

# **Le problème de l'âge du capitaine ou la question du sens en mathématiques**

## **Regard sur la résolution de problèmes**

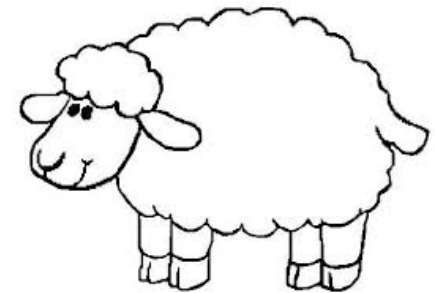
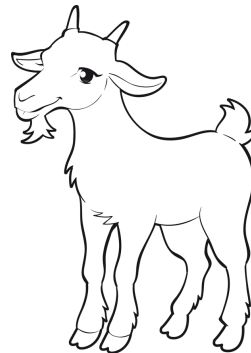
**Joëlle Vlassis & Isabelle Demonty**

**Workshops with teachers – 16 mai 2015**

**Université du Luxembourg**

**Il y a 26 chèvres et 10 moutons  
sur un bateau.**

**Quel est l'âge du capitaine?**



# Quel est l'âge du capitaine? : résultats

- Résultats d'une étude menée en Belgique

(De Corte et Verschaffel, 1994)

	réponse : 36	réponses réalistes
96 élèves de 2 <sup>e</sup> et 3 <sup>e</sup> années (cycles 2 et 3)	79%	21%

- Et au Luxembourg? (Beneke, 2015, mémoire de BScE)

	réponse : 36	omissions	réponses réalistes
76 élèves de cycle 4	71%	4%	25%

**Un bus de l'armée peut contenir 36 soldats.**

**Si 1128 soldats doivent être conduits à leur site d'entraînement, combien faudra-t-il de bus?**



# Le problèmes du bus : résultats

- Résultats d'une étude de Carpenter *et al.* (1983) :

élèves de 13 ans	Echantillon représentatif
<b>Réponse : 32</b>	<b>23%</b>
Erreur de démarche	29%
Arrondi absent ou inadéquat	48%

- Et au Luxembourg? (Beneke, 2015, mémoire de BScE)

élèves de cycle 4	76 élèves
<b>Réponse : 32</b>	<b>30%</b>
Erreur de démarche	30%
Arrondi absent ou inadéquat	25%
Omissions	19%

# Pourquoi?

## Croyances des élèves à propos de la résolution de problèmes

- Croire que tous les problèmes proposés sont corrects, complets et qu'ils ont du sens (car mis en place par l'autorité).
- Croire que pour résoudre un problème, il suffit d'appliquer un calcul, une formule ou une technique qui vient d'être vue.
- Croire qu'il existe une seule réponse correcte au problème qui se présente sous forme numérique et précise.
- Croire qu'il suffit d'obtenir cette réponse unique en effectuant une ou plusieurs opérations avec tous les nombres de l'énoncé.
- Croire que les problèmes donnés en classe n'ont aucun lien avec la réalité.
- ... (Verschaffel, Greer & De Corte, 2000)

# Pourquoi?

## Des pratiques de classe qui renforcent ces croyances des élèves

- Les problèmes équivoques, avec données superflues ou manquantes sont rares.
- Les problèmes sont souvent présentés de manière à rendre efficaces les stratégies superficielles : on fait rechercher les mots clés, par exemple.
- Les élèves sont souvent confrontés à des problèmes visant à appliquer directement une procédure qui vient d'être vue.
- Ainsi, les problèmes proposés sont souvent de même structure.
  - ✓ *Jean a 5 billes, il en gagne 4. Combien en a-t-il à la fin?* (fréquent)
  - ✓ *Jean a 6 billes. Il joue plusieurs parties et à la fin il constate qu'il lui en reste 4. Combien en a-t-il perdues ou gagnées?* (plus rare)

# Ces constats posent une série de questions

1. Des problèmes, pour quoi faire?
  - Le rôle des problèmes
  - Qu'en pensent les enseignants luxembourgeois?
2. Apprendre à résoudre des problèmes? De quoi s'agit-il?

3.



4. Pistes pour l'enseignement
5. Des ressources utiles



# 1. Le rôle des problèmes

# 1. Le rôle des problèmes

1. Apprendre de nouveaux contenus mathématiques  
(Pallascio, 2005)
2. Apprendre des stratégies de résolution (De Corte, Greer & Verschaffel, 2000)
3. Appliquer des savoirs précédemment enseignés :  
problèmes d'application  
(Charnay, 2002; Demonty & Fagnant, 2012)

L'objectif 2 est particulièrement préconisé dans le plan d'étude

- Compétences générales : argumenter, résoudre un problème, représenter, ...
- Résolution de problèmes d'arithmétique : analyser l'énoncé, résoudre un problème, interpréter et évaluer les informations et les résultats

# 1. Le rôle des problèmes

## Qu'en pensent les enseignants?

- Recueil des données sur les croyances de enseignants via un questionnaire (année scolaire 2008-2009)
- Echantillon : 154 Enseignants du primaire

	<b>Envoyés</b>	<b>Reçus</b>
<b>1re année</b>	300	41
<b>4e année</b>	300	50
<b>6e année</b>	300	63
<b><i>Total</i></b>	<b>900</b>	<b>154</b>

# 1. Le rôle des problèmes

## Qu'en pensent les enseignants?

Question : Classer les différents rôles

<b>Rôle des problèmes</b>	<b>Classé en 1</b>
Appliquer les opérations arithmétiques apprises	46%
Apprendre des stratégies de résolution	44%
Introduire une nouvelle notion	7%
<i>Autre</i>	3%
<i>Total</i>	100%

# 1. Le rôle des problèmes

- Les trois fonctions des problèmes sont étroitement liées.
- Les deux premières fonctions impliquent que les problèmes sont utilisés dans le but d'apprendre
  - soit de nouveaux contenus
  - soit des stratégies
- ➔ Approche par problèmes ou approche par situations problèmes qui vise à mettre l'enfant en recherche et en questionnement
- ➔ Problèmes qui font réfléchir : **problèmes non routiniers**

Ce sont des situations pour lesquelles les individus ne connaissent pas un moyen direct d'accéder à la solution

# 1. Le rôle des problèmes

## Problèmes non routiniers versus routiniers (exemples au cycle 3)

Problème A :

*Isidore se lance dans l'élevage des poules et des lapins : il y a 7 poules et 26 pattes. Combien y a-t-il de lapins?*

Problème B :

*Jean souhaiterait s'acheter un nouveau stylo. Dans un magasin, il voit l'affiche suivante. Calcule la réduction du stylo?*



Nouveau prix

5 €

# 1. Le rôle des problèmes

## Qu'en pensent les enseignants?

Question : Classer les problèmes selon leur intérêt et vos habitudes de classe (problèmes de cycle 2)

		<b>Intérêt</b> Rang 1 ou 2	<b>Habitudes</b> Rang 1 ou 2
1	Non routinier (achats A)	44%	22%
2	Non routinier (logique)	44%	7%
3	Non routinier (jeu de cartes)	39%	7%
4	Routinier (achats version B)	17%	37%
5	Routinier (passagers dans le bus)	10%	33%
6	Routinier (livres)	10%	27%
7	Routinier (élèves en classe)	7%	32%

### 3. Qu'en pensent les enseignants?

#### **L'intérêt de développer des problèmes non routiniers (1<sup>re</sup> année) : commentaires**

##### Commentaires des enseignants (12/154) :

Il faut voir le programme et préparer les élèves aux évaluations :

Je fais les choses qui sont dans le manuel même si elles sont ennuyantes parce que je crois que c'est mon devoir de préparer les enfants aux tests

Manque de ressources :

Il faudrait plus de ressources pour les problèmes de type "défis".

Tous les problèmes sont intéressants



## **2. Apprendre à résoudre des problèmes**

## 2. Apprendre à résoudre des problèmes

### Apprendre à résoudre des problèmes = apprendre les stratégies de résolution (objectif 2)

- ✧ Des problèmes non routiniers davantage orientés pour apprendre des stratégies  
ex : **Isidore** (cycle 3)
- ✧ Un exemple de problème davantage orienté pour apprendre des contenus  
ex : **Les confitures** (cycle 4) ou le Puzzle (Brousseau, 1981)

C'est la récolte des cerises. Grand-mère prépare des confitures dans son énorme chaudron, pour sa famille et ses voisins.

Lundi, elle cuit 8 kg de cerises avec 5 kg de sucre.

Mardi, elle cuit 10 kg de cerises avec 7 kg de sucre.

Jeudi, jour de la plus grande récolte, elle cuit 16 kg de cerises avec 10 kg de sucre.

Samedi, fin de la récolte, elle cuit 5 kg de cerises avec 3 kg de sucre.

**Quel est le jour où elle a fait la confiture qui a le goût le plus sucré ?**

**Y a-t-il des jours où les confitures ont le « même goût » en sucre ?**

**Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.**

## 2. Apprendre à résoudre des problèmes

### Pourquoi apprendre les stratégies de résolution?

- ✧ Parce que ces stratégies ne se développent pas spontanément.
- ✧ Pour développer le répertoire de stratégies de résolution des élèves et ainsi augmenter les performances de résolution de problèmes.
- ✧ Pour éviter le développement de démarches superficielles.

## 2. Apprendre à résoudre des problèmes

Jo et Tom sont allés au carnaval. Ils ont acheté des masques. Jo 5 et Tom 7. Combien de masques Tom a-t-il de plus que Jo?

## 2. Apprendre à résoudre des problèmes

Jo et Tom sont allés au carnaval. Ils ont acheté des masques. Jo 5 et Tom 7. Combien de masques Tom a-t-il de plus que Jo?

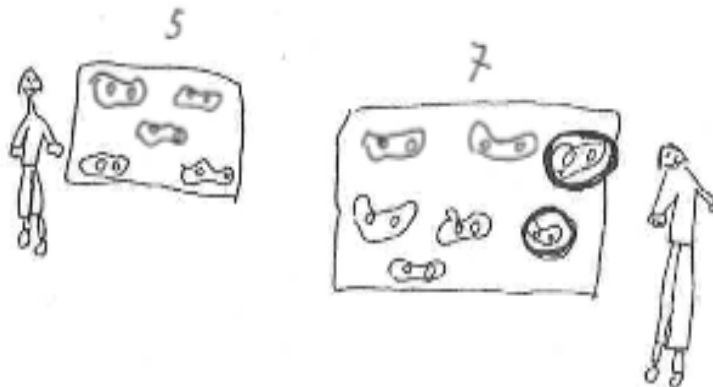
### .. Stratégies expertes



### . Stratégies superficielles



### Stratégies informelles



## 2. Apprendre à résoudre des problèmes

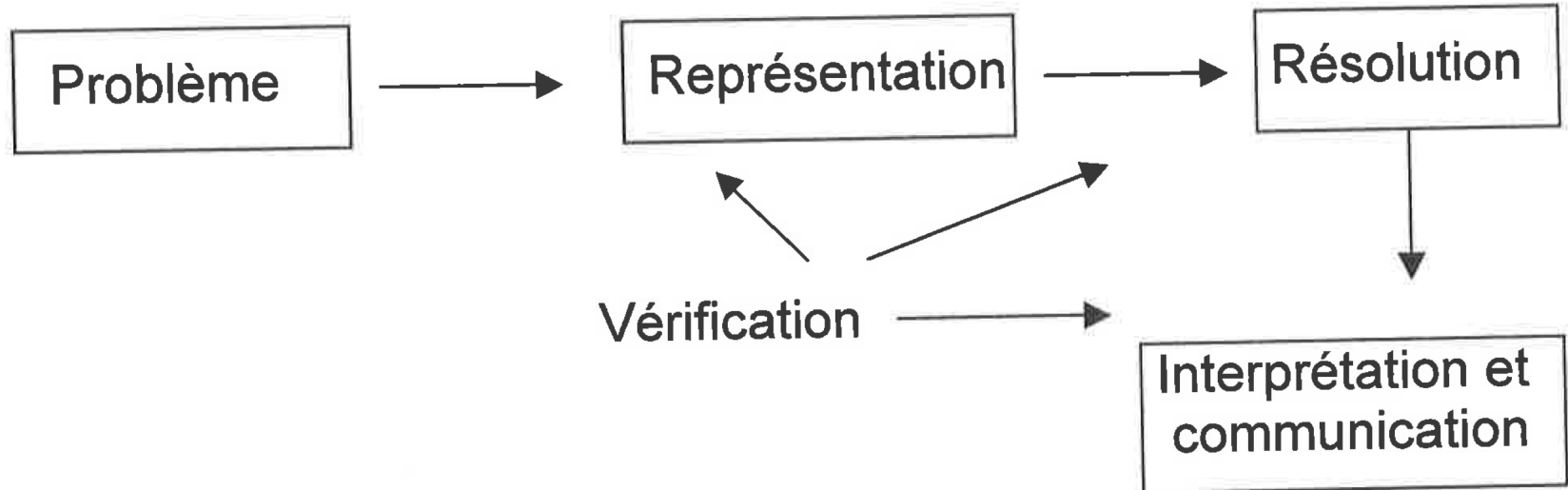
### Quelles stratégies apprendre?

Quelques constats de recherche (Tardif, 1992) : Elèves **experts** en résolution de problèmes versus élèves **novices**

- Les experts passent plus de la moitié du temps alloué à l'analyse de l'énoncé tandis que les novices s'engagent directement dans le processus de résolution
- Les experts évaluent l'acceptabilité des solutions avant de les mettre en oeuvre.
- Les experts effectuent des vérifications de leur démarche et de leur solution aux différentes étapes de résolution alors que les novices ne procèdent à aucun contrôle ni vérification

## 2. Apprendre à résoudre des problèmes

### Quelles stratégies apprendre?

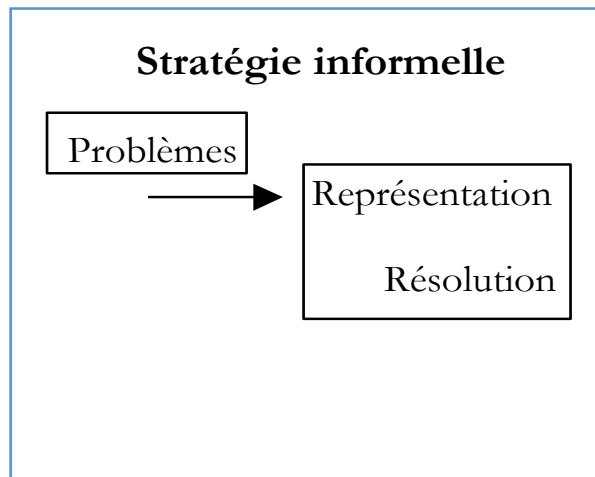


(Demonty & Fagnant, 2005)

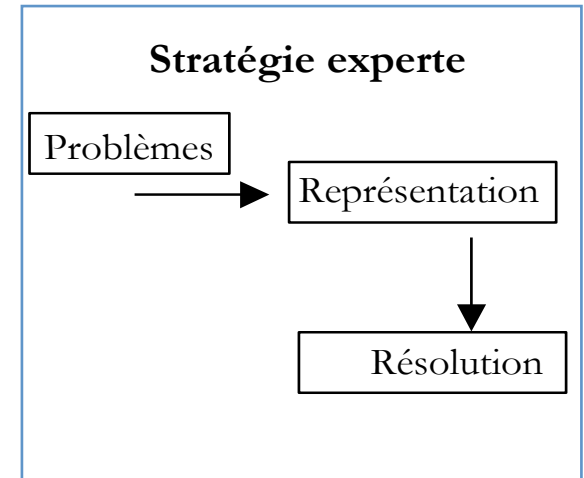
## 2. Apprendre à résoudre des problèmes

### Quelles stratégies apprendre?

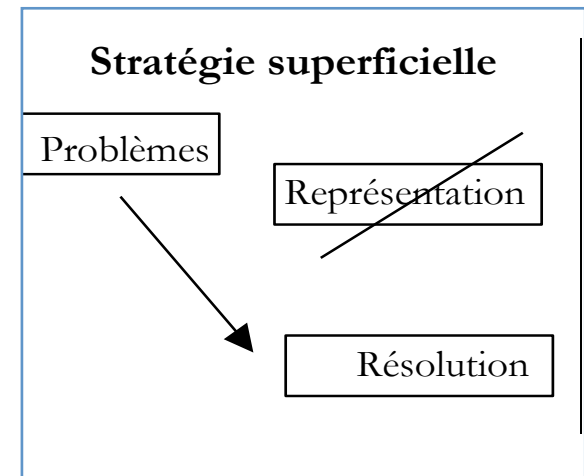
Les jeunes enfants (maternel et début de primaire) ont un potentiel en résolution de problèmes



Ce qu'on aimerait...



Ce qu'on constate chez un certain nombre ...





## 2. Apprendre à résoudre des problèmes

### Apprendre les stratégies de résolution : Un exemple

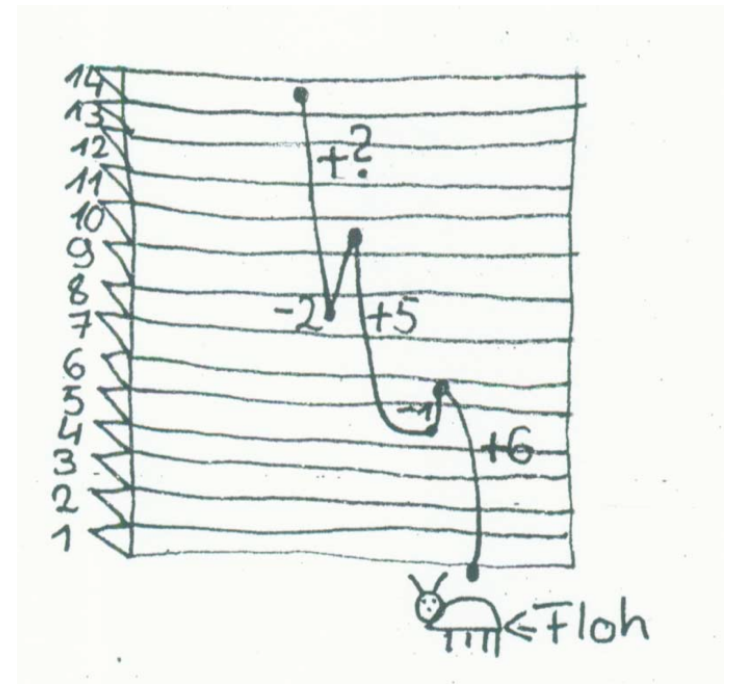
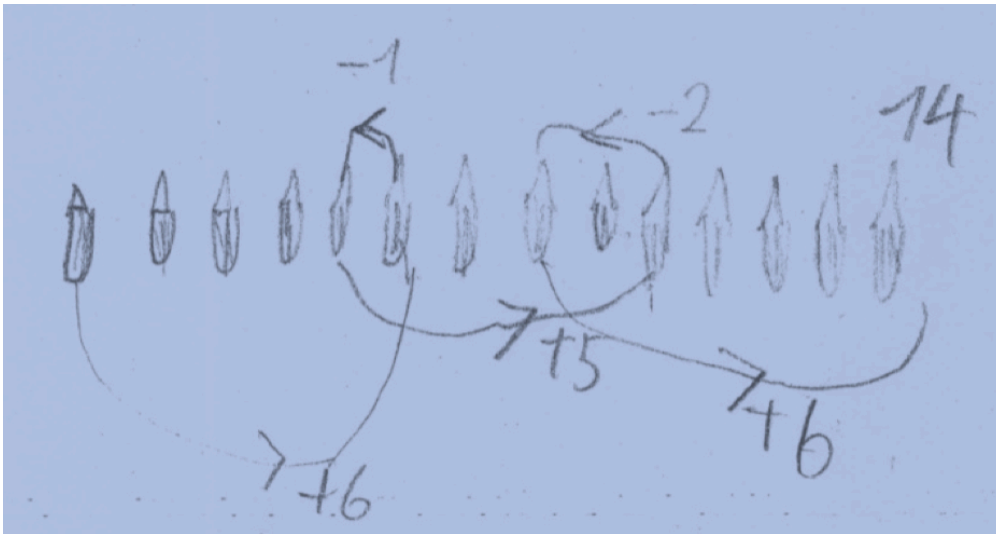
Paul est dresseur de puces. Il a appris un tour fabuleux à sa championne Pioupioute.

Il aligne des crayons et il fait sauter Pioupioute au-dessus des crayons.

Elle fait 6 bonds en avant, 1 bond en arrière, 5 bonds en avant, 2 bonds en arrière... puis elle s'arrête pour saluer les spectateurs. Elle fait encore quelques bonds en avant et elle s'arrête après avoir sauté au-dessus du 14<sup>e</sup> crayon.

***Combien de bonds en avant Pioupioute a-t-elle fait après avoir salué les spectateurs ?***

# 1. Représentation de l'énoncé



## 2. Résolution du problème

$$6 - 1 + 5 - 2 + 6 = 14 \text{ ou } 14 - 8 = 6$$

## 3. Interprétation et communication du résultat

Piupioute a fait 6 bonds en avant

## 4. Vérification

$$6 - 1 + 5 - 2 + 6 = 14$$

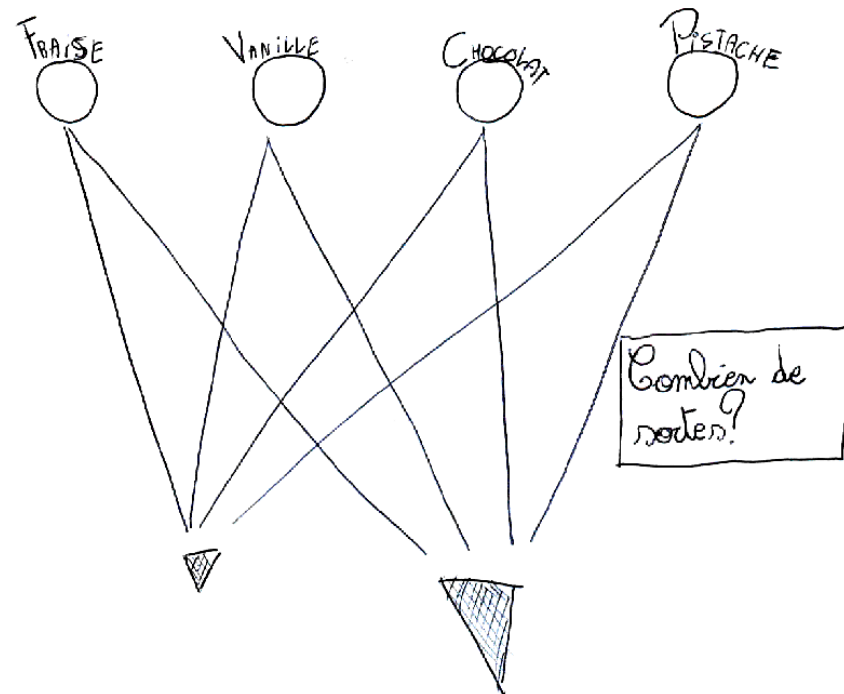
# Représenter un énoncé : une aide efficace en résolution de problèmes

- Etude empirique menée au Luxembourg auprès de 146 élèves issus de 11 classes de cycle 3.2 (Fagnant & Vlassis, 2014).
- Testing : Résolution de 4 problèmes complexes.
- Trois moments de testing :
  1. Quatre problèmes complexes doivent être résolus. Aucune aide n'est proposée aux élèves.
  2. Quatre problèmes de même structure (mais dans des contextes différents) sont proposés mais ils sont cette fois accompagnés d'une représentation.
  3. Quatre problèmes parallèles aux précédents sont proposés sans représentation, mais les élèves sont invités à produire une représentation du même type que celles de la phase 2 pour résoudre les problèmes.

# Représenter un énoncé : une aide efficace en résolution de problèmes

## Exemple de problème du moment 2 et de schéma proposé

Le marchand de glace de mon quartier vend des boules de glace à la fraise, à la vanille, au chocolat et à la pistache. Il propose deux sortes de cornets : des petits cornets et des grands cornets. **Combien de sortes de cornets de glace à une boule ce marchand peut-il faire ?**



# La représentation une aide efficace en résolution de problèmes

## Résultats de l'étude empirique :

moyenne des résultats aux 4 problèmes à chaque moment du testing

Moment 1	Moment 2	Moment 3
25 %	46%	40%

### 3. A vous...

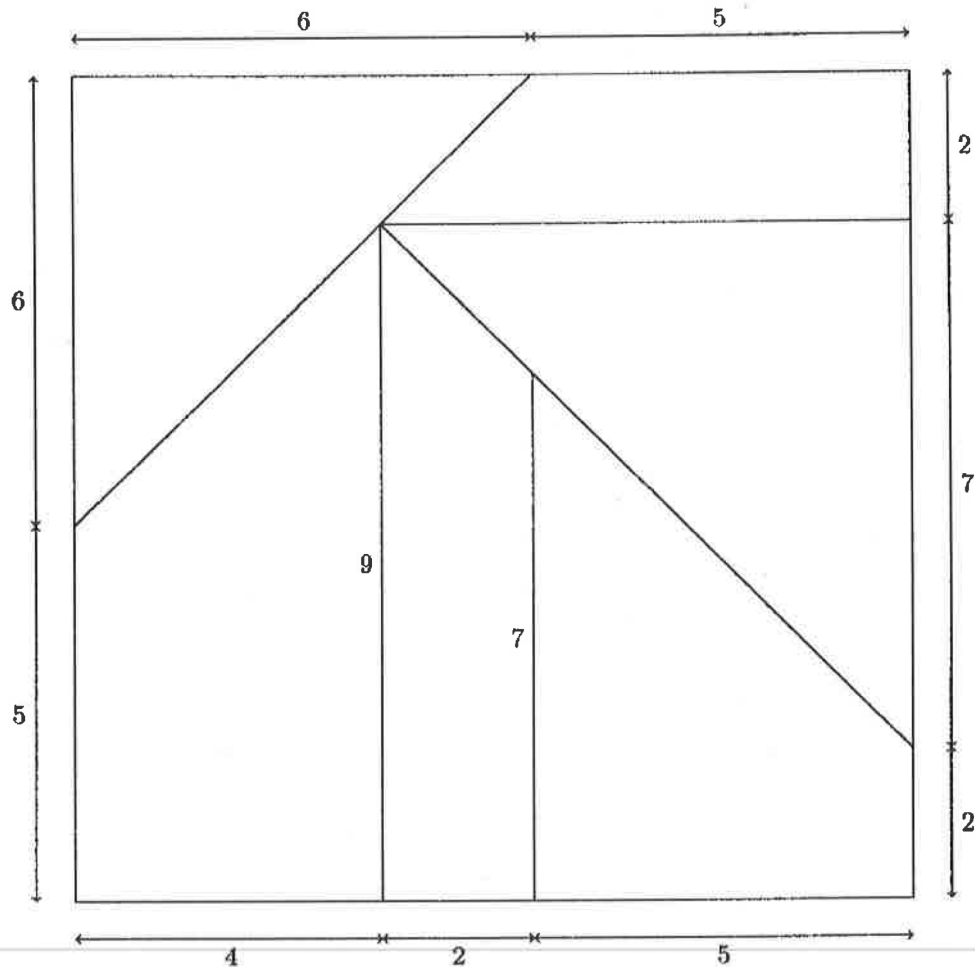


# Un problème pour travailler les stratégies de résolution

Cléopâtre a dessiné des chameaux et des dromadaires, cela fait 19 bosses et 52 pattes. Elle sait que les chameaux ont deux bosses et que les dromadaires n'en ont qu'une. Puis elle a encore dessiné un homme sur le dos de chaque chameau. Combien a-t-elle dessiné d'hommes en tout ?

Demonty, I. & Fagnant, A. (2004). *Résoudre des problèmes pas de problèmes (8/10)*. Bruxelles : De Boeck.

# Un problème pour travailler les contenus : le puzzle



## Activité

*Les élèves étant en groupes de 4 ou 5, il s'agit pour eux de fabriquer un agrandissement de ce puzzle de manière que le segment qui mesure 4 cm sur le puzzle original mesure 7 cm sur le puzzle agrandi. L'originalité du dispositif est de demander à chaque membre du groupe de construire une des pièces de manière à obtenir 4 ou 5 pièces différentes du puzzle agrandi.*



# 4. Pistes pour l'enseignement

## 4. Pistes pour l'enseignement

**D'abord choisir, des problèmes riches, situations complexes (problèmes non routiniers)**

- Différentes démarches possibles
- La démarche n'est pas guidée par des sous-questions
- Différentes solutions possibles  
(mais pas toujours possible)

# 4. Pistes pour l'enseignement

## Puis, proposer une exploitation adéquate en classe

1. recherche de la solution (groupes/ seul)
2. présentation des solutions : mise en commun
3. débat
4. validation de la ou des solutions correctes
5. synthèse/institutionnalisation du savoir



## 4. Pistes pour l'enseignement

Ce type de démarche présente l'intérêt :

- de faire parler les élèves des mathématiques pour expliquer leur raisonnement
- en autorisant différents moyens de communiquer : langage oral, écrit, symboles mathématiques, schémas, dessins, ...
- afin de convaincre et de présenter et de justifier leur démarche

Les élèves sont ainsi amenés à "communiquer", à "argumenter", à "représenter", ... bref à développer les compétences générales du plan d'études (2009).

De nombreuses recherches récentes mettent en avant que ces compétences sont nécessaires pour permettre aux élèves de donner du sens au concepts et notions mathématiques.

# 5. Ressources utiles

# Quelques ressources utiles

- Site du Rallye mathématiques transalpins (RMT – MaachMath) : <http://www.projet-ermitage.org/ARMT/doku.php>  
*Sur la page d'accueil, cliquer sur "entrée générale"*
- Bednarz, N. et al. (2002). *Banque de jeux pour l'apprentissage des mathématiques au primaire*. Mont-Royal (Québec) : Modulo.
- Demonty, I., Fagnant, A. & Lejong, M. (2013). *Résoudre des problèmes : pas de problèmes : 8/10 ans*. Bruxelles : De Boeck.  
*Ces manuels existent aussi pour les 5/8 ans et les 10/12 ans*
- Groupe ERMEL (2005). *Apprentissages numériques et résolution de problèmes (CP)*. Paris : Hatier.  
*Ces manuels existent aussi pour les différents niveaux scolaires : CP et CE1 (cycle 2) ; CE2 et CM1 (cycle 3); CM2 (cycle 4.1)*

## Quelques ressources utiles (suite)

- Poirier, L. (2001). *Enseigner les mathématiques au primaire : Notes didactiques*. Québec : ERPI.
- Stegen, P. & Sacré A. (2007). *Savoir dénombrer et savoir calculer au cycle 10/12*. Bruxelles : Labor.  
*Ces manuels existent aussi pour les 5/8 ans et les 8/10 ans*
- Terwangne, M., Hauchart, C., & Lucas, F. (2007). *Oser les fractions dans tous les sens: guide méthodologique et documents reproductibles: 5/12 ans*. Bruxelles : De Boeck.
- Theis, L. & Gagnon, N. (2013). *L'apprentissage à travers des situations-problèmes mathématiques*. Québec : Presses de l'Université du Québec.