

LA DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA COMO DISCIPLINA CIENTÍFICA. EL USO DE LA HISTORIA COMO HERRAMIENTA METODOLÓGICA

Carolina Carrillo, José Iván López-Flores, Modesto Sierra

Universidad de Salamanca, España

ccarrillo@usal.es, jilopez@usal.es, mosiva@usal.es

Resumen

En la actualidad podemos decir que la matemática educativa tiene ya un camino andado que la sitúa como disciplina científica. En este escrito haremos un recuento breve del recorrido que tuvo que realizar para ello, desde las necesidades que motivaron su surgimiento, hasta el proceso de búsqueda de independencia y de identidad para constituirse como disciplina científica, definiendo su propia problemática, su campo de estudio. Como es natural sospechar, este proceso no es exclusivo de México, se ha dado de manera mundial desde muy distintas perspectivas, fruto de lo cual tenemos una amplia variedad de marcos teóricos y metodológicos que atienden la misma problemática. Expondremos de manera particular el caso de la Didáctica de la Matemática en España y, como ejemplo de aplicación, el uso de la metodología histórica como una opción más para enfrentar los problemas propios de nuestra disciplina.

Palabras Clave: *Matemática Educativa, disciplina científica, Didáctica de la Matemática, metodología histórica*

Introducción

Actualmente en México no es difícil que un estudiante universitario cuya formación esté enfocada en las matemáticas y/o su enseñanza sepa que existe una disciplina que se ocupa de la problemática inmersa en la construcción del conocimiento matemático. Son varias las universidades en las que se imparte una licenciatura con orientación a la enseñanza particular de las matemáticas e incluso existen posgrados que permiten la especialización disciplinar. Esto ha permitido que el número de doctores (formados tanto dentro del país como en el extranjero) sea cada día mayor, posibilitando a su vez a la creación de centros de investigación y la publicación de revistas especializadas en las que podemos seguir los avances reportados en materia de investigación. Asimismo, anualmente se realizan diversos encuentros académicos en los que investigadores, profesores y estudiantes comparten estudios y experiencias, ejemplo de ello son la Escuela de Invierno en Matemática Educativa organizada por la Red de Centros de Investigación en Matemática Educativa (CIMATE), la sección de docencia de las matemáticas del Congreso Nacional organizado por la Sociedad Matemática Mexicana (SMM) y el Congreso Nacional de Enseñanza de las Matemáticas organizado por la Asociación Nacional de Profesores de Matemáticas (ANPM), entre otros.

Este panorama nos deja ver la consolidación de que hoy en día goza la Matemática Educativa. Estos indicadores no son exclusivos de México, son compartidos por muchos países, gracias a lo cual se ha logrado conformar como una disciplina científica. Sin embargo esto es realmente algo reciente, como veremos más adelante, la Matemática Educativa todavía es una disciplina joven en la que aún hay mucho trabajo por hacer.

Surgimiento y evolución de nuestra disciplina

Tal como se menciona en Cantoral y Farfán (2003):

Aunque las preocupaciones por la enseñanza de la matemática y por su mejora progresiva son tan antiguas como la enseñanza misma y ésta tan antigua como la vida en sociedad, el estudio sistemático para localizar los fenómenos que la caracterizan, tendrá apenas, sí acaso, unas décadas de existencia entre nosotros.

Hace apenas unas décadas se pensaba que era suficiente saber matemáticas para enseñarlas y por tanto no era necesario investigar acerca de su enseñanza y aprendizaje. Para entender cómo sucede el cambio de estas ideas es necesario echar una mirada hacia el pasado.

Uno de nosotros, Sierra (1992), hace un recuento de la emergencia y evolución de nuestra disciplina a nivel mundial. Destacamos de este escrito algunos de los hechos que consideramos más representativos y que muestran a grandes rasgos el recorrido histórico que ha realizado la Matemática Educativa hasta el día de hoy.

Este investigador nos narra cómo la enseñanza de las Matemáticas como tal es cultivada desde la Edad Antigua, cuando los sumerios y babilonios crean las escuelas de escribas. También es posible observar mediante su relato cómo el conocimiento se constituye en una fuente de poder para el que lo posee y es restringido a ciertas clases o grupos sociales. Tuvieron que pasar muchos siglos para que se produjeran cambios en la perspectiva del Estado con respecto a la Educación y la concibiera como un derecho para todos los ciudadanos.

El cambio definitivo sucederá con la Revolución Francesa en 1789, porque con ella se institucionaliza un sistema de educación público y obligatorio, tal como hoy lo conocemos, para dar una formación general a todos los ciudadanos y que precede a la formación profesional.

Estas condiciones de enseñanza, dado el contexto en el que surgen, se fueron implantando primeramente en los países europeos a lo largo del siglo XIX. A partir de la institucionalización educativa se empezó a percibir la problemática particular de la enseñanza de las matemáticas y surgen las primeras asociaciones de profesores que han evolucionado hasta convertirse en nuestros días en comunidades científicas.

Hay que remontarse al año 1871, para encontrar la primera Asociación profesional de educadores de Matemáticas, la *Association for the Improvement on Geometrical Teaching* (A.I.G.T.), fundada en Inglaterra. Otros países europeos y Estados Unidos también crearon sus propias asociaciones. En 1908 se crea la *Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique* (C.I.E.M.), designada habitualmente con sus siglas en inglés I.C.M.I.

En ese momento, dada la inexperiencia y la falta de desarrollo de la psicología, los trabajos iban principalmente encaminados hacia los distintos modos de presentación de la materia, teniendo poca consideración los aspectos psicológicos del aprendizaje de las Matemáticas.

En 1914, con motivo de la Primera Guerra Mundial se hace una larga pausa en este trabajo que se verá reanudado al terminar la Segunda Guerra Mundial en 1939.

La rápida expansión de la educación secundaria plantea nuevos problemas que rebasan el ámbito de los matemáticos, exigiendo la colaboración de otros profesionales, en particular psicólogos y pedagogos.

Se crea en 1950 la *Commission Internationale pour l'Etude et l'Amelioration del l'Enseignement Mathématique* (C.I.E.A.E.M.)

El trabajo desarrollado durante la década de los cincuentas fue la antesala para una reforma que impactaría la enseñanza de las matemáticas a nivel mundial.

Hitt (1998) señalará lo siguiente: la crisis generada por la llamada Reforma de las matemáticas modernas (1960-70) impulsó una mayor reflexión sobre los problemas de aprendizaje de la

matemática. Es en esta época que empiezan a crearse institutos de investigación sobre la problemática del proceso enseñanza aprendizaje de la matemática y se forman grupos interdisciplinarios de investigación en diferentes países; muchos de ellos dirigen sus indagaciones hacia el estudio de fenómenos ligados al aprendizaje de la matemática.

Diversidad disciplinar

Como hemos observado, este proceso de reflexión acerca de la necesidad de investigación en torno a los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas se dio de manera mundial desde muy distintas perspectivas, fruto de lo cual tenemos una amplia variedad de marcos teóricos y metodológicos que atienden la misma problemática.

Por mencionar algunos de estos diversos enfoques podemos citar a Dubisnky con la Teoría APOE en EEUU, el Problem solving inicialmente planteado por Polya y desarrollado por Schoenfeld en EEUU, la escuela francesa por su parte tiene entre sus principales exponentes a Brousseau con la Teoría de Situaciones Didácticas, Artigue con la Ingeniería Didáctica, Chevallard con la Transposición Didáctica, Vergnaud con los Campos conceptuales, es importante también mencionar a la canadiense Sierpinska que desarrolló la teoría de los Modos de pensamiento para el campo del álgebra lineal, en México el grupo de investigadores encabezado por Cantoral y la Socioepistemología, la Metodología de la Enseñanza de las Matemáticas desarrollada en Cuba, de España podemos citar el enfoque ontosemiótico de Godino, la Metodología histórica aplicada a la Didáctica de la Matemática trabajada principalmente por Sierra, la etnomatemática desarrollada por el brasileño D'Ambrosio, la teoría de representaciones con exponentes como Janvier, Duval, Hitt, y esta lista podría seguir tanto con enfoques y sus representantes como con tópicos abordados de manera común en los estudios como la motivación, las TIC's, los materiales didácticos, los factores afectivos, desarrollo por competencias, por citar algunos.

Como podemos ver son muchos y muy diversos los marcos teóricos locales desarrollados alrededor de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

La investigación educativa está lejos de ser un campo unificado. Esta característica se mostró claramente en el reciente estudio del ICMI titulado "What is research in mathematics education and what are its results?" (ver Sierpinska y Kilpatrick, 1998.) La diversidad de paradigmas existentes contribuye ciertamente a la riqueza del campo pero, al mismo tiempo, dificulta el uso y la síntesis de resultados de investigación. (Artigue, 2003).

Esto ha motivado múltiples reflexiones y debates constantes por parte de la comunidad científica. De hecho, la International Commission of Mathematical Instruction (ICMI) dedicó la Conferencia ICMI de 1994 al tema *¿Qué es la investigación en educación matemática y cuáles son sus resultados?* La reunión partía de un documento de discusión (Kilpatrick & Sierpinska, 1993) en el que se formulaban preguntas en torno al objeto de estudio, los fines de la investigación, la problemática, los resultados, criterios de evaluación de las investigaciones, y reunía a investigadores de todo el mundo de reconocido prestigio para discutir sobre la temática planteada. En esos momentos la educación matemática se encontraba en un proceso de reflexión acerca de la identificación de sus componentes y de sí misma.

Este panorama podría parecer desalentador si no fuera porque en realidad actualmente existe cierto consenso en algunos puntos que consideramos relevantes.

Independientemente del nombre que reciba la disciplina,

El nombre de Matemática Educativa da a nuestra disciplina una ubicación geográfica y conceptual; en el mundo anglosajón, el nombre que le han dado a la práctica social asociada es el de Mathematics Education, mientras que en la Europa continental le han llamado Didáctica de las Matemáticas, Didactique des Mathématiques, Didaktik der Mathematik, por citar algunas de las escuelas más dinámicas. (Cantoral y Farfán, 2003).

El objeto de estudio es el mismo, con ligeras variantes:

“La didáctica de las matemáticas” estudia las actividades didácticas, es decir, las actividades que tienen por objeto la enseñanza, evidentemente en lo que tienen de específicas respecto de las matemáticas. (Brousseau, 1986).

Tratan de dar respuesta a problemas y necesidades derivados de la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas. (Rico y Sierra, 2000).

Se ocupa del estudio de los fenómenos didácticos ligados al saber matemático (Cantoral y Farfán 2003).

En cuanto a su naturaleza, comúnmente se acepta que la Didáctica de la Matemática es una disciplina fronteriza que surge al margen de otras disciplinas como la matemática, la psicología o la sociología y que esto tiene influencia en la metodología de investigación.

La Didáctica de la Matemática es disciplina fronteriza entre las ciencias de la educación y las disciplinas matemáticas y, de ahí, su carácter multidisciplinar que se refleja en la diversidad de aproximaciones con que se pueden considerar los problemas que estudia. (Rico y Sierra, 1999).

... aún disponiendo de un conjunto de estrategias metodológicas para abordar su objeto de estudio, no tiene un método propio sino que como señala Gutiérrez (1991): La investigación en este área se encuentra situada en una posición intermedia entre las investigaciones de los diversos campos científicos que tienen que ver con la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. (Sierra, 2005).

La educación matemática se encuentra en el cruce de muchos campos de investigación bien establecidos, como las matemáticas, la psicología, la pedagogía, la sociología, la epistemología, la ciencia cognitiva, la semiótica y la economía y puede estar relacionada con problemas importados de estos campos. Pero la educación matemática tiene ciertamente sus propias problemáticas que no se pueden considerar como casos particulares o aplicaciones de aquellas de otros campos. (Sierpinska, 1993).

En cuanto al tipo de objetivos, éstos son comúnmente clasificados en dos grandes rubros: de tipo teórico y de tipo práctico.

La investigación en educación matemática tiene dos propósitos principales, uno puro y otro aplicado: Puro (Ciencia básica): a fin de entender la naturaleza del pensamiento matemático, la enseñanza y el aprendizaje; Aplicado (Ingeniería): Usar esa comprensión para mejorar la instrucción matemática. (Shoenfeld, 2000).

Uno puede pensar en dos clases de fines: fines pragmáticos y fines científicos más fundamentales. Entre los fines pragmáticos estarían el mejoramiento de la práctica docente así como la comprensión y la actualización de los estudiantes. El principal fin científico podría ser el desarrollo de la educación matemática como un campo de investigación académico. (Kilpatrick y Sierpinska, 1993).

Si bien es cierto que la naturaleza multidisciplinar de la Matemática Educativa y la diversidad de paradigmas que la estudian alejan la posibilidad de unificarse como campo, también lo es que contribuyen a enriquecerlo y esto lo retomaremos más adelante.

A continuación analizaremos dos contextos particulares.

La Matemática Educativa en México

En México, la década de los 70's del siglo pasado fue de suma importancia para el surgimiento de la Matemática Educativa.

...las autoridades en funciones de la Secretaría de Educación Pública (SEP) solicitaron a un grupo de matemáticos del Departamento de Matemáticas del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (DM del Cinvestav-IPN) un trabajo relacionado con el proyecto denominado Reforma Educativa (principios de los 70's) para el ciclo escolar de la primaria (edades de niños de 6 a 11 años).

El proyecto del DM del Cinvestav con la SEP fue crucial para el grupo de matemáticos, produjo una reflexión y una toma de conciencia de que no bastaba saber matemáticas para resolver los problemas educativos, era imperativa la búsqueda de nuevas alternativas. Parte de ese grupo, comprometido con la tarea de encontrar soluciones a problemas sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, concluyó que era necesario crear (1974-1975) un Departamento de Matemática Educativa en el Cinvestav. En abril de 1975, se concedió la creación de la Sección de Matemática Educativa (SME), la cual en 1993 se convirtió en el Departamento. (Hitt, 1998).

Desde la creación de la SME, la investigación en Matemática Educativa en México ha tenido diversos enfoques y paradigmas (para profundizar en el tema el lector puede referirse a Filloy, 1981, Imaz, 1987, Hitt, 1998 y Cantoral y Farfán, 2003). La influencia de los trabajos de investigadores estadounidenses, la influencia europea (particularmente, la escuela francesa), la literatura soviética y los clásicos de la psicología educativa como Dienes, Piaget y Vigotsky fueron algunos de los principales marcos de referencia para los investigadores mexicanos en los inicios de la ME.

A lo largo de estos años los cambios se han dado también a nivel teórico, como podemos observar en los siguientes párrafos:

ME es lo que surge cuando, haciendo cierto tipo de abstracciones, abordamos a la matemática como un problema de comunicación, entendida esta última en su sentido moderno, es decir, como emisión y recepción de mensajes que deben producir cambios conductuales observables en los receptores y que, en caso de que estos cambios no se producen o no suceden en la forma deseada, deben producir cambios en la conducta de los emisores, continuando el proceso hasta que se consiguen los objetivos deseados originalmente u otros objetivos alternos. (Imaz, 1987).

A lo largo del tiempo, las sociedades han conformado instituciones con el objeto de incorporar a las matemáticas y a la ciencia en la cultura de la sociedad con la clara intención de favorecer entre la población una visión científica del mundo. Este intenso proceso social de culturización científica, nos ha ayudado a reconocer la necesidad de implementar modificaciones educativas en el campo particular de las matemáticas con base en diseños mejor adaptados a las prácticas escolares. Del estudio sistemático de los efectos de tales procesos se ocupa la matemática educativa. (Cantoral, R. y Farfán, R., 2003).

Producto de la experiencia, de la diversidad de formación de los investigadores, de la madurez disciplinar misma, se ha evolucionado en las líneas de investigación, en la problemática atendida, en las metodologías.

El panorama actual es como se ha descrito en la introducción. Existen grados y posgrados con formación específica en Matemática Educativa. Existen diversas asociaciones de profesores e investigadores que realizan reuniones académicas y se tienen publicaciones resultantes en las actas de dichas reuniones o en revistas científicas, tales como Educación Matemática y la Revista de Investigación en Matemática Educativa (Relime). Además, las nuevas generaciones de

investigadores realizan estancias de investigación y/o estudios completos en diversos lugares del extranjero.

La Didáctica de la Matemática en España

Dada la formación académica de los autores de este escrito, consideramos conveniente presentar someramente la Didáctica de la Matemática en el contexto español, para que el lector pueda apreciar los puntos comunes y divergencias en ambos casos.

La concepción más aceptada en España de lo que es la educación matemática la podemos ver Rico, Sierra, Castro (2000).

Podemos apreciar que se hace una distinción entre Educación Matemática y Didáctica de la Matemática. Siendo la Educación Matemática *todo el sistema de conocimientos, instituciones, planes de formación y finalidades formativas que conforman una actividad social compleja y diversificada* y la Didáctica de la Matemática *la disciplina que estudia e investiga los problemas que surgen en educación matemática y propone actuaciones fundadas para su transformación*.

La Educación Matemática está dividida en tres ámbitos:

El primero de ellos, como todo el conjunto de conocimientos, artes, destrezas, lenguajes, convenciones, actitudes y valores, centrados en las matemáticas y que se transmiten por medio del sistema escolar, es decir, las matemáticas como objeto de enseñanza aprendizaje.

En segundo lugar está la educación matemática como actividad social realizada por profesionales cualificados en instituciones específicas, es decir, trata del análisis y estudio de las condiciones para la enseñanza de las Matemáticas. Y por último el que plantea a la Educación Matemática como una disciplina científica y se hace referencia a ella como Didáctica de la Matemática. Tiene por objetivo delimitar y estudiar los problemas que surgen durante los procesos de organización, comunicación, transmisión, construcción y valoración del conocimiento.

Sus antecedentes en España son bastante escasos hasta la década de los años setenta, y su aparición es tal como se señala en Rico, Sierra, Castro (2000):

...fruto de la aparición de la Ley General de Educación, que establece el currículum de las Matemáticas Modernas e incorpora la investigación educativa a las prioridades académicas con la creación de los *Institutos de Ciencias de la Educación y del Instituto Nacional de Ciencia e Investigación Educativa*. Es así como aparece en la Universidad Española la disciplina Didáctica de las Matemáticas.

El impulso definitivo de la investigación en el área viene dado por dos hechos: uno es la creación de las sociedades de profesores, cuyas reflexiones guían el desarrollo de la investigación posterior y por otro lado la reforma de la Universidad en 1983 que permite la institucionalización de la Didáctica de la Matemática en España.

Este último hecho a su vez permite la creación de Departamentos Universitarios en los que está integrada la Didáctica de la Matemática, que permite a su vez la disposición de medios humanos como materiales para la docencia e investigación en el área. En una etapa inicial había 4 centros universitarios en Didáctica de la Matemática y 12 que englobaban a la misma. Un total de 212 profesores.

Una consecuencia de la aparición de estos nichos en los que la Didáctica de la Matemática reside, fue la posibilidad de la aparición de los programas de Doctorado y de líneas de investigación que al día de hoy se encuentran consolidadas, todo esto vino a dar el impulso definitivo a la investigación en el área permitiendo además la creación y permanencia de grupos de investigación estables.

Asimismo la creación de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM) ha venido a reafirmar la consolidación de la Didáctica de la Matemática permitiendo vía sus publicaciones y reuniones al menos una vez al año la interacción, crítica y desarrollo de la disciplina.

Además es a partir de 1983 que empiezan a publicarse de manera sistemática revistas específicas de Educación Matemática, tal es el caso de *Enseñanza de las Ciencias*, *Thales*, *Épsilon*, *Números*, *Suma y Uno Revista de Didáctica de la Matemática*.

El uso de la historia en la Didáctica de la Matemática

Como mencionamos anteriormente la naturaleza multidisciplinar de la Didáctica de la Matemática y la diversidad de paradigmas pueden contribuir en el enriquecimiento de la investigación. En el caso de España, existe un grupo de investigadores interesados en los resultados que la Historia de la Educación puede aportar.

Como podemos ver, ha quedado ya lejano en el tiempo el inicio del uso de la Historia en la Educación Matemática (HEM), marcada hacia finales del siglo XIX en Alemania e impulsada principalmente por el prestigioso matemático Felix Klein al seno de la CIEM. Y aunque a partir de los años 20 se produjo una decadencia de este tipo de estudios, éstos han tomado nuevos bríos a partir del fracaso de las reformas de la enseñanza de las matemáticas.

Después del periodo antihistoricista de las reformas de la enseñanza de las Matemáticas en las décadas de los cincuenta y sesenta, ha aumentado notablemente el interés por la Historia de la Educación Matemática suscitado, en parte, por las actividades llevadas a cabo con la intención de cambiar el currículo de Matemáticas y el fracaso que ha seguido a los proyectos de reforma curricular. (Sierra, 2005).

Otro motivo del creciente interés en la HEM es señalado por Schubring (1987):

Durante los últimos años uno puede notar un creciente interés en la historia de la educación matemática- un interés que es motivado por tópicos de historia social, por cuestiones acerca de las creencias y las intenciones de las personas activamente relacionadas con la educación (profesores, administradores, padres).

Desde ese punto hasta la fecha la variedad de las investigaciones en HEM ha ido en aumento, dicha variedad va desde la incorporación del método histórico como tal hasta adecuaciones metodológicas en las que se han incorporado aspectos propios de la investigación en educación matemática. Tomando entonces como foco principal de atención aspectos de orden epistemológico, didáctico, cognitivo; en los cuales la cuestión temporal es el eje que permite construir las explicaciones de los hechos educativos, para mayor detalle de esta variedad ver (Gómez, 2003).

Sin embargo, aquello que es común a estas categorías es el hecho que señala Escolano (1984, citado en Sierra, 2005), *que hacer historia de la educación (matemática en este caso) es construir una explicación histórica de carácter científico sobre un sector de la realidad, el hecho educativo*.

Hasta este punto estas categorías están parcialmente de acuerdo. Sin embargo, es en el tipo de explicación en que difieren o se diferencian unas de otras (dependiendo en algunos casos de la postura teórica que se tome al dar explicaciones sobre la construcción del conocimiento).

Dentro de esta amplia gama de investigación histórica en educación matemática haremos énfasis en un tipo particular que a últimos años está mostrando ser una fuente importante para la reconstrucción de nuestro pasado educativo: el estudio de los libros de texto o manuales escolares

de matemáticas.

La relevancia es tal, que analizar los libros de texto es dar una mirada a la práctica escolar del pasado, como dice Schubring (1987):

Si una parte del hecho establecido por la investigación escolar en los 1970's de que la práctica de enseñanza no está determinada por los decretos ministeriales ni por la currícula oficial sino por los libros de texto usados, uno es guiado al estudio de los autores de los libros escolares. Actualmente, analizar libros de texto antiguos puede ser considerado como una aproximación tradicional a la historia de la instrucción de las matemáticas.

La aplicación del método histórico en investigaciones de Didáctica de la Matemática. Dos ejemplos

Las dos investigaciones que describiremos a continuación son un ejemplo del uso de la investigación histórica en Didáctica de la Matemática a través del estudio de libros de texto antiguos. Ambas están siendo desarrolladas como investigaciones doctorales en el programa de Educación Matemática de la Universidad de Salamanca, España.

Se apoyan de la metodología histórica para consecución de sus objetivos. El uso de este método propio de la ciencia histórica juega un papel importante ya que permite por una parte la sistematicidad del trabajo y por otra sirve de sustento metodológico que aporta cientificidad a la investigación.

Las fases de la investigación histórica en educación son las siguientes (Ruiz, 1976): La *heurística*, que consiste en la localización y clasificación de las fuentes a analizar en la investigación; una vez elegidas es necesario hacer una *crítica* sobre ellas, esta consta a su vez de dos fases, *crítica externa* que consiste en determinar la autenticidad de las fuentes objeto de nuestro estudio, de la forma de localización y acceso a las mismas; y de una *crítica interna* que se encarga de la comprensión y recta interpretación del contenido de los documentos. La interpretación histórica de los datos constituye la *hermenéutica*. Y por último se encuentra la *exposición* que es la construcción de la historia propiamente dicha, procediendo a dar las explicaciones correspondientes.

Este método como puede apreciarse, es una adecuación del método científico general.

Dada la intención de este escrito centraremos nuestros ejemplos en la crítica interna y en la hermenéutica hechas de los datos que se tienen.

Ejemplo 1. Un análisis sistémico de la obra de José Mariano Vallejo desde la perspectiva de la investigación histórica en Educación Matemática.

La primera investigación tiene por objetivo realizar una caracterización desde el punto de vista de la Educación Matemática de la obra completa de un autor de libros de texto. El personaje en cuestión es José Mariano Vallejo, científico-pedagogo nacido en Granada, España; la importancia de este personaje es que por un espacio de aproximadamente 70 años, tuvo una gran influencia sobre la enseñanza de las matemáticas, tanto en España como en América Latina.

Las fuentes incluidas para esta investigación fueron seleccionadas con los siguientes criterios:

El autor (Mariano Vallejo), que el material sea elaborado/editado por Vallejo, esto consiste en obras que se encuentran publicadas entre los años 1779 y 1843 y de aquellos libros que si bien son publicados después, se tiene la seguridad de que son trabajos de Vallejo y que las obras fuesen para la enseñanza de la Matemática, en una de las dos modalidades que el mismo Vallejo señala, dedicadas a la primera enseñanza o de obras científicas. Las obras seleccionadas fueron

32 libros (en diversas ediciones):

- Adiciones a la geometría de D. Benito Bails (1806).
- Aritmética para niños escrito para uso de las escuelas del reino (1806).
- Memoria sobre la curvatura de las líneas en sus diferentes puntos, sobre el radio de curvatura y sobre las evolutas (1807).
- Tratado elemental de Matemáticas (1812-1813).
- Compendio de Matemáticas puras y mixtas (1819).
- Aritmética de niños escrita para uso de las escuelas del reino (1830).
- Ideas primarias que deben darse a los niños en las escuelas acerca de los números (1833).
- Explicación de sistema decimal o métrico francés... correspondencia de las expresadas unidades francesas con las españolas, y de las españolas con las francesas y modo de hacer la reducción de unas a otras (1846?)
- Geometría para niños (1834).

y una serie de documentos del propio Vallejo.

Análisis e interpretación de los documentos.

Se seguirá la línea propuesta en Schubring (1987) para el análisis de la *oeuvre* de libros de texto históricos, una aproximación holística mediante el uso de un esquema tridimensional, los ejes de este análisis son los siguientes:

- *La primera dimensión consiste en el análisis de los cambios entre ediciones de un libro de texto escogido como punto de partida, dígame uno de álgebra o uno de aritmética.* En esta primera etapa se realizó un **análisis de contenido** (Rico et al, 2008) para caracterizar, de manera sistemática, desde un punto de la Didáctica de la Matemática cada una de las obras, esto nos permitió hacer un análisis de los cambios entre las ediciones, tomando como base para la comparación los elementos propios del análisis de contenido: estructuras conceptuales del contenido (identificación de conocimiento conceptual y procedimental), los sistemas de representación usados y la fenomenología intrínseca a la obra.
- *La segunda dimensión consiste en encontrar los correspondientes cambios en otros libros de texto pertenecientes a la misma oeuvre, mediante el estudio de aquellas partes que tienen campos conceptuales relacionados, dígame álgebra geométrica, trigonometría, etc.* La información obtenida de los análisis de contenido realizado para la primera dimensión nos permitió hacer este análisis, asimismo, fue posible hacer comparaciones entre obras dedicadas a la enseñanza de un campo conceptual, pero que están dirigidos a poblaciones distintas.
- *La tercera dimensión correlaciona cambios en los libros de texto con cambios en el contexto: cambios en los planes de estudio, decretos ministeriales, debates didácticos, evolución de las matemáticas, cambios en la epistemología.*

Este análisis tridimensional constituye la piedra angular del estudio, actualmente la investigación está en proceso de ejecución y se tienen resultados parciales sobre la primera enseñanza.

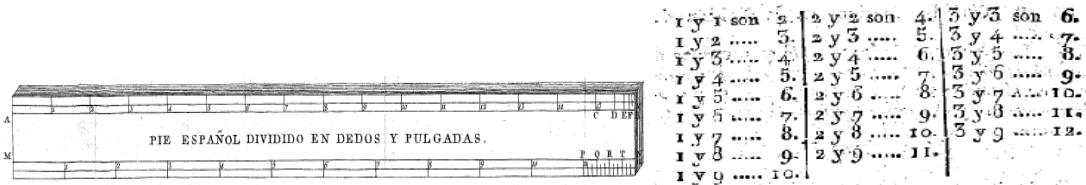
Para ejemplificar lo anterior presentaremos algunas notas sobre el análisis de la “Aritmética de Niños” en las ediciones de 1806 y 1824:

El análisis de contenido realizado nos permitió ver que la concepción de aritmética como una ciencia que “trata de averiguar las relaciones y propiedades entre los números” (Vallejo, 1806, pág. 1), es la que guía la secuenciación de los contenidos: todo gira en torno a las operaciones, primero unas nociones preliminares, todo sobre la suma, todo sobre la resta, etc.

Una estructura que está presente en cada sección dedicada a una operación es la siguiente:

Significado de la operación → tabla de la operación → proceso de la operación en abstracto → proceso de la operación con ejemplos → casos especiales.

Los sistemas de representación usados fueron figurales, textuales, tabulares, simbólicos y esquemas.



La fenomenología de la obra está ligada al contexto matemático, a la conversión de unidades, al comercio, a aplicaciones a la vida cotidiana.

216. P. ¿Me podreis resolver otros exemplos de regla de tres simple directa?

R. Si Señor: primer exemplo: *un labrador ha comprado 276 reses vacunas en 97538 reales; ¿ cuántas podrá comprar con 390152 reales. Como aquí el número principal del supuesto es 97538 reales, escribiré la question como aquí se ve:*

97538 rs. : 390152 rs. : : 276 rs. vs. : 1104 rs. vs.
y sacaré que puede comprar 1104 reses vacunas con dichos 390152 reales.

El libro está enfocado fundamentalmente a la adquisición de conocimiento procedimental en forma de mecanización de las operaciones y que son los cambios entre unidades comerciales lo que domina el contexto.

Relaciones entre los contenidos y el contexto en la ADN

Según cita Vallejo:

Al componer y publicar esta obrita en 1804, tuve por objeto popularizar el conocimiento de los quebrados decimales, que hasta dicha época solo se daban a conocer en las Aulas de Matemáticas; y del cual se necesitaba indispensablemente, para la igualación de nuestras pesas y medidas, de que entonces se ocupaba el gobierno, en que yo trabajaba (Vallejo, 1845, pág. v).

De este modo queda resaltado el carácter un tanto utilitario de la obra, apoyando la idea de que es el dominio de las operaciones (conocimiento procedimental) el que guía la estructura de la obra.

Asimismo, García (2002) señala que las obras de Vallejo en cuanto a estructura están basadas en la obra de Le Blond, dato corroborado en “*Abregé de l'arithmetique et de la géométrie de l'officier*”.

Cambios entre la edición de 1806 y 1824

Los cambios se ven reflejados en la inclusión de nuevos temas a tratar, en la portada de la ADN de 1824 se puede ver:

Corregida, y aumentada con las reglas de compañía, aligación é interés; y con el modo de formar el cuadrado y estrarher la raíz cuadrada, y un apéndice sobre las razones y proporciones.

Según se lee en el prólogo (Vallejo, 1824), la razón de esta inclusión es la siguiente:

...y en esta [edición] añadiré que la buena acogida que ha tenido esta obrita, dentro y fuera de la Corte por los buenos efectos que ha producido en la enseñanza, me han movido a corregirla con todo esmero y á añadir las reglas de *compañía, aligación é interés*, con el fin de reunir en ella todo lo necesario para los usos que por lo general ocurren en la sociedad.

... El deseo de manifestar mi gratitud al público por el singular favor que ha dispensado á esta obrita me ha estimulado a corregirla mas, y añadir un capítulo sobre el modo de formar el cuadrado y cubo de un número y el de estrarher la raíz cuadrada, y un apéndice sobre las razones y proporciones; con el fin de completar en cuanto me ha sido posible toda la instruccion que sobre

tan importantes materias se puede adquirir en la primera edad.

La razón que da el autor es clara, la de proveer de un material que abarque más usos prácticos.

En el caso de las obras que tienen campos conceptuales relacionados con la ADN, están en tomo I del *Compendio* y el tomo I, primera parte del *Tratado*. En ambos casos las obras están destinadas a la educación superior, por lo que la diferencia fundamental con ella radica en el hecho de que están presentes demostraciones de las proposiciones, hecho que en el caso de la ADN no están presentes.

A manera de reflexión, afirmamos que este diseño metodológico nos está permitiendo construir una explicación histórica relevante de la obra de Mariano Vallejo, permitiéndonos situarla en el contexto de autor, conocer el contenido por sí mismo, así como también dar cuenta de las influencias y motivaciones de los cambios en sus libros. Asimismo, se puede señalar que la propuesta es eficaz para los fines de esta investigación ya que nos permite integrar de manera sistémica información que al inicio estaba dispersa.

Ejemplo 2. La evolución de la aritmética como materia escolar en España durante el periodo 1789-1939

La segunda investigación que reportamos se mantiene en la misma línea de investigación pero se encuentra menos desarrollada.

Parte del reconocimiento de la aritmética como una de las materias escolares consideradas fundamentales dentro de la educación de los estudiantes ya que se aborda desde los primeros años escolares y se supone uno de los conocimientos más utilizados dentro de la vida diaria. A su vez, la reconoce como uno de los primeros filtros escolares contra los que se enfrentan los estudiantes, razón por la cual es considerada como centro de este estudio. Sin embargo, ha sido un área aún soslayada dentro las investigaciones de corte histórico por lo cual se considera pertinente contribuir en el aporte de conocimiento alrededor de esta materia escolar, de sus inicios, de su evolución y tratamiento dado a lo largo de su historia.

Con el fin de alcanzar una mejor comprensión de los fenómenos que ocurren en el proceso de enseñanza aprendizaje de esta rama, el objetivo general planteado es *describir la evolución que ha tenido la aritmética como materia escolar en España por medio del análisis de libros de texto a partir de la Revolución Francesa*. Para ello, como hemos mencionado se utilizará la metodología de investigación histórica propuesta por Ruiz (1976) y, como metodología complementaria, el análisis de contenido propuesto en Rico, Marín, Lupiáñez y Gómez (2008).

Se realizó una búsqueda y recopilación de manuales escolares tanto en lugares físicos como virtuales tales como la biblioteca histórica de la Universidad de Salamanca, librerías especializadas, Google Books, el proyecto MANES y la Biblioteca Digital Hispánica, entre otros. Para la elección de los manuales establecimos los siguientes criterios:

- Que fueran publicados en España dentro del periodo de 1789-1939.
- Que estuvieran en idioma español.
- Que fueran de aritmética o la contuvieran como materia.

Se logró recopilar 150 manuales. Cabe mencionar que, gracias a los medios digitales tan en boga actualmente, es la primera vez en este tipo de estudios que se obtiene una cantidad tan grande de fuentes primarias. Ante ello, hemos considerado que sería inexcusable no hacer un primer análisis de ellos para la selección de los libros que se analizarán finalmente.

En este momento, la investigación se encuentra en una fase de análisis preliminar. Este análisis se está realizando enfocándose principalmente en datos como: Autor, Lugar/año, Población Diana,

Definición de aritmética, Índice resumido, Descripción de la presentación y Observaciones generales. Poniendo especial atención en los prólogos y en los índices.

Conclusiones

Se ha hecho un recorrido por diversos momentos importantes en el desarrollo de la Didáctica de la Matemática desde su emergencia hasta su estado de consolidación actual, tanto a nivel internacional como a nivel regional (México y España). Si bien siguen caminos semejantes, con ciertas coincidencias, como es el caso de la reforma de las Matemáticas Modernas, también es cierto que en cada caso hay coyunturas propias de cada región que matizan el desarrollo. El conocer estas peculiaridades del pasado nos permitirá, con toda seguridad, tomar decisiones como comunidad sobre nuestro futuro, tanto regional como global. Asimismo, se ha puesto un especial énfasis en la historia de la Educación Matemática como una línea de investigación viva y en desarrollo, concretando finalmente con investigaciones reales presentadas a manera de ejemplo de la diversidad de formas de investigar en el área.

Reconocimientos

Agradecemos al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (Conacyt-México), a la Comisión Europea con el Programa Alβan de Becas de estudio Alto Nivel y a la Universidad de Salamanca por posibilitarnos la realización de las investigaciones aquí mencionadas.

Referencias

- Artigue, M. (2003). ¿Qué se puede aprender de la Investigación Educativa en el Nivel Universitario? *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, Vol. X, No. 2.
- Brousseau, G. (1986). Fundamentos y métodos de la didáctica de las matemáticas. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7 (2): 33-115. [Traducción de Julia Centeno, Begoña Melendo y Jesús Murillo].
- Cantoral, R. y Farfán, R. (2003). Matemática Educativa: Una visión de su evolución. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, Vol. 6, Núm. 1, 27-40.
- Filloy, E. (1981). Investigación en matemática educativa en México. Un reporte. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 2(2), 233-256.
- García, J. (2002). *Literatura española sobre las artes plásticas*. Vol. 2. Madrid: Encuentro.
- Gómez, B. (2003). La investigación Histórica en Didáctica de la Matemática. En E. Castro, P. Flores, T. Ortega, L. Rico y A. Vallecillos (Eds.). *Investigación en Educación Matemática. VII Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM)*, 79-85. Granada: Universidad de Granada.
- Hitt, F. (1998). Matemática Educativa: Investigación y desarrollo 1975-1997. En F. Hitt (Eds.) *Investigaciones en Matemática Educativa II*, (pp.41-65). Editorial Iberoamérica.
- Imaz, C. (1987). ¿Qué es la Matemática Educativa? En E. Bonilla, O. Figueras y F. Hitt (Eds.). *Publicaciones Centroamericanas* 1(1), 267-272.
- Kilpatrick, J. y Sierpinska, A. (1993). What is research in mathematics education and what are its results? *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 13(1.2), pp. 191-204.
- Rico, L. y Sierra, M. (1999). Didáctica de la matemática e investigación, en Carrillo, J. y Contreras, L.C. (eds.). *Matemática española en los albores del siglo XXI*. Huelva: Regué.
- Rico, L., Sierra, M. y Castro, E. (2000). Didáctica de la Matemática. En L. Rico y D. Madrid (eds.) *Fundamentos didácticos de las áreas curriculares*. Madrid: Síntesis.

- Rico, L., Marín, A., Lupiáñez, J.L. y Gómez, P. (2008). Planificación de las matemáticas escolares en secundaria. El caso de los números naturales. *SUMA*, 58, 7-23.
- Ruiz, J. (1976). El método histórico en la investigación histórico-educativa. *Revista Española de Pedagogía*. No. 134 pp. 449-475. Madrid.
- Schoenfeld, A. (2000). Purposes and Methods of Research in Mathematics Education. *Notices of the AMS*, Volume 47, Number 6. Traducción: Juan D. Godino.
- Schubring, G. (1987). On the methodology of analysing historical textbooks: Lacroix as textbooks authors. *For the Learning of Mathematics*, 7(3), 41-51.
- Sierpinska, A. y Kilpatrick, J. (1998). *Mathematics education as a research domain: A search for identity*. Dordrecht, HL: Kluwer A. P.
- Sierra, M. (1992). Nota histórica: Antecedentes, emergencia e institucionalización de la Didáctica de la Matemática. En: L. Montero y J. M. Vez (eds.) *Las didácticas específicas en la formación de profesores*. Santiago: Tórculo Ediciones.
- Sierra, M. (2005). *Introducción a la metodología de investigación en Didáctica de la Matemática*. (Documento inédito, programa de Doctorado en Educación Matemática-USAL).
- Sierra, M., Rico, L. y Gómez, B. (1997). El número y la forma. Libros e impresos para la enseñanza del cálculo y la geometría. En Escolano, A. (Ed.), *Historia ilustrada del libro escolar en España: del Antiguo Régimen a la Segunda República*. pp. 373-398.
- Vallejo, J. M. (1806). *Aritmética de niños escrita para uso de las escuelas del reyno*. Segunda edición. Madrid: Imprenta Real.
- Vallejo, J. M. (1812). *Tratado Elemental de Matemáticas. Segunda parte, Tomo I*. Mallorca: Imprenta de Melchor Guasp.
- Vallejo, J. M. (1819). *Compendio de Matemáticas puras y mistas. Tomo I*. Valencia: Imprenta de Estévan.
- Vallejo, J. M. (1824). *Aritmética de niños escrita para uso de las escuelas del reyno*. Tercera edición. Madrid: Imprenta que fue de García.