

**CORSO DI LAUREA IN SCIENZE E TECNOLOGIE
INFORMATICHE**

**ESAME DI MATEMATICA DISCRETA
PRIMA PROVA SCRITTA
19 gennaio 2015**

Nome e Cognome:	1	2	Σ
Matricola:			

1. Si consideri l'endomorfismo f di \mathbb{R}^3 definito come segue:

$$f((x, y, z)) = (-x - 3y + 3z, 2y - 3z, -z).$$

- a. Determinare la matrice A associata a f rispetto alla base canonica.
- b. Stabilire se f è iniettivo.
- c. Stabilire se f è diagonalizzabile. In caso affermativo, determinare una matrice diagonale D e una matrice invertibile P tali che $A = P^{-1} \times D \times P$.

2. Si considerino il sottoinsieme $T = \{(1, 1, 1, 1), (1, 3, 2, 0), (2, 4, b, 1)\}$ di \mathbb{R}^4 e il sottospazio $W \subseteq \mathbb{R}^4$ di equazioni

$$\begin{cases} x + z = 0 \\ x + ky + z = 0 \end{cases}$$

con k e b parametri reali.

- a. Discutere la dimensione del sottospazio W al variare del parametro k ;
- b. discutere la dimensione di $\text{Span}(T)$ al variare di b .
- c. Posti $k = 0$ e $b = 1$, trovare una base del sottospazio $\text{Span}(T) + W$.