

Esercizi per il 14 marzo 2016.

(1) [Es. 11 in R. and S.] Dimostrare che $L^2(\mathbb{R})$ è separabile. (*Suggerimento.* Utilizzare funzioni semplici del tipo $\varphi = \sum_{j=0}^N a_j \chi_{I_j}$ dove sia gli a_j che gli estremi degli intervalli I_j sono razionali, più i teoremi che conoscete su limiti e integrali).

(2) [Es. 13 in R. and S.] Trovare un esempio di spazi di Hilbert non separabile. (*Suggerimento.* Partire da un insieme non numerabile di indici I , considerare “successioni” $(x_\alpha)_{\alpha \in I}$, se volete interpretate come funzioni $x: I \rightarrow \mathbb{C}$, ...)