Masteroppgave

Likhetstegnet i elementær algebra

En studie av tiendeklasse-elevers forståelse av likhetstegnet ved bruk av algebralæringsprogrammet Aplusix

Av Antje Meier

Masteroppgaven er gjennomført som et ledd i utdanningen ved Universitetet i Agder og er godkjent som sådan. Denne godkjenningen innebærer ikke at universitetet innestår for de metoder som er anvendt og de konklusjoner som er trukket.

Veileder: Førsteamanuensis Said Hadjerrouit

Universitetet i Agder, Kristiansand

03.06.2009

Forord

Gjennom mitt studium og undervisningsperioder på ungdoms- og videregående skole har jeg utviklet en spesiell interesse for to temaer, algebra og IKT. Personlig interesse, opplevelser i skolehverdagen i sammenheng med algebra og IKT, og offentlige diskusjoner om elevenes dårlige prestasjoner i nasjonale og internasjonale tester førte til at jeg valgte denne problemstillingen.

Det mentale forarbeide til oppgaven, med mange samtaler og diskusjoner rundt en mulig problemstilling, begynte allerede i november 2007. I februar 2008 utviklet jeg en problemstilling og fram til sommeren leste jeg mye av forskningslitteraturen rundt temaet mitt. Også valget av skole og planlegging av eksperimentet på skolen ble gjennomført før sommeren. I slutten av september 2008 foretok jeg datainnsamlingen og brukte resten av året med analysen av materialet. Januar til mai 2009 brukte jeg til skriving av oppgaven.

Jeg vil gjerne takke alle som har bidratt og hjulpet i hele prosessen.
Skoleledelsen og lærere vil jeg takke for å kunne gjennomføre eksperimentet med Aplusix og å kunne samle data i matematikktimene deres. Et spesielt takk til dataansvarlig lærer på skolen som med sine kreative ideer var til stor hjelp i forbindelse med tekniske utfordringer.
Takk til alle elever som deltok, spesielt til dem som jeg fikk lov til å intervjue.
En takk også til professor Ole Einar Torkildsen for gode råd og støtte underveis.

Veilederen min, førsteamanuensis Said Hadjerrouit vil jeg takke for mange verdifulle samtaler og diskusjoner og nyttige råd fra idé til ferdig oppgave.

Volda, mai 2009

Antje Meier

Sammendrag

Denne masteroppgaven er en studie av tiendeklasse-elevers forståelse av likhetstegnet, algebraiske strategier og prestasjon ved bruk av algebralæringsprogrammet Aplusix.
Jeg har brukt teorien om didaktiske situasjoner (TDS) som teoretisk rammeverk for å undersøke elevenes algebraiske forståelse og deres bruk av Aplusix, og for å analysere hvordan dette programmet kan nyttes i læring av elementær algebra. Bruken av Aplusix, i forbindelse med emnet ligninger, ble analysert og evaluert både fra et elev- og fra et lærerperspektiv.

Problemstilling

> ***Kan bruken av programmet Aplusix i algebraundervisningen forandre elevenes forståelse av likhetstegnet og forbedre algebraisk forståelse og elevenes prestasjoner?***

Metode
Jeg anvender både kvantitative og kvalitative metoder. De mest sentrale metodene er skriftlig pre- og posttest og elevenes aktiviteter med Aplusix, spesielt Aplusix-protokoller og replay-videoer.
I tillegg bruker jeg observasjon og spørreskjema for alle elever, og intervju av enkelte elever og lærere.
For å øke reliabiliteten og validiteten av metodene brukte jeg en metodetriangulering.

Resultater, analyse og konklusjon
Etter å ha brukt Aplusix i 4 timer, hadde 23% av elevene forandret sin forståelse av likhetstegnet i retning mot en relasjonell forståelse. I posttesten brukte flere elever algebraiske skrivemåter og strategier enn i pretesten. Men prestasjonen i testene var sterk avhengig av oppgavetypen. Brøkoppgaver var et uoverkommelig problem for mange.

Mens programmet for de fleste elever var teknisk lett å bruke, var det ikke alle elevgrupper som hadde like god pedagogisk nytte av programmet.
Elevenes interaksjoner med programmet gjennom stadige tilbakemeldinger ble, både av lærere og elevene, oppfattet som viktig hjelp til læring.

Analyse og tolkning av funnene indikerer at Aplusix innebærer et potensial for læring, men ikke for alle typer elever.
For at Aplusix skal ha en positiv effekt for flere elever bør noen betingelser være oppfylt:
Elevene bør ha tilstrekkelig forkunnskap om grunnleggende aritmetikk og algebra.
Læreren burde ha mer IKT-kompetanse, både i forhold til teknisk og didaktisk kunnskap.
En integrasjon av Aplusix i læringsmiljøet ville øke nytteverdien av programmet for undervisning av elementær algebra.

Summary

My Master Thesis is a study of 10th grade pupils' understanding of the equal sign, and their algebraic strategies and perfomance solving algebraic equations using the algebra learning program Aplusix.
The theoretical framework I used is the theory of didactical situations (TDS). It helped to examine the pupils' algebraic understanding, their use of Aplusix, and to analyse how this program can be an aid in learning elementary algebra. I have examined the pupils' use of the Aplusix program for solving equations from both the pupils' and the teachers' perspectives.

Research question:
Can the utilization of Aplusix in algebra teaching change pupils' understanding of the equal sign, thus improving their algebraic conception and performance?

Method
I use both quantitative and qualitative methods. The most central methods are written pre- and post-tests and pupils' activities with Aplusix, especially Aplusix- protocols and video-replay. Other methods are observation, a questionnaire to all pupils, and interviews with some pupils and teachers.
To increase reliability and validity of the methods, I used triangulation of the methods.

Results, analysis and conclusions
After using Aplusix in four algebra lessons, 23% of the pupils changed their understanding of the equal sign from an operational into a relational understanding. In the post-test more pupils used algebraic writing methods and strategies than in the pre-test. However, the performance depended heavily on the type of task. Fraction assignment is to many pupils an insurmountable difficulty.

Whilst most pupils had little difficulty with the program technically, the pedagogic usability was less obvious. Both teachers and pupils think that interactions with the program through repeated feedback is a good aid in the learning process.

My analysis and interpretation indicate that Aplusix shows potential for the learning process, although not all types of pupils benefit equally well.
Aplusix can be beneficiary to several pupils if some conditions are met:
1. *Pupils* should have sufficient knowledge about basic arithmetics and algebra.
2. *Teachers* should have adequate ICT competence, both technically and didactically.
Integration of Aplusix into the learning environments would increase the value of the program for teaching elementary algebra.

Innhold

1. Innledning

1.1 Bakgrunn for oppgaven

Min motivasjon for å forske om algebra og spesielt om likhetstegnet er grunnet i egne erfaringer med elever fra ungdomsskolen, videregående skole og lærerstudenter. Jeg observerte at mange elever, også på høyere trinn, har et operasjonelt konsept av likhetstegnet og samtidig store problemer med bruk av algebraiske strategier i ligningsløsning
Men også litteraturstudier og diskusjoner i samfunnet, særlig i forhold til PISA-studien, har vekt min interesse for forskning om algebra.
Mens jeg gjennom mastergradsstudiet ble kjent med algebraprogrammet Aplusix (basert på ekvivalensprinsippet) forsto jeg at ekvivalensforståelse er helt avgjørende for å kunne manipulere og løse ligninger på en algebraisk måte.
Spørsmålet jeg stilte meg var om dette IKT-verktøyet kunne være egnet til å forandre elevenes forståelse av likhetstegnet og dermed øke prestasjonen i algebraiske ligninger.

1.2 Temabeskrivelse, mål og problemstillingen

1.2.1 Temabeskrivelse

Algebra oppleves som vanskelig for de fleste elever. Sammenhengen mellom elevenes operasjonelle konsept av likhetstegnet og problemer med bruk av algebraiske strategier i ligningsløsning er beskrevet av mange forskere (Baroudi, 2006; Brekke, 1995; Carpenter, Franke, & Levi, 2003; Carpenter & Levi, 2000; Jones, 2007; Kieran, 1981; Knuth, Stephens, McNeil, & Alibali, 2006). Knuth et al. (2006) konkluderer med at en operasjonell forståelse av likhetstegnet kan være et stort hinder for læring av algebra. En relasjonell forståelse, dvs. en ekvivalensforståelse av oppgaven, derimot virker positivt på elevens prestasjon i løsning av algebraiske ligninger.

Kan et *IKT-verktøy* brukes for å forandre et av elevenes grunnleggende matematiske konsept? Spørsmålet er hva som er målsettingen med bruk av IKT-verktøy. Skal elevene gjennom drilloppgaver øve allerede eksisterende ferdigheter, eller skal programmet brukes i utforskning og til å konstruere ny kunnskap? Det finnes allerede mye forksning på IKT i matematikkundervisningen (Baroudi, 2006; Blomhøj, 2003a, 2003b; Fuglestad, 2003, 2005; Heid, 1995; Hennessy, Ruthven, & Brindley, 2005; Kieran, 2007; C. Kieran & Drijvers, 2006b; Laborde, 2001, 2007; Rossevatn, 2006) som tyder på at IKT-verktøy under visse betingelser er egnet til å øke forståelsen og til å lage ny kunnskap.
Forskning med programmet Aplusix i Frankrike, Italia, Brasil, India og Vietnam (Bouhineau, Nicaud, Chaachoua, Bittar, & Bronner, 2005; Nicaud, 2007; Nicaud, Bittar, Chaachoua, Inamdar, & Maffei, 2006) viser til positive resultater og tyder på at programmet kan være et egnet verktøy i læring av elementær algebra. I Norge er Aplusix sannsynligvis ikke brukt i forskningssammenhenger hittil.

1.2.2 Mål

Oppgaven er designet for å nå følgende mål:

1. **Diagnostiske målinger av elevenes forståelse av likhetstegnet og kunnskap i elementær algebra**: Målet med diagnostiske tester, både før og etter arbeidsperioden med Aplusix, er å finne ut om det er mulig at elevene forandrer sin forståelse av likhetstegnet, bruker mer algebraiske strategier og presterer bedre i å løse ligninger.

2. **Evaluering av elevenes bruk av Aplusix i forbindelse med emne ligninger:** Jeg ønsker å finne ut om Aplusix, som er designet med basis på ekvivalensbegrepet, kan

være et egnet verktøy for å bidra til forandringen av elevenes forståelse av likhetstegnet mot en relasjonell forståelse, deres løsningsstrategier og prestasjoner av ligninger. Gjennom en dybdeanalyse av elevenes aktiviteter med Aplusix skal jeg undersøke under hvilke betingelser disse forandringer kan skje.

3. **Anbefalinger til lærere og forskere**: Etter en grundig diskusjon av funnene i lys av tidligere forskningslitteratur prøver jeg å gi noen implikasjoner for bruk av Aplusix i algebraundervisning og for videre forskning.
   Gjennom oppgaven min ønsker jeg samtidig å skape og å spre kunnskap om programmets muligheter og begrensninger som IKT-verktøy i matematikkundervisningen.
   På grunn av at forskningen baserer seg på et lite utvalg elever og en kort tidsperiode, kan disse anbefalinger ikke generaliseres og kan ikke gjelde alle tiende klasser i Norge. Videre forskning vil bli nødvendig.

1.2.3 Problemstilling

Ut i fra mine mål for studien stiller jeg følgende forskningspørsmål:

Kan bruken av programmet Aplusix i algebraundervisningen forandre elevenes forståelse av likhetstegnet og forbedre algebraisk forståelse og elevenes prestasjoner?

Den *første delen* fokuserer på en mulig forandring av elevenes forståelse av likhetstegnet gjennom bruk av Aplusix. Kan programmet være et egnet verktøy til å føre til forandring, eller er et papir/blyant-miljø bedre egnet? Testresultater fra både en Aplusix-gruppe (elever som bare bruker Aplusix) og en papir/blyant-gruppe (elever som bare bruker papir/blyant) relateres til hverandre for finne et svar.

Den *andre delen* av spørsmålet retter seg mot strategier som elevene bruker i løsningsposessen av ligninger. En operasjonell forståelse av likhetstegnet er som oftest forbundet med bruk av intuitive eller aritmetiske løsningsstrategier, der den algebraiske oppgavestrukturen ikke blir oppdaget. En relasjonell forståelse er som regel knyttet til en algebraisk strukturforståelse og dermed algebraiske løsningsstrategier. Bruker elevene som har relasjonell forståelse etter eksperimentet mer algebraiske strategier enn de gjorde før? Ved å se på elevenes løsningsstrategier og tenkemåter håper jeg å finne forklaringer for elevenes forandringer eller stagnasjon

Tredje delen retter seg mot elevenes prestasjon i algebraiske oppgaver, både før og etter eksperimentet. Spørsmålet er om elevene som har forandret forståelsen av likhetstegnet eller har en relasjonell forståelse fra før, også viser en forbedring i prestasjonen, noe som Knuth et al. har vist (2006).

1.3 Kontekst

Skolen: Jeg hentet datamaterialet fra fire tiende klasser fra en ungdomsskole i Møre og Romsdal. Skolen er utstyrt med et datarom med en pc til hver elev.
Elever: 113 elever av begge kjønn deltok i prosjektet. To klasser deltok i Aplusix-sekvenser på datarommet, to klasser jobbet på klasserommet. Forventet forkunnskap er relatert til lokal matematikkplan (slutten av 9. klasse) og kunnskapsløftet 06. Elevene har grunnleggende dataferdigheter.

Lærer: Seks lærere underviser i faget matematikk i de fire klassene. Alle har matematikkunskap fra allmenlærerutdanning, ingen har fordypning i matematikk. Bortsett fra en lærer, som ikke var med i Aplusix-gruppen, hadde ingen formell IKT-kompetanse.

1.4 Oppbygging av oppgaven

1.4.1 Metoder

Jeg anvender både kvantitative og kvalitative metoder. For å finne svar på forskningsspørsmålet mitt må jeg gå i dybden og legger derfor hovedvekten på kvalitative metoder.
De mest sentrale metodene er skriftlig pre- og posttest og elevenes aktiviteter med Aplusix. I tillegg bruker jeg observasjon og spørreskjema til hele Apluix-gruppen og intervju av enkelte elever og to lærere. En metodetriangulering, der jeg hvis mulig relaterer resultat fra alle metoder til hverandre, hjelper til å få et helhetlig og differensiert bilde.

1.4.2 Disposisjon

Oppgaven er oppbygd på følgende måte.
I *kapittel 2* gir jeg innblikk i sentral og relevant forskning i fagfeltet. Viktige bidrag relatert til algebra og likhetstegnet (2.1), algebra i Norge (2.2) og IKT-verktøy i den elementære algebra-undervisningen (2.3) presenteres kort.
Dataprogrammet Aplusix blir bekrevet i *kapittel 3*. Grunnleggende prinsipper presenteres i delkapittel 3.1, hovedkomponentene i 3.2 og tidligere eksperimenter med Aplusix i 3.3.
Kapittel 4 tar for seg det teoretiske grunnlaget av oppgaven.
I *kapittel 5* beskriver og begrunner jeg mine valg av metodene, både til datainnsamling (5.4), dataanalyse (5.5) og gjennomføring (5.6).
Analysekapittelet (6) er delt opp i forhold til forskningsspørmålet. Delkapittel 6.1 analyserer om det har skjedd forandring av forståelsen av likhetstegnet. Om prestasjonen av ligningsløsning har økt i løpet av eksperimentet undersøker jeg i 6.2. For å kunne finne begrunnelser for forandring eller stagnasjon gjennomfører jeg en dybdeanalyse (6.3) der jeg undersøker elevenes aktiviteter med Aplusix i forhold til ekvivalensforståelse (6.3.2.1) og deres løsningsstrategier og feilforestillinger (6.3.2.2). Analysen av elevenes bruk av programmet (6.3.2.3) gir svar på om programmet kan gi et bidrag til læring av elementær algebra, spesielt i forhold til forståelse av likhetstegnet og ekvivalens.
De viktigeste funnene trekkes inn i en diskusjon (*kapittel 7*) opp mot relevant forskningslitteratur. I et eget delkapittel diskuterer jeg en mulig integrasjon av Aplusix i klasserommet (7.5).
Oppgaven avsluttes med en kritisk refleksjon over arbeidet (*kapittel 8)* og pedagogiske implikasjoner og antydninger til videre forskning (*kapittel 9*).
En litteraturliste over oversikt over vedlegg følger i *kapittel 10.*

1.5 Begreper og forkortelser

Ekvivalens: Ordet stammer fra det latinske ordet *aequus* som betyr *lik* og *valere* som betyr *å gjelde*. På norsk sier man *likeverdighet* (Wikipedia, 2007). For eksempel har i oppgaven $3+1=2+2$ det venstre uttrykket den samme verdien som det høyre uttrykket.

Egenskaper (Wikipedia, 2008):

a. Refleksiv: a=b
b. Symetrisk: hvis a=b, så er b=a.

c. Transitiv: hvis a=b og b=c, så er også a=c.

Den symmetriske betydningen av ekvivalens er viktig i forhold til oppgaven min.

Likhetstegn er symbolet som viser ekvivalens. Notasjonen baserer seg på Robert Recorde som publiserte i *The Whetstone of Witte* (1557) at han bruker et par parallelle linjer av samme lengde fordi ingenting kan være mer ekvivalent enn disse (Jones, 2007).

I dag brukes symbolet i *flere betydninger* (Jones, 2007):

a. Operator: Likhetstegnet står for et kommando for å utføre en aksjon, for eksempel 2+2=4.
b. Relasjon: Uttrykkene på begge sidene av likhetstegnet har samme verdi, for eksempel 2+2=3+1.
c. Tilordning: For eksempel n=15.
d. Likhet for alle verdier av en variabel, for eksempel 2(x+4)=2x+8.
e. Likhet for bestemte verdier av en variabel, for eksempel x+10=2x+18.
f. Digital teknologi har gitt nye bruksområder, for eksempel som svarknapp i enkelte lommeregnere.

Betydningen a., b. og delvis f. er relevant for oppgaven min.

Operasjonell betydning: Elevene oppfatter likhetstegnet som kommando for å utføre en operasjon (Behr, Erlwanger, & Nichols, 1980; Jones, 2007; Kieran, 1981; Knuth et al., 2006).

Relasjonell betydning: Uttrykkene på høyre og venstre side av likhetstegnet settes i relasjon. Likhetstegnet betyr at verdiene er like på begge sidene. Denne betydningen tilsvarer den opprinnelige ekvivalensbetydningen av likhetstegnet. Elever som ser at begge uttrykkene har samme verdi, for eksempel i oppgaven 2+3=4+1, har et relasjonelt konsept av likhetstegnet (Kieran, 1981).

Aplusix: a + x

TDS - Teori av didaktiske situasjoner (Brousseau, 1997), nærmere beskrevet i kapittel 4.

2 Algebra

Dette kapittelet gir et innblikk i sentral og relevant forskning. Første delkapittel (2.1) behandler algebra og likhetstegnet. Likhetstegn spiller en rolle, både i aritmetikk og algebra. For å kunne forske på elevenes forståesle av likhetstegnet er det derfor nødvendig, også å se på relasjoner mellom algebra og aritmetikk. Delkapittel 2.2 handler om utviklingen av algebra i Norge, synlig gjennom tidligere læreplaner, og elevenes prestasjoner, vist gjennom nasjonale og internasjonale studier. Kapittelet avslutter med en litteraturstudie i forhold til bruk av IKT i algebraundervisningen (2.3).

2.1 Algebra og likhetstegn i forskningslitteratur

Likhetstegn som symbol brukes både i aritmetikk og i algebra, ofte med ulik betydning.

- Det første avsnittet (2.1.1) handler derfor om forskningen rundt algebra og sammenhengen med aritmetikk.
- I andre avsnittet (2.1.2) belyser jeg noen forskningsstudier i forhold til likhetstegnet.
- Det tredje avsnittet (2.1.3) handler om sammenhengen mellom forståelsen av likhetstegnet og prestasjon for elementær algebra. Denne delen baserer seg hovedsakelig på følgende forskningsstudie: *Does understanding the equal sign matter? Evidence from solving equation.* (Knuth et al., 2006).

2.1.1 Algebra

Forkningslitteratur fra områdene aritmetikk og algebra og sammenhengene mellom dem viser at det er mange forskjellige meninger om og hvordan disse to fagfelt hører sammen.
To ganske ulike oppfatninger skiller seg ut.

a) Aritmetikk og algebra er to forskjellige emner i matematikken som skal undervises etter hverandre på skolen, først aritmetikk i sju år og fra åttende klasse algebra.
b) Algebra og aritmetikk er ikke helt forskjellig. Algebra skal undervises fra første klasse av.

a) Aritmetikk og algebra er to forskjellige emner

Synet på algebralæring utviklet seg parallelt med utviklingen av pedagogikken, fra et behavioristisk til konstruktivistisk syn. Küchemann (1981) bruker Piaget's stadieteori for å forklare elevenes problemer med algebra. Han mener at flertallet av elevene er på et konkret stadium og vil aldri nå det abstrakte stadiet der man kan lære algebra. Dette synet har vært sterkt rådende i norsk pedagogikk og er fortsatt utbredt blant matematikklærerne på ungdomsskolen. I et intervju i sammenheng med min MERG 14 (Mathematical Education Research Groups) – oppgave sier en lærer fra en 10. klasse at algebra er for abstrakt for mange elever og videre: *"... Det er ikkje alle elevane i tiande klasse som har noko forutsetning for å kunne klare å forstå algebra."*(Meier, 2008, s. 46). Dette synet på elevenes læring av algebra har ført til tradisjonen at aritmetikk blir undervist de første skoleårene, og senere på ungdomskolen innføres symbolsk algebra. Å bli plutselig konfrontert med symbolsk algebra må skape problemer for mange elever. Uten å ha brukt algebraiske notasjoner og konvensjoner fra før (for eksempel ekvivalensbetydningen av likhetstegn) skal elevene begynne å forenkle og manipulere uttrykk. Dette kommer inn for tidlig, mener Vinje-Christensen (2005). Siden elevene ikke er forberedt på algebra, lærer de prosedyrer og regler uten å forstå. Brekke et al.(2000, s. 42) uttrykker det slik: *" … flesteparten av elevane bruker mykje av den tida dei arbeider med algebra, til å flytte* tomme *symbol meiningslaust rundt på eit papir"*. Han mener at solide kunnskaper i tallregning må være fundamentet for algebraisk begrepsbyggelse. At det trengs mye tid til begrepsdannelsen, er også Herscovics og Linchevski (1994, s. 60) enig i:

> *" .., many students do not have the time to construct a good intuitive basis for the ideas of algebra or to connect these* with *the pre-algebraic ideas they have developed in primary school; they fail to construct meaning for the new symbolism and are reduced to performing meaningless operations on symbols they do not understand."*

De beskriver et "kognitivt gap mellom aritmetikk og algebra" og foreslår at det må bygges en bro mellom sluttfasen av aritmetikk og begynnelsen av algebra. Prealgebra kunne være en slik bro som gjør overgangen fra aritmetikk til algebra lettere. Ulike måter å introduserere algebra på kan ha en positiv effekt.

Dersom man ser aritmetikk som konkret lærestoff, som passer for alle elever, men algebra som abstrakt stoff, som bare passer for enkelte elever, kan det ha konsekvenser for undervisningen. Det kan føre til at lærerne fokuserer hovedsaklig på prosedyrelæring. Læreren argumenterer at på denne måten har også svake elever muligheten til å stå på eksamen (Meier, 2008). Elevene som utfører prosedyrer uten å forstå, vil oppleve algebralæring som meningsløst.

b) Aritmetikk og algebra er ikke helt forskjellig

Carraher og Schliemann (2007) sier at det ikke behøver å være et gap. Også Hovik (2006) mener at et skille mellom aritmetikk og algebra er kunstig. Disse forskerne ser algebra ikke som et eget matematisk emne som skal innføres etter noen år med aritmetikk, men som en generalisering i alle emner. Carraher og Schliemann mener at algebra derfor bør gjennomsyre aritmetikken og andre emner fra første matematikktimen av. De mener at det ligger potensiell algebra i alle aritmetiske oppgaver.

Forskningen som Carraher og Schliemann (2007, s. 670) referer til, viser at elevene på ungdomsskolen og videregående skole hovedsakelig har følgende problemer med algebra:

1. Elevene tror at likhetstegnet bare representerer en umiddelbar operator som produserer noe på høyre side (output) etter å ha sett noe inn noe på venstre side (input).
2. Elevene fokuserer på å finne et bestemt tall som er svaret.
3. Elevene oppdager ikke kommutative og distributive egenskaper.
4. Elevene bruker ikke matematiske symboler for å uttrykke relasjoner mellom kvantiteter.
5. Elevene forstår ikke bruken av bokstaver og variabler.
6. Elevene har store problem med å regne med ukjente størrelser.
7. Elevene forstår ikke at like manipulasjoner på begge sider ikke forandrer hele verdien.

Carraher og Schlieman forfekter idéen av "Early Algebra" (EA) for å forbedre denne situasjonen. Også andre forskere (Carpenter, Franke, & Levi, 2003; Kieran, 1981, 1992; 2007) har med sine skrifter om undervisning og læring av algebra i stor grad bidratt til denne teorien. Nøkkelideen til EA er at aritmetikk er en del av algebra. Eksempler i aritmetikk kan alltid være eksempler for mer abstrakte ideer og konsepter. Det er altså potensiell algebra i hver aritmetisk oppgave, helt fra 1. klasse. Men det tar mye tid å utvikle algebraisk forståelse (Herscovics, 1994). Da er det innlysende at hvis man begynner tidligere, så har man mer tid til å bygge opp forståelsen. En abstraksjon på et ikke-formelt nivå er tidlig mulig. Dette viser diverse studier (Carpenter et al., 2003; Høines, 2006; Mason, Johnston-Wilder, & Graham, 2005; van Ameron, 2003). Forskerne har funnet at unge barn kan lykkes med å lære regler, prinsipper og representasjoner av algebra.

Et argument som Carraher og Schlieman bruker, er at man i tidligere kulturer, før algebraiske notasjoner ble oppfunnet, allerede kunne løse algebraiske problem. Derfor tenker man at også elever, før de får undervisning i symbolsk algebra, kan jobbe med variabler og aritmetiske regler (Harper, 1987, referert i Carraher & Schliemann, 2007). Før barn begynner på skolen har de allerede lært et språk. Det krever abstrakte konsept, og man kan gå ut fra at elevene er mestre i abstraksjon (Gattegno, 1970, referert i Mason et al., 2005).

Elevenes problemer handler ikke bare om symbolspråket i forhold til bokstaver, men også om en begrenset forståelse av likhetstegnet. Ser elevene likhetstegnet bare som en operator og ikke som et ekvivalenstegn, som uttrykker en relasjon, vil det medføre store konsekvenser for algebralæringen. Dette skal jeg utdype i det følgende avsnittet.

2.1.2 Likhetstegn

Symbolet for likhetstegn har flere betydninger.
I innledningen listet jeg opp mulige betydninger av likhetstegnet (kapittel1) og ga en kort begrepsforklaring av den operasjonelle og relasjonelle betydningen.

O*perasjonell:* Å bruke likhetstegnet som operator er nyttig når man adderer og subtraherer og ved bruk av kalkulator. Jones (2006) sier: *"An arithmetic expression is like a film set on which the numbers are the actors, the operators are the script and the equal sign is the director who shouts* "Action!"" Språket som blir brukt fokuserer på at likhetstegnet er en oppfordring til å utføre en operasjon, og at svaret følger bak: *blir lik, svaret er* (Brekke, Grønmo, & Rosén, 2000; Carpenter & Levi, 2000; Carraher & Schliemann, 2007; Jones, 2006; Kieran, 1981; McNeil & Alibali, 2005). Carpenter m.fl. og Mc Neil og Alibali mener at det er mest naturlig for et barn å bruke likhetstegnet i denne betydningen.

Relasjonell: En ligning oppfattes som en relasjon mellom et uttrykk på høyre og på venstre side av likhetstegnet. Symbolet for likhetstegnet har da en ekvivalensbetydning, dvs. verdien på begge sidene er lik (Kieran, 1981). Rekkefølgen av symbolene spiller ingen rolle, sidene kan byttes (symmetrisk ekvivalens). Oppgaven ses som helhet, som objekt, og ikke bare som ansamling av symboler og tall. En relasjonell forståelse av likhetstegnet er avgjørende for å kunne se den algebraiske strukturen av en oppgave og for å kunne løse oppgaven med algebraiske strategier (Carpenter et al., 2003; Kieran, 1981; Vinje-Christensen, 2005).

Likhetstegn i undervisning
Det synes at norske lærere ofte underviser etter teorien at aritmetikk og algebra er to forskjellige ting (se 2.1.1a). På barneskolen blir elevene i stor grad bare kjent med den operasjonelle betydningen av likhetstegnet. I 8. klasse, når algebra innføres, er det nødvendig at elevene kjenner til den relasjonelle betydningen (Brekke, Grønmo, & Rosén, 2000). Men ny undervisning om likhetstegnet på dette trinnet finner sjelden sted (Knuth et al., 2006). Blir elevene bare kjent med det operasjonelle konseptet av likhetstegnet, kan det føre til en del vaner og feilmønster allerede i aritmetikken. Disse kan senere, når elevene begynner med formell algebra, skape store problem.
For eksempel kan konseptet "oppgaven står på venstre side, svaret på høyre side" bidra til at likhetstegnet får en *"venstre til høyre effekt"*. Følgende diagnostiske oppgave viser at elevene er vant med å regne fra venstre til høyre (Brekke et al., 2000).

Skriv rett tall i ruten
   c) $3+2\cdot\square=15$

I forbindelse med KIM-prosjektet (Kvalitet i matematikkundervisningen) ble svarene fra 505 5. klasser, 517 7. klasser og 511 9. klasser analysert. De fleste elever på alle tre klassetrinn satte inn tallet 3 (feil svar). Elevene utførte addisjonen 3+2=5 og deretter multiplikasjonen 5·3=15.
Venstre til høyre-effekt er et sterkt konsept som fører til aritmetiske problemer. Reglene om regneprioriteter blir ikke tatt hensyn til. Brekke m.fl. mener at regneprioriteter ikke er vanskelig lærestoff, men at man har fokusert for lite på disse konvensjoner (Brekke et al., 2000). Disse problemer blir enda større når man innfører variabler i algebra. Oppgavestrukturen blir da ikke forstått.

Et annet eksempel er bruk av *regnerekker*. Elevene utfører en rekke operasjoner etter hverandre, som en tekstoppgave som utvikler seg fra venstre til høyre side (for eksempel *3+5=8-2=6+5=11*). Likhetstegnet signaliserer ikke en verdibalanse mellom høyre og venstre side, men en kommando for å gjøre noe. Denne betydningen har også likhetstegnet på kalkulatoren. *"Calculators also reinforce activator notions because pressing the equal button completes a programmed operation"*(Jones 2006, s.7). Baroudi (2006) mener at bruken av kalkulator kan bidra til å feste konseptet av den operasjonelle betydningen ytterlige.

Begrenset forståelse
Flertallet av elevene har et begrenset konsept av likhetstegnet. Carpenter et al. (2003) sier: *"a limited conception of what equal sign means is one of the major stumbling blocks in learning algebra"*. En operasjonell forståelse er egnet til å kunne utføre aritmetiske regninger. Men en relasjonell forståelse åpner for å bruke styrken av algebra, å kunne representere problem og manipulere komplekse matematiske uttrykk. Det kan berike både læring av aritmetikk og algebra. Uten relasjonell forståelse vil elevene ikke forstå oppgavestrukturene. Algebra blir en meningsløs manipulasjon av uttrykk etter lærte regler, men uten forståelse (Brekke et al., 2000).
Det operasjonelle konseptet av likhetstegnet som elevene bruker i mange år sitter veldig fast. Videregående elever og til og med høyskolestudenter forstår ikke ekvivalensbetydningen av likhetstegnet. Å forandre på dette tar lang tid (Kieran, 1981). Mc Neil og Alibali (McNeil & Alibali, 2005) mener at det første operasjonelle konseptet aldri blir utradert. Men hvis elevene får mange eksempler som ikke vektlegger operasjonell forståelse, men heller har en relasjonell kontekst, kan nye relasjonelle konsepter bli aktivert og overdekke det operasjonelle konseptet.
Ved å lære elevene flere betydninger av likhetstegnet helt fra begynnelsen av, vil en senere (nesten umulig) forandring av konseptet ikke være nødvendig (Breiteig & Grevholm, 2006; Carpenter et al., 2003; Carraher & Schliemann, 2007; Mason et al., 2005).

Men virkeligheten på skolen i dag ser slik ut at bare få elever har relasjonell forståelse (Brekke et al., 2000). Man kan spørre seg om det finnes en sammenheng med læring av elementær symbolsk algebra. Det ville forskerne Knuth et al. (2006) finne mer ut om.

2.1.3 Spiller betydningen av likhetstegnet en rolle?
I artikkelen *Does understanding the equal sign matter? Evidence from solving equations* stiller forskerne (Knuth et al., 2006) opp hypotesen at det finnes en relasjon mellom elevenes forståelse av likhetstegnet og deres prestasjoner i arbeidet med symbolske algebraiske uttrykk og ligninger.
Elever som deltok i studien, kom fra 177 amerikanske skoler fra sjette til åttende klasse. Algebraemner ble innført i sjuende klasse. Forskerne samlet og analyserte data fra to skriftlige

oppgaver. Den første oppgaven handlet om en verbal interpretasjon av likhetstegnet. Ved hjelp av koding og kategorisering av elevsvarene kunne forskerne diagnostisere elevenes forståelse av likhetstegnet. De fleste elever kom under kategori ”relasjonell” eller ”operasjonell”. I åttende klasse var det 52% av elevene som hadde en operasjonell forståelse mot 31% med en relasjonell forståelse.
Den andre oppgaven gikk ut på å løse en likning av formen ax+b=c. Resultatene fra denne oppgaven ga informasjon om prestasjon, både riktighet og bruk av strategi.
I analysen knyttet forskerne sammen resultatene fra begge oppgavene. Resultatene viser at elever som hadde relasjonell forståelse, presterte bedre i løsning av ligningen og brukte algebraiske strategier oftere.

Dette peker på at forståelsen av likhetstegnet som relasjon kan være en viktig forutsetning for å kunne lære å bruke algebraiske strategier og dermed lykkes med likningsløsning.

2.2 Algebraundervisning i Norge

Elevenes prestasjon i algebra, deres løsningsstrategier og feilforestillinger kan være påvirket av rådende læringsteorier og læreplanene. Derfor skal jeg i første avsnittet (2.2.1) undersøke norske læreplaner gjennom tidene. Jeg prøver å finne ut når algebra innføres, hvordan og om ekvivalensbegrepet forekommer i planene. Avsnittet deretter (2.2.2) gir innblikk i elevenes algebraprestasjoner i dag, som vises gjennom nasjonale og internasjonale studier som PISA (Programme for International Student Assessment), TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) og KIM-prosjektet (Kvalitet i matematikkundervisningen).

2.2.1 Algebra i norske læreplaner

a) Læreplaner før året 2000

I *”Undervisningsplan for middskolerne og gymnasierne”* fra 1885 blir Algebra nevnt i sammenheng med aritmetikk. I motsetning til mye praktisk regning med oppgaver fra dagligliglivet anses algebra som teoretisk (Sohlberg, 1889). På hvilket tidspunkt algebra innføres finner jeg ikke noe informasjon om.

Læreplanen fra 1960 (Læreplan for forsøk med 9-årig skole 1966) gir ingen informasjon om tidspunktet. Matematikk undervises fram til niende klasse og algebra må ha blitt innført tidligere.

Læreplanen fra 1971 (Mønsterplan for grunnskolen, 1971) innførte mengdelære, matematisk logikk og vektorregning som nye emner. Obligatorisk matematikk ble avsluttet allerede etter 8 skoleår. Stor uenighet om den nye matematikken førte til en revidering av planen, mønsterplanen 1974 (Mønsterplan for grunnskolen : Ny matematikkplan for ungdomssteget i grunnskolen 03/13, 1976). Matematikk var på nytt obligatorisk i 9 år. Algebra, ligninger og funksjoner var tre separate emner. Man begynte allerede i første klasse med algebra, men hovedtyngden lå på 4.-9. klasse. Også i denne planen forsto man algebra hovedsaklig som generalisert aritmetikk.
I kommentaren til planen beskrives løsningsmetoden til ligninger med ”å lage ekvivalente ligninger” (s. 148). Denne grunnleggende løsningsmetoden finner jeg ikke beskrevet i andre læreplaner.

Mønsterplanen for grunnskolen 1987 (Mønsterplan for grunnskolen : M87, 1987) innførte også algebra i første klasse. Alle elever skulle få en innføring i algebra fordi man mente at

formler og algebraiske uttrykk er sentral i matematikken i dagliglivet og samfunnet. I denne planen ble algebra knyttet sammen med funksjonslære.
I veiledningshefte til læreplanen blir lærerne oppfordret å diskutere spørsmål om korrekt bruk av likhetstegn fra 4. klasse av. Øvelser med operasjoner på begge sider av likhetstegnet som beholder ekvivalens anbefales. "Hovedpoenget med slike øvinger er å få elevene til å bli klar over at likhetstegnet er det sentrale begrepet i ligninger" (Grunnskolerådet, 1987).

L 97 (Læreplanverket for den 10-årige grunnskolen, 1996) innfører algebra fra 8. klasse, men på småskole og mellomtrinnet skal man undersøke mønster og beskrive disse på en kort måte. Algebra blir sett som generalisert aritmetikk. Grafer og funksjoner er et eget område, men blir knyttet til algebra gjennom formler.

b) Læreplan for Kunnskapsløftet 2006 (Kunnskapsdepartementet, 2006)
Algebra nevnes eksplisitt fra 5. klasse. Fra 1. klasse av skal elevene jobbe med strukturer i enkle tallmønster. Dette utvides litt i 5.-7. klasse. Først på ungdomsskolen blir elevene konfrontert med algebraiske uttrykk, formler osv.

Sammendrag
Bevissthet på betydningen av ekvivalensbegrepet i sammenheng med algebraiske uttrykk fant jeg i veiledningshefte fra læreplanen 1976 og fra 1987, men ikke i L 97 og K06. Det er overraskende at læreplanene fra i dag ikke vektlegger ekvivalensbegrepet og en korrekt bruk av likhetstegnet. Om det har innvirkning på elevenes prestasjon i algebra, vil etterfølgende avsnitt (2.2.2) vise.

Alle planer, bortsett fra læreplanen fra 1987, forstår algebra som generalisert aritmetikk. I 1987 knyttet man algebra til funksjonslære, men gikk bort fra dette etterpå.

Tidspunktet for innføring av algebra varierer sterkt i de ulike planene. Tidligere planer gir ingen informasjon om dette, men planen fra 1976 og 1987 innfører algebra i første klasse. Fra 1997 av ble algebra et emne for eldre elever.

2.2.2 Norske elevers prestasjon av algebra
Jeg skal i følgende avsnitt presentere relevante resultater fra studiene PISA, TIMSS og KIM-prosjektet.

a) Generelt om PISA og TIMSS
PISA resultatene får alltid stor oppmerksomhet i mediene. "Vi ser også at noen data blåses opp, annet blir oversett", mener Sjøberg (2008, s. 3). Det er viktig å reflektere over hva disse studiene er og hva de tester.
Begge internasjonale studier er komparative undersøkelser som måler sider ved læringsutbytte i matematikk i norsk skole (Kjærnsli, Lie, Olsen, Roe, & Turmo, 2004). De er trendstudier, dvs. de studerer utvikling over tid..

Det er ulike populasjoner som blir testet. TIMSS tester elever fra 4. og 8. klasse, PISA elever fra 10. klasse.
PISA har et normativt utgangspunkt. Skolepolitikerne skal finne ut hvilken kompetanse elevene trenger for å kunne delta i samfunnet og utforme sin framtidige politikk deretter (Sjøberg, 2008).

PISA tester ikke skolekunnskap. Oppgavene er hentet fra sentrale matematiske områder: 1. forandring og sammenheng, 2. rom og form, 3. tall og mål og 4. usikkerhet. Ordet *algebra* dukker ikke opp, men kan plasseres både i *tall og mål* og *forandring og sammenheng. TIMMS)* har et deskriptivt utgangspunkt og baserer seg på læreplanen. Man bruker en felles referanseramme for skolefaget matematikk og sammenligner deltakende land.

Studiene er altså svært forskjellige og resultatene kan statistisk sett ikke sammenlignes.

b) PISA

Studien ble gjennomført for faget matematikk i året 2000, 2003 og 2006.
Resultater: Mens majoriteten av landene har hatt en framgang fra PISA 2000 til PISA 2003, hadde Norge en tilbakegang. Spesielt å bruke eller tolke formler er vanskelig for norske elever (Kjærnsli et al., 2004).
Resultater fra PISA 2006 (Kjærnsli, Lie, Olsen, & Roe, 2007) viser ikke noe bedring for norske elever. Sammenlignet med andre skandinaviske land består det største avviket på område *tall og mål*, som omfatter helt elementære ferdigheter i regning, men også algebra.

c) TIMSS

TIMSS 1995: Studien viser en progresjon fra barneskoleelever til elever som avslutter videregående skole. 4. klassinger gjorde det svært dårlig, sammenlignet med elever fra andre land. Derimot presterte elever i 3. klasse på videregående skole bra i en internasjonal sammenligning (Kjærnsli et al., 2004).
Resultater: Jeg ser bare på resultatene fra 8. klasseelever. Spesielt svake var elevene på oppgaver som krevde formelle kunnskaper i algebra. Variabelbegrepet er vanskelig for mange elever. En del elever vet ikke at det å løse en ligning er å finne en verdi for x. Norske elever gjør det generelt dårlig på algebraoppgavene i TIMSS (Brekke, Kobberstad, Lie, & Turmo, 1998).
Når det gjelder dataferdighetene, gjorde norske elever det veldig bra (Brekke et al., 1998).

TIMSS 2003:
Resultatene fra samme populasjon viser lignende problemer som i studien fra 2000. Områdene *tall* og *algebra* kommer dårligst ut. Analysen viser at en del norske elever manglet forståelsen for hva en ligning er, hva bokstavene og matematiske symbol, som f.eks. en brøkstrek, står for. En begrunnelse for at spesielt yngre elever har en nedgang kan være at algebra er et område som ble nedtonet i læreplaner for grunnskolen (Grønmo, Bergem, Kjærnsli, Lie, & Turmo, 2004). Algebraundervisningen etter L97 og K06 begynner senere enn i tidligere (se avsnitt 2.2.1). Også de svake prestasjoner på område *tall* har konsekvenser for læring av algebra. Grønmo et al. (2004) mener at elevenes problemer med algebra ofte er begrunnet i problem med tall og tallregning. Hvis man ikke behersker aritmetikk, er det ikke forunderlig at det blir vanskelig å arbeide med algebra.

TIMSS 2007
Fra 2003 til 2007 har norske elever på 8. klasse hatt en liten framgang i prestasjoner i matematikk (Grønmo & Bergem, 2009). Forskerne mener at mye oppmerksomhet i mediene og skolepolitiske forandringer kan ha ført til forbedringen, den første siden 1995. Regjeringen satset sterkt på realfagene, økte timetall for matematikk på barnetrinnet, innførte et nasjonalt vurderingssystem og vektla etter- og videreutdanning for lærere. Dette kan ha bidratt til at tilbakegangen nå synes å ha stoppet opp.

d) KIM-prosjektet

KIM prosjektet i 1996 kartla grunnskole-elevenes matematikk-forståelse før innføringen av L97. 5715 elever fra klasse 5, 7 og 9 deltok.

Brekke et al. (2000) kommenterer og tolker resultatene fra studien og behandler elevenes forståelse av likhetstegnet nokså grundig. *"… språket som blir nytta i talrekninga, fokuserer på svaret. ... likskapsteiknet står då for* blir lik. *Teiknet blir altså eit signal om at noko skal reknast ut"*(Brekke et al., 2000, s. 8). Dette fører ofte til en *venstre til høyre effek*t, dvs. elevene regner konsekvent fra venstre til høyre side. Svaret står alltid på høyre side, mener de. Dette konseptet synes å være veldig fast og kan føre til ignorering av regneprioriteter. Også måten lommeregneren er organisert på støtter dette konseptet.
Men aritmetikk knytter også *likeverd* til likhetstegnet. Tall eller uttrykk på begge sider av likhetstegnet skal ha den samme verdien. Denne relasjonelle måten å bruke likhetstegnet på er helt avgjørende for å forstå algebraiske uttrykk. Elevene ser ikke mening i type oppgaver som $7x + 11 = 13x - 19$, hvis de ikke er vant med å bruke likhetstegnet som ekvivalenstegn (Brekke et al., 2000). Forskerne mener at det er *"viktig at ein tidlig rettar søkjelyset mot denne tydinga"* (s. 8). Et sentralt aspekt for læring av algebra er forståelse av likhet.

Sammendrag
KIM prosjektet testet elever før innføringen av L97, PISA 2003, 2006 og TIMSS 2003 etter at elevene hadde fått undervisning etter L 97. TIMSS 2007 etter at elevene hadde fått ett år med K06.

KIM-studien viste at mangel på aritmetiske grunnferdigheter setter store hinder for læring av algebra. En begrenset forståelse av likhetstegnet kan ha store konsekvenser for prestasjonen i algebra (Brekke et al., 2000).

Fram til PISA 2006 skåret norske elever på område aritmetikk og algebra dårligere enn i testene før. At der består en sammenheng med nedtoning av algebra i læreplanen L97 kan ikke utelukkes. TIMSS 2007 viser tegn til bedring i matematikk. Grønmo (2009) drøfter flere mulige skolepolitiske faktorer som kan ha bidatt til det: Økt oppmerksomhet i media og mer vektlegging av kunnskap i skolen, nasjonalt vurderingssystem og innføring av Kunnskapsløftet (K06) med flere matematikktimer på barnetrinnet. Den økte satsingen på realfagene synes å ha stoppet den negative utviklingen (Grønmo & Bergem, 2009).

2.3 IKT-verktøy i elementær algebraundervisning

2.3.1 IKT i læreplanene

I *mønsterplanen 1987* (Mønsterplan for grunnskolen : M87, 1987) er *Datalære* for første gang et eget emne innenfor matematikkdelen av planen. Lommeregner og datamaskin skal være hjelpemiddel og verktøy og knyttes mest til problemløsning. I veiledningshefte (Veiledende årsplaner : matematikk : veiledning til Mønsterplan for grunnskolen 1987, 1987) nevnes at elevene skal forstå mulighetene og begrensningene ved bruk av datateknologi. Samfunnsfaktoren, dvs. å kunne tolke ulike presentasjonsformer, er viktig, men også at IKT-verktøy øker ferdighetene, spiller en rolle. Det blir diskutert at konsekvensen for matematikkfaget kan være at fagstoffet bør forandres. Siden regnearbeidet automatiseres, kan hovedvekten legges på å forstå de matematiske konseptene. Dette mener også Heid (1995) som hevder at det ikke lenger skal brukes mye tid på regninger. En av de naturlige konsekvensene av dette synet var at enkle lommeregnere ble innført tidlig på barneskolen. Elevene brukte ikke lenger tid på hoderegning eller skriftlig regning. I dag, etter mange år med lommeregner på barneskolen, har jeg observert at mange elever på ungdomsskolen, videregående skole og til og med i lærerutdanning, mangler disse ferdighetene. De er avhengige av lommeregneren for å utføre enkle operasjoner.

Utstrakt lommeregnerbruk kan i tillegg ha økt feilforestillingene i forbindelse med ekvivalens (Baroudi, 2006). =-tegnet på kalkulator fører alltid til svaret (et tall) og er ikke et symbol for ekvivalens.

Læreplan 97 (L97) (Læreplanverket for den 10-årige grunnskolen, 1996) nevner bruk av lommeregner og IKT som én av flere regnemetoder og til bruk i utforskning. Datateknologi i matematikk nevnes bare i forbindelse med statistikk og rekneark. Det er tydelig at L97 legger mye mindre vekt på IKT enn den forrige planen. Hva kan være grunnen? I avsnitt 2.3.2 skal jeg drøfte mulige faktorer.

Læreplan for kunnskapsløftet (K06) (2006) derimot satser sterkt på IKT. K06 krever digitale ferdigheter som en av de grunnleggende ferdighetene i alle skolefag og fra første klasse av. I matematikkdelen dekker aktivitetene et vidt spekter: spill, utforskning, visualisering, publisering, problemløsning, simulering, modellering, finne, analysere, behandle og presentere data, kildekritikk. IKT-verkøyet Aplusix kan blant annet brukes til utforsking og problemløsning.

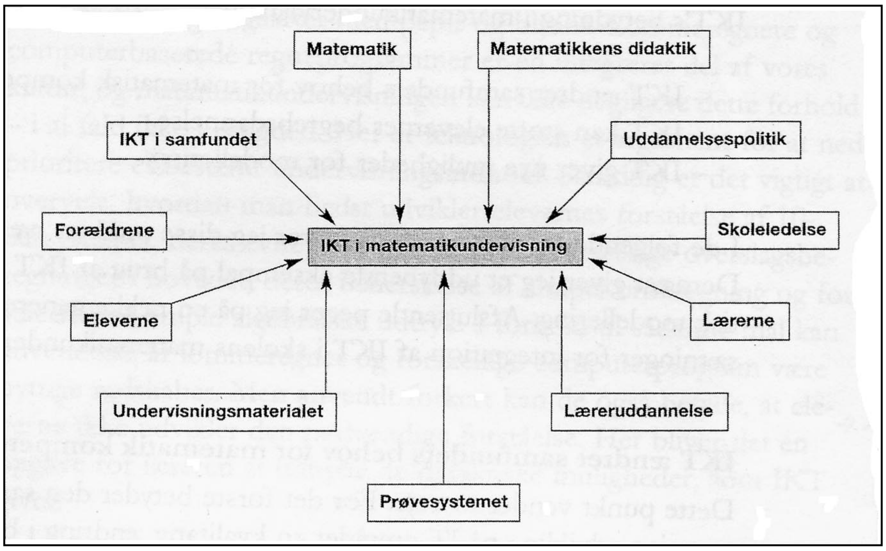
Læreplanen krever digital kompetanse. Men hva betyr det egentlig? Forskerne fra ITU Monitor- studien 2007 (Arnseth, 2007) har funnet at lærerne er ikke bevisste og enige om hva dette innebærer. Stor usikkerhet fører til at IKT fortsatt blir veldig lite brukt i matematikktimene. De mener at en bevisstgjøring og hjelp til lærerne for å tilrettelegge sin undervisning etter læreplanenes krav, blir en utfordring i tiden som kommer.

2.3.2 IKT i skolen

Læreplanene har krevd IKT i skolen i over 20 år. Likevel er det en stor diskrepans mellom læreplanen og virkeligheten på skolen, ikke bare i Norge. Artigue (2000) fra Frankrike skriver at til tross for høy politisk innsats og integrasjon av IKT i læreplanene skjer det bare minimal integrasjon i klasserommet. ITU Monitor-studien 2007 bekrefter at skolens digitale tilstand i Norge ser lignende ut (Arnseth, 2007). For å finne noen forklaringer går jeg tilbake til begynnelsen av datateknologi i læreplanene.

I mønsterplanen 1987 ble IKT *sett som et nøytralt verktøy* for å automatisere regnearbeid. Som nevnt under 2.3.1 skulle det ikke lenger brukes mye tid på utregningene, men heller på å forstå matematiske konsepter (Heid, 1995). Nye IKT-verktøy ble tatt i bruk, men verdier og normer for matematikkundervisningen var fortsatt definert for å gjelde et papir/blyant miljø. Blomhøj (2003b) mener at læringsmiljøet endres radikalt når IKT innføres. Hvis man ikke endrer læringsmålet, det faglige innholdet og læreprosessen, kan det ha alvorlige konsekvenser. Å se IKT som et nøytralt verktøy måtte føre til problemer og store frustrasjoner.

I K06 ble lærerne pålagt å bruke IKT i alle skolefag, fra første klasse av. Stor politisk innvirkning skulle få fart på integrasjonsprosessen. Men virkeligheten i grunnskolen i dag har ikke forandret seg mye. Lærerne holder fortsatt IKT bruken på et lavt nivå (Arnseth, 2007). Flere forskere (Arnseth, 2007; Blomhøj, 2003a; Hennessy et al., 2005; Laborde, 2007; Rossevatn, 2006) har undersøkt hvilke faktorer som påvirker bruken av IKT i skolens matematikkundervisning. Figuren nedenfor (Blomhøj, 2003, s. 75) illustrerer kompleksiteten.



Figur 7.1 Forhold som påvirker bruken av IKT i skolens matematikkundervisning

En *integrasjon av IKT* i undervisningen er knyttet til mange forutsetninger og betingelser.

- *Læreplanen* definerer ikke presist hva digital kompetanse er og hvordan lærere kan tilrettelegge undervisningen slik at elevene kan tilegne seg denne kompetansen (Arnseth, 2007).
- *Lærebokforfatterne* tolker læreplanen og lager pensumbøker som hovedsakelig er tilrettelagt for et papir/blyant-miljø. Oppgavetyper kan ikke bare overføres til dataprogrammer, men må tilpasses IKT-bruk (Rossevatn, 2006).
- *Skolen* som institusjon må være drivkraften, ikke bare enkelte lærer, mener Rossevatn. Forfatterne av ITU Monitor-studien peker på at i IKT-satsingen er det driftmessige utfordringer som står sentralt i begynnelsen. I løpet av tiden må skolen også ta pedagogiske utfordringer.
  Skoleledelsens ansvar er også lærerens kompetanseheving.
- *Lærer:* Det er en forutsetning at "*lærerne opplever anvendelsen av IKT som et pædagogisk virkemiddel, der letter vejen til opfyldelse av deres personliggjorte mål for elevernes læring."* (Blomhøj, 2003, s. 75). Læreren er en sentral person i elevenes læringsmiljø. Er læreren usikkert og ikke overbevist om at IKT kan hjelpe til læring, kan en integrasjon ikke lykkes. Men læreren er bundet og påvirkes av mange faktorer (se figur 7.1). Lærerns kompetanseheving må ivareta alle dimensjoner av læring, mener Laborde (2007): matematikkunnskap, kunnskap om IKT, matematikkdidaktikk og didaktisk kunnskap om IKT-verktøyet. Å sende lærerne til kurs for å lære programvare er altså ikke nok.
- Et særlig viktig aspekt for integrasjonen er forandringen av *lærer- og elevrollen* (Laborde, 2007; Rossevatn, 2006) . For eksempel kan lærerens aktive rolle forskyves mer til forberedning og etterarbeid av undervisningen, mens elevenes rolle blir mer aktiv i timene.
- *Elever* er forskjellige og det er derfor et stort behov for differensiering, også i IKT-undervisningen. For å ha nytte av teknologien må elevene både ha nok matematikkunskap og beherske teknologien (Laborde, 2007).
- *Fysiske betingelser* er i dag mye bedre enn for 20 år siden. Men det er ikke en selvfølge at datamaskinene og internettilgang på skolens datarom fungerer. Dessuten

har fortsatt ikke alle elever like gode muligheter til IKT-relatert skolearbeid hjemme (Arnseth, 2007).

- *Programvaren* må tilsvare læringsmål. Læringsterskelen og tid til innlæring av programmet må stå i forhold til læringsutbytte (Rossevatn, 2006). Skoler og lærere mangler ofte oversikt og informasjon over tilgjengelige læringsprogrammer, og relevante dataprogram blir ikke brukt fordi de er ukjent for lærerne (Arnseth, 2007).
- *Oppgavetyper og aktiviteter* må forandres til IKT-bruk. Bare å overføre oppgaver fra papir/blyant-miljø til et databasert miljø fungerer sjelden (Laborde, 2007).

I all gjennomgått forskningslitteratur er det enighet om at IKT er et veldig komplekst system og integrasjonen i undervisningen er nødvendig og en stor utfordring.

2.3.3 To typer IKT-programvare på skolen

Man kan erkjenne to hovedtyper av teknologisk verktøy som blir brukt i matematikkundervisning på skolen, profesjonelt IKT-verktøy og lærings-IKT (ILE – interaktive læringsomgivelser) (Nicaud, Bouhineau, & Huguet, 2002).

1. *Profesjonelt IKT-verktøy* som f.eks. regneark og CAS (Computer Algebra System) ble utviklet siden 1970. Eksempler på program er Excel, Maple, Mathematica og Derive. Brukergruppen er først og fremst ingeniører og matematikere. Disse systemer er ikke designet for skolebruk, men kan likevel brukes til didaktiske foremål. Regneark-programmer brukes mye på skolen, allerede på mellomtrinnet. CAS brukes mest på videregående skoler og i høyere utdanning. Systemene er ofte veldig forskjellige fra papir/blyant miljøet og kan derfor kreve mye tid til innlæring. Fordelen med profesjonelt IKT-verktøy er at store matematiske problem kan løses ved ett skritt og resultatet vises på skjermen. Men løsningsstrategien er ikke synlig og eleven får ingen forklaring.

2. *ILE* ble utviklet siden 1980, spesielt til undervisningformål. ILE ble designet til å nå et definert undervisnings- og læringsmål og er derfor utstyrt med didaktiske funksjoner som definerer relasjoner mellom IKT-verktøy, læringsmål og måten verktøyet blir brukt (Nicaud, Bouhineau, & Chaachoua, 2004).
Alle ILE-systemer for algebra var kommandobasert. Eksempler er: ALGEBRA-TUTOR og PAT (utviklet av Carnegie Mellon teamet, 1997) for ord-problemer og enkle ligninger. MATHEXPERT (utviklet av MATHEXPERT teamet, 1990) for algebra og kalkulus og forløper av APLUSIX (utviklet av APLUSIX-teamet rundt Nicaud et.a. 1990) til å faktorisere polynomer. Hvert program dekte bare et lite område av algebrafagstoffet og var veldig forskjellig fra regning med papir/blyant.

2.3.5 Nødvendighet av et nytt system

I følge Nicau et al. (2002, 2003) baserte eksisterende systemer seg på kommandoer. På knappetrykk ble matematisk korrekte aksjoner utført og resultatet dukket opp på skjermen. Eleven kunne verken se løsningsstrategien, ha innflytelse på den eller lære av sine feilstrategier. En viktig didaktisk mulighet, nemlig å lære av feilene, kunne ikke utnyttes. Eksisterende dataprogram gjør ikke utregningene synlige, og gir lite relevant tilbakemelding. Men nettopp dette er viktig for læring av ny kunnskap (Brousseau, 1997). Hvordan kunne man utnytte teknologiens fordeler og samtidig legge til rette for at elevene kan tilegne seg ny kunnskap?

Forskerne i Aplusix-teamet bestemte seg for å lage et nytt læringssystem der elevene kunne se hvert skritt i løsningsprossen, som gir relevant tilbakemelding og som bare hadde noen få kommandoer.

En nærmere beskrivelse av Aplusix-programmet følger i kapittel 3.

3. Aplusix

Nicaud og Aplusix-teamet ønsket å lage et miljø som var mest mulig lik papir/blyant-miljøet, men utnyttet fordelene av et dataprogram. Systemet skulle bli brukt uten å gjøre store forandringer på klasseromsaktiviteter. Det skulle ikke koste læreren og elevene mye tid å lære det nye programmet. På grunnlag av disse og flere andre prinsipper (se 3.1) ble Aplusix-programmet utviklet, i IMAG-Leibniz laboratoriet i Frankrike i året 2000 (Nicaud, Bouhineau, Chaachoua, & Trgalova, 2006).

Det overordnede målet for utviklingen var å hjelpe elevene å løse oppgaver og problem i algebra. To delmål ledet designprosessen: *For det første* skulle systemet gjøre en fri transformering av algebraiske uttrykk mulig, slik som på papir. Elevene skulle se hvert skritt i utregningen sin. Feedback skulle hjelpe dem videre i løsningsprosessen. *For det andre* skulle systemet være enkelt og nyttig, og tilby oppgaver fra flere algebraiske områder, differensiert etter vanskelighetsgrad og tilgjengelig i forskjellige funksjonsmodi.

Målgruppen for programmet er elever mellom 13 og 16 år, som allerede har lært grunnlagene av skolealgebra. Men de aritmetike oppgavene kan allerede bli løst av elever fra 10 årsalderen av.

Aplusix lærer ikke elevene regler og metoder, men det lærer å anvende algebraiske regler og metoder på en korrekt måte og å konstruere ny kunnskap.

I det første delkapittelet presenterer jeg designprinsippene for Aplusix (Nicaud, Bouhineau et al., 2006). Disse dannet grunnlaget for utviklingen av Aplusix (3.1). Deretter gir jeg en beskrivelse av programmets oppbygning og mulighetene for lærere og forskere (3.2). I avnittet 3.3. ser jeg på tidligere eksperimenter med Aplusix, som er spesielt relatert til mitt forskningsspørsmål.

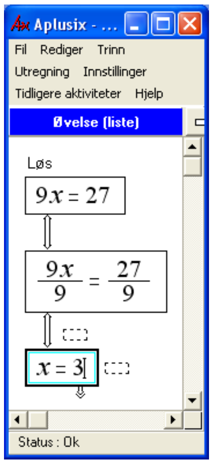
3.1 Designprinsipper for Aplusix

Prinsippene som Nicaud et al. (2004, 2006) har satt opp for utviklingen av programmet fokuserer på elever, lærere og selve dataprogrammet.

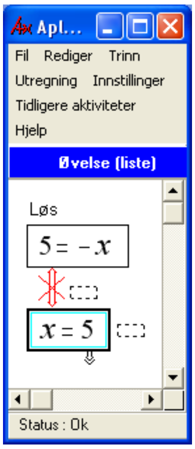
- **Basistrening:** Aktiviteten ligner vanlig klasseromsaktivitet. Elevene gjør regninger som på papir. Programmet verifiserer om det er ekvivalens mellom to skritt og gir visuell tilbakemelding. Elevene kan korrigere feilene sine med én gang og lærer av feilene, uten at læreren må gripe inn. Elevene kan jobbe individuelt eller i smågrupper.
- **Micro-world:** En *micro-world* (norsk: mikroverden) er en verden av objekter og relasjoner mellom dem. I Aplusix er det algebraiske uttrykk som blir manipulert. Grunnleggende er den strukturelle relasjonen, men også ekvivalensforholdet mellom uttrykkene. Mikroverdenen kan gi elevene informasjon om deres løsningsvei og dermed hjelpe å finne løsningen.
- **CAS-lignende kommandoer:** I Aplusix tilbys det bare seks kommandoer (calculate, expand and simplify, factor, solve, to decimal, to fraction). Bare bestemte matematiske områder, nivåer og oppgaver tillater bruk av disse. Det er ikke mulig å løse oppgaver bare med kommandoer. For eksempel krever Aplusix på et lavt nivå en del hoderegning.
- **Editor for manipulering av algebraiske uttryk:** Algebraiske uttrykk i datasystemer ble hittil bearbeidet med en 1D editor, dvs. de ble skrevet inn som i et tekstprogram

(f.eks. (3*x^2)/(y+1)), men displayen viste en 2D representasjon. Aplusix derimot bruker en 2D editor. Dette gjør det mulig å skrive på samme måten som på papir.

- **Algebraisk tankegang gjennom ekvivalens:** Transformasjonsregler i algebra skal opprettholde ekvivalens mellom to uttrykk, dvs. at løsningsmengden av to uttrykk skal være like. Eleven får hele tiden visuell tilbakemelding om ekvivalens. Figuren 3.1 viser en svart dobbelpil som symbol for ekvivalens.



Figur 3.1 "ekvivalens"



Figur 3.2 "ikke ekvivalens"

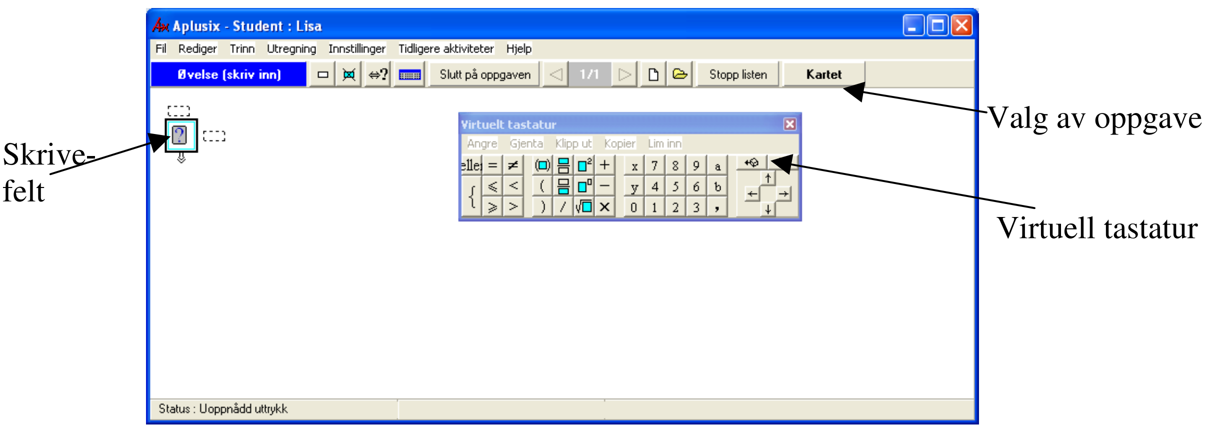
Elevene må kjenne til reglene, velge en regel og anvende regelen. Hvis en regel ikke fører til løsningen, viser programmet "ikke-ekvivalens" (figur 3.2) med rød dobbelpil.

Eleven kan gå tilbake for å prøve en annen regel. Ved regning på papir oppdager elevene ofte ikke før på slutten av oppgaven at resultatet er feil. De krysser da ofte over hele oppgaven og begynner på nytt. Ved bruk av Aplusix kan elevene, ved hjelp av tilbakemeldinger, opprette feilene med en gang.

- **Feedback** er en sentral del av mikroverdenen. Kontinuerlig verifisering av løsningsveien og korrekthet av løsningen er en viktig del av programmet.
- **Brukervennlig***:* Programmet skulle ikke bli dyrt og være lett å installere. Å lære programmet skulle ikke ta lang tid. Lærernes forberedningstid til undervisning med Aplusix skulle være kort.
- **Parameter prinsipp:** Programmet tilbyr et stort utvalg av ulike parameter og tre typer feedback. En individuell tilpasning til spesielle behov i en klasse eller for enkelte elever er mulig. En nøyere beskrivelse følger i neste avsnitt.

3.2 Aplusix hovedkomponenter

Dette avsnittet skal skape et overblikk over Aplusix' skjermbilde, ulike oppgaveområder, interasksjonsmodi, muligheter for læreren og nye funksjoner som er under utvikling.



Figur 3.3: Aplusix hovedvindu

3.2.1 Oppgaveområder

Systemet tilbyr oppgavetyper fra et vidt spekter elementær algebra:

- Tall: hele tall, desimaltall, brøktall, kvadratrot
- Ekspansjon: flere variabler
- Faktorisering: Én variabel med grad ≤ 4,
To variabler med grad ≤ 2
- Ligninger og ulikheter: Én ukjent med grad ≤ 4
- Ligningssystem med lineære ligninger: Opp til 10 ligninger med 10 ukjente
- Tekstoppgaver
- Nytt i januar 2008: Primtallfaktorisering og forenkling av rasjonale funksjoner

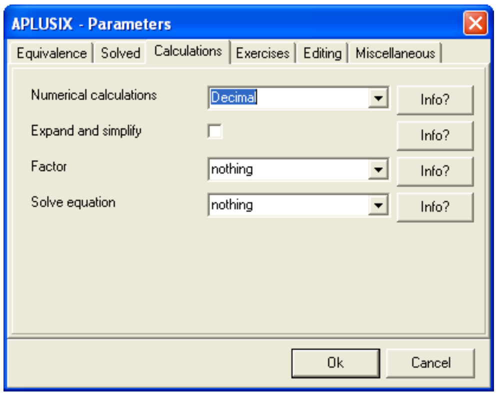
3.2.2 Fire interaksjonsmodi

Det finnes fire muligheter å ha interaksjon med programmet på:

- **Trening:** Eleven velger enten kontinuerlig tilbakemelding eller få tilbakemelding på etterspørsel. Man produserer nye uttrykk, enten ved å kopiere og forandre det første eller ved å skrive inn et nytt uttrykk. Tilbakemeldinger i form av et ekvivalenstegn verifiserer om to etterfølgende uttrykk er ekvivalente.
- **Test:** I denne modusen gir Aplusix ikke tilbakemelding om ekvivalens og riktig løsning mellom hvert skritt.
- **Selvkorrektur:** Etter gjennomført test kan eleven bruke denne funksjonen og se hele løsningsveien, nå med ekvivalensverifikasjonene mellom hvert skritt. Her kan eleven også rette opp feilen.
- **Observasjon:** Eleven eller læreren kan se tidligere aktiviteter, som automatisk blir lagret av systemet. Ved å bruke "replay funksjonen" er det mulig å avspille aktiviteten trinn for trinn i forhåndsvalgt tempo. Slik kan eleven oppdage feiltenkningen og lære av dette. Denne funksjonen er et viktig instrument for både lærer og forsker for å kunne forstå elevenes tenkemåter.

3.2.3 Verktøy for læreren og forskeren

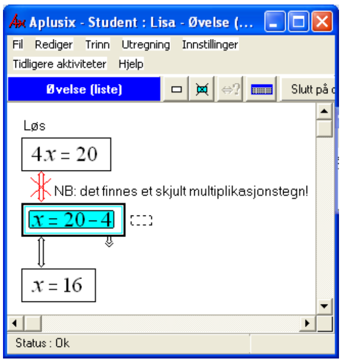
- **Parameter:** Læreren kan velge mellom mange forskjellige parameter (figur 3.3) og på denne måten tilpasse læringssituasjonen de spesielle behov i sin egen klasse. For eksempel er det mulig å bare velge ut førstegradsligninger, eller bare andregradsligninger, som elevene skal øve seg på. Andre eksempler er innstilling av testens varighet i minutt, eller om eleven skal få muligheten å spørre programmet etter løsningen. Det er mange flere muligheter.



Figur 3.4 Parameterinnstillinger

- **Aplusix-protokoller:** Elevenes aktiviteter blir lagret, og etter undervisningstimen kan læreren/forskeren se på protokollene for å undersøke hvordan eleven er kommet fram til løsningen.

Læreren kan tilføye **kommentarer** til elevenes løsningsstrategi (figur 3.5). I neste timen kan eleven åpne oppgaven på nytt, lese kommentaren og jobbe videre.



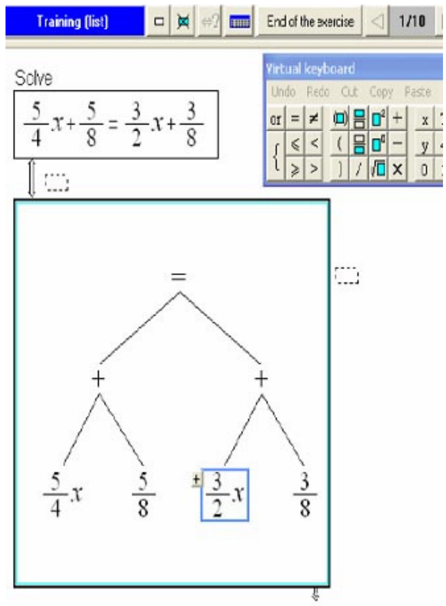
Figur 3.5 Protokoll med kommentar

- **Replay-video:** Denne funksjonen gjør det mulig å avspille elevenes aktivitet, enten i realtid eller saktere. En nøye analyse av hele løsningsprosessen gir verdifull informasjon om elevenes arbeidsmåter, strategier og tidsbruk. Det er et nyttig verktøy, både for læreren og forskeren.
- **Statistikk:** Programmet lager automatisk en statistikk av aktivitene til hver elev og hele klassen. Denne viser antall feil, antall riktig løste oppgaver og oppgaver som ble begynt på. Læreren har på denne måten oversikt over elevenes aktivitetsnivå og resultatene.
- **Editor for oppgaver:** Læreren kan selv lage oppgaver, hente noen fra læreboken eller bruke passende oppgaver fra programmet.
- **Administrasjonsprogram:** Her kan læreren administrere og organisere oppgaver og aktiviteter fra enkelte elever eller hele klassen.

3.2.4 Nye funksjoner under utvikling

På Kaleidoscope symposium i november 2007 presenterte Nicaud hvordan programmet skal videreutvikles (2007).

Tre-representasjoner: Av et gitt uttrykk kan elevene lage en tre-representasjon, eller omvendt. Det kan være veldig nyttig for å visualisere oppgavestrukturen og øke elevenes forståelse for algebraiske uttrykk (Kieran, 1992).



Figur 3.6 Tre-representasjon (Nicaud, 2007)

Kompagnon: En virtuell kompagnon gir forslag til løsningsveien, hjelper med å løse oppgaver trinn for trinn og gir forklaringer.

Grafiske representasjoner: Algebraiske uttrykk blir knyttet til grafiske representasjoner. Ekvivalens av to uttrykk blir tydelig gjennom like grafiske representasjoner.

3.3 Tidligere eksperimenter med Aplusix

Programmet Aplusix ble hittil prøvd ut på utvalgte skoler i følgende land:

- Frankrike (flere eksperimenter fra år 2001 til 2006)
- Italia (2004)
- Brasil (2004)
- India (2005)
- Vietnam (2004)

Forskningsstudien av Nicaud et al. (2006) beskriver eksperimenter fra Italia, Brasil, India og Frankrike. Jeg skal presentere resultater som er relevante for oppgaven min.

3.3.1 Italia

Studien var del av Kaleidoscope european network.
Målet med studien var en diagnostikk av elevenes problemer og en utprøving av om bruk av Aplusix kan føre til forbedring.
Tre niendeklasser gjorde en pretest med papir/blyant. Lærerne fant spesifikke problemer og tilpasset de etterfølgende to Aplusix-øktene elevenes svakheter.
Posttesten var todelt, én del med Aplusix og én på papir.
Resultater og konklusjon: Antall feil hos elevene minket betydelig. For det første ble elevene mer oppmerksomme på feilene sine og for det andre ble feilene brukt som didaktisk virkemiddel. Dette førte til en forandring av deres holdninger og til større selvtillit og autonomi.

3.3.2 Brasil

Studien var en del av Capes-Cofecub program mellom Brasil og Frankrike og ble gjennomført i 2004. 2400 elever fra niendeklasser deltok og jobbet med emnet lineære ligninger og ulikheter.
Målet var at lærerne selv skulle finne ut om Aplusix er enkelt og nyttig å bruke i undervisningen. Derfor fikk lærerne store friheter av forskerne. Bortsett fra en innføring i programmet og ledelsen av posttesten var forskerne passive deltakere.
Lærerne brukte oppgaver som er tilgjengelig i Aplusix-systemet. Elevene skulle jobbe mest mulig selvstendig. De begynte med det laveste oppgavenivået, først i treningsmodus, deretter i testmodus. Var elevene fornøyd med sine resultater, fortsatte de med et høyere nivå.
Lærernes rolle var å hjelpe når elevene ønsket det og gi forklaringer til alle når det var behov for det.
Resultater og konklusjon:

1. Elevene ble mer og mer autonome og stilte høyere krav til seg selv enn i vanlig undervisning**.**
2. Aplusix gjorde en tilpasning til elevenes ulike kunnskapsnivå og arbeidstempo mulig.
3. Lærernes rolle forandret seg: En lærer sa at hun brukte mindre tid til forberedning, siden oppgavene var ferdige. I undervisningen hadde hun mer tid til å hjelpe elevene med store problemer.

3.3.3 India

Studien ble gjennomført i Bombay i 2005. 88 elever fra åttendeklasser (jenteskole) dannet tilfeldige grupper med 5 elever per datamaskin. Emnet var tallregning og ekspandering.
Målet av studien var å finne ut om elever som jobber i gruppe, kan forbedre sin prestasjon i algebra med Aplusix.
Elevene jobbet med Aplusix-oppgaver i 4 timer. En pre- og posttest ble utført før og etter perioden. Papirtesten hadde både Aplusixoppgaver og oppgaver som var relatert til læreplanen.
Resultater og konklusjon:

1. Elevene var svært positive til gruppearbeid. Resultatet viste en like god prestasjon som for franske elever som var to år eldre og jobbet individuelt.
2. Det var 33% forbedring for læreplanrelaterte oppgaver og 50% forbedring for Aplusix-oppgaver.

3.3.4 Frankrike

Fra år 2001 til 2006 gjennomførte forskere i Frankrike flere eksperimenter med Aplusix. Jeg skal beskrive to eksperimenter som var del av en omfattende studie som gikk over to år (fra 2002 til 2004). Studien ble gjennomført i samarbeid med Institut National de Recherche Pédagogique (INRP).
Det overordnete *målet* var å finne ut hvordan lærerne integrerer Aplusix i klasserommet når de bruker programmet gjennom en lengre periode.

1. Eksempel:

I denne eksperimentperioden jobbet elevene utelukkende med Aplusix i algebraopplæringen. Deltakerne var to matematikklærere med tilsammen 33 elever fra 10. klasser.
En pretest med Aplusix-oppgaver i begynnelsen av skoleåret 2002 viste to hovedproblemområder: faktorisering og løsning av ligninger.
I etterfølgende sekvens med Aplusix brukte elevene oppgaver fra programmet i treningsmodus.
Resultater og konklusjon:

1. Prosenten av riktig løste oppgaver økte fra 18% i pretesten til 69% i posttesten.
2. Oppgaver av typen ax+b=cx+d, med hele tall som koeffisient, ble i posttesten løst 100% riktig, mens oppgaver med ikke heltallige koeffisenter hadde en prosent av 30% løste oppgaver.

Forskerne konkluderer med at Aplusix som læringsmiljø og valg av læringssituasjoner førte til forbedringen.

2. Eksempel

I denne sekvensen, som besto av to timer med Aplusix-trening, jobbet elevene fra tre tiende klasser med lineære ligningssystem.
På papir løser elever vanligvis ikke lineære ligningssystem ved å bruke ekvivalens. I Aplusix får elevene tilbakemelding om ekvivalens mellom to løsningsskritt og må derfor bruke dette konseptet.
Resultater og konklusjon: En papirtest etterpå viste at 90% av elevene nå brukte ekvivalente systemer og skrivemåter også på papir.
Dette indikerer at bruk av Aplusix, som er basert på ekvivalens, kan øke elevenes forståelse for og bruk av ekvivalens**.**
Lærerens meninger etter eksperimentperioden:

- Elevene hadde ingen problemer med å lære programmet.

- Elevene ble mer selvstendige.
- Transfer til papir var veldig bra.
- Etter Aplusix-eksperimentet brukte flere elever skrivemåter og strategier der ekvivalensbegrepet inngikk.
- Læreren brukte mindre tid til forberedning, fordi programmet tilbyr mange og nivådifferensierte oppgaver.

3.3.5 Konklusjon av forskning i flere land

Ut i fra eksperimenter og erfaringer med Aplusix fra flere land og over flere år kommer jeg frem til følgende konklusjoner:

1. Programmets tekniske nytteverdi synes å være høy. Elevene som deltok i de ulike studiene hadde åpenbart ikke noe problem med å lære og å bruke Aplusix.
2. Programmet kan være pedagogisk nyttig. Bruk av programmet førte til faglig forbedring hos mange elever.
3. Fordi programmet baserer seg på verifikasjon av ekvivalens, er det mulig at elevene forandrer sine skrivemåter og konsepter i retning mot algebraiske strategier og skrivemåter.
4. Elevene kan jobbe mer selvstendig med dataprogrammet.
5. Tilpasning til elevenes ulike kunnskapsnivå og arbeidsmåter er mulig.
6. Lærerens rolle synes å blitt forandret. Flere lærer uttrykte at de brukte mindre tid til forberedning, og hadde mer tid til enkelte svake elever.

Forskerne fokuserte hovedsaklig på positive aspekter ved Aplusix. En kritisk evaluering av Aplusix ble ikke gjennomført. Dette er en svakhet med eksisterende forskning.

4. Teoretisk rammeverk – Teori av didaktiske situasjoner (TDS)

I dette kapittelet begrunner jeg mitt valg av teoretisk rammeverk og beskriver sentrale begreper av Brousseau´s teori av didaktiske situasjoner (4.1). Hvilke forandringer innføringen av IKT medfører for viktige begrep av TDS, skal jeg forklare i avsnittet 4.2.

Det er tre grunner for hvorfor jeg valgte TDS som teoretisk grunnlag.

1. I min forskning fokuserer jeg på begrep som miljø, tilbakemeldinger, interaksjon og den didaktiske kontrakt. Disse begrep er sentrale i teorien TDS.

2. Flere forskere valgte og vurderte TDS som egnet teoretisk rammeverk for forskning med IKT generelt (Artigue, 2009; Cerulli, Pedemonte, & Robotti, 2005; Cerulli, Trgalova, Maracci, Psycharis, & Georget, 2008; Laborde, 2007; Nicaud et al., 2004) og Aplusix spesielt (Nicaud et al., 2004).

3. Valget av TDS som teoretisk rammeverk har innvirkning på forskningsdesign og metodevalg (Cerulli et al., 2008).

4.1 Sentrale begrep i TDS

Brousseaus teori om didaktiske situasjoner bygger på hans observasjoner av elevene, analyser og refleksjoner over deres problemer. Første elementer av teorien ble presentert i 1970 på APMEP kongressen i Clermont-Ferrant, Frankrike. Deretter utviklet Brousseau og andre forskere teorien videre til en kompleks teori. I over 30 år har han spilt en viktig rolle for utviklingen av vitenskapsdisiplinen matematikkdidaktikk.

De viktigste trekk av TDS består av følgende begrep:

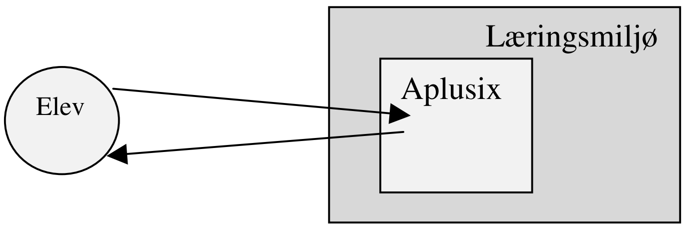
- **Miljø:** Et læringsmiljø består av elev, lærer, lærebok, annet undervisningsmateriale og medelever.
- **Didaktisk situasjon:** En situasjon der læreren er involvert i systemet av interaksjon mellom eleven og problemet. Læreren kommuniserer med eleven, gir informasjon, bruker ulike læringsmetoder osv. (Brousseau, 1997).
- **A-didaktisk situasjon:** A-didaktiske situasjoner er problemer der konstruksjonen av kunnskap er et nødvendig verktøy for å løse dem. Forutsetningen er at eleven har så mye forkunnskap at han kan begynne å løse problemet, uten å ha optimale strategier enda, og at miljøet tilbyr tilbakemelding som viser eleven at hans strategi ikke fungerer (Laborde, 2007). Læreren har en aktiv rolle i forberedningen av timen ved å skape betingelser for hva og hvordan elevene skal lære. I selve undervisningen har han en passiv rolle.
- **Didaktisk kontrakt:** Lærerens og elevenes oppfatning av hva matematikkundervisning og læring er. Lærerens holdning og rolle i klasserommet er blant annet avhengig av hans egen kunnskap og kunnskapen som skal formidles. Dette begrunner hans valg av undervisningsstrategier og forventninger til elevene. Elevenes holdninger til matematikkundervisning og forventningene til læreren spiller også en viktig rolle.
- **Interaksjon - Antagonistisk system:** Eleven bruker stadig interaksjon (handling, språk, skriving, lesing) med et læringsmiljø. Gjentatte aksjoner fra eleven og

tilbakemeldinger fra miljøet kan ses som et antagonistisk system. Dette kan hjelpe til å konstruere kunnskap som er nødvendig til å løse et gitt problem.

TDS baserer seg på Piagets konstruktivisme (Cerulli, 2005). Elevenes aktivitet er viktig for læring. Brousseau sier om elevenes læring: *"The student learns by adapting herself to a miljeu which generates contradictions, difficulties and disequilibria, rather as human society does."* (Brousseau, 1997, s.30). Didaktiske situasjoner er ifølge Brousseau sentral for læring. Kunnskap blir konstruert gjennom interaksjon mellom eleven og miljøet (a-didaktiske situasjon). Fokuset i matematikklæringen ligger på den didaktiske situasjonen og ikke på læreren. Hans rolle er å lage egnete didaktiske situasjoner. Å skape optimale betingelser og å tilrettelegge oppgaver/problem kan motivere eleven til å løse problemet. Eleven skal kunne begynne med oppgaven, men vil møte vanskeligheter og kognitive konflikter. Gjennom relevant tilbakemelding fra miljøet konstruerer eleven i løpet av prosessen ny kunnskap (Artigue, 2000; Brousseau, 1997; Cerulli et al., 2008; Nicaud et al., 2004; Samaniego & Barera, 1999). Brousseau sier: *"This knowledge, the result of the student's adaptatin, manifests itself by new responses which provide evidence of learning."* (Brousseau, 1997, s. 30).
Men om læring skjer, har også mye med den didaktiske kontrakten mellom lærer og elev å gjøre (Brousseau, 1997; Samaniego & Barera, 1999). Brytes kontrakten, kan ingen læringsmetode hjelpe eleven til læring av ny kunnskap. Læreren må lage en ny didaktisk kontrakt som baserer seg på den forandrede situasjonen.

4.2 TDS og IKT-verkøy

Nøkkelidéen av TDS er at læring skjer gjennom elevenes adaptasjon til et miljø, gjennom kontinuerlige interaksjoner. Ved å se IKT-verktøyet som et element av læringsmiljøet og elevens interaksjon med dataprogrammet som kilde til læring, kan denne ideen lett overføres til databasert undervisning (Cerulli et al., 2005; Chaachoua, Nicaud, Bronner, & Bouhineau, 2004; Laborde, 2007; Nicaud et al., 2004).



Figur 4.1 Kontinuerlige interaksjoner av elev med Aplusix (element i læringsmiljøet)

TDS ble blant annet brukt i forskning med Aplusix (Chaachoua et al., 2004; Nicaud, Bittar et al., 2006; Nicaud et al., 2004), geometriprogrammet Cabri (Laborde, 2007) og grafisk kalkulator TI92 (Samaniego & Barera, 1999). Teorien ble i utgangspunkt ikke utviklet med tanke på et databasert miljø og derfor er spørsmålet: Hva skjer med sentrale faktorer av TDS (miljø, didaktiske situasjoner, didaktisk kontrakt og interaksjon) når IKT innføres?

Blomhøj (2003b, s.105) påstår at undervisningen forandres betydelig. Han sier: *"Både teoretisk og empirisk forskning har dokumentert at IKT ikke kan betraktes som et nøytralt redskap som kan brukes i matematikkundervisningen uten at undervisningens form og innhold endres på en avgjørende måte."* Videre sier han at innføringen av avanserte IKT-verktøy *"skaper en helt ny didaktisk situasjon, der vilkårene for elevenes virksomhet endres …"*

Følgende opplisting viser hvordan IKT kan forandre de ulike sentrale faktorene i TDS.

- **Miljø:** Når IKT innføres, utvides læringsmiljøet. Hvilken rolle kan IKT-verktøyet spille i miljøet? Labordes' forskning (2001) viser at rollen av IKT endret seg i løpet av en treårs periode. I begynnelsen var programmet Cabri et nøytralt hjelpemiddel, et supplement i undervisningen. Etter innlæringsfasen og bruk av programmet over et lengre tidsrom ble IKT en vesentlig del av undervisningen og ga et viktig bidrag til elevenes konstruksjon av ny kunnskap. Hennes forskning indikerer at IKT kan bli en integrert del av innlæringsmiljøet.

- **Didaktiske situasjoner:** Ifølge Blomhøj (2003b) skaper innføringen av avanserte IKT-programmer helt nye didaktiske situasjoner. Læreren må tilrettelegge situasjoner, der elevene har interaksjon med verktøyet (Cerulli, 2005). Nye teknologibaserte oppgaver og undervisningsopplegg må lages. Eksisterende lærebøker kan ikke lenger være ledende for undervisningsforløpet. Det er behov for nyttt undervisningsmateriell, tilpasset IKT-verktøyet.
  I motsetning til tradisjonell undervisning kan elevenes feil i et databasert miljø brukes som didaktisk virkemiddel som fører til læring (C. Kieran & Drijvers, 2006a; Samaniego & Barera, 1999). Rask og relevant tilbakemelding fra dataprogrammet kan hjelpe eleven til å reflektere over feilen og finne den riktige løsingsstrategien.

- **Forandring av didaktisk kontrakt**: Blomhøj beskriver en didaktisk kontrakt i tradisjonell undervisning slik: *"…læreren går nøye gjennom de metodene og algoritmene som presenteres i læreboken, og bare gir oppgaver som elevene allerede har fått redskaper for å kunne løse. "* (2003, s. 109).
  Hva forandrer seg når IKT blir innført?

  Lærerrollen: Beholder han sin rolle, dvs. er aktiv og styrende som i tradisjonell undervisning, kan elevene ikke ta kontroll over sine egne aktiviteter. *"Dermed kommer den didaktiske situasjonen til å miste alle innlæringsmuligheter",* mener Blomhøy (2003, s.106).
  En databasert læringssituasjon krever altså en forandring av lærerens rolle. Aktivitetsfasene forskyves til forberedelsestiden, der han organiserer relevante oppgaver, og til analyse- og vurderingsfasen, der han interpreterer elevenes aksjoner med IKT. I selve undervisningsfasen spiller han en mindre aktiv rolle enn før. Siden de fleste lærebøkene ikke integrerer bruk av IKT enda, kan læreren ikke følge lærebøkene, men må lage egne opplegg (Laborde, 2007).

  Elevrollen: Også elevrollen forandres. Tidligere forskning med Aplusix viser at elevene ble mer autonome og ikke trengte så mye hjelp av læreren, som i vanlig undervisning (Chaachoua et al., 2004; Nicaud, Bittar et al., 2006; Nicaud et al., 2004). Aplusix er et dataprogram som bygger på et konstruktivistisk syn på læring (Cerulli 2005) og legger til rette for at elevene er aktive. Mens den tradisjonelle didaktiske kontrakten innebærer at elevene ofte er passive mens de ser og lytter til lærerens presentasjoner, krever arbeidet med et slikt IKT-verktøy aktivitet fra eleven. Det kan bety store forandringer for elevrollen.

  Men elevene er forskjellige og inntar ulike roller. Blomhøj (2003b) beskriver tre elevvirksomheter når IKT brukes: den usikre og defensive elevvirksomhet, den løsningsorienterte og den reflekterende elevvirksomhet.

Den usikre og defensive elevvirksomhet inntar elever som fokuserer på prosedyrekunnskap, men ofte mangler grunnleggende forståelse. At de mestrer oppgavene teknisk, også i IKT-miljøet, kan føre til at læreren ikke oppdager manglende forståelse. En dialog med eleven er nødvendig for å kunne avdekke mangelen og for å øke forståelsen.
Den løsningsorienterte elevvirksomhet kjennetegner elever som er målbevisst, jobber raskt og effektivt med data, dvs. løser mange oppgaver. Å løse oppgaver for å finne svaret er deres mål. IKT-verktøyet oppleves ikke som en integrert del av undervisningen, men som et supplement til den vanlige undervisningen. Den tradisjonelle didaktiske kontrakten forandres ikke.
Den reflekterende elevvirksomheten er sjelden, men gir veldig gode betingelser til læring. Eleven reflekterer over resultatene i forhold til forventningene, kunnskapen, det matematiske innholdet og programmets funksjonsmåter. Forutsetningen er personlig engasjement, forbundet med viljen til å skape en sammenhengende begrepsforståelse og med viljen til å risikere at dette mislykkes.
De fleste elever trenger utfordringer og oppfordringer fra læreren til å kunne reflektere.

Lærer/elev-forholdet: Også relasjonene mellom lærer og elev forandrer seg. Nicaud (2004) og Chaachoua (2004) beskriver et eksempel fra bruk av Aplusix: I tradisjonell undervisning prøver elevene ofte å gi læreren det svaret som de mener han forventer. I arbeidet med Aplusix er denne faktoren forskyvet til IKT-verktøyet og har ikke lenger innvirkning på elevenes svar. Den didaktiske kontrakten mellom lærer og elev er forandret.

Krav til lærerkompetanse:
Å forberede lærere på bruk av IKT i undervisningen handler ikke bare om å lære dem programmet. Alle dimensjoner av undervisning må tas hensyn til (Laborde 2007). Målet må være å utvikle fire typer kunnskap (Tapan, 2003, referert i Laborde, 2007): matematisk kunnskap, teknisk kunnskap om programmet, matematikkdidaktisk kunnskap og didaktisk kunnskap om programmet.
Lærere må kjenne til mulighetene og begrensningene av IKT-verktøyet, kunne interpretere elevenes aksjoner med IKT, og kunne intervenere og lede kollektive læringsfaser (Laborde, 2007). Som nevnt oppe er en dialog med elevene om deres aktiviteter viktig for å utfordre til refleksjon og økning av matematisk forståelse.

- **Interaksjon**: Ifølge Brousseau (1997) blir kunnskap konstruert gjennom interaksjon mellom eleven og miljøet. I en vanlig undervisningssituasjon venter en elev ofte lenge på hjelp fra læreren. Har eleven fasiten og stemmer den ikke overens med hans resultat, må han regne hele oppgaven på nytt. I et databasert miljø er raskt og relevant feedback lettere mulig (Cerulli et al., 2005).

5 Forskningsdesign og metode

5.1 Forskningsdesign

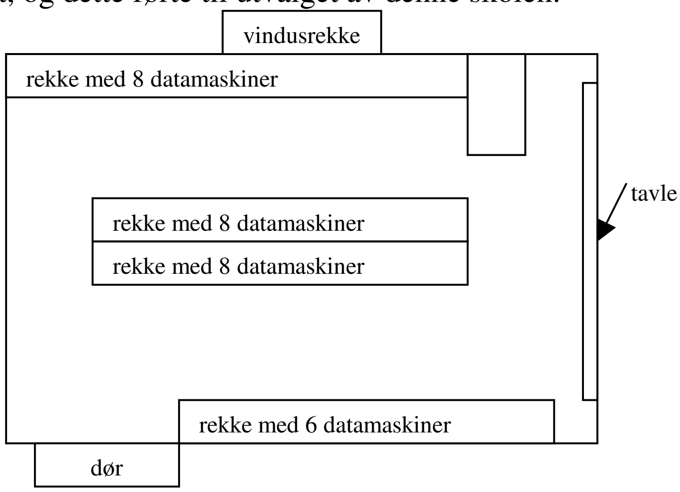
Eksperimentet mitt har noen trekk av kvasieksperimentell design. Jeg bruker en papir/blyant-gruppe i pre- og posttest og en Aplusix-gruppe, både i pre- og posttest og i selve aktivitetsperioden.

Grunnen til at jeg valgte dette er at eksisterende forskning om programmet Aplusix (Bouhineau et al., 2005; Chaachoua et al., 2004; Nicaud, Bittar et al., 2006; Nicaud et al., 2004) ikke bruker papir/blyant-grupper til å relatere funnene til. Forskningsartiklene tyder på at det kan føre til en kanskje litt for euforisk vurdering av resultatene fra Aplusix. Derfor valgte jeg å relatere funnene fra Aplusix-gruppen til en papir/blyant-gruppe.
Men situasjonen på skolen der jeg utførte eksperimentet, gjorde det ikke mulig å velge ut elever til gruppene tilfeldig. Derfor kan jeg ikke sammenligne dataene fra pre- og posttesten til begge grupper med statistiske metoder. Likevel kan det være en fordel å bruke dataene for å kunne relatere svarene fra Aplusix-gruppen til en gruppe utenfor.
Begge gruppene utfører de samme papirtestene, en pre- og en posttest. Aplusix-gruppen har fire timer algebraundervisning med emne ligninger på datarommet, der elevene utelukkende bruker Aplusix-programmet. Papir/blyant-gruppen behandler det samme emne på klasserommet, på tradisjonelt vis.
Papirtestene fra begge gruppene blir analysert med kvantitative metoder. Men statistikk alene kan ikke gi svar på spørsmålet mitt, om bruk av Aplusix kan forandre elevenes forståelse av algebra og likhetstegnet. Derfor ligger hovedtyngden på kvalitative metoder, dybdeanalyser av Aplusix-protokollene, replay-videoene og papirtestene.
Supplemerende metoder for Aplusix-gruppen er observasjon, intervju og spørreskjema, som har både kvalitative og kvantitative aspekter.
For å få svar på spørsmålet mitt og samtidig få høyst mulig reliabilitet og validitet, bruker jeg altså en metodetriangulering med både kvalitative og kvantitative metoder.

5.2 Kontekst

5.2.1 Skolen

Datamateriale ble hentet inn fra fire tiende klasser fra en ungdomsskole i Møre- og Romsdal. Skoleledelsen var interessert i mitt prosjekt, og dette førte til utvalget av denne skolen.
Tilgang til pc: Skolen har et datarom med én pc til hver elev. Plasseringen av pc-er er slik at elevene må snu hodet for å se på tavla og læreren. Det er ikke sikkert at elever som sitter helt bakerst ser godt hva som foregår der. (figur 5.1).



Figur 5.1: Plan datarom

5.2.2 Elever

De fire klassene består av mellom 25 og 30 elever av begge kjønn. I utgangspunkt var det 113 elever som deltok i prosjektet. En del bortfall oppsto pga. sykdom eller andre grunner. Utvalget av 113 elever kan ikke regnes som representativt for alle 10. klassinger i hele Norge.

Utvalg til Aplusix- og papir/blyant-gruppe: I en forberedende samtale med faglærerne kom det fram at alle fire klassene er nokså like i sammensetning og kunnskapsnivå. Alle klasser hadde følgt den samme læreplanen for matematikk. Enkelte elever med minoritetsspråklig bakgrunn og noen elever med dysleksi har problemer med å forstå oppgavene. For å kunne treffe et tilfeldig utvalg av gruppene måtte eg ta en pretest og deretter velge ut elevene til eksperiment- og kontrollgruppen. Av skoleorganisatoriske grunner var dette ikke mulig. På grunn av lærerenes utsagn om likhet av kunnskapsnivå, valgte jeg ut klassen A og B som Aplusuix-gruppe, og klassen C og D som papir/blyant-gruppe.

Elevens matematiske forkunnskaper: Skolen bruker læreverket *nye fakta* (Engstrand, Nordberg, & Tverås, 1999a), som er utviklet etter L97. Lærerne støtter seg dessuten på læreplan Kunnskapsløftet (Kunnskapsdepartementet, 2006) og en lokal læreplan for matematikk (Kunnskapsdepartementet, 2006; *Læreplan i matematikk*, 2006). Før gjennomføringen av Aplusix-eksperimentet har elevene ikke hatt algebraundervisning i dette skoleåret. Derfor kan jeg forvente forkunnskap fra 8. og 9. klasse.
Læreboken *nye fakta* behandler generelle regler for tall og brøk, f.eks. regneprioriteter, negative tall, parentesregler. Omforming av algebraiske uttrykk med både intuitive, aritmetiske og algebraiske metoder ble også gjennomgått. Læreboken nevner ekvivalensprinsippet i sammenheng med likninger i 9. klasse, men først i læreboken for 10. klasse ble dette forklart nærmere. Ut fra lite vektlegging av ekvivalensbegrepet i læreboken kan jeg ikke gå ut fra at elevene kan anvende kunnskapen om symmetrisk ekvivalens i sammenheng med likningsløsning.
Elevens datakunnskap og motivasjon: Alle elever behersker et tekstbehandlingsprogramm. I faget matematikk har elevene fra 8. klasse av brukt et regnearkprogram, men i begrenset omfang. I høst 2008, før gjennomføringen av prosjektet, har elevene jobbet på datarommet med matematikk i 6 timer. Lærerne informerer om at å jobbe på datarommet er motiverende for de fleste. Men hvis elevene lykkes bare i liten grad, mister de raskt motivasjonen og gir opp. Enkelte elever har dataangst.

5.2.3 Lærer

Det er seks lærere som underviser matematikk i de fire klassene, to damer og fire menn i alderen fra ca 30 år til 60 år. Alle har studert matematikk i sammenheng med allmenlærerutdanningen. Ingen har fordypning i matematikk. Den faglige bakgrunn i matematikk er altså ganske lik for alle. En lærer har tatt et halvårsstudium IKT. Denne læreren var ikke med i Aplusix-gruppen. Resten har ikke noe formell IKT-kompetanse. Erfaringen som matematikklærer varierer fra 2 år til 38 år.

5.3 Installasjon av programmet Aplusix

Det var ikke mulig å få tak i en skoleversjon av programmet og en tilhørende lisens som kunne lagre dataene til alle elever på samme plass. Derfor brukte jeg en versjon av Aplusix som produserer og lagrer data fra 6 elever samtidig. Aplusix-gruppen (A og B-klassen) besto av ca 60 elever, datarommet har 30 datamaskiner. Klassene skulle ikke bruke datarommet samtidig. Det var en utfordring å installere programmet slik at jeg etterpå, på en enkel måte kunne overføre dataene fra elevenes aktivitetene til min egen pc. Jeg fikk god hjelp fra dataansvarlig lærer på skolen og datafagmann fra kommunen.

Figur 5.2 hjelper til en bedre forståelse ved siden av min beskrivelse. Figuren viser fire rekker av datamaskiner som er nummerert. Én maskin blir brukt av to elever, én fra A- og én fra B-klasse, men etter hverandre. Som nevnt før kunne 6 elever knyttes sammen ved en installering av programmet. Det betyr at tre datamaskiner, f.eks. 1,2 og3, ble knyttet sammen slik at 6 elever kunne få brukernavn, produsere data og lagre dem på én mappe, *Classes*, direkte på skoleserveren. Under selve installasjonsprosessen av Aplusix er det mulig å angi en annen lagringsplass enn datamaskinen der programmet blir installert.
Neste installering gjaldt datamaskiner 4, 5 og 6, der lagringsmappen på serveren ble kalt *Classes 1*. Slik installerte vi programmet 10 ganger med tilsammen 10 lagringsmapper på serveren.

For at elevene lett kunne finne *sin* datamaskin festet jeg brukernavn til begge elever som brukte denne maskinen med tape på skjermen. På figuren er brukernavnet anonymisert og erstattet med tall.

Etter gjennomført prosjekt kunne jeg lett overføre dataene fra disse 10 mappene fra serveren på minnepen og min datamaskin.

Når det gjelder replay-videoer, altså avspilling av elevenes aktiviteter, fant vi ingen løsning for å kunne lagre videoene på serveren og overføre dem. Ulempen i analyseprosessen var at jeg fysisk måtte gå tilbake til hver datamaskin der elevene hadde jobbet og hente fram filmene. Når jeg sletter programmet fra skolens maskiner etter endt prosjekt, sletter jeg også verdifullt datamateriale.

B	Lærer4	Lærer3	Lærer2	Lærer1	25	24	23	22	B
A	30	29	28	27	26	25	24	23	A
	Classes 9		**Classes 8**			**Classes 7**			

	Classes 9	**Classes 6**			**Classes 5**			**Classes 4**	
B	Lærer5	15	16	17	18	19	20	21	B
A	15	16	17	18	19	20	21	22	A

A	14	13	12	11	10	9	8	7	A
B	14	13	12	11	10	9	8	7	B
	Classes 2			**Classes 3**			**Classes 4**		

A	1	2	3	4	5	6	A
B	1	2	3	4	5	6	B
	Classes			**Classes 1**			

Figur 5.2: Innstallering av programmet på datarommet

5.4 Datainnsamlingsmetoder

For å finne svar på forskningsspørsmålet mitt velger jeg følgende hovedmetoder:

1. **Pre- og posttest på papir:** Jeg kartlegger elevenes prestasjon og forståelse av likhetstegnet med kvantitative metoder.Kvalitative metoder bruker jeg til analysen av elevenes løsningsstrategier.
2. **Aplusix protokoller og replay-videoer** fra elevens aktivitetsperiode med Aplusix gir både statistiske data om bruk av programmet og rik kvalitativ informasjon om elevenes tenkemåte.

Supplemerende metoder som kan støtte opp resultatene:

3. **Observasjon**: For å kunne relatere resultatene til reale forhold i klassen gjennomførte jeg hovedsaklig kvantitative observasjoner og tok feltnotater.
4. **Intervju** skulle hjelpe til å få et dypere innblikk i elevenes og lærerens holdninger og synspunkt i forhold til Aplusix og forskningsspørsmålet.
5. **Spørreskjema** for alle elever i Aplusix-gruppen gir et kvantitativt innblikk i elevenes holdninger.

5.4.1 Pre- og posttest på papir

Pre- og posttesten har samme struktur og oppgavetyper (vedlegg 4 og 5). Det er viktig for å kunne sammenligne resultatene. Del A av testen består av didaktiske oppgaver som kartlegger blant annen forståelsen av likhetstegnet med kvantitative metoder. Del B og C innholder oppgaver, henholdsvis fra Aplusix-programmet og fra lærebøkene, der elevene skal løse algebraiske ligninger. Dataene fra disse deler blir brukt både til kvantitativ og kvalitativ analyse.
Posttesten har noen flere oppgaver i B- og C-delen. Hensikten med dette er å kunne identifisere elever som har jobbet med mer komplekse oppgaver i Aplusix (D3-oppgaver) og kan løse slike oppgaver også i et papir/blyant miljø (Nicaud et al., 2004). Løsningen av disse tilleggsoppgaver ble ikke tatt med i selve sammenligningen av pre- og posttest fordi jeg ikke har oppgaver av samme type i pretesten.

a) Del A - Diagnostiske oppgaver

Diagnostiske oppgaver kan brukes for å identifisere elevenes misoppfatninger om matematiske begreper og løsningsstrategier (Brekke, 1995). Jeg bruker diagnostiske oppgaver av samme type før og etter undervisningssekvensene med Aplusix-programmet. På denne måten skal jeg finne ut om trening med Aplusix har hjulpet for å overvinne noen misoppfatninger i forhold til forståelsen av likhetstegnet.

Oppgave 1 og 4 kartlegger elevens forståelse av likhetstegnet.

Oppgave 4 gir informasjon om elevenes verbale forståelse av likhetstegnet.
Oppgaven er hentet fra forskningen av Knuth m.fl. (2006) og lyder slik:

4a. Kva tyder symbolet = i følgjande oppgåve?
3 + 4 = 7
4b. Kan symbolet tyde noko anna? Forklar!

Elever som har en operasjonell forståelse av likhetstegnet vil f.eks. svare at likhetstegnet betyr *er svaret,* elever som har en relasjonell forståelse vil f. eks. svare *det samme på begge sider*.

Oppgave 1 viser samme forståelsen av likhetstegnet, men på en symbolsk måte.

Avgjer kva som er rett. Sett kryss.

a) *3+5 = 8+4 = 12+5 = 17*
b) *3+5 = 7+1*
c) *75+50 = 125-98 = 27*

Mener eleven at reknerekker (a og c) er riktige, så avslører det en operasjonell forståelse. En relasjonell forståelse vil vise seg hvis eleven krysser av for likningen som viser ekvivalens på begge sider (b).

Oppgave 2 - Forståelse av symmetrisk ekvivalens*:* Å forstå symmetrisk ekvivalens er en viktig forutsetning for å lære algebra. Med denne oppgaven ønsker jeg å finne ut om elevene har kjennskap til dette.

Sett inn det som manglar.

a) *39 = ... + 4*
b) *... = 15 + 9*
c) *31 = 47 - ...*

Oppgave 3 – Regneprioritet er *"et døme på korleis sviktande aritmetiske kunnskapar kan skape ekstra problem i algebra..."* (Brekke et al., 2000). Konvensjonen om prioritering av regneoperasjonene er lite vektlagt i lærebøkene og jeg ønsker å finne ut om det i denne gruppen kunne være en faktor å ta hensyn til i analysen. Oppgaven nedenfor.

Sett inn det som manglar.

a) *... · 2+4 = 12*
b) *3+2 ·... = 15*

b) Del B - Oppgaver fra Aplusix/ Del C – Oppgaver fra lærebok
Før jeg presenterer oppgavetypene, følger noen forklaringer på benevningene til algebraiske relger og didaktiske variabler som er brukt i tabellen over oppgavetyper.

Algebraiske regler som blir anvendt i oppgavene (Bouhineau, Bronner, Huguet, & Nicaud, 2003):
gjelder for *a, b, c, d* reelle tall og *k* hele naturlige tall.

Tabell 5.1 Algebraiske regler

1	ab+ad=a(b+d)	22	En ligning har samme løsninger som alle resulterende ligninger hvis man subtraherer eller adderer samme tall på begge sider
7	$\frac{ka}{kb}=\frac{a}{b}$ for alle b ulik 0		
9	$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}$ for alle b, c og d ulik 0	23	En ligning har samme løsninger som alle resulterende likninger hvis man multipliserer eller dividerer begge sider med samme tall.

Didaktiske variabler som elevene bør beherske for å løse oppgavene

1. Negative tall/koeffisient (en/flere)
   a) Addisjon/subtraksjon med negative tall/koeffisient

b)Multiplikasjon/divisjon med negative tall/koeffisient
2. Tallet –1 og 1 (også usynlig –1 eller 1 som koeffisient)
3. Null
   a) Addisjon/subtraksjon av null
   b) Divisjon/multiplikasjon med null
4. Variablen x
   a) en x
   b) to eller flere x
5. Kompleksitet: antall operasjoner/type operajoner.
   a) 1 operasjon (f.eks. ax=b),
   b) 2 operasjoner (f.eks. ax+b=c eller $\frac{x-a}{b} = c$)
   c) 3 operasjoner (f.eks. ax+b=cx+d) og flere
   d) addisjon/subtraksjon (f. eks. x-a=b)
   e) multiplikasjon/divisjon (f.eks. ax=b)
   f) blanding av +/- og multiplikasjon /divisjon (f.eks. ax-b=c)
6. Brøk: forkortning, regning med brøk
7. Ekvivalens: oppgaver med "snudd" rekkefølge (f.eks. a=bx)
8. Regneprioriteter/oppgavestruktur

Oppgavetyper: Oppgavedelen av testene består av følgende oppgavetyper. B-oppgaver er oppgaver fra Aplusix, C-oppgaver hentet fra læreboka (Engstrand, Nordberg, & Tverås, 1998)

Tabell 5.2 Analyse av oppgavetyper

	Oppgavetype	**Oppgavenr. i pre- og posttest**	**Algebraiske regler**	**Didaktiske variabler**
1	ax=b	B1, C1	23, (7)	4a, 5a/e
2	–a=-bx	B2	23, (7)	1b, 4a,5a/e, 7,
3	$\frac{a}{b}x = -\frac{c}{d}$	B3	9, 23, (7)	1b, 4a, 5b/e, 6
4	–ax+b=0	B4	22, 23,	1b, 3b, 4a, 5b/f, 8
5	ax+b=-cx-d	B5, C4	22, 23, (1), (7)	1a/b, 4b, 5c/f, 8
6	ax-b=c	C2	22, 23, (7)	1a, 4a, 5b/f, 8
7	$\frac{x-a}{b} = c$	C3, C8 (posttest)	23, 22, (7)	1a, 4a, 5b/f, 6, 8
8	x-a=b	C5	22, (7)	1a, 4a. 5a/d

Oppgavetype 1-4 er typiske Aplusix-oppgaver, dvs. negative tall/koeffisienter forekommer ofte i forbindelse med multiplikasjon/divisjon. Null er en hyppig didaktisk variabel.
Type 2 krever anvendelse av kunnskap om symmetrisk ekvivalens.
Brøkoppgaven krever algebraisk. regel 9.
Oppgavetype 5 og 6 forekommer både i Aplusix og læreboken
Oppgavetype 7 og 8 er typiske lærebokoppgaver, dvs. negative tall/koeffisienter forekommer bare i forbindelse med addisjon/subtraksjon. Brøk krever ikke mer enn algebraisk regel 23.

5.4.2. Aplusix protokoller og replay-videoer

For å kunne svare på forskningsspørsmålet samlet jeg data utelukkende fra ligningsoppgaver (området D i Aplusix). Programmet tilbyr oppgaver med økende vanskelighetsgrad (fra D1 til D9). Oppgaver D1 til D3 gir utfordringer som elevene med førkunnskap fra 8. og 9. klasse kan mestre.

- D1-oppgaver: Ligninger av grad 1. Nivå 1. Koeffisienter er heltall.
- D2-oppgaver: Ligninger av grad 1: Nivå 1. Koeffisienter er heltall, brøker eller desimaltall.
- D3-oppgaver: Ligninger av grad 1. Nivå 2. Koeffisienter er heltall. Parantesregning kan forekomme.

Alle aktivitetene til elevene blir automatisk lagret gjennom programmet. Det er tre forskjellige typer data som blir lagret: statistisk data (antall oppgaver prøvd og løst), Aplusix-protokoller (viser skjermbilde av elevens aktivitet fra den situasjonen da eleven var ferdig med oppgaven) og replay-video (filmen avspiller hele løsningsprosessen eleven har gjennmført, dvs. hvert enkelt steg).

5.4.3 Observasjon

TDS går ut fra at elevene lærer gjennom kontinuerlige interaksjoner med et miljø. Ved å telle interaksjonene med lærer, medelev og lærebok og deretter relatere dataene til både tidsforløpet i eksperimentet og til begge gruppene, kan jeg si noe om nytteverdien av programmet.

Design av observasjonsskjema

I mine strukturerte observasjoner skal jeg først og fremst telle interaksjonene. Her differensierer jeg mellom interaksjoner med lærer/forsker, med medelev, lærebok og andre ting, som f.eks. kan være internet på datamaskinen. En underdifferensiering gjør jeg ved å skille mellom faglige og tekniske spørsmål og mellom hele klassen og en enkelt elev.
I tillegg teller jeg antall minutt læreren bruker til forklaringer til hele klassen. Fordi jeg ikke kjenner elevene, kunne jeg ikke tilordne observasjonene enkelte elever. Derfor blir bildet mer helhetlig. Observasjonene kan ikke knyttes opp mot enkelte elever.

Tabell 5.3 Designet til observasjonsskjema

<table>
<tr><th colspan="6">Interaksjon med lærer/ forsker</th><th rowspan="4">Interaksjon med medelev</th><th rowspan="4">Interaskjon lærebok</th><th rowspan="4">Interaksjon andre ting</th></tr>
<tr><td colspan="5">Antall</td><td>Tidsbruk</td></tr>
<tr><td colspan="2">Elevspørsmål til lærer/ forsker</td><td rowspan="2">Lærer til hele klassen, faglig</td><td rowspan="2">Lærer til enkeltelev, faglig</td><td rowspan="2">Irettesetting av hele klassen eller enkeltelever</td><td rowspan="2">faglige forklaringer til hele klassen</td></tr>
<tr><td>teknisk</td><td>faglig</td></tr>
</table>

I tillegg tar jeg ustrukturerte observasjoner om arbeidsro og elevenes motivasjon.

5.4.4 Intervju

Ut fra problemstillingen min ønsket jeg å få innsikt i elevenes og lærernes synspunkter om bruk av Aplusix i algebraundervisningen. Intervjusvarene skulle gi et dypere innblikk enn spørreskjemaet og bidra til å støtte opp eller forkaste konklusjonene fra hovedmetodene.
En strukturering og standardisering, dvs. like spørsmål til alle intervjuede personer og en bestemt rekkefølge, var viktig for å kunne analysere intervjuene på en enkel måte. Samtidig ønsket jeg en viss grad av fleksibilitet. På denne måten ville jeg ikke være bundet av kategoriene, men åpen for nye innfallsvinkler som elevene eller lærerne kunne komme med. På den andre siden kunne jeg tillate at informasjon kunne utdypes.
Derfor valgte jeg formen av et *semistruktuert intervju.* Denne formen har både kvantitative og kvalitative aspekter (Kvale, 1996).

Intervjuguide
Jeg ønsket å vite om programmet er lett å lære og å bruke og nyttig for læring av ligninger. Dessuten var jeg interessert i holdninger til programmet . TDS bygger på at læring skjer mest gjennom interaksjon. Er Aplusix et miljø som tilbyr nok interaksjon slik at læring skjer? Eller er det nødvendig med annen interaksjon, for eksempel med lærer, medelev eller lærebok?
Jeg stilte opp følgende kriterier:

1. Motivasjon/ holdning
2. Teknisk nytteverdi (innlæring av programmet, brukervennlighet)
3. Pedagogisk nytteverdi
4. Selvstendighet (nødvendig hjelp fra lærer, medelev eller lærebok)

Spørsmålene formulerte jeg etter disse kategoriene (se vedlegg 6 og 7).

5.4.5. Spørreskjema

Målet med spørreskjemaet er å få informasjon om elevenes synspunkter fra hele Aplusix-gruppen samtidig. Resultatene fra den kvantitative delen av skjemaet kan støtte opp hovedmetodene og brukes, sammen med intervju og observasjon, i metodetriangulering. Kvalitative tilleggsdata kan gjøre elevenes synspunkt synlig, som ikke dekkes av den strukturerte delen av skjemaet.

Design
Som design for spørreskjemaet valgte jeg en Likert skala (Bryman, 2004) som måler intensiteten av holdninger overfor mitt emne, løsning av ligninger med Aplusix. Min skala har 5 kategorier, fra 1 (svært enig) til 5 (svært uenig). Det er vanlig å ha en midtkategori som signaliserer nøytralitet eller usikkerhet, som jeg kaller *vet ikke*-kategori i det følgende. Fordi jeg var usikker på om mange elever ville krysse av i midten, uten å tenke særlig på spørsmålet, gjorde jeg to forandringer. Ved å benevne bare de ytterste punkt (sterk ening, sterk uenig) og bruke en tallgradering fra 1 til 5 blir midtkategorien ikke vektlagt med ord som uttrykker usikkerhet. I tillegg plasserte jeg *vet ikke* kategorien helt til høyre for den graderte skalen. Jeg går ut fra at de fleste elever leser fra venstre til høyre, dvs. bestemmer seg kanskje for en av de andre kategoriene først, før de flytter blikket til høyre og vurderer *vet ikke* svaret.

Tabell 5.4 Designet til spørreskjemaet

	Svært enig -------------------------Svært uenig					Veit ikkje
Påstand	1	2	3	4	5	

Jeg ønsker å oppnå høy reliabilitet og validitet. Derfor måtte jeg vurdere en rekke faktorer. Det er to viktige aspekter som jeg måtte ta hensyn til, *acquiescence* og sosialt ønsket svar. Acquiescence (norsk *samtykke*) betyr at noen er enig eller uenig med alle påstander. For å unngå en stereotyp avkrysning formulerte jeg både positive og negative påstander (Bryman, 2004). Da er elevene nødt til å lese påstandene nøye. Jeg er bevisst om at det er mulig at mitt utvalg av positive og negative påstander kan ha innflyttelse på elevenes avkrysning.
For det andre er det mulig at elever skriver det svaret som de tenker læreren ville forvente å høre. For å unngå denne effekten bestemte jeg at spørreskjemaet skulle være anonymt og at lærerne ikke vil få tilgang til svarene. Den eneste inndelingen var gruppering etter kjønn. En

ulempe for meg som forsker er at jeg bare kan knytte spørreskjema opp til kjønn, ikke til bestemte elever, deres papirtester, oppgaver eller intervju.

Innhold
Kvantitativ del: Avkrysning.
Jeg brukte de samme kriteriene som i intervjuet:
1. Motivasjon/ holdning
2. Teknisk brukbarhet (innlæring av programmet, brukervennlighet)
3. Pedagogisk brukbarhet (nytteverdi, vanskelighetsgrad)
4. Selvstendighet (nødvendig hjelp fra lærer, medelev eller lærebok

Kvalitativ del: Formulering med egne ord
På slutten blir elever oppfordret til å beskrive læringen med Aplusix med sine egne ord.
Se hele spørreskjemaet i vedlegg 8.

5.5 Dataanalysemetoder

5.5.1. Papirtestene – kvantitativ analyse

Papirtestene fra begge elevgruppene ble analysert kvantitativt. Dataene fra papir/blyant gruppen trekkes senere fram i diskusjonen. Dataene fra Aplusix-gruppen skal jeg gå videre med i etterfølgende analyser.

Del A – diagnostiske oppgaver:
a) I en første analyse vurderte jeg alle fire didaktiske oppgaver, og jeg regnet ut prosent på antall riktige og gale svar (6.1). Resulatene brukte jeg i den videre analysen og diskusjonen.
b) En andre analyse, bare av oppgavene om forståelsen av likhetstegnet (oppgave 1 og 4), gjorde jeg for å velge ut elever som har relasjonell forståelse til den videre kvalitative analysen.
For at elevene kunne komme inn i kategorien *relasjonell forståelse,* måtte de vise relasjonell forståelse, både i oppgave 1 (symbolsk) og i en av oppgavene 4a og b (verbal). På denne måten kunne jeg finne elever som har forandret sin forståelse av likhetstegnet fra pre- til posttesten (tabell 6.5).

Del B (Aplusix-oppgaver) og Del C (lærebokoppgaver) ble analysert slik: Prosent av antall prøvde og riktig løste oppgaver, både i pre- og posttest, samt prosent av forandring satte jeg opp i en tabell, henholdsvis for oppgavedel B og C (tabell 6.6 og 6.7).
Deretter satte jeg opp oppgavetyper fra Aplusix-oppgaver som jeg kunne sammenligne fra pre- og posttesten (Nicaud et al., 2004) og analyserte resultatene fra hver type oppgave for seg (tabell 6.8).
I denne kvantitative analysen vurderer jeg oppgaven som løst når resultatet er riktig. Det kan hende at en elev bruker riktig strategi, men får feil svar. Dette finner jeg ikke ut ved hjelp av min kvantitative analyse, men det skal jeg ta hensyn til i den etterfølgende kvalitative analysen. (se også avsnitt 5.7)

5.5.2 Kvalitativ analyse av pre- og posttest

Denne analysen retter seg mot elever fra Aplusix-gruppen. Resultatene brukte jeg til utvalg av elever til en dybdeanalyse. Målet var altså en kategorisering som forarbeid til den kvalitative analysen av Aplusix-data. Bare elever som deltok i begge testene kunne velges ut.

Jeg kategoriserte elevene etter følgende sjema.

Tabell 5.5 Elevkategorier for den kvalitative analysen av Aplusix-data

Hovedkategorier	1 Forandret forståelse av likhetstegn		2 Relasjonell forståelse i begge tester	
Underkategorier	1a Strategi forandret	1b Strategi ikke forandret	2a Strategi forandret	2b Strategi ikke forandret

Kategori 1: Elevene som har forandret sin forståelse av likhetstegnet fra operasjonell til relasjonell (både i oppg 1 og 4)

I pretesten hadde disse elever ikke relasjonell forståelse i begge oppgavene (oppg. 1 og 4), dvs. enten viste de en operasjonell forståelse for begge oppgavene eller svarte på ulik måte i de to oppgavene. I posttesten hadde de relasjonell forståelse i begge oppgavene.

1a: Forandring av både forståelsen av likhetstegnet og strategien

Elever fra kategori 1 som har forbedret seg i en eller flere av de 8 oppgavetypene som er sammenlingbare fra pre- og posttesten ble plassert i kategori 1a.

Tabell 5.6 Oppgavetyper som er sammenlignbart fra pre- og posttest

	Oppgavetype	**Oppgavenummer. i pre- og posttest**
1	ax=b	B1, C1
2	–a=-bx (Aplusix)	B2
3	$\frac{a}{b}x = -\frac{c}{d}$ (Aplusix)	B3
4	–ax+b=0 (Aplusix)	B4
5	ax+b=-cx-d	B5, C4
6	ax-b=c	C2
7	$\frac{x-a}{b} = c$ (lærebok)	C3 (posttest C8)
8	x-a=b (lærebok)	C5

Mens jeg i den første kvantitative vurderingen av testene bare aksepterte den riktige løsningen, foretok jeg nå en dybdeanalyse, dvs. jeg vurderte både løsningsstrategien og selve løsningen.

Tabell 5.7 Eksempel på min vurdering av løsningsstrategier

Intuitiv/aritmetisk strategi	**Algebraisk strategi**
2. -4 = -6x 4 : 6 = 0,66 -0 40 -36 40 -36 40 $\underline{\underline{x = -0,66}}$	1. 6x = 36 $\frac{6x}{6} = \frac{36}{6}$ x = 6

Jeg vurderte en strategi som intuitiv eller aritmetisk dersom eleven ikke viste en algebraisk strategi, dvs. ekvivalente omforminger.

1b: Forståelsen av likhetstegnet forandret, men ikke strategien
At strategien ikke er forandret, betyr at den i begge testene er enten intuitivt/aritmetisk eller algegraisk.

Kategori 2: Elevene som har relasjonell forståelse både i pre- og posttest.
Disse elever viser i begge testene, både i oppgave 1 (symbolsk) og oppgave 4 (verbalt) en relasjonell forståelse.
Jeg differensierer på samme måte som i kategori 1.

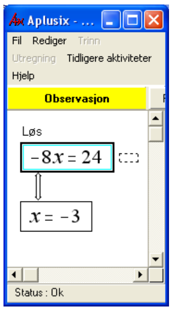
2a: Relasjonell forståelse av likhetstegnet og forandring av strategien
2b: Relasjonell forståelse av likhetstegnet og ikke forandring av stragegi

5.5.3. Analyse av Aplusix data

Data fra programmet Aplusix består av statistiske data, protokoller og replay-videoer.

a) Statistikk
Aplusix-programmet tilby en funksjon der jeg kan se hvor mange oppgaver en elev prøvde og løste i en bestemt tidsperiode, både fra test-, trenings- og selvkorrigeringsmodus. Med min versjon av programmet (seks brukere) kunne jeg ikke bruke statistikkfunksjonen for å sammenligne data fra hele gruppen.
Statistiske metoder er ikke sentrale for min analyse, og jeg behandlet dataene derfor på følgende måte: For hvert enkelt elev skrev jeg ut statistiske data, differensiert for trenings-, test- og selvkorrigeringsmodus. Disse dataene kunne fortelle noe om elevenes bruk av programmet og om læring. Jeg brukte dem som supplement i sammenheng med den kvalitative analysen av de utvalgte elevenes aktiviteter med Aplusix.

b) Protokoller
Aplusix-protokollen viser den endelige versjonen av elevenes løsning (se figuren 5.2). Alle mellomsteg eller steg som ble tatt vekk igjen, ser jeg ikke i protokollen.
Analysen av protokollene forteller så mye som en skrivebok. Eleven kan ha visket vekk, begynt på nytt flere ganger, brukt mye eller lite tid uten at dette vises gjennom protokollene. Jeg kan ikke finne mye ut om elevenes tenke- og arbeidsmåte. Derfor må protokollene analyseres i sammenheng med replay-videoene.
For å få oversikt over elevenes arbeidsmengde og arbeidsmåte, noterte jeg protokollene fra alle oppgaver en elev hadde jobbet med. Deretter var det mulig å oppdage mønster, f.eks. feil som gjentok seg. Den videre analysen besto av å gå dypere inn på enkelte oppgaver ved hjelp av replay-funksjonen.



Figur 5.2 Aplusix-protokoll

c) Replay-video
Dette verktøyet gjør det mulig å avspille alle steg en elev utførte, i real tid eller saktere. Ved å avspille løsningenprosessen av en oppgave flere ganger kunne jeg analysere elevenes strategier, arbeidsmåte med programmet og tidsbruk. Slik var det mulig å oppdage

misoppfatninger, usikkerheter og feil bruk av programmet. Dette verktøyet, med statistikk og protokoller som supplement, ble hovedinstrumentet for dybdeanalysen min.

5.5.4 Analyse av observasjonsskjema

Hoveddelen av observasjonen bygget på en fast struktur (tabell 5.3) og resultatene kunne analyseres kvantitativt ved å telle opp antall tilfeller for hver kategori.
Den utstrukturerte delen analyserte jeg med en deskriptiv metode. Arbeisro og elevenes motivasjon kan ikke måles, bare beskrives. Jeg beskriver mønster, progresjon eller variasjon.

5.5.5 Analyse av intervju

a) Transkribering
Alle intervju transkriberte jeg i sin helhet. På denne måten kunne jeg gå gjennom hele intervjuet flere ganger og gjøre en grundig analyse. Jeg brukte tekstprogrammet Word og Digital Voice Editor til lydbearbeiding. Transkriberingsnøkkelen er basert på *the Jeffersonian system* utviklet av Geil Jefferson (Potter & Wetherell, 1987), men noe forandret (vedlegg 14).

b) Analyse
Jeg bruker en *ad-hoc tilnærming* (Kvale,1996, s. 135–136). Denne metoden blir hyppig brukt i intervjuanalyse og tar i bruk flere forskjellige teknikker.
Etter å ha lest gjennom intervjuet flere ganger og ha fått et helhetlig bilde brukte jeg en *meningskategorisering*. Jeg valgte de samme kategoriene som jeg brukte under utforming av intervjuguiden: 1. motivasjon/holdning, 2. teknisk nytteverdi, 3. pedagogisk nytteverdi og 4. selvstendighet.
I analysen kunne også en *meningstolkning* av enkelte utsagn blir aktuelt (Kvale,1996, s. 135).

5.5.6. Analyse av spørresjema

Den kvantitative delen av spørreskjemaet analyserte jeg med deskripitiv statistikk. Målet var å ordne og presentere dataene for å kunne tolke dem (Befring, 2002).
Verktøyet er programmet SPSS som jeg brukte til å lage tabeller, beregninger av gjennomsnitt og standardavvik og til å presentere resultatene (vedlegg 12).
I den kvalitative delen skulle elevene beskrive sin holdning til læring med Aplusix med egne ord. Til analysen bruker jeg en koding i tre kategorier: positiv, negativ og neutral. Resultatene brukes som supplement i diskusjonen (vedlegg.13)

5.5.7 Triangulering

Jeg bruker en metodetriangulering med en inter-metode tilnærming (Howe, Høium, Kvernmo, & Knutsen, 2005). Det betyr at forskjellige metoder, både kvantitative og kvalitative, anvendes overfor samme elevgruppen. Kvantitative metoder, som statistiske analyser av papirtesten og Aplusix-protokoller, observasjon og spørreskjema forteller noe, men ikke nok for å kunne svare på forskningsspørsmålet mitt. Derfor tar jeg også kvalitative dybdeanalyser av enkelte elevers arbeider (papirtester og Aplusix-protokoller) og i tillegg intervju av lærerne og utvalgte elever. Datene fra de ulike metodene relaterer jeg til hverandre i forhold til forskningsspørsmålet mitt.
Triangulering gir dataene en størst mulig troverdighet, gyldighet og pålitelighet. Samtidig får forskningen en større bredde, kompleksitet og dybde.

5.6 Gjennomføring

Datainnsamlingen ble gjennomført i uke 39 og 40 i året 2008. I dette tidsrommet samlet jeg data fra ca 110 elever, fra fire tiendeklasser. Det var en del bortfall av elever, mest på grunn av sykdom eller spesialtimer som lå parallelt.
I begynnelsen av dette avsnittet skal jeg presentere en tidsoversikt over datainsamlingsperioden. Deretter beskriver jeg gjennomføringen av hver enkel metode.

Tidsplan for datainnsamlingen

Tabell 5.8 Tidsplan for Aplusix-gruppen

Uke	Time	Aktivitet	Datamateriale
39/40	1	Pretest	- Pretest på papir
	2	Demonstrasjon av Aplusix og trening på datarom.	- Protokoller og replay-video fra elevenes aktiviteter med Aplusix. - Observasjon
	3 - 5	Trening og test med Aplusix på datarom	- Protokoller og replay-video. - Observasjon
	6	Posttest Spørreskjema	- Posttest på papir - Spørreskjema
	Etter 6. time	Intervju av 2 lærere og 6 elever	- Lydopptak av intervju

Tidsplanen for *papir/blyant-gruppen* var ulik for timene 3-5. Da hadde denne gruppen vanlig algebraundervisning på klasserom.
Pre- og posttesten var lik for begge grupper. Observasjonen gjennomførte jeg i begge gruppene, men hovedvekt la jeg på Aplusix-gruppen.
Spørreskjema og intervju gjennomførte jeg bare i Aplusix-gruppen.

På forhånd var jeg bevisst om at jeg samlet inn en stor mengde datamateriale. På denne måten var jeg sikret mot en del bortfall. Senere kunne jeg velge vekk *dårlige* data, f.eks. et intervju der eleven bare svarte *ja/nei,* eller data som ikke virket interessant å analysere, f.eks. fra en diagnostisk oppgave der mesteparten av elevene svarte riktig.

5.6.1. Pre- og posttest på papir

a) Gjennomføring av datainnsamling

Pretesten ble gjennomført på mandag i uke 39 i andre timen. Alle fire klasser (to papir/blyant-grupper og to Aplusix-grupper) absolverte testen parallelt. Testen tok 30 minutt. Elever jobbet individuelt, uten lommeregner. Faglæreren hadde tilsyn i klassene, sammlet testene inn og levererte til meg etterpå. 94 elever deltok i testen.
Posttesten ble avviklet på fredag i uke 40 i andre timen (3 grupper) og i 5. timen (1 gruppe). Grunnen til at det ikke lå parallelt var en kollisjon med andre skoleaktiviteter. For posttesten gjaldt de samme betingelser som for pretesten. 103 elever deltok i testen.

Bortfall: 22 elever i pretesten (19%), 13 elever i posttesten (11%). Det var relativt høyt bortfall for pretesten, som jeg ikke har noen forklaring til, bortsett fra sykdom eller spesialtimer som lå parallelt.

b). Gjennomføring av analysen
Kvantitativ analyse: Se beskrivelsen under 5.5.1

Kategorisering
Jeg gjennomførte en kategorisering av elever i ulike grupper som beskrevet under avsnitt 5.5.2.

Tabell 5.9 Antall elever i hver kategori viser skjemaet nedenfor.

Hovedkategorier	1 Forandret forståelse av likhetstegn		2 Relasjonell forståelse i begge tester	
Underkategorier	1a Strategi forandret	1b Strategi ikke forandret	2a Strategi forandret	2b Strategi ikke forandret
Antall elever	7	3	1	2

Bortfall: Oppgavene fra en elev fra gruppe 1b viste seg å være helt uinteressant til dybdeanalyse fordi det ikke ble synlig en strategi i oppgaveløsningen. Denne eleven tok jeg ikke med i analysen.

5.6.2 Aplusix- protokoller og replay-videoer

a) Gjennomføring
2. time: *Innføring*: I første timen på datarom fikk elevene en liten demonstrasjon av programmet og jobbet deretter individuelt med et innføringsark (se vedlegg 2). På denne måten ble elevene kjent med alle relevante funksjoner av programmet. Elever som var tidlig ferdig, jobbet med oppgaver fra D1-område i treningsmodus.
3.-5. time : *Treningsfasen*. Framgangsmåten var slik at elevene først løste D1-oppgaver i treningsmodus, dvs. med konstant tilbakemelding om ekvivalens. Deretter utførte de D1-oppgaver i *testmodus*. Med denne innstillingen får elevene ikke tilbakemelding. Etter å ha løst alle oppgaver i testen så elevene testresultatet. Oppgaver som ikke var riktig løst, skulle de korrigere i *selvkorrigeringsmodus*. Med denne innstillingen fikk de tilbakemelding om ekvivalens mellom hvert steg og kunne se hvor feilen ligger og forandre oppgaven. Var elevene fornøyd med testresultatet, skulle de fortsette med D2-oppgaver, men i motsatt tilfelle gå tilbake og løse flere D1-oppgaver (se vedlegg 3).
Jeg støtter meg på en forskningsstudie fra Brasil (Nicaud, Bittar et al., 2006) som brukte denne framgangsmåten med stor suksess. Ved å la elevene avgjøre selv, viser jeg at jeg stoler på deres egen evne å vurdere deres ferdigheter. Slik kunne elevene gå fram i deres eget tempo og jobbe på sitt nivå. Jeg er bevisst om at en slik frihet kan føre til at noen elever jobber bare med de enkleste oppgavene. På den andre siden kan elever som føler seg trygge etter gjennomgang av en type oppgave, fortsette med oppgaver av neste vanskelighetsgrad og etterhvert få store utfordringer.

b) Analyse av elevenes løsningsstrategier med Aplusix – relatert til papirtestene
Dataene fra de utvalgte elever analyserte jeg etter følgende mal (se vedlegg 10):

- Sammendrag av resultat fra papirtestene
- Sammendrag av statistiske Aplusix-data (antall oppgaver, antall ekvivalente steg i gjennomsnitt for hver øvelsessekvens i Aplusix)
- Ekvivalensforståelse:

    - Pretest og posttest,
    - Aplusix- protokoller
- Strategi/feil
    - Pretest og posttest
    - Aplusix-protokoller (differensiert etter type strategi/feil)
- Elevenes bruk av programmet i forhold til programmets funksjoner, antall ekvivalente steg, tilbakemelding, svakheter med programmet, osv..

5.6.3 Observasjon

For å redusere forekomsten av målefeil ønsket jeg at minst to observatører som ikke deltok i aktivitene skulle observere i timene. Observasjonene skulle tas i både Aplusix-gruppen og papir/blyant-gruppen. Av skoletekniske grunner kunne jeg ikke gjennomføre observasjonene som planlagt. Det var ikke mulig å få en ekstra, ikke-deltakende lærer, til å ta observasjonene i Aplusix-gruppen. Derfor tok faglæreren som var tilstede i datatimene og jeg observasjonene. Siden han ikke kjente programmet godt nok, måtte jeg delta for å gi teknisk hjelp. Læreren bidro med sin faglige kompetanse der det trengtes. Derfor kan jeg ikke utelukke målefeil ved observasjonene. Av timeplanmessige grunner kunne jeg observere bare en time i papir/blyant-gruppen. Observasjonene fra begge gruppene kunne på denne måten ikke bli bra nok til å kunne trekke konklusjoner.
I analysen skal jeg derfor behandle dataene fra observasjonen utelukkende som et lite supplement.

5.6.4. Intervju

a) Utvalg av elever

Intensjonen var å velge ut tilfeldig 6 elever, fra begge Aplusix-klasser, fra begge kjønn og forskjellige kunnskapsnivå. Forutsetningen for at elevene kunne bli intervjuet, var at de hadde levert samtykkeerklæring med underskrift fra foreldrene. Fra A-klassen fikk jeg 12 underskrifter, fra B-klassen ingen. Av de tolv elever som hadde levert underskriftene, var det to som ikke hadde vært med i pretesten og derfor ikke kunne vurderes.
Jeg var ikke fornøyd med et så lite utvalg, og etter mange mislykkede forsøk med å få underskriftene ringte jeg til slutt til noen av B-klasse foreldrene for å få noen underskrifter. På selve intervjudagen fikk jeg tre underskrifter fra B-klasse elever.
Ut fra denne situasjonen kan jeg ikke betegne utvalget som tilfeldig. Til slutt kunne jeg intervjue seks elever fra begge klasser, av begge kjønn og ulikt faglig nivå.

Tabell 5.10 Utvalg av elever til intervju

Svak	Middels	Sterk	Jente	Gutt
Bente Lisa Lafo	Leif Ørjan	Siri	3	3

For å ha en reserveløsning valgte jeg ut seks elever fra A-klassen i tillegg.

b) Datainnsamling

Intervjuene ble gjennomført på siste dag av prosjektet. Det nøyaktige tidspunktet ble bestemt i samarbeid med lærerne og de utvalgte elever. Jeg ønsket at elever og lærere kunne se tilbake på og uttale seg om hele aktivitetsfasen. Hovedsaklig kunne jeg foreta intervjuene på et adskilt rom, skjermet fra andre lyder. Bare enkelte elevintervju måtte jeg gjennomføre i aulaen. Det medførte en del uro og ukonsentrerthet og i tillegg en dårligere lydkvalitet. Intervjuene ble tatt opp med lydbånd slik at intervjueren kunne konsentrere seg utelukkende på eleven eller læreren. Fordelen med lydopptak er at forskeren kan høre på intervjuet flere ganger, analysere både ord, stemmebruk og pauser. Dessuten er det mulig å foreta en tillegsanalyse i lys av nye teoretiske idér.

c) Dataanalyse
Lydfilene overførte jeg til datamaskinen og i løpet av kort tid transkriberte jeg alle intervju i sin helhet. Jeg la vekt både på ord, pauser og gester. Slik fikk jeg et helhetlig bilde av samtalen. Etter flere ganger gjennomlesning markerte jeg interessante uttalelser fra hver kategori. Bruk av forskjellige farger til de ulike kategoriene gjorde det lett å finne relevante uttalelser. Enkelte setninger kunne tolkes med en dypere analyse.

Siden kategoriene fra intervjuguiden, spørreskjema og observasjon i stor grad er like kan jeg bruke analysedata fra intervju i triangulering med disse metodene og i diskusjonen.
To elever, Siri og Leif, som ble intervjuet, var også blant de utvalgte elever til analysen av Aplusix-data (tabell 6.11). Det var spesielt interessant å kunne relatere funnene fra Aplusix-data til deres utsagn i intervjuene.

5.6.5. Spørreskjema

a) Datainnsamling
Elever fra Aplusix-gruppen fylte ut spørreskjemaet i siste timen av eksperimentfasen, i uke 40. I begynnelsen av denne timen jobbet de med posttesten. De siste ti minutt ble brukt til spørreskjema. Faglæreren samlet skjemaene inn og levererte til forskeren etterpå.

b) Analyse
I programmet SPSS definerte jeg følgende variabler: Elevnummer, kjønn og 13 spørsmål. Alle innsamlede spørreskjema ble nummerert og dataene lagt i SPSS-skjema. Siden jeg brukte både positive og negative påstander i skjemaet, snudde jeg nummereringen på de negative påstandene slik at alle påstander kan tolkes som positive. *Vet ikke*-kategorien ble utelatt fordi resultatene ikke var relevante for oppgaven min.
Spørreskjemaet er designet slik at det til hver kategori er ett eller flere spørsmål, tilsammen 13. I SPSS definerte jeg tilleggsvariabler som tilsvarer kategoriene mine: Teknisk, pedagogisk, differensiereing, motivasjon og interaksjon. For å kunne tolke resultatene i forhold til kategoriene laget jeg gjennomsnittsverdier fra de ulike svarene i hver kategori og presenterer disse i tabell (vedlegg 12).
En differensiering i jenter/gutter er ikke relevant for min studie og tas ikke med i presentasjonen og tolkningen.
Analysen av den kvalitative delen av spørreskjema foretar jeg som beskrevet under 5.5.5.

5.7 Reliabilitet og validitet
Reliabilitet blir bestemt av hvordan målingene blir gjort og nøyaktigheten av den videre behandingen av datamateriale. Høy reliabilitet er forutsetningen for høy validitet.
Bryman nevner reliabilitet og validitet som noen av de viktigste kriteriene i evalueringen av sosial forskning. *Reliabilitet* er nær knyttet til om en studie kunne gjentaes av en annen forsker, dvs. om graden av en måling er stabil (Befring, 2002; Bryman, 2004). For å få høy reliabilitet er målet å minimere forekomsten av målefeil. En nøyaktig beskrivelse av metodene skal gjøre det mulig for en annen forsker å gjenta forskningen.
"Validitet dreier seg om kor gyldig måleresultatet er" (Befring, 2002). Om resultatene samsvarer med virkeligheten, er et spørsmål av *intern validitet*. Datamaterialet taler ikke for

seg selv. Det må tolkes. Og tolkningen er alltid også subjektiv. Gjennom å bruke flere metoder og sette resultatene i relasjoner til hverandre kan jeg øke intern validitet.
Et spørsmål av *ekstern validitet* er om jeg kan generalisere ut fra mine funn. Utvalget mitt er lite i forhold til alle tiende klasseeelver i Norge. Jeg kan derfor ikke generalisere utfra mine data.

I det følgende skal jeg beskrive hvordan jeg kvalitetssikret de enkelte metodene.
Papirtestene: Oppgavene til papirtestene hentet jeg stort sett fra andre forskningsstudier (Brekke, 1995; Knuth et al., 2006; Nicaud et al., 2004). Dette bidro til høy validitet.
For å redusere mulige påvirkningsfaktorer gjennomførte alle klassene testene parallelt. Hver enkelt lærer leste opp en informasjonstekst om prosjektet, utviklet av meg. Jeg deltok ikke fordi jeg ikke kunne være tilstede i fire klasser samtidig. På denne måten ble vilkårene i alle klassene rimelig like og testene dermed reliable.
Faktorene som jeg ikke kunne kontrollere, var f.eks. om elevene var motiverte og om lærerne bidro med noe i forhold til dette eller i forhold til det faglige.
Aplusix – protokoller og videoer: I løpet av fire undervisningstimer med Aplusix produserte elevene et stort antall protokoller og videoer fra oppgavenes løsningsprosesser. Det store antallet er en faktor som øker stabiliteten av datamaterialet og dermed reliabiliteten. Analysen og tolkning av både protokollene og videoene kan bidra til å øke validiteten.
Observasjon: En forutsetning for at jeg får høy reliabilitet er at det som foregår i timene blir kartlagt på en mest mulig presis og struktuert måte. Men observasjoner er alltid også en subjektiv tolkning av en situasjon. For å få pålitelige resultater ønsket jeg å ha flere passive observatører, slik at jeg kunne sammenligne resultatene etterpå. Av skoletekniske grunner var dette ikke mulig. Dataene fikk jeg altså fra to delvis aktive observatører, faglæreren og meg.
Til tross for at reliabiliteten i utgangspunkt var lav, kunne en metodetriangulering med både intervju, spørreskjema og Aplusix-dataer øke reliabiliteten av observasjonene og dermed også øke validiteten.
Intervju: Intervjusituasjonen må utformes slik at den gir mest mulig reliabilitet og validitet. Ved at alle deltakere får like spørsmål, stilt i samme rekkefølge, er det mulig å styrke reliabiliteten. Slik skaper jeg mest mulig like betingelser for alle deltakere. I tillegg bruker jeg de samme kategoriene som i spørreskjema. På denne måten er det mulig å sette resultatene av begge metodene i sammenheng.
Ved å ta opp intervjuene på lydbånd og transkribere dataene i sin helhet øker jeg reliabiliteten.
En annen viktig faktor for kvalitetssikring er at elevene i selve intervjusituasjonen ble minst mulig påvirket av faktorer utenfra.
Spørreskjema: Å få mest mulig reliabilitet av et spørreskjema krever et godt gjennomtenkt design. Det er viktig at elevene oppfatter påstandene på en riktig måte, og hvordan de skal svare. Derfor er det viktig å utforme spørreskjemaet på en struktuert, oversiktlig og lettforståelig måte. For å være helt sikkert på at elevene ville forstå skjemaet, gjennomførte jeg i forberedningsfasen en utprøving med enkelte elever. Deretter foretok jeg noen små språklige justeringer.
Jeg kan aldri utelukke at noen elever ikke tar utfyllingen på alvor og krysser av bare tilfeldig.
I avsnitt 5.4.5 har jeg beskrevet mine tiltak for å øke validiteten.
Spørreskjemaet måler holdninger på et bestemt tidspunkt. Tidspunktet for gjennomføringen kan ha innvirkning på avkrysningen. Jeg valgte tidspunktet etter avsluttet eksperiment med Aplusix, slik at elevene hadde prøvd ut programmet lenge nok til å kunne gi svar på basis av et godt erfaringsgrunnlag. Motivasjonen etter fire timer kan ha minket for noen elever, og kan påvirke resultatene.

Mine ulike metoder har altså en ulik grad av reliabiltet og validitet. For å øke den samlede kvaliteten bruker jeg en metodetriangulering.

5.8 Kritisk evaluering av metodene

Kvantitativ analyse av papirtestene: Oppgavene vurderes som riktige når resulatet er riktig. Det kan hende at en elev bruker riktig strategi, men får et feil svar. Oppgaven vurderes da likevel som feil til tross for at eleven hadde tenkt riktig. Dette kan virke urettferdig. Men i den kvantitative analysen kunne jeg ikke vurdere ut fra elevens løsningsstrategi, i tillegg til svaret. Vurderingskriteriene hadde blitt for komplekse.
Observasjon: Observasjoner forteller om atferd, ikke utbetinget om holdninger. Dette kan føre til feiltolkninger. Tolkninger er subjektive og det er mange muligheter for feil. Observatørens egne forventninger ”*kan forstyrre persepsjonen og dermed redusere verdien av forskninga …”* (Befring, 2002).
For å oppnå en god reliabilitet på observasjon hadde det vært viktig med passive observatører som ikke var involvert i forskningen. Dette var ikke mulig. I tillegg hadde jeg ikke nok observatører. Jeg måtte være en delvis aktiv observatør. Grunnen var at lærerne pga. avlyst innføring i programmet ikke kunne gi teknisk hjelp til elevene.

Aplusix-statistikk: Det er flere grunner hvorfor en stor vekt på statistiske data fra Aplusix ikke er meningsfull for min oppgave. *For det første* kan statistikken i treningsmodus vise veldig få feilaktige trinn. Dette skyldes at elevene retter opp feil etter å ha fått en tilbakemelding om *ikke ekvivalens.* I treningsmodus lagrer elever altså som regel protokoller som er feilfrie. Men hvor mange feil elevene gjorde før de kom fram til riktig svar, viser ikke statistikken. *For det andre* er det et problem med den statistiske variablen *antall forsøkte oppgaver.* Statistikkfunksjonen teller alle oppgaver som eleven har åpnet. Den forteller ikke om eleven bare har sett på mange oppgaver uten å ha prøvd noe, eller om eleven virkelig har prøvd å løse oppgavene.
Intervju: Utvalget var vanskelig (5.6.4) og ikke representativt. Dataene fra ett intervju valgte jeg bort fordi eleven ikke ga relevante svar. Datamaterialet fra fem elevintervju speiler ikke igjen meninger og holdninger for hele klassen og kan heller ikke generaliseres til å gjelde tiendeklasse-elever i hele Norge.
Spørreskjema: Jeg kan ikke anta at alle elevene forsto alle spørsmål.
Dessuten satte analysen med SPSS noen begrensinger. Spesielt analysen i forhold til de fire kategoriene (ikke enkeltpåstandene) skapte problem. Der en elev ikke svarte på alle spørsmålene i en kategori, ble hele kategorien ikke tatt med i SPSS-analysen for denne eleven.

5.9 Etikk

Flere etiske spørsmål dukket opp både under forberedning av eksperimentet, i gjennomføringen og etter datainnsamlingen.

1. *Informasjon:* I forberedende samtaler med skoleledelsen og ansvarlig faglærer fikk skolen informasjon om følgende punkt (Miles & Huberman, 1994):
   1. Hva blir det fukusert på i forskningen?
   2. Hvordan blir data samlet inn?
   3. Hvem skal bli spurt om å delta i prosjektet?
   4. Hvilken rolle skal skolens personale ha i prosjektet?
   5. Hvordan skal deltakernes konfidensialitet bli beskyttet?

6. Skal deltakerne hjelpe i dataanalysen?
7. Hvilken tilbakemelding vil skolen få?

Etter at skolen hadde godtatt prosjektet fikk potensielle deltakere (lærerne og elevene) så mye informasjon som var nødvendig for at de kunne ta en avgjørelse om de ville være deltakere i studien (Bryman, 2004). For mye informasjon derimot kan hindre dem i å svare på spørsmålene på en ærlig måte. Det er en vankselig avgjørelse å ta.

2. Forskerne skal *ikke invadere personligheten* til deltakerne. Deltakerne skal bestemme helt frivillig om de vil være med på eksperiment og intervju. De skal ikke føle seg presset å svare på intervjuspørsmål eller krysse av i spørreskjema på en bestemt måte. Dessuten er det etisk viktig at deltakerne må ha rett til å trekke seg i løpet av studien uten å måtte gi en begrunnelse.
For å ivareta disse rettighetene for deltakere under 16 år krever Personvernombudet for forskning ved Norsk samfunnsvitenskaplig datatjeneste AS en godkjenning av studien og samtykkeerklæring fra foreldrene til alle deltakende elever. I juni 2008 søkte jeg om godkjenning og sendte deretter en samtykkeerklæring til alle foreldrene (samtykkeerklæring se vedlegg 1)

3. Elever skal ikke tas ut av skolemiljøet og *utsettes ubehagelige situasjoner*. Forskningen skulle skje i løpet av den vanlige skoledagen, i kjente omgivelser (klasserom og datarom) og sammen med personer de kjenner til (faglærerne).
4. De innsamlede data skal ikke inneholde *sensitive opplysninger* om elevene, lærerne eller skolen. Dersom det gis personlige informasjoner i intervju skal dette ikke transkriberes.

6. For å *unngå feilkonklusjoner og feilvurdering av elever, klasser eller skolen* skal dataene fra flere innsamlingsmetoder settes i sammenheng og i konteksten med klasse- og skolen.

7. *Anonymitet:* Ingen av deltakerne skal kunne identifiseres ut fra dataene. For å sikre ærlige svar forsikret jeg elevene at deres svar ville behandlet helt anonymt. Ikke engang lærerne ville få tilgang til svarene. Slik fikk elevene ikke noe karakterpress som kunne påvirke resultatet. Jeg er bevisst på at manglende karakterpress kan sette ned motivasjonen hos enkelte elever og dermed også deres prestasjon. Etter gjennomføringen av eksperimentet ble hele datamaterialet og all informasjon, både fra elever, lærer, klasser og skolen anonymisert.

8. Etter avslutning av forskningen skal dataene slettes for å *hindre misbruk*. Dette gjelder lydopptak, observasjonsdata, papirtestene, datafiler fra elevbøkene, Aplusix-protokoller og replay-videoer.

6 Analyse

Gjennom analysen av datamateriale skal jeg finne svar på forskningsspørsmålet mitt:

Kan bruken av programmet Aplusix i algebraopplæringen forandre elevenes forståelse av likhetstegn og forbedre algebraisk forståelse og elevenes prestasjoner?

Jeg velger følgende analysestrategi:

- Først analyserer jeg om det i løpet av prosjektet har skjedd en forandring av elevenes *forståelse av likhetstegnet* og /eller en forandring i *prestasjonen for løsning av likninger*. En kvantitativ analyse av papirtestene skal gi svaret (avsnitt 6.1 og 6.2).
- Deretter undersøker jeg om *algebraisk forståelse* har økt. Spørsmålet er om flere elever i løpet av eksperimentet og i posttesten bruker algebraiske strategier enn i pretesten? Jeg prøver å finne ut om Aplusix kan ha bidratt til denne forandringen. En kvalitativ analyse av både papirtestene og Aplusix-data skal gi svar. Med Aplusix-data betegnes her både protokollene, som viser elevenes synlige utregninger, og replay-videoene som gir detaljert innblikk i den virkelige løsningsprosessen.
- Jeg ser spesielt på elevenes læringsutvikling i forhold til *ekvivalensforståelse*, *brukte strategier* og *bruk av programmet* (avsnitt 6.3). Disse utgjør hovedelementene i min argumentasjon om Aplusix' bidrar til læring av algebra.
- Deretter ser jeg nærmere på om *programmet er brukbart* i undervisning av elementær algebra. Her er det spesielt metodene som observasjon, spørreskjema og intervju som gir svar på spørsmålet. Disse metodene gir supplerende informasjon om Aplusix kan bidra til læring (avsnitt 6.4).
- Til slutt *oppsummerer* jeg hovedfunnene av analysen (avsnitt 6.5).

6.1 Forandring av forståelsen av likhetstegnet

Det første spørsmålet jeg prøver å gi svar på i dette avsnittet er om det har skjedd en forandring av forståelsen av likhetstegnet i løpet av eksperimentet. Hvor mange elever har forandret sin forståelse fra en operasjonell til en relasjonell forståelse? Siden selve dataprogrammet er basert på ekvivalensbegrepet, antar jeg at Aplusix-gruppen kanskje har en større forandring av forståelsen av likhetstegnet enn papir/blyant-gruppen. Derfor presenterer jeg resultat fra både Apusix-gruppen og fra papir/blyant-gruppen.

De **diagnostiske oppgavene** i papirtestene er laget slik at de kan gi svar på forhold som henger sammen med forståelsen av likhetstegn og ekvivalens (oppgave 1, 2, 4), men også med aritmetiske grunnlag for algebraisk forståelse (oppgave 3). Rekkefølgen av oppgavene er ikke av betydning.

Tabell 6.1: Diagnostiske oppgaver pretest (posttest har lignende oppgaver)

Oppgavenummer	Diagnostisk mål	Oppgave
Oppgave 1	Tester forståelsen av likhetstegnet i sammenheng med en algebraisk oppgave.	*Avgjer kva som er riktig. Sett kryss.* *a) 3+5 = 8+4 = 12+5 = 17* *b) 3+5 = 7+1* *c) 75+50 = 125-98 = 27*
Oppgave 2	Tester elevenes kunnskap om symmetrisk ekvivalens.	*Sett inn det som manglar.* *a) 39 = ... + 4* *b) ... = 15 + 9* *c) 31 = 47 - ...*

Oppgave 3	Avslører mangler på kunnskap om regneprioriteter.	*Sett inn det som manglar.* *a) ... · 2+4 = 12* *b) 3+2 ·... = 15*
Oppgave 4	Tester forståelsen av likhetstegnet verbalt.	*4a. Kva tyder symbolet = i følgjande oppgåve?* *3 + 4 = 7* *4b. Kan symbolet tyde noko anna? Forklar!*

Analysen av **oppgave 2** viser at nesten 100% av elevene behersker symmetrisk ekvivalens slik det blir testet i denne oppgaven. Jeg skal ikke presentere resulatene nærmere.

Analysen av **oppgave 3** gir et hint om mangler på en viktig del av det aritmetiske grunnlaget.

Tabell 6.2: Diagnostisk oppgave 3 fra pretest, riktig svar i prosent

Oppgaver	Prosent rett
a) … · 2+4=12	82%
b) 3+2· … =15	54%

Resultatet avslører at mange elever viser en typisk *venstre til høyre effekt,* dvs. regning fra venstre til høyre side. Mange behersker ikke reglene om regneprioritering. Denne mangelen på aritmetiske regler kan, etter Brekke et al. (2000), være et stort hinder i læring av algebra. Dette er et viktig resultat som vil dukke opp i diskusjonen, men det er ikke sentralt for hovedspørsmålet mitt. Derfor skal jeg ikke fordype meg mer i denne analysen.

Analysen av **oppgave 1 og 4** gir direkte svar på forståelsen av likhetstegnet, både gjennom en symbolsk (oppgave 1) og en verbal presentasjon (oppgave 4).

Oppgave 1: Det var mulig å krysse av for flere oppgaver. I pretesten var bare svaret b) rett. I posttesten var svar a) og c) rett. Tabellen viser prosentandelen av elevene som bare har valgt det eller de riktige svarene. Elever som krysset av flere alternativer, blant annet det riktige svaret, ble ikke tatt med her.

- A - Aplusix-gruppe (skoleklasse A og B)
- P - Papir/blyant-gruppe (skoleklasse C og D)

Tabell 6.3: Diagnostisk oppgave 1 fra pre- og posttest, symbolsk relasjonell forståelse angitt i prosent

Gruppe	Pretest	Posttest	Økning
A	23%	50%	27%
P	58%	62%	4%

I **oppgaven 4** skulle elevene forklare med sine egne ord hva symbolet "=" betyr. 4a- og 4b-oppgaven ga mulighet til flere svar. I analysen kodet jeg svarene i kategoriene *relasjonell* eller *operasjonell.* Vurderingen ble tatt etter den *beste* interpretasjonen. Det vil si at elevene som bare hadde en relasjonell forståelse i enten *4a* eller *4b* ble tatt med i kategorien *relasjonell forståelse.*

Tabell 6.4: Diagnostisk oppgave 4, verbal relasjonell forståelse angitt i prosent

Gruppe	Pretest	Posttest	Økning
A	32%	48%	16%
P	46%	66%	20%

Disse resultatetene er interessante på forskjellige måter.

- Tabell 6.3 viser at Aplusix-gruppen hadde i løpet av perioden for oppgaven 1 en stor forbedring i retning mot en relasjonell forståelse av likhetstegnet. Kan Aplusix ha hjulpet elevene til det?
- I samme tabellen (6.3) er forskjellen mellom de to gruppene *i pretesten* veldig stor. Få elever fra Aplusix-gruppen, derimot over halvparten av elevene fra papir/blyant-gruppen, hadde en relasjonell forståelse for denne type oppgave.
- Også i oppgave 4 (tabell 6.4) har flere elever fra papir/blyant-gruppen allerede i pretesten en relasjonell forståelse. En detaljanalyse viser at to klasser skiller seg ut. I klasse A fra Aplusix-gruppen hadde hele 84% av elevene en operasjonell forståelse. I klasse D fra papir/blyant-gruppen hadde derimot 63% av elevene en relasjonell forståelse. Tidliger forskningsstudie (Knuth et al., 2006) har vist at elever som har en relasjonell forståelse av likhetstegnet også har et bedre utgangspunkt for å lære å løse algebraiske ligninger.

Analyseresultatene viser at utgangsbetingelsene for begge gruppene er veldig forskjellige. Derfor skal jeg i alle etterfølgende analyser ikke lenger sammenligne begge grupper. De ulike resultatene blir drøftet i diskusjonskapittel 7.

Oppgave 1 og 4: Bare elever som viser relasjonell forståelse, både i oppgave 1 og 4, viser *sikker relasjonell forståelse*. En undersøkelse for Aplusix-gruppen som tar resultatene fra begge oppgavene sammen, viser følgene resultat:

Tabell 6.5: Oppgave 1 og 4, sikker relasjonell forståelse for Aplusix-gruppen

Gruppe	Pretest	Posttest	Økning
A	11%	34%	23%

Ut i fra dette resultatet er det to grupper elever som det er viktig å finne ut mer om.

- Elevene som ikke hadde sikker relasjonell forståelse før, men hadde det etter dataperioden. Disse elever har antageligvis hatt nytte av å bruke programmet.
- En annen del elever som hadde sikker relasjonell forståelse både før og etter perioden. Disse elever kan likevel hatt nytte av å jobbe med Aplusix.

En dybdeanalyse av papirtestene (avsnitt 6.3.1) og Aplusix-data (avsnuitt 6.3.2) av begge disse elevgruppene, kan hjelpe meg å finne svar på om og hvordan Aplusix kan ha hjulpet til å forandre forståelsen for likhetstegnet.

Før jeg går inn i denne detaljanalysen, ser jeg i følgende avsnitt på elevenes løsningsevne og prestasjon for løsning av ligninger.

6.2 Prestasjon for løsning av ligninger

Litteraturen (Knuth et al., 2006) beskriver sammenhengen mellom elevenes forståelse av likhetstegnet og løsningsevne til algebraiske ligninger. Kan jeg påvise denne sammenhengen også i min elevgruppe, dvs. i Aplusix-gruppen? Har elevenes prestasjon for løsning av ligninger økt i perioden, og i tilfelle for hvilke oppgavetyper? Resultatene fra en kvantitativ analyse av *papirtestens oppgavedel* kan hjelpe meg å finne ut om bruk av Aplusix har hjulpet eller hindret læring.

Del B av papirtesten består av oppgaver som er hentet fra Aplusix-programmet. Oppgaver fra Del C er plukket ut fra læreboken. En nærmere beskrivelse av oppgavetypene er gjort i avsnitt 5.4.1.
I denne kvantitative analysen teller jeg oppgaver som elevene fra *Aplusix-gruppen* har prøvd og oppgaver som er riktig løst.

Tabell 6.6: Test del B, A-gruppe. Rette svar, angitt i prosent av antall elever (resultat P-gruppe i parentes)

	Pretest	**Posttest**	**Forandring**
prøvd	50% (42%)	65% (71%)	15% (29%)
løst	24% (26%)	38% (48%)	14% (22%)

Tabell 6.7: Test del C, A-gruppe. Rette svar, angitt i prosent av antall elever (resultat P-gruppe i parentes)

	Pretest	**Posttest**	**Forandring**
prøvd	63% (58%)	58% (74%)	-5% (16%)
løst	48% (46%)	45% (55%)	-3% (9%)

I begge testene løser elevene færre Aplusix-oppgaver (Del B) enn lærebokoppgaver (Del C). Det har sannsynligvis med oppgavetypene å gjøre. Aplusix-oppgaver er delvis veldig forskjellige fra det elevene er vant med. Oppgavetypene fra Aplusix bruker flere didaktiske variabler samtidig og er delvis mer komplekse. Likevel skjer det en liten økning i prestasjon i løpet av perioden. Det er vanskelig å si hvorfor prestasjonen av lærebokoppgaver for Aplusix-gruppen minker. En grunn kan være at motivasjonen for prosjektet minket over tid, særlig for svake elever. Posttesten ble gjennomført helt på slutten av eksperimentperioden, og lærebokoppgaver utgjorde siste delen av denne testen. Mange elever leverte blanke eller nesten blanke ark. Det trekker ned på resultatet, som er gjennomsnittet av hele gruppen.

En analyse av prestasjonene for de enkelte oppgavetypene fra Aplusix-oppgavene gir et mer differensiert bilde.

Tabell 6.8: Oppgavetyper Aplusix-oppgaver, prosent rette svar

	Oppgavetype	**Pretest**	**Posttest**	**Økning/minking**
1	ax=b	68	90	22%
2	–a=-bx	18	42	24%
3	$\frac{a}{b}x = -\frac{c}{d}$	2	0	-2%
4	–ax+b=0	21	34	13%
5	ax+b=-cx-d	11	22	11%

Tabellen viser at **oppgavetype 3** skiller seg ut. Det er få elever som greier brøkoppgaven. Aplusix-programmet bruker en type brøkoppgave som elevene ikke har hatt øvelse i før. Jeg skal se nærmere på problemer med brøkoppgaver i analysen av Aplusix-data.

Oppgavetype 1 og 2 har hatt omtrent like stor økning i rette svar (22% og 24%) som elevene har hatt i forandring av forståelse av likhetstegnet (23%) (tabell 6.5). Er det en sammenheng? Hvorfor har bruken av Aplusix hatt positiv innvirkning på akkurat disse oppgavetyper?
En analyse av oppgavetypene kan hjelpe videre. Hvilke didaktiske variabler (se 5.4.1), dvs. hvilken type kunnskap, krever disse oppgavene?

Tabell 6.9: Didaktiske variabler som elevene må beherske for å løse oppgavene

Oppgavetype 1	Oppgavetype 2
1 variable x på venstre side Kompleksitet: 1 operasjon (divisjon)	1 variabel x på høyre side (krever kunnskap om symmetrisk ekvivalens) Kompleksitet: 2 eller 3 operasjoner (divisjon) To negative tall og koeffisienter

Oppgavetype 1 krever lite kunnskap og er lite kompleks. Denne oppgavetypen kjenner elevene fra læreboken. Allerede i pretesten løste 68% av elevene denne oppgaven.
Mer interessant er *oppgavetype 2* som har flere didaktiske variabler. Elevene må kunne anvende kunnskapen om symmetrisk ekvivalens, kunne regne med negative tall og koeffisienter og mestre litt mer komplekse oppgaver. Denne oppgavetypen kjenner elevene ikke fra læreboken. Der brukes nesten ikke oppgaver med negative tall og negative koeffisienter. Oppgaver som har variabelen på høyre side, dvs. Oppgaver som krever kunnskap om symmetrisk ekvivalens, er heller ikke brukt i læreboken. Derfor antar jeg at elevene ikke har god trening i å løse denne typen oppgave fra før. Det er innlysende at elevene derfor skorer dårlig i pretesten (18%). Det ser ut til at bruken av Aplusix har virket positivt på denne typen oppgaver. I posttesten klarer tydelig flere elever (økning på 24%) oppgavetypen.

Det er like mange elever som har forandret sin forståelse av likhetstegnet i retning mot en relasjonell forståelse, som det er elever som mestrer denne typen oppgave. Dette kan tyde på at Aplusix med sitt design, basert på ekvivalensbegrepet, kan hjelpe elevene i algebralæringen.

Oppgavetype 4 og 5 har også hatt en mindre økning, henholdsvis på 13% og 11%. Oppgavene krever at elevene behersker flere didaktiske variabler og kompleksiteten øker. Dette kan være grunnen til at færre elever klarte disse oppgavetyper. Pga. oppgavenes begrensing skal jeg ikke gi en detaljert analyse av denne oppgavetypen her. I den kvalitative analysen av elevenes aktiviteter med Aplusix (avsnitt 6.3.2) blir også denne oppgavetypen undersøkt.

6.3 Algebraisk forståelse

Har algebraisk forståelse økt for elever som har forandret sin forståelse av likhetstegnet eller hatt en relasjonell forståelse i begge testene? Gjennom en kvalitativ analyse av papirtestene prøver jeg å finne svaret. Som forberedelse for den etterfølgende dybdeanalysen av Aplusix-data deler jeg den relevante elevgruppen inn i kategorier (6.3.1).
Har Aplusix bidratt til forandringen av algebraisk forståelse? På hvilken måte kan Aplusix hjelpe til læring eller hemme læring? En dybdeanalyse av protokollene og replay-videoene av elevenes aktiviteter, er hovedelementet i min analyse (6.3.2).

6.3.1 Kvalitativ analyse av papirtestene – Utvalg av elever til kvalitativ analyse av Aplusix-data

Elever som har forandret sin forståelse av likhetstegnet eller hatt en relasjonell forståelse i begge testene skal analyseres videre. Jeg undersøker papirtestene (metoden beskrevet i 5.5.2) av disse elever i forhold til forandring av strategier og forandring av prestasjonen (vedlegg 9). I denne kvalitative undersøkelsen vurderer jeg både løsningsstrategien (aritmetisk eller algebraisk) og selve løsningen. Jeg deler elevgruppen inn etter følgende kategorisering.

Tabell 6.10: Kategorisering av elever til videre kvalitativ analyse

Hovedkategorier	1 Forandret forståelse av likhetstegnet fra operasjonell til relasjonell		2 Relasjonell forståelse i begge testene	
Underkategorier	1a Strategi forandret	1b Strategi ikke forandret	2a Strategi forandret	2b Strategi ikke forandret
Antall elever	7	3	1	2

Det er 13 av til sammen 51 elever (25% av elevene) som har forandret forståelsen av likhetstegnet eller hatt en relasjonell forståelse i begge testene.

Tabell 6.11: Elever fra de ulike kategoriene

Kategori	1a	1b	2a	2B
Elevnavn	Mira Paul Helge Anne Malin Freya Leif	Ottar Jan Ida	Stian	Else Siri

Denne kategorisering danner grunnlaget for den etterfølgende analysen av Aplusix-data.

6.3.2 Kvalitativ analyse av Aplusix-data

I denne hovedanalysen skal jeg gå i dybden av datamaterialet fra de utvalgte elevenes aktiviteter.
Aplusix-protokoller viser elevenes utregninger og resultat av en oppgave. Protokollene kan sammenlignes med utregningen som elevene leverer på papir. I et papir/blyant miljø er alt som elevene visker bort eller skriver på kladdeark ikke synlig. Programmet Aplusix gir forskeren (og læreren) muligheten å se på disse skjulte aktivitetene gjennom replay-videoene. Avspilling av elevens aktiviteter viser både tidsbruk og alle aktivitetsmønster. Videoen viser når eleven sletter tall eller hele oppgaven, går et skritt tilbake eller begynner på nytt. Ved å analysere replay-videoene kommer jeg nært inn på elevenes tenkemåte.

Jeg skal prøve å svare på følgende spørsmål:

- Hvilke løsningstrategier bruker elevene?
- Hvilke feilforestillinger eller mangler på kunnskap setter en stopper på utviklingen av algebraiske strategier?
- Har bruken av programmet bidratt til læringen?

Jeg bruker følgende hovedinndeling for analysen:

a. Ekvivalensforståelse
b. Strategi
c. Elevenes bruk av programmet

6.3.2a Ekvivalensforståelse

Elevene viser gjennom oppgavene om de behersker kunnskapen om ekvivalens og kan anvende den. Spesielt oppgavetype 2, der symmetrisk ekvivalensforståelse er nødvendig, er egnet til denne anlaysen.
For hver elevkategori gir jeg en oversikt over elevenes forandringer av *ekvivalensforståelsen* og presenterer typiske eksempler, både fra papirtestene og Apluisx-data.
Antall ekvivalente steg som elevene bruker for å løse en oppgave med Aplusix kan gi et bidrag til analysen. Tidligere forskning med Aplusix (Marselle & Castanet, 2003; Nicaud et al., 2004) vurderte en økning av antall steg i løpet av en bruksperiode med programmet som positiv. Analysen skal vise om det samme gjelder for min forskning.

Kategori 1a

Tabell 6.12: Oversikt over antall elever som har forbedret/ikke forberet sin ekvivalensforståelse.

	Ekvivalensforståelse			
	Papirtest		Aplusix	
	Forbedret	Ikke forbedret	Forbedret	Ikke forbedret
Antall elever	6	1	6	1

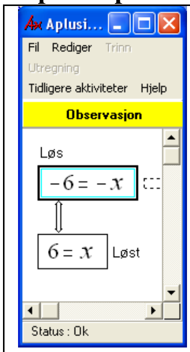
***Ekvivalensforståelsen**,* vist gjennom oppgavene, øker tydelig for de fleste elever. Bare for én elev er dette ikke helt entydig (intervjueleven). Han viser symmetrisk ekvivalensforståelse bare for oppgavetype 5.

Et godt eksempel for en tydelig progresjon i ekvivalensforståelse viser oppgaver fra elev Freya.

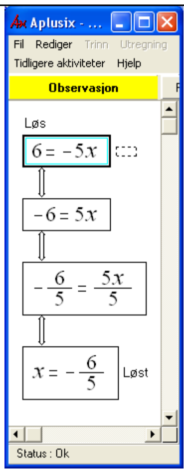
Pretest Freya

Eleven forstår oppgavestrukturen, men tenker aritmetisk og ikke algebraisk. Ekvivalensomforming og symmetrisk ekvivalens bruker hun ikke.	**$-4 = -6x$** $-6x : 6 = -x.$ $-4 : 6 = -0{,}6.$ $-x = -0{,}6$

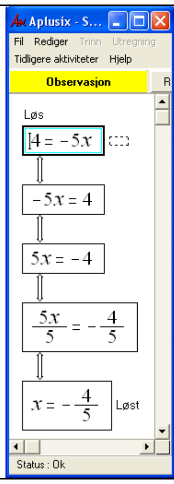
Aplusix-protokoll Freya



3.dag test
Freya multipliserer med –1, men snur ikke oppgaven.
Hun tenker ikke på symmetrisk ekvivalens.



3.dag test
Hun multipliserer med –1 og minustegn foran x-uttrykket forsvinner.
Deretter deler hun på like tall på begge sider og snur uttrykket, dvs. anvender ekvivalenskunnskapen.



4.dag
Eleven begynner med å snu oppgaven.
Deretter multipliserer hun med -1 og
deler på samme tall på begge sider.

I første eksemplet bruker eleven ikke symmetrisk ekvivalens, men lar oppgaven bare stå (6=x). I andre eksemplet omformer hun riktig, men bruker ikke symmetrisk ekvivalensomforming før helt på slutten. Først på fjerde dag begynner hun med å anvende symmetrisk ekvivalens helt i begynnelsen og utfører ekvivalente omforminger deretter. Denne teknikken bruker hun i alle følgende oppgaver og også i posttesten.

Posttest Freya

Eleven forstår oppgavestrukturen og anvender samme algebraiske strategi som hun lærte gjennom Aplusix-øvelsene.	**-3 = -7x** $-7x = -3$ $7x = 3$ $\frac{7x}{7} = \frac{3}{7}$ $x = \frac{3}{7}$

Ekvivalente steg i Aplusix-oppgaven

Tabell 6.13: Oversikt over forandring av antall ekvialente steg

Antall ekvivalente steg					
Økning		Ikke økning		Minking	
Test	Øvelse	Test	Øvelse	Test	Øvelse
2	5	4	2	1	-

Elevene øker bruk av ekvivalente steg mest for øvelsesoppgaver. Men i testen dropper elever mange steg. Føler de seg trygge og hopper over steg? En elev (Helge*)* viser i gjennomsnitt tydelig færre steg for tre tester han tar med D1-oppgaver på andre og tredje dag (3,1 steg, 2,7 steg, 2,3 steg). Han regner i alt veldig mange oppgaver og jeg antar at han har fått så god øvelse at han etter hvert trekker sammen enkelte steg.

Kategori 1b
Elever fra denne kategorien har forandret sin forståelse av likhetstegnet, men de har ikke forandret strategien. Det kan bety at elevene hadde algebraiske strategier fra før eller at elevene hadde artimetiske/intuitive strategier både i pre- og posttesten.

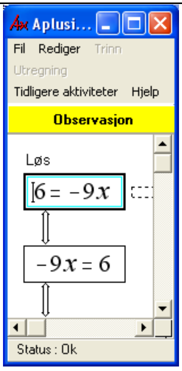
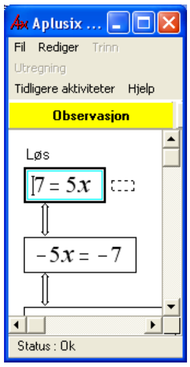
Ekvivalensforståelse:

Tabell 6.14: Oversikt over antall elever som har forbedret/ikke forberet sin ekvivalensforståelse.

	Ekvivalensforståelse			
	Papirtest		Aplusix	
	Forbedret	Ikke forbedret	Forbedret	Ikke forbedret
Antall elever	1	2	-	3

Elev Ida viser god symmetrisk ekvivalensforståelse i begynnelsen av Aplusix-perioden, men ikke senere. Se eksemplet nedenfor.

Aplusix-protokoll elev Ida

	
1. dag øvelse Ida viser symmetrisk ekvivalensforståelse ved å bytte sidene med én gang.	*2. dag øvelse* Hun forandrer strategien. Hun flytter over og skifter fortegn. Det er antageligvis prosedyren som hun har lært tidligere. Det gjør oppgaven mer komplisert. Hva kan være grunnen for denne lite hensiktsmessige strategiendringen? Har hun mistet den symmetriske ekvivalensforståelsen som hun viste i begynnelsen?

Denne eleven bruker etter hvert mange steg som støtter antagelsen min at hun utfører velkjente prosedyrer.

Antall ekvivalente steg:

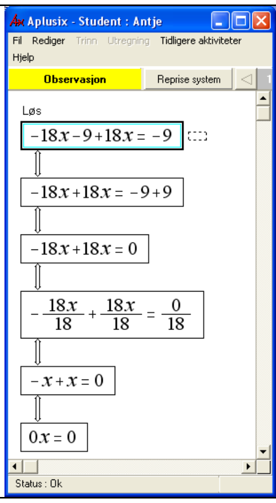
Tabell 6.15: Oversikt over forandring av antall ekvialente steg

Antall ekvivalente steg					
Økning		Ikke økning/ ikke vurdert		Minking	
Test	Øvelse	Test	Øvelse	Test	Øvelse
1	3	2	-	-	-

To av tre elever utførte bare én test. Derfor kan jeg ikke vurdere en forandring i ekvivalente steg. Alle tre elever hadde en tydelig økning i antall ekvivalente steg i øvelsene. Men spesielt for Ida virker denne økning ikke som økende forståelse. Se følgende eksempel.

Aplusix-protokoll Ida

<table>
<tr>
<td>I denne oppgaven viser eleven 6 steg. Hun går systematisk fram og bruker den kjente prosedyren.
På tredje steget oppdager hun ikke at $-18x+18x$ er lik null. Hun ser sannsynligvis koeffisienten foran x. Hun kobler det til at hun må dele på koeffisienten for å bli kvitt den.

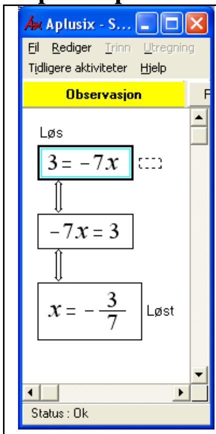
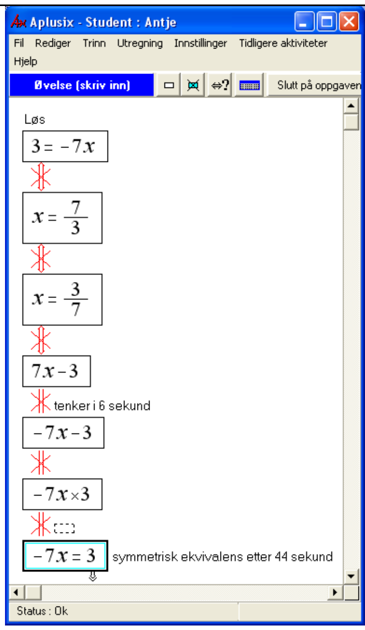
Elever synes å være bundet til kjente prosedyrer og ser ikke algebraisk oppgaveforståelse.</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

Å øke antall ekvivalente steg i løpet av eksperimentet betyr ikke nødvendigvis at elevene har forbedret sine algebraiske strategier.

Kategori 2a

Ekvivalensforståelse: I papirtesten utelater elev Stian, som er den eneste eleven fra denne kategorien, oppgaver der han kunne vise sin ekvivalensforståelse. I analysen av Aplusix-data kommer det fram stor usikkerhet.

Aplusix-protokoller og repaly-video elev Stian

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>1. dag øvelse
Løsningen virker helt riktig. Eleven bruker symmetrisk ekvivalens og omformer riktig.</td>
<td>Replay-video derimot viser noe helt annet:
I første steget utfører eleven en lært prosedyre (dele på tallet som står på venstre side). Men: han</td>
</tr>
</table>

	ser ikke at *x* står på høyre side og later om *x* står på venstre side (som vanlig). Tilbakemeldingen gjør at han prøver den inverse brøken. Han er ikke sikkert på hva han skal dividere med. Ikke-ekvivalens meldingen forandrer nå tankene hans. Han bruker lang tid, viser stor usikkerhet og prøver å multiplisere, før han finner ut hvordan han må snu oppgaven. Etter 44 sekund har han omformet oppgaven etter symmetrisk ekvivalensbetydning. Om han har forstått dette, er veldig usikkert

Til tross for at Stian viser sikker relasjonell forståelse for likhetstegnet i de diagnostiske testene, anvender han ikke denne kunnskapen i oppgavene.

Antall ekvivalente steg: Eleven fra kategori 2a viser ingen tydelig forandring i antall steg i løpet av perioden.

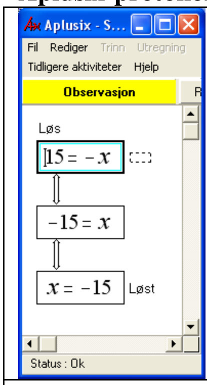
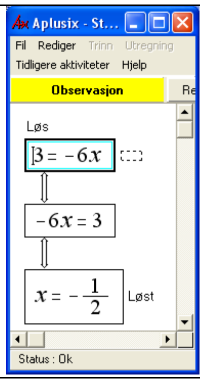
Kategori 2b

Tabell 6.16: Oversikt over antall elever som har forbedret/ikke forberet sin ekvivalensforståelse.

	Ekvivalensforståelse				**Antall ekvivalente steg**					
	Papirtest		Aplusix		Apluisx					
	Forbedret	Ikke forbedret	Forbedret	Ikke forbedret	Økning		Ikke økning/ ikke vurdert		Minking	
					Test	Øvelse	Test	Øvelse	Test	Øvelse
Antall elever	1	1	1	1	1	1	1	-	-	1

Elev Siri (også intervjuelev) viser en progresjon i ekvivalensforståelsen. I pretesten anvender hun aritmetiske strategier og ikke ekvivalensomforming. Men allerede på første dag med Aplusix har hun en tydelig forbedring.

Aplusix-protokoller og replay-video elev Siri'

	
1. dag, 2. øvelse D1 1. multiplikasjon med "-1" 2. anvendelse av symmetrisk ekvivalens	*1.dag, 3. øvelse D1* 1.anvendelse av symmetrisk ekvivalens. 2. videre omforming. Hun sammenfatter flere steg.

I poststesten viser hun ingen strategi og skriver bare fasiten med én gang. Oppgavene ellers tyder på at eleven nå har god styr på ekvivalens, at hun regner i hodet og deretter skriver fasiten.

Siri forteller i *intervjuet* at hun forstår mange ting bedre nå. Se følgende utsnitt.

Nr.	Tid	Hvem	Hva ble sagt
117		Siri	= Så æh, altså eg kjenner no at eg, det er mange ting eg har forstått bedre
118		I	hm
119		Siri	men det er fortsatt, det var bare noke få timar da. Så eg har ikkje blitt så mykje
120			bedre på dei timane. Så eg skulle gjerne fortsatt med det egentlig.

Kort sammendrag av elevenes ekvivalensforståelse:
De fleste elever som var med i den utvalgte elevgruppen (6.3.1) hadde en god progresjon mot å bruke ekvivalente omforminger og kunnskap om symmetrisk ekvivalens. Aplusix-data viser tydelig denne utviklingen. Programmet tillater ikke å bruke aritmetiske strategier slik som mange elever er vant med. Elevene er nødt til å tenke algebraisk og bruke ekvivalensomforming. Jeg antar at denne spesifikke utformingen av programmet har bidratt til den positive utviklingen i retning mot algebraisk forståelse hos disse elever.

Men analysene viser også at god forståelse for ekvivalens er ikke noe garanti for å kunne anvende kunnskapen i oppgavene.

En interessant oppdagelse er at flere elever (se for eksempel elev Freya) i begynnelsen av Aplusix-perioden bruker kunnskapen om symmetrisk ekvivalens for å få x-variablen fra høyre side over til venstre side. Senere går noen elever over til å bruke ”flytte- over” metoden (flytte over og skifte fortegn). Dette gjør oppgaven i enkelte tilfeller mer komplisert. Hvorfor gjør elevene det? Hvorfor anvender elevene først sin ekvivalensforståelse og senere en prosedyre som de har lært tidligere?
I en senere samtale med lærer Geir bemerker han at elevene kjenner til ekvivalensprinsippet og at prosedyren *flytte over* brukes som verktøy i løsning av ligninger.
Om elevene, etter første timene med Aplusix, har fått en kort repetisjon på klasserommet spesielt fokusert på denne teknikken, kommer ikke tydelig frem. Dette kunne være en grunn for at de i senere timer med Aplusix, utfører den kjente prosedyren og ikke lenger bruker sin ekvivalensforståelse. Om dette aktivitetsmønsteret bare gjelder sterk prosedyreorienterte elever (elevtype 1 etter Blomhøj’s kategorier (2003), kan jeg ikke vurdere ut fra mine data.

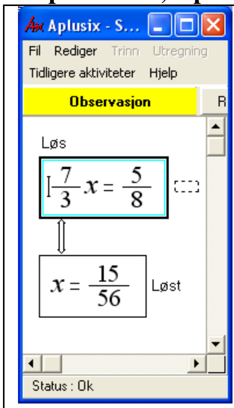
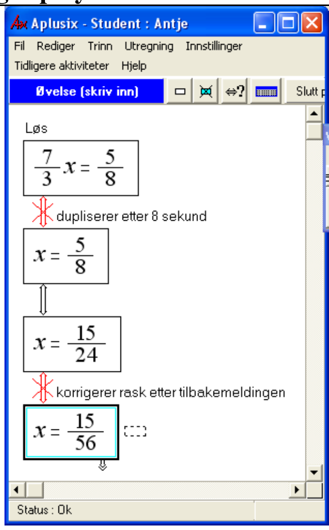
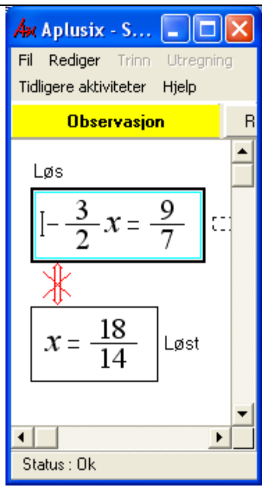
6.3.2b Strategi
I analysen av elevenes løsningsstrategier finner jeg hovedsakelig problemer med de didaktiske variablene brøk, minus og nulltallet (se også 5.4.1). Dessuten oppdager jeg typiske trekk i forhold til algebraisk strukturforståelse og oppgavens kompleksitet.

For hver elevkategori presenterer jeg noen eksempler som skal belyse typiske trekk. (Problemet med nulltallet blir først presentert i avsnitt 5.4.3).

Kategori 1a

Didaktisk variabel brøk- Feilforestillinger og usikkerhet
Følgende eksempel viser at Leif bruker en feil strategi. Tilbakemeldingen gjør at han raskt retter opp feilen. Men i testsituasjonen gjentar han samme feilen.

Papirtestene, Aplusix-protokoller og replay-video elev Leif

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>3. dag øvelse
I øvelsen multipliserer Leif tilsynelatende riktig med den resiproke brøken.</td>
<td>Replay-videoen
gjør feilstrategien synlig. Det blir tydelig at eleven multipliserer riktig 5 og 3 i telleren, men deretter 8 og 3 i nevneren. Tilbakemeldingen gjør at han retter opp feilen raskt.

Dette tyder på at han har gjort denne feilen før og kjenner til den riktige strategien.</td>
<td>4. dag test
Han multipliserer 9 med 2 i nevneren. Multipliserer han 7 også med 2?
Han ignorerer minustegnet.

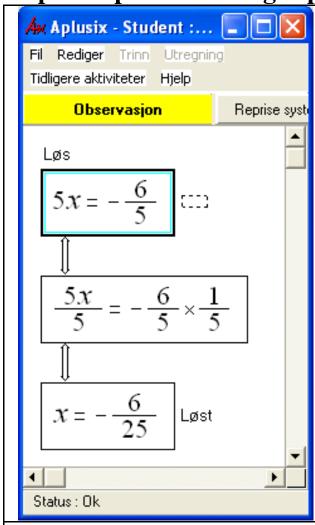
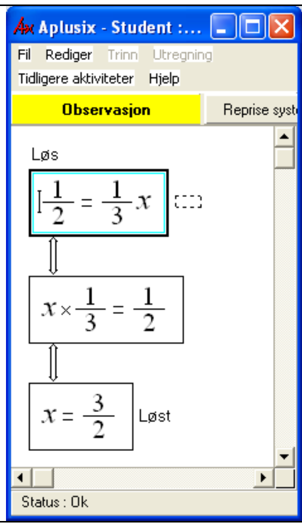
Replay-funksjonen viser at han, uten å bruke mye tid, multipliserer begge nevnere, altså 7 og 2.
Denne strategien virker veldig fast. Tilbakemeldingen og korreksjonen i øvelsen har ikke forandret på den tidlig lærte prosedyren.</td>
</tr>
</table>

Posttesten

Han bruker samme feilstrategi som i Aplusix-test. Tilbakemelding i øvelsesmodus har ikke hjulpet nok til å forandre varig på feilen.	$\frac{4}{7}x = -\frac{6}{13}$ $x = \frac{42}{91}$

Paul viser også stor usikkerhet.

Aplusix-protokoller og replay-video elev Paul

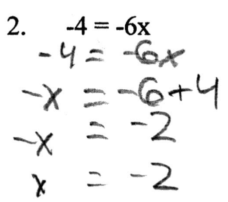
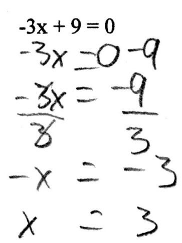
	
2. dag øvelse Protokollen viser riktig strategi. Likevel velger jeg å se på replay-videoen. Der ser jeg *prøving og feiling* på sitt ytterste. Eleven prøver noe, får tilbakemelding om feil og går tilbake uttallige ganger. Etter 89 sekund kommer han fram til svaret som han får positiv tilbakemelding for. Dette virker som usystematisk prøving og feiling.	*3. dag øvelse* Også her virker protokollen riktig, uten at strategien er virkelig synlig. Replay-videoen avdekker igjen *prøving og feiling* i 76 sekund.

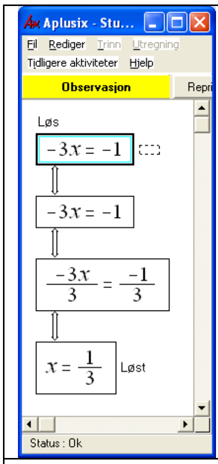
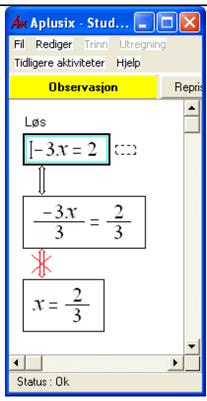
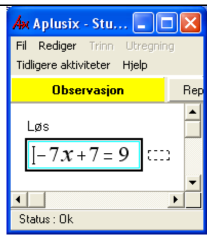
Denne eleven mangler forkunnskap om brøkregning. Men gjennom kontinuerlige tilbakemeldinger gjør programmet det mulig å finne svaret likevel. Men her skjer det ingen læring.

Didaktisk variabel minus

Både papirtestene og Aplusix-protokollene fra mange elever viser en tydelig usikkerhet med den didaktiske variabelen minus.

Papirtestene, Aplusix-protokoller og replay-video elev Anne

	
Pretest: Det siste steget tyder på problemer med den didaktisk variable "minus". Hun oppfatter ikke at "–x" betyr "-1·x", men later som om minustegnet foran x ikke sto der.	*Posttest:* Oppgaven viser at hun ikke har forbedret sin forståelse for minustall og for minuskoeffisienter.

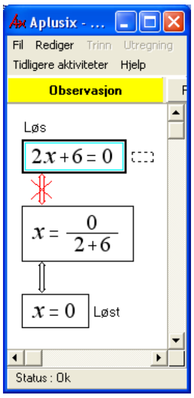
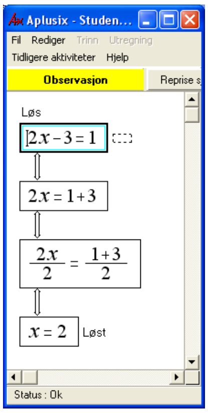
		
1. dag øvelse D1 I motsetning til pretesten håndterer hun minustegnet riktig her. Har hun forstått det eller er det tilfellig? Flere eksempler skal vise det.	*2. dag test D1* Uten å få tilbakemelding fra Apluisx gjør hun igjen en minusfeil.	*2. dag test D1* Før eleven ser på denne oppgaven løser hun 12 andre oppgaver fra D1-området i testmodus. Disse oppgavene hadde enten en negativ koeffisient og bare én nødvendig operasjon eller flere nødvendige operasjoner uten negativ koeffisient. Denne oppgaven har begge variabler. Kompleksiteten forvirrer antageligvis eleven. Hun prøver ikke å løse denne oppgaven.

Anne viser ingen forbedring i papirtestene. Stor usikkerhet og forvirring kommer frem gjennom Aplusix-analysen.

Grunnleggende aritmetisk kunnskap

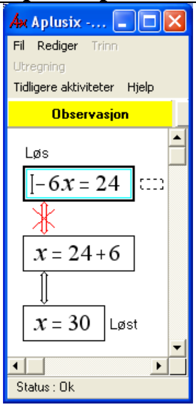
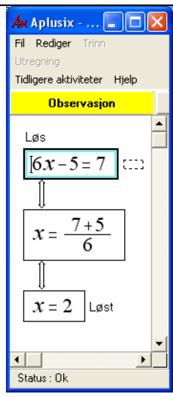
Elever som ikke har grunnleggende kunnskap om for eksempel regneprioriteter og skjulte operasjonstegn kan få store problemer med å se algebraiske strukturer i en oppgave. Følgende eksempler viser dette.

Aplusix-protokoller og replay-video elev Mira

	
2. dag test Oppgavestrukturen er ikke forstått. Eleven ser ikke at *2x* er et produkt. Kanskje oppfatter hun uttrykket som *2+x+6=0*. Det er likevel uklart hvorfor hun dividerer på *2+6*.	*3. dag øvelse* Eleven viser forståelse for strukturen og regneprioriteter. Hun bruker algebraiske strategier.

Dersom hun hadde oppfattet venstre siden som *x(2+6),* hadde hennes operasjon vært riktig. Lite solid kunnskap om regneprioriteter og skjulte tegn kan være grunnen for feilen.	En tydelig progresjon i forståelsen av oppgavestrukturen blir synlig i protokollene. Også posttesten viser en tydelig forbedring.

Aplusix-protokoller og replay-video elev Paul

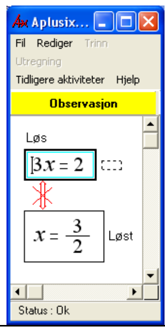
	
3. dag test I testen kommer det fram at Paul tilsynelatende ikke har forstått oppgavestrukturen. En nærmere analyse viser derimot at problemet handler om manglende forståelse av grunnleggende aritmetiske konvensjoner. Han ser ”-6”på venstre side og flytter dette (riktig) over. At ”–6” og ”x” er to faktorer av et produkt oppfatter han ikke. Det er mangel på det aritmetiske grunnlaget som setter grenser for denne eleven, ikke problemer med algebra.	*4. dag, øvelse* Både Aplusix-protokollen og Replay-videoen tyder på at eleven nå forstår de aritmetiske konvensjonene. Derfor oppfatter han nå den algebraiske strukturen av oppgaven og kan løse oppgaven med algebraiske metoder. Det er en god progresjon som tilbakemeldinger fra programmet kan ha bidratt til.

Algebraisk strukturforståelse

Denne typen forståelse er bare mulig dersom grunnleggende aritmetiske kunnskaper er lagt. Eksempler oppe, om mangel på aritmetisk grunnlag, viser godt denne sammenhengen.

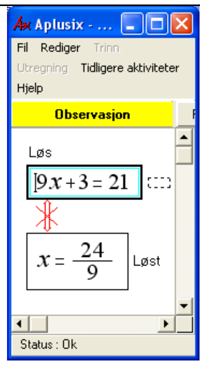
Et annet eksempel fra elev Mira viser mangel på grunnleggende algebraiske regler. Som følge av dette deler hun på feil tall.

Aplusix-protokoller og replay-video elev Mira

2. dag test Hun husker at hun må dele på et tall, men velger feil tall. Hun er ikke klar over at hun må utføre de samme operasjonene på begge sidene. Forståelsen for den algebraiske strukturen mangler.	

Et eksempel fra elev Leif viser at manglende algebraisk kunnskap kan føre til feil *overflytting* av tall.

Aplusix-protokoller og replay-video elev Leif

2. dag test Leif ”flytter over” tre-tallet, men skifter ikke fortegn. Han kjenner til oppskriften, men har glemt en del av den. *Replay-videoen* viser stor usikkerhet med regneoperasjoner. Leif husker oppskriften, men mangler forståelsen. Han anvender ikke den grunnleggende regelen om å gjøre det samme på begge sider.	

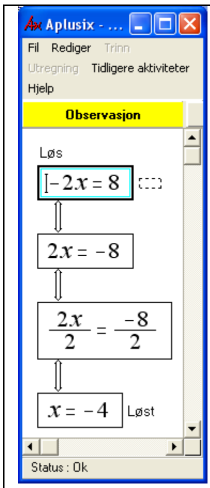
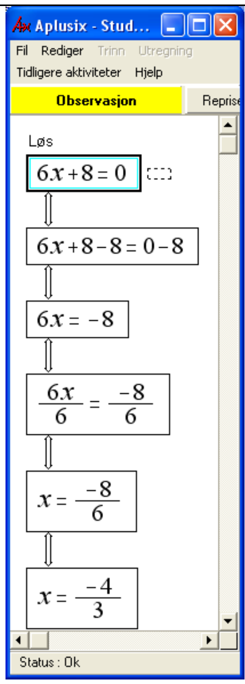
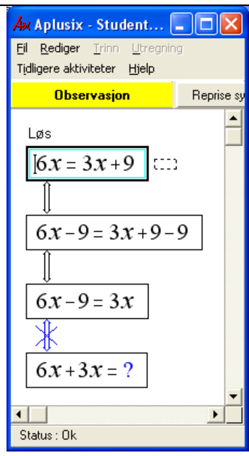
Kompleksitet

Helge har i pretesten store problemer med litt mer komplekse oppgaver (2 like variabler og 2 ulike tall), men har ingen problemer med denne type oppgaver i posttesten.

Papirtestene, Aplusix-protokoller og replay-video elev Helge

4. 14x - 6=11x + 18 $14x-6=11x+18$ $-6+18=11x+14x$ $12=25x$	**4. 7x + 11 = 13x - 19** $7x-13x=-19-11$ $-6x=-20$ $6x=20$ $\frac{6x}{6}=\frac{20}{6}$ $x=\frac{20}{6}$
Pretest Tanken om å samle like ledd på hver side er riktig. Men han husker ikke hvordan han skulle gjøre det. Han mener oppgaven er løst uten å ha fått en løsning for variablen x.	*Posttest* Han samler x-ledd på venstre og tall på høyre side. Deretter deler han begge sidene med –1 og finner verdien for x på en algebraisk måte.

I løpet av Aplusix-perioden har eleven hatt en god progresjon. Følgende eksempler,som er oppgaver med økende kompleksitet i kronologisk rekkefølge, viser dette.

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>1. dag øvelse, oppgave 6
En variabel og et tall
Protokollen ser riktig ut.

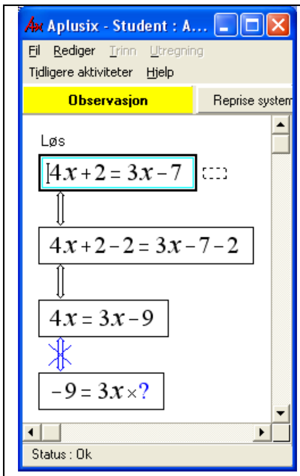
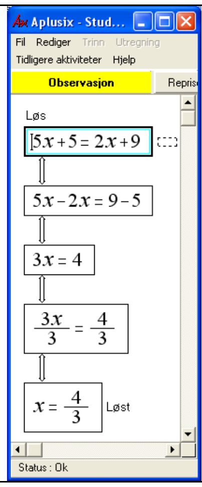
Replay-videoen derimot viser mye prøving og feiling. Det som ble tydelig i pretesten, nemlig at han husker en del av prosedyren, men ikke alt, kommer også fram her. Helge mangler strukturforståelsen for oppgaven.
Han prøver og feiler i 95 sekund før han kommer fram til svaret.

(På tredje dag bruker han for en liknende oppgave 47 sekund)</td>
<td>1. dag øvelse, oppgave 9
En variabel og to tall
Tre oppgaver senere regner eleven denne oppgaven som er litt mer kompleks.

Protokollen ser helt riktig ut og også replay-videoen viser at eleven går målrettet fram. Han produserer mange ekvivalente steg.

Allerede fra 6. til 9. oppgave ser jeg en tydelig progresjon. Eleven har lært av prøving og feiling metode i oppgave 6.</td>
<td>2. dag øvelse
To like variabler og et tall.
Helge har problemer med denne typen oppgave. Å flytte over variabler er antageligvis nytt.

Replay-videoen viser at Helge trenger 41 sekund fra første til andre steg. Han er veldig usikker og går mange ganger fram og tilbake. Fra tredje til fjerde steg flytter han over 3x til venstre side og -9 til høyre, men skifter ikke fortegn. Han får en feilmelding av programmet og prøver ut forskjellige muligheter på høyre side. At venstre side stemmer er han sikker på. Etter 93 sekunder gir han opp.</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>3. dag . øvelse
To like variabler og to tall
Også denne oppgaven skaper for store utfordringer.
Replay-videoen viser feil overflytting fra 3. til 4. steg. Han prøver forskjellige muligheter, som delvis virker helt meningsløst.
Helge gir opp etter 89 sekund.</td>
<td>4. dag øvelse
To like variabler og to tall
Nå får Helge til denne typen oppgaver.
Også replay-videoen viser at han jobber målrettet og på en riktig algebraisk måte.

I posttesten jobber han også på denne måten (se oppe)</td>
</tr>
</table>

Denne eleven har regnet mange oppgaver. Han trengte mye tid til å øke forståelsen. Lite komplekse oppgaver greide han ganske raskt, men økende kompleksitet skaper lenge store problemer. Til slutt forsto han den algebraiske strukturen på oppgavene og kunne anvende algebraiske regler på komplekse oppgaver.
Det er ikke mulig å si om han har fått hjelp fra læreren eller om det er bare interaksjon med programmet som har ført til læring.

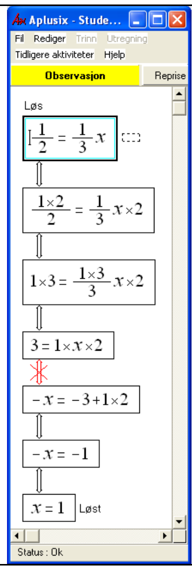
Kategori 1b

Elever fra denne kategorien viser ikke særlig andre strategier.
Men et eksempel fra elev Ottar viser en gang til at manglende aritmetiske kunnskap kan skape store problemer i algebra.

Aplusix-protokoller og replay-video elev Ottar

<table>
<tr>
<td>1. dag test
Ottar regner helt riktig fram til fjerde steg.
Deretter flytter han over x til venstre side og 3 til høyre side. Her har han ikke kontroll over oppgavestrukturen. Kanskje han oppfatter det slik at det står +x, og ikke multiplikasjon.

En annen forklaring kan være at han bruker blind lærte prosedyrer uten å ta hensyn til operasjonetegn.

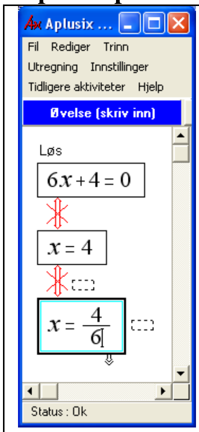
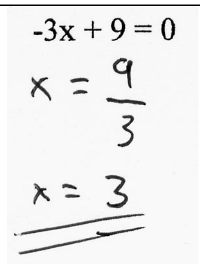
At han gjør denne feilen i en testsituasjon viser at elementære aritmetiske kunnskaper ikke er helt forankret enda.</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

Kategori 2a

Stian, den eneste eleven i denne kategorien viser i de diagnostiske papirtestene god relasjonell forståelse. For enkelte oppgaver forbedrer han strategiene i posttesten.
Oppgaveløsningen med Aplusix-programmet viser at han har store usikkerheter med algebraiske strategier og den didaktiske variablen minus. Han regner dessuten bare få oppgaver.

Algebraisk struktur og den didaktiske variablen minus

Aplusix-protokoller og papirtest elev Stian

	
4.Dag test Andre steget viser et mellomsteg som ikke er ekvivalent med det første uttrykket. Han bryr seg ikke om feilmeldingen fra Aplusix og går videre. Han vet at han må dele på 6. Han har en riktig tankegang om løsning av likninger, men gjør feil med overflytting av 4. Han bruker ikke algebraisk strategi, nemlig å subtrahere det samme fra på begge sidene. Denne og andre *minusfeil* gjentar seg i andre oppgaver og i posttesten. Bruk av slike mellomsteg gjentar seg ofte og tyder på at han er fortsatt låst fast i aritmetiske strategier.	*Posttest* Her ser man den samme feilen. Men i tillegg ignorerer han minustegnet foran koeffisienten til x.

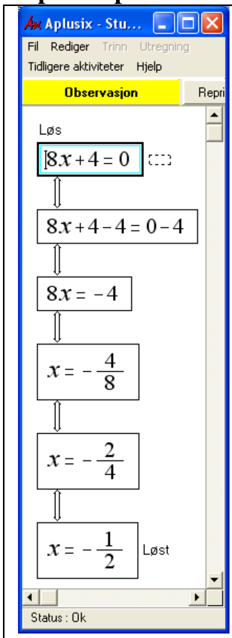
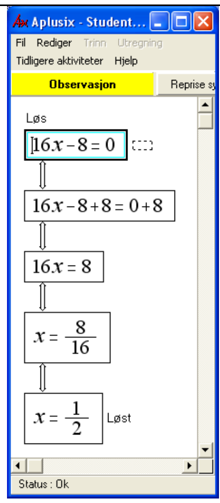
Det tyder på at Stian helst ignorerer minustegnet.

Kategori 2b

De to elevene fra denne kategorien bruker algebraiske strategier fra før. Likevel viser Aplusix-data, særlig replay-videoene, en del usikkerheter.
Brøkoppgaver er også vanskelig for disse elevene. Siri prøver seg på enkelte oppgaver av type 3, men er svært usikker. Strategien deres er å utelate oppgaver som de mener er håpløse. I stedet jobber de mye med andre type oppgaver.

Begge elever bruker en del prøving og feiling i begynnelsen, men det virker strukturert og fører til at de raskt lærer den riktige strategien.

Aplusix-protokoller elev Siri

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>1. .dag øvelse
Protokollen ser helt riktig ut.

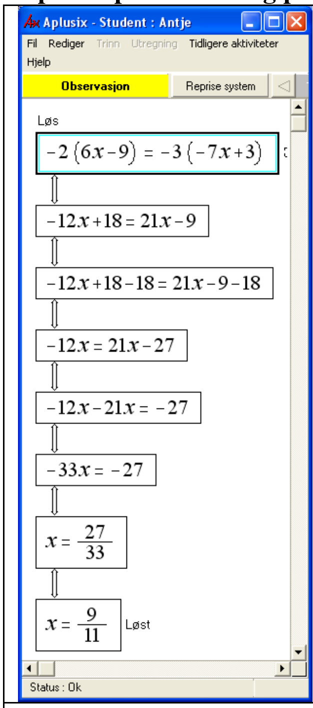
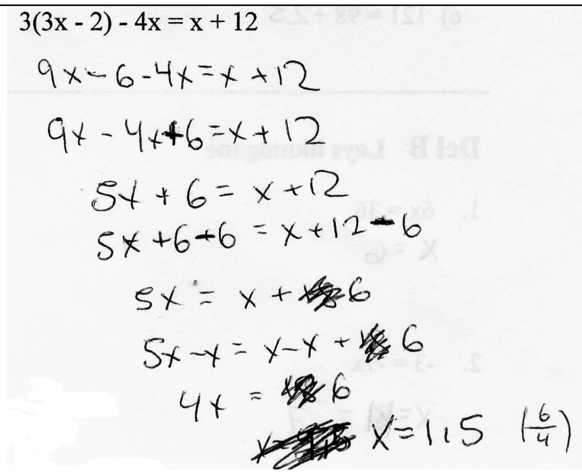
Replay-videoen viser at Siri er svært usikker på strategien. Hun prøver og feiler, visker bort og skriver på nytt. Først etter 48 sekund skriver hun andre steget slik det vises i protokollen. Også fra andre til tredje steget er hun svært usikker. På fjerde steg deler hun først på 4 og deretter på 2.

Programmets tilbakemeldinger leder Siri fram til riktig svar.</td>
<td>1. dag øvelse (noen oppgaver senere)
Også denne protokollen ser riktig ut.

I replay-videoen ser jeg at eleven nå kjenner strategien, ikke gjør feil og bruker kort tid til å finne løsningen.</td>
</tr>
</table>

På fjerde dag jobber Siri med oppgaver fra D3-område som inneholder parentesregning og er mye mer kompleks. Nå mestrer hun alle utfordringer som har vært et problem helt i begynnelsen. Også i posttesten klarer hun disse typer oppgaver.

Aplusix-protokoller og posttest elev Siri

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>4. dag øvelse
Kompleksitet er ingen problem for denne eleven. Det virker som om hun liker utfordringer som D3-oppgaver gir. Hun bruker mange ekvivalente steg og holder dermed oversikten over det hun gjør.</td>
<td>Posttest
I papirtestene til Siri er det en tydelig progresjon i forhold til kompleksiteten synlig.
I pretesten utelater hun, eller bruker feil strategi for oppgavetype 5. I posttesten bruker hun riktig strategi og løser i tillegg enda mer komplekse oppgaver.</td>
</tr>
</table>

Siri hadde relasjonell forståelse i begge testene og brukte algebraiske strategier allerede i pretesten. Likevel viste Aplusix-data en del usikkerheter med de didaktiske variablene minus og null. Hun bruker programmets tilbakemeldinger og selvrettingsfunksjonen reflektert og det fører til læring.
Bruk av selvrettingsfunksjonen skal jeg beskrive i avsnitt 6.4.3.

Kort sammendrag av elevenes strategier

Felles for alle er en stor usikkerhet i forhold til brøk, minus og null. I tillegg er korting av brøk ikke godt innarbeidet.

Kategori 1*:* Elever som har forandret forståelsen av likhetstegnet i aktivitetsperioden viste et tydelig framskritt i løpet av perioden. Men grunnleggende aritmetisk kunnskap var ikke godt nok innarbeidet. Mangelen på algebraisk strukturforståelse skyldes ofte grunnleggende mangel i aritmetikk.
Enkelte elever bruker lang tid på oppgaveløsningen. Mange jobber lite målrettet. Mye ustrukturert prøving og feiling på grunn av manglende forkunnskap fører bare delvis til læring (se eksempel Helge). Elever fra denne kategorien kan tilordnes Blomhøj's elevvirksomhet 1 og 2, den prosedyreorienterte og den løsningsorienterte eleven.
Tendensen til å løse mer komplekse oppgaver er etter hvert økende.
Til tross for disse problemer har alle disse elever forandret sin forståelse for likhetstegnet og forbedret strategiene sine fra intuitivt/aritmetisk til algebraisk.

***Kategori 2**:* Elevene som hadde relasjonell forståelse fra før viste en raskere progresjon i løsning av ligninger, brukte tilbakemeldingene fra Aplusix meningsfullt (strukturert prøving og feiling) og løste også komplekse oppgaver med tydelig glede.
Jeg oppdaget færre grunnleggende aritmetiske feil i denne kategorien. Også her har elever i begynnelsen problemer med å finne den riktige løsningsstrategien. Men to av tre elever lærer raskt og målrettet fra programmets tilbakemeldinger. Kompleksitet er ingen problem for disse to.
Elever fra denne kategorien kan tilordnes elevvirksomhet 3, den reflekterte eleven.

Stian derimot, som har forandret strategien i papirtestene, viser i Aplusix-oppgavene store svakheter. Det er uklart hva som er grunnen til det.

6.3.2c Elevenes bruk av programmet

Det er flere spørsmål som jeg prøver å gi svar på:
Kan bruken av programmet ha påvirket læringen og på hvilken måte? Hadde antall prøvde oppgaver innvirkning på læringen? Produserte elevene mange ekvivalente steg med programmet eller tok det meste i hodet? Hvordan reagerte elevene på tilbakemeldingene fra Aplusix, og var det til nytte i læringsprosessen?

Jeg analyserer følgende faktorer som kan ha påvirket læringen:
1. Antall prøvde oppgaver i de ulike modi.
2. Forandringen av antall ekvivalente steg i løpet av perioden.
3. Elevenes reaksjoner på tilbakemeldinger fra Aplusix.

1. Antall prøvde oppgaver i de ulike modi
Har elevene fra analysegruppen, altså de som har forandret sin forståelse av likhetstegnet eller hatt relasjonell forståelse i begge testene (6.3.1), prøvd flere eller færre oppgaver i de ulike modi av programmet?

Tabell 6.17: Analysegruppen, kategoriene og gjennomsnitt av hele gruppen

Elev-kategori		**1a**	**1b**	**2a°**	**2b**	**Gjennomsnitt**
Antall oppgaver	Øvelse	77	49	47	46	64
	Test	25	20	26	35	25
	Selvretting	1	0	1	9	2

Tabell 6.18: Resten av Aplusix-gruppen, gjennomsnitt

Resten av Aplusix-gruppen		**Gjennomsnitt**
Antall oppgaver	Øvelse	54
	Test	28
	selvkorrigering	3

Øvelsesoppgaver: Analysegruppen jobbet med i gjennomsnitt 10 flere øvelsesoppgaver enn resten av Aplusix-gruppen. Elever fra kategori 1a (elever som har forandret både forståelsen av likhetstegnet og strategien) regnet i gjennomsnitt atskillig flere oppgaver enn resten av gruppen.

Har Aplusix-gruppen jobbet med flere oppgaver enn papir/blyant-gruppen, så vil det fortelle noe om tidsbruk til Aplusix-oppgaver i forhold til oppgaveløsning i klasserom. Følgende tabell viser tall fra begge gruppene. Tall fra Aplusix-gruppen er gjennomsnittet fra hele gruppen og fra alle tre oppgavemodi.

Tabell 6.19 Antall oppgaver Aplusix-gruppe/ papir/blyant gruppe

	Aplusix	**Papir/blyant**
Antall oppgaver	73	27

Elever som jobbet med Aplusix har i gjennomsnitt prøvd atskillig flere oppgaver.

Tabell 6.17 viser gjennomsnittsresultat fra kategoriene av analysegruppen. Men er det store forskjeller innenfor de enkelte kategoriene? For å finne ut dette, ser jeg på aktivitetene til hver enkel elev.

Tabell 6.20: Antall prøvde oppgaver for hver elev i analysegruppen.

Kategori	**Elev**	**Øvelse**	**Test**	**Selvkorrigering**
1a	Mira	114	13	0
	Paul	47	23	3
	Helge	122	47	0
	Anne	35	29	5
	Malin	69	17	1
	Freya	70	31	0
	Leif	85	16	1
1b	Ottar	29	16	0
	Jan	38	11	0
	Ida	81	32	0
2a	Stian	47	26	1
2b	Siri	66	45	14
	Else	25	25	3
Gjennomsnitt per elev		**64**	**25**	**2**

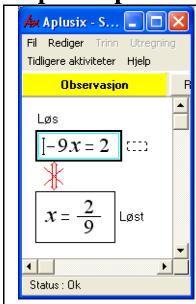
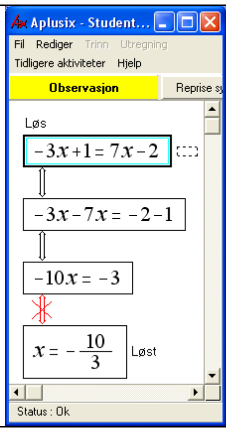
Øvelse: Flere elever, spesielt fra kategori 1a, regnet veldig mange oppgaver i treningsmodus. Analysen av oppgavene til Mira (114 oppgaver) har vist (se 6.3.2) at hun øker forståelsen for algebraiske strukturer tydelig og ikke gjør feil lenger med regneprioriteter og aritmetiske konvensjoner, som for eksempel skjulte operasjonstegn.
Helge (122 oppgaver) får etter hvert så mye øvelse at han hopper over enkelte steg i løsningsprosessen (se 6.3.2). I posttesten løser han mye mer komplekse oppgaver enn i pretesten. Også eksempler fra Freya (70 oppgaver) viser en tydelig forbedring i retning mot algebraiske strategier.
Antall oppgaver synes å ha hatt positiv virkning på læring i treningsmodus.

Elever fra både kategori 1 og 2 prøver i gjennomsnitt omtrent like mange **testoppgaver**.
Det er veldig lite bruk av **selvkorrigering** i begge gruppene. Bare tre elever av hele Aplusix-gruppen bruker mer enn 10 ganger selvkorrigeringsfunksjonen. Elevene ble oppfordret å bruke denne funksjonen etter gjennomført test. Spørsmålet er hvorfor de ikke gjorde det. Tar elevene seg ikke tid til å korrigere testoppgavene sine, men går i stedet heller videre med nye oppgaver?
Et viktigere spørsmål er om elevene som har brukt denne funksjonen har hatt nytte av den. Jeg skal se på Aplusix-data fra elev Siri, som har brukt selvkorrigeringsmodus relativt ofte.

Siri viser en del usikkerhet, og retter mange feil i selvkorrigeringsmodus. Her noen eksempler:

Den didaktiske variablen minus

Aplusix-protokoller, replay-video og posttest elev Siri

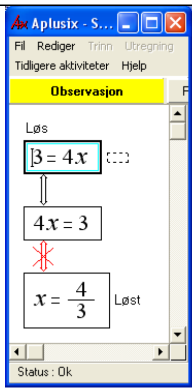
	
1. dag test D1 Hun bruker selvkorrigeringsmodus for å rette opp feilen.	*2. dag test D2* I selvkorrigerings-modus korrigerer hun feilene. Replay-funksjonen viser at hun korrigerer feilene målrettet og raskt.

I *posttesten* gjør hun samme minusfeilen igjen.
Selvkorrigeringsfunksjonen har hjulpet for denne gangen, men ikke til å forandre feiltenkningen varig.

Men for andre typer feil synes selvkorrigering å ha hjulpet.

Dividere på feil tall

Aplusix-protokoller og posttest elev Siri

2.dag, test D1-oppgaver Fra andre til tredje steg deler eleven på feil tall. Hun retter feilen i selvrettings-modus.	

Hun gjør denne feilen i *pretesten*, men ikke i *posttesten*

Siri har brukt selvkorrigering, slik som elevene ble bedt om. Delvis har denne funksjonen hjulpet til forbedring, men ikke alltid. Som Siri selv sier i intervjuet hadde hun trengt mer tid (intervju Siri, 119-120).

2. Antall ekvivalente steg

Er det betydningsfullt for forandringen av likhetstegnet om elever øker antall ekvivalente steg i løpet av perioden?
Følgende tabell viser et interessant resultat.

Tabell 6.21: Økning i antall ekvivalente steg

Kategori	1a	1b	2a	2b
Økning ekvivalente steg (prosent)	43%	100% (3 elever)	0%	0%

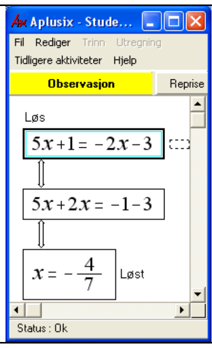
Bare elever som har forandret sin forståelse av likhetstegnet (kategori 1) viser en økning av ekvivalente steg. Kan det tyde på at det å skrive opp flere ekvivalente steg i løsningsprosessen hjelper for å øke forståelsen?

Elev Leif gir et typisk eksempel. Han har økt antallet ekvivalente steg bare for oppgavetype 5. I pretesten utelater han oppgaven, mens han i posttesten forbedrer strategien bare for denne type oppgave.

Aplusix-protokoll og replay-video elev Leif

4. dag øvelse D2:
Protokollene fra 4. dag viser bruk av litt flere steg for oppgavetype 5, enn han brukte i begynnelsen av perioden.

Replay-funksjonen: Han tenker seg om i noen sekund, og deretter gjør han det riktige.



Å skrive opp flere ekvivalente steg i utregningen kan altså ha positiv innvirkning på læringen. Elever fra kategori 2 har god forkunnskap om ekvivalens og algebraiske strategier. Det virker som om de ikke trenger å skrive opp så mange steg i utregningen sin.

3. Elevenes reaksjoner på tilbakemeldinger fra Aplusix.

Et viktig spørsmål i forhold til min teoretiske ramme TDS, er om programmets tilbakemeldinger, dvs. elevens interaksjon med programmet, er til hjelp for læring av likninger.

Spørreskjema som alle elever fra Aplusix-gruppen svarte på, ga følgende resultat.

Tabell 6.20: Spørreskjema spørsmål 6

	N	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation
Tilbakemeldinger fra Aplusix hjelper	48	1	5	3,56	1,287
Valid N (listwise)	48				

I gjennomsnitt forteller altså hele Aplusix-gruppen at tilbakemeldinger ikke hjelper særlig (1- vært enig, 5 – svært uenig).

Aplusix-dataene og intervjuene forteller derimot noe annet. Jeg er bevisst på at analysegruppen bare består av 25% av hele gruppen, intervjuelever bare av 12%. Likevel gir dybdeanalysen av disse metoder noen hint på ulik bruk av tilbakemeldingsfunksjonen.

Det er tre typer visuelle tilbakemeldinger fra programmet. De hyppigste tilbakemeldinger er *rød dobbelpil med kryss over* for ikke-ekvivalens, og *svart dobbelpil* for ekvivalens. Dessuten gir Aplusix tilbakemelding med *blå farge* dersom en operasjon ikke er lovlig, f.eks. regnerekker.

For å finne ut om tilbakemeldingene hjelper og i tilfelle for hvilke elever, analyserte jeg hvordan elevene reagerte på de ulike typer tilbakemeldinger.
Følgende reaksjonsmønster på *rød* eller *blå* tilbakemelding kunne jeg finne i analysegruppen:

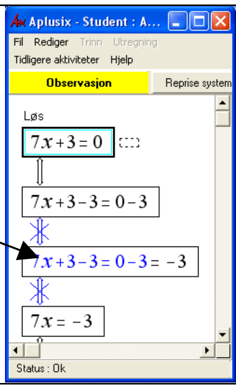
- Oppfordring til å forandre noe
  - Viske vekk og begynne på nytt
  - Forandre enkelte tall eller tegn.
  - Strukturert prøving og feiling
  - Ustrukturert prøving og feiling
- Ignorering

Dersom det er en forskjell mellom de enkelte kategoriene, kan det gi en pekepinn på om og på hvilken måte tilbakemeldingene fra Aplusix er nyttige. Derfor presenterer jeg typiske reaksjonsmønstre fra de enkelte kategoriene.

Kategori 1a

Et *rødt signal* tok alle 7 elever fra denne kategorien som *oppfordring til å forandre noe*. Et aktivitetsmønster som gjentar seg, er at elevene etter å ha fått rød tilbakemelding om ikke-ekvivalens, jobbet så lenge med et oppgavesteg til de fikk svart tilbakemelding om ekvivalens.
Noen visker vekk hele uttrykket og begynner på nytt, noen forandrer bare enkelte tall eller tegn. Mange elever i denne kategorien bruker ustrukturert prøving og feiling og bruker delvis mye tid for å finne løsningen. Etter å ha fått et signal om ekvivalens laget de et nytt steg ved duplisering og fortsatte med manipulering av uttrykket.
Bare én elev ignorerte av og til rød tilbakemelding og fortsatte med oppgaven uten å forandre noe.
Et *blått signal* førte til umiddelbar og varig forandring. Følgende eksempel gjør det tydelig:

Aplusix-protokoll elev Freya

Elev Freya prøvde å bruke regnerekker og fikk blå signal fordi programmet ikke tillater regnerekker. Deretter duket regnerekker ikke lenger opp i protokollene. I pretesten godtok hun regnerekker, men ikke i posttesten.	

Kategori 1b

Jeg ser det samme mønsteret i denne kategorien. I tillegg kommer det tydelig fram at elev Ottar får stor hjelp av tilbakemeldingene i øvelsesmodus. Han har brukt tilbakemeldingene aktivt for å finne den riktige løsningen. Men i testmodus, uten tilbakemelding, gjør han fortsatt grove strukturfeil. Tilbakemeldinger hjelper han i øvelsesmodus, men han trenger mer tid til å forandre feilmønstrene sine.

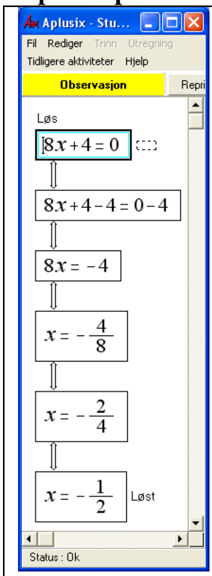
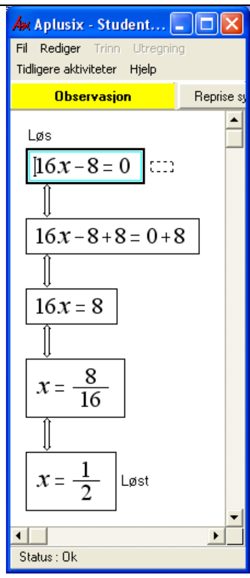
Kategori 2a

Den eneste eleven fra denne gruppen bruker *ustrukturert prøving og feiling* og *ignorerer* den røde pilen av og til. Likevel viser han en forbedring, og bruker oftere algebraiske strategier i posttesten.

Kategori 2b

I denne kategorien, som består av to elever, ser jeg *strukturert prøving og feiling*. Et eksempel fra Siri viser at hun lærer raskt av programmets tilbakemeldinger. Hun bruker mye tid på første oppgaven, men en lignende oppgave senere løser hun veldig raskt.

Aplusix-protokoller og replay-video elev Siri

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>1.dag, øvelse D1
Protokollen ser helt riktig ut.

Replay videoen viser at eleven er svært usikker på strategien helt i begynnelsen av oppgaven. Hun prøver og feiler, visker bort og skriver på nytt. Forståelsen for oppgaven mangler på dette tidspunktet. Etter 48 sekunder skriver hun det andre steget, slik det vises i protokollen. Også fra andre til tredje steget er hun svært usikker. Hun bruker 38 sekund. I neste steget dividerer hun først på feil tall (4).</td>
<td>1.dag øvelse D1
Noen oppgaver senere.

I replay-videoen ser jeg at eleven nå kjenner strategien og bruker kort tid til løsningen. Hun deler på riktig tall (16) med en gang.</td>
</tr>
</table>

Kort sammendrag om elevens bruk av programmet

Min analyse viser at:

- Å jobbe med et høyt antall oppgaver kan bidra til å forandre forståelsen av likhetstegnet og øke læringen.
- Å skrive opp mange ekvivalente steg i utregningen kan ha positiv innvirkning på læring, spesielt for elever som ikke har relasjonell forståelse av likhetstegnet fra før
- Selvrettingsfunksjonen ble lite brukt. Funksjonene kunne hjelpe til forbedring, men ikke alltid.
- Tilbakemeldinger ble brukt på ulik måte, men synes å ha ført til læring uansett bruk.

Tilbakemeldinger som ikke hjalp
Gjennom arbeidet med programmet og analysen oppdaget jeg en del svakheter ved programmet. Tilbakemeldinger førte i enkelte tilfeller ikke til en forandring av elevenes strategi, men i stedet festet feilstrategier.
Jeg skal presentere noen eksempler i et eget avsnitt (6.4.7).

Etter å ha framstilt hvordan elevene brukte programmet, skal jeg i følgende avsnitt finne ut om elvene og lærerne vurderer Aplusix som et nyttig program i undervisningen av algebra.

6.4 Nytteverdi av programmet Aplusix

Metodene observasjon, spørreskjema og intervju kan gi svar på spørsmålet om Aplusix er et brukbart program for læring av algebra på ungdomsskolen.

Nytteverdien avhenger av flere faktorer. Jeg bruker følgende kategorier.

1. *Teknisk nytteverdi:* Forståelse av skjermbilde og dialogbokser, bruk av menyen, navigasjon mellom skjermbilde og det å finne fram til oppgavene. Læring av programmet.
2. *Pedagogisk nytteverdi:* Er løsning av ligning og forståelse av likhetstegn lettere? Kan man trene på oppgaver som ellers er vanskelige? Er interaksjon med programmet pedagogisk nyttig? Tidsbruk.
3. *Differensiering*: Kan Aplusix tilpasses ulike kunnskapsnivå?
4. *Motivasjon:* Holdning til og interesse for bruken av programmet.
5. *Interaksjon:* Selvstendighet med Aplusix og avhengighet av lærer eller andre elever.

En første oversikt over resultatene viser noen tendenser. *Usikker* betyr at det ikke kan gis noe entydig svar. Tallene for spørreskjema er gjengitt som gjennomsnitt. Flere spørsmål fra en kategori er tatt sammen.

Tabell 6.23: Oversikt over "brukbarhet av programmet"

	Observasjon	**Spørreskjema** (1-positiv, 5-negativ),	**Intervju**
Teknisk	+	2,5	+
Pedagogisk	Usikker	3,4	usikker
Differensiering	+	2,8	+
Motivasjon	+, avtakende	3,3	usikker
Interaksjon (selvstendig)	Usikker	3,0	usikker

Tendensen som er synlig i denne grove oversikten, er at programmet virker å være teknisk brukbart. Også differensiering i ulike kunnskapsnivå virker å være nokså greit. Men ellers er det mye usikkerhet, og i spørreskjema heller et utslag i negativ retning.

For å kunne gi mer differensierte svar, går jeg inn i de enkelte kategoriene og ser på dataene fra de enkelte metodene (observasjon, spørreskjema og intervju) i detalj.

6.4.1 Teknisk nytteverdi

a) Observasjon

Dataene viser en avtakende tendens av antall tekniske spørsmål.

Tabell 6.24: Teknisk brukbarhet, resultat observasjon, antall spørsmål i timen

Time	Elev: tekniske spørsmål til lærer/forsker	Forsker: tekniske forklaringer til hele klassen
1	20	4
2	8	2
3	3	0
4	3	2

Noen elever var ikke tilstede i begynnelsen og trengte teknisk hjelp i andre eller tredje timen. Forskeren ga noen tekniske forklaringer i begynnelsen, men også i løpet av perioden.

b) Spørresjema

De tre første spørsmål i skjemaet rettet seg mot teknisk brukbarhet av programmet. Følgende tabell viser gjennomsnittet av elevens svar for de enkelte spørsmålene.

Tabell 6.25: Teknisk brukbarhet, spørreskjema, enkelte spørsmål

	N	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation
Forståelsen av skjermbilde	51	1	5	2,84	1,155
Teknisk bruk av programmet	51	1	5	2,16	1,102
Læring av programmet	49	1	5	2,57	1,369
Valid N (listwise)	49				

Mest positivt svarte elevene på spørsmålet etter teknisk bruk av programmet, dvs. bruk av menyen, navigasjon mellom skjermbilde og om det å finne fram til oppgavene. Standardavvik for det andre spørsmålet er minst av alle tre (1,102). Litt mer negative var elevene til første og tredje spørsmålet. Men i gjennomsnitt (tabell 6.24) får kategorien teknisk brukbarhet den beste verdien av alle kategoriene.

Tabell 6.26: Teknisk brukbarhet, spørreskjema, gjennomsnitt av spørsmålene

	N	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation
Teknisk	49	1,00	5,00	2,4966	,97450
Valid N (listwise)	49				

Resultatene fra intervjuene gir et mer positivt bilde.

c) Intervju

De fleste intervjuobjekt (en lærer og fem elever) mener at programmet er lett å lære og å bruke.

Lærer Geir sier for eksempel:

Nr.	Tid	Hvem	Hva blir sagt:
66	02:43	Geir	Jau, tror dei fleste var ganske raske med å oppfatte hvordan programmet var bygd
67			opp.
68		I	Ja.
69		Geir	Æh: sjølv dei svakaste elevane fekk det greit til. Dei er jo ganske flink å navigere på
70			data=
71		I	=hm=
72		Geir	= og dei oppdaga logikken i systemet.
73		I	Ja
74		Geir	Så: æh:: det tror eg ikkje var noko problem=

Hva mener elevene? Jeg siterer korte fraser fra intervjuene og angir nummer som er angitt i venstre spalte i transkripsjonene (se vedlegg 15).

Ørjan og Leif mener at det er *"lett"* (Ørjan nr. 10, Leif, nr.8), *"enkelt å komme seg inn og begynne"* (Lisa, nr. 10-11) og *"eg lærte det veldig fort"* (Siri; nr.4). Selv den svakeste eleven, Bente, mener at *"det gikk greit. Eg forsto hvordan det fungerte."* (Bente, nr. 8-9).

Derimot mener lærer Arve at veldig mange svake elever ikke forstår programmet.

Nr.	Tid	Hvem	Hva blir sagt:
4	00:08	Arve	... men det eg har sett (.) æhm:: det at det, dei flinkaste elevane, dei teke dette her
5			ganske kjapt. Æh: mens dei svakaste elevane er dette her rett og slett gresk for (.)
6			veldig mange.
.		.	.
.		.	.
16		Arve	Ja, eg, eg så at det:: æhm: en god del elever ikkje hadde noke problem med
17			på en måte lære seg framgangsmåten. Og programmet sånn sett var okay
18			oppbygd.
19		I	Hm
20		Arve	Men for dei svakeste så var det vanskelig.

Han mener om seg selv at han hadde fått for lite innføring og var "*hjelpelaus"* i starten. (Lærerne skulle få en grundig innføring før gjennomføring av prosjektet, men den ble avlyst av skolen pga. andre skoleaktiviteter). Siden alle andre intervjuobjekt uttrykker seg gjennomgående positivt i forhold til teknisk brukbarhet av programmet, kan det tenkes at lærer Arve projiserer hans egne problemer på elevene.

6.4.2 Pedagogisk nytteverdi

a) Observasjon

Antallet faglige spørsmål er overraskende like gjennom hele perioden.

Tabell 6.27: Pedagogisk brukbarhet, observasjon, antall spørsmål i timen

Time	Elev: faglig spørsmål til lærer/forsker	Lærer/forsker: faglige forklaringer til hele klassen (i minutt)
1	28	0
2	29	5
3	29	7
4	28	0

Elevene trenger omtrent like mye faglig hjelp i alle timene gjennom hele perioden. Læreren eller forskeren i Aplusix-gruppen bruker lite tid til faglige forklaringer til hele klassen.

En observasjonstime i papir/blyant-gruppen viser 15 faglige spørsmål fra eleven. I denne timen bruker læreren 20 minutt til faglige presentasjoner og forklaringer til hele klassen. Elevene hadde bare 20 minutt igjen av timen til å jobbe med oppgavene, mens Aplusix-gruppen jobbet i 40 minutt med oppgavene. Det kan gi én forklaring. Men man kan også spørre seg om lærerens faglige presentasjon på tavlen er mer effektiv enn bruken av Aplusix i hele timen.

b) Spørreskjema

Følgende tabell viser hvordan elevene svarte i den *strukturerte* delen av spørreskjemaet.

Tabell 6.28: Pedagogisk brukbarhet, spørreskjema, enkelte spørsmål

	N	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation
Trening av oppgaver en ellers har problem med	50	1	5	3,56	1,373
Løsning av ligninger/ forståelsen av likhetstegnet	51	1	5	3,92	1,426
Tilbakemeldinger fra Aplusix hjelper	48	1	5	3,56	1,287
Tidsbruk ikke større med Aplusix	44	1	5	2,80	1,472
Valid N (listwise)	41				

De fleste elever mener at det ikke er lettere å løse ligninger og forstå likhetstegn bedre med Aplusix enn med papir og blyant. Også første og tredje spørsmålet går mer i negativ retning. Data fra analysegruppen (13 elever) og intervjuene (5 elever) viser positive virkninger av tilbakemeldingene 6.3.2). Men mange elever fra resten av Aplusix-gruppen synes altså ikke å være enig i dette.

På spørsmålet om tidsbruk for oppgaveløsning med Aplusix svarte elevene litt mer positivt. Statistiske data fra Aplusix-analysen tegner et lysere bilde. Elevene fra hele Aplusix-gruppen regnet mange flere oppgaver (i gjennomsnitt 73) i forhold til elevene i papir/blyant-gruppen (i gjennomsnitt 27) og må derfor ha brukt mindre tid på hver oppgave (tabell 6.17).

Gjennomsnittet av alle svar fra tre spørsmål om pedagogisk brukbarhet viser følgende tabell.

Tabell 6.29: Pedagogisk brukbarhet, spørreskjema, gjennomsnitt av spørsmålene

	N	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation
Pedagogisk	41	1,00	5,00	3,3963	1,09541
Valid N (listwise)	41				

I den *ustrukturerte delen* av spørreskjema uttaler seg en elev slik: ”… *(det er) betre å ha undervisning med lærer!”*
At flere elever tenker slik viser noen utsnitt fra intervjuene.

c) Intervju
Bente (svakt nivå) svarer på spørsmålet om hun ville anbefale lærerne å bruke Aplusix på skolen:

Nr.	Tid	Hvem	Hva blir sagt:
124	07:32	Bente	... eg vil heller, liksom at dei
125			skulle, at lærerne skulle gått gjennom på tavla eller=
126	07:52	I	=hm=
127		Bente	= slik at vi fikk heile gjennomgangen uten at vi måtte (.) tenke sjølv og:: Æh:: (.) og
128			prøve å finn det ut sjølv eller (.) jo. Nei, eg veit ikkje helt hva eg sei nå, men
129			((ler)) men æh:: (.). Eg tror eg hatt forstått bedre () hvis det vart gått gjennom på
130			tavla=
131		I	=hm=
132		Bente	= og:: ja. (.) Ja.
133		I	Og så regnet oppgaver
134		Bente	Ja.

Elevene er vant med at læreren presenterer fagstoffet på tavlen, mens elevene er passive og ikke trenger å tenke selv på en mulig løsningsstrategi. Som regel får elevene relevante oppgaver etterpå. Aplusix derimot har blandete oppgaver som krever å kunne bruke kunnskap om flere typer didaktiske variabler samtidig. Dette virker for krevende for Bente.

Leif (svak til middels nivå) ønsker seg mer tavlebruk og forklaringer av læreren:

Nr.	Tid	Hvem	Hva blir sagt:
154	07:18	Leif	=ja, mer tavlebruk, synes eg er kjekt. Ja.
155		I	Nå forsto jeg ikke helt.
156		Leif	Ja, eg synes det er greit at det foregår på tavla, sånt. () på data.
157			For det er no, ja.
158		I	Hm. Litt lettere å forstå?
159		Leif	Ja, på en måte. Forklarer mykje meir, sånne ting.

Også lærer Geir ser store fordeler i den tradisjonelle undervisningen. På spørsmålet om elvene kan ha nytte av programmet i forhold til læring av likhetstegnet og likninger mener han:

Nr.	Tid	Hvem	Hva blir sagt:
119	05:05	Geir	Det er veldig vanskeleg å seie. Det er eg litt usikkert på. Æhm::: Om: det kan, kor det
120			kan slå ut. For det er jo veldig, i den vanlige undervisninga så vil vi jo stadig presisere
121			dette med verdibalansen=
122		I	=hm=
123		Geir	= for likhetstegnet=

124		I	=Hm=
125		Geir	= For det er jo på en måte et grunnprinsipp når vi tar i bruk desse regnereglene=
126			=ja=
127		I	=for å løyse likninger. Æhm::: så jeg veit ikkje om det kom noke tydeligare fram for
128		Geir	elevane at den problematikken var () det er eg usikkert på.
129			Hm. Du mener, programmet æh: bruker jo dette prinsippet, du mener det kommer
130		I	ikke [
131			[nei, eg er usikkert på om det vil være noke meir, kan du seir, å få ut av det enn på
132		Geir	vanlig, vi rekner dette i vanlig lærebok. Så, eg tørr ikkje ()=

Han mener at muligheter for å presisere ekvivalensprinsippet i vanlig undervisning er større enn med Aplusix.

På den andre siden har han også opplevd at elevene kan lære nye ting gjennom bruk av programmet med litt støtte fra læreren:

Nr.	Tid	Hvem	Hva blir sagt:
211		Geir	…. Når dei dividerer med brøk og sånt, det har jo ikke dei hatt enda
212			då, æh: slik at det var vanskelig. Så, men eg tok det med elever som var, ja
213			gjennomsnittselever med, så kunne han greie det ganske fort.
214		I	Hm, hm=
215	10:28	Geir	=Og det å lære noke nytt stoff via programmet, det går an.

Elev Siri er entydig positiv i forhold til læring av likhetstegn og ligninger:

Nr.	Tid	Hvem	Hva blir sagt:
42	02:14	I	Hm. (.) Gjør det, (.) Aplusix lettere å forstå likhetstegn og likninger? Det er jo det vi
43			jobbet mest med?
44		Siri	Ja. Eg synes det.
45		I	(.) Og på hvilken måte?
.		.	.
.		.	.
49	02:36	Siri	Nei, eg:: synes bare det var liksom, det var sikkert på grunn av disse pilane som viste
50			oss om vi hadde gjort rett frå steg til steg på en måte.
51	02:45	I	Hm=
52		Siri	= i utrekninga. Då såg eg liksom ”Øi (?) nå gjorde eg en feil. Då må eg sjå på kva eg
53			kan ha gjort”

Hun er helt sikker på at tilbakemeldingene fra programmet hadde positiv innvirkning på læring.
Noen eksempler viser at elevene delvis hadde stor pedagogisk nytte av den stadige interaksjonen med dataprogrammet.

Ørjan mener om tilbakemeldinger:

Nr.	Tid	Hvem	Hva blir sagt:
55	02:36	Ørjan	Ja:: Det synes eg () veldig bra. (.) Det er bra.
56		I	Hm.
57		Ørjan	For så::
58		I	Hva hjelper det til æh:: i din læringsprosess?
59	02:45	Ørjan	() sett at det er rett, sant. () på rett vei, sant.
60	02:50	I	Ja.
61		Ørjan	Bare at hvis du begynner, så hvis det er papir, sant, så skriver du, trur det er rett, sant,
62			så er du ferdig, da blir alt feil. ((ler))

Ørjan er veldig positiv. Å vite at man er på rett vei hjelper mye i læringsprosessen, mener han.
Han sammenligner med papir/blyant og ser en tydelig fordel med bruken av Aplusix.

Bente er litt mer tilbakeholden, men gir også en positiv begrunnelse:

Nr.	Tid	Hvem	Hva blir sagt:
60 61		Bente	Ja, det hjelper litt. For da veit du at det er feil. Då kunne eg prøve å leite etter en anna måte å rekne det ut på.
62		I	Hm.
63		Bente	Så det hjalp litt. Det gjorde det.

Leif uttrykker seg positiv, men bruker ikke mange ord (derfor utelater jeg et sitat). Han er en elev fra analysegruppen som har forandret sin forståelse av likhetstegnet, men hadde delvis store problemer med algebraiske ligninger.

Lisa (svakt nivå) uttrykker sin emosjonelle reaksjon på positiv tilbakemelding:

Nr.	Tid	Hvem	Hva blir sagt:
44 45 46		Lisa	Det var bra. Altså (.) når eg liksom hadde klart ei oppgåve, når eg liksom trudde eg hadde klart ei oppgåve og så fikk det en til å liksom bli glad. Så ville bare fortsette på en måte.

Lisa ble veldig motivert av positive tilbakemeldinger.

Lærerne uttaler seg om tilbakemeldingene på følgende måte:

Arve sier:

Nr.	Tid	Hvem	Hva blir sagt:
149 150		Arve	=det viktigaste er da at det er heilt tydelig da, at det kjemmer heilt fram om elevane er på rett vei eller ikkje.
151		I	Ja.
152 153 154		Arve	Æh: om det er rød pil eller et fjes med sur munn eller ka det no skulle være, det veit ikkje om eg på ein måte er kompetent til å uttale meg om, men det er iallfall viktig at dei får et slags tilbakemelding som er tydelig.
155		I	Ja=
156		Arve	=æh: og det var den for så vidt.

At tilbakemeldingene må være helt tydelige, er et viktig poeng for han.

Lærer Geir nevner tilbakemeldingene før jeg hadde stilt et direkte spørsmål om det:

Nr.	Tid	Hvem	Hva blir sagt:
8 9		Geir	æh:: men eg synes det var spennande måten å bygd opp på dette med at du får tilbakemelding for kvart skritt.
10	00:27	I	Ja=
11 12 13	 00:38	Geir	=det er jo veldig nyttig for elevane, for dei vil jo sjå då at æh når dei går til et steg om det har skjedd noke underveis som ikkje stemmer. Så prinsippet det bygd opp etter da, det virker spennande.

Senere nevner han igjen tilbakemeldinger i sammenheng med elevenes motivasjon:

Nr.	Tid	Hvem	Hva blir sagt:
80		Geir	Å få raske tilbakemeldinger motiverer dei.

Lærerne mener at Aplusix-tilbakemeldinger er funksjonelle og tydelige. Å få raske tilbakemeldinger ansees som pedagogisk nyttig og som motivasjonsfaktor for elevene.

Den pedagogiske nytteverdien ble nedsatt av flere intervjuobjekter på grunn av ulike faktorer.

Lærer Geir peker på progresjonen i Aplusix-programmet:

Nr.	Tid	Hvem	Hva blir sagt:
28		Geir	… F.eks. kunne eg tenkt at det var en litt annen
29			progresjon (.) æh:: f.eks. det med brøk. Når det kjemmer rask inn så vil mange elever
30			har problem med det.=
31		I	=ja, hm=
32		Geir	=fordi brøkkunnskapene kanskje ikkje er så gode. Så=

Leif forsto at han trenger en del forkunnskap for å ha nytte av programmet. Han sier:

Nr.	Tid	Hvem	Hva blir sagt:
51	02:45	Leif	... altså det eg jo oppfatter som at du måtte nesten kunne algebra før du
52			kunne begynne (.) med dette programmet.

Elevene hadde glemt mye som de hadde lært i 8. og 9. klasse. Men i tillegg var det nye oppgavetyper som krevde hjelp fra læreren.
Utover disse problemene skapte noen begrensninger og svakheter i programmet problemer for læringen.

Ørjan mener om læringen med programmet:

Nr.	Tid	Hvem	Hva blir sagt:
120	05:26	Ørjan	Ja::: Hvis det, hvis det er mulig å forbedre programmet litt, sant, så trur eg det vil bli
121			bedre.
122		I	Hva skulle man forbedre med programmet?
123		Ørjan	Æh:: det med komma, sant.
124		I	Hm.
125		Ørjan	At en ikkje kan bruke komma, sant, det er litt dumt da.

Elevene er vant å bruke desimaltall og ikke brøk. Dette blir helt tydelig i pretesten. Aplusix derimot forutsetter at man regner med brøk og aksepterer brøk som svar.

Leif kan se på dette som en positiv utfordring.

Nr.	Tid	Hvem	Hva blir sagt:
29	01:26	Leif	=Æh:: i forhold til dette her med å oppgi svaret som () brøk da, sånne ting. Eg lærte
30			mykje meir om brøk enn kva eg () tidligare.
31		I	Hm.
32		Leif	Sånne ting, og det var (.) det ble mer nøyaktig svar, egentlig med brøk.

Men det var ikke alle som var positive til å tilegne seg nye skrivemåter. For mange var denne nye skrivemåten et stort hinder.
Også andre svakheter i programmet satte en stopper for løsning av oppgavene. Jeg skal presentere eksempler i avsnittet 6.4.7.

6.4.3 Differensiering

a) Observasjon
Ustrukturerte observasjoner ga noen svar på om programmet er egnet for tilpasning til elevenes kunnskapsnivå.
I første timen jobbet alle elever konsentrert med programmet. Alle elever prøvde oppgavene, men dårlig fagkunnskap satte fort grenser for en del elever.
I tredje timen trengte særlig svake elever fortsatt mye hjelp. Det viser at elever på et middels eller høyere nivå kan bruke programmet relativt selvstendig, mens svake elever trenger mye ekstrahjelp fra lærer.

b) Spørreskjema
Et spørsmål i den strukturerte delen av skjemaet er rettet mot differensiering. Elevene svarte slik:

Tabell 6.30: Differensiering, spørreskjema

	N	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation
Differensiering for alle elever mulig	46	1	5	2,80	1,392
Valid N (listwise)	46				

Gjennomsnittet ligger omtrent i midten av skalaen. Hva betyr det? Standardavviket viser at elevene ikke er særlig enige i om programmet er egnet til differensiering.
Intervjudata kan kanskje hjelpe for å finne ut litt mer.

c) Intervju
Bare lærere fikk i intervjuet et spørsmål om programmet er egnet i tilpasset opplæring. Lærer Arve er veldig skeptisk:

Nr.	Tid	Hvem	Hva blir sagt:
48		Arve	… det så eg, der så vi igjen at for enkelte så var dette her veldig bra, mens for andre
49	03:08		så var det heilt meiningsløyst.

Derimot opplevde lærer Geir at alle elever, også de svakeste jobbet:

Nr.	Tid	Hvem	Hva blir sagt:
86	03:45	Geir	Nei, tenker på det, på det faglige. Det som skjedde var jo det at vi her elever i klassen
87			som er veldig lite motivert å jobbe med matte=
88		I	= ja=
89		Geir	=og her:: veldig lite kunnskaper=
90		I	=hm
91		Geir	Men når dei varte veileda så jobba dei. F.eks. han som satt på maskin nr.2=
92		I	=hm=
93		Geir	som då er nesten blank
94	04:06	I	ja
95		Geir	Æh:: og det var veldig flott ...

Lærerne har litt ulike meninger. Mens Arve mener programmet ikke er egnet for svake elever, har lærer Geir opplevd at også svake elever kan jobbe med Aplusix, hvis de får nok hjelp av læreren. At Aplusix til og med kan motivere veldig svake elever synes han er veldig positivt.

Flinke elever kan ha stor nytte av programmet. Det er begge enige i.

6.4.4 Motivasjon

a) Observasjon

For å kunne vurdere motivasjon brukte jeg både strukturerte og ustrukturerte observasjoner.
I den strukturerte observasjonen telte jeg antall irettesettinger og interaksjon med andre ting, for eksempel internett.

Tabell 6.31: Motivasjon, observasjon, antall

Time	Irettesetting av hele klassen eller enkeltelever	Interaksjon med andre ting
1	0	0
2	2	3
3	3	5
4	0	6

Det er få irettesettelser i hele perioden, sett i forhold til papir/blyant-gruppen. I halvparten av denne gruppen (jeg observerte bare halvparten av gruppen) brukte læreren 10 irettesettelser på én undervisningstime. Å jobbe med dataprogram kan åpenbart ha positiv innvirkning på elevenes konsentrasjon på læring.
At elevene etter hvert har mer interaksjon med andre ting enn Aplusix, lærer eller medelever, betyr at motivasjon og konsentrasjon avtar.

Den ustrukturerte observasjonen gir et lignende bilde. I første og andre timen viste elevene høy motivasjon, konsentrasjon og arbeidsro. I tredje og fjerde timen økte uroen i rommet litt. Også motivasjonen, særlig for svake elever, gikk betydelig ned. Derimot var enkelte elever høyt motivert i hele perioden. I andre timen observerte jeg to engasjerte elever som ble igjen i datarommet etter timenes slutt. De ville helst fortsette og ikke ta friminutt.

b) Spørreskjema

Resultater fra spørreskjema viser også et variert bilde.

Tabell 6.32: Motivasjon, spørreskjema, enkelte spørsmål

	N	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation
Motiverende å bruke Aplusix	50	1	5	3,48	1,403
Aplusix passer til 10. klasse elever	46	1	5	3,17	1,338
Valid N (listwise)	45				

Tabell 6.33: Motivasjon, spørreskjema, gjennomsnitt

	N	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation
Motivasjon	45	1,00	5,00	3,3000	1,27654
Valid N (listwise)	45				

Gjennomsnittet av elevene er mer negative i forhold til motivasjonen. Men standardavviket er relativ stort. Det betyr at utslagene til både minimum- og maksimumverdiene er store. Negative svar kan ha flere grunner. Holdningen overfor algebra og lite forkunnskap kan være én grunn. Som jeg har sett i observasjonen, minket motivasjonen i løpet av perioden for en del av elevene. Samtidig økte frustrasjonen over oppgavene som de ikke fikk til.
Helt på slutten av perioden, etter gjennomført posttest, skulle spørreskjemaet fylles ut.

Tidspunkt for spørreundersøkelsen kan ha hatt innvirkning på avkrysningen.

Noen enkelte elevkommentarer fra den ustrukturerte delen av skjemaet (vedlegg 13) viser at meninger om programmet spenner over et vidt spekter. Jeg presenterer her bare enkelte svar.

Positiv: skikkelig super kjekt og fantastisk liksom, nyttig, lærerikt, spennende, veldig bra og lett.
Negativ: gammeldags, vanskelig å forstå, ikke underholdende, papir og blyant er bedre, uvant, lite lærerikt, uinteressant.

Noen eksempel fra intervju understreker at det råder svært forskjellige meninger.

c) Intervju
Av fem elever er tre veldig usikre når det gjelder motivasjon. To elever derimot er positive.

Lisa mener:

Nr.	Tid	Hvem	Hva blir sagt:
20	01:17	Lisa	= Ja, det er kjekkare å jobbe på data, altså dette programmet.

Å jobbe på datarommet motiverer de fleste elevene. Det er også begge lærere enig i. Men Arve er samtidig skeptisk. På spørsmålet om elevenes motivasjon er en annen med Aplusix enn uten, svarer han:

Nr.	Tid	Hvem	Hva blir sagt:
41		Arve	=Ja, eg tror det (.) æh:: motivasjonen for å, og så algebra i seg sjølv er et vanskelig, et
42			vanskelig tema for veldig mange elver.
43		I	Hm.
44	02:46	Arve	Æh:: og dataprogram tror jeg på en måte kan være med på å gjer dette her litt mer
45			motiverande.
46		I	Hm. Hm
47		Arve	Æh:: og hvorvidt Aplusix på en måte var motiverande for elevane det æh:: (.) æh:: det
48			så eg, der så vi igjen at for enkelte så var dette her veldig bra, mens for andre så var
49			det heilt meiningsløyst.

Etter hans mening kan Aplusix ikke motivere de svakeste elevene.
Lærer Geir har en annen mening om motivasjonen:

Nr.	Tid	Hvem	Hva blir sagt:
77	03:05	Geir	(.) Det var litt ulike reaksjon blant elevane og nå kan vi sei i utgangspunkt liker dei å
78			jobbe på data, slik at det er i seg sjølv motiverande=
79		I	=Ja.
80		Geir	Å få raske tilbakemeldinger motiverer dei.
81		I	Hm.
82		Geir	Eg oppdaga det at når dei gjorde feil så vart det litt sånn prøving og feiling då, men
83			dette da med motivasjon, til og med dei svakaste, når dei var støtta heile veien,
84			jobba.

Geir peker på to motiverende faktorer: å jobbe med data og å få raske tilbakemeldinger. Hvis han da som lærer gir støtte i tillegg, så kan ellers helt passive elever aktiviseres. Det mener han er svært positivt. På den andre siden oppdaget han at flinke elever delvis var veldig høyt motivert:

Nr.	Tid	Hvem	Hva blir sagt:
95		Geir	...I den andre enden av skalaen, dei aller flinkaste
96			elevane synes dette var spesielt interessant tror eg. Det var jo en av elevane

97			som spurde om han kunne få tak i dette programmet. Han ville jobbe med dette
98			heime.
99		I	Hm
100		Geir	Og det var fordi han fant ut fordeler når han gjekk oppover.
101		I	Ja, nettopp, ja.
102		Geir	På den måten, for dei flinkaste elevane var det nok mest vellykka.

Også Siri (faglig sterk) uttrykker seg positivt:

Nr.	Tid	Hvem	Hva blir sagt:
10	00:24	Siri	Eg synes det var interessant (.) veldig interessant.
.	.	.	.
.	.	.	.
22	01:01	Siri	Fordi at æh:: (.) det var liksom gøy å prøve en ny måte å gjere det på, og så forklarte
23			det oss på en måte kva vi gjorde feil

Data fra alle metoder peker på at Aplusix kan motivere, både svake og flinke elever. Men meningene er samtidig veldig forskjellig og delvis svært negative. Det er vanskelig å finne plausible grunner til det. Jeg skal drøfte dette i diskusjonskapittelet.

6.4.5 Interaksjon

a) Observasjon

Tabell 6.34: Interaksjon elev/lærer og elev/elev, observasjon, antall

Time	Elevens/lærer interaksjon (faglig og teknisk)	Elev/elev interaksjon	Lærer til klassen (faglig og teknisk)
1	48	8	4
2	37	16	3
3	32	12	1
4	31	11	3

Tabellen 6.34 viser at det har vært betydelig flere interaksjoner mellom elever og læreren enn med medelever. Antall tekniske spørsmål avtok etter første timen. Derfor observerte jeg etter hvert færre interaksjoner med læreren. Observasjoner i papir/blyant klasserom viser det motsatte. Her telte jeg 15 interaksjoner med læreren og 20 med medelever. Det viser at elevene jobber mer individuelt med Aplusix enn på klasserommet.
Det vises også i spørreskjema og i intervjuene.

b) Spørresjema

Tabell 6.35: Interaksjon, spørreskjema, enkelte spørsmål

	N	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation
Aplusix kan brukes uten hjelp	49	1	5	2,57	1,369
Å bruke Aplusix krever ikke hjelp fra læreren	49	1	5	3,22	1,433
Å bruke Aplusix krever ikke hjelp fra medeleven	49	1	5	3,16	1,448
Valid N (listwise)	46				

Tabell 6.36: Interaksjon, spørreskjema, gjennomsnit

	N	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation
Interaksjon	46	1,00	5,00	3,0072	,94670
Valid N (listwise)	46				

At Aplusix kan brukes uten hjelp, er forholdsvis mange elever enig i. Hjelp som tilbys fra programmet blir sett på som nyttig.

c) Intervju

Bare én av fem elever i intervju sier at han spurte en annen elev om hjelp. De andre elevene spurte sjelden eller aldri en elev om hjelp. Men å spørre læreren om hjelp er mye brukt.

Lærer Geir beskriver på hvilken måte han måtte hjelpe elevene.

Nr.	**Tid**	**Hvem**	**Hva blir sagt:**
194		Geir	Men, når det gjelder lærerstøtte då, så må du jo gå rundt til kvar elev i klasserommet
195			og det blir litt likt det også. For dei sitter med litt ulike problem.
196		I	Hm.
197		Geir	Så det skill ikkje seg så veldig mykje ut frå en vanlig situasjon.
198	9:34	I	Hm. Men, æh, hva slags problemer var det du måtte hjelpe med?
199		Geir	Nei, det var stort sett, kan du seie, dette med å kunne, å ta seg fram i dei vanlige
200			reknereglane.
201		I	Det faglige?
202		Geir	Ja, det faglige, først og fremst, for det (.) det faglige, for dei forsto jo fort korleis dei
203			skulle bruke programmet. Så=

Også elevene mener at det er faglige spørsmål de stilte til læreren. Siri sier:

Nr.	**Tid**	**Hvem**	**Hva blir sagt:**
94		Siri	Det var nye (.) ting, nye oppgåver på en måte.

Leif er enig i at det ikke var tekniske problem han trengte hjelp til.

Nr.	**Tid**	**Hvem**	**Hva blir sagt:**
96	04:34	Leifï	Ja, faglige ting.
97		I	Hm. Så det tekniske det gikk bra=
98		Leif	= Ja, det gikk helt fint.
99	04:38	I	Ja. Hm. Og hvis du sammenligner det med vanlige matematikktimer? Var det oftere
100			du måtte spørre om hjelp nå? Eller ikke så ofte?
101		Leif	Nei:: Du fekk vel kanskje litt mer hjelp av programmet da=
102		I	=Ja=
103		Leif	= for tilbakemeldinger i forhold til kva du gjer på pen og papir.
104		I	Hm. (.) Så det var færre ganger du måtte spørre.
105	04:56	Leif	Hm. Ja.

Han begrunner at han ikke trengte så mye hjelp av læreren på grunn av programmets tilbakemeldinger.

Det er også Siri helt enig med. På spørsmålet om hun er blitt mindre avhengig av læreren og annen hjelp svarer hun:

Nr.	Tid	Hvem	Hva blir sagt:
105 106	05:58	Siri	Ja. Det synes eg. (.) For den hjelp meg på en måte, programmet hjelper meg litt og då blir det liksom , trenger ikkje så masse hjelp fra andre.

Elevenes interaksjon med programmet, deres aksjoner og reaksjoner (tilbakemeldinger) fra Aplusix-miljøet, har åpenbart bidratt til mer autonom læring.

6.4.6 Mulig framtidig bruk av Aplusix i undervisningen

Lærere og elevene ga i intervjuene noen forslag om hvordan de kunne tenke seg å bruke programmet.

Lærerne var enige i at programmet gir variasjon i undervisningen, og at det godt kan brukes som supplement. Arve mener:

Nr.	Tid	Hvem	Hva blir sagt:
230 231 232		Arve	Ja. Elevane kunne for eksempel har innimellom fått lov til å bruke dette her programmet når de for eksempel var ferdig med alt annan arbeid. Samtidig som du kunne hatt, hatt det som innslag sånn av og til
233		I	= hm=
234 235	11:26	Arve	= for det no, det er no veldig greit å ha et alternativ da til undervisning og korleis du kan tilegne deg stoffet, ikkje sant?

Han kunne altså tenke seg Aplusix som alternativ undervisningsmetode, men også som *godbit* for de flinke. Hans syn på at Aplusix er mest for flinke elever blir synlig her også.

De fleste elever kunne tenke seg å bruke programmet av og til og til å øve seg. En elev kan tenke seg å bruke Aplusix til tentamen. Men alle er enige i at Aplusix ikke skal erstatte vanlig tavleundervisning med lærer.

Arve gir et viktig argument når han snakker om hvordan han ville bruke programmet.

Nr.	Tid	Hvem	Hva blir sagt:
225	11:00	Arve	Du må på en måte få det inn som en naturlig del av undervisninga da.
226		I	Ja.
227		Arve	Og nå du først har fått til det så tror eg at dette kan være veldig bra.

Integrasjon av Aplusix i klasserommet er etter hans mening helt avgjørende for å ha nytte av det. Det skal jeg diskutere mer i kapittel 7.

6.4.7 Begrensninger av Aplusix

I løpet av eksperimentperioden ble noen svakheter og egenheter med systemet Aplusix synlig. Her presenterer jeg noen eksempler, knyttet til følgende faktorer:

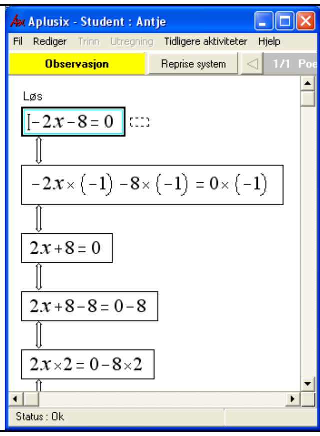
1. Verifikasjon av ekvivalens
2. Skrivemåter
3. Prøving og feiling
4. Drag- og drop-funksjon

1. Verifikasjon av ekvivalens: Systemet Aplusix sammenligner løsningsmengder, verifiserer ekvivalens og gir tilsvarende tilbakemelding. I enkelte tilfeller kan eleven anvende en feilstrategi, men får likevel positiv tilbakemelding (eksempel a og b). Når løsningsmengden er *null* eller *ingen løsning* er det mulig å bruke en hvilken som helst strategi og likevel få positiv tilbakemelding (eksempel c og d).

a) Feilstrateg1: Systemet aksepterer strategier som ikke er meningsfulle.

Fra fjerde til femte steg multipliserer eleven med 2 på begge sider (i steden for å dividere). Eleven gjør det samme på begge sider (det er en riktig strategi), men utfører en operasjon som ikke er meningsfylt. Det han gjør forandrer ikke på ekvivalens, men er ikke den riktige strategien likevel.

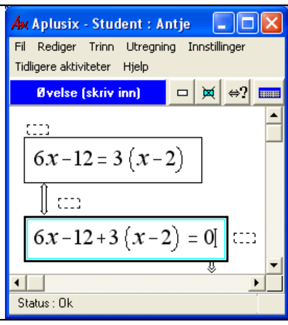
Programmet aksepterer denne feilstrategien pga. ekvivalens og gir positiv tilbakemelding.



b) Feilstrategi 2: Aplusix gir positiv tilbakemelding dersom eleven bruker en feilstrategi, men *løsningsmengden ikke blir forandret*.

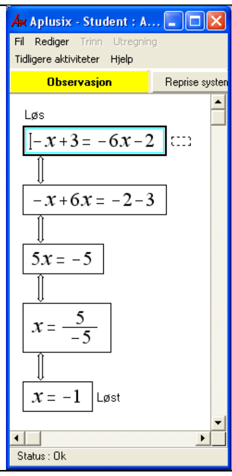
Uttrykket som står på høyre side blir flyttet over til venstre uten å forandre fortegnet. Det er ikke riktig.
Han får positiv tilbakemelding fordi løsningsmengden er riktig. Løsningen for x er 2, om han utfører den riktige eller denne feilstrategien.

Dette kan anses som et uheldig spesialtilfelle.

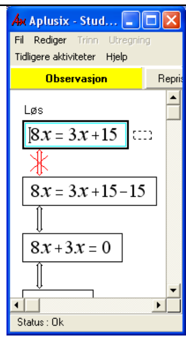
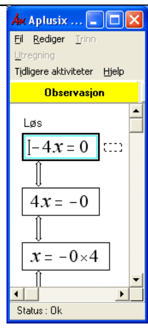


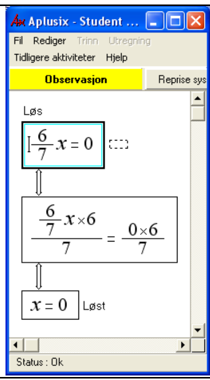
Et annet eksempel viser det samme. En elev bruker en feilstrategi, men løsningsmengden blir ikke forandret. Derfor får han positiv tilbakemelding.

<table>
<tr>
<td>Operasjonen fra 3. til 4. steg viser at eleven deler på feil tall. Resultatet er riktig likevel. Eleven får positiv tilbakemelding og forandrer ikke på feilstrategien sin. Denne feilen gjengår hos eleven.

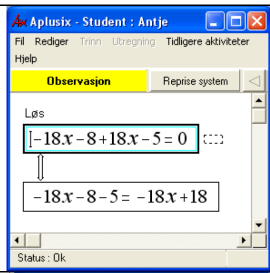
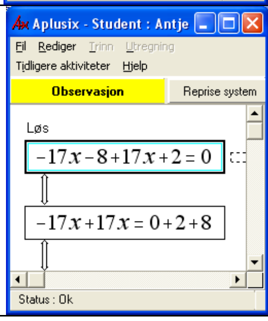
Aplusix bidrar til å feste denne feilstrategien.</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

c) Løsningsmengden er null

<table>
<tr>
<td>1. Addisjon/subtraksjon:
Denne eleven hadde store problemer med å se oppgavestrukturen og dermed å flytte over riktig. Programmet gir positiv tilbakemelding på et steg som ikke er rett. Fra andre til tredje steg flytter han ikke over rett. Men fordi <u>løsningsmengden er null</u>, kan han gjøre hva som helst, og får positiv tilbakemelding</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>2. Multiplikasjon/divisjon:
Eleven bruker feil strategi på tredje steget. I steden for å dividere på 4 multipliserer hun med 4 på høyre side. Siden <u>løsningsmengden er null</u>, opprettholdes ekvivalensen, uansett hva eleven gjør.</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>Brøkoppgaver:
Eleven gjorde dette om og om igjen og undret seg over at det av og til var rett (når det sto null), og av og til ikke.

Aplusix gir positiv tilbakemelding dersom ekvivalensen opprettholdes. Det er mulig å gjøre hva som helst på begge sider. Det eleven gjør er <u>ikke den riktige strategien</u> (se oppe), men den positive tilbakemeldingen fører til at hun tror det er den riktige veien og fortsetter. Analysen av oppgavene hennes viser at hun bruker denne strategien gjennom hele perioden. Denne svakheten har vært et stort hinder for denne eleven</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

d)Løsningsmengden er* ingen løsning*: To eksempler viser problemene.

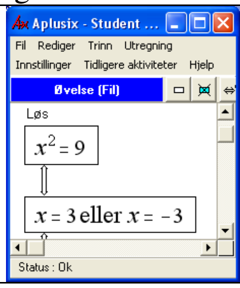
<table>
<tr><td>1. Eleven gjør feil, men får positiv tilbakemelding fra systemet. Fordi løsningen er ”ingen løsning” kan man skrive hva som helst og får ikke feil for det. Jeg forstår at eleven ikke fortsatte med oppgaven. Det virker jo irriternde.</td><td>
</td></tr>
<tr><td>2. Feil overflytting. Aplusix gir positiv tilbakemelding, fordi <u>løsningsmengden er ”ingen løsning”,</u> uansett om han flytter over riktig eller feil.</td><td>
</td></tr>
</table>

2. Skrivemåter

a) I Aplusix skal resultatet av en oppgave skrives som brøk, ikke som desimaltall. Dessuten aksepterer systemet ikke et blandet tall.

Elevene på skolen der jeg gjennomførte eksperimentet er vant med å bruke desimaltall som resultat. I brøkregning krever læreren at de bruker blandet tall hvis det er mulig.

b) Løsning av en andregradligning med to løsninger krever en bestemt skrivemåte.

<table>
<tr><td>Bare denne skrivemåten aksepteres fra Aplusix.</td><td>
</td></tr>
</table>

3. Prøving og feiling

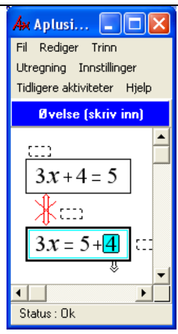
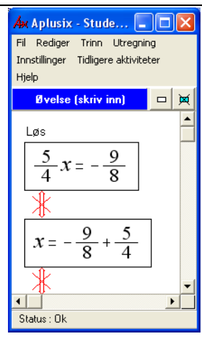
Tilbakemelding av programmet *inviterer* til utstrakt prøving og feiling. Ved observasjonen i timene virket dette ofte tilfeldig og lite meningsfullt.

Analysen av 13 elever viste følgende: Enkelte elever brukte veldig mye tid på en *ustrukturert prøving og feiling*. Elevene fra analysegruppen kunne likevel øke sin algebraiske forståelse og prestasjonen for løsning av ligninger. Om resten av Aplusix-gruppen også hadde nytte av denne bruksmåten, kan jeg ikke uttale meg om.
Andre elever av den undersøkte gruppen kunne gjennom en *strukturert prøving og feiling* øke sin forståelse raskt.

Det kan altså være en nyttig strategi til å øke forståelsen. Men jeg ser også faren for at tilbakemeldingen blir brukt som instrument til ustrukturert utprøving som ikke har noe læringseffekt.

4. Drag and drop

Funksjonen kan skape forvirring for elevene. To eksempler gjør dette tydelig.

1. Tall 4 ble markert og med musen dratt over til andre siden. Operasjonstegnet foran 4-tallet kunne ikke merkes samtidig. På høyre side føyet Aplusix automatisk inn et plusstegn.	
2. Eleven markerte brøken til venstre, klippet ut og limte inn på høyre side. Programmet laget automatisk et addisjonstegn foran brøken, noe som er feil.	

Det er altså ikke mulig å bruke drag & drop funksjonen til denne typen regning

Oppsummering av hovedfunnene

Forandring av forståelse av likhetstegnet

- 11% av Aplusix-gruppen hadde en relasjonell forståelse i pretesten, mens det i posttesten var 34%. Det betyr *at 23% av alle Aplusix-elever forandret sin forståelse fra operasjonell i pretesten til relasjonell i posttesten (tabelll 6.5).*
- Papir/blyant-gruppen, der flere elever hadde en relasjonell forståelse enn i Aplusix-gruppen, viste en større økning i prestasjonen av å løse ligninger (tabell 6.6) enn Aplusix-gruppen. *Relasjonell forståelse synes å være et godt utgangspunkt for læring av algebra.*

Prestasjon for løsning av ligninger

- Prestasjonen synes å være avhengig av oppgavetypen (økning fra 0 til 24%).
- Brøkoppgaver er et stort problem for disse elever (0% forbedring).
- Oppgaver der symmetrisk ekvivalens spiller en rolle, kan være godt egnet til å trene med Aplusix (24% økning).

Algebraisk forståelse og strategier

- Manglende aritmetiske kunnskaper kan ha vært et hinder for læring av algebra. Spesielt problemer med de didaktiske variablene *brøk, minus* og *null*, men også manglende bevissthet om *aritmetiske konvensjoner,* sånn som utelatte regnetegn og regneprioriteter, førte til problemer ved løsning av ligninger.
- Å regne mange oppgaver synes å ha hjulpet til læring.
- Å øke antall ekvivalente steg i løsningsprosessen med Aplusix kan hjelpe til å øke forståelsen for algebraiske ligninger.
- Elever som hadde en relasjonell forståelse før de begynte med Aplusix, kunne raskere øke sin forståelse og prestasjon.
- Flere elever brukte algebraiske strategier i posttesten enn i pretesten.

Nytteverdien av programmet

- *Teknisk:* Det er relativ stor enighet om at programmet er enkelt å lære og å bruke for de fleste elever.
- *Pedagogogisk:* Aplusix synes å være pedagogisk godt egnet for både middelssterke og sterke elever, men elever på et svakt nivå synes ikke å ha hatt god nytte av programmet. Grunnen til det kan være elevenes begrenset forkunnskap og uvante oppgavetyper og skrivemåter i Aplusix. Elevenes ulike arbeidstyper (prosedyreorientert, løsningsorientert eller reflektert) synes å ha betydning for om Aplusix kan være pedagogisk nyttig.
  En integrasjon i undervisningen kan kanskje ha positiv virkning på læring, også for elever på et svakt nivå.
- *Tilbakemeldinger:* Elever fra min analysegruppe (13 elever) reagerte ulikt på tilbakemeldingene, enten med ustrukturert eller strukturert prøving og feiling eller med en målrettet forbedring av feilen. Alle ulike måter førte til læring. Om dette gjelder alle elever fra hele Aplusix-gruppen kan jeg ikke si noe om.
- *Differensiering:*Lærerne mener at programmet kan være godt egnet for tilrettelegging til enkelte elevers behov. Elevenes svar i spørreskjema tyder på usikkerhet i forhold til differensieringsmuligheter blant elevene.
- *Motivasjon:* I starten av skoleeksperimentet med Aplusix var alle elever motiverte og konsentrerte, og enkelte i høy grad. Motivasjonen var litt avtakende etter hvert, særlig for elever på et svakt nivå. Manglende forkunnskap kan være en grunn til dette.
- *Interaksjon:* Aplusix er et interaktivt miljø, og de fleste elever brukte programmet på en interaktiv måte. De trengte litt mindre faglig hjelp av læreren enn i vanlige timer, og det skjedde få interaksjoner elevene imellom.

7. Diskusjon og konklusjon

I dette kapitlet diskuterer jeg noen av funnene fra analysen i forhold til mitt forskningsspørsmål, teoretisk rammeverk og resultater fra andre relevante forskningsundersøkelser.

Målet er å svare på følgende spørsmål:
Kan bruken av programmet Aplusix i algebraopplæringen forandre elevenes forståelse av likhetstegn og forbedre algebraisk forståelse og elevenes prestasjoner?

Kapitlet er delt opp på følgende måte:
I første delen (7.1 – 7.4) konsentrerer jeg meg om å gi svar på forskningsspørsmålet. Hvert avsnitt tar for seg en del av spørsmålet, henholdsvis ”forståelsen av likhetstegnet” (7.1), ”prestasjon i lineære ligninger” (7.2), ”algebraisk forståelse og strategier” (7.3) og ”programmets nytteverdi” (7.4). På slutten av 7.4 prøver jeg å gi en konklusjon.
I etterfølgende avsnitt diskuterer jeg en mulig integrasjon av Aplusix (IKT) i klasserommet (7.5).

7.1 Forståelsen av likhetstegnet

Resultatene fra pretesten viser at det var store forskjeller i forståelsen av likhetstegnet mellom klassene (tabell 6.3). I D-klassen fra papir/blyant-gruppen viste 63% av elevene en relasjonell forståelse i oppgave 4 (verbal forståelse av likhetstegnet), mot 30% med en operasjonell forståelse. I A-klassen fra Aplusix-gruppen er det 12% med relasjonell forståele, mot 84% operasjonell forståelse. Spesielt klassene D og A skiller seg ut fra resten av gruppen. Gjennomsnittet i hele Aplusix-gruppen (klasse A og B), 32% relasjonell forståelse, svarer til forskningsresultatene til Knuth et al. (2006). I åttende klasse, etter ett år med formell algebra, hadde 31% av elevene fra 177 amerikanske skoler en relasjonell forståelse i en lignende test. Forståelse av likhetstegnet i Aplusix-gruppen synes altså å tilsvare gjennomsnittet i amerikanske åttendeklasser.
Jeg fant at elevene fra papir/blyant-gruppen (høy andel relasjonell forståelse) hadde en høyere økning i prosent riktig løste oppgaver i løpet av perioden (se tabell 6.6 og 6.7) enn Aplusix-gruppen. Dette tilsvarer funn som er beskrevet av Knuth et al.. Også andre forskere nevner denne sammenhengen (Brekke, 1995; Jones, 2007; Kieran, 1981).

Forutsetningene elevene kom med (relasjonell forståelse av likhetstegnet) synes å ha hatt høyere innflytelse på læring enn bruken av en bestemt metode, dvs. dataprogrammet.
Men hvorfor var forutsetningene så forskjellige? Hva var forskjellen mellom klassene? Alle fire klassene hadde tilsynelatende like betingelser. Elevene ble undervist på samme skole, etter samme læreplan, felles lokal læreplan og de samme lærebøkene. Var elevene svakere i Aplusix-gruppen enn i papir/blyant-gruppen? Fra lærerne hadde jeg fått informasjon om at nivået er omtrent likt i alle klassene. Var det flere faktorer som virket inn, som jeg ikke kjenner til?
Er faktoren at alle fire klassene hadde ulike lærere i matematikk avgjørende? Det virker som om læreren fra D-klassen i sin undervisning har lagt mer vekt på en relasjonell forståelse av likhetstegnet enn lærerne i de andre klassene. Kan det være grunnen til at 63% av elevene i denne klassen har en relasjonell forståelse av likhetstegnet i pretesten? Jeg kan med mine metoder ikke komme fram til et svar.

Mitt hovedspørsmål er om bruk av dataprogrammet Aplusix kan være et egnet verktøy til å forandre forståelsen av likhetstegnet. Resultatene fra papirtestens oppgavedel viser at Aplusix-gruppen ikke hadde en så stor økning i antall riktig løste Aplusix-oppgaver (14%) som papir/blyant-gruppen (22%) (tabell 6.6 og 6.7). Forståelsen av likhetstegnet (papirtestens diagnostiske del) ble forandret for 23% (tabell 6.5). Min analyse viser at en relasjonell forståelse ikke er noen garanti for gode prestasjoner i løsning av ligninger, heller ikke for at elevene bruker algebraiske strategier. Eksemplet fra elev Stian (avsnitt 6.3.2.1c) viser det godt. En relasjonell forståelse av likhetstegnet er likevel en viktig forutsetning for læring av ligninger (Brekke, 1995; Carpenter et al., 2003; Carpenter & Levi, 2000; Carraher & Schliemann, 2007; Jones, 2007; Kieran, 1981; C. Kieran, 1992; Knuth et al., 2006). Mange elever har et operasjonelt konsept av likhetstegnet og derfor ikke denne forutsetningen. Kognitive strukturer av likhetstegnet er veldig faste. Forskerne er delvis i tvil om det i det hele tatt er mulig å forandre konseptet (McNeil & Alibali, 2005). Bare hvis elevene får mange oppgaver i en relasjonell kontekst, kan det etter lang tid føre til forandringer (Kieran, 1981; McNeil & Alibali, 2005). Aplusix er designet som en relasjonell kontekst, og elevene har delvis regnet mange flere oppgaver enn med papir/blyant (tabell 6.17). Men både elevene og lærerne uttrykte i intervju de ikke hadde nok tid. Forskningen fra Frankrike (Bouhineau et al., 2005) viser at bruken av programmet over lengre tid, integrert i klasserommet, kan gi en større økning i prosent løste oppgaver. Om det samme gjelder Norge, må videre forskning vise.

Funnene peker på at det er mulig at forståelsen av likhetstegnet blir forandret gjennom bruk av Aplusix. Men det skjer ikke en forandring for alle elevtyper. Jeg skal drøfte dette i avsnitt 7.3 og 7.4.

7.2 Prestasjon i lineære ligninger:

Papirtestenes oppgavedel var todelt, med henholdsvis Aplusix-oppgaver og lærebokoppgaver (Engstrand et al., 1998). Jeg diskuterer her bare resultat fra typiske Aplusix-oppgaver (tabell 7.1).
I pretesten løste Aplusix-gruppen 24% av Aplusix-oppgavene, i posttesten 38% (tabell 6.6). Det er en økning på 14%. Lignende eksperimenter i Frankrike (Nicaud et al., 2004) viste en økning på 50%. Det er vanskelig å finne grunner for denne betydelige forskjellen.
En detaljanalyse (tabell 6.8 og 7.1) hjalp meg til å peke ut oppgavetyper med svak prestasjon og deretter identifisere didaktiske variabler og algebraiske regler (se 5.4.1b) som kan ha hatt innflytelse på elevenes strategier. (Brousseau, 1981, referert i Nicaud, 2003).

Tabell 7.1: Oppgavetyper Aplusix-oppgaver, prosent rette svar

Nr.	**Oppgavetype**	**Økning/minking**
1	ax=b	22%
2	–a=-bx	24%
3	$\frac{a}{b}x = -\frac{c}{d}$	-2%
4	–ax+b=0	13%
5	ax+b=-cx-d	11%

Tabellen viser en stor variasjon i forhold til oppgavetypene.
I det følgende diskuterer jeg resultat fra de ulike oppgavetypene ikke i tallrekkefølgen, men valgt etter en logisk begrunnet rekkefølge.

Oppgavetype 3: $\frac{a}{b}x = -\frac{c}{d}$

Elevene hadde en økning for alle oppgavetyper utenom brøkoppgaven. Denne typen oppgave er hentet fra Aplusix-programmet. Læreboken fra niende klasse (Engstrand et al., 1998) viser at elevene ikke er kjent med denne typen oppgave. Men den norske læreboken kan ikke være den eneste grunnen til problemene. Også for elevene i Frankrike har brøkoppgaver vært et vedvarende problem. Dette beskriver forskningsteamet rundt Nicaud (Chaachoua et al., 2004; Nicaud, Bittar et al., 2006) i sine studier.
Hva kan være grunnen til det?

Ut fra mine analyser ser jeg flere grunner til dårlig prestasjon:

- Studien av elevenes lærebok viser at brøk stort sett blir unngått i vanlig undervisning. Brøkpresentasjon brukes ikke som et likestilt alternativ til desimalbrøk. Kanskje er det grunnen til at læreren som regel krever en desimalbrøk som resultat. De fleste elever aksepterer ikke en brøk som svar, men omformer til desimalbrøk ved å bruke kalkulator eller skriftlig divisjon. Eksempler fra pretesten bekrefter dette. Aplusix derimot er ikke tilrettelagt for bruk av desimaltall. Elevene må bruke brøk. Det er de ikke vant til, og derfor skapte det problemer. Mens noen elever tar utfordringen og har lært mye om brøk (intervju Leif 29-30), unngår de fleste elever oppgaver med brøk.
- Holdningen til de fleste elevene er at brøk er vanskelig.
- Lærebokoppgaver med brøk er av en annen type enn Aplusix-oppgaver (se 5.4.1b). Denne oppgavetypen var ny, forklarer lærer Geir (intervju 211 – 213).

Han forteller at han måtte hjelpe en del, men mener at middels sterke elever kunne, med litt hjelp, lære nye strategier raskt (intervju Geir, 212 – 213). Eksemplet i analysen (6.3.2.2a, elev Leif) viser at det gikk an å få til brøkoppgavene ved hjelp av programmets tilbakemeldinger, og kanskje litt lærerhjelp. I en testsituasjon og i posttesten, altså uten tilbakemelding, kunne eleven derimot ikke løse brøkoppgavene riktig.

Han hadde trengt mye mer tid og flere øvelser for å bli trygg på denne oppgavetypen. I intervjuet uttrykker han at det var nyttig å jobbe med brøkoppgaver. Han lærte mye og mener at svaret blir mer nøyaktig. (intervju Leif 29-30).

Studium av elevenes lærebøker (Engstrand et al., 1999a; Engstrand, Nordberg, & Tverås, 1999b) tyder på at brøk ikke er likestilt med desimalbrøk som representasjonsform for et tall i grunnskolematematikken, noe som skaper usikkerhet og en dårlig innstilling hos elevene. Dersom brøkrepresentasjoner forekom oftere i undervisningen, for eksempel gjennom bruk av Aplusix, ville elevene ha en mulighet for å øke forståelsen for denne didaktiske variablen, og de ville dessuten se nytteverdien av brøkrepresentasjoner. At det er mulig, viser intervjusitatet av elev Leif (29-30).

Oppgavetype 2: *(-a=-bx)*

Elevene forbedret seg mest på denne typen oppgave. I pretesten var det 18% av elevene som løste oppgaven riktig, i posttesten 42%, en forbedring på 24%.

Et nærmere studium av de didaktiske variablene som inngår i oppgaven viser at dette er variabler som elevene vanligvis har problemer med eller som er helt uvant, sett i forhold til deres lærerbok. Likevel var økningen størst på denne oppgavetypen. Kan en av grunnene være selve programmet? En analyse av hvilke didaktiske variabler som forekommer, kan gi svar.

Den didaktiske variabelen *minus* opptrer som fortegn, både til et tall og en koeffisient. Løsningen av oppgaven krever divisjon av et negativt tall. Læreboken bruker nesten ikke oppgaver der minustall eller minuskoeffisient inngår. Det samme gjelder oppgaver der *x står på høyre side*. Denne oppgaveformen krever at eleven ser en relasjon i oppgaven (Brekke, 1995; Brekke et al., 2000; Carraher & Schliemann, 2007; Kieran, 1981) og har en *symmetrisk ekvivalensforståelse*. Dersom likhetstegnet blir oppfattet som et tegn for ekvivalens, er det innlysende at sidene kan byttes.

Dette er den eneste oppgavetypen i testen der ekvivalensforståelse er særlig viktig. At elevene forbedret seg mye på denne typen, kan tyde på at Aplusix - med sitt grunnleggende fokus på ekvivalens - er egnet til å gi elevene et relasjonelt konsept av likhetstegnet, og dermed økte prestasjoner. Tabell 6.5 viser på den ene siden, at 23% av elevene forandret forståelsen av likhetstegnet fra operasjonell i pretest til relasjonell i posttest. På den andre siden forbedret 24% av elevene resultatet for denne typen oppgave. Nicaud et al. (2006) beskriver også en sammenheng mellom designet av Aplusix og elevenes bruk av ekvivalente metoder.

***Oppgavetype 1**: (ax=b)*
Denne typen oppgave forekommer både i læreboken og i Aplusix.
I pretesten var det 68% av elevene som løste oppgaven riktig, i posttesten 90%, en forbedring på 22%.
Bruk av didaktisk variable *heltall* og *x på venstre side* synes å være godt innlært fra før. At x som regel står på venstre side og at svaret står på høyre side, lærer elevene tidlig (Behr et al., 1980; Brekke et al., 2000; Carpenter et al., 2003; Jones, 2007; Kieran, 1981, 2007; McNeil, 2004; McNeil & Alibali, 2005).
Dessuten har oppgaven lite kompleksitet. Den krever at man kun utfører én operasjon; divisjon av et positivt tall.
I pretesten brukte eleven ofte intuitive eller aritmetiske strategier for å løse oppgaven. Etter Aplusix-trening kunne de aller fleste elevene løse denne oppgaven riktig, mange med algebraiske strategier.
Forkunnskapen og kompleksitetsnivået bidro til at nesten alle elever hadde nytte av IKT-verktøyet for denne typen oppgave. Trening med mange slike oppgaver synes å ha påvirket utviklingen av algebraiske strategier på en positiv måte.

***Oppgavetype 4**: (–ax+b=0)*
I pretesten var det 21% av elevene som løste oppgaven riktig, i posttesten 34%, en forbedring på 13%.
Denne oppgavetypen fra Aplusix-systemet er i utgangspunktet ikke uvanlig i elevenes lærebok (Engstrand et al., 1998). Men de didaktiske variablene *minus og null* er nesten fraværende i lærebokoppgaver. Elevene er derfor ikke trygg på å regne med minustall og nulltallet. Flere forskere (Brekke, 1995; Brekke et al., 2000; Grønmo et al., 2004; Kjærnsli et al., 2004) har funnet at mange elever i Norge mangler grunnleggende aritmetisk kunnskap og ferdigheter. Brekke anfører at dette kan være et hinder for læring av algebra.
Det kan være grunnen til at denne oppgaven, som krever regning med minustall og null, har vært et problem for mange elever.
I tillegg øker *kompleksiteten* i forhold til forrige oppgave, dvs. oppgaven krever to operasjoner, både *subtraksjon* og *divisjon av et negativt tall*. Disse operasjoner er vanskeligere enn addisjon og multiplikasjon med positive tall.

Oppgavetype 5*: (ax+b=-cx-d)*
I pretesten var det 11% av elevene som løste oppgaven riktig, i posttesten 22%, en forbedring på 11%.
Nicaud et al. (Bouhineau et al., 2005; Nicaud et al., 2004) brukte samme oppgavetype i sin forskning. I pretesten løste 37% av elevene oppgaven, i posttesten 64%, en økning på 27%. Forskjellen i forhold til elevenes prestasjon i min forskning er her stor.
En analyse av didaktiske variabler viser, i forhold til oppgavetype 2 og 4, hovedsakelig en økning av *kompleksiteten.* Eleven må kunne anvende addisjon, subtraksjon, divisjon og sammentrekning av like tall og uttrykk. Løsningen av oppgaven krever altså et godt aritmetisk grunnlag, noe som ifølge Brekke et al. (2000) ofte mangler.
Andre didaktiske variabler er positive og negative *heltall og heltallskoeffisienter* og *to variabler x* (en på høyre en på venstre side). Oppgaven krever algebraisk forståelse for oppgavens struktur (Carpenter et al., 2003; Kieran, 1981).
Siden mange elever synes å ha problemer med enkle aritmetiske operasjoner, og det i tillegg er lenge siden de hadde algebra i 9. klasse, var det kun få elever som husket hvordan de skulle angripe slike oppgaver og slik kunne forbedre prestasjonen i løpet av perioden (11%). Spørsmålet er hvorfor det var så mange flere franske elever på 10. klasse, (27%), som kunne forbedre seg på denne type oppgaver (Nicaud, Bittar et al., 2006; Nicaud et al., 2004)? Var forkunnskapen til mine elever for svak til at de, ved hjelp av Aplusix, kunne tilegne seg strategier til løsning av oppgaven?
Resultatene fra Nicaud et al. (2004) indikerer at Aplusix *har* potensial for å gi elevene hjelp i løsningsprosessen av denne oppgavetypen.
Kan en grunn til mitt resultat ligge i at norske læreplaner ikke krever samme kunnskap og ferdigheter på samme trinn som franske læreplaner? Ligger en forskjell i lærerutdanningen, timetallet eller kulturelle faktorer (Grønmo & Bergem, 2009; Høyles, Noss, & Kent, 2004)? Dette kan jeg dessverre ikke diskutere innenfor rammen av denne oppgaven.

Diskusjonen fører til antakelsen at elevenes prestasjoner etter bruk av Aplusix er avhengige av oppgavetypen. Dette er i tråd med vurderingen til Nicaud et al. ().

En nøyere diskusjon om elevenes problemer med likningsløsning følger i neste avsnitt.

7.3 Algebraisk forståelse og strategier

De fleste elevene som forandret sin forståelse av likhetstegnet eller som hadde en slik forståelse i begge testene, viste i posttesten tydelig oftere bruk av algebraiske strategier og løste flere oppgaver. Denne sammenhengen mellom forståelse av likhetstegnet og elevenes prestasjon påvises også i forskningen til Knuth et al. (2006).

Dybdeanalysen av Aplusix-data og papirtestene avdekket interessante strategier og misoppfatninger som kan relateres til mine elevkategorier (se 5.5.2.2) og forskningslitteraturen. Jeg skal drøfte funnene på følgende måte:

7.3.1 Elevkategori 1: Hvilke strategier og misoppfatninger har elevene som har forandret sin forståelse av likhetstegnet i retning mot en relasjonell forståelse?
7.3.2 Elevkategori 2: Bruker elevene som hadde en relasjonell forståelse i begge testene, de samme strategiene, og har de lignende misoppfatninger?
7.3.3 Elevenes forskjellige strategier og misoppfatninger skal deretter drøftes i forhold til relevant forskningslitteratur.

7.3.4 Avslutningsvis prøver jeg å gi svar på spørsmålet om hvilke typer elever som synes å ha mest nytte av Aplusix.

7.3.1 Elevkategori 1: Rossevatn (2006) fant at IKT til en viss grad kan føre til prosedyrekunnskap. Det korresponderer med mine funn fra de fleste av elevene som tilhører kategori 1, elever som har forandret sin forståelse av likhetstegnet fra en operasjonell til en relasjonell forståelse. Disse elevene brukte ofte blind prosedyreregning og manglet delvis algebraisk forståelse. De fleste elever fra min kategori 1 viser fellestrekk med Blomhøjs'(2003b) første kategori, den defensive eleven som ofte fokuserer på blind prosedyrelæring.
Elevene fra denne kategorien hadde ofte store problemer med grunnleggene aritmetisk kunnskap, som for eksempel regning med minustall og nulltall. For lite forkunnskap kan ha ført til at elevene ofte reagerte på tilbakemeldingene fra Aplusix med en ustrukturert prøving og feiling. De trykte seg liksom fram til svaret. Blomhøj (2003b) hevder at disse elevene ofte opplever at de klarer seg. For at lærerne likevel skal kunne oppdage elevenes misoppfatninger kreves en dialog mellom lærer og eleven. Dette understreker også Rossevold (2006, s. 102) som anfører at den *"viktigste faktoren for å motvirke et ensidig fokus på utvikling av prosedyrekunnskap, er læreren selv. "* (2006, s. 102).

To elever fra kategori 1, Anne og Helge, var derimot sterkt løsningsorientert, og kan plasseres Blomhøjs midterste kategori. De regnet mange oppgaver med det mål å få en rask løsning. Dermed kunne de i løpet av Aplusix-perioden øke vanskelighets- og kompleksitetsnivået betydelig.

7.3.2 Elevkategori 2: Disse elevene brukte ikke blind prosedyrelæring, men de viste også delvis mangel på algebraisk forståelse og hadde problemer med de samme didaktiske variabler som elevene fra kategori 1. Elev Stian, kategori 2a, var løsningsorientert, men ikke reflekterende. Jentene i kategori 2b derimot, var både løsningsorienterte og delvis reflekterende. De brukte tilbakemeldingene fra Aplusix på en strukturert og reflektert måte.

Elevtype	1 - prosedyreorientert	2- løsningsorientert	3- reflekterende
Kategori	1a, 1b	1a, 2a, 2b	2b
Reaksjon på tilbakemelding	Ustrukturert prøving og feiling		Strukturert prøving og feiling

De fleste elevene havnet altså i Blomhøys kategori 1 og 2; de var fokusert på å løse mange oppgaver på kort tid. Bare få elever brukte tid til å reflektere over sine aktiviteter og feil. Rossevatn (2006) mener én grunn til dette kan være skolens syn på IKT. Dersom skolen og lærerne formidler at IKT primært er et verktøy som kan effektivisere regningen, så prøver elevene å løse flest mulig oppgaver på kortest mulig tid. Jeg mener at det ikke bare er skolens syn på IKT, men også synet på læring og pensumpress som fører til dette. Elevene skal lære mye matematikk på kort tid. Derfor har lærerne ikke tid å fokusere på utforskning og refleksjon.

7.3.3 Elevenes strategier og misoppfatninger

- I overensstemmelse med annen forskning (Brekke, 1995; Vinje-Christensen, 2005) fant jeg at *manglende algebraisk strukturforståelse* viste seg hovedsakelig å være av aritmetisk natur. Kan eleven ikke anvende reglene for regneprioriteter og i tillegg ikke forstår konvensjonen om skjulte operasjonstegn, blir oppgavestrukturen ikke forstått. Reglene for regneprioriteter er ikke vanskelig lærestoff, men blir ikke vektlagt på skolen, mener Brekke. Lærerne er kanskje ikke klar over at denne mangelen kan føre til at algebraiske strukturer ikke blir forstått. Også i lærerutdanningen burde kunnskapen om regneprioriteter vektlegges mer. Egen erfaring viser at diagnostiske oppgaver er svært godt egnet til å gjøre studentene bevisste på problemet.

- En begrenset forståelse av likhetstegn, og dermed manglende strukturforståelse for oppgaven, kan føre til *blind prosedyreregning* (Brekke, 1995; Brekke et al., 2000). Elevene husker litt av den lærte prosedyren, men ikke alt. For eksempel vet de at de må flytte et tall over til den andre siden, men de husker ikke at de også må forandre fortegnet. Elevene lærer regler og prosedyrer uten å forstå. Om elevene forsto ekvivalensbegrepet og dermed oppgavestrukturen så var det ikke så lett å gjøre feil. Lærebøker fra ungdomsskolen som jeg har undersøkt (Breiteig et al., 1998; Engstrand et al., 1998; Gulbrandsen & Melhus, 2001) nevner så vidt ekvivalensbetydningen i ligninger, men fokuset er rettet mot regler og prosedyrer. Oppgaver der forståelsen av den relasjonelle betydningen av likhetstegnet forekommer eller blir fordypet (Carpenter et al., 2003), har jeg ikke funnet. Lærerne støtter seg som regel på lærebøkene, og derfor er det innlysende at algebraundervisning på skolen som regel betyr å lære mange regler og prosedyrer, noe jeg også fant i en tidligere studie (Meier, 2008).
- Som nevnt i avsnitt 2.1.1a kan lærerens læringssyn påvirke undervisningen. Teorien om Piagets' stadier i den kognitive utviklingen av elevene kan føre til antakelsen at mange elever ikke er kommet tilstrekkelig langt i sin utvikling for å kunne lære abstrakt algebra (Küchemann, 1981). Har en lærer den oppfatningen at ikke alle elever kan lære abstrakt algebra, så er det forståelig at han prøver å lære dem regler og prosedyrer slik at de kan løse oppgavene i prøver og tentamen (Meier, 2008). Elevene greier seg, men forstår lite (Brekke, 1995; Brekke et al., 2000).
  Har en lærer derimot den oppfatningen at algebra er mulig å lære for alle elever (Carraher & Schliemann, 2007; Kieran, 1981; Mason et al., 2005), så vil denne læreren innføre algebraiske symboler tidlig og bruke dem på en naturlig måte, blant annet gjennom generalisering av aritmetiske sammenhenger. På denne måten kunne det bli lettere å forstå symbolsk algebra på ungdomsskolen.
- Flere forskere er enig i at mangelen på grunnleggende aritmetisk forståelse er et hinder for læring av algebra (Brekke et al., 2000; Kieran, 1981; Vinje-Christensen, 2005). De didaktiske variablene *minus* og *nulltallet* viste seg å føre til stor usikkerhet hos mange elever. Noen ignorerte minustegnet, mange håndterte minustegnet på en åpenbart tilfeldig måte. En sammenligning av oppgaver i læreboken (Engstrand et al., 1998) og Aplusix-oppgaver gir en forklaring. Regning med minustall, minuskoeffisienter og bruk av null er nesten ikke anvendt i pensumboken. I Aplusix forekommer disse didaktiske variablene derimot som en naturlig del. Elevene hadde antageligvis verken fått god forståelse eller øvelse i bruk av disse symbolene.
- En annen forskjell i oppbygningen av læreboken og Aplusix er at læreboken presenterer nytt fagstoff og relevante oppgaver i hvert avsnitt for seg. Oppgaver, der mange forskjellige didaktiske variabler blir brukt i nye sammenhenger er så godt som fraværende. Konsekvensen er at elevene bare kan bruke reglene i bestemte sammenhenger. I Aplusix-oppgavene derimot må elevene kunne anvende kunnskap om *flere didaktiske variabler i én oppgave*, dvs. i nye sammenhenger. Det er elevene ikke vant med. Ett problem var altså å overføre kjente regler og prosedyrer på nye typer oppgaver. Et annet problem, som Laborde (2007) beskriver, er å overføre oppgavetyper fra et papir/blyant-miljø til et databasert miljø.

- Den didaktiske variabelen *brøk* var et uoverkommelig problem for mange elever, også for faglig sterke elever. Jeg har diskutert dette i forrige avsnitt og skal ikke gå nærmere inn på det her.
- Aplusix-oppgaver har en gradvis økende kompleksitet. Analysen viser godt at enkelte elever som regnet mange oppgaver, hadde stor progresjon i forhold til *kompleksitet* i oppgavene. Etter at elevene hadde forstått oppgavestrukturen og den algebraiske løsningsstrategien, øvde de seg på mange oppgaver og mestret etter hvert komplekse oppgaver. Det tydeliggjør at Aplusix gir nok utfordringer til elever som er motiverte, har en del forkunnskap og er løsningsorienterte eller reflekterende. Også Nicaud et al. (2004) fant at mange elever som deltok i studien regnet flere og mer komplekse oppgaver i posttesten enn i pretesten.
- En elev uttrykte at hun hadde lært mye, men hadde for lite *tid.* Tidsaspektet til innlæringen og læring ved hjelp av IKT blir mye diskutert i forskningslitteraturen (Fuglestad, 2003; C. Kieran & Drijvers, 2006b; McNeil & Alibali, 2005) Å forandre kognitive konsepter tar mye tid og mange oppgaver.

7.3.4 Hvilke typer elever synes å ha mest nytte av Aplusix
Jeg kan ikke gi ett enkelt svar. Ved å relatere til enkelte områder av programmet prøver jeg å differensiere.

Ekvivalente steg: Muligheten av å produsere mange ekvivalente steg ble spesielt utnyttet av type 1-elever, som er prosedyreorienterte. Hvert nytt steg viste anvendelsen av en tidligere lært prosedyre. Andre elevtyper brukte delvis veldig få ekvivalente steg.

Kompleksitet: Elever av type 2, som er løsningsorienterte og ofte regner mange oppgaver, hadde stor nytte av programmets progresjon og spesielt økningen av kompleksitetsnivået. Elevene hadde muligheter til større utfordringer etter hvert, og et stort antall løste øvelsesoppgaver gav en god progresjon. Men også type 3-elever hadde synlig glede av økende kompleksitet i oppgavene.

Tilbakemeldinger: Alle typer elever fra min analysegruppe hadde god nytte av tilbakemeldingene fra programmet. Reaksjonene på tilbakemeldingene var ulike, men alle synes å ha ført til læring. Hvordan resten av Aplusix-gruppen, de jeg ikke analyserte, håndterte tilbakemeldingene, kan jeg dessverre ikke uttale meg om. En nærmere diskusjon om tilbakemeldinger følger blant annet i det neste avsnittet.

Analysen viste at alle typer elever åpenbart kunne ha nytte av spesifikke deler av programmet. Men metodetrianguleringen (kapittel 6) gjorde det samtidig tydelig at én gruppe elever ikke opplevde Aplusix som et nyttig verktøy for algebralæring. Liknende funn eksisterer hos Blomhøj (2003b).
Det viser seg at både elever som er sterkt løsningsorienterte og elever som er reflekterende kan ha stor nytte av bruk av Aplusix.
Dette er i tråd med Rossevatns' forskning (2006), der han fant at de fleste elever som hadde nytte av IKT-bruk var løsningsorienterte, mens bare få elever vektla forståelsen.

7.4 Programmets nytteverdi
Dette avsnittet tar opp følgende emner:
- Teknisk nytteverdi
- Pedagogisk nytteverdi

- Motivasjon
- Interaksjon
- Tilbakemeldinger

Dessuten peker jeg på noen av programmets svakheter.

Metodetrianguleringen knyttet sammen resultat fra alle metodene. I dette avsnittet skal jeg sammenligne, diskutere og tolke elevenes og lærerens svar.

Min kategorisering av intervjuelever etter faglig prestasjon, svak, middels og sterk (5.2.2.2) sammenfaller stort sett med Blomhøjs' (2003b) beskrivelse av elevtypene: svak - prosedyreorientert (type 1), middelssterk – løsningsorientert (type 2), sterk – reflekterende (type 3).

Avlutningsvis prøver jeg å komme med en konklusjon, et svar på forskningsspørsmålet, om programmet kan være et nyttig verktøy for undervisning i elementær algebra

Teknisk nytteverdi
Resultatene fra alle metodene tyder på at programmet stort sett er teknisk brukbart.
Intervju: Både svake, middels og sterke elever er ganske sikre på at programmet er lett å lære og å navigere i. De fleste elevene, også de faglig svært svake, synes å ha nok datakompetanse til å kunne lære det tekniske i Aplusix-programmet veldig raskt. En av lærerne er enig i det elevene forteller. Den andre læreren mener derimot at programmet ikke er lett å lære for svake elever. Det kan muligens forklares med hans egen usikkerhet. Siden lærerne ikke kunne få en grundig innføring i programmet før starten av eksperimentet, kunne de ikke svare på tekniske spørsmål i forhold til programmet. Det førte til en følelse av hjelpeløshet for denne læreren.
Observasjon viser en avtagende tendens til tekniske spørsmål. Elevene hadde flest tekniske spørsmål i begynnelsen.
Også *Aplusix-data* fra min analysegruppe (13 elever) viser ingen teknisk problem. Men denne gruppen er bare en liten del av hele gruppen og er ikke representativ.
Spørreskjemaet som alle elever fylte ut, viser at ikke alle er enige i at programmet er teknisk brukbart. Men i forhold til de andre kategoriene i spørreskjemaet fikk "teknisk brukbarhet" de beste vurderinger.
Jeg tolker mine funn slik at Aplusix synes å være teknisk brukbart for alle typer elever. Det samsvarer med resultat fra tidligere forskning med Aplusix (Bouhineau et al., 2005; Chaachoua et al., 2004; Nicaud, 2007; Nicaud, Bittar et al., 2006; Nicaud et al., 2004). Lærere som er defensive av type kan være redd de nye tekniske utfordringene, og det kan påvirke elevenes læring.

Pedagogisk nytteverdi
Intervju: Alle elever uttrykker seg både positivt og negativt. Uttalelser differerer, alt etter type elever. Svake elever uttrykker seg lite differensiert (*"lærte masse"*). De gjør oppgaver der de kjenner prosedyren. Nye oppgaver hopper de over eller spør læreren. Middels sterke elever er tydelig løsningsorientert. De løser flere oppgaver, syns programmet er effektivt og oversiktlig og finner ved hjelp av programmet den rette løsningsveien. Men de nevner også programmets begrensninger og svakheter.
Den ene sterke eleven i intervjuet peker på økt forståelse gjennom arbeid med Aplusix. Programmet hjelper henne å reflektere over sine feil.
Svarene fra de ulike typer elever tydeliggjør at programmet kanskje ikke er like godt egnet for alle elever.

Begge lærerne er enige i dette. For faglig sterke elever er programmet veldig bra, mener de, men svake og middelssterke elever hadde ikke stor nytte av programmet. Nye oppgavetyper, uvante skrivemåter og for lite tid har innskrenket nytteverdien for mange, mener de.
Lærer Geir er skeptisk til IKT basert undervisning. Han argumenterer med at vanlig undervisning er mer fleksibelt. Hele tiden kan han da presisere ekvivalensprinsippet (intervju lærer Geir, 120 – 121). Forutsatt at jeg har forstått ham riktig, så mener jeg dette argumentet ikke kan gjelde i forhold til Aplusix-programmet. Programmet er designet på grunnlag av ekvivalensbegrepet og tillater ikke noe annet enn ekvivalente omforminger og strategier (Nicaud, Bittar et al., 2006; Nicaud, Bouhineau, Chaachoua, & Huguet, 2003).
Aplusix gir eleven kontinuerlige tilbakemeldinger om ekvivalens, mye oftere enn en lærer i vanlig undervisning kan gjøre.

Et annet argument fra læreren er at Aplusix bruker oppgavetyper og skrivemåter som elevene ikke er vant til. Det er i tillegg en annen progresjon av vanskelighetsgrad enn i norske lærebøker. Lærerne ønsker at et IKT-verktøy blir tilpasset norske forhold og arbeidsmåter i tradisjonelle klasserom. Laborde (2007) og Kieran & Drijvers (2006) beskriver en annen mulighet. Nye uvante oppgaver kan oppfattes som en utfordring. Ifølge Laborde er a-didaktiske situasjoner kjennetegnet gjennom å gi elevene motivasjon til å begynne en oppgave, der de kan bruke sin forkunnskap, men ikke har optimale strategier ennå. Kognitive konflikter, miljøets tilbakemeldinger og diskusjoner i klasserommet kan hjelpe elevene i å finne den riktige strategien. Dette kan, ifølge Kieran & Drijvers, føre til mer læring enn en forenkling og tilpasning av oppgavene.

Lærernes uttalelser viser en stor skepsis i forhold til IKT. De synes ikke å se mulighetene og nytteverdien sammenlignet med vanlig undervisning. Økt teknisk og didaktisk kompetanse for IKT-basert undervisning kunne hjelpe til å forandre deres syn på IKT (Blomhøj, 2003b; Laborde, 2007; Rossevatn, 2006). Dette skal jeg drøfte i neste avsnitt.

Observasjonen viser at mange elever trengte mye faglig hjelp i alle Aplusix-timene. Det var ikke noe synlig forandring i løpet av perioden.
En observasjonstime i en av papir/blyant-gruppene med tradisjonell undervisning (først tavle, så oppgaveregning) viser omtrent halvparten så mange faglige spørsmål. Er det slik at etter en god tavleundervisning er ikke mange spørsmål nødvendig, fordi eleven har forstått det meste? En (svak) elev uttrykker i intervjuet at Aplusix krever egen tenkning, og at hun heller ønsker mer lærerstyrt undervisning med mye tavleundervisning. Hun vil ikke være aktiv. Det er ikke på lik linje med Fuglestads (2005) tanker. Hun sier at elevene liker variasjon og utfordringer. Men dette synes ikke å gjelde for alle typer elever. Tradisjonell lærerstyrt undervisning tillater at enkelte elever kan være passive uten at det legges merke til. Derimot krever undervisningen med Aplusix, som er designet med bakgrunn i konstruktivistiske teorier (Cerulli et al., 2005; Nicaud et al., 2004) at elevene er aktive. Elevene regner på lignende måte som på papir, men må aktivt reagere på programmets tilbakemeldinger. Den stadige interaksjonen med programmet fører til konstruksjon av ny kunnskap (Brousseau, 1997). Dette er i tråd med Piagets konstruktivisme. Men Aplusix kan også ses i sammenheng med sosialkonstruktivistiske læringsteorier (Vygotsky), der sosial interaksjon og dialog med læreren er sentral. Dette bekrefter forskningsstudien fra India, der elevene jobbet i smågrupper (se 3.3.3), noe som førte til svært gode læringsresultater.

Spørsmålet er her om elever som ikke ønsker mye egen tankeaktivitet og fokuserer sterkt på prosedyrekunnskap kan ha nytte Aplusix.

Papirtestene og Aplusix data viser en forbedring for de fleste oppgavetyper. Men elevene i andre forskningsstudier med Aplusix (Bouhineau et al., 2003; Bouhineau et al., 2005; Nicaud et al., 2004) hadde delvis en mye større økning. Dårlig faglig forkunnskap kan være en av faktorene som kan ha påvirket læringsmulighetene med Aplusix.

Spørreskjemaet viser at elevene har ulike meninger om programmets pedagogiske nytteverdi. Den ustrukturerte delen av spørreskjemaet (vedlegg 13) gir eksempel på dette. Meningene virker å divergere sterkt. Noen elever er svært positive, mens mer enn halvparten uttrykker seg heller negativt, enkelte med bruk av sterke ord. På grunn av spørreskjemaets anonymitet kan jeg ikke tilordne svarene de ulike elevtypene.

Et annet pedagogisk aspekt er programmets verdi i tilpasset opplæring. Er Aplusix egnet for elever på forskjellig faglig nivå og med ulike arbeidstempo?
I *intervjuet* spurte jeg bare lærerne om deres meninger. Også her har lærerne ulike meninger. Arve mener at programmet er best egnet for sterke elever. Geir derimot forteller at også veldig svake elever forsto programmet, at elever som ellers ikke rører en penn i matematikktimene jobbet. Dessuten har programmet nok utfordringer for sterke elever. Han mener at oppgavene i systemet gir gode muligheter til differensiering.
Dette bekrefter også mine ustrukturerte *observasjoner*: Særlig i begynnelsen av perioden jobbet *alle* elever konsentrert med programmet. Etter hvert var det en avtakende tendens. Mer om det i avsnittet om motivasjon.
Også analysen av *Aplusix-data* forteller at alle elevene brukte programmet etter sine egne måter og muligheter. Noen jobbet bare med oppgavenivå 1, mens andre hadde rask og stor progresjon, noen jobbet grundig med få oppgaver, andre med veldig mange oppgaver. Aplusix synes egnet til å tilpasse undervisning til ulike elevtyper og arbeidsmåter. Dette bekrefter også tidligere studier med Aplusix (Bouhineau et al., 2003; Bouhineau et al., 2005; Nicaud et al., 2004).

Motivasjon
Intervju: Elever med et svakt eller middels faglig nivå er veldig usikre i forholdet til motivasjon. Bare Siri (sterk) er entydig positiv. Dette samsvarer med lærer Arves mening, nemlig at programmet er best egnet for flinke elever. Han uttrykker at det er veldig motiverende for enkelte, men ikke for svake elever. Men han har også en annen tankegang: Han vet at algebra er vanskelig for mange elever. Men å jobbe med data motiverer. Et dataprogram kan, etter hans oppfatning, motivere elevene til å jobbe med algebra. Også lærer Geir mener at å jobbe på datarommet gir motivasjon i seg selv. Dessuten peker han på at det å få raske tilbakemeldinger motiverer. Også noen elever anfører det i intervjuene. De er enige i at interaksjon med programmet er en motivasjonsfaktor. Å få vite at det man gjorde er rett, motiverer til å regne flere oppgaver. Kanskje det er en av grunnene til at elevene regnet mange flere oppgaver med Aplusix enn med papir/blyant?

Observasjonene viser at alle elever i Aplusix-gruppen i begynnelsen var høyt motivert. Jeg observerte lite uro og få irettesettelser i Aplusix-gruppen (mot mange irettesettelser i papir/blyant-gruppen) som tyder på at med Aplusix er det mulig å få høy konsentrasjon for det faglige arbeidet. Dette er i tråd med tidligere forskningsstudier med Aplusix (Nicaud, Bittar et al., 2006). Men spesielt faglig svake elever mistet motivasjonen i løpet av perioden. For lite fagkunnskap var et hinder for å kunne mestre oppgavene, mener lærerne. Var derimot forkunnskapen tilstrekkelig eller god, viste enkelte elever høy motivasjon gjennom hele fasen og ville også fortsette etter at timene var slutt.

Spørreskjemaet ble gitt på slutten av eksperimentfasen da motivasjonen hadde avtatt for en del elever. Resultatet viser at elevenes meninger i stor grad er delte, og i gjennomsnitt mer negative. Elevenes utsagn i den ustrukturerte delen gjenspeiler den store forskjellen (se beskrivelsen under *pedagogisk nytteverdi*).

Interaksjon og tilbakemelding
Intervju: Elever fra alle nivå uttrykker at de trengte faglig hjelp fra læreren. De spurte ikke medelever om hjelp. Dette interaksjonsmønster ble også synlig gjennom *observasjonen.*
Det var stor enighet blant elevene om at de trengte litt mindre hjelp fordi programmet hjalp dem. Tilbakemeldinger hjelper, men kan ikke erstatte læreren, synes elevene. At læreren er fortsatt en sentral person i databasert undervisning er også Rossevatn (2006) sikker på. Men elevene føler at de jobber litt mer selvstendig. Det samme nevnes i tidligere forskning (Nicaud, Bittar et al., 2006).
Programmets tilbakemeldinger ble kommentert på ulik måte av elevene. Svake og middelssterke elever uttrykte delvis gledesemosjon i forbindelse med positiv tilbakemelding. De er tydelig løsningsorienterte (ser framover), blir motivert til å fortsette for å finne den rette løsningen. Den faglig sterke eleven i intervju forteller at hun reagerer på negativ tilbakemelding med å se tilbake og reflektere over feilen. Hun mener at tilbakemeldingene hjelper til å øke forståelsen. Det er en interessant nyansering: For elever av type 1 og 2 er tilbakemeldinger en hjelp til å se framover mot løsningen, for elevtype 3 derimot en hjelp til å se bakover, til å reflektere.

Også Aplusix-analyser viser at elevene reagerer på ulik måte på tilbakemeldingene. Enten med ustrukturert eller strukturert prøving og feiling, eller med en målrettet strategi. Også faglig sterke og reflekterende elever bruker prøving og feiling, men på en strukturert måte. Dette fører som regel til en rask og varig forandring av løsningsstrategien.
Alle typer elever hadde nytte av raske og relevante tilbakemeldinger, som stor motiverende faktor og hjelpemiddel til læring, uansett bruk.
Dette funn blir bekreftet av teorien TDS (Brousseau, 1997; Laborde, 2007). Elevene lærer gjennom interaksjon mellom individ og ett eller flere miljø, her Aplusix. Et dataprogram kan hele tiden gi raske og kontinuerlige tilbakemeldinger, individuelt og relevant i forhold til behovene til den enkelte eleven.

Programmets ulemper og svakheter
Programmet har noen svakheter som kan hemme læringen, ja hindre elevene i å lære den riktige strategien. Problemet er programmets design på grunnlag av ekvivalens. Ved regning med nulltallet kan programmet ikke lenger støtte eleven til å finne den riktige strategien. Ekvivalensen opprettholdes uansett hvilken strategi (rett eller gal) eleven bruker. Dette kan føre til en innlæring av feilaktig bruk av strategier som overføres også på andre oppgaver.

Dette er konklusjonen:
Analyse og tolkning av funnene indikerer at Aplusix innebærer et potensiale for utvikling av elevenes forståelse av likhetstegn, algebraisk forståelse og økning av prestasjon for løsning av likninger. Programmets grunnleggende design, som baserer seg på ekvivalensprinsippet, kan bidra til denne utviklingen.

Funnene indikerer at dette ikke gjelder alle elver.

Noen betingelser synes å ha stor innflytelse på læring av algebra med Aplusix

- Relasjonell forståelse av likhetstegnet
- Forkunnskap, spesielt et godt aritmetisk grunnlag
- Design av didaktiske situasjoner, for eksempel valg av oppgavetyper tilrettelagt elevene
- Lærerens IKT kompetanse, både teknisk og didaktisk
- Tidsaspektet, både til innlæring og bruk
- Integrasjon av Aplusix i læringsmiljøet

Eksperimentet mitt var ikke en integrert del av læringsmiljøet. Men dette kan være en viktig forutsetning for at flere elever kunne ha nytte av programmet.

7.5 Integrasjon av Aplusix i klasserommet

I lys av mine empiriske data, teorien TDS og tidligere forskningslitteratur skal jeg drøfte spørsmål rundt integrasjon av Aplusix i klasserommet.

Hvorfor skal Aplusix integreres?
Et *ytre krav* om integrasjon av IKT-verktøy i skoleundervisning er gitt gjennom læreplanen Kunnskapsløftet (Kunnskapsdepartementet, 2006). Elevene skal bruke digitale hjelpemiddel i alle fag. På de fleste samfunnsområder og i yrkesfaglige sammenhenger er IKT allerede godt integrert (Arnseth, 2007; Artigue, 2000). Nasjonale skolepolitikere ønsker at elevene blir forberedt på å være IKT-vante samfunnsborgere og krever derfor fullstendig integrasjon av IKT i skolehverdagen.
Indre motiver for integrasjon ligger i selve undervisningen. Man kan spørre seg: Kan elevene, dersom Aplusix ikke er fullstendig integrert i undervisningen, nå visse læringsmål (for eksempel ligningsløsning ved hjelp av algebraiske strategier) og få tilpasset undervisningen til sine individuelle strategier og misoppfatninger? Jeg mener potensialet som ligger i Aplusix først kan utnyttes etter at en integrasjon i klasserommet lykkes.

Hva betyr det, å integrere Aplusix i klasserommet?
Lærerne i mitt prosjekt har sine meninger om dette: Noen svar i intervjuene tyder på at de ønsker et IKT-verktøy som er mest mulig lik læreboken, med samme oppgavetyper og samme progresjon (intervju Geir, 25 – 40). Aplusix kunne være et supplement i den vanlige undervisningen, noe som elevene kan gjøre når de er ferdig med alt annet arbeid (intervju Arve, 232 – 234). Dette tyder på at lærerne kanskje ikke ønsker forandringer i sin vanlige undervisningsstruktur. Aplusix skulle helst være et *nøytralt element* som bare brukes av og til. På den andre siden ønsker lærer Arve at Aplusix burde være en integrert del av undervisningen (intervju Arve, 227). Mener han at det er mulig å integrere Aplusix uten å foreta noen forandringer?

IKT-verktøy kan ikke forståes som et nøytralt element. Designet av IKT er påvirket av utviklernes verdier og teorier (Cerulli et al., 2005). Når IKT innføres i undervisningen medfører dette forandringer (Artigue, 2000; Blomhøj, 2003b; Laborde, 2007; Rossevatn, 2006) Nye didaktiske situasjoner oppstår, der elevene forandrer sine roller og aktivitetsmønstre. Også læringsinnholdet påvirkes. I kapittel 2.3.2 har jeg beskrevet noen forutsetninger og betingelser for en integrasjon av IKT i undervisningen.

Dette betyr at innføring av Aplusix *må* medføre forandringer. Lærerne synes ikke å være bevisste om det.

Hvordan kan Aplusix bli en integrert del av miljøet?
I kapittel 4.2 beskriver jeg hvordan innføring av IKT kan forandre sentrale faktorer av TDS, miljøet, didaktiske situasjoner, den didaktiske kontrakten og elevenes interaksjon med miljøet. I dette kapittelet skal jeg diskutere disse faktorene og noen flere, relatert til funnene mine og tidligere forskning.

Miljøet utvides med bruken av Aplusix. Elevene kan ha interaksjon med et nytt element av læringsmiljøet. Lærerne og elevene var sannsynligvis ikke bevisst om at bruk av IKT medfører forandringer og reagerte derfor negativt på forandringene av læringsmiljøet. Fokus i hele eksperimentperioden var sterkt rettet mot tekniske utfordringer, nye oppgavetyper og skrivemåter. Laborde fant i sin treårige studie (2001) at utviklingen til å bli et IKT-verktøy til konstruksjon av ny kunnskap tar lang tid. Mitt prosjekt var altfor kort til å kunne vise noe av denne utviklingen. En lengre bruksperiode hadde vært nødvendig for at IKT-verktøyet kunne ha blitt en integrert del av undervisningen.

Nye didaktiske situasjoner skapes når et IKT-verktøy blir innført (Blomhøj, 2003b; Laborde, 2007). Oppgavene og opplegg fra læreboken kan ikke lenger være ledende. De fleste oppgaver kan ikke overføres til et datamiljø, påpeker Laborde. Fordelene ved Aplusix kan bare utnyttes dersom oppgavene er tilpasset systemet, med sine muligheter og begrensninger. Dette er tilfelle for oppgavene som ligger i systemet. For lærerne i mitt prosjekt virket det uvant og heller negativt at oppgavene og progresjonen i Aplusix ikke tilsvarer læreboken.

Mine funn indikerer at didaktiske situasjoner med oppgaver, der elevene øver seg på ekvivalensbegrepet og algebraiske skrivemåter (se 7.2) synes å være spesielt godt egnet til å øke forståelsen og prestasjoner i løsning av ligninger. Siden tilbakemeldinger baserer seg på verifikasjon av ekvivalens mellom hvert trinn, tillater systemet ikke aritmetiske eller intuitive strategier. Regnerekker som elevene brukte mye i pretesten ble ikke akseptert av Aplusix og forsvant nesten øyeblikklig, etter tilsvarende tilbakemelding. I posttesten brukte de fleste elever mer algebraiske skrivemåter enn før. Denne effekten av miljøet som *tvinger* elevene til å bruke ekvivalens, observerte også Nicaud et al. (2006).

Utover oppgavene som ligger i Aplusix-systemet kunne lærerne lage egne, spesielt tilpassede oppgaver. Men signalene fra lærerne tyder på at de har lite tid til forberedelser og er takknemlig for ferdige oppgaver. Det samme uttrykker lærer fra eksperiment i Frankrike (Nicaud, 2009). Systemets oppgaver kan ypperlig brukes til diagnostisering av elevenes feiltenkning (Nicaud et al., 2003). Etter å ha oppdaget typiske feil skulle egnete ferdige undervisningsopplegg, spesielt tilrettelagt bestemte misoppfatninger eller feilstrategier, være tilgjengelig.

I motsetning til vanlig undervisning kan elevenes feil og kognitive konflikter brukes som didaktisk virkemiddel i Aplusix. Vanligvis vil alle elever unngå feil, fordi det er ubehagelig å innrømme at man ikke vet. I Aplusix er det et didaktisk middel til læring. Det er mulig å få kontinuerlig tilbakemelding på feil. Elevene kan reagere på det med én gang og rette opp feilen, eller prøve seg fram. De fleste elever brukte dette virkemiddelet og tilbakemeldingene aktivt til å kunne løse oppgaven eller til å reflektere over feiltenkningen sin.

Didaktisk kontrakt:
1. En databasert undervisning krever en forandring av *lærerrollen* (Artigue, 2000; Blomhøj, 2003a, 2003b; Hennessy et al., 2005; Laborde, 2007). Lærerne som var involvert i tidligere

forskning med Aplusix, kommenterer at de var mindre aktive i selve undervisningen fordi elevene kunne jobbe mer selvstendig. De ga bare et hint av og til (Nicaud, 2009). I min forskning derimot uttrykte lærerne at deres rolle ikke ble forandret. Lignende funn beskriver Rossevatn (2006). Elevene i min forskning trengte like mye faglig hjelp som i vanlige timer. Det kan på den ene siden forklares med dårlig forkunnskap hos eleven, men på den andre siden med at Aplusix ikke var en integrert del av miljøet ennå. Å integrere Aplusix krever *kompetanse av lærerne* på forskjellige områder. Tapan (2003, referert i Laborde 2007) beskriver fire typer kunnskap: matematisk kunnskap, teknisk kunnskap om programmet, matematikkdidaktisk kunnskap og didaktisk kunnskap om programmet. Det er altså ikke nok å kunne programmet rent teknisk. Det er mange av forskerne enig om (Artigue, 2000; Blomhøj, 2003a, 2003b; Hennessy et al., 2005; Laborde, 2007). Læreren må også vite om didaktiske muligheter og begrensinger ved programmet. Først når han har tilegnet seg alle fire typer kunnskap, kan han utnytte programmets muligheter fullt ut. Da kan han *"skape relevante faglige utfordringer og krav for ulike typer elevvirksomheter"*. (Blomhøj, 2003, s. 138)
I mitt tilfelle hadde lærerne ikke fått en grundig opplæring i programmet (pga en terminkollisjon) og hadde dermed verken teknisk eller didaktisk kunnskap om programmet. Dette virket negativt inn på motivasjonen og holdningen.
At opplæringen for lærerne ble avlyst og lærerne i tillegg manglet formell IKT-kompetanse (se avsnitt 5.2) kan være et tegn på manglende skolesatsing på IKT-opplæring. Ruthven (referert i Rossevatn, 2006) mener at det ikke er nok at enkelte lærere på skolen satser på bruk av datamaskiner. Hele skolen som institusjon bør fokusere på utvikling av IKT-kompetanse. IKT Monitor studien fra 2007 (Arnseth, 2007) understreker at det fortsatt er et stort behov for kompetanseheving.

Er læreren helt fortrolig med Aplusix, kan han organisere og lede nye didaktiske situasjoner i klasserommet, der Aplusix brukes både som trenings- og utforskningsverktøy til individuell bruk, til arbeid i smågrupper, til demonstrasjon av nye strategier eller i diskusjon av feiloppfatninger til hele klassen (på storskjerm), i prøver eller vurderingsprosesser.
Å utvikle nye didaktiske strategier, spesielt for IKT-bruk er viktig, men det tar tid (Hennessy et al., 2005; Laborde, 2001; Rossevatn, 2006).

Den nye lærerrollen har innvirkning på elevens rolle. Læreren er ikke lenger den som styrer undervisningen, men den som tilrettelegger situasjoner, slik at elevene kan bli aktive (Brousseau, 1997; Cerulli et al., 2008). Lærerens aktivitetsfaser forskyves mer til forberedelses- og etterarbeidsfasen, mens elevene overtar en mer aktiv rolle i selve undervisningen. På denne måten kan databasert læring bli mer konstruktivistisk.

2. Elevrollen: Som regel er elevene motiverte for å jobbe på datarommet. Det tekniske kravet synes ikke å ha vært en stor utfordring for de fleste.
Men å jobbe med Aplusix krever også noe faglig forkunnskap av eleven. Det uttrykte en elev i intervjuet (intervju Leif, 50 – 51). Manglet det aritmetiske grunnlaget eller visste de ikke hva en ligning er (Brekke et al., 2000), kunne de neppe innta en aktiv rolle i undervisningen og heller ikke ha nytte av programmet.
I forhold til vanlig undervisning der elevene ofte er passive, fikk de en mer aktiv rolle, noe som ikke alle likte (intervju Bente, 124 – 130). Spesielt elever på et svakt nivå, som ofte liker å utføre kjente prosedyrer, noe som ikke krever mye egen tenkning, hadde åpenbart ikke stor nytte av Aplusix, som er konstruert for at elevene aktivt konstruerer sin kunnskap. Først når disse elever inntar en annen holdning og begynner å bli aktive, kan de ha nytte av Aplusix.

Andre elever likte den nye aktive rollen. Løsningsorienterte og reflekterte elever hadde muligheten til å jobbe med mange og etter hvert krevende oppgaver, og i sitt eget tempo. I vanlig undervisning er dette ofte ikke mulig.
Også elever fra forskningsstudier i andre land uttrykker at de likte å jobbe mer autonomt (Nicaud, Bittar et al., 2006)

Elevenes holdning til å gjøre feil ble utfordret på en ny måte. At elevene opplever det å gjøre feil som ubehagelig, viste seg i at alle elevene ofte reagerte øyeblikkelig på tilbakemelding om feil. Først etter at de hadde fått positiv tilbakemelding på et steg, gikk de videre. Å bruke feil i læringsprosessen var nytt for elevene. I intervjuene uttrykte elevene seg utelukkende positiv til denne muligheten til å oppdage og kunne rette feilene. Elever fra ulike typer reagerte forskjellig på tilbakemeldingene om feil (se 7.4). Mens de fleste brukte tilbakemeldingene til å rette opp feilen, lurte noen elever seg fram til riktig løsning ved å avslutte oppgaven og se på løsningen med en gang. Slik kunne de få rett svar. Læreren burde være oppmerksom på disse *muligheter* som gir et falskt inntrykk av elevenes kunnskap. En oppmerksom observasjon og dialog med elevene er derfor viktig (Blomhøj, 2003b; Rossevatn, 2006).

Også <u>*3. lærer/elev-relasjonen*</u> forandres når Aplusix blir brukt. Eleven trenger ikke å gi læreren feil svar, noe som er ubehagelig, men bruker interaksjon med programmet for å lære av feilene sine.
Som beskrevet over, påvirker forandringen av lærerrollen også elevens rolle. For at elevene kan bli mer aktive og for at læring kan skje på en konstruktivistisk måte, må læreren bli bevisst om sin egen rolle og forandre den. Denne prosessen krever ny didaktisk kunnskap og mye tid (Blomhøj, 2003b; Laborde, 2007; Rossevatn, 2006).

Læringsmål: Hva er *målet med IKT* i undervisningen? Dette må defineres (Rossevatn, 2006). Er målet et annet enn i vanlig undervisning? Skal elevene øke forståelsen eller tekniske ferdigheter ved utregning? Mange dataprogram utfører aritmetiske operasjoner etter kommando og frigjør elevene fra tidskrevende tekniske utregninger (Heid, 1995; Nicaud et al., 2004). Aplusix derimot krever at elevene skal kunne bruke grunnleggende aritmetikk. Enkle regninger må elevene utføre selv. Noen elever i eksperimentet klaget over at Aplusix ikke hadde en kalkulator for grunnregneartene.
Målet med bruk av Aplusix i undervisningen er både å øke forståelsen og trene ferdighetene (Nicaud, 2009).
Mine undervisningssekvenser med Aplusix der elevene utelukkende jobbet med ligninger, hadde som mål at elevene ble bevisste på ekvivalensprinsippet og øket forståelse og ferdigheter i bruk av algebraiske strategier. For å nå disse mål med tradisjonelle undervisningsmetoder måtte jeg bruke helt andre undervisningsmetoder. Rossevatn mener at det burde diskuteres om læringsmålene i læreplanen bør justeres i forhold til integrasjon av IKT-verktøy (Rossevatn, 2006).

Tid: Både lærere og elever nevnte i intervjuene tidsbruken av Aplusix. Lærer Arve ønsker seg mer tid til innlæring av programmet. Elev Siri sier at hun ville lære mye mer hvis hun hadde mer tid til å jobbe med programmet.
Skal Aplusix integreres i vanlig undervisning må tidsfordeling i forhold til andre deler av miljøet diskuteres (Hennessy et al., 2005; Rossevatn, 2006). Hvor mye tid skal brukes til innlæring, og tilsvarer nytteverdien av programmet nødvendig tidsbruk til innlæring og bruk?

Interaksjon: TDS fokuserer på læring gjennom interaksjon mellom elev og miljø. Aplusix tilbyr rask, kontinuerlig og relevant tilbakemelding. Både lærere og elever mente i intervjuene at dette var veldig positivt. Det både motiverte og hjalp til med å finne løsningsveien eller feilmønsteret i oppgavene. Samtidig er de sikre på at interaksjon med Aplusix ikke kan erstatte lærerhjelp. Dette mener også Rossevatn (2006). En forskningsstudie (Bouhineau et al., 2005), der Aplusix ble brukt til elever som er langtidssjuke, på sjukehus eller hjemme, viser at etter en liten innføring med læreren, kunne elevene jobbe selvstendig med programmet. Det kan tenkes at også elever i mitt prosjekt, etter en lengre periode med Aplusix, kunne jobbe mer autonomt.

Hvordan kan integrasjon av Aplusix påvirke læring?
Avsnittet før beskriver hvilke forandringer som er ønskelige for at Aplusix kan bli en integrert del av læringsmiljøet. Integrasjon av Aplusix kan flytte fokuset bort fra det tekniske, bort fra problemene med ukjente oppgavetyper og skrivemåter, og mot mulighetene i Aplusix og nye didaktiske former:

- *Lærerens forandrede rolle og kompetanse* kan føre til at Aplusix brukes som integrert del av læringsmiljøet, der læreren leder de didaktiske situasjonene, for eksempel gjennom utvalget av passende oppgaver, punktuell hjelp til enkelte elever, diskusjoner i felleskap eller smågruppe, bruk av Aplusix på storskjerm og veksel mellom gruppe- og individuelt arbeid. Mer kommunikasjon og interaksjon kan i følge Brousseau (1997) føre til bedre læring.
- *Ekvivalensprinsippet* kan hjelpe eleven å forstå og å utvikle algebraiske strategier framfor aritmetiske/intuitive (Nicaud et al., 2004). Først blir elevenes skrivemåter forandret. Forståelsen følger kanskje etter.
- *Oppgavene i Aplusix* kombinerer ofte flere didaktiske variabler i én oppgave. Det krever mer kunnskap av elevene enn lærebøkene gjør. Ved å bli vant til å bruke sine kunnskaper og ferdigheter i nye typer oppgaver kan elevene utvide kunnskapen og øke ferdighetene sine. Det spørs om ikke også faglig svake elever av den prosedyreorienterte typen, etter lengre bruk av programmet, kan ha nytte av disse oppgavetypene.
- Integrasjon kan kanskje føre til *forandring av elevvirksomhetene* (Blomhøj, 2003b). Elever som bruker Aplusix aktivt kan øke sitt faglige nivå. Det har forskningen vist (Bouhineau et al., 2005; Nicaud, Bittar et al., 2006; Nicaud et al., 2004). Tidligere svake, heller passive og prosedyreorienterte elever, kan øke prestasjonene sine og blir mer aktive og løsningsorienterte. Middelssterke, løsningsorienterte elever begynner å reflektere over sine arbeidsmåter og feil. Elever som allerede er sterke og reflekterte, kan øke forståelsen og minske feiloppfatningene sine gjennom relevant interaksjon med programmet.

Etter å ha drøftet funnene mine i sammenheng med forskningslitteraturen, vil jeg i følgende kapittel vurdere mitt arbeid i forhold til valg av metode, teori, og gjennomføringen. Jeg vil peke på begrensinger og styrker av arbeidet.

8. Kritisk refleksjon over eget arbeid

Jeg jobbet grundig og i lang tid med forberedningene. Likevel møtte jeg en del uforutsigbare problem.
Installering av Aplusix krevde kreative tekniske løsninger som ingen hadde beskrevet før. Jeg fikk god hjelp av dataansvarlig lærer på skolen og fra kommunen, og systemet virket bra. Også lærerne skulle få grundig opplæring. Dessverre ble innføringskurset avlyst. Dette hadde ikke lite innvirkning på gjennomføringen av eksperimentet.
I det følgende skal jeg beskrive og reflektere over en del problem som oppsto i sammenheng med metodene (8.1) og om disse viste seg å ha graden av reliabilitet og validitet som jeg hadde forventet (se 5.8). Andre faktorer og uforutsigbare problem i sammenheng med gjennomføringen beskrives i etterfølgende avsnitt (8.2). I avsnittet 8.3 drøfter jeg om teorien TDS var en egnet ramme for forskningen min. På slutten av kapitlet samler jeg eksplisitt begrensinger og styrker av oppgaven (8.4) og kommenterer hva jeg kunne ha gjort annerledes (8.5).

8.1 Metode

Pre- og posttest: Betingelsene for alle gruppene var ganske like. Det var få faktorer som jeg ikke kunne kontrollere, for eksempel om en lærer virket inn på elevenes motivasjon eller bidro med noe faglig hjelp. Papirtestene synes altså å ha vært reliable.
Var metoden egnet til å måle elevenes forståelse av likhetstegnet, algebraisk forståelse og prestasjon av ligninger? Ligenende oppgaver ble brukt i tidligere forskning (Brekke, 1995; Knuth et al., 2006; Nicaud, Bittar et al., 2006). Derfor mener jeg at validiteten til papirtestene var høy.

Noen uforutsigbare faktorer har likevel virket inn på resultatene.
Karakterpress: En lærer kommenterte at elevene ikke var særlig motiverte i posttesten og til å fylle ut spørreskjema. *"Det ble mange tullsvar",* sa hun. Elevene er vant å bli motivert av karakterpress. Jeg hadde bevisst valgt ikke å bruke karakterpress og dermed ikke blande lærerens vurderinger inn i eksperimentet. Testene skulle være helt anonyme og ikke ha innvirkning på karakteren. Dette skapte kanskje en litt kunstig situasjon for elevene og førte til negative reaksjoner og likegyldighet.
Viskelær: Eleven ble bedt om ikke å bruke viskelær. De fleste gjorde det likevel. Analysen av papirtestene ble derfor ikke så rik som den kunne ha vært.
Lommeregner: Dessuten skulle elevene ikke bruke lommeregneren. Jeg var ikke klar over at elevene bruker å skrive et resultat som desimalbrøk, ikke som brøk. Elevene brukte delvis mye tid på skriftlig divisjon av teller og nevner og manglet derfor tid for andre oppgaver.

Observasjon: Min rolle som observatør var ikke en passiv deltaker som planlagt. Den andre observatøren, en faglærer, kunne ikke være passiv heller. Hans hjelp ble mye brukt av elevene. Den strukturerte delen av observasjonen har derfor en lav grad av reliabilitet og validitet.
En triangulering med andre metoder øker likevel kvaliteten av observasjonene. Jeg fant stor overensstemmelse av funnene fra ulike metoder. Både de strukturerte og ustrukturerte observasjonene og feltnotater gir altså et viktig supplement i analysen.

Intervju: På grunn av ikke leverte underskrifter, som var nødvendige for å kunne gjennomføre intervjuene, kunne utvalget av elevene ikke være tilfeldig og dermed representativt for hele gruppen. Dette reduserer reliabiliteten av intervjudataene.

På den andre siden kunne like og gode betingelser for gjennomføringen av intervjuet, gode lydopptak, registrering og transkribering av alle intervju i sin helhet bidra til å styrke reliabiliteten.
På grunn av det lille utvalget har dataene ikke veldig høy validitet. Dataene kan ikke brukes til å generalisere funnene, men som et supplement og i triangulering med andre metoder.

Spørreskjema: Alle elever fra Aplusix-gruppen svarte på skjemaet. Dette gir et godt bilde av hele gruppen og dermed en høy reliabilitet.
Manglende karakterpress og det sene tidspunktet av gjennomføringen, der motivasjonen hos mange ikke lenger var god, viste seg å virke inn på resultatene og dermed på validiteten.
De utfylte skjemaene viste ingen tegn for automatisk avkrysning. Utformingen av skjemaet synes altså å ha fungert som planlagt. Uttestingen av skjemaet før gjennomføringen gir en sikkerhet for at elevene oppfattet spørsmålene på en riktig måte

Men på grunn av de ovennevnte faktorene må jeg se resultatene av spørreskjemaet i sammenheng med de andre metodene. En triangulering øker her den samlede validiteten.

Aplusix-protokoller og videoer: I løpet av analysen ble det klart for meg at en analyse bare av protokollene ikke gir et realistisk bilde. Som nevnt i avsnittet 6.3.2 kan protokollen av en oppgave se helt korrekt ut, men replay-videoen dekker opp for eksempel store usikkerheter, utstrakt prøving og feiling og enorm tidsbruk. En kombinasjon av protokoll- og videoanalyse var derfor nødvendig for å oppnå høy validitet av resultatene.
Det store antallet elevproduserte protokoller og videosekvenser bidro til en høy reliabilitet.

Dataene fra protokollene kunne jeg overføre til min datamaskin, men ikke replay-videoene. Konsekvensen var at jeg måtte gå tilbake til datarommet på skolen og se på replay-videoene på stedet. Siden jeg ikke kunne laste ned filene, måtte jeg i analysearbeidet rekonstruere sekvensene fra videoene. Dette ble ikke helt autentisk. Det samme gjelder statistiske data.

8.2 Gjennomføring

Tidsbruk: Jeg brukte fire undervisningstimer til Aplusix-eksperimentet. Den første timen ble hovedsaklig brukt til innføring. En del elever jobbet med mange oppgaver allerede i denne timen. En elev uttrykkte i intervjuet at hun har lært mye, men det var for lite tid (intervju Siri, nr. 119-120). Forskningen om elevenes læring av algebra viser at å forandre kognitive konsepter av likhetstegnet tar mye tid (Kieran, 1981). Fire timer kan altså være for kort til å forandre forståelsen av likhetstegnet.
Andre forskningstudier med Aplusix (Nicaud, Bittar et al., 2006) har brukt fra fire timer (India) til to år (Frankrike), enten som isolert eksperiment eller integrert i vanlig undervisning. Å bruke Aplusix over en så avgrenset periode som jeg gjorde, er for kort for å kunne gi et enkelt svar på forskningsspørsmålet mitt.

Uforutsigbare problem:
Relativt få elever fra klasse A leverte *underskriftene.* Læreren fra B-klasse leverte ikke underskriftene. Utvalget av elevene til intervju kunne derfor ikke være godt nok.
Timeplanforandring: I en av Aplusix-timene var lærerne på et kurs, uten at jeg visste om det. Vikaren hadde ikke fått informasjon om timen på datarom. I en annen time dukket klassen opp på datarommet, men læreren var ikke klar over at det var mattetime nå. Timeplanen for eksperimentet var lenge kjent. Forandringer på kort varsel ble ikke gitt videre til meg. Dette skapte uro og tok en del av tiden til eksperimentet.

Manglende teknisk grunnlag for lærerne. Innføringskurset ble avlyst og lærerne følte seg derfor delvis hjelpeløse. Det skapte mye frustrasjon og delvis problematisk samarbeid.

8.3 Teoretisk rammeverk TDS

Spørsmålet er om TDS er en egnet teoretisk ramme i et slikt eksperiment med Aplusix. Teorien har hovedfokus på elevenes adaptasjon til et miljø, gjennom stadige interaksjoner mellom elev og miljø, og tilbakemeldinger fra miljøet. Den styrte utvalget av metodene og hjalp å finne svar på forskningsspørsmålet mitt. Gjennom å undersøke elevenes aksjoner i forhold til interaksjon og deres reaksjon på systemets tilbakemeldinger, kunne jeg finne ut om og hvordan elevene forandret sin forståelse for likhetstegnet, om de fikk økt algebraisk forståelse og økt prestasjon for ligningsløsning. Viktigheten av den didaktiske kontrakten mellom lærer og elever kom til syne og ble diskutert i avsnitt 7.5.

8.4 Begrensninger og styrker av arbeidet mitt

Begrensinger

- Gruppene til henholdsvis Aplusix-gruppen og papir/blyant-gruppen kunne ikke velges ut tilfeldig. Dette førte til uventede ulikheter mellom gruppene, men det ga meg viktige funn.
- Lærerne deltok ikke i et innføringskurs om Aplusix. Den manglende kunnskapen om programmet hadde sannsynligvis innvirkning på motivasjon og holdningene deres.
- Elevenes faglig kunnskap var delvis svært begrenset og skapte problemer ved bruk av programmet.
- Utvalget av elever til intervju var lite pga. ikke leverte samtykkeerklæringer fra foreldrene.
- Bortfall av elever: En del elever deltok ikke i begge papirtestene. Derfor ble utvalget av elever til en kvalitativ dybdeanalyse begrenset.
- Jeg kunne ikke utnytte statistikkfunksjonen i programmet fordi jeg ikke hadde den versjonen som kreves.
- Replay-videoene kunne jeg ikke lagre på min maskin og derfor ikke analysere på like utfyllende måte som de andre dataene.

Styrker

- Tidsplanleggingen av hele prosessen, fra idé til ferdig oppgave, har fungert bra.
- Jeg samlet inn en stor mengde datamateriale. Til tross for en del bortfall hadde jeg nok materiale til analysen. Den store mengden av Aplusix-protokoller som elevene produserte, kan gi materiale til videre forskning.
- Innføring i programmet for elevene ble gjort ved å beskrive nøye hvert skritt i prosessen. Etterpå kunne de fleste elever bruke programmet uten store tekniske problemer.
- Bruk av flere metoder for datainnsamlingen og en metodetriangulering i analysen bidro til å få høy reliabilitet og validitet.

8.5 Hva ville jeg har gjort annerledes?

Lærerne burde få en mer aktiv rolle. Det ville bety:

- Mer opplæring knyttet til tekniske og pedagogiske forhold rundt undervisningen med et dataprogram.

- Integrasjon av lærerne i hele forskningen. Mer eget ansvar for sin klasse ville øke innsatsen og motivasjonen. Det viser eksperimentene fra Italia der forskerne samarbeidet tett med lærerne, og fra Brasil der lærerne organiserte hele opplegget selv (Nicaud, Bittar et al., 2006).

Jeg ville bruke Aplusix i en mer naturlig setting, dvs. integrert i vanlig algebraundervisning, over lengre tid (ett til tre skoleår) og inkludert i evalueringen av elevene.

Før bruk av Aplusix burde elevene forberedes bedre på nye oppgavetyper og skrivemåter som de ikke er vant med (brøk som resultat, løsning *et hvilket som helst tall* og *ingen løsning,* etc.).

9. Pedagogiske implikasjon og videre forskning

9.1 Pedagogiske implikasjoner for lærere og forskere

På bakgrunn av presentasjonen og diskusjonen av funnene mine, ønsker jeg å gi noen implikasjoner i forhold til læring av algebra og bruk av Aplusix-programmet, både som lærings- og forskningsverktøy.

- Elevene bør bli kjent med den relasjonelle betydningen av likhetstegnet lenge før de begynner med symbolsk algebra. Slik ville de få et bedre utgangspunkt til å forstå algebraiske strukturer.
- Varierte oppgaver som bruker symmetrisk ekvivalens og snu rekkefølgen vil utfordre elevenes kognitive konsepter (Carpenter et al., 2003) og føre til kunnskap om flere betydninger av likhetstegnet.
- Det skulle legges mer vekt på læring av reglene for regneprioritetene. Mangelen av denne kunnskapen, sammen med begrenset forståelse av likhetstegnet er ofte grunnen til at algebraiske strukturer ikke forstås.
- Aplusix burde integreres som naturlig del av algebraundervisningen over lengre tidsperioder.
- Individuelle opplegg i Aplusix, spesielt tilrettelagt de hyppige misopfatningene, ville hjelpe til at flere kan ha nytte av programmet. Dette forutsetter en kartlegging av elevenes kunnskaper og misoppfatninger og nøye planlegging av Aplusix-opplegget.
- Lærere og forskere bør i sin analyse av elevenes arbeide både se på protokoller, replay-videoene og statistikk. Bare å se på ett av disse ville forvrenge bildet.

9.2 Implikasjon for Aplusix-designere

Gjennomføringen av eksperimentet har vist at Aplusix-programmet kunne bli forbedret på enkelte områder.

- Programmet ble oversatt til flere språk. Eksperimentet har vist at dette er ikke nok. Det må også tilpasses de ulike matematiske kulturer, læreplanen og progresjonen som vises gjennom lærebøkene.
- I arbeidet med Aplusix skal elevene få feedback som dekker opp deres misoppfatninger. Lærernes forberedningsarbeid ville bli mye lettere hvis de kunne velge ut oppgavene i forhold til hyppige misoppfatninger (for eksempel didaktisk variable minus, null, brøk, symmetrisk ekvivalens, osv.).
- Noen svakheter med programmet skulle det gjøres noe med: At elevene kan bruke en feilstrategi og programmet likevel gir positiv tilbakemelding, kan hindre læring.

Spesielt faglig svake elever har brukt muligheten å se på løsningen først og deretter *regnet* oppgaven. Det burde ikke være så lett å få fasiten med en gang.

9.3 Videre forskning.

Resultatene av denne oppgaven fører til videre spørsmål om algebralæring og bruk av Aplusix. Potensielle forskningsspørsmål kunne være følgende:

- Kan integrasjonen av Aplusix i vanlig undervisning og over en lengre periode, helst alle tre ungdomsskoleårene, føre til bedre læring av algebra?

- Kan bruken av Aplusix første året på videregående skole, der elevene har litt mer forkunnskap, være bedre egnet til læring?
- Kan læring av algebra lykkes bedre hvis det skjer mange ulike interaksjoner (skriftlig, muntlig, gester, konkretisering) mellom flere miljø der Aplusix er bare en del av et mangfoldig læringsmiljø?
- Hva er mest avgjørende for elevenes læring av algebra: metoden (tradisjonell eller IKT-bruk) eller læreren (kunnskap, rolle, motivasjon, personlighet)? En umotivert lærer som bruker et IKT-verktøy eller en motivert lærer som underviser på tradisjonell måte?
- Kan et dataprogram hjelpe til å forandre elevenes holdninger til et emne som algebra?
- Ønsker elevene seg behavioristisk preget undervisning framfor en konstruktivistisk form?

Videre skulle det forskes på hva som er nødvendig for å fremme effektiv bruk og integrasjon av Aplusix i klasserommet.

- Er andre teoretiske rammeverk, som for eksempel instrumentell tilnærming, TTT eller aktivitetsteorien egnet til en slik forskning?
- Kan andre typer forskningsdesign, for eksempel en komparativstudie av flere klasser over ett eller flere år, være egnet til forskning i Norge?
- Andre metoder, for eksempel video-observasjon, kunne være egnet i en slik forskning.

10. Litteratur og kildehenvisning

Arnseth, P. (2007). *ITU monitor : Skolens digitale tilstand 2007*. Oslo: Universitetsforlaget.

Artigue, M. (2000). Instrumentation issues and the integration of computer technologies into secondary mathematics teaching. *Proceedings of the annual meeting of the GDM* Retrieved 20.02.2009, from http://webdoc.sub.gwdg.de/ebook/e/gdm/2000/artigue_2000.pdf

Artigue, M. (2009). Didactical design in mathematics education. *Paper presentet at the NORMA08 (Nordic Research in Mathematics Education)* Retrieved 25.04.2009, from http://isis.ku.dk/kurser/blob.aspx?feltid=212293

Baroudi, Z. (2006). Easing students´transition to algebra. *The Australian Mathematics Teacher, 62*(2), 28-33.

Befring, E. (2002). *Forskingsmetode, etikk og statistikk*. Oslo: Samlaget.

Behr, M., Erlwanger, S., & Nichols, E. (1980). How children view the equals sign. *Mathematics Teaching, 92*, 13-16.

Blomhøj, M. (2003a). IKT i skolens matematikundervisning - vilkår eller mulighed. In O. Skovsmose, Blomhøj, Morten (Ed.), *Kan det virkelig passe? - om matematikklæring* (pp. 73-91). København: L&R Uddanelse.

Blomhøj, M. (2003b). Læringsvilkår i datamaskinbasert matematikkundervisning. In B. Grevholm (Ed.), *Matematikk for skolen* (pp. 103-140). Bergen: Fagbokforlaget.

Bouhineau, D., Bronner, A., Huguet, T., & Nicaud, J.-F. (2003). *Usages didactiques du logiciel Aplusix pour l' enseignement de l' algèbre* Paper presented at the Actes du Colloque de l'ITEM.

Bouhineau, D., Nicaud, J.-F., Chaachoua, H., Bittar, M., & Bronner, A. (2005). *Two years of use of the Aplusix system.* Paper presented at the 8th IFIP World Conference on Computer in Education. , Cape Town : South Africa.

Breiteig, T., & Grevholm, B. (2006). The transition from arithmetic to algebra: To reason, explain, argue, generalize and justify. In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká & N. Stehliková (Eds.), *Proceedings of the 30th Conference for the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 225-232). Prague.

Breiteig, T., Pedersen, P. I., Skoogh, L., Ahlström, R., Björlin, J.-O., & Torbjörnson, L. (1998). *Matematikk 9 - Oppgåvebok*. Oslo: Aschehoug

Brekke, G. (1995). Kartlegging av matematikkforståelse - Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk [Electronic Version]. Retrieved 13.10.2008, from http://www.hint.no/~toh/m19900/introduk.pdf

Brekke, G., Grønmo, S. S., & Rosén, B. (2000). *KIM (Kvalitet i matematikkundervisningen): Veiledning til algebra*. Oslo: Nasjonalt læremiddelsenter.

Brekke, G., Kobberstad, T., Lie, S., & Turmo, A. (1998). *Hva i all verden kan elevene i matematikk?* Oslo: Universitetsforlaget.

Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. Dordrecht/ Boston/ London: Kluwer Academic publishers.

Bryman, A. (2004). *Social Research Methods* (2nd ed.). Oxford: Oxford University Press.

Carpenter, T. P., Franke, M. L., & Levi, L. (2003). *Thinking mathematically: Integrating arithmetic and algebra in elementary school*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Carpenter, T. P., & Levi, L. (2000). *Developing conceptions of algebraic reasoning in the primary grades* (Vol. 2). Madison, Wisc.: Wisconsin University, Madison. National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science.

Carraher, D. W., & Schliemann, A. D. (2007). Early algebra and algebraic reasoning. In F. K. J. Lester (Ed.), *Second Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 669-705). USA: NCTM.

Cerulli, M., Pedemonte, B., & Robotti, E. (2005). An Integrated Perspective to Approach Technology in Mathematics Education. *Proceedings of CERME 4, Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* Retrieved 20.02.2009, from http://cerme4.crm.es/Papers%20definitius/11/Cerulli%20Pedem.pdf

Cerulli, M., Trgalova, J., Maracci, M., Psycharis, G., & Georget, J.-P. (2008). Comparing theoretical frameworks enacted in experimental research [Electronic Version]. *ZDM (International Journal on Mathematics Education), 40*, 201-213. Retrieved 20.02.2009, from http://www.springerlink.com/content/lum7149752750g20/

Chaachoua, H., Nicaud, J.-F., Bronner, A., & Bouhineau, D. (2004). APLUSIX, a learning environment for algebra, actual use and benefits. *Proceedings og ICME 10 : 10th International Congress on Mathematics Education* Retrieved 20.02.2009, from http://hal.archives-ouvertes.fr/docs/00/19/03/93/PDF/Chaachoua-h-2004.pdf

Engstrand, S., Nordberg, G., & Tverås, I. (1998). *Nye fakta 9b, grunnbok*. Oslo: Gyldendal

Engstrand, S., Nordberg, G., & Tverås, I. (1999a). *Nye fakta 10a, grunnbok*. Oslo: Gyldendal

Engstrand, S., Nordberg, G., & Tverås, I. (1999b). *Nye fakta 10b, grunnbok*. Oslo: Gyldendal

Fuglestad, A. B. (2003). Konstruktivistisk perspektiv på datamaskiner i matematikkundervisning. In B. Grevholm (Ed.), *Matematikk for skolen* (pp. 209-234). Bergen: Fagbokforlaget.

Fuglestad, A. B. (2005). Digitale hjelpemidler i matematikk. Hva sier læreplanen - hva gjør vi? Retrieved 15.01.2009, from http:www.skolenettet.no/nyUpload/Moduler/IKT-i-skolen/Filer/IKTogMatem_ABF.ppt

Grunnskolerådet. (1987). *Veiledende årsplaner matematikk*. Oslo: Universitetsforlaget.

Grønmo, L. S., & Bergem, O. K. (2009). Rapport fra TIMSS 2007 [Electronic Version], from http://www.timss.no/rapport2007.html

Grønmo, L. S., Bergem, O. K., Kjærnsli, M., Lie, S., & Turmo, A. (2004). *Hva i all verden har skjedd i realfagene?* Oslo: Institutt for lærerutdanning og skoleutvikling.

Gulbrandsen, J. E., & Melhus, A. (2001). *Mega 9A - Matematikk for ungdomssteget*. Oslo: NKS-Forlaget.

Heid, M. K. (1995). *Algebra in a Technological World*. Virginia: NCTM.

Hennessy, S., Ruthven, K., & Brindley, S. (2005). Teacher perspectives on integrating ICT into subject teaching: commitment, constraints, caution, and change. *Journal of Curriculum Studies, 37*, 155-192.

Herscovics, N., Linchevski, L. (1994). A cognitiv gap between arithmetic and algebra. *Educational Studies in Mathematics, 27*, 59-78.

Howe, A., Høium, K., Kvernmo, G., & Knutsen, I. R. (2005). *Studenten som forsker i utdanning og yrke: vitenskapelig tenkning og metodebruk*. Lillestrøm: Høgskolen i Akershus.

Høines, M. J. (2006). *Begynneropplæringen: fagdidaktikk for barnetrinnets matematikkundervisning*. Landås: Caspar forlag.

Høyles, C., Noss, R., & Kent, P. (2004). On the integration of digital technologies into mathematics classroms. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 9*, 309-326.

Jones, I., Pratt, Dave. (2007). Connecting the equal sign. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*.

Kieran. (1981). Concepts associated with the equality symbol. *Educational studies in mathematics 12*, 317-326.

Kieran. (2007). Learning and teaching algebra at the middle school through college levels. In F. K. J. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 707-762). USA: NCTM.

Kieran, C. (1992). Learning and teaching of school algebra. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematical teaching and learning* (pp. 390 - 419). New York: Macmillan.
Kieran, C., & Drijvers, P. (2006a). The co-emergence of machine techniques, paper-and-pencil techniques, and theoretical reflection: A study of CAS use in secondary school algebra. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 11*, 205-263.
Kieran, C., & Drijvers, P. (2006b). The co-emergence of machine techniques, papir-and-pencil techniques, and theoretical reflections: A study of CAS use in secondary school algebra. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 11*, 205-263.
Kjærnsli, M., Lie, S., Olsen, R. V., & Roe, A. (2007). *Tid for tunge løft: norske elevers kompetanse i naturfag, lesing og matematikk i PISA 2006*. Oslo: Universitetsforlaget.
Kjærnsli, M., Lie, S., Olsen, R. V., Roe, A., & Turmo, A. (2004). *Rett spor eller ville veier?* Oslo: Universitetsforlaget.
Knuth, E. J., Stephens, A. C., McNeil, N. M., & Alibali, M. W. (2006). Does understanding the equal sign matter? Evidence from solving equations. *Journal for Research in Mathematics Education, 37*, 297-312.
Kunnskapsdepartementet. (2006). *Læreplanverket for Kunnskapsløftet*. Oslo: Utdanningsdirektoratet.
Kvale, S. (1996). *Interviews: an introduction to qualitative research interviewing*. Thousand Oaks, Calif.: Sage.
Küchemann, D. E. (1981). Algebra. In K.M.Hart (Ed.), *Childrens´s understanding of mathematics* (pp. 102-119). London: John Murray.
Laborde, C. (2001). Integration of technology in the design of geometry tasks with Cabri-geometry. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 6*, 283 - 317.
Laborde, C. (2007). Does the use of ICT help learn mathematics? Under what conditions? In B. Jaworski, A. B. Fuglestad, R. Bjuland, T. Breiteig, S. Goodchild & B. Grevholm (Eds.), *Læringsfelleskap i matematikk* (pp. 229-240). Bergen: Caspar Forlag.
Læreplan for forsøk med 9-årig skole (1966). (2. ed.). Oslo: Forsøksrådet for skoleverket.
Læreplan i matematikk. (2006). Volda Ungdomsskule
Læreplanverket for den 10-årige grunnskolen. (1996). Oslo: Kirke-, utdannings- og forskningsdepartement.
Marselle, F., & Castanet, T. (2003). Aplusix et l' Algèbre [Electronic Version], from http://www.crdp-montpellier.fr/ressources/memoires/memoires/2003b/0/03b0052/03
Mason, J., Johnston-Wilder, S., & Graham, A. (2005). *Developing thinking in algebra*. London ; Thousand Oaks, Calif.: The Open University in association with Paul Chapman Publ.
McNeil, N. M. (2004). *Don´t teach me 2 + 2 equals 4: Knowledge of arithmetic operations hinders equation learning*. Paper presented at the Twenty-Sixth Annual conference of the Cognitive Science Society, Chicago.
McNeil, N. M., & Alibali, M. W. (2005). Knowledge change as a function of mathematics experience: all contexts are not created equal. *Journal of cognition and development, 6 (2)*, 285-308.
Meier, A. (2008). MERG 14 : Algebraiske strukturer : elevenes ressonnement og misoppfatninger. Department of Mathematics. University of Agder.
Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: an expanded sourcebook*. Thousand Oaks, Calif.: Sage.
Mønsterplan for grunnskolen. (1971). (Midlertidig utg. ed.). Oslo: Kirke- og undervisningsdepartementet.

Mønsterplan for grunnskolen : M87. (1987). (Bokmål ed.). Oslo: Kirke- og undervisningsdepartementet.

Mønsterplan for grunnskolen : Ny matematikkplan for ungdomssteget i grunnskolen 03/13. (1976). Oslo: Kirke- og undervisningsdepartementet.

Nicaud, J.-F. (2007). Aplusix: Algebra Learning Assistant. *Demonstration at the Kaleidoscope Symposium. November 2007*
Retrieved 25.02.2009, from http://www.noe-kaleidoscope.org/public/group/symposium/programme/presentations/_demo_Jean-Francois_Nicaud.pdf

Nicaud, J.-F., Bittar, M., Chaachoua, H., Inamdar, P., & Maffei, L. (2006). Experiments with Aplusix in four countries [Electronic Version]. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, *13*, 79-88. Retrieved 15.05.2008, from http://telearn.noe-kaleidoscope.org/open-archive/browse?resource=240_v1&back=%2Fopen-archive%2Fbrowse%3Fbrowse%3Dcollection%2F36%2Fpublication%26index%3D50%26filter%3Dall%26param%3D36

Nicaud, J.-F., Bouhineau, D., & Chaachoua, H. (2004). Mixing microworld and CAS features in building computer systems that help students learn algebra. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 9*, 169-211.

Nicaud, J.-F., Bouhineau, D., Chaachoua, H., & Huguet, T. (2003). *A computer program for the learning of algebra: description and first experiment.* Paper presented at the 11. International PEG Conference, St. Petersburg, Russia.

Nicaud, J.-F., Bouhineau, D., Chaachoua, H., & Trgalova, J. (2006). Developing interactive learning environments that can be used by all the classes having access to computers. The case of Aplusix for algebra [Electronic Version], from http://hal.archives-ouvertes.fr/docs/00/19/02/87/PDF/Nicaud-JF-2006.pdf

Nicaud, J.-F., Bouhineau, D., & Huguet, T. (2002). The Aplusix-Editor: A new kind of software for the learning of algebra. *Lecture notes in computer science, 2363*, 178-187.

Potter, J., & Wetherell, M. (1987). *Discourse and social psychology : beyond attitudes and behaviour*. London: Sage.

Rossevatn, O. E. (2006). *IKT som læringsverktøy i matematikk. En studie av lærer- og elevrollen ved bruk av TI Interactive (og andre programmer) i 4 matematikklasser i videregående skole.* Unpublished Masteroppgave i matematikkdidaktikk, University of Agder, Kristiansand.

Samaniego, A. H. F., & Barera, S. V. (1999). Brousseau in action: Didactical situation for learning how to graph functions [Electronic Version], from www.atcminc.com/mPublications/EP/EPATCM99/ATCMP020/PAPER/paper.pdf

Sohlberg, H. (1889). Matematiken (och fysiken) i norska skolar. *Verdandi. Tidsskrift för ungdomens mårsmän och vänner i hem och skola, 7*, 227-274.

van Ameron, B. (2003). Focusing on informal strategies when linking artihmetic to early algebra. *Educational Studies in Mathematics, 54*, 63-75.

Veiledende årsplaner : matematikk : veiledning til Mønsterplan for grunnskolen 1987. (1987). Oslo: Grunnskolerådet : Universitetsforlaget.

Vinje-Christensen, P. (2005). *9. klasseeelvers forståelse av algebra.* Unpublished Masteroppgave i matematikkdidaktikk, University of Agder, Kristiansand, Norway.

Wikipedia. (2007). Ekvivalens. Retrieved 19.09., 2007, from http://no.wikipedia.org/wiki/Ekvivalens

Wikipedia. (2008). Identität (Logik). Retrieved 11.02.2008, from http://de.wikipedia.org/wiki/Identit%C3%A4t_(Logik)

11. Vedlegg

Oversikt over vedlegg

Før gjennomføringen

1. Informasjon og samtykkeerklæring
2. Innføringsark i Aplusix

Datainnsamling

3. Arbeidsinstruks for timene med Aplusix
4. Oppgaver prestest
5. Oppgaver posttest
6. Intervjuspørsmål elev
7. Intervjuspørsmål lærer
8. Spørreskjema elev

Resultater

9. Kvalitativ analyse av papirtestene: 13 elever
10. Kvantitativ og kvalitativ analyse av Aplusix-data : 13 elever
11. Observasjonsresultater
12. Spørreskjema, resultater kvantitativ (fra alle spørsmål og fra kategoriene)
13. Spørreskjema, resultater kvalitativ
14. Transkripsjonsnøkkel
15. Intervju transkripsjoner (2 lærer, 5 elever)

Vedlegg 1: Informasjon og samtykkeerklæring

Antje Meier
Smalebakken 26 B
6100 Volda

Volda, den 18.08.08

Informasjon og samtykkeerklæring

Til elever i 10. klasse og foresatte

Hei, jeg heter Antje Meier. Jeg er masterstudent ved Universitetet i Agder og skal skrive en masteroppgave om bruk av dataprogrammet Aplusix i algebraopplæringen.

Jeg vil gjerne samle data om oppgavene du skal løse med Aplusix eller med papir/blyant. Jeg ønsker å samle protokollene som produseres av systemet Aplusix eller papir/blyant og skriftlige tester. Videre ønsker jeg å observere, intervjue og dele ut spørreskjema til elever. Ved klasseromsobservasjoner vil jeg benytte videoopptak eller lydopptak, samt feltnotater.

Det er frivillig å være med og du har mulighet til å trekke deg når som helst underveis, uten å måtte begrunne dette nærmere. Dersom du trekker deg vil alle innsamlede data om deg bli anonymisert. Opplysningene vil bli behandlet konfidensielt, og ingen enkeltpersoner vil kunne kjenne seg igjen i den ferdige oppgaven. Opplysningene anonymiseres og lydbånd- og videoopptakene slettes når oppgaven er ferdig, innen utgangen av juni 2011.

Dersom du har lyst å være med på intervjuet, er det fint om du og dine foresatte skriver under på den vedlagte samtykkeerklæringen og leverer svarlappen til matematikklæreren så rask som mulig.

Hvis det er noe du/dere lurer på kan du ringe meg på 45851487, eller sende en e-post til antje.meier@volda.frisurf.no. Du/dere kan også kontakte min veileder Said Hadjerrouit ved Fakultetet for teknologi og realfag ved Universitetet i Agder på telefonnummer 38141793, eller sende en e-post til said.hadjerrouit@uia.no.

Vennlig hilsen,

Antje Meier

....

Samtykkeerklæring:

Underskrift elev: ....

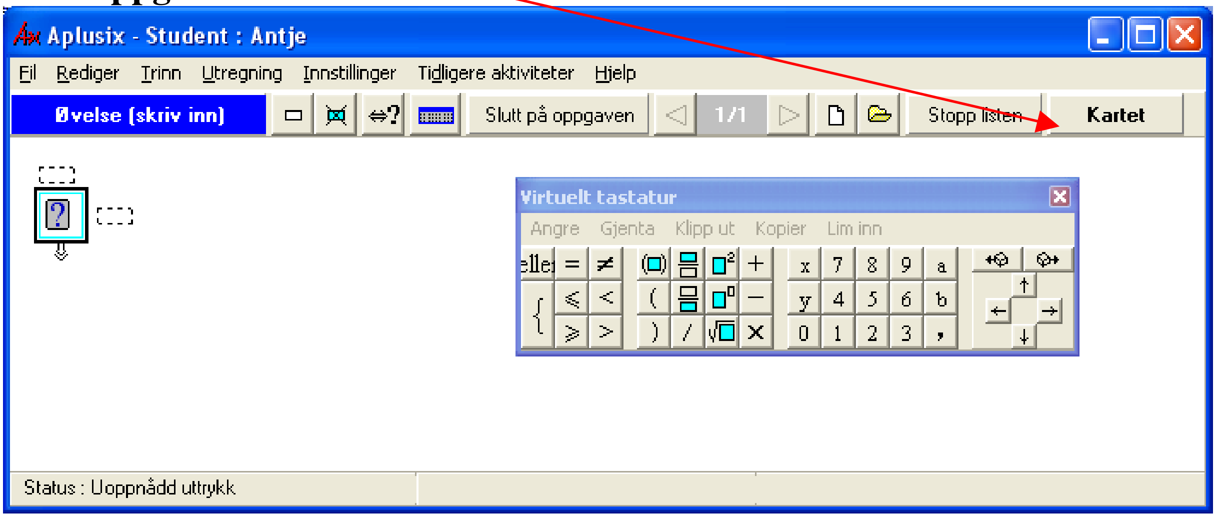
Underskrift foresatte: ....

Vedlegg 2: Innføringsark i Aplusix

Login: Gå på *"start*", velg *"alle programmer*", deretter "*Aplusix II" og "Aplusix"*.
Velg ditt brukernavn og *"ok"*.

Du får dette skjermbiletet

Hent oppgåva frå kartet:



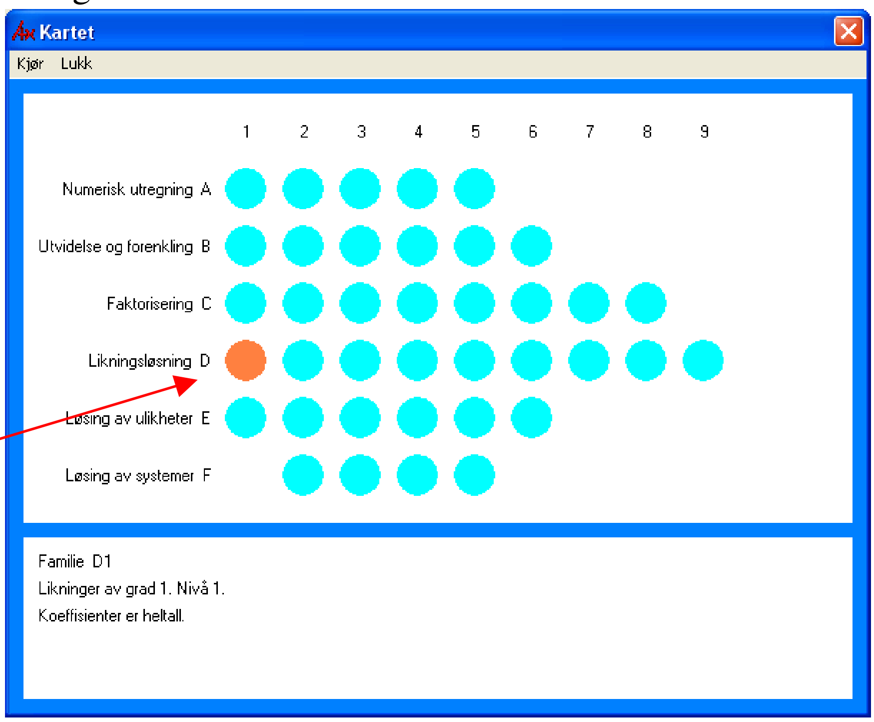
Kartet:
Tall 1 til 9 tyder vanskelegheitsgrad.

Bokstavar A til F beteikner oppgåvetype.

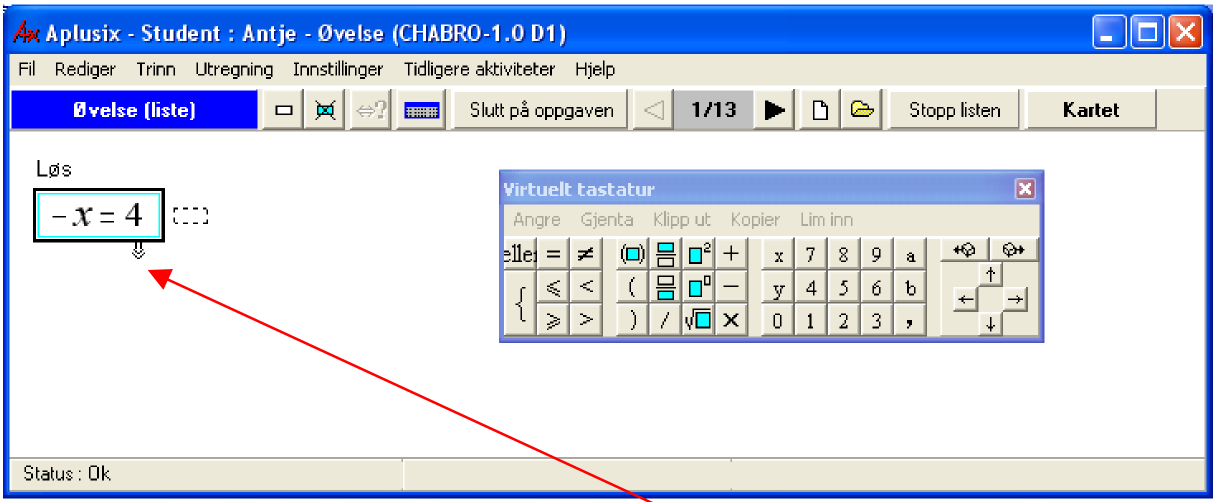
Vi skal berre jobbe med oppgåvetype D (likningsløysing)

Velg oppgåvetype **D1**

Klikk på *"øvelse"*.



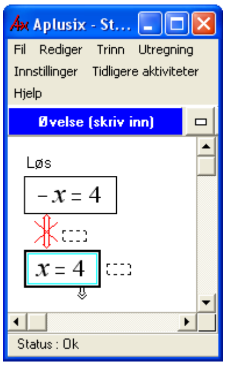
"Øvelse"



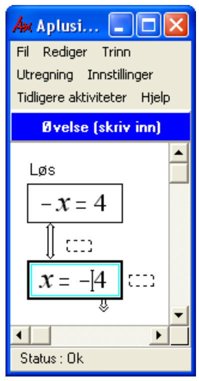
Dupliser oppgåva ved å ta eit museklikk på den lisje pila.

Du kan no byrje å løyse oppgåva. Bruk data-tastaturen eller den virtuelle tastaturen på skjermen. Dobbelpilane viser deg med ein gong om din løysingsstrategi er rett.

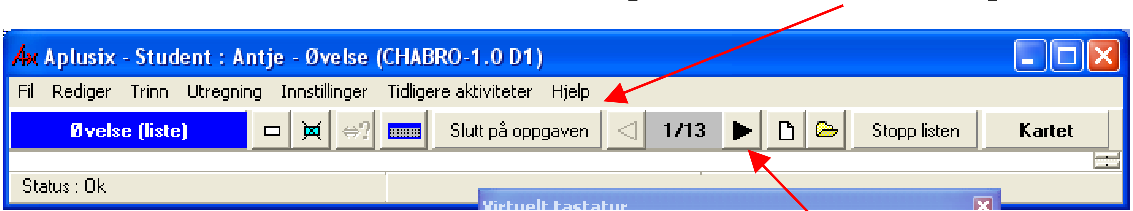
Raud dobbelpil med kryss:
Oppgåvetrinn er ikkje rett.



Svart dobbelpil:
Oppgåvetrinn er
rett.



Trur du at **oppgåva er ferdig**, klikker du på *"slutt på oppgaven"* på menuen.



Du får følgjande valmogelegheiter:

- "Løst"
- "Ingen løysning"
- "Et hvilket som helst tall er løsning"
- "Jeg lar oppgaven stå som den er"

Neste oppgave

Klikk på *"løst"*. Då får du meldinga: *"bra, oppgaven er fullført*" eller "*oppgaven er nesten løst"* eller et hint som skal hjelpe deg vidare.
Du kan gå tilbake til oppgåva og endre den.

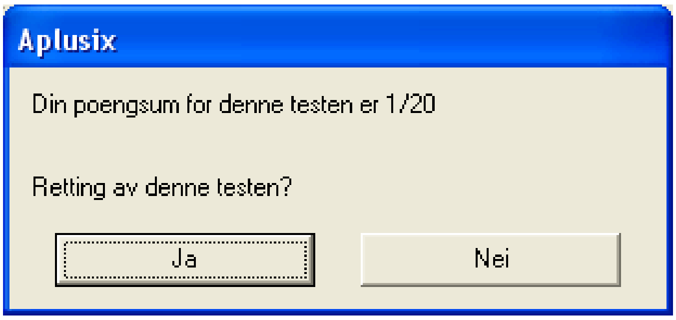
Du **held fram med neste oppgave** ved å klikke på høgre piltast øvst i menuen.
Løys 2-3 oppgåver for å få litt øving!

Test

Klikk på *"kartet*" og velg D1. Klikk på *"test"*.
Du byrjar å løyse oppgåva som før.
No får du **inga** tilbakemelding om du gjer det riktig.
Før du stopper testen kan du gå på *"Endre oppgaven*" og kontrollere og forandre noko.
Testen varer i 30 minutt, men du kan bli ferdig før eller avslutte før.

Løys no 2-3 oppgåver i testmodus.
Klikk på *"stopp testen*".

Du får testresultatet ditt.
Svar *"ja"*.



No kjem du inn i **selvkorrigeringsmodus**. Du ser første oppgåva, no med svarte og raude pilar som hjelper deg å finne feilene dine. Klikk på *"endre oppgaven*". No kan du rette oppgåva. Fortsett slik med alle oppgaver fra testen.

Vedlegg 3: Arbeidsinstruks for timene med Aplusix

Framgangmåte for eksperimentgruppa i 3. – 5. time

Emne: Løysing av likningar

Oppgåver: D1, D2 (utanom oppgåver med desimaltal!) og D3

Opne Aplusix på maskina som er merka med ditt brukarnamn. Logg deg på programmet.

Følg forklaringa i denne rekkefølgja!

Øving

1. Klikk på ”kartet” og velg ”D1” (likningsløsning) og **”øvelse”.**
2. Løys oppgåva som blir vist. Bruk tilbakemeldingar frå Aplusix (raud eller svart dobbelpil) til å rette opp feila med ein gong.
3. Hent neste oppgåve (den høgre svarte pila) og løys etterkvart alle 13 oppgåver på denne måten.

Test

1. Klikk på ”kartet” og velg **”D1”** og **”test”.**
2. Løys oppgåva som blir vist. <u>No får du inga tilbakemelding</u>!
3. Når du er ferdig med oppgåva, klikk på **”Slutt på oppgaven”.** Vel ut det som passer best.?was meinst du mit dem Satz, hab das nicht ganz verstanden. No får du moglegheita å **”Endre oppgaven”.**
4. Neste oppgåve: Klikk på den høgre svarte pila.
5. Løys alle 13 testoppgåver.
6. Før du stoppar testen kan du gå på **”Endre oppgaven”**, sjå over oppgåvene og forandre noke.
7. Klikk på **”Stopp testen”.** Dersom du har brukt meir enn 30 minutt avsluttast testen automatisk!
8. Du får testresultatet ditt og vel **”ja”** på spørsmålet om retting av testen.
9. Retting: No ser du den første oppgåva med dei svarte og raude pilene. Klikk på **”Endre oppgaven”** og rett opp feila. Fortsett slik med alle oppgåver frå testen.

Fortsettelsen

14a. Er du ***fornøyd med testresultatet,*** fortsetter du med **”D2”** og **”øvelse”.**
<u>Du skal ikkje jobbe med oppgåver som har desimaltal!</u>
Ellers jobbar du på samme måten som med D1- oppgåvene.
14b. Er du ***ikkje fornøyd med testresultatet,*** går du tilbake til **”D1”** og **”øvelse”** og jobbar med fleire oppgåver. Gjennomfør testen ein gong til og avgjer om du er klar for D2-oppgåvene.
15. Etter at du er ferdig med D2-oppgåver og testen, fortsetter du med D3-oppgåver på same måte som før.

Vedlegg 4: Oppgaver prestest

Pretest

Del A

1. Avgjer kva som er riktig. Sett kryss.

d) 3+5 = 8+4 = 12+5 = 17

e) 3+5 = 7+1

f) 75+50 = 125-98 = 27

2. Sett inn det som manglar.

a) 39 = ... + 4

b) ... = 15 + 9

c) 31 = 47 - ...

3. Sett inn det som manglar.

a) ... · 2+4 = 12

b) 3+2 ·... = 15

4a. Kva betyr symbolet = i følgjande oppgåve?

3+4 = 7

....

4b. Kan symbolet tyde noko anna? Forklar!

....

Del B Løys likningar

1. 4x = 20

2. -4 = -6x

3. $\frac{3}{5}x = -\frac{7}{8}$

4. -1,7x+0,4 = 0

5. 4x+8 = -2x-4

Del C **Løys likningar**

1. 6x = 36

2. 2x – 5 = 9

3. $\frac{x-2}{4} = 3$

4. 14x-6=11x+18

5. x-7,5 = 9,2

Vedlegg 5: Oppgaver posttest

Posttest

Del A

1. **Avgjer kva som er riktig. Sett kryss.**
   a) 34-16=6·3=18

   b) 63:7=9+8=17-8

   c) 4+8=3·4

2. **Sett inn det som manglar.**
   a) ... = 18 –7

   b) 48 = ... ·4

   c) 121 = 98 + ...

3. **Sett inn det som manglar.**
   a) 4+8 : ... = 6

   b) ... · 6 – 5 = 13

4. Kva tyder symbolet = i følgjande oppgåver

a) 3x +4 = 16
....

b) 2 · 6+3 = -3+9 · 2
....

Del B Løys likningar

1. 6x = 36
2. -3 = -7x
3. $\frac{4}{7}x = -\frac{6}{13}$
4. -2,1x+9 = 9
5. -5x+7 = 4x-6
6. 8x-9x+1 = -4x+7x-3
7. 5(9x-3) = 15
8. -6(8x+1) = -4(x-4)

Del C Løys likningar

1. 12x = 60
2. 5x+7=42
3. $\frac{15}{x-1} = 5$
4. 7x+11=13x-19
5. x-22,5 = 25
6. 6(4x-6) = 3
7. 3(3x-2)-4x = x+12
8. $\frac{x-2}{4} = 3$

Vedlegg 6: Intervjuspørsmål elev

Elevintervju

Du ble nå litt kjent med programmet Aplusix.

1) **Teknisk brukbarhet**
   a) Kan du fortelle hvordan det fungerte for deg å lære dette nye programmet?

   b) Hva synes du om å bruke programmet?

   c) Var det vanskelig/ lett å bruke menuen, f.eks. finne fram til oppgavene?

2) **Motivasjon:**
   Gjør Aplusix det mer interessant å jobbe med likninger enn med papir-blyant? Hvorfor, hvorfor ikke?

3) **Pedagogisk brukbarhet:**
   a) Hva synes du om å lære å løse likninger med Aplusix? Forklar!

   b) Gjør Aplusix det lettere å forstå likhetstegnet og løse likninger? Hvorfor, hvorfor ikke?

   c) Synes du at Aplusix-tilbakemeldingene er nyttige for å forstå likhetstegnet og løse likninger?

   d) Føler du at du bruker mer eller mindre tid med Aplusix i forhold til papir-blyant oppgaver?

4) **Selvstendighet/ Interakjson**

   a) Hvor mye måtte du spørre læreren om hjelp? Sammenlign med vanlige mattetimer. Hva kan være grunnen til forskjellen?

   b) Hva slags problemer var det du trengte hjelp for?

   c) Hvor mye måtte du spørre en medelev om hjelp? Forklar.

   d) Føler du at du blir mindre avhengig av læreren og annen hjelp når du jobber med Aplusix?

3) **Pedagogisk brukbarhet (avsluttende spørsmål)**

   Mener du at bruken av Aplusix har gjort læring av likninger lettere eller vanskeligere? Forklar.

Vedlegg 7: Intervjuspørsmål lærer

Lærerintervju

Du ble nå litt kjent med programmet Aplusix.

1. Teknisk brukbarhet

a) Kan du fortelle hva du som lærer synes om å lære dette nye programmet?

b) Hva synes du om å bruke programmet? (brukervennlighet: menu, navigasjon, oppgaver, ...)

c) Hvordan mener du har innlæringen av programmet fungert for elevene?

d) Hvordan mener du det er for elevene å bruke programmet?

2. Motivasjon

Kan du si noe om elevenes motivasjon for å lære algebra med Aplusix? Sammenlign med vanlig papir/blyant metode.

a) Se spesielt på elever som vanligvis ikke er motivert til slike oppgaver.

3. Pedagogisk brukbarhet

e) Mener du elevene kan ha nytte av programmet, spesielt i forhold til forståelsen av likhetstegnet og likningsløsning?

b) Synes du at det er mulig å bruke programmet i tilpasset opplæring for alle elever?

c) Hva synes du om Aplusix-tilbakemeldingene som pedagogisk hjelpemiddel?

4. Selvstendighet/ Interaksjon

a) Hvilken rolle inntok du som lærer sammenlignet med vanlig algebraundervinsing?

b) Hvor mye måtte du intervenere og hjelpe elevene?

c) Hva slags problemer var det du måtte hjelpe elevene med?

3. Pedagogisk brukbarhet (avsluttende spørsmål)

Hva slag bidrag til læring av algebra kan Aplusix gi?

Vedlegg 8: Spørreskjema elev

Spørjeskjema til elevar i eksperimentgruppa

Er du jente eller gut? Kryss av: **Jente** [ ] **Gut** [ ]

Avgjer kva du meiner og kryss av det som passer best:

	Svært enig ---------------Svært uenig					Veit ikkje
	1	2	3	4	5	
1. Aplusix-skjermbilete, dialogboksar og matematiske symbol er vanskeleg å forstå.						
2. Det er ikkje lett å bruke menyen, navigere mellom skjermbileta og finne fram til oppgåvene.						
3. Det er vanskeleg å lære Aplusix.						
4. Aplusix gir moglegheita til å trene oppgåver som eg ellers har problem med.						
5. Med Aplusix er det lettare å løyse likningar og forstå likhetstegn enn med papir og blyant.						
6. Aplusix-tilbakemeldingane på mine handlingar hjelper meg til å løyse likningar og forstå likhetstegn.						
7. Det tar ikkje lengre tid å løyse likningar med Aplusix enn med papir og blyant.						
8. Aplusix har ulike vanskelegheitsgrad og passer derfor for alle elevar.						
9. Aplusix er ikkje kjekt å bruke, ikke underholdande og interessant.						
10. Aplusix passer ikkje til min alder, utvikling og interesser.						
11. Eg kan bruke Aplusix på eigenhand.						
12. Å bruke Aplusix krev ikkje hjelp frå læreren.						
13. Eg spør ikkje medelevar om hjelp når eg bruker Aplusix.						

Beskriv med dine eigne ord:

Å lære algebra med Aplusix er

....

Vedlegg 9: Kvalitativ analyse av papirtestene: 13 elever

Kvalitativ analyse av papirtestene
Jeg analyserer tester fra elever som har vist relasjonell forståelse i begge testene, eller har fått relasjonell forståelse i løpet av eksperimentet.

Jeg bruker en alfabetisk rekkefølge for analysene:
Anne, Else, Freya, Helge, Ida, Jan, Leif, Malin, Mira, Ottar, Paul, Siri, Stian

Analyse av prestasjon (L) og strategi (S).
Koder til strategien:
1. alg – algebraisk
2. aritm – aritmetisk
3. intuitiv
4. ikke synlig

- Oppgaven er utelatt

Navn elev: Anne

	Oppgavetype	Oppgavenr. i pre- og posttest	Resultat pretest L – riktig løst S – riktig strategi	Resultat posttest L – riktig løst S – riktig strategi
1	ax=b	B1, C1	L, S (alg)	L, S (alg)
2	–a=-bx (Aplusix)	B2	S strukturfeil	L, S (alg) (+ feil løsning)
3	$\frac{a}{b}x = -\frac{c}{d}$ (Aplusix)	B3	-	S (riktig alg. Start)
4	–ax+b=0 (Aplusix)	B4	L, S (alg)	L, S (alg)
5	ax+b=-cx-d	B5, C4 (posttest)	L, S (alg)	L, S (alg)
6	ax-b=c	C2	L, S (alg)	L, S (alg)
7	$\frac{x-a}{b} = c$ (lærebok)	C3 (posttest C8)	S strukturfeil	S (alg) først riktig, så plutselig en uforståelig feil.
8	x-a=b (lærebok)	C5	L, S (alg)	-

Forbedring:
Strategi: bruker oftere algebraiske strategier i posttesten
Prestasjon:
- Pretest: 5
- Posttest: 5

Navn elev: Else

	Oppgavetype	Oppgavenr. i pre- og posttest	Resultat pretest L – riktig løst S – riktig strategi	Resultat posttest L – riktig løst S – riktig strategi
1	ax=b	B1, C1	L, S (alg)	L, S (alg)
2	–a=-bx (Aplusix)	B2	L, S (alg)	L, S (alg)
3	$\frac{a}{b}x = -\frac{c}{d}$ (Aplusix)	B3	-	-
4	–ax+b=0 (Aplusix)	B4	L, S (alg)	L, S (alg)
5	ax+b=-cx-d	B5, C4 (posttest)	L, S (alg)	L, S (alg)
6	ax-b=c	C2	L, S (alg)	L, S (alg)
7	$\frac{x-a}{b} = c$ (lærebok)	C3 (posttest C8)	S riktig i starten, men manglende strukturforståelse	-
8	x-a=b (lærebok)	C5	L, S (alg)	S feil overflytting

Forandring:
Strategi: algebraiske strategier for 6 av 8 oppgaver i pretesten, men for 5 av 8 oppgaver i posttesten.
Prestasjon:

- Pretest: 6
- Posttest 5

Navn elev: Freya

	Oppgavetype	**Oppgavenr. i pre- og posttest**	**Resultat pretest L – riktig løst S – riktig strategi**	**Resultat posttest L – riktig løst S – riktig strategi**
1	ax=b	B1, C1	L, S (aritm)	L, S (alg.)
2	–a=-bx (Aplusix)	B2	S (aritm) (ikke ferdig)	L, S (alg)
3	$\frac{a}{b}x = -\frac{c}{d}$ (Aplusix)	B3	-	-
4	–ax+b=0 (Aplusix)	B4	S (aritm) (minusfeil)	L, S (alg) delvis feilaktig strategi, og trinn
5	ax+b=-cx-d	B5, C4 (posttest)	-	B5: - feilaktig strategi C4: L, S (alg.+aritm)
6	ax-b=c	C2	- Feilaktiv overflytting, S (aritm)	L, S (alg.)
7	$\frac{x-a}{b} = c$ (lærebok)	C3 (posttest C8)	L, S (aritm)	L, S (alg)
8	x-a=b (lærebok)	C5	- - Feilaktiv overflytting, S (aritm)	L, S (alg.)

Forandring:
Strategi: forandring mot algebraiske strategier for alle prøvde oppgavetyper.
Prestasjon:
- Pretest: 2
- Posttest: 6

Navn elev: Helge

	Oppgavetype	**Oppgavenr. i pre- og posttest**	**Resultat pretest** **L – riktig løst** **S – riktig strategi**	**Resultat posttest** **L – riktig løst** **S – riktig strategi**
1	ax=b	B1, C1	L, S (aritm?)	L, S (alg.)
2	–a=-bx (Aplusix)	B2	-	L, S (alg)
3	$\frac{a}{b}x = -\frac{c}{d}$ (Aplusix)	B3	-	S utfører ikke samme operasjon på begge sider
4	–ax+b=0 (Aplusix)	B4	S (artim?), minusfeil	L, S (alg.)
5	ax+b=-cx-d	B5, C4 (posttest)	–	B5: L, S (alg) C4: S (alg) regnefeil
6	ax-b=c	C2	S (alg), regnefeil	L, S (alg)
7	$\frac{x-a}{b} = c$ (lærebok)	C3 (posttest C8)	-	-
8	x-a=b (lærebok)	C5	L, S (alg)	-

Forandring
Strategi: tydelig oftere algebraiske strategier i posttesten
Prestasjon:

- Pretest: 2
- Posttest: 5

Navn elev: Ida

	Oppgavetype	Oppgavenr. i pre- og posttest	Resultat pretest L – riktig løst S – riktig strategi	Resultat posttest L – riktig løst S – riktig strategi
1	ax=b	B1, C1	L, S (alg)	L, S (alg)
2	–a=-bx (Aplusix)	B2	L, S (alg)	L, S (alg)
3	$\frac{a}{b}x = -\frac{c}{d}$ (Aplusix)	B3	-	S strukturfeil
4	–ax+b=0 (Aplusix)	B4	L, S (alg)	L, S (alg)
5	ax+b=-cx-d	B5, C4 (posttest)	L, S (alg)	B5: L, S (alg) C4: S (alg) skrivefeil
6	ax-b=c	C2	L, S (alg)	L, S (alg)
7	$\frac{x-a}{b} = c$ (lærebok)	C3 (posttest C8)	L, S (alg)	-
8	x-a=b (lærebok)	C5	L, S (alg)	L, S (alg)

Forandring:
Strategi: algebraiske strategier i begge tester
Prestasjon:
- Pretest: 7
- Posttest: 6

Navn elev: Jan

	Oppgavetype	Oppgavenr. i pre- og posttest	Resultat pretest L – riktig løst S – riktig strategi	Resultat posttest L – riktig løst S – riktig strategi
1	ax=b	B1, C1	L, S (alg)	L, S (alg)
2	–a=-bx (Aplusix)	B2	S (alg) (minusfeil)	S (alg), regnefeil?
3	$\frac{a}{b}x = -\frac{c}{d}$ (Aplusix)	B3	-	-
4	–ax+b=0 (Aplusix)	B4	S (alg) (minusfeil)	S (alg) (minusfeil)
5	ax+b=-cx-d	B5, C4 (posttest)	S (begynnelsen riktig, men ikke samlet like ledd)	B4: S (alg) overflyttingsfeil, forkortingsfeil C4: samme feil
6	ax-b=c	C2	L, S (alg)	L, S (alg)
7	$\frac{x-a}{b} = c$ (lærebok)	C3 (posttest C8)	-	- strukturfeil
8	x-a=b (lærebok)	C5	L, S (alg)	-

Forandring:
Strategi: algebraiske strategier både i pre- og posttest, ingen forandring
Prestasjon:
- Pretest: 3
- Posttest: 2

Navn elev: Leif

	Oppgavetype	**Oppgavenr. i pre- og posttest**	**Resultat pretest L – riktig løst S – riktig strategi**	**Resultat posttest L – riktig løst S – riktig strategi**
1	ax=b	B1, C1	L, S (aritm) skriftl. Div.	L, S ikke synlig
2	–a=-bx (Aplusix)	B2	S (aritm) minusfeil	L, S ikke synlig
3	$\frac{a}{b}x=-\frac{c}{d}$ (Aplusix)	B3	S (aritm) regnerekker	S ikke synlig, skriver bare fasit
4	–ax+b=0 (Aplusix)	B4	-	S ikke synlig, skriver bare fasit
5	ax+b=-cx-d	B5, C4 (posttest)	-	B5: S riktig overflytting, C4: S (alg) minusfeil
6	ax-b=c	C2	L, S (aritm)	L, S ikke synlig
7	$\frac{x-a}{b}=c$ (lærebok)	C3 (posttest C8)	-	S ikke synlig
8	x-a=b (lærebok)	C5	L, S (aritm)	L, S ikke synlig

Forandring:
Strategi: i posttesten viser eleven ikke strategien.
Prestasjon:
- Pretest: 3
- Posttest: 4-5

Navn elev: Malin

	Oppgavetype	Oppgavenr. i pre- og posttest	Resultat pretest L – riktig løst S – riktig strategi	Resultat posttest L – riktig løst S – riktig strategi
1	ax=b	B1, C1	L, S ikke synlig	L, S (halv-alg)
2	–a=-bx (Aplusix)	B2	-	L, S (halv-alg)
3	$\frac{a}{b}x=-\frac{c}{d}$ (Aplusix)	B3	-	- (prøvd)
4	–ax+b=0 (Aplusix)	B4	S (ikke ferdig)	S (alg.) feilaktig overflytting
5	ax+b=-cx-d	B5, C4 (posttest)	S (ikke ferdig)	S begynnelsen riktig, minusfeil, ikke samlet ledd
6	ax-b=c	C2	L, S ikke synlig	L, S (halv-alg)
7	$\frac{x-a}{b}=c$ (lærebok)	C3 (posttest C8)	L, S ikke synlig	L, S (alg)
8	x-a=b (lærebok)	C5	L, S ikke synlig	L, S (alg)

Forandring:
Strategi: stor forandring i retning mot algebraiske strategier i posttesten
Prestasjon:

- Pretest: 4
- Posttest: 5

Navn elev: Mira

	Oppgavetype	Oppgavenr. i pre- og posttest	Resultat pretest L – riktig løst S – riktig strategi	Resultat posttest L – riktig løst S – riktig strategi
1	ax=b	B1, C1	L, S (intuitiv?)	L, S (alg)
2	–a=-bx (Aplusix)	B2	S ikke synlig	L, S (alg)
3	$\frac{a}{b}x = -\frac{c}{d}$ (Aplusix)	B3	-	-
4	–ax+b=0 (Aplusix)	B4	-	S (alg), nullfeil
5	ax+b=-cx-d	B5, C4 (posttest)	S delvis riktig, delvis grove strukturfeil	B5: S (alg), uvanlig skrivemåte, minusfeil C4: L, S (alg), uvanlig skrivemåte, minusforståelse
6	ax-b=c	C2	L, S (intuitiv?)	L, S (alg), uvanlig skrivemåte
7	$\frac{x-a}{b} = c$ (lærebok)	C3 (posttest C8)	-	-
8	x-a=b (lærebok)	C5	S feil overflytting	S (alg), riktig overflytting

Forandring:
Strategiforbedring i alle prøvde oppgaver!
Prestasjon:
- Pretest. 2
- Posttest: 5-6

Navn elev: Ottar

	Oppgavetype	**Oppgavenr. i pre- og posttest**	**Resultat pretest L – riktig løst S – riktig strategi**	**Resultat posttest L – riktig løst S – riktig strategi**
1	ax=b	B1, C1	L, S (alg.)	L, S (alg.
2	–a=-bx (Aplusix)	B2	L,S	L, S (alg)
3	$\frac{a}{b}x = -\frac{c}{d}$ (Aplusix)	B3	(S) delv. alg.	S (i begynnelsen alg) feil med brøkregning
4	–ax+b=0 (Aplusix)	B4	L,S	L, S (alg)
5	ax+b=-cx-d	B5, C4 (posttest)	L, S (alg.)	L, S (alg)
6	ax-b=c	C2	L, S (alg)	L, S (alg)
7	$\frac{x-a}{b} = c$ (lærebok)	C3 (posttest C8)	S (alg)	L, S (alg)
8	x-a=b (lærebok)	C5	L, S (alg)	L, S (alg)

Forandring:
Strategi: bruker oftere algebraiske strategier i posttesten
Prestasjon:
- Pretest: 6
- Posttest: 7

Navn elev: Paul

	Oppgavetype	**Oppgavenr. i pre- og posttest**	**Resultat pretest** **L – riktig løst** **S – riktig strategi**	**Resultat posttest** **L – riktig løst** **S – riktig strategi**
1	ax=b	B1, C1	L, S (aritm)	L, S (aritm)
2	–a=-bx (Aplusix)	B2	-	L, S (alg)
3	$\frac{a}{b}x = -\frac{c}{d}$ (Aplusix)	B3	-	S strukturfeil
4	–ax+b=0 (Aplusix)	B4	-	S (alg) minusfeil
5	ax+b=-cx-d	B5, C4 (posttest)	-	-
6	ax-b=c	C2	L, S (regnerekker)	L, S (alg?)
7	$\frac{x-a}{b} = c$ (lærebok)	C3 (posttest C8)	L, S (aritm)	S (aritm) strukturfeil
8	x-a=b (lærebok)	C5	L, S (alg?)	L, S (alg?)

Forandring:
Strategi: tydelig flere algebraiske strategier i posttesten
- Pretest: 4
- Posttest: 4

Navn elev: Siri

	Oppgavetype	**Oppgavenr. i pre- og posttest**	**Resultat pretest L – riktig løst S – riktig strategi**	**Resultat posttest L – riktig løst S – riktig strategi**
1	ax=b	B1, C1	L, S (aritm)	L, S ikke synlig, bare resultat
2	–a=-bx (Aplusix)	B2	Strukturfeil	S (alg?), minusfeil
3	$\frac{a}{b}x = -\frac{c}{d}$ (Aplusix)	B3	-	-
4	–ax+b=0 (Aplusix)	B4	L, S ikke synlig, minusfeil	S nullfeil
5	ax+b=-cx-d	B5, C4 (posttest)	-	B5: S (alg), regnefeil C4: L, S ikke synlig, bare resultat
6	ax-b=c	C2	L, S (aritm)	L, S ikke synlig, bare resultat
7	$\frac{x-a}{b} = c$ (lærebok)	C3 (posttest C8)	S (aritm), regnefeil	L, S ikke synlig, bare resultat
8	x-a=b (lærebok)	C5	L, S (aritm)	L, S ikke synlig, bare resultat

Forandring:
Viser ingen strategi
Prestasjon:

- Prestest: 4
- Posttest: 5

Navn: Stian

	Oppgavetype	Oppgavenr. i pre- og posttest	Resultat pretest L – riktig løst S – riktig strategi	Resultat posttest L – riktig løst S – riktig strategi
1	ax=b	B1, C1	L, S (aritm)	L, S (alg)
2	–a=-bx (Aplusix)	B2	-	-
3	$\frac{a}{b}x = -\frac{c}{d}$ (Aplusix)	B3	-	-
4	–ax+b=0 (Aplusix)	B4	-	L, S (alg),
5	ax+b=-cx-d	B5, C4 (posttest)	L, S (alg)	-
6	ax-b=c	C2	L, S (alg.)	L, S (alg)
7	$\frac{x-a}{b} = c$ (lærebok)	C3 (posttest C8)	-	L, S ikke synlig
8	x-a=b (lærebok)	C5	-	L, S (alg.)

Forandring:
Strategiforbedring for 3 oppgavetyper.
Prestasjon
- Pretest: 3
- Posttest: 5

Vedlegg 10: Kvantitativ og kvalitativ analyse av Aplusix-data: 13 elever

Som beskrevet i 5.6.2 er analysene strukturerte på følgende mate:

- Sammendrag av resultat fra papirtestene
- Sammendrag av statistiske Aplusix-data (antall oppgaver, antall ekvivalente steg i gjennomsnitt for hver øvelsessekvens i Aplusix)
- Ekvivalensforståelse:
- Strategi/feil
- Elevenes bruk av programmet i forhold til programmets funksjoner, antall ekvivalente steg, tilbakemelding, svakheter med programmet, osv..

Jeg bruker en alfabetisk rekkefølge for analysene:
Anne, Else, Freya, Helge, Ida, Jan, Leif, Malin, Mira, Ottar, Paul, Siri, Stian

Navn: Anne

Oversikt over papirtestene og Aplusix-aktivitetene

<table>
<tr><th>Kort beskrivelse av papirtesten</th><th colspan="4">Generell beskrivelse av protokollene</th></tr>
<tr><td rowspan="6">Diagnostisk del:
I pretesten godtar hun regnerekker, i posttesten er hun sikker på at dette ikke er riktig. Verbalt uttrykker hun relasjonell forståelse av likhetstegnet i begge testene.
Oppgavedel: God prestasjon og algebraiske strategier i begge testene.</td><td colspan="2">Øvelse</td><td>Test</td><td>Selvkorrigering</td></tr>
<tr><td colspan="2">35</td><td>29</td><td>5</td></tr>
<tr><td>Dag 1</td><td colspan="3">1.øvelse (ser bare på 1 D1-oppgave)
2.øvelse (10 D1, gjennomsnitt ekvivalent steg. 2,5)</td></tr>
<tr><td>Dag 2</td><td colspan="3">1. øvelse (4 D1, gj.sn. 4,25 steg)
1. test (1 D1, bare sett på)
2. test (4 D1, gj.sn. ekv. steg 1,25)
2. øvelse (bare sett på 1 oppg)
3. test (13 D1, gj.sn.ekv.steg 2,1)
1. selfkorrigering (3 oppg., gj.sn. ekv. 2,7).</td></tr>
<tr><td>Dag 3</td><td colspan="3">1. øvelse (1D2, 4 ekv.steg)
1. test (11 D1, gj.sn.ekv.steg 2,8, ikke-ekv. steg 0)
1. selfkorrigering (2 oppg., gj.sn. 3,5)
2. øvelse (1 D2, 1 ekv.steg)</td></tr>
<tr><td>Dag 4</td><td colspan="3">1. øvelse (9 D2, gj.sn. 3,0 ekv.)</td></tr>
</table>

Eleven jobber mye med D1-oppgaver (type 1, 2, 4, 6, 8). På 3. dag prøver hun 2 D2-oppgaver. Først på 4. dag regner hun flere D2-oppgaver (type 3, 5).

1. Ekvivalens

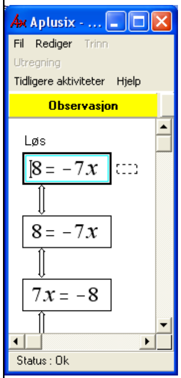
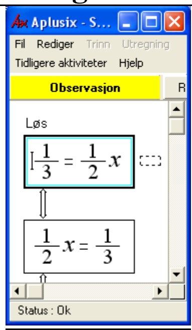
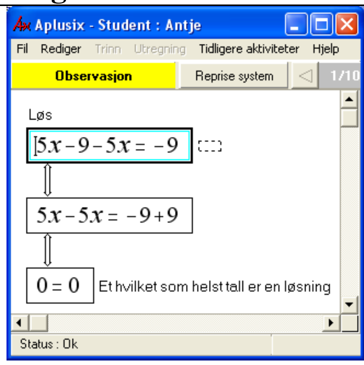
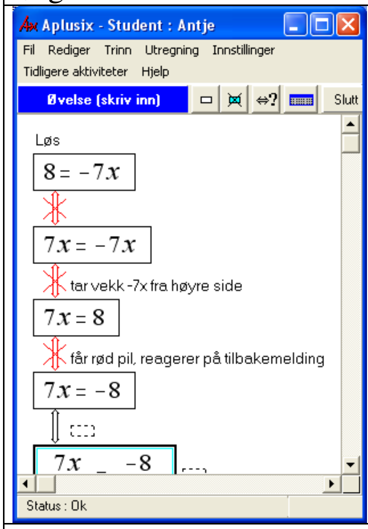
1.1 Pretest/ Posttest:

I *pretesten* viser hun litt usikkerhet i forståelsen av likhetstegnet. Verbalt uttrykker hun en relasjonell forståelse av likhetstegnet *(”at stykket til venstre tilsvarer stykket til høyre*”). Men i oppgaver godtar hun regnerekker.

I *posttesten* er hun sikker på at regnerekker ikke er riktige. Både i symbolsk (oppgave 1) og verbal betydning (oppgave 4) viser hun en relasjonell forståelse.

1.2a) Aplusix-protokoller:

Eksemplene nedenfor viser progresjonen for ekvivalensforståelsen.

1. –3. dag	**4. dag**	**4. dag**
		
På 1. –3. dag flytter hun over tall og variablen. Hun viser *ikke symmetrisk ekvivalensforståelse*. Replay-videoen viser følgende:	På 4. bytter hun sidene. Hun anvender *symmetrisk ekvivalensforståelse*. Dette viser en progresjon.	Hun ser relasjon i oppgavene.
		
Eleven flytter først over –7x, deretter 8. Hun skifter ikke fortegnet og får tilbakemelding om ikke-ekvivalens fra Aplusix. Hun reagerer med å skrive inn minustegnet. Dette viser tydelig at eleven flytter over og skifter fortegn. Hun bruker *ikke symmetrisk ekvivalensforståelse*.		

1.2b) Antall ekvivalente steg i testen (i gjennomsnitt)
D1-oppgaver: 2. dag: 1,25 ekv. steg.
3. dag: gj sn. 2,8 ekv. steg.
Det er en tydelig økning av antall ekvivalente steg.

1.2c) Antall ekvivalente steg i øvelsene
D1-oppgaver: 1. dag: 2,6 ekv. steg
2. dag: 4,25 ekv. steg
D2-oppgaver: 3. dag: 4 ekv. steg (bare 1 oppgave)
4. dag: 2,3 ekv. steg

For D1-oppgaver viser hun en tydelig økning av antall ekvivalente steg fra første til andre dag. For D2-oppgaver kan jeg på grunn av for få oppgaver ikke avgjøre om det er en forandring av antall steg.

2. Strategi/feil

2.1. Pretest/ posttest:
For nesten alle oppgavetyper, utenom brøkoppgaver (type 3 og 7) og oppgavetype 2, bruker eleven algebraiske strategier, både i pre- og posttesten.

I pretesten viser oppgavetype 2 en **strukturfeil**. Denne feilen dukker ikke lenger opp i posttesten.

Pretest	Posttest
2. $-4 = -6x$ $-4 = -6x$ $-x = -6+4$ $-x = -2$ $x = -2$	2. $-3 = -7x$ $7x = 3$ $\frac{\cancel{7}x}{\cancel{7}} = \frac{3}{7}$ $x = \frac{3}{7}$
Sannsynligvis ser eleven ”–6x” som ”-6+x” og flytter over tallene og variablen. Det siste steget tyder på problemer med den didaktiske variablen *minus*. Anne oppfatter ikke at ”–x” betyr ”-1·x”, men later som om minustegnet foran x ikke sto der.	I posttesten forstår eleven strukturen og løser oppgaven på en algebraisk måte.

Den didaktiske variablen minus

Et eksempel fra *posttesten*:

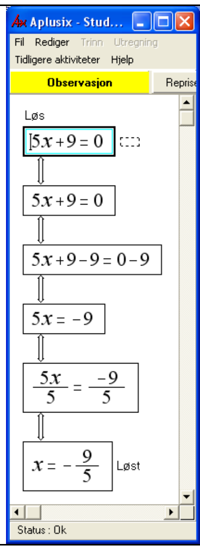
En annen oppgave fra posttesten viser at hun ikke har forbedret sin forståelse for minustall og minuskoeffisienter.	$-3x + 9 = 0$ $-3x = 0 - 9$ $\frac{-\cancel{3}x}{\cancel{3}} = \frac{-9}{3}$ $-x = -3$ $x = 3$

Den didaktiske variablen brøk
I pretesten omgjør hun brøk til desimaltall. Dessuten bruker hun ikke algebraiske strategier. I posttesten derimot bruker hun algebraiske strategier. Desimaltall dukker ikke lenger opp i sammenheng med brøkoppgaver. Likevel har hun fortsatt noen problemer, noe som følgende eksempler viser.

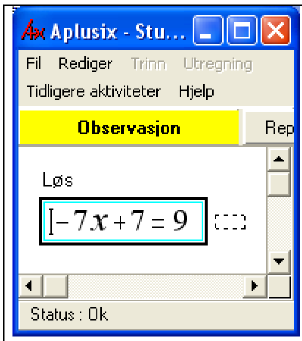
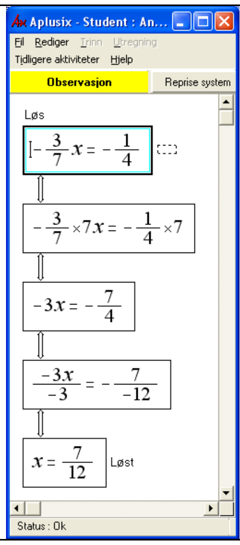
Oppgavetype 3	**Oppgavetype 7**
3. $\frac{4}{7}x = -\frac{6}{13}$ $\frac{4}{\cancel{7}}x \cdot \cancel{7} = -\frac{6}{13} \cdot 7$ $4x = -\frac{42}{13}$	3. $\frac{x-5}{7} = 4$ $\frac{x-5}{\cancel{7}} \cdot \cancel{7} = 4 \cdot 7$ $x-5 = 28$ $x-5+5 = 28+5$ $\frac{-4x}{\cancel{4}} = \frac{33}{4}$ $-x = \frac{33}{4} = x = \frac{-33}{4}$
Hun bruker en algebraisk strategi på riktig måte, men fullfører ikke oppgaven.	Hun begynner på en algebraisk måte og viser god forståelse for oppgavestrukturen. På fjerde linje dividerer hun på fire. Det er ikke mulig for meg å finne hva hun tenker. På tross av fortsatt stor usikkerhet viser oppgaven likevel at hun har forstått noe vesentlig.

2.2. Aplusix-protokoller
Jeg presenterer typiske eksempler og tar med replay-videoen der det er nyttig til støtte.

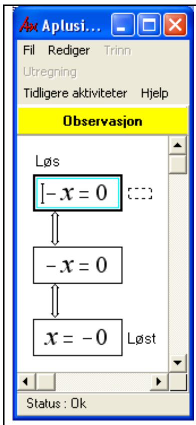
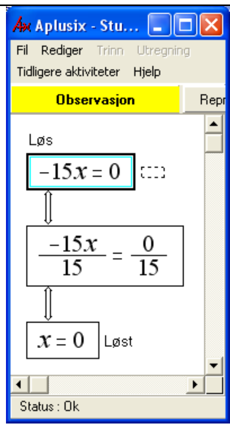
Oppgavestruktur

1. dag øvelse D1 Eleven utfører alle operasjoner på en algebraisk måte og i riktig rekkefølge.	

Den didaktiske variable negativ tall/koeffisient

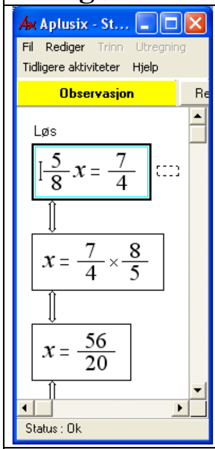
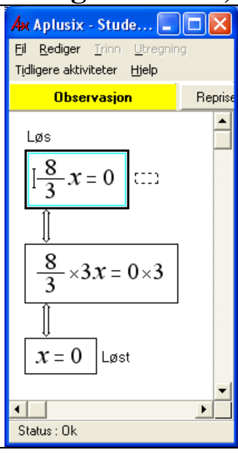
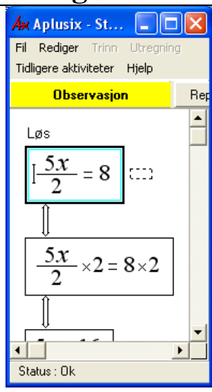
<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>2. dag øvelse D1
Anne løser 12 D1-oppgaver, enten med negativ koeffisient eller med flere nødvendige operasjoner men pos. koeffisient). Den 13. oppgaven, se oppe, prøver eleven ikke å løse. Den har både negativ koeffisient og gjør flere operasjoner nødvendig. Virker det forvirrende for Anne?</td>
<td>4. dag øvelse D2
De siste 3 steg viser riktig anvendelse av regnereglene for minustall.</td>
</tr>
</table>

Den didaktiske variablen null

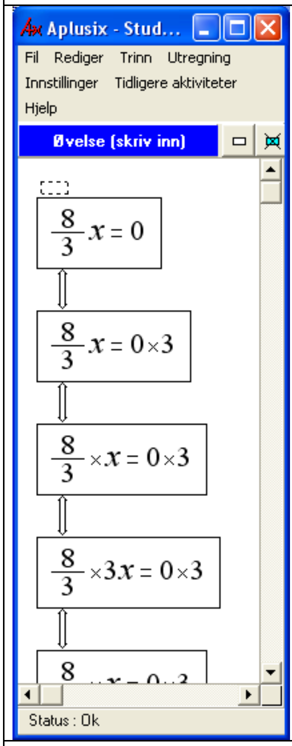
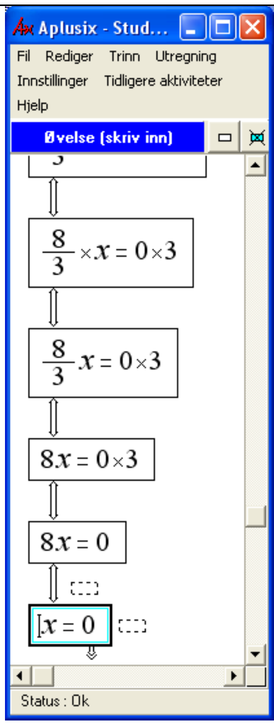
<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>2. dag øvelse D1
Minus foran null tyder på en feilaktig tallforståelse for nulltallet.</td>
<td>3. dag øvelse D1
Hun bruker ikke lenger minustegnet foran nulltallet Dette viser en progresjon i løpet av perioden.</td>
</tr>
</table>

Den didaktiske variablen brøk

Følgende eksempler viser Annes' ulike strategier.

<table>
<tr><th>3. dag øvelse D2</th><th>4. dag øvelse D2, oppg. 2</th><th>4. dag øvelse D2, oppg. 5</th></tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>Eleven bruker en riktig strategi, men utelater å skrive at hun gjør det samme på begge sidene. Denne strategien kan man tyde som aritmetisk.</td>
<td>Eleven bruker en algebraisk strategi. Aplusix viser ekvivalente steg. Det er "riktig" å gjøre det slik, men å multiplisere med 3x er ikke helt logisk.</td>
<td>Oppgavens skrivemåte (x i telleren) hjelper eleven til å bruke en mer logisk strategi.</td>
</tr>
<tr>
<td>Replay-video: Anne begynner med å duplisere uttrykket. Så merker hun koeffisienten, deretter brøktallet, tar vekk en del av uttrykket, skriver det samme inn på nytt, går tilbake osv. Hun bruker 25 sekunder til fram- og tilbake-aksjonene. Dette viser stor usikkerhet. Deretter begynner hun på nytt, dupliserer og tar vekk koeffisienten. Hun skriver: $x=\frac{7}{4}\cdot\frac{8}{5}$ og får ekvivalenstegn. Det er signalet for å starte et nytt steg. Hun merker alt på høyre side, sletter og skriver $\frac{56}{20}$. Hun får ekvivalenstegn og dupliserer. I det følgende korter hun ned ved å dele på 2 flere ganger.
Eleven er veldig usikkert i begynnelsen, men finner den riktige strategien etterhvert.</td>
<td>Replay-videoen viser en uvanlig strategi.
Etterlignet video med forklaringer se nedenfor.</td>
<td>Replay-videoen viser ikke mye mer enn protokollen. Etter 8 sekunder har eleven kommet fram til andre steget og fortsetter med algebraiske strategier. Grunnen til en sikker framgangsmåte kan ligge i at oppgaven er skrevet litt annerledes og i tillegg mangler den didaktiske variablen null..</td>
</tr>
</table>

Replay-video: 4. dag øvelse D2, oppg. 2

1. del	2. del
	
Programmet reagerer ikke på andre steget fordi uttrykket likevel er ekvivalent. I tredje steget gjør eleven tydelig at det står et multiplikasjonstegn mellom koeffisienten og variablen. Først i 4. steget utfører hun samme operasjon som hun utførte på høyre side (multiplikasjon med 3). Fortsatt er det ekvivalenstegn. Fortsettelsen til høyre.	Eleven tar vekk igjen 3-tallet. Det forandrer ikke noe på ekvivalensen. Hvorfor hun også tar vekk 3-tallet i nevneren, er uklart. Strategien virker ikke logisk, siden hun holder fast på 3-tallet på høyre side. Eller har hun sett at hun kan korte vekk 3-tallet, og har bare ikke utført dette samtidig?

I posttesten bruker hun samme strategi som i den siste oppgaven, uansett skrivemåte av brøken. I løpet av eksperimentperioden forandrer eleven strategien fra en overveiende aritmetisk til en algebraisk strategi.

3. Bruk av programmet

3.1 Bruk av øvelse-, test- og selfrettingsfunksjonen.

Eleven anvender selvrettingsfunksjonen og retter dermed opp noen feil fra testene.

3.2 Ekvivalente steg:

I løpet av Aplusix-perioden øker Anne antall ekvivalente steg tydelig.
Det betyr at hun bruker programmets fordeler, dvs. produserer mange ekvivalente steg. Dette virker målrettet og meningsfult, ikke bare som anvendt prosedyrekunnskap.

3.3 Tilbakemelding:
Replay-videoene viser at eleven reagerte på ikke-ekvivalens-tilbakemeldinger fra programmet med å rette opp feilen. I de fleste tilfeller hadde Anne nok forkunnskap til å kunne rette opp feilene målrettet.

3.4 Svakhet med programmet
Ved multiplikasjon med null er alle steg ekvivalente. Eleven får positiv tilbakemelding til tross for ikke logisk strategi (se under beskrivelse av brøkoppgaver).

4. Kort sammendrag for denne eleven
På slutten av Aplusix-perioden viser Anne god strukturforståelse for ligningsoppgaver.
Hun brukte alle tre funksjonsmodi av programmet. På grunn av forkunnskapen sin kunne hun ha god nytte av tilbakemeldinger. Det virker slik at tilbakemeldingene har hjulpet henne til å bruke mer algebraiske strategier.

Navn: Else

Oversikt over papirtestene og Aplusix-aktivitetene

<table>
<tr><th>Kort beskrivelse av papirtesten</th><th colspan="4">Generell beskrivelse av protokollene</th></tr>
<tr><td rowspan="7">Eleven viser relasjonell forståelse for likhetstegnet i begge typer diagnostiske oppgaver, i begge testene. Hun behersker regneprioritetsreglene og forstår oppgavestrukturer. Eleven bruker riktige algebraiske strategier i begge testene for alle typer oppgaver, unntatt brøkoppgaver. Brøkoppgaven fra Aplusix (type 3) gjør hun ikke i testene. Brøkoppgavene fra læreboken (type 7) prøver hun i pretesten (feil strategi), men ikke i posttesten.</td><td colspan="2">Øvelse</td><td>Test</td><td>Selvkorrigering</td></tr>
<tr><td colspan="2">25</td><td>25</td><td>3</td></tr>
<tr><td>Dag 1</td><td colspan="3">1 øvelse (11D1 gj.sn. 2,5), progresjon i løpet av oppgavene</td></tr>
<tr><td>Dag 2</td><td colspan="3">1. øvelse (1 D1, bare sett på)
2. øvelse (7D1, gj.sn. 2,5)
3. øvelse (1 D1, bare sett på)
1.test (13 D1, gj.sn.2,5)
1 selfkorrigering (3 D1)
4.øvelse (1 D2, 3 steg)
5. og 6. øvelse (1 D2, bare sett på)
7.øvelse (1 D2, prøvd)
2.test (12 D1, gj.sn. 2,5)</td></tr>
<tr><td>Dag 3</td><td colspan="3">fravær</td></tr>
<tr><td>Dag 4</td><td colspan="3">fravær</td></tr>
</table>

1. Ekvivalens

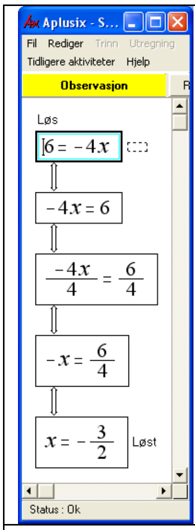
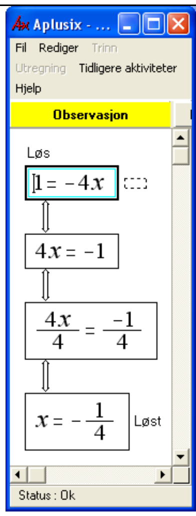
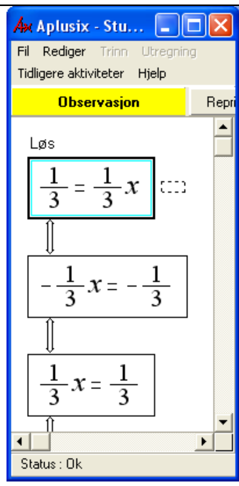
1.1 Pretest/ Posttest

Symmetrisk ekvivalens for oppgavetype 2

Pretest: Eleven flytter over (eller snur hun oppgaven og multipliserer med ”-1”?) Hun korter ikke ned brøken, men bruker lommerekneren for å regne ut desimalbrøken.	I **posttesten** bruker hun samme strategi i begynnelsen, men lar resultatet stå som brøk.
-4 = -6x $\frac{6x}{6} = \frac{4}{6}$ $x = \underline{\underline{0{,}66}}$	**-3 = -7x** $\frac{7x}{7} = \frac{3}{7}$ $x = \frac{3}{7}$ =

1.2a) Aplusix-protokoller

Symmetrisk ekvivalensforståelse og anvendelse (i kronologisk rekkefølge)

		
1. dag, øvelse D1: I første steget bruker eleven symmetrisk ekvivalens, dvs. snur på oppgaven. Hun deler på et positivt tall på begge sider og står igjen med "-x". Multiplikasjon med –1 på slutten.	**2. dag, test D1** Eleven bruker ikke symmetrisk ekvivalens, men overflytting med skifting av fortegn. Hun får en positiv koeffisient foran "x" og trenger ikke å multiplisere på –1 på slutten. Bruker hun denne strategien bevisst? Replay-videoen vil gi nøyere informasjon om hva eleven virkelig har gjort.	**2. dag, øvelse D2** Eleven flytter over og får et uttrykk med negative tall og koeffisient. Hvorfor bruker hun ikke symmetrisk ekvivalens her?
Replay- funksjonen viser at eleven bruker symmetrisk ekvivalens målbevisst og rask.	**Replay:** Hun utfører bare regneoperasjonene som vises i protokollen. Jeg kan ikke finne ut hvorfor hun bruker denne strategien, men det virker som om hun bruker strategien bevisst.	**Replay-funksjonen** gir ikke mer forklaring

Første eksemplet viser en anvendelse av symmetrisk ekvivalensforståelse. I dette tilfellet fører det til en negativ koeffisient foran x-variablen som krever multiplikasjon med –1 senere. Andre eksemplet viser en forenkling. Ved å flytte over og skifte fortegnet forsvinner minustegnet foran x-uttrykket og regningen blir enklere. Tredje eksemplet viser overflytting, som ikke er meningsfullt her (produserer negative koeffisienter og tall). Det tyder på at hun ikke bruker ekvivalens eller overflytting på en hensiktsfull måte. Forståelsen virker litt skjør.

1.2b) Antall ekvivalente steg i testen (i gjennomsnitt)

D1-oppgaver: på 2. dag:gjennomsnitt 2,5 steg

Fordi eleven bare gjennomførte én test, kan jeg ikke vurdere en økning i ekvivalente steg.

1.2c) Antall ekvivalente steg i øvelsene (i gjennomsnitt)

D1-oppgaver: 1. og 2.dag: gjennomsnitt 2,5 steg

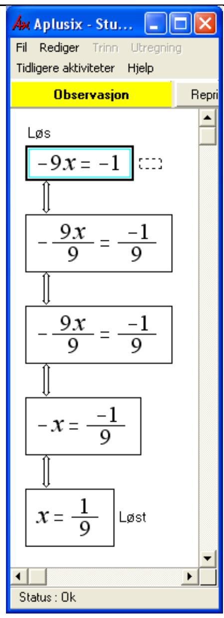
I løpet av de første 12 øvelsesoppgaver økte eleven antall steg fra 1 til 3 og 4 steg.

2. Strategi/feil

2.1. Pretest/ posttest
Unntatt for brøkoppgaver bruker hun riktige algebraiske strategier i alle typer oppgaver. Riktig løsning av diagnostisk oppgave A3 (regneprioriteter) tyder på at hun forstår algebraiske oppgavestrukturer.

2.2. Aplusix-protokoller
Jeg presenterer typiske eksempler og tar med replay-videoen, der det er nyttig til støtte.

Protokollene viser tilsynelatende ingen problemer med oppgavestrukturen, de didaktiske variabler minus, x-variabler og null. Men replay-funksjonen dekker opp litt usikkerhet i begynnelsen.

<table>
<tr><td>1. dag, øvelse
Protokollen viser riktig løsning av likningen.</td><td rowspan="2">
</td></tr>
<tr><td>Replay-funksjonen avslører at hun bruker 27 sekunder på prøving og feiling før hun finner den riktige strategien.
Det er en tydelig usikkerhet på første dag.
I tillegg blir det synlig at hun vil bruke reknerekker. Programmet gir tilbakemelding med blå pil. Eleven reagerer raskt ved å ta bort rekken.</td></tr>
<tr><td colspan="2">1.dag, test
Etter øvelsesoppgavene utfører Else en test. En lignende oppgave løser hun målbevisst og rett.</td></tr>
</table>

I begynnelsen bruker Else litt tid på prøving og feiling. Men det viser seg at hun lærer raskt og anvender riktige algebraiske strategier i de etterfølgende oppgavene.

Den didaktiske variablen brøk
Eleven prøver seg på to brøkoppgaver. To andre slike oppgaver ser hun bare på. Ingen feilstrategi er synlig. At hun ikke fullfører en av de to oppgavene, viser usikkerhet.
Siden brøkoppgaver ikke tar mye plass hos denne eleven, skal jeg ikke gå dypere inn på det.

3. Bruk av programmet

3.1 Bruk av øvelses-, test- og selvrettingsfunksjonen

Else bruker all tre funksjoner. Hun var bare tilstede på to dager. Dette forklarer hvorfor hun bare regnet relativt få oppgaver. Hun gjennomførte selvretting bare for én av de to testene hun absolverte.

3.2 Ekvivalente steg

En økning ser jeg bare i løpet av den første øvelsen (12 D1-oppgaver). Ellers er ingen økning i antall ekvivalente steg synlig.

3.3 Tilbakemelding

Hun bruker programmets tilbakemeldinger aktivt og lærer raskt. Blå signal for operasjoner som ikke er lovlig (f.eks. regnerekker) gir en sterk og varig reaksjon.

4. Kort sammendrag for denne eleven

Papirtestene viser god forståelse for ekvivalens og bruk av algebraiske strategier i begge testene. I pretesten skriver hun resultatet som desimalbrøk, i posttesten aksepterer hun brøk som resultat. Aplusix har hjulpet for at hun aksepterer brøk som løsning. (Elevene er vant med å skrive resultatet som desimalbrøk).
Protokollene viser god algebraisk strukturforståelse for oppgavetypene fra D1-område. Det viser også papirtestene. Hun prøver ikke mange D2-oppgaver. Etter to forsøk tar eleven heller sin andre D1-test som hun greier uten problem. I begge papirtestene prøver hun heller ikke brøkoppgaven av type 3. Brøkoppgaven av type 7 prøver hun i pretesten (feil strategi), men ikke i posttesten. Har Aplusix-brøkoppgavene, som er av en annen type enn lærebokoppgavene, skapt forvirring?
Det er uklart hvorfor eleven i begynnelsen av øvelsene med Aplusix bruker ekvivalens på en symmetrisk måte (snur oppgaven, f.eks. 6=-4x blir til –4x=6), men etterhvert går over til å bruke overflyttingsmetoden (samme eksempel blir da 4x=6). I posttesten virker det sannsynlig at hun bruker overflyttingstrategien (se eksempel oppe: -3=-7x blir til 7x=3). Er det programmet, innspill fra medelever eller lærer som har påvirket denne utviklingen?

Dessverre var hun ikke tilstede på tredje og fjerde dag.

Navn: Freya

Oversikt over papirtestene og Aplusix-aktivitetene

<table>
<tr><th>Kort beskrivelse av papirtesten</th><th colspan="4">Generell beskrivelse av protokollene</th></tr>
<tr><td rowspan="6">I pretest både verbalt og symbolsk ikke relasjonell forståelse av likhetstegnet.
Regnerekker oppfattes som riktig.
I posttest er ikke regnerekker lenger akseptert. Verbalt uttrykker hun ”er det same som”, en relasjonell forståelse.
Oppgavene i testene viser en stor forandring, fra nesten gjennomgående aritmetiske strategier i pretesten til gjennomgående algebraiske strategier i posttesten.</td><td colspan="2">Øvelse</td><td>Test</td><td>Selvkorrigering</td></tr>
<tr><td colspan="2">70</td><td>31</td><td>0</td></tr>
<tr><td>Dag 1</td><td colspan="3">1. øvelse (10 D1)
2. øvelse (7 D3)</td></tr>
<tr><td>Dag 2</td><td colspan="3">1. øvelse (bare sett på)
2. øvelse (13 D1)
1. test (5D1)
3. øvelse (bare sett på)
4. øvelse (A1)
5. øvelse (A3)
2. test (10 A3)
6. øvelse (6 D1)</td></tr>
<tr><td>Dag 3</td><td colspan="3">1. øvelse (1 D3)
1. test (13 D1)
2. øvelse (1 D3)
3. øvelse (13 D1)</td></tr>
<tr><td>Dag 4</td><td colspan="3">1. øvelse (13 D1)
1. test (13 D1)
2.øvelse (1 A1)
3.øvelse (4 D1)
4.øvelse (2 D1)</td></tr>
</table>

Freya regner stort sett D1-oppgaver. Hun regner ikke D2 (brøkoppgaver), men oppgaver fra område A som ikke var krav fra disse timene.

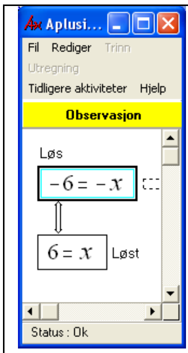
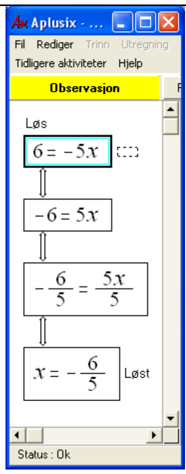
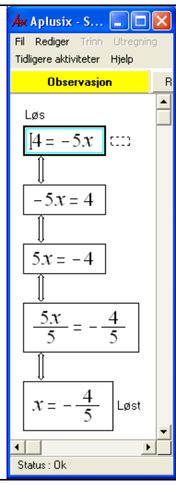
1. Ekvivalens

1.1 Pretest/ Posttest:

<table>
<tr><th colspan="2">Pretest</th><th colspan="2">Posttest</th></tr>
<tr><td>-4 = -6x
$-6x : 6 = -x.$
$-4 : 6 = -0,6.$
$-x = -0,6$</td><td>Aritmetiske strategi: eleven dividerer først høyre side på 6, deretter venstre side.</td><td>-3 = -7x
$-7x = -3$
$7x = 3$
$\frac{7x}{7} = \frac{3}{7}$
$x = \frac{3}{7}$</td><td>Hun viser god symmetrisk ekvivalensforståelse og bruker algebraiske strategier.</td></tr>
</table>

Freya viser ekvivalensforståelse i posttesten og har tydelig forandret løsningsstrategien fra aritmetisk til algebraisk.

1.2a) Aplusix-protokoller

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>3.dag test D1
Hun multipliserer med –1,men snur ikke oppgaven.</td>
<td>3.dag test D1
Først multipliserer hun med –1 for at minusfortegn foran x-uttrykket skal forsvinne.
Deretter dividerer hun på like tall på begge sider og snur utrykket.</td>
<td>4.dag øvelse D1
Først snur hun oppgaven.
Deretter multipliserer hun med –1.
Til slutt dividerer hun på like tall på begge sider.</td>
</tr>
</table>

Strategien fra den fjerde dagen bruker eleven i alle lignende oppgaver senere.

1.2b) Antall ekvivalente i testen (i gjennomsnitt)

D1-oppgaver: 2. dag 1,8 ekvivalente steg
3. dag 3,0 steg
4. dag 3,2 steg
Det er en tydelig økning i antall ekvivalente steg i testoppgaver.

1.2c) Antall ekvivalente steg i øvelsene (i gjennomsnitt)

D1-oppgaver: 1. dag 1,6 ekvivalente steg
2. dag: 1,4 og 1,8 steg
3. dag: 3,5 steg
4. dag: 3,5 steg
Også i øvelsene øker eleven antall ekvivalente steg vesentlig.

2. Strategi/feil

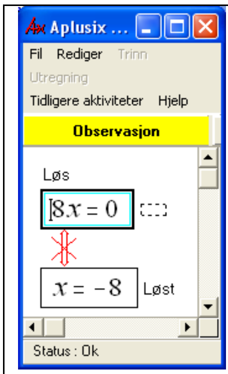
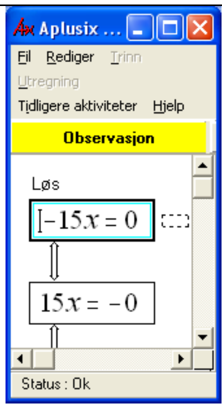
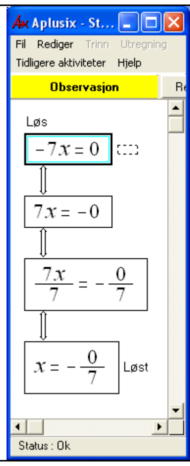
2.1. Pretest/ posttest

Freya viser en stor forbedring fra bare å bruke aritmetiske strategier i pretesten til nesten utelukkende å bruke algebraiske strategier i posttesten, se eksempel under 1.1.

2.2. Aplusix-protokoller

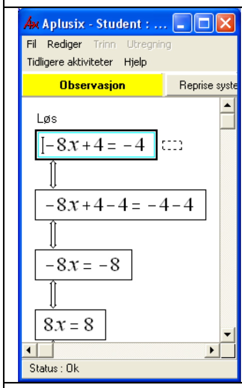
Jeg presenterer typiske eksempler og tar med replay-videoen, der det er nyttig til støtte.

Den didaktiske variable null

		
3.dag test D1 **Hun flytter over 8-tallet.** Denne feilen gjorde hun ikke når det ikke sto null på høyre side. Nulltallet gjør eleven usikker.	3. dag øvelse D1 Hun utfører en riktig operasjon, men glemmer at nulltallet verken er positivt eller negativt. Forståelse for nulltallet er ikke helt trygg.	4.dag test Eleven fullfører ikke oppgaven. Også her viser hun usikkerhet ved regning med nulltallet.

Den didaktiske variable minus/-1

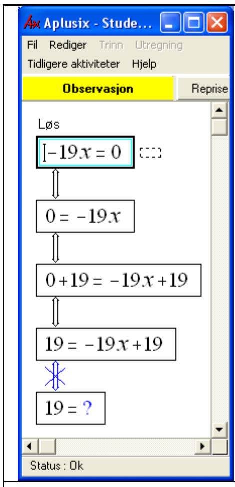
a) Negativ koeffisient

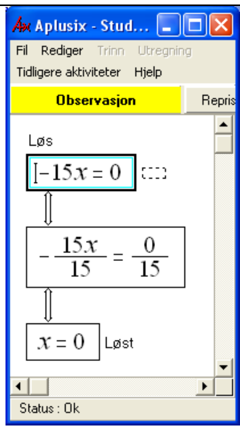
Protokoll	**Posttest**
	**-3x + 9 = 0** $-3x+9=0$ $3x-9=0$ $\frac{3x}{3}-\frac{9}{3}=0$ $x-3=0$ $x+3=3$ $x=3$
4. dag, øvelse D1 1. Flytter over tall til høyre side. 2. Multipliserer med –1. 3. Fortsetter deretter på en algebraisk måte.	Hun deler hele uttrykket på –1, deretter deler hun på tre, men ikke på høyre side (vet hun at dette er null?) Fjerde til femte steget er ikke ekvivalent. Hun adderer 3 på begge sider, men utelater å skrive –3+3 på venstre side.

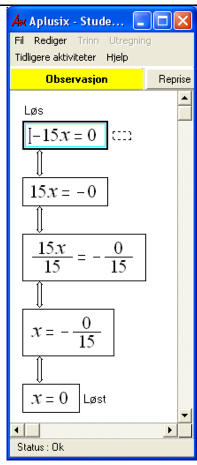
Denne strategien, som er vist i Aplusix-protokollen, øvde hun på mange oppgaver. Likevel anvender hun ikke denne strategien i posttesten.

b) Negativ koeffisient og nulltallet

Følgende eksempler viser elevenes progresjon på en tydelig måte.







1. dag øvelse D1	2. dag øvelse D1	3. dag øvelse D1
Eleven forstår ikke oppgavestrukturen	2 ekvivalente trinn. 1. divisjon på begge sider, 2. korting av brøk og multiplikasjon med –1 i ett.	4 ekvivalente trinn. 1.multiplikasjon med –1 2.divisjon på begge sider 3.korting av venstre brøk 4. utregning av høyre brøk

Fra første til tredje eksempel går eleven gjennom en stor utvikling. I tredje eksempel utnytter hun programmets fordeler ved å lage mange ekvivalente steg. I alle lignende oppgaver senere anvender hun denne strategien.

3. Bruk av programmet

3.1 Bruk av øvelses-, test- og selvrettingsfunksjonen.

Freya regner mange øvelsesoppgaver i D1-modus og gjennomfører noen tester. Hun bruker ikke selvrettingsfunksjonen.

3.2 Ekvivalente steg:

I begynnelsen bruker Freya få ekvivalente steg. Strategien blir da ikke synlig fra protokollene. Replay-videoen viser at hun går målrettet fram, uten mellomsteg. Hun bruker oppskriften som hun har lært, helt skolemessig.
Etter hvert bruker eleven svært mange steg, også helt på slutten av eksperimentperioden. Hun øver på svært mange D1-oppgaver og løsningsprosessen på slutten virker å være en ren automasjon.

3.3 Tilbakemelding:

Eleven reagerer på tilbakemeldinger ved å opprette feilen og forandre strategien som ikke var rett.

4. Kort sammendrag for denne eleven

Papirtestene viser en stor progresjon fra en operasjonell forståelse av likhetstegnet og aritmetiske strategier i pretesten til en relasjonell forståelse og algebraiske strategier i posttesten.
Hun bruker etter hvert svært mange ekvivalente steg og bruker på denne måten programmets fordeler. Elevens arbeidsmåte virker sterkt prosedyreorientert.

Navn: Helge

Oversikt over papirtestene og Aplusix-aktivitetene

<table>
<tr><th>Kort beskrivelse av papirtesten</th><th colspan="3">Generell beskrivelse av protokollene</th></tr>
<tr><td rowspan="6">Diagnostisk del: Helge viser en progresjon fra en operasjonell til en relasjonell forståelse av likhetsttegnet.
I pretesten godtar han regnerekker, i posttesten er han sikkert på at dette ikke er riktig.
Oppgavedel: I posttesten løser han flere oppgaver med algebraiske strategier enn i pretesten.</td><td>Øvelse</td><td>Test</td><td>Selvkorrigering</td></tr>
<tr><td>122</td><td>47</td><td>0</td></tr>
<tr><td>Dag 1</td><td colspan="2">1. øvelse (2 D1)
2. øvelse (1 D4 (bare sett på))
3. øvelse (11 D1, gjennomsnitt ekvivalente steg 2,3)</td></tr>
<tr><td>Dag 2</td><td colspan="2">1. øvelse (13 D1, gj.sn. 2,8)
1. test (13 D1, gj.sn. 3,1)
2. øvelse (1 D2, bare sett på)
2. test (11 D1, gj.sn. 2,7)</td></tr>
<tr><td>Dag 3</td><td colspan="2">1. øvelse (12 D2, gj.sn. 1,9)
1. test (13 D1, gj.sn. 2,3)
2. øvelse (12 D2, gj.sn. 2,3)
3. øvesle (9 D2, gj.sn. 2,3)</td></tr>
<tr><td>Dag 4</td><td colspan="2">1. øvelse (12 D2, gj.sn. 2,0)
2. øvelse (12 D2, gj.sn. 2,7)
3. øvelse (12 D2, gj.sn. 2,2)
4. øvelse (12 D2, gj.sn. 2,2)
5. øvelse (12 D2, gj.sn. 2,1)
6. øvelse (1 D2, bare sett på)
1. test (10 D2, gj.sn. 1,7)</td></tr>
</table>

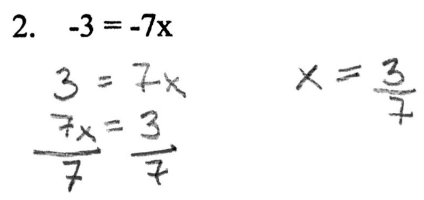
Helge gjør mange øvelser før han tør å ta en test. Det virker slik at eleven ønsker å føle seg helt trygg på en type oppgaver før han fortsetter med vanskeligere oppgaver eller testen.

1. Ekvivalens

1.1 Pretest/ Posttest

I *pretesten* uttrykker Helge operasjonell forståelse av likhetstegnet, både verbalt (oppgave 4) og symbolsk (oppgave 1). Likhetstegnet betyr for han "*er lik"* og han ser ingen forskjell mellom regnerekker og ekvivalente ligninger.

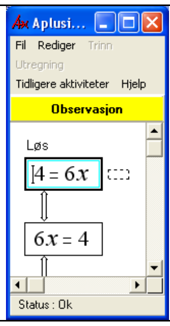
I *posttesten* betyr likhetstegnet "*er det same som*" og han godtar ikke lenger regnerekker. Også i oppgaveløsningen (se grafikk til høyre) viser han en symmetrisk ekvivalensforståelse. 3=7x former han om til 7x=3.



1.2a) Aplusix-protokoller

Allerede på andre dag med Aplusix viser Helge god ekvivalensforståelse for denne typen oppgave.

<table>
<tr>
<td>2. dag øvelse D1

Replayfunksjonen: Eleven går målrettet fram. Han brukte 11 sekunder til denne aksjonen</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

1.2b) Antall ekvivalente steg i testen (i gjennomsnittet)

D1-oppgaver: 2. dag: 1. test: 3,1 steg i gjennomsnitt
2. test: 2,7 steg
3. dag: 2,3 steg
Helge bruker færre steg etterhvert. Dette viser at han blir mer og mer fortrolig med oppgavetypene. I testen på tredje dagen tar han flere ganger to skritt samtidig.

1.2c) Antall ekvivalente steg i øvelsene (i gjennomsnittet)

D1-oppgaver: 1. dag: 2,3 steg,
2. dag: 2,8 steg,
D2-oppgaver: 3. dag: 2,2 steg,
4. dag: 2,2 steg,
Øvelsene viser ingen tydelig forandring i antall ekvivalente steg.

2. Strategi/feil

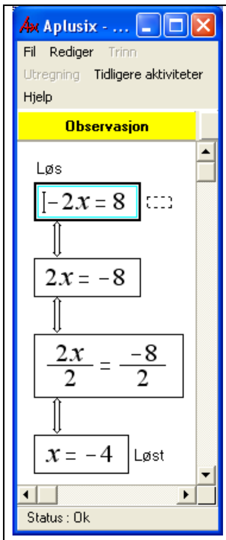
2.1. Pretest/ posttest:

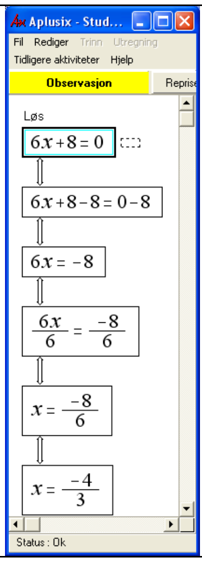
I pretesten bruker han en aritmetisk strategi (ikke helt riktig), i posttesten bruker han en algebraisk strategi.

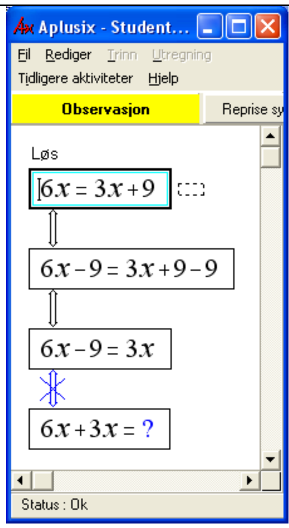
Pretest	**Posttest**
1. $4x = 20$ $20 : 4x = 5$ $x = 5$	1. $6x = 36$ $\frac{6x}{6} = \frac{36}{6}$ $x = 6$

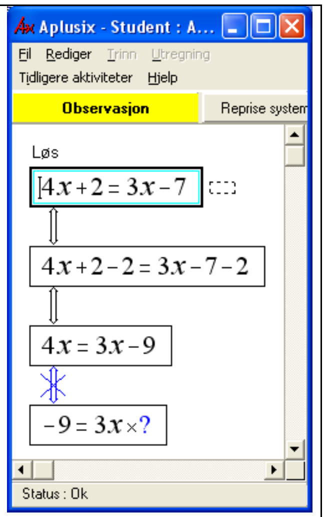
2.2. Aplusix-protokoller
Jeg presenterer typiske eksempler og tar med replay-videoen, der det er nyttig til støtte.

Oppgavestruktur
I løpet av eksperimentfasen skjer en tydelig utvikling.









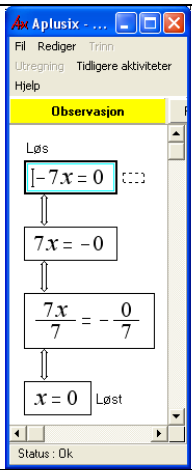
1. dag, 3. øvelse, 6. oppg. **En variabel og et tall.** Protokollen ser veldig bra ut, men i replay-videoen ser jeg mye utprøving og feiling. Han husker noen strategier, men mangler forståelsen for å kunne anvende disse. Han bruker 95 sekund for å finne løsningen. (på 3. dag trenger han for en tilsvarende oppgave 47 sekunder)	**1. dag, 3. øvelse, 9. oppg.** **En variable og to tall.** Replay-videoen viser at Helge går målrettet fram og produserer mange ekvivalente steg. Fra 6. til 9. oppgaven ser jeg allerede en tydelig progresjon.	**3. dag, 1. øvelse, 7. oppg.** **To like variabler og et tall.** Fra første til andre steg bruker han 41 sekund med mange fram- og tilbakesteg. Men så blir han usikker. 3x flytter han ikke over riktig og avbryter deretter oppgaven.	3. dag, 2. øvelse, 8. oppg. To like variabler og to tall. Eleven flytter over +2 til høyre side (fra 1. til 2. steg tar det 17 sekund). Fra 3. til 4. steg viser replay-videoen feil overflytting. Siden han ikke får ekvivalenstegnet, prøver han til slutt med multiplikasjon, men gir opp etter 89 sekunder

I begynnelsen forstår Helge oppgavestrukturen bare for enkle oppgaver med én variabel og ett eller to tall. Protokollene der han jobber med litt mer komplekse oppgaver (to like varibaler og et eller to tall) viser store strukturproblemer helt til tredje dagen.

På fjerde dag regner han en oppgave med to like variabler og to tall målrettet og på en algebraisk måte. Dette viser at han nå forstår strukturen og prosedyren. Ogås posttesten viser en god strukturforståelse for enda mer komplekse oppgaver (4 like variable og 2 tall.)

Helge regnet mange oppgaver og trengte mye tid, men forsto til slutt den algebraiske strukturen av slike og enda mer komplekse oppgaver.

Den didaktiske variablen null

3. dag øvelse D2 Eleven behandler null-tallet først som et vanlig naturlig tall. Han utfører divisjon på –1 etter kjent prosedyre og skriver derfor –0. Han opprettholder –0 også i neste steget.	

Den didaktiske variablen brøk
I begynnelsen av 3. dag virker eleven hjelpeløs med brøkoppgaver. Han bare ser på de fleste brøkoppgaver og går videre til andre typer oppgaver.
Allerede i 2. øvelse på samme dag bruker han riktige algebraiske strategi. Det er mulig at han har fått hjelp fra lærer.
På 4. dag bruker han forskjelle strategier for oppgaver der x står bak brøken eller i telleren. (Dette har jeg beskrevet grundig for eleven Anne og skal derfor ikke gjentar det her.)

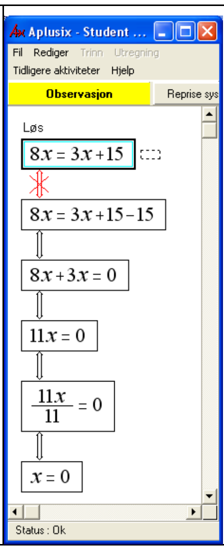
3. Bruk av programmet

3.1 Bruk av øvelse-, test- og selvrettingsfunksjonen.
Helge bruker ikke selvrettingsfunksjonen.

3.2 Ekvivalente steg:
I begynnelsen bruker han få steg i løsningsprosessen (1. dag: 2,3 steg), men flere etterhvert (2. dag: 2,8 steg). Slik blir strategien mer synlig for han. På slutten er det tydelig at han ikke trenger så mange steg lenger (3. dag: 2,3 steg).

3.3 Tilbakemelding:
For de fleste oppgaver jobber eleven så lenge med oppgaven at han ser den svarte dobbelpilen, ekvivalenstegnet. Deretter dupliserer han steget og fortsetter.

3.4 Svakhet av programmet

Eleven har store problemer med å se oppgavestrukturen og dermed å flytte over riktig. Programmet gir positiv tilbakemelding på steg som ikke er rett. Fra andre til tredje steg flytter han ikke over rett. Men fordi *løsningsmengden er null*, kan han gjøre hva som helst, og får positiv tilbakemelding.	

3.5 Annet

a)Eleven er ikke kjent med *ingen løsning* og *et hvilket som helst tall*. Det er synlig at han får hjelp utenfra programmet for å forstå dette. Dette er en førkunnskap som eleven bør ha.
b) Han gjør svært mange oppgaver og trenger ganske mye tid før han forandrer strategiene. Tidsaspektet og for få øvingsoppgaver er ofte problemet i vanlige mattetimer. At det er mulig å løse flere oppgaver på samme tid, og i tillegg med tilbakemedling, er en fordel med Aplusix-programmet.
c) Eleven dupliserer uttrykket etter å ha fått tilbakemelding om ekvivalens. Deretter sletter han først hele dupliserte steget og begynner å skrive inn på nytt. Fordelen av å forandre et uttrykk steg for steg og få tilbakemelding for hver forandring bruker han dermed ikke.

4. Kort sammendrag for denne eleven

Oppgavekompleksiteten spiller en stor rolle for denne eleven. Han kjenner til noen algebraiske regler, men strukturforståelsen for oppgaven mangler i begynnelsen.
Med økende antall oppgaver og tid løser han mer komplekse oppgaver. Det er vankselig å si hvor mye hjelp eleven har fått fra lærer og medelever.
Selv uten selvkorrigeringsfunksjon har Helge gjort veldig store framskritt. Dette er også synlig i papirtestene.

Navn: Ida

Oversikt over papirtestene og Aplusix-aktivitetene

<table>
<tr><th>Kort beskrivelse av papirtesten</th><th colspan="3">Generell beskrivelse av protokollene</th></tr>
<tr><td rowspan="6">Diagnostisk del: positiv forandring i retning mot relasjonell forståelse av likhetstegnet.

Oppgavedel både i pre- og posttest veldig gode prestasjoner og bruk av algebraiske strategier.

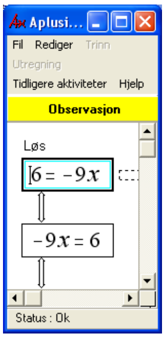
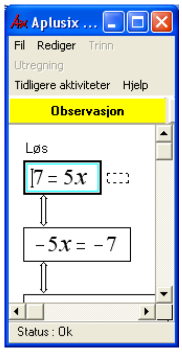
Unntaket er brøkoppgaven. Ida løste type 7-oppgaven i pretesten, men ikke i posttesten</td><td>Øvelse</td><td>Test</td><td>Selvkorrigering</td></tr>
<tr><td>81</td><td>32</td><td>0</td></tr>
<tr><td>Dag 1</td><td colspan="2">1 øvelse (13 D1, gjennomsnitt 2,7 ekvivalente steg)</td></tr>
<tr><td>Dag 2</td><td colspan="2">1. øvelse (1 D2, prøvd)
1. test (1 D1, ikke prøvd)
2. test (13 D1, gj.sn. 1,8)
2. øvelse (4 D2, gj.sn. 2,3)
3. øvelse (1 A1)
4. øvelse (4 D2, gj.sn. 2,7)</td></tr>
<tr><td>Dag 3</td><td colspan="2">1. øvelse (12 D2, gj.sn.4,5)
1. test (12 D2, gj.sn. 3,9)
2. test (4 D2, gj.sn. 2,8)</td></tr>
<tr><td>Dag 4</td><td colspan="2">1. øvelse (11 D2, gj.sn. 4,7))
2. øvelse (12 D2, gj.sn.3,6)
3. øvelse (5 D2, gj.sn. 3)
4. øvelse (11 D2, gj.sn. 4)
1. test (2 D2, 1 oppg. prøvd)
5. øvelse (8 D1, gj.sn. 2)</td></tr>
</table>

1. Ekvivalens

1.1 Pretest/ Posttest:
Pretest: Ida viser operasjonell forståelse for likhetstegnet og godtar regnerekker. Men i oppgavedelen anvender hun likevel algebraiske strategier.
I *posttesten* viser hun relasjonell forståelse, både symbolsk og verbalt. Hun aksepterer ikke lenger regnerekker som rett.

1.2a) Aplusix-protokoller

Protokollene gir ikke et entydig bilde av elevenes ekvivalensforståelse.

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>1. dag øvelse D1
Ved å bytte sidene, og ikke å flytte over og skikfte fortegn, synes Ida å ha symmetrisk ekvivalensforståelse.</td>
<td>2. dag øvelse D1
Men på neste dagen flytter Ida over og skifter fortegn. Det er en mulig strategi, men gjør oppgaven i dette tilfelle mer komplisert.
Det er antageligvis prosedyren som hun har lært tidligere.

Det er uklart hvorfor hun anvender symmetrisk ekvivalens på første dagen, og deretter går over til tidligere lærte prosedyrer.</td>
</tr>
</table>

1.2b) Antall ekvivalente i testen (i gjennomsnitt)

D1-oppgaver: 2. dag: gj. sn. 1,8 steg,
D2-oppgaver: 3. dag: gj. sn. 3,9 ; 2,8
Ida bruker flere ekvivalente steg for oppgaver med høyere vanskelighetsgrad.

1.2c) Antall ekvivalente steg i øvelsene

D1-oppgaver: 1. dag: 2,7 steg,
4. dag 2
D2-oppgaver: 2. dag: 2,4;
3. dag: 4
4. dag: 3,9

For D1-oppgaver bruker hun færre steg på slutten av perioden. Kanskje har hun fått så god øvelse nå at hun tar noen steg i hodet.
For D2-oppgaver øker hun tydelig antall steg fra 2. til 3. dag. Protokollene viser at hun tar et nytt steg for hver enkel operasjon, dvs. hun utfører i de fleste tilfeller ikke flere opersjoner samtidig, også etter veldig mange liknende oppgaver av type 5. Det kan tyde på vedvarende usikkerhet og prosedyreorientering.

2. Strategi/feil

2.1. Pretest/ posttest:

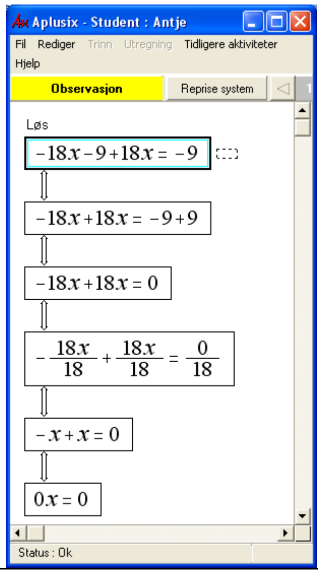
Unntatt fra brøkoppgaven av Aplusix-systemet bruker Ida i begge testene algebraiske strategier.

2.2. Aplusix-protokoller

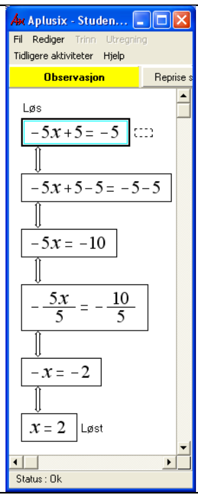
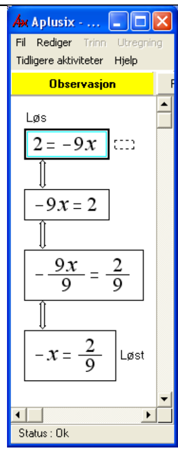
Jeg presenterer typiske eksempler og tar med replay-videoen, der det er nyttig til støtte.

Oppgavestruktur

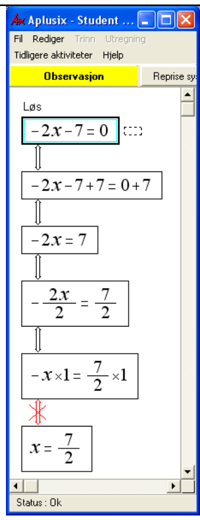
Følgende eksempel viser at Ida ikke ser relasjonene i oppgavestrukturen.

<table>
<tr>
<td>3. dag øvelse D1
Ida bruker kjente prosedyrer og går nesten slavisk fram. På tredje steget oppdager hun ikke at –18x+18x er lik null. Hun ser sannsynligvis koeffisienten foran x. Hun kobler det til at hun må dele på koeffisienten for å bli kvitt den.</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

Den didaktiske variablen negativ tall/koeffisient

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>2. dag test D1
Når det er et minus-tegn foran symbolene på begge sidene av ligningen, forandrer hun riktig til begge positive symboler (se siste steget).</td>
<td>2. dag test D1
Men når det er et minus-tegn foran x på venstre side og et positivt tall på høyre side, lar hun –x stå. Oppfatter hun ikke at det står –1x og at hun må dele på –1 for å få x?</td>
</tr>
</table>

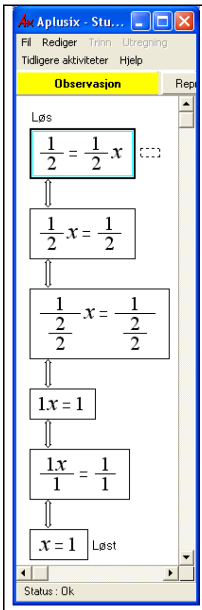
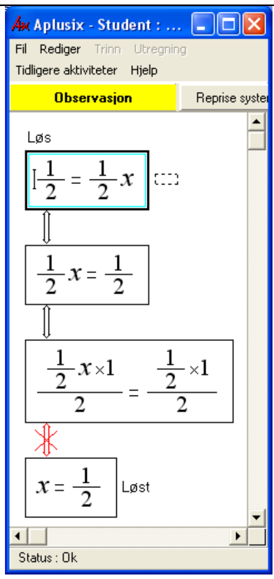
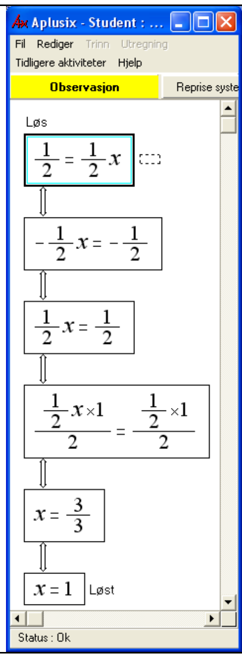
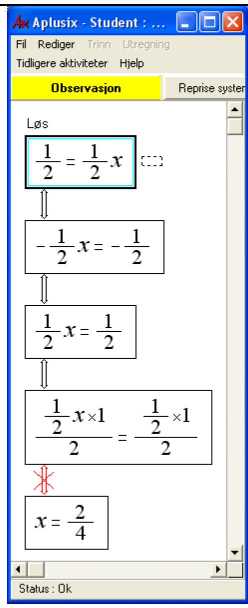
Den didaktiske variablen 1/-1

4. dag øvelse Som i eksemplet oppe oppfatter hun ikke at –x betyr –1x. Men antageligvis husker hun at hun må gjøre noe for å få bort minustegnet foran x. Ida prøver å multiplisere med 1. Hun får tilbakemelidng fra programmet at det er ikke riktig, men forandrer ikke på resultatet likevel. Hun husker ikke regnereglene for multiplikasjon/divisjon med minustall så godt at hun finner på den riktige strategien	

Den didaktiske variablen brøk

Brøkoppgavene fra D2-området i Aplusix er mer komplekse enn oppgavene som elevene kjenner fra før. Læreboken deres bruker følgende skrivemåte: $\frac{2x}{3} = 4$.

Eksemplene nedenfor viser hvordan eleven bruker Aplusix til utforskning av strategier til løsning av brøkoppgaver.

			
3. dag øvelse D2	**3. dag test D2**	**4. dag øvelse D2**	**4. dag øvelse D2**
Uvanlig strategi	Eleven multipliserer med den samme brøken, ikke med den resiproke brøken. Deretter fortsetter hun på ulik måte. Dette virker litt tilfeldig. Antageligvis husker eleven litt av prosedyren, men ikke helt.		

Replay-videoen viser to problemer:
For det første gir Aplusix positive tilbakemeldinger når en utfører ekvivalente steg, om det er meningsfult eller ikke. Ser eleven en svart dobbelpil, så er det et signal for at løsningssteget er rett. Eleven fortsetter.
For det andre ser jeg utstrakt bruk av ustrukturert prøving og feiling, så lenge til Aplusix gir positiv tilbakemelding.

3. Bruk av programmet

3.1 Bruk av øvelse-, test- og selvrettingsfunksjonen.
Eleven bruker ikke selvrettingsfunskjonen etter testen.

3.2 Ekvivalente steg:
Eleven bruker mange ekvivalente steg, dvs. utfører hver enkel aksjon i et nytt steg. Eleven synes å ha automatisert løsningsprosessene og virker veldig prosedyreorientert.

3.3 Tilbakemelding:
Ida reagerer på tilbakemeldinger fra programmet med en ustrukturert og ikke målrettet prøving og feiling-strategi. Hun synes ikke å reflektere over tilbakemeldingene, men heller låse seg fast i en feil strategi, som programmet gir positiv tilbakemelding til.

4. Kort sammendrag for denne eleven

I papirtestene viser Ida en forandring i retning mot relasjonell forståelse av likhetstegnet. Hun bruker algebraiske strategier for de fleste oppgavene.
Aplusix-analysen gjør tydelig at Ida bruker tidligere lærte prosedyrer blindt, uten å reflektere over feil eller tilbakemeldingene fra Aplusix.

Navn: Jan

Oversikt over papirtestene og Aplusix-aktivitetene

<table>
<tr><th>Kort beskrivelse av papirtesten</th><th colspan="4">Generell beskrivelse av protokollene</th></tr>
<tr><td rowspan="7">I pretesten har han ingen relasjonell forståelse, hverken verbalt eller symbolsk. Regnerekker aksepterer han i pretesten, men ikke i posttesten.
I posttesten viser han en relasjonell forståelse, verbalt uttrykt.
Oppgavene i begge testene viser delvis algebraiske strategier.
Han gjør ingen Brøkoppgaver fra Aplusix i testene. Men brøkoppgaven fra læreboken prøver han i posttesten.
Oppgavedelen i papirtestene viser ingen progresjon</td><td colspan="2">Øvelse</td><td>Test</td><td>Selvkorrigering</td></tr>
<tr><td colspan="2">38</td><td>11</td><td>0</td></tr>
<tr><td>Dag 1</td><td colspan="3">1. øvelse (bare sett på)
2. øvelse (6 D1, gjennomsnitt 1,2 ekvivalente steg)</td></tr>
<tr><td>Dag 2</td><td colspan="3">1. øvelse (1 D1, bare sett på)
2. øvelse (1 D2, bare sett på)
3. øvelse (11 D1, gj.sn. 2,5 steg)
1. test (11 D1, gj.sn. 1,7 steg)</td></tr>
<tr><td>Dag 3</td><td colspan="3">1. øvelse (6 D2, gj. sn. 2,2 steg)</td></tr>
<tr><td>Dag 4</td><td colspan="3">1. øvelse (12 D2, gj.sn. 3,1 steg)</td></tr>
</table>

1. Ekvivalens

1.1 Pretest/ Posttest

Et eksempel viser hans ekvivalensforståelse

Pretest		**Posttest**	
Eleven snur uttrykket og samtidig deler han på den negative koeffisienten.	$-4 = -6x$ $\cancel{-4 = 6x}$ $\frac{-6x}{-6} = \frac{-4}{-6}$ $x = -0,7$	Eleven øker antall steg. Først snur han oppgaven, deretter deler han..	$-3 = -7x$ $-7x = -3$ $\frac{-7x}{7} = \frac{-3}{7}$ $x = 0,32$

Begge testene viser bra symmetrisk ekvivalensforståelse. Jan øker antall steg, også på papir. Han bruker konsekvent symmetrisk ekvivalens for slike oppgaver, ikke overflytting og skifting av fortegn.

1.2a) Aplusix-protokoller
Aplusix-protokoller viser bra symmetrisk ekvivalensforståelse

1.2b) Antall ekvivalente i testen (i gjennomsnitt)
D1-oppgaver 2. dag: 1,7 ekvivalente steg

1.2c) Antall ekvivalente steg i øvelsene (i gjennomsnitt)
D1-oppgaver: 1. dag: 1,2 steg
2. dag: 2,5 steg
D2-oppgaver: 3. dag: 2,2 steg
4. dag: 3.1 steg
Eleven øker antall steg for både D1- og D2-oppgaver. Han tar bare én D1-test. Dette tyder på usikkerhet med D2-oppgaver, noe som også posttesten viser.

2. Strategi/feil

2.1. Pretest/ posttest

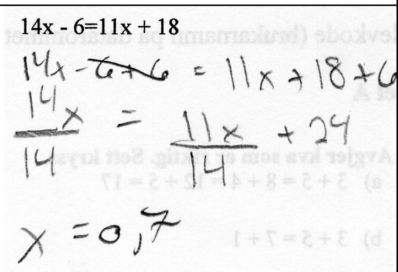
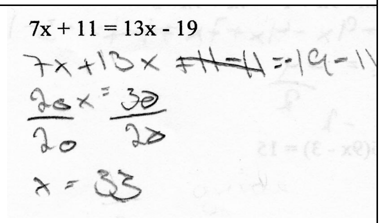
Den didaktiske variablen minus

Pretest		**Posttest**	
Regneregler for minus er ikke godt nok innlært.	**-4 = -6x** ~~$-4=6x$~~ $\frac{-6x}{-6} = \frac{-4}{-6}$ $x = -0,7$	Her deler han med 7, ikke med den negative koeffisienten. Kladdearket viser at han etterpå deler 3 (ikke –3) på 7. Det er ikke mulig å finne ut om han har lært regnereglene for minus, eller om han ignorerer minustegnet.	**-3 = -7x** $-7x = -3$ $\frac{-7x}{7} = \frac{-3}{7}$ $x = 0,32$

Kompleksitet av oppgaven: 1 variabel

Pretest og posttest	
Oppgaver med 1 variabel mestrer Jan, både i pre- og posttesten	**2x – 5 = 9** $2x - \cancel{5+5} = 9+5$ $2x = 14$ $\frac{2x}{2} = \frac{14}{2}$ $x = 7$

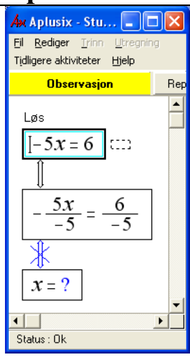
Kompleksitet av oppgaven: 2 variabler

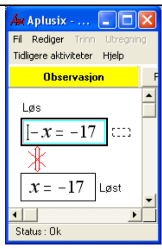
<table>
<tr><th colspan="2">Pretest</th><th colspan="2">Posttest</th></tr>
<tr>
<td>Riktig overflytting av tallet 6, men ingen overflytting av variablen 11x. Oppfatter ikke strukturen.</td>
<td>
</td>
<td>Riktig overflytting av tallet 11, men feil overflytting av variablen 13x. Tanken av å samle like ledd på hver side er riktig, men variablen blir ikke oppfattet som et ledd som blir flyttet over på samme måte som tallet.</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

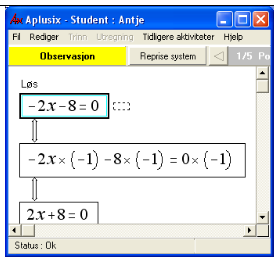
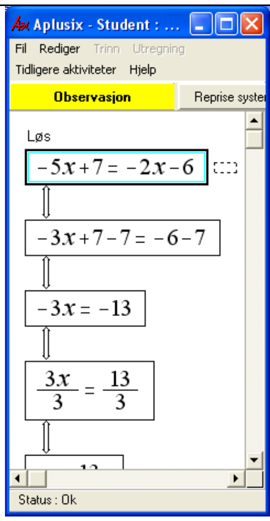
2.2. Aplusix-protokoller:
Jeg presenterer typiske eksempler og tar med replay-videoen, der det er nyttig til støtte.

Didaktisk variable minus

<table>
<tr><th>Protokoll og replay</th><th>Apluisx</th></tr>
<tr>
<td>1.dag, øvelse D1
Protokollen viser riktig strategi. Eleven fullfører ikke oppgaven. Er eleven usikker på minustegnet?

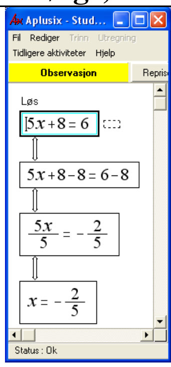
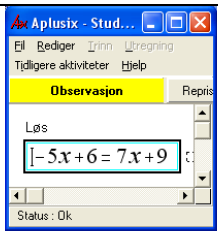
Replay: Ja, dette blir helt tydelig i videoen. Eleven bruker riktig strategi for løsning, men er usikker på minustegnet. Flere ganger visker han vekk alt og begynner på nytt. Etter 80 sekund prøver han en ny strategi, nemlig å multiplisere med ”-5” istedet for å dividere. Etter 98 sekund stopper dessverre videoen pga. en systemfeil.</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>2. dag, test
Protokollen viser en feil.

Replay-videoen hjelper ikke til å finne ut mer.
Han avslutter oppgaven etter 5 sekund.</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

3.dag, øvelse D2 **Protokoll**: Eleven multipliserer alle ledd med –1 og får positive koeffisienter og tall. Deretter fortsetter han med den kjente prosedyren.	
4.dag, øvelse D2 **Protokoll**: Fra tredje til fjerde steg tar han to operasjoner samtidig: 1. Multiplikasjon med –1 2. Divisjon på 3. Er det det han virkelig gjorde? **Replay-videoen** varer i 268 sekund før en systemfeil opptrer, og jeg ikke kan se resten av løsningen. Da er eleven ikke kommet til andre steget (i protokollen)! Han prøver ut forskjellige strategier og gjør både aritmetiske og algebraiske feil. Fordi jeg ikke kan se videoen helt kan jeg ikke uttale meg om han multipliserte med –1 fra tredje til fjerde steget.	

Den didaktiske variablen minus blir behandlet på forskjellige måter. Etter feilen i pretesten viser han i begynnelsen av Aplusix-eksperimentet stor usikkerhet. På tredje dagen viser han en mulig strategi. Men den er ikke synlig i protokollen fra 4. dag. Videoen stoppet før oppgaven er ferdigstilt. Posttesten viser den samme riktige håndtering av minustegnet (se oppe), men heller ingen synlig strategi.

Kompleksitet av oppgaven (i kronologisk rekkefølge)

2. dag, øvelse D1 **En variabel på venstre side**. Eleven flytter helt riktig tallet over til høyre siden.	
4. dag, øvelse D2 **To like variabler, en på hver side. To tall, en på hver side.** Eleven ser bare på oppgaven uten å gjøre noe. Er oppgaven for kompleks? **Replay-videoen** støter dette. Han prøver seg ikke på denne oppgaven.	

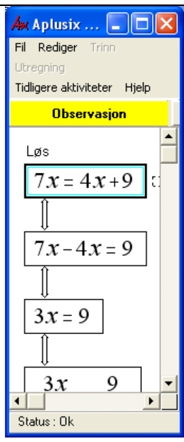
<table>
<tr>
<td>

4. dag, øvelse D2
To variable, en på hver side. Bare ett tall.
Mindre kompleks oppgave enn oppgaven før. Eleven flytter riktig over variablen og fortsetter på en riktig algebraisk måte.

Siden han ikke gjør dette riktig i posttesten, skal jeg se på replay-videoen.

Replay: Eleven regner målrettet, med riktig strategi. Han løser oppgaven etter 48 sekund.

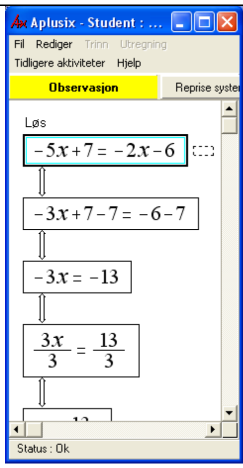
</td>
<td>



</td>
</tr>
<tr>
<td>

To øvelser senere prøver han oppgaven som jeg har sett på oppe.
To like variabler, en på hver side. To tall, ett på hver side.
Replay: Feilene handler om overflyttingsfeil og aritmetiske feil. Han reagerer ikke på negativ tilbakemelding og fortsetter. Senere går han likevel tilbake eller sletter hele oppgaven.
Overflytting: han flytter tallet 7 riktig over til høyre siden (skifter fortegn), men –2x flytter han over feil til venstre siden (skifter ikke fortegn). Det tar lang tid (ca 200 sekund) før han oppdager denne feilen.
Den aritmetiske feilen (-6-7=-11) oppdager han ikke før videoen stopper opp.
Aplusix-protokollen ser helt riktig ut. Replay-funksjonen viser derimot svært store problemer. Kompleksiteten er bare litt større enn oppgaven oppe. Men det kan være at minuskoeffisienter har skapt mye forvirring.

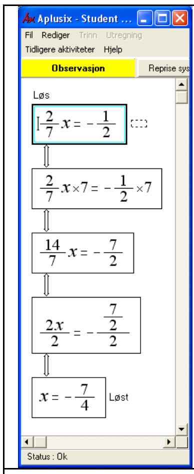
</td>
<td>



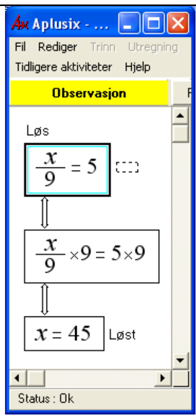
</td>
</tr>
</table>

Didaktisk variabel brøk: progresjon

<table>
<tr>
<td>



</td>
<td>



</td>
</tr>
<tr>
<td>

4. dag, øvelse
1. steg: riktig strategi.
2. steg: korter ikke ned (forenkling), men multipliserer ut (vanskligere)
3. steg: tar to steg sammen.

</td>
<td>

4. dag, øvelse (3 oppgaver senere)
2. steg: riktig strategi
3. Korter med en gang og multipliserer på høyre side.

</td>
</tr>
</table>

Disse to oppgaver viser en viss progresjon. Han bruker riktig strategi i begge oppgaver. Men i den andre oppgaven ser han at han kan korte med en gang. Dessverre prøver han ingen slike oppgaver i *posttesten.*

3. Bruk av programmet

3.1 Bruk av øvelses-, test- og selvrettingsfunksjonen

Eleven regner relativt få øvelsesoppgaver og gjennomfører bare én test med 11 oppgaver. Denne har fem feil som han kunne ha rettet i selvkorrigeringsmodus. Men han gjør ikke det.

3.2 Ekvivalente steg

Jan øker ekvivalente steg for oppgaver fra D1- og D2-området.

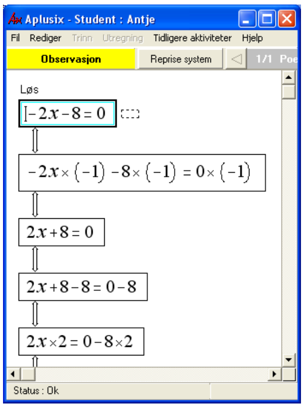
3.3 Tilbakemelding

Jan reagerer ikke alltid på programmets tilbakemeldinger. Replay-videoene viser at han delvis fortsetter med oppgaven etter negativ tilbakemelding, og at han går tilbake til det feilaktige trinnet senere. Da blir oppgaven forvirrende. Han visker vekk hele oppgaven og begynner på nytt.

3.4 Annet

En svakhet ved programmet kommer fram i følgende protokoll

Fra fjerde til femte steg multipliserer eleven med 2 på begge sider (i steden for å dividere). Programmet aksepterer denne feilstrategien pga. ekvivalens.



4. Kort sammendrag for denne eleven

Eleven viser en stor usikkerhet med den didaktiske variablen minus, både i papirtestene og i protokollene.
I pretesten uttrykker han, både verbalt og symbolsk, en ikke-relasjonell forståelse for ekvivalens. Men han bruker algebraiske strategier i oppgavedelen. Oppgavestrukturen av litt mer komplekse oppgaver (f.eks. type 5) forstår han ikke (se under *kompleksitet).*
I posttesten uttrykker han en relasjonell forståelse i den diagnostiske delen. Han bruker algebraiske strategier i oppgavedelen og viser en liten forbedring i strategien for oppgavetype 5.

Navn: Leif (intervjuelev)

Oversikt over papirtestene og Aplusix-aktivitetene

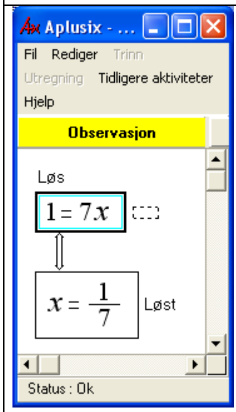
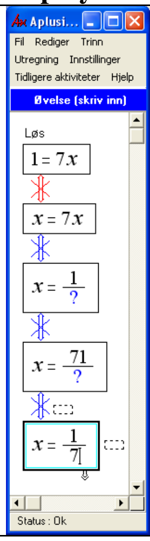
<table>
<tr><th>Kort beskrivelse av papirtesten</th><th colspan="3">Generell beskrivelse av protokollene</th></tr>
<tr><td rowspan="6">Diagnostisk del: I papirtestene viser Leif en verbal relasjonell forståelse.
I pretesten tillater han regnerekker, men ikke i posttesten.
Oppgavedelen i pretesten viser tydelige trekk av aritmetiske strategier. I posttesten skriver han stort sett bare fasit. Bare i oppgaver av typen 5 (ax+b=-cx-d) viser han noen algebraiske strategier.</td><td>Øvelse</td><td>Test</td><td>Selvkorrigering</td></tr>
<tr><td>94</td><td>16</td><td>1</td></tr>
<tr><td>Dag 1</td><td colspan="2">Første 9 øvelser (sett på oppgaver fra andre områder)
10. øvelse (5 D1 oppg., gjennomsnitt1 ekvivalent steg)</td></tr>
<tr><td>Dag 2</td><td colspan="2">1.øvelse (13 D1, gj.sn. 1,2 steg)
1.test (13 D1, gj.sn. 1,0 steg)
1 selvkorrigering
2.øvelse (bare sett på)
3. øvelse (11 D1, gj.sn.1,2 steg)</td></tr>
<tr><td>Dag 3</td><td colspan="2">1.øvelse (12 D2, gj.sn.1,6 steg)
2.øvelse (12 D2, gj.sn. 1,9 steg)
3.øvelse (5 D2, gj.sn. 1,0 steg)</td></tr>
<tr><td>Dag 4</td><td colspan="2">1.øvelse (10 D2, 1,4 steg)
1.test (3 D2, gj.sn. 1,0 steg)
2.øvelse (1 D2, bare sett på)
3. øvelse (4 D3, gj.sn. 1,3 steg)
4. øvelse 12 D2, gj.sn. 1,6 steg)</td></tr>
</table>

1. Ekvivalens

1.1 Pretest/ Posttest:

Posttesten tyder på at eleven har symmetrisk ekvivalensforståelse. (Minustegnet er fortsatt et problem).	**-3 = -7x** $x = -\frac{3}{7}$

1.2a) Aplusix-protokoller

Protokoll	**Replay-video**
	
1. dag test D1 Eleven løser oppgaven helt riktig. Han viser ingen løsningsstrategi. For å kunne finne ut noe om hans ekvivalensforståelse, ser jeg på replay-videoen.	*Replay:* Eleven bruker ikke symmetrisk ekvivalens. Han begynner ved å ta bort alt og skriver ”x=7x”. Det er mulig at dette er et mellomsteg. Fjerde steg: Det virker som en skrivefeil å ha 71 i telleren, men jeg har observert samme feilen flere ganger. Det er uklart hva eleven tenker.

Det er usikkert om denne eleven har forstått det symmetriske ekvivalensbegrepet. Han anvender ikke en slik forståelse i løsning av oppgavene.

1.2b) Antall ekvivalente i testen:
Både i testen med D1-oppgaver og med D2-oppgaver viser han bare ett steg.

1.2c) Antall ekvivalente steg i øvelsene
Leif bruker ett eller maksimalt to steg. Det er ingen synlig utvikling.

2. Strategi/feil

2.1. Pretest/ posttest:
Leif bruker i begge papirtestene få steg til å løse oppgavene. Han gjør en del feil, kanskje fordi han ikke skriver opp nok mellomsteg.
Se følgende eksempel:

Posttest*: Første steget utfører han helt riktig. Men så tar han antageligvis flere steg i hodet og gjør noen feil.*	$-5x + 7 = 4x - 6$ $-5x + 4x = -6 - 7$ $x = 1$

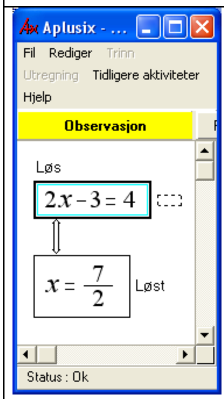
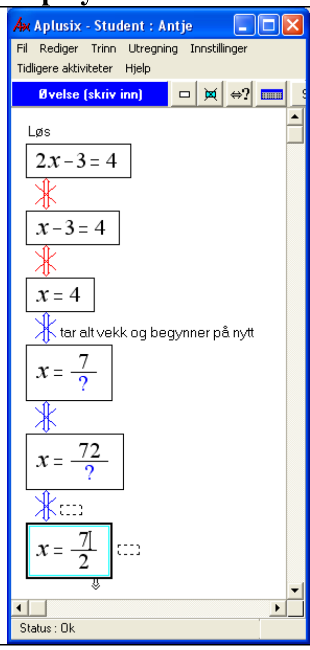
Skrivemåter: *I pretesten omformer han brøk til en desimalbrøk (med hånd eller kalkulator). I posttesten regner han med brøkuttrykk og aksepterer brøk som svar. Se eksemplet nedenfor:*

Pretest	**Posttest**
3. $\frac{3}{5}x = -\frac{7}{8}$ $\frac{3}{5}x = -\frac{7}{8} = 0{,}6x = -0{,}88 =$ $0{,}88 : 0{,}6 = \underline{1{,}47}$ $\underline{x = 1{,}47}$	$\frac{4}{7}x = -\frac{6}{13}$ $x = \frac{42}{91}$
Brøk omgjør han til desimaltall. Dessuten bruker han aritmetiske strategier og benytter regnerekker.	Han omgjør ikke lenger brøk til desimaltall. (Forklaring for feilen, se lenger nede.)

2.2. Aplusix-protokoller

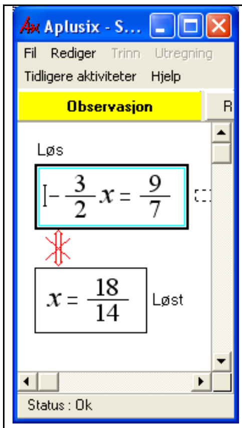
Jeg presenterer typiske eksempler og tar med replay-videoen der det er nyttig til støtte.

Strategi
Ingen algebraiske strategier er synlig i protokollene og replay-videoene. Replay-videoer tyder på at Leif husker en del av prosedyrene for å løse ligninger, men ikke alt. Et eksempel viser dette:

Protokoll	**Repaly-video**
	
Protokollen ser helt riktig ut.	Videoen viser stor usikkerhet. Etter en del prøving flytter han over tretallet. Til slutt dividerer han med to. Men han bruker ikke algebraiske

	strategier.

Den didaktiske variablen brøk

	$\frac{4}{7}x = -\frac{6}{13}$ $x = \frac{42}{91}$
Han multipliserer 9 i telleren med 2 i nevneren. Multipliserer han også 7 i nevneren med 2 i nevneren? *Replay-funksjonen* viser at han, uten å tvile, multipliserer begge nevnere, altså 7 og 2. Denne prosedyren virker veldig fast. Korreksjonen i øvelsen har ikke forandret på denne tidlig lærte prosedyren.	**Posttest:** Han bruker samme strategi som i Aplusix-test**.** Denne prosedyren virker veldig fast. Korreksjonen i øvelsen har ikke forandret på denne tidlig lærte prosedyren.

3. Bruk av programmet

Etter en litt sakte start jobber Leif med mange D1 og D2-oppgaver. Han gjør bare noen få D3 oppgaver. I testen gjør han 13 D1-oppgaver og 3 D2-oppgaver, dvs. han avbryter testen med D2-oppgaver. Er han fortsatt avhengig av å få konstant tilbakemelding?

3.1 Bruk av øvelses-, test- og selfrettingsfunksjonen.

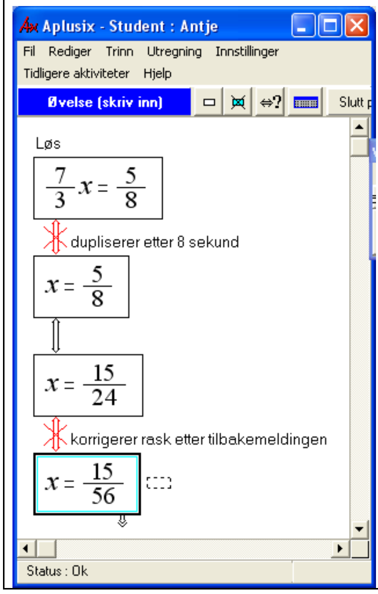
Selvrettingsfunksjon brukte han bare til én oppgave.

3.2 Ekvivalente steg:

Leif bruker svært få ekvivalente steg, og det gir mulighet til flere feil.

3.3 Tilbakemelding:

Leif bruker mye tilfeldig prøving og feiling. Men også målrettet prøving og feiling forekommer, for eksempel for brøkoppgaver, se eksemplet.

Replay-video	
 	*Replay:* Det blir tydelig at Leif multipliserer 5 og 3 i telleren. I nevneren multipliserer han 8 og 3. Tilbakemeldingen fører til at han retter opp feilen raskt. Dette tyder på at han har gjort denne feilen før. Han kjenner til feilen og kunne derfor reagere målrettet på tilbakemeldingen.

4. Kort sammendrag og triangulering med intervju

<u>Ekvivalensforståelse</u>: Fra pre- til posttesten viser Leif bare en liten forandring i ekvivalensforståelse. I pretesten bruker han aritmetiske strategier og ofte bare ett steg i løsningen. Skrivemåten i posttesten, tyder på en bedre ekvivalensforståelse.
Det virker slik at Leif mangler en grunnleggende ekvivalensforståelse for ligninger. Han husker prosedyrer, men bruker ikke algebraiske strategier.

<u>Brøk</u>: Leif gjør mange oppgaver fra D2-område, som ofte er brøkoppgaver. Også i forhold til brøk som skrivemåte i oppgaver hadde han en tydelig progresjon. Han sier i intervjuet: *" ... i forhold til dette her med å oppgi svaret som () brøk da, sånne ting. Eg lærte mykje meir om brøk enn kva eg () tidligere ... og det ... ble meir nøyaktige svar, egentlig med brøk" (29-32*).

<u>Bruk av programmet</u>: Leif mener at programmet er effektivt, at det går raskt å regne mange oppgaver. Analysene fra replay-videoene bekrefter dette. Han brukte fra 13 sekund til ett minutt til å løse en oppgave. I forhold til andre elever er dette veldig raskt.
Men han nevner også at man måtte ha noe forkunnskap for å ha nytte av Aplusix: "*Du måtte nesten kunne kunne algebra før du kunne begynne (.) med dette programmet."* (50-51).
Han mener at programmet er bra å øve seg og kunne tenke seg å bruke programmet i eksamen.
At tilbakemeldingene hjalp, er han sikker på. Han forteller at når han fikk negativ tilbakemelding, så gikk han tilbake og prøvde å løse oppgaven igjen.

Navn: Malin

Oversikt over papirtestene og Aplusix-aktivitetene

<table>
<tr><th>Kort beskrivelse av papirtesten</th><th colspan="4">Generell beskrivelse av protokollene</th></tr>
<tr><td rowspan="7">Diagnostisk del: Verbalt (oppg. 4) uttrykker hun en relasjonell forståelse av likhetstegnet. I forhold til anvendelse (oppg.1) er hun i pretesten usikker om regnerekker kan være riktige. I posttesten akspeterer hun ikke regnerekker.
Oppgavedel: Fra pre- til posttesten er en tydelig forandring mot algebraiske strategier synlig.</td><td colspan="2">Øvelse</td><td>Test</td><td>Selvkorrigering</td></tr>
<tr><td colspan="2">69</td><td>17</td><td>1</td></tr>
<tr><td>Dag 1</td><td colspan="3">1. øvelse (13 D1, gjennomsnitt 1,8 ekvivalente steg)
4 test: bare sett på D1-oppgaver
2.-4.øvelse (bare sett på D1-oppgaver)
5. øvelse (6 D2, gj. sn. 1,8)</td></tr>
<tr><td>Dag 2</td><td colspan="3">1. øvelse (13 D1, gj. sn. 1,7)
1.test (13 D1, gj. sn.1,9)
1 selvkorr. (1 D1,)
2.øvelse (12 D2, gj. sn. 1,9)
3. øvelse (1 D3, bare sett på)</td></tr>
<tr><td>Dag 3</td><td colspan="3">1.-2.øvelse (bare sett på D2)
3. øvelse (13 D1, gj. sn. 2,6
4. øvelse (7 D2, gj. sn. 2,3)</td></tr>
<tr><td>Dag 4</td><td colspan="3">Fravær</td></tr>
</table>

Hun regner både D1- og D2-oppgaver på alle tre dager. Det er ingen synlig progresjon i valg av oppgavetyper.

1. Ekvivalens

1.1 Pretest/ Posttest:

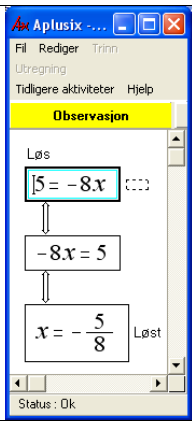
<table>
<tr><th>Pretest</th><th>Posttest</th></tr>
<tr><td>$\frac{x-2}{4}=3$
$\frac{x-2}{4}=3\cdot4+2$
$x=14$</td><td>$\frac{x-5}{7}=4$
$x-5=4\cdot7$
$x-5=28$
$x=28+5$
$x=33$</td></tr>
<tr><td>Malin viser ikke ekvivalensforståelse.</td><td>Hun utfører utelukkende ekvivalente steg og viser dermed ekvivalensforståelse for oppgaven.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Også dette eksempel fra posttesten viser god symmetrisk ekvivalensforståelse.</td><td>$-3=-7x$
$3=7x$
$7x=3$
$x=\frac{3}{7}$</td></tr>
</table>

1.2a) Aplusix-protokoller

Allerede på første dag med Aplusix har Malin god symmetrisk ekvivalensforståelse.

<table>
<tr>
<td>1. dag, øvelse D1, oppgave 9
Protokollen er vist til høyre.

Også i replay-videoen ser jeg at eleven går målrettet fram, uten usikkerhet. Hun anvender forståelsen av symmetrisk ekvivalens, ikke overflyttings-strategien (flytte over og skifte fortegn).
Hun trenger 28 sekund til å løse denne oppgaven.</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

1.2b) Antall ekvivalente steg i testen (i gjennomsnitt)

D1-oppgaver: 2. dag:gjennomsnitt 1,9 steg

1.2c) Antall ekvivalente steg i øvelsene (i gjennomsnitt)

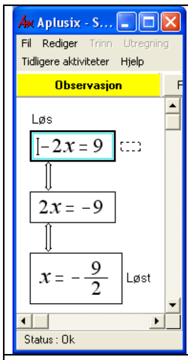
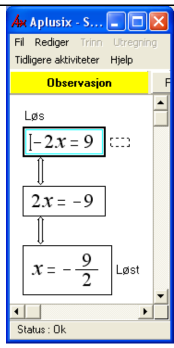
D1-oppgaver: 1. dag: gjennomsnitt 1,8; 1,7 steg
2. dag: gj.sn. 2,6 steg
D2-oppgaver: 1. dag: gj.sn. 1,8 steg
2. dag: gj.sn. 1,9 steg
3. dag: gj.sn. 2,3 steg
På tredje dag bruker eleven tydelig flere steg.

2. Strategi/feil

2.2. Aplusix-protokoller

Jeg presenterer typiske eksempler og tar med replay-videoen, der det er nyttig til støtte.

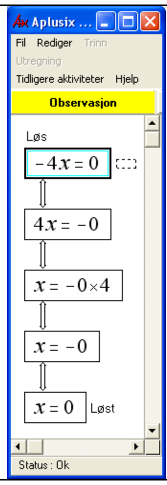
Progresjon for løsningsstrategier

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>1.dag, øvelse D1, oppgave 5
Protokollen viser en helt korrekt utregning.
Eleven dividerer først på (-1) og bruker deretter en kjent algebraisk prosedyre.
Replay-videoen viser derimot veldig stor</td>
<td>1.dag, øvelse D1, oppgave 9:
Protokollen viser riktig strategi i løsning av ligningen.
Også i replay-videoen ser jeg at eleven går målrettet fram, uten usikkerhet.</td>
</tr>
</table>

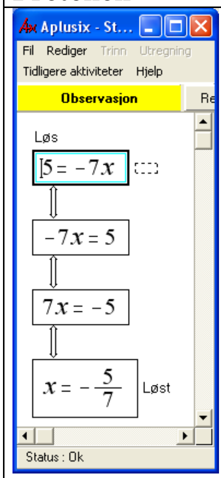
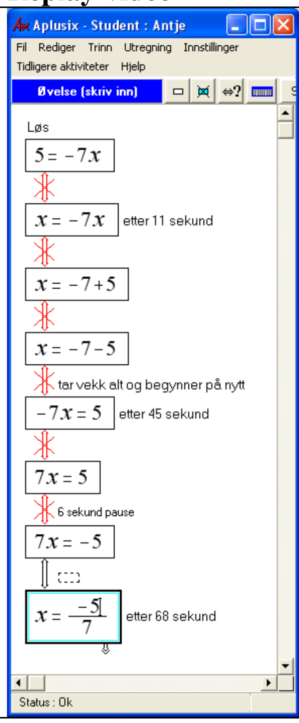
usikkerhet med mye fram og tilbake (ikke vist her). Tilbakemeldingene fører til slutt til riktig svar. Eleven bruker 71 sekund.	Hun trenger 28 sekund til hele oppgaven.

Replay-videoen er i dette tilfellet svært nyttig for å kunne dekke opp elevenes usikkerhet i begynnelsen og den raske progresjonen etterpå. Utviklingen fra å bruke lang tid til prøving og feiling i oppgave 5 til en målrettet algebraisk strategi i oppgave 9 kommer tydelig frem.

Den didaktiske variablen null/ programmets svakhet

3. dag, 3. øvelse D1 Fra første til andre steget multipliserer eleven med (-1), noe som er helt riktig. Deretter anvender Malin en feil strategi. Fra andre til tredje steget multipliser hun med 4 på høyre side.Men programmet svarer likevel med ekvivalenspil. Grunnen til det er at ekvivalensen opprettholdese. Eleven retter derfor ikke opp feilen.	

Den didaktiske variablen minus/ algebraiske konvensjoner

Protokoll	**Replay-video**
	
1. dag, øvelse D1, oppgave 9: *Protokollen* ser helt riktig ut.	*Replay:*Eleven bruker mye tid før hun begynner. Jeg ser at hun på tredje steg ikke oppfatter det

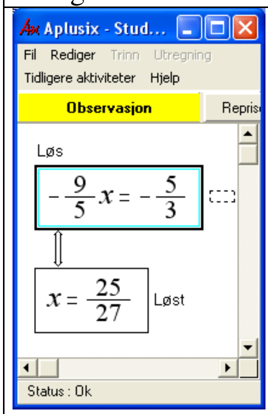
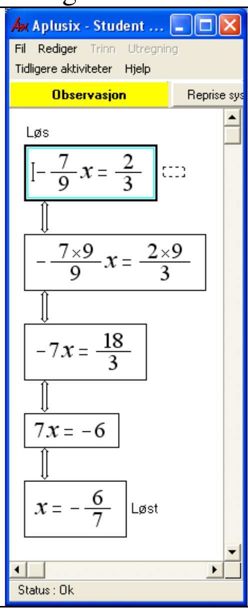
	skjulte multiplikasjonstegnet mellom 7 og x. Tenker hun at det står –7+x? Så flytter hun over x og 5, uten å skifte fortegn. Negativ tilbakemelding gjør at han skifter fortegn på høyre side. Det viser usikkerhet med minustegnet. Etter mange sekund tar hun vekk alt hun gjorde hittil og begynner på nytt, men denne gangen riktig. Har hun fått et hint fra læreren eller medeleven? Også nå gjør hun feil med minustegnet.

Konvensjonen om utelatte regnetegn virker ikke å være godt innlært. Dessuten kommer det fram at Malin har store usikkerheter med minustegnet.

3. Bruk av programmet

3.1 Bruk av øvelse-, test- og selvrettingsfunksjonen.
Malin bruker ikke selvrettingsfunksjonen.

3.2 Ekvivalente steg
Det er en utvikling i antall ekvivalente steg. Protokollene fra første og andre dag viser få ekvivalente steg. Først på tredje dag bruker Malin flere steg og viser godt strategien sin.

1. dag	3. dag
	
Resultatet er riktig, men hva er Malin's strategi?	Hun viser tydelig strategien i protokollen.

3.3 Tilbakemelding:
Malin bruker tilbakemeldinger fra programmet for å finne den riktige strategien. Som jeg beskriver oppe, har hun hatt en rask progresjon. I begynnelsen var hun nokså usikker. Men etter å ha brukt mye tid og fått hjelp av tilbakemeldingene for én oppgave, kunne hun løse en tilsvarende oppgave målrettet og raskt.

3.4 Svakhet ved programmet
I oppgaven der den didaktiske variablen null inngår, tillater programmet at hun bruker en feil strategi. Uansett om eleven bruker en rett eller gal strategi opprettholdes ekvivalensen. Det virker forvirrende for eleven.

4. Kort sammendrag for denne eleven
Papirtestene viser progresjon i forståelsen av likhetstegnet, fra opersjonell til relasjonell.

I Aplusix-perioden tok hun ingen D2-test prøvde seg ikke på D3-oppgaver. Posttesten viser at hun fortsatt har problemer med D2-oppgaver, f.eks. type 3- og 5-oppgaver.

Replay-videoene tyder på at forkunnskapen delvis mangler, f.eks. om grunnleggende aritmetiske regneregler, konvensjoner og regning med minustall. Det fører til at hun delvis ikke forstår oppgavestrukturene og har derfor problemer med å løse oppgavene.

Navn: Mira

Oversikt over papirtestene og Aplusix-aktivitetene

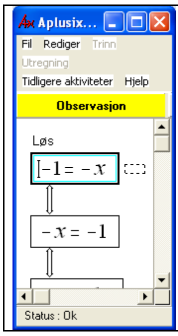
<table>
<tr><th>Kort beskrivelse av papirtesten</th><th colspan="3">Generell beskrivelse av protokollene</th></tr>
<tr><td rowspan="6">Diagnostisk del: Tydelig forandring i retning mot en relasjonell forståelse. Hun aksepterer regnerekker i pretesten, men ikke lenger i posttesten.
Tydelig flere riktig løste oppgaver i posttesten og strategiforbedring i alle prøvde oppgaver.</td><td>Øvelse</td><td>Test</td><td>Selvkorrigering</td></tr>
<tr><td>114</td><td>13</td><td>0</td></tr>
<tr><td>Dag 1</td><td colspan="2">1.-4. øvelse (bare sett på)
5. øvelse (5 D1, gjennomsnitt 1 ekvivalent steg)
6. øvelse (11 D1, gj. sn. 1 steg)</td></tr>
<tr><td>Dag 2</td><td colspan="2">1. øvelse (1 D1 bare sett på)
2. øvelse (7 D1, gj.sn. 1,9 steg)
1. test (13 D1, gj.sn. 0,8 ekv.steg)
3. øvelse (1 D1, bare sett på)
4. øvelse (2 D1, bare løst én, (2 ekv. steg))</td></tr>
<tr><td>Dag 3</td><td colspan="2">1. øvelse (13 D1, gj.sn 1,8 steg)
2. øvelse (12 D2, gj.sn. 2 steg)
3. øvelse (2 D3, gj.sn. 1,5 steg)</td></tr>
<tr><td>Dag 4</td><td colspan="2">1. øvelse (1 D3, bare sett på)
2. øvelse (13 D1, gj.sn. 1,6 steg)
3. øvelse (10 D2, gj.sn. 2,4 steg)
4. øvelse (1 D3, bare sett på)
5. øvelse (1 D2, bare sett på)
6. øvelse (2 D3, bare sett på)
7. øvelse (1 D1, 1 steg)
8. øvelse (1 D2, bare sett på)
9. øvelse (7 D1, gj.sn. 1,9 steg)
10. øvelse (9 D1, gj.sn. 1,3 steg)</td></tr>
</table>

1. Ekvivalens

1.1 Pretest/ Posttest

I *pretesten* har Mira en usikker verbalt forståelse av likhetstegnet (”At svaret står bak det tegnet” og ”Det kan óg tyde at det er det same som”) og hun godtar regnerekker.
I *posttesten* viser hun en sikker relasjonell forståelse av likhetstegnet (”At det som står foran er det same bak”). Hun aksepterer ikke lenger regnerekker. Det er en tydelig forandring i forståelsen av ekvivalens.

1.2a) Aplusix-protokoller

	Allerde på andre dag anvender Mira kunnskapen om symmetrisk ekvivalens.

1.2b) Antall ekvivalente i testen (i gjennomsnitt)

D1-oppgaver: 2. dag: 0,8 steg (0,7 ikke-ekvivalente steg)
Testen viser stor usikkerhet.

I testen er det mange ikke-ekvivalente steg

1.2c) Antall ekvivalente steg i øvelsene (i gjennomsnitt)

D1-oppgaver: 1. dag: 1 steg,
2. dag: 2,1 steg,
3. dag: 1,8 steg
4. dag: 1,4 steg
D2-oppgaver: 3. dag: 2 steg,
4. dag: 2,4 steg,
D3-oppgaver: 3. Dag: 1,5 steg (2 oppgaver)
Eleven bruker veldig få ekvivalente steg. Det er ingen tydelig forandring i antall steg.

2. Strategi/feil

2.1. Pretest/ posttest

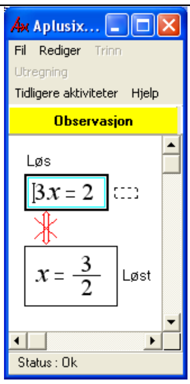
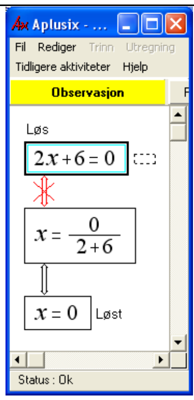
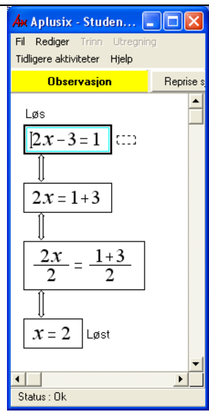
Oppgavetype 6: I pretest bruker hun en aritmetisk strategi og regnerekker, mens hun i posttesten anvender en algebraisk strategi.

Pretest	**Posttest**
$2x - 5 = 9$ $x = 9 + 5 = 14 : 2$ $x = 7$	$5x - 8 = 42$ $x = \frac{42 + 8}{5}$ $x = 10$

2.2. Aplusix-protokoller

Jeg presenterer typiske eksempler og tar med replay-videoen, der det er nyttig til støtte.

En tydelig progresjon i forståelsen av oppgavestrukturen blir synlig i protokollene.

		
2. dag test D2 Mira dividerer på feil tall. Antageligvis husker hun en del av prosedyren, at hun må dividere på et tall, men velger feil tall. Forståelsen synes å mangle.	***2. dag test D1*** Antageligvis er oppgavestrukturen ikke forstått. Det kan ha grunnen i for lite kunnskap om regneprioriteter.	***3. dag øvelse D1*** Eleven viser forståelse for strukturen. Hun bruker algebraiske strategier.

3. Bruk av programmet

3.1 Bruk av øvelse-, test- og selfrettingsfunksjonen.

Eleven bruker ikke selvrettingsfunksjonen. Mira gjorde mange feil i testen, og denne funksjonen hadde kanksje hjulpet henne til å kunne endre feilstrategiene.

3.2 Ekvivalente steg:

Eleven bruker få ekvivalente steg. Hun utnytter ikke programmets fordeler, nemlig å kunne lage mange ekvivalente steg for å ha kontroll over sin egen løsningsstrategi.

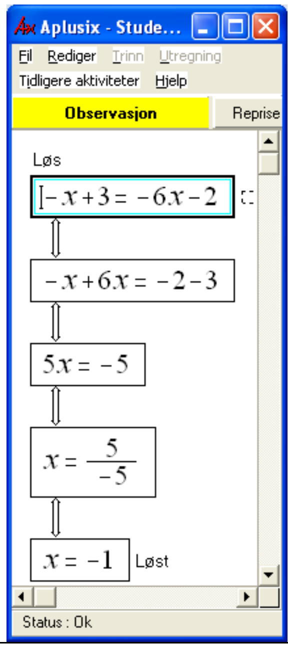
3.3 Tilbakemelding:

Brukte tilbakemeldinger fra programmet for å rette opp feilene. I testene, uten tilbakemelding, gjør hun fortsatt mange feil. Men den tydelige forbedringen av forståelsen av likhetstegnet, algebraiske strategier og prestasjoner viser at tilbakemeldinger fra Aplusix synes å ha hjulpet til læring.

3.4 Svakhet med programmet

a) Aplusix tillater feilstrategi

3. dag øvelse D1
Fra steg 3 til 4 dividerer eleven på feil tall. Programmet tillater feilen siden ekvivalensen ikke er forandret. Programmets svakhet hindrer at eleven kan rette opp feilen.



b) Statistikkfunksjonen
For denne eleven viser statistikken at eleven har prøvd mange oppgaver (114). En gjennomgang av alle oppgavene har vist at det er 18% av oppgavene som eleven bare har sett på og ikke prøvd, noe som statistikken forteller. Statistiske data burde derfor bare sees i sammenheng med en grundig analyse av øvrige Aplusix-data.

4. Kort sammendrag om denne eleven

Gjennom analysen av papirtestene og Aplusix-data kommer en tydelig forandring av den algebraiske strukturforståelsen fram. Å gjøre mange oppgaver i øvelsesmodus, dvs. med stadig tilbakemelding, synes å ha virket positivt på læringen.

Eleven bruker få ekvivalente steg i oppgaveløsningen. I tillegg benytter hun seg ikke av selvrettingsfunksjonen. Hadde hun brukt programmet på en litt annen måte, så kunne forbedringen ha vært enda større.

Navn: Ottar

Oversikt over papirtestene og Aplusix-aktivitetene

<table>
<tr><th>Kort beskrivelse av papirtesten</th><th colspan="3">Generell beskrivelse av protokollene</th></tr>
<tr><td rowspan="6">Positiv forandring i den diagnostiske delen av testen. I pretesten godtar han regnerekker, men ikke i posttesten. Verbalt uttrykker han relasjonell forståelse (”det same som”) i begge testene.
I oppgavedelen bruker han algebraiske strategier i begge testene.</td><td>Øvelse</td><td>Test</td><td>Selvkorrigering</td></tr>
<tr><td>29</td><td>16</td><td>0</td></tr>
<tr><td>Dag 1</td><td colspan="2">1. Øvelse (D1, bare sett på,)
2. Øvelse (13 D1 oppgaver, gjennomsnitt 2,2 ekvivalente steg
1. test (4 D2, gj.sn. 2,0 steg)</td></tr>
<tr><td>Dag 2</td><td colspan="2">1. Øvelse (12 D2, gj.sn.3,0 steg)
2. Øvelse (1 D4, bare sett på)</td></tr>
<tr><td>Dag 3</td><td colspan="2">1.test (12 D2, gj.sn.3,6 steg)
1.øvelse (3 D3, gj.sn.3,7steg)</td></tr>
<tr><td>Dag 4</td><td colspan="2">Fravær</td></tr>
</table>

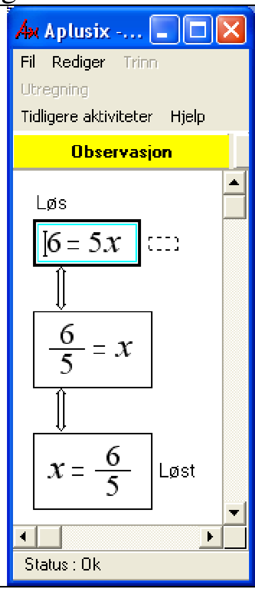
1. Ekvivalens

1.1 Pretest/ Posttest:
Verbalt uttrykker Ottar en relasjonell forståelse *(”det same som”)* i begge testene. Men i pretesten godtar han regnerekker. Også oppgavedelen viser dette. Regnerekker blir ikke lenger akseptert i posttesten, hverken i den diagnostiske delen eller i oppgavedelen (se eksemplene nedenfor)

Pretest	**Posttest**
3. $\frac{x-2}{4}=3$ $\frac{x-2\cdot 4}{4}=3\cdot 4=$ $x-2+2=12+4=$ $x=16$	3. $\frac{x-5}{7}=4$ $\frac{x-5\cdot 7}{7}=4\cdot 7$ $x-5=28$ $x=33$
Eleven skriver i rekke. Likhetstegnet har ikke en ekvivalensbetydning.	Eleven bruker konsekvent likhetstegnet som ekvivalenstegn.

1.2a) Aplusix-protokoller

Eleven viser god ekvivalensforståelse i alle oppgaver.

1. dag, øvelse D1 Ekvivalensbegrepet er så godt innlært at eleven ikke trenger å snu oppgaven først for å kunne regne videre.	

1.2b) Antall ekvivalente steg i testen (i gjennomsnitt)

D2-oppgaver 1. dag: 2,0 steg
3. dag: 3,6 steg

Ottar øker antall ekvivalente steg for D2-testoppgaver.

1.2c) Antall ekvivalente steg i øvelsene (i gjennomsnitt)

D1-oppgaver: 1. dag: 2,2 steg,,
D2-oppgaver: 2. dag: 3,0 steg

Ottar øker antall steg for mer vanskelige oppgaver.

2. Strategi/feil

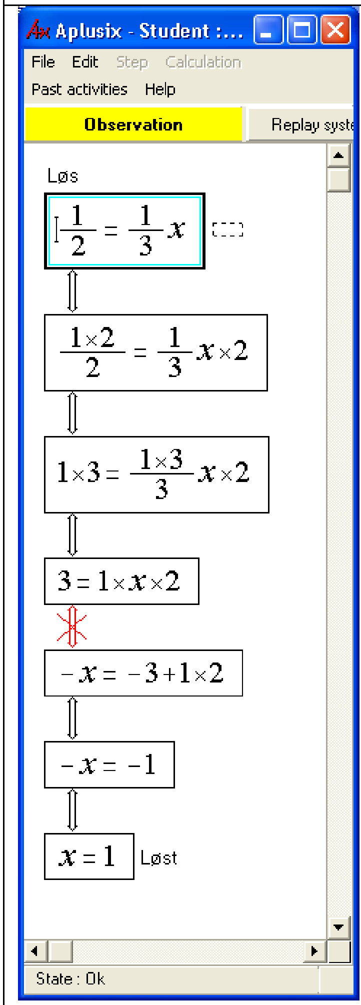
2.1. Pretest/ posttest

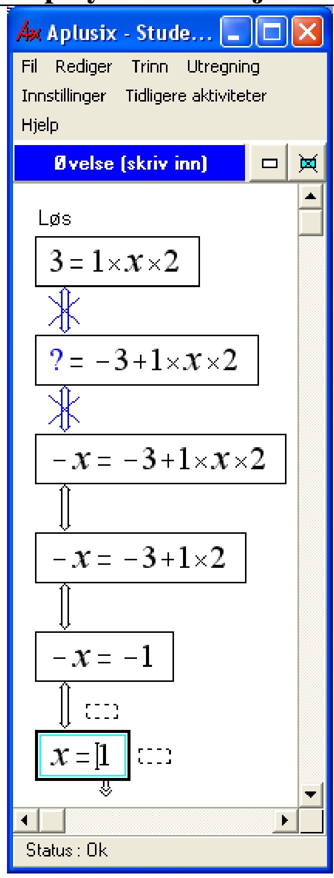
Han bruker algebraiske strategier både i pre- og posttesten.

2.2. Aplusix-protokoller

Jeg presenterer typiske eksempler og tar med replay-videoen, der det er nyttig til støtte.

Strategi

<table>
<tr><th>Protokoll</th><th>Replay-video fra fjerde steg</th></tr>
<tr><td>


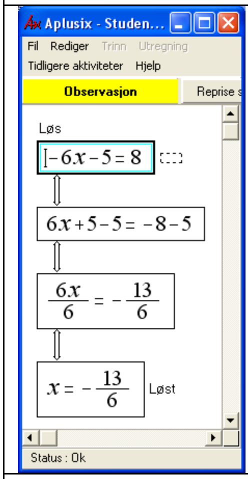
</td><td>


</td></tr>
<tr><td>
3. dag test D2
Fra fjerde til femte steg synes han ikke å se strukturen av oppgaven. Han flytter over 3 og x. Han ser ikke at x er en del av et produkt som ikke kan omformes på denne måten.

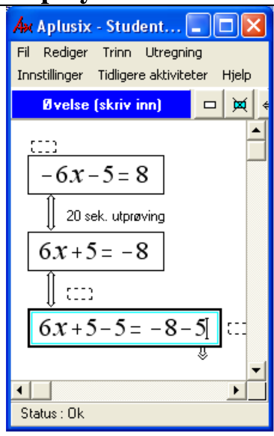
Replay-videoen viser at han regner målrettet fram til fjerde steg. Han bruker 36 sekunder til dette.
</td><td>
Replay-videoen
Han flytter over 3 til høyre side og x til venstre side. Han ser ikke oppgavestrukturen, et produkt på høyre side og flytter over x på feil måte. Deretter fortsetter han riktig og bruker regelen for regneprioriteter rett.
</td></tr>
</table>

Den didaktiske variable minus/-1

Protokoll



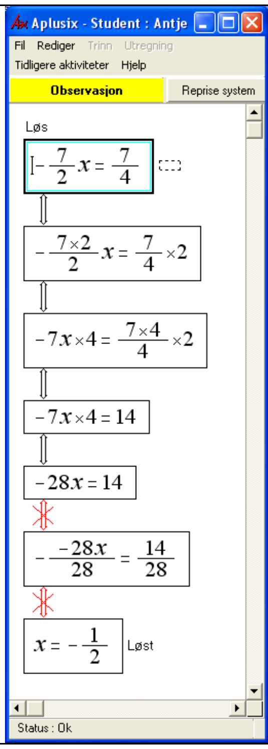
Replay-video



1.dag, D1-øvelse
Fra første til andre steg deler eleven alle ledd på –1 og samtidig flytter han over tall til høyre side.

Replay-videoen viser hvordan eleven går fram fra første til andre trinn (grafikk til høyre). Han prøver multiplikasjon med 5 og subtraksjon før han bestemmer seg for det riktige steget og får positiv tilbakemelding. Det tar 20 sekund. Neste steg tar han målrettet og raskt.
I begynnelsen er eleven veldi usikkert på oppgavestrukuren. Liknende oppgaver med positiv koeffisient løser han riktig. Det kan altså skyldes minuskoeffisienten.

3. dag, test D2
Fra femte til sjette steget deler han på 28, men legger til et minustegn på venstre side. Tenkte han å ta bort minustegnet i telleren og glemte det?
I neste steg bryr han seg ikke om at det står to minustegn framfor venstre uttrykket. Sett fra femte steg (-28x=14) er løsningen riktig. Siden eleven ellers ikke har gjort noen feil med denne typen oppgave, tyder denne feilen på en slurvefeil eller fortsatt litt usikkerhet med regning med minustall.



Den didaktiske variablen brøk:
Eleven anvender algebraiske strategier, for det meste helt riktig.

3. Bruk av programmet

3.1 Bruk av øvelses-, test- og selvrettingsfunksjonen.
Eleven regner få oppgaver, sammenlignet med andre elever. En grunn til dette kan være at han følger mattetimene bare i tre av fire datatimer. Men det kan hende at han bruker lang tid på hver oppgave.
Selvrettingsfunksjonen bruker han dessverre ikke.

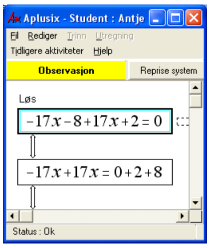
3.2 Ekvivalente steg
Allerede i løpet av den første øvelsen på første dag øker han antall ekvivalente steg betydelig (fra 1 til 5). Ved å bruke flere steg utnytter han programmets fordeler og ser på denne måten løsningsstrategien sin.

3.3 Tilbakemelding
Ottar bruker svært få ikke-ekvivalente steg. Han har brukt tilbakemeldingene fra programmet aktivt for å finne den riktige løsningen.

3.4 Annet

Forkunnskap: Eleven er ikke kjent med *ingen løsning* og *et hvilket som helst tall*.

Svakhet av programmet:
Eleven flytter ikke over riktig. Aplusix gir positiv tilbakemelding fordi løsningsmengden er "ingen løsning", uansett om han flytter over riktig eller feil.



4. Kort sammendrag for denne eleven
Ottar forandret skrivemåten fra å bruke regnerekker til konsekvent å ikke bruke regnerekker og heller bruke likhetstegnet som ekvivalenstegn. Programmets bruk av ekvivalente steg kan ha påvirket denne læringen.

Eleven gjør fortsatt grove strukturfeil når han ikke får tilbakemelding. Fordi han ikke bruker selvkorrigeringsmodus, retter han ikke opp denne misoppfatningen.

Forskerens bruk:
Analysen viser at Aplusix-protokoller ofte forteller veldig lite. Mens protokollene kan vise *perfekte* løsningsstrategier, kommer elevenes feiltenkning fram i replay-videoene.

Ved å bare analysere protokollene får man et vrangt bilde som ikke kan brukes til kvalitativ forskning om elevenes strategier og tenkemåter.

Navn: Paul

Oversikt over papirtestene og Aplusix-aktivitetene

<table>
<tr><th>Kort beskrivelse av papirtesten</th><th colspan="3">Generell beskrivelse av protokollene</th></tr>
<tr><td rowspan="6">Diagnostisk del: I begge testene uttrykker han med sine ord relasjonell forståelse av likhetstegnet (”det samme som”). I pretesten godtar han regnerekker, men ikke lenger i posttesten.
Oppgavedel: I posttesten bruker Paul tydelig flere ganger algebraiske strategier.</td><td>Øvelse</td><td>Test</td><td>Selvkorrigering</td></tr>
<tr><td>47</td><td>23</td><td>3</td></tr>
<tr><td>Dag 1</td><td colspan="2">1.øvelse (8 D1, gjennomsnitt 1,0 ekvivalente steg)</td></tr>
<tr><td>Dag 2</td><td colspan="2">1. øvelse (13 D1, gj.sn. 1,2 steg)
2. øvelse (1 D2, gj.sn. 2,0 steg)</td></tr>
<tr><td>Dag 3</td><td colspan="2">1. øvelse (7 D2, gj.sn. 1,3 steg)
1.test (10 D1, gj.sn. 1 steg)
2. og 3. øvelse (ser på oppgaver fra andre områder)
4.øvesle (2 D1, gj.sn. 1 steg)</td></tr>
<tr><td>Dag 4</td><td colspan="2">1. øvelse (13 D2, gj.sn. 1,3 steg)
1. test (13 D1, gj.sn. 1,3 steg)
1 Selvkorrektur (3 D1, gj.sn. 1,3 steg)
2. øvelse (1 D2 prøvd, 1 ekv. steg)</td></tr>
</table>

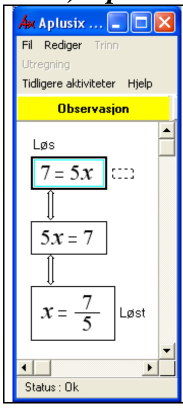
Paul bruker veldig få ekvivalente steg.
Han regner mest D1-oppgaver, men tar et litt økende antall D2-oppgaver etterhvert.

1. Ekvivalens

1.1 Pretest/ Posttest:
I *pretesten:* Eleven har verbalt en relasjonell forståelse av likhetstegnet (”*det samme som*”), men godtar regnerekker, noe som han også bruker i oppgavedelen (se nede).
I *posttesten* har han både verbalt og symbolsk en relasjonell forståelse. Han godtar ikke lenger regnerekker i den diagnostiske delen og bruker ikke lenger rekker i oppgaveregning. En symmetrisk ekvivalensforståelse og en algebraisk strukturforståelse blir synlig i oppgaveløsningen.

Pretest	Posttest
$2x - 5 = 9$ $x = 9 + 5 = 14 : 2$ $x = 7$	$5x - 8 = 42$ $x = \frac{42 + 8}{5}$ $x = 10$
Paul bruker regnerekker og en aritmetisk strategi.	Han anvender en algebraisk strategi.

1.2a) Aplusix-protokoller:

<table>
<tr>
<td>


</td>
<td>

2. dag øvelse D1
Paul viser god symmetrisk ekvivalensforståelse.

Replayfunksjonen viser litt usikkerhet. Men etter 11 sekund er Paul kommet fram til andre steget. Hans reaksjoner på tilbakemeldinger virker relativt målrettet.
</td>
</tr>
</table>

1.2b) Antall ekvivalente i testen (i gjennomsnitt)
D1-oppgaver: 3. dag: 1,0 steg
4. dag: 1,3 steg
Eleven bruker få steg i testene. Det er ingen tydelig økning etterhvert.

1.2c) Antall ekvivalente steg i øvelsene
D1-oppgaver: 1. dag: 1 steg,
2. dag: 1,2 steg,
D2-oppgaver: 2. dag: 2 steg,
3. dag: 1 steg,
4. dag: 1 steg,

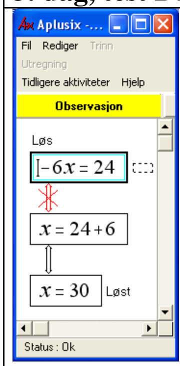
-

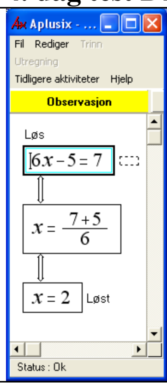
2. Strategi/feil

2.1. Pretest/ posttest:
Som eksemplet under 1.1 viser bruker Paul i pretesten ofte aritmetiske strategier. I posttesten anvender han algebraiske strategier.

2.2. Aplusix-protokoller
Jeg presenterer typiske eksempler og tar med replay-videoen der det er nyttig til støtte.

Oppgavestruktur

<table>
<tr>
<td>3. dag, test D1</td>
<td>4. dag test D1</td>
</tr>
<tr>
<td>


</td>
<td>


</td>
</tr>
<tr>
<td>I testen kommer fram at eleven ikke har forstått</td>
<td>Aplusix-protokollen virker slik at eleven har</td>
</tr>
</table>

oppgavestrukturen. Han ser ”-6”på venstre side og flytter dette (riktig) over. At ”–6” og ”x” er to faktorer av et produkt oppfatter han ikke. Kanskje det er den didaktiske variablen minus som har skapt forvirring.	forstått oppgavestrukturen nå. *Replay-videoen* tyder på at tilbakemeldingene har hjulpet eleven til å finne strategien.

Den didaktiske variablen brøk
Eleven prøver seg bare på 5 brøkoppgaver i hele perioden. Jeg analyserte én oppgave med replay-funksjonen og så *prøving og feiling* på sitt ytterste. Jeg kan ikke gjengi dette her. Men det ble helt klart for meg at eleven har veldig store problemer med å se oppgavestrukturer. Mangelen på førkunnskap synes å ha skapt problemer ved regning av ligninger i Aplusix.

3. Bruk av programmet

3.1 Bruk av øvelse-, test- og selvrettingsfunksjonen.
Han retter på tre feil, en fortegnsfeil ved overflytting og to nedkortingsfeil. Det er vanskelig å si hvor nyttig dette var.

3.2 Ekvivalente steg/ tilbakemeldingene
Protokollene til Paul viser veldig få ekvivalente steg. Analysene av protokollene og replay-videoer tyder på at han har brukt tilbakemeldingene fra Aplusix aktivt i løsningsprosessen. Han forandret lenge på et uttrykk, visket vekk, begynte på nytt og brukte prøve- og feile-strategi til ligningen var løst.

3.3 Annet
Forkunnskap: En mangel på grunnleggende aritmetiske og algebraiske kunnskaper synes å være et hinder for læring med Aplusix. Fordi Paul ikke hadde tilstrekkelig kunnskap, brukte han mye tid på ustrukturert og tilfeldig prøving og feiling.

4. Kort sammendrag om denne eleven
I begynnelsen har eleven store strukturproblemer, men etter eksperiment-perioden viser han økt forståelse og bedre prestasjon for flere oppgavetyper (2, 4, 6). Han har delvis forandret sin skrivemåte på papir, fra mer personlige og aritmetiske til vanlige algebraiske skrivemåter. Han kunne ikke forbedre strategier for brøkoppgaver. Bedre forkunnskap, mer hjelp og mer tid hadde kanskje hjulpet.

Navn: Siri (intervjuelev)

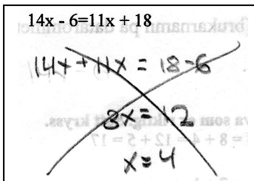
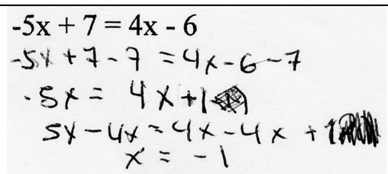
Oversikt over papirtestene og Aplusix-aktivitetene

<table>
<tr><th>Kort beskrivelse av papirtesten</th><th colspan="4">Generell beskrivelse av protokollene</th></tr>
<tr><td rowspan="6">Diagnostisk del: Både i pre- og i posttest uttrykker hun relasjonell forståelse, både verbalt (”er det same som (at sifra foran og bak = har same verdi)”) og symbolsk (hun godtar ikke regnerekker). Hun er i tillegg trygg på å anvende regneprioritetssreglene.
Oppgavedel: En forandring fra aritmetiske til algebraiske strategier er synlig. I pretesten bruker hun aritmetiske strategier. I posttesten skriver hun i mange tilfeller bare fasiten. Strategien er bare synlig for noen oppgaver, men er tydelig av algebraisk natur.</td><td colspan="2">Øvelse</td><td>Test</td><td>Selvkorrigering</td></tr>
<tr><td colspan="2">66</td><td>45</td><td>14</td></tr>
<tr><td>Dag 1</td><td colspan="3">1 øvelse (5D1, gjennomsnitt 1,0 steg)
2.øvelse (5 D1, gj.sn.2,0)
1. test (6 D1, gj.sn. 2,0)
3. øvelse (13 D1, gj.sn. 1,6)
2. test (9D1, gj. sn. 0,7 (6 steg), ikke ekvivalente steg: 5</td></tr>
<tr><td>Dag 2</td><td colspan="3">1. øvelse (13 D1, gj.sn. 2,3)
1. test (13D1, gj.sn. 1,3)
Selvkorrigering (4 D1, gj.sn. 2,0)
2.øvelse (6 D2, gj.sn. 3,0)</td></tr>
<tr><td>Dag 3</td><td colspan="3">1.øvelse (12 D2, gj.sn. 2,5)
1.test (1 D2)
2.øvelse (1 D2
2.test (3 D2, gj.sn. 1,0)
1. Selvkorrigering (3 D2, gj.sn. 1,7)
3.test (12 D2, gj. sn. 1,4 (15 steg), ikke-ekv. steg gj.sn. 0,4 (4)
2. Selvkorrigering (6 D2)</td></tr>
<tr><td>Dag 4</td><td colspan="3">1.øvelse (10 D3, gj.sn. 5,2 steg)
2.øvelse (1 D3)
1.test (1 D3)
1. Selvkorrigering (1 D3, bare sett på)</td></tr>
</table>

Siri jobber systematisk og etter min anvisning. Hun bruker selvkorrigerings-funksjonen flittig.

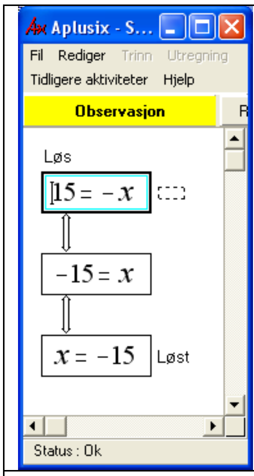
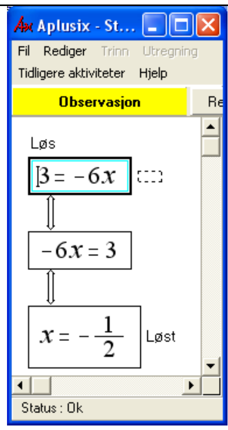
1. Ekvivalens

1.1 Pretest/ Posttest

<table>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Oppgavetype 5: I pretesten mangler Siri strukturforståelsen for denne litt mer komplekse oppgaven.</td><td>I posttesten ser hun oppgavestrukturen og bruker algebraiske strategier.</td></tr>
</table>

1.2a) Aplusix-protokoller:

Eksemplene viser symmetrisk ekvivalensforståelse og anvendelse (i kronologisk rekkefølge).

	
1. dag, 2. øvelse D1 1. multiplikasjon med "-1" 2. anvendelse av symmetrisk ekvivalens	**1.dag, 3. øvelse D1** 1.anvendelse av symmetrisk ekvivalens. 2. videre utregning. I protokollen fatter hun sammen flere steg. Det er ikke synlig hva eleven har gjort.

Protokollene tyder på at eleven har god forståelse for symmetrisk ekvivalens.

1.2b) Antall ekvivalente i testen (i gjennomsnitt)

D1-oppgaver: 1. dag, 1. test: gj.sn. 2,0 steg,
2. test: gj.sn. 0,7 steg
D2-oppgaver: 3. dag, 1. test (3 oppg) gj. sn. 1,0 steg,
2. test gj.sn. 1,4 steg

1.2c) Antall ekvivalente steg i øvelsene

D1-oppgaver: 1. dag: gj. sn. 1,0; 2,0; 1,6;
2.dag: gj. sn. 2,3;
D2-oppgaver: 2. dag: gj. sn. 3,0
+* 1|3. dag: gj.sn. 2,5;
D3-oppgaver: 4. dag: gj. sn. 5,2 steg

Hun bruker ikke mange ekvivalente steg for D1- og D2-oppgaver. Replay-videoene viser at hun bruker mange steg i løsningsprosessen, men visker bort alt som ikke er ekvivalent. På denne måten ser man i protokollene bare ekvivalente steg.
D3-oppgaver løser hun med mange synlige ekvivalente steg. Det virker som om hun fortsatt er litt usikker på disse typer oppgaver og derfor har nytte av å se alle steg hun utførte.

2. Strategi/feil

2.1. Pretest/ posttest

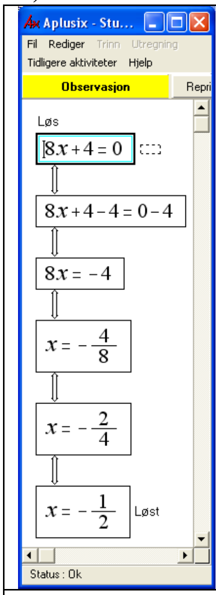
I pretesten bruker Siri bare aritmetiske strategier. I posttesten er strategier ikke særlig synlig. Eleven skriver ofte bare resultatet.

2.2. Aplusix-protokoller

Jeg presenterer typiske eksempler og tar med replay-videoen der det er nyttig til støtte.

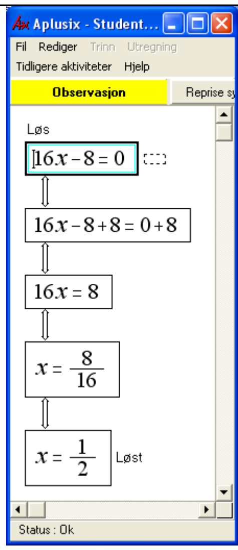
Oppgavestruktur

a) Usikkerhet



1.dag, øvelse D1

Protokollen ser helt riktig ut.
Replay videoen viser at eleven er svært usikker på strategien helt i begynnelsen av oppgaven. Hun prøver og feiler, visker vekk og skriver på nytt. Forståelsen for oppgaven mangler på dette tidspunktet. Etter 48 sekund skriver hun andre steget som det vises i protokollen. Også fra andre til tredje steget er hun svært usikker. Hun bruker 38 sekund. I neste steget deler hun på feil tall (4) først.



1.dag, øvelse D1

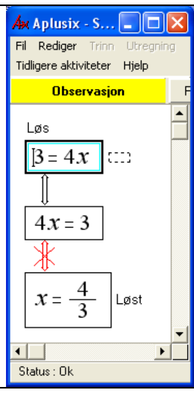
Noen oppgaver senere.
I *replay-videoen* ser jeg at eleven nå kjenner strategien og bruker kort tid til løsningen. Hun deler på riktig tall (16) med en gang.

b) Dividerer på feil tall

2.dag, test D1

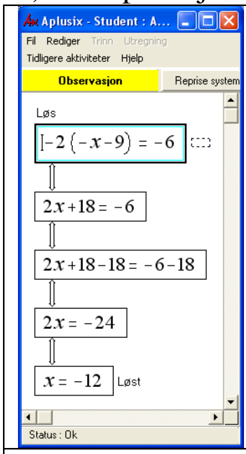
Fra andre til tredje steg dividerer Siri på feil tall. Forstår hun ikke oppgavestrukturen?

Hun retter feilen i selvrettings-modus.



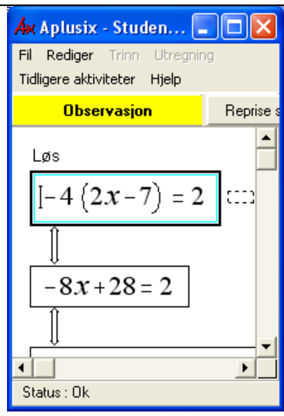
Hun gjør denne feilen i pretesten, men ikke i posttesten

c) Multiplikasjon av faktor med parentes



4. dag øvelse, D3 (Siris første D3-oppgave)
Protokollen viser en korrekt løsningsvei.

Replay-funksjonen avslører at hun bruker 125 sekund på prøving og feiling før hun finner den riktige strategien. Problemet er at hun ikke oppfatter det skjulte multiplikasjonstegnet mellom ”-2” og parentesen.

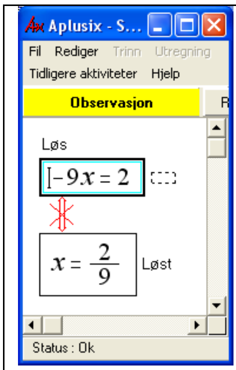


4. dag øvelse, D3 (Siris andre D3-oppgave)

I replay-videoen ser jeg at eleven kommer fram til andre trinnet etter 18 sekund. Hun har lært mye av tilbakemeldingene hun har fått i første oppgaven.

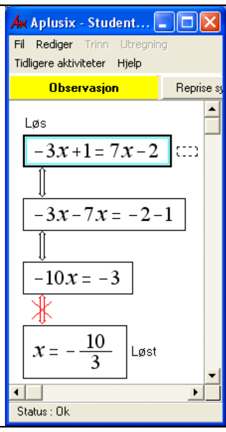
Siri lærer raskt av programmets tilbakemeldinger.

Den didaktiske variable minus



1. dag, test D1
Ignorerer eleven minustegnet?

Hun bruker selvkorrigeringsmodus for å rette opp feilen.



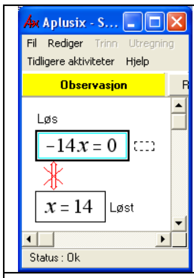
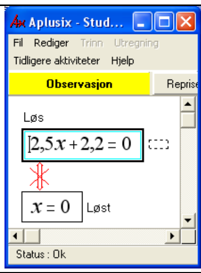
2. dag, test D2
Fra tredje til fjerde trinn viser hun usikkerhet i forhold til minustegnet (i tillegg en strukturfeil)

I selvkorrigerings-modus korrigerer hun feilene.

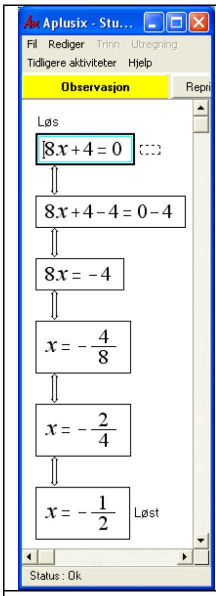
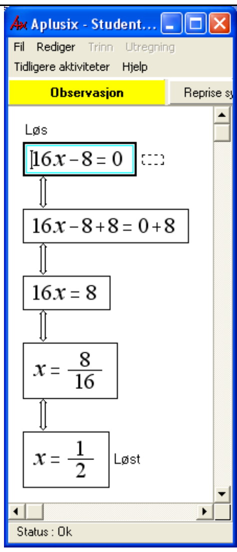
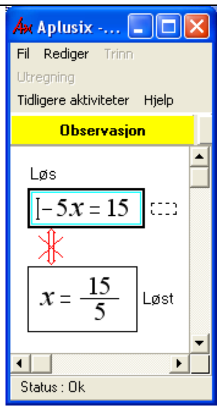
Replay-funksjonen viser at hun korrigerer feilene målrettet og raskt.

I posttesten gjør hun samme minusfeilen igjen. Har hun ikke lært nok av selvkorrigeringen?

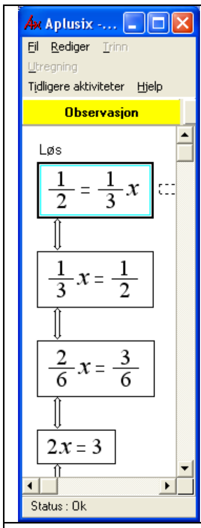
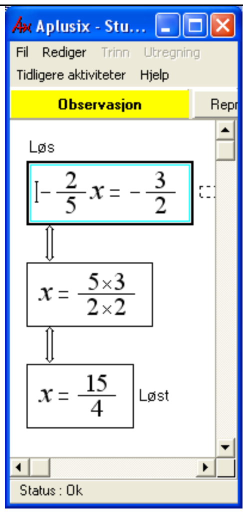
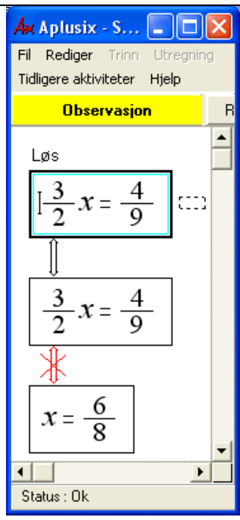
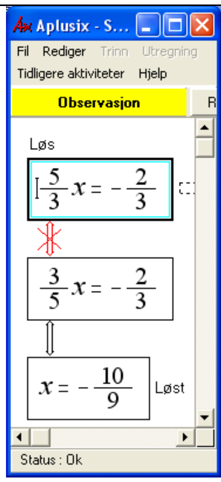
Den didaktiske variable null
Noen eksempler på feilforståelse av nulltallet

		$-3x+9=0$ $x=0$
1. dag, test D1 Ser eleven oppgavestrukturen slik at det står ”-14+x”? Replay-videoen gir ikke noe forklaring på hvordan eleven tenker. Eleven tar ikke selvkorrigering her.	**3. dag, test D2** Det er helt umulig å finne ut hva eleven tenkte her. Nulltallet forvirrer henne. Eleven bruker selvkorrigering.	**Posttesten** viser fortsatt problemer med null-tallet.

Den didaktiske variable brøk
a) Algebraisk regel: utviding og korting

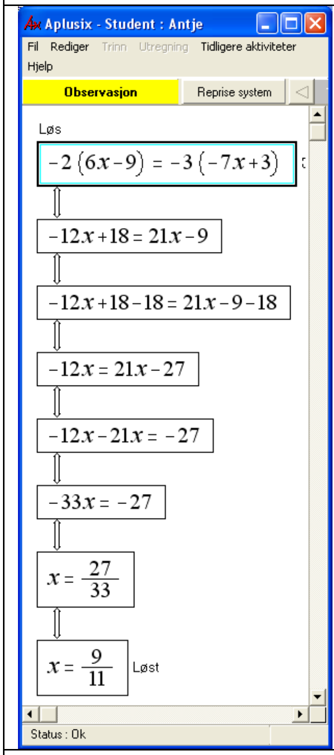
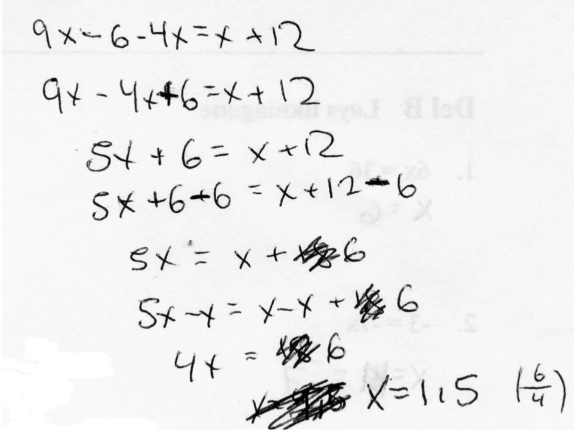
		
1. dag, øvelse D1 Fra fjerde steg av korter eleven brøken i flere steg, deler bare på 2 hver gang.	I en senere oppgave korter eleven i ett steg. Se fra fjerde til femte steg. Det er en progresjon. *Replay-videoen* viser at hun korter brøken først på fire, deretter på to.	**1. dag test, D1** I testen (uten tilbakemelding) korter eleven ikke. Kunnskapen og ferdigheten er ikke godt nok innlært enda.

b) Strategi brøkregning

			
2.dag, øvelse D2 Eleven bruker en *uvanlig strategi*: Fra andre til tredje steg har eleven funnet fellesnevneren og utvidet brøkene. Det er usikkert hvorfor hun tar bort nevnere i femte steget. Tenker eleven på strategien som hun bruker for addisjon/subtraksjon av brøk?	**3. dag, øvelse D2** Eleven har forandret strategien. Har hun fått et innspill fra læreren? Hun multipliserer riktig med den resiproke brøken.	**2. dag, øvelse D2** Det er usikkert hvilken strategi eleven bruker her. Har eleven multiplisert med 3/2 og kortet ned på feil måte?	**3.dag, test D2** I første steget forandrer hun koeffisientbrøken til den resiproke brøken. I neste steget bruker hun den riktige strategien og multipliserer med den resiproke brøken.

Eksemplene over viser at eleven er svært usikker på brøkregning. Dette forklarer kanskje hvorfor hun utelater oppgavetype 3 i begge papirtestene.

Kompleksitet

Protokoll	**Posttest**
	3(3x - 2) - 4x = x + 12 
4. dag øvelse D3 Kompleksitet er ingen problem for denne eleven. Det virker slik at hun liker utfordringer som D3-oppgaver gir.	I *papirtestene* er en tydelig progresjon i forhold til kompleksitet synlig. I pretesten utelater hun, eller bruker feil strategi for oppgavetype 5. I posttesten bruker hun riktig strategi og løser i tillegg enda mer komplekse oppgaver.

3. Bruk av programmet

Eleven brukte programmet etter min anvisning, dvs. jobbet med oppgavene D1 til D3, begynte i øvelsesmodus, jobbet så i testmodus og etterpå i selvkorrigeringsmodus.

3.1 Bruk av øvelses-, test- og selvfrettingsfunksjonen.

Siri brukte selvrettingsfunksjonen ofte. Hun rettet opp feilene målrettet.
En del feil av samme type i posttesten tyder likevel på at hun ikke har lært nok ved å rette opp feilene med Aplusix.

3.2 Ekvivalente steg:

Protokollene viser ingen tydelig økning av ekvivalente steg. Bare på D3-oppgaver bruker hun mange steg.

3.3 Tilbakemelding

I øvelsesmodus med stadig tilbakemelding fra Aplusix løser Siri de fleste oppgaver rett. I testmodus og i posttesten gjør hun derimot en del feil. På ikke-ekvivalens-tilbakemeldingen reagerer Siri med enten strukturert prøving og feiling eller hun retter opp feilen målrettet og raskt. Hun synes å ha hatt stor nytte av tilbakemeldingene.

4. Kort sammendrag og triangulering med intervju

Siri har god symmetrisk ekvivalensforståelse.
Hun viser noen usikkerheter med regneregler for minustall og nulltallet. Strategier for brøkregning er hun svært usikker på og utelater derfor brøkoppgaver fra Aplusix-systemet i papirtestene.

I intervjuet gir hun noen forklaringer:
Strategi: Hun forteller i intervjuet at hun har sett på løsningene og funnet ut hva hun har gjort feil (35-39). Jeg kan dessverre ikke se dette i replay-videoene av øvelses- og testoppgavene. Men i selvrettingsmodus kan det være en forklaring på hennes raske retting av feilene (se oppe).
Tilbakemelding: ”(programmet) forklarte oss på en måte kva vi gjorde feil.” (22-23). (49-50). Tilbakemelding hjelper å bli mindre avhengig av læreren (105-106). (se oppe hvordan eleven brukte denne funksjonen av programmet.)
Forståelsen: ”Det er mange ting eg har forstått bedre ” (117-118). ”...det var bare noken få timar da. Så eg har ikkje blitt så mykje bedre på dei timane. Så eg skulle gjerne fortsatt med det egentlig.” (119-121). Protokollene og replay viser at hun har jobbet med oppgaver fra D1 til D3, og brukt modus øvelse, test og selvretting. I posttesten løser hun komplekse oppgaver og viser god forståelse for algebraiske strukturer og strategier.

Navn: Stian

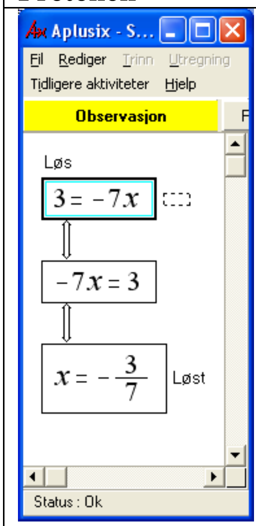
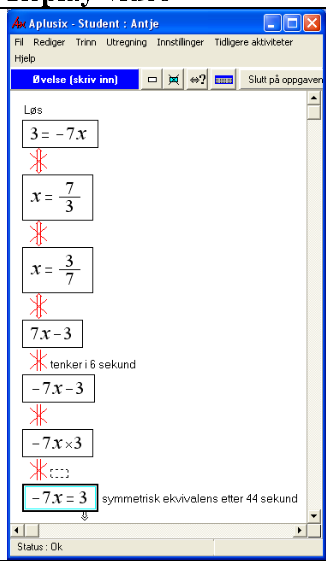
Oversikt over papirtestene og Aplusix-aktivitetene

<table>
<tr><th>Kort beskrivelse av papirtesten</th><th colspan="3">Generell beskrivelse av protokollene</th></tr>
<tr><td rowspan="6">I den diagnostiske delen av begge testene viser eleven, både verbalt og symbolsk, en relasjonell forståelse av likhetstegnet.
Oppgavedelen viser i pretesten at Stian bruker både aritmetiske og algebraiske metoder. I posttesten bruker han bare algebraiske metoder.
Spesielt for oppgavetype 1 har han forandret strategien.</td><td>Øvelse</td><td>Test</td><td>Selvkorrigering</td></tr>
<tr><td>47</td><td>26</td><td>1</td></tr>
<tr><td>Dag 1</td><td colspan="2">1. øvelse (9 D1, gjennomsnitt 1,0 ekvivalente steg)</td></tr>
<tr><td>Dag 2</td><td colspan="2">1. øvelse (1 D2, bare sett på)
2. øvelse (1 D2, bare sett på)
3. øvelse (13 D1, gj.sn. 1,2 ekv. steg)</td></tr>
<tr><td>Dag 3</td><td colspan="2">1. øvelse (13 D1, gj.sn. 1,0)
2. øvelse (1 D1)
1. test (13 D1, gj.sn. 0,7 ekv. steg og, 0,3 ikke-ekv.steg)</td></tr>
<tr><td>Dag 4</td><td colspan="2">1. test (13 D1, gj.sn.0,8 ekv.steg, 0,2 ikke ekv. steg)
Selvkorrigering (1 D1, 2 ekv. steg)
1 øvelse (9 D2, gj.sn. 0,7 ekv. steg, 0,1 ikke-ekv.steg)</td></tr>
</table>

1. Ekvivalens:

1.1 Pretest/ Posttest:
Stian utelater oppgaven der han kunne vise symmetrisk ekvivalensforståelse.

1.2a) Aplusix-protokoller:
Han viser stor usikkerhet med symmetrisk ekvivalens. Se følgende eksempel fra første dag.

<table>
<tr><th>Protokoll</th><th>Replay-video</th></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>1. dag, øvelse D1
Protokollen viser en helt riktig løsningsstrategi.</td><td>Replay-video: I første steget utfører eleven en lært prosedyre. Men: han ser ikke at x står på</td></tr>
</table>

	høyre side, og later om x står på venstre side (som vanlig). Tilbakemeldingen gjør at han prøver den inverse brøken. Ikke-ekvivalens meldingen forandrer nå tankene hans. Men han bruker lang tid, **viser stor usikkerhet,** og prøver å multiplisere, før han finner ut hvordan han må snu oppgaven. Om han har forstått dette er veldig usikkert.

1.2b) Antall ekvivalente i testen (i gjennomsnitt)
D1-oppgaver: 3. dag 0,7 ekvivalente steg
4. dag 0,8 ekvivalente steg
Det er ikke en tydelig økning i antall ekvivalente steg.

1.2c) Antall ekvivalente steg i øvelsene (i gjennomsnitt)
D1-oppgaver: Ingen økning av antall steg i løpet av perioden, heller en minking.

2. Strategi/feil

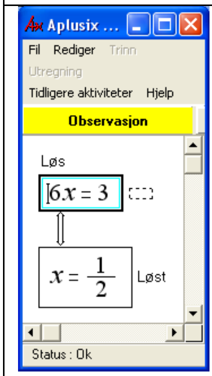
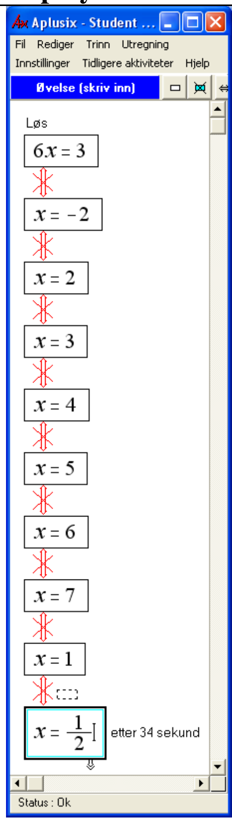
2.1. Pretest/ posttest

Pretest	**Posttest**
1. $4x = 20$ $4x = 20$ $4 \cdot x = 20$ $x = 20 : 4$ $x = 5$	1. $6x = 36$ $x = 6$ $\frac{\cancel{6}x}{\cancel{6}} = x = \frac{36}{6}$
Tydelig aritmetisk strategi. Eleven utfører operasjonen baklengs.	Algebraisk strategi: Eleven gjør det samme på begge sider.

2.2. Aplusix-protokoller
Jeg presenterer typiske eksempler og tar med replay-videoen, der det er nyttig til støtte.

Eleven viser nesten ingen strategi i protokollene. Replay-videoen derimot gir rikelig informasjon. Også testene viser noen struktur- og strategifeil.

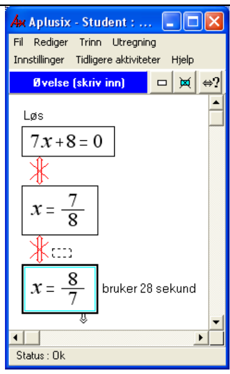
Et eksempel fra tredje dag viser godt at protokollene kan være helt riktige, mens replay-videoen forteller hele historien av løsningsprosessen.

Protokoll	**Replay-video**
	
3. dag, øvelse D1 Protokollen viser ingen strategi. Jeg kan ikke avgjøre om eleven regnet i hodet eller brukte andre strategier før jeg har sett på replay-videoen.	**Replay-videoen** er etterlignet Fra første til andre steget: deler han 6 på 3? Men hvor får han minustegnet fra? Er det en blanding av deling og overflytting? På *ikke-ekvivalent* tilbakemelding reagerer han med å ta bort minustegnet. Siden det ikke er riktig heller, prøver han nå flere (tilfeldige?) tall, i 17 sekund! Hvorfor? Har han problemer med den algebraiske måten å skrive oppgaven på? (I pretesten bruker han en aritmetisk strategi). Det er veldig usikkert hvordan han finner svaret til slutt (etter 34 sekund).

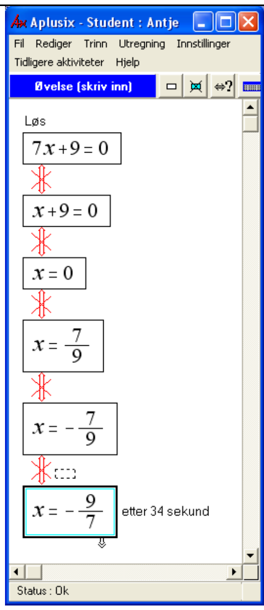
Den didaktiske variablen null
Nulltallet irriterer eleven lenge. En tydelig progresjon i løpet av hele aktivitetsfasen er synlig. Alle replay-videoene er etterlignet.

I pretesten regner han ikke oppgavetype 4 (ax+b=0)

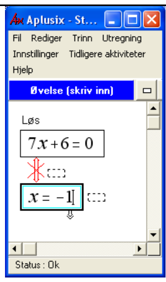
<table>
<tr>
<td>1. dag: I replay-videoen er ingen struktur synlig. Bruker han tallene tilfeldig? Han får ikke riktig løsning og bryr seg ikke om systemets tilbakemelding.</td>
<td>



</td>
</tr>
<tr>
<td>2. dag: Ingen struktur synlig. Løsningsveien virker like tilfeldig som på første dag. Men han får riktig løsning.</td>
<td>

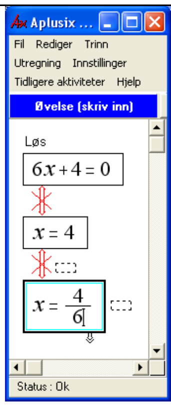


</td>
</tr>
<tr>
<td>Aplusix 3. dag: Stian oppfatter ikke oppgavens struktur. Antageligvis ser han på 7x som 7+x og regner 6-7.</td>
<td>

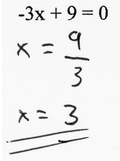


</td>
</tr>
<tr>
<td>Aplusix 4. dag: Andre steget viser et mellomsteg: han har flyttet over 4. Deretter deler han på 6. Eleven viser riktig strukturforståelse og strategi, men bruker ikke programmets fordeler ved å lage ekvivalente steg.

Et annet problem med den didaktiske variablen minus blir synlig.</td>
<td>



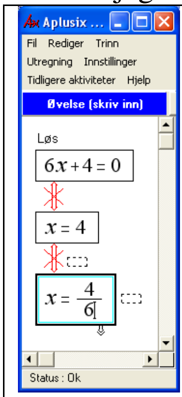
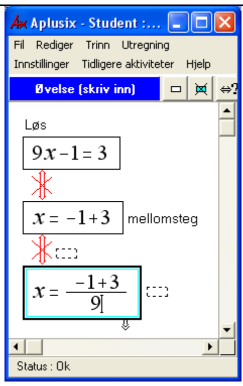
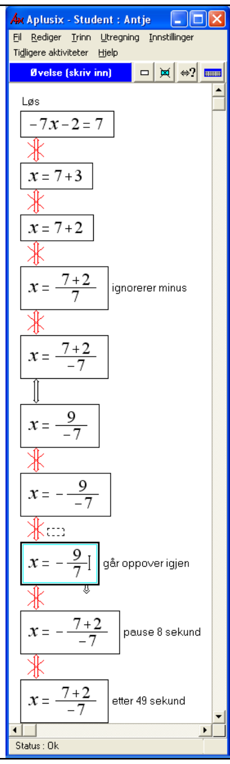
</td>
</tr>
</table>

I **posttest** viser han samme strategi som på 4. Aplusix-dag. Problemet med minus har han fortsatt.	

Fra første til tredje dag bruker eleven tilfeldige strategier eller feilstrategier. Han oppfatter ikke oppgavestrukturen. Først på fjerde dag forstår han strukturen og bruker riktig strategi som han også anvender i posttesten.

Den didaktiske variablen minus

Problemet er egentlig manglende algebraisk strukturforståelse. Se følgende eksempel. Også her har jeg etterlignet replay-videoen.

		
4. dag, test D1 Replay-videoene viser at eleven dupliserer, visker alt på andre steget vekk og skriver inn *x=?*. Deretter flytter han over 4-tallet (uten å skifte fortegnet), men bruker ikke den algebraiske strategien, å subtrahere 4 på begge sider. Å bruke et slags mellomsteg (ikke ekvivalent) viser også at han ikke produserer ekvivalente steg, dvs. algebraiske skrivemåter.	Et annet eksempel fra samme testen viser det samme. Det virker som prosedyrelæring uten forståelse. Eleven husker ikke hele prosedyren. Han glemmer å skifte fortegn. Hadde han hatt algebraisk forståelse, ville han ikke ha gjort slike feil.	**4. dag, test D1** Her viser han stor usikkerhet i deling på en negativ koeffisient. Som før bruker eleven *ikke-ekvivalente* mellomsteg. Tre-tallet på andre steget oppfatter jeg som skrivefeil. Han deler på +7, får tilbakemelding om *ikke-ekvivalens* og reagerer ved å sette et minustegn. Dette er helt riktig og han får positiv tilbakemelding. Likevel er han usikker og forandrer flere ganger på minustegnet. Han bruker mye tid på dette. Etter 49 sekund avslutter han oppgaven.

3. Bruk av programmet

3.1 Bruk av øvelses-, test- og selvrettingsfunksjonen

Stian bruker øvelses- og testmodus som han ble bedt om, men bruker selvkorrigering bare én gang.

3.2 Ekvivalente steg
Protokollene viser få ekvivalente steg. Replay-videoene viser imidlertid mange aksjoner. Eleven anvender programmet på den måten at han skriver inn et uttrykk og visker vekk flere ganger før han bestemmer seg. Først når han får positiv tilbakemelding fra programmet, dupliserer han og går videre.
Han manipulerer ikke likningen på algebraisk måte, men skriver helst løsningen med én gang. Fordi han ikke bruker algebraiske metoder, men prøver å løse alt i hodet, skjer mange feil, f.eks. minusfeil ved overflytting. Han bruker ikke programmets fordeler, nemlig det å bruke mange ekvivalente steg i løsningsveien. Ofte bruker han mellomregninger som ikke er ekvivalente steg.

3.3 Tilbakemelding
Stort sett reagerer eleven på ikke ekvivalens- tilbakemelding ved å vurdere løsningsstrategien på nytt. Relativt ofte bruker han prøving og feiling. Det virker tilfeldig. Av og til reagerer han ikke på programmets tilbakemelding og lar feilen stå. Det er vanskelig å si om han ikke har lyst å tenke mer, eller prøve mer.

3.4 Annet
I et tilfeldig møte med Stian etter eksperimentperioden sa han til meg: *"Det var ikke så lett å føre, skrive i Aplusix."*. Det vil forklare hans *mellomsteg*. Å bruke aritmetiske løsnings- og skrivemåter er fortsatt mest naturlig for han.

4. Kort sammendrag for denne eleven
Eleven har ikke brukt programmet slik det er laget for å bli brukt. Likevel forandrer han løsningsstrategiene sine fra både aritmetisk og algebraisk i pretesten til bare algebraisk i posttesten.
Til tross for hans spesielle bruk av programmet, førte det til bruk av algebraiske strategier i flere oppgaver.

Vedlegg 11: Observasjonsresultater

Strukturert observasjon
A – Aplusix-gruppe
P – Papir/blyant-gruppe
A, B, C: Klassebenevning

Gruppe	**Time**	**Skole-klasse**	**Interaksjon med lærer/ forsker**												**Interaksjon med medelev**		**Interaskjon lærebok**	**Interaksjon andre ting**	
			Antall										Tidsbruk (minutt)						
			Elevspørsmål til lærer/ forsker				Lærer til hele klassen, faglig		Lærer til hele klassen, teknisk		Irettesetting av hele klassen eller enkelte lever		faglige forklaringer til hele klassen						
			teknisk		faglig														
A	1	A	6	20	13	28	0	0	2	4	0	0	0	0	3	8	0	0	0
		B	14		15		0		2		0		0		5		0	0	
	2	A	3	8	18	29	0	1	1	2	0	2	0	5 min	8	16	0	0	3
		B	5		11		1		1		2		5 min		8		0	3	
	3	A	2	3	20	29	1	1	0	0	0	3	7 min	7 min	6	12	0	2	5
		B	1		9		0		0		3		0		6		0	3	
	4	A	2	3	24	28	0	1	1	2	0	0	0	0	5	11	0	2	6
		B	1		4		1		1		0		0		6		0	4	
P	3	C	-		15	15	Ikke målt		-		10	10	20 min	20 min	20	20	0	3	3

Ustrukturert tilleggsobservasjon

Gruppe	Time	Skoleklasse	Arbeidsro	Elevens motivasjon
A	1	A	god	Høy motivasjon. Alle jobbet med programmet. Dårlig fagkunnskap satte grenser.
		B		
	2	A	God ro, mye individuell jobbing, en del hjelp fra medelever og lærer	Høy konsentrasjon
		B		Høy konsentrasjon, 2 elever igjen i datarom etter timen som helst ville fortsette
	3	A	Litt mer uro	Motivasjon minkende. Mye hjelp til særlig svake elever. De andre klarer seg. A-klasse-elevene litt trøtt i første timen.
		B	En del uro	
	4	A	Litt uro	Minkende motivasjon. Enkelte jobber ikke lenger konsentrert med Aplusix, mens andre er fortsatt motiverte.
		B	Litt uro, bedre enn i går	
P		C	Uro i begynnelsen, rolig når læreren underviser ved tavla, mye småprating, uro voksende når elevene regner oppgaver.	En del elever er motiverte. Mange elever er ukonsentrerte. Mange spørsmål som ikke blir svart på. Ukonsentrerthet! Mye støy!

Vedlegg 12: Spørreskjema, resultater kvantitativ – enkelte spørsmål og kategorier

Spørreskjema – strukturert del

Resultat fra de enkelte påstandene

	N	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation
1. Forståelsen av skjermbilde	51	1	5	2,84	1,155
2. Teknisk bruk av programmet	51	1	5	2,16	1,102
3. Læring av programmet	49	1	5	2,57	1,369
4. Trening av oppgaver en ellers har problem med	50	1	5	3,56	1,373
5. Løsning av likninger/ forståelsen av likhetstegnet	51	1	5	3,92	1,426
6. Tilbakemeldinger fra Aplusix hjelper	48	1	5	3,56	1,287
7. Tidsbruk ikke større med Aplusix	44	1	5	2,80	1,472
8. Differensiering for alle elever mulig	46	1	5	2,80	1,392
9. Motiverende å bruke Aplusix	50	1	5	3,48	1,403
10. Aplusix passer til 10. klasse elever	46	1	5	3,17	1,338
11. Aplusix kan brukes uten hjelp	49	1	5	2,57	1,369
12. Å bruke Aplusix krever ikke hjelp fra læreren	49	1	5	3,22	1,433
13. Å bruke Aplusix krever ikke hjelp fra medeleven	49	1	5	3,16	1,448
Valid N (listwise)	31				

Resultat fra kategoriene i gjennomsnitt

	N	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation
Teknisk	49	1,00	5,00	2,4966	,97450
Pedagogisk	41	1,25	5,00	3,3963	1,09541
Differensiering	46	1,00	5,00	2,8043	1,39235
Motivasjon	45	1,00	5,00	3,3000	1,27654
Interaksjon	46	1,00	5,00	3,0072	,94670
Valid N (listwise)	31				

Vedlegg 13: Spørreskjema, resultater kvalitativ

Spørreskjema – ustrukturert del

Oppgave:
Beskriv med dine egne ord:
Å lære algebra med Aplusix er ....

48 elever av 51 svarte på oppgaven

Positiv: 37,5% av alle kommentarer
1. Greit
2. Skikkelig super-kjekt og fantastisk liksom
3. Positivt var at vi slapp å skrive.
4. En god måte å lære på.
5. Om ein kan algebra er det eit godt treningsprogram.
6. Ok.
7. Ikkje så vanskeleg.
8. Smart.
9. Litt enklare enn med blyant og papir.
10. Nyttig.
11. o.k.
12. Lærerikt / forandring fryder.
13. Veldig lærerikt.
14. Nytt, spanande og lærerikt.
15. Greit nok.
16. Heilt greit.
17. Veldig bra og lett.
18. Ok

Neutral: 2% av alle kommentarer
1. Omtrent det same som ellers.

Negativ: 60,4% av alle kommentarer
1. Gammeldags.
2. Programmet har ikke "kalkulator", det er negativt.(min kommentar: programmet til byr ikke kalkulator på oppgaver som elevene bør kunne regne i hodet).
3. Vanskelig å forstå, ikke underholdende, mye bedre med papir og blyant.
4. Helt jævlig.
5. Aplusix er svært dårlig og er vanskelig å lære av.
6. Kjedelig og vanskelig.
7. Vanskelig, kjedelig og av og til umogelig å forstå.
8. Kjedelig, dårleg. Eg ville aldri ha kjøpt dette programmet til VUS.
9. Vanskelig.
10. Eg kan ikkje algebra, så det var ikkje så kjekt. Det skulle også ha vore med ein kalkulator i systemet.
11. Vanskeleg og uforståleg.
12. Vanskelig og kjedelig.

13. Ikkje kjekt. Eg likte ikkje programmet, og synst ikkje det var ein bra måte å lære på. Då er tavla, lærar, penn og papir mykje betre!
14. Vanskligare enn å skrive på papir. På data blir det bare innvikla.
15. Jævlig!
16. Unødvendig. Papir og blyant er betre!
17. Vanskelig og kjedeleg.
18. Vekkasta, dårlig program, bedre å løyse likningar med papir og blyant.
19. Både vanskelige og litt kjedeleg.
20. Unødvendig og har vore vekkasta tid for meg. Har ikkje lært noko! Betre å ha undervisning med lærar!
21. Litt uvant.
22. Lite lærerikt og uinteressant.
23. Vansekleg.
24. Betre med penn og papir.
25. Ikkje lærerikt.
26. Vanskelig.
27. Vanskeleg
28. Kjedeleg og vanskelegare!
29. Ekstremt dårleg, dumt og vanskeleg. Frivillig hadde eg aldri brukt det.

Vedlegg 14: Transkripsjonsnøkkel

Systemet jeg bruker er basert på "The Jeffersonian system", utviklet av Geil Jefferson (Potter & Wetherell, 1987) men noe forandret.

[	Overlapp mellom utsagnene.
=	Ingen pause mellom utsagnene.
(3)	Pause; tallet i parentes angir antall sekunder.
(.)	Pause, mindre enn 3 sekunder.
::	Drar på ordet; antall kolon avgjør lengden.
<u>Understreking</u>	Trykk på ordet.
()	Tomme parenteser, utydelig tale, usikker hva som blir sagt.
(( ))	Kommentar fra transkribent.

Betydning av noen ord i dialekten

Dokke	dere (2. per. fl. tall)
Gjønno	gjennom
Noko	noe
Eining	enhet
Kjeme	kommer

Elevene og lærerne snakker nynorsk, men bruker ulike dialekter. Intervjueren snakker bokmål.

Vedlegg 15: Intervju transkripsjoner – 2 lærer og 5 elever

Arve – lærer
I – intervjuer

Tid	Hvem	Hva blir sagt:
00;06	I	Okay. Æhm: da begynner vi. Ja, kan du fortelle hva du som lærer synes om å lære dette nye programmet? Nå sa du jo du ikke har satt deg så mye inn=
	Arve	=Ja, det var det eg sa i stad at eg synes det, det har på en måte vore vanskelig, men det eg har sett (.) æhm:: det at det, dei flinkaste elevane, dei teke dette her ganske kjapt. Æh: mens dei svakaste elevane er dette her rett og slett gresk for (.) veldig mange.
	I	Hm
	Arve	Det blir veldig vanskelig for dei.
	I	Hm=
	Arve	= æh, og så er det en del forutsetninger som ligger til grunn og det at dei på en måte må kunne å løyse sånne type likningar da. Kjenner til framgangsmåtane=
00:50	I	=hm, hm. (.) Vi kan jo gå litt skritt for skritt her.
	Arve	Ja.
	I	Hm. Så du som lærer kan ikke si så mye om hvordan det er å lære programmet. Det er bare å komme inni programmet.
	Arve	Ja, eg, eg så at det:: æhm: en god del elever ikkje hadde noke problem med på en måte lære seg framgangsmåten. Og programmet sånn sett var okay oppbygd.
	I	Hm
	Arve	Men for dei svakeste så var det vanskelig.
	I	Hm. Men så du mener (.) innlæringen av programmet har fungert for=
	Arve	=Ja.
	I	=for mange elever.
01:34	Arve	Hm.
	I	Hm. Og å bruke programmet mener du, så menu og naviagsjon i programmet og () til oppgavene og sånne ting?
01;45	Arve	Ja, det synes eg var veldig greit.
	I	Ja,
	Arve	Det at dei kunne::: æh:: at det var ulike vanskegrader æh:: det sto vel også æh:: løysinger - gjorde det ikkje det? – på eller iallfall svara på oppgåvene.
	I	Hm
	Arve	Æh:. Så framgangsmåten synes eg det var, det virka greit.
	I	Hm=
02:04	Arve	= men igjen er vi tilbake til at det æh:: det kan være et program for dei som ligger litegran over middels da, eller en god del over middels.
	I	Hm, hm. Jeg vil komme tilbake til det.
	Arve	Hm
	I	Æhm, jeg har lyst å snakke litt om motivasjon. (.) Kan du si noe om elevens motivasjon for å lære algebra med Aplusix, og hvis du sammenligner det med papir, med den vanlige måten. Er det en forskjell eller er det=
	Arve	=Ja, eg tror det (.) æh:: motivasjonen for å, og så algebra i seg sjølv er et vanskelig, et vanskelig tema for veldig mange elver.
02:45	I	Hm.

	Arve	Æh:: og dataprogram tror jeg på en måte kan være med på å gjer dette her litt meir motiverande.
	I	Hm. Hm
	Arve	Æh:: og korvidt Aplusix på en måte var motiverande for elevane det æh:: (.) æh:: det såg eg, der såg vi igjen at for enkelte så var dette her veldig bra, mens for andre så var det heilt meiningslaust.
03:09	I	Ja.
	Arve	Ja.
	I	Hm. Så det var egentlig det neste spørsmålet: Elevene som vanligvis ikke er motivert til slike oppgaver=
	Arve	=hm=
	I	= og det er jo svake=
	Arve	=svake elever=
	I	=elever. Så du mener de har ikke kommet skikkelig inn i eller ble ikke motivert av programmet heller.
03:26	Arve	Nei. Men eg trur at det kanskje, vi hadde lite ressurser, ikkje sant? Og at du som går rundt og hjelper så mange på så kort tid, det trur eg blir veldig vanskelig. Men hadde vi hatt en anna setting, f. eks. der vi hadde tatt dette her helt i fra skratch, der du kunne ha vore aleine med ei gruppe, guide dei gjennom programmet, slik at dei var heilt fortrolig og heilt sikre på korleis programmet virker=
	I	=hm=
	Arve	= med selvfølgelig tilpassa oppgåver, så tror eg, det kunne ha vore, motivasjonen vore helt annleis.
	I	Akkurrat. Hm.
	Arve	Men tredve elever, du er den einaste som kan programmet til fingerspissene=
	I	=hm=
04:01	Arve	=så det er klart at det, det blir vanskelig.
	I	Ja. Så det var det=
	Arve	=ja.
04:08	I	Hm. (.) Okay. Da har jeg noen spørsmål om pedagogisk brukbarhet. Æhm, mener du elevene kan ha nytte av programmet, og spesielt i forhold til likhetstegnet og likningsløsning?
	Arve	(.) Ja, det, men det forutsetter selvfølgelig at dei kjenner til løysingsmetodane for likningar.
	I	Hm=
	Arve	=æh, og det forutsetter selvfølgelig også at dei, dei får nok innføring i bruk av programmet.
	I	Ja. (.) Mener du det har vært litt for lite, eller?
	Arve	Helt klart.
	I	Hm=
	Arve	=Æh::, i alle fall for veldig mange.
	I	Hm=
	Arve	= æh, dei flinkaste, dei, dei tek dette her ganske kjapt da=
	I	=ja=
04:49	Arve	=Men vi har faktisk ganske mange som synes dette her var vanskelig, og har vore vanskelig.
	I	Hm, hm.
04:56	Arve	Men det kunne selvfølgelig har vore interessant å hørte ka elevane sjølv meiner om dette her.

	I	Ja, jeg skal spørre dem også.
	Arve	Ja.
	I	Hm.
05:02	Arve	Eg tenker på min eigen del, sånn.
	I	Hm. Ja, det blir spennende å høre hva de synes.
	Arve	Ja.
05:12	I	Hm. (.) Men å bruke programmet i tilpasset opplæring for alle elever, det sa du jo, det har du litt tvil om.
	Arve	Ja, også tvil om (.) det har eg. Men det som eg sa istad at dei må på en måte få tid til å:: å (.) til å lære seg programmet.
	I	Ja. Hm.
	Arve	Det er dei bare nødt til. Og sånn er det med alt anna også, ikkje sant.
	I	Hm=
	Arve	= Dei trenger meir tid enn dei flinkaste elevane.
	I	Hm.
	Arve	Så:: Hadde dei fått det, så tror eg at utbytte kunne ha vore mykje mykje større.
	I	Hm. For alle liksom, eller?
05;47	Arve	Ja, egentlig for alle=
	I	=hm=
	Arve	=for det, du såg no sjølv, det var veldig mykje frustrasjon i starten, ikkje sant?
	I	Hm.
	Arve	Dei skjønte liksom ikkje, og så fikk dei i tillegg til det en oppgåvetype som dei ikkje er heilt vant med.
	I	Ja=
5:59	Arve	=Ja
	I	Det stemmer, hm.
	Arve	Hm.
	I	Det var litt andre typer oppgaver enn i læreboka=
	Arve	=ja. Og det også kunne dei kanskje, kanskje det hadde vore enklare viss dei var litt bedre forberedt på det da.
	I	Hm=
06:09	Arve	=For sånne type oppgåver finner ikkje du i vår si lærebok.
	I	Nei=
	Arve	= Og då er det klart at det da=
	I	=ja=
	Arve	= det er naturlig at då blir det vanskelig.
	I	Hm. (.) Hva synes du om Aplusix tilbakemeldinger? (.) som pedagogisk hjelpemiddel?
06:27	Arve	Æh:: Du veit elevane i dag, dei er vant med (.) dataprogram og sånne type ting som, æh, som kanskje gir en, litt sånn ekstrem tilbakemelding då. At det, det er jo det som er så spesielt med data, du får denne her umiddelbare tilbakemeldinga dersom du lykkast, ikkje sant?
	I	Hm.
06:48	Arve	Æh, og det synes eg det var kanskje litegran sånn platt da med dette programmet her, at det kunne kanskje, kunne ha vore gjort bedre.
	I	Litt mer fancy? ((ler))
06:56	Arve	Litt mer fancy, ja.
	I	Ja.
	Arve	Æh:: litt mer farger kanskje, æh:: eg veit=
	I	= men denne tilbakemeldingen med disse røde og svarte pil=

	Arve	=ja.
	I	Æhm, sånt generelt. Hva mener du om dette? Er det en god måte, sånn pedagogisk sett=
	Arve	=ja=
	I	=og gi den tilbakemelding, eller?
	Arve	=det viktigaste er da at det er heilt tydelig da, at det kjemme heilt fram om elevane er på rett vei eller ikkje.
	I	Ja.
	Arve	Om det er rød pil eller et fjes med sur munn eller ka det no skulle være, det veit ikkje eg om eg på ein måte er kompetent til å uttale meg om, men det er iallfall viktig at dei får et slags tilbakemelding som er tydelig.
	I	Ja=
	Arve	=æh: og det var den for så vidt.
	I	Hm.
	Arve	Men om det kunne ha gjort på ei anna måte, det veit ikkje eg om eg har lyst å uttale meg om da, men kanskje?
07:46	I	Ja.
	Arve	Eg veit ikkje.
	I	Hm, hm. (.) Ja, og så har jeg lyst å spørre etter din rolle som lærer, sammenlignet med vanlig algebraundervisning.
08:01	Arve	Ja. (.)
	I	I disse timene (.) Hvilken rolle inntok du da?
	Arve	Nei, eg prøvde jo så godt eg kunne. Vi var jo med på innføringskurset ditt. Målet var jo på en måte at eg til ei viss grad kunne gå rundt å hjelpe elevane. Æh:: og da følte eg meg rett og slett hjelpeslause og sånn, i starten.
	I	Hm.
08:23	Arve	Fordi at eg hadde så lite kjenskap til programmet og hadde for lite=
	I	=i forhold til den tekniske biten?
	Arve	Ja. Ja, i forhold til den tekniske biten.
	I	Hm.
	Arve	Og, eg skulle selvfølgelig då ønskt at eg kunne bidra på lik linje med deg, ikkje sant. Da tror eg denne situasjonen hadde vore heilt annleis.
	I	Hm.
	Arve	Også, at eg då kunne vore bedre i stand til å kunne uttalt meg på eit mykje breidare grunnlag i forhold til det tekniske, den tekniske oppbygginga av programmet.
	I	Ja.
	Arve	Så eg synes det var vanskelig. Eg synes det var vanskelig å gå inn etter denne her korte leksjonen som vi hadde hatt med deg og gå rundt og skulle da veilede elevane gjennom dette programmet fordi eg kunne så lite.
09:05	I	Æhm. (.) så et spørsmål: Hva, hvor mye måtte du intervenere og hjelpe elevene? Og det sa det jo det var=
	Arve	=Ja, i begynnelsen så var det jo en god del, ikkje sant. For då var det så mange som hadde spørsmål, og då først og fremst tekniske spørsmål=
	I	=ja=
09:19	Arve	= men også spørsmål i forhold til æh oppgåvetypene.
	I	Ja.
	Arve	Ja.
	I	Hm
	Arve	Og dette med oppgåvetype, det går for såvidt greit. Eg kan forklare på papir

		korleis dette skal gjerast. Men det vart problem når eg skulle begynne å forklar dei korleis dette her skulle gjerast på (.) reknearket eller programmet da.
	I	Ja.
	Arve	Fordi at eg hadde så lite kjennskap til det.
09:39	I	Ja. Hm. Men etterhvert mener du det har blitt litt mindre eller=
	Arve	=ja, etterkvart som eg fikk vere litt meir inn i timane og sjå litt kva du hadde gjort, eg lærte jo en heil del av elevane også, ikkje sant? ((ler))
	I	Ja. ((ler)) hm
	Arve	Så så gikk det bedre da.
	I	Ja.
09:54	Arve	Så, eg tror eg meiner eg hadde ei læringskurve som gikk oppover. ((ler))
	I	((ler)). Æhm, og hva slags problemer var det, det sa du jo også litt om=
	Arve	=hm, ja, det var:: det var ulike tekniske problem. Det var blant anna korleis, kva slags form skal vi skrive svaret. Kan vi skrive desimaltall, æh:: korleis skriver vi en brøk.
	I	Ja=
	Arve	=æh:: det var, det var en heil del sånne ting då=
10:28	I	=mye sånne, ja.
	Arve	Æh, som æh:: som var viktig for at dei på en måte då skulle få rett svar.
	I	Ja. Hm.
	Arve	Æh, det synes eg var problematisk.
	I	Ja.
	Arve	Ja. Men æh: eg kom litt inni det til slutt, eg gjorde det.
	I	Ja.
	Arve	Ja,
	I	Ja, så man må vite ganske mye om programmet for å kunne bruke det?
10:45	Arve	Ja, men er det ikkje sånn med alle program egentlig? Det er jo ikkje=
	I	=Jo, men det varierer jo hvor mye=
	Arve	=selvfølgelig. Men du må kunne programmet altså. Det er tekstbehandlingsprogram kan ikkje du, kan du ikkje programmet så greier du heller ikke å bruke det og det er, det tar tid.
	I	Ja,
11:00	Arve	Du må på en måte få det inn som en naturlig del av undervisninga da.
	I	Ja.
	Arve	Og når du først har fått det til det så trur eg at dette kan være veldig bra.
	I	Hm. (.) Så det hadde vært enklere hvis du hadde programmet her og kunne bruke det når det passer inn i timene og elevene er kjent med programmet.
	Arve	Ja. Elevane kunne for eksempel innimellom fått lov til å bruke dette her programmet når dei for eksempel var ferdig med alt anna arbeid. Samtidig som du kunne hatt, hatt det som innslag sånn av og til
	I	= hm=
11:26	Arve	= for det no, det er no veldig greit å ha et alternativ da til undervisning og korleis du kan tilegne deg stoffet, ikkje sant?
	I	Ja,
	Arve	Æh:: og dette med data og algebra, sånne ting, det er ting som vi ikkje er kjent med i det heile tatt fra før da.
	I	Nei
11:42	Arve	Så det er i grunnen, og i og med at algebra er et område som veldig mange elever sliter med, når det begynner å komme en x, det kjemme en y, det kjem bokstaver=

	I	=ja
	Arve	=så blir det bare, alt blir bare kaos=
	I	=hm=
	Arve	= og derfor så tror eg at det er utrolig viktig at dei får dei hjelpemidler som, som trengs da.
	I	Hm. (.) Så på lang sikt mener du det kan gi et bidrag til læring=
	Arve	=Klart det. Helt klart=
	I	= i algebraundervisning.
	Arve	Ja. Får et alternativ i forhold til det vi driv med til vanlig.
	I	Ja. Nettopp.
12:15	Arve	Og variasjon det er, det er kjempebra.
	I	Hm.hm.
	Arve	Variasjon i undervisninga.
	I	Hm
12:22	Arve	Ja. Hm.

Geir – lærer
I – intervjuer

Nr.	Tid	Hvem	Hva blir sagt:
1	00:03	I	Ja, du ble litt kjent med programmet nå, og kan du fortelle hva (.) æ: du synes
2			å lære, du som lærer, å lære dette programmet.
3	00:14	Geir	Ja, eg her jo fått sett meg litt inn i det då, men eg føler at eg ikkje fått tid nok
4			til å bli kjent=
5	00:19	I	[ja
6		Geir	[=med det der.=
7		I	=hm
8		Geir	æh:: men eg synes det var spennande måten å bygge opp på dette med at du får
9			tilbakemelding for kvart skritt.
10	00:27	I	Ja=
11		Geir	=det er jo veldig nyttig for elevane, for dei vil jo sjå då at æh når dei går til et
12			steg om det har skjedd noke underveis som ikkje stemmer. Så prinsippet det
13			bygd opp etter da, det virker spennande.
14	00:39	I	Hm, hm.=
15		Geir	=æh::
16		I	Men du synes, helt praktisk for deg, å lære programmet, du sier du har ikke
17			hatt=
18		Geir	[i grunnen
19		I	[=tid, men du trenger mye mer tid for å=
20		Geir	=nei, eg tror, eg tror ikkje det en trenger så mykje meir tid å forstå
21			programmet, men eg kan på en måte ikkje kjenne alle sidene ved det=
22	0056	I	=nei, det er klart=
23		Geir	=nei=
24		I	=ja=
25	0059	Geir	= det eg la merke til når det gjelder skjølve utforminga då, så er jo det med
26			bakgrun i dei elevane vi har, er oppgåveutvalet kanskje litt uheldig.
27		I	Hm=
28		Geir	=fordi de er veldig mange problemstillinger frå den generelle matematikken
29			som er utfordrande. Og då ville en kanskje ikkje på konsentrere seg så mykje
30			om sjølve oppgåveløysinga. F.eks. kunne eg tenkt at det var en litt annen
31			progresjon (.) æh:: f.eks. det med brøk. Når det kjemme raskt inn, så vil mange
32			elever ha problem med det.=
33		I	=ja, hm=
34		Geir	=fordi brøkkunskapene kanskje ikkje er så gode. Så=
35		I	=hm=
36		Geir	=visst det har vore jobba litt meir med progresjon og kanskje utvalet av
37			oppgåver, så kunne det har vore enda mer vellykka.
38	01:40	I	Litt mer tilpasset [det norske=
39		Geir	[litt mer tilpassa. Du kan sei sånn som lærebøkene er
40			oppbygd her med oss=
41		I	=ja=
42		Geir	=ja=
43		I	=hm. Programmet er jo fra Frankrike, [så det er
44		Geir	[ja, ja, slik at det blant anna dette med,

		med problem omkring null. Æh::, og sånn er også litt nytt for dei.
01:56	I	Ja, nettopp=
	Geir	= men æh:, men æh:: sjølve måten det er bygget på er interessant og=
	I	=hm=
02:02	Geir	=en annen ting som eg la merke til, når elevane jobber, det at det virker motiverande.
	I	Ja, vent litt vi skal komme til det nå=
	Geir	=okay, ja=
02:09	I	=æh:: snart. Brukervennlighet, hvordan man navigerer seg fram i programmet=
	Geir	= ja, det, det var veldig greit synes eg=
	I	=ja=
	Geir	=oppbygging og sånn, og dette at det var inndelt i grupper der, med nivå slik at dei kunne jobbe seg gjennom, dei kunne også ta en test, synes eg var:: ganske greit=
	I	=hm=
	Geir	=tillaga.
	I	Okay=
	Geir	=Så, sjølve (.) konstruksjonen virker bra.
02:40	I	=Hm. Hm, og sånn for elevene, hvordan fungerte læring av programmet og bruk av programmet?
	Geir	Jau, tror dei fleste var ganske raske med å oppfatte hvordan programmet var bygd opp.
	I	Ja.
	Geir	Æh: sjølv dei svakaste elevane fekk det greit til. Dei er jo ganske flink å navigere på data=
	I	=hm=
	Geir	= og dei oppdaga logikken i systemet.
	I	Ja
	Geir	Så: æh:: det tror eg ikkje var noko problem=
03:03	I	=nei. (.) hm (.) Okay, da kan vi snakke litt om motivasjon og det. Ja, hvis du sammenligner med vanlig algebra på klasserommet og dette da.
	Geir	(.) Det var litt ulike reaksjon blant elevane, og nå kan vi sei i utgangspunkt liker dei å jobbe på data, slik at det er i seg sjølv motiverande=
	I	=Ja.
	Geir	Å få raske tilbakemeldinger motiverer dei.
	I	Hm.
	Geir	Eg oppdaga det at når dei gjorde feil, så vart det litt sånn prøving og feiling då, men dette da med motivasjon, til og med dei svakaste, når dei var støtta heile veien, jobba.
03:44	I	Mener du med å bli støttet av programmet eller av deg?
	Geir	Nei, tenker på det, på det faglige. Det som skjedde var jo det at vi her elever i klassen som er veldig lite motivert å jobbe med matte=
	I	= ja=
	Geir	=og her:: veldig lite kunnskaper=
	I	=hm
	Geir	Men når dei vart veileda, så jobba dei. F.eks. han som satt på maskin nr.1=
	I	=hm=
04:06	Geir	som då er nesten blank
	I	ja

	Geir	Æh:: og det var veldig flott. I den andre enden av skalaen, dei aller flinkaste elevane synes dette var spesielt interessant, tror eg. Det var jo en av elevane som spurde om han kunne få tak i dette programmet. Han ville jobbe med dette heime.
	I	Hm
	Geir	Og det var fordi han fant ut fordeler når han gjekk oppover.
	I	Ja, nettopp, ja.
04:29	Geir	På den måten, for dei flinkaste elevane var det nok mest vellykka.
	I	Ja, ja
	Geir	Og så har du alltid ei gruppe elever som har litt dataangst, så det har vi også i klassa med oss, og hadde negative følelser.
	I	Hm.
04:39	Geir	Men det var ikkje på grunn av programmet, men på grunn av det å jobbe på data.
	I	Fortsatt litt skremmende for noen?
	Geir	Ja, det er faktisk det=
	I	=Akkurrat=
	Geir	Og spesielt når det gjelder emne som dei er usikre i.
	I	Ja. Så da var det ikke en fordel å jobbe med data=
	Geir	Nei:: ikkje for den eleven då, da vart spesielt en ()=
	I	=ja, hm=
	Geir	Men eg tror det at det virker motiverande generelt sett.
05:03	I	Hm (.) Ja, men da kan vi gå over til pedagogikken. Æh: (.) Jeg har jo lyst å finne ut om likhetstegnet og likningsløsning spesielt. Mener du at elevene kan ha nytte, spesielt i forhold til dette?
	Geir	Det er veldig vanskeleg å seie. Det er eg litt usikkert på. Æhm::: Om: det kan, kor det kan slå ut. For det er jo (), i den vanlige undervisninga så vil vi jo stadig presisere dette med verdibalansen=
	I	=hm=
	Geir	= for likhetstegnet=
	I	=Hm=
	Geir	= For det er jo på en måte et grunnprinsipp når vi ta i bruk desse regnereglene=
	I	=ja=
	Geir	=for å løyse likningar. Æhm::: så jeg veit ikkje om det kom noke tydeligare fram for elevane at den problematikken var () det er eg usikker på.
	I	Hm. Du mener, programmet æh: bruker jo dette prinsippet, du mener det kommer ikke [
	Geir	[nei, eg er usikker på om det vil være noke meir, kan du sei, å få ut av det enn på vanlig, vi rekner dette i vanlig lærebok. Så, eg tørr ikkje ()=
	I	=ja, det er vanskelig å si=
	Geir	=ja.
06:10	I	Og: æhm: og i forhold til tilpasset opplæring for alle elver (), mener du man kan bruke programmet=
	Geir	= ja, eg tror det kan brukast. Viss en har et (.) meir tilpassa utvalg oppgåver så kan det være fint med tanke på:: dette med progresjon, ulik progresjon=
	I	=hm
	Geir	Æh:: for det var jo veldig tydelig at dei flinkaste elevane synes at det var spennande når dei kom opp på parantesene=
	I	=ja=

144		Geir	= for eksempel. Og dei var veldig motiverte og:: i et sånt programm vil det (),
145			kan bedre kanskje tilrette lærebok *(mening?)*i og at du har større sjanse for å
146			ha mange forskjellige æh:: avdelinger på (.) vanskegrad, for noke svakhet med
147			lærebøkene er at det, det er et av dei punkta dei er ikkje god nok på, dei
148			lærebøkene vi har har for lite mulighet for differensiering.
149	06:57	I	Ja=
150		Geir	= Så på differensieringa synes eg at et sånt programm er veldig, kan være
151			veldig bra.
152		I	Ja. Og du kan jo også utforme oppgavene selv=
153		Geir	= Ja.
154		I	I tillegg til [disse oppgavene.
155		Geir	[det blir jo ofte veldig lite tid i kvardagen for en lærer, då er det
156			veldig fint å ha tilgjenge til noke som er ferdig produsert.
157		I	Ja.
158		Geir	Æh:: så hvis en tenker at det () det å ha et sånt dataprogramm på veldig mange
159			nivå, så det er veldig nyttig å kunne bruke.
160	07:25	I	Hm. (.) Hva synes du om Aplusix-tilbakemeldinger som pedagogisk
161			hjelpemiddel?
162		Geir	Ja, stort sett så var det greit. Det er klart at det oppsto jo problem når
163			programmet, f.eks. ikkje las blanda tall. Det vil gjerne ha det som brøk eller=
164		I	=ja=
165		Geir	= slik at det er vel visse svakheter der at det kan på en måte godta andre måter
166			å presentere et svar på som er rett=
167		I	=hm=
168		Geir	=æh:: men samtidig så æh:: i prinsippet så var det veldig greit at dei fikk
169			tilbakemeldinger og æh: og dei kunne æh også finne ut kva feil en då kunne ()
170		I	Ja=
171		Geir	=så sjølvretting.
172		I	=hm=
173		Geir	=Så æh:: prinsipielt så virker det bra.
174	08:10	I	Hm. (.) Ja. Og du som lærer, hvilken rolle inntok du? Var det en annen rolle
175			enn i vanlig undervisning eller hvordan ville du beskrive det?
176		Geir	Nei, eg vil ikke seie det var så veldig forskjellig då, fordi det som dei aller
177			fleste elevane hadde vansker med var då rent å kunne forstå problematikken,
178			det var det eine, og kunne også bruke reknereglane.
179		I	Hm=
180		Geir	= Så det, det er veldig likt i grunnen då=
181		I	=hm=
182		Geir	Æh: og det som kunne vore nyttigere enn vanlig undervisningsituasjon med
183			dette programmet var at en:: tok kanskje:: i kvar time å brukte, kan du seie,
184			videokanon av programmet og kunne vise eksempel=
185		I	=hm=
186		Geir	=i litt større utstrekning. Du gjorde dette da i starten av timane, det var veldig
187			greit. Men eg ser for den vanlige elev eller den svakaste delen iallfall, så er det
188			nyttig å ha kanskje litt hyppigere=
189		I	=hm, litt mer konkret=
190		Geir	=innspill, ja. Konkret der du kunne, dei samtidig kunne gjere på sin maskin det
191			du gjer på, på tavla, for å sei det sånn.
191		I	Hm. Litt mer ledet.=
192	09:13	Geir	=Ja, æh en del av det. Iallfall på det stadium disse elevane er nå.

	I	Ja. Hm (.)
	Geir	Men, når det gjelder lærerstøtte då, så må du jo gå rundt til kvar elev i klasserommet og det blir litt likt det også. For dei sitter med litt ulike problem.
	I	Hm.
	Geir	Så det skill ikkje seg så veldig mykje ut frå en vanlig situasjon.
9:34	I	Hm. Men, æh, hva slags problemer var det du måtte hjelpe med?
	Geir	Nei, det var stort sett, kan du seie, dette med å kunne ta seg fram i dei vanlige reknereglane.
	I	Det faglige?
	Geir	Ja, det faglige, først og fremst, for det (.) det faglige, for dei forsto jo fort korleis dei skulle bruke programmet. Så=
	I	=Ja=
	Geir	= det var ganske greit sånt. Æh:: så det var det faglige.
	I	Ja. (.) Så hvis elever hadde hatt litt mer faglig grunnlag, så hadde det vel ikke så mye hjelp, kanskje=
	Geir	=Nei. Og viss det var et litt anna () oppgåveutval, og så hadde det nok gått lettare, for dei kom tidlig til brøken og=
	I	=ja=
	Geir	=ikke sant. Når dei dividerer med brøk og sånt, det har jo ikke dei hatt enda då, æh: slik at det var vanskelig. Så, men eg tok det med elever som var, ja gjennomsnittselever med, så kunne han greie det ganske fort.
	I	Hm, hm=
10.28	Geir	=Og det å lære noke nytt stoff via programmet, det går an.
	I	Ja.
	Geir	Æhm:: Ja.
10:40	I	(.) Ja, og sånn avsluttende spørsmål. Æh:: Hva slags bidrag til læring av algebra kan Aplusix gi? Sånn i::
	Geir	Nei, det kan jo=
	I	[eller kunne gi hvis man hadde det ()
	Geir	[=det kan jo være et nyttig supplement. Fordi det vi starta med, så er jo dette med motivasjon veldig viktig=
	I	=ja=
	Geir	=og det å komme på datarommet og bruke et (.) et sånt matematikkprogram er jo i seg sjølv motiverande.
	I	Ja=
11:06	Geir	= og det kan da føre til større elevaktivitet, meir og bedre arbeidsinnsats. Det tror eg. Og så, dette med variasjon er jo altid fint. Jobbe med det på en litt annen måte=
	I	=ja=
	Geir	=kan styrke, kan du seie, innlæringa=
	I	=hm=
	Geir	=Så, som et sånt supplement, så er et sånt program, tror eg, nyttig.
	I	Ja=
11:23	Geir	=Absolut
	I	Hm, hm. (.) Ja, men fint, da var det disse spørsmålene jeg hadde.
	Geir	Ja

Bente – elev (svak)
I – intervjuer

Tid	Hvem	Hva blir sagt:
00:03	I	Jeg skal spørre deg litt om det tekniske. Hvordan det fungerte. Litt om det var interessant litt om du lærte noe og sånt.
	Bente	Hm.
	I	Ja? Æhm:: Kan du fortelle meg hvordan det fungerte for deg å lære programmet?
	Bente	Æh::
	I	Så helt i oppstarten.
	Bente	Det:: (.) gikk greit. Eg forsto kor det fungerte og æhm:. Det var ikkje noe problem egentlig. Det gikk fint.
00:29	I	Hm.
	Bente	Det fungerte greit.
	I	Hva synes du om å bruke programmet, å finne fram til det du skulle gjøre og sånne ting?
	Bente	Det:: det var enkelt å forstå.
	I	Ja.
	Bente	Helt greit.
00:47	I	(3) Æhm:: Hva synes du, gjør Aplusix det mer interessant å jobbe med likninger eller på papir?
	Bente	Æh:: Nei:: Ikkje sånn egentlig. Det:: (.)
	I	Kan du forklare litt?
01:08	Bente	Ja:: også (.) Nei, eg veit ikkje heilt kor eg skal forklare det. Men det var:: (.) det () kanskje likt. Eg veit ikkje om eg synes det var meir interessant, men det var like (.)
	I	Like interessant?
	Bente	Ja, eller like interessant og vanskelig som på papir også.
01:25	I	Ja. Hm. (.) Æhm:: Hva synes du, lærte du å løse likninger med Aplusix?
	Bente	Æh::
	I	Var det nyttig til å lære?
	Bemte	(.) Æh:: Ja:: men eg veit ikkje om eg følte at det eg forsto meir da, fordi at (.) æh:: ja, æh:: (.) eg (.) lærte liksom ikkje kor eg skulle rekne det ut. Eg måtte liksom bare vite kor eg rekna det ut. Hvis eg ikkje viste det, så (.)
	I	Hm=
	Bente	= fann eg ikkje ut med anna måte enn å spør læraren da.
02:05	I	Ja, så du måtte[kjenne til de reglene=
	Bente	[selv =ja. Eg lærte ikkje sjølv, eg måtte i såfall spørr da.
	I	Hm.
	Bente	Så eg veit ikkje om eg synes at eg lærte meir av det (.) egentlig.
	I	Men hva lærte du? Var det noe du lærte liksom?
02:22	Bente	Altså: (.) Nei, fordi at det::, altså det eg kunne det gjekk helt fint. Då () sånn eg kan da. ((ler)) Ja, det gjekk helt fint, men det som eg ikkje kunne, då (.) hoppar eg enten over oppgåver eller ().
	I	Spurte du læreren?
02:40	Bente	Ja.

	I	Hm. (4) Æhm, så du mener det gjør det ikke lettere å forstå (.) for eksempel likhetstegnet og likninger, å løse likninger?
	Bente	Ja, eg synes ikkje det, det gjorde det iallfall ikkje med meg.
	I	Hm=
	Bente	=Men det kjemme jo an på personer.
	I	Du har ikke noe problemer med likninger?
	Bente	Jo, eg her litt problemer ((ler)), det er ikkje alt eg forstå. Men æh:: ja.
03:09	I	Hm. (.) Hva synes du om disse tilbakemeldinger fra Aplusix? Er de nyttige til å forstå bedre (.) oppgavene og (.) ja.
	Bente	Ja:: Æh:: ((ler))
	I	Vet du ikke hva jeg mener?
03:29	Bente	Ja:: både og. Kan du forklare litt meir?
	I	Disse tilbakemeldinger, mener eg, at du får
	Bente	= () eller feil og?
	I	Ja.
	Bente	Ja, det hjelper litt. For da veit du at det er feil. Då kunne eg prøve å leite etter en anna måte å rekne det ut på.
	I	Hm.
	Bente	Så det hjalp litt. Det gjorde det.
	I	Det var litt nyttig.
	Bente	Ja, det var litt nyttig.
	I	Hm. (.) Føler du at du bruker mer eller mindre tid med Aplusix enn med papir?
03:57	Bente	(.) Æh:: Eg veit ikkje æh:: Kanskje like lang tid?
	I	Hm.
	Bente	Æh:: Eg tror eg brukte ikkje noke lengre tid, men eg veit ikkje om eg brukte kortere tid heller.
04:11	I	Nei. Det er vanskelig å [vite
	Bente	[ja:: ja, det er vanskelig
	I	Ja. Hm. (.) Hvor mye måtte du spørre læreren om hjelp? Hvis du sammenligner det med vanlige matematikktimer.
	Bente	Æh:: Like mykje, eg (.) spurte ikkje så veldig mykje då, men æh:: eg tror eg hadde (.) eg tror eg spurte ikkje noke mindre om hjelp enn hvis eg hadde skreve på papir da.
	I	Så det var omtrent det samme?
04:42	Bente	Det er det samme, ja.
	I	Hm. (.) Æhm Hva slags problemer var det du trengte hjelp for?
	Bente	Æhm:: (.) Når æh:: for eksempel æh:: (.) hvis du æh: for eksempel tre er lik noko og så x. At det ikkje var x på den er-lik-talet ((mener at x står på høyre side)).
	I	Hm.
	Bente	Då forstår eg ikkje hvordan eg skulle få det forflytta over på andre sida.
05:09	I	Hm. Fordi det hadde dere ikke hatt?
	Bente	Nei, nei (.) det er ikkje alt vi har gått gjennom da. Så eg kan ikkje alt.
	I	Hm. (.)
	Bente	Det var et eksempel.
	I	Ja. Det var bra. (.) Og hvor mye måtte du spørre en medelev om hjelp?
04:40	Bente	Æh, eg spurte ikkje medelever da, men eg hadde, eg trengte hjelp til forskjellig da. Men eg ikkje noke medeelever.
	I	Nei.
	Bente	Nei.

	I	(.) Føler du at du likevel ble mindre avhengig av læreren og annen hjelp når du jobber med programmet?
05:48	Bente	(.) Æh:: at eg trenger mindre hjelp?
	I	Ja, om du ikke var så avhengig av læreren fordi du får litt hjelp av programmet.
	Bente	Oh ja. Æh:: (.) Ja::, kanskje. (.) litt. (.) Fikk æh:: når eg liksom, (.) ja for da eg fikk æh:: når eg fikk beskjed frå programmet om at det var feil
	I	Hm=
	Bente	= Så, da fikk eg liksom vite av programmet. Da hadde eg ikkje trengt å spør læreren om det var feil.
	I	Ja.
	Bente	Så da fikk eg vite det av
	I	= så du kunne finne ut selv=
	Bente	= Ja=
	I	= Hva som var (.)
06:21	Bente	Hm.
	I	Hm. Så læreren fikk litt avlastning?
	Bente	Ja ((ler))
	I	Mener du at bruken av Aplusix har gjort læring av likninger lettere eller vanskligere?
06:39	Bente	Æh:: Ingen av delane. ((ler))
	I	Det var ikke så stor forskjell?
	Bente	Nei::, det var ikkje så stor forskjell. Det ligger omtrent på samme, om det da (.) ja.
	I	Hm.
	Bente	Nei, eg veit ikkje om æh:: (.) det var noke enklare å jobbe med Aplusix. Men æh:: (.) dette med at vi fikk beskjed om at det:: det og det var feil eller, at det var noke som var galt. Det hjalp litt da.
07:10	I	Hm. (.) Æh. Hvis du kunne anbefale lærerne eller skolen å gjøre noe med undervisning, ville du anbefale å bruke Aplusix (.) på skolen, eller? Hvor mye, i hvilken omfang ville du anbefale (.) å bruke=
07:32	Bente	=Æh:: (.) Nei æh: (4) Nei ((ler)) Æh:: (.) Nei, også::, eg vil heller, liksom at dei skulle, at lærerne skulle gått gjennom på tavla eller=
07:52	I	=hm=
	Bente	= slik at vi fikk heile gjennomgangen uten at vi måtte (.) tenke sjølv og:: Æh:: (.) og prøve å finn det ut sjølv eller (.) jo. Nei, eg veit ikkje helt ka eg sei nå, men ((ler)) men æh:: (.). Eg tror eg hadde forstått bedre () hvis det vart gått gjennom på tavla=
	I	=hm=
08:13	Bente	= og:: ja. (.) Ja.
	I	Og så regnet oppgaver
	Bente	Ja.
	I	() Hm.
	Bente	Ja, tror eg.
08:23	I	Ja, (.) takk for alle svarene.

Leif – elev (svakt til middels nivå)
I – intervjuer

Tid	Hvem	Hva blir sagt:
00:03	I	Kan du fortelle hvordan det var for deg å lære (.) dette programmet=
	Leif	=Æh:: Eg lærte litt meir å bruke brøk i svaret siden man ikkje kan da bruke komma.
	I	Hm=
	Leif	= Som=
	I	= Nei, jeg, nå mener jeg helt i starten da vi begynte. Å komme seg inn og bli kjent med programmet.
00:19	Leif	Ja. Jau () det var no heilt greit det, var lett å lære, synes eg da.
	I	Ja.
	Leif	Å bruke det og sånt.
	I	Det var også lett å finne oppgaver og bruke=
	Leif	=Ja, ja ()
	I	Navigere seg fram i =
	Leif	= Ja. Det var det.
	I	Hm. (3) Gjør Aplusix det mer interessant å jobbe med likninger enn med papir?
00:43	Leif	(.) Æh:: Det spørs litt da (.) faktisk. (.) Enkelte gonger er det greit å bruke Aplusix og så enkelte gonger er det enklare å bruke pen og papir.
	I	Hm. (.) Kan du forklare litt mer?
	Leif	Ja, altså (.) data vil at du greier ut svar på den måten.
	I	Hm.
	Leif	Og så på penn, så kan du gjer egentlig på fri handa, så.
	I	Mener du disse skrivemåter som programmet vil ha?
01:09	Leif	Ja, ja=
	I	= så det stopper litt (.) liksom=
	Leif	=Ja det er det ()
	I	Hm. (3) Æhm:: Ja, hva synes du om læring, hvordan lærte du å løse likninger med Aplusix(.) i forhold til=
01:26	Leif	=Æh:: i forhold til dette her med å oppgi svaret som () brøk da, sånne ting. Eg lærte mykje meir om brøk enn kva eg () tidligare.
	I	Hm.
	Leif	Sånne ting, og det var (.) det blei meir nøyaktig svar, egentlig med brøk.
	I	Ja. Så vanligvis er det desimaltall dere bruker=
	Leif	=Ja, vi bruker desimaltall.
01:44	I	Hm. (.) Men æh:: (.) Ja, synes du det var lettere eller vanskeligere.
	Leif	Æh::: (.) Kan være enkelte gonger det er lettare å bruke brøker, men av og til så er det lettare å bruke desimaltall.
	I	Hvis du bruker, hvis du tenker på disse første oppgavene som ikke hadde brøk=
	Leif	=Ja. Dei var no lettare egentlig å bruke vanlige tal på.
	I	Ja. Men å bruke programmet enn å bruke papir, hva synes du da?
02:18	Leif	Æhm (.) Eg synes det var (.) heilt greit med Aplusix då fordi det er kjapt også da.
	I	Ja.

02:23	Leif	Effektivt, ja.
	I	Ja. Hm. (.) Så mener du at Aplusix gjør det lettere å forstå likhetstegnet og løse likninger?
	Leif	Ja. (.) Kan gjer det lettare, på enkelte gonger. Men av og til er det litt lettere å gjer det på penn og papir.
02:44	I	Ja. Men selve forståelsen=
	Leif	=Ja. Forståelsen (.), altså det eg jo oppfatter som at du måtte nesten kunne algebra før du kunne begynne (.) med dette programmet.
	I	Ja. Du må kunne litt.
	Leif	Ja.
02:56	I	Hm. (.) Og disse tilbakemeldinger, er de nyttige, er de nyttige for å forstå?
	Leif	Tilbakemeldinger?
	I	Fra programmet.
	Leif	O ja, ja.
	I	Du fikk jo tilbakemelding mellom hvert skritt=
	Leif	=ja=
	I	= om det var riktig og på slutten også. Var det nyttig for å forstå det bedre, eller?
03:14	Leif	Ja:: Det var nyttig i for at det fekk litt meir () og så fører til det og det, sånt.
	I	Ja, hva gjorde du da med=
	Leif	= Nei, da gjekk eg tilbake og såg litt videre (.) og (.) prøvde å løyse det sånt.
	I	Ja. Så du, det hjalp litt å tenke videre, går et skritt tilbake og tenke hva har jeg gjort feil.
	Leif	Ja, sånn.
	I	Hm.
03:35	Leif	Ja.
	I	(.) ja. (.) Og føler du at du brukte mer eller mindre tid med Aplusix enn med papir?
	Leif	Uff, æh:: (.)
	I	For å løse en oppgave.
03:48	Leif	Ja::, det gjekk forholdsvis kjapt med Aplusix da.
	I	Hm.
	Leif	Så (.) det var effektivt faktisk.
	I	Ja, ja.
	Leif	For det, ja.
	I	(.) Så du har inntrykk av at du løste flere oppgaver?
04:02	Leif	Ja, faktisk. ((Han gjorde 85 oppgaver))
	I	Ja.
	Leif	Og rettare oppgaver med på en måte. ((79 av 85 oppgaver løste han riktig)) For det, eg hadde liksom rett på dei meir, sånne ting. For eg får rød pil på, når det er øvelse, sånt.
	I	Ja.
04:13	Leif	At du løyste oppgåver sånt, så =
	I	= hm. Så (.) æh:: det gjorde disse tilbakemeldinger som gjør at du kan rette det opp og=
	Leif	=Hm
	I	Hm.
	Leif	Ja.
	I	Hm. (.) Hvor mye måtte du spørre læreren om hjelp?
	Leif	Nei, det var no egentlig ((ler)) var noke par oppgåver som vanlige, litt sånn=

	I	= faglige ting?
04:34	Leifï	Ja, faglige ting.
	I	Hm. Så det tekniske det gikk bra=
	Leif	= Ja, det gikk helt fint.
04:38	I	Ja. Hm. Og hvis du sammenligner det med vanlige matematikktimer? Var det oftere du måtte spørre om hjelp nå? Eller ikke så ofte?
	Leif	Nei:: Du fekk vel kanskje litt meir hjelp av programmet da=
	I	=Ja=
	Leif	= får tilbakemeldinger i forhold til kva du gjer på pen og papir.
	I	Hm. (.) Så det var færre ganger du måtte spørre.
04:56	Leif	Hm. Ja.
	I	Hm. (.) Og hva slags problemer det var, det sa du jo. Det var mest faglige problemer.
	Leif	Ja, det var som regel det. (.) Så
	I	Ja. (.) Æh:: hvor mye måtte du spørre en medelev om hjelp?
	Leif	Nei, eg spurte ikkje så mykje medelev, sånt da. Det var helst lærar eg spurte hvis det var noke.
	I	Ja.
	Leif	Så, ja. (.)
05:21	I	Føler du at du ble mindre avhengig av læreren (.) og annen hjelp også når du jobber med Aplusix?
	Leif	(.) Ja:: På:(.) ja, kanskje litt faktisk (.) ().
	I	Ja.
	Leif	Det (.) fekk liksom meir hjelp med programmet også når det kjemme opp sånne boksane, svara, ja.
05:45	I	Hm.
	Leif	Så.
	I	Så lærern ble litt avlastet.
	Leif	Ja. ((begge ler))
05:54	I	Ja, mener du (.) at bruken av programmet har gjort læring av likninger litt lettere for deg eller vanskeligere?
	Leif	(.) Ja::: (.) det () Eg synes det var effektivt. Programmet kunne brukes for å løyse mykje fleire oppgåver.
06:13	I	Ja.
	Leif	Sånt. (.) så, ja.
	I	Så det er godt å øve seg på mange oppgaver.
	Leif	Ja. Bra å øve seg på også.
	I	Hm. (.) Hvordan tenker du man kunne bruke programmet i:: (.) på skolen hvis skolen hadde programmet?
06:29	Leif	(.) Nei:: (.) det kan godt () sitte på data hvis det var eksamen eller noko sånt. (.) Kanskje.
	I	Hm=
	Leif	=Eller tentamen [() hvis at læreren, hvis dei gjør sånn at d
	I	[()
	Leif	hvis dei gjer sånn at det, læreren kan skrive likninger og sånt og svaret. Ja.
	I	Hm. (.) At du skriver prøve på datarommet.
	Leif	Ja, det blir lettere rett for det også, sånt.
	I	Ja, antageligvis, ja.
	Leif	Ja.
06:57	I	Så ser de hva du har gjort.

144		Leif	Hm
145		I	Hm. (.) Og sånn i undervisning? Æhm::
146		Leif	I undervisning?
147		I	Ja, bruke i undervisning av og til eller hele tida eller aldri. Ville du =
148	07:08	Leif	= hm::
149		I	Hvis du hadde mulighet å foreslå noe.
150		Leif	Æh:: (.) Akkurrat der så eg litt () å bruke tavle, og sånt.
151		I	Akkurrat.
152		Leif	Ja.
153		I	Så det er mer=
154	07:18	Leif	=ja, meir tavlebruk, synes eg er kjekt. Ja.
155		I	Nå forsto jeg ikke helt.
156		Leif	Ja, eg synes det er greit at det foregår på tavla, sånt. () på data. For det er no,
157			ja.
158		I	Hm. Litt lettere å forstå?
159		Leif	Ja, på en måte. Forklarer mykje meir, sånne ting.
160		I	Ja. (.) Så du savnet litt=
161		Leif	= Ja, sånn=
162		I	= flere forklaringer liksom.
163		Leif	Ja.
164	07:43	I	Hm. (.) Ja, men fint, da har jeg fått mange svar.

Lisa – elev (veldig svakt nivå)
I – intervjuer

Tid	Hvem	Hva blir sagt:
00:03	I	Kan du fortelle hvordan det fungerte for deg å lære programmet? (.) du kom inn?
	Lisa	Æhm. Æh:: det var litt vanskelig å forstå ka det gikk ut på og sånn.
	I	Ja=
	Lisa	= men, når eg har først begynte, så forsto eg liksom det var om likninger og liksom alt dette da så.
	I	Hm. Men selve programmet, å komme fram til (.) til oppgavene for eksempel=
	Lisa	= Ja=
	I	=og finne seg til rette=
00:29	Lisa	=ja. Når du hadde sagt så forsto eg () var ganske enkelt å komme seg inn og begynne da.
	I	Ja. (4) Æhm, gjør programmet det mer interessant å jobbe med likninger enn med papir?
	Lisa	Ja, egentlig. Men, eg synes og, det også er litt lettare å jobbe med papir og sånn. Men på data, da har du liksom alt oppskreve. Da slepper du å skrive alt sjølv også.
00:55	I	Hm. (.) Så du mener det er egentlig lettere å skrive med blyant?
	Lisa	Ja::: (.) Men egentlig er det enklast på data (.) synes eg.
	I	Hm. Men, men sånn når (.) er det kjekt å jobbe med:: eller er det=
	Lisa	= Ja, det er kjekkare å jobbe på data, altså dette programmet.
01:18	I	(3) Hva synes du om å lære å løse likninger med Aplusix? Selve læringen? Lærte du =
01:28	Lisa	=Ja, eg lærte masse, egentlig.
	I	Hm. (.) Kan du forklare litt mer, eller?
	Lisa	Ja, æh:: ((ler)) æh:: (3) ja:: (.)
01:41	I	Ja (.) Og så i forhold til vanlige matematikktimene, hva er forskjellen liksom i læring av likninger. Du sier du lærte masse.
	Lisa	Ja. (.) oah: eg lærte egentlig masse meir i forhold til det utenom. For Arve ((lærer)) det er liksom, han forklarer meir som lærer. Men, når vi satt på data så var det, då var det liksom oppgåver der og då. Da var det liksom ikkje noken som kunne hjelpe, altså det var folk som kunne hjelpe da, men det var litt sjølvtenking også. Men det er det jo uansett da. ((begge ler))
02:16	I	Ja, (.) hm (4) Og gjør programmet det lettere å forstå likninger og å løse likninger og likhetstegnet?
	Lisa	Æh:: (.) Eg synes det var (.) vel egentlig nei.
	I	Nei
	Lisa	Det var litt vanskelig.
	I	Fordi det var ingen lærer som forklarte så mye?
02:39	Lisa	Ja::, nei, altså. Ja, det var litt vanskelige oppgåver også.
	I	Hm. (.) Type oppgaver var litt vanskelig.
	Lisa	Hm.
02:51	I	Hm. (.) Og disse tilbakemeldinger du fikk fra programmet om det var riktig eller ikke, er de nyttige eller? Hva mener du om det?
	Lisa	Det var bra. Altså (.) når eg liksom hadde klart ei oppgåve, når eg liksom trudde eg hadde klart ei oppgåve og så fikk det en til å liksom bli glad. Så ville

		eg bare fortsette på en måte.
03:10	I	Hm. (.) Det var litt motiverende?
	Lisa	=Ja, det var motiverande.
	I	Ja. (.) tror du du bruker mer eller mindre tid med Aplusixoppgaver i forhold til papir?
	Lisa	Æh:: Det veit ikkje eg. (3)
	I	Vanskelig
	Lisa	= Nesten det samme tror eg, så.
03:29	I	Ja. (.) Hvor mye måtte du spørre læreren om hjelp?
	Lisa	Egentlig bare et par gonger da. Det var når eg kom til del tre.
	I	Ja.
	Lisa	Da beynte det å bli sånn vanskelig.
	I	Og hvis du sammenligner det med vanlige matematikktimer. Er det omtrent det samme eller er det en forskjell?
03:45	Lisa	(.) Æh:: eg synes det egentlig er ikkje nok, det er forskjell da. Det er det. Så.
	I	På hvilken måte?
	Lisa	Æh:: det at æhm:: (.) ja, på hvilken måte ((ler)).
	I	Er det mer eller mindre du spurte læreren om hjelp?
04:02	Lisa	Æh:: (.) Eg tror man spørr meir når man liksom sitt i vanlig klasserom uten data og sånn da.
	I	Hm.
	Lisa	(.) Men da eg sat på datarommet da var det, da spurte eg få gonger, noke sånt. Ja.
	I	Hm. (.) Hva slags problemer var det du trengte hjelp for?
04:24	Lisa	(.) Meiner du forskjellige likningar og sånn?
	I	Ja, da du spurte Arve om hjelp=
	Lisa	=ja=
	I	=hva var det du spurte om?
	Lisa	Det var æh liksom det så mange likningar som var vanskelig som ikkje eg klarte å begynne å løyse i det heile tatt. Så (.)
04:40	I	Ja=
	Lisa	=Det var mest det som var vanskelig. Men eg trengte ikkje hjelp til å, korleis eg kom i gong og alt dette da. Så=
	I	Å bruke programmet, da trengte du ikke hjelp.
	Lisa	Nei. ()
	I	Det var det faglige [som
	Lisa	[ja, for det sto enkelt og greit liksom=
	I	=Ja=
	Lisa	=Korleis du skulle gjere det.
04:53	I	Hm. (.) Hvor mye spurte du en medelev om hjelp?
	Lisa	(.) Eg hadde bare en som satt rett ved siden av meg da. Så, det var, vi på en måte, vi sammarbeida ikkje akkurat da. Det var bare på noke av de vanskelige oppgåvene, hvis vi komt heilt likt, då hjelpte vi hverandre, sånt.
	I	Ja, men ikke så veldig mye.
	Lisa	Nei.
05:16	I	Føler du at du blir mindre avhengig av læreren og annen hjelp når du jobber med Aplusix?
	Lisa	Æh:: (.) Nei:: ((ler)) Det var (.) Nei, veit ikkje, eg vart ikkje sånn mer avhengig.
	I	(.) Ikke mindre heller?

96	05:35	Lisa	Nei (4)
97		I	Vanskelig å si=
98		Lisa	=ja
99		I	Hm. (.) Så du trengte litt hjelp, men du har inntrykk av at det var kanskje
100			mindre enn på klasserommet
101	05:49	Lisa	Ja.
102		I	Egentlig. Hm.(.) Mener du at bruken av Aplusix har gjort læring av likninger
103			lettere eller vanskeligere?
104		Lisa	Æh::Egentlig begge deler. Nei, ikkje vanskeligare faktisk. Det er blitt litt
105			enklare.
106	06:06	I	Hm. (.) På hvilken måte var=
107		Lisa	Nei altså på dette programmet så er det mange forskjellige oppgåver. Det er
108			liksom () på alt sammen. Og (.) til vanlig då er det bare noken få man jobber
109			med. Så da jobber vi liksom med alt. Da klarte eg også å sammenligne noken
110			likninger og gjer det litt enklare.
111	06:28	I	Hm, nettopp. (.) Hvordan tenker du man kunne bruke programmet hvis skolen
112			hadde programmet på datarommet liggene her?
113		Lisa	Det veit ikkje eg.
114		I	I undervisning.
115		Lisa	(.) æh:: det veit ikkje eg.
116		I	Hvis du kunne si hva du ønsket som elev.
116		Lisa	Æhm (.)
117		I	Hadde du kunne tenke deg å bruke det av og til eller hele tida eller ikke i det
118			hele tatt?
119	06:53	Lisa	Nei::, egentlig ikkje noke i det heile tatt.
120		I	Hvorfor det?
121		Lisa	Eller eg kunne bruke litt da (.) men (.) ikkje sånn, liksom heile tida. ’
122		I	Nei.
123		Lisa	Sånn.
124		I	Bare litt av og til.
125		Lisa	Bare litt, ja,
126		I	Hm. (.) Ja, fint. Da har jeg fått mange svar.
127	07:11	Lisa	Ja.

Siri – elev (overmiddels nivå)
I – intervjuer

Nr.	Tid	Hvem	Hva blir sagt:
1	00:04	I	Ja, kan du fortelle litt hvordan det fungerte for deg å lære programmet?
2		Siri	Hm:: Sånn, liksom lære korleis eg brukte det?
3		I	Ja.
4		Siri	Eg synes det gikk veldig greit. Eg lærte det veldig fort på en måte.
5		I	Hm=
6		Siri	=korleis eg brukte det.
7		I	Så det var ikke vanskelig egentlig.
8		Siri	Nei, det var ikkje vanskelig.
9	00:23	I	Hm, (.) og hva synes du om å bruke programmet?
10		Siri	Eg synes det var interessant (.) veldig interessant.
11		I	Æh::, ja, men å finne oppgaver og finne [seg fram liksom
12		Siri	[sånn ja, ja, det var, eg synes det var
13			heilt greit. Det var enkelt.
14		I	Hm.
15		Siri	Også, eg fann lett fram til ditt eg skulle og:: ja.
16		I	Hm (.) så det var ikke vanskelig det.
17		Siri	Nei.
18	00:43	I	Hm.(.) Æh (.) Ja, det var egentlig det. Og så (3) Gjør Aplusix det mer
19			interessant å jobbe med likninger enn med papir og blyant?
20		Siri	Ja, det synes eg.
21		I	Hvorfor synes du det?
22	01:01	Siri	Fordi at æh:: (.) det var liksom gøy å prøve en ny måte å gjere det på, og så
23			forklarte det oss på en måte kva vi gjorde feil,
24		I	Hm=
25		Siri	= () sånt. Så, det var på en måte lettare å finne fram til riktig, sånn (.) riktig
26			framgangsmåte og sånt.
27		I	Hm.
28		Siri	Ja=
29	01:22	I	=Så du får (), fordi du får tilbakemelding.
30		Siri	Ja.
31		I	Ja, Hm. (.) æh:: (.) Hva synes du om læring og å løse likninger på denne
32			måten? Lærer du (.) bedre da å løse likninger, eller hvordan=
33		Siri	=ja. Det synes eg. Det hjelper.
34		I	Hm. (.) Hvorfor? Kan du forklare litt?
35	01:46	Siri	Nei::, det var vel fordi at den liksom (.) resultatet og kva du gjorde feil og
36			sånn. Når eg såg liksom på løysninga så såg eg på det svaret eg hadde fått i
37			forhold til det svaret som programmet viste at skulle være der. Så då var det
38			lettare å finne ut kva eg hadde gjort feil for å komme fram til svaret på en
39			måte.
40		I	Ja. Hm (.) Så det var fint å få litt hjelp og komme fram i mål=
41		Siri	= ja.
42	02:14	I	Hm. (.) Gjør det, (.) Aplusix lettere å forstå likhetstegn og likninger? Det er jo
43			det vi jobbet mest med?
44		Siri	Ja. Eg synes det.
45		I	(.) Og på hvilken måte?

	Siri	(.) Nei:: Det var:: (.)
	I	Hvis du sammenligner med om du hadde problemer med å løse likninger, før og nå.
02:36	Siri	Nei, eg:: synes bare det var liksom, det var sikkert på grunn av disse pilane som viste oss om vi hadde gjort rett frå steg til steg på en måte.
	I	Hm=
02:45	Siri	= i utrekninga. Då såg eg liksom ”Øy, nå gjorde eg en feil. Då må eg sjå på kva eg kan ha gjort.”
	I	Ja.
	Siri	Men ()
	I	Og det har du ikke på papir da?
	Siri	Nei.
	I	Da regner du og kommer ikke til samme fasit som [læreren og så må du begynne å tenke.
	Siri	[ja.
02:59	I	Ja, hm. (.) Hva synes du, disse tilbakemeldinger fra programmet er nyttige for å forstå?
	Siri	Ja.
	I	Og det var jo egentlig du sa istad.
	Siri	Ja.
03:11	I	Hm. (.) æh:: føler du at du bruker mer eller mindre tid i forhold til papir/blyant på sånne oppgaver?
	Siri	hm::: ja:: egent-, eller det går egentlig på det samme.
	I	Hm.
	Siri	Egentlig (.)
	I	Så det er egentlig ikke noe forskjell om du skriver på papir [eller ()
	Siri	[nei, det er bare lettere å få det rett når eg brukte det programmet.
03:38	I	Ja.
	Siri	Det var einaste forskjellen egentlig.
	I	Hm. (.) Så du føler at du hadde kanskje løst riktig på flere oppgaver.
	Siri	Ja.
03:48	I	Nå. Hm. (.) Æh, hvor mye måtte du spørre læreren om hjelp?
	Siri	(.) Det var av og til når det kom nye, nye sånne oppgåver, f.eks. når parentes kom.
	I	Ja,
	Siri	Og når det var med brøk og sånn=
	I	=ja,
	Siri	Så spurte eg om hjelp () første
	I	Så det dere ikke har hatt så mye om=
	Siri	=ja.
	I	Ja, hm. (.) Men sånn generelt, hvis du sammenligner med vanlige mattetimer på klasserommet. Var det da flere ganger du måtte spørre mens du jobbet med oppgavene her, eller var det mindre, eller?
	Siri	Nei, det var egentlig omtrent det same.
04:22	I	Hm.
	Siri	Ja.
04:24	I	(.) Og hva slags problemer var det du trengte hjelp for?
	Siri	Det var nye (.) ting, nye oppgåver på en måte.
	I	Ja.

96		Siri	Ja,
97		I	Så faglige ting som dere ikke har hatt?
98		Siri	Hm.
99		I	Ja, hm. Og hvor mye måtte du spørre en medelev om hjelp?
100		Siri	Ingenting. Eg spurte ikkje en medelev om hjelp.
101		I	Så du jobbet helt selvstendig.
102	04:46	Siri	Ja
103		I	Ja. (.) (.) Føler du at du blir mindre avhengig av læreren og annen hjelp når du
104			jobber med Aplusix?
105	05:58	Siri	Ja. Det synes eg. (.) For den hjelper meg på en måte, programmet hjelper meg
106			litt og då blir det liksom, trenger eg ikkje så masse hjelp fra andre.
107		I	Ja.
108		Siri	Ja.
109		I	Hm. (3) Og mener du at bruken av Aplusix har gjort læring av likninger lettere
110			(.) eller vanskeligere?
111	05:19	Siri	Lettere.
112		I	Ja, det sa du jo i stad.
113		Siri	Ja.
114	05:28	I	Hm. (.) Så hvis du kunne velge å bruke programmet i framtida, (.) hvordan
115			kunne du tenke deg=
116		Siri	= eg kunne tenke meg å bruke det i framtida som, bare øve meg på en måte.
116		I	Ja=
117		Siri	= Så æh, altså eg kjenner no at eg, det er mange ting eg har forstått bedre=
118		I	=hm=
119	05:45	Siri	=men det er fortsatt, det var bare noke få timar da. Så eg har ikkje blitt så
120			mykje bedre på dei timane. Så eg skulle gjerne fortsatt med det egentlig.
121		I	Ja, for å få enda mer øvelse og=
122		Siri	=ja,
123	06:00	I	Ja. Hm. Ja, det var disse spørsmålene. Takk skal du ha.

Ørjan – elev (svakt til middels nivå)
I – intervjuer

Nr.	Tid	Hvem	Hva blir sagt:
1	00:14	I	Kan du fortelle hvordan det fungerte for deg å lære programmet? Så helt fra
2			oppstarten?
3	00:20	Ørjan	Det fungerte passe liksom ()
4	00:25	I	Hm.
5		Ørjan	() likninger ()
6		I	Ja.
7	00:34	Ørjan	() greit nok.
8		I	Hm. (.) Så, å bruke programmet og finne fram til oppgavene hva du skal
9			gjøre=
10	00:42	Ørjan	=det var, det var ganske lett.
11		I	Det var ganske lett=
12		Ørjan	=ja.
13		I	Hm. (.)Er det mer interessant å jobbe med Aplusix med algebra og liknnger
14			[enn på papir, eller?
15		Ørjan	[ja:::
16		I	Hva synes du om=
17		Ørjan	= det er ikkje heilt sikkert fordi at det (.) Eg vil tru kanskje at () papir.
18	01:01	I	(.) Hvorfor det?
19		Ørjan	(.) For eg synes, eg synes det er lettare.
20		I	Hm.
21		Ørjan	Men::
22		I	Hva er kjekkere liksom?
23		Ørjan	Nei:: (.) Det sånn (.) bedre enn å skrive på papir da, så (.) Det eg vil sei er at på
24			data også da på den måten da. Bare skrive inn og (.) istadenfor å skrive alt på
25			nytt så kan du bare flytte ned og så viske det vekk og sånn.
26	01:22	I	Hm.
27		Ørjan	Det synes eg var veldig greit.
28		I	Hm.
29		Ørjan	Så det er sånn både og.
30		I	Både og.
31		Ørjan	Ja.
32		I	Hm. (.) Æh, hva synes du om du har lært æh: noe bedre å løse likninger med
33			Aplusix?
34	01:37	Ørjan	Eg trur eg har lært ca det same () på papir. Det trur eg.
35		I	Hm
36		Ørjan	Det ()
37		I	Ja (3) Æhm. Så mener du at Aplusix har gjort det lettere eller vanskeligere å
38			forstå likninger og likhetstegnet?
39		Ørjan	Litt vanskelig, eg synes det er litt vanskelig å bedøme sånn egentlig da. For det
40			er så lenge sida vi har hatt likninga og sånt. Så:: (.) () masse på denne tida her.
41		I	Hm
42	02:04	Ørjan	Veit ikkje hvor masse eg hadde () hvis () papir. Eg trur eg () en del då også.
43		I	Ja.
44		Ørjan	Men
45		I	Er det noe du ikke har forstått før, som du forstår litt bedre nå, eller?

02:15	Ørjan	Ja:: Eg har forstått iallfall (.) likningar da, det.
	I	Hm.
	Ørjan	Men:: () vi ikkje hatt det på lenge liksom.
	I	Ja.
	Ørjan	Vi har ikkje hatt akkurat sånne likningar, sånne ting.
02:26	I	Nei, klart det. (.) Hm.
	Ørjan	Men. () eg har lært en del, eg lært litt.
	I	Hm. (.) Hva synes du om disse tilbakemeldinger? Du får jo tilbakemelding fra programmet om det er riktig det du gjør.
02:36	Ørjan	Ja:: Det synes eg () veldig bra. (.) Det er bra.
	I	Hm.
	Ørjan	For så::
	I	Hva hjelper det til æh:: i din læringsprosess?
02:45	Ørjan	() sett at det er rett, sant. () på rett vei, sant.
02:50	I	Ja.
	Ørjan	Bare at hvis du begynner, så hvis det er papir, sant, så skriver du, trur det er rett, sant, så er du ferdig, da blir alt feil. ((ler))
02:56	I	Ja. ((ler))
	Ørjan	Det er litt kjipt
	I	()
	Ørjan	Ja. Så du veit ikkje om du er på rett vei. Så det er ganske bra.
		Ja. Men () ikkje rekne det ut sjølv sånn, det er et minus.
	I	Hva er=
03:07	Ørjan	= at det ikkje kan rekne ut, at du må rekne det ut alt sjølv. Sånn, på en måte=
	I	=Hm=
	Ørjan	= () og når det er brøk og sånn.
	I	Ja. Det med brøk, det var litt vanskelig?
	Ørjan	Ja.
03:16	I	Hm. (.) Litt uvant også=
	Ørjan	= ja.
	I	Hm. (3) Ja:: Føler du at du bruker mer eller mindre tid når du regner oppgaver med Aplusix? (.) I forhold til papir=
	Ørjan	= Æh:: (.) Vi har ikkje hatt akkurat så store æh:: likninger på papir () Så det er egentlig (.) æh:: Det eg ganske sikkert.
03:42	I	Men du hadde jo også enkle her i programmet. (.) Det varierte [jo.
	Ørjan	[ja, det varierte.
03:48	I	Hm.
	Ørjan	(.) Det er jo (.) det er jo egentlig like kjapt, trur eg.
	I	Hm. (.)
	Ørjan	Det blir ikkje, det blir meir oversiktlig på data.
03:58	I	Hm=
	Ørjan	= det er bedre system liksom.
	I	Hvorfor det?
	Ørjan	() når eg skriver opp disse likningar på papir, sant, så blir det kanskje litt sånn ()
	I	Hm=.
04:07	Ørjan	= () ser du det, ikkje når du skriver med data, sant, då ser du sånn tegn eller etter eller anna sånt.
	I	Hm. Mer oversiktlig.
	Ørjan	Ja.

	I	Hm (.) Hvor mye måtte du spørre læreren om hjelp?
	Ørjan	Det er en del på, på:: del 2 ((brøkoppgaver)). Da måtte eg ha litt hjelp.
04:24	I	Hm. Da var det mer:: faglige spørsmål=
	Ørjan	=Ja. () brøk, for del 2 med brøk, det var det eg sleit med.
	I	Ja. Hm. (.) Så hvis du, sånn generelt, sammenligner med vanlige matematikktimer og:: disse=
	Ørjan	= Nei, altså=
	I	= Er det mer hjelp fra læreren du trengte her enn=
	Ørjan	= kanskje det () litt meir nå. (.) Men det er fordi eg er ikkje så god på likningar, sånn egentlig.
04:50	I	Hm.
	Ørjan	Eg er bedre i sånn annen matte, sånn=
	I	= ja.=
	Ørjan	= sånn egentlig.
	I	Men da spørr du ikke så ofte om hjelp=
	Ørjan	= Nei, ikkje så ofte=
	I	= på vanlig=
	Ørjan	= Nei. () så::: eg sit ved siden av A. ()
	I	Så du spurte også=
	Ørjan	=Ja=
05:01	I	=han som. Ja. Hm (.) Så du kan ikke si at du ble mindre avhengig av læreren ved å bruke programmet=
	Ørjan	= Nei, det () ikkje.
	I	Hm. (4) Æhm:: Sånn generelt, mener du at bruken av programmet har gjort læring av likninger lettere eller vanskeligere.
05:26	Ørjan	Ja::: Hvis det, hvis det er mulig å forbedre programmet litt, sant, så trur eg det vil bli bedre.
	I	Hva skulle man forbedre med programmet?
	Ørjan	Æh:: det med komma, sant.
	I	Hm.
	Ørjan	At en ikkje kan bruke komma, sant, det er litt dumt da.
	I	Det er litt dumt, ja. Hm.
05:41	Ørjan	Men det programmet () ganske bra synes eg, sånn egentlig.
	I	Hm. (.) Ja, det er noen svakheter med programmet.
	Ørjan	Ja, det er riktig å seie, ja.
	I	Hm. Og du synes skrivemåter=
	Ørjan	= ja.
	I	Hm. (.) Hvis du gir råd til lærerne eller skolen: Skulle de bruke programmet i undervisning hele tida, av og til eller ikke.
	Ørjan	Av og til, av og til, trur eg.
	I	Ja.
05:19	Ørjan	Ikkje heile tida, men () eg vil seie av og til.
	I	Hm.
06:12	Ørjan	Litt begge deler.
	I	Hva mener du (.) hvorfor?
	Ørjan	Det er fordi at det er liksom. Når vi skal ha prøve, ikkje sant, så får du på papir, ikkje sant=
	I	= Hm=
	Ørjan	= og då må du vise ka det er, sant,
	I	Hm

	Ørjan	Så, hvis, så lærer du en del på () også. Så det er () begge deler, sånn du får øvd deg til å skrive på () også, kanskje ikkje ().
06:33	I	Hm. (.) Ja. (.) Hm:: Nei, men det var bra det jeg kunne spørre deg.