



Identification expérimentale et numérique de la perméabilité de l'os cortical pour la modélisation du remodelage

Etienne Malachanne, David Dureisseix, Patrick Cañadas, Franck Jourdan

► To cite this version:

Etienne Malachanne, David Dureisseix, Patrick Cañadas, Franck Jourdan. Identification expérimentale et numérique de la perméabilité de l'os cortical pour la modélisation du remodelage. 18e Congrès Français de Mécanique - CFM07, Aug 2007, Grenoble, France. pp.CDROM. hal-00322472

HAL Id: hal-00322472

<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00322472>

Submitted on 5 Sep 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Indentification expérimentale et numérique de la perméabilité de l'os cortical pour la modélisation du remodelage.

Etienne Malachanne, David Dureisseix, Patrick Cañadas & Franck Jourdan

Université Montpellier 2

LMGC

Place Eugène Bataillon cc 048 F-34095 Montpellier Cedex 5

malachanne@lmgc.univ-montp2.fr

Résumé :

L'os est un système complexe qui peut être considéré comme un milieu poroélastique. Le premier des paramètres à connaître pour cette interaction fluide-structure est la perméabilité. La littérature fournit une grande variété de valeurs de perméabilité, obtenues par différentes méthodes à des échelles microscopiques. L'objectif de notre étude est d'identifier une valeur de la perméabilité de l'os cortical à une échelle macroscopique. Pour cela un dispositif expérimental simple a été élaboré. Un échantillon d'os, provenant d'un fémur de boeuf, est préparé et mis sous pression. Il est ainsi possible de mesurer le débit à travers les parois latérales et la pression interne. Afin d'interpréter ces résultats, obtenus sur une structure, il est nécessaire d'effectuer une simulation numérique. Une méthode de calcul par éléments finis est choisie, et la simulation donne un coefficient de perméabilité macroscopique de l'os cortical moyen de $1.35 \times 10^{-13} \text{ m}^2$.

Abstract :

Bone is a complex system that can be regarded as a poroelastic medium. The first of the parameters to be known for this fluid-structure interaction is the permeability. The literature provides several values of permeability, obtained by various methods at microscopic scales. The objective of our study is to identify a value of cortical bone permeability at macroscopic scale. For that, a simple experimental device was elaborated. A bone sample, coming from an ox femur, is prepared and pressurized. It is thus possible to measure both the flow through the sidewalls and the internal pressure. In order to interpret these results, obtained on a structure, it is necessary to carry out a numerical simulation. A finite elements method is chosen, and simulation gives an average coefficient of radial macroscopic cortical bone permeability of about $1.35 \times 10^{-13} \text{ m}^2$.

Mots-clefs :

perméabilité ; poroélasticité ; remodelage

1 Introduction

L'os est un milieu poreux, saturé, avec des phases fluides, des phases solides et des interactions entre celles-ci. La connaissance précise des effets de la phase fluide revêt un intérêt non négligeable, car elle est considérée par exemple comme un important facteur du remodelage osseux Kafka (1993); Li *et al.* (1987); Qin *et al.* (2003). Le fluide contenu dans l'os remplit des réseaux vasculaires interconnectés, des canaux, les lacunes-canalicules et les canaux de Havers et de Wolkman, Cowin (1998). Ainsi, afin de prendre en compte cette structure complexe, de nombreux auteurs ont appliqué à l'os le modèle de poroélasticité, développé par Biot (1935, 1941). Cowin (1998) détaille l'anatomie de la porosité osseuse, composée de différents niveaux avec des interfaces entre ces niveaux. Le premier des paramètres poroélastiques à connaître, lorsqu'un tel modèle est considéré, est la perméabilité osseuse. Dans la littérature des valeurs de perméabilité sont proposées, en particulier dans Cowin (1998). Ces valeurs proviennent soit de données expérimentales Li *et al.* (1987), soit de développement analytiques

Zhang *et al.* (1998), ou encore de simulations numériques Smit *et al.* (2002). Ces perméabilités ont été calculées à des échelles différentes, afin d'obtenir des paramètres poroélastiques au niveau de la microstructure osseuse. Ce qui explique également une dispersion assez grande des valeurs, en particulier pour la perméabilité de l'os cortical où la différence peut aller jusqu'à un facteur 10^6 entre les valeurs les plus extrêmes. Notre travail sur la perméabilité s'inscrit dans une étude plus large, le remodelage osseux, dont le but est un couplage entre la phase fluide et un modèle macroscopique de remodelage. Il est donc nécessaire de disposer d'une valeur macroscopique de la perméabilité. Ainsi, afin d'obtenir une perméabilité macroscopique de l'os cortical, une méthode expérimentale est proposée, couplée à un calcul de structure à l'aide d'un modèle 3D d'un échantillon d'os.

2 Méthode expérimentale

Les échantillons d'os utilisés proviennent de fémurs de bœuf. Une tranche d'environ 20 mm d'épaisseur est découpée et la moelle est enlevée. En raison de la structure du fémur, l'échantillon a une forme approximativement elliptique, de grand axe 70 mm et de petit axe 40 mm. Il est nécessaire d'effectuer une préparation sur cet échantillon de manière à enlever les nerfs et le cartilage qui y sont accrochés. De plus, les surfaces découpées sont polies, afin d'assurer une planéité suffisante. L'échantillon est ensuite placé entre deux plaques métalliques qui sont chacune percées en leur centre afin de connecter la cavité interne de l'échantillon à un capillaire cylindrique de 2 mm de diamètre et de 3 m de haut. Le trou de la plaque inférieure est relié à une vanne, utilisée pour remplir d'eau le dispositif au début de l'expérience et pour le vidanger à la fin, voir Figure 1(a). L'eau injectée remplit le capillaire et l'échantillon, mettant ainsi sous pression la cavité interne de l'échantillon. L'étanchéité du système est assurée par deux joints polymériques positionnés entre les plaques et les surfaces découpées. Après une ou deux minutes, des gouttes d'eau commencent à apparaître sur les faces latérales, Figure 1(b).

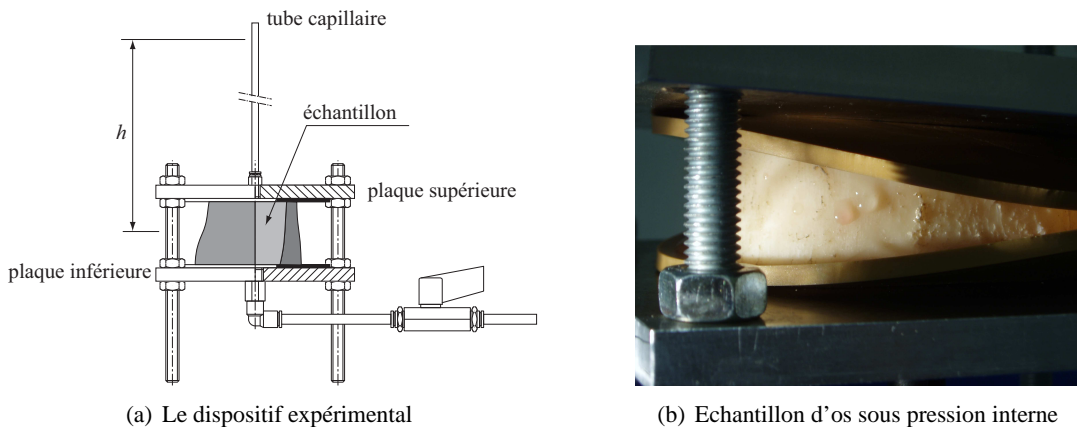


FIG. 1 – Essai expérimental

En contrôlant le niveau d'eau dans le capillaire, il est possible d'avoir à la fois le débit Q à travers les surfaces latérales de l'échantillon et la pression interne P . Les mesures prises consistent donc à noter l'évolution de la hauteur d'eau dans le capillaire h , en fonction du temps t . La loi hydrostatique de Pascal peut s'écrire $P = \rho gh$ où ρ est la densité massique du fluide et g est la gravité. En notant s la section du capillaire, la conservation du débit s'écrit $Q = -s \frac{dh}{dt}$. Par ailleurs, le débit étant proportionnel à la différence de pression, avec r le paramètre de proportionnalité, il vient :

$$Q = rP$$

D'où $\frac{dh}{dt} = -\frac{r}{s}\rho gh$ ce qui en intégrant donne $h = h_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ ou encore $\ln \frac{h}{h_0} = -\frac{t}{\tau}$ avec $h_0 = h(t = 0)$ et $\tau = \frac{s}{r\rho g}$. Les résultats des mesures, Figure 2, donnent l'évolution du logarithme de $\frac{h}{h_0}$ en fonction du temps t . Cinq séries de mesures ont été effectuées pour un échantillon, une pente moyenne a été identifiée : $\frac{1}{\tau} = 2.26 \times 10^{-4} \text{s}^{-1}$.

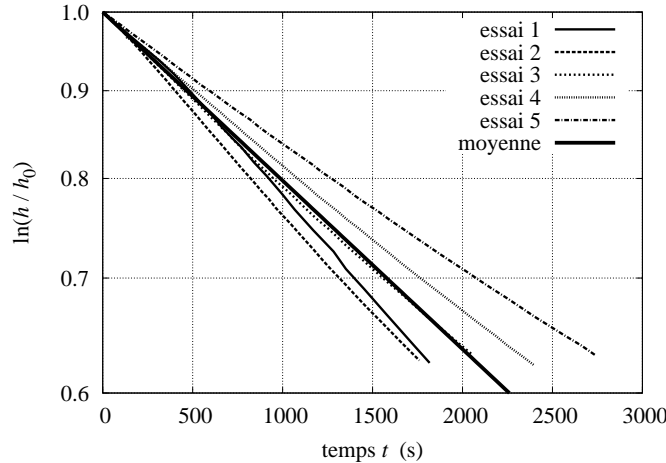


FIG. 2 – Evolution de la hauteur d'eau h normalisée par la hauteur initiale h_0 en fonction du temps t (en échelle semi-logarithmique).

3 Modélisation

3.1 Modèle CAO 3D de l'échantillon

Afin de tenir compte de la géométrie de l'échantillon d'os, une modélisation est réalisée à l'aide d'un logiciel de CAO. On identifie les surfaces suivantes : la surface intérieure $\partial_1\Omega$ où la pression interne est appliquée, la surface extérieure $\partial_2\Omega$ où la pression externe est nulle, les surfaces supérieures et inférieures $\partial_3\Omega$ où les plaques imposent un débit nul et Ω est le domaine représentant l'échantillon.

3.2 Modèle poroélastique

Le modèle poroélastique rapidement rappelé ici peut-être retrouvé de façon détaillée dans l'ouvrage de Coussy (1995). Les équations mises en jeu vont être uniquement celles d'admissibilité de la phase fluide, ainsi que la loi de Darcy. En effet, les essais se passent dans un régime quasi permanent, donc $\underline{\underline{\epsilon}} \approx 0$ et $\dot{p} \approx 0$ où $\underline{\underline{\epsilon}}$ est le tenseur des déformations et p est la pression dans les pores. Le modèle poroélastique se réduit alors à :

$$\underline{Z} = \underline{\text{grad}} p \text{ sur } \Omega \quad (1)$$

$$q = \text{div } \underline{W} \text{ sur } \Omega \quad (2)$$

où \underline{Z} est le gradient de pression et (2) provient de la conservation de la masse de fluide, avec q le taux d'accumulation de fluide dans le volume élémentaire représentatif et \underline{W} l'opposé de la

vitesse de Darcy. Les conditions aux limites sont les suivantes, $p = P$ sur $\partial_1\Omega$, $p = 0$ sur $\partial_2\Omega$ et $\underline{W} \cdot \underline{n} = 0$ sur $\partial_3\Omega$. Enfin la formule de Darcy s'écrit $\underline{W} = \frac{k}{\mu} \underline{Z}$ où k est la perméabilité intrinsèque et μ la viscosité dynamique du fluide. On notera $K_c = \frac{k}{\mu}$ la perméabilité hydraulique.

4 Simulation numérique

Afin de tenir compte des effets de structure dans le dépouillement des résultats de l'essai, un calcul de structure est effectué. Etant donné qu'une méthode par éléments finis est utilisée, un maillage de de l'échantillon est nécessaire. Celui-ci est généré par le logiciel de CAO, et est composé d'approximativement 30 000 éléments tétraédriques, Figure 3.

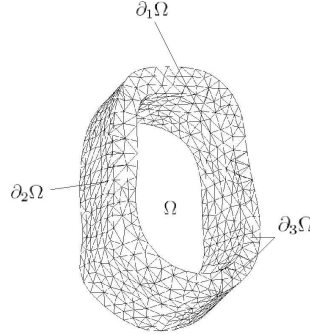


FIG. 3 – Maillage de l'échantillon avec 30 000 éléments tétraédriques

Il est à présent possible d'écrire une formulation variationnelle du problème précédent, en considérant que l'on est dans un cas quasi permanent et en prenant en compte (1) et (2), le problème est le suivant : trouver $p \in \mathcal{P}$ tel que :

$$\forall p^* \in \mathcal{P}_0, \quad \int_{\Omega} \underline{\text{grad}} p \cdot K_c \underline{\text{grad}} p^* d\Omega = 0$$

où \mathcal{P} est l'ensemble des champs de pression p à énergie finie avec $p|_{\partial_1\Omega} = P$, $p|_{\partial_2\Omega} = 0$. \mathcal{P}_0 est l'espace homogène associé.

Une discrétisation en espace de ce problème donne $\mathbf{H}p = q$ où \mathbf{H} est la matrice de perméabilité, p le vecteur colonne de la pression aux nœuds et q le vecteur colonne du flux aux nœuds. En notant i les degrés de liberté internes et e les degrés de liberté sur $\partial_1\Omega$, $\partial_2\Omega$ et $\partial_3\Omega$, on a :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{ii} & \mathbf{H}_{ie} \\ \mathbf{H}_{ei} & \mathbf{H}_{ee} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_i \\ p_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_i \\ q_e \end{bmatrix} \quad (3)$$

Sur les nœuds internes le flux est nul donc $q_i = 0$ et la pression sur les nœuds externes peut s'écrire de la manière suivante : $p_e = Pu_e$ avec u_e un vecteur composé de 0 et 1 où les 1 correspondent aux nœuds de $\partial_3\Omega$. Ainsi le débit est défini par : $Q = u_e^T q_e$.

En réécrivant (3) il vient $\mathbf{H}_{ee}^* p_e = q_e$ avec la matrice condensée $\mathbf{H}_{ee}^* = \mathbf{H}_{ee} - \mathbf{H}_{ei} \mathbf{H}_{ii}^{-1} \mathbf{H}_{ie}$ et le débit peut alors s'exprimer de la manière suivante : $Q = u_e^T \mathbf{H}_{ee}^* u_e P$. Dans un milieu homogène, \mathbf{H} dépend linéairement de K_c : $\mathbf{H} = K_c \mathbf{H}^0$ d'où $\mathbf{H}_{ee}^* = K_c \mathbf{H}_{ee}^{*,0}$. Il est ainsi possible d'identifier une valeur de perméabilité. En effet la résistance hydraulique $r = \frac{Q}{P}$ a été déterminée expérimentalement, l'effet de structure est contenu dans le coefficient $u_e^T \mathbf{H}_{ee}^{*,0} u_e$; et la perméabilité hydraulique est donc donnée par :

$$K_c = \frac{r}{u_e^T \mathbf{H}_{ee}^{*,0} u_e}$$

Le coefficient moyen de perméabilité hydraulique identifié est : $K_c = 1.35 \times 10^{-13} \text{ m}^4\text{N}^{-1}\text{s}^{-1}$. D'où, en prenant pour viscosité dynamique celle de l'eau $\mu = 1 \text{ Pa.s}$, la perméabilité intrinsèque moyenne $k = 1.35 \times 10^{-13} \text{ m}^2$.

5 Discussion

De nombreuses études dans la littérature concernent l'identification de la perméabilité de l'os cortical. Cependant la dispersion dans les valeurs proposées est très importante, en particulier en raison de la différence d'échelle à laquelle les expériences ont été faites, ou encore en raison de la différence de nature de l'os. Dans cette étude c'est une perméabilité globale qui a été mesurée et identifiée. Dans l'étude présentée par Zhang *et al.* (1998) un calcul analytique est réalisé afin de déterminer la perméabilité de l'os cortical à plusieurs niveaux de porosité, c'est à dire aux niveaux vasculaire et des lacunes-canalicules. Les valeurs obtenues sont respectivement $6.36 \times 10^{-13} \text{ m}^2$ et $1.47 \times 10^{-20} \text{ m}^2$. Ces valeurs ont été recherchées à des échelles microscopiques : la première est associée aux ostéons dont le rayon est de $16.8 \mu\text{m}$, la seconde à une porosité au niveau des lacunes-canalicules dont le rayon est de $0.2 \mu\text{m}$. Ainsi ces valeurs de perméabilité sont associées à des échelles bien en dessous de l'échelle de notre étude. Dans Li *et al.* (1987), c'est une méthode expérimentale sur l'os cortical de tibias de chiens qui permet d'identifier un coefficient de perméabilité. C'est une étude qui se rapproche de notre procédé expérimental, avec toutefois une différence dans les échantillons d'os. En effet ils sont collectées à différents niveaux (proximal, médial et distal) et à différents endroits de la diaphyse (antérieure, médiane, latérale et postérieure). La valeur moyenne de perméabilité hydraulique obtenue est $5 \times 10^{-14} \text{ m}^4\text{N}^{-1}\text{s}^{-1}$, soit avec $\mu = 0.1 \text{ Pa.s}$ une perméabilité intrinsèque valant $k = 5 \times 10^{-15} \text{ m}^2$. Une autre étude Smit *et al.* (2002), numérique celle-là, fournit une valeur de perméabilité de l'os cortical à partir d'une modélisation par éléments finis d'un ostéon. La valeur obtenue après calcul est de $K_c = 2.2 \times 10^{-19} \text{ m}^4\text{N}^{-1}\text{s}^{-1}$.

La valeur de perméabilité identifiée à l'issue de notre étude se situe entre la valeur de perméabilité vasculaire donnée par Zhang *et al.* (1998) et la perméabilité moyenne obtenue expérimentalement sur les tibias de chiens dans Li *et al.* (1987). Les écarts entre ces valeurs sont en partie dus aux différences dans la structure osseuse des os de canidés et de bœufs. De plus, il y a également une différence selon l'endroit du fémur où l'échantillon est découpé. Toutefois notre résultat tend à confirmer la valeur théorique trouvée par Zhang *et al.* (1998). Par ailleurs cette valeur est plus proche d'une perméabilité vasculaire, nettement plus grande qu'une perméabilité lacuno-canaliculaire. C'est en accord avec la domination de la perméabilité vasculaire Zhang *et al.* (1998).

Notre étude expérimentale a pour but l'identification d'une perméabilité de l'os cortical, pourtant dans les échantillons utilisés la partie spongieuse n'est pas enlevée. En effet d'une part son épaisseur est beaucoup plus petite que celle de la partie corticale, d'autre part le coefficient de perméabilité de l'os spongieux est nettement supérieur à celui de l'os cortical, compris entre $4.65 \times 10^{-10} \text{ m}^2$ et $2.33 \times 10^{-10} \text{ m}^2$ d'après Kohles *et al.* (2001), ce qui rend négligeable la contribution de la partie spongieuse dans nos essais.

6 Conclusion

Le but de cette étude est d'identifier une valeur macroscopique de perméabilité de l'os cortical. Afin de prendre en compte la géométrie de l'échantillon utilisé ainsi que ses paramètres mécaniques, un calcul de structure a été associé à l'essai expérimental. Notre résultat est en accord avec des valeurs de perméabilités obtenues par plusieurs auteurs mais avec des méthodes

différentes et à des échelles microscopiques. De plus il valide la domination de la perméabilité vasculaire sur la perméabilité canaliculo-lacunaire.

Références

- Biot, M.A. 1935 Problème de la consolidation des matières argileuses sous une charge *Annales de la société scientifique de Bruxelles* **B55** 110-113
- Biot, M.A. 1941 General theory of three-dimensional consolidation *Journal of Applied Physics* **12** 155-164
- Coussy, O. 1995 *Mechanics of porous continua (ed. John Wiley & Sons)*
- Cowin, S.C. 1998 Bone poroelasticity *Journal of Biomechanics* **32** 217-238
- Kafka, V. 1993 On hydraulic strengthening of bones *Journal of Biomechanics* **26** 761-762
- Kohles, S.S., Roberts, J.B., Upton, M.L., Wilson, C.G., Bonassar, L.J., Schlichting, A.L. 2001 Direct perfusion measurements of cancellous bone anisotropic permeability *Journal of Biomechanics* **34** 1197-1202
- Li, G., Bronk, J.T., An, K-N., Kelly, P.J. 1987 Permeability of cortical bone of canine tibiae *Microvascular research* **34** 302-310
- Qin, Y-X., Kaplan, T., Saldanha, A., Rubin, C. 2003 Fluid pressure gradient, arising from oscillations in intramedullary pressure, is correlated with the formation of bone and inhibition of intracortical porosity *Journal of Biomechanics* **36** 1427-1437
- Smit, T.H., Huyghe, J.M., Cowin, S.C. 2002 Estimation of the poroelastic parameters of cortical bone *Journal of Biomechanics* **35** 829-835
- Zhang, D., Weinbaum, S., Cowin, S.C. 1998 Estimates of the peak pressures in bone pore water *Journal of Biomechanical Engineering* **120** 697-703