

# A KÁOSZ VIZSGÁLATA A KIALAKULÓ TŐKEPIACOKON ÉS A PÉNZÜGYI MENEDZSMENT KÉRDÉSEI

A tanulmány szerzői a nemlineáris függőséget vizsgálják pénzügyi idősorokban, négy kialakuló piac (Hong Kong, Belgium, Spanyolország és Görögország), valamint az angol és a német tőzsde kapcsán. Megállapítják, hogy a nemlineáris függés, a hosszú távú emlékezés hatása, és a kismértékű káosz minden kialakulófélben levő piacon érvényesül, ami még inkább alátámasztja a korábbi kutatási eredményeket. A szerzők végül a megállapítások pénzügyi menedzsmentre gyakorolt potenciális hatását tárgyalják.

A közgazdaságtudomány tele van a divatos közgazdasági tételek megjelenésének és eltűnésének eseteivel. Legújabbban a káosz matematikai felfedezése nagy érdeklődést váltott ki a nemlineáris dinamika iránt, amelynek érdekes alkalmazási területe a pénzügyi idősorelemzés és amely jól használható a pénzügyi menedzsmentben.

Jóllehet továbbra sincs általánosan elfogadott és átfogó meghatározása a káosznak, mi a Royal Statistical Society káosz témában tartott konferenciáján 1986-ban javasolt meghatározását fogadjuk el, amely szerint a káosz „determinisztikus rendszerben bekövetkező sztochasztikus viselkedés”. A káosz bekövetkezésének szükséges, de nem elégséges feltétele a nonlinearitás megléte. A kaotikus rendszerek töredékes dimenziókkal írhatók le, s ugyanakkor különlegesen „vonzóak”. Ezenkívül a kaotikus rendszereknek van néhány nagyon érdekes sajátosságuk: mivel jelentős mértékben függnek „a kiindulási feltételektől” (SDIC), szinte lehetetlen őket hosszú távon előrejelezni.

Több szerző kísérte empirikusan mérni a káoszt a pénzügyi idősorokban, de egymásnak ellentmondó eredményre jutottak. A kaotikus felépítés és a nemlineáris szabályszerűségek néhány bizonyítékáról Scheinkman és LeBaron (1989), Peters (1991), Sirlantzis és Sirioopoulos (1993), Sewell et al. (1993) írtak, míg mások – mint például Tata és Vassilicos (1991) és Hsieh (1991) – nem találtak bizonyítékot a káoszra. Ez az ellentmondás a mintaméret, a szűrési és halmazási módszerek és tesztek különbözőségéből adódik. Nemlineáris elemzés esetén döntő fontosságú sokféle különféle teszt alkalmazása, hogy elkerüljük a félrevezető eredményeket és következtetéseket, különösen mivel a pénzügyi idősorok kicsik, nem stacionáriusak, autokorrelációsak és zajosak.

A tőkehozam nonlinearitásának megléte arra utal, hogy a háttérben meghúzódó folyamat is nemlineáris, ezenkívül arra, hogy a hozam normális eloszlással nem

írható le, továbbá – a központi határeloszlás tétele szerint – nem független és azonos eloszlású (IID). Érett piacon, így Japánban vagy az USA-ban, ahol az információ minden kereskedő számára szinte abban a pillanatban elérhető, indokolt azt feltételezni, hogy az IID elvetésének alapvető oka a bonyolult dinamika. Éretlen vagy kialakulófélben levő piacon a szerkezeti változás miatt bekövetkező nemstacionaritás okozhatja az IID elvetését. Ezek az éretlen piacokon az információ nem áll minden kereskedő rendelkezésére egyidőben, s ezek a piaci hiányosságok okozhatják a nemlineáris függőséget. A kialakulófélben levő piacokon bekövetkező szerkezeti változások gyakorisága is előidézheti a nonlinearitást.

Az eredmények elemzését a következőképpen végezzük. Az 1. rész az adatok előzetes diagnózisát és statisztikai leírását tartalmazza. A 2. részben a BDS-teszt alkalmazásával vizsgáljuk a nonlinearitást, és R/S (tőkehozam)-elemzéssel vizsgáljuk az adatok hosszú távú emlékezési és részleges sajátosságait. A 3. részben a korrelációs tényező teszt alkalmazásával vizsgáljuk az adatokat szerkezet, rendszertelenség, ill. káosz szempontjából, és elvégezzük a Ljapunov-tényező tesztet, hogy számszerűsíthessük a kiindulási feltételektől és a rendszertelenségtől való jelentős függőséget. A 4. részben foglalkozunk azzal, hogy megállapításaink esetleg hogyan hozhatók összefüggésbe a pénzügyi vezetéssel. S végül az 5. részben a tanulmányt a fontosabb eredményekkel zárjuk, és kijelöljük a további kutatás irányait.

## Adatismertetés és előzetes statisztika

Az adatok az Athéni Tőzsde általános indexének záróárfolyamából (GIASE, Görögország, 1986. X. 13. – 1994. X. 4., napi megfigyelések), a FTSE100 indexből (FTSE100, UK, 1984. I. 1. – 1994. XII. 6., heti megfigyelések), a Belga Tőzsde általános indexéből (GIBSE, Belgium, 1980. I. 1. – 1994. XII. 6., heti megfigyelések), a Hang Seng indexből (HSI, Hong Kong, 1980. I. 1. – 1994. XII. 6., napi és heti megfigyelések), a DAX-

\* A szerzők köszönetüket fejezik ki Terence C. Mills-nek, a Hull Egyetem professzorának értékes és hasznos tanácsaiért.

indexből (DAX, Németország, 1980. I. 1. – 1994. XII. 6., napi és heti megfigyelések) és a Madridi Tőzsde általános indexéből (GIMSE, Spanyolország, 1980. I. 1. – 1994. XII. 6., heti megfigyelések) állnak. Néhány korreláció eltűntetése, a nemstacionáriuság megszüntetése és az idősorok trendjének kiiktatása érdekében a logaritmusos hozam AR (1) maradékát vesszük figyelembe, és azt tekintjük hozamnak.

Az 1. táblázat ismerteti az adatok leíró statisztikáját. Minden eloszlásnak erős a végfázisa, és balra ferdül, kivéve a GIASE-t, amely jobbra ferdül. A Jarque-Bera teszt minden sornál elveti a normalitás-feltevést a 99 %-os megbízhatósági szinten, míg a Ljung-Box Q-statisztika a hatos fázisban nem mutat ki semmilyen lineáris függőséget a heti hozamban és a napi hozam egy részében.

## Nonlinearitás és hosszú távú függőség

### A BDS-teszt

A BDS-teszt, amelyet eredetileg Brock, Dechert és Scheinkman dolgozott ki, kiválóan alkalmas a függetlenség és a rendszertelenség korrelációs integrál elve alapján való nonparametrikus tesztelésére. A Monte-Carlo-szimuláció (Brock et al., 1991; Hsieh, 1991) kimutatta, hogy a BDS-statisztika aszimptotikus eloszlása még kisebb mint a  $(T = 500)$  megfigyelés esetén is jól közelíti meg a különböző eloszlásokból (pl. normális, Student-féle t-eloszlása, khi-négyszet, Cauchy-kritérium stb.) adódó IID adatokat, ugyanakkor képes az IID-ből kiinduló lineáris, stochasztikus és determinisztikus nemlineáris pontokat kimutatni. Megjegyzendő, hogy a BDS-tesztel közvetlenül nem vizsgálható a kaotikusság, hanem csak a nonlinearitás, feltéve, ha a lineáris függőséget sikeresen ki tudjuk iktatni az adatokból. E teszt szerint, ha adva van az  $\{x_t; t = 1, 2, \dots, T\}$  idősor, akkor ki tudjuk alakítani az  $\{x_t^m\} = \{x_t, \dots, x_{t+m-1}\}$  m-dimenziójú vektorokat, ahol az m a beágyazó mennyiség, és ki tudjuk számítani a korrelációs integrált az alábbi módon:

$$C_m(r) = (2/N^2 - N) \sum H_r(x_i^m, x_j^m), t \leq i \leq N, 1 \leq j \leq N(1)$$

ahol  $H_r(x_i^m, x_j^m)$  a Heavyside-függvény, amely egyenlő eggyel, ha  $\|x_i^m - x_j^m\| \leq r$ , máskülönben 0. Meghaladja a normálisat,  $N = T - (m-1)$ , és  $r =$  tűréshatár. A BDS kimutatta, hogy ha  $\{x_t\}$  a független és azonosan megoszló megfigyelések rendszertelen sora, akkor:

$$C_m(r) = O(1) \quad (2)$$

a statisztikai jellemző pedig:

$$B(m, r, T) = T^{1/2} [C_m(r) - O(1)] \quad (3)$$

a zéró középpértékű és  $V(m, r, T)$  varianciájú normális eloszlás felé konvergál, amely a minta adataiból ellentmondásmentesen kiszámítható. Így tehát a statisztikai jellemző:

$$W(m, r, T) = B(m, r, T) / [V(m, r, T)]^{1/2} \quad (4)$$

amely BDS statisztikai jellemző néven ismert, az

$N(0,1)$  standard normális eloszlás felé konvergál, s így a statisztikai következtetés is lehetséges.

A 2. táblázat a BDS teszt eredményeit ismerteti, amelyek egyértelműen elvetik az IID (nem független és azonos eloszlás)-hipotézist a 99%-os szinten, kivéve az FTSE100 és DAX heti megfigyeléseket. Nagyon erős nonlinearitást állapítottunk meg minden kialakulófélelben levő piacon, de különösen a GIASE sorban. Eredményeink egybevágnak Sewell et al. (1993) eredményeivel, akik erős nonlinearitást mutattak ki négy kialakuló piacon, beleértve Hong Kongot is.

### (R/S)-elemzés arányosan kisebbitett tartományban

Az R/S-elemzést először H. E. Hurst angol kutató vezette be az 1940-es években. Ő a Nílus áradási sajátosságait tanulmányozta. Ezzel az elemzéssel különválasztható a rendszertelen sor a nem rendszertelen sortól, még akkor is, ha a rendszertelen sor nem Gauss-szerű. A tőke megtérülés-elemzés azon a koncepción alapul, hogy egy rendszertelen idősortól való eltérési tartományban az idő négyzetgyökének arányában növekednie kell. Hurst szabványosította az időtartományt, és – a tartományt a megfigyelések standard eltéréseivel elosztva – megmutatta, hogy az így nyert tényezőnek nincs dimenziója. Az R/S (tőkehozam)-teszt szerint a hosszú távú függőség a Hurst-tényező (H) segítségével mutatható ki, amely az alábbi képletből számítható ki:

$$(R/S)_N = cN^H \quad (5)$$

ahol  $c$  állandó,  $N$  különböző hosszúságú időtartamok időindexe, az R/S pedig az arányosan kisebbitett tartomány statisztikai jellemző, amelyet a következőképpen határozhatunk meg:

$$R/S = 1 / \sigma \{ \max[x_{1,N}] - \min[x_{1,N}] \} \quad (6)$$

ahol  $[x_{1,N}]$  jelenti a sorátlagtól való halmazati eltérést,  $1/\sigma$  az arányosan kisebbitő tényező,  $\sigma$  pedig a sor standard eltérése.

A H helyes kiszámítása a sorok nemperiodikus ciklushosszával függ össze, miután e hosszúságot már meghatároztuk. Ez a ciklus tulajdonképpen a sor hosszú távú emlékezete által szétszórt átlagperiódus. Mandelbrot szerint az R/S (tőkehozam) tekintetében a hosszú távú függőség a hasonló általános viselkedés elnyújtott periódusait jelenti, s e periódusok egyenlőtlen időtartamúak. A Hurst-analízis felülmúlja a hagyományos lineáris technikákat, így például a Fourier-analízist az idősor ciklikus viselkedésének tanulmányozása esetén. A Fourier-analízis akkor alkalmazható kiválóan, amikor a ciklusok fix hosszúságúak, viszont nem tudja kimutatni az átlagos időtartamú ciklusokat. A ciklus hosszúsága a V-statisztikából (Hurst 1951) számítható:

$$V_N = (R/S)_N / N^{0.5} \quad (7)$$

A H Hurst-együttható a rendszeres hiba vagy trend mértékének tekinthető az idősorozatban. A 0,5-el egyenlő H rendszertelen, korreláció-nélküli, független sort jelöl. A 0,5-től eltérő H rendszeres hibának vagy emlékeztetetésnek vehető. Ha  $0,5 < H < 1$ , akkor a jelenlegi trendet erősítő rendszeres hibával van dolgunk. Ezt a tendenciát

folytonosságnak nevezzük. A folytonos sor viszonylagos Brown-féle mozgás vagy torzított szabálytalan mozgás. (Mandelbrot, 1972) A torzítás erőssége attól függ, mennyivel haladja meg a  $H$  a  $0,5$ -öt- Ha a sor az utolsó periódusban magasan (vagy alacsonyan) van, akkor nagy az esélye annak, hogy a következő periódusban is pozitív (vagy negatív) előjelű lesz. Ha  $0 < H < 0,5$ , akkor a sor negatív irányban torzít; ez általánosságban ellentmond az uralkodó trendnek, a rendszert pedig nemfolytonosnak, ergodikusnak vagy közepes visszatérőnek nevezzük. Ha a rendszer magasan (alacsonyan) volt az előző periódusban, akkor nagyobb a valószínűsége annak, hogy a következő periódusban is alacsonyan (magasan) lesz. Ez a fajta sor ingadozóbb, illetve változékonyabb lenne, mint a rendszertelen sor, mert gyakori irányváltásokból állna.

A 3. táblázat az R/S elemzés eredményeit szemlélteti, ahol látható, hogy csak a GIASE sor mutatja világosan a Hurst-statisztikai jellemzőt, mert  $0,69$  folytonos torzítást mutat. A (7)-ből kiszámítottuk az átlagos hosszú emlékezést, és  $780$  napot, illetve kb. három évet kaptunk. Úgy tűnik, hogy ez az emlékezés jól meg van határozva, mivel mindig stabil maradt, akármilyen halmazási időszakot vagy szűrést alkalmaztunk. Az eredmények egybevágnak Sirlantzis és Siriopoulos (1993) korábbi kuttásaival, akik a hosszú távú emlékezést számítják, de kisebb adatkészleten, heti és havi hozam esetében, a kapott érték pedig  $780$  nap a GIASE-nél. Ez a hároméves ciklus összefüggésbe hozható a politikai ciklussal, mivel a vizsgált időszakban három évenként tartottak választást Görögországban. A többi sorra, amelyeknél a Hurst-tényező kb.  $0,5$  volt, a rendszertelenség a jellemző. Úgy tűnik, hogy a kialakuló piacok ismét másképpen viselkednek, a hosszú távú emlékezési tulajdonságok szempontjából, ha az érettekhez hasonlítjuk őket. Az R/S elemzés eredményei az FTSE vonatkozásában megfelelnek Mills-éinek (1993), aki nem talált kellő bizonyítékot a folytonosságra Anglia esetében egy sokkal nagyobb adatkészlet alapján.

## Káosz-elemzés

### A fázistér és a korrelációs tényező

A káosz kimutatására alkalmazott népszerű teszt a korrelációs tényező számítása (Grassberger, Procaccia, 1983), amely a  $C(r)$  korrelációs integrált alkalmazó fraktál tényező becslést használja. A  $C(r)$  korrelációs integrál annak a valószínűségét méri, hogy két találmásra kiválasztott pont egymástól bizonyos távolságra lesz, és azt vizsgálja, hogy ez a valószínűség miképpen változik a távolság növekedésével. Az  $m$ -dimenziójú vektorok  $\{x_t : t = 1, \dots, N\}$  idősora esetében valamely  $X_t^m, X_t^m$  számpárosra, amelynek a távolsága az  $r$ -nél kisebb:

$$C(r) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{2}{(N_m(N-1))} \sum H(x_t^m, x_t^m) \quad (8)$$

A  $C(r)$  más alakban is kiszámítható:

$$C_{m,N}(r) = \# \{(t,s) : |t,s < N; \|X_t^m - X_s^m\| < r\} / N_m^2 \quad (9)$$

ahol  $\#S =$  az  $S, N_m = N - (m-1)$  halmaz és  $m = m$  beágyazó mennyiség  $w$  kisebb értékeire:

$$C_{m,r}(r) = r^D, \quad (10)$$

ahol:

$$D_m = \lim_{r \rightarrow 0} [\log C_{m,r}(r) / \log(r)] \quad (11)$$

ha létezik a határérték, ahol  $D =$  korrelációs tényező.

A korrelációs tényező valamely dinamikus rendszer szignifikáns szabadságfoka alsó határának tekinthető. Arra használjuk, hogy különbséget tegyünk az alacsony fokú determinisztikus káosz és a sztochasztikus rendszerek között. Ha káosz van jelen, akkor a korrelációs tényező nyilvánvalóan megtelik a fázistér növekvő beágyazó mennyiségeivel. Ha nem jön létre a stabilizáció, akkor a rendszert magas fokúnak vagy sztochasztikusnak kell tekinteni. Az idősor akkor áll korrelációban, amikor a korrelációs tényező jóval a beágyazó tényező értéke alatt marad, és folyamatosan emelkedik a beágyazás növekedésével, de sohasem telítődik.

A korrelációs tényezőt a  $10$ -ig terjedő beágyazó mennyiségekre számítottuk minden sorra: az eredményeket a 4. táblázat közli. Amint látjuk, csak a GIASE napi hozam mutat telítődési tendenciát a korrelációs tényező vonatkozásában, ami kb.  $3,8$  fraktál tényező okoz. A pontos érték nem fontos, ugyanis valószínűleg lerontja a minta kicsisége és a zaj. Ruelle (1990) egy egyszerű matematikai argumentummal bizonyítja, hogy „nem szabad hinni az olyan mennyiségi értékeknek, amely nincs jóval  $2 \cdot \log_{10} N$  alatt“, ahol  $N$  az adathalmaz nagysága. A GIASE esetében a számított  $3,8$  körüli korrelációs tényező jól meghatározható a fenti szabály szerint, mi-vel ez az érték jóval  $6,5$  alatt van. A káoszra bizonyítékul szolgál még a GIBSE is, amely kicsi, de nem feltétlenül telítődési tendenciájú. A kialakulóban levő görögországi és belga piacok nem tűnnek jó alanyoknak a korlátozott mértékű szabadságfokú káoszra, míg a többenél ez a lehetőség ki van zárva. Az a körülmény, hogy a korrelációs tényező értéke a többi sorra jóval a beágyazó tér értéke alatt marad, gyenge szerkezet jelenlétére utal.

### A Ljapunov-tényező

A kaotikus attraktorra az SDIC (kiindulási feltételektől való függőség) a jellemző. A kiindulási feltétel mérési hibája exponenciálisan növekszik, így már egy kisebb hiba is rendkívüli mértékben kihat az előrejelzési képességre. Valamely rendszernek a SDIC-re való fogékonysága a Ljapunov-tényezővel (LE) mérhető, amely azt méri, hogy a közeli körpályák milyen gyorsan divergálnak a fázistérben. Minden mennyiséghez egy LE van hozzárendelve a fázistérben. Ha minden LE zéró vagy negatív, a pályák nem divergálnak, a rendszer pedig stabil. Ha legalább egy LE pozitív, akkor a fázistérben a közeli pontok pályái divergálnak, a rendszer pedig instabil, ami a káosz feltétele. A pozitív LE méri a nyúlást a fázistérben, vagyis azt, hogy a közeli pontok hogyan divergálnak egymástól. A negatív LE az összehúzódást méri, azt, hogy mennyi ideig tart, amíg a rendszer helyreáll a zavar után. Lehetséges, hogy a tőkepiacra a nyúlást érzelmek vagy szakmai tényezők okozzák, de az alapérték az árat úgyis „visszahúzza“ az indokolt méretű tartományba. A Ljapunov-tényező teljes spektrumát ( $L_1$ ) a következő összefüggés alapján számíthatjuk ki:

$$L_1 = \lim_{t \rightarrow \infty} \sum [(1/t) \log(r(t)/r(0))] \quad (12)$$

Wolf et al. (1985) megfelelő módszert dolgozott ki a legnagyobb Ljapunov-tényező, az  $L_1$  (LLE) kísérleti adatok alapján történő kiszámítására. Az LLE-tesztel azonban az a probléma, hogy a rendszertelen adatok is pozitív LLE-t mutatnak, viszont várható, hogy a determinisztikus rendszer nagyobb (kisebb) pozitív LLE-t mutat, ha csökkentjük (növeljük) a beágyazó mennyiséget, mivel az attraktor a rendelkezésre álló térnek nagyobb (kisebb) részét foglalja el. (Abarbanel et al., 1990) Rendszertelen sorban az LLE a különböző beágyazó mennyiségek esetén változatlan marad, mivel a rendszertelen sor általában egyformán tölti ki a rendelkezésre álló teret. Az LLE-t minden sornál különböző beágyazásokban kiszámítottuk a  $\tau$  értékek 1-től 10-ig terjedő tartományában. A  $\tau = 10$  eredményt az 5. táblázat szemlélteti.  $\tau = 1-9$  esetén kihagytuk az eredményeket, mivel hasonlóak. Megjegyezzük, hogy a beágyazó mennyiséget valamilyen módon nagyobbaknak kell venni, mint a számított korrelációs tényezőt. Mint látható, az LLE a GIASE és a GIBSE sornál mindig pozitív, ugyanakkor egyértelműen nagyobb, ha a beágyazó mennyiség kisebb. Ha ezeket az eredményeket összekapcsoljuk a korrelációs tényezőre kapott eredményekkel, megállapíthatjuk, hogy fennáll a káosz lehetősége ezeknél a soroknál. A többi sornál az eredmények azt jelzik, hogy bizonyára valamilyen struktúra létezik a GIMSE-ben, míg a többi rendszertelennek tűnik.

## A pénzügyi menedzsment kérdései

A káosz-elemzés célja, hogy kimutassuk, vajon az idősor szigorú előrejelzése lehetséges-e, ez az előrejelzés rövid vagy hosszú távú-e, és hogy a prognosztizálás könnyű lesz-e vagy nehéz. A káosz-elemzésnek nem az a célja, hogy ilyen prognózist állítsunk föl, hanem az, hogy az alapvető elemzésre épülő előrejelzési stratégiát fogalmazzunk meg.

Míg a káosz-elemzés az idősor szigorú prognosztizálhatóságának kérdésével foglalkozik, addig az R/S (tőkehozam)-elemzés a kedvező statisztikai esélyt ígérő hosszú távú, illetve rövid távú feltételezési stratégia megfogalmazásának kérdésére irányul. Abban az esetben, ha az adatok szabálytalan mozgásúak ( $H = 0,5$ ), nem lehet sikeres kereskedelmi stratégiát kialakítani. Abban az esetben, ha az adatok viszonylagos szabálytalan mozgásnak felelnek meg, az R/S elemzés eredményeit felhasználhatjuk a kedvező statisztikai eséllyel kecsgetető feltételezési stratégia kidolgozásához. Ha a Hurst-tényező nagyobb, mint 0,5, az adatok az addigi trendet kényszerítik ki. Peters (1989) kimutatta, hogy a 0,6-os Hurst-tényező azt jelenti, hogy 60 % az esélye annak, hogy az adatok az addigi trendet folytatják. A 0,4-es Hurst-tényező azt jelenti, hogy 60 % az esélye annak, hogy a trend megfordul. Az R/S elemzés eredményei azt is jelzik, hogy a trend irányában vagy azzal szemben kell-e haladnunk. Az átlagos ciklus feltárása azért is fontos, mert segítségével meghatározhatjuk, hogy az időornak mennyi adatpontját kell figyelembe venni a következő pont megjelöléséhez. S végül a folytonos és a nemfolytonos idősor alkalmasabb a jellemzők elismerésének a modellálására (agyműködést utánzó eszközök, genetikai algoritmusok stb.), mint a rendszertelen vagy majdnem rendszertelen idősor.

Matsuba (1992) azt állítja, hogy a piaci jelzés prognózisának megbízhatósága erősen függ a jelzés fraktál mennyiségétől. Megállapította, hogy a prognosztizálhatóság a fraktál mennyiségnek megközelítően lineáris függvénye, s emiatt a legkisebb prognózis-megbízhatósági értéket, kb. húsz százalékot a kettőt megközelítő fraktál mennyiségekre kaptuk, a legnagyobb prognózis-megbízhatósági arány a száz százalék pedig az egy fraktál mennyiségnél lehetséges.

A hosszú távú függőség, ill. a Hurst-statisztikai jellemző jelenléte a pénzvagyokban fontos szerepet játszik a modern pénzügyek számos paradigmájában. Az optimális fogyasztás/megtakarítási és portfólió-döntés sokszor rendkívül érzékeny a beruházási helyzetre. Problémák merülhetnek fel a származékos értékpapírok ár-meghatározásánál a Martingale-módszerek alkalmazása esetén, a CAPM (tőkepiaci árfolyamok modellje) és az APT (arbitrázs-folyam-elmélet) hagyományos tesztelése pedig már elavult.

Megállapítást nyert, hogy a GIASE sor nem normális eloszlású, lineáris és nonlinearis korrelációjú, folytonos és legalább négyes szabadságfokú determinisztikus rendszerből keletkezett. Ha ez a determinisztikus rendszer kaotikus, akkor lehetséges a hosszú távú előrejelzés. A négyes fázistérben – ahol a korrelációs tényező telítődik – a beágyazó mennyiség arra utal, hogy három adatpontot kell figyelembe venni, hogy a negyediket prognosztizálni tudjuk, ugyanakkor a 3,7 korrelációs tényező legalább négyváltozós modell használatát jelzi. A 780 napnak megfelelő átlagos emlékezés azt jelzi, hogy ennél a modellnél hároméves mintát kell alkalmazni. A 0,69-es Hurst-tényező a GIASE esetében folytonossági trendet mutat. Ez azt jelzi, hogy e trend alapján kedvező statisztikai eséllyel kecsgetető feltételezési stratégia dolgozható ki. Megjegyezzük, hogy a viszonylag hosszú távú beruházási stratégia nem mond ellent annak, hogy nem lehet hosszú távú prognózist felállítani. Az a körülmény, hogy az Athéni Tőzsdéről kiderült, hogy kifejezetten gyenge hatékonyságú piac, összhangban van az eddigi vizsgálatokkal.

A heti GIBSE és GIMSE sorok azt mutatják, hogy bizonyos fajta struktúra létezik, amely esetleg sikeres kereskedelmi stratégiává alakítható át. Bár a DAX-on és a HSI-n elért eredmények nem bizonyító erejűek, jelzik a hatékony piaci hipotézisből való kiindulást. Az FTSE100 sorok esetében minden teszt azt jelzi, hogy nagyon közel áll a szabálytalan mozgáshoz, illetve néhány más stochasztikus folyamathoz, és hogy sem rövid, sem hosszú távon nem lehet pontosan előrejelezni ezeket az idősorokat.

A sorok többségében feltárt erős nemlineáris és bonyolult sajátosságok arra engednek következtetni, hogy figyelembe kell venni az agyműködést utánzó eszközmodellálást és a nemlineáris prognózist. (Tsonis és Elsner, 1992) A nemlineáris előrejelzés a rendszerdinamika kvalitatív jellegének a megítélésére szolgál, valamint arra, hogy ennek ismerete alapján rövid távú előrejelzést végezzünk, de anélkül, hogy megpróbálnánk megérteni azokat a mechanizmusokat, amelyek végül is a rendszer viselkedését szabályozzák. Ezenkívül felhasználható arra is, hogy a káoszt megkülönböztessük a mérési hibától és a fraktál Brown-féle mozgástól kisebb adathalmazban. Ha létezik valamilyen alapvető determinisztikus mechanizmus, akkor az a sorrend is de-

terminisztikus lesz, ahogyan a pontok az attraktorban követik egymást. Így tehát, ha valahogyan képesek vagyunk kivonni azokat a szabályokat, amelyek meghatározzák, hogy a következő pont hol fog elhelyezkedni a fázistérben, akkor nagyon pontos prognózist tudunk felállítani.

E kutatás eredményeit intézményesen is alkalmazni lehet. Ahogyan azt Medio (1993) jelezte, az üzleti ciklusok nemlineáris determinisztikus és lineáris stochasztikus ábrázolásának komoly politikai hatása van. Az előbbi esetben az ingadozás endogén, vagyis a rendszer szerkezetétől függ, de főképpen az őt jellemző nonlinearitástól. Ezért az e nézetet valló szerzők olyan anticiklikus politikát ajánlanak, amely a rendszer döntő paramétereire hat, sőt még alapvető elrendezését is képes módosítani. Másrészt, vannak akik azt hiszik, hogy a beavatkozás a legjobb esetben irreleváns, a legrosszabb esetben pedig kifejezetten rontja a teljesítményt.

#### • Tanulságok

Ebben a tanulmányban egy tesztsorozatot végeztünk, hogy kimutassuk a nonlinearitást, a folytonosság és a determinizmus meglétét, és hogy kiértékeljük a következő hat ország tőzsdéjének prognosztizálhatóságát: Anglia, Németország, Hong Kong, Belgium, Spanyolország és Görögország. Megállapítottuk, hogy az angol tőzsde 1984 és 1994 között, a német tőzsde pedig 1980 és 1994 között nagyon hatékony volt, előrejelzésük pedig szinte lehetetlen volt. A korábbi kutatásoknak megfelelően (Sewell 1993) megállapítható, hogy Hong Kong, Belgium, Görögország és Spanyolország kialakulóban levő piacai az érett piacokhoz viszonyítva fokozott mértékű nonlinearitást mutatnak, míg az utóbbi háromban a hosszú távú emlékezés hatásait véltük felfedezni. Az Athéni Tőzsdén az erős determinizmust minden teszt igazolta, de a káosz lehetőségét sem lehetett kizárni, jóllehet úgy véljük, hogy teljesen indokolatlan azt gondolni hogy a tisztán determinisztikus modellel valaha is meg lehet magyarázni a pénzpiac tényleges viselkedését.

A jelen tanulmányban ismertetett eszközökkel minden bizonnyal jobban meg tudjuk ismerni az adatok természetét, és alkalmasabbak a modell érvényességének igazolására, mint magára az előrejelzésre. A kutatás empirikus eredményeit arra használtuk, hogy a sorok prognosztizálhatóságát kiértékeljük, és hogy sikeres vezetési stratégiát alakítsunk ki, ha ez egyáltalán lehetséges. Úgy gondoljuk, hogy a jövőbeni kutatásnak a nonlinearitásnak és az előrejelzésnek a tanulmányozására kell irányulnia nemlineáris előrejelzés és az agyműködést utánzó eszközök segítségével. A multifaktorációt, a hullámfüggvényt és más matematikai eszközöket kell alkalmazni a pénzügyi idősor nonlinearitásának és lokalizált struktúráinak kvalifikálására, mely utóbbiak a nonlinea-

ritás következményei.

**Tárgyszavak:** kialakuló piac, káoszelmélet, nonlinearitás, tőkehozam-elemzés, BDS-teszt, korrelációs tényező, Ljapunov-tényezők, pénzügyi menedzsment.

#### Hivatkozások

- Abarhanel, H. D., Brown, R., Kadtko, J. B. (1990): Prediction in chaotic nonlinear systems: Methods for time series with broadband Fourier spectra. *Physics Review A*. 41. pp. 1782-1807.
- Brock, W. A., Hsieh, D. A., LeBaron, B. (1991): *Nonlinear Dynamics. Chaos and Instability*. Cambridge: MIT Press
- Grassberger, P., Procaccia, I. (1983): Characterization of strange attractors. *Physics Review Letters*, 50. pp. 3465-3490.
- Hsieh, D. A. (1991): *Chaos and Nonlinear Dynamics: Application to Financial Markets*. *Journal of Finance*. 46. pp. 1839-1877.
- Hurst, H. E. (1951): Long-term storage of reservoirs. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*. 116. 770-799.
- Mandelbrot, B. (1972): Statistical methodology for non-periodic cycles: from the covariance to R/S analysis. *Annals of Economic and Social Measurement*. 1. pp. 259-290.
- Medio, A. (1993): *Chaotic Dynamics: Theory and applications to economics*. Cambridge, University Press
- Matsuba, I. (1992): *Optimizing Multilayer Neural Networks Using Fractal Dimensions of Time-Series Data*. *Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks*. Beijing
- Mills, T. C. (1993): Is there long-term memory in UK stock returns? *Applied Financial Economics*. 3. pp. 303-306.
- Peters, E. E. (1991): A Chaotic Attractor for the S&P 500. *Financial Analysts Journal*. March/April. pp. 55-81.
- Ruelle, D. (1990): *Deterministic Chaos: The Science And The Fiction*. *Proceedings of the Royal Society of London A*. 427. 241-248. pp.
- Scheinkman, J., LeBaron, B. (1989): Nonlinear dynamics and stock returns. *Journal of Business*. 62. 311-337. pp.
- Sewell, S. P., Stansell, S. R., Lee, I., Pan, M. (1993): Nonlinearities in Emerging Foreign Capital Markets. *Journal of Business Finance and Accounting*. 20. 237-247. pp.
- Sirlantzis, K., Siriopoulos, C. (1993): Deterministic chaos in Stock Market: Empirical results from monthly returns. *Journal of Neural Network World*. 855-864.
- Tata, F., Vassilicos, J. C. (1991): *Is There Chaos in Economic Time Series? A Study of the Stock and the Foreign Exchange Markets*. LSE Financial Markets Group Discussion Paper, 120. p.
- Tsonis, A. A., Elsner, J. B. (1992): Nonlinear prediction as a way of distinguishing chaos from random fractal sequences. *Nature*, 358. pp. 217-220.
- Wolf, A., Swift, J. B. Swinney, H. L., Vastano, J. (1985): Determining Lyapunov Exponents From a Time Series. *Physica D*. 16. pp. 285-317.

## Leíró statisztika

Az alábbi jelöléseket alkalmaztuk: GIASE = Görögország, DAX = Németország, GIMSE = Spanyolország, HSI = Hong Kong, FTSE = Anglia, GIBSE = Belgium. A *d* és *w* végződés a napi, illetőleg a heti adatokra vonatkozik. Az  $X_t$  és az  $X_{t-1}$  az egyszerű, illetve a szűrt logaritmikus hozamot jelenti.

Index	Elemzszám	Átlag	Standard eltérés	Torzítás	Kurt	Q (6)	J/B
GIASEd	1975	0.001158	0.021504	0.44	15.3	18.8	16.958
DAXd	4157	0.00034	0.011069	-0.92	13.8	19.9	33.822
DAXw	777	0.001817	0.024553	-0.76	5.8	3.5*	960
GIMSEw	777	0.002546	0.026807	-0.36	4.6	6.3*	439
HSId	4148	0.00054	0.018659	-3.29	66.5	28.2	770.975
HSIw	777	0.002881	0.04179	-1.44	9.0	6.9*	2.298
FTSE100w	568	0.001944	0.023152	-1.22	10.4	4.4*	1.866
GIBSEw	777	0.001666	0.019875	-0.35	5.8	25.4	928

\* 0,05 szinten nemszignifikáns érték

2. táblázat

## BDS-statisztika

Index	m	e				
		0,5	0,75	1	1,5	2
GIASEd	2	22.243	21.981	21.906	21.223	20.441
	3	34.962	33.993	32.648	29.659	27.198
	4	48.984	47.402	43.909	37.553	32.654
	5	69.447	67.873	60.134	47.659	38.915
	5	69.447	67.873	60.134	47.659	38.915
DAXd	2	10.726	9.769	8.358	8.243	9.269
	3	14.936	12.911	11.438	11.062	12.076
	4	40.798	20.459	16.235	14.303	15.551
	5	25.181	57.585	27.435	18.515	19.197
	5	25.181	57.585	27.435	18.515	19.197
DAXw	2	1.280	1.645	4.436	1.861	2.030
	3	3.186	3.062	2.156	3.011	3.396
	4	10.182	3.085	1.120	2.960	3.604
	5	10.912	2.191	0.963	3.022	3.933
	5	10.912	2.191	0.963	3.022	3.933
GIMSEw	2	5.801	5.990	6.176	5.892	5.925
	3	8.068	6.784	6.273	6.769	7.508
	4	6.527	9.424	7.196	8.334	8.822
	5	15.317	10.999	9.973	11.892	11.440
	5	15.317	10.999	9.973	11.892	11.440
HSId	2	9.420	9.876	11.288	12.983	13.964
	3	13.329	13.897	15.332	17.171	18.206
	4	17.014	17.406	18.781	20.493	21.329
	5	21.151	20.617	21.743	23.020	23.441
	5	21.151	20.617	21.743	23.020	23.441
HSIw	2	4.236	4.399	4.008	4.737	5.572
	3	6.598	6.022	6.187	6.900	7.633
	4	7.296	6.075	7.160	7.915	8.608
	5	9.230	6.166	7.701	8.592	9.251
	5	9.230	6.166	7.701	8.592	9.251
FTSE100w	2	-1.076	0.151	-0.279	0.925	1.132
	3	-3.795	-0.948	-1.019	1.819	1.967
	4	-0.723	0.436	0.685	3.001	3.108
	5	2.493	3.347	-1.900	3.463	4.159
	5	2.493	3.347	-1.900	3.463	4.159
GIBSEw	2	3.954	4.6121	4.240	4.859	5.007
	3	3.021	5.314	4.852	5.528	5.776
	4	-5.873	4.009	3.511	5.721	6.300
	5	-9.449	2.588	0.922	5.113	6.550
	5	-9.449	2.588	0.922	5.113	6.550

\* öt százalékos (kétlefutású) teszt esetében nemszignifikáns.

Az  $e$ -t a standard eltérés alapján határoztuk meg, vagyis  $e = 1$  azt jelenti, hogy az adatok standard eltérése egy. Minden fenti statisztika az  $N(0,1)$  szerinti eloszlású. Az öt százalékos szinten a kritikus szignifikanciaérték: 1,96.

## Hurst-sttisztika

Index	GIASEd	DAXd	DAXw	GIMSEw	HSId	HSiw	FTSE100w	GIBSEw
Hurst-együttható	0.6908	0.5316	0.6020	0.5937	0.5015	0.5684	0.4658	0.5915
Emlékezés (nap)	779	1.047	985	1.130	157	1.935	270	1.455

4. táblázat

## A korrelációs tényező

Index	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
GIASEd	1.076	1.976	2.630	3.070	3.338	3.754	3.705	3.973	3.675	3.809
DAXd	0.611	1.842	2.876	3.624	4.247	4.659	5.122	5.238	5.524	5.796
DAXw	1.044	2.029	2.984	3.682	4.308	4.822	5.118	5.550	6.014	6.441
GIMSEw	1.119	1.981	2.773	3.457	4.115	4.061	4.533	4.949	5.326	5.695
HSId	0.457	1.716	2.899	3.660	4.286	4.797	5.294	5.656	5.894	6.095
HSiw	1.016	1.981	2.994	3.708	4.358	4.893	5.531	5.728	6.219	6.707
FTSE100w	1.008	1.998	2.951	3.746	4.404	5.034	5.352	5.851	5.984	6.294
GIBSEw	1.011	2.069	2.785	3.275	3.589	4.021	3.926	4.169	4.367	4.624

5. táblázat

## A legnagyobb Ljapunov-tényező

m	GIASEd	DAXw	GIMSEw	HSiw	FTSE100w	GIBSEw
4	0.092	-	-	-	-	-
5	0.071	-	-	-	-	0.067
6	0.047	-	-0.061	-	-	0.045
7	0.044	0.049	0.051	0.031	0.039	0.043
8	0.037	0.057	0.048	0.034	0.031	0.039
9	0.036	0.041	0.039	0.027	0.046	0.033
10	0.029	0.033	0.028	0.021	0.029	0.022