

# ERWEITERUNG EINES TRAJEKTORIENRECHNERS ZUR NUTZUNG METEOROLOGISCHER DATEN FÜR DIE OPTIMIERUNG VON FLUGZEUGTRAJEKTORIEN

B. Lührs, F. Linke, V. Gollnick  
 Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR)  
 Institut für Lufttransportsysteme  
 21079 Hamburg, Deutschland

## Zusammenfassung

Das Fliegen wird maßgeblich durch die Wind- und Wettersituation entlang des Flugweges beeinflusst. Vor diesem Hintergrund wurde das Trajectory Calculation Module (TCM) – ein bestehendes Werkzeug zur Simulation von Flugtrajektorien – dahingehend erweitert, dass im Zuge der Trajektorien-Simulation anstelle von Standardatmosphären-Bedingungen auch reale atmosphärische Bedingungen miteinbezogen werden können. Hierfür wurden insbesondere eine Flughöhen- sowie eine Fluggeschwindigkeitsregelung integriert, die die Einhaltung typischer Flugphasenrandbedingungen auch unter von der Standardatmosphäre abweichenden meteorologischen Bedingungen gewährleisten. Die Wirkung horizontaler Winde wurde zudem durch deren Superposition mit der Fluggeschwindigkeit gegenüber der Luft erfasst. Ferner wurde für die laterale Optimierung von Flugrouten unter Windeinfluss ein Algorithmus auf Basis von Prinzipien der Optimalsteuerungstheorie entwickelt. Das zu minimierende Kostenfunktional wurde so gewählt, dass sowohl die Flugzeit als auch der Einfluss einer ortsabhängigen Straffunktion Berücksichtigung finden können. Als Anwendungsfall wurden Klimakostenfunktionen, die die Sensitivität der Klimawirkung gegenüber der Emission von Schadstoffen als Funktion des Ortes beschreiben, als Straffunktion in das Kostenfunktional der Optimierung integriert. Auf dieser Grundlage wurde anhand einer exemplarischen Flugroute untersucht, inwieweit sich die durch den Flug verursachte Klimawirkung vermindern ließe, wenn eine erhöhte Flugzeit in Kauf genommen würde.

## NOMENKLATUR

$\gamma$	Bahnneigungswinkel
$\varepsilon$	Toleranz
$\kappa$	Isentropenexponent von Luft
$\lambda$	Längengrad
$\rho$	Luftdichte
$\rho_0$	Luftdichte auf Meereshöhe unter ISA-Bedingungen
$\tau$	Abtastzeit
$\varphi$	Breitengrad
$\phi$	Querneigungswinkel
$\chi_B$	Kurs in Richtung des nächsten Wegpunktes
$\chi_C$	Flugrichtung
$\chi_H$	Steuerkurs
$\chi_W$	Windrichtung
$\Lambda_\lambda$	Ko-Zustandsvariable Längengrad
$\Lambda_\phi$	Ko-Zustandsvariable Breitengrad
$\Psi$	Straffunktion
$c_\Psi$	Gewichtungsfaktor Straffunktion
$c_t$	Gewichtungsfaktor Flugzeit
$g$	Erdbeschleunigung
$h$	geometrische Höhe
$h_p$	Druckhöhe
$m$	Flugzeugmasse
$m_{BF}$	Missionskraftstoffmasse
$p$	Luftdruck
$p_0$	Luftdruck auf Meereshöhe unter ISA-Bedingungen
$s_{ground}$	Über Grund zurückgelegte Flugstrecke
$t$	Zeit
$u_W$	Windgeschwindigkeit in Ostrichtung
$v_W$	Windgeschwindigkeit in Nordrichtung
$v_{WS}$	Windgeschwindigkeit
$v_{CAS}$	kalibrierte Fluggeschwindigkeit

$v_{GS}$	Fluggeschwindigkeit gegenüber Grund
$v_{TAS}$	Fluggeschwindigkeit gegenüber der Luft
ATR	Average Temperature Response
CCF	Klimakostenfunktion
$D$	Aerodynamische Widerstandskraft
$EI_{NOx}$	Stickoxid-Emissionsindex
$FF$	Kraftstoffmassenstrom
$H$	Hamilton-Funktion
$J$	Kostenfunktional
$K_{I, speed}$	Reglerkonstante Integralanteil
$K_{P, speed}$	Reglerkonstante Proportionalanteil
$L$	Aerodynamische Auftriebskraft
$R$	spezifische Gaskonstante für Luft
$R_E$	Erdradius
$T$	Temperatur
$Th$	Schubkraft
AOM	Aircraft Operation Manual
BADA	Base of Aircraft Data
ECMWF	European Centre for Medium-Range Weather Forecasts
ISA	Internationale Standardatmosphäre
REACT4C	Reducing Emissions from Aviation by Changing Trajectories for the benefit of Climate

## 1. EINLEITUNG

Für die Simulation von Flugmissionen werden in der Wissenschaft entsprechende Trajektorienrechner eingesetzt, die auf der Grundlage vereinfachter Flugleistungsmodelle dazu in der Lage sind, relevante Missionsgrößen, wie z.B. den Kraftstoffverbrauch oder die Flugzeit, zu ermitteln. Zu diesem Zweck wurde in der Einrichtung Lufttransportsysteme des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt (DLR) das sog. Trajectory Calculation Module (TCM) entwickelt, welches bereits im

Rahmen zahlreicher interdisziplinärer Projekte für die Analyse und die Bewertung der Auswirkungen neuer Technologien und Strategien auf das Lufttransportsystem verwendet wurde [8],[12],[24].

Bislang wurden meteorologische Aspekte bei den Flugsimulationen mit dem TCM ausgeblendet und stattdessen ein idealisiertes Atmosphären-Modell – die internationale Standardatmosphäre (ISA) – herangezogen, welches lediglich die mittleren atmosphärischen Gegebenheiten wiedergibt und darüber hinaus keinerlei Winde beinhaltet. Da das Fliegen allerdings maßgeblich durch die Wind- und Wettersituation entlang des Flugweges beeinflusst wird, wurde das TCM dahingehend erweitert, dass zukünftig auch reale atmosphärische Bedingungen bei der Simulation von Flugmissionen abgebildet werden können (dazu Abschnitt 2).

Aus ökonomischer Sicht schließt sich unmittelbar die Frage an, inwieweit sich Flugtrajektorien unter Kostenaspekten (Flugzeit, Kraftstoffverbrauch) optimieren ließen, sofern reale atmosphärische Bedingungen berücksichtigt würden. Aufgrund der zunehmenden Sensibilisierung der Gesellschaft für das Thema Klimawandel gilt es im Zuge einer Optimierung zusätzlich ökologische Kriterien miteinzubeziehen und gegenüber ökonomischen Vorteilen abzuwägen. Vor diesem Hintergrund wurde ein dem TCM vorschaltbares Modul zur lateralen Optimierung von Flugrouten entwickelt (dazu Abschnitt 3).

## 2. TRAJECTORY CALCULATION MODULE (TCM)

In diesem Abschnitt wird zunächst das grundlegende Funktionsprinzip des erweiterten TCM erläutert (dazu Abschnitt 2.1). Anschließend werden anhand ausgewählter Flugrouten die Auswirkungen der Berücksichtigung realer atmosphärischer Bedingungen auf das Flughöhen- und das Flugeschwindigkeitsprofil diskutiert (dazu Abschnitt 2.2).

### 2.1. Funktionsprinzip des TCM

Der Programmablauf des TCM gliedert sich gemäß Abb. 2.1 in insgesamt vier Hauptblöcke. Im ersten Hauptblock werden auf der Grundlage von Benutzervorgaben zunächst die Flugzustandsgrößen (Position, Geschwindigkeit usw.) initialisiert und ein Soll-Flugprofil generiert, welches sich aus unterschiedlichen Flugphasen zusammensetzt (dazu Abschnitt 2.1.1). Anschließend erfolgt die Ausführung der primären Simulationsschleife, die die Hauptblöcke II-IV umfasst. Basierend auf der jeweils aktuellen Flugzeugposition wird im Zuge der lateralen Navigation das Erreichen von Wegpunkten detektiert; sofern erforderlich, werden darüber hinaus Kurvenflüge initiiert bzw. terminiert (dazu Abschnitt 2.1.2). Im dritten Hauptblock wird geprüft, ob Flugbedingungen eingetreten sind, die die aktuelle Flugphase terminieren; bei Bedarf wird ein Wechsel zur nachfolgenden Flugphase vollzogen (dazu Abschnitt 2.1.3). Der vierte Hauptblock bildet den funktionalen Kern des TCM. Im Rahmen der Flugleistungsrechnung erfolgt eine Auswertung des Aerodynamik- und des Triebwerksmodells sowie die Steuerung der Flugzeugbewegung. Auf dieser Grundlage wird schließlich der Flugzustand im nachfolgenden Zeitschritt durch eine numerische Integration der Flugzustandsgrößen ermittelt (dazu Abschnitt 2.1.4). Der neue Flugzustand bildet wiederum den Ausgangspunkt für den nächsten Durchlauf der primären Simulationsschleife, die so lange ausgeführt wird, bis das vollständige Soll-Flugprofil erfliegen wurde.

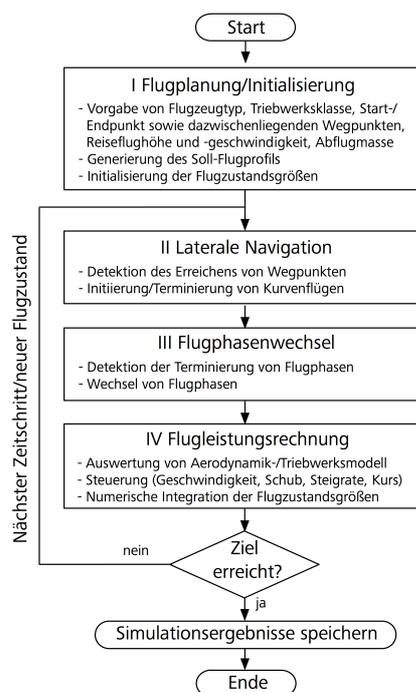


Abb. 2.1: Programmablaufplan des TCM

#### 2.1.1. Flugplanung / Initialisierung

Beim Aufruf des TCM wird zunächst die zu simulierende Flugmission definiert, indem der Flugzeugtyp, Start- und Zielflughafen mitsamt den dazwischenliegenden Wegpunkten, die Reiseflughöhe, die Reiseflugmachzahl sowie die Abflugmasse vorgegeben werden. Auf der Grundlage dieser Missionsdefinition erstellt das TCM automatisiert ein komplexes Soll-Flugprofil und führt darüber hinaus eine entsprechende Initialisierung der Flugzustandsgrößen durch.

**Soll-Flugprofil.** Das Soll-Flugprofil des TCM setzt sich aus einer Sequenz von insgesamt 17 aufeinanderfolgenden Flugphasen zusammen (siehe Tab. 2.1). Jede Flugphase wird wiederum definiert durch sog. Target- (T) und Exit-Conditions (E), die aerodynamische Konfiguration des Flugzeuges (C<sub>fg</sub>) sowie den Schubmodus (Th). Target-Conditions sind Randbedingungen, die während einer Flugphase eingehalten werden müssen (z.B. eine konstante Flugeschwindigkeit); demgegenüber sind Exit-Conditions solche Bedingungen, die eine Flugphase terminieren (z.B. das Erreichen einer vorgegebenen Flughöhe).

Tab. 2.1: Flugphasen des Soll-Flugprofils

<p><b>(1) Take Off</b>  T: CAS = Lift-Off CAS<sup>1</sup>  E: Alt = AirportElevation+35 ft  C<sub>fg</sub>: Take Off Configuration  Th: Thmax</p>	<p><b>(2) Take Off Climb</b>  T: CAS = Lift-Off CAS<sup>1</sup>  E: Alt = AirportElevation+100 ft  C<sub>fg</sub>: Climb Auto<sup>2</sup>  Th: Thmax</p>
<p><b>(3) Accelerate to Climb</b>  T: CAS = Lift-Off CAS<sup>1</sup>  E: Alt = AirportElevation+100 ft  C<sub>fg</sub>: Climb Auto<sup>2</sup>  Th: Thmax</p>	<p><b>(4) Restricted Climb</b>  T: CAS = TMA-Speedlimit<sup>1</sup>  E: PressAlt = TMA-Speedlimit-Alt<sup>1</sup>  C<sub>fg</sub>: Climb Auto<sup>2</sup>  Th: Thmax</p>
<p><b>(5) En-Route Acceleration</b>  T: ESF<sup>4</sup> = 0.3  E: CAS = EconClimbCAS<sup>1</sup>  C<sub>fg</sub>: Cruise Configuration  Th: Thmax</p>	<p><b>(6) En-Route CAS Climb</b>  T: CAS = EconClimbCAS<sup>1</sup>  E: Mach = EconClimbMach<sup>1</sup>  C<sub>fg</sub>: Cruise Configuration  Th: Thmax</p>

<b>(7) En-Route Mach Climb</b> T: Mach = EconClimbMach <sup>1</sup> E: PressAlt = Cruise PressAlt Cfg: Cruise Configuration Th: Thmax	<b>(8) Cruise Acceleration</b> T: PressAlt = Cruise PressAlt E: Mach = CruiseMach Cfg: Cruise Configuration Th: Thmax
<b>(9) Cruise</b> T: PressAlt = Cruise PressAlt, Ma = CruiseMach E: PhaseLength = Cruiselength (iterative) Cfg: Cruise Configuration Th: Required Thrust	<b>(10) Cruise Deceleration</b> T: PressAlt = Cruise PressAlt E: Mach = EconDesMach <sup>1</sup> Cfg: Cruise Configuration Th: Thmin
<b>(11) En-Route Mach Descent</b> T: Mach = EconDesMach <sup>1</sup> E: CAS = EconDesCAS <sup>1</sup> Cfg: Cruise Configuration Th: Thmin	<b>(12) En-Route CAS Descent</b> T: CAS = EconDesCAS <sup>1</sup> E: PressAlt = TMA-Speedlimit-Alt <sup>1</sup> Cfg: Cruise Configuration Th: Thmin
<b>(13) Descent Deceleration</b> T: PressAlt = TMA-Speedlimit-Alt <sup>1</sup> E: CAS = TMA-Speedlimit <sup>1</sup> Cfg: Cruise Configuration Th: Thmin	<b>(14) Metering Fix Approach</b> T: PressAlt = TMA-Speedlimit-Alt <sup>1</sup> , CAS = TMA-Speedlimit <sup>1</sup> E: Length = MF Approach Length Cfg: Cruise Configuration Th: Required Thrust
<b>(15) Restricted Descent</b> T: CAS = TMA-Speedlimit <sup>1</sup> E: Alt = AirportElevation+1600 ft Cfg: Descent Auto <sup>3</sup> Th: Thmin	<b>(16) Approach Deceleration</b> T: Alt = AirportElevation+1600 ft E: CAS = Approach CAS <sup>1</sup> Cfg: Descent Auto <sup>3</sup> Th = Thmin
<b>(17) Approach</b> T: Gamma = -3° CAS = Approach CAS <sup>1</sup> E: Alt = AirportElevation Cfg: Landing Configuration Th: Required Thrust	<sup>1</sup> Das Geschwindigkeitsprofil wird anhand des Flugzeugtyps automatisch mit Hilfe der BADA-Datenbank der Eurocontrol ermittelt [15] <sup>2</sup> Climb Auto: Automatischer Wechsel zwischen Takeoff, Initial Climb und Cruise Konfiguration <sup>3</sup> Descent Auto: Automatischer Wechsel zwischen Cruise, Approach und Landing Konfiguration <sup>4</sup> ESF: Energy Sharing Factor – Verhältnis zwischen der Zuwachsrate an potentieller Energie und dem Gesamtleistungsüberschuss

**Initialisierung der Flugzustandsgrößen.** Für die numerische Integration der Flugzustandsgrößen in Hauptblock IV (siehe Abschnitt 2.1.4) sind diesen zu Beginn der Simulation zunächst entsprechende Anfangswerte zuzuweisen. Die Initialwerte der Flugzustandsgrößen werden hierbei so gewählt, dass diese sowohl mit der Missionsdefinition als auch mit den Bedingungen zu Beginn der ersten Flugphase des Soll-Flugprofils im Einklang stehen.

### 2.1.2. Laterale Navigation

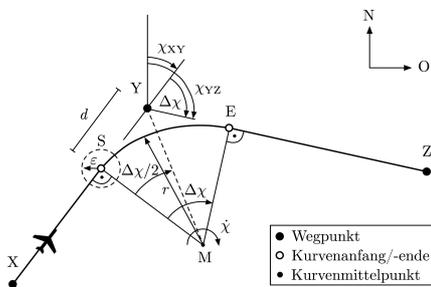


Abb. 2.2: Fly-By-Manöver

Die laterale Navigation umfasst die Detektion des Erreichens von Wegpunkten sowie die Initiierung und Terminierung von Kurvenflügen. Zur Verdeutlichung der Modellierung von Kur-

venflügen mit dem TCM zeigt Abb. 2.2 exemplarisch einen Flug von Wegpunkt X über Wegpunkt Y hin zu Wegpunkt Z. Grundsätzlich wird hierbei die Flugroute zwischen zwei Wegpunkten als Orthodrome (kürzester Weg entlang der Erdellipsoid-Oberfläche) modelliert. Zur Überwindung der Kurswindkeldifferenz  $\Delta\chi$  zwischen den Teilflugstrecken XY und YZ wird in der Nähe des Wegpunktes Y ein stationärer Kurvenflug als Fly-By-Manöver ausgeführt (siehe Abb. 2.2).

**Wegpunktdetektion/Initiierung von Kurvenflügen.** Die Bestimmung der aktuellen Position des Flugzeuges erfolgt beim TCM in jedem Zeitschritt durch eine numerische Integration der Flugzustandsgrößen (siehe Abschnitt 2.1.4). Aufgrund der resultierenden zeitlichen sowie räumlichen Diskretisierung durch die Abtastzeit  $\tau$ , können vorgegebene Positionen ausschließlich innerhalb entsprechender Toleranzen angefliegen werden.

Ein Wegpunkt gilt daher bereits dann als detektiert, wenn der zugehörige Kurvenanfangspunkt S innerhalb einer vorgegebenen Toleranz  $\epsilon$  erreicht wurde (siehe Abb. 2.2). Für den Fall, dass der Kurvenanfangspunkt S nicht innerhalb der Toleranz  $\epsilon$  angefliegen werden kann, wird die Abtastzeit  $\tau$  sukzessive vermindert, bis die hieraus resultierende räumliche Auflösung hinreichend fein ist.

Bei erfolgter Detektion eines Wegpunktes wird im gleichen Zeitschritt der Kurvenflug eingeleitet. Hierfür wird die für den zuvor beschriebenen Kurvenflug erforderliche Giergeschwindigkeit  $\chi$  ermittelt, als Flugzustandsgröße gespeichert und im Zuge der Flugleistungsrechnung entsprechend berücksichtigt (siehe Abschnitt 2.1.4).

**Terminierung von Kurvenflügen.** Während des Kurvenfluges wird der Flugkurs  $\chi_c$  bei der numerischen Integration der Flugzustandsgrößen in jedem Zeitschritt um den Differenzwinkel  $\dot{\chi} \cdot \tau$  erhöht (siehe Abschnitt 2.1.4). Nach der erstmaligen Überschreitung des Kurvenendepunktes E (siehe Abb. 2.2) wird der Kurvenflug beendet, indem die Giergeschwindigkeit  $\dot{\chi}$  auf Null gesetzt wird. Der Flugkurs  $\chi_c$  wird zudem an die Richtung zum nachfolgenden Wegpunkt  $\chi_B$  angepasst.

### 2.1.3. Flugphasenwechsel

Im Hauptblock „Flugphasenwechsel“ wird in jedem Zeitschritt das Erreichen der Exit-Condition der jeweils aktuellen Flugphase überwacht. Das grundlegende Prinzip der Detektion von Flugphasenwechseln ist für jede der möglichen Exit-Conditions (siehe Tab. 2.1) identisch: Ein Wechsel zur nachfolgenden Flugphase wird durchgeführt, sobald die Exit-Condition – je nach Annäherungsrichtung – erstmalig über bzw. unterschritten wird und dabei eine Toleranz  $\epsilon$  eingehalten wird (siehe Abb. 2.3). Kann diese Toleranz aufgrund der Diskretisierung nicht eingehalten werden, so wird die Abtastzeit  $\tau$  analog zur Wegpunktdetektion stückweise vermindert, bis eine hinreichend feine Auflösung erreicht wird.

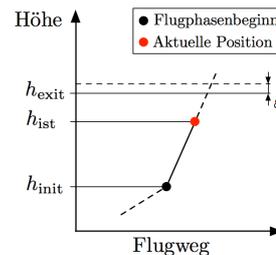


Abb. 2.3: Prinzip der Detektion von Flugphasenwechseln am Beispiel einer Steigflugphase

### 2.1.4. Flugleistungsrechnung

Die Flugleistungsrechnung gliedert sich in die nachfolgenden drei Teilbereiche, die in diesem Abschnitt näher erläutert werden sollen:

1. Die Ermittlung der aerodynamischen Widerstandskraft durch eine Auswertung des Aerodynamik-Modells sowie die Bestimmung des verfügbaren Triebwerksschubes und des Kraftstoffverbrauches durch eine Auswertung des Triebwerksmodells
2. Die Regulierung von Beschleunigung, Steiggeschwindigkeit und Schubkraft unter Berücksichtigung der Flugphasenrandbedingungen
3. Die numerische Integration der Flugzustandsgrößen zur Bestimmung des neuen Flugzustandes im nächsten Zeitschritt

**Aerodynamische Widerstandskraft und Triebwerksleistungen.** Zur Ermittlung der aerodynamischen Widerstandskraft sowie der Triebwerksleistungen werden beim TCM die BADA-Modelle (Version 3.9) der Eurocontrol verwendet, die insbesondere für die Simulation und Vorhersage von Flugtrajektorien entwickelt worden sind. Diese beinhalten die Leistungscharakteristiken für insgesamt 338 unterschiedliche Flugzeugtypen in Form von parametrisierten Gleichungen [15]. Die Datengrundlage für diese Parametrisierungen bilden die AOMs (Aircraft Operation Manuals) der Flugzeughersteller sowie real geflogene Trajektorien, aus denen über Modellidentifikationsmechanismen entsprechende Modellparameter abgeleitet wurden [16]. Innerhalb des TCM werden die BADA-Modelle gemäß Gl. (2.1) bis Gl. (2.4) in jedem Zeitschritt (Index  $i$ ) zur Bestimmung der Widerstandskraft  $D$ , des maximalen und minimalen Triebwerksschubes  $Th_{max}$  bzw.  $Th_{min}$  sowie des Kraftstoffmassenstromes  $FF$  verwendet.

$$(2.1) \quad D_i = f(\text{Flugzeugtyp, Konfiguration}_i, v_{TAS,i}, \phi_i, m_i, \rho_i)$$

$$(2.2) \quad Th_{max,i} = f(\text{Flugzeugtyp}, v_{TAS,i}, p_i, T_i)$$

$$(2.3) \quad Th_{min,i} = f(\text{Flugzeugtyp}, v_{TAS,i}, p_i, T_i)$$

$$(2.4) \quad FF_i = f(\text{Flugzeugtyp}, v_{TAS,i}, Th_i, p_i)$$

**Regulierung von Beschleunigung, Steiggeschwindigkeit und Schubkraft.** Nachfolgend wird zunächst das Prinzip des sog. Total-Energy-Models dargestellt, welches beim TCM die Grundlage für die Regulierung von Beschleunigung, Steiggeschwindigkeit und Schubkraft bildet. Anschließend wird die Steuerung der Flugzeugbewegung am Beispiel der Fluggeschwindigkeitsregelung erläutert.

**Total-Energy-Model.** Beim Total-Energy-Model wird das Flugzeug vereinfachend als Punktmasse betrachtet. Darüber hinaus wird angenommen, dass die Schubkraft  $Th$  sowie die Widerstandskraft  $D$  parallel und die Auftriebskraft  $L$  senkrecht zur Fluggeschwindigkeit  $v_{TAS}$  gerichtet sind (siehe Abb. 2.4).

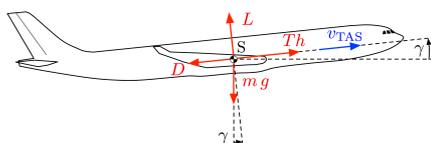


Abb. 2.4: Total-Energy-Model [1]

Unter diesen Voraussetzungen führt die Anwendung des Impulssatzes in Richtung der Fluggeschwindigkeit  $v_{TAS}$  sowie anschließendes Umformen auf den in Gl. (2.5) gezeigten Zusammenhang [15].

$$(2.5) \quad \underbrace{(Th_i - D_i) \cdot v_{TAS,i}}_{\text{Leistungsüberschuss}} = \underbrace{m_i g \cdot \frac{dh}{dt}}_{\text{Zuwachsrates an potentieller Energie}} + \underbrace{m_i v_{TAS,i} \cdot \frac{dv_{TAS}}{dt}}_{\text{Zuwachsrates an kinetischer Energie}}$$

Physikalisch kann dieser als Leistungsbilanz interpretiert werden, bei der der Leistungsüberschuss gleich der Summe der Zuwachsrates an potentieller und kinetischer Energie ist [1]. Unter Vernachlässigung des Einflusses der Vorder- und Hinterklappen sowie der Spoiler lässt sich die vertikale Flugzeugbewegung im Wesentlichen durch den Höhenruderausschlag und den Schub kontrollieren. Eine entsprechende Regulierung dieser beiden Steuergrößen ermöglicht es, jeweils zwei der insgesamt drei für die Simulation der Flugzeuglängsbewegung wesentlichen Größen (Beschleunigung  $dv_{TAS}/dt$ , Steiggeschwindigkeit  $dh/dt$  und Schub  $Th$ ) auszuregulieren. Die jeweils dritte Größe ergibt sich durch Energieerhaltung anhand von Gl. (2.5). Hieraus resultieren demzufolge drei mögliche Standard-Konstellationen [15]:

1. Beschleunigung und Schubniveau reguliert (Berechnung der Steiggeschwindigkeit)
2. Steiggeschwindigkeit und Schubniveau reguliert (Berechnung der Beschleunigung)
3. Beschleunigung und Steiggeschwindigkeit reguliert (Berechnung des Schubbedarfs)

Während das Schubniveau innerhalb der Flugphasen des Soll-Flugprofils (siehe Tab. 2.1) stets entweder fest vorgegeben (Fall 1 und 2) oder frei ist (Fall 3), erfolgt die Regulierung der Beschleunigung und der Steiggeschwindigkeit mit Hilfe einer Fluggeschwindigkeits- bzw. einer Flughöhenregelung. Beide Regelkreise sind weitestgehend analog aufgebaut und basieren auf einer Proportional-Integral-Regelung (PI-Regelung). Nachfolgend wird exemplarisch die Regelung der Fluggeschwindigkeit erläutert.

**Regelung der Fluggeschwindigkeit.** Abb. 2.5 zeigt die Struktur des Fluggeschwindigkeits-Regelkreises des TCM. Beim Soll-Flugprofil des TCM treten einerseits Flugphasen mit vorgegebener kalibrierter Fluggeschwindigkeit  $v_{CAS,soll}$  und andererseits Flugphasen mit definierter Machzahl  $Ma_{soll}$  auf (siehe Tab. 2.1). Um beide Fälle mit Hilfe eines identischen Regelkreises berücksichtigen zu können, wird die jeweils zugehörige wahre Fluggeschwindigkeit  $v_{TAS,soll}$  im Rahmen der Fluggeschwindigkeitsregelung als Führungsgröße verwendet.

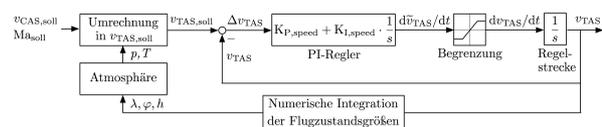


Abb. 2.5: Fluggeschwindigkeits-Regelkreis

Für eine vorgegebene Fluggeschwindigkeit  $v_{CAS,soll}$  bzw.  $Ma_{soll}$  ist die hiermit korrespondierende Führungsgröße  $v_{TAS,soll}$  eine Funktion der jeweils vorliegenden atmosphärischen Bedingungen. Bei Flugphasen mit einer konstanten kalibrierten Fluggeschwindigkeit  $v_{CAS,soll}$  berechnet sich die

zugehörige wahre Fluggeschwindigkeit  $v_{TAS,soll}$  anhand von Gl. (2.6) [15].

$$(2.6) \quad v_{TAS,soll,i} = \left[ \frac{2\kappa RT_i}{\kappa-1} \left( \left[ 1 + \frac{p_0}{p_i} \left( \left[ 1 + \frac{\kappa-1}{2\kappa} \frac{p_0}{p_0} v_{CAS,soll}^2 \right]^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} - 1 \right) \right]^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right) \right]^{1/2}$$

Im Gegensatz dazu wird die Führungsgröße  $v_{TAS,soll}$  bei Flugphasen mit vorgegebener Machzahl  $Ma_{soll}$  unter Verwendung von Gl. (2.7) ermittelt.

$$(2.7) \quad v_{TAS,soll,i} = Ma_{soll} \cdot \sqrt{\kappa RT_i}$$

Im Anschluss an die Bestimmung der Führungsgröße ergibt sich die Regelabweichung  $\Delta v_{TAS,i}$  gemäß Gl. (2.8) als Differenz zwischen der Führungsgröße  $v_{TAS,soll,i}$  und der aktuellen Fluggeschwindigkeit  $v_{TAS,i}$ .

$$(2.8) \quad \Delta v_{TAS,i} = v_{TAS,soll,i} - v_{TAS,i}$$

Daraufhin wird die zur Einhaltung der Soll-Fluggeschwindigkeit erforderliche Beschleunigung  $d\check{v}_{TAS}/dt_i$  (Stellgröße) mit Hilfe eines zeitdiskreten Proportional-Integral-Reglers (PI-Regler) unter Verwendung von Gl. (2.9) bestimmt. Die aufsummierte Regelabweichung wird gemäß Gl. (2.10) in jedem Zeitschritt um den Betrag  $\Delta v_{TAS,i} \cdot \tau_i$  erhöht [11].

$$(2.9) \quad \frac{d\check{v}_{TAS}}{dt}_i = K_{P, speed} \cdot \Delta v_{TAS,i} + K_{I, speed} \cdot \sum \Delta v_{TAS} \cdot \tau_i$$

$$(2.10) \quad \sum \Delta v_{TAS} \cdot \tau_{i+1} = \sum \Delta v_{TAS} \cdot \tau_i + \Delta v_{TAS,i} \cdot \tau_i$$

Bevor das vom PI-Regler ermittelte Stellsignal  $d\check{v}_{TAS}/dt_i$  an die Regelstrecke übergeben wird, wird dieses unter Berücksichtigung der Flugphasenrandbedingungen sowie der Leistungsgrenzen des Triebwerkes begrenzt.

Die Regelstrecke selbst wird durch ein einfaches Integralglied beschrieben. Folglich ergibt sich die Fluggeschwindigkeit im nächsten Zeitschritt aus der zeitlichen Integration der (begrenzten) Beschleunigung. Weiterhin wird im Rahmen der numerischen Integration der Flugzustandsgrößen (siehe nächster Abschnitt) die neue Position ermittelt, sodass schließlich mit der Bestimmung der Führungsgröße im nächsten Zeitschritt fortgefahren werden kann.

Aufgrund des einfach integrierenden Verhaltens der Regelstrecke wäre die Verwendung eines Proportional-Reglers im geschlossenen System hinreichend, um die Nachführung der Regelgröße  $v_{TAS}$  bei einem sprungförmigen Führungssignal  $v_{TAS,soll}$  ohne bleibende Regelabweichung zu gewährleisten. Tatsächlich ändert sich der Verlauf des Führungssignals  $v_{TAS,soll}$  bei Flugphasen mit konstanter kalibrierter Fluggeschwindigkeit bzw. Machzahl aufgrund ihrer Abhängigkeit von den vorliegenden atmosphärischen Bedingungen allerdings kontinuierlich (insbesondere in Steig- und Sinkflugphasen). Aus diesem Grund ist eine PI-Regelung implementiert worden, um das Führungsübertragungsverhalten bei sich kontinuierlich verändernden Führungssignalen zu verbessern. Somit besitzt die offene Regelkette insgesamt ein zweifach integrierendes Verhalten, sodass mit dem geschlossenen Regelkreis auch rampenförmige Führungssignale ohne bleibende Regelabweichung ausgeregelt werden können [10].

**Numerische Integration der Flugzustandsgrößen.** Zur Bestimmung des Flugzustandes im nachfolgenden Zeitschritt erfolgt am Ende der Flugleistungsrechnung eine diskrete, zeitliche Integration der Flugzustandsgrößen. Nachstehend werden die hierbei getroffenen Annahmen für die wesentlichen Flugzustandsgrößen (Fluggeschwindigkeit, Position, Flugrichtung, Flugzeugmasse) dargelegt.

**Fluggeschwindigkeit gegenüber der Luft.** Für die Ermittlung der Fluggeschwindigkeit gegenüber der Luft wird gemäß Gl. (2.11) vorausgesetzt, dass die Beschleunigung innerhalb eines Zeitschrittes konstant ist.

$$(2.11) \quad v_{TAS,i+1} = v_{TAS,i} + dv_{TAS}/dt_i \cdot \tau_i$$

**Fluggeschwindigkeit gegenüber Grund und Steuerkurs.** Zur Berücksichtigung horizontaler Winde wird der Steuerkurs  $\chi_H$  stets so gewählt, dass die aus der vektoriellen Addition der Fluggeschwindigkeit gegenüber der Luft  $v_{TAS}$  und der Windgeschwindigkeit  $v_{WS}$  resultierende Flugrichtung gerade dem gewünschten Flugkurs  $\chi_C$  entspricht (siehe Abb. 2.6).

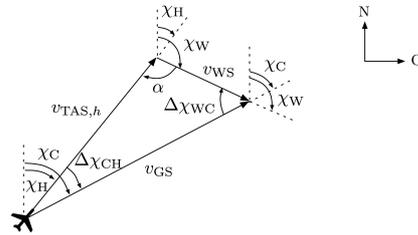


Abb. 2.6: Winddreieck in der horizontalen Ebene

Zur Bestimmung des hierfür erforderlichen Steuerkurses  $\chi_H$  wird zunächst die horizontale Komponente der Fluggeschwindigkeit gegenüber der Luft  $v_{TAS,h}$  mit Hilfe von Gl. (2.12) und Gl. (2.13) berechnet.

$$(2.12) \quad v_{TAS,h,i} = v_{TAS,i} \cdot \cos \gamma_{air,i}$$

$$(2.13) \quad \gamma_{air,i} = \arcsin \left( \frac{dh/dt_i}{v_{TAS,i}} \right)$$

Unter Anwendung des Sinussatzes ergibt sich der zur Einhaltung des gewünschten Flugkurses erforderliche Steuerkurs  $\chi_H$  anhand von Gl. (2.14).

$$(2.14) \quad \chi_{H,i} = \chi_{C,i} - \arcsin \left[ \frac{v_{WS,i}}{v_{TAS,h,i}} \cdot \sin(\chi_{W,i} - \chi_{C,i}) \right]$$

Die resultierende Fluggeschwindigkeit über Grund  $v_{GS}$  berechnet sich schließlich mit Hilfe des Kosinussatzes unter Verwendung von Gl. (2.15).

$$(2.15) \quad v_{GS,i} = \sqrt{v_{WS,i}^2 + v_{TAS,h,i}^2 - 2 \cdot v_{WS,i} \cdot v_{TAS,h,i} \cdot \cos(\alpha_i)} \quad \text{mit} \\ \alpha_i = \pi + \chi_{H,i} - \chi_{W,i}$$

**Flugstrecke gegenüber Grund.** Die insgesamt gegenüber Grund zurückgelegte Flugstrecke  $s_{ground}$  wird stets um die innerhalb des aktuellen Zeitschrittes zurückgelegte Flugstrecke  $\Delta s_{ground}$  erhöht. Hierbei wird gemäß Gl. (2.16) davon ausgegangen, dass die zuvor bestimmte Fluggeschwindigkeit über Grund  $v_{GS}$  innerhalb eines Zeitschrittes konstant ist.

$$(2.16) \quad s_{\text{ground},j+1} = s_{\text{ground},j} + \underbrace{v_{\text{GS},j} \cdot \tau_i}_{\Delta s_{\text{ground},j}}$$

**Längen- und Breitengrad.** Für die Bestimmung der lateralen Position  $(\lambda_{i+1}, \varphi_{i+1})$  des Flugzeuges im nachfolgenden Zeitschritt wird angenommen, dass sich das Flugzeug – ausgehend von der jeweils aktuellen Position  $(\lambda_i, \varphi_i)$  – entlang einer Orthodrome einer ellipsoidförmigen Erde mit dem Anfangskurs  $\chi_{C,i}$  bewegt und dabei die Distanz  $\Delta s_{\text{ground},j}$  zurücklegt. Die hierfür verwendeten Navigationsgleichungen finden sich in [23].

**Flughöhe.** Zur Ermittlung der Flughöhe im nächsten Zeitschritt wird von einer konstanten Steiggeschwindigkeit ausgegangen. Damit ergibt sich die neue Flughöhe wie folgt:

$$(2.17) \quad h_{i+1} = h_i + dh / dt|_i \cdot \tau_i$$

**Flugkurs.** Bei der Berechnung des neuen Flugkurses  $\chi_C$  wird gemäß Gl. (2.18) eine Fallunterscheidung getroffen. Befindet sich das Flugzeug innerhalb eines Kurvenfluges, so wird die Flugrichtung  $\chi_C$  entsprechend der Kursänderung in Folge einer als konstant angenommenen Giergeschwindigkeit  $\dot{\chi}$  angepasst. Außerhalb von Kurvenflügen wird der Flugkurs – ausgehend von der neuen Flugzeugposition – stets auf die Richtung  $\chi_B$  zum nächsten Wegpunkt gesetzt.

$$(2.18) \quad \chi_{C,i+1} = \begin{cases} \chi_{C,i} + \dot{\chi}_i \cdot \tau_i & \text{für } \dot{\chi}_i \neq 0 \\ \chi_{B,i+1} & \text{für } \dot{\chi}_i = 0 \end{cases}$$

**Flugzeugmasse.** Aufgrund des Verbrauches von Kraftstoff vermindert sich die Masse des Flugzeuges kontinuierlich. Zur Bestimmung der Flugzeugmasse im nachfolgenden Zeitschritt wird ein innerhalb des aktuellen Zeitschrittes konstanter Kraftstoffmassenstrom unterstellt. Folglich ergibt sich die neue Flugzeugmasse anhand von Gl. (2.19).

$$(2.19) \quad m_{i+1} = m_i - FF_i \cdot \tau_i$$

## 2.2. Untersuchung des Einflusses realer atmosphärischer Bedingungen anhand exemplarischer Flugrouten

In diesem Abschnitt soll anhand der Simulation exemplarischer Flugrouten mit dem TCM aufgezeigt werden, inwieweit sich das Flugeschwindigkeits- und das Flughöhenprofil qualitativ verändern, wenn anstelle von ISA-Bedingungen reale Temperatur- und Druckverläufe sowie der Einfluss von Winden berücksichtigt werden. Um eine isolierte Betrachtung der drei zuvor genannten Einzeleffekte zu gewährleisten, wurden insgesamt drei Flugrouten simuliert; hierbei wurden jeweils für zwei der drei maßgeblichen Einflussgrößen ISA-Bedingungen angenommen, für die dritte Einflussgröße wurden hingegen reale Wetterdaten auf Basis der ERA-Interim Atmosphärenkennfelder des ECMWF verwendet [2].

Für alle nachstehend dargestellten Flugrouten wurde als Flugzeugtyp ein Airbus A330-200 bei einer Reiseflugmachzahl von 0,84 und einer Reiseflug-Druckhöhe von 11.278 m eingesetzt. Zur iterativen Bestimmung der Abflugmasse wurde eine Sitzplatzauslastung von 85% angenommen.

### 2.2.1. Temperatureinfluss

Der Einfluss realer Temperaturverhältnisse auf das Flugprofil wurde am Beispiel der Flugroute Mexiko Stadt (MEX) - Winnipeg (YWG) untersucht. Bei der Simulation dieser Flugroute wurden für die Luftdruckverhältnisse ISA-Bedingungen angenommen. Horizontale Winde wurden vernachlässigt. Bezüglich der Temperatur wurden demgegenüber Realdaten auf Grundlage der ERA-Interim Atmosphärenkennfelder vom 1. Januar 2012, 00:00 UTC verwendet; die zugehörige Temperatursituation in einer Druckhöhe von 11.278 m (Reiseflugdruckhöhe) ist in Abb. 2.7 dargestellt.

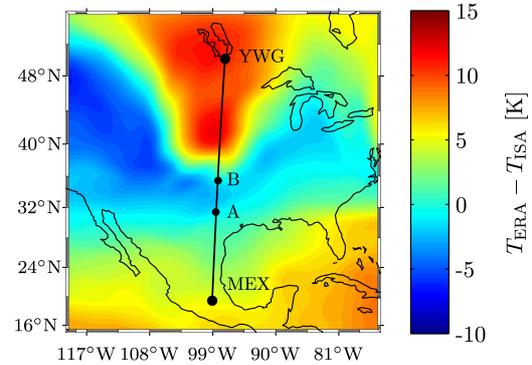


Abb. 2.7: Temperaturabweichungen gegenüber der Standardatmosphäre im Raum Mittel-/Nordamerika in einer Druckhöhe von 11.278 m am 01.01.2012, 00:00 Uhr UTC

Neben geringfügigen Veränderungen des Höhenprofils (erhöhte Temperaturen führen zu verminderten Steigleistungen) wirken sich von der Standardatmosphäre abweichende Temperaturen primär auf das Geschwindigkeitsprofil aus. Bei der Mehrheit der Flugphasen des Soll-Flugprofils handelt es sich um Flugphasen mit konstanter kalibrierter Flugeschwindigkeit bzw. Machzahl (siehe Tab. 2.1). Da sich die zu einer konstanten kalibrierten Flugeschwindigkeit bzw. Machzahl zugehörige wahre Flugeschwindigkeit  $v_{\text{TAS}}$  proportional zur Wurzel der Temperatur verhält (siehe Gl. (2.6) und (2.7)), folgt das Geschwindigkeitsprofil dem Temperaturprofil: In Gebieten mit gegenüber der Standardatmosphäre erhöhten Temperaturen ist demnach auch die wahre Flugeschwindigkeit gegenüber der wahren Flugeschwindigkeit unter ISA-Bedingungen erhöht und umgekehrt (siehe Abb. 2.8).

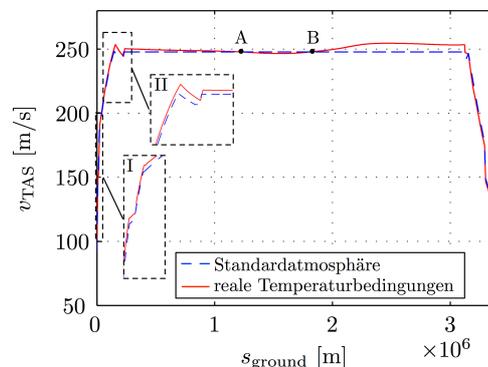


Abb. 2.8: Geschwindigkeitsprofil zur Flugroute MEX-YWG

## 2.2.2. Druckeinfluss

Zur Darstellung der Auswirkungen der Berücksichtigung realer Luftdruckverhältnisse auf das Flugprofil wurde exemplarisch die Flugroute Helsinki (HEL) - Khartum (KRT) simuliert. Die hierbei betrachtete Luftdruckverteilung basiert auf den ERA-Interim Atmosphärenkennfeldern vom 1. Januar 2012, 00:00 UTC (siehe Abb. 2.9). Bezüglich der Temperaturverhältnisse wurden ISA-Bedingungen vorausgesetzt. Ferner wurde der Einfluss von Winden nicht betrachtet.

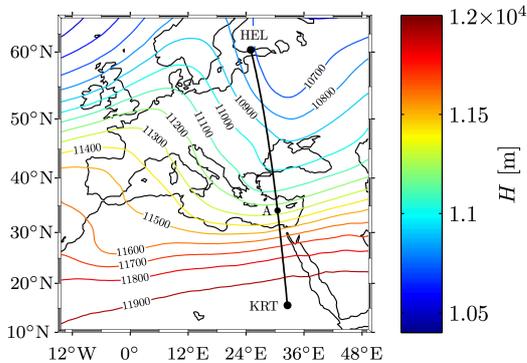


Abb. 2.9: Linien konstanter geometrische Höhe in einer Druckhöhe von 11.278 m im Raum Europa/Nordafrika am 01.01.2012, 00:00 UTC

Da die Reiseflugphase beim TCM als Flugphase mit konstanter Druckhöhe modelliert wird (siehe Tab. 2.1), wirken sich von der Standardatmosphäre abweichende Luftdruckverhältnisse in erster Linie auf das Flughöhenprofil aus. Die Zunahme der geometrischen Höhe entlang des Flugweges der hier betrachteten Flugroute (siehe Abb. 2.10) ist folglich dadurch zu erklären, dass die mit der Reiseflug-Druckhöhe korrespondierende geometrische Höhe entlang des Flugweges kontinuierlich ansteigt (siehe Abb. 2.9).

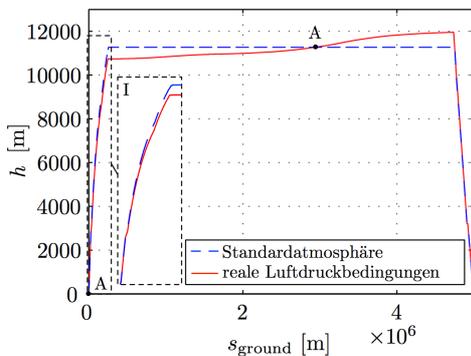


Abb. 2.10: Höhenprofil zur Flugroute HEL-KRT

## 2.2.3. Windeinfluss

Anhand der Flugroute Dubai (DXB) - Shanghai (SHA) wurde die Wirkung horizontaler Winde auf das Flugprofil analysiert. In der betrachteten Region zeichnen sich die Windverhältnisse zu diesem Zeitpunkt in der Reiseflugdruckhöhe von 11.278 m durch einen starken (Rücken-) Wind in Ostrichtung aus (siehe Abb. 2.11). Sowohl für die Luftdruck- als auch die Temperaturverhältnisse wurden hingegen ISA-Bedingungen angenommen.

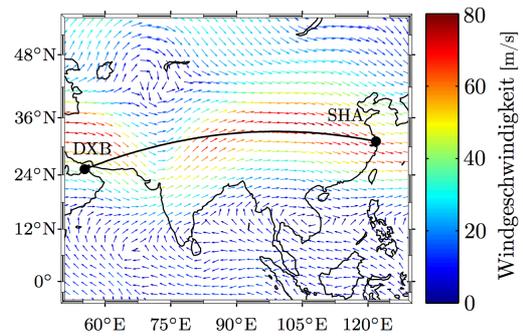


Abb. 2.11: Windgeschwindigkeiten und -richtungen im Raum Zentral-/Südasien in einer Druckhöhe von 11.278 m am 01.01.2012, 00:00 UTC

Für die Fluggeschwindigkeit gegenüber der Luft  $v_{TAS}$  ergaben sich keine wesentlichen Unterschiede zwischen den Verläufen mit und ohne Windeinfluss. Demgegenüber ist die Fluggeschwindigkeit gegenüber Grund  $v_{GS}$  unter Berücksichtigung der Windverhältnisse im Vergleich zu deren Vernachlässigung als Folge der starken Rückenwinde (siehe Abb. 2.11) entlang des gesamten Flugweges deutlich erhöht (siehe Abb. 2.12).

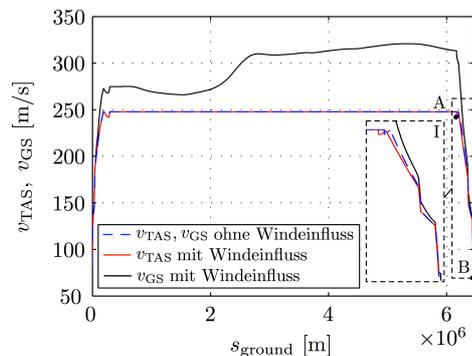


Abb. 2.12: Geschwindigkeitsprofil zur Flugroute SHA-DXB

## 3. LATERALE OPTIMIERUNG VON FLUGROUTEN UNTER ANWENDUNG VON PRINZIPIEN DER OPTIMALEN STEUERUNG

Zu Beginn dieses Abschnitts wird das Problem der lateralen Flugroutenoptimierung unter Berücksichtigung des Einflusses von horizontalen Winden definiert (dazu Abschnitt 3.1). Daraufhin wird die verwendete Technik zur Lösung der resultierenden Optimierungsaufgabe erläutert (dazu Abschnitt 3.2). Schließlich wird aufgezeigt, wie sich der Optimierungsalgorithmus anwenden lässt, um klimaoptimierte Flugtrajektorien zu ermitteln (dazu Abschnitt 3.3).

### 3.1. Formulierung des Optimierungsproblems

Nachstehend werden zunächst die im Rahmen der Flugroutenoptimierung getroffenen Annahmen dargelegt. Danach wird die Optimierungsaufgabe als Optimalsteuerungsproblem formuliert und schließlich unter Anwendung des Pontryagin'schen Minimumprinzips in eine Zweipunkt-Randwertaufgabe überführt.

### 3.1.1. Annahmen

Im Folgenden wird das Flugzeug als masseloser Punkt modelliert, welcher sich mit einer konstanten Fluggeschwindigkeit gegenüber der Luft  $v_{TAS}$  wahlweise in einer konstanten geometrischen Höhe  $h$  oder in einer konstanten Druckhöhe  $h_p$  gegenüber einer als kugelförmig angenommenen Erdoberfläche bewegt. Die Flugrichtung kann hierbei mit Hilfe des Steuerkurses  $\chi_H$  (Steuervariable) beeinflusst werden. Ferner wird vorausgesetzt, dass die Flughöhe  $h$  gegenüber dem Erdradius  $R_E$  vernachlässigbar klein ist. Im Falle einer konstanten Druckhöhe  $h_p$  wird darüber hinaus angenommen, dass entlang des Flugweges lediglich vernachlässigbar kleine Bahnneigungswinkel auftreten. Weiterhin wird von einem zeitlich stationären Wind- sowie Luftdruckfeld ausgegangen.

### 3.1.2. Optimalsteuerungsproblem

Unter den in Abschnitt 3.1.1 genannten Voraussetzungen ergeben sich die Bewegungsgleichungen des Flugzeuges, welche die dynamischen Randbedingungen des Optimalsteuerungsproblems darstellen, anhand von Gl. (3.1) und Gl. (3.2) [13].

$$(3.1) \quad \dot{\lambda} = \frac{v_{TAS} \sin \chi_H + u_w(\lambda, \varphi)}{R_E \cos \varphi}$$

$$(3.2) \quad \dot{\varphi} = \frac{v_{TAS} \cos \chi_H + v_w(\lambda, \varphi)}{R_E}$$

Das im Rahmen der Flugroutenoptimierung zu minimierende Kostenfunktional  $J$  wurde zu dem in Gl. (3.3) dargestellten Integralausdruck gewählt. Dieser benachteiligt einerseits hohe Flugzeiten und andererseits das Fliegen durch Vermeidungsgebiete, die mit Hilfe einer ortsabhängigen Straffunktion  $\Psi$  beschrieben werden [21]. Durch eine entsprechende Wahl der konstanten Koeffizienten  $c_t$  und  $c_\Psi$  kann dem Einfluss der Flugzeit sowie dem Einfluss der Straffunktion ein an die jeweilige Fragestellung angepasstes Gewicht beigemessen werden; der Spezialfall  $c_\Psi = 0$  reduziert das vorliegende Optimierungsproblem auf das klassische Zermelo-Problem (Minimierung der Flugzeit unter Windeinfluss) [25].

$$(3.3) \quad J = \int_{t_0}^{t_f} \underbrace{c_t}_{\text{Einfluss der Flugzeit}} + \underbrace{c_\Psi \Psi(\lambda, \varphi)}_{\text{Einfluss der Straffunktion}} dt$$

Schließlich ergibt sich das Optimierungsproblem als die Bestimmung des optimalen zeitlichen Verlaufes des Steuerkurses  $\chi_H$ , der das anhand von Gl. (3.3) definierte Kostenfunktional  $J$  unter Beachtung der durch Gl. (3.1) und Gl. (3.2) beschriebenen Bewegungsgleichungen minimiert. Zusätzlich ist hierbei zu berücksichtigen, dass die Flugtrajektorie gemäß Gl. (3.4) und Gl. (3.5) an einem definierten Startpunkt  $(\lambda_0, \varphi_0)$  beginnt und an einem ebenfalls festgelegten Zielpunkt  $(\lambda_f, \varphi_f)$  endet.

$$(3.4) \quad \lambda(t_0) = \lambda_0; \quad \varphi(t_0) = \varphi_0$$

$$(3.5) \quad \lambda(t_f) = \lambda_f; \quad \varphi(t_f) = \varphi_f$$

### 3.1.3. Transformation in ein Zweipunkt-Randwertproblem

Zur Transformation des in Abschnitt 3.1.2 beschriebenen Optimalsteuerungsproblems in ein Zweipunkt-Randwert-

problem wird das Pontryagin'sche Minimumprinzip angewendet [17],[3]. Hierfür wird zunächst die Hamilton-Funktion  $H$  ermittelt, die sich für das vorliegende Optimalsteuerungsproblem anhand von Gl. (3.6) ergibt.

$$(3.6) \quad H = c_t + c_\Psi \Psi(\lambda, \varphi) + \Lambda_\lambda \frac{v_{TAS} \sin \chi_H + u_w(\lambda, \varphi)}{R_E \cos \varphi} + \dots$$

$$\dots + \Lambda_\lambda \frac{v_{TAS} \cos \chi_H + v_w(\lambda, \varphi)}{R_E}$$

Die partielle Differentiation der Hamilton-Funktion nach den beiden Zustandsgrößen  $\lambda$  und  $\varphi$  liefert die beiden Ko-Zustandsdifferentialgleichungen gemäß Gl. (3.7) sowie Gl. (3.8).

$$(3.7) \quad \dot{\Lambda}_\lambda = -\frac{\partial H}{\partial \lambda} = -c_\Psi \frac{\partial \Psi}{\partial \lambda} - \Lambda_\lambda \frac{\partial u_w}{\partial \lambda} \frac{1}{R_E \cos \varphi} - \Lambda_\varphi \frac{\partial v_w}{\partial \lambda} \frac{1}{R_E}$$

$$(3.8) \quad \dot{\Lambda}_\varphi = -\frac{\partial H}{\partial \varphi} = -c_\Psi \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi} - \dots$$

$$\dots - \Lambda_\lambda \left( \frac{\partial u_w}{\partial \varphi} \frac{1}{R_E \cos \varphi} + \frac{u_w + v_{TAS} \sin \chi_H}{R_E} \frac{\tan \varphi}{\cos \varphi} \right) - \Lambda_\varphi \frac{\partial v_w}{\partial \varphi} \frac{1}{R_E}$$

Weiterhin erfüllt der optimale zeitliche Verlauf des Steuerkurses  $\chi_H$ , der zu einem Minimum des Kostenfunktionals  $J$  führt, die Minimumbedingung nach Gl. (3.9) [22].

$$(3.9) \quad 0 = \frac{\partial H}{\partial \chi_H} = \Lambda_\lambda \frac{v_{TAS} \cos \chi_H}{R_E \cos \varphi} - \Lambda_\lambda \frac{v_{TAS} \sin \chi_H}{R_E}$$

Da die Hamilton-Funktion  $H$  des betrachteten Systems gemäß Gl. (3.6) nicht explizit von der Zeit abhängt, gilt  $H = \text{const}$ . Aus  $H(t_f) = 0$  (freie Endzeit) folgt darüber hinaus  $H = 0$  [22]. Hiermit ergibt sich der in Gl. (3.10) gezeigte Zusammenhang.

$$(3.10) \quad 0 = c_t + c_\Psi \Psi(\lambda, \varphi) + \Lambda_\lambda \frac{v_{TAS} \sin \chi_H + u_w(\lambda, \varphi)}{R_E \cos \varphi} + \dots$$

$$\dots + \Lambda_\lambda \frac{v_{TAS} \cos \chi_H + v_w(\lambda, \varphi)}{R_E}$$

Die Auflösung des Gleichungssystems, bestehend aus Gl. (3.9) und Gl. (3.10), nach den Ko-Zustandsvariablen  $\Lambda_\lambda$  und  $\Lambda_\varphi$  führt auf die in Gl. (3.11) und Gl. (3.12) dargestellten Beziehungen.

$$(3.11) \quad \Lambda_\lambda = -\frac{R_E \cos \varphi \tan \chi_H \cdot [c_t + c_\Psi \Psi(\lambda, \varphi)]}{\tan \chi_H \cdot [v_{TAS} \sin \chi_H + u_w(\lambda, \varphi)] + v_{TAS} \cos \chi_H + v_w(\lambda, \varphi)}$$

$$(3.12) \quad \Lambda_\varphi = -\frac{R_E \cdot [c_t + c_\Psi \Psi(\lambda, \varphi)]}{\tan \chi_H \cdot [v_{TAS} \sin \chi_H + u_w(\lambda, \varphi)] + v_{TAS} \cos \chi_H + v_w(\lambda, \varphi)}$$

Aus der beidseitigen Differentiation von Gl. (3.9) nach der Zeit folgt außerdem Gl. (3.13).

$$(3.13) \quad 0 = \dot{\Lambda}_\lambda \frac{\cos \chi_H}{\cos \varphi} + \Lambda_\lambda \frac{\dot{\varphi} \sin \varphi \cos \chi_H - \dot{\chi}_H \sin \chi_H \cos \varphi}{\cos^2 \varphi} - \dots$$

$$\dots - \dot{\Lambda}_\varphi \sin \chi_H - \Lambda_\varphi \dot{\chi}_H \cos \chi_H$$

Durch Einsetzen der Gleichungen (3.2), (3.7), (3.8), (3.11), sowie (3.12) in Gl. (3.13) und anschließendes Umformen nach der zeitlichen Ableitung des Steuerkurses  $\dot{\chi}_H$  ergibt sich schließlich das optimale Steuerungsgesetz, dessen Einhaltung

zu einer Minimierung des Kostenfunktional  $J$  führt, anhand von Gl. (3.14) [7],[21].

$$\begin{aligned} \dot{\chi}_H = & \frac{\partial u_w \sin^2 \chi_H}{\partial \varphi} \frac{1}{R_E} - \frac{\partial v_w \cos^2 \chi_H}{\partial \lambda} \frac{1}{R_E \cos \varphi} + \left( \frac{\partial v_w}{\partial \varphi} - \frac{\partial u_w}{\partial \lambda} \frac{1}{\cos \varphi} \right) \frac{\sin \chi_H \cos \chi_H}{R_E} + \dots \\ (3.14) \quad & \dots + \frac{\tan \varphi \sin \chi_H}{R_E} \cdot (v_{TAS} + u_w \sin \chi_H + v_w \cos \chi_H) + \dots \\ & \dots + c_\Psi \cdot \left( \frac{\partial \Psi \cos \chi_H}{\partial \lambda} \frac{1}{\cos \varphi} - \frac{\partial \Psi \sin \chi_H}{\partial \varphi} \right) \cdot \frac{v_{TAS} + u_w \sin \chi_H + v_w \cos \chi_H}{R_E \cdot (c_i + c_\Psi \Psi)} \end{aligned}$$

Die zum in Abschnitt 3.1.2 formulierten Optimalsteuerungsproblem zugehörige Zweipunkt-Randwertaufgabe setzt sich demnach aus der simultanen Lösung der Steuerungsdifferentialgleichung (3.14) sowie der Bewegungsdifferentialgleichungen (3.1) und (3.2) unter gleichzeitiger Berücksichtigung der Randwerte gemäß Gl. (3.4) und Gl. (3.5) zusammen.

### 3.2. Numerische Lösung des Optimierungsproblems

Die Lösung der in Abschnitt 3.1.3 definierten Zweipunkt-Randwertaufgabe erfordert die simultane Integration der Steuerungsdifferentialgleichung (3.14) sowie der Bewegungsdifferentialgleichungen (3.1) und (3.2). Weiterhin ist die Erfüllung der Randwerte gemäß Gl. (3.4) und Gl. (3.5) zu beachten.

Während die Berücksichtigung der Randwerte zum Zeitpunkt  $t_0$  (siehe Gl. (3.4)) bei der Integration des zuvor genannten Differentialgleichungssystems durch eine entsprechende Wahl der Anfangsbedingungen zu  $\lambda(t_0) = \lambda_0$  sowie  $\varphi(t_0) = \varphi_0$  sichergestellt werden kann, ist für die Einhaltung der Randwerte zum Zeitpunkt  $t_f$  (siehe Gl. (3.5)) eine korrekte Wahl des initialen Steuerkurses  $\chi_H(t_0)$  notwendig. Da diejenigen initialen Steuerkurse  $\hat{\chi}_{H0}$ , die zu einer Erfüllung der Randwerte zum Zeitpunkt  $t_f$  führen, im Allgemeinen nicht a priori ermittelt werden können, wurde für deren Bestimmung eine iterative Lösungsmethode entwickelt. Diese setzt sich aus zwei Teilschritten zusammen. Im ersten Teilschritt wird das Differentialgleichungssystem für variierende initiale Steuerkurse integriert, um Intervalle zu identifizieren, in denen sich die gesuchten initialen Steuerkurse  $\hat{\chi}_{H0}$  befinden. Schließlich wird im zweiten Teilschritt – unter Berücksichtigung der zuvor bestimmten Steuerkurs-Intervalle – ein iteratives Einfachschießverfahren angewendet, um die initialen Steuerkurse  $\hat{\chi}_{H0}$ , die die Zweipunkt-Randwertaufgabe lösen, präzise zu ermitteln.

Im Folgenden wird zunächst allgemein auf die numerische Integration des Differentialgleichungssystems eingegangen. Anschließend werden sowohl Teilschritt I als auch Teilschritt II der zuvor skizzierten Methode zur Lösung des Zweipunkt-Randwertproblems erläutert.

#### 3.2.1. Numerische Integration des Differentialgleichungssystems

Sowohl in Teilschritt I als auch in Teilschritt II werden die Integrationen des Differentialgleichungssystems (Gl. (3.1), Gl. (3.2) und Gl. (3.14)) mit Hilfe des Dormand-Prince Verfahrens ausgeführt [4]. Die in Gl. (3.14) auftretenden partiellen Ableitungen werden hierbei durch entsprechende Differenzenquotienten approximiert. Zur Erfüllung der Randwerte zum Zeitpunkt  $t_0$  (siehe Gl. (3.4)) werden die Anfangswerte des Längengrades und des Breitengrades stets zu  $\lambda(t_0) = \lambda_0$  und  $\varphi(t_0) = \varphi_0$  gewählt; der initiale Steuerkurs  $\chi_{H0}$  wird hingegen in beiden Teilschritten systematisch variiert.

Die Integration wird abgebrochen, sobald ein Punkt E ( $\lambda_E, \varphi_E$ ) erreicht wird, dessen Abstand  $s_{0E}$  zum Startpunkt ( $\lambda_0, \varphi_0$ ) gerade dem Abstand  $s_{0f}$  vom Startpunkt zum gewünschten Endpunkt ( $\lambda_f, \varphi_f$ ) entspricht (siehe Abb. 3.1).

#### 3.2.2. Teilschritt I: Identifikation relevanter Steuerkurs-Intervalle

Zur Identifikation der relevanten Steuerkurs-Intervalle, in denen sich die gesuchten initialen Steuerkurse  $\hat{\chi}_{H0}$  befinden, wird das Differentialgleichungssystem in Teilschritt I für innerhalb des symmetrischen Intervalls  $\chi_{C,of} \pm \Delta\chi_{H0}/2$  variierende initiale Steuerkurse  $\chi_{H0}$  integriert. Als Mittelpunkt des Variationsintervalls wurde der Kurswinkel  $\chi_{C,of}$  vom Startpunkt 0 zum Endpunkt f festgelegt (siehe Abb. 3.1), da  $\chi_{H0} = \chi_{C,of}$  ohne Winde und für eine konstante Straffunktion zu einer Lösung der Zweipunkt-Randwertaufgabe führen würde (Orthodrome). Bezüglich der Breite des Variationsintervalls hat sich die Wahl  $\Delta\chi_{H0} = 120^\circ$  als zweckmäßig erwiesen.

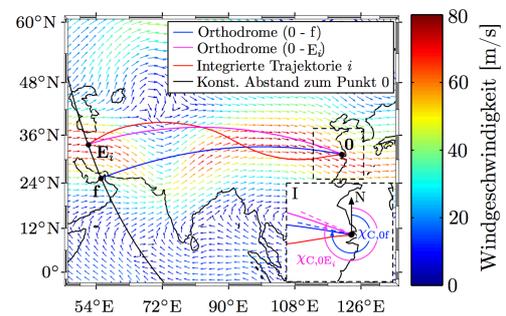


Abb. 3.1: Bestimmung der Kurswinkel-Differenz  $\Delta\chi_{C,i}$

Zu Beginn der Variationsrechnung (Index  $i=1$ ) wird der initiale Steuerkurs gemäß Gl. (3.15) zunächst auf den unteren Rand des Variationsintervalls gesetzt und das Differentialgleichungssystem für diesen Anfangswert integriert.

$$(3.15) \quad \chi_{H0,1} = \chi_{C,of} - \Delta\chi_{H0}/2$$

Anschließend wird – ausgehend vom Startpunkt 0 – die orthodromische Kurswinkel-Differenz  $\Delta\chi_{C,i} = \chi_{C,of} - \chi_{C,0E_i}$  zwischen dem Zielpunkt f und dem Endpunkt  $E_i$  der integrierten Trajektorie ermittelt (siehe Abb. 3.1). Die Erfüllung der Randwerte zum Zeitpunkt  $t_f$  gemäß Gl. (3.5) ist unter Berücksichtigung der Abbruchbedingung der Integration ( $s_{0E_i} = s_{0f}$ ) äquivalent zum Verschwinden der Kurswinkel-Differenz  $\Delta\chi_C$  (Nullstellen in Abb. 3.2). Folglich ist der Betrag der Kurswinkel-Differenz  $|\Delta\chi_C|$  ein Maß für die „Nähe“ zu den gesuchten initialen Steuerkursen  $\hat{\chi}_{H0}$ .

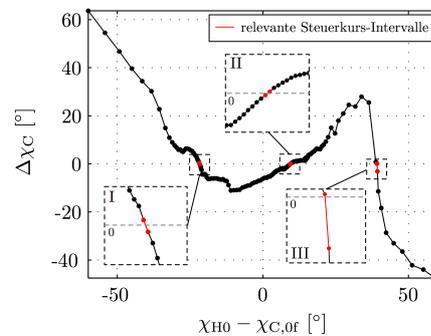


Abb. 3.2: Kurswinkel-Differenz  $\Delta\chi_C$  als Funktion des initialen Steuerkurses  $\chi_{H0}$

Bei allen nachfolgenden Integrationen des Differentialgleichungssystems wird der initiale Steuerkurs  $\chi_{H0}$  unter Verwendung von Gl. (3.16) stückweise um den Differenzwinkel  $\delta\chi_{H0}$  erhöht, bis der obere Rand des Variationsintervalls erreicht wird.

$$(3.16) \quad \chi_{H0,j+1} = \chi_{H0,j} + \delta\chi_{H0,j}$$

$$(3.17) \quad \delta\chi_{H0,j} = \max \left\{ \left| \Delta\chi_{C,j} \right| / \beta; \delta\chi_{H0,\min} \right\}$$

Für den Differenzwinkel  $\delta\chi_{H0}$  wird hierbei eine variable Schrittweite verwendet, die sich gemäß Gl. (3.17) proportional zum Betrag der Kurswinkeldifferenz  $|\Delta\chi_C|$  verhält ( $\beta = \text{const}$ ) und nach unten durch den Mindestdifferenzwinkel  $\delta\chi_{H0,\min}$  begrenzt wird. Auf diese Weise wird der Rechenaufwand bei großen Abständen zu den gesuchten initialen Steuerkursen  $\hat{\chi}_{H0}$  reduziert und gleichzeitig eine hohe Präzision in deren Nähe sichergestellt (siehe Abb. 3.2).

Schließlich wird der Verlauf der Kurswinkel-Differenz  $\Delta\chi_C$  über dem initialen Steuerkurs  $\chi_{H0}$  analysiert. Die  $n$  relevanten Steuerkurs-Intervalle  $[\chi_{H0,\min}, \chi_{H0,\max}]_j$ , in denen sich die initialen Steuerkurse  $\hat{\chi}_{H0}$  befinden, die die Zweipunkt-Randwertaufgabe lösen (d.h.  $\Delta\chi_C(\hat{\chi}_{H0}) = 0$  erfüllen), werden anhand des Vorzeichenwechsels der Kurswinkeldifferenz  $\Delta\chi_C$  detektiert (siehe Abb. 3.2, rot gekennzeichnete Intervalle).

### 3.2.3. Teilschritt II: Präzise Ermittlung der initialen Steuerkurse $\hat{\chi}_{H0}$

Zur präzisen Bestimmung der gesuchten initialen Steuerkurse  $\hat{\chi}_{H0}$ , wird auf jedes der insgesamt  $n$  in Teilschritt I identifizierten Steuerkurs-Intervalle ein Einzelschießverfahren (Lösung einer Randwertaufgabe durch systematische Variation der freien Anfangswerte) angewendet [18]. Um die Erfüllung der Randwerte am Startpunkt 0 sicherzustellen, werden die Anfangswerte für den Längengrad und den Breitengrad jeweils zu  $\lambda(t_0) = \lambda_0$  sowie  $\varphi(t_0) = \varphi_0$  gewählt; der freie Anfangswert ist der initiale Steuerkurs  $\chi_{H0}$ . Weiterhin wird die im vorherigen Abschnitt eingeführte Kurswinkel-Differenz  $\Delta\chi_C$  (siehe Abb. 3.1) zur Bewertung der Abweichung der Endpunkte E der integrierten Trajektorien von den vorgegebenen Randwerten gemäß Gl. (3.5) verwendet. Gesucht sind folglich die Nullstellen der Kurswinkel-Differenz  $\Delta\chi_C$ . Für die systematische Variation des freien Anfangswertes wird das Brent-Verfahren eingesetzt, bei dem sich die Nullstellensuche auf ein vorzuziehendes Intervall beschränkt [18].

Ergebnis der Anwendung dieses Verfahrens auf die insgesamt  $n$  in Teilschritt I identifizierten Steuerkurs-Intervalle sind  $n$  zugehörige initiale Steuerkurse  $\hat{\chi}_{H0}$ . Für den Fall, dass mehrere (zum Teil lokale) Optima gefunden wurden ( $n > 1$ ), wird diejenige Trajektorie selektiert, für die der Wert des zugehörigen Kostenfunctionals  $J$  am kleinsten ist.

## 3.3. Ermittlung klimaoptimierter Trajektorien

Der Einfluss des Luftverkehrs auf das globale Klima wird nicht allein durch die Emissionsmenge, sondern auch entscheidend durch den Ort sowie den Zeitpunkt der Emission bestimmt [9],[14],[8]. Zur Verminderung der luftverkehrsinduzierten Klimawirkung kommen daher neben technischen Effizienzsteigerungen (Verringerung der Emissionsmenge) insbesondere auch operationelle Maßnahmen (Änderung des Emissionortes) in Betracht. Vorangegangene Studien haben bereits gezeigt, dass das laterale bzw. vertikale Umfliegen von Gebie-

ten, in denen sich mit hoher Wahrscheinlichkeit klimawirksame Kondensstreifen-induzierte Zirruswolken ausbilden, ein erhebliches Potential zur Verringerung der Klimawirkung des Luftverkehrs bietet, obwohl der Umweg einen erhöhten Kraftstoffverbrauch zur Folge hat [19],[21].

Zur Bestimmung ganzheitlich klimaoptimierter Flugrouten wurden daher Klimakostenfunktionen als Straffunktion in das Kostenfunctional der Optimierung integriert, die neben dem Einfluss von Kondensstreifen-induzierten Zirruswolken auch die Klimaeffekte von Kohlenstoffdioxid, Wasserdampf und Stickoxiden abbilden.

### 3.3.1. Annahmen

**Allgemeine Annahmen.** In Anlehnung an die in Abschnitt 3.1.1 geschilderten Annahmen wurden für die in Abschnitt 3.3.2 gezeigten Optimierungsergebnisse eine für Verkehrsflugzeuge typische Reiseflug-Druckhöhe von 11.278 m (entspricht 37.000 Fuß) sowie eine Fluggeschwindigkeit gegenüber der Luft von 247,85 m/s (entspricht unter ISA-Bedingungen Ma 0,84) angenommen.

Zur Bewertung der optimierten Flugrouten im Hinblick auf Veränderungen des Kraftstoffverbrauches wurden diese – im Anschluss an die laterale Optimierung – mit dem TCM simuliert. Im Einklang mit den obigen Annahmen wurden hierbei ebenso eine Reiseflug-Druckhöhe von 11.278 m sowie eine Reiseflug-Machzahl von 0,84 vorausgesetzt. Als Flugzeugtyp wurde ein Airbus A330-200 mit einer Sitzplatzauslastung von 85% eingesetzt.

**Kostenfunctional.** Um die Orts- und Zeitabhängigkeit der luftverkehrsinduzierten Klimawirkung zu erfassen, wurden im Rahmen des EU-Projektes REACT4C zunächst typische Wittersituationen im Nordatlantikraum identifiziert [6]. Auf dieser Grundlage wurden unter Verwendung eines komplexen Klima-Chemie-Modells für die jeweiligen Wittersituationen entsprechende Klimakostenfunktionen ermittelt, die die Sensitivität der Klimawirkung gegenüber der Emission von Kohlenstoffdioxid, Wasserdampf und Stickoxiden sowie den Klimaeinfluss von Kondensstreifen-induzierten Zirruswolken als Funktion des Ortes beschreiben [5].

Für die nachfolgende Flugroutenoptimierung wurden vom DLR-Institut für die Physik der Atmosphäre beispielhaft Klimakostenfunktionen für eine typische Winterwittersituation zur Verfügung gestellt, die eine Bewertung der Sensitivität der Klimawirkung mit der Metrik  $ATR_{20}$  (mittlere Änderung der globalen Jahresdurchschnittstemperatur nach 20 Jahren [20]) pro Einheitsemission bzw. Einheitsflugdistanz ermöglichen (siehe Tab. 3.1).

Tab. 3.1: Klimakostenfunktionen

Bezeichnung	Einflussgröße	Einheit
CCF <sub>CO2</sub>	Kohlenstoffdioxid	K/kg <sub>Fuel</sub>
CCF <sub>H2O</sub>	Wasserdampf	K/kg <sub>Fuel</sub>
CCF <sub>O3</sub>	Kurzlebige Ozon	K/kg <sub>NOx</sub>
CCF <sub>CH4</sub>	Methan	K/kg <sub>NOx</sub>
CCF <sub>PMO</sub>	Langlebige Ozon	K/kg <sub>NOx</sub>
CCF <sub>AIC</sub>	Kondensstreifen-induzierte Zirruswolken	K/km

Basierend auf den Einzel-Klimakostenfunktionen gemäß Tab. 3.1 wurde unter Verwendung von Gl. (3.18) zunächst eine Gesamt-Klimakostenfunktion  $CCF_{\text{ges}}$  ermittelt, die die Summe aller berücksichtigten Einzeleffekte abbildet. Hierbei wurden ein konstanter  $\text{NO}_x$ -Emissionsindex  $EI_{\text{NO}_x} = 0,01 \text{ kg}_{\text{NO}_x} / \text{kg}_{\text{Fuel}}$

sowie ein konstanter Kraftstoffmassenstrom  $FF = 1,51 \text{ kg/s}$  (Abschätzung mit Hilfe des TCM) angenommen.

$$(3.18) \quad CCF_{ges} = CCF_{CO_2} + CCF_{H_2O} + \dots + EI_{NOx} \cdot (CCF_{O_3} + CCF_{CH_4} + CCF_{PM_{10}}) + v_{TAS} / FF \cdot CCF_{AIC}$$

Das Kostenfunktional zur Bestimmung klimaoptimierter Flugrouten wurde zu dem in Gl. (3.19) dargestellten Ausdruck gewählt. Die ortsabhängige Straffunktion  $\Psi = FF \cdot CCF_{ges}$  beschreibt hierbei die Klimawirkung ( $ATR_{20}$ ) pro Zeit; die entlang des Flugweges zeitlich aufintegrierte Straffunktion entspricht somit der verursachten Klimawirkung des Fluges.

$$(3.19) \quad J = c_t \cdot (t_f - t_0) + c_\psi \cdot \int_{t_0}^{t_f} \underbrace{FF \cdot CCF_{ges}(\lambda, \varphi)}_{\text{Klimawirkung (ATR}_{20}) \text{ des Fluges}} dt$$

Bei allen nachfolgend dargestellten Optimierungsergebnissen wurde der Gewichtungsfaktor der Flugzeit stets zu  $c_t = 1/s$  gewählt. Der Gewichtungsfaktor der Klimawirkung  $c_\psi$  wurde hingegen innerhalb weiter Grenzen variiert.

### 3.3.2. Optimierungsergebnisse

Das in den Abschnitten 3.1 und 3.2 erläuterte Optimierungsverfahren wurde unter Berücksichtigung der zusätzlichen Annahmen aus Abschnitt 3.3.1 exemplarisch auf die Flugroute New York (JFK) - Rabat (RBA) angewendet.

**Qualitative Ergebnisse.** Abb. 3.3 und 3.4 zeigen die Verläufe der optimierten Flugrouten zwischen New York und Rabat für variierende Klima-Importanzfaktoren  $c_\psi$ . Die zeitminimale Trajektorie ( $c_\psi = 0$ , schwarz) verläuft unter Ausnutzung der dort stärkeren Rückenwinde in den ersten beiden Flugdritteln südlich der Orthodrome (grau). Im letzten Flugdrittel nähert sie sich dieser an, bis beide Trajektorien näherungsweise kongruent verlaufen (siehe Abb. 3.3).

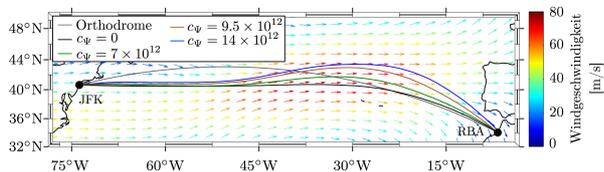


Abb. 3.3: Verlauf der optimalen Flugtrajektorien / Windfeld (Druckhöhe: 11.278 m)

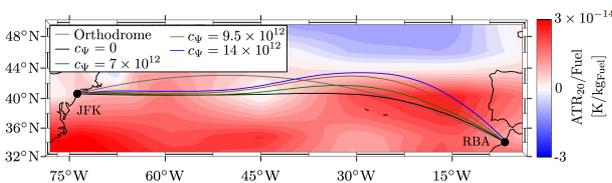


Abb. 3.4: Verlauf der optimalen Flugtrajektorien / Gesamtklimakostenfunktion (Druckhöhe: 11.278 m)

Mit wachsender Importanz  $c_\psi$  der Klimawirkung verschieben sich die optimalen Trajektorien – auf Kosten der Flugzeit sowie des Kraftstoffverbrauches – sukzessive in Richtung Norden und weichen somit dem lokalen Maximum der Klimasensitivität in der Umgebung von  $15^\circ W \mid 40^\circ N$  aus (siehe Abb. 3.4).

**Quantitative Ergebnisse.** Zur Quantifizierung der Ergebnisse werden die Ergebnisgrößen (Flugzeit, Missionskraftstoffmasse, Klimawirkung) aller optimierten Trajektorien auf die zugehörigen Referenzwerte der zeitminimalen Trajektorie ( $c_\psi = 0$ )

normiert. Es zeigt sich, dass sich die verursachte Klimawirkung bei der betrachteten Flugroute deutlich reduzieren ließe, wenn eine gegenüber der zeitminimalen Trajektorie erhöhte Flugzeit sowie ein erhöhter Kraftstoffverbrauch in Kauf genommen würden. Durch die Akzeptanz eines Anstieges der Flugzeit um lediglich 1% könnte demnach die verursachte Klimawirkung um 12% vermindert werden (siehe Abb. 3.5).

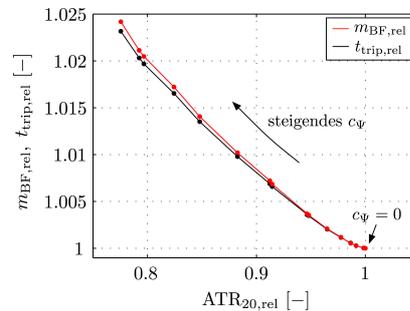


Abb. 3.5: Normierte Missionskraftstoffmassen  $m_{BF,rel}$  und Flugzeiten  $t_{trip,rel}$  als Funktion der normierten Klimawirkung  $ATR_{20,rel}$

## 4. ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

In der vorliegenden Arbeit wurde das Funktionsprinzip eines um die Berücksichtigung realer atmosphärischer Bedingungen ergänzten Werkzeuges zur Simulation von Flugtrajektorien erläutert. Vor diesem Hintergrund wurden insbesondere eine Flughöhen- sowie eine Fluggeschwindigkeitsregelung implementiert, die eine Einhaltung typischer Flugphasenrandbedingungen auch unter von der Standardatmosphäre abweichenden meteorologischen Bedingungen ermöglichen. Zur Einbeziehung der Wirkung horizontaler Winde werden diese im Zuge der Bestimmung der Fluggeschwindigkeit gegenüber Grund mit der Fluggeschwindigkeit gegenüber der Luft überlagert.

Darüber hinaus wurde ein dem TCM vorschaltbares Modul zur lateralen Optimierung von Flugtrajektorien unter Windeinfluss entwickelt, welches auf Prinzipien der optimalen Steuerung basiert. Die zu minimierende Zielgröße setzt sich aus der Summe der Flugzeit und dem Integral über eine ortsabhängige Straffunktion zusammen. Mit Hilfe entsprechender Importanzfaktoren können dem Einfluss der Flugzeit und dem Einfluss der Straffunktion an die jeweilige Fragestellung angepasste Gewichte beigemessen werden. Dieser Optimierungsalgorithmus wurde exemplarisch zur Bestimmung klimaoptimierter Flugtrajektorien angewendet. Hierfür wurde eine Klimakostenfunktion, die die Sensitivität der Klimawirkung gegenüber der Emission von Schadstoffen beschreibt, als Straffunktion in das Kostenfunktional der Optimierung integriert. Anhand der beispielhaft untersuchten Flugroute New York - Rabat konnte aufgezeigt werden, dass die durch diesen Flug verursachte Klimawirkung um 12% reduziert werden könnte, wenn eine Erhöhung der Flugzeit um 1% in Kauf genommen würde.

Zur Zeit befindet sich ein verbesserter Algorithmus zur Optimierung von Flugrouten in der Entwicklungsphase, der eine dreidimensionale Optimierung (lateral und vertikal) von Flugrouten unter Einbeziehung von Flugleistungsmodellen ermöglicht. Zukünftig soll dieser eingesetzt werden, um das Einsparpotenzial (Kraftstoff, Klimawirkung) optimierter Flugrouten zu quantifizieren.

## REFERENZEN

- [1] Alligier, R.; Gianazza, D.; Durand, N.: *Energy Rate Prediction Using an Equivalent Thrust Setting Profile*. 5<sup>th</sup> International Conference on Research in Air Transportation. 2012.
- [2] Berrisford, P.; Dee, D.; Poli, P.; Brugge, R.; Fielding, K.; Fuentes, M.; Kallberg, P.; Kobayashi, S.; Uppala, S.; Simmons, A.: *The ERA-Interim Archive*. European Centre for Medium-Range Weather Forecasts. 2011.
- [3] Bryson, A. E.; Ho, Y. C.: *Applied Optimal Control*. Hemisphere Publishing Corporation. 1975.
- [4] Dormand, J. R.; Prince, P. J.: *A family of embedded Runge-Kutta formulae*. Journal of Computational and Applied Mathematics, Band 6, Nr. 1, S. 19-26. 1980.
- [5] Grewe, V.; Frömming, C.; Matthes, S.: *Aircraft routing with minimal climate impact: The REACT4C cost function modelling approach*. Geosci. Model Dev., 7, S. 175-201. 2014.
- [6] Irvine, E. A.; Hoskins, B. J.; Shine, K. P.; Lunnon, R. W.; Frömming, C.: *Characterizing North Atlantic weather patterns for climate-optimal aircraft routing*. Meteorological Applications, Band 20, S. 80-93. 2013.
- [7] Jardin, M.; Bryson, A. E.: *Methods for Computing Minimum-Time Paths in Strong Winds*. Journal of Guidance, Control and Dynamics, Band 35, Nr. 1, S. 165-171. 2012.
- [8] Koch, A.; Lührs, B.; Dahmann, K.; Linke, F.; Grewe, V.; Litz, M.; Plohr, M.; Nagel, B.; Gollnick, V.; Schumann, U.: *Climate impact assessment of varying cruise flight altitudes applying the CATS simulation approach*. 3<sup>rd</sup> CEAS Air & Space Conference; 21<sup>st</sup> AIDAA Congress. 2011.
- [9] Lee, D.; Fahey, D.; Forster, P.; Newton, P.; Wit, R.; Lim, L.; Owen, B.; Sausen, R.: *Aviation and global climate change in the 21st century*. Atmospheric Environment, Band 43, S. 3520-3537, 2009.
- [10] Lunze, J.: *Regelungstechnik 1 – Systemtheoretische Grundlagen, Analyse und Entwurf einschleifiger Regelungen*. 8. Auflage, Springer-Verlag. 2010.
- [11] Lunze, J.: *Regelungstechnik 2 – Mehrgrößensysteme, Digitale Regelung*. 5. Auflage, Springer-Verlag. 2008.
- [12] Marks, T.; Linke, F.; Gollnick, V.: *Bewertung des Konzeptes von Formationsflügen ziviler Verkehrsflugzeuge im Lufttransportsystem*. 62. Deutscher Luft- und Raumfahrtkongress. 2013.
- [13] Ng, H.; Sridhar, B.; Grabbe, S.: *Optimizing Aircraft Trajectories with Multiple Cruise Altitudes in the Presence of Winds*. Journal of Aerospace Information Systems, Band 11, Nr. 1, S. 35-47. 2013.
- [14] Niklaß, M.; Grewe, V.; Ghosh, R.; Lührs, B.; Linke, F.; Schmitt, A.; Luckova, T.; Gollnick, V.: *A Methodology to Assess the Cost-Benefit Potentials of Climate Optimal Trajectories*. 63. Deutscher Luft- und Raumfahrtkongress. 2014.
- [15] Nuic, A.: *User Manual for the Base of Aircraft Data (BADA) Revision 3.9, EEC Technical/Scientific Report No. 11/03/08-08*. Eurocontrol. 2011.
- [16] Poles, D.: *Base of Aircraft Data (BADA) Aircraft Performance Modelling Report, EEC Technical/Scientific Report No. 2009-009*. Eurocontrol. 2009.
- [17] Pontryagin, L. S.; Boltjanskij, V. G.; Gamkrelidze, R. V.; Miscenko, E. F.: *Mathematische Theorie optimaler Prozesse*. Oldenbourg München. 1964.
- [18] Press, W. H.; Teukolsky, S. A.; Vetterling, W. T.; Flannery, B. P.: *Numerical Recipes in C – The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, 1992.
- [19] Sausen, R.; Nodorp, D.; Land, C.; Deidewig, F.: *Ermittlung optimaler Flughöhen und Flugrouten unter dem Aspekt minimaler Klimawirksamkeit*. DLR-Forschungsbereich. 1996.
- [20] Schwartz, E.; Kroo, I.; Waitz, I.: *Metric for Comparing Lifetime Average Climate Impact of Aircraft*. AIAA Journal, Band 49, Nr. 8, S. 1600-1613. 2014.
- [21] Sridhar, B.; Chen, N. Y.; Ng, H.; Linke, F.: *Design of Aircraft Trajectories based on Trade-offs between Emission Sources*. 9<sup>th</sup> USA/Europe Air Traffic Management Research and Development Seminar. 2011.
- [22] Stach, R.: *Online-Optimierung in der Mehrsystemdynamik unter der erweiterten Klasse von Nebenbedingungen*. Dissertation, Universität Bremen. 2012.
- [23] Vincenty, T.: *Direct and Inverse Solutions of Geodesics on the Ellipsoid with Application of Nested Equations*. Survey Review, Band 23, Nr. 176, S. 88-93. 1975.
- [24] Wicke, K.; Kruse, M.; Linke, F.: *Mission and economic analysis of aircraft with Natural Laminar Flow technology*. 28th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences (ICAS). 2012.
- [25] Zermelo, E.: *Über das Navigationsproblem bei ruhender oder veränderlicher Windverteilung*. Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik, Band 11, Nr. 2, S. 114-124. 1931.