanda matematik eğitimcileri ve öğretmenlerine yönelik katkı ve öneriler de tartışılmıştır.

Anahtar Kelimeler

Matematiksel problem çözme
Matematiksel modelleme
Öğretim stratejisi
Yapısal eşitlik modellemesi

Makale Hakkında

Gönderim Tarihi: 22.06.2017
Kabul Tarihi: 13.06.2019
Elektronik Yayın Tarihi: 04.04.2020

DOI: 10.15390/EB.2020.7386

Giriş

Özellikle 4. sanayi devriminin de kendini göstermesiyle 21. yüzyılda öğrencilerin matematiksel yeterliliklerinin geliştirilmesi son derece önemli bir konu olarak karşımıza çıkmaktadır. 4. sanayi devriminin ortaya çıkışıyla birlikte rutin olmaktan uzak ve karmaşık problemlerle boğuşan iş yerleri için faydalı olabilecek matematiksel yeterlilikler daha fazla vurgulanmaktadır. Bir başka ifadeyle, günümüz kuşakları ve gelecek kuşaklar için matematiksel kavramları uygulayabilmek ezberlemekten daha önemli olacaktır. Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (PISA) raporunda Ekonomik İşbirliği ve Kalkınma Örgütü (OECD, 2014) "Günümüz iş yerlerinde rutin olmayan problemleri çözebilecek insanlara ihtiyaç duyulduğunu" (s. 26) ve ayrıca çalışanların neredeyse yüzde 10'unun iş yerlerinde her gün rutin olmayan, karmaşık problemlerle karşılaştığını belirtmiştir (OECD, 2014). Bilgisayarlar veya yapay zeka teknolojileri tekrara dayalı işlerin çoğunu 4. sanayi devrimi neslinin elinden alacak ve bunun sonucunda da insanlar matematiksel problem çözme ve modelleme gibi çok önemli matematiksel yeterlilikler gerektiren liderlik rollerini üstlenecektir.

[1] Sungkyunkwan Üniversitesi, Güney Kore, sy.han@skku.edu
[2] Kore Bilim ve Yaratıcılığı Geliştirme Vakfı, Güney Kore, hmkim@kofac.re.kr

Matematiksel problem çözme becerilerinin ve modelleme yeterliliklerinin önemi göz önüne alındığında matematik öğretmenlerinin öğrencilerinin matematiksel yeterliliğini geliştirmeye yönelik hazırlıklar yapması önerilmektedir. Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (NCTM), "Okullarda verilen matematik eğitiminde problem çözmeye odaklanılması gerektiğini" (NCTM, 1980, s.1) belirtmişve matematik eğitiminin öncelikli hedeflerinden birinin matematiksel problem çözme olduğunu vurgulamıştır. OECD (2006, 2009) ayrıca matematiksel problem çözme ve modelleme yeterlilikleri de dahil olmak üzere bireylerin sahip olmaları gereken matematiksel yeterliliklere dair bir listeyi PISA raporlarında vermiştir. Matematik eğitiminde bu hedeflere ulaşılabilmesi için öğrencilerin matematik konularını ezberlemeye teşvik edildiği yaklaşımlar yerini gerçek dünyadaki rutin olmayan ve karmaşık problemlere yönelik problem çözme becerilerinin geliştirilmesine bırakmıştır. Ayrıca öğrencilerin problem çözme ve modelleme gibi matematiksel yeterliliklerini geliştirecek öğretimsel stratejilerin bulunmasına yönelik araştırmalara odaklanılmıştır (Albaladejo, Garcia ve Codina, 2015; Callejo ve Vila, 2009; Blum ve Ferri, 2016; Lester, 2013; Schukajlow, Kolter ve Blum, 2015).

Matematiksel yeterliliklerin bileşenleri arasındaki ilişkiler ve öğretimsel stratejilerin matematiksel yeterlilikler üzerindeki etkileri konusunda matematik öğretmenlerinin ve matematik eğitimcilerin daha fazla bilgi sahibi olmasının sağlanması, öğrencilerin matematiksel yeterliliklerini geliştirmeye yönelik stratejik ve öğretime dayalı yaklaşımın daha da ilerletilmesine katkı sunacaktır (Han, Cetin ve Matteson, 2016; Park, Jang, Chen ve Jung, 2011). Daha önce gerçekleştirilen çalışmalar öğretim stratejilerinin matematiksel yeterlilikten ziyade matematik alanındaki akademik başarı üzerindeki etkilerini araştırmıştır (Capraro, Capraro, Yetkiner, Rangel-Chavez ve Lewis, 2010; Kajamies, Vauras ve Kinnunen, 2010; Wiliam, Lee, Harrison ve Black, 2004). Ayrıca öğretimsel yaklaşımın öğrencilerin matematiksel yeterlilikleri üzerindeki etkisini araştıran çalışmaların çoğunda nitel analiz veya basit istatistikler kullanılmıştır (Blum ve Ferri, 2016; Serin, 2011; Tiwari, Lai, So ve Yuenm 2006). Bununla birlikte bu öğretimsel stratejilerin öğrencilerin matematiksel problem çözme ve modelleme yeterliliklerini ne ölçüde etkilediğinin ve her bir matematiksel yeterliliğin diğer bir matematiksel yeterliliğe nasıl etki ettiğinin araştırılmasında ileri nicel analiz yaklaşımını kullanan az sayıda çalışma söz konusudur. Dolayısıyla bu çalışmanın amacı, problem çözmenin yöntemsel bileşenleri, öğretim stratejileri (ör: işbirlikçi öğrenme ve problem kurma) ve matematiksel modelleme ile bunlar arasındaki ilişkileri incelemektir. Çalışmanın bulguları, matematik öğretmenleri ve matematik eğitimcilerine matematiksel yeterlilik ve bu yeterliliğe ulaşabilmeye yönelik öğretim stratejileri hakkında bilgi sunacaktır.

Alanyazın İncelemesi

Matematiksel Problem Çözme

Matematik sadece olgular, süreçler, formüller ve kurallar hakkında bir bilgi edinme süreci değil, aynı zamanda yaratıcı düşünme ve mantıksal çıkarım, ve iletişim kurmayı gerektiren problemleri araştırma sürecidir (Baroody ve Coslick, 1998). Öğrenciler açısından bakıldığında matematiksel problem çözme, problemli bir durumu değiştirebilecek ve bu duruma belli kurallar ve yöntemler çerçevesinde yaratıcı bir şekilde eğilmeyi sağlayabilecek üst düzey bir öğrenme sürecidir (Sivunen ve Pehkonen, 2009). Bu, öğrencilerin problemleri kendi başlarına çözdüğü bir kendi kendine inceleme sürecidir ve bu süreç yeterli düzeyde matematiksel düşünme deneyimine sahip olmayı gerektirir (Pólya, 1957).

Birçok araştırmacı matematiğin mantıksal düşünme yönünü geliştirme yöntemlerinden biri olarak problem çözmenin önemini vurgulamıştır (Kilpatrick, 2009; Schoenfeld, 1985). Çoğu matematiksel süreç problem çözme yaklaşımını içermekte olup bu yaklaşım, NCTM'nin matematiksel problem çözme becerilerinin geliştirilmesinin önemini vurguladığı 1980'den bu yana matematik eğitiminin önemli hedeflerinden biri olmuştur. Matematiksel problem çözme becerilerinin önemi yalnızca matematiğin gündelik hayatta ve diğer hususlara yönelik pratik ve araçsal uygulaması açısından değil, aynı zamanda matematiksel düşüncenin geliştirilmesi ve matematiksel keşif yöntemlerinin kazanılması açısından da vurgulanmıştır.

Matematiksel problem çözme konusundaki tartışma problem çözme konusundaki tartışmadan doğmuştur. Araştırmacılar problem çözme ile *matematiksel* problem çözme arasındaki anlam farklılığına açıklık getirmiştir (Kilpatrick, 2009; Pólya, 1957). Pólya (1980), problem çözmeyi "herhangi bir çıkar yol bilinmediği durumlarda önceden bir hazırlık olmaksızın bir yol bulmak, bir zorluktan çıkış yolunu bulmak, bir engelden kurtulmanın yolunu bulmak ve uygun araçlar kullanarak ilk başta ulaşılabilir olmayan bir hedefe ulaşmak" (s. 1) olarak tanımlar ve matematiksel problem çözme sürecini dört aşamayla belirtir: problemi anlamak, plan yapmak, planı uygulamak ve geriye bakarak değerlendirme yapmak. Pólya (1980) teorik matematiksel problemlerin yanı sıra matematiksel problemler içeren uygulamaya yönelik problemler olduğundan bahseder. Problem matematiksel de olsa gerçekçi de olsa çözümü bulmaya yönelik başlıca motivasyon ve yöntemler aynı olmalıdır (Pólya, 1957). Kilpatrick (2009), matematiksel kavramların ve kuralların bir soruna ilişkin yanıtın bulunmasında kullanılması gerektiğini belirterek *matematiksel* problem çözme ile problem çözme arasında bir ayrıma gitmeye çalışmıştır. Matematiksel problem çözme kavramının kapsamı daha sonraları Lesh ve Zawojeswski (2007) tarafından genişletilmiştir. Araştırmacılar problem çözme konusuna model ve modelleme bakış açılarından yaklaşmış ve matematiksel problem çözmenin okullarda öğretilen matematiğin ötesine geçen karmaşık bir faaliyet olduğunun ve matematiksel yorumlamaların ifade edilmesi, denenmesi ve gözden geçirilmesi şeklinde yinelemeli döngüler içerdiğinin altını çizmiştir.

Problem çözmenin farklı tanımları olduğu gibi daha önce yapılan çalışmalar da problem çözme sürecini farklı şekillerde açıklamıştır. Bazı araştırmacılar (Anderson, Lee ve Fincham, 2014; Schoenfeld, 1985) asıl problem çözme sürecinin genelde yaratıcı ve karmaşık bir şekilde meydana geldiğini ve modeldeki gibi doğrusal olarak değil öğrenci açısından önemli ve erişilebilir olan şemaya uygun olarak gerçekleştiğini ileri sürmüştür. Takip eden çalışmalarda bu bakış açısından yola çıkılarak Pólya'nın problem çözme modelinde değişikliklere gidilmiştir. Bunlardan biri Schoenfeld'in (1985) problem çözme modelidir. Schoenfeld, Pólya'nın modelini daha da sınıflandırmaya giderek zor problemlerin ele alınmasına yönelik bir plan oluşturma amacını taşıyan bir inceleme süreci getirmiştir. Bu süreç geçmiş deneyimlerden yola çıkılarak uygun stratejilerin seçilip uygulanmasıyla değişiklikler ve ilaveler yapılmasını içerir. Ayrıca OECD (2014), 21. yüzyılda problem çözmenin temel bilişsel süreçlerinin–araştırma yapma ve anlama, temsil etme ve formüle etme, planlama ve uygulama, izleme ve yansıtma– şeklindeki dört aşamadan oluştuğunu belirtmiştir. Öte yandan Anderson ve diğerleri (2014), beyin izlerini ve fare kullanma davranışlarını inceleyerek matematik problemlerini çözme sürecinde kritik öneme sahip beş bilişsel olay (tanımlamak, kodlamak, hesaplamak, dönüştürmek ve yanıt vermek) bulunduğunu ortaya koymuştur. Bu çalışmalar farklı problem çözme süreçleri önerse de bu önerilerde genellikle Pólya'nın (1957) dört adımından yola çıkılmıştır. Dolayısıyla Pólya'nın (1957) dört adımdan oluşan problem çözme kuramına dayanan bu çalışmada matematiksel problem çözme süreci problemi anlama, plan yapma, planı uygulama ve geriye bakarak değerlendirme yapma süreci olarak tanımlanmıştır.

Matematiksel Problem Çözme Yeterliliği

Matematiksel problem kavramı değiştikçe matematik eğitiminin hedefleri de sürekli olarak değişmiştir. Geleneksel matematik sınıflarında öğrencilerin matematiksel yöntemlerle ilgili konular ve süreçlerde uzmanlaşması hedeflenirken günümüz matematik eğitiminde öğrencilere matematiksel problem çözme becerisi veya yeterliliği kazandırılması hedeflenmektedir (Cho ve Kim, 2013; Larmer, Ross ve Mergendoller, 2009). Geçmişte belirlenen hedefe ulaşmak için problemler genellikle rutin alıştırmalar şeklinde kullanılmaktaydı (Schoenfeld, 1992). Bir başka ifadeyle, matematik problemleri öğrencilerin kendilerine kısa süre önce gösterilen bir matematiksel yöntem ile ilgili alıştırma yapabilmeleri için tasarlanmış rutin sorular şeklindeydi. Aynı şekilde matematiksel problem çözme de "gösterilen yöntemlere hakim olunabilmesi için konuların verilen alıştırma soruları eşliğinde işlenmesi" yöntemi olarak kabul ediliyordu (Schoenfeld, 1992, s. 338). 20. yüzyılın ikinci yarısında matematik problemi çözme konusunun matematik alanındaki eğitimciler tarafından daha fazla ilgi görmeye başlamasıyla matematiksel problemler rutin alıştırmaların yanı sıra uygulamaya yönelik, rutin olmayan ve gerçek dünyadan alınmış problemler de içermeye başladı (NCTM, 2000). Sonuç olarak matematik eğitiminde matematiksel yöntemlerle ilgili konular ve takip edilecek adımlarda uzmanlaşmadan ziyade öğrencilere problem çözme becerileri kazandırılması hedeflenmeye başlandı.

Problem çözme bazen bir *beceri* olarak bazen de bir *yeterlilik* olarak görülmüştür. Stanic ve Kilpatrick'e (1988) göre problem çözmenin içinde beceri kavramı zaten mevcuttur ve dolayısıyla öğrenciler okullarda öğretilen matematik müfredatı kullanılarak eğitilebilir. Bu yüzden günümüz matematik eğitiminde, matematiksel problem çözmenin öğretilebilir bir beceri olma yönünü vurgulamak için *matematiksel problem çözme becerisi* ifadesi tercih edilmektedir. NCTM'nin (2000) tanımına göre matematiksel problem çözme becerisi, bilinen matematiksel kavramların, ilkelerin ve kuralların anlaşılması ve belli bir problematik durumu çözmek için bilgi veya becerilerden yola çıkarak matematiksel algoritma oluşturma, keşif yapma ve strateji uygulama gibi çeşitli ve kapsamlı düşünce süreçlerinin gerçekleştirilmesi kabiliyetidir.

Diğer yandan *yeterlilik* kavramı bilgi veya beceri kavramlarının anlamlarının ötesine geçmektedir. Bu kavram belli bir durum dahilinde hem beceriler hem de tutumlar gibi zihinsel kaynakları uygulayarak daha karmaşık gereksinimlerin yerine getirilmesini içerir. Yeterlilik, örneğin, sözel akıcılık, bilgi ve iletişim tekniklerinin uygulanabilirliği veya başkalarına yönelik zihinsel tutumlar ışığında etkili iletişimi kolaylaştırma kabiliyetidir (Rychen ve Salganik, 2003). Yeterlilik kavramının anlamından yola çıkılarak problem çözme yeterliliği, "Bir hedefe ulaşmada sorunun çözümü için kullanılabilecek bir yöntemin açıkça belli olmadığı durumlarda bir çözüm yöntemi bulabilme kabiliyeti" olarak tanımlanmıştır (Fischer vd., 2015, s. 172). Ayrıca OECD (2014) de *problem çözme yeterliliği* ifadesini kullanmış ve bu kavramı "...bir çözüm yönteminin doğrudan belli olmadığı problematik durumları anlama ve çözmede kişinin bilişsel işlemden yararlanma kapasitesidir. Kişinin yapıcı ve yansıtıcı bir vatandaş olarak potansiyelini gerçekleştirebilmesi için böyle durumlarla uğraşmaya yönelik istekliliğini kapsar" şeklinde tanımlamıştır (s. 30). OECD (2014), problem çözmeye istekli olma boyutunu da işe dahil ederek başka araştırmacıların problem çözme yeterliliği tanımlarının (Duncker, 1945; Wirth ve Klieme, 2003) kapsamını genişletmiştir. Bruder (2000) da problem çözme yeterliliği kavramını matematiksel bir bağlama taşıyarak matematiksel problem çözme yeterliliği kavramının kapsamını genişletmiştir. Bruder bu kavramı problematik durumu basite indirgeme, uygun problem çözme adımları üzerinde düşünme ve problemi çözmek için bir yandan matematiksel gerçekleri yeniden yapılandırırken bir yandan da farklı yönleri eş zamanlı olarak dikkate alma kabiliyeti olarak tanımlamıştır.

Son zamanlarda matematiksel problem çözme becerilerinin yanı sıra matematiksel problem çözme yeterliliği de matematik eğitiminin hedeflerinden biri haline gelmiştir. Dolayısıyla matematiksel problem çözme yaklaşımına yönelik bilgi, beceri ve tutumların kapsamlı bir şekilde temsil edilmesi açısından bu çalışmada "matematiksel problem çözme yeterliliği" ifadesini kullandık. Bu çalışmada bahsi geçen matematiksel problem çözme yaklaşımı matematik öğrenirken veya günlük hayatta karşılaşılan problemlerin ele alınmasında işe yarayabilecek strateji ve fonksiyonlarının uygulanması anlamındadır. Matematik ve içeriği bağlamında bakıldığında problem çözme yeterliliği daha önceden edinilmiş matematiksel bilgiyi kullanabilme, görevlerin etkin bir şekilde yerine getirilmesinde gereken yöntem, tutum ve stratejileri uygulayabilme ve ayrıca problem çözme sürecinde elde edilen bilgileri yansıtıcı bir değerlendirme ile inceleyebilme kabiliyetini bünyesinde barındırır.

Matematiksel Modelleme

Matematiksel modelleme çok yönlü bir kavramdır. Matematiksel modellemenin çeşitli boyutları çerçevesinde gerçek dünya ile matematik arasında bağlantı kuran bir düşünce süreci olması üzerinde durulmuştur (Blum ve Ferri, 2016; OECD, 2009). America Birleşik Devletleri'ndeki Ortak Ana Eyalet Standartları (Common Core State Standards Initiative, 2014) matematiksel modellemeyi, "gerçek dünyaya ait bir durumun matematik veya istatistik yoluyla tasvir edilmesi (yani modellenmesi) ve matematiksel veya istatistiksel hesaplama ve analiz yoluyla durum hakkında ilave çıkarımlar elde edilmesi" olarak tanımlamıştır (s. 5). Yani matematiksel modellemenin ele alındığı bir matematik dersinde öğrencilerden gerçek dünyaya ait durumları matematiksel terimler, temsiller ve modeller kullanarak matematiksel formata dönüştürmeleri beklenir. Benzer bir şekilde Pollak (2003) da matematiksel modellemenin diğer matematiksel faaliyetlerden şu açıdan ayrıştığını ortaya koymuştur: "matematik dışındaki bir problemin matematik diliyle ifade edilmesi için özel çaba göstermekle başlar ve sürecin sonunda matematik ile gerçek dünyadaki durum arasında uyum oluşturmayı hedefler" (s. 649).

Ayrıca matematiksel modellemenin dinamik bir süreç olduğuna da vurgu yapılmıştır (Bliss, Fowler ve Galluzo, 2014; Dossey, McCrone, Giordano ve Weir, 2002). Matematiksel modellemeye ilişkin üzerinde mutabık kalınmış bir prosedür olmamakla birlikte alanyazında genellikle matematiksel modelleme sürecinin doğrusal değil döngüsel olduğu ve birden fazla aşama içerdiği belirtilmektedir (Common Core State Standards Initiative, 2014; NCTM, 1989). Örneğin, OECD (2006, 2009) matematiksel modellemenin aşamalarını şu şekilde sıralamıştır: "Modellenecek durumu yapılandırmak, gerçeği matematiksel yapılara dönüştürmek, matematiksel modelleri gerçeklik açısından yorumlamak, matematiksel bir modelle çalışmak, modeli doğrulamak, model ve sonuçları hakkında düşünmek, çözümleme ve eleştiri yapmak, modeli ve sonuçlarını başkalarıyla paylaşmak ve modelleme sürecini takip ve kontrol etmek" (s. 97). Yani matematiksel modelleme uygulamasında öğrenciler belli bir aşamadan başlayıp ihtiyaçlarına göre başka herhangi bir aşamaya geçebilirler. Matematiksel modelleme döngüsünde önemli olan nokta, matematiksel modellemenin fiili durumu matematiksel bir probleme dönüştüren, probleme çözüm arayan ve sonrasında elde edilen çözümü başlangıçtaki fiili probleme göre yeniden yorumlayan aşamalar içermesidir (Cirillo, Pelesko, Felton-Koestler ve Rubel, 2016; NCTM, 1989).

Matematiksel modelleme *problem bulmayı* ve *problem çözmeyi* içeren bütüncül bir süreç olarak da açıklanmıştır (Pollak, 2012). Matematiksel modellemede yalnızca problem çözme aşaması değil aynı zamanda gerçek dünyaya ait bir durumdan bir problem bulma aşaması da mevcuttur. Matematik derslerinde matematiksel problemler genellikle öğrencilere hazır verilir ve gerçek dünyadan bir problem tespit edip bunu matematiksel formata dönüştürme üzerinde fazla durulmaz. Bu yüzden matematiksel modelleme uygulamaları yüksek düzeyde bilişsel bariyerlere sahip olmakla birlikte, öğrencilerin varsayımda bulunma ve bir karara varma, bir durumu en iyi şekilde kullanma, sonuçları yorumlama ve çözümü değiştirme gibi farklı düşünme becerileri kullanmasını gerektirir (Blum ve Ferri, 2016). Bu da matematiksel modellemenin diğer matematiksel uygulamalardan ne açıdan farklı olduğunu ve matematik derslerinde matematiksel modellemeye neden yer verilmesi gerektiğini açıklamaktadır.

Matematiksel modellemenin şimdiye kadar anlatılan özelliklerini özetlemek için matematiksel modelleme ile matematiksel problem çözme arasında bir karşılaştırmaya gidilebilir. Matematiksel modelleme gerçek dünyaya ait durumlarla başlar ve sonrasında bu durumlara geri döner; matematiksel problem çözme ise gerçek dünyaya ait durumlar içerebileceği gibi teorik matematiksel problemlerden de oluşabilir (Kim, 2012; Pollak, 2012). Matematiksel problem çözme ve modellemede her ne kadar genellikle gerçek dünyaya atıfta bulunulsa da matematiksel problem çözme dahilinde gerçek dünyanın olduğu gibi değil de idealize edilmiş bir şekilde yer alması daha olasıdır. Ayrıca matematiksel problem çözmede teorik ve uygulamalı matematiksel problemler söz konusu olabilirken matematiksel modelleme temelde matematiksel olmayan durumlar kullanılarak matematiğin uygulanmasına yönelik kullanılır (Blum ve Niss, 1991). Dahası matematiksel problem çözme daha çok öğrencilerden matematiksel kavramları ve formülleri öğrendikten sonra beklenirken, matematiksel modelleme öğrencilere matematiğin öğretilmesinde kullanılır (Lesh & Zawojewski, 2007). Bu yüzden matematiksel modellemede yüksek düzeyde bilişsel beceri gerektiren görevler söz konusu iken matematiksel problem çözmede farklı biliş seviyeleri gerektiren görevler yer alır.

Matematiksel problem çözme ile modelleme arasındaki bu karşılaştırmadan yola çıkılarak bu çalışmada matematiksel modelleme yeterliliği matematiksel problem çözme yeterliliğinin bir alt bileşeni olarak kabul edilmiştir. Bu yüzden aşağıdaki bölümlerde matematiksel problem çözme kavramı matematiksel modellemeyi de içermektedir.

Öğretim Stratejileri

Birçok pedagojik yaklaşımın öğrencilerin problem çözme kabiliyetlerini geliştirmesine yardımcı olduğu ortaya konmuştur. Öğrencilerin matematiksel problem çözme becerileri için hangi öğretim stratejilerinin faydalı olduğunun anlaşılması için öğrencilerin matematiği nasıl öğrendiğine bakmak gerekir. 20. yüzyıldan bu yana matematiksel problem çözme konusundaki öğretim yaklaşımı yapılandırmacılığa dayalı olmuştur. Yapılandırmacı araştırmacılar olarak Pólya (1957) ile Pólya ve Szegö (1978) matematiği bir *etkinlik* olarak kavramsallaştırmış ve matematiğin bilim gibi tahmin yürütme, çıkarımda bulunma ve keşfetmeye dayandığını ileri sürmüştür. Temel anlamda yapılandırmacı bir öğrenme ortamında öğrencilerin matematiksel bilgi oluşturması sürecini teşvik eden birçok öğretme-öğrenme stratejisi bu bilimsel aşamaların matematiksel problem çözme sürecine uyarlanması kapsamında büyük önem arz eder (Capraro, Capraro ve Morgan, 2013). Örneğin, oluşturmacı sınıflarda kullanılması gereken temel araç, öğrencilerin akranlarıyla ve öğretmenleriyle iş birliği yapmasıdır (Kaldi, Filippatou ve Govaris, 2011; Lou, Liu, Shih, Chuang ve Tseng, 2011; Van Rooij, 2009). Aynı şekilde matematiksel problem kurma da öğrencilerin problem ve problem çözme süreci ile ilgili bilgi oluşturmalarına yardımcı olur (Crespo ve Sinclair, 2008; NCTM, 1989; Yuan ve Sriraman, 2011). Bu çalışmada bu iki öğretim stratejisinin öğrencilerin matematiksel problem çözme becerilerini geliştirmede kritik öneme sahip olduğu kabul edildiğinden işbirlikçi öğrenme ortamı ve problem kurma konularındaki alanyazın taranmıştır.

Öğrencilerin grup halinde iş birliği içerisinde çalışmaları problem çözme becerileri açısından kritik öneme sahip bir öğretim yaklaşımı olarak ele alınmıştır (Lester, 2013). İşbirlikçi problem çözme derslerinin etkileri birçok araştırmacı tarafından incelenmiştir (Kaldi vd., 2011; Lou vd., 2011; Tausczik, Kittur ve Kraut, 2014; Van Rooij, 2009). Öğrencilerin problem çözerken iş birliği yapmasına olanak verilmesi bilgi paylaşımında bulunmalarını, iyi sonuçlar almalarını ve karmaşık görevleri başarıyla tamamlamalarını sağlar (Cranshaw ve Kittur, 2011). Bir başka çalışmada ise (DiDonato, 2013) işbirlikçi, disiplinler arası ve özgün görevlerin öğrencilerin öz düzenleyinci öğrenme süreçlerine olumlu bir etki yaptığı ve bunun sonucunda da öğrencilerin problem çözme yeterliliklerinin geliştiği gözlemlenmiştir. Ancak çalışmada öğrencilerin gruplar halinde iş birliği içerisinde çalışmalarının problem çözme yeterliliklerine nasıl ve neden katkı yaptığı incelenmemiştir. Bir başka ifadeyle, iş birliğine dayalı öğretim stratejilerinin öğrencilerin problem çözme yeterliliğine yönelik etkisini şekillendiren süreci inceleyen fazla çalışma olmamıştır. Dolayısıyla bu çalışmada bir dizi problem çözme yöntemi ile modelleme yeterliliği arasındaki yapıyla ilgili bir teori ortaya konulup işbirlikçi öğretme ve öğrenme stratejilerinin aracılık etkisi incelenmektedir.

Problem kurma, problem çözmeye yönelik ders işleyişinde önemli bir yöntem olarak öne çıkarılmıştır (Crespo ve Sinclair, 2008; NCTM, 1989; Yuan ve Sriraman, 2011). Matematik derslerinde problem kurma genellikle ya yeni problemler üretilmesi ya da mevcut problemlerin yeniden formüle edilmesi anlamına gelir (Silver, 1994). Özellikle mevcut problemlerin yeniden formüle edilmesi çözüme ulaşmak için bağlamın veya bazı bilgilerin değiştirilmesiyle problem çözme sürecinde gerçekleşir (Silver, 1994). Yani problemin yeniden formüle edilmesi öğrencilerin problemi anlamalarına ve çözüm için uygun stratejiler bulmalarına yardımcı olabilir. Ancak problem çözme sürecinin hangi aşamasının problem kurma işleminden olumlu etkilendiği tespit edilmemiştir. Öğrencilerin problem çözme yeterliliğini geliştirmek için problem çözme sürecinin her bir aşamasında problem kurmanın öğrencilerin yeterlilikleri üzerinde nasıl bir etkisi olduğunun belirlenmesi gerekecektir.

Maalesef matematiksel problem çözme konusunu öğretirken öğretmenlerin sahip olması gereken pedagojik bilgilere ilişkin sınırlı sayıda çalışma bulunmaktadır (Lester, 2013). Bu çalışmanın bulguları öğrencilerine matematiksel problem çözme becerileri kazandırmaya çalışan öğretmenler için yararlı olabilecek öğretimsel yaklaşımın anlaşılmasına katkıda bulunabilir. Bu çalışmada öğrencilerin problem çözme becerilerinin matematiksel modelleme yeterliliklerini nasıl etkilediğinin incelenmesi amaçlanmaktadır.

Matematiksel Problem Çözmeye Yönelik Ölçüm Aracı

Öğrencilerde matematiksel problem çözmenin dikkatleri çekmesiyle matematik eğitimi alanındaki araştırmacılar artık öğrencilerin matematiksel problemleri çözmelerine yardımcı olacak öğretimsel stratejiler geliştirerek bu beceriyi ölçebilecek bir araç geliştirmeye çalışmaktadır. Kloosterman ve Stage (1992) öğrencilerin matematiksel problem çözme konusundaki düşüncelerini araştırmak için Likert tipi bir ölçek geliştirmiş ve ölçeğe ilişkin geçerlilik çalışması yapmıştır. Shute, Wang, Greiff, Zhao ve Moore (2016) öğrencilerin problem çözme becerilerini ölçmek için merak uyandıran bir video oyunundan yararlanmıştır. Ancak matematiksel problem çözme yeterliliğine ilişkin sınırlı sayıda ölçüm aracı geliştirilmiştir.

Öğrencilerin matematiksel problem çözme yeterliliğinin değerlendirildiği birçok çalışmada ölçüm aracının geçerliliğini ortaya koyma süreci ihmal edilmiştir. Örneğin, Bicer, Capraro ve Capraro'nun (2013) çalışmasında öğrencilerin matematiksel problem çözme becerilerinin geliştirilmesinde öğretim yaklaşımının etkinliğinin test edilmesi için bir ölçüm aracı kullanılmış ancak geçerlilik açısından test maddelerine dair bir doğrulama işlemi yapılmamıştır. Bazı örneklerde ise öğrencilerin matematiksel problem çözme yeterliliğinin değerlendirilmesinin gerektiği durumlarda matematik alanındaki akademik başarının değerlendirilmesine yönelik genel maddeler kullanılmıştır. Elliott, Oty, McArthur ve Clark'ın (2001) çalışmasında öğrencilerin problem çözme becerileri üzerindeki etki açısından bir disiplinler arası cebir/fen dersi incelemeye alınmıştır. Çalışmada ayrıca iki öğrenci grubuna yer verilmiş (disiplinler arası ders ve üniversite cebir dersi) ve ortak testler kullanılarak grupların önceki ve sonraki puanları karşılaştırılmıştır. Bu çalışmada öğrencilerin matematiksel problem çözme yeterliliğinin değerlendirilmesinde ara sınav ve final sınavlarındaki maddeler kullanılmıştır. Problem çözme yeterliliği ile matematik performansı arasında yüksek bir korelasyon olmakla birlikte (korelasyon katsayısı=0,81, OECD, 2014) matematiksel problem çözme yeterliliğinin matematik ara sınav veya final sınavları ile ölçülen matematiksel performanstan ayrıştırılması gerekir. Matematiksel performansları ölçen test maddelerinin öğrencilerin matematiksel bilgi ve becerilerine dikkat çekmesi nispeten daha olasıyken, matematiksel problem çözme yeterliliği basit matematiksel bilgi ve becerinin ötesine geçen bir kavramdır. Bu yüzden matematiksel problem çözme yeterliliğine ilişkin ölçüm aracının matematik bilgi ve becerisini ölçen sınavlardan farklı olması gerekir.

Ayrıca matematiksel problem çözme ile ilgili bundan önceki çalışmalarda kullanılan çoğu ölçüm aracı öğrencilerin matematiksel problem çözme becerilerini her bir aşama için etkin bir şekilde incelememiştir. Örneğin, matematik alıştırma problemlerinin de içerisinde bulunduğu bir testte matematiksel problem çözme becerileri açısından aynı seviyede oldukları tespit edilen öğrenciler dahi matematiksel problem çözme sürecinin her bir aşaması göz önüne alındığında farklı yeterlilik seviyelerine sahip olabilirler (Wilson, Fernandez ve Hadaway, 1993). Dolayısıyla matematiksel problem çözme becerilerinin farklı aşamalarını ölçebilecek bir ölçüm aracının geliştirilmesi gerekmektedir. Bu ihtiyacı karşılamak için bu çalışmada öğrencilerin problem çözme becerilerini her aşamada ölçen bir araç geliştirilmiştir.

Araştırma Deseni/Hipotezler

Bu çalışmada aşağıdaki araştırma sorularına cevap aranmıştır:

Araştırma sorusu 1 Öğrencilerin problem çözmenin yöntemsel bileşenleri ile ilgili yeterlilikleri (yani anlama, planlama, matematiksel strateji arama ve geri dönüp değerlendirme yapma) matematiksel modelleme yeterliliklerini ne ölçüde etkilemektedir?

Araştırma sorusu 2 Öğretimsel yaklaşım (yani işbirlikçi öğrenme ve problem kurma) öğrencilerin problem çözmenin yöntemsel bileşenleri ile ilgili yeterliliklerinin matematiksel modelleme yeterlilikleri üzerindeki etkisine nasıl aracılık yapmaktadır?

Bu çalışmanın amacı matematiksel problem çözme yeterliliğinin yapısı (yani dört yöntemsel bileşen ve matematiksel modelleme) ile bileşenler arasındaki ilişkilerin incelenmesidir. Ayrıca bu çalışmada başlıca iki öğretme stratejisinin (yani işbirlikçi öğrenme ve problem kurma), yöntemsel bileşenlerin öğrencilerin matematiksel modelleme yeterlilikleri üzerindeki etkilerine aracılık yaptığı gözlenmiştir.

Şekil 1'de aşağıdaki hipotezler eşliğinde bu çalışmanın varsayımsal araştırma modeli gösterilmektedir:

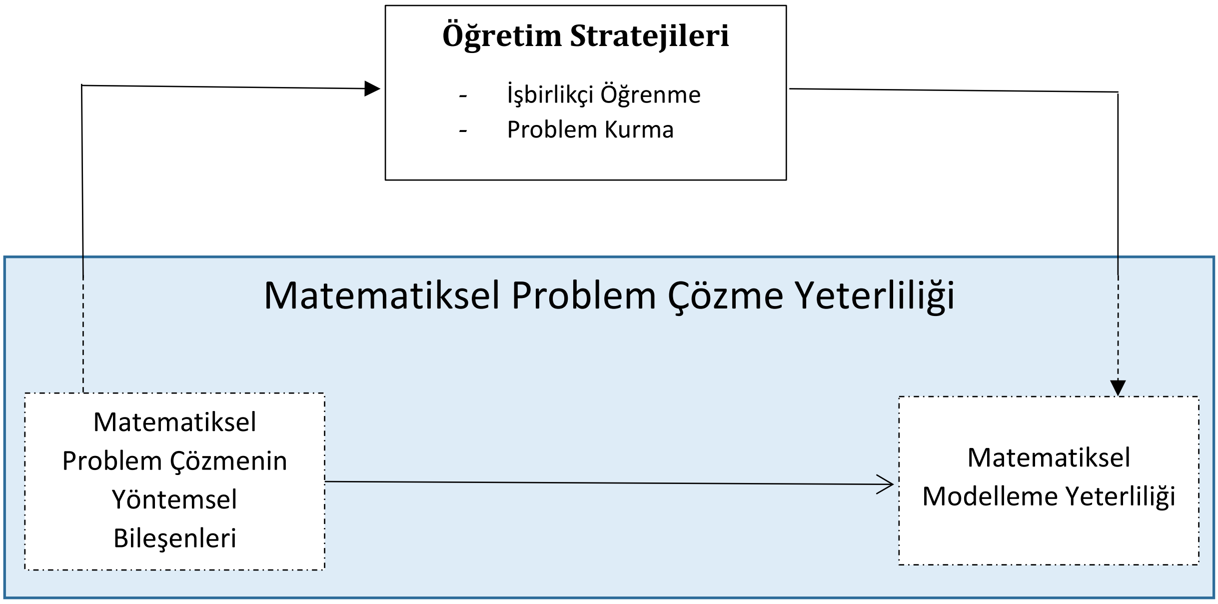
H1. Matematiksel problem çözme yeterliliği birbirinden ayrı dört yöntemsel bileşenden ve bir matematiksel modelleme yeterliliğinden oluşur.

H2. Matematiksel modelleme, matematiksel problem çözmenin diğer yöntemsel bileşenlerinden etkilenir.

H3. Matematiksel problem çözmenin yöntemsel bileşenlerinin matematiksel modelleme yeterliliği üzerindeki etkileri olumludur.

H4. İşbirlikçi öğrenme ortamı matematiksel yöntemsel bileşenlerin matematiksel modelleme üzerindeki sinerji etkisinin artırılmasında rol oynar.

H5. Problem kurma, matematiksel yöntemsel bileşenlerin matematiksel modelleme üzerindeki sinerji etkisinin artırılmasında rol oynar.



Şekil 1. Varsayımsal Model

Yöntem

Katılımcılar

Çalışmanın katılımcıları, Kore'nin üç büyük şehri olan Seul, Gyonggi ve İncheon'daki dört normal lise, bir bağımsız özel lise ve bir uzmanlık lisesinin öğrencileridir. Çalışmaya katılan öğrenciler elverişli örnekleme yaklaşımıyla seçilmiştir (Etikan, Musa ve Alkassim, 2016). Bu örnekleme yaklaşımının neden olabileceği demografik yanlılığı azaltmak için katılımcılar Kore'deki farklı okul türlerinden seçilmiştir. Kore'de işlenen müfredatın içeriğine bağlı olarak normal lise, bağımsız özel lise ve uzmanlık lisesi şeklinde lise türleri mevcuttur. Normal lise Kore'de genel liselere verilen isimdir ve liselerin büyük bir çoğunluğu normal lisedir. Bağımsız özel liseler müfredat ve üniversite benzeri programların okulun kuruluş felsefesine göre bağımsız olarak yürütüldüğü okullardır. Uzmanlık liseleri ise okulun uzmanlık alanı olan bazı konulara ağırlık veren ortaöğretim kuruluşlarıdır. Kore'de lisenin ikinci yılında öğrenciler beşeri bilimler, doğa bilimleri veya meslek alanlarından birini seçerler. Beşeri bilimler alanını seçen öğrencilere kültür, sosyal bilimler, tarih ve dil bilimi kapsamında dersler verilir. Doğa bilimleri alanını seçen öğrencilere ise fen ve matematik gibi doğadaki düzenle ve mantıkla ilgili dersler verilir. Son olarak, meslek alanı ise belli konularda uzmanlık becerilerinin ve profesyonel becerilerin geliştirilmesine yöneliktir.

Çalışmaya toplam 1224 öğrenci katılmıştır. Soruları uygun bir şekilde cevaplamayan veya bütün sorulara bilerek aynı cevabı veren 78 öğrencinin yanıtları çalışmanın kapsamına dahil edilmemiştir. Cevapları geçerli olan katılımcılardan (n=1146) 397'si (%34,6) kadın, 749'u (%65,4) ise erkektir. Ayrıca birinci, ikinci ve üçüncü yılında olan öğrenci sayıları sırasıyla 303 (%26,5), 523 (%45,6) ve 320 (%27,9)'dir. Öğrencilerden bir önceki dönemdeki okul sınavında aldıkları matematik notunu yüksek, orta veya düşük olarak belirtmeleri istenmiştir. Verilen cevaplar; yüksek, orta ve düşük not belirten öğrencilerin sayısının sırasıyla 336 (%29,3), 401 (%35,0) ve 409 (%35,7) olduğunu göstermiştir.

Seçtikleri akademik alanlara bakıldığında (*n*=1017), 532 (%52,3) öğrenci beşeri bilimler, 485 (%47,7) öğrenci ise meslek alanında öğrenim görmektedir. Temel bilimler, doğa bilimleri ve meslek alanlarında okuyan öğrencilerin katılım oranı sırasıyla %21,8 (222), %30,5 (310) ve %47,7 (485) şeklindedir.

Süreçler

Bu çalışmada Devellis'in (2003) önerdiği sekiz aşamalı (ölçüm kavramının somutlaştırılması, ön sorunun geliştirilmesi, ölçüm türüne karar verilmesi, ön sorunun gözden geçirilmesi, ön araştırma yapılması ve sonuçların analizi, asıl araştırmanın yapılması ve sonuç analizi) ölçüm geliştirme yöntemi birtakım değişikliklerle kullanılmıştır. Bu çalışmada kullanılan matematiksel problem çözme yeterliliğinin değerlendirilmesine yönelik ölçüm aracının geliştirilmesi amacıyla asıl analiz öncesinde bir pilot çalışma gerçekleştirilmiştir. Ölçüm aracının geliştirilmesi için matematiksel problem çözme yeterliliği ile ilgili kavramların ve ilgili alt unsurların ortaya konması amacıyla mevcut alanyazın incelenmiştir. Genellikle yeterlilik değerlendirme ölçümü kapsamında yeterliliğin derecesi hedeflenen yeterliliği tasvir eden davranışsal örneklere ve göstergelere dayalı bir ölçek şeklinde kullanılır (Thornton ve Rupp, 2006). Thornton ve Rupp'un (2006) kullandığı bir yaklaşım benimsenerek matematiksel problem çözme yeterliliğinin davranışsal örneklerini incelemek için matematiksel problem çözme yeterliliği mükemmel olan öğrencilerle bir anket düzenlenmiş ve taslak niteliğinde hazırlık soruları ortaya konmuştur. Pilot çalışma kapsamında Kore'nin iki büyük şehrinde (Seul ve İncheon) bulunan dört düz liseden 130 katılımcı yer aldı. Katılımcılar arasında birinci, ikinci ve üçüncü sınıflarda okuyan öğrencilerin sayıları sırasıyla 28 (%21,5), 68 (%52,3) ve 32 (%26,2)'dir. Bu öğrenciler matematik yarışması kazananları, problem çözme performans değerlendirmesinde yüksek not alanlar veya bir matematik kulübünün üyeleri arasından seçilmiştir. Hazırlık sorularının geçerliliğinin teyit edilmesi amacıyla bir matematik eğitimi uzmanı ve beş öğretmenin iş birliğinde iki kez içerik geçerlilik testi uygulanmıştır. Ayrıca hazırlık sorularının anlaşılabilirliğinin değerlendirilmesi için görünüş geçerliliği testi gerçekleştirilmiştir. Görünüş geçerliliği çalışmasına 130 öğrenci arasından 32 birinci sınıf öğrencisi katılmıştır. Son olarak, hazırlık sorularından yola çıkılarak 40 adet altılı ölçek maddesi oluşturulmuştur. Bu çalışma kapsamındaki soru formu sınıf sorumlusu öğretmenler tarafından uygulanmıştır. Öğretmenler öğrencilere değerlendirmenin amacını anlatmış ve beyana dayanan soru formları 1224 öğrenci tarafından doldurulmuştur. Nihayetinde öğrencilerin cevapları açımlayıcı faktör analizi, doğrulayıcı faktör analizi ve yol analizi kullanılarak nicel şekilde incelenmiştir.

Ölçüm

Bu çalışmada kullanılan ölçüm yedi yapıdan oluşmaktadır: Anlama, Planlama, Strateji Arama, Geri Dönerek Değerlendirme Yapma, Matematiksel Modelleme, İşbirlikçi Öğrenme ve Problem Kurma. Her bir yapıya ilişkin detaylı açıklamalara ilerleyen bölümlerde yer verilmiştir.

Anlama. Bir problemi "anlamak", problemin amacının mevcut koşullar ve bilgiler eşliğinde kavranmasıyla problemin açıklığa kavuşturulması yönündeki beceri olarak tanımlanmıştır. Bu tanım doğrultusunda problemi anlama bölümünde altı maddeye yer verilmiştir. Bunlardan dördü Kintsch ve Greeno (1985) ("Soruda kullanılan ifadeleri anlamak," "Soruyu okuduktan sonra içeriği ve durumu anlamak"), Lee, Chang, Lee ve Park (2003) ("Soruda verilen koşulları anlamak") ve Pólya (1957) ("Sorunun amacını anlamak") çalışmaları da dahil olmak üzere alanyazının incelenmesiyle belirlenmiştir. Kalan iki madde ise araştırmacı tarafından, katılımcının mevcut koşullar arasındaki ilişkileri anlayıp anlamadığını ölçmek için geliştirilmiştir: "Mevcut koşullar arasındaki ilişkileri anlamak" ve "Mevcut koşullarla sorunun amacı arasındaki ilişkileri anlamak."

Planlama. "Planlama", önemli matematiksel prensiplerin veya sonuçların doğru şekilde uygulanabilmesi ve çözüme ulaşmak için planlar yapılması yönündeki kabiliyet olarak tanımlanmıştır. Bu tanım doğrultusunda planlama bölümünde beş maddeye yer verilmiştir. Bunlardan ikisi Kim, Park, Choi ve Kim (2011) ("Çeşitli bilgiler arasından hangilerinin problemin çözümünde faydalı olduğunu tespit etmek") ve Lee ve diğerleri (2003) ("Daha önce çözülmüş olan aynı veya benzer problemlerdeki çözümler hakkında bilgi toplamak") çalışmaları da dahil olmak üzere alanyazının incelenmesiyle belirlenmiştir. Bir madde de araştırmacı tarafından, uygun çözümü seçebilme kabiliyetini ölçmek için geliştirilmiştir: "Çeşitli ihtimaller arasından en iyi çözümü aramak." İki madde ise çözüm yöntemi planlama ve uygulama kabiliyetini ölçmek için anket sürecinde geliştirilmiştir: "Problemin nasıl çözüleceği konusunda bir plan hazırlamak" ve "Çeşitli ihtimaller arasından en iyi çözümü aramak".

Strateji Arama. "Strateji Arama" bir problemi çözmek için çeşitli ve uygun stratejileri araştırıp kullanabilme kabiliyeti olarak tanımlanmıştır. Bu tanım doğrultusunda strateji arama bölümünde beş maddeye yer verilmiştir. Bunlardan biri araştırmacı tarafından, dördü ise pilot çalışmadan yola çıkılarak, uygun stratejileri kullanabilme kabiliyetini ölçmek için geliştirilmiştir: "Problemin gerektirdiği cevabı bulmak için detaylı bir denklem kurmak", "Problemi çözmek için problemi resimler vasıtasıyla ifade etmeye çalışmak", "Problemi çözmek için bir şekil çizmeye çalışmak", "Soruda ne istendiğini bulmak için bir tablo hazırlamaya çalışmak" ve "Problemi çözmek için bir grafik çizmeye çalışmak".

Geriye Dönüp Değerlendirme Yapma. "Planı Uygulama" ve "Geriye Dönüp Değerlendirme Yapma", planlanan çözümü uygulayabilme ve çözüm yöntemi ile cevabı inceleme ve özyansıtma yoluyla değerlendirebilme kabiliyeti olarak tanımlanmıştır. Bu tanım doğrultusunda geriye dönüp değerlendirme yapma bölümünde dört maddeye yer verilmiştir. Bunlardan biri alanyazındaki Kim ve diğerleri (2011) ("Problemi çözdükten sonra problem çözme sürecini gözden geçirmek") çalışmasından yola çıkılarak geliştirilmiştir. Diğer bir madde araştırmacı tarafından, ikisi ise anket sürecinde, kendi kendine inceleyebilme ve çözümü değerlendirebilme kabiliyetini ölçmek için geliştirilmiştir: "Problem çözme sürecini kendi başınıza gözden geçirip değerlendirmek ve daha iyi bir çözüm aramak", "Problemin sonuçlarını kontrol edip ortaya koymak" ve "Doğru cevapla kendi bulduğunuz cevabı karşılaştırmak."

Matematiksel Modelleme. "Matematiksel Modelleme" sonuç çıkarmak ve duruma dayalı olarak bu sonuçları anlamak için gerçek hayat problemlerini matematiksel ifadelerle pratik bir şekilde gösterip analiz edebilme kabiliyeti olarak tanımlanmıştır. Bu tanım doğrultusunda matematiksel modelleme bölümünde yedi soruya yer verilmiştir. Üç madde Son (2007) ("Gündelik hayatla ilgili çeşitli problemleri şekillerle ifade etmek", "Gündelik hayatla ilgili çeşitli problemleri grafiklerle ifade etmek" ve "Gündelik hayatla ilgili çeşitli problemleri denklemlerle ifade etmek") çalışması da dahil olmak üzere alanyazının incelenmesiyle belirlenmiştir. İki madde ise katılımcının mevcut durumu matematiksel olarak analiz edip edemeyeceğini ölçmek için araştırmacı tarafından geliştirilmiştir: "Çevredeki problemleri tespit etmek ve bunlara matematiksel çözümler düşünmek" ve "Gündelik hayatla ilgili problemlere matematiksel yaklaşımlar ve çözümler bulmak." Kalan iki madde de gerçek hayatta karşılaşılan çeşitli durumları matematiksel dilde ifade edebilme kabiliyetini ölçmek için pilot çalışmadan yola çıkılarak geliştirilmiştir: "Gündelik hayatla ilgili çeşitli problemleri resimlerle ifade etmek" ve "Gündelik hayatla ilgili çeşitli problemleri tablolarla ifade etmek."

İşbirlikçi Öğrenme. "İşbirlikçi Öğrenme" dengeli bir sorumluluk paylaşımı ve etkileşim yoluyla bir problemi birlikte ele alma olarak tanımlanmıştır. Bu tanım doğrultusunda işbirlikçi öğrenme bölümünde altı soruya yer verilmiştir. Beş madde Lee (2013) ("Problemin çözülmesi için grupta üstlenebileceğiniz rolü bulmak ve aktif katılım sağlamak", "Problemi çözme yöntemlerini arkadaşlarınızla tartışmak", "Birden fazla yöntem önerilmişse birbirinizin fikirlerini karşılaştırarak en iyi yöntemi bulmak" ve "Farklı fikirleri bir araya getirerek problemi çözmek için daha iyi bir yol bulmak") ve Lee ve diğerleri (2003) ("Kendi fikrinizden farklı da olsa diğer fikirlere saygı göstermek") çalışmaları da dahil olmak üzere alanyazının incelenmesiyle belirlenmiştir. Bir madde ise grup üyelerinin problemi çözmek için iş birliği yapıp yapamadığını ölçmek için araştırmacı tarafından geliştirilmiştir: "Problemi çözmede zorluk yaşadıklarında arkadaşlarınıza yardım etmek."

Problem Kurma. "Problem Kurma" mevcut problemi çözmek için problemi dönüştürebilme veya yeni problemler üretebilme kabiliyeti olarak tanımlanmıştır. Bu tanım doğrultusunda problem kurma bölümünde yedi soruya yer verilmiştir. Bunlardan dördü Brown ve Walter (1983) ("Mevcut koşulları değiştirerek farklı bir soru oluşturmak"), Kilpatrick (1987) ("Mevcut koşullarla bir soru oluşturmak") ve Na (2001) ("Resim kullanarak bir soru oluşturmak" ve "Mevcut ifadeye uygun doğru soruyu oluşturmak") çalışmaları da dahil olmak üzere alanyazının incelenmesiyle belirlenmiştir. Bir madde ise araştırmacı tarafından, iki madde de anketten yola çıkılarak, katılımcının mevcut bir durumu değiştirme veya genişletme kabiliyetine sahip olup olmadığını ölçmek için geliştirilmiştir: "Soruyu farklı durumlara uygulamak", "Sonuçların farklı olacağı bir problem oluşturmak" ve "Birden fazla soruyu birleştirerek bir soru oluşturmak."

Veri Analizi

Değişkenlerle ilgili tanımlayıcı istatistikler (ortalama ve standart sapma) ve korelasyon katsayıları hesaplanmış ve raporlanmıştır (bkz. Tablo 1). "Matematiksel problem çözme" yaklaşımının bileşenleri/faktörleri ve ortak değişkenleri arasındaki ilişkileri gösteren yol analizi öncesinde yapı geçerliliğini test etmek için açımlayıcı ve doğrulayıcı faktör analizi (sırasıyla AFA ve DFA) gerçekleştirilmiştir. AFA analizi sonuçlarına göre 40 soru maddesi ve 7 yapı (anlama (AN), planlama (PL), strateji arama (SA), geri dönüp değerlendirme yapma (GD), işbirlikçi öğrenme (İÖ), matematiksel modelleme (MM) ve problem kurma (PK)) seçilip doğrulanmıştır. Her bir yapı için belirlenen soru sayıları şöyledir: AN için altı soru, PL için beş soru, SA için beş soru, GD için dört soru, İÖ için altı soru, MM için yedi soru ve PK için yedi soru. Genel olarak kabul gören Cronbach alfa kuralına bağlı olarak tüm kabul edilebilir değerleri temsil eder bir şekilde Cronbach alfa katsayılarının 0,792 ile 0,955 (> 0,70) arasında değiştiği göz önüne alındığında, sonuçlar tüm yapılar arasında iyi bir iç tutarlılık olduğunu göstermiştir (George ve Mallery, 2010).

Bu çalışmada gerçekleştirilen yapısal eşitlik modellemesi analizlerinde, popülasyondan ziyade örneklemin özelliklerini yansıtma ihtimalleri daha yüksek olduğundan görünen değişkenler değil bileşik değişkenler kullanılmıştır (Little, Cunningham, Shahar ve Widaman, 2002; McDonald, Behson ve Seifert, 2005). Bileşik değişkenler, DFA sonuçlarına göre her bir yapı içerisindeki (yani AN, PL, SA, GD, İÖ ve PK) maddelerin ortalama değerleri olarak hesaplanmıştır. Bileşik değişkenler için ortalama, standart sapmalar, çarpıklık ve basıklık da dahil olmak üzere tanımlayıcı istatistikler hesaplanmıştır (Tablo 1). Matematiksel problem çözmenin faktörleri ile bağımlı değişken (yani matematiksel problem çözme becerisi/yeterliliği) arasındaki ilişkileri temsil eden bir yapı önerisi geliştirmede ortalama, standart sapmalar ve korelasyon katsayılarının yardımı olmuştur. Çarpıklık ve basıklık değerleri kullanılarak her bir değişkenin normalliği test edilmiştir. Bu çalışmada kullanılan değişkenlerin çoğunun çarpıklık ve basıklık değerleri -2 ile 2 arasında değiştiğinden her bir bileşik değişkenin dağılımının yaklaşık olarak simetrik ve normal olduğu söylenebilir (George ve Mallery, 2010).

Dolaylı etkiler. Dolaylı etkiler Mplus'ta delta yöntemi kullanılarak tahmin edilmiştir (Muthén ve Muthén, 1998-2012). Yedi yapı arasından İÖ ve PK değişkenlerinin aracı rolü oynadığı, öğrencilerin dört farklı aşamadaki (AN, PL, SA ve GD) kabiliyetlerinin etkisini matematiksel problem çözme becerisine dönüştürdüğü varsayılmıştır. Bu yüzden öğrencilerin dört farklı matematiksel problem çözme aşamasındaki yeterliliklerinden matematiksel problem çözme becerilerine giden doğrudan ve dolaylı yollar tahmin edilmiş ve istatistiksel açıdan anlamlı olup olmadıkları test edilmiştir.

Tablo 1. Değişkenler Arasındaki Korelasyon Katsayıları

	1. AN	2. PL	3. SA	4. GD	5. İÖ	6. PK	7. MM
2. PL	0,649**	—	—	—	—	—	—
3. SA	0,591**	0,585**	—	—	—	—	—
4. GD	0,551**	0,598**	0,431**	—	—	—	—
5. İÖ	0,566**	0,557**	0,421**	0,547**	—	—	—
6. PK	0,372**	0,475**	0,435**	0,423**	0,355**	—	—
7. MM	0,367**	0,474**	0,521**	0,348**	0,369**	0,685**	—
Ortalama	4,147	3,896	3,801	3,949	4,203	2,973	3,036
Standart Sapma	1,020	1,023	1,147	0,978	0,948	1,188	1,247
Çarpıklık	-0,311	-0,219	-0,295	-0,207	-0,496	0,149	0,173
Basıklık	0,108	-0,181	-0,388	-0,030	0,354	-0,434	-0,553

Not: AN = anlama, PL = planlama, SA = strateji arama, GD = geri dönerek değerlendirme yapma, İÖ = işbirlikçi öğrenme, PK = problem kurma, MM = matematiksel modelleme

** Korelasyon 0,001 seviyesinde anlamlıdır (iki uçlu).

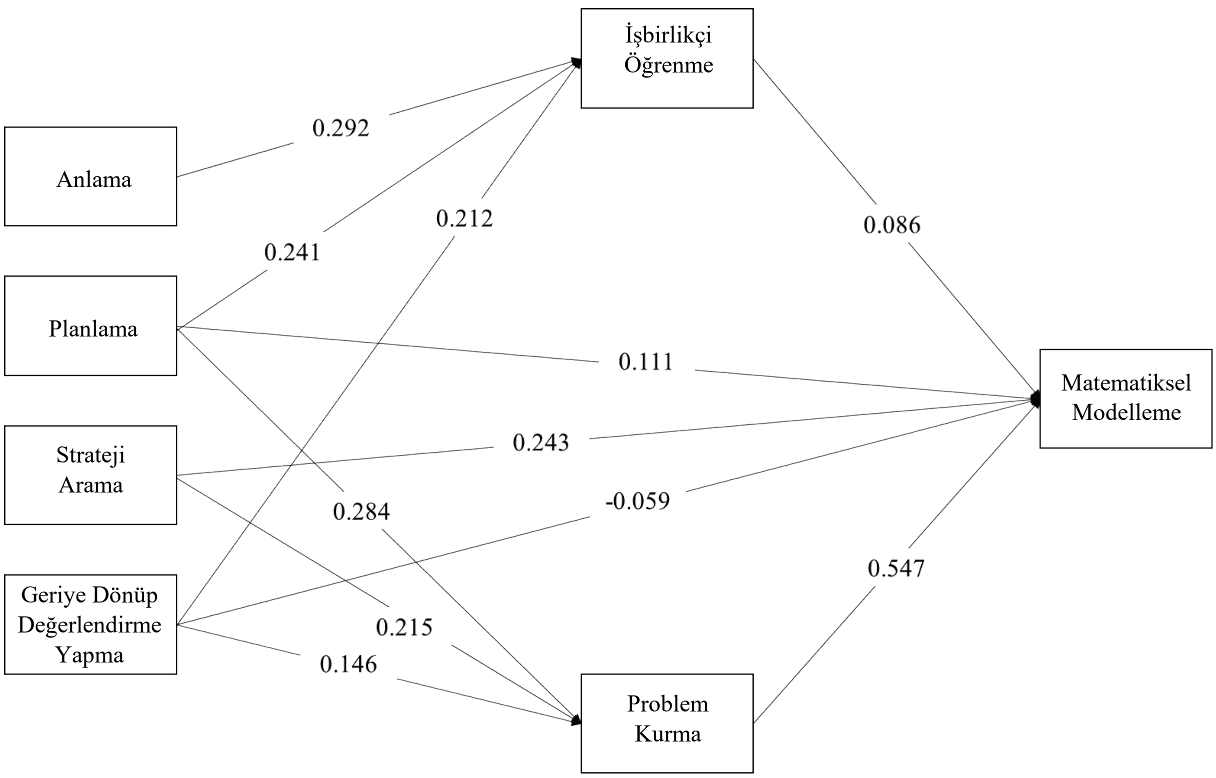
Bulgular

Faktör Analizi

Matematiksel problem çözme yeterliliği unsurlarının incelenmesinde faktör analizleri kullanılmıştır. AFA sonuçlarından yola çıkılarak matematiksel problem çözme becerisi ile ilgili yedi yapı tespit edilmiştir (H1). Uyum endeksleri, hipotez modelinin veri ile uyumunun iyi olduğunu göstermiştir (RMSEA (Kök Ortalama Kare Yaklaşım Hatası) =0,067, CFI (Karşılaştırmalı Uyum Endeksi) =0,932, SRMR (Standardize Edilmiş Artık Ortalamaların Karekökü) =0,020). Tespit edilen yedi yapı; anlama (AN), planlama (PL), strateji arama (SA), geri dönüp değerlendirme yapma (GD), işbirlikçi öğrenme (İÖ), matematiksel modelleme (MM) ve problem kurma (PK) şeklinde adlandırılmıştır. DFA sonuçları her bir yapı için 0,508 ile 0,925 arasında değişen ilgili faktör yükleri sağlamıştır. Modeli test etmek amacıyla DFA, RMSEA, CFI ve SRMR uyum endeksleri kullanılmıştır (Brown, 2006). DFA'daki yedi faktörün CFI değerleri 0.939'un üzerindedir. DFA'daki yedi faktörün RMSEA ve SRMR değerleri 0,084 ve 0,034'ün altındadır. Bu uyum endeksleri her bir yapı modelinin veri ile uyumunun ortalama veya kabul edilebilir düzeyde olduğunu göstermiştir (Brown, 2006; Marsh, Hau, Artelt, Baumert ve Peschar, 2006).

Yol Analizi

Yol analizi modelinde öğrencilerin matematiksel problem çözme aşamalarına dair yeterlilik yapıları, matematiksel modelleme becerileri ve öğretimsel stratejiler (işbirlikçi öğrenme ve problem kurma) arasında önemli ilişkiler olduğu ortaya konmuştur. Nihai model, hipotezlerden yola çıkılarak oluşturulmuş ve test edilmiştir (bkz. Şekil 2). Uyum endeksleri (χ^2/df=3,042/1 (reddedilmedi), RMSEA=0,042, CFI=0,999, SRMR=0,006) modelin veri ile uyumunun iyi olduğunu göstermiştir. AN'den MM'ye (H2 ve H3) giden yol hariç, bütün yol katsayıları istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. PL'den MM'ye ve SA'dan MM'ye giden yolların ikisi de pozitif olup değerleri sırasıyla 0,111 ve 0,243'tür. GD'den MM'ye giden yol negatif bir katsayıyı temsil etmiştir ($\beta = -0.059$) ve bu bulgu da korelasyon katsayıları ve hipotez 3 dikkate alındığında beklenmedik bir sonuçtur. GD ile MM arasındaki korelasyon katsayısı pozitif ve anlamlı olduğundan GD'den MM'ye giden yolun da pozitif olması beklenmekteydi. Ancak yol analizinde GD'den MM'ye giden yol yükü negatif ve anlamlı çıkmıştır. Bu yüzden yazarlar bu sonucu baskılayıcı etki olarak yorumlamıştır (Arah, 2008; Pearl, 2009).



Şekil 2. Problem Çözme Bileşenleri Arasındaki İlişkilerle ilgili Nihai Model

Dolaylı Etkiler. Öğretimsel stratejilerin (işbirlikçi öğrenme ve problem kurma) aracılık etkisini incelemek için AN, PL, SA ve GD'den MM'ye yönelik dolaylı etkiler Mplus delta analizi kullanılarak test edilmiştir (bkz. Tablo 2). İÖ'den MM'ye ve PK'den MM'ye giden yollar istatistiksel olarak anlamlıdır ve PK'den MM'ye giden yolun katsayısı yüksektir ($\beta = 0.547$). İÖ'den geçen dolaylı etkilerden üçü (AN→İÖ→MM, PL→BÖ→MM ve GD→İÖ→MM) istatistiksel olarak anlamlı ve pozitiftir (H4). Problem kurma stratejisine ilişkin olarak üç dolaylı etki (PL→PK→MM, SA→PK→MM ve GD→PK→MM) istatistiksel olarak anlamlı ve pozitiftir (H5).

Tablo 2. Öğretimsel Stratejilerin Aracılık Etkileri

Dolaylı Etkiler	**Tahminler**	***p* değeri**
AN'den MM'ye yönelik etkiler		
AN→İÖ→MM	0,025	0,002
AN→PK→MM	-0,002	0,919
PL'den MM'ye yönelik etkiler		
PL→İÖ→MM	0,021	0,003
PL→PK→MM	0,156	<0,001
SA'dan MM'ye yönelik etkiler		
SA→İÖ→MM	0,118	<0,001
SA→PK→MM	0,243	<0,001
GD'den MM'ye yönelik etkiler		
GD→İÖ→MM	0,018	0,003
GD→PK→MM	0,080	<0,001

Not: AN = anlama, PL = planlama, SA = strateji arama, GD = geri dönerek değerlendirme yapma, İÖ = işbirlikçi öğrenme, PK = problem kurma, MM = matematiksel modelleme.

Tartışma ve Sonuç

Bu çalışmada matematiksel problem çözmenin yöntemsel bileşenleri ve bu bileşenlerin matematiksel modelleme yeterliliği üzerindeki etkileri incelenmiştir. Matematiksel problem çözme ve matematiksel modelleme günümüz matematik müfredatında izlenecek ana hedefler olarak belirlenen kritik öneme sahip yeterliliklerdir. Dolayısıyla öğrencilerin matematiksel problem çözme ve modelleme yeterliliklerini geliştirecek öğretim stratejilerinin tespit edilmesi önemlidir. Buna bağlı olarak bu çalışmanın bulguları, matematiksel problem çözmenin yöntemsel bileşenleri, matematiksel modelleme ve işbirlikçi öğrenme ve problem kurma gibi öğretim stratejileri arasındaki ilişkilerin incelendiği analizden elde edilen bilgilerin matematik eğitimcileri ve öğretmenlerinin kullanımına sunulmasıyla matematik eğitimine katkıda bulunacaktır.

Çalışmanın bulguları, matematiksel problem çözmenin yöntemsel bileşenlerinin matematiksel modelleme yeterliliği üzerinde çeşitli etkileri olduğunu göstermiştir. Schukajlow ve diğerleri (2015) tarafından gerçekleştirilen bir çalışmada (görevi anlama, matematik araştırması yapma, matematik bilgilerini kullanma ve sonuçları açıklamadan oluşan) çözüm planlı iskele kurmanın (*scaffolding*) öğrencilerin modelleme yeterliliğinin gelişimini desteklediği ortaya konmuştur. Schukajlow ve diğerleri (2015) bulgularına benzer bulguları olan bu çalışma da matematiksel modelleme inceleme sürecinde problem çözümü adımlarını tanımanın olumlu etkisini desteklemektedir. Ancak bahsi geçen çalışmada çözüm planının her bir aşamasının öğrencilerin matematiksel modelleme yeterliliğinin gelişimini *ne ölçüde* etkilediği inceleme konusu yapılmamıştır. Bu çalışmada ise yazarlar matematiksel problem çözme, yöntemsel bileşenler ve matematiksel modelleme yeterliliğinin yapısını açığa çıkararak bu kısıtlılığı gidermiştir.

Bu çalışmanın bulguları matematiksel problem çözmenin yöntemsel bileşenleri ile matematiksel modelleme yeterliliği arasındaki ilişkilerin açığa kavuşturulması açısından anlamlıdır. Matematiksel problem çözmenin yöntemsel bileşenlerinden matematiksel modelleme yeterliliğine yönelik doğrudan etkilere bakıldığında matematiksel problem çözmenin dört aşamasının matematiksel modelleme yeterliliği üzerindeki etkilerinin farklı olduğu görülmüştür. Örneğin, bir problemi anlamanın matematiksel modelleme yeterliliği üzerinde doğrudan bir etkisi yoktur. Bu sonuç, matematiksel problem çözme ile modelleme arasındaki farktan kaynaklanıyor olabilir. Pollak'a (2012) göre matematiksel modelleme süreci hem problem bulmayı hem de problem çözmeyi içerir. Ayrıca matematiksel modelleme gerçek dünyadan yola çıkarken problem çözme ise gerçek dünyanın idealize edilmiş halinden yola çıkar. Yani öğrenciler matematik problemlerini anladıkları halde gerçek dünyadaki bir problemi tespit etmekte ve matematiksel modelleme uygulamakta zorluk çekebilirler. Bu yüzden bir problemi anlamanın matematiksel modelleme üzerindeki etkisi istatistiksel olarak anlamlı olmayabilir. Planlama ve strateji arama aşamalarının, öğrencilerin matematiksel modelleme yeterliliğinin gelişimi üzerinde olumlu etkileri olduğu görülmüştür. Ancak bu bulgular, anlama aşamalarının matematiksel modelleme ve matematiksel bir problemi çözme sürecinde anlamlı olmadığını işaret etmez. Aksine bu bulgular, matematiksel problem çözmenin yöntemsel bileşenlerinin her birinin önem derecesinin matematiksel modelleme açısından farklı olduğunu işaret eder. Matematiksel modelleme kapsamında matematiksel stratejilerin aranması, anlama ve planlama gibi diğer yöntemsel bileşenlerden daha önemlidir.

Matematiksel problem çözmenin yöntemsel bileşenlerinin matematiksel modelleme üzerindeki dolaylı etkilerinin istatistiksel olarak anlamlı olması öğrencilerin matematiksel problem çözme yeterliliğinin matematiksel modelleme yeterlilikleri ile yakından ilişkili olduğunu göstermektedir. Bu bulgu yorumlanırken, dört yöntemsel bileşenin salt matematiksel problem çözmede kullanılma ihtimallerinin daha yüksek olduğu unutulmamalıdır. Matematiksel modellemenin tanımında ise matematiksel modellemeye *gerçek dünyadaki* problemlere matematik yoluyla çözüm bulmak için başvurulduğu açıkça belirtilir (Pollak, 2012). Bu açıdan bakıldığında, AN'den MM'ye giden doğrudan ve dolaylı yolların istatistiksel açıdan farklı bir anlamlılık ortaya koymuş olması analitik anlamda açıklanabilir. Yani öğrencilerin gerçek dünyadaki problemleri anlama kabiliyeti salt matematiksel problemleri anlama kabiliyetinden farklı bir seviyededir (Cirillo vd., 2016). Matematiksel modelleme sürecinde gerçek dünyadaki problemlere ilişkin matematiksel araçların kullanılmasıyla gerçekleştirilen bir bağlantı kurma ve yorumlama aşaması yer alır (Blum ve Ferri, 2016) ancak, salt matematiksel problemler çözülürken bu aşama sürece dahil edilmez. Ayrıca gerçek dünyadaki bir problem durumundan yola çıkarak problem kurma sürecinde matematik problemlerinde kullanılan terminolojiyi –bilinenlerin/bilinmeyenlerin ve kısıtların neler olduğunu– anlamak gereklidir; çünkü işbirlikçi öğrenme ortamının, öğrencilerin matematik problemlerini anlama kabiliyetinin matematiksel modelleme yeterliliği üzerindeki etkisine aracılık ettiği gözlemlenmiştir.

Dolaylı etkilerde problem kurma da dikkate değer bir rol oynamaktadır. Çalışmanın sonuçlarına göre PK'den MM'ye yönelik katsayı yüksektir; bu da problem kurma gibi bir öğretimsel yaklaşımın öğrencilerin matematiksel modelleme yeterliliğini olumlu etkileyebileceğini göstermektedir. Problem kurmanın matematiksel modelleme üzerindeki olumlu rolü geçmişte birçok araştırmacı tarafından belirtilmiş (English, 1997; Lavy ve Bershadsky, 2003; Lowrie, 2002; NCTM, 2000) ve bu çalışmanın sonuçlarında da bir kez daha teyit edilmiştir. Ayrıca PK'nin, PL'den MM'ye ve SA'dan MM'ye giden yollar üzerindeki aracılık etkileri diğer aracılık etkileri ile karşılaştırıldığında daha yüksektir. Bu bulgu, problem kurma içeren öğretim stratejilerinin planlama ve strateji arama gibi yöntemsel bileşenler üzerindeki etkisinin, anlama ve geriye dönüp değerlendirme yapma gibi diğer bileşenler üzerindeki etkisinden daha büyük olabileceğini göstermektedir. Problem kurmanın bu çalışmada incelenen bazı problem çözme bileşenleri üzerinde özellikle etkili olup olmadığı konusunda daha önce çok az sayıda araştırma gerçekleştirilmiştir.

Bu çalışmanın bulguları çalışmada kullanılan ve bir kabiliyeti veya beceriyi değil yeterliliği ölçen araçtan kaynaklanmış olabilir. Yeterlilik kavramının hem duyuşsal kaynakları hem de bilişsel becerileri içeren çok yönlü bir kavram olduğu kabul edilmiştir. Bu yüzden öğretim stratejilerinin (işbirlikçi öğrenme ve problem kurma) öğrencilerin kabiliyetleri veya becerilerinden ziyade yeterliliklerinin gelişimini etkilemesinin daha muhtemel olduğu varsayılmıştır; çünkü matematiksel yeterlilik hem duyuşsal hem de bilişsel bileşenlerden oluşur. Alanyazın incelendiğinde işbirlikçi öğrenme ve problem kurma stratejilerinin (Crespo ve Sinclair, 2008; DiDonato, 2013; Lester, 2013; NCTM, 1989; Yuan ve Sriraman, 2011) öğrencilerin duyuşsal faktörleri üzerinde olumlu etkileri olduğu ve bunun da öğrencilerin matematiksel yeterliliklerini olumlu etkilediği görülmüştür.

Bazı matematiksel yeterlilikler diğer yeterlilikleri de etkileyebilir (Albaladejo vd., 2015). Bu çalışma da deneysel araştırma sonuçlarıyla bu görüşe destek sağlamaktadır. Genel olarak çalışmanın sonuçları, problem çözme yeterliliğinin matematiksel modelleme yeterliliğinin gelişimini olumlu etkilediği yönündeki önermeyi desteklemektedir. Ayrıca matematiksel problem çözmenin yöntemsel bileşenleri ile matematiksel modelleme yeterlilikleri arasındaki ilişkilerin incelenmesi matematiksel problem çözme yeterliliğinin matematiksel modelleme yeterliliğini *nasıl* etkilediğini göstermektedir.

Çalışma bulgularının matematik öğretmenleri ve eğitim alanındaki politika yapıcılar açısından bazı önemli sonuçları vardır. İlk olarak çalışmada öğrencilerin matematiksel modelleme yeterliliğinin geliştirilmesi için bazı öğretim stratejileri önerilmiştir. Bu anlamda matematik derslerinde kullanılacak işbirlikçi öğrenme ve problem kurma yaklaşımlarının matematiksel problem çözme ile modelleme yeterlilikleri arasında sinerji oluşturan aracılar olduklarına dikkat çekilmiştir. İkinci olarak, işbirlikçi öğrenmenin ve problem kurmanın aracılık etkileri, bu öğretim stratejileriin içeren bir öğretme-öğrenme yaklaşımının öğrencilerin matematiksel modelleme yeterliliklerinin gelişimi üzerinde olumlu bir etkisi olduğunu göstermiştir. Örneğin, genellikle küçük gruplarda uygulanan proje temelli öğrenme öğrencilerin problem çözme yeterliliğini geliştiren uygun bir öğretim yaklaşımı olarak inceleme konusu olmuştur. Son olarak, çalışmada kullanılan veri toplama aracı öğrencilerin matematiksel problem çözme ve modelleme yeterliliklerinin ölçülmesinde bir değerlendirme aracı olarak kullanılabilir.

Bu çalışmanın teori ve uygulamayla ilgili önemli katkıları olmakla beraber, dikkat edilmesi gereken bazı kısıtlılıkları da mevcuttur. İlk olarak bu çalışmada katılımcılar Koreli öğrencilerle sınırlıdır. Problem çözmenin yöntemsel bileşenleri ile matematiksel modelleme yeterlilikleri arasındaki ilişkinin yapısı başka ülkelerdeki öğrenciler için farklı olabilir. Bu yüzden bu çalışmada önerilen öğretim stratejileri başka ülkelerdeki öğrencilerin matematiksel modelleme yeterliliğini geliştirmek için kullanılmadan önce aracılık etkilerinin incelenmesi gerekir. İkinci olarak, öğrencilerin matematiksel problem çözme ve modelleme yeterliliklerini incelemek için kullanılan veri toplama aracı kişisel beyana dayanmaktadır. Kişisel beyana dayalı değişkenler öğrencilerin öznel değerlendirmelerine dayanmakla beraber, kullanılan veri toplama aracında objektif kriterlerin de olması için araştırmacılar ankete gözlemlenebilir davranış özellikleri de eklemiştir. Yine de yazarlar, bundan sonraki çalışmalarda öğretmen beyanına veya akran beyanına dayanan başka araçların geliştirilmesini ve çıkan sonuçların bu çalışmadaki bulgularla karşılaştırılmasını şiddetle tavsiye etmektedir.

Kaynakça

Albaladejo, I. M. R., Garcia, M. D. M. ve Codina, A. (2015). Developing mathematical competencies in secondary students by introducing dynamic geometry system in the classroom. *Education and Science, 40*(177), 43-58.

Anderson, J. R., Lee, H. S. ve Fincham, J. M. (2014). Discovering the structure of mathematical problem solving. *NeuroImage, 97*, 163-177.

Arah, O. A. (2008). The role of causal reasoning in understanding Simpson's paradox, Lord's paradox, and the suppression effect: Covariate selection in the analysis of observational studies. *Emerging Themes in Epidemiology, 5*(1), 1.

Baroody, A. J. ve Coslick, R. T. (1998). *Fostering children's mathematical power: An investigative approach to K-8 mathematics instruction*. Mahwah. NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Bicer, A., Capraro, R. M. ve Capraro, M. M. (2013). Integrating writing into mathematics classroom to increase students' problem solving skills. *International Online Journal of Educational Sciences, 5*(2), 361-369.

Bliss, K. M., Fowler, K. R. ve Galluzo, B. J. (2014). *Math modeling: Getting started & getting solutions*. Philadelphia, PA: SIAM.

Blum, W. ve Ferri, R. B. (2016). Advancing the teaching of mathematical modelling: Research-based concepts and examples. C. R. Hirsch ve A. R. McDuffie (Ed.), *Mathematical modelling and modelling mathematics* içinde (s. 65-76). VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Blum, W. ve Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects-State, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, *22*(1), 37-68.

Brown, S. I. ve Walter, M. I. (1983). *The art of problem posing*. ABD: The Franklin Institute Press.

Brown, T. A. (2006). *Confirmatory factor analysis for applied research*. New York, NY: Guilford.

Bruder, R. (2000). Problem-solving in mathematics lessons e a proposition for everybody?. *Mathematische Unterrichtspraxis, 22*, 2-11.

Callejo, M. L. ve Vila, A. (2009). Approach to mathematical problem solving and students' belief systems: Two case studies. *Educational Studies in Mathematics, 72*(1), 111-126.

Capraro, M. M., Capraro, R. M., Yetkiner, Z. E., Rangel-Chavez, A. F. ve Lewis, C. W. (2010). Examining Hispanic student mathematics performance on high-stakes tests: An examination of one urban school district in Colorado. *Urban Review, 42*, 193-209.

Capraro, R. M., Capraro, M. M. ve Morgan, J. R. (Ed.). (2013). *STEM project-based learning: An integrated science, technology, engineering, and mathematics (STEM) approach*. Rotterdam, Netherlands: Sense.

Cho, H. ve Kim, D. (2013). The relationship between cooperation learning in mathematics and their attitudes towards mathematics. *Korean Comparative Education Society, 23*(4), 131-154.

Cirillo, M., Pelesko, J. A. ve Felton-Koestler, M. D. (2016). Perspectives on modeling in school mathematics. C. Hirsch ve A. R. McDuffie (Ed.), *Annual perspectives in mathematics education 2016: Mathematical modeling and modeling mathematics* içinde (s. 3-16). Reston, VA: NCTM.

Common Core State Standards Initiative. (2014). *Common core state standards for mathematics*. http://www.corestandards.org/math adresinden erişildi.

Cranshaw, J. ve Kittur, A. (2011, May). The polymath project: Lessons from a successful online collaboration in mathematics. *Proceedings of the SIGCHI conference on human factors in computing systems* içinde (s. 1865-1874). ACM.

Crespo, S. ve Sinclair, N. (2008). What makes problem mathematically interesting? Inviting prospective teachers to pose better problems. *Journal of Mathematics Teacher Education, 11*, 395-415. doi:10.1007/s10857-008-9081-0

Devellis, R. F. (2003). *Scale development: Theory and applications* (2. bs.). Thousand Oaks CA: Sage Publications.

DiDonato, N. C. (2013). Effective self-and co-regulation in collaborative learning groups: An analysis of how students regulate problem solving of authentic interdisciplinary tasks. *Instructional Science, 41*(1), 25-47.

Dossey, J. A., McCrone, S., Giordano, F. R. ve Weir, M. D. (2002). *Mathematics methods and modeling for today's classrooms: A contemporary approach to teaching grades 7-12*. Pacific Grove, Calif: Brooks/Cole.

Duncker, K. (1945). On problem-solving. *Psychological Monographs, 58*(5), i-113.

Elliott, B., Oty, K., McArthur, J. ve Clark, B. (2001). The effect of an interdisciplinary algebra/science course on students' problem solving skills, critical thinking skills and attitudes towards mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 32*(6), 811-816.

English, L. D. (1997). The development of fifth-grade children's problem posing abilities. *Educational Studies in Mathematics, 34*, 183-217. doi:10.1023/A:1002963618035

Etikan, I., Musa, S. A. ve Alkassim, R. S. (2016). Comparison of convenience sampling and purposive sampling. *American Journal of Theoretical and Applied Statistics*, *5*(1), 1-4.

Fischer, A., Greiff, S., Wüstenberg, S., Fleischer, J., Buchwald, F. ve Funke, J. (2015). Assessing analytic and interactive aspects of problem solving competency. *Learning and Individual Differences*, *39*, 172-179.

George, D. ve Mallery, P. (2010). *SPSS for Windows step by step: A simple guide and reference. 17.0 update* (10. bs.). Boston: Pearson.

Han, S., Cetin, S. C., & Matteson, S. M. (2016). Examining the pattern of middle grade mathematics teachers' performance: A concurrent embedded mixed methods study. *Eurasia Journal of Mathematics, Science, & Technology Education, 12*(3), 387-409.

Kajamies, A., Vauras, M. ve Kinnunen, R. (2010). Instructing low-achievers in mathematical word problem solving. *Scandinavian Journal of Educational Research, 54*(4), 335-355.

Kaldi, S., Filippatou, D. ve Govaris, C. (2011). Project-based learning in primary schools: Effects on pupils' learning and attitudes. *Education 3-13, 39*(1), 35-47.

Kilpatrick, J. (1987). Problem formulating: Where do good problem come from?. A. Schoenfeld (Ed.), *Mathematical problem solving* içinde (s. 123-148). New York: Academic Press.

Kilpatrick, J. (2009). A retrospective account of the past 25 years of research on teaching mathematical problem solving. E. A. Silver (Ed.) *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspective* içinde (s. 1-15). NY: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Kim, I. K. (2012). Comparison and analysis among mathematical modeling, mathematization, and problem solving. *The Korean Journal for History of Mathematics, 25*(2), 71-95.

Kim, M., Park, E., Choi, H. ve Kim, K. (2011). *Developing a computer-based problem solving assessment model*. Seoul: Korea Institute for Curriculum and Evaluation.

Kintsch, W. ve Greeno, J. G. (1985). Understanding and solving word arithmetic problems. *Psychological Review, 92*, 109-129.

Kloosterman, P. ve Stage, F. K. (1992). Measuring beliefs about mathematical problem solving. *School Science and Mathematics, 92*(3), 109-115.

Larmer, J., Ross, D. ve Mergendoller, J. R. (2009). *PBL starter kit*. Novato, CA: Buck Institute for Education.

Lavy, I. ve Bershadsky, I. (2003). Problem posing via "what if not?" strategy in solid geometry-a case study. *Journal of Mathematical Behavior, 22*, 369-387.

Lee, S. (2013). *A study for developing standards and achievement levels of creativity intelligence competence.* Gyeonggido: Gyeonggido Office of Education.

Lee, S., Chang, Y., Lee, H. ve Park, K. (2003). *A study on the development of life-skills: Communication, problem solving, and self-directed learning.* Seoul: Korea Educational Development Institute.

Lesh, R. ve Zawojewski, J. (2007). Problem solving and modeling. F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the national council of teachers of mathematics* içinde (s. 763-803). VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Lester, F. K. (2013). Thoughts about research on mathematical problem solving instruction. *The Mathematics Enthusiast, 10*(1&2), 245-278.

Little, T. D., Cunningham, W. A., Shahar, G. ve Widaman, K. F. (2002). To parcel or not to parcel: Exploring the question, weighing the merits. *Structural Equation Modeling, 9*, 151-173.

Lou, S. J., Liu, Y. H., Shih, R. C., Chuang, S. Y. ve Tseng, K. H. (2011). Effectiveness of on-line STEM project-based learning for female senior high school students. *International Journal of Engineering Education, 27*(2), 399-410.

Lowrie, T. (2002). Young children posing problems: The influence of teacher intervention on the type of problems children pose. *Mathematics Education Research Journal, 14*, 87-98. doi:10.1007/BF03217355

Marsh, H. W., Hau, K., Artelt, C., Baumert, J. ve Peschar, J. L. (2006). OECD's brief self-report measure of educational psychology's most useful affective constructs: Cross-cultural, psychometric comparisons across 25 countries. *International Journal of Testing, 6*(4), 311-360. doi:10.1207/s15327574ijt0604_1

McDonald, R. A., Behson, S. J. ve Seifert, C. F. (2005). Strategies for dealing with measurement error in multiple regression. *Journal of Academy of Business and Economics, 5*(3), 80-97.

Muthén, L. K. ve Muthén, B. O. (1998-2012). *Mplus user's guide* (7. bs.). Los Angeles, CA: Muthén & Muthén.

Na, C. (2001). *The effects of mathematical problem posing activities on problem solving ability and learning attitude.* Seoul National University of Education, Seoul.

National Council of Teachers of Mathematics. (1980). *An agenda for action: Recommendations for school mathematics of the 1980s*. Reston, Virginia: NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston: NCTM.

OECD. (2006). *Assessing scientific, reading, and mathematical literacy: A framework for PISA 2006*. Paris: OECD Publishing.

OECD. (2009). *PISA 2009 Assessment framework: Key competencies in reading, mathematics and science*. Paris: OECD Publishing.

OECD. (2014). *PISA 2012 Results: Creative problem solving: Students' skills in tackling real-life problems (Volume, V)*. Paris: OECD Publishing.

Park, S., Jang, J. Y., Chen, Y. C. ve Jung, J. (2011). Is pedagogical content knowledge (PCK) necessary for reformed science teaching?: Evidence from an empirical study. *Research in Science Education*, *41*(2), 245-260.

Pearl, J. (2009). Causal inference in statistics: An overview. *Statistics Surveys, 3*, 96-146.

Pollak, H. O. (2003). A history of the teaching of modeling. G. M. A. Stainc ve J. Kilpatrick (Ed.), *A history of school mathematics* içinde (s. 647-669). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Pollak, H. O. (2012). Introduction -what is mathematical modeling?. H. Gould, D. R. Murray ve A. Sanfratello (Ed.), *Mathematical modeling handbook* içinde (s. viii-xi). Bedford, MA: The Consortium for Mathematics and Its Applications. http://www.comap.com adresinden erişildi.

Pólya, G. (1957). *How to solve it* (2. bs.). New York: Doubleday.

Pólya, G. (1980). On solving mathematical problems in high school. S. Krulik (Ed.), *Problem solving in school mathematics* içinde (s. 1-2). Reston, Virginia: NCTM.

Pólya, G. ve Szegö, G. (1978). *Problems and theorems in analysis I: Series, integral calculus, theory of functios*. Springer-Verlag: New York.

Rychen, D. ve Salganik, L. (2003). *Key competencies for a successful life and a well-functioning society*. Germany: Hogrefe & Huber.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orland: Academic Press, Inc.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. D. Grows (Ed.), *Handbook for research on mathematics teaching and learning* içinde (s. 334-370). New York: Macmillan.

Schukajlow, S., Kolter, J. ve Blum, W. (2015). Scaffolding mathematics modelling with a solution plan. *ZDM Mathematics Education, 27*, 1241-1254.

Serin, O. (2011). The effects of the computer-based instruction on the achievement and problem solving skills of the science and technology students. *The Turkish Online Journal of Educational Technology, 10*(1), 183-201.

Shute, V. J., Wang, L., Greiff, S., Zhao, W. ve Moore, G. (2016). Measuring problem solving skills via stealth assessment in an engaging video game. *Computers in Human Behavior, 63*, 106-117.

Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, *14*(1), 19-28.

Sivunen, M. ve Pehkonen, E. (2009). Finnish elementary teachers’ conceptions on problem solving in mathematics education. J. Maass ve W. Schloglmann (Ed.), *Beliefs and attitudes in mathematics education* içinde (s. 75-86). Hollanda: Sense Publishers.

Son, I. (2007). *Development and application of inventory for core leadership competencies of R.O.K navy petty officers* (Yayımlanmamış doktora tezi). Kyungnam Üniversitesi, Changwon.

Stanic, G. A. ve Kilpatrick, J. (1988). Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. R. I. Charles ve E. A. Silver (Ed.), *The teaching and assessing of mathematical problem solving* içinde (s. 1-22). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Tausczik, Y. R., Kittur, A. ve Kraut, R. E. (2014, February). Collaborative problem solving: A study of mathoverflow. *Proceedings of the 17th ACM conference on Computer supported cooperative work & social computing* içinde (s. 355-367). ACM.

Thornton, G. C. ve Rupp, D. E. (2006). *Assessment centers in human resource management*. New Jersey: Lawrence Erlbaum.

Tiwari, A., Lai, P., So, M. ve Yuen, K. (2006). A comparison of the effects of problem-based learning and lecturing on the development of students' critical thinking. *Medical Education, 40*(6), 547-554.

Van Rooij, S. W. (2009). Scaffolding project-based learning with the project management body of knowledge (PMBOK®). *Computers & Education, 52*(1), 210-219.

Wiliam, D., Lee, C., Harrison, C. ve Black, P. (2004). Teachers developing assessment for learning: Impact on student achievement. *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice*, *11*(1), 49-65.

Wilson, J. W., Fernandez, M. L. ve Hadaway, N. (1993). Mathematical problem solving. P. S. Wilson ve S. Wagner (Ed.), *Research ideas for the classroom: High school mathematics* içinde (s. 57-78). Londra: Macmillan.

Wirth, J. ve Klieme, E. (2003). Computer-based assessment of problem solving competence. *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice, 10*, 329-345.

Yuan, X. ve Sriraman, B. (2011). An exploratory study of relationships between students’ creativity and mathematical problem posing abilities. B. Sriraman ve K. H. Lee (Ed.), *The elements of creativity and giftedness in mathematics* içinde (s. 5-28). Rotterdam, The Netherlands: Sense. doi:10.1007/978-94-6091-439-3_2