View metadata, citation and similar papers at core.ac.uk

brought to you by CORE

provided by Almae Matris Studiorum Campus

Esercizio 1

Descrizione del sistema:

Un'azienda assembla n elettrodomestici $\{1, \ldots, n\}$, il $j-$esimo con un prezzo di vendita pari a g_j, utilizzando un insieme di m componenti standard $\{1, \ldots, m\}$, dell'$i-$esimo dei quali sono disponibili b_i esemplari. Il numero di esemplari del componente i necessari per assemblare un elettrodomestico j è pari ad a_{ij}. Inoltre, per ogni elettrodomestico j, esigenze di mercato impongono la produzione di almeno r_j unità, e al massimo t_j unità. Assumendo che tutti i dati del problema siano interi non a negativi, si vuole determinare il massimo ricavo ottenibile assemblando i componenti disponibili.

Esercizio 2

Descrizione del sistema:

Un'azienda di trasporto deve caricare i propri camion in modo da servire giornalmente un dato insieme di clienti. Nei camion devono essere caricati n pallet $\{1, \ldots, n\}$, il $j-$esimo dei quali ha un peso p_j ed un volume v_j . Per ciascun camion la capacità in peso è pari a P e quella in volume pari a V , inoltre vi è un costo fisso per l'utilizzazione del camion pari a c. L'azienda dispone di un numero m di camion sufficiente a caricare tutti i pallet e desidera minimizzare il costo complessivo dei camion utilizzati per caricare tutti i pallet. Si assuma che tutti i dati del problema siano interi non negativi.

Esercizio 3

Descrizione del sistema:

L'AUSL deve decidere riguardo all'apertura di nuovi ambulatori medici sul territorio per servire un insieme di m utenti i, $i = 1, \ldots, m$. Uno studio preliminare individua un insieme di n potenziali località. Ogni utente i può essere servito da un ambulatorio nella località j, $j = 1, \ldots, n$ se questa non è troppo distante dal domicilio dell'utente; è quindi data una matrice binaria A il cui generico elemento a_{ij} ha valore 1 se l'utente i può essere servito nella località j e 0 altrimenti. Il costo di apertura di un ambulatorio nella località j è pari a c_j. Inoltre ogni ambulatorio j è in grado di servire al più M_j utenti. Infine, per ragioni di programmazione, l'AUSL vuole comunque aprire almeno P ambulatori, servendo tutti gli utenti e minimizzando il costo complessivo.

Esercizio 4

Descrizione del sistema:

Il Ministero dell'Interno deve decidere riguardo all'apertura di nuove stazioni dei Vigili del Fuoco al fine di servire un insieme di q quartieri i, $i = 1, \ldots, q$. Uno studio preliminare individua un insieme di s potenziali strade j, $j = 1, \ldots, s$ dove localizzare una stazione. Ogni quartiere i può essere servito da una stazione nella strada j se questa non è troppo distante dal quartiere stesso; è quindi data una matrice binaria A il cui generico elemento a_{ij} ha valore 1 se il quartiere i può essere servito da una stazione posta nella strada j e 0 altrimenti. Il costo di apertura di una stazione nella strada j è pari a r_j . Per ragioni di sicurezza, ogni quartiere deve poter essere servito da almeno 2 stazioni poste in strade diverse, inoltre devono essere aperte complessivamente almeno B stazioni.

Esercizio 5

Descrizione del sistema:

Un'azienda ha a disposizione m macchinari con cui deve effettuare n lavorazioni. Se il macchinario i ($i = 1, \ldots, m$) effettua la lavorazione j ($j = 1, \ldots, n$) viene pagato un costo positivo c_{ij}; in particolare si ha $c_{ij} = +\infty$ qualora il macchinario non possa effettuare la lavorazione. Ogni lavorazione j ha una durata positiva t_j ($j = 1, \ldots, n$). L'obiettivo dell'azienda è quello di minimizzare la spesa complessiva, facendo in modo che tutte le lavorazioni siano eseguite e che ogni macchinario sia impegnato per un tempo massimo complessivo TMAX.

Esercizio 6

Descrizione del sistema:

Un'industria ha a disposizione m macchinari con cui deve lavorare n pezzi meccanici. E nota una matrice binaria A tale che $a_{ij} = 1$ se il macchinario i può lavorare il pezzo j e $a_{ij} = 0$ altrimenti ($i = 1, \ldots, m; j = 1, \ldots, n$). Se il macchinario i ($i = 1, \ldots, m$) lavora il pezzo j ($j = 1, \ldots, n$), viene imputato un costo industriale positivo c_{ij} . Ogni pezzo j ha un tempo di lavorazione positivo l_j ($j = 1, \ldots, n$) e ogni macchinario i, a causa di vincoli sindacali legati all'operatore del macchinario stesso, può lavorare al massimo per un tempo (dato dalla somma delle durate delle lavorazioni dei singoli pezzi ad esso assegnati) M_i ($i = 1, \ldots, m$). L'obiettivo dell'azienda è quello di minimizzare il costo industriale complessivo, facendo in modo che ogni pezzo meccanico sia lavorato esattamente da un macchinario e che vengano rispettati i vincoli sulle durate massime dei tempi di lavorazione dei macchinari.

Esercizio 7

Descrizione del sistema:

Un'azienda di trasporti vuole decidere dove costruire i propri magazzini al fine di servire un certo insieme $1, \ldots, m$ di clienti. A tale scopo, è stato individuato un insieme $1, \ldots, n$ di postazioni nelle quali sarebbe possibile posizionare un magazzino. Ciascuna postazione j $(j = 1, \ldots, n)$ ha un costo fisso di attivazione pari a f_j , può servire al massimo k_j clienti e permette di servire il generico cliente i $(i = 1, ..., m)$ con un costo di servizio pari a c_{ij}. Obiettivo dell'azienda è stabilire dove posizionare i propri magazzini e determinare a quale magazzino assegnare ciascun cliente in modo da minimizzare il costo complessivo.

Esercizio 8

Descrizione del sistema:

Un'azienda di informatica deve effettuare dei test prima di rilasciare le applicazioni software sviluppate. In particolare, sono date n applicazioni software $\{1, \ldots, n\}$ e k computer $\{1, \ldots, k\}$. Per avere garanzie di qualità, ogni applicazione j deve essere testata con diversi sistemi a operativi e dunque deve essere eseguita su s_j computer. Il tempo di esecuzione dell'applicazione j sul computer c è pari a t_{jc} ed ogni computer c può effettuare test per un tempo massimo T_c. Inoltre, è noto un profitto p_{jc} che si ottiene se l'applicazione software j viene testata sul computer c. L'obiettivo dell'azienda è di assegnare le applicazioni software ai computer, in modo tale che ogni applicazione j sia testata su s_j computer, ogni computer esegua test per un tempo massimo T_c e il profitto complessivo derivante dall'assegnazione sia massimizzato.

Esercizio 9

Descrizione del sistema:

Il management di un impianto produttivo deve definire il mix di produzione per l'anno 2013. L'impianto dispone di m macchinari del tipo FMS (flexible manufacturing system) che, grazie alla loro flessibilità, possono eseguire lavorazioni su ognuno degli n prodotti del portafoglio aziendale. I macchinari in questione sono eterogenei per cui il tempo necessario per eseguire la lavorazione di un'unità di prodotto del tipo j sulla macchina i è pari a t_{ij} . Ogni macchinario ha un orario di lavoro regolamentare pari a T_i cui può essere sommato un massimo di $Over_i$ unità di tempo che verranno considerate come straordinario. La programmazione deve indicare quanti prodotti realizzare per ciascun tipo di prodotto j e come assegnare le unità di prodotto ai macchinari. Si consideri che è ammissibile produrre lo stesso tipo di prodotto su macchinari differenti; che per ragioni di marketing è opportuno che siano prodotte per ogni tipo di prodotto j almeno k_j unità e che ogni unità di prodotto j ha un profitto pari a p_j . La programmazione può comportare l'utilizzo di straordinari che, distinti per macchinario, avranno un costo pari a c_i per unità di tempo. Ipotizzando che tutti i prodotti realizzati saranno venduti l'obbiettivo del management è la massimizzazione del profitto complessivo opportunamente nettato dei costi dovuti allo straordinario.

Esercizio 10

Descrizione del sistema:

In un supermercato si vogliono disporre dei prodotti (scelti tra un insieme di n prodotti) su m scaffali. Ogni prodotto j ($j = 1, \ldots, n$) ha un peso w_j e può esser disposto su al massimo uno scaffale i ($i = 1, \ldots, m$). Ogni scaffale i ha una capacità in peso W_i . Se si utilizza uno scaffale i si paga un costo c_i. Se il prodotto j viene disposto sullo scaffale i si ottiene un profitto p_{ij}. Si deve determinare quali prodotti disporre sugli scaffali, in modo da massimizzare i guadagni (dati dalla differenza tra profitti e costi), rispettando i vincoli di capacità degli scaffali.

Esercizio 11

Descrizione del sistema:

Il direttore di un porto turistico italiano deve definire come assegnare i posti barca in base alle richieste di prenotazione pervenutegli per la stagione estiva. Il porto è strutturato in m aree distinte, ogni area i $(i = 1, ..., m)$ è caratterizzata dalla lunghezza massima delle barche che possono attraccarvi (ogni barca attraccata non può essere lunga più di L_i) e dal numero di posti barca disponibili D_i. L'attivazione di un'area per la stagione estiva comporta un costo pari a c_i dovuto ai costi di manutenzione ed aggiornamento. Le richieste pervenute al porto sono relative ad n imbarcazioni. Per ogni imbarcazione j è nota la rispettiva lunghezza l_j ed il prezzo che deve essere pagato per l'affitto del posto barca p_j , definito dal direttore in base alle caratteristiche della stessa (lunghezza, fabbisogno energetico, prestigio). Ogni imbarcazione può essere assegnata al più ad un'area. L'obiettivo della pianificazione è definire quali aree del porto attivare e quali richieste assegnare a ciascuna di esse al fine di massimizzare il ricavo del porto, opportunamente nettato dai costi di attivazione, nel rispetto dei vincoli connessi alle aree.

Exercise 12: Subset sum problem variants

System description:

We define the measurement taken between the 2 circular ends of a roll as its width, the measurement perpendicular thereto when completely unwound as its length. A number of cutting machines are at our disposal, the knives of which can be set for any combination of widths for which the combined total does not exceed the overall roll width. The knives then slice through the completely wound rolls much in the same way as a loaf of bread is sliced. Rolls are marketed in several standard widths. Orders specify desired widths and may prescribe either the number of rolls, or alternatively, the total length to be supplied for each width. In fitting the list of orders to the available rolls and machines, it is generally found that trimming losses due to odd end pieces are unavoidable; this wasted material represents a total loss, which may be somewhat alleviated by selling it as scrap. The problem then consists in fitting orders to rolls and machines in such a way as to subdue trimming losses to an absolute minimum. [Eisemann, Kurt. The trim problem. (1957)]
Extension 1, Cutting Knife Limitation:
The number of pieces into which a roll can be cut is limited by the fact that there are only some fixed number R of cutting knives available.
Extension 2, Customer Tolerance:
Customers orders do not have to be filled exactly. A customer does not order a specific width but rather a certain range. Any quantity inside this range is accepted.

Mixed integer linear problem formulations:

For the original problem,defining;

- n different customers orders.
- w_j desired width for order j.
- W width of the roll

we have:

$$\max \sum_{j}^{n} w_j x_j \tag{1a}$$

$$\sum_{j=1}^{n} w_j x_j \leq W \tag{1b}$$

$$x_j \in \{0,1\} \qquad \forall j = 1, \ldots, n \, . \tag{1c}$$

Extension 1 (easy):
Add the following constraint:

$$\sum_{j=1}^{n} x_j \leq R \tag{2a}$$

$$\tag{2b}$$

Extension 2 (tricky):
We define w_j^l and w_j^u as the lower and upper limit of width for order j, respectively. The ILP model became:

$$\max \sum_{j=1}^{n} y_j \tag{3a}$$

$$\sum_{j=1}^{n} y_j \leq W \tag{3b}$$

$$w_j^l x_j \leq y_j \leq w_j^u x_j \qquad \forall j = 1, \ldots, n \tag{3c}$$

$$x_j \in \{0, 1\} \qquad \forall j = 1, \ldots, n \tag{3d}$$