

Empirischer Beitrag zu Grundlagen, Rahmenbedingungen und Herausforderungen



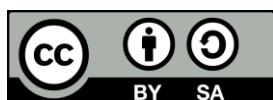
# Förderung diagnostischer Kompetenz von Lehrkräften bei Aufgaben der Bruchrechnung

Andreas Rieu<sup>1,\*</sup>, Katharina Loibl<sup>1</sup> & Timo Leuders<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Pädagogische Hochschule Freiburg*  
\* *Kontakt: Pädagogische Hochschule Freiburg,  
Institut für mathematische Bildung,  
Kunzenweg 21, 79117 Freiburg  
andreas.rieu@ph-freiburg.de*

**Zusammenfassung:** Ein entscheidender Faktor für erfolgreiches Unterrichten und hohen Lernzuwachs ist die Anpassung des Unterrichts an die Lernvoraussetzungen der Schüler\*innen. Daher werden im Rahmen des adaptiven Unterrichts unter anderem Aufgaben ausgewählt, welche den individuellen Voraussetzungen der Lerngruppe entsprechen. Die von den Lehrkräften hierfür benötigen Fähigkeiten beinhalten die Diagnose der Lernvoraussetzungen und der in den Aufgaben enthaltenen Anforderungen. Die Lehrkräfteausbildung kann den Grundstein für solche diagnostischen Fähigkeiten legen, aber auch bei erfahrenen Lehrkräften gilt es, diese Kompetenzfacette in Lehrerfortbildungen weiterzuentwickeln. Die hier vorgestellte Studie beschreibt eine Maßnahme für die Förderung der diagnostischen Kompetenz im Bereich der Bruchrechnung bei Lehrpersonen aus der Praxis. Dabei wurden die teilnehmenden Personen im Bereich des fachdidaktischen Wissens hinsichtlich schwierigkeitsgenerierender Aufgabenmerkmale bei Textaufgaben mit konkreten Beispielen aus der Bruchrechnung fortgebildet. Die Kurzintervention verzeichnet große Effekte für die Experimentalgruppe im Vergleich zu einer Warte-Kontrollgruppe und kann somit als Hinweis für den Einfluss von Wissensfacetten bei Aus- und Fortbildungsmaßnahmen im Bereich der diagnostischen Kompetenz dienen. Die Urteilsakkuratheit der Einschätzung von Aufgabenschwierigkeit zeigt sich bei erfahrenen Lehrkräften stabil gegen den Einfluss von Zeitrestriktion. Dieses Ergebnis unterstreicht die Auswirkungen von Berufserfahrung auf Denkprozesse und wird als Facette professioneller Kompetenz gedeutet.

**Schlagwörter:** diagnostische Kompetenz, adaptives Unterrichten, Aufgabenschwierigkeit, Lehrerfortbildung



© Die Autor\*innen 2020. Dieser Artikel ist freigegeben unter der Creative-Commons-Lizenz Namensnennung, Weitergabe unter gleichen Bedingungen, Version 4.0 Deutschland (CC BY-SA 4.0 de).

URL: <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/de/legalcode>

## 1 Einleitung

Die Auswahl der zu vermittelnden Inhalte, der informationstragenden Materialien und der im Unterricht verwendeten Methoden sind zentrale Elemente der didaktischen Tätigkeit von Lehrkräften und stellen somit auch einen elementaren Baustein der Lehrerbildung dar. Das Konzept der adaptiven Lehrkompetenz von Beck und Kollegen (Beck et al., 2008) beschreibt, dass neben den unterrichtsbezogenen Fähigkeiten (wie Klassenführung, Didaktik und Sachkompetenz) auch diagnostische Kompetenzen sowohl in der Planungs- als auch in der Durchführungsphase notwendig sind. Konkret bedeutet dies, passend zu den erhobenen Voraussetzungen der Schüler\*innen die gestellten unterrichtlichen Anforderungen zu gestalten. Als eine mögliche Form der Adaptation des Unterrichts beschreibt Brühwiler (2014) die sogenannte Mikroadaptation, die unter anderem die Differenzierung der Unterrichtsschwierigkeit anhand der Auswahl von passenden Aufgaben als ein mögliches Lehrerverhalten umfasst.

Im Fach Mathematik kommt vor allem den verwendeten Aufgaben eine bedeutende Rolle für adaptiven Unterricht zu (Neubrand, Jordan, Krauss, Blum & Löwen, 2011), da die Lehrkraft über deren Auswahl oder Anpassung die kognitive Herausforderung und somit die Schwierigkeit für die Lernenden bestimmt. Diagnostische Kompetenz wird hierbei neben der Einschätzung von Schülermerkmalen auch bei der Diagnose von Aufgabenschwierigkeit benötigt. So kann sich beispielsweise eine Mathematiklehrkraft in der Situation befinden, zwischen den folgenden, im verwendeten Lehrwerk vorgeschlagenen Aufgaben (vgl. Abb. 1) für die kommende Stunde einer sechsten Klasse auszuwählen:

<p>Mehmet feiert Geburtstag und lädt dazu seine besten Freunde ein. Als besonderes Getränk möchte er <math>2\frac{1}{5}</math> l Kirschsaf mit <math>1\frac{3}{5}</math> l Bananensaft mischen. Welche Gesamtmenge an Kirschs-Bananensaft erhält er?</p>	<p>An einem heißen Sommertag plant die Klasse einen Ausflug ins Museum. Tom stellt dafür <math>\frac{3}{7}</math> l Apfelsaftschorle her. <math>\frac{2}{5}</math> l davon ist Mineralwasser. Wieviel Apfelsaft hat er verwendet?</p>
--	---

Abbildung 1: Darstellung zweier Aufgaben, die einer Lehrkraft zur Auswahl stehen und welche nach einem oder mehreren Kriterien zu beurteilen sind

Bei einer solchen Entscheidung wird die Lehrkraft neben dem leicht unterschiedlichen Kontext, der in den beiden Aufgaben dargestellt ist, auch – unter Rückgriff auf ihr fachliches und fachdidaktisches Wissen (Shulman, 1986) – mathematisch relevante Unterschiede feststellen. Die zu verknüpfenden Brüche sind in der linken Aufgabe gleichnamig und in gemischter Schreibweise dargestellt, während in der rechten Aufgabe ungleichnamige Brüche in reiner Bruchschreibweise vorkommen. Zusätzlich wird von den Schüler\*innen ein unterschiedliches Operationsverständnis gefordert: Während links der Mischvorgang offensichtlich die Addition als mathematische Verknüpfung nahelegt, müssen die Schüler\*innen rechts den Auffüllvorgang als Subtraktion erschließen. Beide Aufgaben können in einer Anwendungsphase nach der thematischen Einführung von Addition und Subtraktion bei der Bruchrechnung eingesetzt werden, legen den Fokus allerdings auf unterschiedliche Schwerpunkte und repräsentieren unterschiedliche Anforderungen. Während die links dargestellte Aufgabe außer der Verwendung von gemischten Brüchen keine zusätzlichen Schwierigkeiten beinhaltet, werden in der rechten Aufgabe die Verknüpfung zweier ungleichnamiger Brüche mit der Rechenoperation Minus verlangt. Ein gezielter Einsatz einer der beiden Aufgaben erfordert damit eine akkurate Einschätzung der Anforderungen und folglich eine adaptive Auswahl.

Nach Identifizierung der fachlichen Unterschiede in den Aufgaben verknüpft die diagnostizierende Lehrkraft ihr fachdidaktisches Wissen hinsichtlich der Aufgabenmerkmale und der damit auftretenden Schülerschwierigkeiten und wird sich am Ende der Diagnose für die Aufgabe entscheiden, die aus ihrer Sicht möglichst passend für die Lerngruppe ist.

Die Ausbildung der für die Unterrichts Anpassung notwendigen diagnostischen Kompetenz kann sowohl in der ersten Phase der Lehrkräfteausbildung als auch berufsbegleitend über Fortbildungsmaßnahmen geschehen. In der Ausbildung sollte zunächst der Grundstein für den Erwerb der fachdidaktischen Wissensfacetten gelegt werden, die für diesen berufsalldäglichen Prozess benötigt werden. Gleichwohl ist eine begleitete Weiterentwicklung der Kompetenzen während des aktiven Berufslebens für die Förderung von Expertise unerlässlich (Bromme & Haag, 2008) und unterstreicht die Notwendigkeit kontinuierlicher Lehrerfortbildungen.

In der hier vorliegenden Studie wird dargestellt, wie im Rahmen einer mathematikdidaktischen Lehrerfortbildung ein Teilbereich der diagnostischen Kompetenz – die Einschätzung von Aufgabenschwierigkeit – fokussiert werden kann. Dabei wird der Fragestellung nachgegangen, ob bereits die Vermittlung von spezifischem fachdidaktischem Wissen in einer Kurzintervention die Einschätzung der Aufgabenschwierigkeit verbessert. Von einer anschließenden, oft praktisch kaum zu verwirklichenden Überprüfung der Effekte des Trainings auf die Praxis der Teilnehmenden wird abgesehen, und die Untersuchung impliziert somit nicht, dass ein solches Vermittlungsformat auch für andere diagnostische Fähigkeitsbereiche geeignet ist. Für eine grundlegende Veränderung der Unterrichtspraxis sind umfassendere Formate nötig, die auch die Einbettung diagnostischen Urteilens in den täglichen Unterricht unterstützen (vgl. Carpenter, Fennema, Peterson, Chiang & Loef, 1989). Ein zweites Anliegen der Studie besteht hingegen in der Untersuchung der Eigenschaften von professioneller Kompetenz, die über berufliche Erfahrung ausgebildet werden. Daher soll das Urteilsverhalten erfahrener Lehrkräfte angelehnt an die unterrichtsvorbereitende Situation ohne Zeitdruck und angelehnt an die unterrichtsinterne Situation unter Zeitdruck mit dem Urteilsverhalten von Studierenden des Lehramts verglichen werden.

In den folgenden Kapiteln werden zunächst die Voraussetzungen für die Ausbildung der diagnostischen Kompetenz im Hinblick auf die Einschätzung von Aufgabenschwierigkeit im Mathematikunterricht dargestellt. Explizit soll auf deren Förderung während der Lehramtsausbildung und in berufsbegleitenden Fortbildungsformaten eingegangen werden. Die Ergebnisse der durchgeführten Studie geben eine Antwort auf die aufgeworfene Frage, ob eine spezifische Kurzintervention bereits diagnostische Kompetenzen verbessern kann und inwiefern Berufserfahrung das Urteilsverhalten als Teil professioneller Kompetenz beeinflusst. Abschließend werden die praktischen Implikationen diskutiert.

## 2 Fachliche und theoretische Verortung

### 2.1 Diagnostische Kompetenz als Voraussetzung für adaptives Unterrichten

Pädagogische Diagnostik erfordert die Verknüpfung von erhobenen Informationen über Schüler\*innen oder über Aufgaben und Materialien mit dem fachdidaktischen Wissen der Lehrkraft und dient dem Ziel des adaptiven Unterrichts (Beck et al., 2008). Sie betrifft damit das Kerngeschäft der Lehrpersonen (Fischer, Kopmann, Rott, Veber & Zeinz, 2014). Für die Anpassung des Unterrichts an die individuellen Lernvoraussetzungen zählen neben unterschiedlichen Methoden und Sozialformen auch Lernmaterialien wie die ausgewählten und verwendeten Aufgaben. Während die Aufgabenauswahl häufig schon im Rahmen der Vorbereitung des Unterrichts sorgfältig geplant durch die Lehrkraft stattfindet, kann sich aber auch während der Durchführung des Unterrichts eine

neue Situation ergeben, auf welche mit einer Anpassung der Anforderungen, z.B. durch die Veränderung der Aufgabe oder durch spezifische Hilfestellungen, reagiert werden muss.

In den letzten Jahrzehnten rückte diagnostische Kompetenz aufgrund ihrer zentralen Rolle und des bereits beschriebenen Einflusses auf den Unterrichtserfolg, aber auch aufgrund ihrer hohen Fehleranfälligkeit und ihres informellen Charakters immer stärker in den Fokus der Forschung (Schrader, 2013). Die Definitionen von pädagogischer Diagnose sind je nach Perspektive sehr unterschiedlich gefasst. Der am weitesten gefasste Ansatz sieht schulische Diagnose als Produkt sozialer Urteilsbildung (Krolak-Schwerdt, Böhmer & Gräsel, 2009). Im Rahmen des unterrichtlich eingebetteten Handelns wird sie jedoch im Sinne einer Schülerförderung enger gefasst und definiert (Aufschnaiter et al., 2015). Hierfür benötigen Lehrkräfte Informationen hinsichtlich der individuellen Merkmale der Schüler\*innen und die Einschätzung von zentralen unterrichtlichen Elementen wie z.B. der Aufgabenschwierigkeit (Brühwiler, 2006).

In diesem Feld lassen sich nach Schrader (2013) unterschiedliche Herangehensweisen differenzieren: Ein Forschungsschwerpunkt liegt dabei auf der Untersuchung der Diagnosegenauigkeit (s. die Metastudie von Südkamp, Kaiser & Möller, 2012). Andere Studien untersuchen den Einfluss von diagnostischer Kompetenz auf Unterrichtsqualität und Lernerfolg (z.B. COACTIV: Anders, Kunter, Brunner, Krauss & Baumert, 2010) oder betrachten die diagnostische Kompetenz im Zusammenhang mit Lehrkräftemerkmalen (Beck et al., 2008; Carpenter et al., 1989).

Herppich und Kollegen (Herppich et al., 2018) stellen zusammenfassend fest, dass diese Ansätze allerdings wenig aufeinander bezogen sind und sehr häufig die kognitive und empirische Perspektive vernachlässigen. Darüber hinaus können aus diesen Studien weder Rückschlüsse auf die Genese guter Diagnose gezogen noch notwendige Voraussetzungen der beurteilenden Person abgeleitet werden. Ganz allgemein kann bisher nur die Aussage getroffen werden, dass fachliches und fachdidaktisches Wissen (*content knowledge [ck]* und *pedagogical content knowledge [pck]*, nach Shulman, 1986) bzw. fachdidaktisches diagnostisches Wissen (*knowledge about content and students [kcs]*, nach Ball, Thames & Phelps, 2008) und die Kenntnis der diagnostischen Methoden die Genauigkeit der Diagnose (Urteilsakkuratheit) beeinflussen (Südkamp et al., 2012).

Aufbauend auf diesem Forschungsbefund wurde eine Kurzintervention für die Förderung der diagnostischen Kompetenz bei in der Praxis stehenden Lehrpersonen konzipiert und als Schwerpunkt das spezifische fachdidaktische Wissen zu schwierigkeitsgenerierenden Aufgabenmerkmalen vermittelt. Die vorliegende Studie evaluiert die Wirkung dieser Kurzintervention im Rahmen einer Lehrerfortbildung von Mathematiklehrkräften. Ziel der Kurzintervention ist es, dass die teilnehmenden Lehrkräfte ihr fachdidaktisches Wissen nutzen, um Anforderungsmerkmale in den vorgelegten Aufgaben zu erkennen und einzuschätzen. Die Neuerung des Ansatzes besteht indessen nicht im situativen Rahmen der Studie – die Diagnose von Aufgaben wurde bereits untersucht (Morris, Hiebert & Spitzer, 2009; Ostermann, Leuders & Nückles, 2018) –, sondern darin, dass die Art des verwendeten Wissens und dessen Einsatz bei der Diagnose systematisch untersucht werden. Somit wird vielmehr der Frage nachgegangen, wie gutes Diagnostizieren abläuft und welche Wissensfacetten und Situationsmerkmale Einfluss auf das abschließende Urteil haben (Philipp, 2018; Reinhold, 2018). Die Erkenntnisse sind für die Lehrerbildung von großer Bedeutung, da anschließend eine Förderung des relevanten Wissens und eine Verbesserung der Urteilsprozesse fokussiert werden können.

## 2.2 Diagnostische Kompetenz als Kompetenzfacette von Lehrkräften

In vielen Studien wird die Güte der Diagnose als Urteilsgenauigkeit bzw. Akkuratheit von (angehenden) Lehrkräften in Form einer Korrelation zwischen dem gegebenen Urteil und den objektiven Ausprägungen (z.B. dem mit einem standardisierten Test gemessenen Lernerfolg der Schüler\*innen) als Indikator für diagnostische Kompetenz betrachtet.

Dabei kann der Einfluss von personalen oder situativen Merkmalen auf die Korrelation untersucht werden (z.B. Südkamp et al., 2012).

Die untersuchten personalen Merkmale werden hierzu oft mit den Wissensfacetten nach Shulmans Taxonomie (Shulman, 1986) beschrieben und unterscheiden insbesondere das Fachwissen (*ck*), das fachdidaktische Wissen (*pck*) sowie das allgemein pädagogische Wissen (*general pedagogical knowledge [pk]*). Shulman selbst verwies auf die besondere Rolle von *pck*:

“[P]edagogical content knowledge is of special interest because it identifies the distinctive bodies of knowledge for teaching. It represents the blending of content and pedagogy into an understanding of how particular topics, problems, or issues are organized, represented, and adapted to the diverse interests and abilities of learners, and presented for instruction” (S. 8).

Die Bezüge dieser professionellen Wissensfacetten können anhand der für individualisierten Unterricht typischen Situation der adaptiven Aufgabenauswahl deutlich gemacht werden: Die Lehrkraft verknüpft bei der Wahl einer passenden Aufgabe ihr Wissen über den Unterrichtsgegenstand (*pk*), über Schülerkognitionen und Aufgabenmerkmale (*pck*) mit der akkuraten Einschätzung der Lernvoraussetzungen der Schüler\*innen.

Die situativen Herausforderungen für Lehrkräfte bei der Einschätzung der Aufgabenschwierigkeit entstehen durch die Verfügbarkeit von ausreichend Beurteilungszeit. Eine in ihren Anforderungen passende Aufgabe wird entweder ohne Zeitdruck in reflektierter Form ausgesucht (Böhmer, Höstermann, Gräsel, Krolak-Schwerdt & Glock, 2015), oder die Lehrkraft fällt ihr Urteil aktionsbezogen, also spontan und situationsabhängig, da sie unter Zeitdruck steht (Lindmeier, 2011). Der Einfluss von Zeitdruck bei der Einschätzung von Aufgabenschwierigkeit wurde bisher bei Lehramtsstudierenden nachgewiesen (Rieu, Loibl, Leuders & Herppich, 2020); für erfahrene Lehrkräfte fehlen diese Erkenntnisse noch. In Anlehnung an die Expertiseforschung kann allerdings vermutet werden, dass erfahrene Lehrkräfte relevante Informationen situationsabhängig flexibel verarbeiten und sich darin von Noviz\*innen unterscheiden (Krolak-Schwerdt et al., 2009; van Ophuysen, 2006).

Die für die Schwierigkeitseinschätzung von Bruchaufgaben benötigten und damit in unserer Studie fokussierten Bereiche des *pck* werden im nächsten Kapitel genauer beschrieben.

### 2.3 Merkmale mit Relevanz für die Aufgabendiagnose

Aufgaben stellen gerade im Mathematikunterricht ein zentrales Element dar; sie werden sowohl als mathematik-didaktische Gestaltungselemente als auch als Gelegenheitsstrukturen für Lernprozesse eingesetzt (Neubrand et al., 2011). Daher kommt der Auswahl von Aufgaben aus adaptiver wie auch unterrichtsgestaltender Sicht eine zentrale Rolle für Differenzierungsmaßnahmen zu. Studien zur fachdidaktischen Adaptivität zeigen jedoch, dass Lehrkräfte bei den verwendeten Aufgaben das Differenzierungspotenzial häufig nicht erkennen oder einschätzen können, sich aber auf Faktoren wie die Art der Aufgabebearbeitung oder die Aufgabenschwierigkeit als Auswahlkriterium berufen (Bardy, Holzäpfel & Leuders, 2018).

Ein geläufiges Entscheidungskriterium bei der Auswahl von Aufgaben ist demnach die Schwierigkeitseinschätzung anhand der gestellten Anforderungen für Lernende. Eine valide Einschätzung dieses Potenzials erfordert von der beurteilenden Person die Fähigkeit, die für die Lernenden anspruchsvollen Merkmale zu erkennen und die damit verbundene Aufgabenschwierigkeit aus der Schülerperspektive heraus zu interpretieren. Dieses Wissen über Schülerkognitionen stellt eine Facette des fachdidaktischen Wissens von Lehrkräften dar (*kcs*, nach Ball et al., 2008). Bei dieser Auswahl schätzt die Lehrkraft die kognitiven Herausforderungen von Aufgaben für die Lernenden und damit ihren Schwierigkeitsgrad ein. Daher wird dieses Diagnostizieren unter der Bereitstellung

von Wissen über Fehlvorstellungen, über komplexe Zusammenhängen und über bereichsspezifische Schwierigkeiten als eine fachdidaktische Tätigkeit angesehen (Prediger, 2007).

In bereits durchgeführten Studien wird die Aufgabenschwierigkeit als empirisch ermittelte, durchschnittliche Lösungshäufigkeit durch eine Lerngruppe verstanden. Dabei spielen schwierigkeitsgenerierende Merkmale der Aufgabe eine besondere Rolle. Dieses Vorgehen wurde bereits auf Grundlage der internationalen und der nationalen PISA-2000-Aufgaben durchgeführt und für die Mathematik in der COACTIV-Studie anschaulich beschrieben (Neubrand, Klieme, Lüdtke & Neubrand, 2002). In Folge der internationalen Schulleistungsuntersuchungen und von deren Ergebnissen finden sich häufiger Studien, die Aufgabenmerkmale und deren Ausprägungen im Sinne von Anforderungsstufen aus allgemeinpädagogischer (vgl. Maier, Kleinknecht, Metz & Bohl, 2010) oder fachdidaktischer Sicht (für die Mathematik: Jordan et al., 2008) kategorisieren.

Die Kenntnisse hinsichtlich Klassifikationsschemata von Aufgabenmerkmalen und deren Einfluss auf die Aufgabenschwierigkeit stellen ein Teilgebiet des für adaptiven Unterricht notwendigen *kcs* dar. Diese Facette des Professionswissen von Lehrkräften rückt aufgrund ihrer Bedeutung für unterrichtliches Handeln verstärkt in den Fokus von Forschung und Lehrerfortbildung (Bohl & Wacker, 2016). Das Identifizieren der vorhandenen Merkmale und das hierarchische Gewichten ihrer jeweiligen Relevanz für die Schwierigkeit sind die ablaufenden kognitiven Urteilsprozesse bei den Lehrkräften, die zur Einschätzung der Anforderungen von Aufgaben und damit insbesondere der Schwierigkeit für die Lernenden führen (vgl. DiaCom-Modell nach Loibl, Leuders & Dörfler, 2020). Diese Aufgabenmerkmale werden daher auch „schwierigkeitsgenerierend“ genannt und konnten in den ausgewählten Ansätzen bereits beschrieben werden. Aus allgemeinpädagogischer Sicht legt die Arbeitsgruppe um Maier ein Kategoriensystem vor, welches den Anspruch hat, zur Aufgabenanalyse der unterschiedlichen Fächer des Schulkanons angewendet zu werden (Maier et al., 2010).

*Tabelle 1:* Kategorien und Ausprägungen der fächerübergreifenden Aufgabenanalyse (nach Maier et al., 2010)

<b>Kategorien</b>	<b>Ausprägungen</b>			
<b>Wissensart:</b>	Fakten	Prozeduren	Konzepte	Metakognition
<b>Kognitiver Prozess:</b>	Reproduktion	Naher Transfer	Weiter Transfer	Problemlösen
<b>Wissenseinheiten (WE):</b>	Eine WE		Bis zu 4 WE	Mehr als 4 WE
<b>Offenheit:</b>	Definiert/konvergent		Definiert/divergent	Ungenau/divergent
<b>Lebensweltbezug:</b>	Keiner	Konstruiert	Authentisch	Real
<b>Sprachlogische Komplexität:</b>	Niedrig		Mittel	Hoch
<b>Repräsentationsformen:</b>	Eine		Integration	Transformation

Für eine fachspezifische Perspektive der Mathematik-Didaktik stellt die COACTIV-Gruppe (Jordan et al., 2008) einen Überblick über die schwierigkeitsgenerierenden Merkmale vor (vgl. Tab. 2 auf der folgenden Seite). Die Autor\*innen haben dabei die von ausgesuchten Lehrkräften im Unterricht, in Klassenarbeiten oder in Hausaufgaben verwendeten Aufgaben gesammelt und anhand des Klassifikationsschemas nach deren Potenzial für Lerngelegenheiten im Mathematikunterricht eingestuft.

Tabelle 2: Überblick über ausgewählte Kategorien des Klassifikationsschemas nach der COACTIV-Forschergruppe (Jordan et al., 2008)

Dimension	Kategorie	Bedeutung der Ausprägung
<b>A – Inhaltlicher Rahmen</b>	1 – Stoffgebiet	1 = Arithmetik, 2 = Algebra, 3 = Geometrie, 4 = Stochastik
	2 – Curriculare Wissensstufe	1 = Grundkenntnisse, 2 = Einfaches Wissen der Sekundarstufe I, 3 = Anspruchsvolles Wissen der Sekundarstufe I
<b>B – Kognitiver Rahmen</b>	3 – Typ mathematisches Modellieren	1 = Technische Aufgabe, 2 = Rechnerische Aufgabe, 3 = Begriffliche Aufgabe
<b>C – Kognitive Elemente des Modellierungskreislaufs</b>	4 – Außermathematisches Modellieren	0 = Nicht benötigt, 1 = Standardmodellierungen, 2 = Mehrschrittige Modellierungen, 3 = Modellreflexion, -validierung oder -eigenentwicklung
	5 – Innermathematisches Modellieren	0 = Nicht benötigt, 1 = Standardmodellierungen, 2 = Mehrschrittige Modellierungen, 3 = Modellreflexion, -validierung oder -eigenentwicklung
	6 – Grundvorstellungen	0 = Nicht benötigt, 1 = Eine elementare Grundvorstellung oder (triviale) Kombination von verwandten elementaren Grundvorstellungen, 2 = Eine erweiterte Grundvorstellung oder eine nicht-triviale Kombination von elementaren, aber nicht verwandten Grundvorstellungen, 3 = Mehr als dies
	7 – Umgehen mit mathematischen Texten	0 = Nicht benötigt, 1 = Unmittelbares Textverstehen, 2 = Textverstehen mit Umorganisation, 3 = Verstehen logisch komplexer Texte
	8 – Mathematisches Argumentieren	0 = Nicht benötigt, 1 = Standardbegründungen, 2 = Mehrschrittige Argumentation, 3 = Entwicklung komplexer Argumentationen oder Beurteilen von Argumenten
	9 – Umgehen mit mathematischen Darstellungen	0 = Nicht benötigt, 1 = Standarddarstellungen, 2 = Wechsel zwischen Darstellungen, 3 = Beurteilen von Darstellungen
<b>D – Lösungsraum</b>	10 – Bearbeitungsrichtung	1 = vorwärts, 2 = rückwärts
	11 – Anzahl der eingeforderten Lösungswege	0 = kein Lösungsweg, 1 = ein Lösungsweg, 2 = mehrere Lösungswege

Die beiden genannten Kategoriensysteme adressieren allgemein Merkmale von Aufgaben aller Fächer oder eines bestimmten Faches. Trotz der in Tabelle 2 dargestellten inhaltlichen Einordnung von Aufgaben (Dimension A), gibt es darüber hinaus noch domänenspezifische Merkmale von Aufgaben, die durch ihren präzisen Fokus ein Werkzeug zur Voraussage der Aufgabenschwierigkeit darstellen. Diese weiteren schwierigkeitsgenerierenden Merkmale können zum Beispiel algorithmischer Art sein, wie im Bereich der Bruchrechnung (Padberg & Wartha, 2017).

### *Domänenspezifischer Kategorisierungsansatz*

In Anlehnung an das Klassifikationsschema der COACTIV-Gruppe (Jordan et al., 2006) wurde in einer Voruntersuchung zu dieser Studie der Einfluss von ausgewählten, bruchspezifischen Aufgabenmerkmalen ermittelt (Rieu et al., 2020). Dafür wurden zunächst verschiedene Aufgaben mit den Merkmalen Bruchbeziehung (Ausprägungen: ungleichnamige oder gleichnamige Brüche), Bruchdarstellung (Ausprägungen: echter Bruch oder gemischter Bruch) und Operationsverständnis (Ausprägungen: hinzufügen als Addition oder auffüllen als Subtraktion) erstellt und deren Ausprägungen systematisch variiert (s. Abb. 1). Die genannten Ausprägungen der Aufgabenmerkmale wurden dichotom kodiert, und die Lösungshäufigkeit jeder konzipierten Aufgabe wurde anhand der Bearbeitungsergebnisse von 203 Realschüler\*innen erhoben. In Tabelle 3 wird das Ergebnis der regressiv berechneten Einflüsse des jeweiligen Merkmals mit der Lösungshäufigkeit als abhängiger Variable dargestellt.

*Tabelle 3:* Regressionsgewichte für abhängige Variable Lösungshäufigkeit

Modell	Regressionskoeffizient $\beta$	Standardfehler	T-Wert	Signifikanz
Konstante	.799	.067	11.997	.000
Bruchdarstellung	0.003	.073	0.036	.973
Bruchbeziehung	- 0.310	.073	- 4.243	.004
Operationsverständnis	- 0.233	.060	- 3.905	.006

Es zeigt sich, dass nur die Merkmale der Bruchbeziehung und des Operationsverständnisses signifikanten Einfluss auf die Lösungshäufigkeit der verwendeten Aufgaben haben und diese somit bei der höheren Ausprägung verringern. Die beiden genannten Merkmale sind somit bei der Einschätzung der Aufgabenschwierigkeit durch die beurteilende Person als relevant zu erkennen und zu verarbeiten. Diese Ergebnisse stellen den zentralen Teil der Kurzintervention im Rahmen der Lehrerfortbildung dar.

## 2.4 Förderung der diagnostischen Kompetenzen

Viele Arbeiten im Bereich der Verbesserung der diagnostischen Kompetenz befassen sich mit der Wissensvermittlung an Lehrkräfte und deren Auswirkung auf die Urteilsgröße. So berichten McElvany und Kollegen (McElvany et al., 2009) anhand von Lernmedien mit instruktionalen Bildern, dass das Wissen über schwierigkeitsgenerierende Aufgabenmerkmale in signifikantem Zusammenhang mit der Unterschätzung der Schülerkompetenzen beim Lösen von Aufgaben stand. Dieses Ergebnis zeigt den Bezug zwischen fachdidaktischem Wissen und der Urteilsgröße von Lehrkräften. In der Mathematik betrachtet die Studie von Ostermann und Kollegen (Ostermann et al., 2018) den Einfluss von vermitteltem, fachdidaktischem Wissen auf die Urteilsakkuratheit bei der Einschätzung der Aufgabenschwierigkeit im Inhaltsbereich der Funktionen. Die Autoren konnten zeigen, dass sich die Urteilsakkuratheit der Proband\*innen durch die Vermittlung von spezifischem Wissen zu typischen Schülerfehlkonzepten im Bereich der zu beurteilenden Aufgaben verbessert, und liefern mit diesem Ergebnis einen Beleg für den Einfluss von fachdidaktischen Wissensfacetten auf das Urteilsverhalten von (angehenden) Lehrkräften.

Auch die Verbindung der beiden Themenbereiche, also des Erwerbs von fachdidaktischem Wissen und der Förderung der diagnostischen Kompetenz, konnte bereits in Studien abgebildet werden. Für die Mathematik wurde explizit der Einfluss von fachdidaktischem Wissen auf Urteilsfähigkeiten untersucht. So zeigt eine Studie im Bereich der



universitären Lehramtsausbildung, wie die fehlerdiagnostische Kompetenz von angehenden Mathematik-Lehrkräften gefördert werden kann (Heinrichs, 2015). Die Fördermaßnahme wurde anhand eines Vor- und Nachtests überprüft, wobei die qualitative Veränderung der fehlerdiagnostischen Kompetenz der Studierenden im Mittelpunkt des Forschungsinteresses stand.

Über den Bereich der universitären Lehrerausbildung hinaus gibt es dennoch kaum Studien, die sich explizit mit der Vermittlung von *pck* zur Verbesserung der diagnostischen Kompetenzen bei im Beruf stehenden Lehrkräften beschäftigen, und somit gilt weiterhin das Desiderat von Baumert et al. (2010), dass die Vermittlung des fachdidaktischen Wissens eine der nächsten großen Herausforderungen der Lehrerforschung sei. An diesen Wunsch knüpft die hier beschriebene Studie an, indem spezifisches fachdidaktisches Wissen im Rahmen einer Fortbildung vermittelt und anschließend der Einfluss auf die Urteilsakkuratheit in zwei alltagstypischen Situation untersucht wird. Diese Situationen wurden gewählt, da in ihnen die professionelle Kompetenz der Lehrkräfte Anwendung findet und somit ein Unterschied zum Urteilsverhalten einer studentischen Vergleichsgruppe angenommen wird.

### 3 Verortung und Forschungsfrage der durchgeführten Studie

Das Forschungsinteresse ergibt sich aus der wichtigen Stellung der diagnostischen Kompetenz für die Ausübung des Lehrerberufes, aus dem Einfluss von fachdidaktischem Wissen hierauf und aus dem Anliegen der Ausbildung professioneller Kompetenz von im Beruf stehenden Lehrkräften. Gerade im Fach Mathematik ist eine für die Lernziele passend ausgewählte Aufgabe grundlegend für erfolgreiches Lernen. Die Aufgabenschwierigkeit stellt dabei einen wesentlichen Faktor dar. Kenntnisse über schwierigkeitsgenerierende Merkmale sind dem fachdidaktischen Wissen zuzuordnen.

In Bezug auf die Standards der Lehrerbildung der Kultusministerkonferenz (KMK, 2004) wird fachdidaktisches Wissen im Bereich der universitären Ausbildung von Studierenden des Lehramts anhand modularer Elemente zur Verbesserung der diagnostischen Kompetenz in den Bildungswissenschaften und den Fächern vermittelt (z.B. PH Freiburg, 2019). Erfahrene Lehrkräfte besitzen diese Kompetenz entweder durch ihr alltägliches Tun oder erwerben sie anhand von Lehrerfortbildungen. Die Anwendung dieses Wissens bei der Einschätzung von Aufgabenschwierigkeiten erfolgt in der Unterrichtsvorbereitung ohne Zeitdruck. Bei der spontanen Aufgabenauswahl während des Unterrichts, z.B. bei der situativen Unterrichts Anpassung an Lernverläufe, bei individueller Bereitstellung passender Lerngelegenheiten etc., müssen diese Einschätzungen schnell geschehen. Neben der generellen Evaluation der Wirksamkeit der Kurzintervention wurde der Einfluss dieses situativen Merkmals Zeitdruck untersucht.

Anhand des dargestellten theoretischen Rahmens ergibt sich folgende Forschungsfrage:

*Kann eine kurze Vermittlung fachdidaktischen Wissens signifikante Verbesserungen der diagnostischen Kompetenz von praktizierenden Lehrkräften erzielen – auch wenn diese unter Zeitdruck stehen?*

Es wird erwartet, dass selbst erfahrene Lehrkräfte die Vermittlung von spezifischem *pck* benötigen, um ihre Urteilsakkuratheit zu steigern. Ziel der vorliegenden Studie ist dabei nicht, ein nachhaltiges Fortbildungskonzept zu entwickeln, sondern vielmehr den Einfluss einer Wissensfacette und eines situativen Merkmals auf die diagnostische Kompetenz zu untersuchen.

## 4 Methode

Zur Beantwortung der oben genannten Forschungsfrage wurde im Rahmen zweier zweieinhalbtägiger Lehrgänge für Mathematiklehrkräfte an Realschulen des Landes Baden-Württemberg eine Kurzintervention durchgeführt. Der Schwerpunkt der Intervention lag auf dem domänenspezifischen Einfluss von Aufgabenmerkmalen auf die Schwierigkeit der Aufgaben. Dieser domänenspezifische Ansatz greift auf die Ergebnisse aus einer von uns durchgeführten Studie im Bereich der Addition und Subtraktion von Brüchen zurück (Rieu et al., 2020) und wurde im Kapitel 2.3 bereits grob skizziert.

Durch die strukturellen Vorgaben kann der Forderung nach zeitintensiver Beschäftigung mit dem Thema (Lipowsky, 2010) nur ansatzweise nachgekommen werden. Die Lehrgänge wurden als Ganzes zufällig der Warte-Kontrollgruppe bzw. der Experimentalgruppe zugeteilt. Die teilnehmenden Personen des ersten Lehrgangs waren in der Warte-Kontrollgruppe und bearbeiteten so zunächst die einzuschätzenden Aufgaben und bekamen anschließend fachdidaktisches Wissen vermittelt. Die zweite Kohorte fungierte als Experimentalgruppe und wurde vor der Datenerhebung geschult (s. Abb. 3 auf S. 505: Überblick über den Studienverlauf). Die Auswertung soll Aufschluss über den Einfluss und die Nutzung des vermittelten Wissens in Abhängigkeit von der ausgebildeten professionellen Kompetenz und über die Wirksamkeit der Fortbildung liefern.

### 4.1 Stichprobe

Die im weiteren Verlauf berichteten Daten wurden im oben genannten Rahmen erhoben. Die Experimentalgruppe erhielt die weiter unten beschriebene, ca. 45-minütige Intervention zur Klassifikation von Aufgabenmerkmalen (s. Kap. 4.3) vor der Datenerhebung. Der andere Lehrgang wurde als Warte-Kontrollgruppe ausgewählt und erhielt dieselben Informationen erst nach der Datenerhebung. Die Stichprobe setzt sich wie in Tabelle 4 beschrieben zusammen.

*Tabelle 4: Zusammensetzung der Stichprobe*

	Warte-Kontrollgruppe	Experimentalgruppe	Gruppenvergleich
Anzahl	18	19	
Anteil weiblich	63.2 %	63,2 %	$\chi^2(1) = 0.000; p = 1.000$
Mittleres Alter	37.1 Jahre ( <i>SD</i> = 8.2)	34,3 ( <i>SD</i> = 5.8)	$U = 149.500, Z = -.908;$ $p = .363$
Mittlere Berufserfahrung	11.1 Jahre ( <i>SD</i> = 6.8)	8,8 ( <i>SD</i> = 5.4)	$F(36) = 2.557; p = .252$
Mittlere Anzahl besuchter Fortbildungen	1.6 ( <i>SD</i> = 1.8)	1,3 ( <i>SD</i> = 1.2)	$U = 173.000, Z = -.226;$ $p = .821$
Berufszufriedenheit (0 = sehr unzufrieden, 4 = sehr zufrieden)	3.4 ( <i>SD</i> = 0.5)	3,4 ( <i>SD</i> = 0.5)	$F(36) = 0.091; p = .868$

Da das mittlere Alter wie auch die mittlere Anzahl besuchter Fortbildungen gemäß dem Kolmogorov-Smirnov-Test nicht normalverteilt sind ( $p < .05$ ), wurde für diese beiden Merkmale ein Mann-Whitney-U-Test berechnet. Die Gruppen unterschieden sich statistisch gesehen vor der Fortbildung weder bei den soziodemographischen noch in den berufsbezogenen Merkmalen; alle teilnehmenden Personen unterrichteten an einer Realschule in Baden-Württemberg. Anhand dieses Vergleichs kann vermutet werden, dass

die verglichenen Gruppen in ihrer Zusammensetzung, ihrer Berufserfahrung und ihrem fachdidaktischen Wissen sehr ähnlich sind und Unterschiede in ihrem Urteilsverhalten auf die experimentellen Bedingungen zurückzuführen sind.

## 4.2 Inhaltliche Verortung

Das Stoffgebiet der Bruchrechnung wurde aus zweierlei Gründen als Domäne der Untersuchung gewählt: Einerseits stellt das Thema aus curricularer und alltäglicher Sicht ein verbindliches Stoffgebiet dar, das sowohl für das mathematische Curriculum als auch im Alltag eine besondere Rolle spielt (Padberg & Wartha, 2017). Andererseits finden sich im Bereich der Bruchrechnung bereits eine Vielzahl von Arbeiten, die die Schwierigkeiten dieses Stoffgebietes zusammenfassen (Wartha, 2007; Eichelmann, Narciss, Schnaubert & Melis, 2012; Padberg & Wartha, 2017).

Die Einführung der Bruchzahlen findet in den deutschen Bildungsplänen in den ersten Schuljahren der weiterführenden Schulen seinen Platz und wird als „einfaches Wissen der Sekundarstufe I“ (Jordan et al., 2008) eingeordnet.

In der hier vorgestellten Studie wird nun geprüft, ob das im Rahmen der Kurzintervention vermittelte Wissen bereits für eine bessere Aufgabeneinschätzung genutzt werden kann. Inwieweit dieses Wissen dann tatsächlich im Unterricht eingesetzt werden kann, soll nicht untersucht werden.

## 4.3 Inhalte der Fortbildung

Die im Rahmen der Lehrerfortbildung durchgeführte Intervention greift die bereits genannten inhaltlichen Aspekte auf und hat als Zielsetzung die Verbesserung der diagnostischen Kompetenz der teilnehmenden Lehrkräfte über die Vermittlung von spezifischem fachdidaktischem Wissen. Der dazu durchgeführte, insgesamt ungefähr 45 Minuten dauernde Input gliederte sich in einen theoretischen, einen praxisbezogenen und einen anwendungsbezogenen Teil. Zunächst wurde ein theoretischer Teil zur Vermittlung von Klassifikationsmöglichkeiten von Aufgabenmerkmalen durchgeführt, welcher durch die spezifischen Ergebnisse für den Bereich der Bruchrechnung ergänzt wurde (vgl. Rieu et al., 2020; Padberg & Wartha, 2017). Hierbei wurden die genannten allgemeinpädagogischen und mathematikübergreifenden Klassifikationsschemata (Jordan et al., 2008; Maier et al., 2010) als Grundlage für die Vermittlung des Wissens hinsichtlich schwierigkeitsgenerierender Aufgabenmerkmale verwendet. Konkretisiert wurden die einzelnen Dimensionen anhand von in der Literatur genannten Beispielaufgaben (Jordan et al., 2008), die in allen schulrelevanten mathematischen Themengebieten verortet sind.

Im praktischen Teil der Intervention wurden ausgesuchte Aufgabenmerkmale jeder beschriebenen Dimension in unterschiedlichen Ausprägungen konkret in die vorhandenen Schemata eingeordnet und deren Einfluss auf die Aufgabenschwierigkeit belegt. Im domänenspezifischen Teil der Intervention wurde der in der Vorstudie ermittelte Einfluss der ausgesuchten Merkmale Bruchbeziehung, Bruchschwierigkeit und Operationsverständnis dargelegt und in die Kategorien „relevant für die Aufgabenschwierigkeit“ oder „irrelevant für die Aufgabenschwierigkeit“ eingeteilt. Anschließend wurden diese Kategorien anhand von Beispielen verdeutlicht und die Aufgabenschwierigkeit in diesen Beispielen besprochen.

Abschließend wurde das von den Lehrkräften erworbene Wissen in der Situation der Aufgabeneinschätzung angewendet. Die Lehrkräfte sollten dabei aus paarweise dargestellten Aufgaben die für Schüler\*innen aus 6. Klassen schwierigere Aufgabe bestimmen. Dieser abschließende Teil verfolgt zwei Ziele: Einerseits werden die Lehrkräfte so in eine möglichst realitätsgetreue Situation der Aufgabenauswahl versetzt und wenden ihr neu erworbenes Wissen an. Andererseits dient diese Phase forschungsmethodisch zur Erhebung der Urteilsakkuratheit und liefert somit die weiter unten dargestellten Daten. Die Aufgaben dieser Anwendungsphase entsprachen kontextuell und mathematisch den

oben dargestellten Beispielaufgaben, wobei die Merkmale der Bruchbeziehung, der Bruchdarstellung und des Operationsverständnisses systematisch variiert wurden.

#### 4.4 Durchführung der Studie

Um diagnostische Kompetenz als situationsspezifische Fähigkeit zu operationalisieren wurde ein Erhebungsdesign gewählt, welches dem schulischen Alltag möglichst entspricht. So wurde die Entscheidungssituation anhand zweier zur Auswahl stehender Aufgaben dargestellt, welche in einer Anwendungsphase nach der thematischen Einführung von Addition und Subtraktion bei der Bruchrechnung eingesetzt und in gängigen Lehrwerken zu Bearbeitung vorgeschlagen werden könnten. Dabei legen die im Paarvergleich dargestellten Aufgaben jeweils den Fokus auf unterschiedliche Schwerpunkte und erfordern damit eine zielgerichtete Einschätzung und Auswahl. Im in Abbildung 2 dargestellten Beispiel hat die links abgebildete Aufgabe die höhere Ausprägung bei der Bruchschwierigkeit (ungleichnamige Brüche), während die rechts abgebildete Aufgabe die höhere Ausprägung beim Operationsverständnis (Subtraktion) darstellt. Die beurteilenden Lehrkräfte wurden individuell gebeten, im Rahmen eines schriftlichen, paarweisen Aufgabenvergleichs zu entscheiden, welche der Aufgaben für Schüler\*innen der 6. Klasse schwieriger zu lösen ist.

<p>Nr. 1</p> <p>Daniel backt Crêpes, deren Teig sich zunächst aus <math>\frac{2}{3}</math> kg Mehl und <math>\frac{1}{5}</math> kg Butter zusammensetzt. Welches Gesamtgewicht stellt er her, bevor er dann noch Eier und Milch hinzugibt?</p>	<p>Nr. 2</p> <p>Saras Kuchen, dessen Teig sich aus <math>\frac{1}{5}</math> kg Butter und Mehl zusammensetzt, wiegt nun <math>\frac{4}{5}</math> kg. Wieviel Mehl hat sie verwendet?</p>
<p>Nr. 1 ist deutlich schwieriger!</p>	<p>Nr. 2 ist deutlich schwieriger!</p>
<p>Beide Aufgaben sind ungefähr gleich schwierig!</p>	

Abbildung 2: Beispielhafter Aufgabenvergleich mit den Merkmalen Bruchbeziehung und Operationsverständnis

Da die Aufgabenauswahl häufig in der Vorbereitung des Unterrichts stattfindet, die Lehrkraft in manchen Fällen aber auch während der Durchführung des Unterrichts auf einen sich neu ergebenden Anforderungskontext reagiert, wurden diese beiden Urteils-situationen in der Trainingsphase anhand der für die Entscheidung zur Verfügung stehenden Zeit unterschieden: Während des ersten Messzeitpunktes und zur Operationalisierung von Zeitdruck stand zur Bewertung nur die durchschnittliche Lesezeit (Musch & Rösler, 2011) zur Verfügung. Die einzuschätzenden Aufgaben wurden hierbei für die Dauer der durchschnittlichen Lesezeit von Erwachsenen für die Anzahl zu lesender Worte präsentiert. Im zweiten Durchlauf unterlagen die Proband\*innen keinerlei zeitlichen Restriktion. Damit wurden zwei typische, unterrichtliche Situationen abgebildet: Die Aufgabenauswahl kann entweder während des Unterrichts (d.h. unter Zeitdruck) oder im Rahmen der Unterrichtsvorbereitung (d.h. nach intensiver Reflexion ohne Zeitdruck) erfolgen.

Zur Vermeidung von Testeffekten fand die Schwierigkeitseinschätzung unter Zeitdruck im ersten Durchgang statt, und die Reihenfolge der zu beurteilenden Aufgabenpaare wurde im zweiten Durchgang geändert.

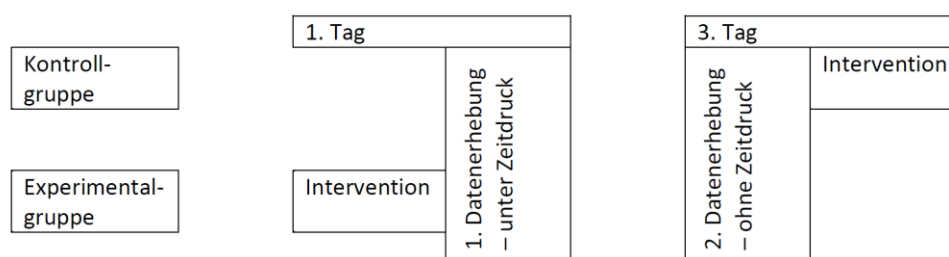


Abbildung 3: Übersicht über den Studienablauf

## 5 Ergebnisse der Lehrererhebung

Tabelle 5 zeigt die Ergebnisse der Kontroll- (n=18) und der Experimentalgruppe (n=19) in den zwei Erhebungsdurchgängen, wobei die prozentualen Mittelwerte an akkuraten Einschätzungen der Aufgabenschwierigkeit verglichen werden. Insgesamt wurden jeweils 15 Aufgabenpaare beurteilt.

Tabelle 5: Prozentualer Anteil an akkurater Einschätzung der Aufgabenschwierigkeit (Urteilsgüte) der Gruppen nach Durchgang

Gruppe	Mittelwert (SD) unter Zeitdruck	Mittelwert (SD) ohne Zeitdruck
Kontrollgruppe	.42 (.144)	.37 (.121)
Experimentalgruppe	.65 (.162)	.65 (.224)

Es wurde eine zweifaktorielle Varianzanalyse zur Bestimmung der Zwischensubjektffekte gerechnet. Die Experimentalgruppe bewertet die Aufgabenvergleiche signifikant besser als die Kontrollgruppe (Haupteffekt Intervention:  $F(1,35) = 28.263$ ,  $p < .001$ ,  $\eta^2 = .447$ ), mit hoher Effektstärke. Die durchgeführte Kurzintervention, welche spezifisches fachdidaktisches Wissen vermittelt, verbessert erwartungsgemäß die Urteilsgüte der Proband\*innen deutlich.

Interessanterweise hatte Zeitdruck keinerlei Auswirkungen auf die Urteilsgüte der erfahrenen Lehrkräfte (Haupteffekt Zeitdruck:  $F(1,35) = .440$ ,  $p = .512$ ,  $\eta^2 = .012$ ). Es fand sich somit keine signifikante Interaktion zwischen dem Faktor des vermittelten Wissens und dem Faktor Zeitdruck ( $F(1,35) = .832$ ,  $p = .368$ ,  $\eta^2 = .023$ ).

## 6 Diskussion und Ausblick

Die Ergebnisse zeigen, dass sich diagnostische Kompetenzen durch eine Kurzintervention wirksam trainieren und verbessern lassen. Damit ergänzen die hier dargestellten Ergebnisse die Befunde bisheriger Untersuchungen, die vor allem die diagnostischen Kompetenzen von angehenden Lehrkräften fokussierten (vgl. McElvany et al., 2009; Ostermann et al., 2018). Vor dem Hintergrund der Bedeutsamkeit diagnostischer Kompetenz für adaptives Unterrichten und Differenzieren (Beck et al., 2008) legen die Daten dieser Kurzintervention nahe, dass zukünftige Fortbildungsformate im Bereich der Bruchrechnung die genannten Aspekte der schwierigkeitsgenerierenden Merkmale und deren Relevanz für die Aufgabenschwierigkeit thematisieren und vermitteln sollten.

Interessanterweise hatte Zeitdruck keinerlei Auswirkungen auf die Urteilsgüte der erfahrenen Lehrkräfte. Die Ergebnisse einer vergleichbaren Studie mit angehenden Lehramtsstudierenden zeigten jedoch signifikante Auswirkungen der Zeitrestriktion (Rieu et al., 2020). Ein Vergleich dieser beider Befunde legt nahe, dass sich die Berufserfahrung

dahingehend auswirkt, dass Lehrkräfte dargebotenes spezifisches, fachdidaktisches Wissen aufnehmen können und bei der Schwierigkeitseinschätzung von Aufgaben auch unter Zeitdruck akkurat anwenden können. Dieses Ergebnis schließt an die Erkenntnisse aus der Expertiseforschung an, nach welcher die Unterschiede zwischen Laien und Expert\*innen in den Inhalten und der Organisation von Wissen liegen können und Berufserfahrung somit die kategoriale Wahrnehmung in spezifischen Situation verbessert (Bromme & Haag, 2008). Außerdem unterstreichen die hier gezeigten Ergebnisse ebenfalls Untersuchungen der Informationsverarbeitung von Expert\*innen und Noviz\*innen, in denen gezeigt wurde, dass erfahrene Lehrkräfte situationsabhängig die relevanten Informationen flexibel verarbeiten und somit akkurater urteilen als Studierende des Lehramts (Krolak-Schwerdt et al., 2009; van Ophuysen, 2006). Zusammengefasst wird durch die vorliegende Studie hervorgehoben, dass Lehrerprofessionalität als berufsbiografischer Prozess verstanden wird und durch langjährige Erfahrung, durch Übung und durch Reflexion sowie im Rahmen von Fortbildungen erworben wird (Expertenkommission, 2007).

Einschränkend sei die Tatsache erwähnt, dass die zeitlichen Anforderungen an erfolgreiche Lehrerfortbildungen (Lipowsky, 2010) in der vorliegenden Studie nicht berücksichtigt wurden. Denkbar ist, die Verbesserung der diagnostischen Kompetenz als eigenständiges Thema in mehrtägigen Interventionen zu verankern. Die durch den bereits kurzen Input erzielten hohen Effekte bei der Verbesserung der Urteilsakkuratheit hinsichtlich der Schwierigkeitseinschätzung von Aufgaben bei der beschriebenen Intervention könnten dadurch noch nachhaltiger und tiefgreifender ausfallen. Damit einher geht die Einschränkung, dass die vorliegende Studie keinerlei Aussage über die Langfristigkeit und die Transferfähigkeit des erworbenen Wissens machen kann, da keine entsprechenden Tests durchgeführt wurden. Der Anspruch, dass die in Fortbildungen vermittelten Inhalte bei der Unterrichtsgestaltung und -durchführung von den Lehrkräften eingesetzt werden, ist ein wichtiger Faktor für die Güte der Maßnahme. Auch wenn diese Effekte bereits für andere Inhalte nachgewiesen werden konnten, so sind sie doch schwierig zu untersuchen (z.B. Dreher, Holzäpfel, Leuders & Stahnke, 2018). Darüber hinaus wurde auch kein Transfer der diagnostischen Kompetenzen zur Einschätzung von Aufgabenschwierigkeit auf andere Inhaltsbereiche getestet. Die Vermittlung des spezifischen fachdidaktischen Wissens durch die Intervention diene ausschließlich dem Nachweis der Wichtigkeit dieser Wissensfacette bei der Einschätzung von Aufgabenschwierigkeit. Es wäre denkbar, dass geschulte Lehrkräfte ihr Wissen zum schwierigkeitsgenerierenden Merkmal Operationsverständnis auch auf Aufgaben außerhalb der Bruchrechnung anwenden können. Zukünftige Studien können längere und breitere Fortbildungsmaßnahmen in den Fokus nehmen und deren Nachhaltigkeit untersuchen.

In der vorgestellten Studie konnte die Effektivität einer kurzen Vermittlung fachdidaktischen Wissens für die Einschätzung von Aufgabenschwierigkeiten (als Voraussetzung für eine adäquate Aufgabenauswahl) gezeigt werden. Die grundlegende Bedeutung von fachdidaktischem Wissen für eine hohe Urteilsakkuratheit und der Einfluss von professioneller Kompetenz auf die Robustheit der Urteile gegenüber Zeitrestriktion wurden unterstrichen. Die Ergebnisse liefern hierfür einen empirischen Beleg und lassen Bedingungen für die Lehreraus- und -fortbildung ableiten. Außerdem legen sie eine Neubetrachtung der Auswirkungen von Professionalität und Expertise von Lehrkräften im Bereich der diagnostischen Kompetenz nahe.

## Literatur und Internetquellen

- Anders, Y., Kunter, M., Brunner, M., Krauss, S., & Baumert, J. (2010). Diagnostische Fähigkeiten von Mathematiklehrkräften und ihre Auswirkungen auf die Leistungen ihrer Schülerinnen und Schüler. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, 57 (3), 175–193. <https://doi.org/10.2378/peu2010.art13d>
- Aufschnaiter, C. v., Cappell, J., Dübbelde, G., Ennemoser, M., Mayer, J., Stiensmeier-Pelster, J., et al. (2015). Diagnostische Kompetenz. Theoretische Überlegungen zu einem zentralen Konstrukt der Lehrerbildung. *Zeitschrift für Pädagogik*, 61 (5), 738–758. Zugriff am 14.04.2020. Verfügbar unter: [http://www.beltz.de/fachmedien/erziehungs\\_und\\_sozialwissenschaften/zeitschriften/zeitschrift\\_fuer\\_paedagogik/article/Journal.html?tx\\_beltz\\_journal\[article\]=31097&cHash=6831929affce21da9f3625b6a05595](http://www.beltz.de/fachmedien/erziehungs_und_sozialwissenschaften/zeitschriften/zeitschrift_fuer_paedagogik/article/Journal.html?tx_beltz_journal[article]=31097&cHash=6831929affce21da9f3625b6a05595); <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:0111-pedocs-127230> (inhaltlich überarbeitete Version); <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:0111-pedocs-154248>.
- Ball, D.L., Thames, M.H., & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching. *Journal of Teacher Education*, 59 (5), 389–407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Bardy, T., Holzäpfel, L., & Leuders, T. (2018). *Was wissen Mathematik-Lehrkräfte über das Differenzierungspotenzial von Aufgaben?* Dortmund: Universitätsbibliothek Dortmund. urn:nbn:de:101:1-2018110202431188771396
- Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A., et al. (2010). Teachers' Mathematical Knowledge, Cognitive Activation in the Classroom, and Student Progress. *American Educational Research Journal*, 47 (1), 133–180. <https://doi.org/10.3102/0002831209345157>
- Beck, E., Baer, M., Guldemann, T., Bischoff, S., Brühwiler, C., Müller, P., Niedermann, R., et al. (Hrsg.). (2008). *Adaptive Lehrkompetenz: Analyse und Struktur, Veränderbarkeit und Wirkung handlungssteuernden Lehrerwissens* (Pädagogische Psychologie und Entwicklungspsychologie, Bd. 63). Münster et al.: Waxmann.
- Böhmer, I., Höstermann, T., Gräsel, C., Krolak-Schwerdt, S., & Glock, S. (2015). Eine Analyse der Informationssuche bei der Erstellung der Übergangsempfehlung: Welcher Urteilsregel folgen Lehrkräfte? *Journal for Educational Research Online*, 7 (2), 59–81.
- Bohl, T., & Wacker, A. (Hrsg.). (2016). *Die Einführung der Gemeinschaftsschule in Baden-Württemberg*. Abschlussbericht der wissenschaftlichen Begleitforschung (WissGem). Münster & New York: Waxmann.
- Bromme, R., & Haag, L. (2008). Forschung zur Lehrerpersönlichkeit. In W. Helsper & J. Böhme (Hrsg.), *Handbuch der Schulforschung* (2. Aufl.) (S. 803–819). Wiesbaden: VS / GWV Fachverlage GmbH. [https://doi.org/10.1007/978-3-531-91095-6\\_32](https://doi.org/10.1007/978-3-531-91095-6_32)
- Brühwiler, C. (2006). Die Bedeutung schulischer Kontexteffekte und adaptiver Lehrkompetenz für das selbstregulierte Lernen. *Schweizerische Zeitschrift für Bildungswissenschaften*, 28, 425–451.
- Brühwiler, C. (2014). *Adaptive Lehrkompetenz und schulisches Lernen: Effekte handlungssteuernder Kognitionen von Lehrpersonen auf Unterrichtsprozesse und Lernergebnisse der Schülerinnen und Schüler*. Zugl. Diss. Univ. Koblenz-Landau 2012 (Pädagogische Psychologie und Entwicklungspsychologie, Bd. 91). Münster et al.: Waxmann.
- Busch, J., Barzel, B., & Leuders, T. (2015). Die Entwicklung eines Instruments zur kategorialen Beurteilung der Entwicklung diagnostischer Kompetenzen von Lehrkräften im Bereich Funktionen. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 36 (2), 315–338. <https://doi.org/10.1007/s13138-015-0079-8>

- Carpenter, T.P., Fennema, E., Peterson, P.L., Chiang, C.-P., & Loef, M. (1989). Using Knowledge of Children's Mathematics Thinking in Classroom Teaching: An Experimental Study. *American Educational Research Journal*, 26 (4), 499–531. <https://doi.org/10.3102/00028312026004499>
- Dreher, U., Holzäpfel, L., Leuders, T., & Stahnke, R. (2018). Problemlösen lehren lernen – Effekte einer Lehrerfortbildung auf die prozessbezogenen mathematischen Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 39 (2), 227–256. <https://doi.org/10.1007/s13138-017-0121-0>
- Eichelmann, A., Narciss, S., Schnaubert, L., & Melis, E. (2012). Typische Fehler bei der Addition und Subtraktion von Brüchen – Ein Review zu empirischen Fehleranalysen. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 33 (1), 29–57. <https://doi.org/10.1007/s13138-011-0031-5>
- Expertenkommission (2007). *Ausbildung von Lehrern in NRW*. Düsseldorf: Ministerium für Schule und Weiterbildung.
- Fischer, C., Kopmann, H., Rott, D., Veber, M., & Zeinz, H. (2014). Adaptive Lehrkompetenz und pädagogische Haltung: Lehrerbildung für eine inklusive Schule. In E. Kiel, I. Esslinger-Hinz & K. Reusser (Hrsg.), *Allgemeine Didaktik für eine inklusive Schule* (Jahrbuch für allgemeine Didaktik). Baltmannsweiler: Schneider Verlag Hohengehren.
- Heinrichs, H. (2015). *Diagnostische Kompetenz von Mathematik-Lehramtsstudierenden*. Wiesbaden: Springer Fachmedien. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-09890-2>
- Herppich, S., Praetorius, A.-K., Förster, N., Glogger-Frey, I., Karst, K., Leutner, D., et al. (2018). Teachers' Assessment Competence: Integrating Knowledge-, Process-, and Product-oriented Approaches into a Competence-oriented Conceptual Model. *Teaching and Teacher Education*, 76, 181–193. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2017.12.001>
- Jordan, A., Krauss, S., Löwen, K., Blum, W., Neubrand, M., Brunner, M., et al. (2008). Aufgaben im COACTIV-Projekt: Zeugnisse des kognitiven Aktivierungspotentials im deutschen Mathematikunterricht. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 29 (2), 83–107. <https://doi.org/10.1007/BF03339055>
- Jordan, A., Ross, N., Krauss, S., Baumert, J., Blum, W., Neubrand, M., et al. (2006). Klassifikationsschema für Mathematikaufgaben: Dokumentation der Aufgabenkategorisierung im COACTIV-Projekt. *Materialien aus der Bildungsforschung*, (81), 7–74.
- KMK (Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland) (2004). *Standards für die Lehrerbildung: Bildungswissenschaften*. Beschluss vom 16.12.2004. Bonn: KMK.
- Krolak-Schwerdt, S., Böhmer, M., & Gräsel, C. (2009). Verarbeitung von schülerbezogener Information als zielgeleiteter Prozess. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, 23 (34), 175–186. <https://doi.org/10.1024/1010-0652.23.34.175>
- Lindmeier, A. (2011). Modeling and Measuring Knowledge and Competencies of Teachers: A Threefold Domain-specific Structure Model for Mathematics. *Empirische Studien zur Didaktik der Mathematik*. Münster et al.: Waxmann.
- Lipowsky, F. (2010). Lernen im Beruf – empirische Befunde zur Wirksamkeit von Lehrerfortbildung. In F.H. Müller, A. Eichenberger, M. Lüders & J. Mayr (Hrsg.), *Lehrerinnen und Lehrer lernen: Konzepte und Befunde zur Lehrerfortbildung* (S. 51–70). Münster et al.: Waxmann.
- Loibl, K., Leuders, T., & Dörfler, T. (2020). A Framework for Explaining Teachers' Diagnostic Judgements by Cognitive Modeling (DiaCoM). *Teaching and Teacher Education*, 91, 103059. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2020.103059>
- Maier, U., Kleinknecht, M., Metz, K., & Bohl, T. (2010). Ein allgemeindidaktisches Kategoriensystem zur Analyse des kognitiven Potenzials von Aufgaben. *Beiträge zur Lehrerinnen- und Lehrerbildung*, 28 (1), 84–96.



- McElvany, N., Schroeder, S., Hachfeld, A., Baumert, J., Richter, T., Schnotz, W., et al. (2009). Diagnostische Fähigkeiten von Lehrkräften. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, 23 (34), 223–235. <https://doi.org/10.1024/1010-0652.23.34.223>
- Morris, A.K., Hiebert, J., & Spitzer, S.M. (2009). Mathematical Knowledge for Teaching in Planning and Evaluating Instruction: What Can Preservice Teachers Learn? *Journal for Research in Mathematics Education*, 5 (40), 491–529
- Musch, J., & Rösler, P. (2011). Schnell-Lesen: Was ist die Grenze der menschlichen Lesegeschwindigkeit? In M. Dresler (Hrsg.), *Kognitive Leistungen* (S. 89–106). Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag. [https://doi.org/10.1007/978-3-8274-2809-7\\_6](https://doi.org/10.1007/978-3-8274-2809-7_6)
- Neubrand, M., Jordan, A., Krauss, S., Blum, W., & Löwen, K. (2011). Aufgaben im COACTIV-Projekt: Einblicke in das Potential für kognitive Aktivierung im Mathematikunterricht. In M. Kunter, J. Baumert, W. Blum, U. Klusmann, S. Krauss & M. Neubrand (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften: Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV* (S. 115–131). Münster et al.: Waxmann.
- Neubrand, M., Klieme, E., Lüdtke, O., & Neubrand, J. (2002). Kompetenzstufen und Schwierigkeitsmodelle für den PISA-Test zur mathematischen Grundbildung. Degrees of Competence and Models of Difficulty for the PISA-Test of Mathematical Literacy. *Unterrichtswissenschaft*, 30 (2), 100–119.
- Ostermann, A., Leuders, T., & Nückles, M. (2018). Improving the Judgment of Task Difficulties: Prospective Teachers' Diagnostic Competence in the Area of Functions and Graphs. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 21 (6), 579–605. <https://doi.org/10.1007/s10857-017-9369-z>
- Padberg, F., & Wartha, S. (2017). *Didaktik der Bruchrechnung* (5. Aufl.) (Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II). Berlin: Springer Spektrum. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-52969-0>
- PH Freiburg (2019, 8. Juli). *Studien- und Prüfungsordnungen*. Zugriff am 14.04.2020. Verfügbar unter: <https://www.ph-freiburg.de/studium-lehre/studienorganisation/studien-und-pruefungsordnungen>.
- Philipp, K. (2018). Diagnostic Competences of Mathematics Teachers with a View to Processes and Knowledge Resources. In T. Leuders, K. Philipp & J. Leuders (Hrsg.), *Diagnostic Competence of Mathematics Teachers: Unpacking a Complex Construct in Teacher Education and Teacher Practice* (Mathematics Teacher Education, Bd. 11) (S. 109–127). Cham: Springer International Publishing. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-66327-2\\_6](https://doi.org/10.1007/978-3-319-66327-2_6)
- Prediger, S. (2007). „... nee, so darf man das Gleich doch nicht denken!“ Lehramtsstudierende auf dem Weg zur fachdidaktisch fundierten diagnostischen Kompetenz. In B. Barzel (Hrsg.), *Algebraisches Denken*. Festschrift für Lisa Hefendehl-Hebeker (S. 89–99). Hildesheim: Franzbecker.
- Reinhold, S. (2018). Revealing and Promoting Pre-service Teachers' Diagnostic Strategies in Mathematical Interviews with First-Graders. In T. Leuders, K. Philipp & J. Leuders (Hrsg.), *Diagnostic Competence of Mathematics Teachers: Unpacking a Complex Construct in Teacher Education and Teacher Practice* (Mathematics Teacher Education, Bd. 11) (S. 129–148). Cham: Springer International Publishing. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-66327-2\\_7](https://doi.org/10.1007/978-3-319-66327-2_7)
- Rieu, A., Loibl, K., Leuders, T., & Herppich, S. (2020). Diagnostisches Urteilen als informationsverarbeitender Prozess – Wie nutzen Lehrkräfte ihr Wissen bei der Identifizierung und Gewichtung von Anforderungen in Aufgaben? *Unterrichtswissenschaft*, 1–27. <https://doi.org/10.1007/s42010-020-00071-x>
- Schrader, F.-W. (2013). Diagnostische Kompetenz von Lehrpersonen. *Beiträge zur Lehrerinnen- und Lehrerbildung*, 31 (2), 154–165.
- Shulman, L.S. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 4–14. <https://doi.org/10.3102/0013189X015002004>

- Südkamp, A., Kaiser, J., & Möller, J. (2012). Accuracy of Teachers' Judgments of Students' Academic Achievement: A Meta-Analysis. *Journal of Educational Psychology, 104* (3), 743–762. <https://doi.org/10.1037/a0027627>
- Van Ophuysen, S. (2006). Vergleich diagnostischer Entscheidungen von Novizen und Experten am Beispiel der Schullaufbahnpfehlung. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie, 38* (4), 154–161. <https://doi.org/10.1026/0049-8637.38.4.154>
- Wartha, S. (2007). Kompetenzen im Bruchrechnen: Die Rolle von Grundvorstellungen. In *Beiträge zum Mathematikunterricht 2007*. 41. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik vom 25.3. bis 30.3.2007 in Berlin (S. 187–190). Hildesheim: Franzbecker.
- Winter, H. (1999). *Mehr Sinnstiftung, mehr Einsicht, mehr Leistungsfähigkeit, dargestellt am Beispiel der Bruchrechnung*. Aachen: RWTH.

## Beitragsinformationen<sup>1</sup>

### Zitationshinweis:

Rieu, A., Loibl, K., & Leuders, T. (2020). Förderung diagnostischer Kompetenz von Lehrkräften bei Aufgaben der Bruchrechnung. *HLZ – Herausforderung Lehrer\*innenbildung, 3* (1), 492–509. <https://doi.org/10.4119/hlz-3167>

Eingereicht: 29.11.2019 / Angenommen: 09.04.2020 / Online verfügbar: 07.05.2020

ISSN: 2625–0675



© Die Autor\*innen 2020. Dieser Artikel ist freigegeben unter der Creative-Commons-Lizenz Namensnennung, Weitergabe unter gleichen Bedingungen, Version 4.0 Deutschland (CC BY-SA 4.0 de).

URL: <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/de/legalcode>

## English Information

**Title:** Fostering Teachers' Diagnostic Competence in the Domain of Fractions

**Abstract:** A decisive issue for successful teaching and high progression in learning is the adaptation of teaching to the requirements of the pupils. For this reason, tasks that meet the individual requirements of the learning group are selected as part of the adaptive teaching. The therefore required skills from teachers include the assessment of the learning requirements and the demands in the tasks. Teacher studies can lay the foundation for such diagnostic skills, but even experienced teachers should develop this range of skills in teacher training. The present study describes an intervention to foster diagnostic competence in the domain of fractions. The participants received instruction on pedagogical content knowledge about features that determine the task difficulty in the domain of fractions with concrete examples. Our study revealed large effects of this short intervention for the experimental group in comparison to a control group. The short intervention can therefore serve as an element in further teacher trainings in the field of diagnostic competence. The judgment accuracy of the assessment of task difficulty of experienced teachers seems to be stable against the influence of time restriction. This result underlines the effects of work-related experience on thinking processes and is interpreted as a facet of professional competence.

**Keywords:** diagnostic competence, adaptive teaching, task difficulty, in-service teacher education

<sup>1</sup> Förderung: Das Projekt wurde im Rahmen des Forschungs- und Nachwuchskollegs DiaKom (Diagnostische Kompetenzen von Lehrkräften: Einflüsse, Struktur und Förderung) der Pädagogischen Hochschulen Freiburg und Heidelberg vom Ministerium für Wissenschaft, Forschung und Kunst Baden-Württemberg gefördert.