



## PROPUESTA DIDÁCTICA PARA CUESTIONAR EL MUNDO A TRAVÉS DE ECUACIONES DIFERENCIALES

Patricia Lizette Guzmán López

*Universidad Tecnológica de Nayarit. paty\_lgl@hotmail.com*

Olda Nadinne Covián Chávez

*Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, IPN, nadinne.olda@gmail.com*

Avenilde Romo Vázquez

*Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del IPN, aromov@ipn.mx*

### Resumen

En esta comunicación se presenta el diseño y parte de la implementación de un dispositivo didáctico, para una formación de futuros ingenieros, que relaciona la enseñanza de las ecuaciones diferenciales con sus usos en la teoría de control. La metodología para el diseño se basa en una propuesta que busca relacionar contextos extra-matemáticos (Teoría de Control) con contextos matemáticos (Enseñanza de las Matemáticas) y el uso de Recorridos de Estudio y de Investigación (REI) como dispositivos didácticos para abordar el paradigma del cuestionamiento del mundo, desde la Teoría Antropológica de lo didáctico.

**Palabras clave:** modelo matemático, ecuaciones diferenciales, teoría de control, praxelógicas, recorrido de estudio e investigación.

### 1. LA MODELACIÓN EN LA FORMACIÓN DE INGENIEROS

En diversas formaciones de futuros ingenieros, el lugar dado a la enseñanza de las matemáticas sigue siendo muy importante, se ofertan cursos de cálculo diferencial, álgebra lineal, ecuaciones diferenciales, estadística, análisis numérico, etc. Estos cursos son considerados básicos, ya que permiten acceder y cursar “exitosamente” la formación de especialidad, telecomunicaciones, robótica, biomédica, electrónica, mecatrónica, entre otras. Dentro de estas formaciones, el rol de la modelación matemática ha sido, desde muchos años atrás, reconocido como sumamente importante, particularmente por su estrecha relación con la práctica profesional. Pollak (1988) pone en evidencia que la modelación matemática debe constituir un nuevo paradigma educativo, señala:

Antes que todo, necesitamos tener conocimiento del hecho que el pensamiento matemático, el pensamiento analítico, estructural, cuantitativo, sistemático, puede ser aplicado al mundo real y generar observaciones de gran valor; en otros términos que la modelación matemática es posible y puede ser eficaz. (Pollak, 1988, p. 32).



La modelación matemática es considerada una “actividad central” que debe incluirse en el currículo de ingenierías, tal como mencionan Kent y Noss (2000, p. 2). Años más tarde (2002), estos mismos autores consideran algunas implicaciones sobre la modelación en la formación de futuros ingenieros. Por ejemplo, señalan que debe haber un balance entre las habilidades analíticas y la apreciación cualitativa de los modelos matemáticos, ya que estos cambian radical y ubicuamente, con lo cual denotan la existencia de un equilibrio entre los conocimientos matemáticos y las habilidades prácticas. En Albertí, Amat, Busquier, Romero y Tejeda (2013) se propone que el plan de estudios de ingeniería debe contener las competencias matemáticas que la industria requiera, de tal manera que la combinación de las competencias específicas y transversales, permita obtener mejores profesionistas. Sugieren que los profesores que impartan matemáticas en nivel superior se involucren en la industria y de este modo puedan proponer actividades que sean reales, atractivas y que representen un verdadero reto intelectual para los estudiantes, donde se ponga en práctica la formación de especialidad.

Así pues, la modelación matemática se ha convertido en un punto clave para la formación de ingenieros, pues se considera puede ser el puente entre las matemáticas que se estudian en los primeros años de formación, su formación de especialidad y su posible práctica profesional. Considerarla es una manera de atender la demanda social, que las universidades formen ingenieros competentes.

En este sentido, esta investigación tiene por objetivo analizar un contexto de ingeniería, particularmente la ingeniería en Mecatrónica dentro de la Universidad Tecnológica de Nayarit (UTN). Se ha elegido el curso de Sistemas de Control Automático para identificar en éste necesidades matemáticas y, con base en ello, generar una propuesta didáctica (dispositivo didáctico) que posteriormente pueda ser difundida entre profesores. De esta manera, se considera que se puede aportar a la formación matemática de futuros ingenieros dentro de la UTN.

## **2. TEORÍA ANTROPOLÓGICA DE LO DIDÁCTICO. LOS RECORRIDOS DE ESTUDIO E INVESTIGACIÓN**

La Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) de Chevallard (1999), ofrece un modelo epistemológico para el análisis de la actividad humana en su dimensión institucional. Reconoce a las instituciones como organizaciones sociales estables que brindan recursos materiales e intelectuales a los



sujetos para realizar la actividad, pero a la vez también la condicionan a través de ciertas restricciones (Castela y Romo, 2011).

El principio fundamental de la TAD radica en que toda actividad humana regularmente hecha puede describirse con un modelo único, denominado praxeología. Sus cuatro componentes son: tipo de tarea  $T$ , técnica  $\tau$ , tecnología  $\theta$  y teoría  $\Theta$ . La tarea es lo que se hace, la técnica es la manera en que se hace, la tecnología es un discurso que produce, justifica y explica la técnica, la teoría a su vez produce, justifica y explica la tecnología.

Tanto las instituciones como las praxeologías, permiten analizar las matemáticas que emplean los ingenieros y cómo las utilizan. Se prestó atención a dos tipos de instituciones: la práctica profesional y la formación de ingenieros. La primera se refiere a las actividades que se consideran usuales o recurrentes en la práctica profesional de un ingeniero en Mecatrónica y la segunda, hace referencia a los elementos matemáticos y propios del área de especialidad que se aportan en el proceso de formación para que los estudiantes adquieran las posibles habilidades de su futura práctica profesional.

Para realizar el dispositivo didáctico se decidió trabajar con el paradigma del cuestionamiento del mundo. Por ello se eligió al Recorrido de Estudio e Investigación (REI), pues nace de tal paradigma para dar sentido al estudio escolar de las matemáticas en su conjunto. Llevando a la escuela una actividad de estudio más cercana al ámbito de la investigación. En este nuevo paradigma se definen los recorridos de estudio y de investigación, como se muestra a continuación:

La indagación dirigida por  $x$  sobre  $Q$  abre un camino llamado recorrido de estudio e investigación. Para avanzar por este camino, el equipo de indagación  $X$  tiene que utilizar el conocimiento —relativo a las respuestas  $R^\diamond$ , así como a las obras  $O$ — hasta entonces desconocido para sus miembros, con el cual el equipo deberá familiarizarse para poder continuar por el camino hacia la respuesta  $R^\heartsuit$  (Chevallard, 2012, p. 170).

De acuerdo con lo anterior, se puede decir que el REI se centra en el estudio prolongado de cuestiones problemáticas que sean vivas, es decir, que requieran como respuesta la construcción de toda una secuencia de praxeologías completas y articuladas. El REI coloca al profesor, como el responsable de proponer situaciones de aprendizaje que atrapen y comprometan a los alumnos, en proyectos que den respuestas a cuestiones iniciales ricas y potentes que no tienen respuesta en una sola sesión. Por su parte,



el alumno toma el papel de investigador, tratando de ejercer como ingeniero, aportando con el conocimiento matemático nuevas respuestas que permitan ampliar y completar el proyecto.

Por tanto, el diseño de un REI debe mantenerse abierto en el siguiente sentido: no se determina *a priori* el tipo de organizaciones matemáticas (OM) a las que se puede recurrir para generar una respuesta a la cuestión generatriz considerada, pero sí hay un análisis previo de la potencialidad de la cuestión inicial abordada. Para analizar la potencialidad de la pregunta planteada y de los elementos que surgen en el desarrollo de los REI se plantean nueve dialécticas:

*Dialéctica del estudio y de la investigación (o de las cuestiones y de las respuestas)*: esta dialéctica es el corazón de una enseñanza por REI. Se refiere al hecho de que toda búsqueda genuina y no simulada de respuestas a las cuestiones, genera nuevas cuestiones que la comunidad de estudio decidirá cuándo y cómo van a responder.

*Dialéctica de lo individual y de lo colectivo (o de la autonomía y de la sinonimia)*: es un proceso que consiste en el estudio colectivo de la pregunta problemática que se ha planteado y a la vez en el reparto de las responsabilidades y de asignación de las tareas, para volver a incorporarse a un proceso colectivo, para dar una respuesta. Esta dialéctica desplaza el “actor del estudio”, pasa del individuo a la comunidad.

*Dialéctica del análisis y de la síntesis praxeológica y didáctica*: todo análisis didáctico supone un análisis praxeológico y recíprocamente. Para comprender una realidad praxeológica (práctica, técnica, tecnológica o teórica) es indispensable realizar un análisis didáctico. Este análisis tiene un componente epistemológico que se pregunta por la génesis de las praxeologías en juego, lo cual es, otra cara de la transposición, que produce modificaciones del saber, sólo por el hecho inevitable de su difusión.

*Dialéctica de entrar y salir de tema*: cuando, en el transcurso de un REI, se buscan respuestas en “sentido fuerte” a una pregunta, es preciso habilitar la posibilidad de salirse del tema al que inicialmente pertenece dicha pregunta, incluso hasta la posibilidad de salirse de la disciplina de referencia, para reingresar posteriormente. Resulta evidente que las preguntas generatrices que pueden dar lugar a recorridos amplios de estudio e investigación pocas veces pueden circunscribirse en el ámbito limitado de un único sector o incluso una única disciplina.



*Dialéctica del paracaidista y de las trufas:* Se refiere a la condición de exploradores que asumen los actores del sistema didáctico, pues tienen que tomar una gran distancia del problema y explorar el terreno desde muy arriba. Requiere incorporar el gesto de inspeccionar zonas de gran alcance. Esta inspección difícilmente encuentra de inmediato lo que se busca, y requiere de gestos de acercamiento, para analizar la utilidad de lo encontrado. Esto posibilita hallar cosas inesperadas, que pueden resultar semillas que permitirán progresar en la investigación.

*Dialéctica de las cajas negras y cajas claras:* se refiere al proceso según el cual se establece qué conocimiento es pertinente y merece ser aclarado, analizado, etc., mientras se dejan, es necesario, ciertos saberes a enseñar en un “nivel de gris”. Así, quedan en gris ciertos saberes que no son necesarios para responder la pregunta generatriz o sus preguntas derivadas. Esta dialéctica se opone al hábito escolar que, en general, aspira a una “claridad” completa.

*Dialéctica de los media y los medios:* Para la elaboración de las sucesivas respuestas provisionales es necesario disponer de algunas respuestas preestablecidas, accesibles a través de los diferentes medios de comunicación y difusión: los media. Los mismos pueden ser libros, artículos de investigación, apuntes de clase, etc. Es esencial que el estudiante tenga acceso a respuestas preestablecidas, que no se reduzcan a la respuesta oficial del profesor (o del libro de texto), así como a los medios para validarlas.

*Dialéctica de la excripción textual y de la inscripción textual:* Hace referencia al proceso de evitar la transcripción formal de respuestas parciales ya existentes, que pueden conducir a la construcción de la respuesta a la cuestión planteada. Asimismo, se cuestiona el texto donde se han encontrado inscriptas a las posibles respuestas. Se trata de tomar de ellas la parte útil y volver a escribirlas en notas de síntesis, glosarios, entre otros.

*Dialéctica de la difusión y de la recepción:* es el proceso que conduce a difundir y defender la respuesta desarrollada por la comunidad de estudio. Los saberes no son importantes *per se* – *monumentalismo* –, no por el tipo de respuestas que permiten aportar, se trata de un saber que es el producto de la actividad matemática de la comunidad de estudio (Chevallard, 2013, pp. 5-6).

En esta investigación se analizan de manera específica las dialécticas de las cuestiones y respuestas y media-medio.



### 3. METODOLOGÍA PARA EL DISEÑO DEL DISPOSITIVO DIDÁCTICO (REI)

Un REI se caracteriza por originarse en una cuestión generatriz  $Q_0$ , que se considera crucial para ser estudiada y respondida (al menos parcialmente). Por tanto, resulta necesario generar o identificar *una* cuestión, abierta e investigable y cuyo estudio resulte *crucial* para la formación de futuros ingenieros. Para afrontar este reto, consideramos la metodología para el diseño de actividades didácticas basadas en modelación matemática propuesta en Macias (2012).

Esta metodología se conforma por cuatro fases: elección de un contexto extra-matemático, análisis praxeológico e identificación de un modelo matemático, análisis del modelo matemático identificado y su relación con  $E(M)$  y el diseño de la actividad didáctica (REI) para  $E(M)$ . En nuestro caso, las tres primeras fases permitieron identificar la pregunta  $Q_0$  que da lugar al REI implementado, la última fase se adaptó para el diseño del REI y su implementación.

#### 3.1. Elección de un contexto extra-matemático: teoría de control

En esta fase se propone elegir un contexto ingenieril para analizar praxeologías de modelación. Los contextos ingenieriles *naturales* son la formación de especialidad  $E(DI)$  y la práctica profesional  $I_p$ , vistas como instituciones. Se ha elegido analizar la teoría de control, ya que en ésta se estudian los controles automáticos, que cada día están más presentes en la vida cotidiana y también porque la presencia de los modelos matemáticos, como las ecuaciones diferenciales, es significativa.

#### 3.2. Análisis praxeológico e identificación de modelos matemáticos

Para realizar el análisis de un sistema de control se necesita de un modelo matemático de los elementos que se emplean en dicho sistema. Estos modelos son ecuaciones que permiten representar un fenómeno físico de manera matemática, permitiendo llevar a cabo un análisis cuantitativo del sistema, determinar sus características, su comportamiento y sus limitaciones, y de igual modo permite buscar alternativas para mejorar el funcionamiento del sistema.

Para obtener el modelo matemático de un sistema es necesario emplear las leyes físicas que lo rigen. Normalmente, se obtiene el modelo matemático para la entrada y la salida, pues la relación que existe entre ambos permite realizar el estudio del sistema.



Por ejemplo, el sistema eléctrico que se muestra en la Figura 1, resistencia-inductor-capacitor (RLC), cada uno de sus componentes ya tiene definido su modelo por la Ley de Ohm.

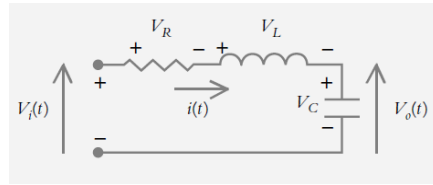


Figura 3. Circuito RLC (Hernández, 2010, p. 77)

La entrada de este sistema se define por el voltaje de alimentación, el cual de acuerdo con la Ley de Voltajes de Kirchoff (LVK) es igual a la suma individual de los componentes conectados en serie. La salida del sistema se marca como el voltaje del capacitor. Por lo tanto, la entrada  $V_i(t)$  y la salida  $V_o(t)$  quedan definidas como:

$$V_i(t) = Ri(t) + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int idt$$

$$V_o(t) = \frac{1}{C} \int idt$$

Una vez establecida la ecuación diferencial de la función de entrada y de la función de salida, se establece la función de transferencia o ganancia, quedando de la siguiente manera:

$$FT = G = \frac{\frac{1}{C} \int idt}{Ri(t) + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int idt}$$

La Función de Transferencia es la relación matemática entre la salida (lo que hay realmente) y la entrada del sistema (lo que se desea), y está definida solamente para sistemas lineales, invariantes en el tiempo, monovariantes y de parámetros concentrados.

Tratar de encontrar la Función de Transferencia involucrando derivadas e integrales es muy complejo, por esta razón es mejor realizar la Transformada de Laplace de la variable de entrada y la variable de salida, de esta forma se trabaja con ecuaciones algebraicas.

La técnica de la Transformada de Laplace es una herramienta matemática utilizada para la solución de ecuaciones diferenciales ordinarias y lineales. Es la única que se emplea para la solución de los modelos que se obtienen en la teoría de control, esto porque la Función de Transferencia de un sistema



descrito mediante una ecuación diferencial lineal, e invariante en el tiempo, se define una vez aplicada esta transformada de la manera siguiente: el cociente entre la Transformada de Laplace de la salida o respuesta del sistema y la Transformada de Laplace de la entrada o función de excitación, bajo la suposición que todas las condiciones iniciales son cero. Además, de acuerdo a Bennett (1996), en la historia del control automático muchos ingenieros optaron por tomar este enfoque (Transformada de Laplace) porque muestra el comportamiento en términos reales, es decir, el comportamiento del sistema en función del tiempo.

### **3.3. Análisis de las ecuaciones diferenciales y la función de transferencia y su relación con $E(M)$**

En un curso ordinario de ecuaciones diferenciales se presentan diferentes técnicas para resolverlas. Sin embargo, en la teoría de control sólo se emplea la técnica de la transformada de Laplace, donde no se requiere probar su existencia, simplemente aplicarla para poder trabajar con las características del sistema analizado.

Por esa razón, es muy común emplear tablas donde aparezcan las transformada de Laplace de diversas funciones, de igual manera ocurre lo mismo con la transformada inversa de Laplace.

### **3.4. Diseño de un REI de control: definiendo la cuestión generatriz**

Los análisis desarrollados en las tres fases anteriores, han posibilitado definir una cuestión generatriz que movilice a los estudiantes a investigar y estudiar la forma de diseñar un controlador, bajo las características que ofrece el control clásico, y donde las ecuaciones diferenciales aparezcan como un modelo que describe al controlador. La cuestión  $Q_0$  es:

¿Cómo realizar el control de velocidad proporcional analógico de un motor de Corriente Directa?

Tomando en cuenta las restricciones que tiene el control clásico, sólo se puede trabajar con ecuaciones diferenciales ordinarias. Por lo que, se restringe la actividad de control al uso de la acción de control proporcional, con posibilidad de emplear el control integral, derivativo y sus combinaciones. Esta restricción pareciera contraponerse a la naturaleza del REI, sin embargo, plantear la cuestión generatriz dentro de un proyecto le devuelve su esencia de libertad, pues en un proyecto siempre queda abierto a





diversas propuestas y mejoras, y siempre hay restricciones puestas por la empresa, desde lo económico hasta ciertos elementos que deben ser empleados.

#### 4. ANÁLISIS DE LA IMPLEMENTACIÓN DEL REI

La implementación del REI fue a través de la presentación de un proyecto de una empresa reconocida en la rama ferretera y que su estudio fuera en equipo. A continuación se muestra en la siguiente cita la actividad presentada a los estudiantes.

La empresa Truper, fabricante de una amplia gama de material de ferretería y línea de herramientas mecánicas y eléctricas, es muy reconocida por los más de 5000 productos que ofrece en el mercado. Algunos de los productos de su gama eléctrica son taladros, dremel y destornilladores. Uno de los factores que hacen que esta empresa sea la más reconocida en el mercado ferretero en México es que está en constante renovación. De hecho, un equipo de innovación de Truper nos ha contactado para generar un nuevo destornillador, solicitándonos el diseño de control de velocidad proporcional analógico para un motor de Corriente Directa (CD) de imanes permanentes de 5V a 12V, pues desean que el desatornillador sea activado por medio de baterías de CD con las siguientes especificaciones:

- Que sea económico
  - De simple mantenimiento
  - De fácil montaje en un área pequeña
  - Posibilidad de mejora (por ejemplo inversión de giro, tiempo de respuesta, entre otros)
- (Guzmán, 2016, p. 44).

Se aplicó a cuatro grupos de segundo cuatrimestre de la Ingeniería en Mecatrónica dentro de la asignatura de control de motores. El proyecto se dividió en tres etapas, para cada una de ellas se realizó un entregable y se finalizó con el prototipo físico del control de velocidad proporcional analógico. El análisis se hizo a través de la identificación de la dialéctica de preguntas-respuestas y la de medio-media.

Se presenta el recorrido (a través de preguntas y respuestas) que realizó un equipo para la primera etapa:

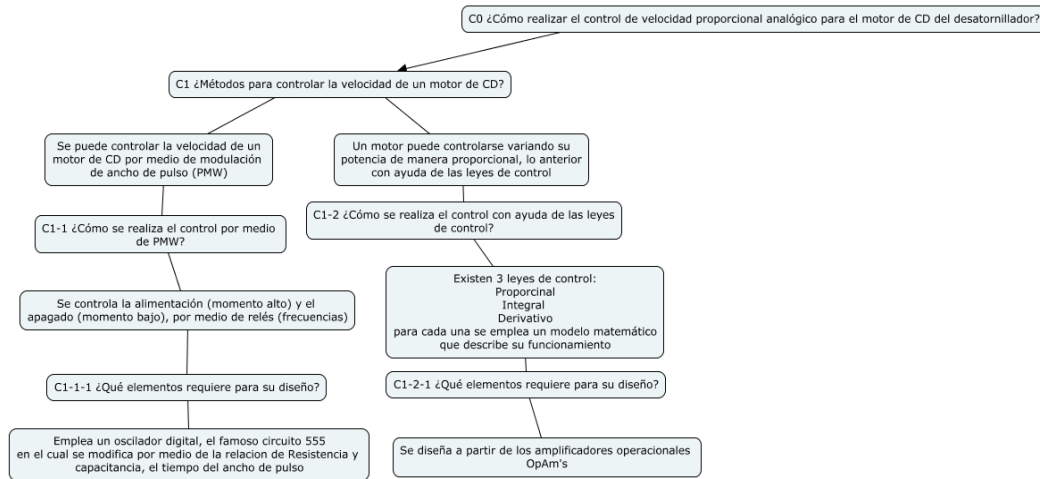


Figura 4. REI etapa 1 (Guzmán, 2016, p. 53)

El REI comienza con C1: ¿Qué métodos existen para controlar la velocidad de un motor CD? Se desprenden dos nuevas cuestiones que llevan al control que emplea elementos digitales (C1-1: ¿Cómo se realiza el control por medio de PMW?) y un control utilizando elementos analógicos (C1-2: ¿Cómo se realiza el control con ayuda de las leyes de control?).

El equipo investigó más de un método, como el control por medio de ancho de pulso (PMW), el control proporcional, el control integral y el control derivativo. Aunque hablaron sobre las leyes de control, decidieron no ahondar más en ellas. En su pre-propuesta, eligieron la técnica de modelación de ancho de pulso. Se observa que validan sus respuestas al argumentar cómo es posible realizar el diseño, tanto de manera analógica como digital.

Para favorecer una necesidad de explicitar la tecnología que valide la técnica que han elegido, diseño por ancho de pulso y el trabajo con el control proporcional analógico. Se les cuestionó el porqué de su decisión:

Profesor: ¿Por qué deciden trabajar con el control PMW?

Estudiante3: Es más sencillo, ya hay circuitos en el Internet que muestran cómo hacerlo, además de que el circuito del 555 es muy común.

Estudiante1: Está más fácil, sabemos que no es el proporcional. Pero, el otro, se ve muy complicado. Hay muchas matemáticas y además trabaja bajo modelos matemáticos, es muy avanzado.



Ante las respuestas obtenidas se les señaló que el empresario desea un control proporcional analógico. Que su propuesta es un control del tipo digital pues el circuito 555 es un dispositivo que permite enviar pulsos de voltaje pasando de un nivel alto (1) a un nivel bajo (0) el cual se estabiliza a cierta frecuencia. Es decir, estaba fuera de lo que pedía la empresa Truper. En este punto se provocó que replantearan la técnica elegida, tomando en cuenta las necesidades pedidas por la empresa.

Para la segunda etapa, el equipo replanteó la primera propuesta, siguiendo el recorrido que se presenta:

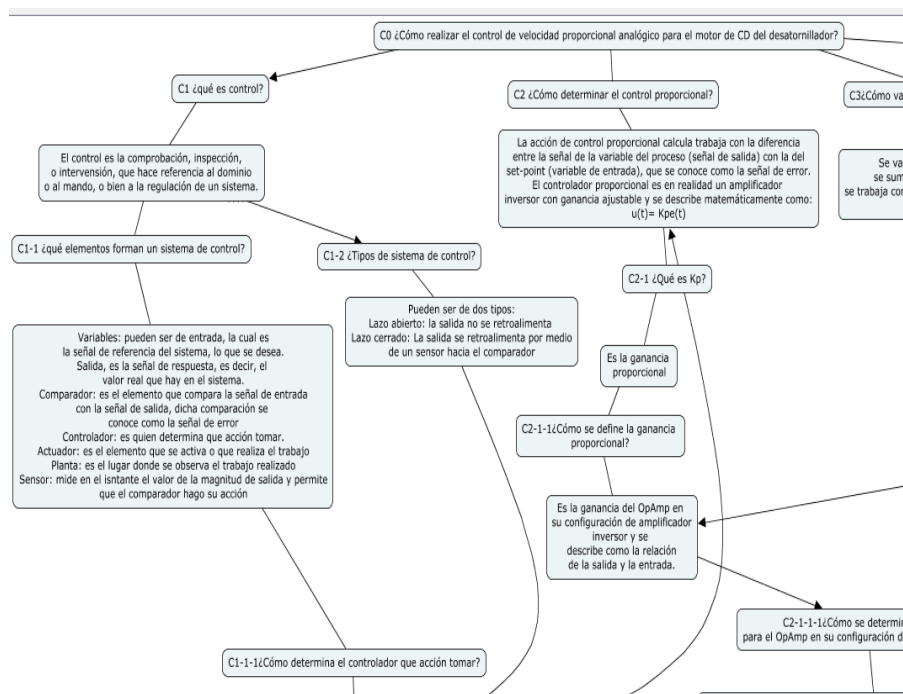


Figura 5. Recorrido etapa dos (Guzmán, 2016, p. 66)

El REI inicia con lo relacionado con el concepto de control C1: ¿Qué es control? Esto, para dar paso a la descripción de los elementos que forman el control y los lazos de control (C1-1 y C1-2).

Se observa en la Figura 4 el camino que siguieron para desarrollar una técnica donde determinan con el cuestionamiento C1-1-1: ¿Cómo determinar la acción toma el controlador?

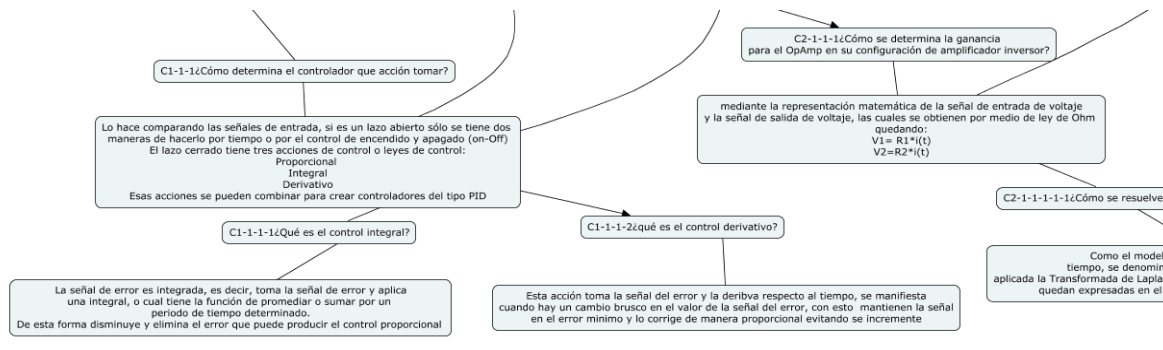


Figura 6. Continuación del mapa de cuestiones, acciones de control (Guzmán, 2016, p. 66)

Asimismo, en la Figura 5 a partir de C2: ¿Cómo determinar el control proporcional?, retoman el control proporcional, integral y derivativo para determinar el control proporcional.

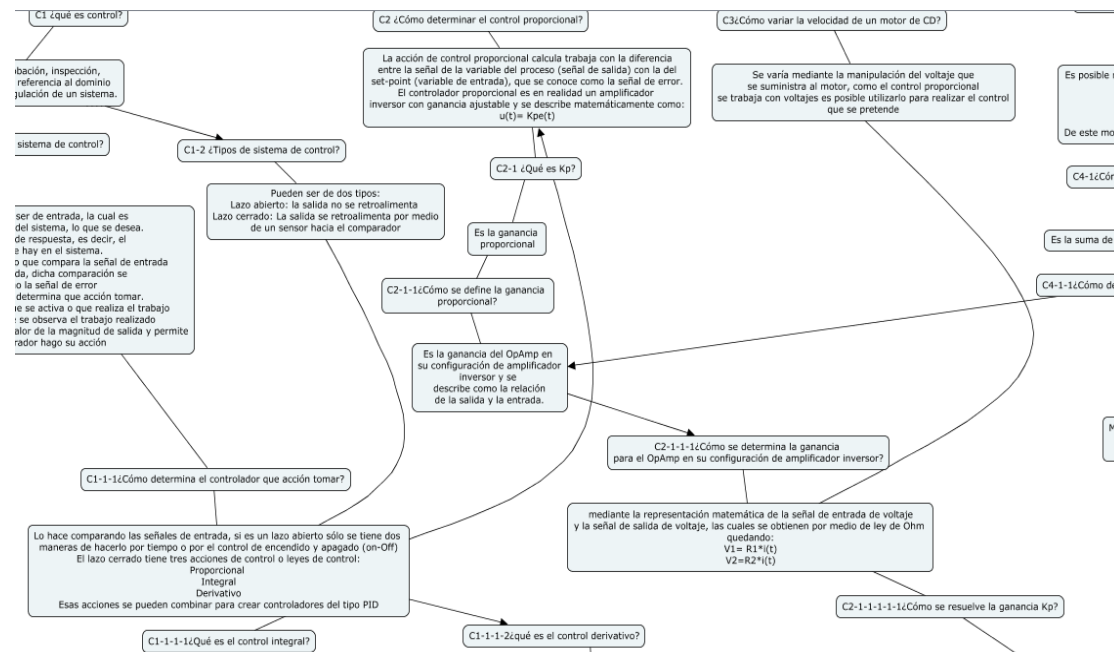


Figura 7. Continuación del recorrido, argumentación sobre el control proporcional (Guzmán, 2016, p. 67)

En este punto identifican qué es la ganancia (C2-1-1-1-1) y la toman como una herramienta para diseñar su controlador (medio). Además, ya se han encontrado con el modelo matemático, el cual determina el comportamiento de su diseño.

La Figura 6 muestra cómo sustentan la obtención de la ganancia (C2-1-1-1). Aquí ya han identificado la tarea (obtener ganancia) y la técnica para diseñar el controlador (mediante  $Kp$ ), esta parte de la construcción comienza en el cuestionamiento C2-1-1-3: ¿Cómo determinar  $Kp$  en un OpAmp?:

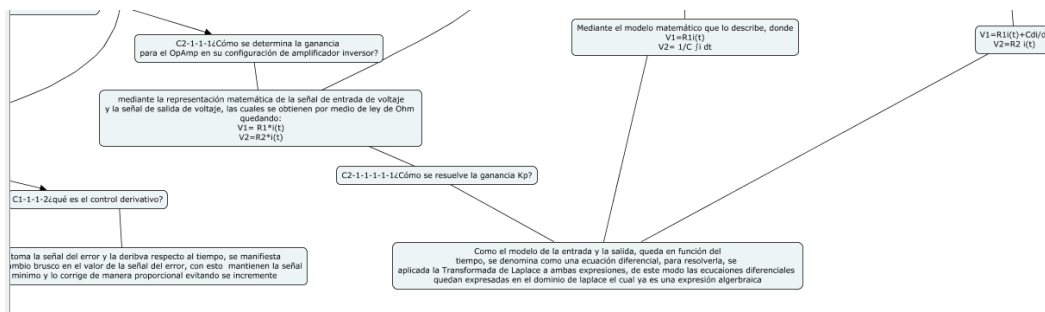


Figura 8. La ganancia como método para diseñar el controlador (Guzmán, 2016, p. 67)

En este punto del REI se unen las ramificaciones hacia el mismo destino, el cual es el uso de la transformada de Laplace para encontrar la ganancia en las tres acciones de control, surgiendo una técnica que ayudará en la tarea de obtener la ganancia.

Continuando con el REI de manera horizontal. Los estudiantes generan una cuestión sobre cómo se manipula la velocidad de un motor C4: ¿Cómo realizar un control estable de velocidad?, lo cual los lleva a lo que ya habían encontrado para definir la entrada del controlador. Es decir, a emplear la Ley de Ohm para trabajar con el parámetro de voltaje. En la Figura 7 se observa cómo es argumentada.

De acuerdo con el recorrido que se muestra en la Figura 7, se observa que el interés de los estudiantes está en realizar un control que sea estable, cuestión C4. Por lo cual, deciden indagar los controladores: integral y derivativo, cuestiones C4-1-2 y C4-1-3.

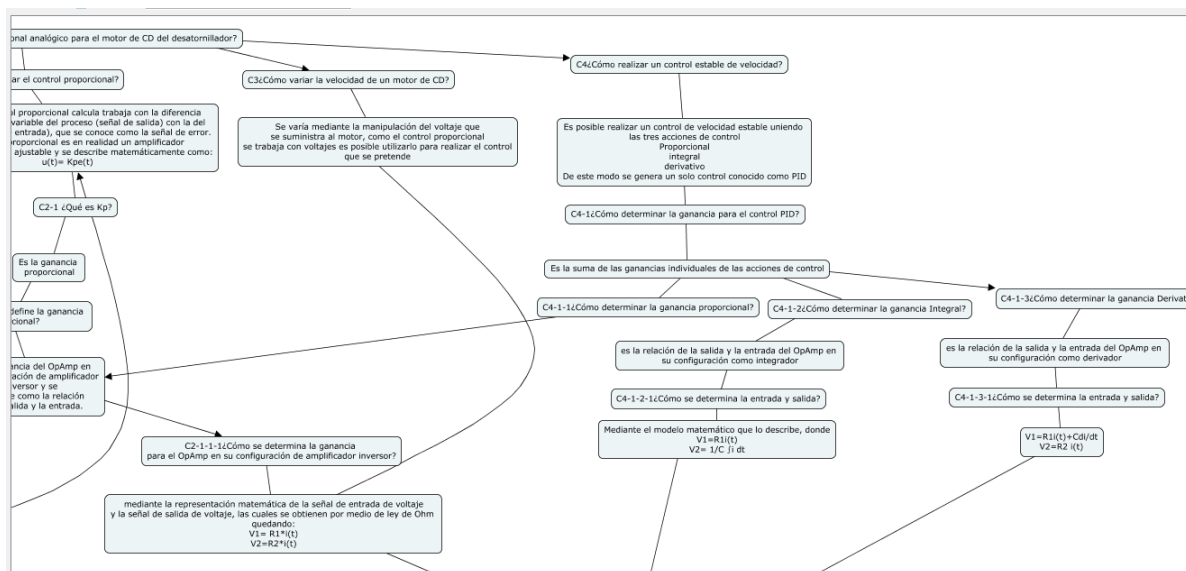


Figura 9. Recorrido del mapa de cuestiones, muestra parte de la justificación tecnológica (Guzmán, 2016, p. 68)



Los estudiantes deciden realizar todos los cálculos del diseño de los tres controladores, es decir, proporcional, integral y derivativo. En las Figuras 8 y 9 se presentan los cálculos que realizaron para obtener las ganancias, por medio de la técnica de la Transformada de Laplace, la cual se ha convertido en un medio.

Derivativo

$$V_1 = R_1 \cdot i(t) + \frac{1}{C} \int i dt$$
$$V_2 = -R_2 \cdot i(t)$$

Laplace

$$V_1 = R_1 \cdot I(s) + \frac{1}{Cs} I(s)$$
$$V_2 = -R_2 \cdot I(s)$$
$$G(s) = \frac{-R_2 \cdot I(s)}{I(s) \left[ \frac{R_1 Cs + 1}{Cs} \right]} = \frac{-R_2 Cs}{R_1 Cs + 1}$$

Figura 10. Cálculos ganancia derivativa (Guzmán, 2016, p. 69)

Proporcional

$$V_1 = R_1 \cdot i(t) \quad V_2 = -R_2 \cdot i(t)$$

Domnio de Laplace

$$V_1(s) = R_1 \cdot I(s) \quad V_2(s) = -R_2 \cdot I(s)$$
$$G(s) = \frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{-R_2 \cdot I(s)}{R_1 \cdot I(s)}$$
$$G(s) = \frac{-R_2}{R_1}$$

Integral

$$V_1 = R_1 \cdot i(t) \quad V_2 = -\frac{1}{C} \int i dt$$
$$G_{V_1}(s) = \frac{R_1 \cdot I(s)}{I(s)} = R_1$$
$$G(s) = \frac{-\frac{1}{Cs} \cdot I(s)}{R_1 \cdot I(s)} = \frac{-1}{R_1 Cs}$$

Figura 11. Cálculos ganancia proporcional y ganancia integral (Guzmán, 2016, p. 69)

Siguiendo el REI del equipo en la etapa 3, se observa cómo se cuestionan las posibles mejoras a implementar en el prototipo, en la cuestión C4-1-1-1-2-2-2: ¿Qué mejoras pueden realizarse al control de velocidad? Este equipo realizó el control PID como su principal mejora, ver Figura 10.

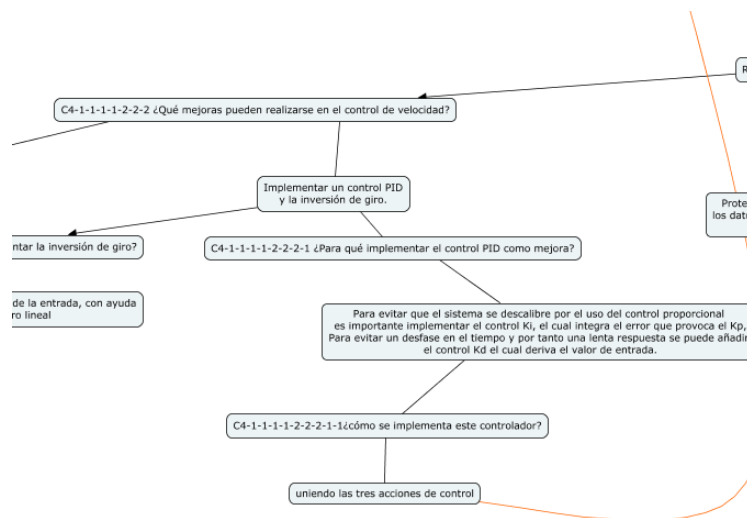


Figura 12. Mejoras al prototipo, control PID (Guzmán, 2016, p. 75)



En su recorrido este equipo consultó diversos medios, donde la información obtenida sobre el control proporcional, integral y derivativo en este punto se convirtieron en medios para diseñar un controlador PID, apareciendo una nueva tarea, cuya técnica (empleo de OpAmps y obtener su respectiva función de transferencia) ya habían desarrollado y sustentado en la etapa 2.

Además, sugieren añadir la inversión de giro y realizar un sistema capaz de corregirse a sí mismo con ayuda de un lazo cerrado de control, para ello en la cuestión C4-1-1-1-1-2-2-2: ¿Cómo realizar la inversión de giro? Y la C4-1-1-1-1-2-2-3: ¿Cómo generar un lazo cerrado de control? aparecen las posibles respuestas para adecuarlas al prototipo, como se muestra en la Figura 11:

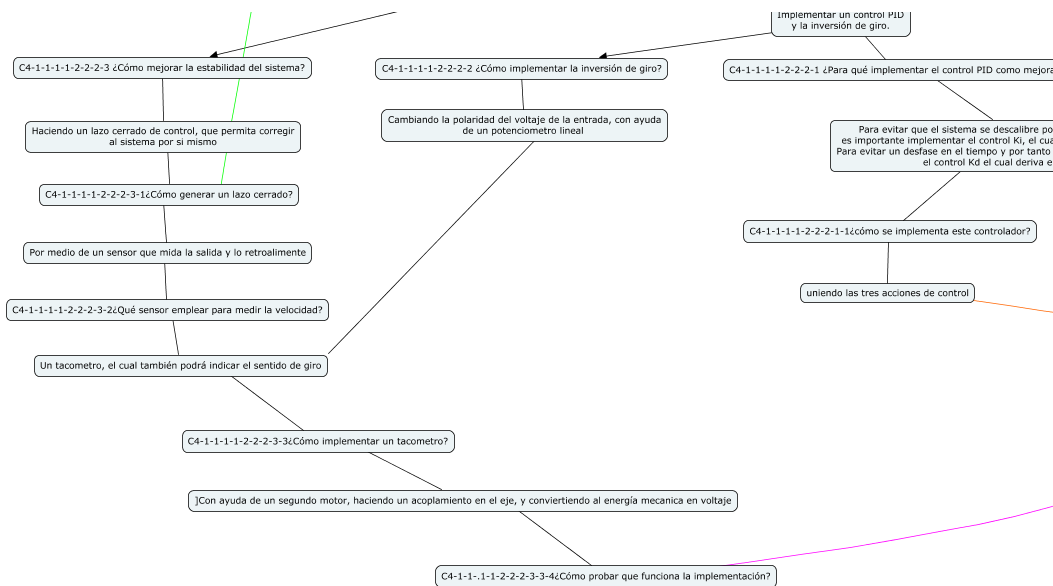


Figura 13. Mejoras al prototipo: Inversión de giro y lazo cerrado (Guzmán, 2016, p. 76)

Estas cuestiones permiten realizar nuevas tareas como el lazo cerrado de control y la inversión de giro, la técnica asociada a la primera tarea aparece en la etapa 2, con ayuda de la retroalimentación, que es un medio en esa etapa y en la etapa final se convierte en un medio.

La tarea de la inversión de giro la resuelven por medio del uso de potenciómetro (técnica) y tomando los conocimientos de la asignatura de control de motores (media).

Los cálculos que se presentaron en la etapa 2, llevaron a cabo la sustitución de los datos para encontrar los valores de ganancia que consideraron adecuados. A diferencia de los equipos 1 y 2, no



realizaron una ganancia ajustable en su diseño, y emplearon el software Proteus como medio para evaluar su prototipo.

En la Figura 12 se muestra el circuito que diseñaron y en la Figura 13 se muestra el prototipo que entregaron de manera física funcionando

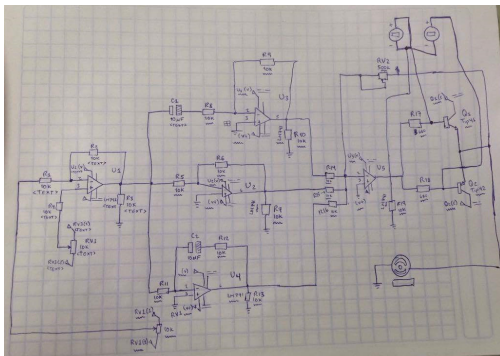


Figura 14. Diseño del circuito PID para el control de velocidad del motor de CD (Guzmán, 2016, p. 76)

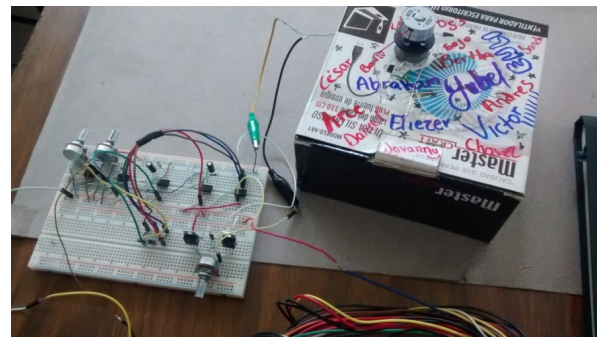


Figura 13. Prototipo del equipo 3 control PID para la velocidad de un motor de CD (Guzmán, 2016, p. 77)

En la Figura 14 muestra parte de la simulación que realizaron para evaluar el prototipo.

Algunos de los resultados que pudieron observarse mediante el análisis de los entregables, las entrevistas que se realizaron a los estudiantes y los recorridos, fue como los alumnos buscan la validación del profesor en todo momento, pues en el paradigma tradicional es común que sólo él sea quien apruebe si es correcto o no lo que se realiza dentro del aula, siendo una guía para llegar a la respuesta adecuada.

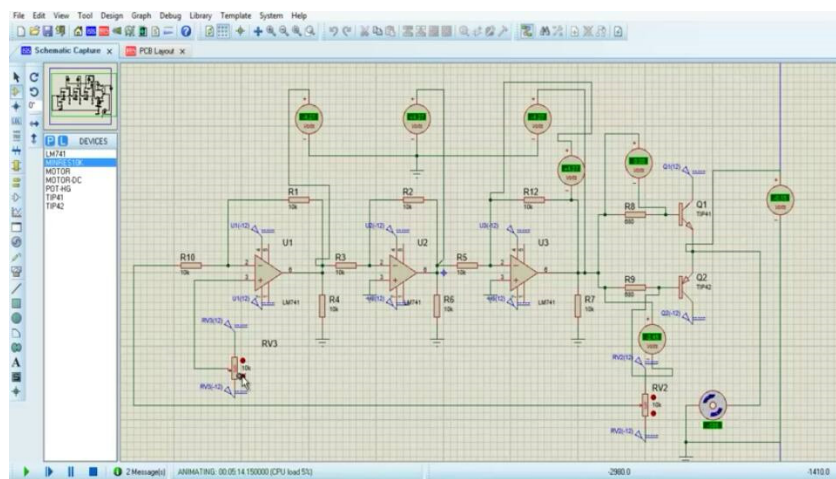


Figura 154. Simulación del control PID para la velocidad de un motor de CD (Guzmán, 2016, p. 77)





Lo anterior puede observarse en un fragmento de una entrevista que se realizó para cuestionar la elección de control de un equipo y que se reporta en Guzmán (2016):

- Profesor: ¿Cómo le explicarán al empresario que su opción de control cumple con los requisitos que él pide y es como se ha pedido?
- Estudiante1: Pues es cierto que no es el control que pide, pero me parece que no tenemos la habilidad para hacerlo. Además, usted dejó la actividad abierta, no hay reglas, o al menos no las puso.
- Estudiante2: Es cierto que es una actividad abierta y también que nosotros nos fuimos por la opción sencilla. Pues, ya hay circuitos en el internet, de hecho hay muchos, y es más fácil trabajar a prueba y error, pues así estamos acostumbrados. Al menos yo nunca había trabajado de esta manera y pues siempre el profesor te dice por dónde hay que irse.
- Estudiante3: La verdad, si tenemos que explicar a un empresario, no sabría cómo hacerlo, pues como dijo mi compañero, nos fuimos por la opción sencilla, no tenemos argumentos para decir que es el control que se pide (Guzmán, 2016, p. 52).

Puede notarse, que aún esperan que el profesor sea el media y medio que les guíe hacia la respuesta. Aunque investigaron en diferentes medias no esperaban que el profesor diera como respuesta una nueva interrogante. A pesar de que sus medias les dan la información que puede favorecer a la construcción del medio para alcanzar la respuesta adecuada, ellos deciden que el profesor valide si la información es correcta, pues como externan “siempre el profesor te dice por dónde hay que irse”.

Lo anterior hace notar como el paradigma tradicional se antepone al paradigma del cuestionamiento del mundo, donde en el último los alumnos toman un rol más activo, brindándoles autonomía en su proceso de aprendizaje.

## 5. CONCLUSIONES

Se eligió el diseño de un REI que es compatible con el formato de un proyecto de ingeniería, en el que hay que desarrollar una innovación, hacer una mejora específica o bien proponer un nuevo producto o servicio. La cuestión generatriz, viva y real, nació de un análisis de la teoría de control. El rol de los estudiantes deja de ser el de aprendices receptivos y se convierten en el equipo a cargo de desarrollar el proyecto y por tanto ser autónomos, generar una propuesta, estudiar, investigar, construir y validar. Por su parte, el rol del profesor también se modificó y fungió como el coordinador general del proyecto y enlace entre la empresa solicitante y el equipo desarrollador. Así pudo cuestionar las



propuestas y reportes entregados por los equipos de estudiantes, sugirió indagar en nuevas medias y procuró dar seguridad para romper el rol apático y sin iniciativa que mostraron en un inicio.

Las propuestas generadas por los estudiantes alcanzaron el objetivo del proyecto, se pudo observar cómo la libertad que se les brindó pudo generar propuestas diferentes, donde cada uno eligió sus medias y medios, realizando mejoras que consideraron óptimas para la entrega del prototipo físico y aceptando su nuevo rol activo, sin embargo, aún se puede notar cómo el paradigma tradicional se hace presente.

## 6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Albertí, M., Amat, S., Busquier, S., Romero, P., & Tejada, J. (2013). Mathematics for engineering and engineering for mathematics. (English). In A. Damlamian (Ed.), *Educational interfaces between mathematics and industry*, 16, pp. 185-198. Report on an ICMI-ICIAM-study. The 20th ICMI study. Cham: Springer (ISBN 978-3-319-02269-7/hbk; 978-3-319-02270-3/ebook).
- Bennett, S. (1996). A brief history of automatic control. *IEEE Control Systems Magazine*, 16(3), 17-25.
- Castela, C., & Romo-Vázquez, A. (2011). Des mathématiques a l'automatique: étude des effets de transposition sur la transformée de Laplace dans la formation des ingénieurs. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 31(1), 79-130.
- Chevallard, Y. (2013). Enseñar Matemáticas en la Sociedad de Mañana: Alegato a Favor de un Contraparadigma Emergente. *Journal of Research in Mathematics Education*, 2(2), 161-182. doi: 10.4471/redimat.2013.26
- Chevallard, Y. (2012). Teaching Mathematics in tomorrow's society: a case for an oncoming counter paradigm. *12th International Congress on Mathematical Education*, 8-15 July, 2012, Seoul, Korea. Con acceso el 04-06-2013 <http://yves.chevallard.free.fr/>.
- Chevallard, Y. (1999). *La recherche en didactique et la formation des professeurs: problématiques, concepts, problèmes* [Research in education and training of teachers: issues, concepts, problems]. Caen, France: Académie de Caen.
- Guzmán, P. (2016). Propuesta didáctica de modelación matemática que involucra ecuaciones diferenciales para una formación de futuros ingenieros. (Tesis de maestría no publicada). CICATA-IPN. México.
- Hernández, R. (2010). Introducción a los sistemas de control: conceptos, aplicaciones y simulación con MATLAB. México: Pearson Educación.
- Kent, P., & Noss, R. (2000). The visibility of models: using Technologies as a bridge between Mathematics and engineering. *International Journal of Mathematics Education, Science and Technology*, 31(1), 61-69.
- Macias, M. (2012). *Uso de las nuevas tecnologías en la formación matemática de ingenieros*. (Tesis de maestría no publicada). CICATA-IPN. México.
- Pollak, H. (1988). Mathematics as a service subject: why? En A. Howson, J. Kahane, P. Lauginie, y E. Turckheim (Eds.), *Mathematics as a service subject* (p. 28-34). Great Britain: Cambridge University Press.