Memoria de la XI Escuela de Invierno en Matemática Educativa

UN ESTUDIO DEL USO DE LAS GRÁFICAS EN UNA DISCIPLINA DE REFERENCIA. EL CASO DEL CÁLCULO DE UNA BOMBA

Julio Palacios, Francisco Cordero

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA EDUCATIVA DEL CINVESTAV-IPN. MÉXICO jpalacios@cinvestav.mx, fcordero@cinvestav.mx

Resumen. El presente reporte de investigación a la luz de la socioepistemología como marco teórico parte de la convención que considera a la graficación una práctica social. Para lo cual, se presentarán algunos avances sobre el estudio de los usos de las gráficas que los estudiantes de Ingeniería Química tienen al darle sentido a los conceptos de mecánica de fluidos involucrados en el cálculo de la potencia de bombas. Tomando a la mecánica de fluidos como disciplina de referencia se buscara observar como las gráficas se resignifican a través del debate entre su funcionamiento y su forma, en un contexto ajeno al matemático. Esto permitirá dar mayor evidencia a la convención que considera a la graficación una práctica social al seno de la aproximación socioepistemología, además, brindará un marco de referencia para hacer de la matemática un conocimiento funcional.

Palabras Clave: Socioepistemología, práctica social, resignificación, graficación.

Introducción

El estudio de los fenómenos que se presentan en el proceso de enseñanza – aprendizaje de la matemática es tan antiguo como la matemática misma, a pesar de esto, el estudio de las problemáticas asociadas a la enseñanza de esta disciplina en forma sistemática se podría decir que es nueva. Esta disciplina relativamente nueva a la cual se le llama "matemática educativa" cumple con la tarea de estudiar los fenómenos didácticos ligados al saber matemático (Cantoral & Farfán, 2003).

El estudio de las problemáticas que se presentan en el sistema escolarizado de enseñanza exige de una multiplicidad de visiones y de metodologías en la disciplina las cuales, se

Mérida, Yucatán, 2007

tienen que acoplar a la problemática a observar. Esto quiere decir que primero se tiene que definir el fenómeno a estudiar y posteriormente buscar el marco teórico ideal que nos permita analizar la problemática (Imaz, 1987).

En el caso de esta investigación, la problemática parte del hecho que la matemática de nivel universitario no ha logrado integrarse a los individuos de forma orgánica. La rama de las matemáticas con la cual se inician casi todos los cursos universitarios es el cálculo, el cual, disciplinarmente es un parte aguas en el proceso de agrupación de la matemática, ubicando así un Precálculo y una matemática avanzada. Es así como se hace inminente la necesidad de integrar a la matemática de forma orgánica a la vida de los estudiantes, ya que para ellos (en especial estudiantes de ciencias e ingenierías) se les exige que su conocimiento de esta disciplina sea funcional (Cordero, 2006). Este hecho genera una premisa fundamental de la educación superior, la cual, asume a la matemática como una disciplina que está al servicio de otras disciplinas científicas de las cuales adquiere sentido y significado. Estas variables deben ser tomados en cuenta al realizar investigación en el campo de lo didáctico en este nivel. Es por tal motivo, que las investigaciones que se realicen en educación superior deben tomar en cuenta además del contenido matemático, las otras disciplinas de referencia en las cuales la matemática se resignifica.

Por lo tanto, debemos usar un marco teórico que nos permita estudiar las relaciones que se presentan en contextos socioculturales específicos, ya que es ahí, donde la matemática realmente se resignifica. Desde esta perspectiva el contexto institucional juega un papel medular ya que, es este el que norma los usos del conocimiento a través de su funcionamiento y forma. Este tipo de filosofías hacia la investigación en matemática educativa ayudan a definir no sólo el ¿cómo? sino también el ¿qué? enseñar (Imaz, 1987).

Para la presente investigación la problemática central se encuentra en la ausencia de significados que tienen las gráficas en el contexto educativo, ya que, para el Discurso Matemático Escolar (DME) la graficación es solo una representación del concepto de función. Esta visión del DME genera secuencias insoslayables en las cuales, la expresión algebraica es el elemento hegemónico y del cual, se generan en secuencia la tabulación



primero y la graficación después (García, 2005). Esto permite generar una hipótesis de investigación que supone que la graficación no es sólo la representación del concepto de función, sino que tiene sentidos y significados diferentes en contextos socioculturales específicos en los cuales, los usos que se le dan a las graficas se desarrolla al debatir entre sus funcionamientos y sus formas (Cordero, 2005).

Todos estos antecedentes permiten elegir a la socioepistemología como el marco teórico idóneo para realizar la presente investigación. La socioepistemología brinda un marco de referencia que incorpora a las dimensiones epistemológica, cognitiva, didáctica y social, las cuales son los cuatro componentes fundamentales de la construcción social del conocimiento. A la luz de este marco de referencia se identifica a un elemento de este modelo teórico al que se le llama práctica social, el cual, permite la observación de otros elementos que no son explícitos en las "epistemologías clásicas", epistemologías que están ancladas únicamente al conocimiento matemático. Al identificarse una práctica social en cualquier contexto sociocultural se abren las posibilidades de resignificación del conocimiento matemático, brindando así marcos de referencia para la reorganización del quehacer educativo (no sólo en el cómo sino también en el qué).

Para la socioepistemología la graficación es considerada como una práctica social, a la cual, hay que agregar evidencia para poder robustecer esta convención. Desde esta perspectiva se han realizado múltiples trabajos para resignificar a las gráficas de las funciones como lo trabajos sobre la linealidad del polinomio (Rosado, 2004), lo asintótico (Domínguez, 2003), y la transformación de funciones (Campos, 2003). O los trabajos que han fijado la atención en observar el DME que producen los libros de texto en el nivel básico (Primaria y Secundaria) (Flores, 2005), (Flores y Codero, 2007) y en el nivel medio superior (Cen, 2006). A pesar de toda la evidencia mencionada anteriormente, aún se hace necesario generar un marco de referencia más amplio el cual, abarque disciplinas ajenas a la matemática en las que esta se resignifique al paso de la vivencia institucional.

De aquí que esta investigación desde la visión socioepistemológica indagará algunos de los usos de las gráficas que tienen los estudiantes de Ingeniería Química Industrial de la ESIQIE

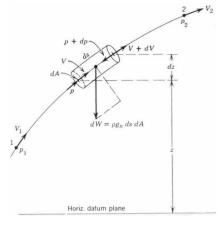


del IPN en el contexto de la mecánica de fluidos. Esto permitirá observar además de los usos de las gráficas a través de sus funcionamientos y formas, el papel que juega el contexto institucional de los estudiantes.

Para acotar nuestra investigación a un contexto propio de la Ingeniería Química nos enfocaremos a la mecánica de fluidos, en particular a la ecuación de Bernoulli para el cálculo de dispositivos de bombeo de fluidos (bombas), ya que para esta ingeniería es fundamental el dominio de este concepto para el diseño de plantas de procesos químicos. Se realizó un análisis a priori de los libros de texto de mecánica de fluidos en este tema en particular (la ecuación de Bernoulli) en los cuales se determinaron algunas regularidades en todos ellos, permitiendo ver algunas características de los usos de las gráficas en el discurso de la mecánica de fluidos.

La gráfica 1 se usa en los libros de texto para describir el camino que siguió una partícula en el espacio, y su derivada con respecto al tiempo determina la velocidad que la partícula tiene en un punto determinado. A este camino que describe la partícula se le llama línea de flujo.

Sí se determina que el flujo del fluido es laminar, el movimiento de todas las partículas que se encuentren en esta senda se realizara sobre esta línea.



Gráfica 1

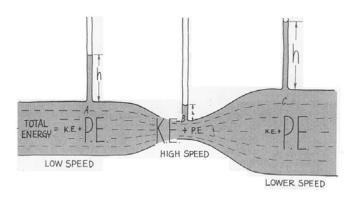


Gráfica 2

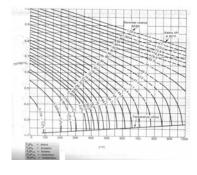
La gráfica 2 se usa para describir el camino que siguen algunas partículas a través del tubo. Esto re realiza al dibujar varias líneas de flujo que describen el movimiento del fluido dentro del tubo. A este tipo de gráficas se les llama tubos de flujo.

En este caso la separación de las líneas de flujo describe la velocidad del fluido (entre más juntas estén mayor será la velocidad).

La gráfica 3 se usa para describir el comportamiento de otra variable del fenómeno del flujo de los flujos, las alturas que se encuentran en la figura describen el comportamiento de la presión en función de la velocidad del fluido, y por ende del diámetro de los tubos.



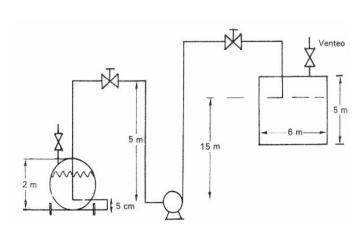
Gráfica 3



Grafica 4

El tipo de gráficas como la de la gráfica 4 se usan para obtener valores de diferentes propiedades de los fluidos, como por ejemplo en esta gráfica la densidad es función de la temperatura del fluido. Cada una de las graficas describe el comportamiento de un fluido en específico. En este tipo de gráficas la variable dependiente no necesariamente siempre es la que tenemos que determinar, así por ejemplo, en esta gráfica podemos buscar la temperatura a la cual el fluido tiene una cierta densidad.

Este tipo de usos de las gráficas determinan un funcionamiento y una forma específicos en el contexto de la mecánica de fluidos. Esto se ve reflejado en el discurso mismo de los libros de texto de la disciplina, ya que las gráficas son el argumento para analizar el fenómeno y no la expresión analítica a la cual se llegara después del planteamiento de una ecuación diferencial con el apoyo de un diagrama dentro de la gráfica (Grafica 1). Además, la ingeniería no sólo se interesa en conocer el fenómeno y la expresión analítica que lo rige, sino también, el cómo usarlo para desarrollar herramientas tecnológicas que nos permitan realizar alguna acción con un fin específico. En este caso el fin es transportar un fluido de una posición a otra a través de un sistema de tuberías y de dispositivos los cuales, necesitan de una cierta cantidad de energía para realizar este objetivo. Es ahí donde la bomba juega un papel fundamental, ya que este es el dispositivo que transforma la energía eléctrica en trabajo y por consiguiente en energía cinética y potencial. Es por tal motivo que antes de ver la bomba que será requerida hay que analizar en que condiciones trabajara. Es aquí donde la ingeniería hace uso de algunos grafismos que les permiten describir el proceso (Bessot, 1993). Como por ejemplo la figura 1 y la figura 2, que en cierta forma son la base para la posterior matematización del proceso. Esto implicará también en esta investigación una exploración de este uso de los grafismos que usan en Ingeniería Química.



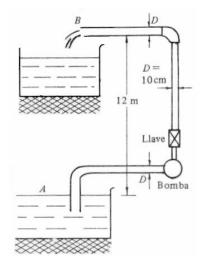


Figura 1

Figura 2

Metodología

Para esta investigación el primer paso que se realizará es hacer un análisis de los libros de texto, para poder determinar algunos usos que a priori, se espera que tengan los estudiantes de Ingeniería Química. Este análisis de los libros de texto tiene dos objetivos, el primero es que con el apoyo de estos definir una secuencia didáctica, la cual, permita observar los usos de las gráficas que se espera que tengan los estudiantes de Ingeniería Química, y el segundo, definir un discurso disciplinar que permita observar los usos de las gráficas que se realizan en la mecánica de fluidos.

Además, se realizará un análisis del perfil que tienen los estudiantes de Ingeniería Química para poder caracterizar los usos en el contexto sociocultural de la escuela. Esto brindará un marco de referencia particular para este contexto el cual, al hacer una reorganización del DME pueda hacer de la matemática una herramienta funcional para los estudiantes de Ingeniería Química en este contexto.

Del análisis de los libros de texto obtuvimos cuatro etapas que caracterizarán nuestra secuencia didáctica para llegar al diseño de una bomba. El nombre de cada una de las etapas es el siguiente:



La cinemática y el movimiento de los fluidos

Brindará elementos para observar los usos de las gráficas que tienen los estudiantes de Ingeniería al enfrentarlos a una situación que hace explicita la relación entre la cinemática y el movimiento de los fluidos. Principalmente en los significados que se le dan a las gráficas de aceleración, velocidad y posición contra el tiempo.

La energía cinética, energía potencia y la determinación del estado estacionario

El objetivo de esta secuencia es determinar el principio de la conservación de la energía, para que con el uso de esta podamos observar los usos que se les da a curvas que describen el cambio de energía potencial y energía cinética y de aquí poder determinar el principio de Torricelli y la importancia teórica del flujo estacionario.

La ecuación de Bernoulli

Esta secuencia nos ayudará a observar el uso de las gráficas que se presenta al describir las características del flujo de un fluido en estado permanente. En particular la velocidad y la presión que son la base para la concepción de la ecuación de Bernoulli a través de un tubo

El Cálculo de bombas

Para esta actividad se espera que todos los conceptos abordados en las secuencias anteriores sean usados para la solución de una serie de problemas en los cuales se hace el cálculo de bomba esto permitirá ver una serie de usos que se encuentran en los problemas propios de la mecánica de fluidos, además que es aquí donde se hará un análisis de los grafismos necesarios para la comprensión de los problemas en Ingeniería.

Después de la puesta en escena y el análisis de los resultados se realizará una confrontación entre el análisis a priori y los resultados a posteriori para obtener una serie de indicadores que nos permitan tener un marco de referencia para una posterior reorganización del DME basado en la investigación.



Discusión

Esta investigación aún se encuentra en su fase de análisis de los libros de texto y diseño de la secuencia didáctica, por tal motivo, no podría aportar por el momento datos sobre los resultados de esta investigación, sólo podemos decir que esperamos obtener elementos que nos permitan apoyar desde la visión socioepistemológica la convención de que la graficación es una práctica social, la cual, tiene sus usos y significados propios en contextos institucionales. Esto cambiará el estatus epistemológico de la graficación, de una representación del concepto de función a un estatus epistemológico más robusto el cual definirá usos en función del contexto sociocultural. Además de lo anterior, brindar elementos para considerar a una categoría nueva de gráficas que no tienen nada que ver con conceptos matemáticos formales, pero que sin ellos, fenómenos de la naturaleza no se podrían matematizar, son una herramienta indispensable en los procesos de matematización de fenómenos, a estas nuevas gráficas les llamaremos grafismos (Bessot, 1993).

Conclusiones

Dado al estado en el cual se encuentra la presente investigación será muy aventurado presentar alguna conclusión definitiva, sólo podemos concluir en función de nuestras expectativas sobre ésta. Esperamos definir algunos usos particulares en el contexto de la Ingeniería Química, como lo son la descripción de los fenómenos de flujo (Gráficas 1, 2 y 3), la lectura de gráficas de datos (Gráfica 4), además de algún otro uso que pueda surgir en el transcurso de esta investigación. Además, esperamos robustecer el hecho de que los grafismos son elementos que permiten la matematización de fenómenos que no están necesariamente dentro de la matemática, pero que sin estos no podríamos obtener los significados que nos permitan la matematización de algunos procesos como lo son los diagramas que describen el dispositivo que llevará a un fluido de una posición a otra, tubos que permiten el análisis y la matematización del fenómeno, etc. Por tal motivo se espera



aportar elementos que robustezcan la convención socioepistemológica de considerar a la graficación como una práctica social, y que a través de la evidencia que obtengamos de la puesta en escena, obtener un marco de referencia que permita hacer de la matemática una herramienta funcional.

Reconocimientos

Esta investigación fue apoyada por CONACYT con el proyecto Estudio de las gráficas de las funciones como prácticas institucionales. Una gestión escolar para el Nivel Superior. Clave No. 47045.

Bibliografía

Bessot, A. (1993). Espaces graphiques et graphismes d'espaces. Contribution de psychologues et de didacticiens à l'étude de la construction des savoirs spatiaux. La Pensée Sauvage éditions Grenoble.

Campos, C. (2003). La argumentación gráfica en la transformación de funciones cuadráticas. Una aproximación socioepistemológica. Tesis de maestría no publicada, Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN.

Cantoral, R. & Farfán, R. Matemática Educativa una visión de su evolución. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 6(1), 27 – 40.

Cen, C. (2006). Los funcionamientos y formas de las gráficas en los libros de texto: una práctica institucional en el bachillerato. Tesis de maestría no publicada. Cinvestav, México.

Cordero, F. (2005). El uso de las gráficas en el discurso del cálculo escolar. Una visión socioepistemológica. *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Un reporte Iberoamericano*. Reverté.

Cordero, F. (2005a). El rol de algunas categorías del conocimiento matemático en educación superior. Una socioepistemología de la integral. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 8(3), 265* – 286.

Garcia, (2005). *La "costumbre didáctica en escuelas de ingeniería", un estudio socioepistemológico*. Tesis de maestría no publicada. Cinvestav, México

Imaz, C. (1987). ¿Qué es la matemática educativa? En E. Bonilla, O. Figueras y F. Hitt. (Ed). *Memorias de la Primera Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa* (pp. 267-272). Mérida, Yucatán, México: Universidad Autónoma de Yucatán, Escuela de Matemáticas.



Domínguez, I. (2004). *La resignificación de lo asintótico en una aproximación socioepistemológica*. Tesis de maestría no publicada, Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN.

Flores, R. (2006). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. Tesis de maestría no publicada, Cinvestav, México.

Flores, R y Cordero, F. (2007). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. 10 (01). 7-38.

Lighthill, J. (1986). *An Informal Introduction to Theoretical Fluid Mechanics*. Claredon Press – Oxford. United States of America.

Vennard, J. Street, R. (1982). *Elementary Fluid Mechanics*. John Wiley & Sons. United States of America.

Rosado, P. (2004). *Una resignificación de la derivada. El caso de la linealidad del polinomio en la aproximación socioepistemológica*. Tesis de maestría no publicada, Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN.

