

# Automatische Operationelle Modalanalyse im Flugschwingungsversuch

Jan Schwochow

Institut für Aeroelastik, DLR Göttingen

[jan.schwochow@dlr.de](mailto:jan.schwochow@dlr.de)

**Symposium für Segelflugzeugentwicklung 2015**

**19. / 20. November 2015**

Knowledge for Tomorrow



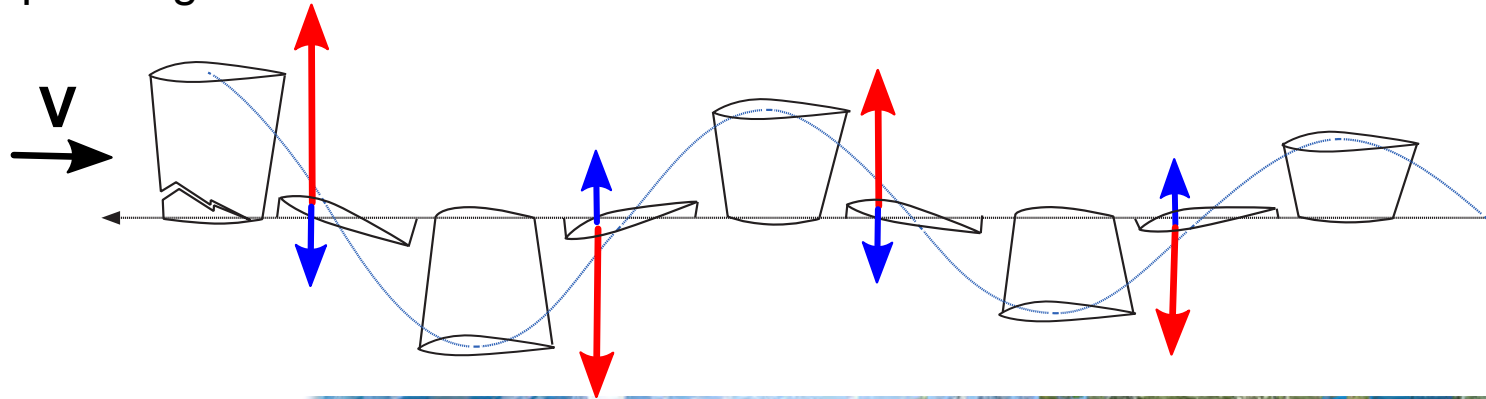
# Inhalt

- Das Flutterphänomen
- Experimentbasierte Flutteranalyse
  - Standschwingungsversuch
  - Flugschwingungsversuch
- Automatische Operationelle Modalanalyse mit Zeitbereichsverfahren SSI
- Modellierung des aeroelastischen Systems im Zeitbereich
- Beispiel
  - Simulierter Flugschwingungsversuch
  - Kontinuierliche Auswertung von Flugdaten
- Zusammenfassung + Ausblick

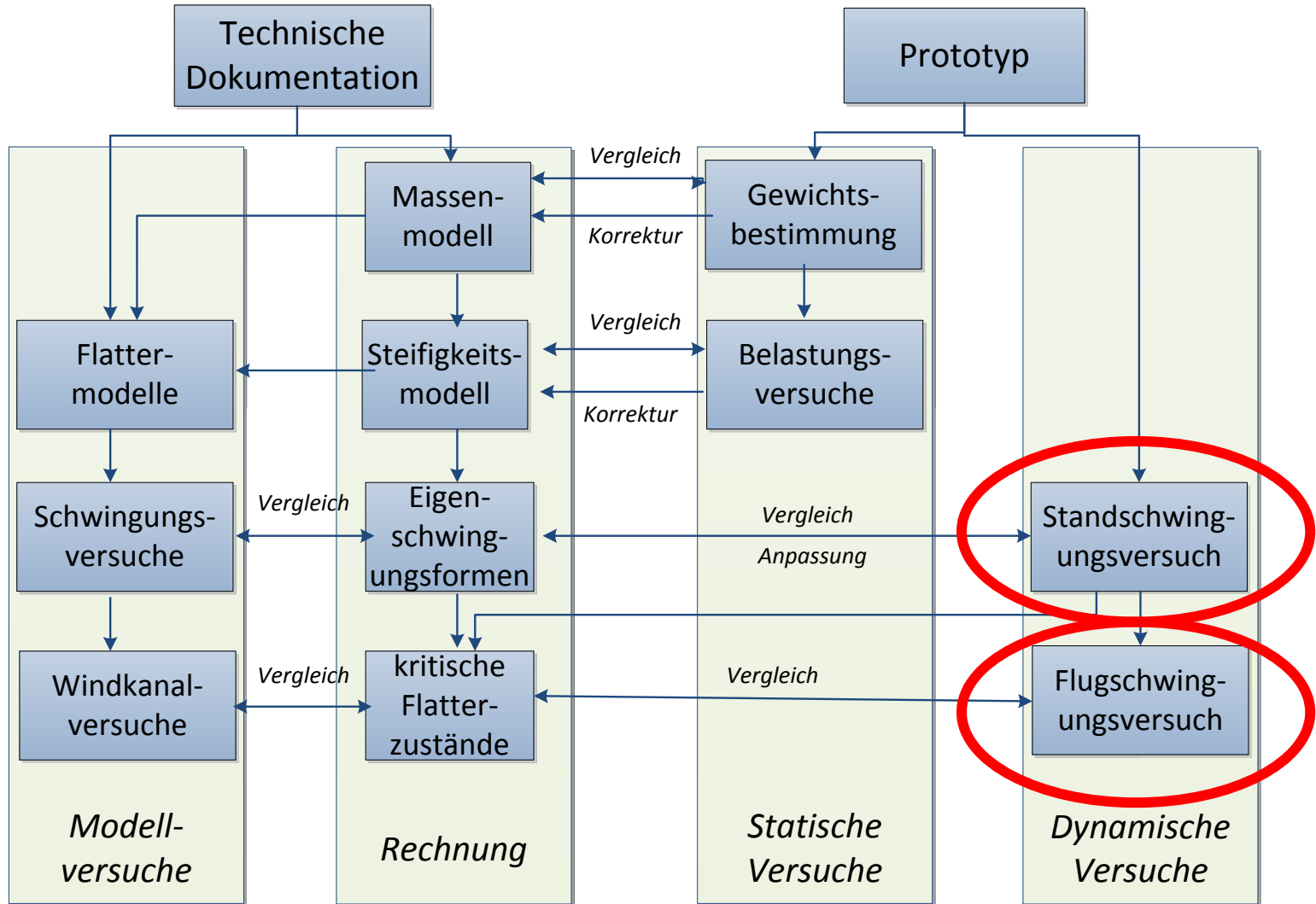


# Das Flutterphänomen

- Eine Aeroelastische Instabilität entsteht durch das Zusammenwirken der Strukturmechanik mit den bewegungsinduzierten Luftkräften
- Die Kopplung von mindestens zwei Schwingungsformen führt zu einer selbsterregten Schwingung  
→ explosive Zerstörung der Struktur
- Flutterrechnung für die Vorhersage
- Überwachung der Dämpfung in der Flugerprobung erforderlich



# Flutteranalyse



**Experimentelle Modal-Analyse - Messung der Übertragungsfunktion**



# OMA für aeroelastische Anwendungen - Ziele

- *Operationelle Modalanalyse OMA* - Identifikation der modalen Parameter
  - Eigenfrequenzen
  - Schwingungsformen
  - Dämpfungsmaßenur aus Systemantworten ohne Kenntnis der Eingänge  
(keine Übertragungsfunktion)
- Bedarf einer vollautomatischen Überwachung des aeroelastischen Systems während der Erprobung
- Unterstützung des Testingenieurs bei der Bewertung der Flutterstabilität während des Experiments durch Überwachung der Dämpfungseigenschaften

→ Anwendung des bekannten Zeitbereichsverfahrens *Stochastic-Subspace-Identification SSI* als Erweiterung / Ersatz für die klassischen Methoden der experimentellen Modalanalyse EMA

- *GVT - Ground Vibration Test* mit stochastischer Erregung
- *FVT - Flight Vibration Test* mit atmosphärischer Turbulenz



# Linear-zeitinvariantes strukturdynamisches System LTI

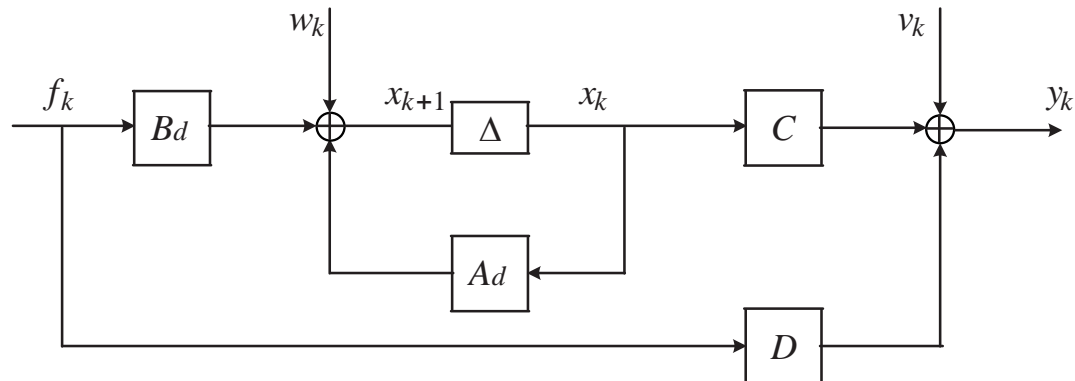
- Elastomechanische Bewegungsgleichungen im Zustandsraum (kontinuierliche Formulierung aus der Regelungstechnik)

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C_{damp}]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{f(t)\}$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}(t) \\ \ddot{x}(t) \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & I \\ -[M]^{-1}[K] & -[M]^{-1}[C_{damp}] \end{bmatrix}}_{[A_c]} \begin{Bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{Bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ -[M]^{-1} \end{bmatrix}}_{[B_c]} \{f(t)\}$$

$$\{y(t)\} = [C] \begin{Bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{Bmatrix} + [D] \{f(t)\}$$

Zeitdiskrete Darstellung  
für fixe Zeitschritte  $k$



- $[A_c]$  Systemmatrix
- $[B_c]$  Eingangsmatrix
- $[C]$  Ausgangsmatrix
- $[D]$  Durchgangsmatrix
- $\{x(t)\}$  Zustandsvariablen
- $\{y(t)\}$  Systemantwort



# Zeitbasierte Stochastic-Subspace-Identification SSI/

- Mehrere Systemausgänge (z.B. Beschleunigungen) können mit einer festen Abtastrate simultan gemessen werden.
- Die Systemeingänge sind unbekannt, sollen aber stochastisch sein.

$$\begin{aligned}\{x\}_{k+1} &= [A_d]\{x\}_k + \{w\}, & \Rightarrow [A_d] &= e^{[A_c]\Delta t} \\ \{y\}_k &= [C]\{x\}_k + \{v\}\end{aligned}$$

- Die aufgezeichneten Signalverläufe werden in “*Past*–” und “*Future*–” Hankel-Matrizen zerlegt:

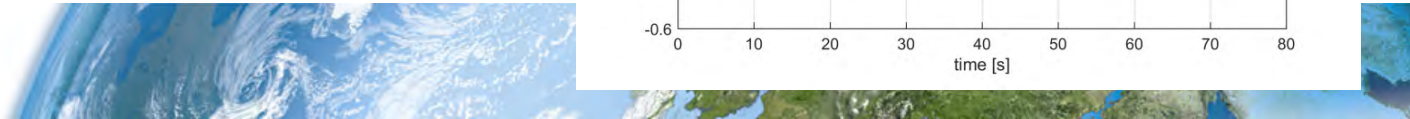
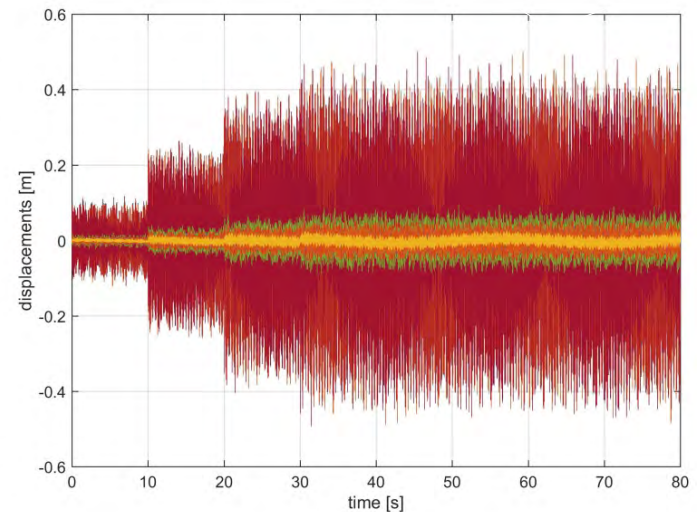
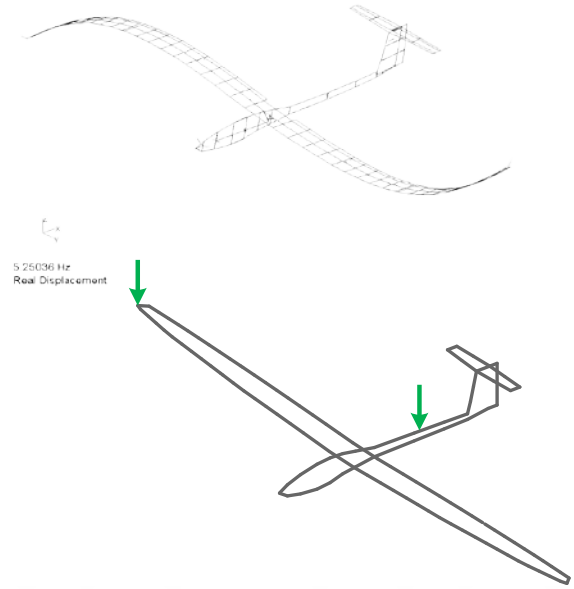
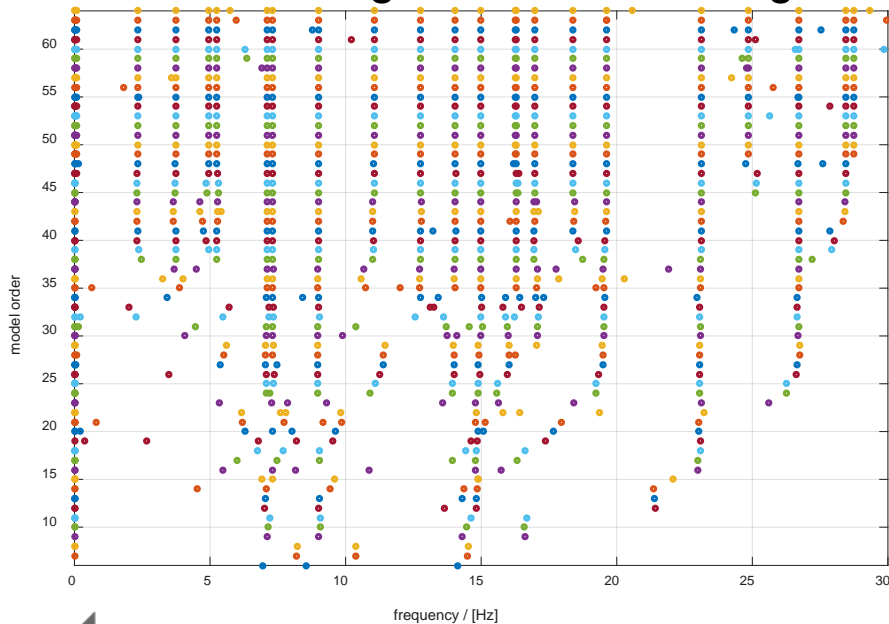
$$[Y^-] = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{bmatrix} y_q & y_{q+1} & y_{q+2} & \cdots & y_{N+q-1} \\ y_{q-1} & y_q & y_{q+1} & \cdots & y_{N+q-2} \\ y_{q-2} & y_{q-1} & y_q & \cdots & y_{N+q-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_1 & y_2 & y_3 & \cdots & y_N \end{bmatrix}, \quad [Y^+] = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{bmatrix} y_{q+1} & y_{q+2} & y_{q+3} & \cdots & y_{N+q} \\ y_{q+2} & y_{q+3} & y_{q+4} & \cdots & y_{N+q+1} \\ y_{q+3} & y_{q+4} & y_{q+5} & \cdots & y_{N+q+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{q+p+1} & y_{q+p+2} & y_{q+p+3} & \cdots & y_{N+q+p} \end{bmatrix}$$

- Annahme eines linearen Zusammenhangs zwischen “*Past*” und “*Future*”
- QR-Zerlegung + Singulärwert-Zerlegung führt auf
  - diskrete Systemmatrix  $[A_d]$  und Ausgangsmatrix  $[C]$  bei vorgegebener Modellordnung
  - Eigenwertproblem von  $[A_d]$  liefert Eigenfrequenzen und Schwingungsformen



# Test mit Finite Element Modell - Transiente Antwort

- Finite-Element-Modell eines Segelflugszeugs
- keine Strukturdämpfung
- Berechnung der transienten Wegantworten auf Eingabeimpulse an Flügelspitzen
- Systemidentifikation mit **SSI**
- Änderung der Eigenwerte mit der Modellordnung  $\rightarrow$  Stabilitätsdiagramm





# Automatische Bereinigung des Stabilitätsdiagramms

- Auswahl der physikalischen Eigenwerte und Eigenschwingungsformen  
*Kriterium:* konstant über mehrere Modellordnungen
- Analyse der Abweichungen der identifizierten Frequenzen, Dämpfungen and Schwingungsformen über der Modellordnung auf Basis der Eigenwertgewichteten Modalen Korrelation (Modal Assurance Criterion MAC)

$$MACXP(\phi_i, \phi_j) = \frac{\left( \frac{|\phi_i^* \phi_j|}{|\bar{\lambda}_i + \lambda_j|} + \frac{|\phi_i^T \phi_j|}{|\lambda_i + \lambda_j|} \right)^2}{\left( \frac{|\phi_i^* \phi_i|}{2|\operatorname{Re} \lambda_i|} + \frac{|\phi_i^T \phi_i|}{2|\lambda_i|} \right) \left( \frac{|\phi_j^* \phi_j|}{2|\operatorname{Re} \lambda_j|} + \frac{|\phi_j^T \phi_j|}{2|\lambda_j|} \right)}$$

P. Vacher, B. Jacquier, A. Buchardes, *Extensions of the MAC criterion to complex modes*, ISMA 2010

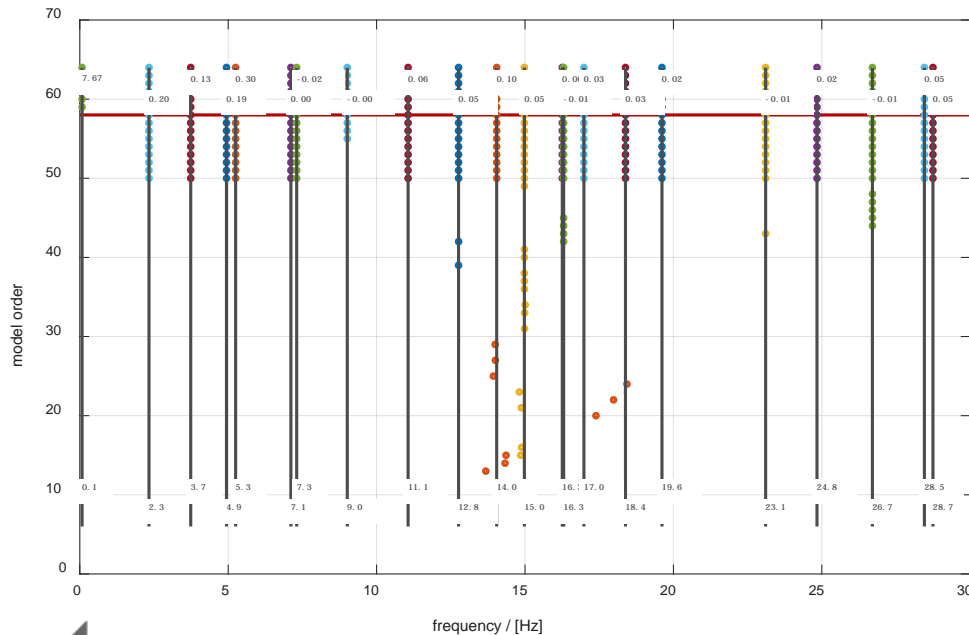
- **Strategie:**

1. Beginn der Auswertung bei höchster vorgegebener Modellordnung
2. Zuordnung der Schwingungsformen über MACXP
3. Physikalische Pole erscheinen bei mindestens fünf aufeinanderfolgenden Ordnungen mit einem MACXP-Wert  $> 0.99$

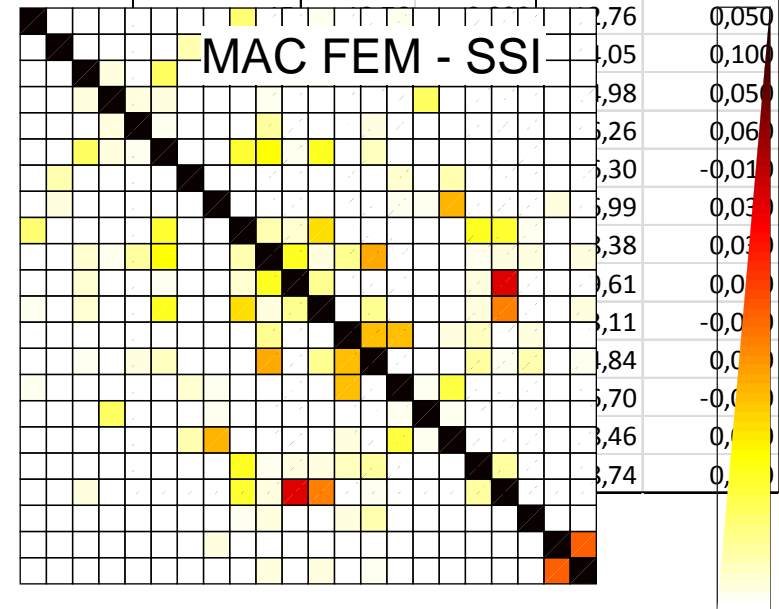


# Test – Analyse der transienten Antwort mit SSI

- 27 Schwingungsformen entsprechen einer Modellordnung von 54 konjugiert komplexen Polen
- Dämpfungsmaß von 0% wird identifiziert (Ausnahme Starrkörperformen)

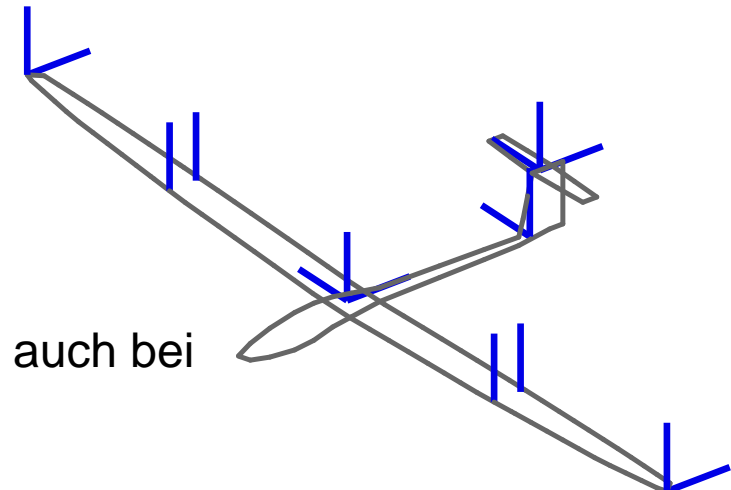


Mode	FEM		SSI	
	Freq [Hz]	Damp [%crit.]	Freq [Hz]	Damp [%crit.]
1	0,00	0,000		
2	0,00	0,000		
3	0,00	0,000		
4	0,01	0,000		
5	0,04	0,000	0,08	7,670
6	0,07	0,000		
7	2,33	0,000	2,33	0,200
8	3,74	0,000	3,74	0,130
9	4,94	0,000	4,94	0,190
10	5,25	0,000	5,25	0,300
11	7,12	0,000	7,11	0,000
12	7,31	0,000	7,31	-0,020
13	9,02	0,000	9,01	0,000
14	11,06	0,000	11,06	0,060

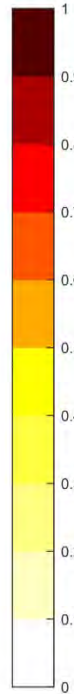
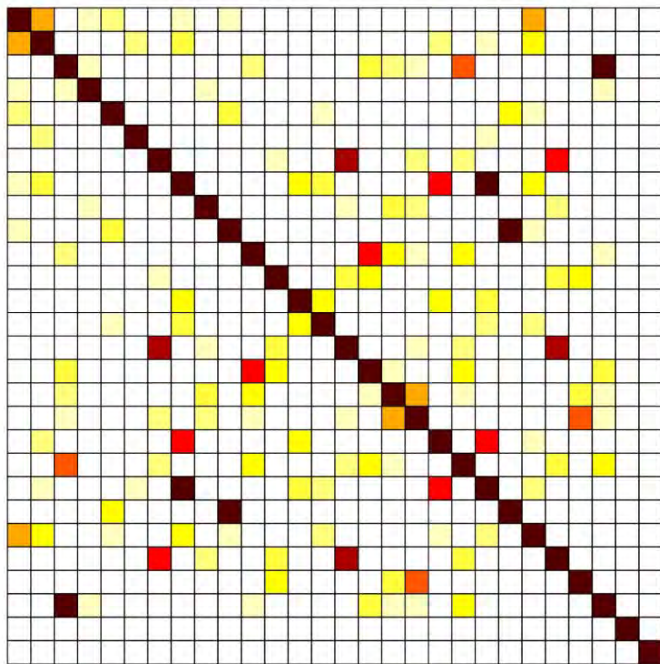


# Korrelation mit MACXP

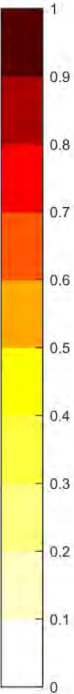
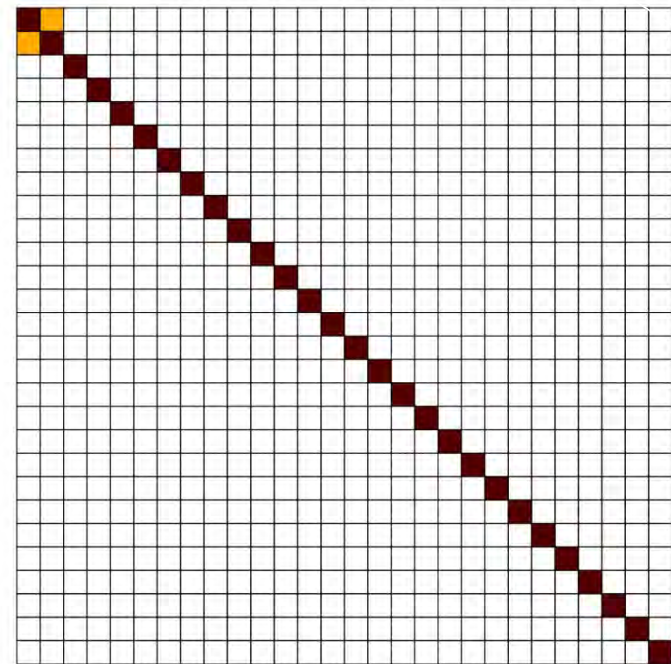
- Eindeutige Zuordnung von Schwingungsformen auch bei geringer Anzahl von Messfreiheitsgraden



AutoMAC



AutoMACXP



# Aerodynamische Übertragungsfunktion

- Doublet-Lattice Methode (DLM) stellt aerodynamische Lasten in Abhängigkeit des Abwinds und der reduzierten Frequenz als *Einflussmatrizen* bereit.
- Transformation vom Frequenz- in den Laplace-Bereich

$$[Ae(i\omega)] \rightarrow [Ae(s)], \quad s = \sigma + i\omega$$

- Transformation in den Zeitbereich durch Approximation mit gebrochen rationalen Polynomen über kleinste Fehlerquadrate (Methode nach Rogers)

$$\int_0^{\infty} [Ae(t)] e^{-st} dt \approx [Ae_0] + [Ae_1]s + [Ae_2]s^2 + \sum_{j=1}^{n_\gamma} [Ae_{2+j}] \frac{s}{s + \gamma_j}$$

- $[Ae_2]$  aerodynamische Massenmatrix  
 $[Ae_1]$  aerodynamische Dämpfungsmatrix  
 $[Ae_0]$  aerodynamische Steifigkeitsmatrix

- Zusätzliche *Lag*-Terme repräsentieren die Phasenverschiebung der induzierten Luftkräfte bzgl. des Abwinds



# Das aeroelastische Flugzeug als LTI-System

- Aufstellung des kontinuierlichen LTI-Systems im Zustandsraum:

$$\begin{Bmatrix} \{\dot{u}\} \\ \{\ddot{u}\} \\ \{\dot{x}_{a1}\} \\ \{\dot{x}_{a2}\} \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & [I] & 0 & 0 \\ -[\bar{M}]^{-1}[\bar{K}] & -[\bar{M}]^{-1}[\bar{C}_{damp}] & q_\infty[\bar{M}]^{-1}[Ae_3] & q_\infty[\bar{M}]^{-1}[Ae_4] \\ 0 & [I] & -\left(\frac{V_\infty}{b}\right)\gamma_1[I] & 0 \\ 0 & [I] & 0 & -\left(\frac{V_\infty}{b}\right)\gamma_2[I] \end{bmatrix}}_{[A_c]} \begin{Bmatrix} \{u\} \\ \{\ddot{u}\} \\ \{x_{a1}\} \\ \{x_{a2}\} \end{Bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ -[\bar{M}]^{-1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{[B_c]} \{f(t)\}$$

$$\{y\} = \underbrace{[C]}_{\text{blue box}} \{x\} + \underbrace{[D]}_{\text{yellow box}} \{f(t)\}$$

$$[\bar{M}] = [M] - q_\infty [Ae_2] \left(\frac{b}{V_\infty}\right)^2, \quad [\bar{C}_{damp}] = [C_{damp}] - q_\infty [Ae_1] \left(\frac{b}{V_\infty}\right), \quad [\bar{K}] = [K] - q_\infty [Ae_0]$$

- aerodyn. Masse Dämpfung Steifigkeit

skaliert mit dem Staudruck:

$$q_\infty = \frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2, \quad V_\infty \text{ Fluggeschw.}, \quad \rho_\infty \text{ Luftdichte}$$





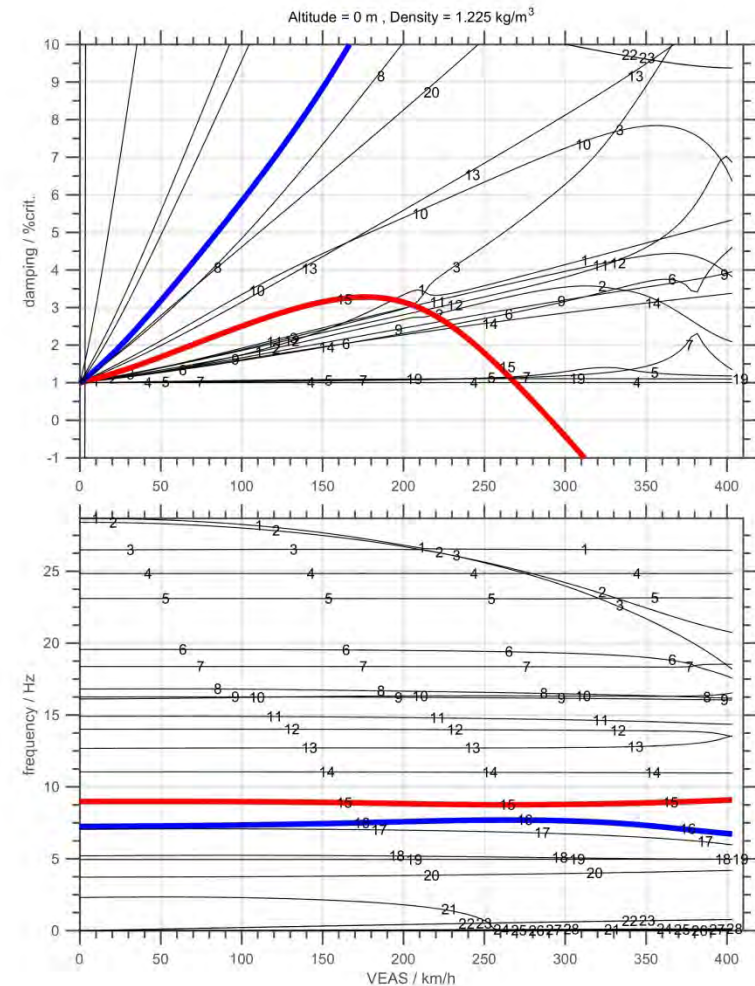
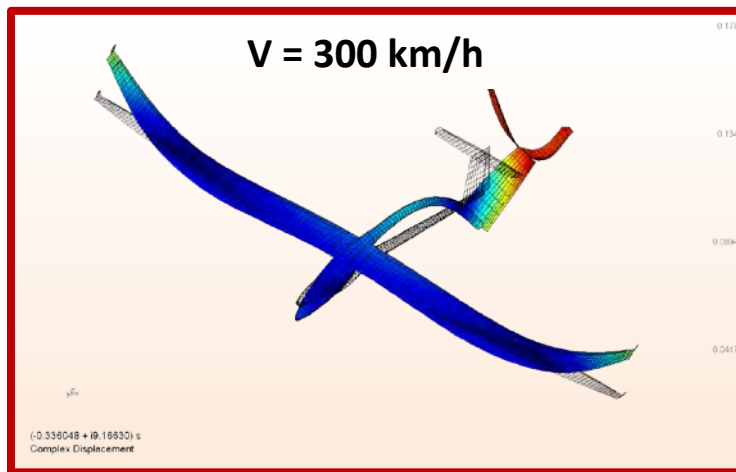
# Überprüfung der Stabilität - Flatterrechnung

- Berechnung der Eigenwerte und Eigenvektoren der Systemmatrix  $[A_c]$  für ansteigende Fluggeschwindigkeit

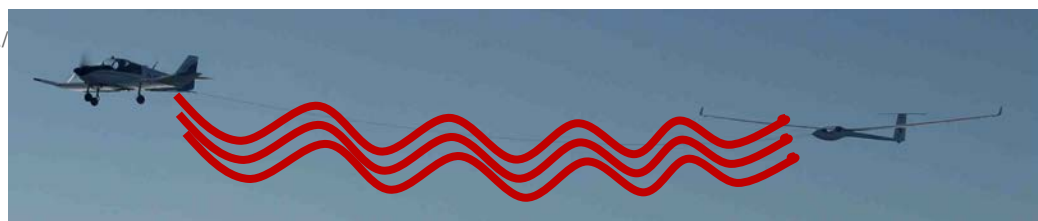
$$([A_c(\rho_\infty, V_\infty)] - \lambda_i [I]) \{u\}_i = 0$$

$$\Rightarrow d = -100 * \frac{\text{Re}(\lambda_i)}{\sqrt{\text{Re}(\lambda_i)^2 + \text{Im}(\lambda_i)^2}} \quad [\% \text{crit.}]$$

$$\Rightarrow f = \frac{\text{Im}(\lambda_i)}{2\pi} \quad [\text{Hz}]$$







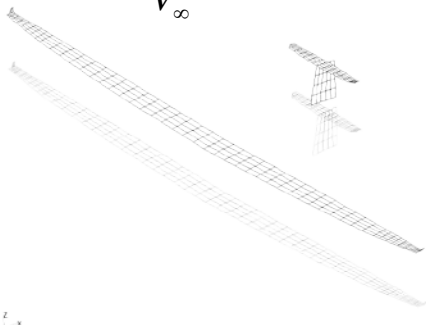
# Simulation des Flugschwingungsversuchs

- Kontinuierliche Böenanregung repräsentiert durch **Von Karman Spektrum**
- Symmetrische Anregung als durchlaufende Welle bei verschiedenen reduzierten Frequenzen

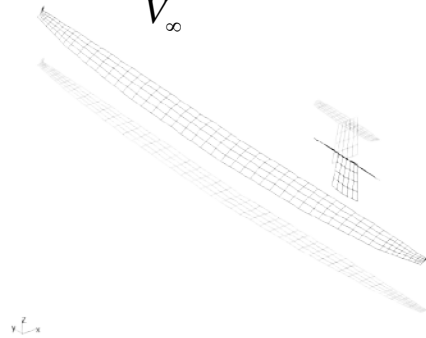
$$\alpha_{g,i}(t) = \frac{\hat{w}_g \left( t - \frac{x_i - x_0}{V_\infty} \right)}{V_\infty}$$

$$\alpha_{g,i}(i\omega) = \frac{\hat{w}_g(i\omega)}{V_\infty} e^{-i\omega \left( \frac{x_i - x_0}{V_\infty} \right)}$$

$$\frac{\omega b}{V_\infty} = 0.1$$



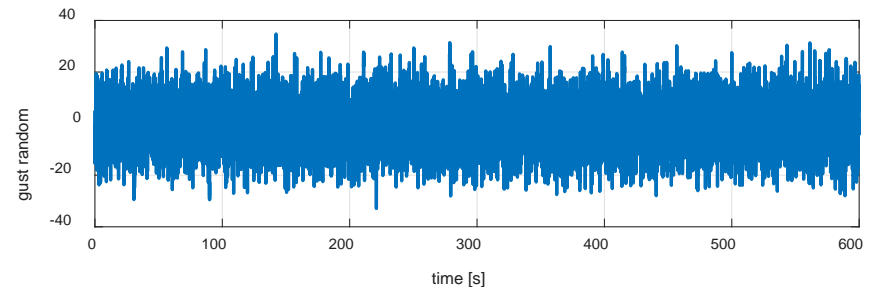
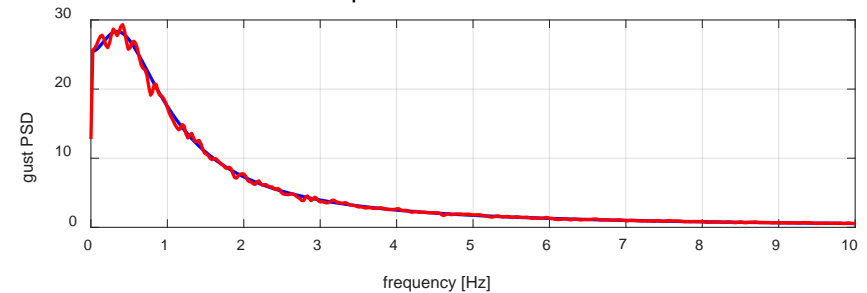
$$\frac{\omega b}{V_\infty} = 0.5$$



$$\Phi_w(\omega) = \frac{L_g \left( 1 + 2(p+1) \left( k \frac{L}{V_\infty} \omega \right)^2 \right)}{2\pi V_\infty \left( 1 + \left( k \frac{L}{V_\infty} \omega \right)^2 \right)^{\frac{p+3}{2}}}, \quad p = \frac{1}{3}, k = 1.339$$

$L_g$  ... scale of turbulence (2500ft  $\approx$  762m)

von Karman Spectrum at  $V = 60\text{m/s}$



(0.000000 + i0.100000) Hz  
Complex Displacement

(0.000000 + i0.500000) Hz  
Complex Displacement



# Böenanregung des Zustandsraumsystems

- Böenkraftvektor im Frequenzbereich

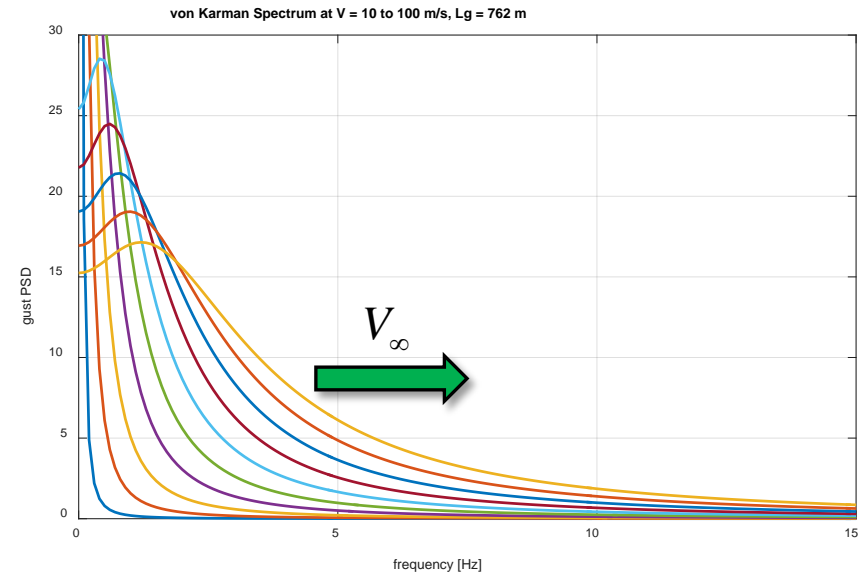
$$\{A_g(i\omega)\} = q_\infty [\Phi]^T [AIC(k)]^{-1} \{\alpha_g(i\omega)\}$$

- Transformation in den Zeitbereich über Polynom-Approximation

$$\int_0^\infty \{A_g(t)\} e^{-st} dt \approx \{A_{g,0}\} + \{A_{g,1}\} s$$

- Formulierung der Eingangsmatrix  $[B_g]$

$$[B_g] = \begin{bmatrix} [I] & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -[\bar{M}]^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [I] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & [I] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ q_\infty \{A_{g,0}\} \frac{1}{V_\infty} & q_\infty \{A_{g,1}\} \frac{b}{V_\infty^2} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha(t) \\ \dot{\alpha}(t) \end{Bmatrix}$$

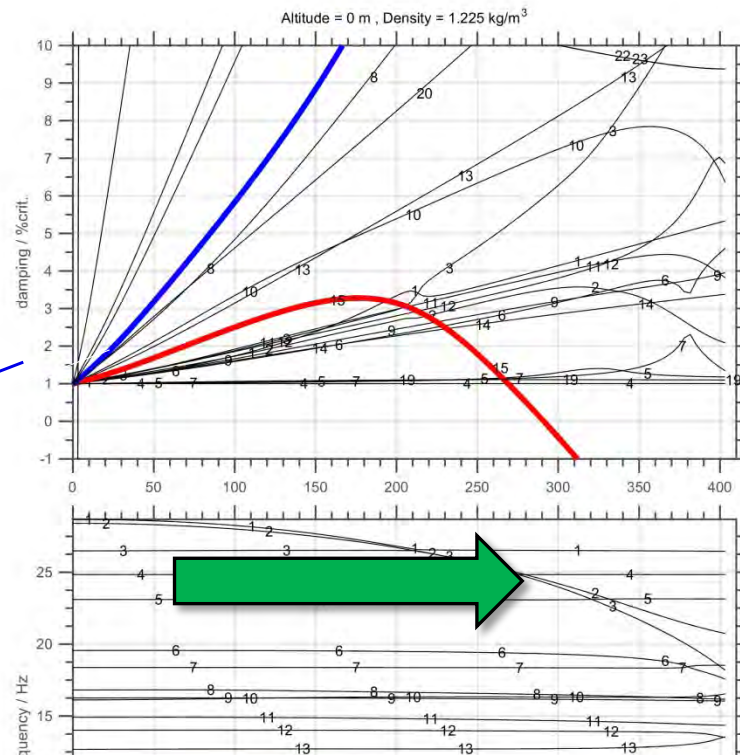
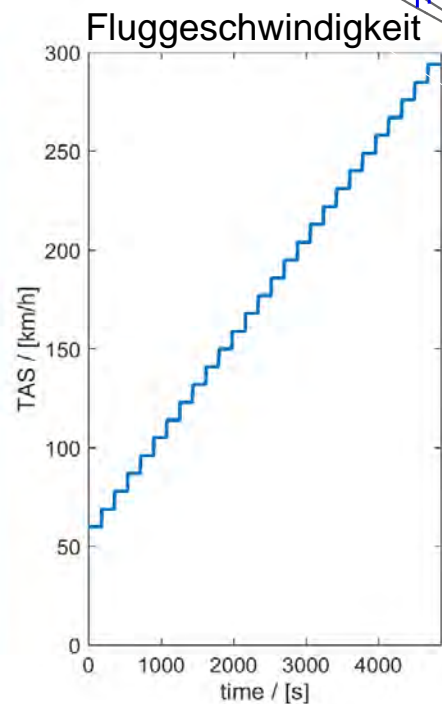
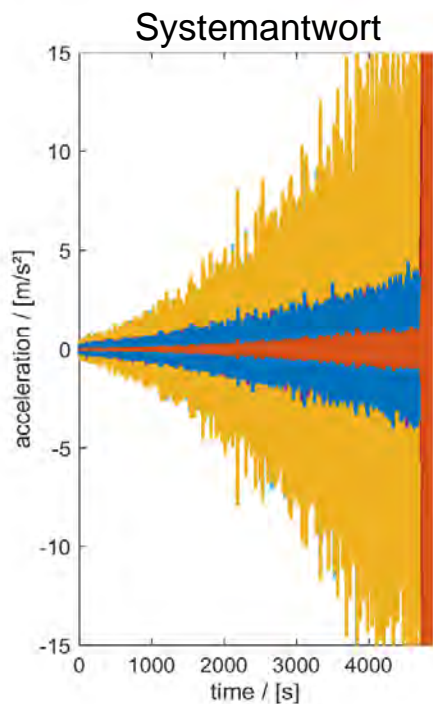
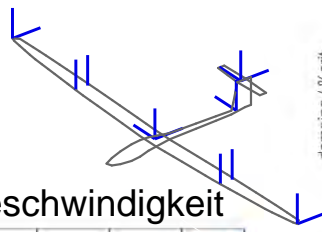


$$\{\dot{x}(t)\} = [A]\{x(t)\} + [B_g]\{\alpha(t)\}$$

$$\{y(t)\} = [C]\{x(t)\} + [D]\{\alpha(t)\}$$

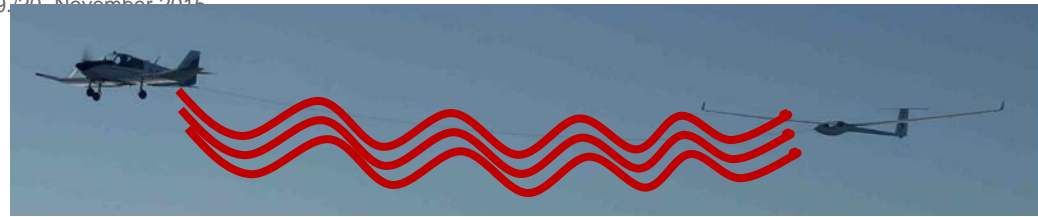
# Simulation des Flugschwingungsversuchs mit Böenanstregung

- Berechnung der LTI-Systemantwort auf zeit-transformiertes Böenspektrum
- 16 Sensoren



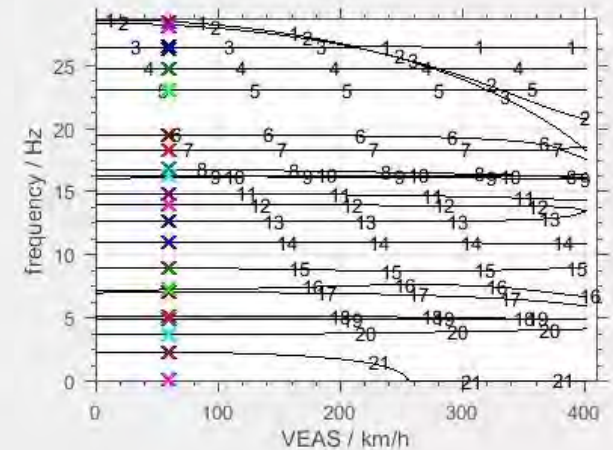
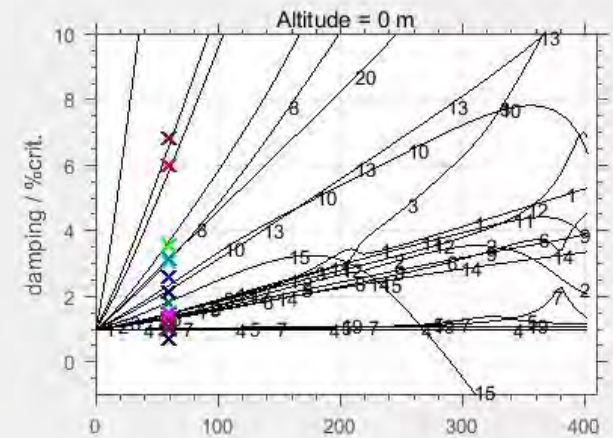
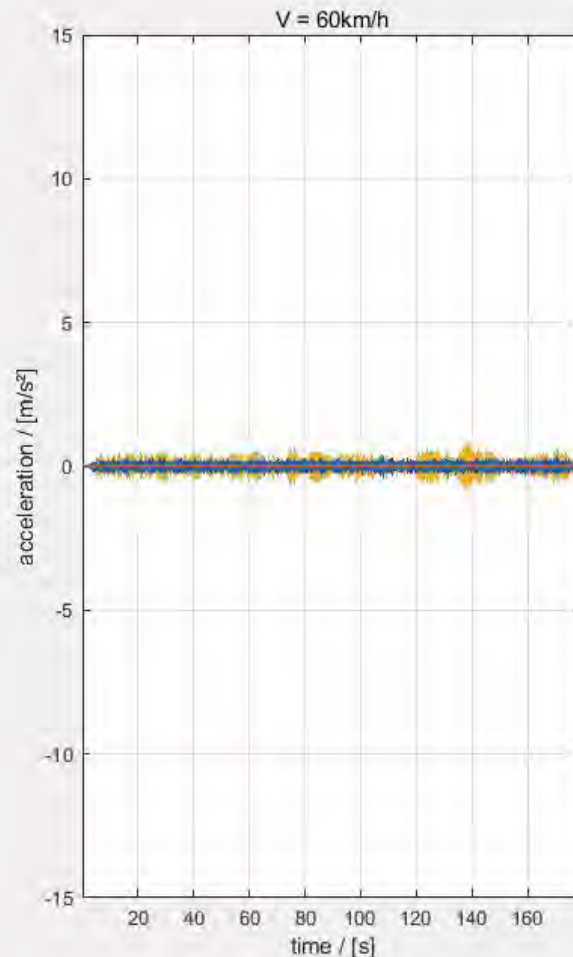
Skudridakis, Perrin, Manöver- und Böenlastermittlung



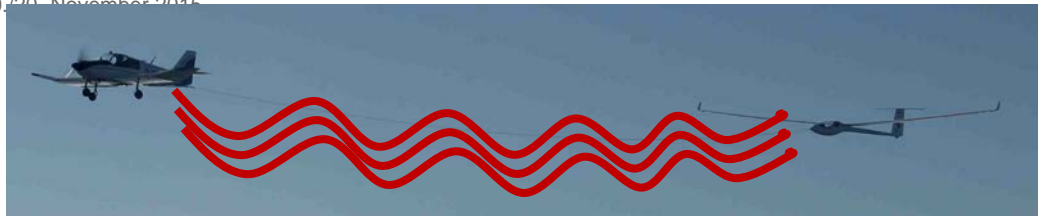


# Kontinuierliche Systemidentifikation im Flug

- 16 Signale
- Zeitfenster für Auswertung 180s
- Rechenzeit <1s
- PC mit *Intel i7* 8GB RAM

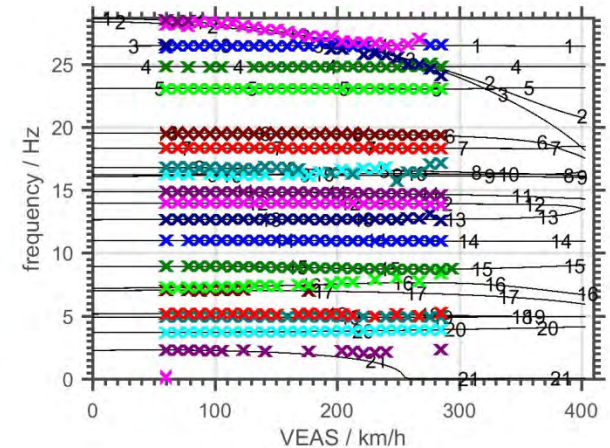
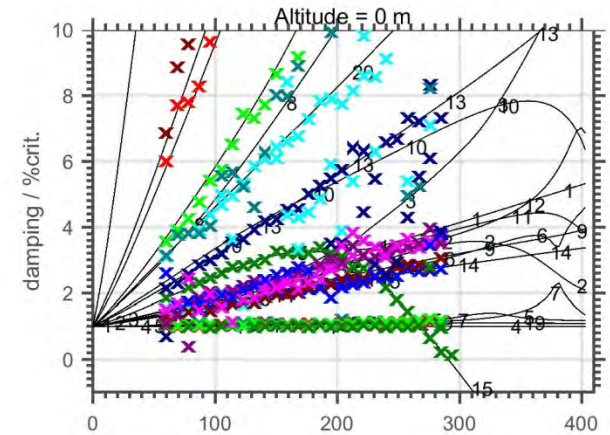
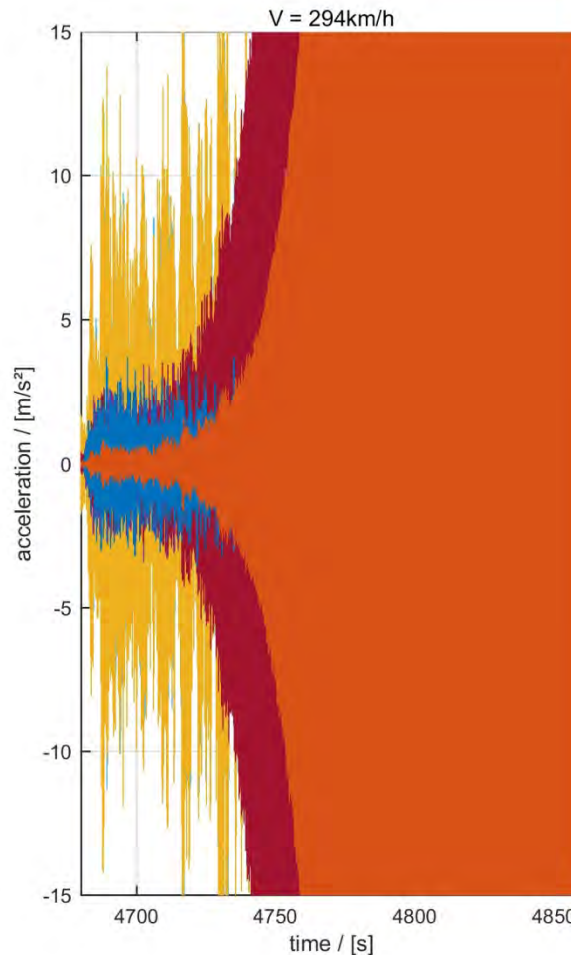






# Kontinuierliche Systemidentifikation im Flug

- 16 Signale
- Zeitfenster für Auswertung 180s
- Rechenzeit <1s
- PC mit *Intel i7*  
*8GB RAM*

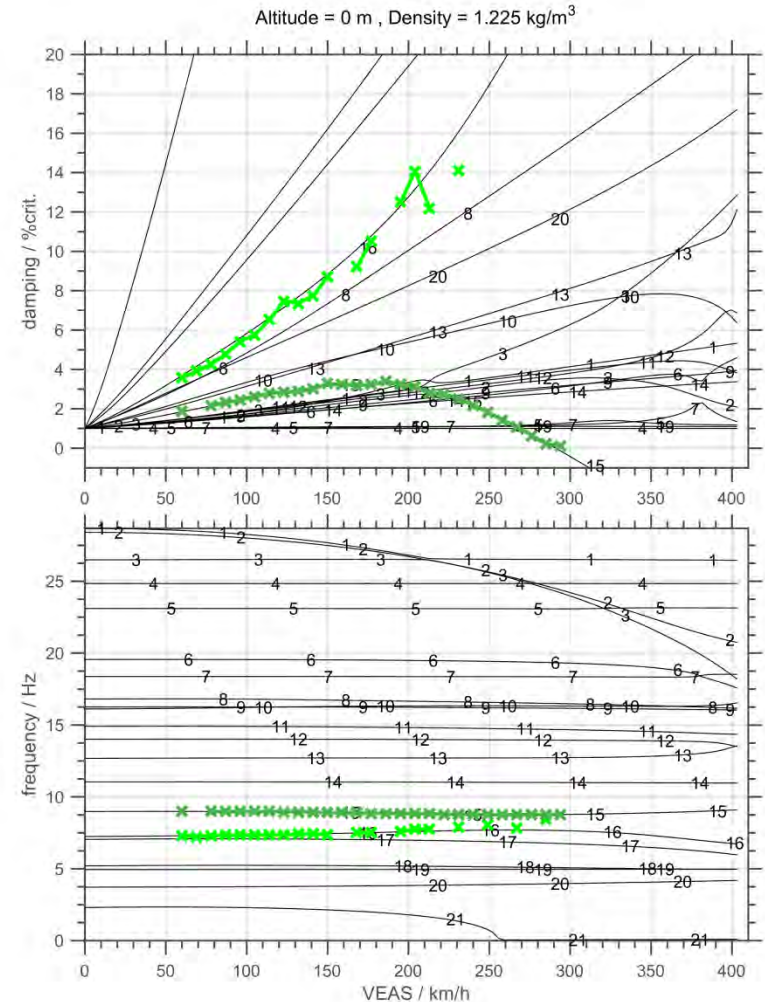


# Kontinuierliche Systemidentifikation im Flug

- von Karman Spektrum scheint ausreichend für Anregungen bis ca. 30Hz
- Stark gedämpfte Schwingungsformen  $d > 15\%$  crit. können nicht identifiziert werden

Anforderungen für erfolgreiche Systemidentifikation mit **SSI**:

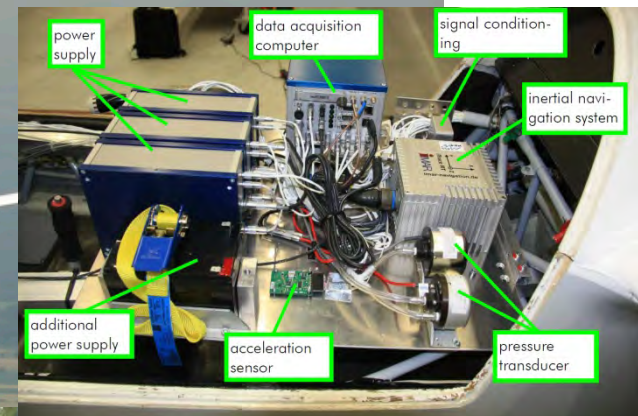
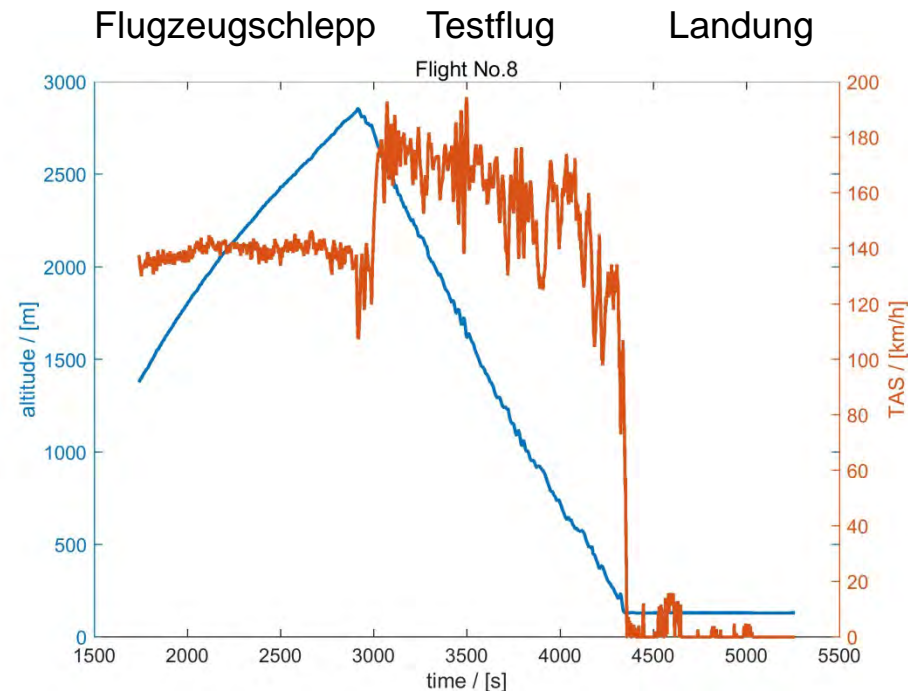
- konstante Flugbedingungen für Zeitfenster über mindestens 60s
- konstante Fahrt
- möglichst keine Höhenänderung (z.B. Flugzeugschlepp)
- Turbulenz in der Atmosphäre



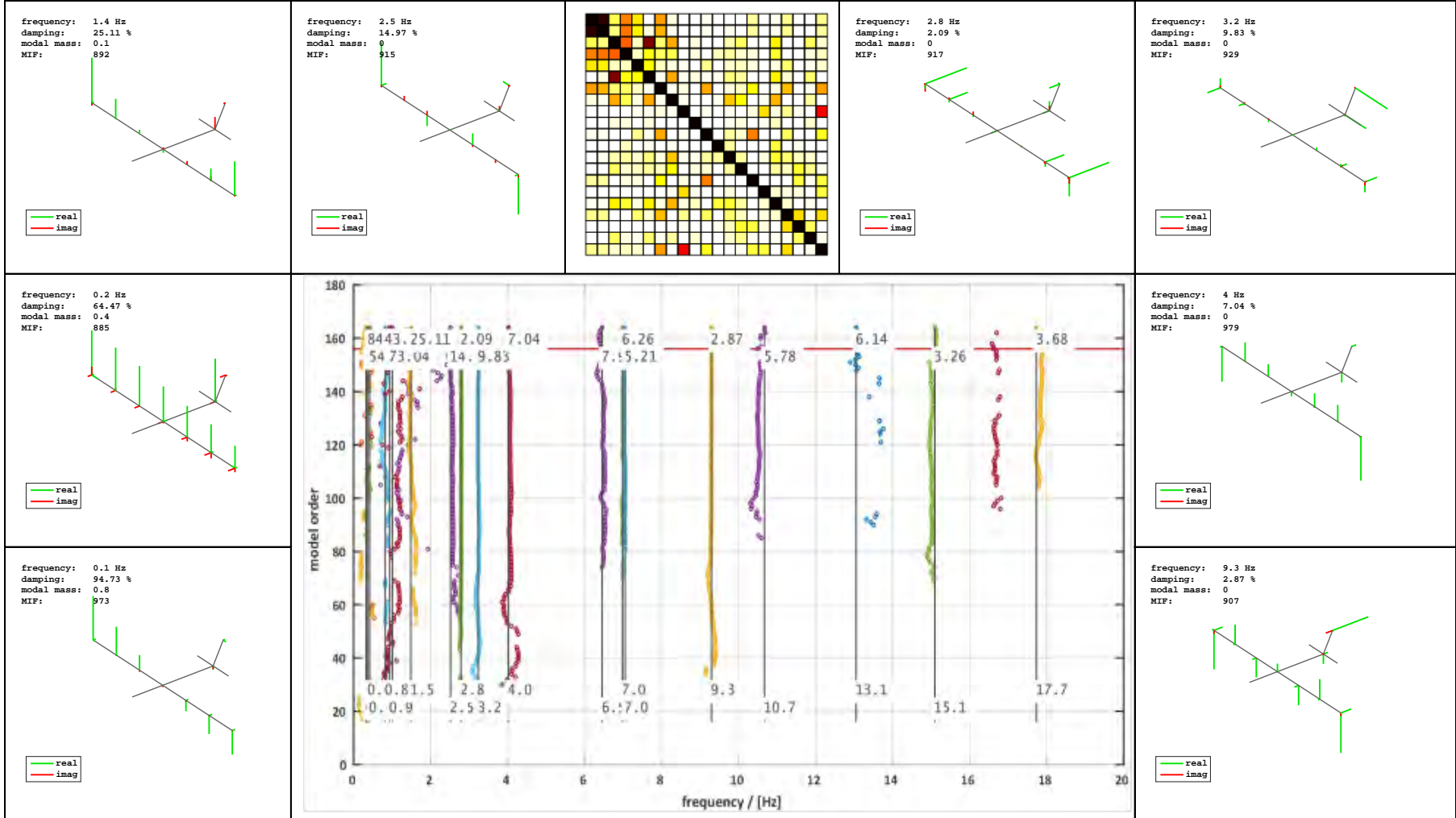


# Zurück in die Realität – Flugmessungen mit der SB10

- Doppelsitzer mit 26/29m Spannweite
- erstmals Kohlefaser verbaut
- Erstflug 1972, „Fliegendes Denkmal“
- Instrumentierung durch DLR-FT / MESSWERK mit
  - 27 Beschleunigungssensoren
  - Winkelsensoren
  - Dehnmessstreifen
  - Nasenmast, Inertialplattform
  - Datenaufzeichnung mit 100 Hz



# Auswertung Zeitdaten im F-Schlepp

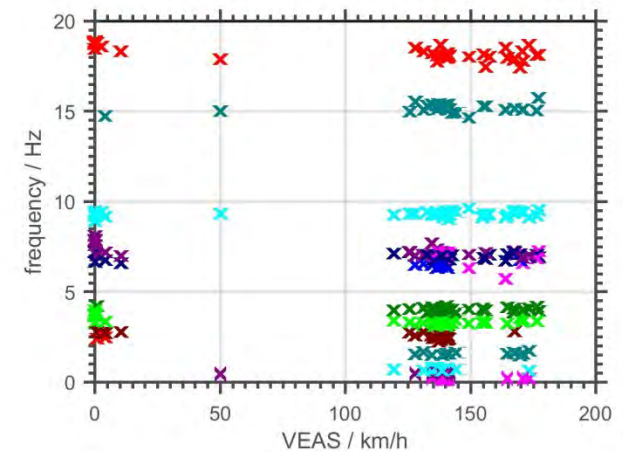
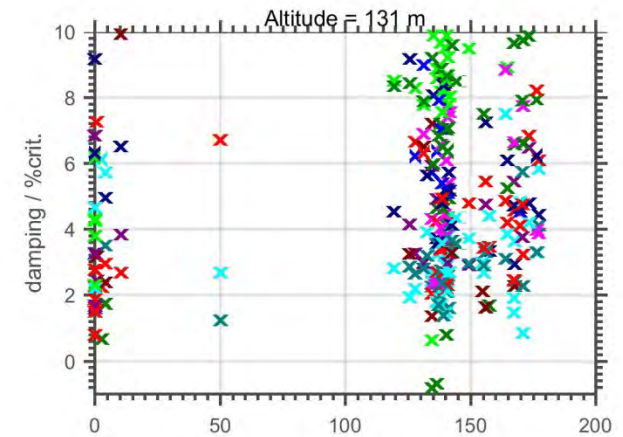
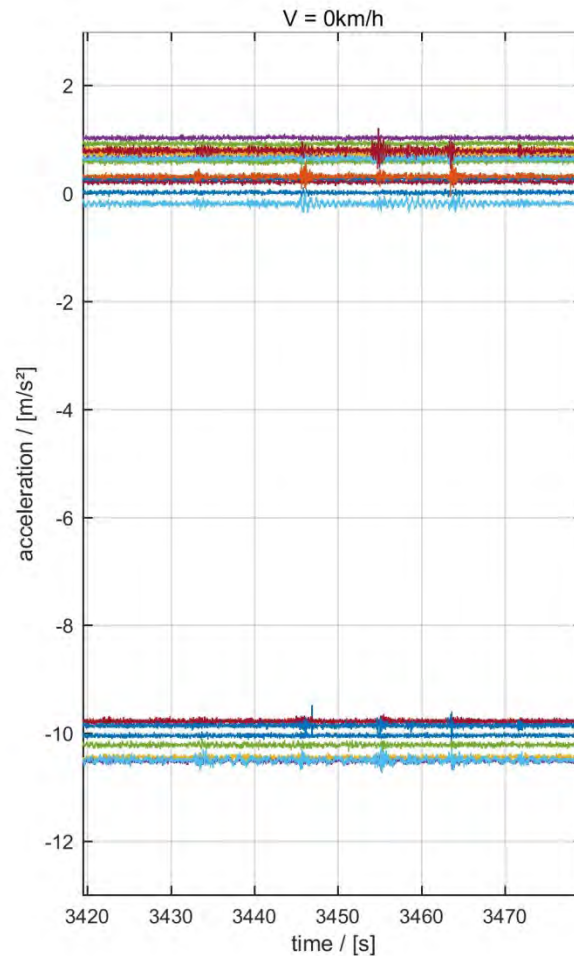






# Kontinuierliche Auswertung während des gesamten Flugs

- Zeitfenster 60s
- keine Überlappung
- 15 Zeitschritt-Blöcke in *Hankel*-Matrix
- Max. Singulärwert = 0.95 (legt maximale Modellordnung fest)
- MACXP für Korrelation = 0.7



# Zusammenfassung + Ausblick

- OMA Prozess mit SSI-Verfahren im Zeitbereich ist getestet und verfügbar
- Automatische Identifikation der physikalischen Schwingungsformen aus gemessenen Zeitdaten im
- **Standschwingungsversuch**
  - gleiche Qualität der modalen Ergebnisse wie klassische EMA-Methoden
  - stark verkürzte Messzeit

*aber:*

  - unveränderter Aufwand für Instrumentierung
  - keine Messung der modalen Masse möglich
  - kein äquivalentes Modell mit Vorhersagefunktion
- **Flugschwingungsversuch**
  - automatische Überwachung der Dämpfungen + Eigenfrequenzen während des Fluges bei langsamer Änderung der Flugbedingungen
  - keine Interaktion durch den Testingenieur
  - Objektive “Messung” der Flatterstabilität

*aber:*

  - Zur Vorbereitung bzw. finalen Bewertung werden die Ergebnisse des Standschwingungsversuchs + Flatterrechnung weiterhin benötigt



**Herzlichen Dank!**

