

Esercizi per il 14 marzo 2016.

(1) [Es. 11 in R. and S.] Dimostrare che  $L^2(\mathbb{R})$  è separabile. (*Suggerimento.* Utilizzare funzioni semplici del tipo  $\varphi = \sum_{j=0}^N a_j \chi_{I_j}$  dove sia gli  $a_j$  che gli estremi degli intervalli  $I_j$  sono razionali, più i teoremi che conoscete su limiti e integrali).

(2) [Es. 13 in R. and S.] Trovare un esempio di spazi di Hilbert non separabile. (*Suggerimento.* Partire da un insieme non numerabile di indici  $I$ , considerare “successioni”  $(x_\alpha)_{\alpha \in I}$ , se volete interpretate come funzioni  $x: I \rightarrow \mathbb{C}$ , ...)