

INSEGEL TILL DIALOG

Skolans matematikutbildning - en studie i fyra praktiker

Anette Jahnke

Ph.D i studier av profesjonspraksis
Senter for praktisk kunnskap

Universitetet i Nordland

Anette Jahnke

Insegel till dialog. Skolans matematikutbildning – en studie i fyra praktiker.

Ph.D. serie 11 – 2014

© Universitetet i Nordland

ISBN: 978-82-93196-10-5

Trykk: Trykkeriet UiN

Universitetet i Nordland
8049 Bodø
www.uin.no

Alle rettigheter forbeholdes.

Kopiering fra denne bok skal kun finne sted på institusjoner som har inngått avtale med Kopinor og kun innenfor de rammer som er oppgitt i avtalen.

INNEHÅLLSFÖRTECKNING

FÖRORD	5
ABSTRACT	9
SAMMANFATTNING	11
UTBLICKAR FRÅN ETT DIKE	13
TILL LÄSAREN	15
DEL I KUNSKAPSSYN OCH HÖRSEL	17
UTSIKTSPUNKTER.....	19
PRAKTIKER BILDAR SKOLANS MATEMATIKUTBILDNING.....	27
<i>Kompetensutvecklare planerar utbildning för rektorer</i>	29
<i>Rektor skriver veckobrev</i>	33
<i>Kursplaneskrivare möter lärare</i>	34
<i>Matematiklärare talar på lektion</i>	35
<i>Elever bläddrar i mattebok</i>	35
<i>Matematiker tänker tankar</i>	36
ATT BILDA KUNSKAP I PRAKTIKER.....	37
VILKEN TYP AV KUNSKAP ÄR TYST? VARFÖR ÄR DEN TYST?.....	45
<i>Tyst kunskap light</i>	46
<i>Tyst kunskap som aldrig går att språkligt formulera</i>	51
SPRÅKETS TYSTHET.....	58
KUNSKAPENS TYSTA SPRÅK	70
<i>Analogi</i>	70
<i>Metafor</i>	73
<i>Berättelse</i>	77
KUNSKAPENS ISBERG SMÄLTER.....	80
ANETTE JAHNKE SOM FORSKARE I PRAKTISK KUNSKAP	85
<i>Mitt språk</i>	87
<i>Min metod, två steg av tolkning och reflektion</i>	92
<i>Är det jag skriver trovärdigt?</i>	121
INSEGEL TILL DEL II	127
DEL II ATT LYSSNA PÅ PRAKTIKERNAS	129
ARBETAR OCH LÄR SOM KURSPLANESKRIVARE	131
<i>Från dröm till erfarenhet</i>	132
<i>En texts förändring i en process</i>	138
<i>Dilemman som kursplaneskrivare</i>	142
<i>Att bilda praktisk kunskap utan praktik</i>	149
<i>Mitt schizofrena förhållande till kursplanen</i>	152
<i>Från det formella till det reella</i>	153
ARBETAR OCH LÄR SOM BLIVANDE MATEMATIKER	154

<i>Jag och matematiken</i>	154
<i>Jag, matematiken och människorna</i>	159
<i>Från en överklighet till ett klassrum</i>	164
ARBETAR OCH LÄR SOM LÄRARE I GYMNASIESKOLAN	167
<i>Jag blir lärare och vad blev jag?</i>	174
<i>Hur blev min undervisning?</i>	179
<i>Analys av min undervisning</i>	195
<i>Brister i min praktik som lärare</i>	200
<i>Kunskap i skolmatematikens hus i relation till matematikens hus</i>	204
<i>Från ett klassrum till en skola</i>	207
ARBETAR OCH LÄR SOM REKTOR.....	209
<i>Tid, intressenter, utsatthet och problem</i>	210
<i>Problem med skolans matematikutbildning</i>	216
<i>Att vara rektor – regissör, dirigent och människa</i>	227
<i>Att leda lärares lärande</i>	234
<i>Från det reella till det formella</i>	251
INSEGEL TILL DEL III.....	252
DEL III ATT HANTERA I NUET	255
VILKA VIS FRAMTRÄDER?	257
<i>Problem och lösning</i>	259
<i>Ingenhet, ensamhet och gemenskap</i>	263
<i>Oron över det oförutsedda och människans okunskap</i>	268
<i>Kursplanen – text, tolkning och handling</i>	278
<i>Relationen mellan skolmatematik och användbarhet</i>	282
<i>Reaktioner från elever på deras verksamhet</i>	290
VARFÖR ÄR DET PÅ DETTA VISET?	296
<i>Problem och lösning – varför?</i>	296
<i>Ingenhet, ensamhet och gemenskap – varför?</i>	298
<i>Oron över det oförutsedda och människans okunskap – varför?</i>	300
<i>Relationen mellan skolmatematiken och användbarhet – varför?</i>	307
<i>Kursplanen – text, tolkning och handling – varför?</i>	318
<i>Reaktioner från elever på deras verksamhet – varför?</i>	324
INSEGEL TILL DEL IV	333
DEL IV DIALOG OM SKOLANS MATEMATIKUTBILDNING	339
ATT BILDA SKOLANS MATEMATIKUTBILDNING.....	341
<i>Tyst! Lyssna och se – det diskutabla existerar</i>	341
<i>Släpp metaforerna fria det är vår!</i>	344
<i>Låt oss tvista! Skolmatematiken som ett omtvistat begrepp</i>	348
TILLBAKA TILL MIN YRKESBANAS DIKE	365
EPILOG	367
LITTERATURFÖRTECKNING	369

FÖRORD

Jag började tänka på detta förord i juni 2013 då jag stod och blickade ut över den vackra sjön Aspen vid Jonsereds Herrgård utanför Göteborg. Jag hade precis flyttat in i en skivastuga i Villa Martinsson, den gamla inspektorsvillan. Sommaren var dallrande färsk. Solen gassade och min blick följde den vackra kurvan på bergsknallen som bryter Aspens vattenyta i nittio grader. Någon som var bra på att bryta nya marker var min före detta chef Bengt Johansson. Jag insåg att mitt förord borde börja med att tacka Bengt, professor emeritus i matematikämnets didaktik och före detta föreståndare för och en av grundarna av Nationellt centrum för matematikutbildning (NCM) vid Göteborgs universitet. Bengt gav mig inspiration, förtroende och stöd till att driva, genomföra och medverka i olika statligt initierade utbildningsinsatser riktade åt lärare, högskolelärare och rektorer. Tack vare detta fick jag rika upplevelser och erfarenheter från förskola till högskola och från klassrum till mötesrum på utbildningsdepartementet. Han gav mig möjlighet att samarbeta med många olika aktörer inom svenskt utbildningsväsende och han delade med sig av sitt internationella nätverk. Bengt gav mig även förutsättningar att vid NCM påbörja mitt avhandlingsarbete. Jag vill även tacka Peter Nyström, NCM:s föreståndare, för att ha gett mig bra förutsättningar för att avsluta avhandlingsarbetet.

Min blick vilade på punkten där bergsknallen bröt vattenytan. Det blev så intressanta överskärningar och jag funderade på om jag borde börja måla igen. Plötsligt bröts sommartystnaden av ett tåg som dundrade förbi längs hela Aspens östra sida. Tåg ja. Jag borde kanske tacka SJ. Mina tankar gick till alla dessa resor som arbetet med utbildningsinsatsen för rektorer innebar då vi 2010 började ge utbildningar vid fem olika orter. Jag vill tacka Sveriges Kommuner och Landsting (SKL) som bidrog till finansieringen av en dialogseminarieserie med en grupp rektorer som dels lade grunden till planeringen för utbildningsinsatsen men även utgör en del av empirin i denna avhandling. Vilken förmån det var att få ta del av rektorers erfarenheter från sitt komplexa yrke. Tack för er öppenhet och ert mod – Ulla, Lena, Eva, Janne, Maria, Karin, Per och Margareta.

I arbetet med rektorer fick jag möjlighet att arbeta med Ingemar Gullstam, före detta undervisningsråd och enhetschef vid Skolverket och Myndigheten för skolutveckling, med bakgrund som skoldirektör i Karlstad och Stockholm. Ingemar – tack för att du så klokt och insiktsfullt guidade mig in i nya kunskapsområden kring skolledning, skolutveckling och huvudmännens verksamhet. Ingemar och jag åkte på rektorsturnéer tillsammans med Rose-Marie Wikström, administrativ samordnare vid NCM. Tack Rose-Marie för allt smidigt arbete och alla skratt. Det var Rose-Marie som uppmärksammade mig på att det fanns en skivastuga vid

Aspen. Jag vill därmed även tacka Göteborgs universitet och Hvitfeldtska stiftelsen för de vistelsestipendier som gav mig möjlighet att skriva i en underbar miljö när jag som bäst behövde det.

En av dem som var med och föreläste vid utbildningsinsatsen för rektorer var professor emeritus Ulf P. Lundgren. På en uteservering på ett restaurangtak en mörk och kvalmig kväll i Mumbai erbjöd sig Ulf att läsa allt som jag skulle komma att skriva. Ulf – att få dina precisa och kärnfulla insikter under min process med denna avhandling har varit helt fantastiskt. Tack!

Det plaskade till. Någon stod och fiskade långt där nere vid den rundade platån som går ut i Aspen. Jag funderade på om familjen Gibson som hade Herrgården som sitt hem på 1830-talet bjöd på förfriskningar där nere inför en god middag i Herrgården. Vilket ledde mina tankar till de goda middagar jag har fått uppleva med professor emeritus Bo Göranson. Jag träffade Bo i samband med arbetet i Matematikdelegationen. Första gångerna jag träffade Bo förstod jag bara tjugofem procent av vad han sa. Men jösses vad intresserad jag blev av att förstå de där andra sjuttiofem procenten. Bo – tack för att du skapade en sådan fantastiskt kreativ forskarmiljö och inriktning inom ämnet Yrkeskunnande och teknologi vid Kungliga tekniska högskolan. Äntligen, tänkte jag då. Men egentligen gav du mig en annan sak – som faktiskt går långt utöver skrivandet av en avhandling. Du gav mig mod att använda och utveckla mitt språk. Det modet kommer jag alltid bära med mig.

I samband med detta vill jag även tacka Lars Mouwitz som dels visade vägen in i forskningsämnet genom sin avhandling, men även som kollega vid NCM. Tack för alla samtal under åren.

Min blick vilar på ett färglöst Aspen. Borta är det gröna. Det knastrar under mina skor och det drar små vita förskräckta gäss över sjön. Det har blivit isblå november 2013. Jag har åter flyttat in i skivstugan och precis kommit hem från mittseminariet vid Universitetet i Nordland i det lika isblå Bodö. Jag vill tacka Universitetet i Nordland, före detta föreståndaren för Senter för praktisk kunnskap (SPK) professor Ruth Olsen, professor Ingela Josefson och nuvarande föreståndaren och professorn James McGuirk. Tack för att ni tog emot mig och mitt vilda forskningsprojekt, och för allt stöd jag fått under arbetet. När jag blev antagen som PhD-student i Profesjonspraksis vid Universitetet i Nordland blev jag tilldelad en handledare, professor Johan Arnt Myrstad. Skulle du någonsin vilja skriva en avhandling, du som läser detta förord, då kan jag rekommendera Arnt. Han är helt fantastisk – djupt kunnig och lurigt pedagogisk. Han har varsamt låtit mig upptäcka Galileo Galileis och Platons arbeten. Han har korrigerat mig när jag varit ute och cyklat och samtidigt puttats på så jag fått styrfart. Jag har lärt mig så oerhört mycket på så kort tid med dig Arnt som handledare. Tack!

När man skriver en avhandling kan man behöva en kopp te eller en öl då och då. Tack kära vän, Elise Glimsten för att du finns där och dessutom haft hyfs att flytta till Hisingen.

Sist, men inte minst, min närmsta doktorandkollega, min make Marcus. Från helt olika yrkesbakgrunder har vi nu nästan parallellt genomfört avhandlingsarbete inom angränsande områden. Marcus disputerade vid Högskolan för design och konsthantverk (HDK) vid Göteborgs universitet september 2013. Detta har medfört att samtalen mellan oss vid frukost, middag, kväll och innan lampan släckts innehållit en härligt märklig blandning: "Du lyssna på den här formuleringen, och förresten, slängde du de mögliga potatisarna? Men det förstår du väl att du inte kan behandla begreppet så? Har du bokat tandläkartid? Va!!? Har du fortfarande inte läst Nietzsche?"

Vårsolen skiner in i rummet. Lövträden har inte slagit ut, så än har jag utsikt över Aspen från mitt fönster. Jag har för en sista gång flyttat in i Villa Martinsson. Undra hur det var att som barn växa upp på en herrgård och möta våren här? Mina tre barn skulle kunna busa bra här. Men jag har ingen herrgård. Däremot har jag en underbar hörna på Hisingen där mina tre barn, Otto, Lillit och Minna skuttar omkring i skogen. Min Marcus och våra tre ivrigt ifrågasättande barn har utgjort den perfekta doktorandmiljön för att handla av allt man kan i en avhandling.

Älskar er.

Anette Jahnke

Villa Martinsson, Jonsereds Herrgård, 30 april 2014

ABSTRACT

Mathematics education in Swedish schools is the subject of constant debate which seeks to improve and change school practice. This is, however, often undertaken without sufficient attention to or understanding of the practices that shape mathematics education on a daily basis. The purpose of this thesis is to reach a better understanding of how school mathematics education is formed by examining four different practices; the curriculum developer's, the mathematician's, the teacher's and the school principal's. The investigation involves formulating knowledge - often tacit and unformulated – developed in the four practices, three of which make up my own professional experience.

The work is grounded in the epistemological claim that practical knowledge denotes an unique species of knowing which cannot, without further ado, be reduced to applied theory, but must be developed and communicated in its own way. The work is also based on an insight drawn from discussions in the philosophy of language perspective; namely, that it is through our actions that language receives its meaning, and that even theoretically formulated knowledge is constituted by the unsaid as much as by the said. The Dialogue Seminar Method, developed at KTH Royal Institute of Technology in the subject of Skill and Technology, has been used, with the help of the philosophy of science and art, to find a language to convey practical knowledge. The method has been used partly on my own professional experience, and partly on the professional experience of a group of school principals. Furthermore, the method has resulted in texts produced between 2004 and 2011. These texts have been interpreted in light of the phenomenological and hermeneutical traditions, in accordance with the tradition of the subject Studies of Professional Practice at the University of Nordland. In addition, an epistemological investigation has been made of the concept of knowledge that the Swedish school has been based on since 1994.

The thesis provides three contributions. The first is a theoretical contribution where three shortcomings are highlighted in the concept of knowledge that the Swedish school rests on, where knowledge is seen as consisting of facts, understanding, skills and familiarity: i) tacit knowledge is not only found in familiarity but cuts across all four knowledge forms; ii) understanding is not only associated with facts but also with skills; iii) the language that understanding can be conveyed through is not only in terms of defined concepts, but also in the form of metaphors, analogies and stories. The second contribution is a portrayal of the four practices in the form of stories. The hermeneutical and phenomenological work on the stories provides the third contribution in the form of a deepened understanding of six phenomena that practitioners manage in their work life: i)

problem and solution; ii) non-existence, solitude and community; iii) concern about the unforeseen and human ignorance; iv) the relationship between school mathematics and usefulness; v) the curriculum - text, interpretation and action; vi) reactions from pupils on their activities.

The constitution of these phenomena is analysed and their mutual influence on each other is discussed, as well as how a view on knowledge that equates practical knowledge with applied theory affects the phenomena. The three contributions of the thesis show that it is a fundamentally practical knowledge to understand and use mathematics. This gives a different and deeper understanding of how mathematics education is formed than the one that dominates public debate.

Based on the three contributions conclusions are drawn for the further development of mathematics education. Practical knowledge and its tacit elements in mathematics education exist and need to be addressed. The habit of discussing mathematics education in the form of problem and solution, where metaphorically this is seen as a puzzle to be solved, means that we are concentrating too much on trying to manage an unpredictable reality by predicting – because mathematics education can metaphorically also be regarded as a living being that is dependent on its heredity and environment, and on recurring natural needs.

The thesis is a seal to enhance the quality and continuity of the dialogue we conduct on mathematics education, by making visible the complexity of knowledge, and our disagreements, thus going from many monologues to a genuine dialogue – from school for *Bildung* to the *Bildung* of the school.

SAMMANFATTNING

Den svenska skolans matematikutbildning är ständigt föremål för problemformuleringar och tillhörande lösningar i form av insatser för att förbättra och förändra skolans praktik. Detta sker ofta utan tillräcklig uppmärksamhet på och djupare förståelse för de praktiker som dagligen skapar skolans matematikutbildning. Syftet med denna avhandling är att nå en ökad förståelse för hur skolans matematikutbildning bildas genom att undersöka fyra olika praktiker; kursplaneskrivarens, matematikerns, lärarens och rektorns. Undersökningen involverar att formulera kunskap – ofta tyst och oformulerad – utvecklad i de fyra praktikerna, varav tre utgör min egen yrkeserfarenhet.

Kunskapsteoretiskt utgår arbetet från att praktisk kunskap inte kan reduceras till tillämpad teori utan utvecklas och förmedlas på egna sätt. Språkfilosofiskt baseras arbetet på att det är genom våra handlingar som språket får sin betydelse, och att oformulerade aspekter ingår i all språkanvändning, även då vi brukar teoretiskt kunskap. Dialogseminariemetoden, utvecklad vid Kungliga tekniska högskolan inom ämnet Yrkeskunskande och teknologi, har använts för att, med hjälp av vetenskapsfilosofi och konst, finna ett språk för att förmedla yrkeskunskande. Metoden har dels använts på min egen yrkeserfarenhet, och dels på en grupp rektorers. Vidare har metoden resulterat i texter framtagna mellan 2004 och 2011. Dessa texter har sedan tolkats hermeneutiskt och behandlats fenomenologiskt i relation till varandra, i enlighet med traditionen inom ämnet Professionspraxis vid Universitet i Nordland. Utöver detta har en kunskapsteoretisk undersökning gjorts av kunskapsbegreppet som svensk skola grundar sig på sedan 1994.

Avhandlingen ger tre bidrag. Det första är ett teoretiskt bidrag där tre brister lyfts fram i det kunskapsbegrepp som svensk skola vilar på, där kunskap ses som bestående av fakta, förståelse, färdighet och förtrogenhet: i) tyst kunskap ingår inte enbart i förtrogenhet utan skär tvärs igenom alla fyra kunskapsformerna; ii) förståelse är inte enbart förknippad med fakta utan även med färdighet; iii) det språk som förståelse kan förmedlas på är inte enbart i termer av definierade begrepp, utan även i form av metaforer, analogier och berättelser. Avhandlingens andra bidrag är en gestaltning av de fyra praktikerna i form av berättelser. Det hermeneutiska och fenomenologiska arbetet med berättelserna ger det tredje bidraget i form av en fördjupad förståelse av sex fenomen som praktikerna hanterar i sin yrkesvardag: i) problem och lösning; ii) ingenhet, ensamhet och gemensamhet; iii) oron över det oförutsedda och människans okunskap; iv) relationen mellan skolmatematik och användbarhet; v) kursplanen – text, tolkning och handling; vi) reaktioner från elever på deras verksamhet. Frågan varför dessa

fenomen framträder analyseras och deras ömsesidiga påverkan på varandra diskuteras, liksom hur en kunskapssyn som likställer praktisk kunskap med tillämpad teori påverkar fenomenen. Avhandlingens tre bidrag visar att det är en i grunden praktisk kunskap att förstå och att använda matematik. Detta ger en annan och djupare förståelse för hur skolans matematikutbildning bildas än den som dominerar den offentliga debatten.

Utifrån de tre bidragen dras slutsatser för en fortsatt utveckling av skolans matematikutbildning. Den praktiska kunskapen och dess tysta inslag i skolans matematikutbildning existerar och behöver adresseras. Vanan att diskutera skolans matematikutbildning i form av problem och lösning, där detta metaforiskt betraktas som en gåta som ska lösas, medför att vi i för hög grad försöker hantera en oberäknelig verklighet genom att beräkna – för skolans matematikutbildning kan också metaforiskt betraktas som en levande varelse beroende av arv och miljö och med återkommande naturliga behov. Avhandlingen är ett insegel till att öka kvalitén och kontinuiteten i den dialog vi för om skolans matematikutbildning, genom att på allvar synliggöra kunskapens komplexitet och våra oenigheter, för att gå från många monologer till en äkta dialog – från skola för bildning, till bildning för skola.

UTBLICKAR FRÅN ETT DIKE

Det var en gång en yrkesbana som ringlade sig fram i matematikutbildningens kuperade terräng. I dess djupa dike satt jag.

– Tripp...tripp...trapp lät det från min yrkesbana.

– Vem är det som trippar på min yrkesbana, frågade jag från det djupa diket.

– Åh, jag är egentligen en matematiker som börjat arbeta som lärare i gymnasieskolan. Jag är på väg in i mitt klassrum...

– Men vad gör du egentligen som lärare? Varför gör du som du gör? Varför är matematikutbildningen på detta viset?

– Åh nej, fråga inte mig! Vänta bara lite, så kommer rektorn, hon vet mycket mer.

Tripp– tripp– trapp– tripp– tripp– trapp lät det från min yrkesbana.

– Vem är det som har så bråttom på min yrkesbana? frågade jag.

– Åh, det är jag, rektorn, ropade hon, medan hon svischade förbi.

– Men vad gör du egentligen som rektor? Varför gör du som du gör? Varför är matematikutbildningen på detta viset?

– Åh nej, fråga inte mig. Vänta lite, så kommer herr Kursplan han vet långt mycket mer!

Flapp, flapp, flapp, flapp lät det från min yrkesbana. Herr Kursplan var så tunn och lätt att han hade svårt att hålla sig på banan.

– Vem är det som fladdrar på min yrkesbana? frågade jag.

– Åh, det är bara jag Herr Kursplan som anger vad som skolan ska arbeta med.

– Men varför är du som du är Herr Kursplan? Varför är matematikutbildningen på detta viset?

– Det vet jag inte, vår Fader, Statens Skolverk, dokumenterade aldrig min nedkomst. Men vänta...min Fader kontaktar mig från ovan...

Herr Kursplan slöt ögonen, hummade och utbrast:

– Fader Skolverket och Sonen Tjänstemannen undrar om du vill bli Matematik-Anden i nästa kursplanereform?

– Ja, vad intressant, sade jag glatt och hoppade upp i Herr Kursplans stora famn.

Där var det trångt. Där fanns politiker, tjänstemän, jurister, språkgranskare, lärare, forskare, matematiker – och Lars Mouwitz. I rask takt togs kursplaner fram och stoppades 2006. In med en regering och ut med en annan. Sen Pang! Pang! Pang! Nya planer klubbades igenom för förskola, grundskola och gymnasieskola. Fader Skolverket svingade klubban,

måttade och skickade iväg mig i en perfekt kastparabel tillbaka till min yrkesbanas djupa dike. Anden, det vill säga jag, flämtade efter andan och mumlade:
– Varför är det på detta viset?

Skolans matematikutbildning i Sverige är ständigt föremål för omfattande initiativ. Matematikdelegationen, som jag var ledamot i, tillsattes av regeringen 2003 och föreslog omfattande insatser som skulle involvera en mångfald av aktörer, allt från media, näringsliv, folkbildningsrörelser, organisationer och föreningar till myndigheter, skolhuvudmän, skolor och lärosäten (SOU 2004:97). Insatser riktade mot svensk skola har sedan dess involverat till exempel lärarutbildning, rektorsutbildning, skolans styrdokument, betygs- och provsystem, internationella jämförelser, fortbildning, forskningsspridning och karriärtjänster. Inför varje insats målas problembilder upp kring skolans matematikutbildning utav inblandade aktörer så som politiker, tjänstemän, forskare, lärare, föräldrar, elever och journalister.

I denna avhandling strävar jag efter att förstå skolans matematikutbildning som skapas av oss människor och där jag själv är en av dessa människor. Man skulle kunna säga att det bildas förståelse i två riktningar, min förståelse av skolans matematikutbildning och samtidigt matematikutbildningens förståelse av mig. I den inledande sagan frågade jag ideligen, precis som en rumpnisse i Astrid Lingrens *Ronja Rövardotter*, "Varför är det på detta viset?". Frågan ställs till mina egna upplevelser och erfarenheter av att ha varit verksam i eller arbetat med olika praktiker som bidrar till bildandet av skolans matematikutbildning. Utmärkande för forskning inom professionspraxis eller yrkeskunnande är att den egna yrkeserfarenheten inte enbart motiverar till forskning, utan utgör själva objektet eller utgångspunkten för forskningen. I denna avhandling lyssnar jag till den erfarenhetsbaserade kunskapen som bildas av kursplaneskrivaren, matematikern, läraren och rektorn, alla verksamma i olika praktiker, för att undersöka och gestalta på vilka vis skolans matematikutbildning kan bli till. Vad är det vi gör och varför gör vi som vi gör. Vilka "vis" framträder? Varför dessa vis? Borde det vara på det vara på dessa vis och hur vi skulle kunna fortsätta bilda skolans matematikutbildning?

TILL LÄSAREN

I avhandlingen står *skolans matematikutbildning* för den verksamhet inom vilken undervisningen sker utifrån bestämda mål.¹ *Skolmatematiken* står för innehållet i undervisningen och utbildningen. Internationellt används det breda begreppet "curriculum" för innehållet i skolans matematikutbildning (Gjone, 2001; Kilpatrick, 2009). Man brukar även särskilja och förtydliga genom att tala om den avsedda, realiserade, upplevda och den bedömda skolmatematiken. I avhandlingen låter jag *skolmatematik* inkludera alla dessa delar och vara ett brett begrepp.

Avhandlingen är indelad i fyra delar. I Del I, *Kunskapssyn och hörsel*, presenterar jag den kunskapssyn som genomsyrar både val av område att studera och på det sätt som jag gör det på. Viktiga samtalspartners i arbetet med att undersöka kunskapens natur har varit, förutom Sokrates, Platon och Aristoteles, den moderna naturvetenskapens grundare så som René Descartes, Gottfried Wilhelm von Leibniz, Galileo Galilei, Denis Diderot, Jean-Baptiste le Rond D'Alembert och Charles Darwin. Del I bildar grunden för att resten av avhandlingen ska kunna ges ett värde. Ett smakprov på synen på kunskap kan ges av följande episod.

- Den här workshopen i geometri var väldigt bra! Det här har jag användning för när jag träffar lärare, säger den före detta läraren och numera kompetensutvecklaren.
- Nja, det var lite roliga problem, men det blev ju bara ett görande. Var fanns teorin? frågar professorn.

Kompetensutvecklaren utförde alla handlingar under workshopen i geometri samtidigt som hon reflekterade över hur hon i framtida möten med lärare kunde genomföra något liknande och hur en lärare med elever skulle kunna undervisa i geometri. Hon använde då den kunskap som utvecklats under många år i hennes praktik som lärare och kompetensutvecklare. Kunskapen behöver hon inte ha

¹ Skollagen Kapitel 1, §3:

"- undervisning: sådana målstyrda processer som under ledning av lärare eller förskollärare syftar till utveckling och lärande genom inhämtande och utvecklande av kunskaper och värden, och

- utbildning: den verksamhet inom vilken undervisning sker utifrån bestämda mål." (SFS 2010:800)

språkligt formulerat i analytiska begrepp eller teorier för att utföra ett gott arbete. Professorn kunde inte relatera handlingarna på workshopen till något eftersom workshopens handlingar inte hade presenterats i en språkligt formulerad teori vilket utgjorde hans erfarenhetsbaserade kunskap. Exemplet illustrerar att praktisk kunskap inte är tillämpad teori och att det är en kunskap med ett egenvärde – ett värde som varken är större eller mindre än någon annan kunskapsforms. Detta värde är i fokus i avhandlingens Del II.

I Del II *Att lyssna på praktikerna* vävs en berättelse fram kring hur skolans matematikutbildning kan bli till genom att lyssna på praktisk kunskap utvecklad av kursplaneskrivaren, matematikern, läraren och rektorn. Vad är det vi gör och varför gör vi som vi gör? Berättelserna från de olika praktikerna bryts mot varandra. Studiet av rektorns praktik skiljer sig från övriga då jag inte själv arbetat som rektor. Rektorns praktik har studerats genom en dialogseminarieserie med verksamma rektorer under ledning av professor Bo Göranson. Under dialogseminarieserien skrev jag så kallade idéprotokoll och i avhandlingen referera jag till dessa fem protokoll genom förkortningar pr1, pr2, pr3, pr4 och pr5.

I Del III, *Att hantera i nuet*, analyseras berättelserna och sex fenomen eller "vis" mejslas fram som är vanliga eller ovanliga. Jag ställer frågan kring *varför* dessa vis framträder och för en diskussion kring deras inbördes påverkan på varandra och bakomliggande orsaker.

Avhandlingen avslutas med Del IV, *Dialog om skolans matematikutbildning*. I denna del använder jag bidragen från Del I, II och III som trampolin för tanken och undersöker frågan om det borde vara på dessa vis och hur vi skulle kunna fortsätta utveckla skolans matematikutbildning.

DEL I KUNSKAPSSYN OCH HÖRSEL

To grow up steeped in these tellings was to learn two unforgettable lessons: first, that stories were not true (there were no "real" genies in bottles or flying carpets or wonderful lamps), but by being untrue they could make him feel and know truths that the truth could not tell him, and second, that they all belonged to him, just as they belonged to his father, Anis, and to every one else...///...

Man was a storytelling animal, the only creature on earth that told itself stories to understand what kind of creature it was.

(Rushdie, 2012, s. 17)

UTSIKTSPUNKTER

År 1751 utkom den första delen av *Encyklopedi eller Systematisk uppslagsbok över vetenskaperna, konsterna och hantverken av ett sällskap intellektuella*. I inledningen beskriver matematikern och filosofen D'Alembert verket som leddes under de kommande tjugo åren av författaren, konstkritikern och filosofen Diderot.

Det verk vars första del vi nu framlägger har två syften. Som encyklopedi skall det så långt möjligt framställa de mänskliga kunskapernas ordning och sammanhang. Som systematisk uppslagsbok över vetenskaper, konster och hantverk skall det för alla vetenskaper och alla konster fria som mekaniska – inrymma de allmänna principer som de grundas på och de viktigaste enskildheter som bildar deras huvudinnehåll och substans. (D'Alembert, 1751/1981, s. 27)

I detta enorma projekt försökte man kartlägga vetenskaper, konster och hantverk – alla uppmärksammade som uttryck för mänsklig kunskap. Vad kunskap är och hur den kan komma till uttryck är en mer eller mindre intensiv pågående mänsklig diskussion inom olika kulturer, verksamheter och forskningsområde, allt från filosofi, pedagogik, lingvistik, matematikdidaktik till psykologi och hjärnforskning. Intressanta frågor är ju också hur kunskap kan utvecklas hos individer och mellan individer och även över tid. Människor har genom tiderna med hjälp av förnuftet försökt tänka kring kunskap och genom handlande undersökt och gestaltat kunskap i syfte att kommunicera med sig själva och andra. Vad som anses kvalificera sig som kunskap och vad som anses vara flum, åsikt, värdering, bara vackert och underhållande, varierar över tid, mellan kulturer och inom olika delar av samhället. Begrepp som "intersubjektivitet" (Laurikainen, 1988; Nordenstam, 1980) och "försanthållande" (Rosengren, 2008) pekar på vårt behov av verktyg som uttrycker och ger oss grepp om kunskap och vetande som vi tillsammans konstruerar och accepterar som "sanna".

I 2000-talets Sverige finns olika modeller för att dela upp kunskap i kategorier. I skolans läroplan finns de "fyra F:en": fakta, förståelse, förtrogenhet och färdighet som arbetades fram i den statliga utredningen *Skola för bildning* (SOU 1992:94). Internationellt och nationellt inom matematikdidaktisk forskning, utredningar och policyrapporter skapas och används begrepp så som kompetenser, förmågor, processer, färdigheter, proficiency, mathematical practices för att kategorisera kunnande i matematik.² I dessa ramverk skrivs

² Några exempel: I *Principles and Standards for School Mathematics* introduceras "processes" av den inflytelserika lärarföreningen i USA (National Council of Teachers of Mathematics, 2000). I den danska utredningen, *Kompetencer och Matematiklärning* introduceras "kompetens" (Niss & Højgaard-Jensen, 2002) och i *Adding it up* används "proficiency" (Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001). I *Common Core State Standard in*

generella kvalitéer fram i ett matematikkunnande, till exempel förmågan att resonera oavsett matematiska innehåll. På EU-nivå ges rekommendationer i form av nyckelkompetenser som varje medborgare behöver för att låsa upp "en byggnad skyddad med mångdubbla lås" (Liedman, 2008, s. 5) i syftet att "på ett flexibelt sätt kunna anpassa sig till en snabbt föränderlig och tätt sammanlänkad värld" (Europaparlamentet och europeiska rådet, 2006, s. 13). Nyckelkompetenserna delas upp i kunskaper, färdigheter och attityder. Allt fler ramverk för att kategorisera kunskap tas fram och används inom utbildningsväsendet och arbetslivet.³

På samma sätt kommer det encyklopediska trädets form att bli beroende av på vilken utsiktspunkt man ställer sig att överblicka detta intellektuella universum. Således kan man föreställa sig lika många olika system för den mänskliga kunskapen som det finns världskartor med olika projektioner. (D'Alembert, 1751/1981, s. 82)

Mathematics, som de flesta stater i USA ställt sig bakom, används "mathematical practices" (National Governors Association Center for Best Practices & Council of Chief State School Officers, 2010). Motiven för dessa generella förmågor varierar. I den amerikanska litteraturen är motiven främst matematikdidaktiska, det handlar om att bättre lära sig matematik via generella processer. I den danska utredningen, gjord på uppdrag av det danska utbildningsdepartementet, söktes ett bättre språk för att förmedla i en kursplan vad ett matematikkunnande innebar och man introducerar begreppet matematisk kompetens. Parallellt med denna utveckling argumenterade *Skola för bildning* (SOU 1992:94) för att varje ämne skulle utveckla ämnesspecifika kvalitéer (som senare kom att benämnas förmågor i svenska styrdokument) eftersom det ansågs svårt att ange ett specifikt stoff när världen förändras allt fortare (Carlgren, Forsberg, & Lindberg, 2009). Just i matematik angavs dock även ett stoff i kursplanen från 1994, dock inte lika preciserat som i tidigare kursplaner.

³ Några exempel: Alla examensordningar vid lärosäten i Sverige är indelade i kunskap och förståelse, färdighet och förmåga samt värderingsförmåga och förhållningssätt. Vidare har kursplaner vid lärosäten omformulerats med fokus på lärandemål, s.k. "intended learning outcomes". Detta bottnar i Bolognamodellen.

I en gemensam europeisk referensram (EQF) som knyter samman olika länders kvalifikationssystem används indelningen kunskaper, färdigheter och kompetens (Europaparlamentet och europeiska rådet, 2008). Den svenska motsvarigheten har tagits fram av Myndigheten för yrkeshögskolan och syftet är att öka mobiliteten för den europeiska arbetskraften och gynna livslångt lärande.

De internationella mätningarna TIMSS och PISA har sina kategoriseringar av kunskap (Organisation for Economic Co-operation and Development, 2009; The International Association for the Evaluation of Educational Achievement, 2011).

I detta kapitel vill jag utforska några utsiktspunkter och finna den syn på kunskap som ligger till grund för avhandlingens val av "studieobjekt", hur jag har studerat och hur jag valt att presentera vad jag har kommit fram till.

Eftersom detta är en avhandling som till stor del handlar om skolan, ska jag som första utsiktspunkt använda den kunskapssyn som beskrivs i texter som ligger till grund för skolans styrdokument och därmed skolans verksamhet.

I betänkandet *Skola för bildning* (SOU 1992:94) görs ett allvarligt försök till att syna kunskapens natur och vad detta medför för undervisning och lärande. Detta görs genom att använda forskning som även ligger till grund för forskningsämnet som jag studerat inom, Yrkeskunnande och teknologi vid Kungliga tekniska högskolan/Linnéuniversitetet. I arbetet med *Skola för bildning* deltog pedagogikprofessor Ingrid Carlgren, som i *Perspektiv på den svenska skolans kunskapsdiskussion* (2009) gör en tillbakablick till kunskapsdiskussionen på 1990-talet. I bokens inledning lyfts fyra anledningar fram till att åter diskutera den kunskapssyn som beskrevs i *Skola för bildning*.

Först är det ju naturligt att vara *nyfiken* på hur denna syn står sig i dagens samhälle. För det andra kan det krävas en påminnelse om att man inte en gång för alla kan slå fast en kunskapssyn på ett entydigt sätt via en text. Även denna avhandling kan ses som en uppmaning till en *kontinuerlig diskussion* kring kunskapens natur, hur lärare, rektorer och universitetslärare förstår den kunskap som ska göras möjlig för elever att lära och dess relation till hur man väljer att utforma skolans arbete och utbildning.

Carlgrens tredje anledning lyfter det *tolkningsarbete som skedde* och som alltid sker av alla involverade. Vilken tolkningsförmåga fanns och finns idag, är frågor som kommer att belysas i denna avhandling.

Såväl på formulerings – som på realiseringsarenan uttolkas kunskapssynen på olika sätt – mer eller mindre i överensstämmelse med den som formulerades i samband med läroplansreformen. (Carlgren et al., 2009, s. 13)

Ibland blev tolkningar direkt motstridiga till exempel har ordet "kvalitet" används på två helt olika sätt vilket även Sven-Erik Liedman uppmärksammar (Liedman, 2008).

Som fjärde anledningen tar man upp att den "levda kunskapssynen" (Carlgren et al., 2009, s. 13) påverkats av mål- och resultatstyrningssystemets utveckling. Här kan "den levda kunskapssynen" tolkas som den kunskapssyn som elever, lärare och rektorer upplever i sin praktik, och som i sin tur delvis bottnar i deras och andras (till exempel provkonstruktörers, läromedelsförfattaresh, lärarutbildares) tolkningar av styrdokumentet. Uttryck för denna upplevda kunskapssyn är till viss del det som vi kommer ta del av i de berättelser som presenteras i Del II, *Att lyssna på praktikerna*, och analyseras i Del III, *Att hantera i nuet*.

Att kategorisera och dela upp kunskap kan ha olika syften. För att utforma mål och bedömningsverktyg, för att följa upp resultat, har taxonomier⁴ för att värdera och rangordna kunskap utvecklats och fått stor betydelse. Kunskapskraven för alla nya styrdokument som infördes 2011 i svensk skola baseras på sådana kategoriseringar. Carlgren menar att bedömningsinstrument bidrar till en "levd kunskapssyn" som kanske är mer märkbar för elever, lärare och rektorer än en text i ett styrdokument. Det finns en spänning, menar Carlgren, mellan å ena sidan att mer komplicerade kunskaper också är mer komplicerade att mäta, och å andra sidan en ökad efterfrågan av mätning av elevers prestationer. Men mer komplicerade kunskaper är inte bara svårare att kategorisera utan även svårare att beskriva i ord:

Det offentliga samtalet om skolan förs dessutom i ett klimat med ökande krav på "hårda resultat". I den polariserade offentliga debatten sätts kunskap mot flum. Det har skapat en situation där mer avancerade kunskaper riskerar att uppfattas som "flum". (Carlgren et al., 2009, s. 15)

Denna avhandling skulle kunna karakteriseras av att vara en studie i detta "flum".

Som första utsiktspunkt i mitt utforskande av kunskapens natur väljer jag kapitlet *Kunskap och lärande i Skola för bildning* (SOU 1992:94, s. 59–79). I direktiven till läroplanskommittén angavs "att den kunskapssyn som skall ligga till grund för kommitténs arbete skall vila på aktuell forskning om inläring, begreppsbyggnad osv." (Ibid., s. 331). I *Skola för bildning* beskrivs hur 1946 års Skolkommision lade grunden för skolans verksamhet.

Den kunskap som skulle förmedlas skulle vara fri från värden, den skulle ge en objektiv bild av världen (fotnot 2). Därmed lades en grund för en utveckling av en objektivistisk kunskapssyn, vilket har lett till att ett par viktiga aspekter av kunskapen kommit att förbises. (Ibid. s. 61)

Under 50-talet och 60-talet utvecklades en optimistisk tro på säker, beständig och objektiv kunskap, med rötter bakåt mot naturvetenskapens utveckling runt 1600-talet. I *Skola för bildning* hänvisar man i fotnot 2 till (I. Johansson & Liedman,

⁴ " 'taxonomi' (av taxis och -nomi), vetenskapen om organismernas klassificering, dvs. beskrivning, namngivning (nomenklatur) och formell klassifikation av organismgrupper som taxonomiska enheter. Varje enhet eller taxon ges ett namn, vars utformning varierar med rangen i det hierarkiska systemet och regleras av internationella nomenklaturkoder. Dessa reglerar även innehållet i formella beskrivningar av enheterna. Inom pedagogiken är begreppet främst förknippat med Blooms taxonomi, som klassificerade kunskapen i sex olika hierarkiska nivåer, från faktakunskap till syntes och värdering" (Nationalencyklopedin, 2013f).

1987; B. Molander, 1988; Radnitzky, 1970), en genomgång av olika vetenskapsfilosofiska skolor, såsom den logiska empirismen.

I *Skola för bildning* skriver man att "idén om kunskap som en avbildning av en "verklighet" blivit allt svårare att upprätthålla" (SOU 1992:94, s. 62) och man hänvisar till *Vetenskapens struktur och förändring* (Brante, 1981), *The Structure of Scientific Revolutions* (Kuhn, 1962) och *En modell av aktiv paradigmatveckling* (Törnebohm, 1984).⁵ Man ville nu bryta tydligare med 50-talets kunskapssyn⁶, använda aktuell forskning och fortsätta arbetet som påbörjades med Läroplanen från 1980 (Lgr80) (Skolöverstyrelsen, 1980). I Lgr80 uppmärksammades kunskapen och människans aktiva natur – skolan skulle i Lgr80 *organiseras* så att elever kunde delta aktivt i ett utforskande av kunskap. Varierande arbetssätt betonades med fokus på undersökande undervisningsmetoder, där eleverna utifrån sina egna erfarenheter skulle få chans att vidga och fördjupa sina tidigare kunskaper. Kunskapsdiskussionen knöts till antaganden om människans natur. Men ingen större utredning av kunskapens natur gjordes utan kunskap sågs fortfarande som något "utanför", som genom "inläring" skulle komma till eleverna tillgodo. I *Skola för bildning* markerades detta till exempel med att man bytte ut ordet "inläring" mot "lärande".

Den bärande idén var – och är? – att synen på kunskapens natur påverkar hur vi väljer att formas, och hur vi bör forma skolans utbildning. Uppdraget var att bygga en kunskapssyn på då aktuell forskning. En del av den då aktuella

⁵ Filosofen Yu Zhenhua sammanfattar: "Epistemology became the first philosophy in modern Western philosophy after the so-called Epistemological Turn occurred. However, since Hegel, there have been continuous criticisms towards modern epistemology. With the publication of Richard Rorty's *Philosophy and the Mirror of Nature* (1979), the whole epistemological enterprise, which started from Descartes, through Locke and Kant, and continued in various 19th and 20th century philosophies, has been under attack...//...The central thesis that the critics of modern epistemology call into question is the representational construal of knowledge. A fatal weakness of the representational model of knowledge is the disengagement of subject and object, the inner (mind) and the outer (external world). The notion of disengaged subject is a distortion of human agency, and leaves important things about human knowledge in the dark." (2006, s. 5)

⁶ I den traditionella epistemologin har problemområden "been in their fully swing since the modern times, but their root might be traced back to ancient Greek philosophy." (Zhenhua, 2006, s.8). Zhenhua sammanfattar bristerna i den traditionella epistemologin: "1) The propositional bias, 2) representationalism, 3) the craving for the universal and the contempt for the particular, 4) the exalting of critical reason and the denigrating of the uncritical elements, and as a result of such a conception of knowledge, 5) the split of the natural sciences and the study of man." (Ibid., s. 8)

forskningen handlade om hur kunskapsteori kunde öka förståelsen av arbetslivets utmaningar och villkor, men även – och kanske framförallt – hur arbetslivsstudier kunde påverka utvecklingen av teorier om kunskapens natur. I fotnot 22 i citatet nedan, finner vi referenser till *Mind over Machine. The Power of Human Intuition and Expertise in the Era of the Computer* (Dreyfus & Dreyfus, 1986), *Det praktiska intellektet* (Göranzon, 1990), *Från lärling till mästare. Om kunskap i vården* (Josefson, 1988), *Kunskapens tysta sidor och tystade sidor* (B. Molander, 1990) och *Räkna rätt och tänka fritt* (B. Molander, 1987).

De ökade kraven på teoretiska kunskaper i arbetslivet innebär inte att andra kunskapsformer blir oviktiga. Praktiska färdigheter eller förtrogenhet som en grund för goda handlingar blir inte betydelselösa. Detta är något som har kommit att alltmer uppmärksammas de senaste åren, bl.a. i samband med datorisering av olika verksamheter och "förvetenskapligande" av praktiska yrkesområden (fotnot 22).

Praktisk kunskap är inte tillämpad teori – det är en kunskap med egenvärde. Utan färdigheter och förtrogenhet kan vi inte behärska en praktisk verksamhet. Vid förändring av praktisk verksamhet krävs emellertid ofta teoretiska kunskaper. Dessa kan dock inte ersätta de praktiska kunskaperna utan måste knytas till dem. (SOU 1992:94, s. 67)

Carlgrén (2009) menar att *Skola för bildning* skrevs fram i en situation som skulle kunna liknas vid ett paradigmskifte. Det handlar i grunden om att dels urskilja fler former av kunskap än enbart den traditionella vetenskapliga men även att värdera dessa i *lika hög grad*. Ett första exempel är att man gjorde en tydlig åtskillnad mellan fakta och förståelse för att motverka att komplicerade begrepp likställdes med termer och definitioner:

Denna åtskillnad mellan fakta och förståelse liksom begreppens knytning till förståelsen snarare än fakta har inte alltid uppmärksamats då t.ex. betoningen av begreppsliga kunskaper diskuteras i skolan. Som en följd av det kan man se hur begrepp i vissa läromedel reduceras till termer, som definieras. Därigenom reduceras förståelsekunskapen till faktakunskap. (SOU 1992:94, s. 66)

I rapporten *Praktisk kunnskap – som erfaring og som forskningsfelt* (Høgskolan i Bodø, 2005) hänvisas till Tore Nordenstam som uppmärksammar att den tusenåriga europeiska inriktningen på kunskap som fakta även återspeglas i vårt språkbruk, kunskapsteori benämns som *epistemologi*.⁷ Detta kan ha implicerat att

⁷ Episteme, som introducerades av Aristoteles, stod för "vetenskap", en form av kunskap vars objekt var konstanta och oföränderliga (Svenaues, 2009). Mer om detta i avsnittet *Kunskap som bildas i en praktik*.

forskning på kunskap från början begränsats till att enbart utforska den teoretiska kunskapens natur.

Studerar man formuleringar i styrdokumentet i matematik från 1878 och fram till 1980 så anges att elever ska ges "kunskaper och färdigheter". Som om färdighet inte vore kunskap. I direktiven till ämnesexperter för kursplanearbetet 2011 var detta inte ett tillåtet skrivsätt eftersom det strider mot den kunskapssyn som råder i de aktuella styrdokument som mejslades fram i *Skola för bildning*. Man menar att färdighet är en form av kunskap som kommer till uttryck i situationer och kan involvera hela kroppen. Kunskap ses inte längre som enbart något kognitivt. I fotnot 8 i citatet nedan, finner vi hänvisningar till *Personal Knowledge: Towards a Post-Critical Philosophy* (Polanyi, 1958), *Profession, tradition och tyst kunskap* (Rolf, 1991), *Outline of a Theory of Practice* (Bourdieu, 1970), *Sociologi och epistemologi* (Broady, 1991) och *Kultur, paedagogik og videnskab* (Callewaert, 1992).

Kunskaper är som isberg – endast en del är synligt. Kunskaper är inte oberoende av tid och sammanhang. Man kan säga att kunskaper finns i situationer, i mänsklig praxis och i kroppens (fotnot 8). Det finns ingen kunskap, som inte ytterst vilar på en osägar grund, som man måste tillägna sig genom att delta i de verksamheter där kunskapen ingår som en del. En viktig del av detta är att tillägna sig verksamhetens språk (fotnot 9). (SOU 1992:94, s. 63)

I fotnot 9 hänvisas till "språkspel" som introduceras i *Filosofiska undersökningar* (Wittgenstein, 1978) och används i *Datautvecklingens filosofi. Tyst kunskap och ny teknik* (Göranzon, 1983) och *Intransitiv förståelse – en fellesnevner for filisofisyn, språksyn og kunstsyn hos Wittgenstein* (Johannessen, 1989). Men språk är inte allt:

En stor del av kunskapen är inte formulerad, den är tyst och finns som en underförstådd bakgrundkunskap (fotnot 10). Till stor del är den sinnlig. Denna bakgrundkunskap är verksam och ofta oundgänglig då man t.ex. gör bedömningar, använder teoretisk kunskap eller då man intuitivt prövar nya vägar att lösa ett problem. (SOU 1992:94, s. 64)

I fotnot 10 i citatet ovan, finner vi hänvisning till *Tacit knowing: its bearing on some problems of philosophy* (Polanyi, 1963), som talar om kunskapens två sidor, den ena synlig och lokal, och som framträder gentemot den andra sidan av kunskapen – bakgrunden, den underförstådda sidan. Att utvidga kunskapsbegreppet med enbart färdighet var därmed inte tillräckligt, ytterligare en kunskapsform behövde inkluderas.

Medan fakta, färdigheter och förståelse är kunskapsformer som utgör kunskapsbergets synliga topp är förtrogenhetskunskap (fotnot 20) den

kunskapsform, som närmast svarar mot den osynliga delen, vad som ovan kallats bakgrundskunskap eller kunskapens tysta dimension.

Förtroghetskunskapen är ofta förenad med sinnliga upplevelser. Vi ser, luktar, känner och "vet", när något är på gång eller något skall avbrytas eller påbörjas. Förtroghetskunskapen kommer till uttryck i t.ex. bedömningar. Genom att delta i praktiska verksamheter lär vi oss reglerna i dessa verksamheter. Förtroghetskunskap innebär att man kan tillämpa dessa regler (för t.ex. hur begrepp kan användas) på olika sätt beroende på det unika i situationen. Genom erfarenhet av många unika situationer lär vi oss att se likheter i olikheterna, liksom att vara uppmärksam på olikheter. Med utgångspunkt från en repertoar av exempel, kan vi använda tidigare erfarenheter i nya situationer (fotnot 21). (SOU 1992:94, s. 64)

I fotnot 20 i citatet ovan, hänvisas till *Ett pragmatiskt perspektiv på datautvecklingen* (Nordenstam, 1984), *Från lärling till mästare. Om kunskap i vården* (Josefson, 1988), *Tankar om tyst kunskap* (Johannessen, 1988) och *Det praktiska intellektet* (Göranzon, 1990). I fotnot 21 hänvisar man till *The Reflective Practitioner. How professionals think in action* (Schön, 1983).

Sammanfattningsvis lyfte *Skola för bildning* fram olika former för kunskaper. I referensernas titlar ser man begrepp som "lärling", "mästare", "tyst kunskap", "praktiska" och "practitioner". Detta är exempel på att framtagningen av *formerna* utgick ifrån tre grundperspektiv som jag ska diskutera i nästa avsnitt, och illustrera dessa genom att introducera de praktiker som kommer att vara i fokus i Del II. Därefter återgår jag till att fördjupa diskussionen kring kunskapens natur. Jag kommer att klättra upp till andra utkikspunkter för att orientera mig och därifrån åter betrakta kunskapssynen i *Skola för bildning*.

I min fortsatta diskussion om kunskapens natur kommer de forskare som *Skola för bildning* refererar till att återkomma, till exempel Donald Schön, Tore Nordenstam, Kjell Johannessen, Ingela Josefson, Bo Göranzon och Ludwig Wittgenstein.

PRAKTIKER BILDAR SKOLANS MATEMATIKUTBILDNING

I inledningen av andra kapitlet i *Skola för bildning* slår man fast tre grundperspektiv på kunskap:

För det första kunskapens konstruktiva aspekt. Kunskap är inte en avbildning av världen, utan ett sätt att göra världen begriplig. Kunskaper utvecklas i ett växelspel mellan vad man vill uppnå, den kunskap man redan har, problem man upplever med utgångspunkt i denna samt de erfarenheter man gör. För det andra kunskapens kontextuella aspekt. Kunskap är beroende av sitt sammanhang, vilket utgör den (tysta) grund mot vilken kunskapen blir begriplig. För det tredje, kunskapens funktionella (instrumentella) aspekt, kunskap som redskap. (SOU 1992:94, s. 59)

Dessa utgångspunkter ger oss att *all* kunskap ger sig till känna, utvecklas, bildas, upprätthålls, och ombildas i vissa *sammanhang*, hos enskilda individer och mellan människor och med/i olika artefakter (texter, språk, redskap). Människorna är involverade i någon sorts verksamhet – ett görande/tänkande – som har vissa mer eller mindre uttalade syften.

Att ha kunskaper om något är alltså att kunna uträtta något som den kunskapslösa inte kan göra. Kunskap är således oupplösligt förbundet till mänsklig verksamhet. Den har med nödvändighet en praxisdimension. (Johannessen, 1999, s. 80)

Skola för bildning använde ordet "sammanhang" och Johannessen "mänsklig verksamhet". Jag kommer även använda mig av begreppet "praktik". Svenska akademins ordbok ger mig följande definition av *praktik*: "yrkesutövning, verksamhet; läkarens el. advokats rörelse el. mottagningsrum; erfarenhet, övning; tillämpning i verkliga livet; i praktiken ofta i praktiska livet el. i verkligheten." (2013).

Schön anger två tolkningar av det vaga begreppet praktik, det första handlar om situationer som en yrkesverksam upplever (Schön, 1983/2007). Varje praktik består av specifika situationer med sina syften som särskiljer det från andra praktiker. Skolans matematikutbildning skapas av människors handlingar i olika situationer inom olika praktiker.

Att fastslå vilken identitet en praxis har måste därför i första hand ske med utgångspunkt i dess relationer till de omgivande praxiserna. De praxisimmanenta reglerna räcker inte som hållhakar för en identifikation. Mångfalden av olikartade praxiser utgör i grund och botten en helhet som hålls samman av en mängd relationer mellan de olika praxiserna. (Johannessen, 1999, s. 34)

Vilken mångfald av "olikartade praxisar" kan man tänka sig bidrar till skapandet av skolans matematikutbildning? Jag kommer genom små berättelser ge exempel på praktiker som är delaktiga i att skapa skolans matematikutbildning. En del av dessa utforskas vidare i Del II. Jag har valt berättelser där rådande praxis bryts – där något oförutsägbart sker: en nationell fortbildningsinsats planeras för en ny målgrupp, en rektor slutar sin tjänst, en kursplan lanseras, elever bläddrar i en ny lärobok, en lärare provoceras av elever och en matematikers tillvaro ifrågasätts. En praktik innehåller en viss typ av återkommande situationer och vi människor utvecklar en praxis – en vana – för att hantera dessa situationer. Om vanan hos oss människor uttrycker sig Charles Darwin:

För det sista skulle vanan hos individen, slutligen spela en ganska betydande role vid bestämmandet af hvarje medlems uppförande, ty de sociala instinkterna och impulserna skulle, i likhet med alla, andra instinkter, i hög grad förstärkas genom vana, såsom förhållandet äfven skulle blifva med lydnaden för samhället, önsknigar och omdöme. (Darwin, 1871/2006, s. 55)

Men även om ovana:

Många av våra egna vanehandlingar utförs ju helt omedvetet, faktiskt inte sällan i direkt strid mot vår medvetna vilja! Men samtidigt kan de förändras med viljans eller förnuftets hjälp. (Darwin, 1859/2009, s. 161)

Jag inleder mina exempel på handlingar gjorda – medvetet eller omedvetet – i olika praktiker genom att avvika från skolan och matematiken, med ett exempel från musikens värld. Clas Pehrsson, professor i blockföljt (nära samarbetspartner inom forskningsområdet Yrkeskunnande och teknologi) var inbjuden gäst till dialogseminarieserien för rektorer som genomfördes under 2010. Clas Pehrsson började sin föreläsning med att spela upp ett stycke musik på datorn. Vi lyssnade spånt. Klassisk musik. Mörk mansröst. Musiken slutar och Clas frågar oss:

- Vad tyckte ni? frågade Clas. Ni kände igen stycket? Vad tyckte ni om tappningen?
- Det måste vara någon som inte kan svenska. Som inte förstår vad han sjunger.
- Ja...men vad tyckte ni?
- Lite oväntat.
- Vad hade du väntat?
- Ett mer traditionellt framförande.
- Vilket innebär?
- Det som jag är van vid.
- Vad är du van vid?
- ...

– När jag som musiker iakttog er som publik, menade Clas, såg det ut som om ni reagerade med löje. Varför reagerar vi med löje? Jo, det avvek från det vi är vana vid. Det som vi kommer in på här är praxis – att vissa saker görs på vissa sätt. Traditionen är ofta oreflektad. Mina frågor här kan ses som illustration av att vi inte alltid är medvetna om vad traditionen innebär. Tradition – som även kan innehålla oformulerad kunskap – är ofta omedveten och svår att formulera. (pr3)⁸

Det visar sig vara en svensk julsång arrangerad på helt ”fel” sätt och framförd av en rysk sångare utan kunskap i svenska. Det bröt helt mot praxis – traditionen och vanan. Vilka människor och praktiker är med och skapar matematikutbildningens vanor och ovanor?

Kompetensutvecklare planerar utbildning för rektorer

Den första praktiken som jag tänker ge exempel på är min nuvarande som anställd vid Nationellt centrum för matematikutbildning (NCM) vid Göteborgs universitet – ett resurscentrum inrättat av regeringen 1999 i syfte att stödja och utveckla undervisningen i matematik inom förskola, skola och vuxenutbildningen. Verksamhetens huvudsakliga målgrupp har varit lärare som undervisar i matematik. Men 2009 kom ett nytt uppdrag från Skolverket:

Skolverket har regeringens uppdrag, U2009/914/G, att genomföra utvecklingsinsatser inom ämnesområdena matematik, naturvetenskap och teknik (MNT). Bland annat ska myndigheten samverka med Nationellt Centrum för Matematikutbildning (nedan kallat NCM) kring stöd för lärares fortbildning och stöd till den lokala skolutvecklingen.

Högskoleverket genomförde 2008 en utvärdering av de nationella resurscentrumen (nedan kallade NRC) och de regionala utvecklingscentrumen (nedan kallade RUC). Högskoleverket skriver i samma rapport:

”Vi anser att det behövs en ökad samsyn mellan lärare, skolledare och förvaltningsnivån om betydelsen av olika slags kompetensutveckling, där ingen av grupperna kan kräva ett självklart tolkningsföreträde. Även den ämnesmässiga kompetensutvecklingen behöver kopplas till ett mål- och resultat tänkande, genom att effekterna på undervisningen, och helst också på elevernas resultat, följs upp. Det är en del av ett långsiktigt arbete med skolutveckling.”

Rektorsgruppen kan behöva erbjudas utökad, relevant fortbildning om aktuell forskning samt lärarens och organisationens betydelse för elevernas lärande i

⁸ Clas föreläsning handlade om hur man efter 1800-talet började uppföra verk av döda kompositörer. Om inte kompositören finns är man hänvisad till notbilden – men vad gör man sedan? Hur ska man spela? Vem avgör vad som är rätt och fel? Hur har det förändrats över tid?

matematik. Även den roll kompetensutveckling, såväl i matematik som i matematikdidaktik, kan ha för lärares personliga och yrkesmässiga utveckling, kan behöva uppmärksammas ytterligare. (Skolverket, 2009b, s. 1)

NCM gavs i uppdrag att planera, genomföra och följa upp en fortbildning av rektorer för kommunala och fristående grundskolor. Jag blev projektledare⁹ vid NCM för ovanstående beskrivna insats riktad mot rektorer.¹⁰ Inom NCM hade vi erfarenhet och vana att rikta oss till lärare, men inte rektorer. När NCM skulle planera uppdraget fick vi i början svårigheter att beskriva vad – och varför – vi skulle göra och vilket innehåll som skulle vara relevant. I *Forskningsöversikt Rektor 2000–2010* (O. Johansson, 2011) finner man *en* avhandling som relaterar rektorer till ett specifikt ämne i skolan, i detta fall de estetiska ämnena. Författarna för översikten nämner att avhandlingen är svår att kategorisera.

Som ett av underlagen för planeringen av innehållet i fortbildningen startade vi en dialogseminarieserie för rektorer under ledning av Bo Göranson med stöd från *Sveriges kommuner och landsting* (SKL). Serien löpte parallellt med det övriga planeringsarbetet. Syftet med serien var att djupare förstå rektorerers yrkeskunnande för att bättre kunna skapa relevant innehåll i fortbildningen. Så här beskrev jag, i egenskap av projektledare för uppdraget, arbetet i ett idéprotokoll, halvvägs in i planeringen:

Jag har en hypotes, som har växt fram inte bara från seminarierna med er utan även i möten med högskolor kring NCM:s rektorsprojekt i höst. Vid vårt möte i mars diskuterade vi praxis. Ett sätt att få syn på de omedvetna traditioner (kunskaper) som omgärdar ett yrke är de tillfällen då man bryter med praxis. I förra protokollet skrev jag om det "didaktiska kontraktet" för lärare och Clas spelade konstiga tappningar av svenska sånger. Något konstigt händer. Jag tror att det som händer i olika samtal kring "NCM:s rektorsprojekt" är att vi bryter mot "kompetensutvecklingspraxis". Det är det som gör att en del högskolor blivit förvirrade (och att två hoppade av dialogseminarieserien). Utbildningen till

⁹ Projektgruppen bestod av mig, Elisabeth Rystedt, Bengt Johansson och Ingemar Gullstam.

¹⁰ Uppdraget resulterade i en tredagars utbildning (två dagar på hösten och en dag på våren) genomförd på fem orter i Sverige, där varje huvudman erbjöds en kostnadsfri plats för en rektor. Under 2010–12 mötte vi 370 rektorer från 190 utav Sveriges 290 kommuner samt 12 fristående skolor. Jag utvecklade stöduppgifter för lokalt arbete mellan konferenstillfällena och en webbplats för dokumentation, se <http://rektor.ncm.gu.se>. Uppdraget ingick i det som kallades "Matematiksatsningen" som Skolverket genomförde på uppdrag av regeringen 2009–2011 vilket till största delen handlad om att fördela statliga bidrag till lokala utvecklingsprojekt (Utbildningsdepartementet, 2009b).

hösten handlar inte om ren matematikdidaktik, inte om skolutveckling generellt, inte om övergripande ledarskapsutbildning – det är något nytt helt enkelt? (pr3)

Fler exempel på att insatsen som sådan bröt mot en vana – både min egen, NCM:s och andras – finner vi även i de diskussioner som fördes vid varje dialogseminarium med de åtta rektorerna i serien, Bo Göranson, mig som projektledare, min kollega vid NCM, Lars Mouwitz, och inbjudna gäster. Nedan kan vi ta del av hur diskussionen utvecklades över tid i dialogseminarieserien genom de idéprotokoll som skrevs efter varje seminarium. Ett annat exempel är ett email från en av de två rektorerna som valde att hoppa av serien.

Februari,

Per utbrister, jag ser inget om matematik i din text Lena! Lena menar att texten handlar om skolans utveckling, och matematiken är ju en del av skolan. Margareta lyfter fram att matematiken finns med indirekt, då ledarskapet har betydelse för utvecklingen av skolan och därmed även matematiken. Det finns mycket kunskap kring matematikundervisning, vet vi så mycket, ändå händer inget. Anslaget här i denna serie handlar om vad som är hindret från kunskapen till kunskapens utförande menar Janne. (pr1)

Mars,

Bo pekade också på diskussionen kring "jag-ser-ingen-matematik-här" och "matematiken-finns-med-fast-indirekt". Detta tyckte jag (Anette) personligen var en väldigt intressant diskussion från mötet i februari. Det vi utforskar i dialogserien är kanske främst ledarskap men även dess relation till matematikutbildning som en del av skolans uppdrag. Men denna relation vet vi inget om egentligen. Spännande terräng! (pr2)

Efter andra seminariet meddelar två rektorer att de hoppar av serien (personlig kommunikation, 23 mars, 2010):

Jag måste tyvärr meddela att jag hoppar av seminarieriet. När jag först fick information om detta tyckte jag det lät mycket intressant, men jag anmälde mig inte med tanke på min nära förestående pensionering. På utbildningsförvaltningen övertalade mig att delta eftersom avsikten var att hitta en modell för fortbildning av rektorer med fokus på utveckling av matematikutbildningen. Jag tycker att seminarierna verkar vara intressanta och reflekterande, men för mig handlar det alldeles för lite om matematik för att jag ska avsätta tid för detta. Jag har kanske missförstått syftet med seminarieriet, men jag var nog för inriktad på matematik och matematikdidaktik – inte ett allmänt reflekterande över rektorsrollen – den är jag rätt klar över.

Hoppas jag har fel och att ni har rätt så att detta gagnar matematikutbildningen i landet.

MVH och lycka till!
Per

April,

Men vad går det här projektet ut på? Om man inte är matematikfreak? Vad är projektets poäng? Vad är det som förbereds här? undrar Bo. Lars, Bo och Anette ger sina kommentarer:

Lars lyfter fram att serien handlar om vad det innebär att vara rektor. Det är sällan det formuleras och det är avgörande för att planera och genomföra det större projektet i höst. Matematiken då? undrar Bo. Lars föreställer sig att rektor har en bild av vad det innebär att vara ledare och hur olika ämnen samspelar. Man uppfattar skolans enskilda ämne ur ett bildningsperspektiv eller helhetsperspektiv, där matematiken är en naturlig del.

Anette lyfter att det har visats sig att rektorn har stor betydelse för resultaten i en skola (Hattie, 2008; Johansson, 2009; National College for School Leadership, 2007; Sveriges kommuner och landsting, 2009). Poängen med det stora projektet till hösten är att stödja rektorer så att de i sin tur kan t.ex. stödja sina lärare så att fler elever når målen och även längre. Eva lyfte fram en aktuell artikel (Sveriges skolläraryrkeförbund, 2010a) kring satsningar på rektorer där även NCMs projekt nämns. Det är intressant att man fokuserar på rektorers kunskaper för att höja nivån. Det är en sorts indirekt satsning. Vi satsar på regissören?

Bo upprepar, om man begränsar till ordet matematik? Vad betyder det i sammanhanget? Det handlar inte om att lösa en massa tal. Det kan finnas en mångfald av olika sätt att arbeta med matematik i skolorna, beroende på hur spelet mellan rektor och lärare utvecklas. Finns det någon som även varnar för matematik? Att lära sig matematik kan ju inte bli ett självändamål, som Lars diskuterar i sin avhandling.

Lars poängterar att det vi gör är ett utvecklingsprojekt, vi tre har ingen färdig mall. Ni rektorer är med och skapar projektet. (pr3)

Maj,

Anette ger en lägesrapport kring höstens rektorsprojekt vid NCM. Nu är inbjudan ute till alla kommuners skolchefer, webbplatsen är uppe. Formen för höstens satsning är styrd av Skolverket. Denna seminarierie påverkar hur vi väljer att lägga innehållet i programmet, till höst och vår, samt uppgifter mellan konferenstillfällena, säger Anette. Det är viktigt att vi hittar rätt anslag, att det inte uppfattas som något utöver rektors uppdrag, blir "matematikpropaganda" eller att man får intrycket av att vi förutsätter att rektorerna har matematiklärarbakgrund. Viktigt att vi drar lärdomar även utifrån att två hoppade av denna serie. En idé vi har är att jag inleder konferenserna, med en föreläsning kring det som har lyfts under våra diskussioner, era röster, era dilemman. (pr4)

September,

Lars lyfter upp skillnaden mellan två olika typer av projekt. Genomförandeprojekt, där man vet vad och hur något ska genomföras där både mål och medel är klara. Den andra typen är ett utvecklingsprojekt, där varken mål eller medel är klara där vi söker oss fram. Detta är ett utvecklingsprojekt. (pr5)

Ovanstående är inte enbart exempel ur min egen praktik vid NCM, att designa innehåll och former för fortbildning för de yrkesverksamma inom skolan. Det illustrerar också att rektorns praktik är med och skapar skolans matematikutbildning, en praktik som jag kommer att studera ytterligare i Del II och Del III.

Rektor skriver veckobrev

Varje vecka har rektor Margareta skrivit veckobrev till personalen. I det sista veckobrevet innan hon byter tjänst skrev hon följande:

Mellan några hållplatser hann kvinnan prata om sitt levnadsöde och sin sorg över en förlorad syster och sin systerdotter som efter att ha blivit adopterad nu tagit kontakt med henne. Jag satt och lyssnade och bejakade hennes berättelse och hennes tankar om livet. Men vad var det som gav mig en sådan eftertanke, jo det var att jag tog mig an att vilja lyssna...om detta hade hänt för några år sedan hade jag säkert vänt bort ansiktet och låtsats som ingenting....att få arbeta på en skola med mångfald ger perspektiv och insikter på hela ens liv. (pr2)

Vid ett dialogseminarium kommenterades brevet:

Margaretas sista veckobrev som rektor på skolan andas uppbrött. Det har en annan karaktär. Där är Margareta inte längre rektor menar Lars Mouwitz, hon har lämnat jobbet. Där kommer något allmänmänskligt upp kring förmågan att lyssna. I de andra veckobreven säger Margareta något om verksamheten som ledare, lyssnandet finns med men med andra ord menar Bo Göranson. (pr2)

Rektor har det övergripande ansvaret för att skolans verksamhet som helhet inriktas mot det som preciseras i de nationella styrdokumenterna. Rektor har ansvar att skolans resultat följs upp och utvärderas i förhållande till de nationella målen och kunskapskraven som uttrycks i *texter* (Skolverket, 2011c). Därmed ska jag nu presentera ytterligare en av de praktikerna som kommer att studeras i avhandlingen. Det handlar om den verksamheten som består av att formulera i en text, en kursplan, det innehåll i matematik som eleverna ska få möjlighet att möta i sin utbildning. Direktiven och inriktningen ges av regeringen och genomförs utav Skolverket. Många aktörer är involverade i processen att ta fram en kursplan, och en del av dem är av Skolverket tillfälligt inhyrda ämnesexperter vars uppdrag är att skriva utkast till kursplaner. Sedan 2005 har jag i olika perioder deltagit i

processen att ta fram nya styrdokument för förskola, grundskola och gymnasieskola. Dels har jag arbetat som inhyrd ämnesexpert vid Skolverket men även som anställd vid NCM framföra NCM:s synpunkter samt bistå utbildningsdepartementet i arbetet. I exemplet som följer möts fler praktiker som alla bidrar till skapandet av skolans matematikutbildning, därefter följer exempel från lärarens och elevernas praktik.

Kursplaneskrivare möter lärare

Augusti 2006. En ny kursplan har precis fastställts och kommer att börja gälla hösten 2007. Kollegan stack in huvudet i mitt kontorsrum när han passerade:

- Anette, det är ett gäng lärare som besöker mig idag, kan du inte komma och berätta en kort stund om den nya kursplanen för gymnasieskolan? frågar kollegan.
- Visst! säger jag.

Tio lärare stirrar på mig när jag kommer in i rummet. Det är varmt i vårt lilla konferensrum. Solens strålar vräker in genom fönstren.

- Varför har ni flyttat...? Varför har ni tagit bort...? Varför har ni lagt till...?
- Vad menar ni med...? Hur tänkte ni att...?
- Vad är anledningen till att...?

En hagelskur av frågor mitt i solskenet. Temperaturen stiger.

- Hur kan ni ta bort differentialekvationer i kurs E? Det är ju det viktigaste området i matematiken, hur kan ni göra detta?
- Vi har inte helt tagit bort, men vi tänkte att på grund av det här...och det där...så är det bättre att...

Läraren vänder bort sin blick från mig. Han stirrar rakt fram. Sen reser han sig och lämnar demonstrativt rummet. Det blir tyst.

En annan lärare börjar skramla med sina halsband, höjer blicken från dokumentet i sin hand och harklar sig.

- Men jag förstår inte, säger hon, ett av målen är att elever ska utveckla förmåga att föra resonemang samt kommunicera och argumentera...alltså jag förstår inte. Då måste jag ju låta trettio två elever prata och resonera på lektion? Hur har ni tänkt att det ska gå till? frågar läraren medan hon viker ihop sina läsglasögon.
- Ja...det får ni fundera på, detta är en diskussion ni behöver ha lokalt på skolan...hur ni ska göra...men att kommunicera och resonera ingår redan i nuvarande kursplan...så hur har ni gjort tidigare? svarar jag. (A. Jahnke, 2012, s. 6431, min översättning)

Matematiklärare talar på lektion

- Kommer ni ha råd? frågar jag igen framme vid tavlan.
- Ge hit min penna, gnäller Caroline och blänger på Erik.
- Tyst, lyssna nu. Rean är 30%, fortsätter jag.
- Här har du den, säger Erik och kastar den över salen.
- Hallå, ni vet att ni ska vara tysta när jag talar, tjatar jag. Fillippa K-jeansen kostar 1100 kr, envisas jag nu med högre röst.

Stora tonårsfötter stampar otåligt i golvet, skrap från stolsben, läppar målas och mössor dras ner över huvuden.

- Vad är det för mat idag? frågar Johan rätt ut i salen. Ett samtal bryter ut om hur äcklig eller god maten egentligen är i skolan. Mina frågor kring matematik drunknar i diskussioner om pirogerna är torra eller inte.

Jag höjer rösten igen.

- Minns ni inte, jag har bara EN regel i salen, tjatar jag. Det vet ni! Ni ska vara tysta när jag talar. Ni ska vara tysta när jag talar, upprepar jag medan jag demonstrativt vandrar ner i salen.

Längst ner sitter två killar, de himlar med ögonen och viskar:

- Varför ska vi vara tysta när du talar?

Jag stannar i steget. Bägaren rinner över droppen. Huset blir till helvete. Det stekta fläsket kokar över. Jag går fram till tavlan. Jag täcker den fyra meter breda tavlan med orden:

VARFÖR SKA NI VARA TYSTA NÄR JAG TALAR?

Jag vänder mig om. Det är knäpptyst i salen.

- Men vänta lite, säger en flicka längst fram snorkigt. Det här är inte matematik, det ska handla om matematik här.
- Det kommer inte bli någon matematik i detta rum förrän ni kan svara på denna fråga, fräser jag tillbaka, tar en klunk kallt kaffe och stirrar på eleverna.
- Kom igen! Varför har jag en sådan här konstig regel? Ni skulle ju kunna sitta och snacka här hela lektionen, jag har ju min lön, provocerar jag. Vad är vitsen?

Elever bläddrar i mattebok

- Vad tycker ni om den här nya läroboken i matematik som ni fick prova denna lektion? frågar jag Pelle och Erik.
- För mycket text. Jag vill ha uppgifter med en gång, svarar Pelle.
- Men det är jätteviktigt att lära sig läsa matematik och läsa förklaringar, försöker jag förklara.
- Du Anette, jag har nio års erfarenhet av matematik i skolan. Det ska finnas högst en mening överst på sidan, sedan ska det vara massor med uppgifter. Sen så bara gör man, svarar Erik.

- Man orkar inte läsa massa text. Texten hoppar man över, säger Pelle.
- Orkar ni inte läsa? frågar jag förvånat.
- Nä, det orkar man inte, svarar Pelle och Erik.
- Jamen, i till exempel historia läser ni väl texter? svarar jag.
- Javisst, men Anette, asgarvar Pelle och Erik, det är ju i *historia!*

Min erfarenhet som lärare i gymnasieskolan och kursplaneskrivare kommer att studeras vidare i avhandlingen tillsammans med rektorernas reflektioner kring sitt yrkeskunnande från dialogseminarieserien. Men det finns ytterligare en praktik som behöver inkluderas. För att förstå mina handlingar som lärare i gymnasieskolan och kursplaneskrivare är det nödvändigt att inkludera min bakgrund som doktorand i matematik. En annan anledning är att ämnet matematik i skolan har en motsvarande verksamhet inom akademien där forskning och utbildning pågår i matematik. Det är då naturligt att i avhandlingen studera även min erfarenhet från att ha varit en blivande matematiker.

Matematiker tänker tankar

Ur min text framförd vid dialogseminariet *Det Matematiska kulturarvet, Dramaten, 2004*:

Att förstå. Att inte förstå. Att ta till sig Shakespeare eller matematik. Tänka är svårt. Matematiken kan få mig att förflyttas till ett rosa rum där tiden upphör, där bara koncentration och fantasi finns. Jag älskar att tänka. Jag lockas ständigt av sådant som jag inte förstår.

När jag var doktorand i matematik fick jag ofta kommentaren: "Du som sysslar med matematik måste förstå väldigt mycket." Det verkar som om det finns en bild av att man går omkring i ett ständigt rus av klarhet. Nej, så är det inte, snarare tvärtom, den största delen av tiden går man omkring och förstår ingenting. Man brottas ständigt med ett problem. (A. Jahnke, 2004, s. 43)

Efter denna presentation av olika praktiker återgår jag till att fortsätta min utforskning av kunskapens natur. Vilken typ av kunskap bildas av människorna – kompetensutvecklaren, rektorn, läraren, eleven och matematikern – verkamma i sina respektive praktiker?

ATT BILDA KUNSKAP I PRAKTIKER

Skolans matematikutbildning bildas genom handlingar av människor utförda i olika praktiker. En del av dessa handlingar är uttryck för kunskap. Kunskap som man redan har (bildat i en praktik till exempel i ett utbildningssammanhang) förändras i en annan praktik och ny kunskap bildas. Om praktiken är oförändrad över tid blir kunskapen som utvecklats i praktiken allt mer automatisk, spontan, underförstådd och oformulerad (Schön, 1983/2007, s. 23–24). Detta är ju precis vad som är funktionellt och vad man vill få ut av en professionell yrkesperson. En gitarrbyggare blir med erfarenhet i yrket allt mer skicklig i att automatiskt och spontant arbeta med material, en läkare kan på några sekunder ställa en diagnos genom att enbart titta på patienten och en matematiklärare kan med en blick på elevens papper se potentialen.

Gunnar Bergendal, rektor vid Lärarhögskolan i Malmö 1973–95 och samarbetspart i uppbyggnaden av forskningsämnet Yrkeskunnande och teknologi, karakteriserar handlingar inom en praktik som *ansvariga* handlingar (Bergendal, 2003). Vi som är verksamma inom en praktik har ett ansvar gentemot någon annan, till exempel rektor mot lärare och lärare mot elev.

Praktiken innehåller ett upprepningselement. Som lärare undervisar du om samma innehåll om och om igen, får samma typ av frågor och rättar prov varje år. Rektorn skriver veckobrev efter veckobrev och håller tal på skolavslutningen. Vi kan då alla "praktisera" vår egen praktik, då vi möter många varianter av ett begränsat antal situationer (Schöns andra tolkning av "praktik"). Man kan då *utveckla* sitt kunnande, bli allt mer skicklig och arbeta upp en repertoar och veta vad man kan se efter, vad man kan förvänta sig och hur man ska agera i olika situationer. Exempel efter exempel utav upplevda och hanterade situationer bildar "kedjor" av förståelse av sin praktik. Kunskapen byggs upp av erfarenheter kring de situationer man upplevt. Men detta utvecklande involverar också ett aktivt – men inte nödvändigtvis uttalat – reflekterande och bearbetande av situationerna. Schön introducerar begreppen reflektion-i-handling och reflektion-i-praktiken för att synliggöra detta. Att rent passivt utföra det man ska göra i praktiken och samla erfarenheter på hög behöver inte ha genererat en kunskap som utmärker en skicklig praktiker. Specialiseringen – "uppreparandet" – kan också ha negativa konsekvenser:

I takt med att en praktik alltmer präglas av upprepningar och rutiner, och kunskap-i-praktik blir alltmer underförstådd och spontan, kan praktikern gå miste om viktiga tillfällen till att fundera över vad han verkligen gör. (Schön, 1983/2007, s. 40)

Lagring av erfarenheter kan medföra att man blir *för* trogen en praktik. Man ser inte och kan inte urskilja sina egna eller andras erfarenheter vilket kan leda till trångsynthet, brist på perspektiv, eller svårigheter att föreställa sig en praktik på något annat sätt. Man blir för van. Schön talar om överinläring. Detta kan jämföras med Bergendals beskrivning av att en praktik kan förfalla i *slentrian*, och han går så långt att han hävdar att då är praktiken egentligen inte längre en praktik (2003). Ytterligare exempel på en brist ges av motsatsen till slentrianmässighet – den *totala improvisationen*. Man anser då att all förberedelse saknar mening, eftersom verksamhetens förutsättningar och ramar sätter käppar i hjulet. Även då upphör handlingarna i praktiken att vara ansvariga handlingar och praktiken är inte längre en praktik, enligt Bergendal.

Både det slentrianmässiga och den totala improvisationen omöjliggör kritik, "Jag gjorde så därför så har jag alltid gjort" och "Jag gjorde så för det föll mig in att göra så" (Bergendal, s. 90). Den tredje typen av brist som Bergendal lyfter är *blind lydnad*. Det handlar om att regler inte är heltäckande (vilket jag kommer att återkomma till när jag diskuterar tyst kunskap). I de dagliga situationerna är jag som yrkesperson ansvarig att handla, vilket kan leda till att jag behöver handla mot reglerna.

Det är en sak att säga att lagar, förordningar och regler ska följas, men om de uppfattas så att det inte finns utrymme för handling, för verkligt ansvarstagande som också går utanför lagarna, förordningens och regelns bokstav, också då upphör praktiken att vara praktik. (Bergendal, s.90)

Om den praktiska kunskapen är bristfällig, då kan praktiken behöva utmanas för att utvecklas. En del av de projekt som bedrevs mellan forskare inom Yrkeskunnande och teknologi och ledningen för företaget Saab Combitech, hade som syfte att utmana. Företaget upplevde att man inte lyckades stimulera och utveckla den välutbildade personalen tillräckligt (Hammarén, 1999; Hoberg, 2006). Schön lyfter fram reflektion som medel:

En praktikers reflektioner kan tjäna som ett korrektiv till överinläring. Genom reflektioner kan han granska och kritisera den tysta kunskap som växt fram kring hans upprepade erfarenheter i sin specialiserade praktik, och de kan ge en ny innebörd åt unika och osäkra situationer, som han kan tillåta sig att uppleva. (Schön, 1983/2007, s. 40)

Man kan utveckla sin kunskap genom reflektion för att utöva sitt yrke allt skickligare. Men vad innebär det att vara skicklig i sitt yrke? Inom forskning i Yrkeskunnande och teknologi har begreppen "lärling – mästare" eller synonymt "novis – expert" ofta använts. En influens är beskrivning av kunskapsutveckling från novis till expert som diskuteras av Dreyfus och Dreyfus (1986).

Beskrivningen består av fem steg: novis, nybörjare, kompetent, skicklig och expert. Kompetent är man då man kan, givet ett mål gå kortaste vägen med de givna reglerna för att nå målet. De tre stegen – novis, nybörjare, kompetent – handlar sammantaget om att behärska regelverket som syftar till att styra och vägleda verksamheten.

Den analytiska rationaliteten kan enligt Dreyfus inte föra en människa längre än till kompetensstadiet. Vill man utveckla sitt kunnande vidare, till att bli skicklig eller expert, krävs det erfarenhet av inblandning i en mängd unika situationer. (Ratkic, 2006, s. 179)

Ur denna inblandning utvecklas förmågan att se analogier mellan händelser (som Ratkic diskuterar) eller med Dreyfus och Dreyfus ord, intuitionen som en "förståelse som utan ansträngning inställer sig när vi ser likheter med våra tidigare erfarenheter" (Ibid., s.179, översättning Ratkic).

Ett annat sätt att uttrycka detta på, eller snarare ett bredare sätt, där både utan- ansträngning och med-ansträngning kan inkluderas, kan vara med orden rytm eller balans. Rytm är ett återkommande begrepp inom Yrkeskunnande och teknologi, för att beskriva en skicklig yrkesperson. Det är en idé som går tillbaka till Diderot och är en del i det som skiljer nybörjaren från en skicklig yrkesutövare (Göranzon, 1990; Hoberg, 2006). Där skicklighet inbegriper förmågan att finna en rytm eller balans i att hantera de situationer – som kan involvera människor och material – som man i en strid ström möter i sin yrkesvardag.

Sitta som Hedda sitter. Med förstoringsglasat över broderiet. Färg i färg. Tankarnas tyngd sjunker ner i handarbetet. Monotonin blir som en resa där tankarna är röken, loket är utom synhåll men skorstensrökens täta mörker ljusnar, förtornar sig. Man tänker färdigt medan händer och ögonen är koncentrerade. Man når balans mellan leda och koncentration. Bara då är man fullt ut den man är. Människa i sig. Arbete i sig. Det är en gudomlig balans. (Combüchen, 2010, s. 353)

Filosofen Hans Larsson lyfter upp rytmen som en central kategori i intuitionens logik (1892/1997), vilket Bo Göranzon uppmärksammar och citerar:

Vårt tankeliv är i själva sin födsel och i sina mest elementära yttringar rytmiskt. Det är inte bara talet som är rytmiskt utan själva det tysta tänkandet. Vid tänkandet infinna sig ej alltid ord för varje föreställning; här och där kommer ett ord, men så kommer en bild utan något ord, och vare sig det är ord med eller endast bilder, begagnar man sig under det tysta tänkandet av rytmen för att hålla reda på föreställningarna. När vi tänker som bäst är vi stillsamma till det yttre, men då rör sig tanken inne i huvudet, tyst – och rytmiskt. "Jag undrar om ej de

bästa tankarna först afspelas som en rytmisk pantomim i hufvudet. Det blir alldeles tyst. Så stiger en tanke fram på scenen – och det är hans tysta spel som nu omsätter sig i ord.”. (Göranzon, 1998, s. 3)

Hedda är den stillsamma människan i arbete där material, kropp och tanke är involverade. En annan typ av yrke involverar i första hand ett annat ”material” – relationer mellan människor – där möten mellan människor utgör ett centralt inslag. I studier av yrken så som läkare och sjuksköterskor har Ingela Josefson använt sig av Aristoteles kunskapssyn som inkluderar praktisk visdom eller klokhet – *phronesis*.

Hans tankar kring praktisk visdom kan sägas kretsa kring frågan: Vilka är de problem människan möter i sitt liv och hur skall hon möta dem? Frågan antyder att det rör sig om problem, ofta dilemman, där det inte finns några enkla lösningar. (Josefson, 1998, s. 11)

I yrken som läkare, sjuksköterskor, lärare och rektorer utgör möten med andra *människor* en stor del av vardagen. Det är då naturligt att rikta blicken på oss som människor och vad som förenar oss. Lyssnar vi på Aristoteles ringar han in olika ”dygder” eller förmågor hos oss människor genom att peka ut vilka villkor som förenar oss just eftersom vi är människor (Ibid., s. 11–12).

Ett sådant villkor är rädslan för döden. Vad krävs då för att vi ska kunna möta denna rädsla? *Mod*. Ett annat villkor är vår kropp – den har sina behov. Då måste vi ha ett utvecklat sinne för *måttfullhet*. Det tredje villkoret är att vi lever i en värld med knappa resurser. Då krävs det ett utvecklat sinne för *rättvisa*. Grundläggande för ett samhälle är hur vi ser på svaga och utstötta människor. För att vi ska fördjupa vår förståelse för det fjärde villkoret krävs det en förmåga till *mildhet*. Sist, delar vi alla människor ett stort behov av social gemenskap. För att vi ska kunna utveckla insikt i detta krävs det, *vänskaplighet*. När det gäller att hantera problem och dilemman är det inte fråga om rätt eller fel, utan att klara av att handla *rimligt*. För mycket mod leder till övermod och för lite leder till feighet.

Bergendal lyfter upp det motsägelsefulla i att excellens i praktisk kunskap handlar om *måttfullhet*, vilken inte ska förväxlas med medelmåttan utan om den *rätta* måttfullheten (2003). Han menar till exempel att lärarkunskapens excellens ges av Martha Nussbaums tolkning av Aristoteles i *Love’s Knowledge* (1992), som han översätter:

Att svara upp vid rätt tillfälle, med hänsyn tagen till rätt saker, med rätt syfte och på rätt sätt, det är vad som är lämpligt och bäst, och det är excellensens kännemärke. (Bergendal, s.137)

Ingela Josefson pekar ut centrala delar i den goda eller excellenta praktiska kunskapen:

I centrum för den goda praktiska kunskapen står urskillningsförmågan, skickligheten i att snabbt och uppmärksamt urskilja de drag som är kännetecknande för varje särskild situation. En yrkesskicklig läkare känns igen på sin väl utvecklade förmåga till handling i oförutsägbara situationer. (Josefsson, 1998, s. 31)

För en väl utvecklad urskillningsförmåga är nödvändiga förutsättningar lyhördhet, uppmärksamhet, fantasi och känslomässig begåvning. Aristoteles gör ingen skarp åtskillnad mellan kunskap och känslor. Ur *Love's Knowledge* av Nussbaum (1992, s. 81) översätter Ingela Josefson:

Det händer ofta att teoretiska människor, stolta över sin intellektuella förmåga och trygga i förvisningen om att ha problemets lösning i sin hand, av sitt teoretiska resonemang leds till att bli ouppmärksamma inför känslans och fantasins konkreta uttryck. Dessa är i själva verket en väsentlig del av en korrekt uppfattning av problemet. (Josefsson, 1998, s. 35)

Aristoteles hävdar att det är möjligt att *lära sig* praktisk klokhet och att den är *nödvändig* och att det är något vi *ständigt* måste underhålla. Detta görs enligt Aristoteles genom att läsa och reflektera över hans (!) texter eller de klassiska grekiska tragedierna som engagerar både förstånd och känsla.

Detta innebär att Aristoteles kunskapsbegrepp omfattar ett inslag av gott omdöme och också ett ofrånkomligt inslag av reflexion om det partikulära fallets individuella karaktär. (Johannessen, 1999, s. 19)

Men det finns en grundläggande förutsättning här när det gäller att upprätthålla den praktiska klokheten eller expertisen genom reflektion och läsning. Vi behöver aktuella erfarenheter att reflektera över. Detta är en aspekt som återfinns i Dreyfus och Dreyfus beskrivningar av kunskapsutveckling. Med andra ord, det handlar inte enbart om rytm och balans utan även om *kontinuerlig* rytm. Kunskapen måste ständigt upprätthållas genom deltagandet i en praktik.

Dreyfus och Dreyfus ger ett exempel med en amerikansk kapten, en expertpilot, som blev befördrad först till instruktör och sedan till utvärderare som bedömde blivande piloters kompetens (Dreyfus & Dreyfus, 1986, s. 17). I arbetet som utvärderare hade han ytterst få tillfällen då han verkligen fick möjlighet att flyga de jetplan vars blivande piloter han bedömde. De tillfällen som fanns var på tillbakaturer från avslutade utvärderingar. Vid ett sådant tillfälle fick han problem med motorn, en van expertpilot hade enkelt hanterat denna situation, men kaptenen började medvetet tänka över vilka regler som gällde och hur han skulle

handla. Flygningen blev pinsamt skakig. Han hanterade incidenten inte som expert utan snarare som en nybörjare. Utan deltagande i en praktik kan vi inte upprätthålla kunskapen.

Men man ska inte tolka det som att regler och formaliserad kunskap är av ondo. Ur Aristoteles perspektiv krävs olika former av kunskap för att man ska kunna handla dugligt.

Aristoteles har ofta läkaren för sin inre syn när han reflekterar över förhållandet mellan den skarpa urskiljande blicken och de allmänna reglerna och faktakunskaper. Reglerna har, betonar han, en viktig funktion som vägvisare och hjälpare. (Josefsson, 1998, s. 31)

Det är i bok VI *Nikomachiska etiken* (2009) som Aristoteles utvecklar ovanstående idéer och de olika kunskapsformerna. I boken anges *episteme* som "veta-att", en teoretisk, faktabaserad, vetenskaplig kunskap som är oföränderlig och nödvändig. *Techne* som "veta-hur", det vill säga färdighet att utföra något med ett bestämt mål. Till detta lägger han *phronesis* som "veta-när", den praktiska klokheten.

Man kan ha tillräckligt med kunskaper om det som skall göras utan att därför faktiskt göra det i en konkret situation. Så förhåller det sig inte med den praktiska kunskapen. Här kan den riktiga handlingen bara bestämmas i samspelet mellan situationsadekvata handlingsnormer och den givna situationens speciella egenskaper. (Johannessen, 1999, s. 18)

Att erfara och att reflektera på olika sätt över (kontinuerligt) gjorda erfarenheter av olika situationer ses som ett medel att bilda och underhålla praktisk klokhet eller kunskap. En del av kunskapen som bildas i en praktik går att synliggöra och via texter beskriva genom att någon intervjuar och/eller observerar en yrkesperson eller till exempel elever i en skolsituation. Det man då kan formulera är utifrån vad man som forskare eller observatör kan urskilja, ifrågasätta, se och höra, och vad personer har förmåga att uppvisa, uttrycka och svara på vid frågor via intervjuer eller enkäter. Metaforiskt skulle detta kunna benämnas som "baksättesforskning". Denna typ av forskning har sitt värde och kan bidra till ökad kunskap om till exempel olika yrkesmänniskors arbete eller elevers lärande i matematik. Men på direkta muntliga eller skriftliga frågor kring vad du kan och vad du gör blir vi ofta mållösa, vilket till exempel Bo Göranzon fick uppleva i sin undersökning av VVS-montörernas yrke:

Skall jag fortsätta att pressa mitt offer på besked som han troligtvis ändå inte kan ge, eller skall jag nöja mig med hans luddiga formulering och försöka finna svar på mina frågor någon annanstans? (Göranzon, 1990, s. 27)

De svar vi lyckas prestera kan ibland bli formella och försök till att klä vår kunskap i korrekt terminologi, tillrättalagda efter rationella normer. I denna avhandling fokuserar jag på den *del av* kunskapen som *bildas* i en praktik som vi inte omedelbart kan verbalisera. I nästa avsnitt fördjupar jag diskussionen kring denna typ av kunskaps existens och natur, som har många namn beroende på vald utsiktspunkt. Ett exempel gavs vid det avslutande dialogseminariet för de verksamma rektorerna. Ordet gavs först till rektorn Ulla, men hon avböjde och efter tre timmars samtal var det åter dags:

– Nå, nu har vi nästan gått bordet runt, Ulla har du några kommentarer? undrar Bo Göranson.

– Ja, nu ångrar jag mig att jag passade tillbaka dig Bo, jag skulle gått på min magkänsla och behållit ordet när jag fick det kontrar Ulla. För jag vill lyfta magkänslan och intuitionen. Jag har alltid tyckt att magkänsla kan man ju inte gå på. Fakta måste man ha, säger Ulla. Man måste veta vad man gör. Den diskussionen har jag haft många gånger med kollegor och den har diskuterats här i både texter och samtal. För något år sedan skulle jag köpa en ny bil. Jag läste annonser och tittade på bilar. Till slut hittade jag en bil jag tyckte om. Min väninna påstod sen att jag hade gått på magkänsla. Men nej, jag hade byggt upp en argumentation med fakta om hur bra bilen var röd, kombi, gått lagom långt osv. Jag vidhöll intensivt att beslutet byggde på fakta. Men jag börjar bli tveksam nu. Om intuitionen eller magkänslan bygger på erfarenhet då känner jag mig lite tryggare. Då kanske jag kan lita på den. Att det är rätt det jag känner avslutar Ulla. En innebörd av intuition som bygger på erfarenheter kan du acceptera, vilket är i linje med Hans Larsson som vi har haft uppe förut menar Bo Göranson. Det är ofta bråttom i ett ledarskap påpekar Lars Mouwitz. I rätt ögonblick göra rätt. Men att arbeta med fakta kan ta veckovis. Det erfarna ledarskapet handlar ju om att handla rätt i ögonblicket. Intuition är nödvändig. Men jag har en förklaring på det också säger Ulla, jag har också fattat snabba beslut, men då brukar jag tänka oj! vad bra jag har gått rektorsprogrammet, jobbat många år som lärare, läst den boken. Så jag har alltid haft denna faktabaserade förklaringsmodell som gjorde att jag kunde göra detta kloka beslut. (pr5)

Ulla och magkänsla, Hans Larson och intuition, Aristoteles och praktisk klokhet, Schön och kunskap-i-handling, Leibniz och förvirrad kunskap, Wittgenstein och erfarenhetsfakta, Darwin och instinkt, Polanyi och "tacit knowledge".¹¹ Även i

¹¹ Under åren då jag samarbetat med Bo Göranson brukar han ibland utbrista "det där tar jag på volley" vilket jag tolkar som ett uttryck för en upparbetad reflekterad erfarenhet som kommer att sättas i spel. Ett annat exempel, ges av mitt första större möte med det norska språket då jag gick en doktorandkurs vid Högskolan i Oslo. Ämnet var professionsteori. Under den intensiva veckan användes ordet skjønn flitigt i diskussioner mellan föreläsare och deltagare. Enligt kursansvarige Anders Molander har

Inledningen av Encyklopedien använder D'Alembert och Diderot *instinkt* för att diskutera den övergång som Ulla söker från "bilen" och "sinnesförmimmelsen av bilen". En övergång som inte är av rationell förnuftsmässig natur:

Eftersom det inte finns någon likhet mellan en sinnesförmimmelse och det objekt som föranleder den eller som vi i varje fall hänför den till, tycks det faktiskt inte finnas någon möjlighet att med förnuftsskäl finna en övergång från det ena till det andra: det finns bara en slags instinkt, säkrare än själva förnuftet, som kan tvinga oss att ta oss över denna väldiga klyfta; och den instinkten är starkt levande i oss; ja, om man antog att instinkten skulle finnas kvar men de yttre objekten ett ögonblick förintas, skulle själva dessa reproducerade objekt inte kunna öka sin styrka när de yttre objekten sedan återkom. (D'Alembert, 1751/1981, s. 31)

På engelska används ofta begreppet "tacit knowledge", vilket kan översättas med oformulerad kunskap vilket egentligen är en bättre benämning än "tyst kunskap", som så ofta används. Jag kommer att använda mig av arbeten av filosoferna Allan Janik, Kjell Johannessen och Ludwig Wittgenstein för att fördjupa beskrivningen och diskutera *tyst kunskap*.

Den norske filosofen Kjell S. Johannessen började använda begreppet *tyst kunskap* redan i mitten av 1970-talet i samband med sina studier av konsthistorikers vetande. Hans syn på begreppet hade förmedlats till den grupp av svenska arbetslivsforskare som 1983 gav ut boken *Datautvecklingens filosofi* genom Johannessens kollega Tore Nordenstam. Sexton år efter utgivningen av *Datautvecklingens filosofi* blev begreppet *tyst kunskap* preciserat till sin aktuella utformning i Johannessens bok *Praxis och tyst kunnande* (1999). (Ratkic, 2006, s. 19)

ordet inte en direkt svensk översättning. Man kan härleda det till att skönja och eventuellt översätta det till omdöme eller bedöma.

VILKEN TYP AV KUNSKAP ÄR TYST? VARFÖR ÄR DEN TYST?

Vad tyst kunskap är eller vilken typ av kunskap som är tyst är en pågående diskussion inom olika filosofiska traditioner som alla har sina egna karakteriseringar som ofta delvis överlappar eller kompletterar varandra. I till exempel avhandlingen *On the tacit dimension of human knowledge* (Zhenhua, 2006) analyseras tyst kunskap utifrån tre olika filosofiska traditioner som härstammar från Polanyi, Wittgenstein med tolkningar av Allan Janik och Kjell Johannessen samt den fenomenologiska-hermeneutiska inriktningen med Heidegger, Merleau-Ponty och Gadamer.

Filosofen Allan Janik har i *Cordelias tystnad. Om reflektionens kunskapsteori*, samlad essäer skrivna under sin verksamhet och sitt samarbete med Arbetslivscentrum¹² och senare Yrkeskunnande och teknologi vid Kungliga tekniska högskolan (KTH) mellan 1979–91 (Janik, 1991). Jag ska här använda delar av den beskrivning och inramning av tyst kunskap som Janik gör, och som har sin grund i Wittgensteins filosofi. I enlighet med traditionen inom Yrkeskunnande och teknologi kommer jag vända mig till en av den moderna naturvetenskapens grundare Galileo Galilei och *Dialog om de två världssystemen* (1632/1993) för att illustrera och fördjupa förståelsen för tyst kunskap.

Begreppet tyst kunskap kan lätt missförstås och Allan Janik strävar efter att i *Cordelias tystnad* ge det en tydligare innebörd. Begreppet kan tyckas abstrakt, men kommer ur exempel på fallstudier inom många olika yrkesområden.

Med tanke på alla missuppfattningar, vilka är lika vanliga som omfattande, är det första som måste sägas – klart och tydligt – att det inte existerar något som helst mystiskt eller hemlighetsfullt vad gäller tyst kunskap...//...

Den är en välbekant del av vår vardagserfarenhet. Ja, det är just detta välbekanta som gör att vi brukar förbise dess betydelse när vi sysslar med så "djupa" frågor som tänkandets och vetandets innersta väsen. (Janik, s.107)

Kjell Johannessen belyser med hjälp av filosofen och vetenskapsteoretikern Paul Feyerabend de oartikulerade inslagen i människans grepp om verkligheten. Här är ansatsen bredare än yrkeslivet. Feyerabend fokuserar på människokunskapens roll i vårt vardagliga liv:

¹² Arbetslivscentrum var mellan 1977–95 ett fristående statligt forskningsinstitut med uppgift att bedriva egen forskning samt vara ett centralt rådgivande och stödjande organ för forskning och utveckling inom arbetslivsområdet (Nationalencyklopedin, 2013b).

Våra liv skulle falla ifrån varandra om vi inte var i stånd till att läsa folks ansikten, förstå deras gester, reagera adekvat på deras stämningar. Bara en bråkdel av denna "tysta" kunskap kan artikuleras språkligt. (Feyerabend, 1988, s. 158–159, översättning Johannessen)

Den tysta kunskapen bildas och används inte enbart i yrkeslivet utan naturligtvis även i vårt dagliga liv genom att vara människa. Vår tysta kunskap bottenar i vad vi upplever och hur vi tillsammans tolkar dessa upplevelser. Vad upplever vi då vi människor som går omkring på denna jord? Ja, till exempel upplever människan hela tiden förändringar i sitt liv på jorden. Djur, växter och människor föds, lever och dör. Men de förändringar människan hade lyckats se av livet på stjärnhimlen, innan teleskopet och Galileis tid, ledde till att man såg solen och stjärnhimmeln som något oföränderligt och därmed ansågs de råda under lagar som var mycket olika de som gällde på jorden. Ingen hade sett eller hört talas om att stjärnhimmeln hade ändrats, den förändring som skedde var ett lugnt och tryggt periodiskt förlopp på tjugofyra timmar. Ingen död. Solen gick upp och solen gick ner. Det är ju naturligt att ur dessa vardagliga erfarenheter dra slutsatsen att sol och stjärnor tryggt rör sig rytmiskt medan jorden, med dess kaos av död och liv, är i vila. Men det fanns naturligtvis också de som hade upplevt rörelser i sin vardag eller yrkesliv på annat sätt, till exempel om man hade erfarenhet av att färdas med båt eller vagn, är det fullt möjligt att man upplevt att det man *betraktade* såg ut att röra sig när det i själva verket var en själv. Mer om detta alldeles strax.

Janik delar in tyst kunskap i två kategorier, där en är mer lättillgänglig och där man enklare kan verbalisera sitt kunnande. Denna kategori, som jag kallar "tyst kunskap light", delar han in i tre delar. Den andra kategorin, som han egentligen vill reservera för termen "tyst kunskap" handlar om situationer eller fenomen som han med Wittgensteins hjälp hävdar är omöjliga att beskriva språkligt. Dessa situationer kommer aldrig att kunna formuleras med hjälp av utmejslade analytiska begrepp hur mycket vi än tänker och formulerar oss. Uppdelningen kan illustrera komplexiteten, men jag kommer inte att hålla fast vid denna indelning i resten av avhandlingen utan benämna båda som tyst kunskap.

Tyst kunskap light

Janik karakteriserar denna kunskap genom att ange de motiv som kan finnas till att den är "tyst".

Vi vill inte artikulera kunskapen

Det kan vara ekonomiska, politiska eller maktskäl som gör att vi inte väljer att artikulera ett visst kunnande.

Ekonomiska skäl kan handla om affärshemligheter, vilket har en lång historia då det redan inom skräväsandet var vanligt att mästaren hemlighöll sina metoder. På 1500-talet hemlighöll matematiker hur de lyckades lösa tredjegrads ekvationer

och det genomfördes "dueller" i problemlösning. Den som vann fick ära och kanske även arbete vid något universitet (Katz, 1998).

Ett exempel på politiska skäl kan ges av Richard Ennals, professor vid Center for Working Life Research, Kingston University. I *Star wars: a question of initiative* (1986) beskriver Ennals sitt arbete som regeringstjänsteman och ledare för ett högteknologiskt forskningsprojekt. Innehållet i projektet efterfrågades av försvarsdepartementet i USA för att ingå i det kontroversiella "Stjärnornas krig". Storbritanniens regering såg sig av politiska skäl tvingade att delta i projektet. Ennals väljer att avgå och försöker därefter undersöka vad som egentligen skedde. I sådana komplexa politiska skeenden är det naturligt att mycket av den kunskap som bygges upp hos en mängd aktörer genom deras deltagande i processen inte får verbaliseras av till exempel politiska och säkerhetsskäl.

Att verbalisera kunskapen som jag utvecklat i kursplanearbetet, borde jag kanske inte göra av politiska skäl. Ibland har jag mött reaktioner i stil med att "det skulle inte gynna lärarnas arbete" eller "det gynnar inte implementeringen" och "det undergräver reformen", när jag yttrar mig kritiskt.

Är det av maktskäl skulle man kunna benämna det som *tystad* kunskap, det vill säga, det finns någon auktoritet som gör att vi medvetet eller omedvetet inte uppmärksammar och verbaliserar kunskap. Ett klassiskt exempel är kyrkans makt. Att Galilei Galileo överhuvudtaget skrev *Dialog om de två världssystemen* kan ses som ett exempel på att någon försöker göra kunskap hörd. Galilei kunde inte tala eller skriva rätt ut¹³ utan skrev istället en bok där tre lärda män för en dialog kring hur våra vardagliga erfarenheter kan tolkas och bilda argument för eller emot huruvida jorden är orörlig eller inte i världsalltets centrum. Jag låter Galileis Salviati presentera rollbesättningen i *Dialog om de två världssystemen*:

SALV. Och eftersom jag ifrågasätter dessa förhållanden, och herr Simplicio, tillsammans med Aristoteles, är säker på orörligheten, skall han steg för steg få börja anföra motiven för deras åsikt. Jag skall lägga fram svar och argument för den motsatta sidan, och herr Sagredo skall berätta vad som rör sig i hans huvud, och åt vilket håll han känner sig dragen. (Galilei, 1632/1993, s. 141)

Vilka former tar sig då den tystade kunskapen? Jag börjar med ett aningen groteskt exempel där Sagredo berättar om en läkare som tillsammans med andra, bland annat en filosof, genomförde en anatomisk dissektion för att undersöka till exempel var nerverna har sin uppkomst i människokroppen. Läkaren visade "hur ett stort nervknippe gick ut från hjärnan och passerade genom nacken, och detta

¹³ Att använda Copernicus heliocentriska teori var av kyrkan tillåtet för beräkningar. Men man fick inte påstå att teorin hade något med verkligheten att göra. Galilei ställdes inför en kättardomstol i Rom ett år efter utgivningen av *Dialog om de två världssystemen* och dömdes till husarrest under återstoden av sitt liv. Han dog nio år senare.

sedan spred ut sig längs ryggraden och grenade ut sig i hela kroppen, och att endast en liten tråd, som en lintåt, nådde hjärtat” (Ibid., s. 135). Blev filosofen övertygad av läkarens demonstration? Filosofen svarade:

Ni har visat mig detta så klart att om Aristoteles' text inte hade hävdade det motsatta, då han klart säger att nerverna föds i hjärtat, skulle jag ha varit tvungen att erkänna att ni har rätt. (Galilei, 1632/1993, s.135)

Det som händer vid tystad kunskap är att vi inte längre litar eller har modet att lita på våra egna sinnesintryck eller resonemang. Vad är det då vi litar på?

SIMP. Det vet jag, och Aristoteles har lärt mig det.

SAGR. Med vilket bevis? Var snäll och tala om det får mig.

SIMP. Med bevis från sinneserfarenheten.

SAGR. Har Aristoteles då visat er vad ni inte skulle ha sett utan honom? Har han någonsin lånat er sina *ögon*? Ni menar väl att Aristoteles har *sagt* er det, varskott och påmint er om det, men inte att han lärt er det. (Ibid., s. 158, min kursivering)

Vi litar på orden, andras ord. Det kan vara lätt att tro att det handlar om en enda persons maktfullkomlighet, men så är det ju naturligtvis inte. Vi människor hade kanske skapat en för trogen gemenskap kring en viss tolkning av Aristoteles.¹⁴

SALV. Det är hans efterföljare som givit Aristoteles hans auktoritet, inte han själv som tillskansat sig den eller lagt beslag på den. Då det ju är lättare att gömma sig bakom en annans sköld än att visa sitt eget ansikte öppet och modigt, är de rädda och vågar inte avlägsna sig ett enda steg från honom, och hellre än att ändra någonting i Aristoteles' himmel, är de oförskämda nog att vilja förneka vad de ser i naturens egen. (Ibid., s. 138)

En bärande idé inom forskningsområdena Yrkeskunnande och teknologi och Professionspraxis är att inte ta gängse tolkningar av klassiska verk för givet. Speciellt inte de som ligger till grund för synen på kunskap och naturvetenskap. Jag kommer att återkomma till detta då jag tolkar vissa avsnitt ur texter från auktoriteterna Galilei och Platon – om jag vågar.

Till sist, skulle jag även vilja inkludera situationer när man inte orkar eller inte har tillräckliga kunskaper för att faktiskt till exempel försöka kommunicera hur man bedömt en uppsats. Man skulle kunna använda begreppet ”tyst kunskap”

¹⁴ Inom vår tids forskning kring praktiska kunskap hyllas ofta Aristoteles arbete kring praxis och phronesis. Intressant att notera är att Aristoteles ”kunskap om det förgängliga har visat sig vara hållbar, medan hans uppfattningar om det oförgängliga inte har hållit sig.” (Bergendal, 2003, s. 56)

som ursäkt för ett arbete, som inte görs, men som skulle kunna göras eller för att ta ansvar.

Vi måste inte artikulera kunskapen

I en del situationer i vårt yrkes- eller vardagsliv finns det inte något inre eller yttre behov av att artikulera kunskapen. Till exempel fanns det under lång tid inget behov hos de flesta människor att verbalisera och ifrågasätta våra kunskaper om stjärnhimlens och jordens rörelser. Livet pågick bra ändå ett tag. Men Galileis (och han föregångares) arbete medförde att ett yttre behov skapades.

I vårt arbete har vi inte alltid någon anledning att uttrycka oss eftersom det helt enkelt inte är funktionellt för kvalitén i utövandet av yrket. Det finns inget yttre intresse från andra. Men ett behov kan komma då ett yrke är på väg att dö ut eller avsevärt förändras på grund av den tekniska utvecklingen, vid en generationsväxling inom ett företag eller när något ska läras eller undervisas.

Ett exempel på detta kan ges av när min son spelade onlinespel på datorn; i spelet köper och säljer man kläder och husdjur. I den situationen finns inget behov att verbalisera de uträkningar han gör. Men när han hamnar i en inläringssituation, där man i läroboken i matematik vill lära ut hur man ska tänka för att beräkna $69 + 5$, avkrävs verbalisering. Boken innehåller flera uppgifter av typen " $69 + 5$ kan man skriva som $_ + _$ ". Genom att boken gett ett par exempel, är det tänkt att man därefter ska förstå att man ska fylla i " 70 " respektive " 4 ". Av pedagogiska skäl (?) anser läroboksförfattarna att barnen lär sig $69 + 5$ genom att "flytta" först " 1 " till 69 , få 70 , och minska därmed 5 med 1 till 4 . Därefter är det lättare att addera, $70 + 4$ för att få 74 . I början förstod inte min son detta, $69 + 5$ blir ju 74 , det såg han direkt. Men nu fanns plötsligt ett yttre krav att verbalisera hur man tänkt. Egentligen efterfrågades inte min sons tankar, utan man skulle följa författarnas tankar, innan man beräknade $69 + 5$.

För min son medför detta att han successivt utvecklar en praktisk klokhet och, utifrån den unika situationen, kan avgöra när han bara ska räkna ut $69+5$ (köpa grejor i datorspelet direkt), och när han måste verbalisera sig. Orsaken till kravet på verbaliseringen förblir dock för Otto ofta obegripligt.

Praktikens gemensamma förutsättningar

En annan typ av kunskap som man skulle kunna, mer eller mindre lätt verbalisera, är de grundläggande och ofta självklara förutsättningar som ligger till grund för varje praktik. Dessa behövs inte heller artikuleras så länge praktiken fungerar förutsebart. Dessa förutsättningar är så självklara att vi inte alltid är medvetna om dem, och det finns inte heller något behov i situationen att "tjata" om dem. Men dessa förutsättningar kan bli synliga, meningsfulla och uttryckbara då vi hamnar i "fullständigt oförutsebara situationer" (Janik, 1991, s. 109).

Ett exempel är när finanskriser inträffar, till exempel på 1920-talet då värdet på en sedel förändrades dramatiskt, eller då olika typer av bostadsbubblor eller IT-bubblor spricker. Ett exempel från skolans matematikutbildning är då det 1994 infördes en obligatorisk matematikkurs, Matematik A, på gymnasieskolans alla program, inklusive yrkesprogram. Plötsligt skulle en elevkategori på cirka 40 000 elever, som aldrig tidigare studerat matematik på gymnasienivå, undervisas (Emanuelsson, 2001).

I de korta presentationerna jag gjorde av de praktiker som bidrar till att bilda skolans matematikutbildning, hade jag valt ut berättelser som till viss del kan ses som exempel på oförutsebara situationer – kompetensutvecklare som ska rikta sig till den nya målgruppen rektorer, rektorn som möter en pratsam kvinna på bussen, kursplaneskrivaren som möter en arg lärare, läraren vars elever vägra tystna, killarna som bläddrar i en ny mattebok och matematikern som ifrågasätter föreställningen av att hon skulle förstå så mycket.

Ett exempel kring svårigheten att synliggöra grundläggande förutsättningar i en praktik kan ges av ett avsnitt i *Dialog om de två världssystemen*. Avsnittet handlar om hur man ska tolka det faktum att om man släpper en sten från ett torn så faller den lodrätt längs tornet. Simplicio menar att om jorden hade rört sig så skulle inte stenen fallit tätt utmed tornet utan stenen hade landat en bit ifrån tornet. Alltså måste jorden vara i vila, menar Simplicio. I dialogen ersätts jorden med ett skepp som antingen rör sig eller står stilla och tornet ersätts av masten, och från masten släpps stenen:

SALV. Utmärkt. Har ni någonsin gjort experimentet med skeppet?

SIMP. Det har jag inte. Men jag tror säkert att de auktorer som anför detta noga har undersökt det. För övrigt är ju orsaken till skillnaden så välkänd att där inte finns plats för tvivel.

SALV. Ni är själv ett bra exempel på att de där auktorerna kan hända anför det utan att själva ha gjort experimentet, för ni godtar det utan att ha gjort det, och åberopar deras ord i god tro. Det är inte bara möjligt, utan nödvändigt, att de har gjort samma sak, jag menar hänvisat till sina föregångare utan att man någonsin finner någon som har gjort det. För vem som än gör det, skall finna att erfarenheten visar raka motsatsen till vad som skrivs. Den kommer nämligen att visa att stenen alltid faller på samma plats på skeppet, antingen det står stilla eller rör sig med vilken hastighet ni vill. Om man alltså skall använda samma resonemang för jorden som för skeppet, kan man inte dra någon slutsats om jordens rörelse eller vila av att stenen alltid faller vid tornets fot. (Galilei, 1632/1993, s. 176)

Man kan fråga sig vem som är auktoriteten eller vad vi grundar våra slutsatser på?

SIMP. Men gode Gud, om den rör sig transversalt, varför ser jag den röra sig lodrätt? Detta är väl ändå att förneka en klar och uppenbar sinneserfarenhet?

Och om man inte får tro på sina sinnen, vilken port skall man då gå igenom för att filosofera? (Ibid., s. 205)

Ja, vad ska man lita på. Skulle vi då inte lita på våra egna upplevelser? Jo, men det sker en tolkning som grundar sig på något vi har förbisett. Vi förutsätter något som vi inte är medvetna om. Omedvetenheten beror på att det vi *inte* ser är gemensamt för oss alla, och att vi därmed inte kan urskilja det mot allt annat vi gör och tänker.

SALV. Med avseende på jorden, tornet och oss, vi som alla rör oss lika, med den dagliga rörelsen och tillsammans med stenen, är den dagliga rörelsen ett intet. Den förblir okännbar, oförnimbar, och utan någon som helst verkan. Vad vi kan observera är enbart den rörelse vi saknar, det vill säga stenens fall tätt intill tornet. Ni är inte den förste som känner stor motvilja mot att lära sig att en rörelse inte har någon verkan på de ting som har den gemensam.
(Ibid., s. 205)

Genom att vi använder en sten, som ingår i vår gemensamma rörelse, uppfattar vi stenens fall som lika oavsett hur skeppet rör sig. Oavsett hur jorden rör sig kommer vår upplevelse vara densamma. Därmed tjänar inte resonemanget som argument för att påvisa eller motbevisa jordens vila. Analogt skulle detta kunna gälla för alla praktiker vi bygger upp, de kan vila på förutsättningar som vi har gemensamma och som vi därmed har svårt att upptäcka.

Ytterligare en aspekt som skulle kunna inkluderas inom det som vi har gemensamt och samtidigt har svårt att vara medveten om, är hur vi brukar metaforer i vårt sätt att formulera oss om världen. Men detta återkommer jag till i senare avsnitt.

Tyst kunskap som aldrig går att språkligt formulera

Jag ska med hjälp av Janik, Johannessen och Wittgenstein försöka ringa in tyst kunskap som

...//...syftar på de sidor av den mänskliga erfarenheten som är fullständigt möjlig att känna till via självreflektion – och således allt annat än esoteriska – men som på grund av själva sin natur är omöjlig att exakt artikulera. (Janik, 1991, s. 107).

Dessa erfarenheter är av följande natur; vissa icke-visuella¹⁵ *sinnestörnimelser*, det vill säga, lukter, ljud, taktila upplevelser, smak samt *processen att följa en*

¹⁵ Janik tar bara med icke-visuella sinnesförnimelser. Varför inte även synintryck? En anledning kan vara att synintryck så uppenbart inte går att verbalisera. En annan är att det inkluderas under "att följa en regel".

regel. I avsnittet ska jag beskriva problematiken kring att följa en regel och vad en regel kan vara.

Intressant (och provocerade?) är att Johannesson i *Praxis och tyst kunskap* (1999) menar att Wittgenstein antyder att kunskapen att följa en regel mer liknar kunskapen att veta hur en klarinett låter jämfört med faktakunskap i stil med hur högt ett berg är.¹⁶ Att delar av kunskapen att veta hur man ska använda till exempel kvadreringsregeln ska kunna ha något gemensamt med kunskapen att veta hur en klarinett låter finner jag kittlande.

Sinnesförnimmelser

Wittgenstein diskuterar, kan man säga, tyst kunskap som bottnar i en sinnesförnimmelse. Han gör det genom att sätta orden, vår språkliga förmåga att *beskriva* en sinnesförnimmelse, upp mot *upplevelsen* av sinnesförnimmelsen:

Beskriv kaffets arom – varför går det inte? Fattas det oss orden? För vad fattas de oss? – Men varifrån en sådan tanke att en sådan beskrivning ändå måste vara möjlig. Har du någonsin saknat en sådan beskrivning? Har du försökt beskriva aromen och misslyckats? (Wittgenstein, 1978, s. 182, § 610)

Janik utvecklar:

Vi måste rikta vårt reflekterande mot förhållandet mellan sinneserfarenhet och beskrivning. Om vi betänker skillnaden mellan att lukta/höra och att beskriva det som vi luktar/hör – lukten av kaffe eller klangen hos en klarinett – så upptäcker vi att det är omöjligt att ens börja beskriva sådana upplevelser så att människor som inte själv upplevt dem kan känna igen dem. Det bästa vi kan göra är att ta till metaforer, analogier och antydningar. (Janik, 1991, s. 111)

Att sinnesförnimmelser inte kan återges med ord och ge samma upplevelse som lukt, beröring, smak, ljud, finns det nog inga större invändningar emot. Våra handlingar i praktiken är ju sammansatta av en mängd sinneserfarenheter och det finns naturligtvis stora skillnader mellan *upplevelsen* av en lektion i matematik och *beskrivningen* av upplevelsen.

Processen att följa en regel

Den andra typen av kunskap som man kan hävda är omöjligt att explicit språkligt reglera är *hur* man ska *följa* regler. Det handlar om den öppna karaktären hos regelföljande beteende.

Men, först, vad ska jag mena med en *regel*? Begreppet regel kommer i denna avhandling betraktas som ett brett begrepp och inkludera till exempel rent

¹⁶ Johannessen hänvisar till §78 i Filosofiska undersökningar för hans tolkning av "antydan". (Wittgenstein, 1978, s. 48)

språkligt formulerade skriftliga eller muntliga föreskrifter till exempel i kursplaner, $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ eller definitioner av begrepp. Men regler kan också vara handlingar utförd på ett visst sätt i en praktik enligt praxis, med andra ord, regler som icke språkligt formulerade sociala normer, handlingsmönster och beteenden som vi bara utför i vardagen eller i en praktik.

Ett grundläggande exempel är det Feyerabend beskrev, som jag citerade tidigare. Det handlar om att vi kan känna igen något som något bestämt, till exempel ansiktet på en vän. Ett annat exempel på "regler" ges av det sätt som jag skriver på mitt tangentbord. Jag har under år av tangentskrivande arbetat fram ett regelmässigt beteende hur jag skriver på tangentbordet. Det beteendet har inte utvecklats isolerat av sig själv, utan utifrån kvalitén på texterna, hur jag samarbetar och kommunicerar med kollegor samt i relation till miljön, stolen, bordet och tangentbordet. Beteendet utvecklas också i relation till min kropp, där vissa rörelsemönster har gett smärta i tummen och där andra måste förändras i takt med att min syn försämras.

Vid Nils Fribergs disputation 2011 vid Universitetet i Nordland fick han frågan från opponenter: Är regler av ondo? Aristoteles såg regler som vägvisare och Dreyfus och Dreyfus beskriver den kompetente som den som behärskar regler och kan ta sig från A till B på ett effektivt sätt (1986). Friberg har i sin avhandling valt att lyfta fram förmågan att *kringgå* regler (Friberg, 2011). Vid Fribergs disputation föreslog huvudopponenten Clas Pehrsson istället ordet *tänja*. Han gav exempel på hur alla musiker känner till regeln $P = p + p$ där p står för en fjärdedelston och P för en halvton. Men som duktig musiker kan du *tänja* och *spela* $P > p + p$ eller $P < p + p$.

Men för att kunna tänja måste du ha *något* att tänja, en regel – en typ av motstånd. En regel kan också betraktas vara det som vi har gemensamt, som förenar oss och som vi tillsammans kan använda och ta spjörn emot och luta oss mot. Vi är inte ensamt ansvariga.

Ett annat exempel på en regel är att i ett utbildningssystem i ett land ha ett nationellt gemensamt dokument i form av en kursplan i matematik. Den första kursplanen fick Sverige 1878, då en *Normalplan för undervisningen i folkskolor och småskolor* fastställdes (Svensk författningssamling, 1878). En del länder har inte och har aldrig haft en nationellt fastlagd kursplan. Ett exempel är USA som först 2010 lanserade ett första gemensamma dokument, som de allra flesta staterna ställde sig bakom, *The Common Core State Standards for Mathematics* (CCSSM). När jag deltog vid den årliga konferensen i maj 2011 för didaktiker, lärare och matematiker på Mathematical Sciences Research Institute (MSRI) i Berkeley, lyfte man upp just det faktum att man nu hade ett *gemensamt* dokument – en regel – att utgå ifrån i fortsatta diskussionerna kring skolans matematikinnehåll.

För att illustrera bredden av "regel" skulle vi, som Janik gör, kunna skilja mellan regulativa och konstitutiva regler, det vill säga skilja,

...//...mellan det slags regelföljande handlande som överhuvudtaget gör beteende möjligt och de uttalande regler eller normer varigenom vi föreskriver och värderar vissa handlingsmönster som korrekta bland flera möjligheter. (Janik, 1991, s. 129)

Reglerna kan i Janiks tolkning vara språkligt formulerade och utgöras av *regulativa* regler i syfte att reglera/styra/värdera en verksamhet. Exempel är trafikregler och lagar. *Konstitutiva* regler är med detta synsätt inte av samma sort, utan kan "knappast särskiljas från det beteende varigenom den konstitueras" (Janik, 1991, s. 113). Det är den form av regelmässigt beteende som man lär sig genom att se, höra, imitera och som inte¹⁷ utvecklas eller lärs genom att läsa eller höra instruktioner.¹⁸

Janik menar att man lär sig en viss dans genom att se, känna och höra instruktioner från en danslärare. När man väl kan dansa, kan man läsa och tala om de *regulativa* regler som finns formaliserade. Men via dessa kan man inte lära sig dansa.

Jag kommer inte att använda mig av denna uppdelning, eftersom att *följa* en språkligt formulerad regel (regulativ) i en viss praktik kan ses som en konstitutiv regel. Det är i en viss praktik som även våra språkliga regler konstitueras, vilket jag studerar i det kommande avsnittet *Språkets tysthet*.

"Regel" kommer därmed vara ett brett begrepp i denna avhandling. Med regel fixerad övergår jag till att nu diskutera: *hur man följer* en regel.

Om att följa en regel (formulerad eller oformulerad) skriver Wittgenstein, § 199:

Det är inte möjligt att endast en människa en enda gång följt en regel. Det är inte möjligt att endast ett meddelande en enda gång lämnats, en befallning givits eller blivit förstådd etc. – Att följa en regel, att lämna ett meddelande, att ge en befallning, att spela ett parti schack är sedvänjor (bruk, institutioner). (Wittgenstein, 1978, s. 95–96)

¹⁷ Det finns ett exempel som motsäger detta, det handlar om att lära sig yoga. Min erfarenhet av flera års yogaträning är att varken enbart sinneserfarenheter eller direkta verbala/taktila instruktioner räcker, utan även ett språk fyllt av metaforer i syfte att framkalla korrekta rörelser, till exempel "föreställ dig din bål som en tandkrämstub som du trycker det sista ur rakt uppåt" eller tänk "att musklerna under käken smälter".

¹⁸ Det finns ännu mer basala regelföljande som jag ger exempel på i kommande avsnitt, då vi även studerar tysta aspekter av språkanvändning. Det handlar om att överhuvudtaget uppfatta något som något bestämt oavsett, om man använder språk eller inte.

En praktik upprätthålls och regleras av en praxis som utgörs av de regler som är "rätt" enligt rådande lagar, sedvänjor, bruk, sociala och kulturella normer, traditioner och kunskaper. Ett annat sätt att uttrycka den praktik- och praxisberoende som regelföljande har, är att konstatera att man inte kan skapa en praxis *själv*.¹⁹ Vi kan inte själv skilja mellan att följa en regel och att tro att vi följer en regel (Ibid., s. 97, § 202).²⁰ Utan vi behöver hjälp av *något annat* för att kunna korrigera våra handlingar. Utan en vilja och en förmåga att kunna skilja mellan felaktiga handlingssätt och riktiga kan vi egentligen inte tala om att följa regler (Ibid. s. 108, § 258). Vi måste kunna ta reda på om vi handlat fel. Någon som blint, utan eget ansvar, enbart härmar och handlar enligt reglerna vid vissa tidpunkter, kan inte sägas följa dem (vilket kan jämföras med Bergendals diskussion kring blind lydnad). Att följa regler innefattar att reflektera över dess användning och veta när man inte följer dem, kunna se vad som är samma och vad som är olik och faller utanför praxis (Johannessen, 1999, s. 105). Med andra ord, regelföljande beteende är något som bara kan sägas äga rum i ett intersubjektivt rum.

I ett vidare perspektiv menar Aristoteles att vi inte klarar till exempel av att bli dugliga – goda, moraliska – människor *själva*. Vi behöver en annan människa, en gemensam strävan *och* att vi tar ett eget ansvar för att finna vår egen väg.

Det är därför han hävdar att den människa som lever ensam måste vara ett odjur eller en gud. Allt detta kanske verkar perifert för vår diskussion kring tyst kunskap, men det är absolut centralt för Aristoteles uppfattning om praktisk visdom att den måste läras in av varje människa på hennes eget sätt. Råd och exempel är avsevärt mycket viktigare än formella regler. I denna bemärkelse är praktisk visdom lika med tyst kunskap: den äkta kunskapen. Den praktiskt vise "träffar rätt", men hur går bara att kommunicera indirekt. (Janik, 1991, s. 134)

Nu har jag ringat in ordet regel och konstaterat att "hur man följer en regel" är en sedvänja, ett bruk eller en praxis.

¹⁹ Detta ska inte förväxlas med att man inte kan handla i ensamhet. Jag kan visst sitta på min kammare och bevisa ett matematiskt påstående. Men mitt handlande ingår i ett sammanhang, en bok, en kurs, en utbildning eller ett yrke vars praxis formar och formas av mina ibland ensamma handlingar.

²⁰ Ett angränsande exempel kan ges från min erfarenhet av att dansa. Mina vänner och jag gjorde egen koreografi till dansnummer som ingick i de kabaréer som vi satte upp under vår uppväxttid. Ett år framförde jag en solodans med egen koreografi. Detta upplevde jag som oerhört svårt, då bara jag kunde avgöra om jag dansade rätt enligt de danssteg jag själv tänkt ut. De uttänkta dansstegen kunde tänkas om under eller efter utfört dansnummer – ingen märkte något.

Citatet ovan avslutas med att det går bara indirekt att kommunicera *hur* den praktiskt vise gör. Ett direkt sätt vore att språkligt definiera oss fram till hur vi ska följa regler i en viss praktik, det vill säga att ge en språkligt formulerad definition som gör att olika personer vid olika tidpunkter handlar på samma sätt. Att detta är omöjligt baseras på följande resonemang från Wittgenstein. En *språklig* beskrivning av hur vi skulle följa en regel skulle producera en *ny regel*, som vi i sin tur skulle vara tvungna att formulera hur vi skulle följa. Detta ger en oändlig följd av regler. Vi skulle därmed aldrig kunna säkerställa och skriva ner hur vi ska *följa* ursprungsregeln. Man kan då anse att av logiska (och rent praktiska) skäl detta vara omöjligt.

Om det vore nödvändigt att ha en uttalad regel enligt vilken vi skulle lära oss att t ex imitera danslärarens steg, så skulle vi också behöva en ytterligare regel för att tillämpa regeln, osv. i det oändliga. (Janik, 1991, s. 133)

Alltså, *hur* man ska följa reglerna (språkligt formulerade eller inte) går inte att språkligt reglera.

Ett annat sätt att resonera vore att tänka sig att det visst vore språkligt möjligt att reglera regelmässigt beteende i en praktik. Detta skulle i så fall medföra att inga förändringar – andra handlingar – skulle ske av någon människa i någon praktik. Allt skulle vara bestämt och förutsebart. Vilket naturligtvis inte stämmer.

Vi kan alltså *välja* att inte handla enligt praxis. Vi kan välja att följa en regel på ett helt nytt sätt. Som människor är vi "placerade i världen som *möjlighetens* element i verkligheten" (2008, s. 240), skriver Alvesson och Sköldberg, med hänvisning till Heideggers existentiella hermeneutik. Varje människa är fri att välja, å andra sidan har vi ett ansvar. På vilka grunder ska vi välja? Men dessa grunder är också till sist mänskliga konstruktioner – "människan är den som förser världen med värden" (Ibid., s. 241). Vår existens som människa medför handlingar och därmed val, vi är dömda till frihet, om vi lyssnar till Sartre (1946). Vi måste handla och välja hela tiden i våra liv.

Hur kan då människan förhålla sig till detta? Ja, antingen ta sitt ansvar och göra sina val och handla. Eller så kan hen överlämna sig åt omständigheterna, blunda för sin frihet och sitt ansvar att välja. Det som kan kalla henne tillbaka är *samvetets röst*, enligt Heidegger, att "ett abrupt drabbande rop till hennes innersta väsen, ett anrop till henne som träffar med kraften av ett slag: *Vad håller du egentligen på med?*" (Alvesson & Sköldberg, 2008, s. 241). Kraften i ropet medför en stämning av isande eller "kuslig" klarsynthet, som Alvesson beskriver med referens till Heidegger, vilket gör att människan kan återvinna sig själv och ta makten över sin frihet att välja.²¹ Eller, om vi använder Bergendals ord, vi överger

²¹ Kanske är hela min avhandling ett eget framkallt "rop" som fått mig att sätta mig i diket på min yrkesbana för att betrakta?

det slentrianmässiga eller den totala improvisationen och utför ansvariga handlingar.

Det verkar som just *det* som gör att vi inte kan reglera språkligt allt, är *detsamma* som garanterar utrymme för oss människor att välja att handla annorlunda än tidigare eller på samma sätt som tidigare. Det är det som kanske är arenan för det som vi kallar kreativitet? Hur man ska följa regler kan vara både kanoniskt och öppet på samma gång som Janik uttrycker det (1991). Omöjligheten att språkligt reglera förklarar både tradition och förnyelse. I *Skola för bildning* lyfter man just kreativitet som en naturlig del i kunskapsutveckling och inte som en speciell förmåga hos individen. Med referens till *Beyond Universals in Cognitive Development* (Feldman, 1980) menar man:

Kreativiteten kan gälla den intellektuella förståelsen eller praktiska lösningar såväl som uttrycksformer för ett innehåll. Att främja kreativitet blir därigenom att skapa utrymme för okonventionella tankar såväl som handlingar. Kreativitet är en viktig aspekt av kunskapsutvecklingen, den kräver fantasi och förmåga till ovanliga associationer. (SOU 1992:94, s. 68)

Sammanfattningsvis så kan orsakerna till att viss kunskap är oformulerad bero på att vi inte vill eller måste artikulera oss. Det kan bero på att vi inte är medvetna om de gemensamma förutsättningarna i vår praktik. Det kan även handla om sinneserfarenheter, det är skeenden, handlingar och upplevelser som involverar syn, hörsel, lukt, smak och känsel. Förutom detta handlar det också om omöjligheten att språkligt reglera hur vi ska följa regler. Kanske kan man tycka att dessa aspekter av kunskap är marginella och inte berör kunskap eller olika kunskapsformer i sin helhet. Men i nästa avsnitt ska jag fokusera på en viss typ av regelföljande, som vi ofta förbiser – nämligen hur vi använder vårt *språk*. Med hjälp av Johannessen, Wittgenstein, Galilei och Platon ska jag lyfta upp en del av den tysta kunskapen som rör vårt sätt att använda vårt högljudda kunskapsuttryck – vårt språk. Att det finns tysta aspekter i all språkanvändning leder i sin tur till att jag lyfter blicken från det tysta och även diskuterar de kunskaper som är uttryckbara och därmed beroende av språket.

SPRÅKETS TYSTHET

Den första dagens avslutande diskussioner i *Dialog om de två världssystemen*, mellan Sagredo, Salviati och Simplicio, innehåller följande hyllning:

SAGR. Men högt över alla dessa underbara upptäckter stod dens intellekt som fann hur man skulle kunna meddela sina mest förborgade tankar till vilken annan person som helst, även om denne är mycket långt avlägsen i tid och rum. Att tala med dem som bor i Indien, med dem som ännu inte är födda och inte kommer att födas på tusen eller tio tusen år! Och så lätt! Genom att sätta ihop tjugo små bokstäver på olika sätt på ett papper. (Galilei, 1632/1993, s. 132)

Javisst är det fantastiskt. Ur *Matematiktermer i skolan* (Mouwitz & Kiselman, 2008, s. 205):

triangel
definition månghörning med tre hörn

Samlingen av bokstäver "triangel" parar vi ihop med samlingen av bokstäver "månghörning med tre hörn". Genom att para ihop har vi laddat "triangel" med kan tyckas en precis betydelse. Det förutsätter dock att vi vet vad "månghörning" och "hörn" står för. Men dessa ord kan man slå upp, till exempel (Ibid., s. 208):

månghörning
definition sluten polygon som inte skär sig själv och som inte ligger i ett plan

I definitionen används orden "sluten", "polygon", "skär" och "plan" som man i sin tur bör veta vad de står för. Orden "polygon", "plan" och "sluten" (via termen "sluten kurva") finns i sin tur definierade. Även ordet "skära", (Ibid., s. 103):

skära
definition (om två mängder) ha en gemensam punkt

Nu har vi nått orden "två", "mängd" och "punkt". Även dessa finns definierade och via "punkt" (Ibid., s. 185) har vi nu nått ett grundbegrepp i Euklides Elementa.

punkt
definition (inom geometrin) objekt med läge men utan utsträckning

Denna kedja av definitioner bottnar i att vissa ord förblir odefinierade eller aldrig ihopparade med någon annan kedja av bokstäver, till exempel "objekt", "läge" och "utsträckning".

Matematikens till synes strikta och klara framställning av ords betydelser hägrar som en dröm för att uttrycka *all kunskap*. Jag skriver "till synes", för även detta strikta språk är beroende av sin praxis, sedvänjor och bruk, vilket jag ska diskutera i detta avsnitt. Men kanske skänker denna föreställning oss mod och tro på att vi tänker på ungefär samma sak, och möjliggör att vi agerar och kommunicerar. Föreställningen är kanske funktionellt för oss människor när vi sysselsätter oss med matematik?

Naturens bok är skriven i matematik, hävdade Galilei. Sedan renässansen då naturvetenskapens utveckling tog fart, levde länge och kanske fortfarande lever, drömmen om att *all kunskap* kan formuleras i väldefinierade begrepp och att kunskapen ligger i själva tecknen på pappret. Ett exempel kan ges av ett remissvar från en referensskola på ett förslag till ämnesplan i matematik för gymnasieskolan:

Ge oss tydliga, avgränsade, användbara (helst tolkningsfria) skrivningar, så får vi en likvärdig och rättvis skola.

Jag vill ha tydliga centrala anvisningar som gör den lokala tolkningen överflödig! Drömmen om "tolkningsfria" betygsriterier måste kanske förbli en dröm, men strävan måste vara att konkretisera och vara tydlig för att få en likvärdig skola med ett likvärdigt och rättvist betygssystem. (Skolverket. Representanter för avnämare och referensgrupper, 2009).

Naturligtvis återfinns denna dröm långt bak i historien. Redan Sokrates frågar i dialogen *Theaitetos*: "Vad är kunskap?" och strävar efter att fånga kunskapens natur i en definition (Johannessen, 1999, s. 95).

Här kan en övergripande jämförelse göras med att man inom matematiken trodde sig kunna bevisa varje intressant påstående man kunde tänka ut, givet ett antal axiom. Att man kunde finna matematiska argument för varje sanning. Men Gödel bevisade att det var omöjligt, det kommer alltid finnas sanningar som vi inte kan bevisa inom matematiken (Devlin, 1997).

Kanske har vi haft samma övertro till språkets möjligheter. Om vi bara tänker tillräckligt mycket och länge, så kan vi vakna upp från mardrömmen där det oprecisa språket existerar och vi kan språkligt reglera hur vi ska använda språket. Johannessen hänvisar till matematikern och en av integralkalkylens grundare, Leibniz:

Den drömmen gav allerede Leibnitz uttryck för med sin skiss av det han kallade *characteristica universalis*. Här var grundtanken just att konstruera ett

universalspråk där vokabulären är helt entydig, syntaxen fullkomligt översiktlig och varje övergång från en utsaga till en annan bestäms av formallogikens lagar. (Johannessen, 1999, s. 19)

Johannesson konstaterar:

Så kom språk och kunskap att bli oskiljaktigt sammanvävda. Kravet att kunskapen måste kunna formuleras språkligt blir ett ovillkorligt krav. Och möjligheten av att ha kunskaper som inte fullt ut kan formuleras språkligt framstår mot denna bakgrund som en ren självmotsägelse. (Ibid., s. 19)

Men boken *Matematiktermer i skolan* (Mouwitz & Kiselman, 2008) är en intressant bok. Man skulle kunna tro att den ska framföra matematiska termer som semantisk, ahistorisk och användaroavhängig. Citaten ovan ur boken ger inte en rättvis bild, varje post i terminologiboken innehåller inte enbart en definition utan även kommentar, exempel och etymologi. Här syns både historien och användaren (Ibid., s. 205, 208, 185):

triangel

synonym	trehörning
definition	månghörning med tre hörn
kommentar	Vinkelsumman i en triangel är alltid 180 grader.
etymologi	Triangel kommer från latinets triangulum "trehörning".

månghörning

definition	sluten polygon som inte skär sig själv och som inte ligger i ett plan.
kommentar	Månghörning ges namn efter antalet hörn, t.ex. trehörning, fyrehörning. Det vanligaste namnet för en trehörning är triangel. När alla sidor och alla vinklar i en månghörning är lika stora säger man att den är regelbunden. En regelbunden triangel kallas liksidig, och en regelbunden fyrehörning kvadrat. En regelbunden sexhörning kan ritas upp med passare och linjal genom att skriva in den i en cirkel och utnyttja att cirkelns radie och sexhörningens sidor är lika långa.
exempel	Trehörning (=triangel), kvadrat, parallelogram, parallelltrapets, rektangel och romb.

historia Gauss visade år 1801 att regelbundna n-hörningar kan konstrueras med passare och linjal då $n=3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 16, 17, \dots$

punkt

definition (inom geometrin) objekt med läge men utan utsträckning

kommentar En punkt kan ligga på en linje, i ett plan eller i rymden. I det första fallet bestäms dess läge av en koordinat $x \in \mathbb{R}$, i det andra av två koordinater $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, och i det tredje fallet av tre koordinater $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Man säger då ibland – fast strängt taget oegentligt – att punkten "är" x , (x, y) respektive (x, y, z) . Men det är alltså punktens koordinat eller koordinater man då talar om.

etymologi Punkt kommer från latinets punctum "punkt", av verbet pungera "att sticka". Ordet punctus förekommer i den första tryckta utgåvan av Euklides verk. Det betyder "stucken" eller "stickande, prickande".

Galilei arbetade med ett utkast till en dialog²² om proportionalitet i vilken han kritiserar hur definitioner gjordes (eller inte gjordes) och användes i delar av Euklides Elementa. I ett avsnitt ur dialogen diskuterar Galilei hur man bör formulera definitioner i matematik:

Next I say that, in order to give a definition of the assumed proportional magnitudes suitable to produce in the mind of a reader some concept of the nature of these proportional magnitudes, we must select, one of their properties. Now, the simplest [property] of all is precisely that which is deemed most intelligible even by the average man who has not been introduced to mathematics. (Drake, 1978, s. 424)

Så man börjar med den enklaste egenskapen som författaren bedömer vara begriplig även för den utan skolning i matematik och som är lämplig för att mentalt producera några aspekter av begreppet. Men så finner Salviati definition fem i sjätte boken i Euklides Elementa, som inte är gjord på det sättet (vilket får Sagredo att misstänka att någon annan än Euklides har skrivit detta avsnitt).

²² Galileis vidareutveckling av proportionalitet var avgörande för hans utveckling av rörelseläran men även för att bilda förutsättningar för de noggranna analyser och definitioner av kontinuitet och gränsvärde som gjordes av Newton och Leibniz.

SALV. I note that neither in Euclid nor in any other ancient writer is this definition made use of in the form in which it is put in this book. From that fact, two difficulties follow – a difficulty to the reader's understanding, and a redundancy on the part of this writer. (Drake, 1978, s. 432)

Definitionen *används inte* i Euklides i den formuleringen den är given. Detta ställer till med problem, menar Salviati, för vår möjlighet att förstå, och Simplicio erkänner:

SIMP. Here I confess that my mind, which has never been above average in its penetration into mathematics, meets with a difficulty about this definition that is not less, perhaps, than the ones already remarked by Salviati. Long ago I sought help by reading very long commentaries written on this subject, but to tell you the truth, I don't know that I ever shook off those clouds that kept my mind in shadows. Therefore if you have some particular consideration that will aid me in this, I assure you that you will be doing me a great favor. (Ibid., s. 433)

Så i de tecken som bildar definitionen ligger ingen eller väldigt lite förståelse. Dialogen mellan de tre herrarna blir en gestaltning av vad som krävs för att fylla orden med mening. Med orden "imagine", "exemplify", "point out", "demonstrate" från Salviati och "I still wish to understand" and "Thus far I understad" från Simplicio, nås en förståelse tillsammans med Sagredos "I have noticed". Salviati förklarar vilka ord man valt i definitionen och hur de relaterar till de ord Simplicio har kunskap om, han generaliserar definitionen och han visar på enklare specialfall kopplat till erfarenheter nära vardagsspråket. Han klargör tydligt att det är människan som väljer att namnge:

If the word "compounded" does not please you, let us call this [ratio] "decomposed," or "stuck together," or "confused," or anything else that you like better. Grant me only this, that when we shall have three magnitudes of the same kind, and I call the ratio "decomposed" or "stuck together" or "confused" [from or in to other ratios], I shall mean the ratio of the extreme magnitudes, and not some other. (Ibid., s. 433)

Samtalet får Sagredo att erinra sig andra satser och bevis från Euklides och han kan ge exempel på hur definitionen används och tolkas.

Så att förstå en definition innebär massor av olika steg som inte finns i de formulerade tecknen – i definitionen. Liknande tankar finner jag hos Platon. I ett brev (Platon, 2009)²³ till den mördade ledarens anhängare i Syrakusa analyserar

²³ "Det sjunde brevet är både det längsta och det historiskt och filosofiskt i särklass viktigaste...//..." skriver översättaren Jan Stolpe i förordet (Platon, 2009, s. 241). Han

Platon den komplicerade politiska situationen och ger råd. Samtidigt granskar han sin egen roll i det politiska spelet, och brevet blir lite av ett försvarstal där han försöker rädda sin filosofi och sig själv. Brevet innehåller ett omdiskuterat avsnitt, där Platon på ålderns höst sammanfattar och delvis utvecklar sin teori om kunskap och formerna genom fem ontologiska nivåer.

För varje varande ting är det tre saker som är nödvändiga för att kunskap ska bli till. Den fjärde saken är kunskapen själv, och som den femte saken måste man tänka sig det som är kunskapens föremål och som är det verkligt varande. En sak är benämningen, en annan sak är definitionen, en tredje avbilden, en fjärde kunskapen. (Ibid., s. 268)

Det framgår här att mycket ska till för att bilda kunskap, enligt Platon. Men om vi ska lyckas förstå Platons ord, ska vi enligt Platon ta ett exempel:

...//...det finns något som kallas »cirkel«; det som vi just nu uttalade är dess benämning. Som nummer två kommer dess definition, som består av substantiv och verb »något vars yttersta delar överallt har samma avstånd till mitten« torde vara en definition på något vars namn är »rundning«, »omkrets« och »cirkel«. Det tredje är det som man ritar upp och suddar ut, eller det som man svarar till och förstör. Alla dessa saker hänför sig visserligen till cirkeln, men de berör inte cirkeln själv, för cirkeln själv är något annat än de. Som nummer fyra har vi kunskap, insikt och sann åsikt om dessa ting. Allt detta bör nu antas vara en enda sak som har sin existens inte i ljud, inte heller i materiella former, utan i själarna, varav det klart framgår att det här handlar om något annat än både själva cirkelns natur och de tre tidigare nämnda sakerna. Men av dessa är det insikten som i fråga om släktskap och likhet mest närmar sig den femte saken, medan de andra är mer avlägsna. (Platon, 2009, s. 269)

Till skillnad från Galileis förtjusning över de tjugo bokstävernas möjligheter är Platon kritisk till att formulera sig i skrift:

Dessutom försöker dessa fyra visa hurdant varje ting är i lika hög grad som att visa dess vara, och därvid använda det bräckliga redskap som orden utgör. Därför kommer ingen förnuftig människa nånsin att våga anförtro det han har tänkt ut till detta redskap, särskilt inte när det är orörligt, och orörlighet präglar ju det som är nedtecknat med skrivtecken. (Ibid., s. 269)

Vårt tänkande och våra val är rörliga medan skrivtecknen är orörliga. Vi finner samma inställning som Galilei uttryckte:

anser även att det finns starka skäl för att brevet är autentiskt och skrivet av Platon (eller en nära medarbetare) ungefär 353–352 f. Kr.

Jag hävdar också att inget av dessa ting har en benämning som är stabil: ingenting hindrar att det som nu kallas runt kallas rakt och att det som nu kallas rakt kallas runt, och tingen blir inte mindre stabila för att man byter namn och ger dem omvända benämningar. Detsamma kan sägas om en definition, eftersom en sådan består av substantiv och verb, nämligen att ingenting i den är stabilt på ett tillräckligt stabilt sätt. (Ibid., s. 269)

Att benämna eller ange en representation är ”som att hänga på ett föremål en namnskylt” (§26, Wittgenstein, 1978, s. 22), det är instabilt och det gäller att inse och kunna hantera allt detta för att utveckla kunskap.

För det är bara om alla sakerna mödosamt gnuggas mot varandra, benämningar, definitioner, synbilder och förnimmelser, och om de rannsakas i välvillig anda med hjälp av frågor och svar utan all missunnsamhet – det är bara då som förnuftig insikt om var och en av dem kan flamma upp, förutsatt att man anstränger sig så hårt som det står i mänsklig förmåga. (Platon, 2009, s. 271)

Exemplen så långt i detta avsnitt har rört det språk som uppfattas och i viss mån är det mest formella vi har, nämligen matematiken. Att konstruera språk inom olika områden (inklusive vetenskapsområden) genom att definiera sig fram involverar en handling, menar Johannessen (1999). Denna handling, till exempel att bestämma att ”T” ska användas då och endast då ”Y” gäller, involverar alltid ett vardagsspråk som inte bestäms av definitioner utan hur vi agerar eller tillsammans ”gnuggar” i relation till den verksamhet vi är involverade i.

Eftersom en och samma regel kan följas på olika sätt, så kan det inte vara korrespondensreglerna som konstituerar den meningsrelation som förbinder språk och verklighet. Garantin för att en regel följs på samma sätt från fall till fall kan inte själv vara en regel. Den måste ha med handlingar eller beteende att göra. (Ibid., s. 24)²⁴

Detta berör Carlgren i sin tillbakablick, då kunskapssynen (”regeln”) i *Skola för bildning* kom att tolkas på olika sätt – mer eller mindre överensstämmande med

²⁴ En grundläggande aspekt i brukarsituationen kan ges av att Wittgenstein har i sin senfilosofi ett vitt språkbegrepp som involverar miner, gester, kroppshållningar, ansiktsuttryck, ögonkast och vinkningar. ”Det vida språkbegreppet avser att infånga alla de medel som vi använder i vardagslivets kommunikationssituationer för att inscenera de verbalspråkliga formuleringarna. För att kunna använda verbal språket måste man nämligen förstå brukssituationen, som avsändare eller mottagare.” (Johannessen, 1999, s. 26).

det som författarna försökte förmedla i en text (Carlgren et al., 2009). Beteende och handlingar i en viss verksamhet bygger upp våra erfarenheter och kunskaper och vår förförståelse. Utifrån förförståelsen läser och agerar vi på en skriven text. Låt oss titta på en mening i kunskapskraven för grundskolans kursplan i matematik, betyg C, årskurs 6:

Eleven kan lösa enkla problem i elevnära situationer på ett relativt väl fungerande sätt genom att välja och använda strategier och metoder med förhållandevis god anpassning till problemets karaktär. (Skolverket, 2011c, s. 67)

Jag ska ge exempel på hur denna mening kan tolkas på olika sätt inom olika "verksamheter".

– Vad är ett problem? frågar jag.

Min sjuåriga dotter säger:

– Det är att åka till frisören utan pengar, mamma. Vilket hade hänt ett par dagar tidigare.

– Hur ska man lösa det? undrar jag.

– Tja man får väl fråga om det går att lämna pengar senare, eller om det kanske finns en automat i närheten.

Detta är en fullt rimlig tolkning av "problem" i en vardaglig och elevnära situation. Hon ger exempel på hur man skulle kunna lösa problemet. I denna konversation mellan en mamma och en dotter, brukas ordet "problem" och ges innebörd genom att dottern ger exempel utifrån något hon nyligen upplevt. Situationen hade gett henne en erfarenhet av vad ett problem kunde vara. Men hon kunde även diskutera lösningar till problemet.

Min då tioåriga son fick samma fråga:

– Vad är ett problem?

Han tittar på mig och tvekar.

– ÖÖÖhhh...menar du typ...problem typ matematik, i matematik?

– Ja...kanske...

– Jo, det ärtyp en räva som har 85 rockringar och tappar 65. Hur många har han kvar?

Det finns tre intressanta aspekter i denna historia. För det första, min sons tvekan. Han är fullt medveten om att jag har arbetat som lärare i matematik och "håller på med" matematik och undervisning. Frågar mamma om "problem" så handlar det i sammanhanget troligen om matematik. För det andra, han ger ett exempel som är baserat på hans erfarenhet av att ha deltagit i skolans matematikutbildning. Den tredje aspekten är karaktären på det exempel som han ger, det synliggör att ordet "problem" kan ha en speciell mening i en skolpraktik som faktiskt verkar aningen absurd och meningslös. Jag kommer att återkomma

till detta exempel i andra avsnitt i avhandlingen, då jag mer diskuterar skolans praktik.

Men det är inte enbart "problem" som kan ha olika innebörder i olika situationer, utan även "lösa". I skolans praktik avkrävs man även att förklara sin lösning. Detta krav finns inte i andra situationer (jämför diskussionen om "69 + 5"). Bara citatet "Eleven kan lösa enkla problem" (Skolverket, 2011c, s. 67) kan tolkas olika utifrån olika syften. Tänk er orden var för sig kursiverade. Betonas *eleven* blir det individuella viktigt – kompisar och läraren ska inte vara närvarande. Betoning på *kan* skulle kunna tolkas som att eleven *alltid* kan lösa enkla problem. Men betoningen *kan* skulle även kunna tolkas som något tillfälligt, kan ibland. Betoning på *lösa* ger oss beskrivning av vad eleven kan göra med ett problem, det vill säga enbart lösa det. *Enkla*, ger oss en värdering att det är just enkla problem eleven kan något med.

Sammanfattningsvis kan ovanstående diskussion ses som exempel på följande:

Att lära sig att behärska ett språk innebär i ett praxisfilosofiskt perspektiv inte att lära sig att formulera välformade utsagor om skiftande förhållanden i världen med hjälp av syntaktiska regler och språktecken (T), som knyts till vissa avsnitt av verkligheten genom semantiska regler (korrespondensregler). Det innebär i stället att lära sig att behärska en ofantligt stor repertoar av situationer, i vilka språkanvändning ingår på synnerligen många olika men alltid ofrånkomliga vis. Det innebär med andra ord att man lär sig att behärska den mänskliga verkligheten i all dess komplexitet. Man måste lära sig att förhålla sig till den på de etablerade sätten: reagera på den, beskriva den, ingripa i den, reflektera över den, utforska den, få fotfäste i den och bli förtrogen med den. Under hela ens uppväxt sker det från första stund en ständig inövning i de etablerade, språkinvolverande praxisarna. (Johannessen, 1999, s. 25)

Ovan skrev jag att man i en kedja av definitioner i matematiken når odefinierade begrepp. Men egentligen handlar det inte om odefinierade begrepp utan om ogrundade *handlingar*. Wittgenstein uttrycker sig poetiskt i § 217:

När jag uttömt skälen, så har jag nått den hårda klippan och min spade viker sig. Jag är böjd att säga: "Just så handlar jag". (Wittgenstein, 1978, s. 100)

Innan språket finns en handling i form av en *reaktion*.

(S)pråkspelets ursprung och dess primitiva form är en reaktion; först på denna kan de mera komplicerade formerna växa upp. Språket – vill jag säga – är något förfinat, 'i begynnelsen var handling'. (Wittgenstein, 1993, s. 40)

Så innan språket, innan behärskandet av språkspelet finns ett mer basalt regelföljande – att uppfatta något som något *bestämt* överhuvudtaget, som jag

berörde i tidigare avsnitt. Låt mig ge ett exempel på "begynnelsen" och på ett *språkspel*:

Sonen är knappt två år och han säger bara enstaka ord. Inga meningar. Han kan två ord. Ett ord är päron. Han kan peka på päron och säga päron. Vi kan reagera genom att ge honom ett päron eller inte ge. Vi kan svara honom och prata om päron. Vi kan smaka tillsammans med honom. Sörpla och smaska på saftiga päron. Kasta päron som luktar dåliga. Vi kan njuta med ansikten, säga gott. Vi kan spotta ut dåliga bitar ur ett päron.

Sonen kan också säga bajs. Han kan vagga omkring med en full blöja med bajs. Leken hindras. Det känns inte bra. Vi kan rynka näsan och säga usch bajs. Han blir busig. Säger bajs, baaaajs. Vi ler. Vi måste byta blöja. Han blir tvättad och ren. Leker vidare. Hoppas och springer. Men så en morgon sitter vi vid frukostbordet.

– Päron. säger sonen...päron...bajs...päronbajs! päronbajs! päronbajs!

Vi skrattar.

Berättelsen ovan kan ses som ett exempel på ett barn och en vuxen involverade i ett *språkspel*. "Päron" och "bajs" förklaras och förmedlas i situationerna. Men här finns också det där utrymmet att välja att inte göra som reglerna säger, att bryta mot praxis. Utrymme för kreativitet. Wittgenstein introducerar begreppet språkspel i *Filosofiska undersökningar*, vilket exemplifieras i till exempel § 2 där han konstruerar ett primitivt språkspel mellan två byggarbetare:

Språket ska tjäna förståelsen mellan byggnadsarbetare A och hans hantlangare B. A uppför en byggnad av byggstenar. Där finns ett förråd med kuber, pelare, plattor och balkar. B ska räkna fram byggstenarna i den ordning som A behöver den. För detta ändamål betjänar de av ett språk som består av orden kub, pelare, platta och balk. A ropar ut av dessa ord och B bär fram den sten som han lärt sig bära fram vid ropet. Uppfatta detta som ett fullständigt primitivt språk. (Wittgenstein, 1978, s. 12)

Johannesson sammanfattar i nio punkter Wittgensteins synpunkter från hans senfilosofi när det gäller tysta inslag i språkanvändning.²⁵

²⁵ "1. Att formulera en korrespondensregel är att utföra en definitionshandling som bygger på redan etablerade begreppsliga resurser.

2. Om man skall kunna lyckas förstå de naturliga språkens natur bör man i stället undersöka hur dessa begreppsliga resurser har uppstått.

3. Det kan man bäst göra genom att undersöka situationer där begrepp förmedlas eller förklaras. Ty i sådana situationer visar sig de hållpunkter som den kompetenta språkbrukaren själv har när han använder begreppen.

4. En definition eller en språkbruksregel kan användas på många olika sätt. En otadlig definition ger inget recept på hur den skall användas.

5. Vi måste därför skilja skarpt mellan själva definitionen eller regeln uppfattad som en logisk form och den möjliga användningen av definitionen.

Så om vi nu inte har det perfekta språket till hands vad blir följden? *Vad* kan då finnas "...//...som garanterar att en princip eller en lag eller en norm, kort sagt allt det som Wittgenstein kallar för regler, kan användas på samma sätt från fall till fall av olika personer"? (Johannessen, 1999, s. 28). Detta "vad" är inte språkligt formulerbart i begrepp och termer. Språket äger en tysthet. Garanti ges av den etablerade praxis där regeln brukas – själva utövandet. Vi kan inte garantera språkligt att vi handlar lika utifrån en och samma språkligt formulerad text.

Sammanfattningsvis har jag via Janik, Johannessen, Wittgenstein, Galilei och Platon visat att den tysta kunskapen inte bara existerar, utan att den teoretiska kunskapen uttryckt i begrepp och påståenden vilar på tyst kunskap. Liknande slutsatser drar Zhenhua (2006) och visar att de tre filosofiska traditionerna kring teorier för tyst kunskap konvergerar i denna fråga. Det är egentligen inte något fel på definitionerna i matematik eller inom andra områden. De kan bara inte göra vad vi ibland felaktigt förväntar oss av dem. Han summerar upp:

...//...the discussion of tacit knowledge in the pragmatic perspective has no intention to downplay the importance of language in human knowledge. What it tries to accomplish is to find the right place for explicit knowledge or propositional knowledge in the whole structure of human knowledge. It helps us to see that in the structure of human knowledge there is tacit knowledge, and that explicit knowledge rests on our tacit powers. (Zhenhua, 2006, s. 211)

Men tänk om det perfekta språket hade funnits? Vad hade följden blivit för praktiken? Hade praktiken varit en praktik?

Värdigt lik?

-
6. Alla definitioner används dessutom i en rymd av förutsättningar som inte själva kommer till synes i definitionen. Skälet till detta är att definitionshandlingen utföres inom ramen för en språklig helhetsförståelse.
 7. Helheten av dessa förutsättningar kan inte i sin tur formuleras med hjälp av en definition. Då skulle nämligen den plats där definitionshandlingen utföres ryckas bort, vilket återigen skulle göra det omöjligt att utföra definitionshandlingar.
 8. I grund och botten kan det inte finnas regler för hur en definition skall användas. Användningen av en språkbruksregel är med andra ord regellös.
 9. I gränsfall och andra problematiska situationer måste användningen av en språkbruksregel ske på grundlag av det omdöme som man har förvärvat. Detta har en meningsskapande effekt." (Johannessen, 1999, s. 23–24)

Läraren står utanför klassrummet. Korridoren sträcker sig oändligt åt vänster och åt höger. Korridorens tegelväggar bildar ett tryggt ruttmönster som smälter samman i en linje vid horisonten. Åt höger och åt vänster blir dörrarna till klassrummen mindre och mindre. Men framför lärarens blick finns en stor vackert skolsliten brun dörr av trä. Hen är nöjd och trygg. I handen håller hen den nya kursplanen i matematik. Hen har läst och vet exakt vad varje mening betyder. Allt är kristallklart. Allt är tydligt och kort preciserat. Handen vilar på det väl använda dörrhandtaget. Hen vrider på huvudet. Hens blick möter läraren som är på väg in i klassrummet bredvid. De nickar. Även hen har kursplanen i handen. Även hen vet exakt vad som ska behandlas. Allt är kristallklart. De är båda nöjda.

Dörrhandtagen trycks ner och de tar var sitt kliv in i var sitt klassrum.

I klassrummet sitter elever längs rader. Huvudena är vända framåt. De tittar på läraren. Läraren pratar. Hen är så glad. Allt är kristallklart. Lektionen tickar på. Alla är glada. Leenden. Böjda nackar över böcker.

En elev räcker upp en hand och räcker över ett frågetecken. Läraren tar frågetecknet och jämför med kursplanen. Det finns inte med. Läraren skakar på huvudet och kastar frågetecknet i papperskorgen.

Läraren skrider fram och tillbaka bland bänkarna. Bänkarna bildar ett tryggt rutnät med en huvudknopp i varje ruta. Det är lugnt, tryggt och solen lyser in genom stora fönster. Läraren slår ut sina händer och gör en kort klapp. Lektionen är slut. Eleverna reser sig. Stolar skrapar. Väskor hängs på axlar. Läraren ler. Hen är nöjd. Allt är kristallklart.

Samma sak händer i klassrummet bredvid. Och bredvid. Och bredvid. Om vi kunde lyfta på taket till denna Skola, skulle vi sett att alla klassrum är utrustade med samma uppsättning elever. Samma uppsättning.

Sist kliver läraren ut ur klassrummet. Samtidigt kliver läraren bredvid ut. Och bredvid. Och bredvid.

Deras ögon möts. De är nöjda. De vet att alla exakt vad som står i det papper de håller i handen.

Allt är kristallklart. Korridoren sträcker sig oändligt åt vänster och åt höger. Korridorens tegelväggar bildar ett tryggt ruttmönster som smälter samman i en linje vid horisonten.

Om vi kunde lyfta på taket till denna Skola, då skulle vi sett att framför varje vackert skolsliten brun dörr av trä står samma lärare. Samma lärare. Samma uppsättning lärare. I Skola efter Skola utmed motorvägar och landsvägar.

Vi sätter snabbt på taket på denna Skola.

KUNSKAPENS TYSTA SPRÅK

En av ambitionerna med avsnittet *Språkets tysthet* var att visa att även vårt språk är beroende av praktik och praxis. Men om vi nu inte alltid kan finna definitioner på begrepp för allt vi vill studera, och om vi dessutom har som intresse att studera kunskaper som ofta uttryckts genom handlingar (till och med omedvetna) i en praktik som skapar skolans matematikutbildning, vad kan man då göra?

Det mesta faller emellertid på plats när vi tillåter oss att inse att detta att ha kunskap om något i många fall är att kunna uträtta något som den kunskapslösa inte kan göra. Kunskapens primära uttrycksmodus är då av gestisk, handlingsmässig eller expressiv art. Och i språkligt hänseende måste sådan kunskap artikuleras med hjälp av jämförelser, metaforer, liknelser och andra bildliga uttrycksätt. I sina respektive sammanhang är sådana uttrycksmedel fullvärdiga språkliga redskap. (Johannessen, 1999, s. 93)

Jag måste använda andra språkliga redskap vilka kan tyckas vara främmande inom en del forskningsområde. Jag ska nu ringa in vad jag i denna avhandling ska mena med analogi, metafor och berättelse. Detta görs genom att även relatera till det språk som Descartes, Darwin, Leibniz och Galilei använde i sina vetenskapliga skrifter.

Analogi

analogi (grek. analogía 'likhet', 'riktigt förhållande', 'proportion'), likhet, överensstämmelse, motsvarighet (i något visst avseende). (Nationalencyklopedin, 2013a)

Delvis kan man se ett yrkeskunnande som uppbyggt av en förmåga att i handling uppfatta analogier mellan olika situationer inom sin yrkesverksamhet. Men analogier kan också användas utanför den direkta yrkesutövningen, till exempel om man forskar på yrkeskunnande eller om man som yrkesverksam är involverad i fortbildning. Under dessa omständigheter är syftet att söka ord för att beskriva, förklara och utveckla sin förståelse av sin praktik genom att utforska analogier mellan till exempel rektorns och dirigentens praktik eller lärarens och läkarens praktik. Genom analogier kan vi då få tillgång till ord, begrepp och perspektiv som kan fånga aspekter som vi från början saknade ord för. Vi kan använda analogiskt tänkande som redskap för att bygga en förståelse för något vi utforskar.

Ett exempel; man kan göra en analogi mellan att vara matematiker och manusförfattare. Att skapa ett manus innebär att ta fram personer med en viss karaktär och att utveckla en handling. Men handlingen beror på valda karaktärers egenskaper, de kan inte utföra vilka handlingar som helst. Det måste finnas en

viss logik. På samma sätt är det inom matematiken. Begrepp med vissa egenskaper skapas, som enligt logiken och rådande teorier inte kan "uppföra" sig hur som helst. Producenten för den animerade satir- och komediserien *Simpson*, Al Jean, med utbildning i matematik från Harvard, ger ett exempel på en analogi mellan upplevelsen av att skriva komedi och matematisk verksamhet:

I look at comedy writing mathematically, it's sort of like a proof in which you're trying to find the ideal punchline for a setup, and when you get it it's a very elegant feeling. It's a little like the feeling I used to get on completing a proof when I was doing maths at college. (Hopkin, 2007)

Mouwitz (2006a) tar upp begreppet analogi i två olika fall, där det enklaste är analogier i form av "jämförelser mellan två kända och formulerade utfall, speciellt om det finns en övergripande begreppsapparat tillgänglig" (Ibid., s. 32). Man skulle kunna formulera det som att det är lättare att relatera utfallen A och B till varandra om de båda är relaterade till något övergripande begrepp C. Det andra fallet är svårare, menar Mouwitz, då det inte finns ett generellt övergripande begrepp C att relatera de specifika utfallen A och B till. Utan C kan det bli svårare att "greppa" och fixera A och B.

Denna uppdelning återfinns även i Adrian Ratkics redogörelse för Kjell Johannessens uppdelning av "analogiskt tänkande" och "genuint analogiskt tänkande" (Ratkic, 2006, s. 102). Men Ratkic gör också en uppdelning utifrån i vilket syftet man formulerar sig analogiskt – under själva yrkesutövandet eller att som forskare beskriva ett yrkeskunnande.

Darwin använde sig av analogiskt tänkande på flera sätt i sina efterforskningar. Som den praktiker han var skedde mycket analogiskt tänkande då han lade ännu en duva till sin duvsamling. Som teoretiker lät han sig inspireras av och såg analogier till helt andra områden, så som Miltons dikter eller teorier av ekonomen Tomas Malthus kring levnadsvillkoren i 1800-talets England.

In October 1838, that is, fifteen months after I had begun my systematic inquiry, I happened to read for amusement Malthus on Population, and being well prepared to appreciate the struggle for existence which everywhere goes on from long-continued observation of the habits of animals and plants, it at once struck me that under these circumstances favorable variations would tend to be preserved, and unfavorable ones to be destroyed. The results of this would be the formation of a new species. Here, then I had at last got a theory by which to work. (Darwin, 1958, s. 120)

I *Om arternas uppkomst* konstruerade Darwin etiketten "naturligt urval" som kan ses som en metafor, ett avstamp, till att göra analogier mellan mänskligt och naturligt/djuriskt. Han "greppade" ett av fallen.

Denna princip, som innebar att varje gynnsam förändring bevaras, hur obetydlig den än må vara, har jag här kallat det "naturliga urvalet", för att på så sätt markera dess släktskap med människans makt och förmåga till sådant urval. Vi har redan sett att människan förvisso kan åstadkomma stora märkliga resultat enligt planmässigt urval, och kan anpassa andra organismer till sitt eget bruk och nytta genom att utnyttja de små men fördelaktiga variationer som skänkts henne av naturen. Men det naturliga urvalet är, som vi snart ska bli varse om, en kraft som ständigt står redo att gripa till handling, och är därmed oändligt överlägsen människans små och futtiga strävanden som naturen är överlägsen konsten. (Darwin, 1859/2009, s. 49)

Ett annat exempel ges av ett avsnitt ur *Dialog om de två världssystemen*, där Galileis alias Salviati försöker förklara för Simplicio, och här handlar det om att göra analogier med ett pedagogiskt syfte. I ett tidigare citerat avsnitt kring diskussionen om en kula som faller ner längs masten på ett skepp, ifrågasatte Salviati om de herrar vars ord Simplicio litar så starkt på verkligen hade genomfört experiment med skepp, mast och kula. Men det visar sig att inte heller Salviati har brytt sig om att göra experiment:

SIMP. Ni har således inte gjort hundra prov, eller ens ett, och påstår ändå så frimodigt att det är säkert? Jag återgår till min klenrohet, och till samma visshet om att experimentet gjorts av de förnämsta auktorer som åberopar detta bevis, och om att det bekräftar vad de hävdar.

SALV. Fast jag är utan erfarenhet, är jag säker på att verkan är den som jag säger, för det måste nödvändigtvis vara så. Jag tillägger dessutom att också ni själv redan vet att det inte kan vara annorlunda, även om ni låtsas, eller leker att ni låtsas, att ni inte vet det. (Galilei, 1632/1993, s. 175)

Men hur går detta ihop? Här avfärdar experimentets fader experiment? Han påstår dessutom att även Simplicio också vet, att Simplicio har en tyst kunskap han inte vill medge eller är medveten om. Därtill påstår Salviati att han kan lära honom:

SALV. Jag märker också att ni förstår saken, men inte hittar de rätta orden för att uttrycka den. Dem kan jag faktiskt lära er. Jag kan alltså lära er orden, men inte sanningarna, som är saker. Och för att verkligen få er att förstå att ni redan vet det, men att bara orden fattas, så säg mig: när ni skjuter iväg en kula med bössa, åt vilket håll får den impetus²⁶ att gå? (Ibid., s. 228)

²⁶ "Impetusteorin (av lat. i'mpetus 'hastig rörelse', 'våldsamhet', 'fart'), en förklaring till kroppars påtvingade rörelse, formulerad av Jean Buridan i Paris på 1320-talet. En sten som kastas antas vid kastet få en "kraft till rörelse" (impetus ad motum), som sedan avklingar p.g.a. luftmotståndet och stenens tyngd. Impetusteorin var en nyhet inom

Ni vet redan, hävdar Salviati, och hur förklarar då Salviati? I citatet fortsätter han diskussionen genom att fråga: när *ni* skjuter iväg en kula med en bössa, åt vilket håll får rörelsemängden kulan att fara iväg? Det viktiga ordet här är just "ni". Salviati bygger upp ett resonemang för att förklara för Simplicio genom att göra analogier mellan det Simplicio redan vet via vardags- eller yrkesmässiga erfarenheter, till exempel att skjuta med en bössa. Vi kan se att Salviati, Simplicio och Sagredo gnuggar tillsammans "i välvillig anda med hjälp av frågor och svar utan all missunnsamhet" (Platon, 2009, s. 271). Dialogen myllrar av vardagserfarenheter och tankeexperiment. Man funderar över hur örnar flyger, trissor landar och hur stenar rör sig som släpps av ryttare till häst i full galopp. Ja, eller varför inte gå in i sovrummet?

SALV...//...Jag tror, och jag vet att också ni just nu tror, att så snart armen stannar, stannar också luften omkring den. Låt oss gå in i sovrummet och skaka om luften så mycket vi kan med en handduk. När handduken har stannat, tar vi in ett litet tänt ljus i rummet, eller släpper ett tunt stycke bladguld, så att ni kan se på bådas lugna gång att luften omedelbart återgått till vila. Jag kunde tillfoga tusen andra erfarenheter, men om inte en av de här räcker, kan ert fall nog anses helt hopplöst. (Galilei, 1632/1993, s. 184)

Salviati använder analogiskt tänkande, vilket grundar sig i en förmåga att lägga märke till och hålla i minnet hur vardagserfarenheter kan tolkas, ifrågasättas och fogas ihop till resonemang.

SALV. Om ni nu är tillfredsställd, herr Simplicio, kan ni inse att ni själv i verkligheten visste att jorden lyser minst lika starkt som månen, och att ni har blivit säker på det bara genom att hålla i minnet en del saker som ni redan vet, och som jag inte har lärt er. För jag har inte visat er att månen lyser starkare på natten än på dagen. Det visste ni redan själv, liksom ni visste att ett litet moln syns lika ljusst som månen. Ni visste likaså att jordens ljus inte syns på natten. Kort sagt visste ni allt, utan att veta om att ni visste det. (Ibid., s.115)

Metafor

metafor [-fo:´r-] (latin *meta´phora*, av grekiska *metaphora´*, det senare även med betydelsen 'bortförande till ett annat ställe', av *metaphe´rō* 'bära bort'), stilterm: ett bildligt uttrycksätt där likheter eller inre överensstämmelser motiverar att en företeelse (sakledet) byts ut mot någon annan (bildledet). (Nationalencyklopedin, 2013e)

ramen för den aristoteliska fysiken och anses vara ett steg på vägen mot tröghetslagen sådan den formulerades på 1600-talet." (Nationalencyklopedin, 2013c)

Gränsen mellan metafor och analogi ter sig ibland svår – Lars Mouwitz gör distinktionen mellan att säga "bilens motor är som ett hjärta" (analogi) eller "bilens motor är ett hjärta" (metafor), vilket han menar är snarare en formell än en funktionell gräns (2006). Ratkic pekar på svårigheterna att särskilja dem eftersom "så fort vi börjar analysera hur en metafor fungerar i en viss kontext ger vi oss ut på analogins område" (Ratkic, 2006, s. 106).

I *Darwin's Plots* diskuterar litteraturprofessorn Gillian Beer hur analogiers och metaforers roll inom vetenskapen har sysselsatt många forskare (vilket jag återkommer till) och att ett skifte har skett från att ha sett metaforer som dekorationer till fokus på "process of thinking" (Beer, 2009, s. 83).

Matematikerna och filosoferna Leibniz och Descartes strävade båda två efter att förklara och beskriva hur de tänkt och vad de utfört i form av experiment. I *Den förutbestämda harmonin* (Leibniz, 1684/1927) och *Om metoden. Att rätt bruka sitt förstånd och utforska sanningen i vetenskaperna* (Descartes, 1637/1926) duggar metaforerna tätt där skepp far omkring, luft blåses i orgelpipor, knutar huggs itu, klockor sätts igång, vågorna brusar och städer rivs ner medan murgrönan växer.

Metaforer kan ibland, precis som en bild, säga mer än tusen ord. Vilket kan bli ett problem. Det finns svårigheter med metaforer, då de delvis kan leda tanken åt fel håll och/eller bara delvis överensstämmer med aspekter från det man utgick från. Ett exempel finns i *Skola för bildning*, kapitel 2. Där finns en underrubrik som heter "Kunskaper som redskap" (SOU 1992:94, s. 67). I avsnittet presenteras en syn på kunskap som något som används, utvecklas och förändras i ett flöde av att lösa speciella problem i speciella sammanhang. Metaforen "redskap" fångar då den relationella aspekten av kunskap – olika problem i olika sammanhang kräver olika redskap. Men samtidigt förvirrade rubriken mig, då jag ser redskap som något färdig och oföränderligt. Hammaren förändras och utvecklas inte när jag använder den. Inte utifrån min begränsade vardagserfarenhet av hammare. Metaforen lyckas inte fånga just den aspekten som skrivs fram i avsnittet och jag finner att jag börjar fundera om det finns redskap som just förändras vid användning? Skiftnyckel?

Läroplansteoretikern och pedagogikprofessorn Ulf P. Lundgren delar in metaforer i tre kategorier, och pekar också på problem:

En metafor innebär att flytta ett ord från ett sammanhang till ett annat. Med andra ord skapar man en relation mellan två termer. Denna relation kan uttryckas som en ersättning, en jämförelse eller som en interaktion. En metafor som uttrycker en ersättning kan exemplifieras med meningen: "Målvakten var en panter." I grunden är det ett meningslöst påstående, samtidigt ger den en bild av ett starkt, snabbt och mjukt agerande i målet. Denna typ av metafor gränsar till metaforer som handlar om jämförelser. I det senare fallet utgår man från ett känt

faktum. Vi vet att floder flyter; att beskriva tidens lopp med att tiden flyter ger en tydlig jämförelse. Den tredje typen av metaforer är interaktiva metaforer, dvs. metaforer som påverkar det jämförda med det som jämförs. Att beskriva minnet som en form av datamaskiner ger inte bara en bild av minnet som en maskin utan gör också datamaskiner mänskliga. (Lundgren, 2013)

Lundgren menar att just den interaktiva metaforen kan leda till att jämförelsen försvinner och att vi tror vi uttrycker kunskap, till exempel att hur *mätningar* av nervreaktioner uppfattas som psykiska processer *i sig* inom hjärnforskningen.

Detta pekar på att vi inte alltid är medvetna om att vi använder eller skapar en metafor och hur det påverkar oss. Jag minns från min praktik som blivande matematiker då jag famlade efter ett ord (och en symbol) för ett begrepp som var halt, och vars egenskaper och konsekvenser jag inte riktigt kände till än. De benämningar jag valde blev ibland omedvetet eller medvetet även metaforer.

När jag studerade algebraiska strukturer vid McGill University i Montreal lärde jag mig alla termer på engelska. Ett begrepp inom algebra benämns med ordet *field* på engelska, som för mig är ett vidsträckt böljande fält. Väl hemkommen var det svårt eller komiskt att anamma det svenska (eller ursprungligen tyska ordet) *kropp* för samma begrepp.²⁷

Denna upplevelse är ett konkret exempel på att metaforer har en mer genomgripande effekt i våra liv, som vi inte alltid är medvetna om. I *Methaphors We Live By* menar lingvisten George Lakoff och filosofen Mark Johnson att metaforer formar hur och vad vi uppfattar i vår verklighet, hur vi tänker kring begrepp och hur vi handlar och kommer att handla i framtiden (Lakoff & Johnson, 1980). Metaforer hjälper oss att strukturera vår verklighet och används för att sanktionera handlingar och rättfärdiga slutsatser. En av Lakoffs och Johnsons poänger är att mycket i vårt vardagliga tal är metaforiskt utan att vi är medvetna om det, till exempel att jag uttrycker mig med orden "jag fick en idé" eller "det slog mig att" eller "nu trillade *polletten* ner" indikerar en bakomliggande metafor, "idé som objekt". Lakoff och Johnson skiljer mellan "conventional" och "imaginative and creative" metaforer.

De konventionella metaforerna organiserar, vår grundläggande, kulturellt betingade begreppsvärld, och reflekteras i vårt språk. De fantasifulla och kreativa metaforerna kan ge oss ny förståelse och mening till våra erfarenheter och nya sätt att uppfatta verkligheten. Men de kan även avslöja och göra oss medvetna om att vi använder metaforer överhuvudtaget i vår nuvarande verksamhet och att dessa dessutom skiljer sig från de nya.

²⁷ De matematiska begreppen *ideal*, *värderingar* och *perfekta kroppar* har givet upphov till åtskilliga skämt vid lunchbordet.

Indelningen i "conventional" och "imaginative" påminner om filosofen Paul Ricoeurs diskussioner i *La métaphore vive*²⁸, där det levande i metaforerna utgörs av det faktum "that it introduces the spark of imagination into 'thinking more' at the conceptual level" (2003, s. 358). Finns det liv så finns det metaforiskt också döda metaforer, som Ricoeur ser som de omedvetna och dolda (Ibid., s. 305).

Att börja leva efter en ny metafor är svårt, menar Lakoff och Johnsson. En ny metafor kan få bäring när vi börjar förstå våra erfarenheter i termer av den men framför allt blir den en del av vår verklighet om vi börjar *agera* i termer av den. Lakoff och Johnsson hävdar att många kulturella förändringar kommer från introduktionen av nya metaforiska begrepp och förlorandet av gamla.

Ett exempel kan ges av matematikdidaktikern Anna Sfard (1998) som synliggör att i slutet av 1990-talet fanns två dominerande metaforer i diskursen för lärande, varav en var ny. Den äldre metaforen hon lyfter fram kring lärande är "the acquisition metaphor". Då ser man lärande som att man förvärvar och samlar stapelbara bitar av kunskap på varandra i sitt inre tomma jag. Ena biten hakar i den andra, var för sig och "jaget" ses som en behållare för kunskap. När man fyllt på, kan man förflytta sig i tid och rum och ta fram bitar och använda dessa i något annat sammanhang. Den då, enligt Sfard, nyare metaforen "the participation metaphor" ser lärandet som en del av att var delaktig och aktiv i en praktik. Man lär sig genom handlingar i ett visst sammanhang, och kunskapen uppvisas genom att man kan handla (enligt praktikens regler) i den situation man befinner sig i. Exempel kan ges av att skrivandet av denna avhandling "flyter" på, eller när min dotter som liten gjorde siffra till ett verb och utbrast "nu siffrar jag". Min avhandling genomsyras av den deltagande metaforen för lärande. Den deltagande metaforen kan leda till slutsatser i stil med, "Vad vi måste lära innan vi kan göra, lär vi oss genom att göra." (Bergendal, 2003, s. 37).

Sfard använder en metafor för att beskriva metaforer, nämligen som ett tveeggat svärd:

On one hand, as a basic mechanism behind any conceptualization, they are what makes our abstract (and scientific) thinking possible; on the other hand, they keep human imagination within the confines of our former experience and conceptions. (Sfard, 1998, s. 5)

Lars Mouwitz diskuterar i sin avhandling en rad metaforer för matematik (2006a). Han lyfter fram deras förtjänster, brister och ibland uppfordrande anslag. Här rör det sig om att matematik är ett växande hus, en sträng ram, ett vägnät, ett landskap eller naturens esperanto. Han lyfter även fram att metaforen inte

²⁸ Rent metaforiskt är det intressant att originaltiteln på franska är *La Métaphore vive*, medan den engelska översättningen har titel *The Rule of Metaphore*. Vilka gnistor tänds av dessa olika metaforer?

enbart säger något om *objektet* utan även om *subjektet* – det finns ju en människa som uttalar metaforen.

I ett blogginlägg (2007-03-07) debatterade författaren Marcus Birro kulturelitens hyllningar av en för honom obegriplig poet. Det intressanta här är att Birro använder "matematik" som metafor:

Jag minns när min mattelärare på gymnasiet började dela ut prov där mattetalen innehöll bokstäver. Jag vägrade helt enkelt. Likadant är det med poesin Malte Persson representerar. Det är matematik. (Birro, 2007, 29 maj)

Han gör det säkert skitbra, men den lyrik han representerar (och det här är tyckte och smak, ingen sanning) är som ett främmande språk för mig, en helt annan konstform. Matematik var ordet. (Birro, 2007, 30 maj)

Birro förklarar hur han förstår Malte Perssons poesi genom att använda matematik som metafor. I avhandlingen *Skolans matematik* inom utbildningssociologi, använder civilingenjören Sverker Lundin följande metaforer:

Utsidan av skolans matematik är en blank spegel, dess insida en hård domare – båda i kraft av att verkligheten till sin natur antas vara matematisk och matematikkunnande antas vara användbart nästan överallt. (Lundin, 2008, s. 57)

De exempel på metaforer som Lars Mouwitz tar upp i sin avhandling görs av matematiker och fysiker verksamma inom vetenskaperna, och deras metaforer handlar till stor del om matematiken som vetenskap. Vad säger dessa metaforer om matematiker och fysiker och deras praktik? Metaforerna från Marcus Birro och Sverker Lundin gäller skolans matematik. Vad säger detta oss om författaren respektive civilingenjören som blev utbildningssociolog? Vilka metaforer finns idag kring matematikutbildningens verksamhet, vem skapar dem och vilka kan vi utmana oss själva med att skapa? Detta återkommer jag till i Del III och IV.

Berättelse

Jag ska avsluta detta avsnitt med att göra en analogi, eller kanske flera. Om jag återgår till analogin mellan matematikern och manusförfattaren, ledde detta i sin tur till att jag "lade märke till" (såg en analogi till) en berättelse från manusförfattaren till Simpsons. Berättelsen handlade om att det finns en likhet mellan känslan av att sätta en "punchline" i ett skämt och att få till ett bra bevis. Detta leder mig vidare till att göra en analogi till en specifik känsla från min praktik som lärare, den där känslan av punchline och humor. Jag har använt mig av ett av komikerparet Anders och Måns skämt i undervisningen:

In släntrar trettio två sjuttonåringar. Jag tränger mig före med min vagn som är ett stöldgods från någon språkavdelning på Hvitfeldtska gymnasiet och som innehåller mitt lilla mobila

matematikbibliotek. Jag slår upp min pärm, vänder mig mot tavlan och skriver upp lektionens första matematikproblem till ljudet av skrapande stolar:

Varför måste uttrar dö?

Jag vänder mig mot klassen och insuper sextiofyra förvirrade ögon. Vilken underbar syn. Jag tar ett djupt andetag och låter läraren-har-blivit-tokig-tystnaden breda ut sig i salen. Det är dags för lite matematisk modellering!

Det jag skrev ovan var ett *exempel* från min egen erfarenhet i form av en berättelse. Fler har getts i tidigare avsnitt. Att verbalisera, formulera, diskutera och analysera exempel i form av *berättelser från praktikers vardag* är bärande byggstenar för att utveckla ett yrkeskunnande och även för att beforska, förstå och förmedla ett kunnande vidare. Ja, om vi litar på Galilei kan även små berättelser från vardagen eller fantasin bygga upp eller förmedla (genom hållbara analogier) en förståelse för ett fenomen.

Kunskapen sker ju i handlingar av och mellan människor i en situation. Skeendena sker, men hur kan vi frysa och förmedla skeenden? Det finns en tidsaspekt, ett tidsförlopp att beakta. Ovan presenterade jag exemplet med hjälp av en dramatiserande text i syfte att förmedla en upplevelse av den verksamhet jag upplevt. På samma sätt som metaforer och analogier ger oss möjlighet att se något som något annat, ger *berättelsen* oss möjlighet till att vi kan se en mängd isolerade händelser *som något annat*, som en meningsfull helhet, en intrig (plot). I förarbetena till *Filosofiska undersökningar* fullföljs poängen med kontextens betydelse genom att föra in skådespelarkonsten och dramat, § 38: "The contexts of a sentence are best portrayed in a play." (Wittgenstein, 1996, s. 6e).

Galilei beskrev sina kunskaper genom att skriva ett skådespel, en berättelse. Främsta skälet till att det blev en berättelse i form av en dialog var måhända rädslan för kyrkans reaktioner och maktmedel, men det kan även varit av pedagogiska skäl. Ett annat exempel är Platons dialoger. I berättelsen *Menon* utforskas kunskapens natur genom att Sokrates, Menon och Menons slav samtalar och utför handlingar, till exempel i matematik (Platon, 2001).

SALV. Lägg därför fram skäl och demonstrationer, herr Simplicio, era och Aristoteles', och inte skrifter och rena auktoriteter, för våra resonemang måste hålla sig till sinnevärlden och inte till en pappersvärld. Och eftersom vi igår drog fram jorden ur skuggorna och belyste den under öppen himmel,...(Galilei, 1632/1993, s. 141)

Trots allt tillhör Galileis bok just pappersvärlden, en värld som uppenbarligen kan förmedla skäl och demonstrationer om språkets hela potential används. Att berätta berättelser verkar vara en del av att vara människa och ett sätt för

människan att förstå sig själv, vilket Salman Rushdie hävdar i sin biografi som jag inledningsvis citerade i denna avhandling (2012). Litteraturen, filmen och konsten berättar och har berättat. Även matematiken har sina historier som återkommer i olika tider och kultur, ofta i form av matematiska problem.

Jag ska nu dra fram en metafor ur skuggorna och belysa den under öppen himmel och från den tysta kunskapens utsiktspunkt diskutera kunskapsformerna fakta, förståelse, färdighet och förtrogenhet. Detta bildar avslutningen på min vandring mellan olika utsiktspunkter för att bilda en egen kunskapssyn och hörsel.

KUNSKAPENS ISBERG SMÄLTER

I inledningen av Del I, *Kunskapssyn och hörsel*, valde jag som första utsiktspunkt diskussionerna om kunskap i *Skola för bildning* (SOU 1992:94), som ligger till grund för skolans verksamhet i Sverige. Det radikala var att man synliggjorde kunskapsformerna färdighet och förtrogenhet. De skulle, och ska fortfarande, räknas som kunskap i svensk skola. Man särskilde också ut förståelse ifrån fakta. Man utgick från att kunskap konstrueras, bildas och ombildas av människor och kommer till uttryck i vissa sammanhang, samt är redskap för vissa syften. Detta medför egentligen att all kunskap "finns" i en praktik.

I avsnitten *Praktiker bildar skolans matematikutbildning* och *Att bilda kunskap i praktiker*, har jag ringat in ordet praktik och gett exempel på människors handlingar i olika praktiker som bidrar till skapandet av skolans matematikutbildning, varav en del av praktikerna utforskas vidare i Del II. I dessa praktiker är jag intresserad av den typ av kunskap som kan benämnas som "tyst" eller oformulerad. Jag har i tidigare avsnitt diskuterat frågan om varför den är "tyst" och varför den i vissa fall kommer att förbli tyst.

I termer av de fyra F:n faller förtrogenheten in som en del av den tysta kunskapen. Men jag ska nu ta min nya utsiktspunkt kring tyst kunskap och ifrågasätta vilka kunskapsformer som verkligen omfattar "tysta" och även "högljudda" inslag. Jag har hakat upp mig på följande metafor i *Skola för bildning*:

Kunskaper är som isberg – endast en del är synligt. (SOU 1992:94, s.63)

Man syftar här på att fakta, förståelse och färdighet är synliga delar medan förtrogenhet är den icke-synliga, dolda kunskapen. En väl avgränsad färdighet är naturligtvis synlig – en handling utförs med kroppen, om så med bara en hand på ett papper. Men egentligen är även förtrogenheten fullt synlig genom att en person deltar aktivt i en viss verksamhet. Personens handlingar uppvisar ju förtrogenheten (eller bristen på det). Förtrogenheten ligger ju inte dold och osynlig – men kanske *oformulerad*. Med referens till filosofen Peter Winch, lyfter Janik fram att Wittgenstein "hävdar att allt som rör mänskligt beteende är iakttagbart, men inte för vem som helst. För dem som inte förstår specifika handlingssätt blir det helt obegripligt." (Janik, 1991, s. 135). Metaforen "kunskap som isberg" verkar låta det "synliga" stå för de "hörbara" fakta och förståelse. Men om man enbart lyssnar efter en viss typ av språk och inte inkluderar upplevelser av handlingar och ett vidare språkbruk då är det klart att förtrogenheten blir både tyst och stannar utanför synfältet. Jag undrar även om metaforen kan bidra till hur vi uppfattar och förhåller oss till en egentligen fullt synlig förtrogenhet som dold? Blir förtrogenhet mer mystisk än vad den är? Finns det även en värderingsaspekt här – det som tronar på den rena vita toppen klart

och tydligt är fakta och förståelse, medan förtrogenheten är utblandad i ett oändligt oöverblickbart smutsigt hav. Kan denna välkända metafor påverka vårt sätt att värdera kunskapsformerna trots de motsatta ambitionerna i *Skola för bildning*?

Jag ska nu med hjälp av de tidigare avsnitten i Del I ifrågasätta på tre sätt hur väl vi verkligen kan se det som tronar på toppen av isberget – fakta och förståelse. Framträder de på toppen på samma sätt för oss alla, oavsett vem av oss eller från vart vi riktar blicken?

Den första aspekten jag vill lyfta är att fakta och förståelse dels kopplas starkt till språket men även till att de är "intimt förbundna med varandra" (SOU 1992:94, s.64). Fakta är "kunskap som information, regler och konventioner" och "kan mätas i termer av mer eller mindre" (Ibid., s.65). Fakta beskrivs som förståelsens "byggstenar" och det är fakta "som vi med förståelse försöker se en mening i" (Ibid., s.64).

Kunskap som förståelse kan vara mer eller mindre privat. Att tillägna sig begrepp och strukturer, som byggts upp inom olika ämnesområden, innebär att vi internaliserar kollektiva begrepp i vår förståelse av fenomen. Därigenom får vi en grund, en gemensam referensram, som möjliggör kommunikation. "Överföringen" av en sådan gemensam referensram eller förståelsegrund sker främst genom språket. (Ibid., s. 65)

Fakta och förståelse uttrycks och utvecklas naturligtvis genom att introducera, definiera och bemästra allt fler begrepp som är definierade mer eller mindre uttömmande. Det är viktigt att vi är så noga vi bara kan. Men som jag har diskuterat i avsnittet *Språkets tysthet* innebär vårt bruk av språket att vi följer regler, vilka inte kan formuleras språkligt. Kunskapen återfinns inte i tecknen. Det behövs många olika nivåer eller former av kunskap, som behöver gnuggas mot varandra, enligt Platon, för att ens bilda förståelse av något så väldefinierat som en cirkel. Så, i den del av fakta och förståelse som är kopplat till språket finns även tysta aspekter av kunskap.

Perspektivet i *Språkets tysthet* framställer vårt språkbruk i tal och skrift som oprecist, otydligt, vagt och tvetydigt. Talet och skriften kan inte stå på egna ben. Även språket är beroende av praktiken och praxis. Även fakta och förståelse som uttrycks språkligt. Man kan till och med, precis som *Skola för bildning* gör i en fotnot, konstatera att det finns "egentligen inga 'rena' fakta. Ett välkänt exempel på detta är eskimåernas språk, som har ett stort antal olika ord för 'snö!...//...'" (Ibid., s. 65). I så fall kan vi stå och stirra mot isbergstoppen väldigt länge.

Kanske är det de delar av vår kunskap som är beroende av språket och språkligt utmejslade begrepp, som ligger fördolda under ytan i isbergsmetaforen? Skeva och fladdriga och beroende på var och vem som riktar blicken ner i vattnet

vid kanten av isberget? Nja, enligt resonemangen förda är det väl så att de också är synliga och kännbara och inte enbart hörbara eller läsbara.

Nästa aspekt jag vill problematisera är förståelsens intima koppling till fakta och *inte* färdighet. "Medan förståelse är en teoretisk kunskapsform är färdighet en praktisk." och "Färdighet kan ses som den praktiska motsvarigheten till den teoretiska förståelsen." (SOU 1992:94, s. 65). Det skapas ett avstånd mellan det praktiska och det teoretiska. Jag kan se en begränsning i att förståelsen endast "arbetar" med fakta som byggstenar och inte även tillåter "handlingar" eller erfarenheter av handlingar som byggstenar. Det är med förståelse vi även försöker se mening i vårt handlande och även omvänt, genom att handla meningsfullt bygga upp en förståelse. Matematikern Sten Kajser beskriver matematiken:

Vi kan inte ta på abstrakta begrepp men vi kan göra något med dem. Att göra något med dem kan vara att vrida på figurer, exempelvis genom att arbeta med figurer i en dator. Det meningsfulla uppstår när vi gör något med dem, det är där det procedurerna kommer in. Det är svårt att förstå något som man inte kan inte göra något med. (Göranzon & Mouwitz, 2005, s. 111)

Detta görande – vridandet, arbetet, de små procedurerna – sker inom en praktik med en praxis och "praxis ger orden deras mening" (Wittgenstein, 1977/1996, § 317).

Att förstå är att begripa, att uppfatta meningen eller innebörden i ett fenomen. (SOU 1992:94, s. 64)

Denna förståelse kan både bildas och ge sig tillkänna i form av en handling, en färdighet. Att vi kan uttrycka oss garanterar inte att vi har kunskap, nog har vi alla ibland möts av högljudd välartikulerad okunskap. I avsnittet *Kunskap som bildas i praktiken* framgår det att en förståelse kan manifesteras i en handling. Snickrandet av en gitarr, svetsandet av en kaross, utförandet av en komplicerad algebraisk manipulation, framskrivandet av ett dramatiserande exempel, kan vara uttryck för en förståelse för material, eld, matematiska begrepp, språk och rytm.

Svårigheten kring detta kanske bottnar i att det omvända inte behöver var sant, ibland kan vi göra utan ha någon djupare förståelse för det vi gör.

Jag kommer nu till det tredje och sista aspekten jag vill lyfta:

SALV. Jag märker också att ni förstår saken, men inte hittar de rätta orden för att uttrycka den. (Galilei, 1632/1993, s. 228)

I beskrivningen av förståelse lyfts språkets betydelse (med rätta) upp:

När vi lär oss ett språk, får vi också en struktur av sociala meningar och relationer. Språket bär betydelser. Att utvecklas språkligt innebär därför att få tillgång till fler ord och begrepp som möjliggör alltmer nyanserade uppfattningar. (SOU 1992:94, s. 65)

Min fråga är nu vilket eller vilka språk avses? Det språk Salviati och Simplicio eller Galilei brukade var långt ifrån en fråga om allt fler begrepp. I *Kunskapens tysta språk* har jag visat på ytterligare språkliga redskap i form av analogier, metaforer och berättelser. Här finns paralleller till Asplunds beskrivning av att förstå något, betyder i den vidaste bemärkelse, att "man kan se detta någonting *som någonting*" (1970, s. 60). Det handlar om att formulera sin kunskap trots språkets och kunskapens tysthet.

Vad innebär det att veta vad ett spel är? Vad innebär det att veta det men inte kunna säga det? Är detta vetande en sorts ekvivalent till en uttalad definition? Så att jag, om definitionen uttalades, skulle godta den som ett uttryck för mitt vetande? (Wittgenstein, 1978, s. 47, § 75)

Johannessen menar att det finns en frestelse att när man inte kan ge en definition istället ger en drös exempel som pekar i riktning mot ett spels väsen vilket Wittgenstein avvisar. § 75 fortsätter:

Är inte mitt vetande, mitt begrepp om spel, helt uttryckt genom de förklaringar som jag kunde ge? Nämligen genom att jag beskriver exempel på spel av olika slag; visar hur man analogt kan konstruera andra spel av alla möjliga slag; säger att det och det skulle jag knappast längre kalla för ett spel; och så vidare. (Ibid., s. 47)

Han skriver att hans vetande uttrycks helt genom de förklaringar han kan ge. Dessa förklaringar är inte begreppsliga definitioner. De är *exempel*, men inte slumpmässiga spridda grupper av exempel, utan tre genomtänkta steg; exempel på spel, hur man kan konstruera nya spel, samt vad som är gränsen för att klassas som spel. Han använder språket på ett annat sätt än de välpolerade definitionerna.

Regler förslår inte till att fastställa en praxis, utan man behöver också exempel. Våra regler lämnar bakdörrar öppna, och praxis måste tala för sig själv. (Wittgenstein, 1992, s. 28, §139)

Så, genom att enbart studera det språkligt lätt fastslagna – reglerna – för skolans matematikutbildning, kan jag inte "fastställa praxis" eller hur eller vad som bildas.

Det finns en förståelse av skolans matematikutbildning bakom de där baddörrarna. För att ta mig in där och bilda mig en förståelse för skolans matematikutbildning, behöver jag termer och begrepp men även analogier, metaforer och berättelser ur praktiken.

Sammanfattningsvis, analysen och utvidgningen av kunskapsbegreppet som gjordes i *Skola för bildning* var oerhört viktig. Man tände lampan och uppmärksammade att kunskapens berg var ett isberg, en metafor som synliggjorde omfattande kunskaper som tidigare inte getts värde. Man inkluderade färdighet och förtrogenhet inom kunskapsbegreppet och man visade på att fakta inte var allt utan utgjorde en liten del av ett gigantiskt isberg.

Men genom min analys i Del I finner jag att det existerar en tyst kunskap som skär tvärsigenom alla de fyra kunskapsformerna som svensk skola grundar sig på. Den är inte reserverad till förtrogenhet. Jag finner även att förståelsebegreppet är begränsande. Är det dags att smälta kunskapens isberg?

Min analys i Del I leder också till att jag väljer att använda ett utvidgat förståelsebegrepp i min avhandling som jag beskrivit ovan. Detta utvidgade förståelsebegrepp förklarar mitt eget avhandlingsarbete med att förstå skolans matematikutbildning, det sätt som jag väljer att genomföra min undersökning, och det sätt jag väljer att berätta.

Varför är skolans matematikutbildning på detta viset? Vilka vis kan jag med min förståelse uppfatta? Borde det vara på dessa vis? Detta är frågorna min forskning handlar om och därmed är det dags att närma mig den senaste praktiken på min yrkesbana. Vem är jag – Anette Jahnke – som forskare? Hur forskar jag? Hur ska jag placera in mig i forskningens praktik? Hur ser min metod ut för att förstå?

ANETTE JAHNKE SOM FORSKARE I PRAKTISK KUNSKAP

I *Tolkning och reflektion* diskuterar Mats Alvesson och Kaj Sköldberg samhällsvetenskapens metoder, deras möjligheter och utmaningar (2008). Å ena sidan lever en positivistisk syn på forskningen kvar, men å andra sidan har kritiken av denna utvecklats ett parallellt spår med en uppsjö av andra metoder för forskning, så som kritisk teori, feminism, poststrukturalism, grundad teori, fenomenologi och hermeneutik. En del av problematiken cirkulerar kring förhållandet mellan *forskaren* som verksam i ett samhälle, *empirin*, ofta benämnd med den kraftfulla metaforen "data" och *verkligheten*. För att reflektera över forskarens roll kan man bruka metaforer för att roa och oroa. Man kan som forskare tänka sig metaforer som till exempel fältarbetare, detektiv, kulturkritiker, fritänkare eller konstruktör (Ibid., s. 547). Alvesson och Sköldberg använder även ironiska varianter:

Vi menar som sagt att det är oklokt att uppfatta sig själv som en svampblockare, åtminstone vad gäller forskningens mest väsentliga element. En annan olycklig forskarsyn representeras av uttryck som räknedosa eller tvångsneurotiker, för att (induktivt) hänvisa till två metaforer som elaka kollegor har nyttjat för att referera till matematiskt sinnade samhällsvetare respektive laboratoriepsykologer. (Laboratorieexperiment handlar ju om att hålla allting under kontroll. Fixering vid kontroll utmärker tvångsneurotikern.).

...//...forskaren som upphöjd felfinnare (kritisk teori), agitator (feminism) och motor på frigång (poststrukturalist) anföras som nyttiga motbilder. För foucauldianer kan kanske paranoiker vara en möjlighet (all kunskap är nära lierad med makt – den skapar sin sanning, och är därför farlig, antas det). (Ibid., s. 547)

Hur ska då Anette förhålla sig till praktiken som forskare? Hon väljer att lyssna åt ett annat håll:

Det var en gång en liten pojke som höll sin pappa i handen när de gick hemma i trädgården i en by i England. Pojken frågade vad blommorna hette och pappan svarade medan de sakta gick gången fram. "Min far och mina äldre systrar har sagt att när jag var mycket liten var jag förtjust i att ge mig ut på långa ensamma vandringar, men vad jag tänkte på under dem vet jag inte. Jag var ofta helt uppslukad av mina tankar." (Franck, 2009)

Vetenskapsjournalisten Katarina Franck gjorde en serie radioprogram i vetenskapsradion kring Charles Darwin med anledning av firandet av hans födelse 1809. Ett av inslagen i den första delen kommer från hennes medverkan vid examinationen av doktorandkursen *Vetenskapsfilosofi, yrkeskunnande, metod & filosofiska Dialoger* på Kungliga tekniska högskolan. I programmet fick Anette

frågan hur det kom sig att de hade läst originaltexter av Darwin på kursen? Anette svarade:

– Det första jag tänkte var, varför man inte har läst den tidigare, alltså när jag väl läst den. För mig som lärare tycker jag att den sprudlar av nyfikenhet och lust att ta reda på någonting och bena ut ett problem. (Franck, 2009)

”Som lärare” svarade Anette. Men svaret gäller även som forskare.

Det finns en TV-serie på Discovery Channel som heter *Mythbusters* (Beyond Television Productions, 2003) där olika myter testas: Kan man verkligen gunga för högt och slå runt i en gungställning? Är en hunds tunga renare än ett toalettgolvs? Kan man göra ett armborst av papper? Utmärkande för programmet är en ohejdad brutal frihet att konstruera experiment. Man testar, diskuterar och svetsar nya stänger. Inget verkar omöjligt för tanke och känsla. Hypoteser ställs upp, experiment konstrueras, utförs och analyseras. Hypotesen bekräftas, avfärdas eller justeras. Programmet kan ses som en grundkurs i naturvetenskapens metoder.

Charles Darwin kunde inte bekräfta eller avfärda sin teori kring evolutionen med hjälp av ett experiment. En tänkbar tolkning är att han argumenterade med exempel för att först visa på att hans teorier inte var omöjliga, därefter möjliga och slutligen troliga. Men nödvändiga kunde han inte avgöra.

Mythbustergänget och Darwin delar däremot en ohämmad frihet och nyfikenhet där Darwin verkar skutta omkring bland hornboskap, kålplantor, humlor, fladdermöss och duvor med små gläfsande King Charles spanielvalpar runt benen:

Det är intressant att betrakta en snårbevuxen strand, med många växter av allehanda slag, med fåglar som sjunger i buskarna, med diverse kringflygande insekter och med maskar som krälar fram genom den fuktiga jorden, och att tänka på att dessa så sinnrikt konstruerade livsformer, så olika varann och så beroende av varandra på ett så komplicerade sätt, allesammans alstrats genom de lagar som verkar runt omkring oss. (Darwin, 1859/2009, s. 372)

Som forskare känner sig Anette som Darwin, men Anette skuttar inte omkring i naturen. Hennes ”duvor” är berättelser av egna eller andras upplevelser i yrkeslivet eller livet. Berättelser som hon lyssnar till från elever, lärare, rektorer och kollegor. Berättelser som kan vara ”olika hvarandra och beroende af hvarandra på ett inveckladt sätt”, utgör empirin i hennes avhandling.

Förutom att känna sig som Darwin, har Anette en självironisk romantisk bild av sig själv som forskare involverad i *tankens parkour* – en forskare som slänger sig mellan berättelserna, voltar och tar för långa och omöjliga kliv mellan olika perspektiv. Som när som helst kan tappa greppet, falla och resa sig igen.

Om *vad* berättelserna handlar om, kan ni läsa i Del II, *Att lyssna på praktikerna*, och Del III, *Att hantera nuet*. I detta metodavsnitt handlar det om att beskriva *hur* dessa berättelser kom till och hur Anette väljer att bearbeta dessa för att göra sin berättelse i denna avhandling. Det är ju inga slumpmässiga berättelser tagna ur fantasin utan de har arbetats fram på olika sätt som Anette kommer att beskriva i kommande avsnitt. Men först fortsätter Anette att diskutera språket och hur hon väljer att använda sitt språk i avhandlingen.

Mitt språk

I förordet till *Filosofiska undersökningar* beskriver Wittgenstein arbetet med sitt språk:

Vad som föreföll mig väsentligt var att tankarna där skulle fortskrida från den ena frågan till den andra i en naturlig och sammanhängande följd.

Efter många misslyckade försök att sammansvetsa mina resultat till en sådan helhet insåg jag att detta aldrig skulle lyckas. Att det bästa jag kunde skriva alltid skulle förbli filosofiska anmärkningar att mina tankar snabbt förlamades när jag försökte tvinga dem i en bestämd riktning mot deras naturliga böjelse. – Och detta hängde ju ihop med undersökningens egen natur. Ty den tvingar oss att kors och tvärs, i alla riktningar, genomresa ett vidsträckt tankeområde. – De filosofiska anmärkningarna i denna bok är så att säga en samling landskapsskisser, som har tillkommit under dessa långa och invecklade resor. (Wittgenstein, 1978, s. 7)

I arbetet med mina berättelser har jag upplevt "förlamningen" då man kategoriserat ihjäl sig för att finna mönster eller familjelikheter mellan berättelser. Detta tror jag är symptom på att man lämnat det kunskapsområde man är intresserad av – det som inte låter sig inramas i helt givna begrepp eller kategorier. Man får då backa tillbaka till berättelserna och finna en annan form för att presentera det man vill berätta. Karin Havemose skriver i sin avhandling inom Yrkeskunskande och teknologi, om att hitta en form för skrivandet, att det traditionella akademiska sättet medför att hennes material kring innovatörer "dör":

Avhandlingens form söker sig bort från den traditionella vetenskapliga framställningen, då skapande och människa inte går att uttrycka med exakta mått, begrepp, definitioner, flödesscheman eller modeller. Skall man berätta om och förstå uppfinnande ur ett skapande och mänskligt perspektiv, ställer det motsvarande krav på berättandets form och framställning. (Havemose, 2006, s. 16)

Wittgensteins arbete resulterade i en bok med små anmärkningar ordnade i paragrafer, där ofta flera paragrafer i följd behandlar samma fråga från olika håll.

Det blir långa kedjor med snabba hopp mellan olika områden. Han skriver att *undersökningens egen natur* tvingar honom till detta. I mitt fall skulle jag vilja säga att även kunskapens natur tvingar mig till att berätta en berättelse, vilket jag förklarat i avsnitten *Kunskapens tysta språk* och *Kunskapens isberg smälter* i Del I. Alltså, mitt arbete, min analys, behöver utgå ifrån berättandets form. Konstrasterna kunde inte vara större jämfört med språket i min licentiat avhandling i matematik.²⁹

6.2. Proposition. Let (M, h) and (M', h) be integral hermitian S lattices on (V, h) . If $(M, h) \cong (M', h)$, then $\Lambda(M, h)$ is isomorphic to $\Lambda(M', h)$ and $\Lambda(M, h)_\sigma$ isomorphic to $\Lambda(M', h)_\sigma$.

Proof. Suppose that there is an S isomorphism $\psi: M \rightarrow M'$ such that $h(\psi(x), \psi(y)) = h(x, y)$. We claim that the map $\Psi: \Lambda(M, h) \rightarrow \Lambda(M', h)$, where

$$\Psi(f) = \psi \circ f \circ \psi^{-1},$$

is an S algebra isomorphism. First, it is clear that $\psi \circ f \circ \psi^{-1} \in \text{End}_S(M')$ since ψ is S linear.

From the fact that σ_h is the unique adjoint involution it follows easily that $\psi \circ \sigma_h(f) \circ \psi^{-1} = \sigma_h(\psi \circ f \circ \psi^{-1})$ and hence $\Psi(f) \in \Lambda(M', h)$. It is clear that Ψ is an S homomorphism of algebras and we can construct an inverse map by $\Phi(g) = \psi^{-1} \circ g \circ \psi$ for $g \in \Lambda(M', h)$. Hence $\Lambda(M, h)$ and $\Lambda(M', h)$ are isomorphic.

Moreover, since $\Psi \circ \sigma_h = \sigma_h \circ \Psi$ and Ψ is an S algebra isomorphism, it follows from Proposition 4.10 that $\Lambda(M, h)_\sigma$ and $\Lambda(M', h)_\sigma$ are isomorphic as R orders.

We will now study the converse of the previous proposition when S is a complete DVR with finite residue field using the results in Section 5.1. We also study the relation between the orders $\Lambda(M, h)$ and $\Lambda(M, h)_\sigma$. The first task will be to compute the discriminant of these orders. (A. Jahnke, 1999, s. 39)

I min licentiatavhandling försökte jag få med en liten bit av en normal mening, "The problem Galois studied...". Men min handledare strök den gång på gång. Till

²⁹ Eller så är det snarare stora likheter? Matematikens resultat presenteras med byggstenarna, definition, sats och bevis ordnande i en "berättelse" enligt logikens regler inom matematiken.

slut orkade jag inte envisas och kvar blev "Let G be a group...". Matematikens resultat i form av satser och bevis presenteras avpersonifierat, där alla tankarnas spår är igensopade. Kvar finns Platons benämningar, definitioner och avbilder.

I *Skrivande och bildning* uttrycker Maria Hammarén med ett visst ursinne hur kunskapssynen inom högskolor och universitet "förlägger kunskapen till någonting utanför oss själva, avsnörpt det verkliga livet och från det språk som är i arbete där" (2009, s. 18).

Hur är det annars möjligt att vuxna människor kan pådyvla de uppväxande att en text blir saklig därför att man utestänger det prövande, tänkande, urskiljande jaget? På universitet och högskolor dras snaran åt. Man får lära sig att skriva syfte, metod, avhandling och slutsats – med vissa varianter – ofta utan att undersöka eller pröva någonting alls.

Om det nu inte skulle vara så här, varför säger då så många unga högskolestuderande att det är förbjudet att skriva jag? Eller omvänt, vilket är värre, hyser uppfattningen att texten förvandlas till ett kunskapsalster blott man undviker detta ord? Varför rabblar de någon annans metod snarare än begrundar den väg de själva gått fram? Och framför allt – vad är detta träning för? Att själv aldrig höra till saken? (Ibid., s. 28)

Läsningen av originaltexter av till exempel Darwin, Descartes, Leibniz och Galileo har medfört att jag har blivit påtagligt medveten om och förvånad över att i texter av vår tids hjältar, den moderna naturvetenskapens grundare, finns subjekt, fantasi, frustation, mänsklighet och ett levande och mångtydigt språk. Gillian Beer får mig att fundera vart gränsen går mellan dikt, fantasi och vetenskapliga hypoteser och teorier:

Their texts could be read very much as literary text. In our own century scientific ideas tend to reach us by process of extrapolation and translation. (Beer, 2009, s. 4)

I avhandlingar inom forskningsämnet Yrkeskunnande och teknologi har gestaltande inslag varit naturliga, till exempel gavs Lotta Tillbergs avhandling delvis i form av en föreställning vid Dramaten (2007) och Göran Backlund inkluderade en filosofisk dialog i sin avhandling (2006). Berättelser och essäskrivande har en lika central roll inom forskarstudier i Professionspraxis vid Universitetet i Nordland (Høgskolan i Bodø, 2005). Alvesson och Sköldberg diskuterar språket med hjälp av *Minne, historia, glömska* av Ricoeur (2005):

Det viktiga är i stället att reflektera över språkets begränsningar och problem som medium för referens, och med den utgångspunkten göra det bästa av språket, med alla dess begränsningar. Med Ricoeur (2005) kunde man också införa begreppet representans för den pakt eller överenskommelse mellan författare

och läsare som innebär att den senare – till skillnad från i skönlitteratur – i vetenskaplig text förväntar sig åtminstone ett minimum av referens till något "därute"; även om man mot den naiva realismens uppfattning alltid måste komma ihåg att det aldrig kan röra sig om en "kopia" eller "avspegling", utan alltid om ett kreativt (åter)skapande, präglad av narrativa meningar och konventioner. (Alvesson & Sköldberg, 2008, s. 486)

I avsnittet *Forskaren som författare* (Ibid., s. 419) uppmärksammas det att antropologer och andra kulturforskare argumenterat för att se författarskap och textproduktion som centrala element i forskningsarbetet. Man hänvisar till *Introduction: Partial Truths* (Clifford, 1986) med den mer talande undertiteln, *Writing Culture. The Poetics and Politics of Ethnography*, som talar om forskning som "sann fiktion". Ytterligare referenser ges av *Work and Lives: The Anthropologist as Author* (Geertz, 1988) och *Tales of the Field. On writing Ethnography* (van Manen, 1988).

Jag kan hålla med om frasen "kreativt återskapande" i citatet ovan. Till exempel är mina dramatiserade inslag i avhandlingen ett sätt att med ord gestalta handling. Visa, inte beskriva. Visa, inte bevisa. Visa. Jag vill också skriva fram en text som är tolkningsbar, som öppnar upp och är poängrik. Jag avbryter mig. Beskrivningen måste få ett stopp, analysen måste få avbrytas.

Men det finns ytterligare perspektiv. Jag kan som forskare försöka, efter bästa förmåga att arbeta med språk och gestaltning. Men jag kan också göra tvärtom, man kan gå till litteraturen för att hämta gestaltningar. I denna avhandling använder jag citat från skönlitteratur eftersom de lyckas formulera delar av det oformulerade som jag söker.

Den skönlitterära författaren har friheten att fritt skapa berättelser utan krav på vetenskaplighet och metod. Författaren är dock *människa* och berättelserna kan vara resultatet av en människas efterforskningar och erfarenheter. Författaren har fria händer att välja berättarperspektiv och kan placera sig själv som en mygga på väggen och bara låta samtalet mellan till exempel läkaren och patienten breda ut sig på sidorna. Författaren kan verkligen vara myggan på väggen som den distanserade skådande forskaren ibland tror sig kunna vara.

Samhällsvetenskaplig kunskap kan inte, som positivisten skulle önska, frilägga kunskapsobjektet från allt genuint mänskligt. Då även forskning är en konstruerande aktivitet – inte bara subjekten "där ute" sysslar med konstruktioner, utan även forskaren (von Glasersfeld 1991, Steier 1991b) – blir gränserna mellan forskning och annan kulturell aktivitet försvagade. (Alvesson & Sköldberg, 2008, s. 533)

Tidigare i Del I använde jag Allan Janiks artiklar i boken *Cordelias tystnad*. Cordelia är en av döttrarna till Kung Lear i Shakespeares drama. Kung Lear söker svar på

vem av döttrarna som älskar honom mest. Han väljer att *fråga* döttrarna och Cordelia svarar med tystnad. Han efterfrågar ett svar, i form av språkligt formulerade argument kring något så komplex som kärlek. Enbart. Han kan inte se och uppleva den kärlek som yttrar sig i *handling*. Han ställer inte enbart fel fråga, han ställer frågan överhuvudtaget.

Men, å andra sidan, kärlek har väl mänskligheten verkligen försökt verbalisera? Skulle inte Cordelia kunnat välja att använda språket på ett annat sätt än som svar på en fråga? Naturligtvis skulle hon ha kunnat uttrycka sin kärlek i till exempel en dikt, men samtidigt lurar frågan om Kung Lear hade haft förmågan att *lyssna* och tolka det som kärlek.

En hel del av de ord vi använder i samband med kunskap är metaforer som spinner på *synen* så som kunskapssyn, överblick, klart, går upp ett ljus och överskådligt. Men många filosofer, däribland Peter Strawson, har också ställt frågan angående en epistemologi baserad på jämförelse mellan medvetandet och örat. När det gäller den kunskap som är föremål för denna avhandling handlar det om att *lyssna*. Jag som forskare behöver öva upp förmågan att lyssna på berättelserna från praktiken, att lägga märke till och bilda analogier mellan till synes skilda händelser, precis som Galilei i *Dialog om de två världssystemen*.

Journalisten och professorn i radioproduktion, Susanne Björkman, beskriver i *Lyssnarens röst* sin trettioåriga erfarenhet av att utveckla och göra dokumentärradio. I boken beskriver hon hur hon i månader åker omkring i baksätet på en raggabil med bandspelaren på utan att höra något vettigt bli sagt:

Felet låg inte i hur raggarna pratade med varandra. Felet låg helt och hållet i mitt sätt att lyssna. Jag hade bara hört det jag var inställd på att få höra. All min uppmärksamhet riktades åt ett bestämt håll och det som inte stämde överens med det, ja det fanns helt enkelt inte. (Björkman, 2009, s. 52)

Lyssnar man enbart efter ett språk som förlägger "kunskapen till någonting utanför" oss själva, då blir man döv för de exempel, metaforer, analogier och berättelser som ges av en annan människa. Det kan uppfattas som flum, brus, lösryckta åsikter och värderingar. Till exempel, i den offentliga debatten kring skola finns det en risk, menar Ingrid Carlgren (2009), att mer avancerade kunskaper uppfattas som "flum". Som avslutning på avsnittet *Mitt språk* ger jag ett illustrativt exempel på detta och låter därmed någon annans språk avsluta.

År 2006 tillsatte regeringen en utredning kring skolans styrdokument, som hade varit föremål för omfattande förändringar 1994 och 2000. I utredningen (SOU 2007:28), som kom att ligga till grund för revideringen av kursplanerna som startade 2009 och realiserades höstterminen 2011, skriver man:

Resultatet av kursplanearbetet år 2000 har blivit att kursplanerna i många fall brister i konkretion och att de uppfattas som otydliga och rent av "flummiga". Oprecisa och allmänt formulerade uttryck som ...//..."Språkliga och matematiska färdigheter används i konkreta och meningsfulla sammanhang där återkopplingen är förankrad i elevens egna handlingar och sinnesupplevelser" (Ibid., s. 13)

Texten i kursplanen bör vara kortfattad, koncis, saklig och författningsmässig. Självklarheter och "floskler" bör inte förekomma. (Ibid., s. 250)

En replik på detta kan ges av en debattartikel kring svensk skola våren 2011, skriven av Bengt Göransson, skolminister under 80-talet i Sverige:

Många gånger när jag framfört synpunkter på en bredare och djupare syn på skolan och dess uppgift har jag mötts av invändningen att det inte är realistiskt. Jag har kritiserats med samma ord med vilka läroplanen brukar beskrivas – det där är bara poesi, håll dig till realiteter. Min replik har alltid varit en fråga till mina kritiker: Vad är det för fel på poesi? Poesin, när den är som bäst, är koncentrerad och strukturerad, rensad från ovidkommande tankegods, och den öppnar för sökande längs nya stigar. Den prosa som gärna odlas i inte minst politiska dokument är ofta snabbt nedskrivna, ibland slarvigt uppbyggd och språkligt oklar och, vilket är allvarligast, syftande till övertalning och för den skull utformad med ord och begrepp som mera kamouflerar än blottlägger. Var inte rädd för poesi i politiska texter! (Göransson, 2011, 4 maj)

Min metod, två steg av tolkning och reflektion

Den praktiska kunskapen låter sig som regel inte utforskas på samma sätt som man ställer upp och prövar om en vetenskaplig hypotes om en sjukdoms orsaker är rimlig, eller mäter om en organisationsförändring ökat vinsten i ett företag. Praktisk kunskap handlar nämligen bara i en begränsad utsträckning om strikt tillämpning av vetenskapliga teorier och mätinstrument. Den praktiska kunskapen bärs som en personligt erövrad kunnsighet som tagit plats hos individen – och i den mänskliga gemenskap där han eller hon handlar – och den utövas på ett intuitivt sätt. (Svenaeus, 2009, s. 13)

Det som är fokus i denna avhandling är min egen "personligt erövrad kunnsighet" som doktorand i matematik, lärare och kursplaneskrivare, och som har utvecklats i de "mänskliga gemenskaperna" som utgörs av en matematikinstitution, en gymnasieskola och en projektgrupp inom en statlig myndighet. Till detta lägger jag de "personligt erövrade kunnsigheterna" som åtta rektorer utvecklat i de olika skolor de verkat i.

Kommunikationsmedlet för forskning är språket, avhandlingsarbete består av att formulera sig språkligt. Denna grundläggande utgångspunkt medför att jag

behöver arbeta med att språkligt formulera den "personligt erövrade kunnigheten" eller "okunnigheten" som ofta aldrig blivit formulerad.

Det krävs snarare mycken möda för att komma därtill att man kan artikulera en situation i arbetslivet...//...Det är faktiskt uppgiften att artikulera den sorts tysta kunskap vilken kan uttryckas i ord men normalt sett inte gör det som leder oss till den punkt där vi kan förstå beskrivandets gränser. (Janik, 1991, s. 117)

Allan Janik lyfter fram forskare inom yrkeskunnande så som Maja-Lisa Perby, Ingela Josefson och Peter Guller och beskriver deras arbete som en "form av hermeneutisk aktivitet, en form av tolkning som beror på forskarens förmåga att begripa arbetarens praxis" (Ibid., s. 116). Det ställer krav på forskaren att kunna urskilja och lyssna på de berättelser som framträder. Det är en:

...//...prestation i att de lyssnat tillräckligt noga på arbetare för att kunna beskriva dessas verksamhet så rikt nyanserat att det blottlägger komplexiteten i den, och följaktligen den kompetens som den kräver. (Ibid., s. 116)

Det jag ska beskriva i detta avsnitt är "mödan" som krävs för att få igång ett artikulering av situationer ur mitt eget och andras arbetsliv och hur jag har lyssnat till dessa berättelser som forskare. I *Praktisk kunnskap – som erfaring og som forskningsfelt* talar man om en känslighet för berättelser (Høgskolan i Bodø, 2005). Författaren Willy Kyrklund ger ord åt mödan:

När utforskningen gäller mycket svåra områden såsom tänkandet om tänkandet måste man bege sig långt ut i det hittills utsagda beväpnade endast med gamla ord, trevande med provisoriska satser mot en högre nivå som efterhand kan stabiliseras. (Kyrklund, 1988, s. 12)

Mitt arbete kan delas in i två steg. Första steget handlar om att på olika sätt skaffa "empirin" som består av texter där jag och andra har formulerat oss. Det andra steget handlar om att tolka dessa framtagna texter som forskare och skapa en berättelse, vilket utgörs av Del II, *Att lyssna till praktikerna*, och Del III, *Att hantera nuet*, i denna avhandling. Jag ska börja med att redogöra för hur jag har gått tillväga och visa på hur jag använt mig av hermeneutikens principer.

En av hermeneutikens principer är förståelse av historiens betydelse, vilket kan vara allt från din egen historia – ofta kallad förförståelse – som påverkar mötet med en text eller en situation till att ingripa förståelse av historiska skeenden i samhälle och kultur.

Antologin *Hermeneutik* (1977) sammanställd av Horace Engdahl, introducerade den i Sverige tämligen okända kontinentala traditionen av hermeneutik inom litteraturforskning. En tidig användning av hermeneutik i Sverige finns i

utredningsrapporten *Dramatens arbetsformer* (Göranzon, Nordenstam, & Wågström, 1976) kring ett förändringsarbete vid Kungliga dramatiska teatern, Dramaten. Med hänvisningar till bland annat Heidegger, Gadamer och Habermas väljer man att översätta hermeneutik till "förståelselära" eller "förståelsesteori" (Ibid., s.17).

Det gäller samspelet mellan helhetsförståelse och delförståelse. För att förstå till exempel en dikt som helhet, måste man ha förstått diktens delar. Och för att förstå delarna, måste man förstå helheten. När man börjar läsa dikten, gör man det med en viss "förförståelse" av vad det gäller, och man får en första provisorisk förståelse av diktens början. Denna första förståelse ändras sedan i ljuset av det följande. Det uppstår ett samspel mellan delförståelse och helhetsförståelse, som antyds med cirkelmetaforen. En mera träffande bild skulle spiralen vara. Det gäller att komma in i den hermeneutiska cirkeln, att få igång den spiralrörelse som förståelseprocessen utgör. (Ibid., s.18)

Övergripande handlar mitt arbete om att *förstå* skolans matematikutbildning. I de två följande avsnitten beskriver jag min metod och hur man med hjälp av hermeneutik kan beskriva *hur* jag sökt förståelse och tagit fram denna avhandling.

Hermeneutikens utveckling startade i tolkning av bibeln och klassiska grekiska verk under renässansen. Det handlar om att utifrån delarna förstå helheten och även det omvända, att utifrån helheten förstå delarna. Genom att cirkulera mellan del och helhet är idén att nå en djupare förståelse. Hermeneutiken har sedan dess utvecklats, man talar om olika/flera cirklar – mellan förförståelse och förståelse eller förklaring och förståelse. Man kan också ersätta cirklar med spiraler, eller bågar då man egentligen efter ett varv i en cirkel inte kommer tillbaka till samma punkt när förståelsen har fördjupats och förflyttats.

Hermeneutikens utveckling synliggörs av Alvesson och Sköldberg (2008) genom de olika inriktningar de redogör för, till exempel den existentiella, poetiska och misstankens hermeneutik. De kombinerar till slut *tre* cirklar inuti varandra (Ibid., s. 271). Förutom att de geometriska metaforerna blir allt fler, behöver inte heller föremålet vara en text utan har utvidgats till även att inkludera handlingar.

Vad "del" och "helhet" utgörs av har också utvidgats, från "avsnitt i bibeln" och "hela bibeln" eller "del av dikt" och "hela dikten" till författaren bakom verket och vidare ut mot den samhälliga och historiska kontexten som omger författaren. Gemensamt för allt detta är att det handlar om en process som upprepar sig eller pendlar mellan olika perspektiv/aspekter/dilemman som påverkar varandra. Genom upprepandet produceras till slut en ny text eller en handling eller gestaltning av något, till exempel en ny design (M. Jahnke, 2012). Detta nya anses då ha ett värde, uttrycker en djupare förståelse, en högre kvalitet eller avslöjar något fördolt.

Mina satser förklarar genom att den, som förstår mig, till slut inser dem vara nonsens, när han stigit ut genom dem – på dem – bortom dem. (Han måste så att säga kasta bort stegen, sedan han klättrat upp på den.) Han måste övervinna dessa satser, då ser han världen riktigt... Vad man icke kan tala om, därom måste man tåga. (Wittgenstein, 1921/1982, §654)

Ja, det finns en gräns för vad man kan tala om, men trots allt ska jag i följande avsnitt försöka att med ord ge en bild utav min stege. Först handlar det om hur texterna har kommit till och därefter hur mitt arbete med texterna kan förstås genom hermeneutik.

Steg 1. Hur är empirin framtagen?

Empirin i avhandlingen består av texter som är framtagna på delvis fyra olika sätt och i olika miljöer:

A. Genom verksamheten vid Nationellt centrum för matematikutbildning (NCM) vid Göteborgs universitet.

B. I samband med framtagningen av kursplaner för svensk skola. Dessa texter utgörs av rapporter, diskussions PM och olika versioner av utkast till kursplaner i matematik.

C. Artikel skriven till *The 12th International Congress of Mathematical Education 2012*.

D. Genom dialogseminariemetoden utvecklad vid Kungliga Tekniska högskolan.

Texterna är framtagna under perioden 2004 – 2011. Inom forskning i professionspraxis uppfattas detta som *fältarbete* i egen och andras yrkespraktik.

Texter framtagna genom NCM:s verksamhet

År 2006 hade jag undervisat vid en gymnasieskola i sex år och vid matematikbiennalen³⁰ gav jag för första gången en föreläsning, *Varför förenkla när vi kan förkrångla?* kring min undervisning i matematik. Föreläsningen hade jag förmånen att ge vid flera tillfällen under de kommande åren. Jag blev tillfrågad av redaktionen för tidskriften *Nämnamnaren* om att skriva artiklar med utgångspunkt i min föreläsning. Efter mitt första utkast genomfördes en kritisk och kreativ diskussion med redaktören:

³⁰ Matematikbiennalen är en konferens för matematiklärare som arrangeras vart annat år och lockar ca 3000 lärare från olika skolformer. Biennaler har genomförts sen 1980.

– Men, Anette, så som du skrivit ser det ut som du undervisar slumpmässigt. Jag tror inte du gör det. Vad är det du gör? frågade redaktören.

Ja, vad var det jag gjorde? Samtal som dessa tvingade mig att ytterligare fundera och att arbeta med att leta efter ord för att beskriva min undervisning. I denna avhandling används och analyseras dessa artiklar i Del II.

Texter framtagna i samband med kursplanearbete

Verksamheten i svensk skola regleras med hjälp av skollag, grundskoleförfordningar och föreskrifter i form av läro- och kursplaner. I läro- och kursplaner för skolan anges vad som ska behandlas i undervisningen i matematik. Jag har sedan 2005 varit periodvis inhyrd som ämnesexpert vid Skolverket för att utarbeta förslag och bakgrundsmaterial till kursplaner. Under 2011 infördes nya styrdokument för förskola, grundskola och gymnasieskola. Jag har deltagit på olika sätt i arbetet som letts av olika avdelningar på Skolverket och Utbildningsdepartementet. Inom NCM:s verksamhet har jag haft ansvar för att bevaka kursplanefrågor. Under arbetet har PM, rapporter och utkast till kursplaner tagits fram, vilka jag har använt mig av i Del II.

Paper till en konferens

Som ett obligatoriskt arbetskrav inom doktorandstudier inom professionspraxis vid Universitetet i Nordland ingår att skriva en artikel till exempel till en internationell konferens. Jag valde då att använda mig delvis av texterna som nämnts ovan för att starta min undersökning av min praktik som kursplaneskrivare. Artikeln, *The Process of Developing a Syllabus: Critical reflections from a syllabus developer* presenterades vid *The 12th International Congress of Mathematical Education* i Seoul (A. Jahnke, 2012).

Texter framtagna genom dialogseminariemetoden

Dialogseminariemetoden är, passande nog med tanke på kunskapssynen, svår att beskriva i ord utan måste egentligen upplevas. Men i korthet går ett dialogseminarium till på följande sätt. En grupp människor läser i förväg en gemensam "impulstext" som valts av seminarieledarna. Med pennan i hand antecknar man associationer som texten väcker i relation till ens yrkesliv. Anteckningarna sammanfogas till en text, högst en eller två sidor som läses upp högt inför gruppen. Efter uppläsningen, leds diskussion av ledaren genom att ordet går runt bordet och alla ges möjlighet att kommentera den upplästa texten. Ett samtal utvecklas under ledning.

Om det är ett enstaka seminarium dokumenteras ofta samtalen i till exempel Tidskriften Spelplats. Om det är en dialogseminarieserie skriver någon i gruppen ett idéprotokoll kring huvudteman i samtalet. Den som skriver idéprotokollet kan

välja att lägga in nya reflektioner i syfte att fördjupa diskussionen vidare. Idéprotokollet skickas ut inför nästa träff tillsammans med en ny impulstext. Varje seminarium startar med att man kommenterar idéprotokollet – känner man igen sig? Får man nya tankar? Inför varje seminarium anges av ledaren vilka texter som skall läsas. I vissa fall är det förbestämt vilken litteratur som skall läsas och i andra sammanhang väljs litteraturen efter hand som man ser hur diskussionerna i gruppen utvecklas. I en serie är det också vanligt att man bjuder in gäster vid något eller några tillfälle, till exempel författaren till vald impulstext.

Dialogseminariemetoden³¹ är utvecklad inom forskningsämnet Yrkeskunnande och teknologi vid Kungliga tekniska högskolan. I avhandlingen *Dialogseminariets forskningsmiljö* (Ratkic, 2006) beskrivs metodens utveckling under slutet av 90-talet. Metoden växte fram för att adressera de problemställningar som framkommit i forskningen vid Arbetslivscentrum kring datoriseringens påverkan på yrkeskunnandet (1970–1995). Metoden har sedan dess utvecklats vidare och varierats utifrån syfte och situation. I avhandlingen lyfts det fram hur metoden kan användas i tre olika situationer, "(1) som metod för att i berättelsens form gestalta och förmedla erfarenhetsbaserad kunskap, (2) inom utbildning och grupphandledning av doktorander, (3) som metod för insamling av empiri i forskningen om yrkeskunnande" (Ratkic, 2006, s. 13).

Några exempel på avhandlingar – där metoden använts på något av de tre sätten – är:

Erfarenheter och processer – en metod för reflekterande ledarskap (Sjunnesson, 2007), där ett processororienterat ledarskap inom högteknologiska företag problematiseras. I *Spelrum* (Åberg, 2008) undersöks hur en praktik kan förmedlas genom utbildningen vid Musikhögskolan. I *Företagskulturens makt* (Berg, 2008) belyses språkets roll i tekniska kravspecifikationer som skall styra omfattande tekniska utvecklingsprojekt. I *Lärarens yrkeskunnande* (Gaidi, 2007) undersöks lärarskicklighet vid Kungliga teknisk högskolan. I *Kunskap i resonans* (Svahn, 2009) fördjupas begreppet säkerhetskultur bland annat genom en fallstudie i samarbete med Vattenfall. I *Konsten att vårda och ge omsorg* (Tillberg, 2007) beskrivs och problematiseras vårdarbetares yrkeskunnande i relation till kontextlösa kvalitetssystem.

Metoden har producerat empiri på flera olika sätt till min avhandling. För det första, metoden har använts för att verbalisera min egen yrkeserfarenhet av att jag som forskarstuderande i matematik började arbeta i skolan som lärare, vilket knyter an till kategori (1) ovan. Jag rivstartade detta arbete med att delta i ett dialogseminarium på Målarsalens scen på Dramaten. Bakgrunden var att jag var ledamot av regeringens tillsatta Matematikdelegation som i sin tur formerade sju arbetsgrupper kring olika intresseområden. En av arbetsgrupperna var

³¹ Se även www.dialoger.se

Arbetsliv/Samhälle/Demokrati/Bildning ledd av Bo Göranson. Gruppen genomförde ett dialogseminarium på Dramaten med efterföljande workshop.

Inför detta dialogseminarium på Dramaten fick jag till uppgift att reflektera kring en scen ur *Bortom all visshet*, en pjäs som består av en fiktiv diskussion mellan Turing och Wittgenstein (Göranson & Karlqvist, 2001). Jag skrev då min första sammanhängande text sedan min gymnasietid, *Innan fem kommer många fyror* (A. Jahnke, 2004) som jag läste upp inför en fullsatt Målarsal på Dramaten. Sedan dess har jag med jämna mellanrum deltagit i dialogseminarier parallellt med att min yrkesbana utvecklats och nya praktiker kommit i min väg. Det har gjort att jag fortsatte att reflektera och formulera mig kring mina erfarenheter från olika praktiker. Man kan säga att kategori (1) ovan har mynnat ut i (3).

Det andra sättet jag använt mig av metoden är att i doktorandkurser söka efter ett forskningsområde som knyter an till kategori (2) ovan. Här är ett exempel från en text jag skrev mars 2008, då jag letade:

I texterna av Diderot kränger dialogerna, det famlas och irras omkring. Klarsynthet blandas med förvirring, frågor med svar. Det är som att enbart se trailern men inte filmen. Så beskrev min handledare början av forskningsstudier i matematik. Nu är jag där igen – försöker formulera ett forskningsprojekt kring matematiklärares yrkeskunnande. Jag börjar baklänges: Vad vore resultatet av ett sådant forskningsprojekt? Jag har läst artiklar, där forskare kategoriserar, genom observationer och intervjuer, vad duktiga matematiklärare gör. Resultatet blir en lista av beskrivningar.

Ur D'Alemberts dröm:

"Det är språkets tecken som har gett upphov till de abstrakta vetenskaperna." och "Varje abstraktion är bara ett tecken tomt på föreställning." Om man ber om ett exempel då ska han "ge kropp, form, verklighet och föreställning åt den följd av ljud som han har angivit, genom att koppla dem till upplevda förmågelser."

Det är detta jag vill åt – kropp, form, verklighet och exempel som komplement till dessa listor. Finns det mer att utforska som inte går att abstrahera in i kategorier?

I utvärderingen av en doktorandkurs sammanfattar en av kursledarna (2008, 28 augusti):

...//...kursen har gett dem stöd i formuleringen av de egna forskningsprojekten eller lett till en fördjupad förståelse av att forskningsområdet kan ses i förhållande till den kända indelningen av den vetenskapliga verksamheten i det som på engelska kallas "context of discovery" (kontexten av upptäckande) och "context of justification" (kontexten av rättfärdigande). Den här typen av utbildning stödjer begreppsbildning inom kontexten av upptäckande snarare än inom kontexten av rättfärdigande.

Det tredje sättet som jag använt mig av metoden var för att genomföra en dialogseminarieserie för rektorer där jag skrev idéprotokoll och deltog i planeringen av serien som leddes av Bo Göranson. Det fanns flera syften kring denna serie. I inbjudan (2009, december) till rektorer framkom två av syftena:

Skolverket har gett i uppdrag till Nationellt centrum för matematikutbildning (NCM) vid Göteborgs universitet att hösten 2010 arrangera kompetensutveckling för rektorer med fokus på utveckling av matematikutbildningen. Som en del av planeringen av denna satsning genomförs under våren en seminariereserie för en mindre grupp rektorer. Syftet är att djupare förstå rektorers utmaningar och möjligheter i sin yrkesroll. Vi söker rektorer som har intresse av att delge och reflektera över sina egna och varandras yrkeserfarenheter.

Ett av syftena var för att förbereda den nationella kompetensutvecklingsinsatsen för rektorer. Att använda metoden på detta sätt är nytt. Ett annat syfte var att erbjuda en grupp rektorer kompetensutveckling genom metoden, vilket knyter an till kategori (1) ovan. Sist, var syftet att ge empiri till min forskning vars område inte var specificerat, det vill säga, kategori (3) ovan.

Totalt startade tio rektorer, åtta grundskolerektorer och två gymnasierektorer serien. Sju grundskolerektorer fullföljde serien från Stockholm, Skövde och Götene. De som avbröt serien kommenterades i tidigare avsnitt. Vi träffades vid fyra heldagar med ett avslutande lunch-till-lunch möte under perioden februari – september 2010. Jag antecknade under seminarierna och gick bara i undantagsfall in i diskussionerna. Samtalen bandades. Efter varje seminarium skrev jag ett idéprotokoll som innebar en första tolkning av diskussionen som förts. Jag valde att med stöd av omfattande anteckningar lyssna igenom samtalen vid behov. I varje protokoll valde jag att citera alla rektorernas texter; val av citat baserades på vad rektorerna vid samtalet uppmärksammat. I protokollet sammanfogade och strukturerade jag diskussioner som rörde sig kring samma "tema". Diskussionen flödade ofta i olika riktningar och ordningen på vad som sades återgavs inte i protokollen. Medan jag deltog i seminariet och medan jag skrev fick även jag associationer relaterade till min egen yrkesbana som lärare, vilka jag hade gestaltat i tidigare texter framtagna i dialogseminarier. Dessa associationer skrev jag in i protokollen. De var ofta dramatiserade episoder som anknöt till rektorernas diskussion, och hade som ett syfte att fördjupa diskussionen och driva den framåt.

Rektorerna läste protokollet inför varje träff och mötet inleddes med reflektioner kring protokollet. Diskussionen var öppen för input och förslag på förändringar. Processen upprepades. Vid det avslutande tillfället lästes och diskuterades de fyra föregående protokoll under eftermiddagen tillsammans med inbjudna gäster. Serien resulterade i fem idéprotokoll som utgör empiri i denna

avhandling. Som tidigare nämnts, refererar jag till dessa med beteckningen pr1, pr2, pr3, pr4, pr5.

Jag tänker nu belysa en del bärande ingredienser i dialogseminariemetoden. Till min hjälp kommer jag att använda mig av idéprotokollen från serien med grundskolerektorerna, min egen erfarenhet av metoden i doktorandkurser/seminarier och Galileis *Dialog om de två världssystemen*. Det finns likheter mellan hur dialogen brukas i dialogseminariemetoden, hur Galilei konstruerar en dialog i sina texter och det faktum att han väljer att skriva i dialogform i alla hans centrala arbeten. Å ena sidan handlar det om att i en dialog mellan oss reflektera över och verbalisera praktisk kunskap med dess oformulerade aspekter och å andra sidan handlar de om att beskriva praktisk kunskap i en text.

Min kortfattade beskrivning av metoden tidigare började med en *grupp människor*. Dessa kan vara verksamma i samma yrke eller inom helt olika områden. Exempel på yrken är civilingenjör, matematiker, allmänläkare, coach, idrottstränare, musiker, skådespelare och lärare. Vid det tredje seminariet (utav fem) med rektorerna startade en diskussion kring dialogseminariemetoden. I de två första seminarierna hade man upplevt metoden men vid det tredje tillfället fanns behov av verbalisera sig kring metoden som sådan. Detta kan ge en inledande bild av upplevelsen av metoden:

Vad gör vi? Vad är det här egentligen? Margareta framhäver att detta är yrkeslivets "kaffe med avec" – en förmån att samtala på en helt ny nivå. Vi har kört detta i många år, säger Bo, man ser fort vem som vill vara med och spela i detta kollektiva arbete. Det handlar om människor som ger varandra något. Ja, men jag höll på att bryta ihop efter första gången! utbrister Ulla. Jag är effektiv. Det ska produceras. Görandet är viktigt. Sitta och prata en hel dag, jag höll på bli vansinnig, folk tyckte inte som jag. Min skolchef och Maria övertalade mig att åka igen. Trots allt engagerade det ju mig, jag åkte inte likgiltig härifrån säger Ulla. Margareta menar att metoden är väldigt utelämnande. Man svettas över att skriva ihop sin text. Texten kopieras upp och man läser upp den inför andra, som sen diskuterar texten. Det handlar verkligen om att stärka sitt självförtroende. Men det handlar om att med pennan i hand anteckna i marginalen, menar Eva och Ulla, skriva ner sina associationer. Sen får det komma ut det som kommer. Och det är exakt det vi vill åt menar Anette, just era erfarenheter, inga andras. Det finns inget facit menar Clas Pehrsson. Målen är inte på förhand specificerade. Och vi som vill ha ett stort R, tjuter rektorerna. (pr3)

Ja, i fokus är just *era* erfarenheter. Men det krävs en rad förutsättningar för att det ska bli "yrkeslivets kaffe med avec" och för att en dialog som uttrycker praktisk kunskap ska bryta ut:

SALV...//...Jag börjar förstå att ni hittills har hört till den skock som inte far ut i båtar, eller går omkring bland kanoner, för att lära sig hur det verkligen går till, och för att skaffa sig kunskaper om naturens verkningar, utan drar sig tillbaka i sina arbetsrum och bläddrar i register och förteckningar, för att se om Aristoteles har sagt något om det. Och säkra som de är på textens sanna mening, begär de inget övrigt, och anser heller inte att där kan finnas mer att veta. (Galilei, 1632/1993, s. 220)

Dialogseminariemetoden förutsätter just en "skock" av yrkesverksamma personer som är ute i yrkeslivet och "far omkring" och samlar på sig erfarenheter om "hur det verkligen går till". Det förutsätter också att personerna vet att det finns mer att veta, en öppenhet av att dela med sig och ompröva uppfattningar. Anser man sig fullärd fungerar det inte. Maria och Ulla uttryckte sig:

Vi har ändrat perspektiv många gånger. Vi har hjälpt varandra till att förstå mer tillsammans. Att vi lär av varandra, tillsammans genom att prata och skriva. (pr5)

Mina egna tankar förändras när jag hör vad andra säger. Ger en effekt hos mig. (pr5)

Men hur får man igång samtalet och dess innehåll? Galilei via Salviati pekar ut flera ingredienser för att driva ett samtal framåt:

SALV. De avvikelser vi hittills gjort fjärmar sig inte så mycket från ämnet att de kan sägas vara helt skilda från det. För övrigt är inte resonemangen beroende av vad som faller en enda av oss in, utan alla tre. Vi samtalar dessutom som det behagar oss själva, och tvingas därför inte till den begränsning som den gör som *ex professo* [från katedern] metodiskt måste behandla ett ämne, i avsikt att publicera det. Jag vill inte att vårt skaldestycke skall behöva hålla sig så strikt till denna enda enhet att fältet inte lämnas fritt för episoder. Varje liten förevändning måste få vara ett tillräckligt skäl för att få införa dem. Det borde vara ungefär som om vi hade samlats för att berätta sagor, så att jag, när jag hör er berätta, skulle ha rätt att säga vad som faller mig in.

SAGR. Det här tycker jag verkligen om. (Galilei, 1632/1993, s. 195)

Kärnan handlar om att göra *avvikelser* – att gå en omväg – att inte ställa direkta frågor och att inte ge uttömmande svar på direkt ställda frågor. Vilket Lena satte fingret på när hon utbrast:

Nu kom jag långt från artikeln, men den gav mig en hel del associationer och tankar i min egen vardag. (pr2)

Varför avvika? Salviati talar om att inte låta samtalet begränsas av föreställningar om hur man borde tala eller hur man väljer att tala i andra sammanhang, likt "*ex professo* [från katedern] metodiskt måste behandla ett ämne". Dialogen ska vara fri, för att "episoder" och för att berättelser ska ta plats. Kanske handlar det om att undvika att tala om det som vi upplever att vi måste, det vi vill och det uppenbart gemensamma.

SAGR. ...//...att delta i en gemensam rörelse är som om den inte existerade, för alla som deltar i den. (Galilei, 1632/1993, s. 205)

Med andra ord, vi ska hamna i en situation som gör att vi verbalisera sådant vi tidigare inte behövt, inte velat och aldrig tidigare lagt märke till existerade.

Salviati bygger upp ett resonemang för att förklara för Simplicio genom att bilda analogier mellan det Simplicio redan vet via vardags- eller yrkesmässiga erfarenheter. Vi söker i oss själva, mellan varandra och i metodens olika delar i form av läsandet och skrivandet av texter, efter möjligheter att bygga nya analogier. Vi "gnuggar tillsammans" i välvillig anda med hjälp av frågor och svar utan all missunnsamhet" (Platon, 2009, s. 271). Det handlar dels om att uttrycka sina egna erfarenheter genom att finna något annat, något avvikande, att göra analogi med. Ledaren har ett stort ansvar att se förbindelser mellan de olika personernas berättelser och till exempel litteratur, kunskapsteoretiska perspektiv och olika yrken. Det som måste komma upp till ytan är de egna erfarenheterna från yrkes- eller vardagsliv, det är via dem vi kan bilda analogier och metaforer som tändar gnistor till att förstå även begreppsligt nya saker.

Så hur tändar vi gnistor? Hur konstruerar vi avvikelser? Ja, Galilei befolkade sin text med tre herrar, och ett resonemang som inte är beroende av vad som faller en enda av dessa herrar in, utan av alla tre. Med andra ord, ett första steg ges av det faktum att vi är en "skock". Avvikelse kan också komma till stånd genom att gruppen av människor är sammansatt på ett genomtänkt – iscensatt sätt. Inom forskningsstudier och enstaka seminarium blir man placerad tillsammans med helt andra yrkeskategorier. Inom rektorsgruppen var rektorerna från olika stora kommuner och de inbjudna gästerna stimulerade till att göra avvikelser och se analogier till exempel till idrottens, teaterns, musikens och läkarens värld.

Har man en grupp människor medför det nästan alltid det som Ulla upplevde:

Sitta och prata en hel dag, jag höll på bli vansinnig, folk tyckte inte som jag. (pr3)

Varje liten (och den behöver inte vara liten) "förevändning måste få vara ett tillräckligt skäl för att få införa dem" (Galilei, 1632/1993, s. 195).

Så snart en arena erbjuds för dialog och erfarenhetsutbyte uppträder oenighet. Naturligtvis kan denna oenighet alstras och domineras av revirtänkande, behov

av att markera status och ställning, önskan att marknadsföra sig i karriärsyfte eller kanske oförmåga och ovilja att beträda andra tankestigar än ens egna trygga och upptrampade. (Göranzon & Mouwitz, 2005, s. 101)

Citatet är från dokumentationen av en workshop arrangerad 2004 av Matematikdelegationen under ledning av Bo Göranzon. Här möttes olika människor från olika professioner i dialog kring matematik, bildning, medborgarskap och arbetsliv. I samtalen kunde man se spår och mönster som antyder en annan slags oenighet, en äkta och berättigad.

Syftet för ett sådant samtal blir således inte att till sist åstadkomma en harmonisk samstämmighet; detta skulle i själva verket innebära ett överskylande och undangömmande. Istället måste de olika idéerna och perspektiven lyftas fram i sin mångfald. Oenigheterna är fruktbara; de har både legitimitet och potential. (Göranzon & Mouwitz, 2005, s. 101)

Oenigheter fanns i dialogen mellan rektorerna och mellan rektorerna och gästerna, samma problem eller dilemman uppfattades eller hanterades olika, vilket kommer att framgå av berättelsen i Del II. Till exempel fanns det oenigheter om huruvida man som ledare bör ge beröm eller inte, hur man skulle behandla lärare där ansvaret inte alltid fanns med i handlingarna, om man i sina texter skulle skriva explicit om matematik och om man verkligen hade så ont om tid som man påstod. Det kunde också anas en viss oenighet mellan två av gästerna (som deltog vid var sitt tillfälle) och deras uppfattningar kring processen att som musiker tolka ett partitur inför ett uppförande.

Texten *Dialog om de två världssystemen* är en dialog mellan två väldigt oeniga herrar och där den tredje vacklar. Innehållet i samtalet handlar om vår praktiska kunskap om den värld vi har erfarenhet av. För att just synliggöra den praktiska kunskapens natur är kanske just dialogformen – antingen genomförd eller som en text – den som bäst utvecklar och förmedlar praktisk kunskap. Att jag nu sitter här nästan fyra hundra år sedan Galilei skrev texten och finner den användbar säger något om textens förmåga att förmedla. Wittgenstein gjorde distinktionen mellan upplevelser med alla våra sinnen och beskrivningen av sinnliga upplevelser. Dialogform eller berättande är ett sätt att minska avstånden däremellan, vilket jag redan varit inne på i avsnittet *Kunskapens tysta språk*.

Förutom att vi är en skock, och att vi har en ledare för samtalet så krävs mer för att gnistor ska ta fart. Aristoteles hävdade att den praktiska klokheten *ständigt* behöver underhållas, helst genom att läsa och reflektera över de klassiska grekiska tragedierna som engagerar både förstånd och känslor. I dialogseminariemetoden läser vi två olika slags texter, impulstexten och

idéprotokollet. Att läsa idéprotokollet blir att läsa en beskrivning av en upplevd dialog, vilket jag ska diskutera strax. Men först till impulstexterna:

Det är så intressant att vi läser texter som inte alls verkar beröra det vi gör, säger Eva. Ingen ledarskapslitteratur. (pr4)

Ja, precis som Salviati uttryckte att vi inte ska begränsa oss till katedern. Det är annorlunda texter som används, inte facklitteratur som berör det yrke som är i fokus. Rektorererna läste artiklar skrivna av matematiker, ingenjörer, musiker, skådespelare och idrottscoacher. Texterna behöver ligga på ett "kreativt avstånd" från det man arbetar med. Inte för långt från, så att beröringspunkter eller analogier är omöjliga att göra, men inte heller för nära, då man lätt faller in i traditionellt yrkesspråk. Så här beskrev jag upplevelsen av att läsa impulstexter efter min första kurs enligt dialogseminariemetoden, november 2007:

Att i dialogseminariemetod läsa texter utanför ens egen referensram tycker jag är som att stå på en sådan där balansplatta som man tränar upp styrkan i vristerna med. Plattan är ens identitet, yrkesroll och kunnande. Läsandet knuffar till en. Man behöver balansera. Flaxa med armarna. Fantasin greppar tag och plötsligt finns där ett minne, en erfarenhet att hålla tag i. Plötsligt kan man stå för något på ett nytt sätt.

Rektorererna Lena och Karin uppmärksammade texterna:

Man har använt kopplingar till litteratur, konst och musik i detta projekt. För min egen del har detta verkligen varit kompetensutveckling. (pr5)

All kraft är hämtat från de texter vi läst som varit mycket givande. (pr5)

Då metoden används inom en doktorandkurs är syftet att närma sig ett forskningsområde. Då har den bärande idén varit att läsa originaltexter i form av klassiker från den moderna naturvetenskapens grundare. Ur utvärderingen av en doktorandkurs, augusti 2008, sammanfattar en av kursledarna:

Vi påstår alltså att dialogseminarier kring äldre klassiska vetenskapsfilosofiska texter lämpar sig särskilt väl för den fasen av forskningsarbetet då forskningsfrågor och idéer är fortfarande grumliga, då man söker vad man ska skriva om, behöver få uppslag och nya idéer, hitta sin egen röst som forskare, samt komma igång med skrivandet – med hjälp av hela gruppen.

I utvärderingen formulerade jag mig, att jag hade funnit stöd:

...//...att fortsätta på ovanstående väg t.ex. genom Wittgensteins "att-promenera-i-ett-landskap" inställning och även genom att Diderots texter krängde och var "ostrukturerade". Ja, jag tycker det fungerar att läsa klassiker. Jag tycker texterna stimulerar mig kreativt. Att läsa filosofiska texter påminner väldigt mycket om att läsa matematiska texter – det är förvirrande!

Läsningen medför att du genomför en dialog med texten här-och-nu medan texten däremot kan vara från en annan tid. I artikeln *I en död mästares sällskap* beskriver Clas Pehrsson sin läsning av ett verk på tre hundra sidor utav den 200 år äldre kollega, J. J. Quantz, flöjtlärare som i verket beskriver sitt kunnande kring flöjtspel, uppförandep Praxis, yrkesliv och pedagogik (2001). Rektorn Ulla reflekterade:

Detta sätt, som Clas väljer att inleda sin text på, fastnade jag för direkt! Han berättar om mötesplatsen – flöjtskolan – och säger att Quantz inte är intresserad av en monolog utan avkräver ett aktivt handlande, som tvingar Clas att ställa frågor att reflektera över och få kunskap genom. Jag tycker det är ett härligt förhållande till en person/text, ett samtal utan begränsning i tid och rum! (pr3)³²

Impulstexterna utmanar och provocerar tänkandet och fantasin. Både tänkandet och fantasin har minnet över händelser i yrkeslivet – ja livet – som "smältdegel" (Hammarén, 2002, s. 5). Ytterligare bränsle ges av att man även inför varje seminarium (om det är en serie) läser en beskrivning av den upplevda dialogen som på något sätt har fångats i ett så kallat idéprotokoll. I serien med rektorer skrev jag alla protokoll och enligt deltagarna spelade idéprotokollen stor roll för deras reflektioner. Ur sista protokollet, (pr5):

Protokollen har legat över sommaren. Nu ser man nya saker. Dessa kan jag återkomma till.

Som helhet kan man säga att protokollen är roligare på slutet att läsa. Vi tar ut svängarna mer, vi hamnar på djupare områden. Man är friare och vågar mer i gruppen.

Upplevelsen av att läsa protokollen efter varje seminarium har varit mycket viktig. Läsningen tar mig till ett djupare plan. Yrkeskunnande syns i protokollen plus alla influenser som trots allt blivit en helhet. Fast jag inte från början hängt med hur det skulle bli en helhet.

³² Jag kan höra Galilei instämma – via sin text – om det fantastiska i att sätta ihop "tjugo små bokstäver på olika sätt på ett papper." (Galilei, 1632/1993a, s. 132)

Gruppen betyder mycket och man kan läsa protokollen flera gånger och man ser nya vinklingar. Detta borde stimulera andra att utvecklas.

Idéprotokollens form har varit föremål för många diskussioner. I avhandlingen *Dialogseminariets forskningsmiljö* (Ratkic, 2006), diskuteras det till och med om begreppet idéprotokoll är ett "i grunden omtvistat begrepp" enligt filosofen Walter Bryce Gallies kriterier (Gallie, 1956). En del av kriterierna är uppfyllda, till exempel ger följande beskrivning en bild av komplexiteten:

Begreppet är komplext. Idéprotokoll ska hålla fast det som sagts på föregående seminarium, tolka och fördjupa samtalet, införa nya perspektiv och driva samtalet vidare. I protokollet finns alltså både ett moment av igenkännande och ett moment av överraskning som är nödvändigt för att skapa nya insikter hos deltagarna. Beroende på situation kan idéprotokoll skrivas i dialogform eller som sammanfattande text, vissa saker kan uteslutas om de anses oväsentliga av protokollföraren. Det varierar också om protokollet ska skrivas av en av seminarieledarna, med överblick över det kunskapsteoretiska landskapet som dialogseminarierna förmedlar, eller om det ska skrivas av någon av seminariedeltagarna som saknar perspektivet som ledaren har. Protokollföraren kan förhålla sig olika till det som har sagts; i vissa delar av samtalet nöjer hon sig med att återge, i vissa delar kan hon ställa frågor. (Ratkic, 2006, s. 54)

Läsandet av texter förgår nästa steg i metoden, att skriva en egen text. Nästa bärande element jag vill ta upp lyftes vid det andra mötet mellan de sju rektorerna då skrivandet diskuterades. Läsningen pekar ut händelser och det är ansträngande att fästa berättelsen på papper, och i processen involveras man i en dialog med sig själv via texten man skriver. Tankar som man "ruvat på" (Sjunnesson, 2003, s. 20) får gestalt. Man är också fullt medveten om att det man skriver kommer att läsas, höras och diskuteras. Det leder till en koncentration, vånda och ja, rent av glädje?

Impulstexten fick Margareta till att damma av en gammal pärm med veckobrev till personalen. Hon läste upp korta utdrag från första brevet 2000, v.47 2006, v.14 2007, v.16 2007, v.36 2007 och sista brevet från november 2007 (som vi tog del av i tidigare avsnitt). Därefter reflekterar hon:

Från den första dagen på jobbet som rektor, blev skrivandet i veckobrev till personalen en rutin...men nu ställer jag mig frågan skrivandet för vem?

Blev/är skrivandet en del i mig för att jag skulle förstå mitt uppdrag? (pr2)

Diskussionen fortsatte kring hur vi i vardagen använder oss av – eller inte av – att skriva:

Maria lyfter fram skrivande som ett sätt att lära sig. Men även för att kanske avreagera sig och få perspektiv på händelser och problem. Jag är en skrivande

person säger Maria och jag har skrivit många mail som aldrig blivit sända...//... Ulla har sin metod för att bearbeta – jag går ut med hundarna och skäller ut folk i huvudet. Lena hävdar att hon inte är en skrivande person, hon har inga hundar – men på något sätt måste det ju "ut". Jag är ingen stor skrivare säger Eva men att få sätta ord på ett problem och få ner det på ett papper gör att man kan gå tillbaka och läsa. (pr2)

Men *hur* förmedlar man i text händelser och upplevelser? Åter igen är det kunskapens tysta språk som hörs:

Evas läsning gav upphov till diskussioner kring skrivandet, formen. Eva hade valt att lägga in en dikt på slutet, och dagen efter läste hon sin text igen och upptäckte att den ledde till nya tankar. Dikten uttrycker något man tänkt. Man skriver om det man inte vet, man undersöker något medan man skriver menar Bo. (pr4)

Ska man summera metoden med ett ord får det bli *dialog*. Dialog mellan gruppens deltagare, gäster och ledare, enskild dialog med en text, dialog mellan mig själv och orden jag väljer att skriva ner i ett dokument, dialog mellan upplevelsen och beskrivningen av upplevelsen i ett idéprotokoll. Men det blir ingen dialog om vi inte *avviker*. Genom att olika människor lyfter fram både sina egna erfarenheter men även kommer med invändningar som leder till fruktbara oenigheter eller byte av ståndpunkt.

Avslutningsvis, förs ytterligare en dialog som Lena uppmärksammade:

Sen vi började återkommer jag i min vardag till våra diskussioner. (pr5)

Eftersom rektorerna arbetade parallellt med deltagandet i serien, och jag själv har alltid arbetat parallellt med att jag deltagit i olika seminarium/serier, sker också en återkoppling eller dialog med hur man handlar i sin yrkesvardag. Genom impulstexter, deltagarnas texter, idéprotokoll och dialogen byggs det upp något med ett *avstånd* till sina handlingar och upplevelser i yrkesvardagen, ett mellanrum. Där bildas det en rytm. Den praktiska kunskapen och förståelse av den praktiska kunskapen med dess tysta delar utvecklas.

Kritisk reflektion kring dialogseminariemetoden

En synpunkt man kan ha på det som framkommer i en serie med yrkesverksamma är att det kan vara svårt att generalisera till att gälla yrkesrollen generellt. Det blir till exempel åtta rektorers yttranden. De medverkande är snarare "medforskare" än "forskningsobjekt". Det är ingen induktiv metod där man troliggör en redan formulerad hypotes genom att få stöd av ett stort antal personer. Istället syftar metoden till att upptäcka och gestalta väsentliga problemområden, tillstånd, aspekter eller fenomen inom yrkesrollen. Att bilda en förståelse. Men jag

kommer att återkomma till denna diskussion när jag diskuterar avhandlingen som helhet. När det gäller dialogseminariemetoden handlar det om att hitta gränser: Vilka anspråk kan man ha?

På ett sätt är metoden kanske bäst om de medverkande är "erkänt" kompetenta och kanske när gruppen komponeras av ledaren. Men i ett utbildningssammanhang sker ju sammansättningen utifrån att man får anmäla intresse för att delta. Hur resultatet blir beror mycket på hur den faktiska gruppen samspelar, och på ledningens lyhördhet kring gruppens behov i form av val av texter eller gäster. Denna lyhördhet är ju en del av den praxis som byggts upp inom Yrkeskunnande och teknologi:

...//...det som garanterar kvaliteten i metodens användning, och som är oberoende av personliga preferenser, kärnan om man så vill, lever i en praxis mellan människor och är därför inte utelämnad åt en enskild individ. Poängen är just att den enskilde användarens omdöme formas av praxisen hon skolas i. Praxisen när det gäller dialogseminariemetodens förankring hör till forskningsområdet yrkeskunnande och teknologi och dess erfarenhet av dialog sedan tjugo år tillbaka. (Ratkic, 2006, s. 57)

En annan synpunkt man kan ha är att man kan få intrycket att deltagarna framstår som kunniga – är de verkligen det? Vi har ju inte observerat rektorerna i sin skolmiljö, vad de säger kanske skiljer sig från det som de gör och vad andra uppfattar? Detta gäller ju även min egen erfarenhet som lärare. Vi har ju inte intervjuat mina elever, kontrollerat resultat eller hur det gått för mina elever. Metoden kommer inte åt hur det "egentligen" är (om det överhuvudtaget är möjligt) utan snarare vilka väsentliga problem- eller diskussionsområden som man uppfattar i sitt arbete. Den beskriver mer hur det är att vara rektor eller lärare mentalt, än att försöka finna ut hur väl en rektor/lärare utför sitt arbete i realiteten. Men om rektor/lärare är erkänt kompetenta finns antagligen ett samband med hur de också upplever rektor/läraryrket.

Leder texterna, protokollen och ledningen av seminarierna till att man som deltagare lätt kan anamma de "rätta" orden och leverera exempel som ger sken av kunnighet? Skulle man till exempel ha med en totalt inkompetent yrkesperson i en serie – vad skulle hända? Det som är metodens styrka är att man tillsammans för en dialog kring sin yrkesroll som då innefattar en hel del igenkänning. En inkompetent lärare eller rektor kan kanske "avslöjas" genom att de övriga inte känner igen den problematik som den inkompetente försöker lyfta. Det här med att man lockas säga det "rätta" kan säkert vara ett problem. Men det delar man med till exempel intervjuer och enkäter.

Metodens krav på deltagarna gör att metoden inte passar alla kategorier av människor. Vem exkluderas? Vems kunskap synliggörs och vilken missar vi?

Problemet med "metod" är ofta att den påstås eller uppfattas vara lösningen på alla problem. Det finns inget mål med att metoden ska passa alla.

Vidare kan metoden framstå som "akademisk" och "finkulturell", vilket kan medföra att man har föreställningar kring att man till exempel måste ha läst alla Strindbergs verk. Mitt första intryck 2004 var att man diskuterade författare och texter jag aldrig hört talas om. Men *samtidigt* finns en acceptans och bekräftelse på att det är *du* som skriver – som deltagare behöver du inte prestera en Kung Lear. Det är verkligen dina ord som är i fokus. Det finns ett inkluderande och demokratiskt inslag i att allas texter är *värda att lyssnas till*. Just denna spänning mellan fantastiska klassiska verk som man läser och ens egna trevanden för att uttrycka sig i text med just *sitt eget språk*, är en del av det som jag tror gör att många kan finna metoden givande men även avskräckande.

Men det finns också något utelämnande över metoden. Man skriver ofta om personliga upplevelser som ska läsas upp högt och diskuteras, vilket säkert inte passar alla. Här ligger det stort ansvar på ledaren, deltagarna och gästerna att skapa en atmosfär av ärlighet och öppenhet. Det gäller att vi likt Sagredo kan utbrista, "Det här tycker jag verkligen om. Och medan vi befinner oss i detta tillstånd av storsinnet, tillåt mig, herr Salviati...//..." (Galilei, 1632/1993, s. 195).

Steg 2: Hermeneutisk behandling av empirin

Om och om igen har jag från skilda håll kommit tillbaka till samma punkter, eller nästan samma, och nya skisser har uppstått. Ett otal av dessa var feltecknade eller missvisande, behäftade med alla en dålig tecknars brister. Och när dessa kasserats, blev det kvar ett antal halvdana som nu måste ordnas och samtidigt ofta beskåras så att de kunde ge betraktaren en bild av landskapet. – Denna bok är alltså egentligen bara ett album. (Wittgenstein, 1978, s. 7)

Jag har "om och om igen" genom att välja olika perspektiv kommit tillbaka till "samma punkter eller nästan". Mina "skilda håll" är de olika praktikerna som jag valt att följa, en och en och med de övriga som följeslagare. Jag kom hela tiden tillbaka till skolans matematikutbildning eller "nästan" skolans matematikutbildning. I detta avsnitt beskriver jag hur jag arbetat med de texter som jag beskrev i föregående avsnitt, Steg 1. Jag startar med att skissa flödet genom att i form av en kortfattad logg återge hur arbetet fortskred. Till stöd för minnet har jag de email och läshänvisningar jag gett min handledare och läsare.

I titeln *Tolkning och reflektion* (Alvesson & Sköldberg, 2008) har vi grundpelarna i *reflekterande forskning*:

Tolkning:

Det första innebär att alla, såväl triviala som icke-triviala, referenser till empirin är tolkningsresultat. Idén att mätningar, observationer, utsagor från

intervjupersoner, studiet av sekundärdata som statistik eller från arkiv står i en entydig relation till något utanför det empiriska materialet förkastas således i princip. Beaktandet av tolkandets fundamentala betydelse för att en enkel speglingstes av relationen mellan "verklighet", eller "empirisk fakta" och forskningsresultat (text) måste förkastas. Tolkning hamnar i centrum för forskningsarbetet. Detta kräver noggrann medvetenhet om teoretiska antaganden, språkets och förförståelsen betydelse, vilka utgör viktiga bestämningar bakom tolkningen. (Ibid., s. 19)

Med tolkning avses att det inte finns några självklara, enkla eller odiskutabla regler eller procedurer och att centrala inslag blir forskarens omdöme, intuition, förmåga att "se och peka ut något" samt beaktande av en mer eller mindre uttalad dialog. En dialog med undersökningssubjekten, med sådana aspekter av den forskande själv som ej är förskansade bakom forskarposition, och med läsaren (Maranhao,1991). (Ibid., s. 490–491)

Reflektion:

Det andra elementet, reflektionen, vänder blickarna "inåt" mot forskarens person, hennes forskarsamhälle, samhället som helhet, intellektuella och kulturella traditioner samt språkets och berättandets (framställningsformens) centrala betydelse i forskningssammanhang. Det är inte minst genom den systematiska reflektionen på flera olika nivåer som tolkandet kan uppnå en kvalitet, vilken gör att empirisk forskning kan få ett värde. Reflektion kan definieras som tolkning av tolkning och något som sätter igång en kritisk självprovning av egna tolkningar (inklusive konstruerande) av empiriskt material. Reflektion kan medföra att man konsekvent beaktar olika grunddimensioner och i sitt tolkningsarbete, varmed detta kan kvalificeras. (Alvesson & Sköldberg, 2008, s. 19)

Jag kommer nu att återge från en loggbok hur arbetet fortskred från hösten 2010 till hösten 2013. Denna beskrivning kommer jag sedan använda för att illustrera hur mitt arbete kan beskrivas med hjälp av hermeneutik.

Hösten 2010

Alla texter jag hade skrivit sedan 2004 samlade jag ihop i tre kompendier, mitt "råmaterial". Dessa fick Bo Göranson, Lars Mouwitz och Ulf P. Lundgren.

Jag började läsa och diskutera. Den stora frågan var hur jag kunde utnyttja delar av detta för att skriva en avhandling som behandlade något av intresse. Man ska ju traditionellt sätt ha en problemställning/forskningsfråga klar från början men det hade jag inte hösten 2010. Skulle jag enbart skriva om rektorer och ledarskap? Men, hur skulle jag göra med alla mina reflektioner kring matematik och lärande? Bildning, förespråkade en del. Materialet kring kursplaneprocessen

ansågs vara unikt – skulle jag strunta i det? Vilka håll skulle jag vandra åt? Kunde jag välja till synes skilda håll?

Under hösten genomfördes den första omgången av kompetensutveckling av rektorer i det nationella projektet. Utvärderingen visade på att vi lyckats nå rektorerna med en utbildning med ett meningsfullt och väsentligt innehåll.

Våren 2011

Jag beslöt att avhandlingen övergripande skulle handla om skolans matematikutbildning. Argumenten för detta var att det är inom detta område jag har mitt eget yrkeskunnande och är det jag har bearbetat i flest texter. Jag har inte egen erfarenhet av att arbeta som rektor och att enbart behandla rektorers yrkeskunnande ansåg jag inte skulle bli trovärdigt.

I juni skrev jag ansökan för att bli antagen som doktorand inom ämnet Professionspraxis vid Universitetet i Nordland. Jag tvingades att precisera mig och beslöt att behålla alla praktikerna. Jag var intresserad av att se vad olika praktiker kunde säga om matematisk verksamhet i skolan. Avhandlingen skulle inte bli en fördjupning i ett specifikt yrkeskunnande. I projektbeskrivningen till Universitetet i Nordland skrev jag sommaren 2011:

I termer av de områden jag undersöker studerar jag "mikronivå" genom min egen yrkeserfarenhet som matematiker/matematiklärare (lärare – elev – matematik), studiet av den nationella satsningen på kompetensutveckling/dialogseminarieserien med rektorer blir "makronivå" (skola– rektor– lärare) samt studiet av processen att ta fram skolans styrdokument – där jag både har egen yrkeserfarenhet som kursplaneskrivare samt teoretisk kunskap blir en "meganivå" (kursplan). Det jag undersöker är spänningsfälten mellan dessa. I mitt vidare arbete behöver jag fokusera ytterligare på att precisera/avgränsa frågeställningar och spela ut de tre perspektiven mot varandra.

Under våren deltog jag i en doktorandkurs för Mats Alvesson vid konstnärliga fakulteten vid Göteborgs universitet.

Jag började analysera idéprotokollen från serien med rektorer med ett nytt syfte, ett forskningssyfte. Idéprotokollen var skrivna utifrån syftet att under seriens gång sammanfatta och driva diskussionerna vidare inom serien, men även med tanke på det nationella projektet och möjligheten för andra (till exempel kommande föreläsare) att ta del av protokollen. Men idéprotokollen hade *inte* analyserats djupare med ett forskningssyfte. Jag utgick från den delanalys jag gjort hösten 2010 och som resulterat i en föreläsning på alla rektorskonferenserna (A. Jahnke, 2010). Den presentation jag tog fram gjordes i samråd med de sju rektorerna. Med erfarenhet från att föreläsningen mottogs väl av rektorspraktiken – rektorskonferenserna blev lyckade – utgick jag från min

presentation för att analysera protokollen. Presentationen fick bilda ett första skelett som sedan utvecklades och förändrades under skrivandets gång. Detta resulterade i en text, som jag fortsättningsvis kommer att referera till som *Inledande idéprotokollanalysen*, som Lars Mouwitz och Ulf P. Lundgren läste och kommenterade tidigt hösten 2011. Vid analysen utgick jag från två löst hållna frågor:

– Vad av det som rektorerna diskuterade tycker jag är intressant (i bakhuvudet hade jag mina andra teman: egen erfarenhet från forskning i matematik/lärare/kursplaneprocessen)?

– Vad har detta med skolans matematikutbildning att göra? Kan det ha relevans?

Arbetet med den *Inledande idéprotokollanalysen* var en av dessa vandringar jag gjorde i en viss riktning. Dokumentet såg jag som ett *arbetsverktyg* för att komma vidare och zooma in en problemställning. Min då utsedda handledare professor Johan Arnt Myrstad, fick detta dokument vid ett senare tillfälle. Ulf P. Lundgren gav mig reflektioner som var mycket användbara och handlade om kunskapens och matematikens natur, dess relation till lärande samt hur matematiken blir till i skolans verksamhet via till exempel styrdokument och prov. Arbetet med *Inledande idéprotokollanalysen* medförde att:

– Innehållet i diskussionerna mellan rektorerna pekade på områden som handlade om styrning av skolan och därmed kursplaner. Jag kunde se att det gick att bygga vidare med mina egna erfarenheter kring kursplaneprocessen. Ulf P. Lundgrens kommentarer förstärkte detta intryck.

– Men det blev uppenbart att jag behövde skriva om den kunskapssyn jag utgick från. Utan detta skulle hela arbetet kunna tolkas som meningslöst. Det är kunskapssynen som genomsyrar forskningsämnenäna Professionspraxis och Yrkeskunnande och teknologi som medför att jag överhuvudtaget väljer att lyssna och uppmärksamma rektorernas diskussioner och min egen yrkeserfarenhet.

Hösten 2011

Jag började skriva om kunskapssynen med målet att ringa in tyst kunskap. Eftersom avhandlingen handlade om skolan valde jag att starta med ett viktigt grunddokument för svensk skola, *Skola för bildning* (SOU 1992:94) och den kunskapssyn som presenterades. Detta blev givande då jag upptäckte att *Skola för bildning* refererar till forskare så som Bo Göranson, Kjell Johannessen och Tore Nordenstam vars arbete även grundat forskningen inom Yrkeskunnande och teknologi.

Jag skrev två korta proposals till *International Congress of Mathematics Education* (ICME) som skulle äga rum sommaren 2012.

Jag läste till exempel artikeln *A phenomenological hermeneutical method for researching lived experience* (Lindseth & Norberg, 2004) som gav mig en inblick i inriktningen vid Universitetet i Nordland.

Våren 2012

Rektorerna i seminarieserien läste och gav feedback på *Inledande idéprotokollanalysen*. Jag avslutade arbetet med texten kring kunskap, kallad Del I. Arbetet med Del I medförde att:

- För att kunna förstå mitt arbete i avhandlingen krävs att man värdesätter och använder just kunskapssynen som skrivs fram.
- Hur man väljer att se på kunskapens natur har betydelse för hur man organiserar lärandet i skolan. På samma sätt, hur man ser på matematikens och skolmatematikens natur borde påverka hur man ser på lärandet i matematik i skolan. Detta medför att jag behöver ta med min egen erfarenhet av forskning inom matematik i avhandlingen.

Mina utkast till ICME blev accepterade och jag skrev två papers, där det ena startade mitt arbete med att tolka och reflektera över mina erfarenheter av kursplanearbete.

Jag gissade att mitt arbete skulle mynna ut i att ringa in problemområden kring skolans matematikutbildning. Områden som bottnat i att ha lyssnat på kunskap som bildats i olika praktiker. Förmodligen skulle jag knyta ihop det med kunskapssynen i Del I.

Jag startade arbetet med Del II med arbetsrubriken, *Matematikutbildning i skola om man lyssnar till praktiken*. Jag utgick från *Inledande idéprotokollanalysen* för att bygga ut med mina egen erfarenheter som matematiker, lärare och kursplaneskrivare.

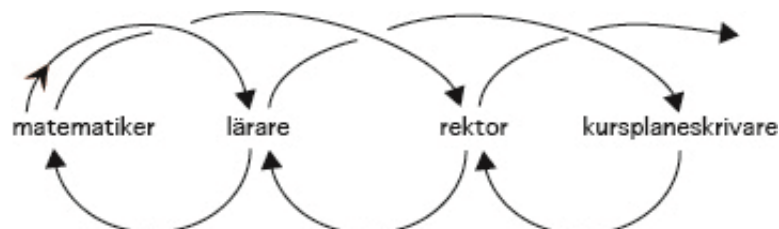
Hösten 2012

Jag gick doktorandkurs i *Professionsteori*, vid Högskolan i Oslo och Akershus.

Jag skrev ihop en berättelse, Del II, utifrån det material som utgjorde min empiri. Arbetet med Del II medförde att:

- Fyra praktiker utkristalliserade sig, matematikerns, lärarens, rektorns och kursplaneskrivarens. Eleverna fanns med indirekt i min lärarpraktik och rektorernas diskussioner. Kompetensutvecklaren – mitt nuvarande arbete – var jag osäker på hur det skulle behandlas. Man skulle kunna se hela arbetet som ett sätt för mig att hantera mitt nuvarande yrke som kompetensutvecklare. Jag ställde frågan, hur vi som står bredvid praktiken – ”verkligheten” – ska arbeta för att stödja på bästa sätt?
- Jag upptäckte att ett område skilde sig åt att skriva om, det var rektorernas praktik som till skillnad från de andra praktikerna, inte var min egen.

Jag utvecklade en arbetsbild av mitt tolkningsarbete, jag upplevde att jag "sydde", se Figur 1. Varje avsnitt jag skrev påverkade medvetet eller omedvetet nästa, jag vände också tillbaka innan jag gick vidare.

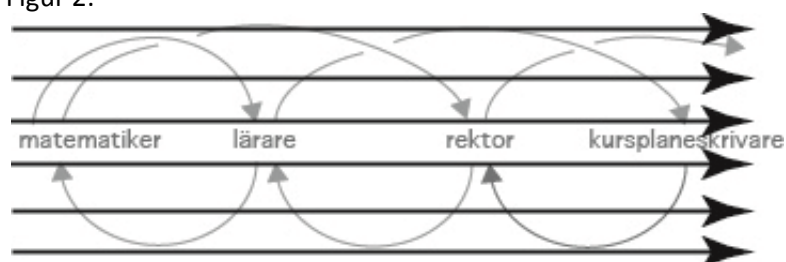


Figur 1.

Jag påbörjade arbetet med Del III.

Våren 2013

Arbetet med avslutande delen Del III handlade om att analysera berättelsen från Del II ovan och ringa in gemensamma eller olika "fenomen" eller "vis", eller "situationer" i praktikerna. Dessa vis skar tvärs igenom alla praktikerna. I detta arbete hängde även Del I som en skugga över allt. Jag kom fram till sex "vis", se Figur 2:



Figur 2.

Därefter ställde jag frågan: Varför dessa vis? Jag försökte föra en diskussion om deras ömsesidiga påverkan samt om det fanns något annat som kunde ligga bakom. Ofta dök då kunskapssynen från Del I upp. Sen drog jag egentligen ett streck. Jag avslutade Del III med ett mer normativt anslag, då jag försökte peka på vad som borde göras eller hur det skulle kunna vara.

Hösten 2013

Jag hade nu tre utkast Del I, II och III. Jag började skriva en inledning och cirkulerade mellan Del I, Del II och Del III. Jag förberedde mig för mittseminarium i

november och dessförinnan tog jag hand om synpunkter från handledaren. Enligt min handledares hänvisningar började jag läsa Galilei och Platon och arbeta in användbara perspektiv i avhandlingen. Denna loggboksberättelse avslutas med min handledares bedömning av läget i avhandlingsarbetet (personlig kommunikation, 1 nov, 2013):

I det store og hele synes jeg at avhandlingen din nå har fått kropp og rører på seg. Nå handler det om å lære den å gå og løpe. Dette blir spennende!

Sedan dess har jag arbetat med att få avhandlingens helhet och delar att springa och kanske göra en och annan piruett. Vilket till exempel resulterade i att Del IV skapades. Slutseminariet i mars 2014 gav ytterligare perspektiv som ledde till bland annat att jag beslöt att ändra ordningen på genomgången av praktiker i Del II. I den delen startar berättelsen nu med mina erfarenheter av att arbeta och lära som kursplaneskrivare för att därefter skutta in i matematiker- och lärarpraktiken. Del II avslutas med rektorspraktik.

Så, vad är det jag har gjort? Det handlar om hermeneutik på flera olika nivåer, det är nästan som om en "fraktal" hermeneutik, där varje del i en hermeneutisk cirkel i sig själv kan delas upp i nya hermeneutiska cirklar eller spiraler.

Jag använder mig av Alvesson och Sköldbergs (2008) beskrivningar för att närmare förklara och beskriva hur jag skapat denna avhandling, både dess helhet och dess olika delar. Övergripande kan mitt arbete med avhandlingen ses som ett insiktsdrivet arbete:

I insiktsdriven forskning ligger tyngdpunkten på den hermeneutiska processen. Insikt i något som utgör en djupare mening än den omedelbart givna eller konventionellt omfattade är själva ledstjärnan i forskningsgången. Tolkningsarbetet blir här mer centralt och empirin – texter av olika slag – blir föremål för innebördsbestämningar och aspektseende. (Ibid.s, 504)

"Den hermeneutiska cirkeln: Grundversion" (Alvesson & Sköldberg, 2008, s. 212) ges av två cirklar där den inre innebär rörelse mellan *helhet – förförståelse – del – förståelse*. Den yttre består av rörelse mellan *tolkningsmönster – text – dialog – deltolkningar*. Jag kommer benämna denna figur som *grundcirkelarna*. Dessa omsluts med en tredje cirkel med nio relaterande *teman* baserade på resonemang från Ricoeur. Jag kommer att ta upp de teman som jag har använt mig av och som är relaterade till de fyra delarna i den hermeneutiska processen *tolkningsmönster – text – dialog – deltolkningar*. Se Figur 3.

Tolkningsmönster

Detta refererar till den övergripande uppsättningen tolkningar av en viss text, dvs. den sammanhängande helheten av deltolkningar...//...Tolkningsmönstret bör göra enskildheter i texten förståeliga, samtidigt som det växer fram ur dessa. Tolkningsmönstret bör också innefatta "fakta" från tolkningsföremålet...//...Mönstret utformas i dialog med texten, och startpunkten är förföreställningar hos uttolkaren, vilka kommer att omvandlas under processens gång. Mönstret bör bibringa en djupare förståelse av texten – en annan aspekt än den som omedelbart erhålles vid läsning...//...Genom att uttolkaren kritiskt reflekterar över sina förföreställningar och syftar till att låta dem omvandlas lyfts tolkningsmönstret över common sense-nivån...//...(Alvesson & Sköldberg, 2008, s. 204)

Man kan fråga sig om *vad* man gör tolkningsmönster över. Den existentiella hermeneutiken fokuserar på människans "i-världen-varat" som myntades av Heidegger. Det handlar om att människan från början och dagligen är utslängd i världen utan samtycke, till att existera redan innan någon medveten reflektion kan ske kring ett objekt för utforskning. Med detta perspektiv, blir det situationer i livet som är intressanta att studera, det vill säga, "den vanliga värld vi lever i, före alla abstraktioner, rationaliseringar och teoribyggen" (Ibid., s. 239). Med denna terminologi skulle man kunna säga att jag studerar, försöker förstå och gestalta och bilda tolkningsmönster över människans "varat-i-skolans matematikutbildning".

Text

Föremålet för tolkningen är inte "fakta" eller, "data", utan en text. Texten kan vara bokstavlig, dvs. bestå av skrivna eller talade ord. Den kan också vara bildlig, varvid sociala handlingar uppfattas som meningsfyllda symboler, med texten som modell (Ricoeur, 1981). Fakta framgår ur texten genom en tolkningsprocess. De är resultat, inte utgångspunkter. Även här kommer alltså aspektseendet in, fast på textens mikronivå: vi ser delar av texten som något, nämligen som i någon bemärkelse meningsfyllda tecken, vare sig vi läser en text skriven i bokstäver eller sociala handlingar. Dessa enskildheter förlänas en djupare och rikare mening i skenet av det övergripande tolkningsmönstret. De inverkar i sin tur på tolkningsmönstret och berikar/justerar detta under den hermeneutiska processens gång. Vad som uppfattas som fakta, liksom urvalet av fakta, påverkas av hela den forskningssociologiska situationen, och uttolkaren måste göra sig medveten om detta samt vara beredd att omvandla sina referensramar under processens gång: nya "fakta" kommer därvid att dyka upp och gamla försvinna. (Alvesson & Sköldberg, 2008, s. 205)

Ett viktigt inslag är att placera texten och "författarens arbete" i en kontext. Man kan låta en hel text var en *del*, och som analyseras i relation till en annan vald helhet, till exempel den övergripande kontexten. Detta förhållningssätt

genomsyrar hela mitt arbete, då själva studien delvis handlar om min egen yrkeserfarenhet.

Dialog

I relation till texten intar vi som hermeneutiker varken en monologisk hållning liknande positivismens, eller en passiv reception av denna som i grundad teori. I stället använder vi oss av tillvägagångssättet att ställa frågor till texten, och lyssna, i dialogform (Caputo 1987). Frågorna emanerar ursprungligen från förståelse, och kommer att utvecklas/omformas under processens gång. (Alvesson & Sköldberg, 2008, s. 206)

Frågor om helheten alterneras också med frågor om delarna, och dessa båda får korsbefrukta varandra. Forskningsproblemet kommer därmed att transformeras under processens gång, samtidigt som detta kommer att inverka på såväl "fakta" som tolkningsmönster. (Ibid., s. 207)

Men dialogen är inte enbart privat, jag ingår också en dialog med en tänkt läsare av min tolkning. Jag har tänkt mig olika kategorier av läsare vilket har påverkat mitt sätt att skriva. Dels naturligtvis läsare inom forskningsområdet jag arbetar, men även från andra forskningsområden samt läsare inom skolans och matematikutbildningens värld. Jag har i tidigare avsnitt belyst det sätt som jag har valt att använda språket, som av den senare kategorin läsare kan uppfattas som en brytning med förväntad genre till exempel matematikdidaktisk forskning.

Alvesson och Sköldberg väljer i sin framställning att använda en metafor som fungerat som ett arbetsredskap för mig, det utgör ett av de nio teman i deras sammanfattande stora hermeneutiska cirkel. Metaforen "att knacka på texten" har tjänat som verktyg för mig när jag gått in i en dialog med de texter jag haft framför mig. Metaforen är dubbel, den får mig att ödmjukt respektera texterna, jag knackar och väntar för att se vad som händer. Samtidigt gör den mig aktiv, jag gör något och får jag inget svar knackar jag igen.

Idén är inte att komma fram till något slutgiltigt svar utan snarare är resan som sådan sin egen belöning. Ofta har vid slutet av färden själva frågan upplösts och en ny fråga börjat tona fram, så att processen kan starta på ny bog. Vad man vinner är erfarenheterna under resans (resornas) gång, inte något kunskapens slutgiltiga Shangri-la vid vägens ände. (Alvesson & Sköldberg, 2008, s. 248)

Jag har nu rört mig mellan *tolkningsmönster – text – dialog* och vi kommer till den avslutande delen i cirkeln:

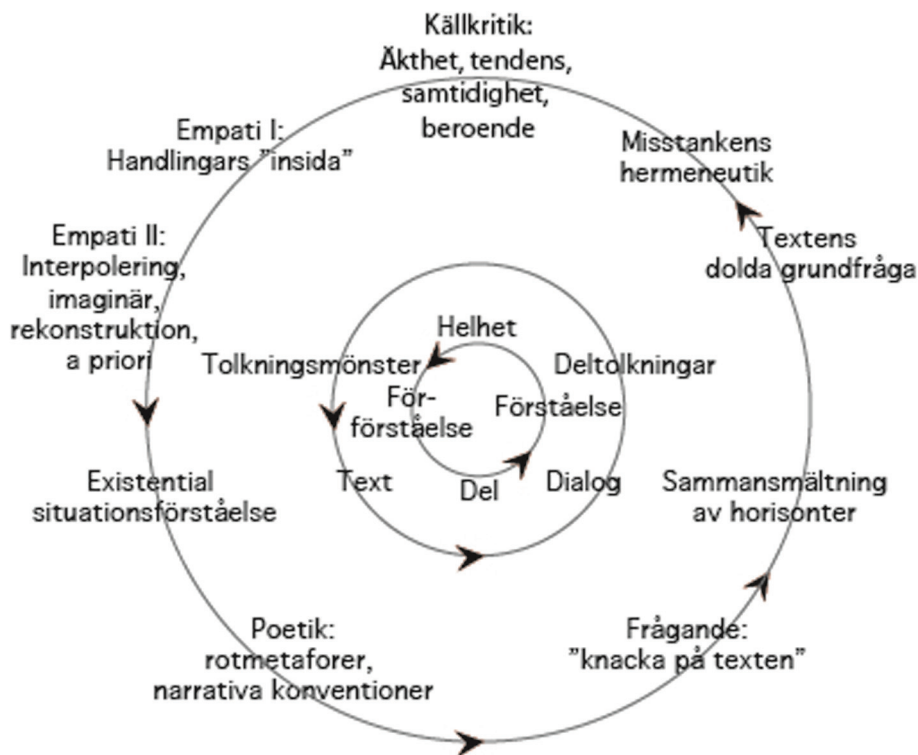
Deltolkningar

Under arbetets gång formulerar vi hela tiden deltolkningar;

Dessa deltolkningar under processens gång måste sättas i samband med, omvandla och omvandlas av dels det övergripande tolkningsmönstret, dels de "fakta" vi rör oss med och dels också de frågor vi ställer till materialet. Tolkningsmönstret kommer självfallet att ändras om deltolkningarna ändras. Nya fakta skapas genom deltolkningarna, och gamla försvinner; detsamma gäller för nya och gamla frågor. (Alvesson & Sköldberg, 2008, s. 211)

Jag har i arbete med texterna och formulerandet av deltolkningar inte förutsatt att det finns *en* dold grundfråga eller att texterna nödvändigtvis skulle innehålla *en* sammanhängande mening. Jag har förhållit mig kritisk, självkritisk och försökt vara uppmärksam på brott och olikheter. Under rubriken "Misstankens hermeneutik" beskriver Alvesson och Sköldberg en inriktning, där även psykoanalysen inkluderas, som syftar till att "illusionernas slöja rivs bort" med hänvisningar till Freud, Marx, Nietzsche och Foucault. Det handlar om att söka den "...//...skamliga, fragmenterade uppkomsten bakom samhällsfenomen vars ursprung med tiden mytologiserats till ädel rationalitet och entydighet" (Ibid., s. 261). Med andra ord, att förhålla sig kritisk och skeptisk till det man tolkar. Och visst kan jag känna igen mig i att jag till viss del söker det skamliga, fragmenterade bildandet av skolans matematikutbildning som med tiden kanske mytologiserats till ädel rationalitet i form av vetenskaplig grund, evidens och beprövad erfarenhet.

Sammanfattningsvis har jag använt mig av fyra av de nio teman som Alvesson och Sköldberg omsluter grundcirkelarna med; existential situationsförståelse, metaforer och narration, "knacka på texten" och misstankens hermeneutik. Se Figur 3 för en återgivning av de tre cirkelarna (Alvesson & Sköldberg, 2008, s. 271):



Figur 3.

Jag ska nu ge exempel på hur jag har arbetat hermeneutiskt då jag skapat min berättelse i denna avhandling.

Först handlar det om min process att skriva Del II. När jag började läsa mina texter kring min erfarenhet som lärare och matematiker, började jag sortera ut vilka texter som handlade om lärarens respektive matematikerns praktik. Jag såg från början inget mönster alls i texterna, bara lösa episoder från en människans-varat-i-världen. Men snart insåg jag att lärartexterna var beroende av min praktik som matematiker.

Mitt arbete med kunskapssynen i Del I hade gett mig en förförståelse kring hur kunskapen/matematikens natur påverkar hur vi agerar. Min förförståelse som matematiker präglade mitt sätt att agera som lärare. Jag började då att tolka alla texter som handlade om praktiken som blivande matematiker. Jag gick in i en dialog, "knackade på texterna" och arbetade med metaforer. Jag utvecklade, fördjupade och genom ett kritiskt förhållningssätt formulerade jag deltolkningar kring praktiken som matematiker, till exempel upplevelsen av att inte förstå, skissandets betydelse, det matematiska språket osv.

Det finns här paralleller till det vi inom dialogseminariemetoden talar om som att "läsa med pennan i handen" och att mina egna texter verkade som impulstexter. Sakta framkom ett tolkningsmönster, en helhet kring praktiken som matematiker. Min förförståelse präglades också av den kunskapssyn som jag arbetat med i Del I. Här tjänade till exempel de tre grundläggande aspekterna (mänsklig konstruktion, kontextuell, funktionell) och den tysta kunskapens uppdelning som verktyg.

Förförståelsen inbegrep även i mitt minne av upplevelsen av min praktik, nya inslag aktualiserades och det faktum att jag lämnade praktiken medförde att tidsförloppet för min yrkesbana blev viktigt. Jag lämnade för att gå vidare.

Det finns många metaforer kring hur man ser på behandlingen av empirin till exempel som en rörelse, som att trä pärlhalsband eller som en lätt kreativ dans över olika nivåer (Alvesson & Sköldbberg, 2008, s. 527). Min egen bild av att jag sydde en berättelse av händelser framträdde här på grund av att jag lämnade ett yrke för att gå vidare in i nästa. Det innebar att jag gick från en uppsättning grundcirkel till en annan, vilket kan tänkas symboliseras av bågen som finns mellan "matematiker" och "lärare" i Figur 1.

När jag började arbeta med texterna kring min lärarbakgrund var min förförståelse fylld av arbetet med texterna kring matematikerpraktiken. Jag upprepade i princip samma modell igen med att knacka på texten, arbeta med metaforer och vara misstänksam. Men innan jag lämnade lärarpraktiken och dess grundcirkel gick jag tillbaka till matematikerpraktiken. Man skulle kunna se det som att jag byter perspektiv, låter *helheten* vara lärarpraktiken och *delen* matematikerpraktiken. Detta symboliseras av att jag har en båge från "lärare" tillbaka till "matematiker" (Figur 1), denna båge innebär att nya frågor ställs till deltolkningar om lärarpraktiken respektive matematikerpraktiken.

Tolkningsmönstret för min lärarpraktik handlade delvis om att jag var isolerad till klassrummet, men skolan som helhet saknades. Skolor leds av rektorer, alltså blev nästa text att ge sig i kast med *Inledande idéprotokollanalysen* från rektorernas seminarium (och inte kursplanprocessen, som skulle kunnat ha varit möjligt). Processen ovan upprepades, jag vände här också tillbaka till min praktik som lärare, och infogade deltolkningar som relaterade min erfarenhet av att vara lärare med rektorernas diskussion kring lärares kunnande. Rektorsdelen utmynnade i en naturlig övergång till min erfarenhet av att skriva kursplaner.

Andra exemplet ges av min process att skriva Del III. Efter att jag "sytt" fram Del II övergick jag till en ny hermeneutisk process. Ledande var att finna gemensamheter eller olikheter i de olika praktikerna. Jag kunde till exempel välja att låta "matematikerpraktiken" vara *helheten* och resterande praktiker utgöra *delen*. Mitt "knackande på texten" kunde bestå av att ställa frågor utifrån matematikerpraktiken, vad finns gemensamt/olikt i de övriga praktikerna? Jag lät

så att säga en praktik vara "fix" åt gången. Man skulle också kunna se detta som en mer fenomenologisk ansats om man jämför med den beskrivna processen av Anders Lindseth (2004).

Tredje exemplet ges av processen när jag väl hade skrivit fram ett första utkast till Del I, II, III. Detta medförde att en ny hermeneutisk cirkel startade. I den cirkeln är *helheten* avhandlingen i sin helhet tillsammans med en precisering av vad jag i själva verket studerade, och där *delarna* blir Del I, II eller III som hålls fixerade och omarbetades. Precis som påpekats ovan så förändrades också forskningsfrågan under processens gång.

I ovan beskrivna exempel har jag valt att bara lyfta fram arbetet med *texter*. Men i processen skulle man även kunna ta med allt jag läst i form av litteratur och feedback jag fått på skrivna utkast. Jag har också under perioden gått kurser och deltagit i seminarier som är upplevelser som påverkat processen. Dessutom har jag inte skrivit denna avhandling på heltid. Under åren 2010–14 har jag arbetat parallellt till exempel med utbildningsinsatsen för rektorer 2010–12 och med mitt nuvarande arbete som projektledare för NCM:s arbete inom Matematiklyftet. Det finns alltså även upplevda och pågående *handlingar* som också påverkat min förförståelse och förståelse av de *texter* jag har utgått ifrån och producerat tolkningar ur.

Är det jag skriver trovärdigt?

Men är de tolkningar jag gjort giltiga för fler än mig? Del II och III utgörs av berättelser kring hur skolans matematikutbildning kan bildas. Är den giltig för fler än mig? Är den en sann bild? Vad menas med sann? Frågan är fel ställd, som om det fanns en berättelse utan författare och utan tolkare. Det handlar kanske inte om "sant" utan om intressant. Om min berättelse kan anses giltig, möjlig, trolig, trovärdig kan ytterst bara avgöras av läsaren. Under processen att skriva denna avhandling har jag via de metoder jag beskrivit ovan prövat berättelsen mot olika läsare, handledare och det arbete som jag bedrivit parallellt.

Kan man generalisera denna bild av skolans matematikutbildning till att gälla alla klassrum, lärare och rektorer? Syftet med avhandlingen har inte varit att finna generaliserbara hypoteser. Syftet har varit att mejsla ut nya "vis" och ge en förtätad bild av skolans matematikutbildning, en bild som kan bidra till nya tankar hos läsaren kring skolans matematikutbildning. Man kan säga att jag har betraktat empirin som generativ, som en trampolin för tanken.

God forskning enligt kriteriet poängrikedom möjliggör således en kvalitativ ny förståelse av aktuella utsnitt av den sociala verkligheten. Det bryter mot tidigare tänkande, åtminstone på någon punkt. Läsaren uppmuntras tänka till och om.

Poängrik forskning problematiserar. Åtminstone en antydning till aha-upplevelser bör således prägla normalläsarens reaktion. Fantasirikedom är tänkt att uppmuntras av rik och fritt tolkad empiri, samtidigt som empirin, vid sidan av att fungera generativt, också sätter gränser för fantasifullheten. (Alvesson & Skoldberg, 2008, s. 540)

I och med att jag utgår från att kunskap utvecklas i en praktik så medför detta också att den personliga kunskap som jag och alla andra som blivit berörda i avhandlingsarbetet har är giltig. Det finns även steg i mitt tillgångssätt där jag försökt validera eller säkerställa att berättelsen jag har framför mig inte är totala fantasier:

- Dialogseminariemetoden ger en systematik i att behandla mitt och rektorernas yrkeskunnande. Ett exempel på dess validitet diskuteras nedan.
- Kompetensutvecklingsinsatsen för rektorer blev ett lyckat projekt med effekter på olika nivåer. NCM fick också förtroende av Skolverket att ansvara för genomförandet av utbildningsinsatsen för rektorer vars lärare deltar i Matematiklyftet. Matematiklyftet är en didaktisk fortbildning som bygger på kollegialt lärandet och som erbjuds alla Sveriges lärare som undervisar i matematik (Utbildningsdepartementet, 2012; A. Jahnke; 2013, A. Jahnke 2014). För att stödja det lokala genomförandet av Matematiklyftet ingår en utbildningsinsats som erbjuds alla Sveriges cirka 6000 rektorer.
- Konferensbidragen, ett paper om rektorsprojektet och ett om kursplanarbetet granskades, accepterades och diskuterades på ICME.
- Artikel om kursplanarbetet är citerad i (McMurphy-Pilkington, Trinick, & Meaney, 2013)
- Att skolans verksamhet undersöks ur *olika* praktikers perspektiv skulle kunna bidra till avhandlingens giltighet.
- Min undervisning med elever med speciellt intresse och förmåga för matematik har varit föremål för forskning i avhandlingen *Studiesituationen för elever med särskilda förmågor* (Pettersson, 2011).

Tore Nordenstam har i samarbete med Bo Göranson formulerat kriterier för validering av tolkningar inom handlingstolkande hermeneutiska discipliner (Ratkic, 2006). Ratkic lyfter också att man kan använda orden bekräfta, bestyrka eller vederlägga istället för att validera. Kriterierna har varit riktmärke inom forskningen inom Yrkeskunnande och teknologi och Ratkic hänvisar i sin avhandling till *Om metoden. Fragment ur ett samtal 1973* (Nordenstam, 2001).

I detta avsnitt går jag genom kriterierna i relation till ett av de sätt som jag använt mig av dialogseminariemetoden. Det handlar om serien för rektorerna. Arbetet med detta område har skilt sig från arbete med de andra praktikerna eftersom det var ett för mig främmande område att studera, där min forskning i

början hade drag av etnografi eller antropologi. I *Praktisk kunnskap – som erfaring og som forskningsfelt* (Høgskolan i Bodø, 2005) skriver man:

Den som kommer til et felt som forsker, kommer ikke tomhendt dit. Det gjelder uansett hva slags felt en kommer til eller hvem som kommer dit. Den som kommer som en fremmed, kommer med sin egen verden dit, med sitt eget språk, sine egne erfaringer, sine egne forestillinger – i det hele tatt; med hele sin kulturbakgrunn og tilhørighet. Han eller hun ser det fremmede, men ser det ikke som fremmed – ikke i første omgang. For det fremmede blir nå sett og forstått som del av den verden feltarbeideren bringer med til feltet. Det fremmede får til å begynne med sin eksistens og skikkelse i de begrep, det språk og de forestillinger som er feltarbeidernes egne. Det fremmede i feltet blir for feltarbeideren langsomt seg selv: det blir fremmed etter hvert. (Ibid., s. 79)

Eftersom jag kom som en "främmande" in i rektorspraktiken blir det viktigt att ytterligare granska om det som jag lyckades tolka var trovärdigt. Det som skapades i dialogseminariet och de idéprotokoll jag skrev, blev det en giltig bild? Genom att gå igenom Tore Nordenstam och Bo Göranzons tre kriterier formar detta också ett exempel på hur man skulle kunna tänka på validering av avhandlingen som helhet.

Det första kriteriet:

Tolkningen är träffande (från de beskrivnas synpunkt i första hand). (Ratkic, 2006, s. 36)

I tidigare avsnitt gav jag exempel på hur min första tolkning av samtalet mellan rektorerna togs emot av rektorerna själva, det vill säga, hur de upplevde att läsa idéprotokoll efter varje seminarium. Jag anser att denna tolkning upplevdes som träffande. Jag gjorde därefter en första delanalys av idéprotokollen i form av en powerpoint som skulle bilda underlag för en föreläsning, som skulle inleda utbildningsinsatsen för rektorer hösten 2010. Rektorerna i dialogseminarieserien reagerade via email (personlig kommunikation):

Jättekul att kolla igenom en bra sammanfattning oj vad kloka vi har varit tillsammans känns jättebra!

Jag tycker der ser riktigt inspirerade och intressant ut. Variation mellan bilderna man vet inte riktigt hur nästa ska se ut.

Jag tycker du fångat in många kloka reflektioner från våra diskussioner. Vackra bilder...som talar...

Jag gillar de "dinglande benen" och Kinnekulletåget!

Även här anser jag att denna första delanalys upplevdes som träffande av de deltagande rektorerna. Dessa sju rektorer har även getts möjlighet att lämna synpunkter under processens gång genom att ge feedback på mina fortsatta analyser.

Andra kriteriet:

Tolkningen förklarar det som de berörda gör (för utomstående i första hand).
(Ratkic, 2006, s. 36)

Tolkningen ska ge förklaringar eller beskrivningar för *utomstående*. Vid det avslutande seminariet hade alla rektorerna som uppgift att reflektera över alla de fyra tidigare protokollen. En av rektorerna hade missat att delta på ett enskilt tillfälle:

När jag läser protokollen fastande jag i det protokoll då jag inte var med. Ni diskuterade varför vi alltid fokuserar på målen vilket fick mig att tänka på ett samtal jag hade i veckan med en av mina lärare... (pr5)

Detta är ett exempel på samtalets relevans, det skrivna får en rektor (som inte var med på mötet) att utveckla sina tankar kring vad som just hänt i sin skola. Vid det avslutande seminariet deltog två gäster, Kjell Fagéus och Carl-Axel Hageskog. De hade som uppgift att läsa idéprotokollen och ge sina perspektiv på de diskussioner som förts, vilket de också gjorde till exempel kring ledarskap.

Vi lämnar nu den krets som utgör de sju rektorerna och gästerna. De första som fick läsa de första idéprotokollen var projektgruppen vid NCM för den nationella utbildningsinsatsen för rektorer. Utav dessa var det Ingemar Gullstam som har erfarenhet av att vara rektor och skoldirektör samt enhetschef på Skolverket/Myndigheten för skolutveckling. Han har även utrett den gamla rektorsutbildningen och varit med och utformat det nya statliga rektorsprogrammet som blev obligatorisk 2010. Han hade aldrig varit i kontakt med denna typ av forskning om yrkeskunnande. Hans reaktion var intressant och betydelsefull för att avgöra giltigheten av rektorernas samtal och min förmåga att beskriva. Han berättade via högtalartelefon vid ett projektmöte (maj, 2010):

– Jag har läst Anette här hemma. Jag är helt upprymd. Det väcker så många minnen. Att de kan tala på detta sätt om sitt yrke. Jag hade ingen aning. De utvecklas och man kan se en progression i protokollen då de tredje gången vågar och klarar av att diskutera djupare.

Den powerpoint jag tagit fram användes i den föreläsning jag gav vid utbildningsinsatsen för rektorer hösten 2010 vid fem regionala konferenser. Totalt

deltog cirka tvåhundra rektorer från ett 130-tal skolhuvudmän. De spontana reaktionerna på min föreläsning vid de fem regionala konferenserna var ofta i form av igenkännande nickar eller skratt. Vid en av middagarna vänder sig en rektor till mig:

– Jag har varit rektor i 19 år. Jag har gått på många fortbildningsinsatser. I inledningen idag blev jag för första gången tilltalad som rektor.

Det tredje kriteriet:

Tolkningen fungerar som underlag för handling. (Ratkic, 2006, s. 37)

Erfarenheten av att delta i serien och tolkningen som gjordes i idéprotokollen fungerade som underlag för handling på olika sätt. Först, hela serien påverkade de deltagande rektorernas agerande i sin vardag som rektor:

Jag har stannat upp i de möten jag lett, inte varit så forcerad. Gett tid och sagt att det är ingen brådska, vi ger oss lite mer tid att diskutera detta. Lärarna lär sig detta efter några gånger. Kanske även i klassrummet. Våga ge det tid. Fundera, lyssna till varandra och ge varandra impulser, olika uppfattningar och åsikter. (pr5)

Att "läsa-med-pennan-i-hand" har jag börjat praktisera i andra sammanhang. (pr5)

Lena funderar om man skulle kunna använda dialogseminariemetoden med lärare på sin skola, t.ex. läsa alla nya kursplaner. Hur kan man få igång ett sådant fritt samtal som vi har här? Sen vi började återkommer jag i min vardag till våra diskussioner. Vem skulle leda det? Kan jag? undrar Lena. Du uttrycker ju en av de bästa egenskaperna för att leda ett sådant möte, du avviker och kan associera fritt menar Bo Göranson. (pr4)

Mina egna tankar förändras när jag hör vad andra säger. Ger en effekt hos mig. Det här har jag egentligen tänkt men jag har inte vetat om att jag har tänkt det. Detta visste jag ju egentligen. Jag har haft möblerna men jag har inte möblerat. När vi suttit här har det blivit möblerat. Innan stod de på ett lagar. Fått ordning på mina tankar. (pr5)

Margareta lyfter speciellt att när hon läser idéprotokollet inser hon plötsligt att hon använder nya ord och begrepp. Det är ju en utveckling! Jag tror egentligen inte att jag visste vad analogi var tidigare menar. (pr3)

Ordet analogi har fascinerat mig under hela denna serie. Jag ser mer i bilder i dag. Jag kan också hitta i texten hur jag är som bäst som rektor men även som sämst.

Serien har betytt mycket för utvecklingen av mitt ledarskap. Fast jag redan har lång erfarenhet slutar man aldrig att utvecklas. Läsning av protokollen har gjort att man sett tillbaka. Alla har tillfört. Otroligt att man bara på några månader blivit så stärkt. Kan det göra så mycket på så kort tid? Ord jag ringat in är: mod, tillit, släppa taget, lyssna, utsatthet. Jag har nog släppt lite på kontrollen, det tror jag gruppen lärt mig. (pr5)

Tolkningen låg också till grund för mitt och projektgruppens handlande som arrangörer av utbildningsinsatsen för rektorer som genomfördes 2010–2012 på uppdrag av Skolverket, vilket jag beskrivit i avsnittet *Kompetensutvecklare planerar utbildning för rektorer*. Till de som skulle medverka som föreläsare i utbildningen skickades idéprotokollen ut som underlag. Jag valde också att på den webbplats som utvecklades med stöd för lokalt arbete i form av uppgifter för rektorer inkludera även stöd för följande uppgift:

Rektors yrkeskunnande

Ett yrkeskunnande består till viss del av en oformulerad kunskap som har utvecklats genom erfarenheter i praktiken. Ett kunnande som ofta är svårt att språkligt fånga i teorier och modeller. Men genom reflektion och konkreta exempel kan den belysas och diskuteras. Idén är att i denna uppgift prova på att reflektera kring sin yrkesroll. Vad innebär det att vara rektor? Möjligheter och utmaningar? Vad utgör ditt yrkeskunnande? (Nationellt centrum för matematikutbildning, 2010)

INSEGEL TILL DEL II

– Den här workshopen i geometri var väldigt bra! Det här har jag användning för när jag träffar lärare, säger den före detta läraren och numera kompetensutvecklaren.

– Nja, det var lite roliga problem, men det blev ju bara ett görande. Var fanns teorin? frågar professorn.

Exemplet jag gav i inledningen av avhandlingen var ett smakprov på den kunskapsyn och hörsel som jag i Del I nu har beskrivit. Jag har bestigit olika utsiktspunkter för att överblicka kunskapens natur. Jag startade med kunskap som fakta, förståelse, färdighet och förtrogenhet, vilket är en uppdelning som arbetades fram i *Skola för bildning* (SOU 1992:94). Detta ledde vidare till betydelsen och innebörden av att bilda kunskap i praktiker, där bland annat Donald Schön, Gunnar Bergendal, Aristoteles och Bo Göranson pekade på viktiga aspekter så som reflektion, rimlighet, urskilningsförmåga och rytm.

Praktiker som bidrar till bildandet av skolans matematikutbildning exemplifierade jag genom korta berättelser där något oväntat skedde – kompetensutvecklaren riktade sig till en ny målgrupp, rektorn lyssnade på en pratsam kvinna på bussen, kursplaneskrivaren mötte en arg lärare, läraren slutade undervisa då eleverna vägrade att tystna, elever bläddrade i en ny mattebok och matematikern ifrågasatte föreställningen av att hon skulle förstå så mycket.

Undersökningen av hur kunskap bildas i praktiker ledde vidare till att jag vände örat mot begreppet tyst kunskap. Vilken typ av kunskap är tyst? Varför är tyst kunskap tyst? Med hjälp av Allan Janik, Kjell Johannessen, Ludwig Wittgenstein och Galileo Galilei, beskrev jag "tyst kunskap light" och tyst kunskap som aldrig går att språkligt formulera. Via Charles Darwin, Galileo Galilei och Platon, illustrerade jag att språket äger en tysthet och att kunskapen har ett eget tyst språk i form av analogier, metaforer och berättelser. Den tysta kunskapen existerar och utgör även grunden för de kunskaper vi uttrycker med vårt språk.

Mina olika utsiktspunkter resulterade i att kunskapens isberg smälte, då jag synliggjorde att den tysta och oformulerade kunskapen skar tvärs igenom kunskapsformerna fakta, förståelse, färdighet och förtrogenhet. Dessutom kopplade jag förståelse inte enbart till fakta, utan även till färdighet, och jag pekade på att förståelsen kan uttryckas med ett vidare språkbruk än definierade begrepp. Detta kan ses som ett teoretiskt bidrag i avhandlingen.

För att diskutera mig själv som forskare, valde jag att tilltala mig själv i tredje person. Jag redogjorde för min metod, som bygger på tolkning och reflektion i två steg där bruket av dialogseminarieserien har en central roll. Med hjälp av hermeneutikens terminologi beskrev jag mitt undersökande arbete med de texter som utgjort min empiri. Jag har även diskuterat mina tolkningars trovärdighet.

I Del I har jag beskrivit en kunskapssyn som motiverar mitt val att undersöka skolans matematikutbildning, genom att lyssna på den praktiska och ofta oformulerade kunskapen utvecklad i olika praktiker som bidrar till bildandet av skolans matematikutbildning. Kunskapssynen förklarar också varför jag använt de metoder som jag gjort och det språk jag använder för att förmedla mina undersökningar och dess resultat.

I fyra dagar diskuterar Sagredo, Salviati och Simplicio de två världssystemen. Sagredo avslutar den första dagens diskussioner:

Låt detta bli ett insegel på alla underbara mänskliga upptäckter, och avslutningen på våra diskussioner denna dag. Eftersom de hetaste timmarna är över, tror jag att herr Salviati skulle tycka det vore skönt att njuta av vår svalka i båten. I morgon skall jag vara här och vänta på er båda för att fortsätta de diskussioner vi har påbörjat.

(Galilei, 1632/1993, s. 132)

Jag ska fortsätta diskussionen i Del II, där vi ska tillåta oss att lyssna på praktikerna. Berättelser från de olika praktikerna bryts mot varandra. Vad är det du gör och varför gör du som du gör? Kursplaneskrivare? Matematiker? Lärare? Rektor?

DEL II ATT LYSSNA PÅ PRAKTIKERNA

Jag har från min barndom blivit uppfostrad vid studier, och emedan man övertygade mig, att jag genom böckerna kunde förvärva en klar och säker kunskap om allt, som är nyttigt för livet, önskade jag ivrigt lära känna dem. Men så snart jag hade fullbordat de kurserna, vid vilkas slut man vanligen blir upptagen i de lärdas stånd, ändrade jag fullkomligt mening. Ty jag fann mig besvärad av så mycket tvivel och misstag, att jag tyckte mig icke ha gripit någon vinst av försöket att inhämta kunskaper, om icke den, att jag alltmer insåg min okunnighet.

(Descartes, 1637/1926, s. 19)

Därför lämnade jag helt och hållet bokstudierna, så snart åldern tillät mig att göra mig oberoende av mina lärare. Jag beslöt att icke söka någon annan vetenskap än den som jag kunde finna i mig själv eller i världens stora bok och använde resten av min ungdom på resor för att besöka hoven och härarna, umgås med människor av olika sinneslag och stånd, samla erfarenheter, prova mig i de lägen, i vilka ödet försatt mig, och vad som än erbjöd sig, betrakta det så, att jag kunde hämta någon lärdom av det. (Ibid. s. 23)

ARBETAR OCH LÄR SOM KURSPLANESKRIVARE

Augusti 2006. En ny kursplan har precis fastställts och kommer att börja gälla hösten 2007. Kollegan stack in huvudet i mitt kontorsrum när han passerade:

- Anette, det är ett gäng lärare som besöker mig idag, kan du inte komma och berätta en kort stund om den nya kursplanen för gymnasieskolan? frågar kollegan.
- Visst! säger jag.

Tio lärare stirrar på mig när jag kommer in i rummet. Det är varmt i vårt lilla konferensrum. Solens strålar vräker in genom fönstren.

- Varför har ni flyttat...? Varför har ni tagit bort...? Varför har ni lagt till...?
- Vad menar ni med...? Hur tänkte ni att...?
- Vad är anledningen till att...?

En hagelskur av frågor mitt i solskenet. Temperaturen stiger.

- Hur kan ni ta bort differentialekvationer i kurs E? Det är ju det viktigaste området i matematiken, hur kan ni göra detta?
- Vi har inte helt tagit bort, men vi tänkte att på grund av det här...och det där...så är det bättre att...

Läraren vänder bort sin blick från mig. Han stirrar rakt fram. Sen reser han sig och lämnar demonstrativt rummet. Det blir tyst.

En annan lärare börjar skramla med sina halsband, höjer blicken från dokumentet i sin hand och harklar sig.

- Men jag förstår inte, säger hon, ett av målen är att elever ska utveckla förmåga att föra resonemang samt kommunicera och argumentera...alltså jag förstår inte. Då måste jag ju låta trettiofå elever prata och resonera på lektion? Hur har ni tänkt att det ska gå till? frågar läraren medan hon viker ihop sina läsglasögon.
- Ja...det får ni fundera på, detta är en diskussion ni behöver ha lokalt på skolan...hur ni ska göra...men att kommunicera och resonera ingår redan i nuvarande kursplan...så hur har ni gjort tidigare? svarar jag. (A. Jahnke, 2012, s. 6431, min översättning)

I situationen ovan får och ska jag stå till svars för resultatet av det arbete jag deltagit i. Lärarna efterfrågar skäl till förändringar, vad som egentligen menas med olika ord och deras betydelse för deras agerande tillsammans med sina elever. Lärarna frågar egentligen efter vilken kunskap som ligger till grund för de ändringar som gjorts. Det är tydligt att mina försök till förklaringar inte upplevdes

tillfredställande. Jag tyckte då 2006 att sådana här situationer var besvärliga att hantera. Jag hade precis upplevt ett arbete som på många sätt var helt nytt för mig och där jag ännu inte hade bildat kunskap av de erfarenheter jag gjort. I detta avsnitt ska jag nu beskriva arbetet och den kunskap jag utvecklade genom att konkret försöka fästa ord på det papper som ska utgöra styrdokumentet för skolans matematikutbildning.

Från dröm till erfarenhet

Den 25 januari 2005 äter jag lunch på en konferensanläggning bland hundratals andra av Skolverket tillfälligt inhyrda experter i olika ämnen. Det är kickoff för revideringsarbetet av gymnasieskolans kursplaner från 2000. De flesta är som jag lärare och parallellt med vårt vanliga arbete kommer vi att utspritt under hela 2005 arbeta totalt motsvarande fyra veckors heltidsarbete med att ta fram förslag till kursplaner. Mittemot sitter Lars Mouwitz från Nationellt centrum för matematikutbildning (NCM) vid Göteborgs universitet.

- Var är de andra som ska vara med och skriva kursplanen i matematik? frågar jag.
- Nä, det finns inga andra, det är bara du och jag, svarar han.

Lars Mouwitz hade deltagit i revideringen av kursplanerna 2000, hade lång erfarenhet som lärare och författare och kunde med sin erfarenhet introducera mig i arbetet. Jag däremot var novis i att författa juridiska dokument. Det jag hade var min erfarenhet som matematiker och lärare. Efter vårt arbete 2005 tog jag hjälp av den filosofiska texten *D'Alemberts dröm*³³ (Diderot, 1769/2001) för att beskriva min första upplevelse av detta tillfälliga arbete som kursplaneskrivare. I *D'Alemberts dröm* ligger D'Alembert i sängen och talar i sömnen kring diverse filosofiska frågor, medan hans väninna fröken de l'Espinasse antecknar. En doktor Bordeu tillkallas och en dialog bryter ut mellan Bordeu, fröken de l'Espinasse och de fragment som hon nedtecknat, allt medan D'Alembert stundtals utbrister i nya utläggningar i sömnen.

³³ Diderot skrev en del texter som radikalt skilde sig åt från det systematiska arbetet med *Encyklopedin*. Diderot beskriver sitt egen skrivandet av *D'Alemberts dröm*: "De som talar är D'Alembert, i drömmen, d'Alemberts väninna fröken de l'Espinasse och doktor Bordeu...//... Som det nu är är det ytterst extravagant men samtidigt den djupaste filosofi. Det ligger en viss avsikt i att jag har lagt mina tankar i munnen på en man som drömmer. Man måste ofta ge visdomen ett drag av dårskap för att vara säker på att den går fram. Jag föredrar att man säger: »Men detta är inte så tokigt som man skulle kunna tro« framför att säga: »Hör på mig, detta är höjden av visdom.«" (Diderot, 1769/2001, s. 5)

När *D'Alemberts dröm* drabbade mig, ståendes med matematikutbildningsgyttja långt upp på längs vaderna, resulterade det i följande text.

D'Anettes dröm 2005

Marcus, Anettes man, går fram och tillbaka i vardagsrummet. Doktor Bengt Johansson föreståndare för NCM, ringer på dörren.

M: Vad snällt att du kunde komma. Hon somnade direkt efter jobbet med kursplanen och har legat och yrat i soffan.

Dr. B: Men hon ser ju fridfull ut nu.

M: Ja, men allt verkade så virrig så jag skrev ner allt hon babblade om.

Dr. B: Snälla läs upp, så ska vi se vad som ska doseras.

M: Så här sa hon: "Nej, nej flytta trigonometrin till Kurs C, då blir geometrin i ett stråk. Men då får inte logaritmerna plats. Fan. Kemisterna vill ha logaritmerna i Kurs A. Skolverket förbjöd ordet kompetens. Ingen kompetens att begripa kompetens. Potens? Potenslagarna var ska de vara? Jag vet inte. Forskarna sysslar med annat."

Dr. B: Jag förstår allt. Jag vet vad hon kommer att säga...mål?

M: Ja! "Mål. Mål. Vad underligt formulerat? Mål för undervisningen? Ska vi då ha betygskriterier för undervisningen? Fniss. Jaha, det borde sätta fart. Vad är ett matematiskt problem? Problem borde vara en relation..."

Dr. B: ...mellan en uppgift och den som ska lösa det, ja, ja.

M: Hon fortsätter: "Vem fan har tillsatt experterna i alla dessa ämnen? Lärare som skriver kursplaner ur sitt eget huvud för 400 000 elever. En tioårsplan. Jag har ingen grund, grund, grund. Jag har inga argument för att ta bort komplexa tal. Jag har inga argument för att behålla dem. Jag har inget. 80 remissvar. Alla tycker olika. Tycker, tycker, tycker. Ingen vet." Ja, sen sa hon inget mer. Kanske whiskyn verkade?

Det rent praktiska arbetet syns i dialogen, det vill säga att de facto skriva ner en ordning mellan till exempel olika matematiska områden och begrepp. I berättelsen riktar jag blicken på mig själv och de experter som utsetts till att skriva. Vilka var vi? Får jag och andra experter skriva ur "eget huvud"? Får vi använda vår praktiska kunskap? Är den funktionell här? Här verkar jag ha problem och utbrister "jag har ingen grund, grund, grund". Jag tyckte mig sakna resultat från forskning och utvecklingsarbete. Remissvaren gav mig ingen vägledning heller. Detta kommer ifrån att jag i arbetet sammanställde en gigantisk matris där alla inkomna synpunkter fick en rad och olika aktörer fick en kolumn. Jag fick ofta rader med precis motsatta synpunkter. Sen bokförde jag antalet som uttryckte liknande synpunkter. Matrisen fylldes till mesta delen av ettor, med andra ord, var och en fokuserade på en viss liten del i kursplanen och ofta fanns det helt motsatta åsikter.

Genom samtal med Lars började jag förstå att det fanns en viss praxis i arbetet med att ta fram kursplaner. Arbetet skedde en begränsad tid med människor man

inte tidigare arbetat med. Många var dessutom, precis som jag en novis – man hade aldrig utfört något liknande arbete förut. Detta inkluderade inte enbart inhyrda experter utan även tjänstemän vid Skolverket och departementet. Ja, politikerna kunde också vara nya. Dessa förutsättningar gjorde att kunskapen som jag bildade genom att medverka vid *en* reform blev till stora delar oformulerad och tyst. Jag *kunde* inte verbalisera min kunskap då arbetet varit så komplext och svårförstått. Mitt första försök blir en förvirrad *D’Anettes Dröm*. Detta kan vara symptom på att jag egentligen saknade kunskap och att den kunskap som jag utvecklat som matematiker och lärare inte räckte till.

Gunnar Bergendal, som jag tidigare refererat till, var förutom matematiker och rektor för lärarutbildningen i Malmö, även periodvis tjänsteman vid utbildningsdepartementet.³⁴ Han uttrycker:

Efterhand har jag insett att jag som sekreterare varit ganska naiv och utan tillräcklig insikt om världen utanför matematiken. (Bergendal, 2003, s. 14)

Ja, 2005 var jag naiv. Jag blev också bryskt uppväckt från min dröm då vi 2006, precis efter att kursplanerna blivit fastställda av Skolverket, fick en ny Svensk regering. Hela reformen stoppades. Den kursplan vi arbetat med infördes aldrig.

Men tillbaka till kursplaneskrivandet. Jag behövde mer kunskap, vilket jag märkte både under och efter arbetet 2005. Att skriva en kursplan är egentligen ett väldigt praktiskt arbete, och att ta del av erfarenheterna från tidigare skrivare blev viktigt för mig. Under våren 2005 började jag delvis arbeta vid NCM parallellt med min lärartjänst. Vid denna arbetsplats fick jag möjlighet att inte enbart diskutera kursplanefrågor flitigare med Lars Mouwitz, utan även med Bengt Johansson och Göran Emanuelsson som båda arbetat med 1994 års kursplan.

NCM såg behov för mer samtal och arrangerade 2005 ett seminarium med inbjudna lärare, forskare och tjänstemän vid Skolverket. Vid detta möte bildades *Idégruppen för kursplaneutveckling i matematik* (IKUM). Gruppen, som jag ingick i, bestod av personer³⁵ med stort kontaktnät inom svensk matematikutbildning,

³⁴ Gunnar Bergendal var utbildningssekreterare i 1968 års utbildningsutredning U68 (Bergendal, 2003, s. 13). Han arbetade under 70-talet med högskoleplanering för statsrådet Sven Moberg. (Ibid., s. 70)

³⁵ (SOU 2008:27 Bilaga 7, s. 177): "Idégruppen för kursplaneutveckling i matematik (IKUM) är ett nätverk som består av följande personer:

Per Berggren, grundskolelärare Tullinge, Stockholm

Christer Bergsten, universitetslektor, docent i matematikdidaktik, Linköpings universitet

Gerd Brandell, universitetslektor em. i matematik, Lunds universitet

Anette Jahnke, lektor Hvitfeldtska gymnasiet, projektledare vid Nationellt centrum för matematikutbildning (NCM)

Thomas Lingefjärd, docent i matematikdidaktik och lärarutbildare, Göteborgs universitet

Leif Maerker, gymnasielärare, yrkesförberedande program, Bräcke gymnasiet, Göteborg

och vi träffades ett antal gånger under ett par års tid. Mötena och diskussioner bidrog till att utveckla min förståelse av arbetet att skriva en kursplan.

Under åren som följde fick jag inom min tjänst vid NCM möjlighet att läsa in mig på forskning, utredningar, policyrapporter och ramverk. Jag deltog vid två internationella konferenser arrangerade av *Center for Study of Mathematics Curriculum* vid Chicago University 2005 och 2008. Där fick jag kontakt med andra länders kursplaneskrivare och började läsa in mig på andra länders kursplaner. Jag deltog i en granskning av den danska gymnasieskolans kursplan och i workshops i London kring framtagningen av en ny engelsk kursplan. Jag deltog också i ett förberedande arbete på uppdrag av Skolverket, där några olika universitetsmiljöer fick skriva var sitt diskussionsunderlag kring innehållet i en kursplan, som sedan diskuterades vid ett seminarium på Skolverket. IKUM-gruppen skrev en bilaga, *Mål utan grunder*, till den statliga utredningen av gymnasieskolan *Framtidsvägen* (SOU 2008:27). Där beskrevs de brister som vi upplevde med kursplanearbetet även före 2005.

Kort sagt, jag försökte bilda kunskap i "världen utanför matematiken" – i alla fall utanför matematiker- och lärarpraktiken. Man skulle kunna säga att jag skaffade mig teoretisk kunskap, men det bär mig lite emot att kategorisera den på det sättet. Min upplevelse är att det var ett praktiskt arbete inom en universitetsmiljö som i stort baserades på samtal mellan människor.

En dag rusade jag in på Bengts kontor:

- Bengt, var hittar jag alla gamla kursplaner? Jag kan bara hitta kursplanen från 2000 på Skolverkets webbplats. Jag borde sammanställa alla vi har haft i Sverige.
- Grundskolans elva stycken sedan 1878 har jag här kopierade i hyllan. Vill du ha?

Ja tack. Med hjälp av bibliografier (Lindmark, 2007, 2009) kunde jag komplettera det som saknades, och jag skaffade även kopior på alla gymnasieskolans kursplaner genom tiderna.

Tiden gick, våren 2009 kom och allt jag samlat på mig fanns i mig och i min dator. Jag gick in till Bengt igen:

- Bengt, till hösten startar nästa stora kursplanearbete. Kan jag ta allt jag samlat på mig i min dator och bygga upp en resurssida på NCM:s webbplats?
- Självklart! utbrast Bengt.

Lars Mouwitz, utredare vid Nationellt centrum för matematikutbildning (NCM)

Peter Nyström, universitetslektor, Institutionen för beteendevetenskapliga mätningar, Umeå universitet

Gunilla Olofsson, PRIM-gruppen, Stockholms universitet

Hans Thunberg, universitetslektor i matematik, Kungliga tekniska högskolan

Ulla Öberg, folkskollärare, lärarutbildare, Malmö högskola"

Så det arbete jag hade lagt ner under ett par års tid "verbaliserades" på en webbplats³⁶ i lagom tid inför att jag på nytt blev inhyrd av Skolverket. Denna gång mer förbered och inte längre en novis. Nu var det jag som till viss del skulle stå för kontinuiteten och där nästan alla övriga inhyrda experter var noviser. I samband med att arbetet påbörjades 2009, fick jag även kontakt med Ulf P. Lundgren, före detta generaldirektör för Skolverket, professor och läroplansteoretiker. Han blev en viktig diskussionspart för mig under hela mitt arbete med kursplanerna.

D'Anettes Dröm speglar mitt allra första möte med processen att ta fram en kursplan i matematik. Den här processen upplevde jag igen i större omfattning under 2009 till 2011, då jag medverkade i framtagandet av de tre nya styrdokumenterna för förskola,³⁷ grundskola respektive gymnasieskola. Mitt uppe i arbetet 2009 tog jag hjälp av Jan Sjunnessons avhandling med den talande titeln *Erfarenheter och processer*³⁸ (2007), för att åter formulera mig.

Anettes erfarenheter och processer

Först kom jag inte så långt. Bara till titeln. Första ordet: "Erfarenheter". Så här skriver Skolverket i sin interna rapport med den ambitiösa titeln: *Kursplanernas historia på Skolverket*, och den något mer begränsade underrubriken, *Skolverkets arbete med kursplaner 1991–2000*:

"Skolverkets arkiv har genomsökts men dokumentationen från den tiden är mycket bristfällig. En genomgång av regleringsbrev, verksamhetsplaneringar och årsredovisningar har också gjorts. Det är dock svårt att utifrån dessa genomgångar dra slutsatser om vad som blev verklighet." (Skolverket, 2004, s. 8)

Erfarenheter tycks inte stå högt i kurs när man ska skriva fram juridiska dokument som påverkar flera hundra tusentals ungdomar och lärare.

Sen kom jag till andra ordet i titeln: "Processer".

³⁶ Webbplatsen <http://ncm.gu.se/kursplaner> innehåller alla äldre svenska kursplaner i matematik för obligatoriska och frivilliga skolväsendet. Även styrdokument för förskola och högskola. Det finns också en sammanställning av kursplaner från ett antal länder liksom referenslitteratur kring matematikkunnsande, matematik för yrkesliv och vidare studier, samt kursplaneutveckling. Syftet var att dessa sidor skulle vara ett underlag för diskussion och reflektion kring nuvarande och kommande nationella planer för matematik, från förskola till högskolan.

³⁷ Arbetet med förskolans läroplan skedde via Utbildningsdepartementet och kommer inte att behandlas här.

³⁸ Utgående från fallstudier inom olika företag, undersöker Sjunnesson (2007) i sin avhandling spänningsfältet mellan erfarenhet och process.

Under hösten arbetar jag för Skolverket med att skriva fram underlag till nya kursplaner i matematik för grundskola och gymnasieskola. Inom myndigheten Skolverket finns enheterna Förskola och Grundskola respektive Gymnasieskola, som båda tillhör Avdelningen för utbildning. Dessa enheter driver var sitt projekt, Skola2011 och Gy2011, med var sin arbetsgrupp för skolämnet matematik. Jag deltar i båda projektens arbetsgrupper som far fram som två till synes parallella höghastighetståg. Där står jag på taken, med ena foten på XSkola2011 och andra foten på XGy2011 och försöker hålla balansen. Till synes parallella. Två tågspår med konstant avstånd mellan? Knappast. Tågen kränger, hastigheterna och avstånden mellan tågen varierar med mig våghalsigt skuttandes mellan tågtaken.

I projektet XSkola2011 är allt färdigtänkt av projektledningen. I dokumentet "Utbildningsmaterial Skola2011" finns principer, ställningstaganden och instruktioner för alla avsnitt i en kursplan. Besvara dessa frågor och ni har konstruerat det som ska stå i avsnitten syfte, mål, centralt innehåll och kunskapskrav. Punkt 1, 2, 3, 4. Linjärt. Allt ser lätt ut. En fylleriövning. Då kan man fråga sig vad jag gör i detta projekt. Jo, jag är ämnesexpert i matematik. För deras principer och ställningstaganden är en skrud som ska passa alla ämnen. Det saknas innehåll. Punktform, löpande text, språkdirektiv duggar tätt och i förbifarten nämns sådant som vi experter "enkelt" kan fylla i:

"Nästa steg är att avgöra vilket innehåll som ska anges under respektive kunskapsområde och hur det ska struktureras". (Skolverket, 2009a, s. 29)

Jag är besvärlig. Tjoar och hojtar på lokföraren från tågtaket. Inkonsekvenser, otydligheter påpekas till projektledningen som stundtals skickar ut nya dokument "Riktlinjer...", "Utgångspunkter..." som skall förtydliga delar ur utbildningsmaterialet som lämnats orört.

Tåg XGy2011 körs av en helt annan lokförare, som har en annan strategi. De har också ett liknande utbildningsmaterial, "Direktiv och ställningstaganden", men med datumet 090817. För det kommer att uppdateras kontinuerligt säger de. De vill att vi ämnesexperter ska skriva som vi vill – prova, testa ta ut svängarna! Så då gör alla förändringsglada experter detta – hej och hå. Sen tas texterna in till projektledningen. Först då tar ledningen ställning till hur man önskar ha det. Så får alla experter formulera om alla de där noga uttänkta meningarna enligt mer precisa instruktioner som kommer i "Direktiv och ställningstagande 091002". Iteration. Delaktighet och trötthet går hand i hand?

År 2009 drömmer jag inte längre osammanhängande utan jag har gjort erfarenheter och bildat kunskap som gör att jag uttrycker ett visst perspektiv på mitt arbete – dock på taket av två framrusande tåg. Eftersom jag klättrat upp på taket är nu fokus inte enbart på problematiken med att formulera en text, utan jag ger också en bild av i vilken projektorganisation jag befinner mig. Min värld har blivit större än enbart matematikens och i vilken kurs trigonometrin ska placeras.

Nu är det mer tydligt att jag som inhyrd ämnesexpert ser mig själv som en liten del av en stor organisation.

Att jag befinner mig på tågtaken verkar också medföra att jag inkluderat ett nytt kritiskt förhållningssätt i mitt arbete. Jag "tjoar" för att uppmärksamma tågföraren på dilemman och problem i processen.

Trots att jag var bättre förberedd denna gång, ter sig arbetet svårt. Nu behöver jag krypa närmre det konkreta arbetet. Vad innebar egentligen arbetet under både 2005 och 2009? Jag ska fokusera på kärnan, vad det innebär att fästa på papper en ordning och en struktur över matematikutbildningens innehåll i skolan. I vilken kurs ska trigonometrin ligga? Ska differentialekvationer vara med eller inte? Vilka ord ska väljas? Av vem? Varför?

En texts förändring i en process

För att illustrera arbetet med texten i en kursplanereform, har jag från arbetet under 2009 med grundskolans kursplan³⁹ sammanställt hur *ett* av de långsiktiga målen med undervisningen i matematik ändrades under processens gång. Jag har valt att fokusera på den eller de meningar som hade som syfte att fånga in *förmågan att lösa problem*. Jag sparade utkast en gång i veckan under arbetets gång under hösten 2009 i arbetsgruppen.⁴⁰ Dessutom fanns det sex utkast som skickas till den interna referensgruppen, tre offentliga utkast, ett till en internationell referensgrupp, en officiell remiss från Skolverket, Skolverkets slutgiltiga förslag, samt den fastställda versionen av regeringen, bearbetad av

³⁹ Styrdokumentet, kursplan och kunskapskrav, som utformades och genomfördes 2011, har följande struktur: "I de samlade läroplanernas tredje del finns de kursplaner och kunskapskrav som gäller för respektive skolform. Kursplanerna innehåller ämnets syfte och centrala innehåll...//...

Kursplanerna inleds med motiven till varför ämnet finns i respektive skolform. Därefter anges syftet med och de långsiktiga målen för undervisningen i ämnet. I det centrala innehållet anges vad som ska behandlas i undervisningen. Det centrala innehållet är utformat så att det lämnar utrymme för läraren att göra egna fördjupningar eller tillägg. Kunskapskraven anger kunskapsnivån för godtagbara kunskaper och för de olika betygsstegen." (Skolverket, 2011c, s. 5)

Formellt är kursplanen och kunskapskraven två olika juridiska dokument. Kursplanen för grundskola fastställs av regeringen, medan kunskapskraven fastställs av Skolverket. För gymnasieskolan fastställer regeringen både ämnesplan och kunskapskrav för de programgemensamma ämnena. När jag i denna avhandling använder "kursplan" inkluderar jag kunskapskraven, vilket är det gängse språkbruket.

⁴⁰ Gruppen bestod av sex personer: jag, tre lärare, en lärarutbildare och ett utbildningsråd vid Skolverket. Alla de tre lärarna hade arbetat eller arbetade också som matematikutvecklare i sina kommuner.

utbildningsdepartementet. I dessa utkast ändrades formuleringarna kring *förmågan att lösa problem* tolv gånger:

26:e augusti 2009

Utkast från arbetsgruppen

strategisk/problemlösningsförmåga

förmåga att analysera problem och välja metod/modell vid lösning av en uppgift/problem, att jämföra granska och utveckla; metoder modeller, att kunna jämföra olika sätt att lösa en uppgift och att kunna bedöma för- och nackdelar med olika metoder/modeller

förmåga att formulera, gestalta och lösa problem med hjälp av matematik. Eleven behöver producera någon form av kunskap, d v s tillämpa sina kunskaper på en för honom/henne ny situation

31:e augusti/9:e september

Första och andra utkastet till den interna referensgruppen

Problemlösningsförmåga

formulera, analysera, gestalta och lösa problem och dessutom jämföra olika sätt att lösa problem och att kunna bedöma för- och nackdelar med olika metoder/modeller

13:e september

Utkast arbetsgruppen

problemlösningsförmåga

formulera, analysera, gestalta och lösa problem och dessutom jämföra olika sätt att lösa problem och att kunna bedöma för- och nackdelar med olika metoder/modeller

(bör framgå att olika typer av problemsituationer studeras)

2:a oktober

Första offentliga versionen

förmåga att formulera, analysera och gestalta matematiska problem samt jämföra olika sätt att lösa dem och att kunna bedöma för- och nackdelar med olika metoder

förmåga att analysera verklighetsnära situationer och beskriva, utforma och värdera matematiska modeller

18:e oktober

Tredje utkastet till interna referensgruppen

förmåga att lösa, formulera, analysera och gestalta matematiska problem samt jämföra olika sätt att lösa dem och att kunna bedöma för- och nackdelar med olika metoder

förmåga att analysera verklighetsnära situationer och beskriva, utforma och värdera matematiska modeller

23:e oktober/26:e oktober

Andra offentliga versionen/fjärde utkastet till interna referensgruppen

förmågan att lösa matematiska problem

9:e november

Femte utkastet till interna referensgruppen

tolka och beskriva situationer samt lösa matematiska problem med eller utan modern teknik

23:e november/9:e december

Tredje offentliga versionen/sista och sjätte utkastet till interna referensgruppen/utkast till den internationella referensgruppen

tolka verklighetsnära situationer samt formulera och värdera matematiska modeller i förhållande till situationen

lösa matematiska problem där givna lösningsmetoder saknas

13:e december

Sista utkastet från arbetsgruppen

pröva och välja strategier vid problemlösning, genomföra strategin samt värdera resultat och val av strategi

formulera, använda och värdera matematiska modeller i förhållande till vardagliga situationer

22:a december

Den officiella remissversionen från Skolverket

formulera, använda och värdera matematiska modeller i förhållande till vardagliga situationer

hantera och lösa matematiska problem

30:e mars 2010

Skolverkets förslag till regeringen och utbildningsdepartementet

formulera och lösa matematiska problem samt värdera valda strategier och metoder

7:e oktober

Fastställd kursplan av regeringen

formulera och lösa problem med hjälp av matematik samt värdera valda strategier och metoder

Arbetet med att formulera sig fann jag oerhört spännande, och som en handling förknippad med stort ansvar. I praktiken innebar det ju att helt enkelt välja ut innehållet och orden, och jag kan nu höra viskningar från Platon med varningar om de skrivna tecknens orörlighet och vårt sinnes rörlighet (2009). Hur skulle dessa ord och ordföljder tolkas av andra? I praktiken gick arbetet till så att jag och de andra inhyrda experterna ibland formulerade oss var och en för sig. Ibland formulerade vi oss tillsammans, delade upp arbetet mellan oss och skickade utkast till varandra. Vi hade kreativa och intensiva möten, och avstämningar med ansvarig vid Skolverket.

I allt praktiskt arbete finns en tidsaspekt, i sekvensen ovan kan man lägga märke till att *tiden* är knapp. Arbetsgruppen arbetade under fyra månader och ingen av oss arbetade heltid. Skolverket fortsatte arbetet med kursplanen internt i drygt tre månader, medan departementet behövde sju månader för att fastställa kursplanen. Skolverket fortsatte att arbeta vidare med kunskapskraven internt, och de fastställdes först i februari 2011.

Nästa aspekt är att arbetet skedde i en process som involverar *många aktörer*. Arbetsgruppen, Skolverket och departementet är exempel på aktörer i processen. Men som framgår i sekvensen, är det många fler som deltar, vilket även var tydligt i *D'Anettes Dröm*. Den interna referensgruppen bestod av drygt tio forskare och kompetensutvecklare. Skolverket hade engagerat referensskolor som fick framföra synpunkter på de offentliga versionerna. Även allmänheten kunde lämna synpunkter via diskussionsforum på Skolverkets webbplats. Alla dessa aktörer reagerade på utkast under en kort tid. Utkasten offentliggjordes utan att ange några skäl till varför man skrivit som man gjort, utan det som aktörer reagerade på var just meningar som de i sekvensen ovan.

Öppenheten medförde att en del av arbetet som kursplaneskrivare innebar att ta del av alla aktörers *reaktioner* på utkast. Detta var för mig 2005 en helt ny upplevelse, att få ta del av olika intressenters tolkningar av det de läst, skriftligt eller muntligt via möten. Från början fann jag det svårt att förhålla mig till reaktionerna, då de ofta uttryckte enbart väldigt skarp kritik – ibland på gränsen till personlig. Synpunkterna kom ibland med argument och ibland utan. Ofta ville man inkludera något i kursplanen som man saknade. Det förekom ytterst sällan att man föreslog att man kunde stryka ett område. Mer sällan gavs förslag på formuleringar. Ibland framförde man synpunkter som föll utanför de direktiv som fanns kring strukturen från Skolverket eller regeringen. Ja, 2005 var detta en ny upplevelse som i *D'Anettes dröm* får mig att utbrista: "Alla tycker olika. Tycker, tycker, tycker. Ingen vet."

Just denna del av arbetet medförde att jag blev medveten om hur olika vi kan se på innehållet. Eftersom jag läste inkomna synpunkter från provkonstruktörer, läromedelsförfattare, myndigheter, lärosäten, enskilda lärare, grupper av lärare, matematiker, matematikdidaktiker – såg jag skillnad – de tolkade var och en texten utifrån kunskap som byggts upp i deras respektive praktik. Denna olikhet bottnar i att vi präglas av vår förförståelse när vi tolkar och uppfattar innehållet i en text. Det innebar också att de till viss del värderade texten utifrån hur funktionell den skulle vara i just deras praktik. Men varje reaktion kunde ju innehålla viktiga förbättringsförslag – att lyssna blev viktigt. Detta myller av reaktioner fick mig även att lyssna på mig själv, vilket jag förvirrat gör i *D'Anettes dröm*. Vilken förförståelse utgick jag själv ifrån? Vilket i sin tur medförde, som jag tidigare diskuterat, att jag skaffade mig mer kunskap utanför min tidigare erfarenhet som lärare och matematiker.

Nästa steg, blev ju att *värdera* inkomna reaktioner inom den tidsperiod som arbetet gjordes, både enskilt och i arbetsgruppen. Arbetet med att värdera *andras* reaktioner inkluderade också att bilda sig en *egen* uppfattning. Vilket inte var lätt. Utifrån alla reaktioner, vad var min egen uppfattning? Vad var grunden för min uppfattning? Jag var tvungen att omvärdera, ändra uppfattning, kompromissa och inse att det jag ursprungligen föreslagit inte höll. Ett sorts omdöme – eller strävan efter rimlighet – utvecklades i processen, där jag även behövde kompromissa med mig själv och ta ställning till vad som var värt att stå för. Detta medförde att när jag väl funnit min uppfattning, innebar arbetet att *argumentera* för ett visst innehåll eller en viss formulering, som jag ansåg var viktig.

Sammanfattningsvis, ser man på resultatet av denna process på *innehållsnivå*, kan man i sekvensen kring problemlösning, se ett famlande efter ord att precisera begreppet "problem" i förhållande till "uppgift". Men också huruvida problem ska begränsas till ett redan färdigformulerat "matematiskt problem", eller även kunna vara relaterat till att tolka en verklig "situation". Begreppet "modell" verkar också vara problematiskt. Det ter sig svårt att "avgöra vilket innehåll som ska anges", som det stod i Skolverkets utbildningsmaterial för oss inhyrda experter (Skolverket, 2009a, s. 29). Men avgöranden görs. För att belysa komplexiteten i arbetet ska jag ge exempel på två dilemman som jag upplevde under arbetet 2009–2011, som involverar just den sistnämnda delen av praktiken som kursplaneskrivare – att *argumentera*.

Dilemman som kursplaneskrivare

Det första dilemman handlar om hur jag upptäckte att jag var involverade i en dialog och argumentation som egentligen inte utgick ifrån samma "sak". Detta var svårt att i processen verkligen uppmärksamma. Det var en reflektion-i-handling som kom smygande. Mina argument var av en sort, och grundande sig

på min förståelse av mitt uppdrag, medan motargumenten jag fick egentligen handlade om något annat.

Det andra dilemma kan ses som en konkretisering av det första. Det handlar om det som Bergendal talar om som *blind lydnad*, det vill säga då verksamma inom en praktik uppfattar regler och direktiv som heltäckande – man uppfattar inget handlingsutrymme (2003). Men alla regler innehåller tolkningsutrymme, och ”min ansvarighet här och nu, inför Gud och människorna, kan kräva att jag handlar mot reglerna” (Ibid., s. 91). Som deltagare i en praktik har man ett ansvar i sina handlingar som sträcker sig utanför reglerna, ett ansvar mot människorna. Jag kan känna igen mig här, då jag helt enkelt var olydig, och ”tjoade på tågtaken”, och kände ett ansvar för skolans matematikutbildning som gick utöver det ansvar jag hade som inhyrd expert. Detta kan också hänga ihop med det faktum att arbetet är tillfälligt, det vill säga efter uppdraget återgår man till sina ansvariga handlingar i sin ordinarie praktik som lärare eller kompetensutvecklare. Arbetet pågår också parallellt med ens vanliga arbete. Man ska konstruera en text som har en funktion i den praktik man själv till vardags verkar som lärare eller lärarutbildare.

Dilemma 1: Att spela fotboll på varsin fotbollsplan

För att förklara det första dilemma, behöver jag beskriva bakgrunden till den senaste reformen. Utifrån betänkandet *Skola för bildning*, vars kunskapssyn jag diskuterade i Del I, skrevs nya läroplaner och kursplaner fram och fastställdes 1994. En revidering av kursplanerna skedde 2000. Detta resulterade i kursplaner som var formulerade i mycket allmänna ordalag och inte specificerade ämnesinnehållet⁴¹ i detalj i jämförelse med tidigare kursplaner. Reformen misslyckades delvis och anledningarna till detta är många.⁴² Politikerna såg behov av nya kursplaner och tillsatte en utredning 2006 (SOU 2007:28). Titeln på betänkandet, *Tydliga mål och kunskapskrav i grundskolan*, ger indikationer på vad ensamutredaren ansåg vara problemet och dess lösning. I betänkandet hävdas att

⁴¹ Hur mycket innehållet specificerades skilde sig åt mellan ämnena. Kursplanen i matematik hade det mest specificerade innehållet i jämförelse med kursplanerna i andra ämnen.

⁴² Det finns flera tänkbara orsaker till att reformen blev mindre framgångsrik. Reformen åtföljdes inte av tillräcklig kompetensutveckling eller väl fungerande lärarutbildningar. De svenska statsfinanserna var mycket ansträngda och påverkade av globala finanskriser i början av 90-talet. Dessutom, föreslog pedagogiska trender mer coachning och mindre strukturerad undervisning. Skolorna organiserade lärarna i arbetslag med gemensamt ansvar för samma elevgrupp. Detta ledde till att lärare som undervisade i samma ämne inte nödvändigtvis hade en plattform för samarbete inom skolan. Vidare överlät skolorna undervisningen till läroböcker i tron att individualisering innebar att låta elever arbeta ensamt och i sin egen takt. (SOU 2004:97)

strukturen och språket i kursplanerna i olika ämnen var otydligt och gav för mycket utrymme för tolkning. Man ansåg också att det fanns för mycket upprepningar mellan de mer generella målen för skolan i läroplanen och de ämnesspecifika i kursplanerna.

Regeringen gav Skolverket i uppdrag att utforma nya kursplaner där läroplanen skulle vara i stort sett oförändrad. Därmed levde fortfarande den kunskapssyn kvar som presenterades i *Skola för bildning*. I regeringsuppdraget till Skolverket angavs utgångspunkter för arbetet:

Ett begränsat antal begrepp ska användas vid formuleringen av målen och kunskapskraven. Begrepps användningen ska vara konsekvent och enhetlig i fråga om kunskapsuttryck och kunskapsnivåer. Målen och kunskapskraven ska vara så tydligt och distinkt utformade så att de bidrar till en likvärdig bedömning. Målen och kunskapskraven ska också vara konkreta och utvärderingsbara. De ska dock inte formuleras på ett sådant sätt att de detaljstyr skolorna och lärarna eller inskränker lärarnas pedagogiska frihet. Målen och kunskapskraven ska vidare kunna användas av lärare och skolledare. De ska också kunna förstås av föräldrar samt förklaras för och diskuteras med elever. (Utbildningsdepartementet, 2009a, s. 2)

Skolverkets tolkning av uppdraget resulterade i mycket restriktiva instruktioner från projektledningen till oss kursplaneskrivare. Det handlade om vilka ord man fick använda, det maximala antalet ord i varje stycke, och om vi fick använda verb eller inte. Naturligtvis måste det finnas vissa ramar, men frågan är vilka som är rimliga.

I arbetet anställde Skolverket redaktörer som inte hade någon särskild kunskap i matematik eller skolan, för att säkerställa ett strikt och gemensamt språk över olika ämnen.

Vad medförde detta för dilemman för mig? Som inhyrd ämnesexpert uppfattade jag att min roll var att ge förslag till Skolverket på innehåll i kursplanen utifrån vad jag ansåg vara det bästa för elevernas lärande i matematik, för deras nuvarande och framtida behov och för lärarnas arbete med undervisningen. Utifrån denna förutsättning fanns det många olika argument att framföra och ta ställning till, beroende på vilken forskning, utredning och erfarenhet man åberopade.

Mitt dilemma bestod av att en del av de argument jag framförde möttes av motargument från Skolverket som inte handlade om att Skolverket åberopade annan forskning, utredningar eller erfarenheter, utan motargumenten handlade om *språket*.

Jag ska exemplifiera detta. Först, i sekvensen tidigare kring de ord som försökte ringa in förmågan att lösa problem, kan man se ett tydligt exempel. Det

är *få ord* som används för att ange och beskriva en komplex matematisk förmåga som har beforskats under decennier.

Ett annat exempel, Skolverkets uppdragstolkning medförde en diskussion om vad som kunde anses vara unikt för matematik, och vad som kunde anses vara gemensamt mellan olika ämnen och skulle kunna förpassas till generella formuleringar i en läroplan. Vad var upprepningar och vad var konkretiseringar? Är till exempel att lösa problem en specifik förmåga unik för matematik? Eller kunde vi stryka den ur kursplanen för matematik?

Ytterligare exempel ges av att orden "kommunicera", "representation" och "modellera" till viss del inte fick användas.

Jag fann mig själv argumentera utifrån lärande och undervisning i matematik baserat på mitt kunnande, medan myndigheten argumenterade utifrån språk och struktur baserat på sin tolkning av sitt regeringsuppdrag. Jag kan känna igen mig i Salvatis frustration i att försöka övertyga Simplicio att inte enbart förlita sig på sin auktoritet, det vill säga de ord som fanns nedskrivna av Aristoteles:

SALV...//...Men de som har ögon i huvudet och sitt förstånd i behåll skall använda dem som eskort. Med detta menar jag inte att man inte skall lyssna till Aristoteles. Jag anser det i stället lovvärt att granska och studera honom flitigt. Vad jag klandrar är bara att man ger sig i hans våld, så att man i blindo skriver under på varje hans yttrande, och att man skall behöva ta dem som okränkbara påbud utan att söka andra skäl. (Galilei, 1632/1993, s. 140)

Det var som om vi befann oss spelandes fotboll på skilda fotbollsplaner, och mitt upp i "matchen" var jag inte medveten om detta. Inga tog emot mina passningar. Mina argument var inte giltiga.

Då kan man fråga sig, var mina argument fel? Vilket språk bör användas i en kursplan, språket hos professionella lärare eller lärare utan tillräcklig utbildning? Föräldrar? Matematikens språk? Mitt? Forskarens språk? Tjänstemännens? Juristens? Hur ser dessa språk ut? Vem har förmåga att värdera detta? Hade jag som inhyrd expert inte förstått Skolverkets uppdrag? Var jag fortfarande naiv? Det kanske inte fanns ett uppdrag att överhuvudtaget behandla innehållet, utan enbart språket? Men går det? Hur sker tolkningen av uppdraget? Hur mycket ska forskning och beprövad erfarenhet ligga till grund för "avgöranden"? Detta är som jag ser det utforskade frågor.

Dilemma 2: Kunskapssyn krockar med uppdragstolkning

Nästa dilemma kan ses som en konkretisering av det förra. Under våren 2010 (då jag fortfarande arbetar med gymnasieskolans ämnesplan)⁴³ märkte jag att

⁴³ Styrdokumenten för ett ämne kallas kursplan för grundskolan men ämnesplan för gymnasieskolan.

kursplanerna kom att resultera i texter som egentligen stred mot kunskapssynen i läroplanen och Skolverkets eget utbildningsmaterial. Uppdragets utgångspunkt att ett "begränsat antal begrepp ska användas vid formuleringen av målen och kunskapskraven" (Utbildningsdepartementet, 2009a, s. 2) medförde att Skolverket valde att arbeta med taxonomier, för att formulera kunskapskrav. Antingen den som introducerades av den amerikanska psykologen Bloom och hans kollegor (1956), eller egna som utvecklades under processen. Vad detta medförde kan illustreras genom att jämföra kunskapskraven för slutet av årskurs 6, betygsnivåerna E/C/A⁴⁴ i matematik och hem- och konsumentkunskap.

Eleven kan lösa enkla problem i elevnära situationer på ett i *huvudsak/relativt väl/väl* fungerande sätt genom att välja och använda strategier och metoder med *viss/förhållandevis god/god* anpassning till problemets karaktär. (Skolverket, 2011c, s. 66–67, min kursivering)

Eleven kan tillaga enkla måltider och genomföra andra uppgifter som hör samman med måltiden, och gör det med *viss/relativt god/god* anpassning till aktivitetens krav. I arbetet kan eleven använda metoder, livsmedel och redskap på ett i *huvudsak/relativt väl/väl* fungerande och säkert sätt. (Ibid., s. 44–45, min kursivering)

Att behandla språket som om det vore oberoende av sammanhanget var i direkt strid med synen på kunskap som läroplanen vilade på sedan 1994 (och dess kunskapssyn som presenterades i Del I). Föreställningen att man kan bygga taxonomier har också varit starkt kritiserad i matematikdidaktisk forskning (Freudenthal, 1980; Howson, Keithel, & Kilpatrick, 1981).

Jag förstår att om man använde en gemensam taxonomi för alla ämnen kunde det ge sken av tydlighet, det var ju helt vanliga svenska ord som brukades. Samtidigt kunde det leda till att det innehåll som angavs gjorde att eleverna inte nödvändigtvis gavs möjlighet att lära sig den matematik som var önskvärd eller av värde. Ett exempel ges av att ordet "översikt" används på den *lägsta* nivån i alla ämnen i gymnasieskolan, men att ge en översikt i matematik anses ofta svårt.

Arbetet ledde enligt mig till att ord som inte nödvändigtvis ingick i *matematiklärares* praktik (eller beforskats i matematikdidaktik) användes i kursplanen, ord som då saknade betydelse i praktiken.

Vad gör man då som inhyrd ämnesexpert? Man försöker *argumentera* och mina argument baserades nu på kunskap om kunskap, och därmed "insikt om världen utanför matematiken" (Bergendal, 2003, s. 14). Men det var argument som inte visade sig vara giltiga. I juni 2010 "tjoade" jag ståendes på tågtaken

⁴⁴ Jag har här skrivit ihop kunskapskraven för betygsstegen E/C/A eftersom de endast skiljer sig åt med ord som är indikerade kursivt.

genom att i ett PM uttrycka problematiken som jag har beskrivit ovan till de båda projektledningarna och deras enhetschefer (juni 2010):

Hej!

Skickar härmed mina synpunkter som inhyrd ämnesexpert på pågående och avslutat arbete med kursplaner för grundskolan respektive gymnasieskolan. Synpunkterna kan ses som ett inlägg i det pågående arbetet med kunskapskrav (eller kursplaner i stort) men även som en del av utvärdering av projekten Skola2011 och GY11.

Jag är djupt oroad över den övergripande inriktningen som arbetet har/haft och min kritik sammanfattar jag i bifogat dokument.

Jag fick också svar från Skolverket (augusti 2010):

Utgångspunkten för vårt arbete är det uppdrag som vi fått av regeringen och därtill den proposition som ligger till grund för uppdraget. Det är inget som vi kan dagtinga med. När väl ett uppdrag är givet kan en myndighet inte obstruera eller bortse från delar av det, som du säkert vet. Det är myndighetens skyldighet och ansvar att genomföra uppdraget på bästa sätt utifrån de förutsättningar som givits.

Det man här bortser ifrån är att Skolverket, medvetet eller omedvetet, faktiskt gjort en tolkning av sitt uppdrag från regeringen, utifrån den praktik som finns inom Skolverkets organisation. Regler i form av uppdragstexter är inte heltäckande, som Bergendal diskuterar (2003). Lika lite som vi kan konstruera tolkningsfria kursplaner kan regeringen formulera tolkningsfria uppdrag. Skolverket tolkade och valde vilka begrepp som skulle användas och vilken forskning och beprövad erfarenhet som man skulle stödja sig på, eller inte.

Som du känner till utgår detta från den kritik som riktats mot begreppsanvändningen i nuvarande kursplaner. Det här kravet gör att vi har varit tvungna att redan från början men även löpande genom arbetet (i regel i diskussion med ämnesexperter) hålla koll på vilka ord och begrepp som används i kursplanerna, på vilket sätt de används och med vilken betydelse. Som ett analysstöd i detta arbete har vi löpande sorterat centrala begrepp och gallrat i sådant som skapar otydligheter. Som utgångspunkt för detta arbete utgick vi från de kognitiva processdimensioner som används i Blooms reviderade taxonomi. (Ibid.)

Detta, att utgå från Bloom, innebar att man använde psykologiska begrepp och inte för ämnet specifika kunskapsbegrepp, vilket är den kritik som just riktats mot Bloom. Kunskapskraven formulerades alltså inte utifrån den funktion

matematikkunskaperna ska ha i elevernas fortsatta liv utan utifrån en omdiskuterad, psykologisk grundad, struktur från 1950-talet.

Vi har inte använt den ursprungliga taxonomin just eftersom den är så omdiskuterad och har uppenbara brister. Processdimensionerna var däremot användbara eftersom vi med hjälp av dem kunde analysera vilka olika begrepp som används för att till exempel uttrycka analysförmåga i förhållande till förståelse. (Ibid.)

Men med den kunskapssyn som läroplanen bygger på så är inte analys och förståelse oberoende av det innehåll som skall analyseras. Men detta synsätt delades inte av projektledningen:

Apropå kontexter och diskurser så är det ingen självklarhet (det behöver inte heller vara något problem) att använda sig av begrepp och uttryck som används inom en forskningsdisciplin när man befinner sig utanför den diskursen.

Detta arbete har varit långt ifrån enkelt och i och med att det inte finns några färdiga mallar för hur det ska eller kan göras har det i mångt och mycket varit ett utvecklingsarbete och som sådant har det varit mycket viktigt för oss att löpande få in synpunkter från många håll för att se hur olika grupper reagerar. De kursplaner som redovisats till regeringen är inte perfekta men de svarar i allt väsentligt upp mot uppdragets krav och de upplevs långt mycket tydligare än de nuvarande av de tusentals lärare som lämnat synpunkter. Det sista är egentligen det mest väsentliga. (Ibid.)

I processen att ta fram kursplanen hade många aktörer deltagit genom att läsa en *text* och reagera med en *text*, vilket naturligtvis är bra. Men det skedde under en kort intensiv period. När väl kursplanen är fastställd, handlar det om att *läsa* en text och *handla* i sin praktik som lärare, rektor, provkonstruktör, kompetensutvecklare eller läromedelsförfattare.

Efter införandet hösten 2011 av de nya kursplanerna har olika aktörer tagit fram mängder av material och matriser för att försöka fylla orden "i huvudsak/relativt väl/väl" med mening. Skolverket har till exempel publicerat kommentar- och stödmaterial för både kurs- och ämnesplanen i grundskola/gymnasieskola och för kunskapskraven i matematik för grundskolan (Skolverket, 2011b, 2012a, 2012b, 2013, 2014).

Det handlar inte bara om att vi alla *försöker* fylla orden med mening utan orden *fills* de facto med mening genom allas vårt dagliga arbete. Men på vilka grunder är nu oklart, och det är också osäkert vad resultatet blir i form av lärande och undervisning.

Att bilda praktisk kunskap utan praktik

I Del II, *Att lyssna på praktikerna*, kommer jag att beskriva och analysera matematikerns, lärarens och rektorns praktik. Yrkena är alla väletablerade professioner med tillhörande formell utbildning. Kursplaneskrivare är varken ett yrke eller en profession, utan ett arbete som görs under en kort tid. Men arbetet är en viktig verksamhet som regleras och skapas av politiskt beslutade direktiv, genomförs av en myndighet och involverar många människor, och sker över en viss tid. Arbetet har också ett resultat, en kursplan.

Det är också ett arbete som återkommer. Mina reflektioner från 2005 och 2009 är från två reformer, var och en med sin uppsättning av politiska direktiv, människor och tidsspänn. Det finns då två nivåer av erfarenheter och bildade kunskaper – dels kan jag analysera och beskriva mitt arbete *inom* en viss reform, men jag kan även lyfta blicken och se den praktik som involverar fler reformer över tid.

I Del I, *Kunskapssyn och hörsel*, presenterades tre grundperspektiv på kunskap, att den är konstruerad av människan, beroende av sammanhanget och funktionell för vissa syften. Övergripande bildas kunskap *mellan* alla oss aktörer involverade i kursplaneprocessen med syftet att skapa en text. Demokratiskt valda politikers vilja bildar sammanhanget tillsammans med myndighetens tolkning och genomförande av den politiska viljan.

Vad för kunskap utvecklade jag i det praktiska arbetet *inom* en reform? Jag utvecklade en förmåga att formulera juridiska dokument, analysera och värdera reaktioner, ta ställning och argumentera. Arbetet innehöll möjligheter för mig att bilda mig, då jag fick ta del av så många olika människors reaktioner på ett kommande innehåll för skolans matematikutbildning. Men till vissa delar blev kunskapen oreflektad och tyst. I avsnitten tidigare beskrev jag att jag inte kunde verbalisera den, för att arbetet hade varit så intensivt och komplext. Men vilka fler anledningar kan synliggöra tyst kunskap i arbetet med kursplaner?

En viss kunskap verbaliseras under arbetets gång när det finns behov av att argumentera. Man måste uttrycka sig under arbetet. Men det är framför allt *efter* arbetet jag fick stå till svars i solskenet i konferensrummet med lärare. Men inte heller här *behöver* vi inhyrda experter uttrycka oss, det är Skolverket som är ansvariga för den slutgiltiga texten. Vi kan välja att förbli oformulerade.

En annan anledning till att inte verbalisera den kunskap man utvecklar inom en reform, är att man inte *vill* på grund av politiska eller maktskäl. Det finns ett tydligt maktförhållande mellan Skolverket och en enskild tillfälligt inhyrd ämnesexpert. Att man blir inhyrd är förknippat med en känsla av utvaldhet och förtroende. Men om erfarenheterna man bildar medför behov av att rikta kritik, vill man då göra det? När kursplanen väl är fastställd, då kanske kritik undergräver eller försvårar implementeringen och lärare och skolors arbete? Kanske väljer man då att vara tyst.

En annan anledning till varför kunskap kan vara oformulerad handlar om att förutsättningar – det som är gemensamt i praktiken – är svårt att uppmärksamma. Det är först genom oförutsedda händelser vi kan få syn på denna kunskap. Den arga läraren som reste sig upp och gick gav mig till exempel kunskap om hur engagerad en lärare kan vara och hur bristfälliga mina svar var.

Något oförutsett hände också med mig under min första upplevelse av kursplanearbete 2005. Jag märkte att min kunskap inte var funktionell, den räckte inte. Men praktiken tycktes förutsätta att varje framgångsrik lärare eller lärarutbildare kunde "avgöra vilket innehåll" (Skolverket, 2009a, s. 29) man ska formulera och strukturera i en kursplan under en kort tid tillsammans med andra, ofta okända personer. Mitt arbete, som efter 2005 gick ut på att skaffa mig mer kunskap – utanför min praktik som lärare, matematiker eller kompetensutvecklare – bryter delvis mot denna förutsättning. Jag tog del av den miljön universitetet gav mig, läste, diskuterade informellt vid verkliga och virtuella kaffebord, formellt på seminarium och konferenser, nationellt och internationellt. Jag verbaliserade detta genom en webbplats som kunde brukas av oss alla i reformen 2009, och jag initierade en internationell referensgrupp i arbetet.

Det finns två aspekter här, dels fann jag att den praktiska kunskap jag hade utvecklat inom etablerade professioner inte räckte till. Det konkreta arbetet innebar andra arbetsuppgifter i form av att formulera juridiska dokument, analysera och värdera reaktioner, ta ställning och argumentera. Det var en ny form av praktisk kunskap som utvecklades. Men samtidigt visar mitt arbete mellan reformerna och under 2009, att jag också sökte en teoretisk kunskap. Man kan se exempel på hur jag brukar denna teoretiska kunskap i min argumentation, i mitt första dilemma utifrån matematikdidaktisk litteratur. I det andra dilemman argumenterar jag inte längre inom matematikutbildningens värld, utan argumenten bottenar i kunskapsteoretiska resonemang. Det som lyser igenom här är mina doktorandstudier inom Yrkeskunnande och teknologi, med andra ord arbetet med denna avhandling.

Praktikens förutsättningar kan vara svåra att få syn på, eftersom de är så gemensamma för oss. En annan anledning kan vara att det gemensamma inte existerar. Övergripande utförs arbetet av ett fåtal, ofta obekanta personer placerade i grupper, sammansatta av Skolverket under en kort tid. Erfarenheterna som görs genom upplevelser av just de specifika situationer som man möter som kursplaneskrivare, bildar kunskap som inte nämnvärt dokumenterades, enligt Skolverkets egen rapport (2004). I alla fall inte på ett systematiskt sätt, utan bärs upp av de enskilda personer som deltar i en eller flera kursplanereformer.

Det höga tempot i kursplanearbetet följs av en period av stiltje, där all verksamhet avstannar. (A. Jahnke & Mouwitz, 2008, s. 65)

Kunskapen blev till stora delar individuell, och förmedlades genom ett "sorts expert – novis förfarande", då Skolverket har som praxis att hyra in en erfaren expert i kombination med noviser. Samtidigt är det, som jag har beskrivit, svårt att genom erfarenheten av *en* reform verkligen bilda en kunskap som är verbaliserbar. Som jag diskuterade i Del I kan det vara svårt att utveckla praxis själv, och speciellt inte om den är diskontinuerlig och saknar en viss rytm. En del av den erfarenhet som förs vidare präglas av kritik och frustration över arbetets komplexitet och förutsättningar. Den dåvarande inhyrda experten och numera professorn Barbro Grevholm, beskrev revideringsarbetet av kursplanerna 2000 i ett PM till Skolverket:

Arbetet med kursplanerna påbörjades i oktober 1997 och är ännu inte avslutat. Direktiven och ramarna för arbetet har förändrats flera gånger under denna tid. Arbetssättet för referensgruppen har förändrats vid flera tillfällen. Åtskilliga personer har lämnat referensgruppen och ersatts av andra. Ansvariga på Skolverket har avslutat sin anställning och ersatts av nya personer vid flera tillfällen. Den politiska styrningen har varit påtaglig samtidigt som Skolverkets anställda företräder en syn på sin uppgift som verkställare av politiska intentioner utan att ha ansvar för att påtala konsekvenserna av lagda förslag. (SOU 2008:27 Bilaga 7, s. 158)

Våra svårigheter med att få grepp om kursplanearbetet kan ses som symptom på att den praktiska kunskapen, på sätt och vis, bildas utan en praktik. Det gemensamma kan vara svårt att synliggöra, helt enkelt för att det inte existerar. Det är ett väldigt praktiskt arbete som egentligen saknar en praktik, som utvecklats av människor över tid, där tillit och kunskaper tillsammans bildats. Men även en avsaknad av "vägvisare och hjälpare" (Josefson, 1998, s. 31) om vi lånar Aristoteles ord, det vill säga av teoriskt kunskap. För att utveckla kunskap om arbetet var jag tvungen att träffas av den där klubban som svingade mig tillbaka till min yrkesbanans djupa dike, och som gör att jag nu kan göra en analys.

Nja, detta kanske är att gå för långt. Någon sorts praktik finns ju. Kanske kan man säga att det har funnits inslag av det som enligt Bergendal (2003) kännetecknar en praktisk kunskap som inte har så hög kvalité, en praktik vars handlingar leds av slentrianmässighet, total improvisation och blind lydnad? Aspekter som även omöjliggör kritik, vilket jag tidigare berört.

Men ett sätt att utveckla praktiken har varit att involvera många aktörer, vilket är något som introducerades under reformen 2005, då man på allvar kunde utnyttja Internet. Dessförinnan var arbetet mer slutet inom Skolverket (SOU 2008:27 Bilaga 7). Men så fort en arena erbjuds för dialog och erfarenhetsutbyte, uppträder oenighet. Oenigheten i sig kan vara fruktbar, som jag diskuterade i Del I, och kan ses som en viktig ingrediens för att få en äkta dialog att äga rum

(Göranzon & Moowitz, 2005, s. 101). Även om jag ibland fann mig delta i fruktbara oenigheter och äkta dialoger om skolans matematikutbildning, så medförde det reaktiva arbetssättet att det mesta egentligen inte var en dialog, utan väldigt *många monologer*. Att öppna upp en arena för dialog medför ansvar – dels från de som framför synpunkter, då dessa behöver vara i stora drag innanför de ramar och direktiv som finns, men det finns även ett ansvar att synpunkterna tas om hand på ett mer systematiskt sätt än vad jag upplevde. Ibland blev det så många monologer (av vilka jag själv bidrog med en del!), och tiden så kort, att man kan undra om jag eller Skolverket hann lyssna. Men man kan se initiativet att involvera många aktörer sedan 2005 som starten på byggandet av ny praktik och praxis.

Mitt schizofrena förhållande till kursplanen

När jag nu ser tillbaka på mina berättelser kring ”praktiken” som kursplaneskrivare, ser jag min dubbla roll som deltagare och kritiker. Jag vill poängtera att trots brister i processen så är inte allt som står i dagens styrdokument dåligt. På ett övergripande plan är struktur och innehåll bra och en förbättring jämfört med de tidigare styrdokumenterna. Som kursplaneskrivare har jag inget tolkningsföreträde. Min tolkning är inte mer giltig än någon annans. Det finns möjligheter att utifrån en tolkning av styrdokumentet genomföra en bra utbildning.

Sedan införandet 2011 har implementering bedrivits och bedrivs i skolor och klassrum. Jag kan se att min dubbla roll består. En av de didaktiker som medverkade vid framtagandet av den amerikanska motsvarigheten till våra kursplaner, *The Common Core State Standards for Mathematics* (National Governors Association Center for Best Practices & Council of Chief State School Officers, 2010), uttrycker sitt schizofrena förhållande till det färdiga dokumentet på följande sätt:

I have strong and fervent beliefs that CCSSM is wrong-headed, and I will say so in public. But I will also work to make the emerging system as positive an experience for teachers and students as possible. And I know I'm not alone. It is always easier to criticize and be cynical. It is harder to roll up one's sleeves and get to work. So I will remain a schizophrenic, work for students and teachers to learn what mathematics they can, and work for the day that our standards come back to their senses. (Solomon Garfunkel, 2012)

Jag kan känna igen mig i detta, och min dubbla roll som både kritiker och deltagare har fortsatt i arbeten som har följt. Jag har sedan styrdokumentet blev fastställt, arbetat med att implementera dokumentet genom mitt arbete i olika projekt vid NCM och i samarbete med Skolverket.

Från det formella till det reella

Kursplanen är intressant ur flera perspektiv i denna avhandling. För det första, kursplanetexten syftar till att styra och stödja just den verksamhet som är föremål för utforskning i denna avhandling. För det andra, om vi blickar tillbaka på Del I, *Kunskapssyn och hörsel*, så är kursplanen rent kunskapsteoretiskt och språkfilosofiskt intressant då man via en text försöker styra och stödja en komplex verklighet. Ett exempel ges av diskussionen i Del I kring *processen att följa en regel*, som kan ses som tyst kunskap. Styrdokumenten för skolan är regler gestaltade i en text vars syfte är att styra vad som verkligen sker i skolans matematikutbildning. Texten är något vi har gemensamt, som vi tillsammans kan använda och ta spjörn emot, tänja och luta oss mot. Min utgångspunkt är att vi inte språkligt kan reglera *hur* vi ska *följa* kursplanen i en viss praktik, det vill säga att ge en språkligt formulerad definition som gör att olika personer vid olika tidpunkter handlar på samma sätt. Vi kan inte skriva hur många kommentarmaterial som helst. Det verkar som just *det* som gör att vi inte i text kan reglera allt i skolan, är *detsamma* som garanterar utrymme för oss att handla annorlunda eller på samma sätt som tidigare i vår praktik.

Jag ska fortsätta undersökningen av hur skolan bildas genom att gestalta praktiker som realiserar kursplanen. Jag har påstått att arbetet som kursplaneskrivare skiljde sig åt från mitt arbete som lärare och matematiker. Det är då hög tid att ta del av dessa praktiker och de kunskaper jag utvecklade som blivande matematiker och därefter som lärare. Jag kommer att återkomma till kursplanen, då jag i Del III analyserar berättelserna kring att arbeta och lära som matematiker, lärare och rektor.

Nu fortsätter vi att lyssna på praktikerna.

ARBETAR OCH LÄR SOM BLIVANDE MATEMATIKER

Att förstå. Att inte förstå. Att ta till sig Shakespeare eller matematik. Tänka är svårt. Matematiken kan få mig att förflyttas till ett rosa rum där tiden upphör, där bara koncentration och fantasi finns. Jag älskar att tänka. Jag lockas ständigt av sådant som jag inte förstår.

När jag var doktorand i matematik fick jag ofta kommentaren: "Du som sysslar med matematik måste förstå väldigt mycket." Det verkar som om det finns en bild av att man går omkring i ett ständigt rus av klarhet. Nej, så är det inte, snarare tvärtom, den största delen av tiden går man omkring och förstår ingenting. Man brottas ständig med ett problem. (A. Jahnke, 2004, s. 43)

Citatet ovan är från texten *Innan fem kommer många fyror*, som jag läste upp vid dialogseminariet *Det matematiska kulturarvet* på Dramaten 2004. I citatet ovan hörs den forskande matematikerns fascination och drivkraft: "älskar att tänka" och "lockas ständigt av sådant som jag inte förstår". En tillvaro där ens egna tankar får utrymme och utmaningar. En vardag där man med koncentrationens och fantasins hjälp förflyttas till ett annat rum, där man största tiden går omkring och förstår ingenting.

Som tidigare nämnts, så analyseras ett flertal metaforer för matematik som framkom vid dialogseminariet i avhandlingen *Matematik och bildning* (Mouwitz, 2006a). Jag bidrog med följande metafor som jag hört en professor i matematik ge. Han såg matematiken som ett stort hus som matematikerna höll på att bygga. Vissa arbetade med grunden, en del byggde en helt ny våning, medan andra slog ut väggar mellan olika rum. Men, menade professorn, de allra flesta stod som han själv och polerade ett dörrhandtag.

Denna metafor ger en bild av matematiken som mänskligt konstruerad, där de flesta står, till och med de med mest kunskap – professorerna – ensamma med ett dörrhandtag. Dörrhandtaget upptar hela deras koncentration och fantasi och resulterar i ett mer skinande vackert handtag. Ett handtag som inbjuder att användas av någon för att gå in i ett ännu utforskat rum i detta matematikens hus. Jag ska först koncentrera mig på verksamheten i det rosa rummet, därefter ska jag lyfta blicken till "huset" och vilken praktik jag var delaktig i.

Jag och matematiken

Under min tid som student och doktorand i matematik fick jag ofta följande reaktion på slätkalas och fester:

- Nå Anette, vad gör du nu för tiden?
- Ja, jag studerar fortfarande matematik.

– Men, har du inte räknat färdigt än?

Här finns dels den klassiska aspekten att matematiken ses som "att räkna" men även uppfattningen att matematik kan ta slut. Jag skulle kunna bli färdig. Som doktorand upplevde jag matematik som en verksamhet utan slut. Här fanns utrymme för ständigt nya dörrar att öppna. Forskningsfronten befanns sig trots flera års studier, långt bort. Artiklarna jag läste var från 1950-talet.

Matematikens långa historia medför en omfattande befintligt kunskap, men det är inte det som gör att man inte blir "färdig". I *Darwin's Plots* beskriver Gillian Beer Darwins text:

In its imaginative consequences for science, literature, society and feeling, *The Origin of Species*, is one of the most extraordinary examples of a work which included more than the maker of it at the time knew, despite all that he did know. (Beer, 2009, s. 2)

Här finns en analogi till matematikerns förmåga att "include more than the maker of it at the time knew". Efter att man lyckas formulera ett fenomen med matematikens symboler leder reglerna för symbolerna oss vidare. Jag lärde mig att använda logiska resonemang för att ta mig från ett sant påstående till ett annat. Men vi kan inte förutse vart vi hamnar. Ur denna aspekt erbjuder matematikens praktik utrymme för att bilda sig utan på förhand bestämda mål. Detta medförde att jag ofta blev överraskad när jag studerade matematik. Detta i sin tur medförde en lekfull och förväntansfull inställning till matematiken. Man kan med tankens kraft lekfullt undersöka vart nya begrepp, metoder och resonemang kan leda genom att följa logiken. Begreppen är inte slumpmässiga och isolerade.

En kollega till fysiker Ernst Rutherford lär ha sagt att han alltid verkade rida på vågen, vilket fick Rutherford att replikera "I made the wave, didn't I?" (Reeves, 2007, s. 57). Att skapa en skapelse (till exempel en egen förståelse för ett visst begrepp, eller att forska fram ett nytt begrepp) och att ha förmåga att låta skapelsen leda oss vidare pekar på möjligheter och utrymmen för kreativitet. I *De två kulturerna* ger författaren och fysikern C. P. Snow, Rutherford rätt, och Miroslav Holub fördjupar diskussionen kring kreativitet i artikeln *Maxwells demoner eller Om kreativitet*:

Vågor bildas i vatten eller andra element där vibrationer produceras. De kan inte skapas av ingenting. Skapande innebär inte att något uppstår ur ingenting, utan det inför en ny kinetik i en redan existerande miljö – en ny organisation av ett redan givet rum. (Holub, 2002, s. 33)

Skapande och kreativitet uppstår inte ur intet. Den kreativa Darwin ställer avslutningsvis i *Om arternas uppkomst* kritiska frågor kring sin egen teori, till exempel varför hittar man inte i vår jord lager på lager fullproppade av förfäder som är gradvisa förändringar av nu levande djurarter?

Att hävda att den tid som varit inte skulle vara lång nog för hur stora organiska förändringar som helst är helt orimligt. Ty de tidsåldrar som redan förgått har varit så enorma att den samlande tidsrymden överstiger all mänsklig författningsförmåga. Alla de fynd som förvaras i våra museer är som ett intet i jämförelse i de otaliga generationer av otaliga arter som en gång existerat. (Darwin, 1859/1976, s. 353)

Att låta en rymd fyllas av tid översteg inte Darwins föreställningsförmåga. Han tillförde en "ny organisation till ett redan givet rum". Enligt Beer medförde detta att han "moved outside the protecting terms of Baconian induction into a role more like that of a creative artist" (2009, s. 95). Här finns analogier till praktiken som matematiker.

Som nioåring upptäckte jag att genom att skugga kunde få teckningar att se tredimensionella ut. Jag ritade av allt. Speciellt mina händer. Bilden uppstod inte ur ingenting utan genom samspel mellan ljuset, ögat, armen, handen, pennan och pappret. När jag är kreativ är det som att jag lyfter från stolen, som om min kropp är fylld med helium. Men all tyngd ligger i handen och kontakten med pappret. Det är det som gör att jag stannar kvar och inte far i väg. Penna och papper var enormt viktiga för mig som blivande matematiker.

Resonemangen måste fästas och testat via ett upprepat skissande. "Att samtala med konstnären Lennart Mörk innebar, enligt Magnus Florin, att man kom fram till reflektioner och idéer som man inte visste att man hade – ofta medan han tecknade." (Göranzon, 2002, s. 4). Liknande skedde även inom ett forskningsprojekt om design och innovation, då ingenjörer deltog i ett arbetsseminarium, där även en designer med förmåga att visualisera deltog. Det var egentligen inte de mer eller mindre färdiga skisserna som blev viktiga, utan de naiva frågor som designern ställde till ingenjörerna medan hen tecknade (M. Jahnke, 2013).

Sida upp och sida ner. Symboler i rader. År ut och år in. Detta är långt från det resultat som sen presenteras i efterhand, skissandet bevaras inte. Skissandet och "läsandet" av skisser blir en del i att använda och utveckla sin föreställningsförmåga, till att organisera om ett redan givet rum. Man tänker i skisser och praktiken präglas av en lekfullhet i att följa resonemangen man konstruerar.

Ett exempel på lekfullheten är min relation till spel. Jag har ofta fått reaktionen från elever och vänner att jag som matematiker måste vara duktig i till exempel schack. Men så fort jag ser ett schackbräde frågar jag mig: Varför har man ett

kvadratisk bräde? Vad skulle hända om det vore trekantigt? Eller runt? Eller på en boll? Varför har man bara två färger? Varför inte tre? Hur skulle brädet då se ut? Varför har man en häst som hoppar omkring? Vad händer om man har en tjurig åsna som hoppar slumpmässigt istället?

Lekfullheten leder till överraskningar och estetiska upplevelser.

Hösten 1999 sitter jag på mitt kontor. Pappren är fulla med uträkningar. Jag försöker formulera en sats. Det blir så många olika fall. Men mitt i röran ser jag hur jag kan samla ihop allt i en oansenlig liten formel. Just då förstår jag varför matematiker vill vara matematiker. Så vackert. Jag förstår varför Andrew Wiles hade tårar i ögonen då han berättade om det ögonblick då han fick rätt på beviset till Fermats sista sats som gäckat matematiker i 350 år.

Upplevelsen att hitta en dörr utifrån sin egen förmåga kan vara densamma som den framstående matematikerns, som har förmågan att slå ut väggar eller polera dörrhandtag. Matematikern och författaren Keith Devlin beskrev vid ett seminarium på NCM (2009, 20 augusti):

In a competition, many think, there is a winner and there are looser. But here is a big misunderstanding, not winning does not mean that you are looser. I have my one goal in marathon. Do I win? No, but it is not loosing. All are interested in the winner, superstars of course. That is fine. But you can do the same thing on your own level. It is all about maximize your own potential. In my own research, I think I got the same kick that Andrew Wiles got while proving Fermat's last theorem. But my research is not world famous. But the experience is the same.

Syftet är att skapa – eller tillgodogöra sig – abstrakta teorier och samband som man från början inte kan urskilja. Man strävar efter enkelhet, självklarhet och det råder en stark estetisk norm inom praktiken. Matematiken som hus beskrivs ibland som ett luftslott (Starbird & Burger, 2005).⁴⁵ Det är intressant att

⁴⁵ "Mathematics is not constrained by mundane reality. It can build castles in the air and concepts in the mind whose beauty, magnificence, and intrigue are as boundless as the ideas themselves." (Starbird & Burger, 2005, s. 199). Uttrycket "castle in the air" verkar användas på olika sätt, ibland för att ge en metafor för att matematiken är något skapat utanför människan. Men uttrycket har även använts av Darwin för att beskriva forskningsprocessen: "I observe a long castle in the air,...//...The capability of such trains of thought makes a discoverer, & therefore (independent of improving powers of invention) such castles in the air are highly advantageous, before real train of inventive thoughts are brought into play." (Darwin, 1838/2009, s. 34-35). "Darwin's imaginative construction of natural selection exemplifies his early notions about the roles of poetic fancy in science – a notion quite in conformity to that of the Romantics. He came to believe, likely from reading Humbolt and also Wordsworth, that fabricating "castles in

uppmärksamma att det ses som ett *slott*, och inte som ett simpelt torp eller en 70-tals villa med medaljongtapeter.

På samma sätt som upplevelsen av estetisk karaktär kan vara likartad bland professorer, doktorer, doktorander och docenter, kan även svårigheten för matematik vara gemensam. Den mesta tiden befinner man sig i matematiksvårigheter, vilket medför att ens undersökningar tar tid. Det finns en långsamhet förknippat med praktiken. I en intervju med Abelprisvinnaren John Milnor får han en fråga kring sitt författande av böcker i matematik:

Most textbooks have arisen because I was trying to understand a subject and I mentioned before I have a very visual memory. The only way I can be convinced that I understand something is to write it down. And to write it down so that I can understand it. So it is I think that the clarity of writing at to that extent exists because I am a *slow learner* and need to write down many details to make sure I am right. (Raussen & Skau, 2011, min kursivering)

Svårigheterna bottnar i att lekfullheten har ett pris, eller kanske snarare enbart en annan sida. Man måste stå till svars för sina påståenden och svara på lekfulla frågor. Man har ansvar att kunna förklara logiskt sina anspråk. Lekfullheten innefattar ett kritiskt tänkande och förhållningssätt som man utsätter sig själv för och som andra utsätter en för.

Praktiken som matematiker, så som jag upplevde den, kan kännetecknas av en rytmisk verksamhet mellan lekfullhet och ansvar, förståelse och förvirring, samt en långsamhet med plötsliga avbrott av insikter. Denna praktik syns inte i det som jag som matematiker producerade i färdig text, *hur* jag gjorde är oformulerat i praktiken. När matematikern Elise försvarade sin avhandling i matematik (Björkholdt, 2000), fick hon frågan av opponenter *hur* hon kommit fram till sina resultat. Hon svarade "I guessed". Bakom dessa ord finns en djup förståelse och förtrogenhet med det område hon arbetade med.

Detta visar egentligen att det finns ytterligare en aspekt förutom den rytmiska i praktiken. Den är att det krävs en *kontinuitet* i rytmen. När jag nu läser "resultatet" av min rytmiska praktik i form av ett avsnitt ur min licentiatavhandling i denna avhandling, så kan jag inte längre följa resonemanget som jag förde. Jag förstår det inte, minns inte vad symbolerna står för eller vilka definitioner som står bakom. Min kunskap finns inte i symbolerna. Detta är ett tecken på att kunskapen är hårt knuten till praktiken, till verksamheten. Kunskapen levde när jag var kontinuerligt över tid involverad i lekfullhet och ansvar, förståelse och förvirring, och långsamhet och avbrott. Den var aktiv men tyst när den levde, och när den är död talar den inte. I det sjunde brevet uttrycker

the air" must set the path for more rigidly analytic thought about a subject." (Richards, 2002, s. 536).

Platon sin djupa misstänksamhet och kritik till det skrivna ordet, att det skulle vara möjligt för någon att i skrift uttrycka "seriösa frågor" (Platon, 2009, s. 271), eller kunna uttrycka hens eget vetande.

Nej, ur långvarig samvaro kring själva saken och ur samlevnad med denna uppstår det plötsligt i själen, likt ett ljus som tänds av en hoppande gnista, och sedan ger det näring åt sig själv. (Ibid., s. 267)

Sociologen Richard Sennett beskriver i boken *The Craftsman* (2008) sin tidigare lärare, filosofen Hannah Arendts uppdelning av människans tillstånd när hen arbetar. I tillståndet "animal laborens" är människan som uppslukad av en syssla, stänger ute världen och fokuserar på frågan "Hur?" (vilket naturligtvis inte behöver betyda att man verbaliserar sitt hur). I det andra tillståndet, "homo faber", har människan slutat "producera" och istället övergått till att diskutera och bedöma tillsammans med andra och fokusera på frågan "Varför?". Arendt ser Homo faber som chefen över Animal laborens, vilket Sennett motsätter sig. Precis som Schön, anser han att vi i situationer av "görande" samtidigt mentalt för diskussioner kring varför.

Det kan jag hålla med om när det gäller praktiken som matematiker. Det finns ett levande "varför" nära "materialet" man bearbetar i matematiken, när man är långvarigt involverad i tankar, penna, papper och problem. Men om "Varför?" ställs till praktiken som helhet, vad händer då? Om man lyfter blicken från pappret?

Jag, matematiken och människorna

Under min skolgång såg jag matematiken som en tävling, snabbt och rätt belönades med att jag fick rita på lektionstiden som blev över. Tävling i sig lockade mig inte. Det var på universitetet som jag blev fångad av matematiken och utvecklades. Ja, jag tror nästan att man skulle kunna kalla det för en förälskelse som "förflyttade mig till ett rosa rum". I mina studier studerade jag hermitska gitter över ringar med involutioner. Ett litet specialområde inom specialområdet algebraisk talteori som i sin tur ingår i det vidare området talteori som ingår i det omfattande området algebra. Algebra kan beskrivas som matematikens inneboende dator – kan du inte lösa ett matematiskt problem, omvandla det till ett algebraiskt problem och lös det med algebra.

Som doktorand var jag en perfekt animal laborens. Jag blev alltid lika förvånad när julafton dök upp, gick lätt klädd med två olika sorters skor på fötterna, koftan ut-och-in, livnärde mig på sushi och thaimat. Jag hade lärare och doktorandkollegor omkring mig, men de situationer jag upplevde i min praktik bestod till mesta tiden av mig själv, matematiken, penna och papper. Mina tankars samtalspartner var matematikens begrepp och metoder, när jag försökte

att rycka upp allt fler dörrar till olika rum i matematikens hus. Lars Mouwitz kommenterar metaforen att se matematiken som ett hus:

Denna metafor ger känsla av något gediget och välplanerat, men samtidigt något avskilt. På vilket sätt hänger detta "hus" ihop med resten av verkligheten? (Mouwitz, 2006a, s. 145)

Pennan, pappret, radergummit och mina tankar kunde inte hålla verkligheten ute till slut. Sakta men säkert kom Homo faber tassande – och jag vaknade upp en morgon och ställde frågan: Varför gör jag detta? Vad är det jag egentligen gör? Vad är matematiker för yrke?

Men när jag väl ställt frågan var det redan för sent.

Den har inget namn Den låter sig inte benämnas Då försvinner den
Kring varje struktur finns det osynliga moln av andra strukturer Var sker urvalet?
Av vem? Av ingen? (Sonnevi, 1999, s. 285–286)

Matematiken skulle vara nog för att motivera mig, och ett omedvetet mänskligt urval hade, som jag uppfattat det, sorterat fram folk omkring mig som tycktes trivas med att vara Animal laborens livet ut. I matematikerns praktik fann jag att det inte fanns – eller man ville inte ge sken av att det fanns – ett utrymme för två tillstånd, som även inkluderade att ställa frågan varför tillsammans med andra.

Men vilka var människorna som hade byggt huset? Metaforen kring matematiken som ett hus kan ge bilden av att matematiken upplevs eller betraktas som konstruerad av människor men jag upplevde snarare att matematiken konstruerades av den enskilda människan. I böcker om matematikens historia är det ett ensamt manligt geni som lyfts fram. I filmen *Fermats Last Theorem* (Singh & Lynch, 1996) beskriver Andrew Wiles hur han i största hemlighet och ensamhet försökte lösa Fermats sats i sju år. I mina forskarstudier kunde jag diskutera min forskning med högst en eller två människor. Att vara kreativ tillsammans saknade "glans", som Ann Buttimer skriver i *Kreativitet och miljö* (2002). Var fanns relationerna mellan människor? Var fanns samarbeten mellan människor? undrade jag.

Men man kan gå längre. I min "nära-Wiles-upplevelse" beskriven tidigare, infann sig också för några ögonblick, denna känsla av upptäckt. En känsla av att det inte var ett hus byggt av varken människan eller av människor, utan att vi bara dammade av ett hus som redan var byggt och välplanerat av något annat. Ett förhållningssätt som kan tolkas botten i ett synsätt där matematikens objekt anses/upplevs existera oberoende av oss människor och vår värld. Ibland benämns denna inriktning, "platonisk" (vilken kanske har mer att göra med den gängse tolkning av Platon än hur man skulle kunna tolka Platon).

Övergripande kan detta vara ett tillstånd som är funktionellt för att kunna

forska i matematik. Det hjälper oss att hålla fokus och koncentration på matematiken. Upplevelse av upptäckt misstänker jag bottnar dels i en spänning mellan ens egen tillvaro av oduglighet och den plötsliga insikten av något tidigare dolt som upplevs som vackert. Människan blir förknippad med oduglighet, och eftersom det saknas fokus på relationer mellan människor, kan varken människor eller människan i sin oduglighet ha skapat detta vackra.

En annan orsak till denna känsla kan vara avsaknaden av ett språk att klä upplevelsen i. Samtalspartnern är ju matematiken, och då används matematikens språk. I samtal mellan doktorander, handledare och lärare behövs inget annat språk än det matematiska för att tillgodose sig olika teorier och lösa matematiska problem. Blickarna är riktade mot ett gemensamt papper eller mot begreppen bakom. Men vi ser varandra sällan i ögonen. Den kortaste språkligt formulerade förklaringen till den "platonska" känslan blir i denna praktik helt enkelt uttryckt som "upptäckt" eller "matematik finns oberoende av mig". Den kan också bottna i avsaknaden av uppmärksamheten av skissandet, det vill säga, på *hur* vi kommer fram till de resonemang som visar sig hålla.

Som student och därefter doktorand i matematik, lärde jag mig matematik genom att göra erfarenheter i en praktik som präglades av att lösa, ofta väl valda, exempel på matematiska problem. Ofta var lärarna mycket skickliga i att föreläsa, förklara och ge oss dessa valda problem. En ytterlighet i att inskolas i praktiken var deltagandet i många seminarier av "mästare":

Seminarium samlade doktorander, doktorer, docenter och professorer inom samma område, i mitt fall algebraisk talteori. Till slut fick vi doktorander igenom starten av en ny doktorandseminarieserie som skulle vara på så elementär nivå att även vi doktorander skulle hänga med. Först ut var Professor Osmos; han hade som vanligt glömt att stoppa in skjortan där bak. Han går fram till tavlan, harklar sig och börjar skriva

Låt G vara en penna som vi blåser upp i nio punkter...

Sviiiich där var jag borta. Efter en kvart var Professor Osmos egna doktorander lost. Efter en halvtimme resten av gänget, sista kvarten talade han till sig själv.

Genom att delta i praktiken utvecklade jag en förmåga att urskilja samband mellan till synes olika matematiska begrepp och hur begrepp "betedde sig", genom att snabbt behärska en rad algoritmer. Delar av min kunskap, som till stora delar var tyst eller oformulerad, hade kanske likheter med att veta hur klangen på en klarinett låter. Ett exempel på hur oreflekterad kunskapen var, är då jag som nybliven doktorand fick i uppgift att ge problemlösningsseminarier för studenter. Jag läste då en för mig okänd (!) klassiker, *How to solve it* (Polya, 1957). Det är fascinerande att jag lyckades studera matematik genom hela skolan och sju år på högskolan utan att ha reflekterat över hur jag egentligen gjorde när jag löste

problem. Det hade inte funnits något yttre behov av att reflektera eller verbalisera.

När jag ställt frågan varför? till min praktik som doktorand i matematik, fann jag hos mig själv en oförmåga att verbalisera – jag saknade ett språk för att tala *om* min praktik som blivande matematiker. Få kunde ta emot det jag försökte säga. Praktiken var stum och näst in till döv. Följande dikt är ett av de första försöken att formulera min upplevelse av praktiken.

Iförd myskofta och en kaffekopp i handen
går jag i en lång korridor med arbetsrum.
Passerar en man.
Han ler, jag ler, vi nickar.
Går vidare.
Knackar på en dörr. Lämnar en bok. Får en ny bok.
Han ler, jag ler, vi nickar.

Går vidare.
Kommer till korridorens slut. Ska svänga runt hörnet.
Stannar upp.
Tvekar.
Något känns fel.
Lyssnar koncentrerat.
Mummel, tissel och tassel
Avvaktar.
Funderar.

Bakom min rygg har männen smugit ut ur sina arbetsrum.
Likt akrobater har de klättrat upp på varandra och formerat en mänsklig pyramid.

Snabbt vänder jag mig om.
En ensam man står kvar.
Harklar sig nervöst.
Men så ler han.
Jag ler.
Vi nickar.
Med återvunnen självsäkerhet vandrar han iväg visslandes längs korridoren.

Jag skakar på huvudet.
Svänger runt hörnet.

Så fort jag svängt runt hörnet, smiter männen åter ut från sina rum och formerar pyramiden.

Med åren blev jag snabbare. Då och då lyckas jag få en glimt av "herrarkin". Men under min tid som doktorand i matematik blev jag aldrig så snabb att jag hann se vem som satt på toppen.

(A. Jahnke, 2006a, s. 47–48)

Dikten ovan framförde jag vid dialogseminariet *Hur vårdas talanger i våra konstnärliga utbildningar?* Vid seminariet medverkade blivande musiker från Kungliga Musikhögskolan i Stockholm. Musikstudenten i klassisk gitarr, Dohyo Sol, beskrev att tillvaron som blivande yrkesmusiker "innebär helt enkelt att lära sig leva med att vara oduglig" (Sol, 2006, s. 77). Stumheten i min praktik kan här ha ytterligare ursprung. Det kan handla om de maktförhållanden som råder mellan till exempel handledare och doktorander, professorer och icke-professorer. De som anses kunna mer och de som anses kunna mindre. Jag tror att det värsta en matematiker vet är att känna sig dum, att tänka fel och blottlägga sin okunskap. Att tala för mycket kan avslöja ens oduglighet. Man vill inte tala.

Dikten ovan adresserar också frågan om vem som bestämmer hur man ska bygga? Vad värderas högt? Lågt? Hur bör man handla i denna praktik? Vad är "fel" och "rätt"? Varför?

I ett hus där det råder tystnad, där man inte vet var människorna finns, där man inte vet vem som har planerat och planerar blir det svårt att få syn på det gemensamma och de rådande normerna. En del lyckades jag ibland se genom att jag ovetandes bröt mot dem. Ett exempel var när jag i mina forskarstudier önskade att studera matematikens historia, men avråddes, de inte ansågs meriterande. Eller när jag som nybliven doktorand sätter mig till bords vid julfesten och professorn till höger frågar: Så, du är en ny sekreterare här? Ett annat exempel var då jag bad dekanen om tjänstledigt i tre månader (då jag fått stipendium) och skulle kunna ha utrymme att dryga ut tiden (långsamheten!). Men nej, tiden tickar, svarade dekanen, ta du tjänstledigt men din doktorandtid tickar i alla fall.

Det fanns två aspekter kring förhållandet till "tid". Först handlade det om mitt intryck att det som värderades högst inom matematikerns praktik var att *hinna* bevisa det där påståendet som ingen annan försökt eller lyckats med. Dohyo Sol beskriver hur han i sin vardag som blivande musiker gick omkring på Musikhögskolan med en T-shirt med texten "Somewhere someone is practising and when you meet him in a head to head competition, he'll beat you" (Sol, 2006, s. 77).

Jag började uppfatta praktiken som matematiker som en tävling och oftast en ensam sådan. Kort sagt var jag tillbaka i årskurs 1, men utan någon tid över för att rita. Det fanns nämligen ett krav i praktiken, att *all* ens tid lades på matematiken. Att brinna för en och endast en sak. Men de som brinner för flera saker brinner de sämre? Det är det som är frågan. Musikstudenten, Tore Eketorp, uttrycker sig så här:

Min hypotes är att studierna inom ett kunskapsområde som inte har en självklar koppling till studierna inom mitt eget yrkesområde, en sorts allmänbildning i vidare bemärkelse, hjälper mig att komma vidare inom mitt yrkeskunnande. Min hypotes går därmed tvärt emot den likriktning av ämne som råder i utbildningen för en musiker i dag. (Eketorp, 2006, s. 67)

I Del I, *Kunskapssyn och hörsel*, presenterades tre grundperspektiv på kunskap, att den är konstruerad av människan, beroende av kontexten, och funktionell för vissa syften. Dessa perspektiv upplevde jag som dolda i praktiken som matematiker.

Att matematisk kunskap kan anses vara konstruerad av människor upplevdes och verbaliserades inte i praktiken. Jag skulle kunna beskriva mig själv som matematiker som en katt som lekte med min egen svans.

Mina egna studier i matematikens historia gav en bild av ett område som har utvecklats olika i olika kulturer, tider och mellan människor. Till exempel har vad som ansetts utgöra ett bevis varierat under historiens gång. Matematiken var inte så oberoende av kulturen och samhället som jag i min praktik hade upplevt.

Var kunskapen funktionell för de situationer jag mötte? Ja, kanske just för den avgränsade praktiken som utgjordes av mina tankar, papper, penna och radergummi. Men den var inte funktionell om jag lyfte blicken från pappret. Syftet – eller ändamålet – med mina hermitska gitter var oklart, förutom strävan efter att finna vackra och enkla samband mellan olika delar inom talteorin. Samtidigt fanns det utrymme att uppleva matematiken som ett bildningsämne med utrymme för ständigt nya "intellektuella resor" utan förutbestämda mål. En resa som kännetecknas av en kontinuerlig rytmisk verksamhet mellan lekfullhet och ansvar, förståelse och förvirring, samt en långsamhet med plötsliga avbrott av insikter. Kunskapen jag utvecklade var tyst för att jag inte ville eller behövde verbalisera mig, och för att den var en del av det gemensamma i praktiken.

Från en överklighet till ett klassrum

Mina obesvarade frågor kring praktiken som matematiker medförde att jag beslöt mig för att lämna banan som matematiker efter min licentiatavhandling. Men, på väg ut i arbetslivet fanns det plötsligt ett behov att kunna precisera min yrkesidentitet.

En morgon på väg till jobbet samtalade jag på spårvagnen med en pappa som också precis lämnat sitt barn på dagiset. "Vad sysslar du med?" frågade jag. "Jag arbetar som miljökonsult, jag är biolog", svarade han. Jag upptäckte att vi inte använder benämningen matematiker på samma sätt som biolog och kemist. Där stod jag med en licentiatavhandling i algebraisk talteori, men det bar mig emot att kalla mig för matematiker. Vem bestämde vem som får kalla sig matematiker? Fick jag? Varför skulle jag behöva be någon om lov?

Etiketten matematiker är i princip reserverad för dem som forskar i matematik eller undervisar i matematik på ett lärosäte. Vilket leder till att matematiker är ett ovanligt yrke, reserverat för ett fåtal. Det medför också ett osynliggörande av andra verksamheter och yrkespersoner som använder matematik. Dessa yrken har ingen ändelse "er"⁴⁶ som förknippas med ämnet matematik. Lars Mouwitz har ytterligare en passande kommentar till metaforen där matematik är ett hus:

Hur förhåller sig detta "hus" till matematiska modeller och matematikens användbarhet? (Mouwitz, 2006a, s. 145)

I detta avsnitt har jag hittills diskuterat den forskande matematikerns praktik utifrån mina specifika erfarenheter som doktorand. Men *vad* är det då som skapas och används ute i "verkligheten" utanför huset som till viss del verkar påminna om matematiken inuti huset? Vad är det som skapas och används i den praktik som barn, ungdomar och lärare befinner sig i? I skolan? Utanför skolan?

Den som inte varit djupt inne
i det överkliga
vet ingenting om det verkliga.
(Sonnevi, 2006, s. 110)

Jag hade varit djupt inne i det överkliga. Ska vi lita på poesin och poeten Göran Sonnevi hade jag nu goda förutsättningar för att ta mig an verkligheten. Men det förutsatte att jag tog klivet.

- Carl-Erik Blomqvist, studierektor Hvitfeldtska gymnasiet, säger mannen i kostym andfått.
- Åke Håkansson, mattelärare Hvitfeldtska gymnasiet, pustar mannen med fjällrävenryggsäck.

Min presentation av min licentiatavhandling skulle precis starta. Några veckor tidigare hade jag skickat iväg en ansökan till tjänsten som lektor i matematik vid Hvitfeldtska gymnasiet. Ansökan var ett hastverk. Ingen lärarutbildning, några sommarkurser i didaktik och en ännu icke godkänd licentiatavhandling i algebraisk talteori. Så i ansökan skickade jag med en inbjudan till min

⁴⁶ Mats Ekholm, professor i pedagogik och f.d. generaldirektör för Skolverket, berättade följande för mig om sin dotter: "Frida Ekholm var fem år när hon resonerade med mig på sommaren vad hon skulle heta när hon skulle gå i skolan och hon satsade på att ordet var lärare med bra mycket av glimt i ögat trots sin unga ålder. Och hennes svar när jag undrade varför hon trodde att hon skulle kallas lärare hade att göra med att hon begripit att -are förs till i slutet när man gör något till exempel simm-are, mål-are." (Personlig kommunikation, 2 april, 2014)

examination. Nervöst inledde jag med att i ca 60 sekunder redogöra för vad jag gjort på en så elementär nivå att min man skulle förstå. Nervöst tittade jag på min handledare som såg bister ut över denna ovetenskaplighet och popularisering. De 60 sekunderna tog slut och komplexiteten ökade. Allt gick bra. Jag fick whiskey, cigarrer och jobbet som lektor i matematik på Hvitfeldtska gymnasiet. (A. Jahnke, 2007, s. 18)

ARBETAR OCH LÄR SOM LÄRARE I GYMNASIESKOLAN

- Kommer ni ha råd? frågar jag igen framme vid tavlan.
- Ge hit min penna, gnäller Caroline och blänger på Erik.
- Tyst, lyssna nu. Rean är 30 %, fortsätter jag.
- Här har du den, säger Erik och kastar den över salen.
- Hallå, ni vet att ni ska vara tysta när jag talar, tjatar jag. Filippa K-jeansen kostar 1100 kr, envisas jag nu med högre röst.

Stora tonårsfötter stampar otåligt i golvet, skrap från stolsben, läppar målas och mössor dras ner över huvuden.

- Vad är det för mat idag? frågar Johan rätt ut i salen. Ett samtal bryter ut om hur äcklig eller god maten egentligen är i skolan. Mina frågor kring matematik drunknar i diskussioner om pirogerna är torra eller inte.

Jag höjer rösten igen.

- Minns ni inte, jag har bara EN regel i salen, tjatar jag. Det vet ni! Ni ska vara tysta när jag talar. Ni ska vara tysta när jag talar, upprepar jag medan jag demonstrativt vandrar ner i salen.

Längst ner lutar sig två killar ihop, himlar med ögonen och viskar,

- Varför ska vi vara tysta när du talar?

Jag stannar i steget. Bägaren rinner över droppen. Huset blir till helvete. Det stekta fläsket kokar över. Jag går fram till tavlan. Jag täcker den fyra meter breda tavlan med orden:

VARFÖR SKA NI VARA TYSTA NÄR JAG TALAR?

Jag vänder mig om. Det är knäpptyst i salen.

- Men vänta lite, säger en flicka längst fram snorkigt. Det här är inte matematik, det ska handla om matematik här.

– Det kommer inte bli någon matematik i detta rum förrän ni kan svara på denna fråga, fräser jag tillbaka, tar en klunk kallt kaffe och stirrar på eleverna.

Kom igen! Varför har jag en sådan här konstig regel? Ni skulle ju kunna sitta och snacka här hela lektionen, jag har ju min lön, provocerar jag. Vad är vitsen?

I denna episod har jag hunnit bli varm i kläderna som matematiklärare i skolan. Jag kämpade med att fånga uppmärksamheten hos hungriga 16-åringar genom att försöka engagera dem i en konkret situation kring att handla märkeskläder. Men jag vågade också vara distanslös. Jag bryter vårt gemensamma kontrakt; att när vi träffas, eleverna och jag, då ska det handla om matematik. Jag avbryter och ställer frågan till eleverna, vad är egentligen vitsen med att vi träffas? Denna typ av diskussion hade jag svårt för i början, då jag som matematiker började undervisa i

gymnasieskolan. Med tiden, kom jag att även till mig själv ställa frågan vad vitsen egentligen var med matematik i skolan.

En tesked aritmetik. En klick geometri. Sen en klick till i kurs D. En skvätt algebra här och där. Några strödda funktioner. Derivata, integraler och en nypa differentialekvationer. En touch komplexa tal. Och så en dos diskret matematik som extra tillbehör för dem som så önskar. (A. Jahnke, 2008, s. 35)

Detta var mitt första intryck när jag som nyanställd lektor i matematik vid Hvitfeldtska gymnasiet i Göteborg på allvar läste den då nya kursplanen i matematik från 2000. Intrycket av kursplanen grundade sig på vad som stod under rubriken *Mål att uppnå*. Under rubriken *Mål att sträva mot*, och i beskrivningen under rubriken *Ämnets karaktär och uppbyggnad*, upplevde jag dock att jag mötte det ämne som jag så väl kände från mina forskarstudier i matematik:

Matematik är en livaktig internationell vetenskap, vars metoder, begrepp och kunskapsområden ständigt utvecklas.

I matematik arbetar man med väldefinierade begrepp och bygger upp teorier genom att logiskt och strikt bevisa att formulerade hypoteser är giltiga. Resultaten av bevisen formuleras som satser eller samband, som visar hur begreppen kan användas. Nya begrepp införs som följd av frågeställningar i tillämpningsämnen eller av idéer inom matematiken som sådana.

(Skolverket, 2000)

Här beskrivs ett matematikens hus som "ständigt utvecklas" och "nya begrepp" som införs. Vi befinner oss inne i huset bland begrepp och metoder – mina samtalspartners. Här finns även ansvaret att ge giltiga resonemang för lekfullt gjorda idéer och hypoteser:

Förståelse, analys av hela lösningsprocedurer och kritisk granskning av resultat samt förmåga att dra slutsatser är grundläggande i gymnasieskolans matematikämne. (Ibid.)

Även det "rosa rummet" och "långsamheten" som jag upplevt inne i huset beskrivs:

...//...matematisk problemlösning är en skapande aktivitet. Samtidigt kräver matematiken uthållighet i tankeverksamheten och förståelse för att problemlösning är en process som kräver tid. (Ibid.)

Utifrån denna syn på matematik var det naturligt att skolan skulle sträva efter att eleverna:

utvecklar sin förmåga att tolka en problemsituation och att formulera den med matematiska begrepp och symboler samt välja metod och hjälpmedel för att lösa problemet,

utvecklar sin förmåga att följa och föra matematiska resonemang samt redovisa sina tankegångar muntligt och skriftligt, (Ibid.)

Att detta var *strävanden* betydde att detta skulle vara inriktningen för skolans arbete och att förmågorna ständigt kunde utvecklas. Man skulle inte kunna bli färdig med skolans matematik (Carlgren et al., 2009). Jag fann även stöd i min tolkning ovan för att det fanns utrymme för att utforma en undervisning som inkluderar områden som jag själv saknat under min egen skolgång men upplevt i min praktik som forskarstuderande.

V punkt S punkt B skriver föreläsaren stolt. Vilket Skulle Bevisas smacker jag belåtet för mig själv. Min blick glider över de fullklottrade svarta tavlorna. Så vackert! Så smart! Det finns förklaringar till alla regler och formler! Denna uppenbarelse fick jag när jag började studera matematik vid Lunds universitet 1992.

”Den där läroboken, den är den bästa som skrivits!”, utbrister min nye kollega. ”Ja, det är den verkligen. Det var tider när vi fick använda Nyman & Emanuelsson”, suckar en annan. Som nyanställd lektor i matematik vid Hvitfeldtska gymnasiet tittar jag närmare på läroboken som de dragit fram ur de välfyllda referenshyllorna. Jag fnysar när jag ser fiskarna på omslaget. Min gamla lärobok från gymnasietiden vid fyraårig teknisk linje. Jag hade haft denna bok i tre år på gymnasiet och lyckats landa på Lunds universitet utan att begripa att det finns något som hette definition, axiom, sats och bevis inom matematiken. Hur kunde det komma sig? Det måste vara läroboken som helt och hållet skippat dessa begrepp och enbart lärt ut papegojekunskaper. Med en skeptisk min öppnar jag boken avsedd för år 1. Jag kommer till s 44 när jag möts av följande:

”I matematik använder man ofta ordet begrepp. Exempel på matematiska begrepp är mängd, punkt, rät linje, plan, rationellt tal, kvadratroten, funktion osv. En definition är en noggrann och uttömmande beskrivning av ett begrepp.

Exempel

Här är en definition av begreppet parallelogram:

En parallelogram är en fyrhörning i vilken motstående sidor är parallella.”

Nyman & Emanuelsson förklarar sedan att det är omöjligt att definiera alla begrepp, utan det måste finnas grundbegrepp. På nästa sida ger de sig i kast med satser och förklarar att det även måste finnas några grundsatser eller axiom. Därefter avslutar de med:

”När man bygger upp en matematisk teori, så väljer man först ut några begrepp som ska vara grundbegrepp. Sedan formulerar man grundsatser som uttrycker egenskaper hos grundbegreppen. Därefter försöker man hitta och bevisa så många och så intressanta satser som möjligt. Satser handlar om grundbegreppen och om begrepp som kan definieras med hjälp av dem. Alla satser ska vara logiska konsekvenser av grundsatserna.”

I boken hittar jag sedan satser i vackra rosa rutor med prydliga bevis under. Det finns även problem där eleven ska genomföra bevis. Allt jag saknade finns ju där! När jag nu som lärare bläddrar i boken inser jag vilket ansvar jag har mot mina elever. Alla dessa olika sorters läroböcker, tekniska hjälpmedel, saxar, papper, OH-projektor, whyteboard, suddi och pennor. Men när det kommer till kritan så är det jag, läraren som spelar en avgörande roll om mina elever ska få uppleva glädjen av att kunna stava till V.S.B. (A. Jahnke, 2006b, s. 36)

I beskrivningen av ämnets karaktär och uppbyggnad används passiv form och något ”utvecklas”, ”formuleras” och ”införs”. Men av vem? Finns *människan* och *människorna* synlig i kursplanen? Ja, jag fann flera aspekter kring skolmatematikens innehåll och verksamhet som jag saknat i min praktik som doktorand i matematik. Man slår fast att ”matematik är en mänsklig tankekonstruktion” (Skolverket, 2000) och att processen att lösa problem:

...//...skall kunna utvecklas i en grupp men även genom att individer reflekterar över sin egen kunskap och inläring. (Ibid.)

Mot denna bakgrund formuleras att skolan ska sträva ”efter att eleven utvecklar sin förmåga att med hjälp av matematik lösa problem på egen hand och i grupp”. Även vikten av ett språk utanför det rent symbolmässiga beskrivs. Att ”på *olika* sätt kommunicera *om* de matematiska idéerna och tankegångarna” (Ibid., min kursivering). Man ska sträva efter att eleven ”utvecklar sin förmåga att tolka, *förklara* och använda matematikens språk, symboler, metoder, begrepp och uttrycksformer” (Ibid., min kursivering). Men även kommunicera utanför matematiken – utanför huset:

Både i vardagsliv och yrkesliv behöver allt fler kunna förstå innebörden av och kommunicera om frågor med matematiskt innehåll. (Ibid.)

Här fanns ytterligare en aspekt på matematiken som jag hade saknat i min praktik som doktorand. Matematikens relation till vardags- och yrkesliv, kultur och historia. Huset under olika tider i olika samhällen:

Matematiken har genom en mångtusenårig utveckling bidragit till det kulturella arvet.

Matematiken är en förutsättning för stora delar av samhällets utveckling och den genomsyrar hela samhället, ofta på ett sätt som är osynligt för den ovane betraktaren.

Matematikens begrepp, metoder och teorier har vuxit fram inom olika kulturer.

Matematikens idéhistoria kan bidra till en bild av hur olika begrepp och samband utvecklats. Detta kan motverka uppfattningen om matematiken som ett opersonligt färdigt ämne som är uppbyggt av fasta regler som endast skall läras utantill.

Matematikens kraft som verktyg för förståelse och modellering av verkligheten blir tydlig om ämnet tillämpas på områden som är välbekanta för eleverna. (Ibid.)

I min praktik som doktorand var mitt kunnande till stora delar oformulerat och tyst. Det fanns varken ett språk, fokus på min process eller ett reflekterande förhållningssätt till görandet eller lärandet. "Jag" fanns inte. Men i kursplanen skrevs en väldigt medveten och reflekterande elev fram, som:

utvecklar *sin tilltro* till den *egna* förmågan att lära sig mera matematik, att tänka matematiskt och att använda matematik i olika situationer,

utvecklar *sin* förmåga att *reflektera över sina erfarenheter* av begrepp och metoder i matematiken och *sina egna* matematiska aktiviteter,

utvecklar *sin* förmåga att i projekt och gruppdiskussioner arbeta med *sin* begreppsbyggnad samt formulera och motivera olika metoder för problemlösning,

fördjupar sin insikt om hur matematiken har skapats av människor i många olika kulturer och om hur matematiken utvecklats och fortfarande utvecklas (Ibid., min kursivering)

Sammanfattningsvis försökte kursplanen beskriva vad jag skulle behandla i min undervisning som lärare. Här tyckte jag mig finna tolkningsmöjligheter att göra *den* matematik jag kände så väl från universitetet meningsfull för eleverna på Hvitfeldtska gymnasiet i Göteborg. Samtidigt som jag kunde kompensera för brister i praktiken som doktorand och från den praktik som jag upplevt som elev.

Margaretha Hvitfeldt donerade 1664 sin förmögenhet "Till Hans Kongl. Maj:ts Akademie eller Gymnasioudi Gottenborg och till den Studerande Ungdom aff Bahus Leehn" (Jegelius, 2002). Göteborgs gymnasium, som senare fick namnet

Hvitfeldtska gymnasium, grundades 1647 av Drottning Kristina. I aulan hänger idag en 50 kvadratmeter stor målning av Carl Larsson, "*Ute blåser sommarvind*", målad 1903. I personalrummen blåser historiska vindar. I *A dwelling Place for Past and Living Voices, Passions and Characters* beskriver Erland Josephson skådespelarens praktik, där kunskap bildats under lång tid:

The actors carry with them ancient experiences of the terms of play-action, and a knowledge, just as ancient, of how to reach truths by representation, how to communicate with the crowds and individuals, with the individual in the crowd, and with a crowd of individuals. (Josephson, 2006, s. 70)

Hur skulle jag kommunicera med den enskilda unika eleven, med grupper av elever och grupper av unika personer?

– Vad är matematik och vad gör en matematiker?" frågar mina elever mig.

Jag ger då en förklaring som jag hade hört en professor i matematik ge. Han såg matematiken som ett stort hus som matematikerna håller på att bygga. Vissa höll på med grunden, en del byggde en helt ny våning medan andra slog ut väggar mellan olika rum. Men, menade professorn, de allra flesta stod som han själv och polerade ett dörrhandtag.

Eleverna nickar gillande.

Men, du Anette, utbrister plötsligt en elev, var finns vi i den här bilden?

Elever i huset? Det var inte bara jag och mitt dörrhandtag längre. Men var eleverna fanns i huset visste jag inte. När jag började undervisa hade jag "allting klart för mig". Min inställning var sitt-ner-och-var-tysta-så-ska-jag-berätta-hur-fantastisk-matematiken-är. Jag hade ju funnit stöd i kursplanen för den matematik som jag var så fascinerad av. Jag hade också funnit stöd i att både kompensera för brister i praktiken som forskarstudierande, men även för den praktik som jag själv upplevt som elev. Men inställningen höll inte i många minuter. Som Susanne Björkman, uttrycker sig i *Lyssnarens röst*, "Utan att göra det klart för mig hade jag ändå allting klart för mig och det var där problemet låg." (2009, s. 52)

Som en del av min tjänst som doktorand i matematik hade jag undervisat på universitet. En av de första kurserna jag undervisade på var en repetitionskurs av gymnasimatematiken inför matematikstudierna på universitetet. Jag fick en A4-sida där innehållet specificerades av kursansvarige. Lydig som jag var körde jag igång helt enligt instruktionerna. Efter föreläsningarna kom det fram en student till mig och frågade på rungande göteborgska:

– Åå, va' gör du när du inte är här då? Kör du ångvält, eller?

På universitet var de flesta studenter alldeles tysta när man undervisade. Men på lektionerna på gymnasiet var det aldrig tyst. Eleverna reagerade direkt. Min handledare och kollega Monica Erneholm Lundberg vid Hvitfeldtska gymnasiet gav mig ett av mitt livs bästa råd:

– Sextonåringar tycker om när man lyssnar på dem. Du måste låta dem tala, berätta och förklara. Lyssna på dem. Först därefter kan ni komma överens om vad som behövs göras.

Det fanns mycket att lyssna på. Det var aldrig tyst. Jag lyssnade, frågade, diskuterade, läste, provade, testade och gick på nitar. Ibland klagade eleverna. Jag tänkte om. Jag minns min uppgivenhet i början:

– Men jag kan inte göra detta! Jag är för lite intresserad av människor. Det är matematiken jag brinner för. Jag ger f-n i dessa slarviga tonåringar! (A. Jahnke, 2007, s. 19)

Mitt beteende började följa Darwins beskrivningar av människans sociala instinkter och jag började styras och vägledas av mina elevers yttrande och reaktioner:

Människorna kommer följaktligen att influeras mycket av sina medmänniskors önsknings, beröm och kritik som de uttrycks i åtbörder och ord. (Darwin, 1871/2006, s. 67)

Det krävdes en helt annan närvaro och tysthet från min sida för att höra deras "önsknings, beröm och kritik". Jag fick anstränga mig för att tåga. "Att tåga i Wittgensteins mening är hårt arbete; det är förmågan till en närvaro som talandet inte ger; det är förmågan att kunna lyssna", menar Bo Göransson (2005, s. 24). I arbetet med att lyssna till eleverna ingick även att se:

En hand viftar i luften på andra sidan klassrummet. Medan mina steg tar mig förbi stolar, bänkar, gympapåsar och stora tonårsfötter sträcker sig eleven efter radergummit.

– Det blir bara fel, säger eleven som suddat ut nästan allt när jag kommit fram vid bänken. Pappret slinter lite, en liten reva bildas. Hen stryker ut det smetiga pappret.

– Kan du sluta sudda? ber jag, jag vill se vad du gjort...

Jag fick arbeta hårt för att få eleverna att sluta sudda ut sina skisser till lösningar och våga och vilja visa mig dessa. Mitt intryck från eleverna var förvåning, vad skulle jag med deras klotter till? Även jag var förvånad, för mig var skisserna naturliga inslag när man var involverad i att arbeta med matematik. Lärarpraktiken förde med sig många fler överraskande upplevelser. Jag ska nu i följande avsnitt undersöka vilka följder mitt lyssnande på eleverna fick för mitt

eget lärande och kunnande i matematik och skolmatematik, med vilka följer det fick för min undervisning.

Jag blir lärare och vad blev jag?

Mitt i en genomgång avbryts jag av en elev som säger: Nu förstår jag ingenting av vad du gör! Eller vad säger ni? frågar eleven sina klasskompisar. Allt fler börjar skaka på huvudet. Vi fattar ingenting! (A. Jahnke, 2004, s. 44)

Den konkreta vardagen som lärare i klassrummet bestod ofta av situationen att en eller flera elever frågade om något. Jag avkrävdes hela tiden *nya ord* och *andra handlingar* så att eleverna upplevde att de förstod. Det var ett nytt krav som ställdes på mig i denna för mig nya praktik. Ofta handlade det om att eleven ville uppleva att hen *förstod* och att jag som lärare hade *förklarat*. Ofta tänkte jag, men herregud, här finns ju inget problem, det finns inget att förstå!

Ett omedelbart gestaltseende kräver erfarenhet inom det aktuella kunskapsområdet. Förmågan att omedelbart varsebli mening, gestalt och slutna enheter förvärvas först efter många upplevelser, eventuellt med en inskolning som grund. Samtidigt förloras helt visst förmågan att se det som strider mot gestalten. (Fleck, 1997, s. 94)

Att "omedelbart varsebli mening" i den matematik som behandlas på gymnasieskolan, gjorde att jag hade mist förmågan att se svårigheterna. Jag behövde uppmärksamma att det fanns en omedelbar "gestalt", för att i senare skede även kunna se det som stred mot "gestalten" så att jag kunde begripa vad mina elever frågade om. Elevernas reaktioner fick mig att börja lyssna på mig själv och reflektera över mitt eget kunnande i matematik och i den matematik som skulle vara föremål för gymnasiet. Förstod jag verkligen själv den matematik som eleverna skulle lära sig? Kunde jag förklara för mig själv och synliggöra den "omedelbara gestalten"? Det fanns behov av att börja minnas hur jag själv lärt mig ett moment, att kunna spåra mina tankar från "hmmm" till "aha!".

"Inskolning", som jag berört i avsnittet kring min praktik som blivande matematiker, hade för mig bestått i att lösa många och välvalda problem, där man avkrävdes belägg för sina slutsatser och lösningar. Praktiken involverade ett skissande *innan* man kunde presentera en lösning. Det innebar att följa och skapa resonemang, vilket involverade även att *läsa* texter och "skisserna". Från definitioner till satser och hjälpsatser till nya definitioner. Men texterna var inte allt:

Vi har alla lärt oss att inse, att om samma bok sätts i händerna på en expert respektive en nybörjare, så är den mängd av kunskap som boken innehåller inte

densamma hos båda. Därför har vi lärare. Deras närvaro är egentligen ett skamlöst irrationellt element i vår kultur. Det faktum att lärarna inte försvann när skrivkonsten infördes ger oss hopp om en successiv tillnyktring även inför AI. (Engdahl, 1996, s. 91)

Närvaron av en del av de lärare jag mötte vid universitet var av stor betydelse för mitt lärande. En av dem var en lång långsam norrlänning vid namn Per-Anders Ivert, som föreläste i min första matematikkurs vid Lunds universitet. Han vred och vände på allt. Om man koncentrerade sig noga fanns det en chans att lyckas hänga med under hela föreläsningen. Jag funderade länge på varför jag ansåg att han var den bästa föreläsaren jag haft, tills jag som nybliven lektor lyssnade till ett föredrag där han själv beskrev sin inställning till undervisning. Han avslöjade då att han medvetet i föreläsningarna använde begrepp eller termer i förbifarten som han visste att studenterna inte mött tidigare. Han ville sätta myror i huvudet på studenterna. Vilket genast fick mig att minnas mina cykelturer då jag under irritation for hem genom Lundagård för att snabbt som ögat slå upp "likformig konvergens" i boken. Han berättade också om sin stora respekt för varje individs tankar – vilket till en början hade hämmat honom som lärare, han tyckte det var jobbigt att behöva påpeka att någon tänkt fel.

En annan föreläsare vars närvaro var mycket påtaglig var fysikern Hans-Uno Bengtsson, som iklädd kakifärgade shorts och skjorta samt höga klumpiga kängor föreläste i mekanik vid Lunds universitet. Det var bara tropikhatten som fattades. Han underhöll oss grundligt.

– Krafter finns inte, det är bara en konstruktion vi gör för att kunna rycka loss ett bord eller en planet från dess sammanhang för att studera den, utbrast han vid en av de första föreläsningarna.

Och jag som försökt förstå detta med krafter i gymnasieskolan – och så fanns de inte! Jag som alltid tyckt fysik i skolan var obegriplig.

Ett tredje exempel, var gymnasieläraren Gustav Gustafsson, som den första lektionen i elektronik på fyraårig teknisk linje på gymnasiet startade med att beskriva atomen, atomkärnan och elektronerna. Sen stannade han upp:

– Sitt nu inte och försök förstå vad en elektron är, se det som en naturtillgång som vi har tillgång till, men grubbla inte över vad det egentligen är.

Gustafsson pekade på en gräns för vad vi kan förstå. I all fall just nu. Men trots detta var det möjligt att hantera i praktiken. Per-Anders Ivert undvek att förklara – utan använde okända begrepp och termer "live" i den matematiska praktiken. Hans-Uno Bengtsson uttryckte klart och tydligt – detta har vi människor konstruerat. Han tog in fenomenet "människan" i föreläsningssalen. Fysik var inte

något isolerat till en lärobok i skolan, utan en del av mänsklighetens behov av att förklara och förstå vår värld och oss själva.

Tomas Kroksmark, professor i pedagogik, skriver om det unika i lärarkompetensen:

De flesta människor kan beskriva något, de kan berätta eller förklara ett samband för någon men det är inte detsamma som att besitta lärarkompetens. Den exklusiva lärarkompetensen förutsätter att man kan förklara *något* på ett sådant *sätt* att *någon* som inte redan kan, faktiskt lär sig. (Kroksmark, 2008, min kursivering)

Jag behövde utveckla lärarkompetens, det vill säga att ha förmågan att förklara "något" på ett sådant "sätt" att "någon" lär sig. Detta "något" var inte självklart.

– Anette, jag fattar inte det här med växande funktioner, suckar eleven. Titta här, pekar eleven på grafen till en andragsgradsfunktion. Den växer ju både åt vänster och höger, och så är den still i mitten där den vänder.

Eleven hade ju alldeles rätt, visst växer funktioner både åt vänster och höger, kurvan som utgör grafen går allt högre upp på pappret som ett "u". Men inom matematik betyder ordet *växande* något mer precist och det finns en definition. Här fanns "något" att förklara där förklaringen utgörs av vad jag uppfattade som matematik. Men så var inte alltid fallet. Mitt lyssnande på elevernas reaktioner medförde att jag både för dem och för mig själv kunde uppmärksamma oss på konventioner, normer och traditioner som finns inom matematikens och skolmatematikens praktik. Detta "något" har inget bakomliggande logiskt resonemang som förklaring. I den bemärkelsen finns det faktiskt inget att förstå när det gäller att $f(x)$ inte betyder $f \cdot (x)$. Förklaringen består inte av ett matematiskt resonemang utan av att förklara att "så har vi bestämt inom matematiken att vi ska skriva". Detta är ju minst sagt förrädisk då man som elev uppfattar att man *hela* tiden ska förstå *något*. Det handlade egentligen om att hos elever utveckla en förtrogenhet eller praktisk kunskap i skolmatematik. Samtidigt finns det massor av "något" att förstå, till exempel att utifrån definitionen av växande funktion, kunna tolka när en andragsgradsfunktion växer. Att särskilja dessa två "något" från varandra var inte alltid lätt för mig och eleverna.

Att förklara "något" på *ett* sätt gick ju alltid om jag kunde förklara för mig själv. Men den förklaringen var ofta otillräcklig. Jag fick öva upp förmågan att kunna förklara samma moment på olika sätt. Genom att undervisa, lyssna och vara närvarande samlade jag exempel på *olika* sätt. Detta innebar också att avgöra om ett visst *sätt* var korrekt, lämpligt och gick att bygga vidare på. Jag samlade därmed även exempel på villospår, felaktiga tankesätt. När jag skriver "samlade"

menar jag inte att jag systematiskt bokförde, utan att jag utvecklade praktisk klokhet eller "kunskap-i-handling", som för det mesta var oformulerad, även om jag hade för vana att göra korta noteringar om vad jag borde tänka på inför nästa lektion eller nästa gång jag skulle ha kursen.

Men fast jag hittat en elev ute på villospår och tagit hen i handen, var det inte säkert att hen ville följa med mig. Därför krävdes det att jag respekterade elevens försök och kunde se det riktiga i det felaktiga, och dessutom berätta detta för eleven. Ett exempel är eleven som utifrån sin förståelse av ordet växande drog riktiga slutsatser som inom matematiken var fel. Om jag uppmärksammade det riktiga i det felaktiga fick eleven förtroende för mig, kände min respekt och litade på mig.

Sammantaget gav mitt lyssnande mig en oerhörd respekt för elevernas tankar och idéer. Jag förstod till slut vad Per-Anders Ivert menade när han talade om respekt för människors tankar. Sakta började jag också inse ordens begränsningar till att ge förklaringar. När skulle jag som lärare förklara för "någon" med ord, när skulle jag agera på ett annat sätt och när i denna "någons" process? Alla dessa "någon" och alla de olika reaktioner som de gav mig. Vad visste jag om denna "någon" och vad kunde jag förutse? Hur såg relationen ut mellan "sättet" och "någon"?

Avig algebra

Matematik lär man sig inte
utan man vänjer sig, sa von Neumann.
Men man blir mycket van.
Den tystnar allt mer.
Kunskapen.
Till ett allt svagare mummel.
Tills det blir knäpptyst.
Man har blivit döv utan att märka det.

Jag suddar tavlan.

Med ryggen åt mina nya elever börjar jag predika:

– Algebra ska sitta i dina fingrar! Det är som att lära sig sticka. Du märker inte vad fingrarna gör. Du kan göra annat samtidigt. Detta är jätteviktigt, säger jag med lärarrösten.

Jag vänder mig om, redo att fortsätta.

Längst fram sitter en elev och stickar.

– Vad gör du? utbrister jag.
– Jag stickar, säger eleven.

- Men det där är ju rätt svårt, säger jag.
- Det ska bli vantar till morfar, svarar eleven.

Jag stirrar.

Mina armar hänger tunga.

- Förra året stickade han mössor till oss alla, säger en annan elev nervöst.

Jag tittar på klassen.

Det är tyst.

Alla småler osäkert.

Avvaktar.

- Ni är underbara, säger jag.

I den allra första text jag skrev till ett dialogseminarium hade jag en scen ur pjäsen *Bortom all visshet* (Göranzon & Karlqvist, 2001) som impulstext. Pjäsen är ett fiktivt möte mellan Wittgenstein och Turing där varje replik är tagen från autentiska yttrande från dem båda. I pjäsen säger Wittgenstein:

Musik är så oberäknelig och ja, jag blir ständigt överraskad på nytt. (Ibid., s. 113)

Denna fras gav mig följande impuls till att beskriva min praktik som lärare:

Varje dag träffar jag 100 stycken 16-åringar – vilken tillgång! "Matematik och människor är så oberäknliga och ja, jag blir ständigt överraskad på nytt" av hur olika vi kan tänka kring matematik. Jag skulle inte vilja säga att det är svårt att undervisa i matematik, jag skulle vilja säga att det är mycket svårt att undervisa i matematik. (A. Jahnke, 2004, s. 44)

När jag som lärare ställdes inför problemet att förklara för 16-åringar, efterfrågade jag metoder. En encyklopedi över hur alla elever tänker kring matematik och över lämpliga undervisningsmetoder.

Men i sina forskningar går anden så tillväga att den först generaliserar sina iakttagelser så långt att den inte kan sönderdela dem mer; sedan vänder den om samma väg och sammanför på nytt samma iakttagelser och bildar därav, undan för undan och gradvis, de verkliga varelser som är det omedelbara och direkta föremålet för våra förnimmelser. Dessa varelser, som är omedelbart relaterade till våra behov, är också de som det är viktigast för oss att studera; de

matematiska abstraktionerna underlättar vår kunskap om dem, men nyttiga är de bara om man inte begränsar sig till dem. (D'Alembert, 1751/1981, s. 45)

Arbetsmetoderna, modellerna och teorierna – ”abstraktionerna” – underlättade mitt arbete som lärare. Men det som var viktigast för mig att studera var ”varelserna” – eleverna och att inse att metoderna bara var nyttiga om jag inte lät mig begränsas av dem. De erfarenheter jag gjorde när jag undervisade medförde att jag bildade mig en uppfattning att människor – ”varelserna” – var oberäkneliga. Detta ställningstagande medförde att jag, som lärare, inte kunde låsa mig vid *ett* sätt, *en* metod. Det innebar även att jag inte alltid kunde förutse bästa metoden eller sättet att förklara för en viss elev eller grupp av elever vid en viss tidpunkt. Ofta kunde jag detta, men långt ifrån alltid. Jag var ibland i stunden tvungen att lämna en tänkt metod, lyssna och vara öppen för att inte-veta och i praktiken prova nya sätt.

Vetskapen OM att det kan finnas andra sätt att tänka kring ett moment påverkade hela min inställning till min praktik. Det gjorde att jag också kunde utnyttja detta fenomen i min undervisning och uppmuntra det oberäkneliga i eleverna. Jag gick från att jag inte *kunde* förutse till att jag ibland inte *ville* förutse allt. Eleverna blev mina medmusikanter. För detta krävdes det att jag var prestigelös och att jag inte var rädd för att visa för elever att jag inte alltid hade svar på alla frågor. Musikern Sven Åberg beskriver musiklärares yrkeskunnande vid Kungliga Musikhögskolan i sin avhandling:

Frågan är om det finns något som kan få mig att lyssna på musiken på ett annat sätt? Kan det oberäkneliga i mina medmusikanter reaktioner räcka för att få mig in på ett nytt spår? Kan jag komma till det här välbekanta stället i musiken utifrån en ny sinnesstämning och se vart den bär mig? (Åberg, 2008, s. 47)

Jag tyckte inte det var svårt att undervisa i matematik, jag tyckte det var mycket svårt. ”Ni är underbara”, sa jag till klassen, där en av eleverna satt och stickade. Jag hade gått från att undervisa i matematik, till att undervisa *elever* i matematik.

Hur blev min undervisning?

I detta avsnitt återges två artiklar från tidskriften *Nämnamnaren*, *Varför förenkla när vi kan förkrångla?* (A. Jahnke, 2008) och *På hal is med Bambipedagogik* (A. Jahnke, 2009)⁴⁷. Artiklarna baseras på föreläsningen som jag gav på Matematikbiennalen 2006, då jag efter sex år i yrket för första gången försökte beskriva vad jag gjorde som lärare. Efter artiklarna kommer jag att granska undervisningen som jag i artiklarna presenterade.

⁴⁷ Artiklarna har förkortats något och referenser har lagts in i texten och återfinns därmed i avhandlingens litteraturlista.

Varför förenkla när vi kan förkrångla?

Även om det är svårt att se på sig själv utifrån, har det för mig varit utvecklande att ständigt reflektera över *vad* jag gör som lärare, både matematiskt och metodiskt – och *varför* jag gör så. I denna och i en kommande artikel kommer jag att beskriva ett antal klassrumsaktiviteter eller episoder. Även om aktiviteterna kan te sig spontana så är de välplanerade och baserade på erfarenheter av elevers reaktioner i liknande situationer. Men jag håller alltid dörren öppen för nya infallsvinklar som kan berika lektionen och sedan kanske bli uppslag för en helt ny lektion. Alla aktiviteter innehåller en dos av hjärtlig provokation med syfte att leda eleverna mot nya upptäckter som till exempel i följande laboration.

Godismatematik

När eleverna kommer in står jag och äter ur en mycket stor godispåse. Medan jag tuggar förklarar jag att det är dags för laboration. Eleverna delas in i par och får ett papper med en cirkel på, sax, tejp och linjal.

– Ni ska klippa ut cirkeln och forma den till en kon, säger jag och tar ett par extra skumsockerbitar i munnen. Det par som fortast lyckas forma en kon med största möjliga volym kommer att få sin kon fylld med godis. Eftersom det är godis som står på spel är jag mycket mycket petig! Jag vill se fullständiga lösningar.

Problemet innehåller användning av Pythagoras sats, och beroende på vilken variabel eleverna väljer att bryta ut blir det mer eller mindre lätt att derivera. Problemet är inte helt enkelt. ”Men ju längre tid det tar desto bättre, för då får jag mer godis”, säger jag till eleverna. Lektionen brukar bli mycket aktiv – och naturligtvis får alla jobba färdigt och får sin kon fylld med godis.

Varför?

Det finns många olika arbetssätt man kan använda sig av i klassrummet: grupparbete, laborativt arbete, föreläsning, filmvisning osv. Laborativt arbetssätt bidrar till att eleverna får se och känna i matematik.

Moderna tillämpningar

Jag sparar också på dialoger. Jag vet att vid ett visst tillfälle, i samband med något begrepp, så kommer en reaktion från eleverna – positiv eller negativ – som jag kan ta hand om med hjälp av en dialog, som i följande episod. I samband med ett litet avsnitt om primtal i läroboken för kurs A:

- Anette, hur gör man? suckar eleven.
- Avgör om 131 är ett primtal, läser jag högt. Vet du vad ett primtal är?
- Ja, ja, det går inte att dela ..., säger eleven.

- Vadå, dela?
- Förutom med ett och talet själv, suckar eleven. Men, Anette, hur gör jag då? Jag har läst det här om Erastho...erastollens metod. Men sluta ... jag kan inte sitta här och skriva upp en massa tal och stryka.
- Hmm...du kan ju prova att dela talet med 2, 3, 5, 7, och så vidare. Prova. Sen kan du ju fundera på hur länge du måste testa ... – till ... 131? Huga, stönar eleven.
- Hmm...du får fundera ... kanske finns något tips i texten här.
- Ja, jag kan kolla ...,säger eleven tveksamt.
- Du är inte nöjd?
- Det finns en metod, va? Men du säger den inte? Det måste ju finnas en metod för att avgöra om ett tal är ett primtal eller inte, säger eleven och lägger ifrån sig penna och papper demonstrativt.
- Nej, än så länge är det ingen som har hittat en metod, säger jag.
- Du skämtar, det kan väl inte vara så svårt! utbrister eleven och sträcker sig efter grafräknaren.
- Men du kanske kan hitta en? Om du gör det så blir du säkert miljonär flera gånger om... eller möjligtvis mördad.
- ??! Vad snackar du om?

Denna dialog kan ha effekten att kompisarna på raden framför vänder sig om och undrar vem som ska mördas. Uppmärksamheten är fångad och jag kan kort berätta om faktoriseringens betydelse för kommunikation via nätet och tipsa om ett avsnitt i TV-serien *Numbers* där detta var i fokus eller om *Kodboken* av Simon Singh (1999).

Varför?

Dialogen tjänar till att uppmärksamma eleverna på att allt inom matematiken inte är löst – den utvecklas fortfarande.

Samband mellan begrepp

Ett annat tillfälle då man kan få en irriterad reaktion från elever är när man i kurs E introducerar komplexa tal och talet i . Får man göra så? undrar eleverna. Men de olika talen och dess egenskaper kan man introducera långt tidigare än i kurs E genom följande tankelek. En av de första lektionerna i kurs A inleds med att jag lägger på en OH-bild och säger:

- Vi ska nu göra ett tankeexperiment. Föreställ er att ni bara kan talen 1, 2, 3, 4, 5, ... Kan ni lösa följande ekvationer?

På OH-bilden avslöjar jag sakta olika ekvationer: $x + 1 = 6$, $x - 4 = 1$, $x + 2 = 2$.

- Ja, ja och nej! ropar eleverna.
- Men vad gör vi då? frågar jag. Då får vi uppfinna ett nytt tal. Vad ska vi kalla det? Hur ska vi beteckna det? Vilka egenskaper ska det talet ha?

Eleverna uppmanas att komma med förslag på namn och beteckningar, jag provocerar genom att rita mer eller mindre fantasifulla förslag på beteckningar på tavlan. Till slut nöjer vi oss med namnet *noll* och vår vanliga beteckning 0, vars historiska bakgrund jag tar upp. Vi fortsätter:

- I en värld med bara 0, 1, 2, 3, 4, ..., kan vi lösa ekvationer av typen $x + 5 = 10$, $x + 5 = 0$?

– Ja och nej!

- Men vad gör vi då? Vi uppfinner nya tal! Vad ska vi kalla dessa? Vad tycker ni? Hur ska vi beteckna dem? Vilka egenskaper ska de ha? Kan vi illustrera dem?

Återigen uppmanas eleverna att komma med förslag på namn och beteckningar. Jag glömmer aldrig klassen som ville att minus två skulle betecknas med $Lasse_2$ vilket ger att $2 + Lasse_2 = 0$. Vi landar till slut i de negativa talen. Intressant att notera är att det var först på 1600-talet man kom på idén att geometriskt illustrera de negativa talen åt motsatt håll som de positiva talen (Albert Girard (1595–1632), se *A History of Mathematics* (Katz, 1998)). Sen fortsätter jag, med elevernas hjälp, att introducera rationella tal, reella tal och till slut når vi ekvationer av typen $x^2 = -1$.

– Jaha, vad gör vi nu då? säger jag.

– Uppfinner fler tal? säger eleverna tveksamt.

– Javisst, vi brukar beteckna det med *i* och kallad det *imaginärt*. Då kan vi bilda de komplexa talen.

– Öööö ... stönar eleverna.

– ... men de komplexa talen tillhör kurs E, säger jag, och det går en susning av lättnad genom klassrummet.

Nu kan jag berätta vidare för eleverna att när vi nått de komplexa talen är vi på ett sätt faktiskt färdiga. Algebrans fundamentalsats säger att varje polynomekvation med komplexa koefficienter har en komplex lösning. Men är varje tal en lösning till en polynomekvation? Nej, det finns tal som inte har en tillhörande ekvation, så kallade transcendent tal, till exempel pi. De är dessutom oändligt många.

Om man genomför ovanstående resonemang i senare kurser kan man introducera fler "tal", så kallade kvaternioner. Dessa har ingen koppling till lösningar av ekvationer. Kvaternionerna utvecklas istället ur följande fråga: Om de komplexa talen kan ses som punkter i planet, går det då att hitta punkter i rymden

som svarar mot ett talsystem? Svaret är nej, fyra dimensioner behövs. Dessutom kan vi inte få systemet att fungera med alla våra vanliga räkneregler, vi tvingas att prioritera vissa och släppa den kommutativa lagen.

Frågorna som dyker upp under denna lektion handlar ofta om – får man göra så här och bara hitta på tal inom matematiken? Är det så här man gör? Vad betyder punkterna när man skriver 1,2,3, ...? Senast fick jag följande fråga:

– Men, Anette, är alla ekvationer lösta?

Naturligtvis inte. Algebrans fundamentalsats gäller för polynomekvationer. Dessutom vet vi bara att en lösning finns, vi vet inte alltid hur vi ska hitta den. Man har till och med bevisat att för polynomekvationer av gradtal fem och högre finns det ingen allmän formel för lösningarna. En formel bestående av de fyra räknesätten samt rot-urdragningar mellan ekvationens koefficienter existerar inte. Googla på Galois! Dessutom kan vi inte alltid skriva ner ett explicit tal som lösning, ibland kan vi bara beskriva lösningen genom att ta fram en bra algoritm som gör att vi kan beräkna ett närmevärde åt gången. Naturligtvis finns det även ekvationer som helt saknar lösning, till exempel $\frac{1}{x} = 0$.

Om vi antar att det finns ett sådant tal, vilka egenskaper skulle det ha?

Elever brukar veta att "man inte får" dividera med noll. Men varför inte? Det är en underbar uppgift att utmana elever med. Det kan väl inte vara så farligt att dividera med noll?

Hela diskussionen kring tal avslutar jag med högläsning ur Peter Høegs *Fröken Smillas känsla för snö* (1994). I boken finns ett underbart avsnitt där hela talsystemet beskrivs samtidigt som romantiken flödar mellan Smilla och en man som kokar fisksoppa!

Varför?

Att det finns samband mellan olika begrepp inom matematiken är inte självklart. Det är till exempel rätt konstigt att diverse raka streck på en tavla går att representera med algebraiska uttryck. Det infinner sig en spänning hos eleverna när man under en av de första lektionerna gläntar på dörren och tjuvkikar på innehållet i den sista kursen på gymnasiet. De komplexa talen har vi sedan som en bakgrund när vi studerar andragsgradsekvationer. Reella talen får en tydligare mening, eftersom eleverna vet att det finns mer runt hörnet. Men hela episoden hänger på att eleverna deltar aktivt i tankeleken – det är deras reaktioner som för aktiviteterna framåt, vilket nästa episod verkligen visar.

Varför förenkla när vi kan förkrångla?

Vid en lektion i samband med rationella uttryck i kurs C introducerade jag följande uppgift:

– Kan ni förenkla denna monsteruppgift?

$$\frac{(2x + 3x^3)(24x^2 + 162 - 396z)(6z + 3z^2 + 3)(7 - 14z + 7z^2)(65z + 5z^2)}{(22z - 18)(5z^2 - 5)(7z + 91)(6z^5 - 6z)(121z^2 - 81)}$$

Klassen fnissade. Vissa tyckte det blev en sport att försöka knäcka den. Men så hörde jag en elev längst fram till vänster viska och genast fällde jag ut mina jätteöron:
– Varför gör vi inte tvärtom, viskade eleven.
– Va? Menar du att vi ska förkrångla?
– Njaa ..., svarade eleven.
– Självlklart! utbrast jag.



Figur 4.

Sen den lektionen har förkrångla varit standardinslag i min undervisning. Ibland bestämmer vi gemensamt vad det vackra rationella uttrycket ska vara, eller så får alla producera ett vackert uttryck som sen läggs i en hatt och var och en får dra en lott. Uppgiften är sen att producera en "förenkla-uppgift" eller "visa-att-uppgift" genom att förkrångla det vackra rationella uttrycket.

Jag minns en elev som kom fram med en lapp, där en annan elev slarvigt skrivit ner ett rationellt uttryck. Eleven frågade mig om det stod en tvåa eller ett z på lappen. Vi tittade på varandra och insåg samtidigt vilken frihet vi hade – det är ju mycket roligare att förkrångla $\frac{1}{4a+z}$ än $\frac{1}{4a+2}$. Två variabler!

Eleverna ska också producera en lösning på sin "förenkla-uppgift". Rätt snart upptäcker de att de inte kan förenkla sin egen uppgift! Faktorisering är svårt. Alla monster-uppgifter med lösningar samlas in och kopieras och används sen t ex vid repetition inför prov.

Varför?

Min erfarenhet av att vända på resonemangen är att eleverna på allvar inser vitsen med att förkorta och förlänga. De får även möjlighet att vara kreativa. Ett annat sätt är att använda Jeopardy, vilket jag brukar göra på prov, till exempel i kurs B:

Konstruera en uppgift som ger svaret $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3$

Det ger upphov till många intressanta diskussioner efter provet.

Viljan att förklara

Algebra kan ju för många te sig som helt meningslöst. Just mening letar många elever efter. Ett sätt kan vara att tala om matematik som i nästa exempel.

I kurs D ingår differentialekvationer som kan användas för att skapa modeller av något verkligt fenomen, till exempel hur bakterier förökar sig. I samband med detta berättar jag om vad som kan ha bidragit till att utveckla matematiken. Människan har en benägenhet att vilja förklara olika fenomen. Vissa av dem är verkliga. I samband med det utvecklas ny matematik för att användas för att till exempel kunna begripa hur äpplen faller, hur väder beter sig eller hur man bäst skadar en tumör. Men matematikerna vidareutvecklar också matematiken utan någon förankring i verkligheten. De utvecklar teorier som svävar uppe bland molnen. Flera hundra år senare kan det hända att en teori får en tillämpning och används för att beskriva något verkligt fenomen. Praktiska problem kring förhållandet mellan omkrets och area ledde exempelvis till att babylonerna ca 1800 f.Kr. löste andragradsekvationer. Matematikerna fortsatte att fundera kring dessa ekvationer, och Cardanos student Ferrari, trotsade på 1500-talet sin mästare genom att även lösa fjärdegradsekvationer. Cardano skrev i sin bok *Ars Magna* att:

For a position (the first power) refers to a line, quadratum (the square) to a surface, and cubum (the cube) to a solid body, it would be very foolish for us to go beyond this point. Nature does not permit it. (Fauvel & Grey, 1987, s. 260)

Men Ferrari, och fler med honom, drevs av sin vilja att förklara även överkliga fenomen, och på vägen uppfanns komplexa tal. Dessa "fantasital" landade sen i Skåne 1989, i mitt knä på Pauliskolan då jag som sjuttonåring använde dem för att beskriva hur strömmen beter sig i elektriska kretsar. Fascinerande!

Men matematiken missbrukas lätt och vi människor har en benägenhet att ibland likställa den matematiska modellen med verkligheten, och glömma de antaganden och förutsättningar vi själva gett modellen. Komikerparet Anders & Måns gjorde en skämtsam undersökning om glasögonens storlek vid olika årtal. De fick då fram några punkter i ett koordinatsystem som de ritade en kurva igenom. Kurvan utvidgades åt vänster och höger och de drog slutsatser i stil med

att glasögonen blir 1 mm stora 2050 medan glasögonen på 1500-talet kunde täcka sundet mellan Malmö och Köpenhamn!

Varför?

Kan man föra sådana här resonemang med elever? Ja, min erfarenhet är att de är mycket intresserade av att ta ett steg tillbaka och betrakta matematiken från sidan. Jag vill som lärare visa både fascination och distans till ämnet. Det var matematikens egendomliga förmåga att helt plötsligt bli tillämpbar som fångade mig som matematikstudent, inte problemlösning som så många är roade av.

På hal is med Bambipedagogik

Här presenterar jag ytterligare exempel på klassrumsaktiviteter som jag genomfört i min undervisning vid Hvitfeldtska gymnasiet och i slutet av artikeln görs ett försök att reflektera över hur jag ser på den tid som jag har till förfogande som lärare. Även om aktiviteterna kan te sig spontana är de välplanerade och baserade på erfarenheter av elevers reaktioner i liknande situationer, men jag håller alltid dörren öppen för nya infallsvinklar som kan berika lektionen och sedan kanske blir uppslag för en helt ny lektion. Alla aktiviteter innehåller en dos av hjärtlig provokation, med syfte att leda eleverna mot nya upptäckter. Eleverna provocerar också mig och leder mig vidare i min utveckling som lärare, vilket följande episod ger exempel på.

Resonemang och bevis

I den första klassen jag undervisade på gymnasiet satt det alltid en elev längst fram och frågade upprepade gånger under tiden jag gick igenom ett bevis:

– Är beviset färdigt nu?

– Nej, svarade jag för femte gången.

När beviset verkligen var klart, var jag tvungen att upplysa eleven om detta och då såg eleven alltid lika förvånad ut. Detta har gjort att jag lägger stor vikt vid att tala om satser och bevis. Det är viktigt att uppmärksamma eleverna på att det är svårt. Dels innebär det att kunna läsa och tolka en sats och dess bevis, dels innebär det att klara av att använda satser för att lösa problem. Detta är två olika kompetenser som eleverna måste öva.

Den tecknade serien Simpsons producent har gjort en liknelse mellan att lyckas genomföra ett bevis med att få till en riktigt bra "punchline". I samband med att jag tog upp Simpson, tipsade eleverna om ett avsnitt där Simpson går från att vara en tvådimensionell tecknad figur till att vara tredimensionell. Episoden fanns naturligtvis på YouTube och rekommenderas varmt – efteråt kan man diskutera hur en kub i fyra dimensioner skulle kunna se ut!

Elevernas idéer och problem är ett ständigt inslag på lektionerna. Här är ett problem från en elev som lämpar sig vid träning i att resonera:

Det var en gång ett folkslag som levde på en ö. De hade en mycket konstig lag som gick ut på att alla som hade en röd prick i pannan var tvungna att lämna ön. Fast det var förbjudet att tala om för någon att den hade en prick i pannan och det fanns heller ingen möjlighet att spegla sig. En dag kom en forskningsresande till ön. På ön fanns då tre personer förutom forskaren, och alla hade prickar i pannan! Forskaren fick höra deras lag, och eftersom han inte ville tvinga någon att lämna ön så talade han inte om att alla hade prickar. Men så tänkte han, det kan väl inte skada om jag säger att åtminstone en av er har en prick. Hur många dagar tog det innan alla hade lämnat ön?

En del av kurs B är bevis och jag brukar inleda med att tala om Euklides. Pythagoras sats hamnar naturligtvis i fokus, fast då på olika sätt:

– Något som nästan är intressantare än Pythagoras sats är *omvändningen*⁴⁸ till Pythagoras sats, det vill säga, givet tal a , b och c om uppfyller $a^2 + b^2 = c^2$ så är triangeln med sidorna a , b och c rätvinklig! Visst är det märkligt. Beviset i Euklides Elementa går faktiskt att förstå.

– Har jag $a^2 + b^2 = c^2$ på tavlan kan man fråga sig vilka heltal uppfyller en sådan ekvation? Går det att illustrera alla tal som uppfyller till exempel $a^2 + b^2 = 1$?

– Jag kan lätt komma in på Fermats sista sats, som säger att det inte finns heltal som uppfyller någon av ekvationerna $a^3 + b^3 = c^3$, $a^4 + b^4 = c^4$, $a^5 + b^5 = c^5$, ..., $a^n + b^n = c^n$ (förutom de triviala lösningarna när till exempel $a = 0$). Problemet med att hitta ett bevis för detta gäckade matematiker i flera hundra år tills Andrew Wiles lyckades 1997. Jag brukar visa den prisbelönta film *Fermat's Last Theorem* om Wiles bedrift (Singh & Lynch, 1996). Filmen handlar om matematik och matematiker men också om drömmar, ambition, besatthet, passion, misslyckande och revansch.

– Det är också intressant att visa några "falska" bevis som baserar sig på att man med geometri lurar ögat. Se till exempel Strävorna, Pyssel med Pythagoras.

– Eleverna brukar arbeta med att geometriskt troliggöra att $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

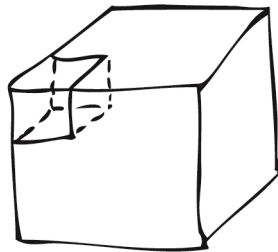
⁴⁸ Detta ord behöver förklaras och finns definierat i ett underbart avsnitt om matematisk argumentation i boken *Matematiktermer för skolan* (Mouwitz & Kiselman, 2008, s. 127).

Vid ett sådant tillfälle råkade min blick falla på en av elevernas anteckningsblock när jag passerade mellan bänkraderna.



Figur 5.

Hon hade tecknat en kub ungefär så som på bilden:



Figur 6.

Underbart! Genast utvecklades uppgiften till att eleverna skulle undersöka om de geometriskt kunde troliggöra $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$. Tillgång till laborativt material underlättar arbetet med denna uppgift. Likheten kan jag sedan använda när jag introducerar komplexa tal. Det var faktiskt detta uttryck som matematikern Tartaglia använde sig av när han lyckades lösa en viss typ av tredjegradslikningar år 1539. Han avslöjade lösningen i form av en dikt för läkaren och matematikern Cardano. Han lyckades i sin tur ta fram formler för alla typer⁴⁹ av tredjegradslikningar.

För $x^3 + cx = d$ är till exempel formeln:

$$x = \sqrt[3]{\sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{c}{3}\right)^3} + \frac{d}{2}} - \sqrt[3]{\sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{c}{3}\right)^3} - \frac{d}{2}}$$

⁴⁹ Det fanns olika typer eftersom man inte kunde handskas med negativa koefficienter.

När jag skriver upp denna formel på tavlan pustar eleverna ut av tacksamhet när jag säger att på gymnasiet nöjer vi oss med att lära oss använda formeln för andragradsekvationen. Cardanos formel satte myror i huvudet på folk även på 1500-talet, för om $x^3 = 15x + 4$, då blir $x = \sqrt[3]{2 + \sqrt{-121}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{-121}}$. Roten ur ett negativt tal!?! Värre blir det, för samtidigt kan man se att 4 är en lösning till ekvationen.

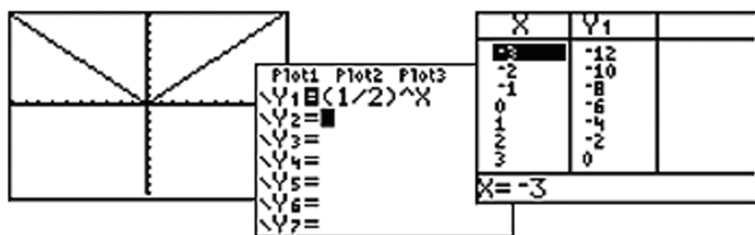
Kunde det verkligen vara så att: $\sqrt[3]{2 + \sqrt{-121}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{-121}} = 4$?

Jo, visst var det så, men det tog många hundra år innan man fick ordentligt grepp om både negativa tal och komplexa tal.

Varför?

Jag har i olika sammanhang träffat på uppfattningen, "Ja, ja, matematiken den gick väl bra i skolan ... men jag förstod aldrig vad den gick ut på". Men det finns faktiskt ett system med definitioner, axiom, satser och bevis som gör att vi kan bygga ny matematik – "reglerna" i matematik är inte slumpmässiga. Ett historiskt perspektiv fanns med här, vilket även finns med i nästa laboration, fast man kanske inte ser det i första anblicken.

Samband mellan graf, funktionsuttryck och värdetabell



Figur 7.

Eleverna får papper med grafer, uttryck och värdetabeller huller om buller. Uppgiften är att para ihop en graf med rätt värdetabell och rätt funktionsuttryck. Bilderna är tagna från en grafräknarens fönster. Eleverna jobbar i par och kan om de vill använda sax för att lättare dela in bilderna. Efter tio minuter ...

– Anette, det går inte jämnt upp, klagar eleverna.

– Ojdå, har jag glömt något? Då får ni rita dit en egen bild på det som fattas, säger jag.

Efter ytterligare en tid...

– Du, Anette, vad är "abs" för något?

Jag har valt att ta med absolutbeloppet som funktion. Grafräknaren har en inbyggd funktion för detta där man kan skriva in $Y=abs(X)$.

– Tja, vad gör den funktionen då? Har ni någon graf eller tabell till denna?

Efter en del jobb kommer de fram till vilken tabell och graf som borde höra till $Y=abs(X)$.

– Kan ni med ord beskriva funktionen? frågar jag

En del elever säger att den alltid ger ett positivt värde. Jag frågar då vad en sådan funktion skulle kunna beskriva. En del ger förslag på tid eller avstånd. Uppgiften fortsätter:

– Nu springer vi ju inte omkring i matematiken och skriver $Abs(x)$, vi behöver ett riktigt funktionsuttryck! provocerar jag. Kan ni ta fram detta?

Detta är en svår uppgift. Vissa försöker förgäves rita in två räta linjer i grafräknaren vilket resulterar i två räta linjer som skär varandra som ett kors i origo. Några kommer fram till att de måste skriva ner två uttryck. Detta leder till diskussioner om man får detta eller inte – vilket historiskt sett inte var en självklarhet.⁵⁰ Det finns de elever som skriver in $y = \sqrt{x^2}$ på räknaren, vilket leder till diskussion om rottecken och dess lagar. Jag låter sedan eleverna parvis jämföra sina lösningar med varandra tills alla är övertygade om vilka grafer, tabeller och uttryck som hör ihop.

Varför?

Jag vill att de matematiska begreppen ska bli "fylliga" och inte reduceras och förenklas. Genom att diskutera vad en funktion både kan och inte kan vara och hur de kan representeras ger det eleverna perspektiv. Dessutom kan jag återkomma till absolutbeloppet när vi tittar på derivatan. Absolutbeloppet är ju ett mönsterexempel på en funktion som saknar derivata i en punkt. Uppgiften manar också till diskussioner mellan elever vilket utvecklar deras förmåga att kommunicera om och med matematik. Ett annat sätt att kommunicera matematik är via texter som är i fokus i nästa aktivitet.

Vad är derivata, integral och differentialekvation?

När det är dags för Kurs E, ska eleverna åter möta derivata, integraler och differentialekvationer. Första lektionen brukar jag be eleverna att skriva ner förklaringar på dessa begrepp. De jobbar i par vilket resulterar i 15 förklaringar av varje. Jag sammanställer och kopierar. Under kursens gång inleds varje avsnitt med att de ska läsa igenom de 15 förklaringarna av till exempel integraler. Därefter får de berätta vilken som är deras personliga favorit och varför.

⁵⁰ Se *Begreppet funktion i historisk belysning*, (Häggström, 2005)

Varför?

Måste vi läsa? frågar mina elever. Ja, det ingår i ett matematikkunnande. Läsa matematisk text är undervärderat. Att ge eleverna möjlighet att på olika sätt kommunicera matematik är viktigt. När det står LÄS & LÖS på tavlan vet mina elever att de ska jobba i läroboken med att just läsa teorin och lösa uppgifter. En annan utmaning för eleverna är att tolka en problemsituation och omformulera den i matematiska termer, vilket görs i nästa aktivitet.

Telia uppringt modem – att tolka en problemsituation

I samband med att vi introducerar funktioner i Kurs A får alla i klassen ett utdrag från Telias webbplats.

– Hur mycket kostar det per månad för mig att surfa? Jag har ett uppringt modem.⁵¹

– Öööö...va' menar du? Vad menar hon? Det beror ju på ... Det beror ju på hur mycket du surfar? svarar eleverna förvirrat.

Precis! Det beror på – kärnan i funktionsbegreppet.

– Kan ni beskriva för mig hur mycket det kommer att kosta mig per månad? Som hjälp kan ni använda ord, tabell, graf eller kanske ett uttryck, säger jag.

Priser - Telia Internet 020

Ett prisvärt, uppringt modemabonnemang. Koppla upp dig mot Internet via samma telefonnummer, oavsett var du befinner dig. Priset gäller tillsvidare och endast vid beställning via webben. Samtliga priser är inklusive moms.

Ordinarie erbjudande:

Förbetalt Internetabonnemang

Kvartalsvis betalning 72 kr

12 månader 288 kr

24 månader 488 kr

36 månader 648 kr

Månadsabonnemang * 24 kr per månad

Därefter följer, för samtliga förbetalda abonnemang, ett förmånligt förlängningserbjudande.

Minutavgift:

Mån-fre, 08.00-18.00: 23 öre per minut

Övrig tid: 11,5 öre per minut

Öppningsavgift 45 öre

*) 12 månadars bildningstid

Naturligtvis dröjer det inte länge förrän följande fråga dyker upp:

– När surfar du? frågar någon.

– Efter åtta på kvällen då mina små barn somnat, svarar jag.

– Hur många gånger kopplar du upp dig då? frågar eleven.

– Ja, hmm...vad är rimligt? Detta måste vi försöka uppskatta. Har jag snälla barn som sover hela kvällen tror ni? frågar jag.

⁵¹ Detta var några år sedan!

Eleverna får själva resonera kring antal uppkopplingar jag kan tänkas behöva göra. Vissa gör olika tabeller för 15, 30, 45 uppkopplingar. En av eleverna resonerar så här:

- Var sover barnen? frågar eleven.
- På ovanvåningen, svarar jag förvånad.
- Var är datorn? fortsätter han.
- På samma våning, svarar jag.
- Ja, men då har du nästan fyra minuter på dig att stoppa in nappen. Det hinner du göra. En uppkoppling per dag är rimligt, svarar eleven bestämt och jobbar vidare.

Nästa lektion täcks tavlan med deras förslag på lösningar, där ord, grafer, tabeller och uttryck samsas. Vi sätter x till antal minuter jag surfade och kostnaden till y kr och relativt fort kommer då uttryck upp på tavlan av typen $y = 24 + 0,115x + 15$ eller $y = 24 + 0,115x + 30$. Någon ger förslag att vi kan skriva $y = 24 + 0,115x + a$, där a står för antalet gånger man kopplar upp sig varje månad.

Varför?

Avsikten var att klä funktionsbegreppet med en "verklig" kontext och att öva eleverna att tolka en text. Jag ville även att eleverna skulle träna på olika representationsformer och om möjligt avdramatisera användningen av x och y .

Uppgiften aktiverade eleverna men dess relevans kan man diskutera, det är svårt att skapa meningsfulla tillämpningar på ett specifikt matematikinnehåll. Problemet har alltid påmint mig om att våga ställa höga förväntningar på elever. De kan mer än vi anar. I uppgiften klarade de av att diskutera en funktion med två variabler! Här fanns ett utrymme för eleverna att upptäcka sätt att beskriva ett samband med hjälp av matematik vilket även är innehållet i nästa laboration.

Elevernas metoder

Inför avsnittet kring ekvationssystem i Kurs B tar jag med en kartong med smala, långa ljus och ett tjockt ljus som jag ställer på katedern.

- Om jag tänder ett smalt ljus och det tjocka ljuset – när är de lika långa?

Därefter är jag knäpptyst. Efter tio minuter utbrister eleverna – det går inte att lösa! Men de har funderat ut vad de vill veta, nämligen brinntiden och hur långa ljusen är. Jaha, säger jag och dinglar med benen där jag sitter på katedern. Förr eller senare brukar någon komma på att resa sig ur stolen och långsamt hasa sig fram och titta på kartongen. Information!

Eleverna jobbar i par och presenterar sina lösningar på tavlan. Vi jämför och diskuterar. Det mest intressanta tycker jag är att man ofta får fram alla de tre "standardmetoderna" för att lösa ett linjärt ekvationssystem – grafisk metod, substitutionsmetod och additionsmetod.

Varför?

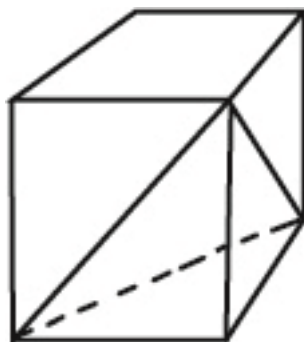
Denna uppgift lämpar sig för att eleverna själva ska upptäcka ekvationssystem. Den tvingar dem även att fundera över vad de behöver veta för att lösa uppgiften. Elevernas olika lösningssätt kan man använda när man arbetar vidare med ekvationssystem – grafisk metod blir då Eriks metod, substitutionsmetoden blir Elins metod osv. Att uppmärksamma det eleverna gör är givande för klassen som helhet. Uppgiften ovan kanske även kan ses som problemlösning, vilket nästa aktivitet handlar om.

Bambipedagogik

Vid något tillfälle brukar jag diskutera problemlösning med mina elever. Hur brukar de göra? Hur brukar jag göra? Som en del av detta brukar jag välja ett problem ur någon lärobok (till exempel problemet här nedan) som jag inte har en aning om hur jag ska lösa.

Kluset rätblock

Om man klyver ett rätblock enligt figuren får man en del som har formen av en pyramid med fyra plana ytor. Finn ett enkelt samband, som är lätt att minnas, mellan de fyra delytornas areor!



Figur 8.

Sen presenterar jag det för eleverna och säger att detta problem kommer jag att försöka lösa under några veckor. Jag känner mig ungefär som Bambi ute på hal is och varje lektion snor jag åt mig fem minuter för att försöka finna en lösning. Vissa elever engagerar sig och hjälper till, andra skakar på huvudet.

Varför?

Ibland blir allt så tillrättalagt och välpolerat på lektionerna och i läroböckerna. Problemlösning innebär ju att man bökar, stökar, blir förtvivlad, manisk och till slut väldigt väldigt nöjd när man finner lösningen. I många år beskrev jag min egen problemlösningsmetod som att jag cirkulerade runt i ett hjul: försöker förstå

problemet, utformar en plan, genomför planen – men då, mitt uppe i att utföra planen, går jag bet och får börja om med att försöka förstå problemet igen. Nyligen insåg jag att denna beskrivning ekar av ensamhet. Knäcker jag inte ett problem så tar jag kontakt med fler elever, kollegor eller en vän så hjälps vi åt. Man behöver ju egentligen inte vara rädd för att ge sig ut på den där isen – man är aldrig ensam! I det ovanstående problemet kan man även låta sig inspireras av en gammal kollega, nämligen Pythagoras⁵².

Sammanfattning

Hur får jag tid till det jag beskriver? Jag tror det beror på främst tre faktorer:

För det första, jag går inte igenom allt som står i läroboken. De genomgångar jag har är mer av sammanfattande karaktär för att presentera vad avsnittet går ut på. Sen lämnar jag delar åt eleverna att själva jobba med på lektion och hemma. Att jag vågar göra så grundar sig i två inställningar jag har. Den första handlar om det sagda ordets betydelse. Jag misstänker att det finns en övertro till det sagda ordet. Att jag sagt något betyder inte att eleverna uppfattat det, än mindre förstått. Jag behöver inte nödvändigtvis gå igenom ett begrepp muntligt utan det kan komma upp i samband med ett problem eller en laboration. Den andra inställningen är att jag har höga förväntningar på eleverna – jag litar på att de kan klara av att lära sig matematik. De kan mer än vi tror och jag vet att de har mycket att bidra med som kommer att utveckla lektionerna. Visst kräver dessa inställningar att jag har is i magen och noga kollar om alla hänger med. I en del klasser har jag varit tvungen att dra i handbromsen och noggrannare gå igenom ett avsnitt för en mindre grupp av klassens elever.

Den andra faktorn är att om jag inte varierar undervisningen blir jag uttråkad och då är jag ingen bra lärare. Jag, precis som mina elever, måste känna att undervisningen är intressant och meningsfull.

Tredje faktorn är att jag har använt mig av principen: ett litet steg i taget när jag utvecklat min undervisning. Som nyanställd lektor blev jag i början matt av alla goda förslag jag fick från olika håll. För varje nytt läsår har jag reviderat min undervisning och successivt utvecklat den. Jag har valt att ha en lärobok i botten, som fungerar som ett stöd och kompletteras med andra aktiviteter – inte minst med elevernas egna frågeställningar.

Utan mer djupgående analys är mitt intryck från de utvärderingar mina elever gjort av undervisningen genom åren att orden "intressant och svårt" är det mest frekventa omdömet. Precis de orden skulle jag välja för att beskriva hur det är att undervisa i matematik – intressant och svårt.

⁵² Det samband som efterlyses i uppgiften är en generalisering av Pythagoras sats.

Analys av min undervisning

I avsnittet *Jag blir lärare och vad blev jag?* har jag beskrivet vilka kunskaper jag utvecklade i min praktik som lärare. I detta avsnitt exemplifierar jag detta kunnande genom att analysera de aktiviteter som jag presenterade i artiklarna i Nämnaren. Praktiken utgjordes till stora delar av situationer då jag förväntades förklara något på ett sådant sätt att någon elev förstod eller lärde sig. Jag relaterar även till den praktik jag upplevt som forskarstuderande i matematik och utifrån min tolkning av kursplanen.

Min undervisning skiljde sig delvis från den eleverna tidigare hade upplevt under sin skolgång, vilket medförde att mitt agerande ibland bröt mot elevernas föreställningar om vad matematik är eller vad det kan innebära, att kunna och lära sig matematik.

Vad för något skulle jag förklara?

Detta "något" som skulle förklaras, utgjordes av min tolkning av kursplanen som baserades på min erfarenhet som forskarstuderande i matematik, en del studier i ämnesdidaktik, och brister i så väl forskarpraktiken som min egen skolgång. Som doktorand hade jag upplevt ett görande i matematik som var kreativt där jag kunde skapa samband och lösningar till problem. I aktiviteten *Bambipedagogik* driver jag detta till sin spets då jag "live" försöker förmedla denna skapande problemlösningsprocess. Här finns också tiden och tålamodet att fortsätta leta efter en lösning. Föremålet för undervisningen var en process inte ett begrepp.

I *Varför förenkla när vi kan förkrångla?* finns den matematiska lekfullheten och friheten att vända, vrida och skapa. Men man måste också kunna ta ansvar och lyckas lösa sin egen faktoreringsuppgift.

I *Resonemang och bevis* tar jag fäste på kursplanens innehåll kring bevis, samtidigt som jag kan kompensera för den brist jag själv upplevt i min skolgång kring bevisens roll i matematiken. Jag vill förklara att regler och formler inte är slumpmässiga, utan att det oftast finns ett resonemang att förklara och förstå. Följden av aktiviteter utmynnar till och med i en film om en matematiker.

Att ta ansvar för sina konstruerade resonemang återfinns i *Godismatematik*, där jag som tjurig lärare kräver matematiskt fullständiga lösningar. Samtidigt finns det en otydlighet, hur och vem avgör om en lösning är fullständig?

I *Samband mellan begrepp* vill jag förklara att det finns samband mellan till synes helt skilda begrepp inom matematiken. Att synliggöra att våra beteckningar på tal är påhittade kan upplevas som provocerande då matematiken kan ha framställts för eleven tidigare som färdig och inte konstruerad. När det gäller samband mellan tal och ekvationer finns en hel del att förklara, samtidigt som konventioner diskuterades. De frågor eleverna tar upp pekar just på de två olika "något" inom skolans matematik. Frågan "Är alla ekvationer lösta?" ger en förklaring med mycket matematikinnehåll. Men frågan, "Vad står ... för i 1, 2,

3,...?” handlar om konventioner och pekar på att jag inte alltid har klart för mig vad det är jag behöver förklara. På samma sätt finns i *Samband mellan graf, funktionsuttryck och värdetabell* ett innehåll att förklara samtidigt som konventioner och praxis diskuteras – får man beteckna en funktion med två uttryck? Vem bestämmer det?

Som jag tidigare diskuterat, var det inte till en början lätt för mig att veta vad detta ”något” var som jag förväntades förklara. Hindret var min förtrogenhet, som både var oreflekterad och oformulerad. Men ett annat hinder var också elevernas föreställning om vad detta ”något” skulle vara. Vi talade om *olika* ”något”:

- Vad tror ni om den här nya läroboken i matematik? frågar jag Pelle och Erik. Verkar boken bra?
- För mycket text. Jag vill ha uppgifter med en gång, svarar Pelle.
- Men det är jätteviktigt att lära sig läsa matematik och läsa förklaringar, försöker jag förklara.
- Du Anette, jag har nio års erfarenhet av matematik i skolan. Det ska finnas högst en mening överst på sidan, sedan ska det vara massor med uppgifter. Sen så bara gör man, svarar Erik.
- Man orkar inte läsa massa text, den hoppar man över, säger Pelle.
- Orkar ni inte läsa? frågar jag förvånat.
- Nä, det orkar man inte, svarar Pelle och Erik.
- Jamen, i till exempel historia läser ni väl texter? svarar jag.
- Hahaha, javisst, men Anette, asgarvar Pelle och Erik, det är ju i *historia!*

Att de skrattade tolkar jag som att jag föreslog något som verkligen stred mot deras uppfattning av vad det innebar att göra matematik i skolan. Det som möjligtvis behövdes förklaras var hur man skulle lösa en uppgift i boken. Matematiken var ett görande som var förknippat med att göra färdigt uppgifter i en bok, ofta ensamt.

En nybliven gymnasieelev kliver in i klassrummet med kepsen på plats, väskan nonchalant slängd över axeln och läroboken i handen. Han slänger en förströdd blick på min vagn som och innehåller mitt mobila matematikbibliotek. Vagnen är fylld med olika läromedel i matematik och böcker om och i matematik. Han stannar i steget och utbrister med sin bok i handen:

- Finns det fler böcker i matematik än den här?

Om *vad* finns det något att skriva, skissa och läsa om? Med min bakgrund som matematiker, var svaret naturligtvis, begreppen och resonemang relaterade till dessa. I Matematikens hus var begreppen mina samtalspartners. I aktiviteterna, *Samband mellan graf, funktionsuttryck och värdetabell, Vad är derivata, integral och differentialekvationer?* och *Varför förenkla när vi kan förkrångla?* finns starkt

fokus på de matematiska begreppen. Men en del elever såg inte matematiska begrepp som några samtalspartners i matematikens stora hus.

– Men, du Anette, utbrast plötsligt en elev, var finns vi i den här bilden?

Det blev tyst i klassen.

Så, började en elev skratta:

– Vi sitter i källaren och stirrar på en betongpelare.

Var matematiken och dess begrepp för eleverna, fixa, stela och givna betongpelare? Som jag och alla deras tidigare lärare guidat dem runt och visat upp? I aktiviteterna *Moderna tillämpningar*, *Samband mellan begrepp*, *Viljan att förklara* och *Samband mellan graf, funktionsuttryck och värdetabell* kan man se att jag försöker synliggöra att begreppen har en historia och kan betraktas som konstruerade av oss människor. Betongpelarna var i alla fall ofta gamla och gjorda av matematiker. Att inte betrakta matematiken som konstruerad av människan, var ju en av de brister som jag upplevt i min praktik som forskarstuderande, och som jag med stöd i kursplanen kunde behandla i min undervisning.

På vilka sätt förklarade jag?

I artiklarna finns exempel på olika sätt att förklara något och man kan också skönja min egen utveckling från den berättande till även en icke-berättande lärare. Mitt eget sätt att lära eller förklara genom att läsa text finns med i *Vad är derivata, integral och differentialekvationer?*, där eleverna ska producera en text med matematiska förklaringar som läses av varandra. Jag beskriver hur "LÄS & LÖS" skrivs på tavlan för att uppmärksamma eleverna på att läsa.

Att stiga ut från matematikerns praktik – "overkligheten" – och möta elevernas reaktioner gjorde att jag började verbalisera overkligheten (matematiken) med ett annat språk än det matematiska. Med tindrande ögon försökte jag relatera Matematikens hus till den för mig nyupptäckta verklighet, som jag nyfiket bekantade mig med. "Verkligheten" i artiklarna tycks sig bestå utav att jag berättar om matematiken som vetenskap och dess relation till tillämpningar inom olika kunskapsområden.

Min första inställning till att undervisa var att "sitt-ner-och-var-tysta-så-ska-jag-berätta-hur-fascinerande-matematik-är". Det finns fortfarande spår av detta förhållningssätt i artiklarna och en stark vilja att berätta med ord. I *Samband mellan begrepp* finns det en tendens att mellan alla frågor, berätta fascinerande om samband mellan tal och ekvationer. Även i *Viljan att förklara*, *Resonemang och bevis* och *Moderna tillämpningar*, berättar jag. Kanske lyckades jag ibland inspirera och visa på matematiken som något mer än uppgifter i en bok, men ibland nådde inte dessa berättelser fram.

Efter en utförlig (enligt min mening) genomgång vid tavlan frågade jag klassen: "Har ni några frågor?" En tjej viftade ivrigt med handen och frågade: "Anette, var har du köpt dina byxor? Dom är urläckra!" (A. Jahnke, 2004, s. 44)

I aktiviteterna kan jag se mig som dels den berättande matematikern, men även en lärare som tystnar alltmer och verkar ha insett ordens begränsningar. I *Samband mellan grafer, funktionsuttryck och värdetabell* berättar jag inte allt, utan det finns inbyggt en stegvis provokation. I *Godismatematik* försöker jag iscensätta en situation som känns lustfylld där händerna, synen och smaken adresseras. I *Elevers metoder* presenterar jag problemet, och sen tystnar jag och väntar ut eleverna. I *Telia uppringt modem* är frågeställning öppen och förutsättningarna måste konstrueras av eleverna. I *Bambipedagogiken* berättar jag inget alls, utan bara gör med en viss dramatik. Dramatiken och tystnaden kom jag att använda allt mer (till exempel se, berättelsen om uttrar i Del I).

Att känna igen villospår eller felaktiga sätt att förklara eller förstå, ingick också i det jag utvecklade som lärare. I *Godismatematik* kan man lätt hamna i besvärliga uttryck att derivera beroende på vilken variabel man löser ut. I *Moderna tillämpningar* kan eleven behöva dividera ett tal många gånger, om man inte är listig. I *Samband mellan begrepp* kan eleven ha svårt att följa resonemanget varför det inte finns reella tal vars produkt blir negativ, om man inte vet tecknet på produkten av negativa och positiva tal. I *Varför förenkla?* finns en hel uppsjö av villospår, då man ska faktorisera sitt eget uttryck vilket i sin tur baseras på kunskaper i bråkräkning. Alla aktiviteterna innehåller möjligheter för eleven att lösa problemen på felaktiga sätt.

Att uppmärksamma det riktiga i det felaktiga gör jag i *Resonemang och bevis*. Eleven som frågar upprepade gånger "Är beviset färdigt nu?" har uppenbarligen fel, men har samtidigt rätt. De logiskt korrekta resonemangen som jag presenterade på tavlan måste ha tett sig helt obegripliga, om man inte från början diskuterat vad påstående och bevis är för något och deras roll i matematiken. I avsnittet visar jag hur jag fortsättningsvis försöker behandla bevis i min undervisning. Här har jag inte låtit min ursprungliga metod begränsa mig. Att inte låta sig begränsas av sin på förhand valda metod eller sätt att förklara, grundar sig på min syn att elever är oberäkneliga, som i sin tur bygger på mitt lyssnande.

Förklara för någon – vem är denna någon?

I aktiviteterna i artiklarna finns exempel på mitt lyssnande på eleverna. En förmåga jag utvecklade då jag steg in i skolpraktiken. Lyssnandet leder till min respekt för elevers tankar och idéer. I *Vad är derivata, integral och differentialekvationer?* finns en skör balans mellan att uppmuntra elever till att våga skriva och läsa och att komplettera bristfärdiga förklaringar eller direkt felaktiga. Detta var svårt, tyckte jag. Respekten fanns där. Ofta

uppmärksammades eventuella brister av eleverna själva, som jag kunde fördjupa. Kanske var inte mitt huvudsyfte att få matematiskt korrekta definitioner, utan att få tid och utrymme att skriva och tala om begreppen.

Jag har tidigare lyft fram att jag aldrig fick grepp om vem denna någon var som jag förväntades förklara för. Eleverna överraskade mig ständigt med sina tankar. Mitt förhållningssätt blev att alltid vara öppen för att ändra min undervisning utifrån vad eleverna gjorde på lektionerna. I *Resonemang och bevis* finns händelser då jag uppmärksammar skissen av en kub, ett klurigt problem presenteras av en elev och ett avsnitt av Simpsons lyfts fram. I *Varför förenkla när vi kan förkrångla?* reagerar jag också på en elevs idé som direkt ändrar undervisningen och mitt sätt att undervisa i algebra. I *Elevernas metoder* låter jag metoderna konstrueras av eleverna och namnges. I flera av aktiviteter har jag inte kunnat förutse på vilket sätt och med vilket innehåll lektionen skulle utvecklas. I *Bambipedagogik* kan jag inte förutse resultatet, då även jag själv är oberäknelig, vilket synliggörs för eleverna.

Jag ville aktivt göra eleverna till medmusikanter. För detta krävdes även former för samarbete. I min praktik som doktorand hade jag saknat människor att samarbeta med. Även de flesta elever var vana vid att arbeta ensamt med matematik i skolan. Men i kursplanen fick jag stöd för att kompensera för detta. Att arbeta i grupp används till exempel i aktiviteterna *Elevers metoder*, *Godismatematik*, *Varför förenkla?* och i *Vad är derivata, integraler och differentialekvationer?*

Jag har delat in klassen i par. Jag suddar tavlan. Vänder mig om. Min blick möts av två händer som förenas i en ljudlig "high-five". Den tysta sammanbitna blyga flickan som jag bara vet är så begåvad. Den socialt kompetente killen som lyckas förena matematikintresse med hästsvans och mängder av kompisar. Jag visste precis vad jag gjorde. Det lyckades. Axlarna sjönk ner. Huvudet restes. Ett och annat leende. Hon visste att hon var på rätt plats. Jag andades ut.

– Det här är Natalie, säger jag, och det här är Yifej, fortsätter jag.

Flickorna tittar på sina skor.

– Ta i hand och hälsa på varandra, uppmanar jag.

De kommer inte undan.

– Ni båda har redan passerat första kursen – ni kan samarbeta med fortsättningen, upplyser jag. Ni är inte ensamma.

Ryssland möter Hong Kong i Göteborg på knagglig svensk-kinesisk-ryska.

Drygt två år senare, frissiga och rödkindade rusar de in i klassrummet fulla av energi och berättar om en matematikkonferens de deltagit i tillsammans.

I *Samband mellan begrepp* används en annan samarbetsform. Jag ställer frågor till hela klassen och det utvecklas en dialog mellan mig och klassen. Om inte tillräckligt många elever deltar i dialogen dör hela idén med aktiviteten och jag reduceras till den berättande matematikern. Det finns paralleller till Platons dialog *Menon* (2001). I dialogen ställer Sokrates frågor till en av Menons slavar vilket leder till att pojken först upplever att han inte vet, sen är övertygad om att han vet och därefter vet att han inte vet. Men han vill veta. Tillslut leder Sokrates frågor honom till att veta hur man ska konstruera en kvadrat med arean åtta. Man kan genom frågor undersöka det man tror sig veta eller vill veta. Det finns inslag av detta i dialogen jag för med eleverna. Jag frågar om sådant de redan vet eller tror sig veta. Frågorna utmanar deras vetande tills de utbrister "Får man göra så här?"

I min praktik som doktorand i matematik fann jag matematiken svår att förutse. Jag kunde överraska mig själv med att ett resonemang inom matematiken tog mig till oförutsedda slutsatser och nya frågor. Matematiken som ämne har en potential att vara ett bildningsämne. Men även att undervisa i matematik innehöll en praktik där jag inte kunde förutse allt. Varje unik elev, unik grupp av elever och grupper av unika elever kunde plötsligt delge ett, för mig, nytt sätt att se på ett moment i matematiken. Detta gjorde att även lärarkunskap hade potential till att vara ett bildningsämne för mig.

Brister i min praktik som lärare

Kring metaforen "matematik är ett hus" ställdes i tidigare avsnitt frågorna; På vilket sätt hänger detta "hus" ihop med resten av verkligheten? och Hur förhåller sig detta "hus" till matematiska modeller och matematikens användbarhet? Vi kan nu utvidga detta till att fråga oss på vilka sätt skolmatematikens hus hänger ihop med verkligheten? En verklighet där vi människor ibland har behov av att använda något som påminner om skolmatematiken? Vems verklighet, kan man också fråga sig. Det är utifrån dessa frågor som jag kan se brister i min praktik som lärare.

Användbar till vad?

Som matematiker fann jag praktiken stimulerande, där tankarna fick vandra och nya dörrar till rosa rum öppnades i Matematikens hus. Men en av de brister som jag upplevde som doktorand var avsaknaden på att i praktiken uppmärksamma relationen mellan Matematikens hus och verkligheten, som består av oss människor och tillvaron omkring oss. Man kan i aktiviteterna beskrivna i Nämnareartiklarna se att jag aningen naivt försöker relatera matematiken och ibland skolmatematiken, till något utanför klassrummet, genom att berätta om diverse tillämpningar inom olika kunskapsområden (elektronik, medicin och

programmering) på ett populärvetenskapligt sätt. Men det är uppenbart att jag inte lyckas reda ut detta. Även skolmatematikens användbarhet behandlas naivt.

Att konstruera en kon i *Godismatematik* med maximal volym är ett praktiskt problem. Däremot är mitt krav på eleverna att redovisa en fullständig matematisk lösning överflödigt i relation till att ta fram konen. Man kan lösa uppgiften med grafräknare, programvara eller med någon hantverksmässig metod, men här finns matematikens och skolmatematikens krav att kunna prestera lösningar med ett logiskt resonemang. Men denna lösning har egentligen inget med det praktiska problemet att göra.

I aktiviteten *Telia uppringt modem* är uppgiften att beräkna kostnader för att surfa. Men detta gör man i praktiken aldrig. Beräkningsmodellerna för telefonräkningar, elräkningar och så vidare är så komplicerade att man ofta inte räknar på dem med hjälp av x och y och funktioner. Möjligtvis jämför man eller uppskattar man kostnaderna.

I *Elevernas metoder* konstrueras ett problem genom att tända ljus och fråga efter när de är lika långa. En "verklighet" som helt saknar mening. Vem är egentligen intresserad av när ljusen är lika långa?

Alla dess aktiviteter skulle man kunna kalla för smink. Jag som lärare har på förhand bestämt ett matematiskt innehåll; optimering, funktioner och linjära ekvationssystem. Därefter har jag rusat omkring utanför huset för att leta upp någon trevlig "verklighet" att sminka på innehållet. Men ingen av aktiviteterna utgår eller går ut på att lösa ett praktiskt problem med hjälp av just det innehåll som finns i gymnasieskolan. Så för mig kvarstår problemet från min tid som doktorand, vad är relationen mellan matematikens hus och användbarheten i verkligheten, i situationer utanför alla formella utbildningar? Och i mitt fall nu, skolmatematikens hus och användbarheten i verkligheten?

Vems verklighet?

En annan aspekt av att relatera skolmatematikens hus till verkligheten, är att ställa frågan vems verklighet talar vi om. Jag hade i min praktik som lärare ansträngt mig för att närma mig denna "någon" som jag skulle förklara något för. Men vem var denna någon egentligen? Även här finns brister i min praktik, och min tid som matematiker gav mig ingen kunskap kring detta. Jag ger tre exempel på då jag inte lyckades med att göra skolmatematiken till en relevant del av elevens verklighet. Undervisade jag i matematik eller undervisade jag elever i matematik?

Gotharen

Andra lektionen med en helt ny klass med speciellt intresserade och duktiga sextonåringar. De är spända, nervösa och glada över att ha börjat gymnasiet. Men idag är det diagnos. Ett prov som getts på Hvitfeldtska sen nitton-hundra-frös-ihjäl. I formativt syfte, grundläggande prov för att få ett intryck av vad som kan vara svårt eller lätt.

Det enda som hörs är det skrapandet ljudet av pennor. Någon ställer viskandes en fråga. De får lov att gå ifrån lektionen efter att de är färdiga med provet. Jag sitter vid katedern och låter blicken glida över dem. Längst fram till vänster stannar min blick. Det har gått fem minuter. Killen halvligger på bänken, det långa svarta håret brer ut sig på bänken. Han skriver inget. Han rättar till slokhatten. Han lyfter inte blicken från bordet. Herregud, tänker jag, han kan inget. Han har redan gett upp. Han har kommit fel. Eller så...tänker jag misstänksamt. Efter tjugo minuter reser sig den första eleven, lämnar in provet och går. Killen längst fram till vänster har hela tiden suttit sysslolös. Efter någon minut till reser sig en andra elev. Lämnar in provet och går. Då först reser sig killen med det långa håret, lämnar in provet och går. Jag rättar nyfiket. Alla rätt på fem minuter.

Mitt intresse för denna kille var efter detta naturligtvis på topp. Han arbetade väldigt lite på lektion, halvhängde på bänken halvsovandes. Totalt ointresserad. Efter någon vecka frågade jag honom vad han tyckte var kul i matematik. Kombinatorik, var svaret. Kort och konsist. Jag började mata honom med läromedel och problem i kombinatorik. Men efter ytterligare några veckor kom han aldrig mer igen. Han återgick att läsa den reguljära matematiken på naturvetenskapliga programmet.

Snackiga tjejen

Vid en lektion om vad matematik möjligtvis är berättade jag historien om matematiken som ett hus för mina nya elever som börjat ettan på gymnasiet. Jag berättade också hur de äldre eleverna hade uppfattat sig själva som sittandes framför betongpelare i husets källare.

– Nå, frågar jag mina nya ettor, vad finns ni i denna bild?

Det blev tyst i klassen.

– Vi knackar på dörren, säger en tjej längst bak.

Viii knaaaaackar på dööööörren. Jag går ner på knäna. Jag jublar. Där satt den. Vilken replik. Vilken replik. Rätt i krysset! tänker jag.

Ett par veckor senare slutar tjejen lägst bak, även hon återgår till den reguljära matematikundervisningen på Naturvetenskapliga programmet.

Den blivande piloten

Jag talar om Pythagoras.

Lever mig in.

Helt otroliga öden. Vilken syn på världen de hade!

I en rätvinklig triangel kan inte sidorna vara vilka längder som helst.

Det finns ett samband.

Som gäller alla trianglar.

Alla.

Hur vet man om något är sant? I matematiken? I något annat ämne?

Prova tillräckligt många trianglar?

Titta på en bild?

Vad är en sats?

Bevis. Vad är det?
Hur kan man komma fram till ett bevis?
Finns det flera?
Jag går igenom ett av många bevis för Pythagoras sats.
Inlevelsefullt. Jag tycker det är så viktigt.
Detta är ju matematikens kärna.
Matematikens uppbyggnad.
Det finns ett system!
Jag tystnar.
Lugnet sänker sig över salen.
Jag är skitbra.

– Men du Anette, säger en sextonåring med fascination i rösten.
Du, den här Pythagoras, tjänade han några pengar på det här?

Ett tag senare slutar eleven för att gå på pilotgymnasium.

Under flera år har jag trott att jag inte lyckades öppna dörren för dessa elever eller att jag inte lyckades höra dem knacka. Men det var jag som inte knackade på *deras* hus. Relationen mellan skolmatematikens hus och elevens verklighet blev allt mer oklar för mig när jag undervisade. Vid en paneldebatt på en fortbildningskonferens för lärare ställdes den eviga frågan. Panelen bestod av politiker, näringslivsrepresentant, ingenjör och jag från Nationellt centrum för matematikutbildning. Moderatoren – en pratglad skåning med bakgrund som chefredaktör för Dagens Nyheter – delade ut papper och penna till oss fem och provocerade:

– Expertpanelen, tänk Er nu att ni har Elsa, 14 år framför Er, hon tycker matematik är värdelöst. Varför ska hon lära sig matematik? Vad skulle ni säga till henne? Skriv ner meningen med matematik i EN mening!

Jäkla journalist – EN mening! Varför inte bara ett ord? tänker jag ironiskt. Jag kände inte alls för att krysta till en mening, utan tog istället på mig lärarhatten och skrev lydigt ned min mening på mitt block.

– Nå, nu ska vi se vad Experterna säger, myste moderatoren. Anette! från NATIONellt CENtrum FÖR MATematikUTbildning, vad säger du till Elsa?
– Elsa, vad ska du göra resten av ditt liv? svarar jag lugnt.
– Nej, nej inga motfrågor, protesterar moderatoren. Nej, nej en mening vill jag ha!
– Men denna fråga har jag fått som lärare hundra gånger och detta är alltid mitt svar. Utifrån elevens visioner och mål i livet kan jag bemöta hennes uppfattningar om matematik, svarar jag.

– Nej, nej slingra inte dig, jag såg ju dig skriva ner en mening, nu vill vi alla höra vad du skrev, envisas moderatörn.

Jag tar upp blocket och läser:

– Elsa, vad ska du göra med resten av ditt liv?

– Jag gick på en nit här, va? suckar han.

– Ja, det gjorde du, svarar jag.

Paneldeltagarna fick sedan i tur och ordning redovisa sina lååånga meningar med bisatser om matematiken som språk, kultur, verktyg, karriäröppnare, hjärntränare och välståndsgörare. Dessa meningar var det egentligen inget fel på däremot saknades en relation till Elsa och situationer i hennes liv. Mitt svar ovan kunde ibland fungera för elever som inom några år skulle lämna skolan, men många elever ville även uppleva att skolmatematiken var relevant här och nu.

Kunskap i skolmatematikens hus i relation till matematikens hus

I upplysningsfilosofen och författarens Diderots märkliga text *Rameaus brorson* (1891/1992), hävdar filosofen i dialogen att han har gett lektioner i matematik utan att kunna ett dugg matematik, men han hävdar att han lärde sig medan han undervisade andra. Jeremy Kilpatrick, världsledande professor i matematikdidaktik, ställde självkritiska frågor kring implementering av reformer i relation till forskares eller experters kunskap om "folk wisdom in today's school practice":

Why is it that so many intelligent, well-trained, well-intentioned teachers put such a premium on developing students' skill in the routines of arithmetic and algebra despite decades of advice to the contrary from so-called experts? What is it that teachers know that others do not? (Kilpatrick, 1988, s. 274)

Den första frågan är intressant och den återkommer jag till senare. Men det är den andra frågan som denna avhandling egentligen fokuserar på. Jag bildade ny kunskap i *något* genom att arbeta som lärare. Frågan är vad vi får kalla denna kunskap. Det är naturligtvis en annan kunskap än den jag utvecklade i min praktik som blivande matematiker. Naturligtvis måste man behärska matematik för att undervisa. Men då använder jag singularis om matematiken – den vetenskapliga matematiken. Men det jag upplevde som lärare var att den vetenskapliga matematiken både gav mig fördelar men också nackdelar. Den gav mig inte heller tillräckligt för att fylla dessa ord med mening:

Både i vardagsliv och yrkesliv behöver allt fler kunna förstå innebörden av och kommunicera om frågor med matematiskt innehåll. (Skolverket, 2000)

Matematikens kraft som verktyg för förståelse och modellering av verkligheten blir tydlig om ämnet tillämpas på områden som är välbekanta för eleverna. (Ibid.)

Men den kunskap jag bildade i skolans praktik lyckades inte heller fylla ovanstående meningar med mening.

- Jag har fått hyreshöjning. Min vindsvåning på Hisingen, börjar jag lektionen.
- Va! Bor du på Hisingen? Där kan man inte bo, säger en av eleverna i klassen på Samhällsprogrammet.
- Vindsvåning coolt, säger en annan elev.
- Jag flyttade hit från Skåne, så jag har inga förutfattade meningar om Hisingen. Jo, jag har fått 7 % i hyreshöjning. Min hyra är 4700 kr. Vad blir min nya hyra? frågar jag klassen. Ni får fem minuter på er att fundera, säger jag.

Efter fem minuter går jag fram till tavlan. Jag tvekar. Jag ska precis börja skriva 1,07... Istället vänder jag mig om.

- Kan inte ni gå fram och skriva upp hur ni har räknat ut min nya hyra?

En handfull olika sätt skrevs upp på tavlan. Ingen av eleverna löste uppgiften som jag hade tänkt. Ingen använde begreppet förändringsfaktor och tecknade ett uttryck $1,07 \cdot 4700$. Alla löste uppgiften smartare genom att räkna med 1 %, 5 % eller 10 %. De löste den ofta i huvudet. Varför strävar vi alltid efter en lösning som består av att man använder en generell metod? En lösning som kan bli påbyggnadsbar för andra syften? Varför är det den typen av matematik som ger högsta betyg? När vi i vardagsliv inte är generella? Varför var skolmatematik så starkt knutet till matematiken som vetenskap? Detta var frågor jag allt oftare ställde mig som lärare.

Till skillnad från den kunskap jag utvecklade som matematiker var kunskapen som jag utvecklade som lärare inte lika oformulerad. De nya kraven på mig och yrkets förutsättningar krävde av mig att reflektera och verbalisera. Jag ville också, det fanns till exempel inget maktskäl för att vara tyst. Det faktum att jag kom från en annan praktik och inte från lärarutbildningen medförde också att jag kanske lättare såg de "gemensamma rörelserna" som delades av lärarna i sin praktik, vilket jag både kunde anamma och bryta mot. Min avsaknad av utbildning pressade fram ett reflekterande arbetsätt. Å andra sidan, ovanstående brister som jag finner i den kunskap jag hade och den jag utvecklade, kan dock till viss del bero på min annorlunda väg in i yrket. Hade lärarutbildningen gett mig vad jag saknade?⁵³

⁵³ Min formella utbildning bestod i en licentiatexamen i matematik och två kurser i matematikdidaktik och allmäntdidaktik. Jag provanställdes och första halvåret undervisade jag tillsammans med en handledare, samtidigt som jag hade en egen klass.

Var den kunskap jag utvecklade som lärare funktionell för de situationer jag mötte? Nja, i vissa avseenden, eleverna lärde sig matematik ofta tillräckligt bra och ibland även väldigt bra, i relation till det vi mätte på prov och utifrån kursplanen.

Ett annat av perspektiven på kunskap från Del I handlade om att betrakta kunskap som av människan konstruerad, vilket jag som matematiker inte hade upplevt. Den kunskap som jag bildade i min praktik som lärare var uppenbart konstruerad av i första hand mig och mina elever. Om jag som matematiker hade matematikens begrepp som samtalspartners, så blev eleverna mina samtalspartners som lärare. Som lärare var det inte längre matematikens historia eller framtid som fascinerade mig, utan matematikens *samtid*. Matematik var något som vi människor gjorde i detta svenska samhälle i början på 2000-talet – några av de människorna var jag och mina elever.

Kunskapen var också konstruerad utifrån min tolkning av kursplan från 2000, läromedel och prov, som i sin tur är konstruerade av någon. Som lärare upplevde jag inte att man som skolan – ett kollegium med en rektor – ifrågasatte eller diskuterade kursplanens eller läromedels innehåll i relation till dess relevans för verkligheten, eleverna eller matematikens hus. Det är nästan som om skolmatematikens innehåll ansågs, inte kanske vara av "Platonisk" karaktär, men i alla fall grundligt genomtänkt och framtaget av några tjänstemän på en statlig myndighet eller utav engagerade kunniga läromedelsförfattare som brann för ämnet. Mitt intryck var att det inte ingick i professionen att ifrågasätta kursplanerna i någon större omfattning än att man önskade flytta till exempel trigonometri från Kurs D till Kurs A.

I min praktik som matematiker behandlades matematiken som oberoende av kontexten, vilket är det tredje perspektivet på kunskap från Del I. Men vid närmare studier i matematikens historia fann jag ett ämne som var starkt kopplat till kultur och samhällsutveckling. Att skolmatematiken var beroende av sin kontext tyckte jag var påtaglig, då olika elever på olika program reagerade på olika sätt. Det blev inte samma matematik i alla mina klassrum, om jag lyssnade. Samtidigt upplevde jag att det fanns en föreställning bland lärare, föräldrar och allmänhet att skolmatematiken skulle vara oberoende av tid och rum. Matematikundervisningen ansågs ha sett likadan ut under lång tid och kanske vara lika oberoende av kontexten som matematiken som vetenskap framställdes. Men jag upplevde att min undervisning fungerade, fast den delvis bröt mot elevernas tidigare erfarenhet av skolmatematiken. Den gick att förändra. Den skilde sig också från min egen skolgång. Dessutom, när jag började som lärare

Handledaren såg till att jag auskulterade de andra lärarna, hon arrangerade besök vid grundskolor och vuxenutbildningar. En av lärarna vid Hvitfeldtska var även lektor vid lärarutbildningen vid Göteborgs universitet. Han besökte mina lektioner regelbundet och gav mig feedback, och han återkopplade även till skolläningen.

infördes en ny kursplan, vilket visade att någon trodde sig kunna förändra – i alla fall på pappret.

Från ett klassrum till en skola

När jag nu arbetat med mina berättelser från min praktik som lärare är det märkligt vad isolerad min verksamhet som lärare framstår från andra matematiklärare, kollegiet, skolan och yrkeskåren som sådan. Kanske beror detta också på min avsaknad av lärarutbildning. Men i kursplanen från matematik från 2000 står det att "Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleverna" (Skolverket, 2000, min kursivering) utvecklar olika förmågor. Men var fanns *skolan* i min utveckling från matematiker till lärare i skolan och i min verksamhet som lärare? Varför var verksamheten enbart "min"? Var skolmatematikens hus inte ett hus utan ett klassrum? Vad var egentligen vitsen med matematik i skolan? Vad var vitsen med skola för matematiken? Vad var egentligen matematik? Varför skulle eleverna vara tysta när jag talade i ett klassrum?

Jag ska nu öppna dörren och stiga ut ur klassrummet och in i skolan. Vi ska ta del av samtalet mellan grundskolerektorer som deltog i en dialogseminarieserie. Syftet var att djupare förstå rektorers utmaningar och möjligheter att i sin yrkesroll leda skolans utveckling och därmed utbildningen eleverna får i matematik. Dialogen mellan rektorerna i serien kännetecknas av ett sökande genom ett flöde av frågor och svar. Karin frågade sig:

Hur ska vi skapa bästa teamet, bästa utbildningen, bästa skolklimatet? Det tillåtande klimatet där varje elev varje lärare får växa och blomma fullt ut. Bästa framtiden för alla. (pr5)

Men inför detta samtal, hur såg min egen erfarenhet av rektorer ut?

Klass 8B på Rosengårdsskolan i Malmö sitter och jobbar med uppgifter i svenska. Det är lugnt. Småprat blandas med ljudet av pennor och fniss. Jag vässar pennan. Typisk tisdag morgon. Plötsligt sprakar det till i skolans uråldriga högtalarsystem:

– Vem fan har slagit ett hål i väggen mellan fysiksalen och kemisalen? Polis är tillkallad. Jag vill se de ansvariga på mitt rum NU! ryter rektor på upprörd skånska.

Jag lyfter blicken från mitt skrivhäfte, tittar upp, ingen reagerar i min klass. Ingen av oss den här gången tänker jag och sänker blicken.

November i Göteborg. Traditionsenlig vinter med fullkomligt ösregn. Klockan är kvart i åtta på morgon. Min stelfrusna hand klamrar fast paraplyet. Huttrande småspringer jag in på den becksvarta u-formade parkeringsplatsen. Jag har aldrig varit här. De sex våningar höga stenhusen från nittonhundra-frös-ihjäl omsluter mig. Jag öppnar den tunga porten, som jag

några år senare kommer att bryta ett finger i. Väl inkommen krockar jag med en välklädd dam med långa guldkedjor:

– Ursäkta, jag ska träffa rektorn, säger jag medan jag diskret skakar paraplyet.

– Då kan du följa med mig, jag är också på väg till mötet, svarar hon.

Två trappor upp öppnas den stora dörren till rektorn. Det är fem meter i takhöjd, träpanel på väggarna, fönster med sammetstunga gardiner, tjocka mattor, megabruna bord och läderklädda stolar. Tavelramarna blänker. Oljemålningar i rader. Raderna fortsätter ut i det gigantiska personalrummet med fönster åt tre håll. Rektorer genom århundradena. Någon harklar sig:

– Ja, då Anette...du har alltså sökt tjänsten som lektor i matematik vid Hvitfeldtska gymnasiet.

Ska vi sätta oss?

ARBETAR OCH LÄR SOM REKTOR

Mellan några hållplatser hann kvinnan prata om sitt levnadsöde och sin sorg över en förlorad syster och sin systerdotter som efter att ha blivit adopterad nu tagit kontakt med henne. Jag satt och lyssnade och bejakade hennes berättelse och hennes tankar om livet. Men vad var det som gav mig en sådan eftertanke, jo det var att jag tog mig an att vilja lyssna...om detta hade hänt för några år sedan hade jag säkert vänt bort ansiktet och låtsats som ingenting....att få arbeta på en skola med mångfald ger perspektiv på hela ens liv och insikter. (pr2)

Rektorer:⁵⁴

Eva Cardell, Götene
Per Engback, Stockholm
Lena Edholm, Götene
Karin Ekstrand, Stockholm
Margareta Holmberg, Götene
Maria Jansson, Skövde
Janne Lindelöw, Stockholm
Ulla Schmith Dahlin, Skövde

Ledare av serien:

Bo Göranzon, professor emeritus, Kungliga tekniska högskolan,
Stockholm

Protokollskrivare:

Anette Jahnke

Gäster:

Clas Pehrsson, professor emeritus i blockflöjt, Kungliga
musikhögskolan, Stockholm
Carl-Axel Hageskog, professor i Idrottens ledarskap,
Linnéuniversitetet
Kjell Fagéus, klarinettist utbildad vid Musikhögskolan i
Stockholm/Juilliard of Arts, New York
Ingela Josefsson, professor vid Senter for praktisk kunnskap,
Universitetet i Nordland
Lars Mouwitz, forskare vid Nationellt centrum i matematik,
Göteborgs universitet, adjungerad professor i Yrkeskunnande och
teknologi, Linnéuniversitetet

⁵⁴ För att särskilja gäster och seminarieledarna från rektorer namnges rektorerna enbart med förnamn.

Tid, intressenter, utsatthet och problem

Känslan av att vara på X2000-tåget då allt bara rusar iväg, fast jag egentligen skulle behöva vara på det långsammare Kinnekulletåget för att skapa tid för reflektion och eftertanke. Eller att jag hela tiden befinner mig längst bak på tåget, jag hinner inte arbeta mig fram i det trånga tågsetet för då har det kopplats på ytterligare en vagn som man ska ta sig igenom. (pr2)

Lena målar upp en bild en tillvaro som går fort, kanske även fortare och fortare, men vem är det som kopplar på vagnarna? "Brottning" är ett bra ord menar en rektor, som rektor brottas man mellan olika intresseområden, lärargrupper och ämnen. Inom skolan har rektor att hantera hela kollegiet, varje enskild lärargrupp, varje enskild lärare, olika intresseområden och varje enskilt ämne. Brottning leder tanken till att det pågår fajter och tvister.

I impulstexten *Kvartettledning och ledarskap*, (1998) beskriver Jan Odhnoff, professor emeritus i Industriell omvandling vid KTH, konflikterande tankestilar. Han pekar på, med referens till kunskapsteoretikern Ludwik Fleck, att detta inte nödvändigtvis är negativt. I samtalen med rektorerna diskuterades skillnaden mellan konfrontation och konflikt. Bo Göranson införde en distinktion. I en konfrontation då framförs ståndpunkter och argument medan en konflikt är en känslomässig historia som bildas då man inte möjliggjort för en konfrontation, man har sopat under mattan.

Skolan är ju väldigt konsensusbetonad och många gånger strandar nödvändigt utvecklingsarbete på att inte tillräckligt många är med på tåget. Här behövs rektorer som jobbar igenom problemen menar Janne. (pr1)

Lars Mouwitz menar att om det är ett mål i sig att vara överens kan det ju vara risk att konflikter inte tas på allvar. Det är ju fullt möjligt att det kan finnas två motsatta åsikter som var för sig är fullt rimliga och hållbara. Kompromissen däremot kanske inte alls är logisk. Konsensus kan också handla om stiltje. (pr1)

Men även *utanför* den enskilda skolan fanns många olika aktörer som kopplade på vagnar. Lars Mouwitz beskrev kommunens detaljstyre:

Man anses effektiv om varje litet steg går att förutse, reglera och kontrollera. Det finns ingen tid för yvigheten och reflektion. Lars Mouwitz berättar om lärarkollegan som beskriver styrningen; "det är som om vi låtsas tillsammans". Den verkliga lärargärningen gör man vid sidan av. Lena menar att det genomsyrar kommunal verksamhet i stort. Politiker styr. Det är vi som ska genomföra kommunala beslut. Ibland blir det så att det nationella uppdraget kommer bredvid. (pr3)

Rektorerna förväntas argumentera, genomföra och försvara förändringar med entusiasm, såväl kommunala som nationella. Är förändring alltid av godo? Hur är man en bra kritiker i skolans värld? frågade Bo Göranson.

I skolans värld är det svårt att komma till tals, skolan är trött på tyckare, alla har gått i skolan framför Janne. Man ska inte ställa frågan Varför? (pr1)

Att ta ansvar och stå för något både inom skolan och utanför, utåt mot det lokala och nationella samhället medför en utsatthet. Margareta läste ur sin text:

Du är ytterst ansvarig av skolans resultat, elevernas måloppfyllelse, att du har en skola fri från kränkningar osv. Jury som bedömer om du har ett framgångsrikt ledarskap består av elever, föräldrar, politiker, massmedia, skolinspektionen, revisorerna. Hur hittar jag drivkraften för att stå i rampljuset och bli granskad utan att bli stressad? Det som blir gjort blir gjort, vissa saker kommer jag att förbättra, annat får bli som det blir. (pr4)

Vagnar kopplades på X2000-tåget av intressenter både inom skolan och utanför skolan medan rektorn arbetade sig igenom vagn efter vagn, men vad innehåller alla dessa vagnar i X2000-tåget? "Utmaningar och problem kommer och går, stundtals kan man nästan se ett mönster", reflekterade Eva (pr2). Begreppet problem tolkades brett, allt ifrån att vara en uppgift, där både vad och hur var klart, till att problem sågs som *något* som tar och bör ta lång tid, eller till och med saknade enkla lösningar. Då var problemen mer av typen dilemman, där vad man än gjorde så fick det allvarliga konsekvenser. Men ibland sågs problem som *något* som aldrig upphörde, eller tvärtom upplöstes av sig själv. Processen att hantera problem i egenskap av rektor speglades i erfarenheterna från de gäster som deltog. Till en början handlade det om att i en komplex verklighet fånga in – låsa fast – problemet och inse karaktären på problemet.

Det kanske är inte ett problem som ska lösas menar Eva, kanske en uppgift som ska göras.

Lena menar att man kan missta sig om vad som egentligen är problemet eller dilemman. Svårt att ringa in problemet. (pr2)

Eller så kan man rent av avfärda det och problem löses upp av sig själv:

Det här med problem undrar Karin det behövs kanske ingen lösning? Det är good enough! (pr2)

Det gäller också att avgöra *vems* problem det är, menade rektorerna. En av rektorerna mindes en teckning på en rektor. Rektor satt i ett rum fullt med apor.

Rektors rum uppfattades som ett ställe där man kan rycka upp dörren och slänga in sin apa. För rektor gällde det att se att man har en apa på huvudet och slänga tillbaka den.

En del av problemen har karaktären av att de ska mynna ut i beslut eller något sorts agerande eller handling vid en viss tidpunkt. Processen dit diskuterades:

...//...men ofta måste du som rektor fatta beslut snabbt. Jag har ofta bitit mig i tungan. Jag borde skapa distans, men även jag dras med i snabba diskussioner säger Lena.(pr2)

Distans skapar mellanrum vilket Ulla lyfte:

Tomrum. Inte vara för snabb med beslut. Det händer så mycket mellan man fått ett problem/tanke och vad resultatet blir. Mellanrummet är inte tomt. Egentligen är det mellanrummet som är mest spännande, det är där det händer, när ett beslut är väl fattat är det ju inte lika roligt längre. (pr2)

Distans kan man få till sin egen problemlösningsprocess genom att ta del av liknande processer inom en helt annan profession, till exempel musikerns. Gästen Clas Pehrsson, professor emeritus vid Kungliga Musikhögskolan, ritade en bild på tavlan som illustrerade musikalisk problemlösning:



Figur 9.

En musiker börjar med en notbild. Vad säger den? Vad menar/menade kompositören? Därefter experimenterar man, testar yvigt. Sen börjar tiden för framförandet närma sig, man måste bestämma sig. När man bestämt sig för hur, befäster man detta en tid inför framförandet. När framförandet är över har man löst problemet för den här gången menar Clas. Ska man spela stycket vid ett annat tillfälle får man i princip upprepa processen igen. (pr2)

Ju mer erfaren man blir, desto bättre blir man på att inse vikten av att befästa innan föreställning. Erfarenheten gjorde också att "...//...man blir mer yvig då man är mer erfaren och tajmingen blir bättre. Med åren vågar man mer, jag prövar och

ser vad som händer” (pr2). Dessutom hävdade Clas Pehrsson att den totala tiden från det man slår upp notbilden till framförande blir kortare om man tillåter yvigheten. Musikern Kjell Fagéus, som deltog vid ett senare seminarium, utvidgade Clas Pehrssons yviga bild:

Det blir bara bra men inte riktigt bra. I slutet finns en annan beredskap – man måste ta in rummet – låta de andra påverka mig. Jag är 60 % förberedd och 40 % handlar om samspelet i rummet med kollegor och publiken. Det är skrämmande att släppa kontrollen men det går att arbeta med detta, att mentalt förbereda sig för det. I möte med era anställda finns även 40 % 60 % modellen. (pr5)

Kan man vara förbered på det oförberedda? undrar Eva. Improvisera blir lättare med åren menar Margareta, det handlar till viss del om levnadsvisdom. Inre styrka med erfarenhet. Lyhördhet i den situation man hamnar. (pr5)

När problemen är svåra behövs ett aktivt lyssnande och 40 % händer i mötet:

Ibland har vi svåra samtal med föräldrar, kring barn som far illa säger Lena. Jag upplever att involverade lärare gärna vill veta, inför ett sådant möte, exakt vad som ska tas upp. Men vi måste kunna prata med föräldrar, lyssna in, föra en diskussion. Det fungerar inte att ha allt fyrkantigt och klart, för då känner jag mig begränsad som ledare i ett sådant samtal. Det handlar om man är trygg i sin roll, menar Eva, har man erfarenhet går det lättare. (pr4)

Men samtidigt fanns en förväntan på att en rektor ska lösa och leverera till 100 %, ta hand om allas ”apor”.

Det jag mött mest problematik kring vid föräldramöte, säger Karin, är om skolan inte visar någon idé på en lösning på ett problem. Det skapar frustration. Kan leda till konflikter mellan grupperingar av föräldrar. Eller så tar föräldrarna över taktpinnen – så här ska det vara. Det handlar om en avvägning, man måste ha någon form av idé så att man kan komma framåt. (pr3)

Vi rektorer är livrädda för att ha möte med driv om vi inte har bestämt oss innan för vad vi ska säga, berättar Janne. Man har redan innan mötet bestämt sig vad man ska komma fram till, man orkar inte gå på möten och bara lyssna om man vet att det finns mycket energi. Vi ska leverera, ”den-läraren-ska-bort”, ”nej, hon ska vara kvar”, ”vi ska göra så här”, ”extra resurser”, ”vi ska ha 12”. (pr3)

Denna förväntan ställer krav på rektorn, en förmåga att balansera mellan att leverera och att lyssna. Det innefattar även att bemöta förväntan och att som rektor skapa acceptans:

Det är nog viktigt att ha möten för att bara lyssna, säger Eva. Föräldrarna förväntas att något ska leveras menar Ulla. Jag hade ett möte då jag tog in föräldrarna tidigt i processen för att lyssna, men föräldrarna förväntade sig att jag skulle bemöta deras synpunkter. Men jag bara antecknade, det var frustrerande för föräldrarna. Bra om man kan sammanfatta ett "lyssna-in-sig" möte, så deltagarna får något med sig hem, menar Eva. (pr4)

Maria lyfter fram att ha förmöte, för att lägga upp strategi och förväntningar. Man kan även komma överens om att mötet handlar om att lyssna in sig. I en elevvårdskonferens kan det vara jobbigt för föräldrar att möta psykologer, rektor, speciallärare, lärare osv. Det blir så många. Då kan det vara bra att ha ett förmöte med enbart föräldrarna. Men det gäller att urskilja vilka av föräldrarna som har behov av detta och vilka som inte behöver det, menar Eva. (pr4)

Att *urskilja* vem som har behov, uttrycker en förmåga att hantera enskilda individers behov och en lyhördhet för situationen. Att inte låsas fast i "fyrkantigt och klart" utan att ha en acceptens för att det kan finnas behov för en beredskap hos rektor för det oberäkneliga. Rektorerna lyfte även fram fler förmågor så som genuint intresse, glädje och närvaro:

I vårt fall kan handla om allt från en rasande förälder till ett möte med lärare i grupp. Det handlar om att ha ett genuint intresse och att vara glad när man går till jobbet och se att detta kan vi klara av...//...Närvaro tänker jag också mycket på i möten. Får jag ögonkontakt eller inte? menar Lena. (pr4)

Det finns en kategori av problem med ett allvar eller tidlöshet som snarare kan förstås som dilemman. Dessa har inte några enkla lösningar och involverar ofta moraliska och etiska frågeställningar:

I skolans värld diskuteras dilemman för sällan menar Maria. Det är lite fult. Vi är så upptagna av att lösa vardagsproblemen, man tar sig inte tid menar Ulla och Eva. Vi vill alltid ställa frågor som har ett svar säger Janne. Det är inte riktigt okej inom kulturen att ställa frågor som inte har svar. Jag vill ha era speglingar på det här? frågar jag. Varför det? undrar lärarna. (pr5)

Ett sätt att få perspektiv på att hantera dilemman var att ta del av studier kring läkares yrkeskunnande, genom att professor Ingela Josefson gästade seminarieriet vid två tillfällen. Arbetet grundar sig på Aristoteles kunskapssyn, som beskrevs i Del I, som hon själv använt sig av i sin roll som rektor för Södertörns högskola:

Ja, dygderna har jag använt säger Ingela Josefson. Mod, rättvisa, måttfullhet, mildhet och vänskaplighet. Är det något som är viktigt i rektorskapet och som lärare är det vänskaplighet. Annars kommer man ingenstans. Jag har även använt

Aristoteles fokus på den unika personen, som kräver urskiljningsförmåga, uppmärksamhet och känslomässig begåvning. Den mänskliga sidan i rektorsrollen. (pr5)

Vår praktiska klokhet, veta-när-kunskapen, kan vi synligöra, utveckla och upprätthålla genom att arbeta med berättelser som ofta fångar problematiska situationer, menade Ingela Josefson.

Om man går igenom och reflekterar vad som ryms i berättelsen tränar man upp sin urskiljningsförmåga. Man stannar upp. Det har jag praktiserat som rektor, när man hamnar i blåsväder. Då måste man som rektor, åtminstone för sig själv, ordentligt reflektera kring vad som ryms i det jag gör. Kan jag stå för det? Har jag vägt för och emot? Sen kan jag även ta obekväma beslut. Men man måste utveckla en förmåga att vila efter det. Det är en förutsättning. (pr4)

Under dialogseminarieserien gav rektorerna exempel på berättelser om problem som kan sägas likna dilemman. Ett exempel ges av följande grundfråga, kan man ha olika regler för olika lärare?

Då man är vuxen är man fullt ansvarig och som barn kan man urskulda sig. Jag vet som rektor att en viss lärare orkar/kan inte utföra en viss uppgift – då gör jag det istället. Medan andra lärare tycker herregud hon är ju vuxen hon får ta sitt ansvar. Är det okej att reglerna för personalen varierar? (pr5)

Ulla menar att man kan vända på problemet Janne har. Man ger lärarna helt enkelt en väl avpassad uppgift. Kanske känner de sig inte sedda, upplever att de inte har någon betydelsefull roll i organisationen? Detta kan fungera har jag upplevt. (pr5)

Ledarskapsmässigt kan man tänka sig att man inte sätter personer på uppgifter som man vet att de har svårt att fixa menar Carl-Axel Hageskog. Magnus Gustafsson⁵⁵ var en slarver, honom bad jag inte hämta Edbergs⁵⁶ racket när jag visste att han inte skulle fixa det.

Men ibland får man bita ifrån för att skapa en kultur berättar Carl-Axel Hageskog. Jag fick i uppdrag att utveckla norsk tennis. Program och information var utskickad. Vi skulle starta med lunch kl 12 och sen kl 15 började tester. Det började med att de droppade in en och en. Tester vill de inte göra. Den siste kom halv fyra och ställde fråga hur mycket pengar vi skulle dela på? Inga, dörren är där sa jag. Det tog två år att sätta en ny kultur. (pr5)

⁵⁵ Tennisspelare

⁵⁶ Tennisspelare

Ett annat exempel var att som rektor hantera lärare som inte lyckas så bra. I samtal med lärare möter Ulla ibland:

”Det är klart att jag tror på eleven, men du vet ju...osv.” Förmodligen förmedlar denna lärare dessa dubbla budskap även till eleven. Munnen säger en sak, men hon utstrålar något annat.

Hur är jag mot mina lärare? Jag har ju lärare, som är mer eller mindre framgångsrika med sina elever. Vad signalerar jag i mina medarbetarsamtal till de lärare som inte lyckas så bra. Tror jag på dem ändå? Eller placerar jag dem på tjänster där de gör ”minst skada”? Hur kan jag locka fram lärarens talanger och vårda dem? (pr5)

Jag är härligt naiv, jag tror alltid att alla är duktiga, de förstår tänker jag, säger Janne. Men intuitivt lägger jag mig på olika nivåer men jag har en oerhörd tilltro till mina lärare och jag tror att jag förmedlar det i samtal med dem. Men denna vackra bild som jag målar upp av mig själv dödas när jag så väl känner igen mig kring ”att placera dem på platser där de gör minst skada”. Motsägelsefullt. Hur är man i samtal? Ord, kroppen, blickar och enkla kommentarer? Placera lärare där de gör minst skada, man tänker så fast man inte vill säger Margareta. (pr5)

Kunskapsgrunderna för att som rektor ta ett beslut eller agera i en problemsituation, behöver således, enligt diskussionen ovan, inte enbart vara av typerna fakta, förståelse eller färdighet. En annan kunskapsgrund utvecklas i praktiken och kan vidareutvecklas genom till exempel bearbetning av berättelser, att delta i en dialogseminarieserie eller genom en tur med Kinnekulletåget. I Del I gavs förslag på ord för denna grund till exempel som magkänsla, Aristoteles phronesis, Hans Larsons intuition, Leibnitz förvirrad kunskap, Wittgensteins erfarenhetsfakta, Darwins, D’Alemberts och Diderots instinkt.

Sammanfattningsvis diskuterade rektorerna förmåga att fånga in problem och dess karaktär eller avfärda problemet, lösa upp och ge tillbaka problemet till rätt apa. Att skapa distans inför beslut och agerande samt att vara beredd på det oväntade, att ta in rummet. Att kunna hantera och erkänna dilemman med hjälp av en upparbetad urskiljningsförmåga. Sen då? När man väl bestämt sig ”då kör man”, menade Ulla. Därefter behöver man, enligt Ingela Josefson, ha en förmåga till att *vila*. Men än får vi inte vila. Nu ska jag fokusera på *en* av vagnarna i rektors X2000-tåg.

Problem med skolans matematikutbildning

Matematiken har en rik kulturhistoria, tänk att Descartes på 1600-talet valde att namnge det som varierar med x , y , z ; och a , b , c valde han för att namnge konstanter. Bara en sådan liten historia kan avdramatisera berättar Lars Mouwitz. (pr5)

Karin utbrast:

När Lars Mouwitz nu berättar om Descartes och x , y , z – vad enkelt det är med algebra! Varför har ingen sagt det förut – jag som undervisat i matematik. Varför komplicerar vi allt? På alla nivåer. Vi hittar inte kärnan utan fastnar i degen runt omkring. (pr5)

Lena lyfte upp en diskussion med en av sina lärare:

Läraren hävdade att matematiken i vardagen har barnen inget problem med, i slöjden eller i idrott, men när det helt plötsligt ska bli teoretiskt, eller hur-det-nu-bliar-när-man-har-matematik blir det helt konstigt. Varför blir det så konstigt? (pr4)

Rektorerna försökte ringa in problemen som de upplevde med skolans matematikutbildning. "Varför komplicerar vi allt? På alla nivåer. Vi fastnar i degen runt omkring" och "Varför blir det så konstigt?" eller "hur-det-nu-bliar-när-man-har-matematik" i skolan. Genomgående kan man fråga sig *vems* är problemet? En fråga jag kommer att återkomma till. Men övergripande handlar det om oss vuxna:

Ofta skyddar vi oss med fraser som "det är andra tider nu" och "ungdomar vill bara sitta framför datorn". Vi ger upp innan vi ens försökt och undviker att rannsaka oss själva menar Carl-Axel Hageskog. (pr5)

Omedelbar förståelse och mening

Karin reflekterade:

Jag tycker mig se elever som, om de inte förstår direkt, ger upp och ser sig själva som några som inte kan. (pr3)

Det gör speciellt matematik och NO-ämnena sårbara, menade rektorerna. Musikern Sven Åberg gav dem perspektiv i en impulstext:

Vad innebär det att förstå? När förstår man ett musikstycke eller en musikstil? Hur vet man att någon annan har förstått?
Som musiker försöker jag både hitta fram till en förståelse som är tillräckligt klar för att den ska kunna kännas »sann« och hitta ett sätt att förmedla denna till någon annan. (Åberg, 2006, s. 73)

Om man som lärare behöver *hitta fram* till en förståelse, borde detta även gälla eleverna, menade Karin:

Han talar om att hitta fram till en förståelse. Detta ser jag som en mer långsiktig process, något som kan ta tid och som måste ges tid...//...Om vi medvetandegör eleverna om att vi ska arbeta oss fram till en förståelse och att vi då måste ge det tid, kan vi säkert få fler elever att vilja tränga djupare i det matematiska. (pr4)

Karin pekade också på Anders Tengstrands (2006) beskrivningar:

Förståelsen av en matematisk teori utvecklas medan man arbetar med den. Olika perspektiv på samma begrepp eller teori ökar förståelsen. Under arbetet ser man oväntade samband som ger aha-upplevelser. Samtidigt måste man ibland förkasta uppfattningar som på ett ytligt plan verkar naturliga men som inte håller för en närmare granskning. Den matematiska teorin blir en väv som under arbetet får ett allt rikare mönster. De enkla bilder man har från början ersätts med mer komplicerade som kanske egentligen är enklare och naturligare. (Ibid., s. 57–58)

Förståelse handlar enligt *Skola för bildning* om att finna mening i fakta. Det handlar också som jag diskuterade i avsnittet *Kunskapens isberg smälter*, om att finna mening i färdigheter, i det görande man är involverade i inom skolans matematikutbildning.

Barn vill se mening menar Lena och Maria. Man kan inte se meningen direkt menar Karin. När vi läser våra texter i dialogseminarieserien kanske vi inte alltid ser meningen med vad vi läser. Det tar ett tag. Det är där coachen, läraren, vi kommer in. Det gäller att hålla i. Men ta analogin till att spela piano, utbrister Bo Göranson. Varför spelar man piano? Varför ska man göra det? Finns inga svar. Alla ska väl inte göra matematik hur mycket som helst? Precis som inte all ska spela hur mycket piano som helst? Man får se upp så det inte handlar om propaganda. Von Neumann menade att matematik vänjer man sig vid. En del vänjer sig aldrig eller en del kan inte motiveras till det. Får man fel feedback är det självklart att man släpper det. Det finns inga därför på frågan varför hela tiden. Det är en orimlighet. Gör det – användning kommer efterhand. Hur kan man förklara att det kan få återverkningar på ens sätt att tänka och kan få en att handla på nytt sätt, vara en del av bildning? undrar Karin. (pr4)

Sven Åbergs bild av förståelse gav oss en inblick i vilka möjligheter musiken ger oss människor till att uppleva.

Den förståelse jag pratar om handlar inte om hur fingrarna rör sig eller om kunskap om hur musiken är uppbyggd (harmonik, form mm). Det handlar om ett speciellt sätt som det här stycket ringer i mitt sinne, ett speciellt förhållningssätt som tillåter mig att bli fascinerad av något som faktiskt finns i musiken och får

mig att släppa taget om mindre fruktbara sätt att lyssna. Jag måste hitta fram till något som får resonans i mig själv. (Åberg, 2006, s. 73)

Resonans är kanske det som Ulla upplevde när hon plötsligt finner sig själv "i musiken":

För mig är det en helt annan upplevelse att vara "i musiken" än att "bara" lyssna på den. Förstår mig inte på orgelmusik så till vida att jag kan avgöra vad som är "bra eller dåligt". Jag var av en händelse i Gammelstads kyrka utanför Luleå när Markus Warg (som ska vara en duktig organist – vad vet jag?) övade och bl.a. gjorde en improvisation på "Den blomstertid" Jag hade helst velat lägga mig raklång i mittgången och bara tagit in, i hela kroppen! En totalupplevelse som varande en dryg timme! (pr5)

Praktiken som forskare eller lärare i matematik gav mig utrymme för sådana här upplevelser. Kan praktiken i skolan också ge liknande utrymme? Tillåts skolans matematikutbildning verkligen beröra? Janne berättad om en av sina lärare:

Hon hade jobbat med bråk med några elever i årskurs 1. Hon vågade göra det fast alla inte förstod. Hon tillät sig det, då det inte bara var ett huvud högre för en del elever, utan två huvud högre. Det upplever jag att vi håller på med oerhört mycket som lärare: "nu-är-inte-alla-med-stopp och belägg-förstår du?" Hur mycket tillåter vi att saker får vara abstrakta, vaga, lockande, luriga och skrämmande? Hur mycket tillåter vi eleverna att gå iväg? undrar Janne.

...//...Kan bildningsbegreppet stimulera ett sådant risktagande? undrar Bo Göransson. Det finns en risk att man håller tillbaka barn i en förlängd barndom säger Lars Mouwitz. Allt är tryggt och säkert. Man kan mycket väl diskutera vad matematik är med eleverna. (pr5)

Hur kan man ge utrymme för skapande fantasi när det gäller matematik i skolan? Matematik för barn i skolan blir mycket konkret. Det abstrakta och konkreta hade jag själv svårt för när jag var liten. Blir det för lite av skapande fantasi? (pr5)

Ulla minns än idag sin egen upplevelse av division i årskurs 3:

Halva klassen hade slöjd och vi som var kvar i klassrummet gick igenom division – en variant på liggande stolen. Jag minns så tydligt känslan när jag förstod att det fanns ytterligare ett räknesätt! Det var inte bara plus, minus och gånger! Jag minns att detta inspirerade mig mycket. Att plus och minus hängde ihop, det förstod jag. Att plus även hängde ihop med gånger såg jag också, för om man inte kunde gånger så kunde man ju alltid plussa ihop det...//...Lyckan över divisionen var i alla fall så stor, att jag började fundera på om det fanns ytterligare räknesätt. Jag frågade fröken, som blev ganska tyst och sen svarade nej. Det gjorde mig ju lite besviken – nu väntade ju inga fler matematiska utmaningar i skolan. (pr5)

Skolmatematikens relation till verkligheten

Karin lyfter ett välkänt problem:

Vad ska vi ha matematiken till? undrar ofta eleverna på min skola. Vad är nyttan, glädjen och tillfredsställelsen för de elever som inte nöjer sig med rätt svar som tillräcklig stimulans? Det är svårt att motivera dagens skolelever varför de måste kunna det som de inte ser nyttan av. (pr4)

Vad ska vi ha matematiken *till*? Ofta har nyttan med användbarheten att göra utanför matematikklassrummet:

Det är viktigt att vi vuxna gör kopplingen mellan matematiken och dess användning till exempel kan man nå målen i matematik inom slöjd? frågar Maria, Lena och Eva. Det handlar också om att uppmärksamma att man kan använda sina kunskaper – till exempel matematiken – i olika sammanhang menar Ulla. (pr3)

Men görs detta då av oss vuxna, egentligen?

I Götene går lärarna för Åk 7–9 en utbildning kring entreprenöriellt lärande, där man utgår från det elever är intresserade av, är det hästar så knyter man sedan an de olika kursplanerna till detta. En perspektivförskjutning. Maria berättar om erfarenhet från en skola i Skövde kring detta, de arbetar ständigt i projekt med alla ämnen UTOM matematik. De får inte med matematiklärarna i detta. (pr4)

Det verkar som vi vuxna, lärare och rektorer ställer oss samma fråga som eleverna, behövs matematiken egentligen? och för vad?

Karin undrar över matematikens egenvärde, hur pass levande är matematiken? Blir den som latinet en kulturyttring. Behövs den för vår vardag? (pr4)

Datorerna räknar åt oss, de gör det vi själva gjorde tidigare. Vad krävs då för kunskap hos de som nu och i framtiden ska se till att datorerna utför de beräkningar vi efterfrågar för att finna lösningar på problem, eller att just föra bildningen vidare? (pr4)

Ointresserade

En del av oss finner så pass mycket mening att vi blir intresserade av matematik.

Per lyfter fram i sin text den egna upplevelsen av matematik, "mitt liv vore fattigare om jag inte lärt mig andragradsekvationer". Han har funderat att vid skolavslutning visas något vackert matematiskt, men har alltid blivit nedröstad – det ska vara en sång eller dans. Hur gestaltar man sin fascination av matematik? (pr1)

Men hur *blir* man intresserad?

Varför börjar någon spela musik? Ofta ett avgörande ögonblick, man gjorde något och så fick man feedback. Första ackordet viktigt, går det fel får det massvis av konsekvenser och blir omöjligt att reparera säger Bo Göranson. (pr5)

Det finns ögonblick där man otroligt snabbt bestämmer sig för det där är min grej och det här är inte min grej. Otroligt viktigt första mötet med ett ämne – hur riggar vi detta första möte? frågar Kjell Fagéus. (pr5)

Karin lyfte att det är viktigt som lärare att ha som utgångspunkt att det är något vi, lärare och elever tillsammans ska ta del av, som fascinerar oss människor.

...//...det är viktigt att hitta en spänning. Lärarens roll är att behålla nyfikenheten, hålla i. Där har vi mycket att jobba med. (pr4)

Rektorerna fick möjlighet att jämföra med ytterligare ett annat område – idrott – då de läste en impulstext av Carl-Axel Hageskog som också deltog på det avslutande seminariet. Varför idrottar ungdomar? Olika studier visar att främst vill ungdomar ha kul, därefter lära sig nya saker, förbättra sig, tävla, umgås med kompisar och bli starka och friska (Duda, Keller, & White, 1998; Gill, Gross, & Huddleston, 1983; Seefeldt & Ewing, 1997). Carl-Axel Hageskog berättade vad detta medför:

Detta ställer krav på mig som coach. Vad är kul för lille Kalle? Kanske saft och bulle efter träningen, men för Carolina Klüft är det att benen "svarar" idag. Nya utmaningar – många coacher gör samma sak varje gång. Då tröttnar barnen. Förbättringar, finns det något annat sätt att visa på att de har förbättrat sig än just tävlingar? Tävlingar är viktiga, men tävlar vi på rätt sak? Vem kan hoppa 2.25 två gånger i rad? (pr5)

Elevernas reaktioner ställer krav på oss alla. Precis som lilla Kalle och Carolina Klüft hade olika anledningar till att idrotta lyfte rektorerna vikten av *olika ingångar* till ämnet matematik. Unika barn kräver olika ingångar, och uppmärksamheten på den enskilda individens möjligheter och behov är i fokus i nästa problemområde. Vilka möjligheter erbjuder vi och till vem? Samtidigt kan man fråga sig om alla måste bli intresserade av matematik? Är det ett problem om inte alla blir det?

Vad är det som saknas hos oss då elever inte är intresserade? undrar Margareta. Vi själva är inte alltid intresserad av olika ämnen till exempel kommunledningens idéer. Då kan vi ju sätta in oss i hur eleverna känner. (pr5)

Får man ha talang? Vem ges möjligheter att bli ännu bättre i matematik?

I skolan har vi ett spektrum av elever, från de som behöver extra stöd, eftersom det är svårt att lära sig matematik, till de som har talang och behöver stöd i form av utmaningar.

Att undervisa blivande proffs eller glada amatörer ja det är just vardagen som lärare brottas med. Att ge barnen och ungdomarna utmaningar som skiljer sig mellan dessa målgrupper där de finns representerade i varje klass med ett spann som gör att vi ibland tror oss veta vem som blir proffset. (pr3)

Hur och vem av oss avgör vem som är blivande proffs och vem som är glad amatör? Maria valde att använda ordet "tro" – ibland tror vi oss veta. Men vem är vem egentligen?

Ulla menar att vi lägger ner mycket tid och resurser på elever som behöver stöd. Väldigt lite på talanger. Men kanske är det samma elever? funderar Janne. Den stökige är kanske uttråkad och less. Ibland undrar jag om det är någon skillnad? (pr3)

Zlatan Ibrahimovic uttrycker sig i sin självbiografiska bok:

Jag var stökig. Jag var inte klok. Men jag hade karaktär också. Jag kom inte alltid i tid till skolan. Jag hade svårt att ta mig upp om mornarna, det har jag fortfarande, men jag gjorde mina läxor, åtminstone ibland.

Matte gick hur lätt som helst. Bam, bam bara, och så såg jag svaret. Det var lite som på fotbollsplan. Bilder och lösningar blixtrade till i mig. Men jag var dålig på att skriva ner uträkningarna och läraren trodde att jag fuskade. (Ibrahimovic & Lagercrantz, 2011, s. 80)

Vem är vem? Vad utmärker en talang i tennis? Carl-Axel Hageskog ger en beskrivning av hur svårt det är att avgöra vad talang är i tennis:

En del anser att JOHN MCENROE har talang. Det har han. Med brilliant teknik kunde han nästan retfullt enkelt manövrera ut sina motståndare. Andra världsspelare var t ex den rödhåriga kampen JIM COURIER, som med enorm frenesi och arbetsvilja besegrade sina medtävlare. Jim var ofta ifrågasatt för sina tekniska brister som han kompenserade med stenhårda slag från baslinjen. BJÖRN BORG, den iskalle svensken med enorm fysik och ett säkerhetsbaserat toppspinspel. Björn var retur- och passeringsstark och hade en mental kyla utöver det vanliga. BORIS BECKERS tunga serve och forehand var ett artilleri som han attackerade med i alla lägen. IVAN LENDL hade en forehand som var fruktad av alla spelare. Med väl placerade hårda servar satte han upp lägen för att effektivt

styra med forehanden. Konditionen var ytterligare en styrka hos denne hårdföre tjeck. MATS WILANDER bärgade segrar med ett psyke och en spelintelligens som få. Säkerhet från baslinjen med passeringar och en avväpnande rak backhand var segervapnen i ett ofta taktiskt fulländat spel. STEFAN EDBERGS enormt effektiva rörelsemönster på banan satte stopp för det mesta. En kickserve och snabb förflyttning i djupled och med en skoningslös volley som avslutning. (Hageskog, 2006, s. 200)

Det enda som Hageskog fann gemensamt bland talanger i tennis som lyckades, var viljan. I impulstexten *Hur vårdas talanger?* diskuterade han begreppet talang och hur man kan vårda talanger inom tennis. Begreppet "talang" avvek och bröt mot rektorernas erfarenhetsvärld. Begreppet verkar både bortglömt och problematiskt i skolans praktik. Men kanske är "talang" något som utmanar den svenska folksjälen och jantelagen? Vi ska inte vara för bra och inte ha det för bra? Janne erinrade sig en episod i Kerstin Thorvalls bok *När man skjuter arbetare*:

Wienerbröd var det godaste a' Selma visste. Rödfamsig av förtjusning skulle hon ta emot den något flottiga pappåsen och lägga in den på en hylla i skafferiet. På tredje dagen skulle hon ta fram den, ta ur wienerbröden och sen doppa dem i silverte. "Ja, det är då visst och sant", skulle hon sucka, "att det inte finns det något godare än Wienerbröd."

Hennes dotterdotter som såg på, skulle alltid komma ihåg det märkliga i att mormor inte istället hade ätit dem meddetsamma. När de var färska och frasiga.

Hennes dotter däremot, förstod mycket väl att njutningen i att äta dem nygräddade skulle varit mer än Gud hade kunnat tolerera. Till och med kalla och talgiga snuddade de vid frosseriet dödssynd. (Thorvall, 1993, s. 237)

Carl-Axel Hageskogs artikel utmanade rektorernas praktik ytterligare där han presenterar sin nyckelteori, som handlar om att varje spelare först beskriver sig själv som spelare. Vilka är mina styrkor och svagheter? Därifrån utvecklar man unika spelare genom att arbeta med de *starka* sidorna. Carl-Axel beskriver fördelarna med sin nyckelteori:

Satsa på det du är bra på och lita på det, kort sagt. Att ägna tid och kraft åt att träna på det som spelaren är mindre bra på eller t o m dålig på är både tråkigt och leder inte till några resultat. Risken är i stället att man, med detta något gammalmodiga sätt, fokuserar för mycket på det man inte kan och på så sätt inte ser vilka fantastiska möjligheter man egentligen har. Målet är att vinna matcher och det gör man med hjälp av sina styrkor. (Hageskog, 2006, s. 85)

I skolan verkar det vara dåligt med uppmärksamheten på det som eleverna är bra på – eller det de skulle kunna bli bra på – deras potential. Karin berättade:

Räcker du upp handen och svarar på frågor och så? frågade jag. Om läraren ställer en fråga som hon själv och de flesta i klassen vet svaret på, vad lär man sig då? Vid ett annat tillfälle sa en av hennes lärare på ett samtal, att hon skulle acceptera systemet och inte ifrågasätta så mycket. Ta dig igenom de här åren, så kommer du ut i riktiga livet sen. Specialarbetet fick hon inte godkänt på, eftersom läraren påstod att hon skrivit av och knyckt foton på nätet. Hon hade gjort en kokbok med egna recept och bilder. Tar vi vara på vad eleverna kan – talangerna? Ser vi potentialen hos dem? (pr4)

Konstrasten blev stor till skolans praktik, där fokus är på brister menade rektorerna:

Elevens individuella utvecklingsplan (IUP) ska innehålla utvecklingsområden men det är alltid bristområden som pekas ut, aldrig talangen. (pr4)

Skolan har också ett annat ansvar jämfört med idrotten, ”vi har ju ett uppdrag att alla elever ska med och nå målen. Vi riskerar ju då att vi inte mår med att upptäcka talangen och ge honom/henne den uppmärksamhet som han/hon behöver” (pr4). Skolan ska dessutom ”lära ut många olika saker, inte bara det man har talang i. Gäller både elev och lärare.” (pr4) Maria utbrast:

Man ska ju nå alla mål – men tänk att någon gång i veckan jobba med det man brinner för! (pr4)

Carl-Axel Hageskog menade att ungdomarna runt 14-års ålder är väldigt medvetna om sina styrkor och svagheter, men ”de måste få prova hela paletten, man kan inte göra en unik spelare för tidigt, det ska ta tid”, menade Hageskog (pr4). Frågan är om matematik får vara med i skolans palett? Janne fördjupade problematiken:

Jag skulle önska – och jag tror att det är möjligt – att alla (lärare och elever) skulle kunna få utveckla sina talanger men ändå tillhöra ett kollektiv som jag tycker att skolan ska utgöra. Utifrån Hageskogs artikel så tänker jag nog snarare att skolan ska vara som ett väl fungerande fotbollslag. Och ett fotbollslag kan inte bestå av 11 stycken Zlatan. Det måste finnas en Olof Mellberg och Tobias Lindroth också. Även de är att betrakta som talanger, men kanske inte lika glittrande talanger som Zlatan. För även på skolan så är viss talang ”finare” än andra. (pr4)

Vad man har talang i värderas olika i skolan framhäver Janne. Ordning och reda, plikttrögen, uppmärksam värderas på sitt sätt, de får aldrig glänsa på skolavslutningen. Att vara duktig i idrott och musik lyfter vi. Men i matematik? (pr4)

Talang tolkas ofta som en förmåga att vara bra på något – givet på något sätt från början. I ett skolperspektiv kan vi tänka oss att man vidgar begreppet och uppmärksammar alla barns *potential* i *något*, och att alla kan utvecklas och bli bättre utifrån sin kapacitet. Till och med i matematik. Men det räcker inte, om man ska bli riktigt duktigt inom ett område, måste man också vilja utvecklas.

Att söka sig själv är också att våga ana, erkänna och acceptera den man har möjlighet att bli.

Den man skulle kunna vara.

Att födas fix och färdig är ytterligt poänglöst.

(Gardell, 2010, s. 86)

Maria funderade kring förhållandet mellan talang och intresse, och att det krävs av oss vuxna att respektera elevers val.

Omgivningen våndas om man inte tar vara på sin talang, men om man inte har ett intresse för den talang som någon annan ser? Kanske det får vara så då? (pr4)

Talang förknippas också med en evig debatt kring arv och miljö:

Finns olika skolor säger Carl-Axel Hageskog, de som talar mest om miljö och de andra som talar arv. 10 000 timmar krävs för att bli en skicklig yrkesman/kvinna hävdar Sennett. Det är varken ena eller andra menar Bo. Det är hårt arbete som krävs. Men 10 000 timmar av vad? undrar Carl-Axel och Kjell. En basketbollspelare vann OS guld efter två års träning? Ska alla spela basket i tio år innan de blir höjdhoppare? (pr5)

Men 10 000 av vad? Hur utformas undervisningen för att möta talanger i matematik eller maximera elevers potential? Lena berättade:

Jag möter också begåvade elever i skolan. Det är elever som har stora kunskaper och har en drivkraft i sitt ämne eller ämnen som gör att de utvecklar en särskild begåvning. Denna begåvning utmanar lärarens kunskaper och flexibilitet vilket hanteras på olika sätt. På min skola har jag dels lärare som ser möjligheter och försöker hitta former för eleven genom till exempel andra läromedel, att vara med äldre elever i det specifika ämnet, eller genom speciallärarstöd. Men jag har också enstaka lärare som tyvärr ser denna situation som något besvärlig eftersom man oftast är fokuserad på de elever som inte når målen. (pr3)

Lärarna kan känna en rädsla över att inte ha kontroll över situationen, nästa steg är okänt och istället för att lyfta eleven dämpar man eleven förklarar Margareta. Man lägger locket på. Skolan kan ju bli väldigt tråkig då. Är dessa barn de som är mest eftersatta? (pr3)

Det kan också vara problematisk som lärare vilken bild man ger kring vad det innebär att ha talang för matematik, och hur man måste möta olika elevers föreställningar och förväntningar på skolmatematiken, vilket jag har egen erfarenhet av.

Måndag morgon, kl 8.01, nyckelknippan rasslar när jag låser upp, eleverna står tätt tätt bakom mig, dessa resliga 16-åringar. Jag rullar in min kärra, överöst med böcker och papper. Eleverna släntrar in under gäspningar, fniss och mummel. Niklas, går förbi min kateder:

– Du, Anette hur ser ett klot ut i fyra dimensioner som trillar ner i tre dimensioner? frågar han.

Nu är jag så funtad...

att en sådan fråga en måndag morgon, då man önskade att kaffekoppen varit större, då solen inte längre orkar masa sig upp och de gröna lövens tid är passé...

får mig att fara upp från katedern:

– Niklas har en rolig fundering! tjuv jag till klassen, vem vill testa att tänka i fyra dimensioner?

Men jag har efteråt diskuterat med eleverna, för att ha talang i eller vara intresserad av matematik behöver man INTE springa omkring och fantisera om fyra dimensioner. Jag fick på något sätt dåligt samvete för min naiva glädje/fascination av matematiken. Att stimulera varje elev där den är, är en utmaning, något som kan stimulera en elev kan samtidigt fungera som avskräckande för en annan.

Som lärare tog jag in "skrämmande, vaga och abstrakta tankar" i undervisningen. Det kan ju kittla i magen att tänka i fyra dimensioner. Det kittlar för en del av oss. Men inte alla.

I avsnittet har jag försökt beskriva hur innehållet kan se ut i en av vagnarna på det X2000-tåg som rektorn arbetar i. Denna vagn utgörs av ett försök att som rektor ringa in problem med skolans matematikutbildning. I deras egen diskussion kring problemlösning lyftes också vikten av att fråga sig *vems* problemen är? Karin frågade sig inledningsvis "Varför vi komplicerar allt med matematiken? På alla nivåer". Det handlar inte enbart om mig som lärare i ett matematikklassrum. Det är uppenbart genom rektorernas diskussioner att dessa matematikklassrum ryms – eller borde rymmas – i en skola. Rektorerna är med och skapar skolans matematikutbildning genom det sätt de väljer att leda skolan. Det är just ledarskapet för skolan jag nu ska studera närmre. Hur hanterar man att leda en verksamhet som omges av brist på tid, många olika intressenter, utsatthet och ett tågset med problemvagnar? Vilken potential finns hos rektorer?

Vid allra första träffen reagerade Per på texterna som rektorerna hade skrivit:

...//...jag ser inget om matematik i din text Lena! Lena menar att texten handlar om skolans utveckling, och matematiken är ju en del av skolan. Margareta lyfter fram att matematiken finns med indirekt, då ledarskapet har betydelse för utvecklingen av skolan och därmed även matematiken. Det finns mycket kunskap kring matematikundervisning, vi vet så mycket, ändå händer inget. Anslaget här i denna serie handlar om vad som är hindret från kunskapen till kunskapens utförande menar Janne. (pr1)

Att vara rektor – regissör, dirigent och människa

För att klara rektorsjobbet, som är mångfacetterat måste man nog hitta en väg att ta sig ur ekorrhjulet så att inte allting bara snurrar på läser Eva ur sin text. (pr2)

Men i samtalen mellan rektorerna ifrågasattes också denna bild med tågagnar, brottnings och ekorrhjul. Clas Pehrsson utbrast:

...//...i alla era texter står det om bristen på tid. Utnyttjar man resurserna 100 % har man 0 % flexibilitet. För femton år sedan skrev dåvarande rektor för Musikhögskolan till departementet, nu får det vara nog med nedskärningar! Vad har hänt? Nedskärningarna har fortsatt och man spelar fortfarande musik på Musikhögskolan. (pr2)

Ulla undrade om det blir som en självuppfyllande profetia det här med ont om tid.

Vi är ett släkte som söker utmaningar och fyller vår tid. Hur liten skola jag än skulle ha – nog sjutton skulle jag ha att göra ändå! Man skulle söka sig nya uppgifter och utmaningar. Detta med tid är något vi upprepar för varandra. (pr2)

Gäller att våga släppa taget och delegera menar Ulla, vi behöver inte ha kontroll över allt. Hur många möten är vi själva orsak till? frågar sig rektorerna. (pr2)

Det verkar dessutom finnas "värre" jobb. Per hade en bakgrund som gymnasiechef, och som rektor ansåg han att han för första gången i sitt liv kunde planera sin egen tid. Kanske kan rektorer styra mer över sin tid än de gör?

Samtidigt är det ju just detta som triggar en menar många, det finns energi i brottningen. Att man aldrig vet hur dagen slutar. Tänk att alltid veta vad som kommer att hända! (pr2)

Att alltid veta vad som kommer att hända under en arbetsdag, uppfattade rektorerna som närmast tråkigt. Att ens planeringar ständigt omprövades sågs som både ett problem och en fascination. Det var just energin i de ständiga arbetsuppgifterna och utmaningarna som triggade och stimulerade. Man var inte alltid den passivt jäktad tågkonduktören som försökte ta sig igenom ett tåg där vagnar alltid kopplades på. Man sökte utmaningar och njöt kanske av att fara fram i ett fantastiskt tåg med underbara spännande mål framför sig. Man kopplade gladeligen på egna vagnar allteftersom erfarenheten växte. Kanske har man då funnit sin rytm.

I vår kommun har alla haft en mästare (mentor) som varit rektor under många år. På 90-talet när jag började, brukade jag presentera mig med att jag arbetar "som rektor". Efter ett par år uppmärksammade "mästaren" mig på att jag presenterat mig som att jag "är rektor". (pr3)

Ett sätt att handskas med tid, intressenter, utsatthet och problem är att finna *sin* rytm. Att *finna* rytmen är inte lätt vid uppbrott.

I övergången mellan en ny och gammal ordning ligger en brottning, en kamp för att hitta rytmen; att utveckla nya former för att etablera en ny praxis innebär en ambivalens över en längre tidsperiod som kräver en förmåga att uthärda svåra påfrestningar. (Göranzon, 1998, s. 3)

I *Vad jag pratar om när jag pratar om löpning*, beskriver Haruki Murakami hur han etablerar en rytm, så väl i sin praktik som författare som maratonlöpare:

När det känns som om jag skulle kunna skriva ännu mer lägger jag beslutsamt ner pennan. Då blir det lättare att sätta igång nästa dag. Jag har för mig att Ernest Hemingway har skrivit att han gjorde något liknade. Det gäller att vårda fortsättningen inte förstöra arbetsrytmen. Det är viktigt när man håller på med längre projekt. När man väl lyckats etablera en rytm brukar resten ge sig. Men innan svänghjulet verkligen har börjat att röra sig i en bestämd takt kan man inte vara nog ordentlig med att bädda för en fortsättning av arbetet. (Murakami, 2010, s. 11)

Ulla hade färsk erfarenhet av kampen för att få svänghjulet att röra sig.

...//...att få bokstäverna att hamna i rätt, meningsfull ordning vid läsandet, att få fötterna, farten och balansen i rätt rytm.
För mig, som rektor som precis bytt skola, handlar det mycket om att hitta skolans rytm och få den i balans med min egen rytm som både rektor och privatperson. (pr1)

Ulla försökte finna rytmen mellan den nya skolan, och hon själv som "rektor och privatperson". Yrkespersonen och människan? I en av kriminologen och författaren Leif G.W. Perssons kriminalromaner gestaltas detta:

- Vad tror du om vår nya chef då? frågade Eva som föredrog att byta ämne utan att göra väsen av det. Den där Lars-Martin Johansson?
 - Jag har faktiskt träffat honom, sade Levin. Vi hade en utredning tillsammans på den tiden som han jobbade som vanlig polis. Måste varit närmare trettio år sedan, före din tid, Mariamordet. En kvinna som hittades strypt och våldtagen i sin lägenhet ute i Enskede.
 - Berätta sade Eva, samtidigt som hon flätade ihop sina fingrar med hans. Hur är han som människa? Johansson, menar jag.
 - Som polis var han inte dålig sade Levin. Kollegorna brukade skämta om att han kunde se runt hörn. Han hade en rent kusligt förmåga att räkna ut hur det låg till.
 - Polisen som kunde se runt hörn, upprepade hon förtjust. Låter nästan som en sådan där TV-serie. Hur var han som människa då?, fortsatte hon.
 - Hur han var som människa? upprepade Levin, som människa var han väl ...
- (Persson, 2005, s. 352)

I dialogen ovan mellan de två poliserna görs, eller så försöker man göra en åtskillnad mellan yrket och människan. Här finns en aspekt, som i samtalen mellan rektorerna synliggjordes genom att talangbegreppet applicerades på *rektor själv*, och följande fråga formulerades: Kan man ha talang för att vara rektor? Detta får Janne att spontant utbrista:

Kan man ha talang för att vara människa? (pr4)

I samtalet mellan rektorerna framträdde ett yrke, där distinktionen ibland saknades mellan yrket rektor och att vara människa. I diskussionen kring att hantera problem framkom att "materialet" i yrket ofta är relationer mellan människor. Genom Ingela Josefsons användning av Aristoteles frågeställning "Vilka är de problem människan möter i sitt liv och hur skall hon möta dem?", synliggjordes detta ytterligare i diskussionerna. Innebörden av att vara en bra rektor låg nära förmågan att vara en god människa, med allt vad det innebar för utmaningar.

Jag tänkte på motsatsen till talang – sina oförmågor, reflekterar Ulla. Jag har en vän som "förlåter sig själv" att hon till exempel inte kan hålla ordning i tvättstugan. "Jag förlåter mig själv". Bo Görantz erinrar sig att Karl Kraus uttryckt det som att vara människa är att göra fel. To be human is erroneous. (pr4)

Margareta skrev i sin text:

Det är här mina erfarenheter kommer in, just att också kunna lära sig av sina misstag och inte bli skrämmd över att ibland blir det inte som man tänkt sig. Ibland när jag tänker tillbaka så slår det mig, "hur kunde jag göra så eller varför fattade jag det beslutet", men jag inser, att då "visste jag inte bättre, min erfarenhet var på det planet just då". (pr4)

En förmåga att hantera att man som rektor gör fel:

Om man har skaffat sig acceptens för att man ibland kan fatta fel beslut, då vågar man prova nya vägar menar Maria. Det gäller att stå för sina beslut och vara öppen hävdar Lena. (pr2)

Om man tillåter sig själv att ta fel beslut då har man verkligen tagit ansvar menar Lars Mouwitz. Så fort man tar ansvar finns det risk att man fattar fel beslut. Ett sätt att undvika att ta fel beslut är att inte ta ansvar. I rektorsrollen ingår att ta ansvar, att fatta fel beslut är inget misslyckande utan en konsekvens av att man tar ansvar. (pr2)

Jag har nu fokuserat på hur rektorerna upplevde förutsättningarna och det vardagliga görandet som rektor. Nu ska jag fokusera på rektor som ledare, där impulstexter och gäster i serien bidrog till att ge rektorerna ord och perspektiv på det yrke man valt. I impulstexten *I död mästartarens sällskap* för Clas Pehrsson (2001) en dialog med den 200 år äldre kollega, flöjtläraren J. J. Quantz som uttrycker sig:

Ur 3 §: Valet av levnadsätt, och beslutet att gripa till det ena eller andra, och följaktligen även musiken, måste träffas med stor omsorg. Ett fåtal människor har turen att viga åt den vetenskap eller profession, till vilka de av naturen är allra mest ägnade. (ibid. s. 8)

Tanken hissnade för Ulla, när hon frågade sig om hon tillhör de *fåtal*.

Varför blev jag rektor? undrar Lena och Ulla. Varför hamnar man där vi hamnar? Hur var vi som unga? Var vi lärare som barn? Ledare som små? Ordningsman, scoutledare? (pr4)

I impulstexten *Kvartettledning och ledarskap* (1998), söker Jan Odhnoff analogier och metaforer för att beskriva och ge föreställningar kring ledarskap inom industrin. Han menar att ledarskapslitteraturen ofta är normativ och inte ger några givande beskrivningar av ledarskapsarbete. Han inspireras av musikern David Blums bok *The Art of Quartet Playing – The Guarneri Quartet in*

Conversation with David Blum, där kvartettsens spel analyseras och medlemmarnas utvecklingsvägar undersöks.

Jan Odhnoff intresserar sig inte för den uppenbara analogin med ledaren som "den stora dirigenten", utan fokuserar istället på att finna analogier och metaforer för ledning från samarbete i grupper av personer av "jämlingar" – speciellt vid förändringsskede inom industriföretag. Grupper utan en entydig och allestädes närvarande ledare. Han finner analogier mellan att genomföra förändringsarbete, där man inom grupper i företag har både traditionalister och nytänkare med hur man i en kvartett finner former för att utveckla ett *musikaliskt samspel*, där alla är unika musiker.

Denna impulstext bidrog till rektorernas analogier mellan sitt eget yrke och dirigentens. På samma sätt bidrog impulstexten *Regissören har ordet*, till analogier med arbete som regissör. I texten reflekterar Per-Axel Branner (1998) kring sin roll som regissör, genom att peka på att han läst väldigt lite om teater och "har aldrig varit galen i bruksanvisningar" (Ibid. s. 37). I artikeln lyfter han hur givande det är att gå tillbaka till författarnas "tekniska grepp" om ämnet och ger exempel på Ibsens, Strindbergs, Shakespeares och Tjechovs olika tekniker. Genom en dialog med en ung frustrerad skådespelare, illustrerar Branner sitt agerande som regissör.

En ung skådespelare sa en gång efter en föreställning:

– En sån här roll vill jag aldrig spela mer!

– Varför inte det?

– Det är ingen människa.

– Det är en skådespelares uppgift att även om rollen är liten, mindre nödvändig ur dynamisk synpunkt eller rentav en statering ändå forma sin uppgift till en mänsklig livsyttring.

– Men vad fan ska man göra av en polis? Han är med i en halv akt och har mycket litet att säga. (Ibid. s. 39)

Den unga skådespelaren blir utmanad av Branner, genom att han bland annat pekar på aktörens uppgift att göra även en människa av små roller. Han ifrågasätter förutfattade meningar om förhållandet mellan teknik och känsla, samt kräver av skådespelaren att som medlem av en ensemble spela ena dagen en stor roll och en liten nästa. Aktören bör se sig själv som en i en orkester. Skådespelaren får även konkret stöd då Branner sätter in "bara en polis" i ett samhällsperspektiv och målar upp att "en polis" kan göras ur ett flertal giltiga perspektiv så som fördummad, förhatad, förlöjligad, rörande, brutal etc.

Med hjälp av yrkena regissör och dirigent och föreställningar kring dessa yrken försökte rektorerna beskriva aspekter av sin ledarroll. Vad innebär det att vara ledare och rektor? Vad ser de själva som sina uppgifter, ansvar och nödvändiga

kunskaper? I dessa samtal deltog även två musiker (dock vid olika tillfällen) Clas Pehrsson och Kjell Fagéus som utifrån sina erfarenheter bidrog till att fördjupa de analogier som gjordes.

Enligt Clas Pehrsson, leder och styr en regissör och dirigent lika mycket, att en dirigent förknippas som mer styrande är bara en föreställning. Förväntningar på och föreställningar kring rektor som den store "dirigenten" är svåra att hantera, menade Lena:

Det är lätt att hamna i dirigent eller att man av omgivningen förväntas vara dirigent. Lyssnandet är viktigt, det är en förutsättning för att kunna dirigera. Det handlar om att göra avvägningar mellan att styra, leda och släppa fram. För att göra avvägningar spelar det personliga omdömet stor roll. (pr1)

Det fanns även analogier mellan rektor och regissör, menade Lena:

Regissören som leder, som övertygar, som förklarar, som undervisar den tvivlande skådespelaren speglar också en dimension av rektors uppdrag (pr1)

Om man använder sig av analogin med regissörsyrket, skulle vanliga möten kunna vara tillfällen att iscensätta en upplevelse hos till exempel sina lärare. Carl-Axel Hageskog berättade om hur en "mästare", Bengan Johansson, tränare för landslaget i handboll, iscensatte ett möte med landslagsspelarna i handboll:

Kvällen innan VM-final i handboll. I morgon väntar ryssarna.
Kom upp så ser vi lite video efter middagen sa tränaren Bengan Johansson till killarna.

Bengan knäpper på videon. Julfirandet hos Bengan spelas upp.
– Där är faster Asta och julskinkan har jag gjort själv berättar Bengan.

Det börjar mumlas, vad f-n har hänt med Bengan? Vi har ju VM final i morgon? De trodde han skulle visa en video kring taktik mot ryssarna. Men de är artiga och tysta, men till slut utbrister någon
– Bengan vad är det här!?

Då slår han av videon.
– Sju minuter konstaterar han. I kväll hade ni tålmod i sju minuter. I morgon är det ryssarna, då gäller 60 minuters tålmod. Godnatt! (pr5)

Men Clas Pehrsson uppmärksammade en avgörande skillnad mellan regissör och dirigent:

...//...en regissör är inte med när det händer. En dirigent är med hela vägen och bestämmer även i det ögonblick föreställningen sker. (pr3)

Men hur blev då analogin till skolans värld?

Ni som rektorer är sällan inblandade i själva undervisningen när den sker föreslår Clas. Så på det viset är ni inte dirigenter. (pr3)

Rektorerna är inte med när eleverna lär sig matematik. Men kring *vad* är rektor med "när-det-händer"?

Men man har ju sina lärares lärande, där är man ju med säger Margareta. Man ska leda sina lärares lärande. (pr3)

Det handlade om att leda sina lärares lärande. Men hur kan man se på relationen mellan rektor och lärare, är det rektorn som ska vara mästaren för sina lärare?

Nej, bara för jag är rektor är jag inte den bästa läraren menar Ulla. (pr4)

Är det bra att som rektor också vara den bästa lärare? undrar Lena. Det kanske tom är en nackdel, man förväntas ha alla svar. Viktigt som rektor att lyssna så att läraren löser problem själv menar Ulla och Lena. Som rektor har du ett pedagogiskt ledarskapsansvar. Där har man sitt uppdrag. (pr4)

Måste regissören vara en framstående skådespelare? Måste dirigenten vara den bästa musikern? Clas Pehrsson berättade att det underlättar om dirigenten kan spela olika instrument. En regissör måste inte vara bästa skådespelaren, däremot hade Ingemar Bergman oändligt med tålmod med skådespelarna. Han såg också till att vara expert på all teknik kring ljus och ljud. Däremot hävde Clas att en dirigent ska vara bäst på något annat:

...//...det dirigenten ska kunna klart bäst av alla är partituten, man vet vad där står och har en klar och tydlig mening vad man vill göra med det. (pr4)

Så visst kunde rektorerna göra en analogi mellan sitt yrke och dirigentens, men föremålet var inte undervisningen:

Vårt ansvar är att eleverna ska få den bästa skolan och det är lärarna som är orkestermedlemmar, de använder sitt instrument – sina kunskaper – för att åstadkomma musik, lärande och goda möten mellan lärare och elev, elev och elev.

Det kräver stor konst för att klara detta och det krävs av rektor att både dirigera med hela pinnen och att backa tillbaka och låta orkestermedlemmarna improvisera själva. (pr1)

Ulla sammanfattade rektorns uppgift och ansvar, vilket jag ska fördjupa i kommande avsnitt:

Mitt uppdrag som rektor innebär att jag ska ha den bästa läraren på min skola. Man ska se till att man vet vad en bra lärare är och skaffa sådan till sina elever. (pr4)

Att leda lärares lärande

Rektorer såg som sin huvuduppgift att leda lärares lärande. Detta inkluderade att bilda sig en uppfattning om vad som utmärker en "mästerlig" lärare, kunna identifiera dessa och bidra till att lärare utvecklades till "mästare".

Vad är en mästerlig lärare bland mina lärare?

Maria läste ur sin text:

Den här pedagogiska skickligheten är många gånger svår att sätta ord på och visst känner vi den när vi kliver in i klassrummet där den finns men också där den inte finns. (pr3)

Att försöka "sätta ord på" svårfångade fenomen är vad dialogseminariemetoden kan bidra med. Jag ska med hjälp av rektorernas exempel och samtal ge en bild av en mästerlig lärares kunskande. Diskussionerna var ofta utan koppling till ett specifikt skolämne och det medför ju att dessa beskrivningar är i högsta grad giltiga även för lärare som undervisar i matematik.

Lena konstaterade först:

De lärare som enbart har ämneskunskaper eller är enbart pedagogiskt kunniga, det är de som är de dåliga lärarna. Det går inte framåt med dessa lärare. (pr3)

Kunskaper i matematik hade jag med mig när jag började arbeta som lärare i gymnasieskolan, men det "gick inte framåt". Som jag belyst i mina berättelser gav den mig möjlighet att se skolmatematiken som ett urval av något mer eller annat. Jag visste rent matematiskt vart olika områden inom skolmatematiken ledde inom själva matematiken. Men samtidigt saknade jag ibland kunskaper för att, utifrån elevens behov, förklara ett innehåll, och ibland saknade jag djup kunskap om enkla matematiska begrepp. Den pedagogiska kunskapen jag hade var varken teoretiskt eller praktiskt speciellt bred eller djup, den var jag tvungen att utveckla i praktiken. Men verksamheten som lärare är inte en uppdelad tillvaro mellan matematik och pedagogik. Karin läste ur sin text:

I min jakt på den mästerlige läraren ser jag framför mig Stina, som lyckas förena ett stort ämneskunnande med god pedagogik, där dialogen är central. Hon

brinner för ämnet, försäkras sig om att eleverna förstår genom de frågor som ställs och de reflektioner som görs i dialog, och där det i gruppen finns ett stort intresse av att få veta mer. (pr3)

Stina "lyckas förena" denna uppdelning mellan matematik och pedagogik, som så ofta görs. Jag fick arbeta hårt i början för att förstå att det överhuvudtaget fanns något att förena. Att som lärare "försäkra sig om att eleverna förstår de frågor som ställs" är inte lätt. Jag frågade i början mina elever om de hade förstått. Ofta fick jag inget svar. Så jag övergick till att fråga: *Är det något du inte förstår?* Men även på den frågan fick jag en axelryckning eller ett "vet inte" till svar. Så jag övergick till att ställa frågan: *Finns det något som irriterar dig?* Då hände det att elever började tala. Att som lärare känna den stämning som kan finnas i en grupp, "då det i gruppen finns ett stort intresse av att få veta mer", är helt underbart. Där saknar jag ord.

Stina "försäkras sig om att eleverna förstår", och Lena och Ulla satte fingret på lärarens förmåga att skapa relationer till eleverna:

Jag har också funderat över varför vissa klasser har bättre resultat än andra, varför vissa klasser har ett bättre arbetsklimat och är mer välfungerande än andra. När jag gått in och granskat så ser jag att det handlar både om lärare med stora kunskaper och med ett personligt förhållningssätt till eleverna. I den åldersgrupp som jag är rektor för handlar det mycket om att skapa relationer till eleverna. Som lärare behöver du bygga upp "band" mellan dig och eleven för att skapa förutsättningar för elevens lärande. (pr3)

Att som lärare skapa relationer och förtroende är viktigt menar Ulla. Alla minns vi själva hur mycket en lärare kan betyda för en. Men det gäller att tala samma språk. Det är lärarens ansvar att slänga ut banden till eleverna för att fånga upp dem. Läraren måste kunna inspirera så att barnen förstår sin roll, kunna locka fram drivkraften. Skapa trygghet så att gruppen tillåter att det ibland går fel och ha tydliga gränser. (pr3)

Här fanns förmågan att "inspirera" och "locka fram drivkraften", vilket påminner om Stina som brann för ämnet. Alla har vi upplevt stunder i skolan då en lärare kunde trollbinda, enligt Maria:

Kritdammet rök och man kunde känna lukten och ibland även känna kritstoffet i halsen efter en sagolik framställning av hur urbaniseringen spred sig i samhället eller Karl XII likfärd hem ifrån Norge, där även kylan och vemodet kröp in under skinnet på oss elever. (pr3)

Stina försäkrade sig om vad undervisningen ledde till genom de "frågor som ställs och de reflektioner som görs i dialog". För detta krävs en förmåga till närvaro som Lars Mouwitz kommenterade:

Risken med alltför välplanerade lektioner är att lärare tappar kontakten med eleverna för att "programmet" ska gås igenom. Som mästertig tror jag det är viktigt att ständigt vara uppmärksam på vad som pågår i klassrummet. (pr3)

Närvaron som lärare inkluderar också förmågan att agera i stunden. Karin fördjupade:

Det är de (mästerliga lärarna) som har flera ess i rockärmen, många strängar på sin lyra. Det är de som i stunden kan finna på lösningar både för det väntade och oväntade och göra bra undervisning av det hela. "Bara de som är väl förberedda har möjlighet att improvisera". En bra lärare bland mina lärare har med lång erfarenhet och ständig omprövning utvecklat strategier för att gå in i ett nära möte med eleven där den befinner sig. De hittar okonventionella lösningar och får snabbt till goda resultat och visar engagemang för elevens hela utveckling. (pr2)

Att utveckla förmågan att "gå in i ett nära möte med eleven" och att "visa engagemang för elevens hela utveckling" krävde av mig att mitt intresse för matematik och människor konvergerade. Jag behövde balansera intresset för att undervisa i matematik med att undervisa *elever* i matematik, vilket krävde en hel del omprövningar.

"Ständig omprövning" leder till ytterligare en förmåga, som uppmärksammades av rektorerna genom licentiatavhandlingen och impulstexten *Spindel i nätet* (Sjunnesson, 2003). Titeln syftar på ett stycke ur Diderots dialog *D'Alemberts dröm* (2001/1769), som starkt influerade Sjunnessons avhandlingsarbete. Avsnittet som inspirerade Sjunnesson⁵⁷ är följande:

Frk. de l'Espinasse: Kom närmare, doktorn. Tänk er en spindel mitt i sitt nät. Skaka en tråd och se hur spindeln raskt rusar dit. Tänk om trådarna som insekten drar fram ur sina inälvor – och återkallar när han vill – är en förnimmelse del av honom själv?

Bordeu: Jag är med. Ni föreställer er att det någonstans inom er, i en vrå i ert huvud, till exempel i det som kallas hjärnhinnorna, finns en eller flera punkter dit alla förnimmelser går som väcks på trådarna.

Frk. de l'Espinasse: Just det.

⁵⁷ Texten användes även av mig i avsnittet *Arbeta och lära som kursplaneskrivare*.

Bordeu: Tanken kan inte vara riktigare, men ser ni inte att det är ungefär detsamma som en viss klase med bin?

Frk. de l'Espinasse: Jovisstja! Det jag sade var handfast prosa utan att jag märkte det.

Bordeu: Alldeles utmärkt prosa, ska ni se. Den som bara känner människan i den form hon föds vet absolut ingenting om henne. Huvudet, fötterna, händerna, alla lemmar, alla inälvor, alla organ, näsan, ögonen. Öronen, hjärtat, lungorna, tarmarna, musklerna, benen, senorna och hinnorna är egentligen bara grova utvidgningar av ett nät som bildas, växer, vidgas och skjuter ut en mängd osynliga trådar.

Frk. de l'Espinasse: Där har ni min spindelväv. Och utgångspunkten för alla dessa trådar är min spindel.

Bordeu: Just precis.

Frk. de l'Espinasse: Var är trådarna? Var sitter spindeln?

Bordeu: Trådarna finns överallt. Det finns inte en punkt på er kropp där inte en av dem slutar, och spindeln lurar i den del av ert huvud som jag har nämnt, nämligen hjärnhinnorna, som man knappast kan nudda utan att hela maskinen domnar.

Frk. de l'Espinasse: Men om en atom får en av spindelvävens trådar att darra, då vaknar spindeln till, blir orolig och flyr eller rusar fram...(Ibid., s. 44–45)

Metaforer för minnet finns det gott om, Platons vaxtavla och Augustins väldiga sal, och vårt språkbruk kring teknik där datorn har minne (Draaisma, 2000). I *D'Alemberts dröm* är det spindelnätet som kan tjäna som metafor för vårt minne av erfarenheter. Spindelns handlande kan ses som vår förmåga att använda oss av erfarenheterna. Sjunnesson fördjupar i sin avhandling diskussionen om spindeln:

Den insiktsfulle skiljer sig från den dogmatiska i sin vältränade spindel. Den nyfiket frågande och iakttagande personen tränar ständigt sin spindel att leta efter användbara mönster i vråna medan den som redan kan allt, låter sin spindel lojt traska runt i invanda banor. (Sjunnesson, 2003, s. 42)

Detta kom till användning då Janne beskrev den mästertlige matematiklärarens kunnande:

Och här tycker jag att han fångar något som verkligen skiljer en riktig duktig lärare från en medelmåttig eller t.o.m. bra lärare. De som har det där extra har en förmåga att vilja leta upp svårigheter för att utveckla sin undervisning. Kanske

skulle jag även kunna drista mig till att säga att det främst gäller inom matematikundervisningen. Matematik är ju verkligen ett ämne som handlar om att man måste hitta sin ingång och där de lärare som gör som de alltid har gjort är de som har svårast att lyckas nå alla elever. (pr2)

Sammanfattningsvis beskrev rektorerna den mästerlige läraren som den som lyckades kombinera pedagogik med intresse för matematik, vågade gå in i nära relationer med eleverna, var närvarande och uppmärksam kring vad som skedde i klassrummet, omprövade och ständigt letade upp svårigheter i sin praktik.

Hur identifierar man som rektor den mästerlige läraren?

Rektorernas diskussioner om att identifiera den mästerliga läraren handlade om möjligheter och utmaningar med att använda sig av statistik, klassrums- och verksamhetsbesök och pedagogiska samtal med lärare. Med andra ord, handlade det om att använda och tolka matematik, se och uppleva samt kommunicera. Att fokusera på att hitta mästerligare lärare blir samtidigt ett samtal om att upptäcka avsaknaden.

Kan identifieringen ske med hjälp av matematik?

Att analysera resultat är intressant och att ställa sig frågan: varför ser siffrorna ut så här? Men det kan vara svårt att avgöra vilken lärare som eleven haft som varit mästare, den kan ju ligga tidigt i barnens skolgång menar Eva. (pr3)

...//...man kan via resultat från nationella prov och betyg få viss information om till exempel vart tredje år blir det dåligt resultat menar Margareta. (pr3)

Men matematiken har sina begränsningar:

Jag tror att i en grupp av elever klarar en stor del att nå målen även utan bra lärare menar Maria. De har tillräcklig inre drivkraft. De kommer dock inte så långt som de skulle kunna om de haft en mästerlig lärare. Men vi kan fastna i tron att en klass fungerar väldigt väl eftersom de når målen, siffrorna ser bra ut och vi har inga klagomål från elever och föräldrar. Men när vi går in och gör verksamhetsbesök så ser vi att läraren inte är mästerlig. Det är inte en variationsrik undervisning, där elever får utveckla alla dessa nya förmågor som finns i kursplanen i matematik. Det är traditionell undervisning å la 20 år tillbaka. Bara ur resultaten och sammanhang kan man inte avgöra om läraren är mästerlig. Det är vid det faktiska verksamhetsbesöket som jag kan se hur läraren fångar och bygger relationer som jag tror, och som ni alla här lyfter, är A och O. (pr3)

Rektorerna lyfte upp att se, känna och uppleva genom att vandra omkring i skolans lokaler och besöka klassrum där undervisning pågår, Karin frågade:

Kan man av sammanhanget och hur "eleverna spelar" i klassrummet läsa ut huruvida det finns en mästerlig lärare bakom resultaten? (pr3)

I impulstexten *Kvartettledning och ledarskap* tar Jan Odnoff (1998) upp hur kunskap inom vetenskap bildas, sprids och försvaras. Inspirerad av Allan Janik görs en analogi till kunskapsbildning i arbetslivet, och speciellt till ledarskap. Under rubriken *Praktikens företrädare*, skriver Odnoff:

Ledningens skicklighet (skill) är en avgörande faktor för en framgångsrik verksamhet. Detta kan studeras i vissa fall i jämförande historiska kontexter. Med "skill" menar vi både mer artikulerad expertis och tyst kunskap knuten till förmågan att göra subtila distinktioner som inte lätt lånar sig till artikulering, om det överhuvud taget går. "Skill" är att veta vad man ser, om det är en regel eller ett undantag. (Ibid., s.10)

Detta ledde till diskussion kring att även klassrumsbesök har sina begränsningar. Janne frågade sig:

Vid klassrumsbesök, hur vet jag om det jag ser är en regel eller ett undantag? (pr1)

Rektorerna diskuterade syftet med klassrumsbesök och frågade sig, vad är det man i *egentligen* ser?

Förutom att använda sig av matematik och klassrumsbesök tar rektorerna upp den information som pedagogiska samtal kan ge:

Vad är skillnaden mellan en utbildad professionell lärare och en vikarie utan lärarutbildning? När man för en pedagogisk diskussion finner man oftast skillnaden. Den som inte har så stor kompetens tycker att den är stor medan den som har en djup och bred kompetens pratar mer om den kompetens som den saknar. Ju större kompetens man besitter ju mer ser man att man saknar och vill skaffa sig mer. (pr3)

I övningar med lärarna på skolan får de skatta sig själva, berättar Maria, då skattar sig de som vi anser vara bäst lägst och tvärtom. Detta har vi upplevt många gånger. Det är problematiskt att använda skattningsverktyg för kvalitetsarbete, till exempel BRUK. (pr3)

Att leda individen och kollegiet till mästerlighet

Ulla reflekterar:

Minns bl.a. ett tillfälle strax efter lärarutbildningen när vi diskuterade om vi hade nytta av utbildningen eller inte. De flesta påstod att det var först i verkligheten i

klassrummet man lärde sig något, medan andra (och jag) tyckte att vi inte varit de lärare vi var, om vi inte hade gått på lärarhögskolan. Vad jag minns kunde ingen av oss beskriva exakt vad vi lärt oss som vi hade nytta av. Och om jag minns rätt, enades vi om att vi hade med oss en ryggsäck med kunskaper, som vi plockade fram vid behov. (pr2)

Metaforen kunskap-är-ett-verktyg medför att kunskap kan ses som något som hänger i ett bälte, eller ligger utanför oss själva i en ryggsäck. Kanske är det just detta som en utbildning kan ge – verktyg? Men vi behöver göra erfarenheter i en verksamhet, för att dessa (och andra nyfunna) verktyg ska bli personliga och påverka vårt sätt att urskilja och uppmärksamma elevers och lärares lärande. Diskussionerna kring vad som utgjorde en mästerlig lärare och hur man kan identifiera en sådan, övergick till ett samtal om hur *blir* en lärare – mer eller mindre talangfull – en mästare? Carl-Axel Hageskog citerade Kierkegaard:

Om det verkligen ska lyckas att leda en viss människa mot ett bestämt mål måste man först och främst finna henne där hon är och börja där. (Hageskog, 2006, s. 85)

Ett sätt att stödja den enskilda lärarens lärande är att som rektor "skicka" läraren på fortsatt utbildning utanför skolan. Detta ifrågasatte Ulla:

Har ofta förundrats över varför man ser så lite resultat av kurser och utbildningar man skickar personal på. Vi ger tid till inläsning av litteratur, har uppföljningsdagar, samtal, vill se förändringar efter utbildningar osv. För somliga lärare händer ändå inget! En förklaring kan ju faktiskt vara att utbildningen inte mött pedagogen där denne är. (pr4)

Rektorerna satte egentligen inte läraren i centrum, utan lärarens lärande i skolan. Hur kan man leda och styra så att läraren lär sig och vill utvecklas i sin praktik? Vilket är då rektors ansvar, utmaningar och möjligheter? Här finns analogier till regissörens oändliga tålamod och djupa samtal med den enskilda skådespelaren, och till dirigenten som leder en hel orkester av individer.

Den individuella läraren och grupper av lärare hamnade i fokus, då jämförelser med ytterligare ett yrkesområde gav syre till samtalet. Läsningen av impulstexten *Hur vårdas talanger?* av Carl-Axel Hageskog (2006), och hans deltagande vid avslutningsseminariet, ledde samtalet in på begreppet coachning. Margareta gick tillbaka till gamla veckobrev som hon skrev för personalen på sin dåvarande skola. I brev v.47, 2006 finner hon analogier mellan den aktuella metoden på skolan och en äldre föregångare, Sokrates:

Var Sokrates vår förste coach? Sokrates 470 f.Kr. Är de sokratiska frågorna grunden i coachning? Coachning hjälper människor att hitta sina egna svar och

drivkrafter. Varför skriver jag då detta...? Jo, den modell för "action learning" som ni ibland har inom arbetslaget, är på sätt och vis en sorts coaching. Ni försöker att tillsammans hitta svar och ge varandra drivkraft. Glöm inte bort att avsätta tid för en "action learning stund" på arbetslagets agenda. Kanske då de Sokratiska frågorna kan vara till hjälp? Sokrates menade att vi själva har svaren på våra frågor. Ibland kan vi behöva hjälp att få fram dem.

Frågor för att förstå mer...Vad menar Du med...? När hände det...? Var...? Hur...?

Frågor om tankar... Vad tänkte Du när...?

Frågor om konsekvenser...? Kan det se ut på ett annat sätt...?

Slutledningsfrågor... Vad innebär detta för Dig...?

(pr2)

Carl-Axel Hageskog definierade coaching:

Vi vid Linnéuniversitetet har gjort en definition av idrottscoaching som går ut på att man genom sitt engagemang och sin ständiga närvaro utvecklar individer och grupper. Detta gör man utifrån kunskaper, tillämpning av kunskaper, erfarenheter och reflektion. Dialogen är otroligt viktig för oss coacher. (pr5)

Hageskog har i sin definition fokus på både individer och grupper, vilket även fanns i samtalet mellan rektorerna. Jag väljer nu att först fokusera på samtalet som rör den enskilda läraren.

Rektorerna har tidigare pekat på vikten av att lärare har höga förväntningar på sina elever, men hur agerar de själva?

Shit runs downhill menar Janne. Hur ser vi på talanger hos våra lärare? Vilka och hur lyfter vi? Blir det en anda på skolan? Vi fokuserar även på brister hos läraren i deras utvecklingsplaner, säger Maria. (pr4)

Att som rektor släppa fokus på brister och ha en förmåga att ge beröm diskuterades och ifrågasattes:

Jag borde som rektor ge beröm säger Lena, ibland tycker man att de som visar framfötterna får tillräckligt med bekräftelse. (pr4)

Jag är inte heller bra på detta med att ge beröm, säger Janne, samtidigt, förstärker inte det vi vill motverka? "Nu fick jag beröm av rektor", är det verkligen så vi skapar det klimat vi vill ha? Är den bästa coachen den som ger beröm? Ska lärarna inte hitta vad som är bra själva? (pr4)

Det handlar om att se och uppmärksamma det som läraren gör menar Lena. Är inte bekräftelse viktigt? Goda pedagoger kanske själva vet att det är bra men visst kan man må gott av att få bekräftelse, men sen har vi då de som inte vet om att

de är bra! Men finns det inte en risk att vi bevarar något vi vill förändra genom att vara den som utfärdar beröm eller ser dem i verksamheten? undrar Janne. (pr4)

Karin pekade på risker med beröm:

Samtidigt får det inte utvecklas en prinsesskultur, där man sprider beröm omkring sig menar Karin, det gäller att berömmet är ärligt. Det måste vara trovärdigt. (pr4)

Utifrån Vygotskij, borde vi inte vara de som får lärare att bli "huvudet högre", visst kan det handla om att bekräfta och berömma men även utmana? Kanske behöver man vara lite stramare än man tänkt sig, så de kommer ut från trygghetszonen, menar Janne. (pr4)

Det finns en dubbelhet här där både beröm och utmaning behövs. Men även rektor upplevde utmaningar i just att hantera behovet av att utmana:

Fick en spännande utmaning för några månader sedan. Jag var på besök i en klass där lektionen gick alldeles fel. Eleverna var stökiga och gjorde helt andra saker än vad läraren förväntade sig. Efter lektionen samtalade läraren och jag. – Vad bra att du kom, nu fick du verkligen se hur de bär sig åt, sa hon. Vi talade vidare och läraren konstaterar efter en stund att lektionen var det inget fel på – det vill säga hennes insatser och planering...//...

Utmaningen för mig är att inte tala om hur hon borde ha gjort, utan i att lägga samtalen på en nivå där hon kan gå vidare själv och ser vad/hur hon kan förändra. (pr4)

Att möta läraren där denne rent konkret befinner sig, kan man som rektor göra vid klassrumsbesök. Här kan det också ges utrymme för samtal mellan rektor och läraren. Vilka är de rätta frågorna att ställa till en lärare? Kan det finnas en mall? undrade jag. Svaren jag fick av rektorerna synliggör återigen fokus på den enskilda lärarens behov och rektorns anpassningsförmåga och lyhördhet:

Verkligheten är inte så enkel, menar Eva. Frågorna beror på vilken lärare man talar med, är de redan igång då räcker det med: Hur tänkte du kring detta? Vad var syftet? Hur blev det? Men i Ullas fall verkar det vara en som behöver ruskas om, då är det inte lika enkelt. Kanske måste man som rektor påpeka: Men vänta lite – det är du som lärare som är ansvarig för klassen. Det är inte svårt om en lärare kommit en bit, det blir lätt en dialog, men i vissa fall måste man börja med fundamentala saker. Ibland behöver man tala om annat än om själva situationen i klassrummet, hur ser man på uppdraget som lärare? menar Maria. Det handlar om den ursprungliga tonen, om läroplanen och kursplanerna säger Lena. Man behöver hela tiden gå tillbaka till uppdraget menar Eva. Det går inte att upprätta en mall säger Maria. Det ligger hos mig som rektor. Jag kan inte ta över en mall

som någon annan gjort. Det handlar om min syn på uppdragen hos rektor respektive lärare, hur jag ser på vad en god pedagog är. Om man går tillbaka till uppdraget⁵⁸ kan även lärare reagera med, hur ska jag klara det, med de knappa resurser som finns? berättar Eva. (pr4)

Ovan ges förslag på olika innehåll i samtalen, beroende på den unika lärarens behov och förutsättningar. Hur ser man på det unika ämnet som läraren undervisar i? Ni har alla bakgrund som lärare, behandlar man som rektor det ämne man är lärare i annorlunda som rektor? frågade jag.

Inte annorlunda, men man når snabbare en förståelse för lärarnas problem, man kan hitta ingångar till att hjälpa lärarna med själva undervisningen säger Karin och Ulla. Å andra sidan, menar Marie, om man inte sitter inne med ämneskompetensen kanske man ställer nya frågor och ger nya spännande ingångar. Finns inget generellt svar, säger Janne, det där kan jag & ska jag hålla mig borta från, eller det där kan jag och det ska jag hålla på mycket med. (pr4)

Förutom att verkligen samtala med läraren kring undervisningen, kursplanen, ha höga förväntningar och möta läraren där hen är, lyftes även beröm och utmaningar.

Det är inte lätt att leda en lärare och varje rektor är också unik. En reflekterande rektor ser sin egen roll, begränsningar och utvecklingsområden. Janne inspirerades av frågan "Hur undviker man som student att bli en dålig kopia av sin lärare?" (2006, s. 92), ur impulstexten av Kjell Fagéus. Janne reflekterade:

Det är så lätt att man som lärare gentemot sina elever eller som skolledare gentemot sin personal, bejakar de sidor som överensstämmer med ens egna starka områden...//...Jag har nämligen märkt att jag som rektor är betydligt bättre gentemot de lärare som är trygga och kompetenta i sitt yrke. De som mår bra av att utmanas, att ifrågasätta sina sanningar och ibland vågar ompröva sin egen beprövade erfarenhet. De som har ett stort behov av ledning, guidning och "sanningar" är jag nog inte lika bra rektor för. Jag är inte mycket för att säga "Ja" eller "Nej" "Rätt" eller "Fel". Det handlar egentligen inte mest om huruvida de är kunniga eller ej, ifall de har tillräcklig kompetens eller inte. Det handlar, för mig,

⁵⁸ Vikten av att diskutera "uppdraget" inom ett yrke uppmärksammas också i en internutbildning av ingenjörer inom företaget Combitech, *Talent Programme at Combitech in Sweden*. Som en del ingår att samtala kring sitt uppdrag (Backlund & Sjunnesson, 2012, s. 512):

"How do you know that you have rightly understood your mission?"

Who will use the results of your work, and what are their expectations?"

Which other persons are important for you to be able to complete your work, and how will you build a relationship with them?"

mest om ifall de har en analytisk förmåga och ett intresse för att "titta runt hörnet" på sig själva och sin undervisning. (pr5)

Så här långt har samtalet mellan rektorerna fokuserat på att rektor coachar enskilda lärare om "sig själva" och "sin undervisning". Men läraren ingår i en verksamhet som pågår i en miljö där ett helt kollegium av lärare agerar. Lena läste ur sin text:

Den talangfulle läraren som t ex examineras från lärarutbildningen med höga ambitioner måste få fortsätta att utvecklas i en miljö där det råder en tillåtande atmosfär. Men han eller hon kan också kvävas om motsatsen råder och anpassning måste ske till rådande normer. (pr4)

Nu blev det i samtalet mellan rektorerna fokus på gemensamheten i skolan. Att odla talangfulla lärare till att bli mästare kräver att man som rektor bidrar till att skapa en "tillåtande atmosfär", "inre drivkraft" och "anda" i verksamheten. Men hur gör man det? Rektorerna diskuterade former för detta, och då blev *samtalet i mindre grupper* av lärare viktigt. Karin läste ur sina texter:

Det har visat sig på min skola, att det är i det nära ledarskapet, som utveckling sker. Det är i de stunder då vi är ett tiotal runt bordet, då vi resonerar om hur vi tar tillvara våra elevers talanger, som samtalet lyfter. (pr5)

Mitt verktyg är samtalet. Men samtalet leder inte alltid till förändring, det kan rent av istället cementera gamla sanningar. Så jag behöver ha en tydlighet för mig själv om vad som måste göras. Jag måste sätta upp ett nuläge och ett önskat läge och sedan, väl förberedd och med improvisationens kraft gripa de gyllene tillfällena och låta samtalen verka för en förändring.

Det öppna samtalet banar väg för utvecklingen men skänker också den nödvändiga kritiken och hindrar att alla alltför okritiskt går i takt. (pr2)

Margareta lyfte kontinuiteten:

Samtal måste återkomma regelbundet. Mitt rektorsansvar är att se till att utrymme finns för dessa samtal i skolans vardagsarbete. (pr3)

Att som rektor bilda grupper av unika lärare är inte lätt, vilket kan tolkas som en form av iscensättande. Ulla berättade:

Ofta försöker man sprida ut de duktiga drivande lärarna i olika arbetslag, men en gång satte jag ihop alla duktiga i samma lag, berättar Ulla. De blev starka och kunde få med sig andra arbetslag. Ibland kan det bli väldigt tungt när en ensam driver, de kan också bli motarbetade. (pr4)

Margareta läste ur sin text:

Lärarnas olika talanger... att som rektor vara nyfiken, att lägga sig i lagom mycket, att skapa friutrymme för idéer och kreativitet, att få ställa de dumma frågorna, skapa förutsättningar så att lärarnas olika styrkor kommer till sin rätt, gör att jag måste ha både tålamod och överblick över helheten. Kan jag, finns det stora möjligheter att skapa arbetslag med ett innehåll av olika kompetenser/styrkor/talanger. (pr4)

Men *vad* ska diskuteras i dessa grupper? Finns det ett innehåll och i så fall vilket *innehåll*?

Samspelet var "bra" när jag kom till skolan, man fikade tillsammans men ingen visste vad de andra gjorde berättar Karin. Ledning var något som var pest och kolera på skolan. Man skyllde på jobbiga elever. Vi började arbeta där med förhållningssätt till elever, till ämnet och till sin roll som lärare. Varför är jag här? (pr5)

Samtal kring förhållningssätt till elever, ämnet och sin roll som lärare:

Vi har jobbat i fem år aktivt berättar Karin, och lyft frågan kring hur vi samtalar med varandra och hur det kan påverka vårt förhållningssätt till elever. Jag märker att man inte huggar längre i samtalet. Tidigare var fokus på "jag" ska undervisa "min klass". Det var "deras" lektion medan eleverna bara satt där. (pr5)

Karin beskrev också en *form* för samtalen:

De (biträdande rektorerna) bokar tider med arbetslagen, ger dem ett uppdrag och sätter tillsammans mål för längre tid. Avstämningar sker sedan med laget en gång per månad då arbetslaget får berätta om hur de planerat arbetsprocessen, vilka strategier och metoder de arbetar utifrån, samt resultatet så här långt och hur de följer upp. Dessa avstämningsmöten är kreativa möten då man också tillåts ta ut svängarna. Idéer kommer fram som laget vill pröva, att berätta om misstagen ses som något lärorikt. Jag ser mera energi, lust och arbetsglädje nu än tidigare. Kanske är detta sätt att leda på också ett sätt att vårda våra talangfulla lärare och låta dem utvecklas. (pr5)

Karin tyckte sig också se en förändring vid klassrumsbesök:

Jag deltog i några lektioner i slutet av förra läsåret och kunde se en förändring hos lärarna i hur de samspelade med eleverna. Lärarna kunde nu tillåta sig att ta ut svängarna på ett annat sätt men ändå hålla fokus. Jag upplevde dem mer trygga i yrkesrollen än tidigare. (pr5)

I impulstexten *Hur vårdar vi våra talanger i konstnärliga utbildningar?* (Fagéus, 2006), berättar Kjell om hur en professionell sångerska, som just framfört en operaaria, är frustrerad över att något saknas. Hon uttrycker sin frustration sittandes på ett bord och dinglandes med benen. Spontant ber Kjell henne att sjunga. Hon sjunger då helt fantastiskt. Kjell frågar sig:

Är det där vi ska söka svaren på våra frågor; i det dubbla: avspänd och fokuserad, engagerad och distanserad, allvarsam och lekfull? (Ibid., s. 91)

Måhända är det inte i det dubbla, utan förmågan att pendla mellan till exempel distans och närhet, som utgör det vi söker. När Karin reflekterade kring sina klassrumsbesök är det precis detta hon fann:

...//...en dubbelhet i lärarna – ta ut svängarna och samtidigt behålla fokus. Karin lyfter i sin text att de lärare som banade väg för elevernas växande hade mycket av det dubbla i sig. Avspänd och fokuserad, engagerad och distanserad, allvarsam och lekfull. (pr5)

Rektorerna undrade nyfiket, vart har detta lett? Vilka resultat och vad menas med resultat? Karin berättade vidare:

Enligt enkäter är de nöjda med hela sin skolsituation, berättar Karin. Vilket är en jätteförändring. Förr var det klotter, man eldade, förstörde. Inte så mycket om kunskapsresultat men de finns där också, eleverna känner att de lär sig mera...//...

Det låter som rektorsaktiva möten har blivit läraraktiva möten och läraraktiv lektioner har blivit elevaktiva, säger Calle. (pr)

Det Karin beskrev ovan sågs i diskussionerna som ett konkret exempel på hur man kan skapa en *samtalskultur* på en skola. En kultur som aktivt ger utrymme för samspel mellan lärare för att utveckla undervisningen. En kultur som skapar ett mellanrum mellan alla andra arbetsuppgifter. Jag lyssnar åter på Susanne Björkman:

Jag tänker att det är själva mellanrummen som håller på att slitas sönder. Små oansenliga pauser som inte verkar göra varken till eller ifrån, men som i själva verket bär upp all kommunikation.

För de håller orden.

Vad händer om de försvinner? Jo, samspelet dör. (Björkman, 2009, s. 12)

Janne reflekterar kring den egna upplevelsen av mellanrummet som skapades för rektorer i serien:

Det har varit lyxigt att befinna sig i ett filosofiskt rum på arbetstid samtidigt som paradoxalt nog allt går åt ett annat håll inom skolans värld. (pr5)

Inom två olika företag, Saab Combitech (Hammarén, 1999) och Vattenfall (J. Berglund, 2011), har ett "mellanrum" fått fäste. Saab Combitech har institutionaliserat ett mellanrum, möjligheten till kvalificerade samtala kring kunskap och lärande inom sitt område, systemutveckling. Bo Göranson tog till orda kring makt, för mellanrum kräver tid, plats och genomtänkt iscensättning:

Men det måste finnas resurser och tid för detta. Det viktigaste är att kliva in och säga att vi måste ha ett mellanrum. Sen vad man gör med detta mellanrum kan varieras beroende på kreativa idéer. Det ältas för mycket vad vi behöver och inte behöver. Gäller att ta steget, skapa och iscensätta. Vad vi erbjuder här är iscensättning av ett mellanrum menar Bo. Dialogseminarieserien är ett sätt att organisera systematiskt ett mellanrum. Det är ett väldigt teoretiserande kring vad vi skulle behöva men vad gör vi de facto. Makt! Vem kan ta beslutet att inrätta ett mellanrum på en skola om inte rektor. Om inte, då är detta meningslöst! (pr5)

Behovet av en riktning – skolmatematikens ursprungliga ton

Att leda lärares lärande var fokus i rektorernas samtal. Detta innebar att, som rektor, ha bildat sig en uppfattning om vilka förmågor som en mästerlig lärare har, och att kunna identifiera en sådan i sin verksamhet. Ett stort ansvar var, att som rektor, odla talangfulla lärare, grupper av lärare och bidra till deras utveckling. Här blev samtal i grupper en form för lärande, där innehållet utgjordes av det som är viktigt för att utveckla undervisningen. Även här belystes rektors makt att faktiskt skapa både form och innehåll. Men det räckte inte, ansåg rektorerna. Janne introducerade begreppet *riktning* i samband med att han beskrev sitt arbete med att få lärarna att "vilja titta runt hörnet":

Eftersom detta är något som är viktigt för mig, så försöker jag skapa ett klimat på skolan som gör att det är högt i tak och där vi ska diskutera frågor ordentligt. När det inte finns manualer, så måste ju läraren "äga" förhållningssättet. (pr5)

Karin påpekade att det är väldigt lätt att kompetens kanaliseras i helt fel riktning. Janne fortsatte:

Skolan jag är på nu var på ett sätt ett svårt ställe att göra på, eftersom lärarna där hade varit vana att arbeta väldigt självständigt och utan inblandning från vare sig kollegor eller skolledare. Men å andra sidan, så var det lätt, eftersom det fanns väldigt hög kompetens i kollegiet. Det som behövdes var "bara" att kanalisera denna kompetens i rätt riktning. De behövde få korn på att de hade mer att vinna

på att "låna kompetens" av varandra (för att använda sig av Vygotskij) än att fortsätta i sin egen värld. (pr5)

Att följa en riktning, var grundläggande för filosofen Descartes, som i *Avhandlingen om metoden* skriver:

Min andra maxim var att vara så fast och så beslutsam i mitt handlande som möjligt, och att lika ståndaktigt följa de mest tvivelaktiga meningar, då jag en gång bestämt mig för dem, som om de varit mycket säkra. Häri ville jag efterlikna de resenärer som, då de gått vilse i en skog, inte bör irra omkring än åt det ena, än åt det andra hållet och än mindre bli stående på en och samma plats, utan i stället så rakt som möjligt gå framåt åt ett och samma håll och inte på svaga grunder ändra riktning, även om de från början endast rent godtyckligt bestämt sig för att välja den; ty även om de på detta sätt inte kommer dit de önskar, så kommer de dock till slut till någon plats där de troligen får det bättre än mitt i skogen. (Descartes, 1637/1926, s. 43)

Bo Göranson menade att när du irrar runt i skogen, ta ut riktningen mot ett skogsbryn, gå dit och stanna upp. Det blir som avstämningsmötena i Karins modell. Det blir en rytm.

Ofta tänker vi oss riktning som något linjärt säger Karin, men man kan gå sidospår, som ett grenverk och mitt tålamod är att låta lärarna gå en omväg. (pr5)

Att följa en given riktning är en sak, men att *ta ut* en riktning? I arbetet med att finna analogier mellan rektor och dirigent lyftes en viktig förmåga som kännetecknar en dirigent:

Clas Pehrsson menar att det dirigenten ska kunna klart bäst av alla är partituret, man vet vad där står och ska ha en klar och tydlig mening vad man vill göra med det. (pr3)

Partituret i skolan kan tolkas som styrdokumentet så som läro- och kursplaner. Vilket friutrymme ger skolans styrdokument för att bilda en klar och tydlig mening eller riktning? Rektorerna uppmärksammade svårigheter då mål och mätresultat får stort utrymme i skolans verksamhet:

Ibland har fokus på mål resulterat i att det inte spelar roll hur många som finns kvar när man når målen, huvudsaken är att man når målen säger Janne. Snarare handlar det om att det verkligen sker en rörelse i den riktning som man vill att det ska ske. (pr5)

Regelkraven. Det är så specifikt, så koncentrerat. Det finns inte tid för det som är runt omkring. Alla gör samma sak. Säger samma sak, menar Karin. (pr5)

Jag tycker jag jobbar mycket kring samtalskulturen i skolan men trots allt lägger jag mer tid på planer och strukturer. Jobbar mot min egen övertygelse om vad som är viktigt, säger Janne. Det är som han, som endast letar efter nycklarna under lampan eftersom det är ljusare där. Enklare att jobba med struktur. (pr5)

Givet *dagens* partitur, vilken förmåga till att tolka har lärare och rektorer? Vilket utrymme ges eller tas? I impulstexten *I en död mästares sällskap*, ställde Clas Pehrsson frågan:

Hur skall jag idag handskas med interpretationen av musiken från 1700-talet på ett nyskapande sätt utan att fastna i ett reproduktivt återuppreparande av redan föreliggande och väl dokumenterade lösningar på de »klassiska« problemen? (Pehrsson, 2001, s. 7)

Verk av döda tonsättare återuppförs gång på gång, men man problematiserar inte redan gjorda och fantastiska tolkningar. Det leder till snarlika och likriktade gestaltningar av samma verk. De nya musikerna konfronteras med andra musikers lösningar, istället för att konfronteras med de ursprungliga problemen och aktivt ge sig in i en dialog med en död tonsättare (Ibid.). Dialogen innebär ett *arbete*, till exempel med källmaterial i form av noter, information om tonsättarens liv, efterlämnade skrifter och samtida historia. Man avviker från att direkt ta intryck av det uppenbara samtida. Clas berättade:

I processen att söka sig tillbaka lär man sig mycket. När olika dirigenter går igenom en sådan process och sen framför samma stycke skiljer de sig åt totalt. I fall då musikern inte sökt den ursprungliga tonen blir tolkningarna i stället mycket lika. Spännande fenomen. (pr3)

Jag vill här uppmärksamma att det inte är fråga om *den* ursprungliga tonen i någon objektiv allmängiltig mening. Poängen som Clas vill lyfta är att *dirigenten söker sin* ursprungliga ton. Lena gjorde analogier till skolans värld och ställde en grundläggande fråga:

När jag reflekterar över detta och ser in i skolvardagen så tänker jag på alla dessa "modeinriktningar" inom pedagogikens värld som funnits i skolans värld genom åren. Det har handlat om Montessoriinspirerat, åldersblandat, Bifrostinspirerat m.m. Det jag menar med detta är frågan som Claes Pehrsson lyfter upp om att hitta den ursprungliga tonen – hur gör vi det i skolans värld? (pr3)

Ja, hur gör vi detta i skolans värld? Både problemformuleringar och lösningar i skolans värld verkade återkomma och upprepa sig.

Många av de historiska texter som vi läst innehåller mycket som stämmer med den skola vi har idag, Hur mycket av det som kommit och gått under åren har varit grundat i forskning eller beprövad erfarenhet? undrar Eva. (pr3)

Som pedagog i musikens värld kände Clas Pehrsson igen sig:

På 70-talet härjade olika metoder bland annat suzuki, montessori och waldorf. De byggde alla på att det fanns ETT sätt att göra och gjorde man det så blev det bra. Det fungerar aldrig. (pr3)

Att söka skolans ursprungliga ton, tolkar jag som att det delvis handlar om att utveckla och använda sin förmåga att som rektor och lärare genomföra ett aktivt sökande tolkningsarbete av dagens "partitur". Som Clas hävdade skulle detta kunna leda till en mångfald av olika sätt att utforma och genomföra skolans verksamhet och skolans matematikutbildning. Men vad krävs för att kunna tolka och se potentialen i dagens partitur? Kanske krävs det att man kan "titta runt hörn", som polismästaren i Leif G.W. Perssons böcker, med andra ord en föreställningsförmåga:

På min skola har vi 100 % godkända i matematik berättar Janne. Jag vill kunna argumentera för att förändra fast alla tycker det är bra. Men jag klarar inte detta. Jag blir svarslös! Varför förändra? Då skulle jag vilja kunna kommunicera, vi behöver förändra det här för då kan vi uppnå det här. I samband med att handla och förändra talar man ofta om ett viljemoment, "om-du-vill" och "se-till-att" säger Bo Göranson. Men handling kanske är att utveckla sin föreställningsförmåga om en verklighet. Tänka i en ny riktning. (pr5)

Karin sammanfattade sitt arbete med att skapa en samtalskultur på skolan med form, innehåll och riktning för att utveckla lärarna:

Det har varit meningsskildheter men nu hittar de fram till varandra. Det var inte lätt i början. Ingenting är lätt. Ingenting är färdigt. Vi jobbar vidare avslutar Karin. (pr5)

Inget är färdigt. Men vi blir kanske aldrig färdiga. Resultaten av samtal och möten är inte att problem en gång för alla löses – och försvinner – när det gäller skolan i allmänhet eller matematikutbildning i synnerhet. Istället handlar det om att upprätthålla och odla en samtalskultur (och därmed ett språk) på skolan, där centrala frågor kring utbildning *ständig* diskuteras. Där man även arbetar med skolans och matematikutbildningens ursprungliga ton, för att kunna *ta ut* en riktning. En levande samtalskultur på en skola skulle kunna bidra till att utveckla rektors, lärares, elevers och föräldrars föreställningsförmåga om hur

matematikutbildning *skulle kunna* genomföras och upplevas. Vilket även medför att våga lyfta blicken från *dagens* partitur.

Vilken riktning ska vi då hålla? utbrister Bo. Utreda mer behövs inte. Man måste sätta ner foten och gå åt ett håll! Foten är nersatt men frågan är vems, inflikar Janne. (pr5)

Från det reella till det formella

Vems fot är nersatt? Om vi återgår till den första praktik vi lyssnade på i Del II, *Att arbeta och lära som kursplaneskrivare*, så är den frågan inte helt lätt att svara på. Även den formella texten skapas i ett reellt arbete utfört av många människor. I skrivande stund är det valår. Frågan är om nya fötter är på ingång? Och i så fall, i vilken riktning går de? I en kritisk artikel kring utvecklingen av skolan och informationssamhället 1989, använder den tyske litteraturforskaren Gerald Stieg, skådespelare Helmut Qualtsingers träffsäkra, och fortfarande aktuella, ord:

Jag har ingen aning om vart jag är på väg, så det är bäst att jag snabbar på. (Stieg, 1989, s. 24)

En sak är i alla fall säker, tonsättaren till skolans partitur dör aldrig.

INSEGEL TILL DEL III

Det var en gång en yrkesbana som ringlade sig fram i matematikutbildningens kuperade terräng. I dess djupa dike satt jag.

– Tripp...tripp...trapp lät det från min yrkesbana.

I denna avhandling strävar jag efter att förstå hur skolans matematikutbildning bildas av oss människor, och där jag själv är en av dessa människor. Jag har i Del II beskrivit och gestaltat hur det är att arbeta och lära som kursplaneskrivare, matematiker, lärare och rektor. Mina övergripande frågor – Vad är det du gör? Varför gör du som du gör? – har fått en del svar i Del II. Jag startade berättelsen i det formella, en kursplan, och arbetet som kursplaneskrivare – ett arbete som gick från dröm till erfarenhet där min praktiska kunskap som matematiker och lärare sattes på prov. Jag sökte mer kunskap, bildade praktisk kunskap utan praktik, upplevde dilemman och fann mig själv ha ett schizofrent förhållande till kursplanen. Denna berättelse bröt jag mot nästa, att arbeta och lära som matematiker, vilket bildade min förförståelse som lärare. Från det formella närmade jag mig den reella verksamheten som lärare och rektorer bedriver via min erfarenhet av att vara doktorand i matematik. Jag och matematiken fann en rytm mellan lekfullhet och ansvar, förståelse och förvirring, samt en långsamhet med plötsliga avbrott av insikter. Men lyfte jag blicken från denna praktik var det för sent, jag, matematiken och människorna var tysta och döva inför varandra. Denna berättelse bröt jag mot nästa, att arbeta och lära som lärare. Från en överklighet tog jag steget in i ett klassrum. Jag analyserade hur jag blev lärare och hur min undervisning blev med alla dess brister. Jag undervisade inte längre i matematik utan *elever* i matematik. Kunskapen jag utvecklade som lärare skilde sig från kunskapen som matematiker. Denna berättelse bröt jag mot nästa, att arbeta och lära som rektor. Från ett ensamt klassrum till ledaren för en skola, och därmed för skolans matematikutbildning. Tid, intressenter, utsatthet och problem medförde behov för rektor att vara både regissör, dirigent och en god människa. Rektorerna såg som deras huvuduppgift att leda lärares lärande och vara bäst på skolans partitur. Därmed, slutade berättelserna från de som realiserar skolans matematikutbildning med en diskussion kring det formella, skolans kursplan.

Del II, *Att lyssna till praktikerna*, kan ses som avhandlingens andra bidrag då berättelserna gestaltar en förståelse av att arbeta och lära som kursplaneskrivare, matematiker, lärare och rektor.

Sagredo avslutar den andra dagens diskussioner:

För att inte ytterligare trötta ut herr Salviati, sätter vi punkt här för dagens diskussioner. Vi tar upp dem som vanligt i morgon, med hopp om att få höra stora nyheter. (Galilei 1632/1993, s. 321)

I nästa del kommer jag att ta upp sex framträdande vis som jag mejslat fram ur Del II. Likt Aristoteles frågar jag mig vilka är de problem som människan möter i skolans matematikutbildning och hur skall hen möta dem? Vad är det hen behöver hantera i nuet? I Del III beskriver jag visen och deras effekter. Därefter frågar jag som en pigg och utvilad rumpnisse i Ronja rövardotter: Varför är det på detta viset?

DEL III ATT HANTERA I NUET

Vi ser alltså att när vi blickar mot framtiden, så har vi...så har vi inga linjer som tycks klara, vi tycks bara se linjer som håller på att upplösa sig. Konturer som håller på att förlora sin verkliga...skärpa, och framtiden syns oss suddig. På ett sätt är det bra att den gör det och på ett sätt är det bra att vi inte försöker att styra och ställa med själva framtiden. Därför att vad vi behöver styra och ställa med det är just oss själva och vår tid. Det är den vi ska styra och ställa med och det med besked. Därför ger vi oss ut...till att styra och ställa med för framtiden, då kan det hända att framtiden betackar sig väldigt mycket för vårt program. Den tänker...säger, ja, tack så mycket, ni var väldigt omtänksamma, men det gick ju inte alls den vägen, ni grät vid fel grav och ni grävde fel hål. Så det...vi ska betacka oss för sådant, säger framtidens folk. De är därför som all mänsklig verksamhet i själva verket är i nuet, är någonting som sker nu, väsentligt nu. Studier, arbete, allting – det är nu det är viktigt. Det blir aldrig viktigare än nu. Aldrig. Det kan inget bli.

*Ur inspelning av Harry Martinssons tal i Lund 1963.
(Ramnefalk, 2007, s. 24)*

VILKA VIS FRAMTRÄDER?

I Del I, *Kunskapssyn och hörsel*, introducerade jag den kunskapssyn som genomsyrar både val av område jag studerar, det sätt som jag gör det på och hur jag i denna avhandling presenterar arbetet. I Del II, *Att lyssna till praktikerna*, har jag gestaltat delar av skolans matematikutbildning med hjälp av berättelser från praktiken, där jag med praktik avser situationer som en yrkesverksam upplever (Schön, 1983, 1983/2007).

Vi kan inte skriva eller forska om nuet, eftersom det har förrunnit i tidens ström så snart vi börjar reflektera över det. Det enda vi kan skriva om är det förflutna eftersom framtiden inte ännu existerar. (Alvesson & Sköldberg, 2008, s. 218)

Men det förflutna existerar inte heller längre, det som finns är spår som vi kan tolka (Ricoeur, 2005). Berättelserna – spåren – har varit i fokus för att beskriva hur skolans matematikutbildning kan bli till. Det är dags att analysera vad berättelserna från Del II och kunskapssynen i Del I kan ge oss för att ytterligare förstå skolans matematikutbildning. Inom studier av professioner⁵⁹ kan forskare ha deskriptiva och/eller normativa syften (A. Molander & Terum, 2008). I deskriptiva studier forskar man utifrån vad-frågor och man vill finna och beskriva fenomen och dess effekter. Genom att ställa varför-frågor söker man förståelse och förklaringar till fenomen och dess följder. Professionsstudier kan även ha normativa syften. Då handlar studierna om vad som *bör* vara fallet, och man undersöker relaterade normer och principer för en profession och värderar funna fall i relation till sådana värdesystem. Inbyggt i professionsbegreppet finns olika typer av normativa krav, menar Molander och Terum. Det handlar om krav på vilken kunskap som används och moraliska krav kring rättvisa. Det finns även pragmatiska krav, som handlar om lämpligheten i de handlingssätt som väljs. Ett deskriptivt och ett normativt fokus kan kombineras, till exempel om man värderar funna fenomen och deras konsekvenser.

Jag har inspirerats av denna indelning. I Del III ställer jag vad- och varför-frågor till berättelserna i Del II, medan jag i avhandlingens avslutande Del IV har ett mer normativt fokus.

⁵⁹ "Professionals profess. They profess to know better than others the nature of certain matters, and to know better than their clients what ails them or their affairs." (Hughes, 1984, s. 375). Här anges betydelsen av *verbet* "profess" (erkänna). Den tidigaste användningen av *adjektivet* "professed" var kopplat till religionsutövning: "That has taken the vows of a religious order" (Ibid., s. 375). Med hänvisning till Oxford Shorter Dictionary, ges i slutet av 1600-talet en mer sekulariserad beskrivning: "That professes to a duly qualified; professional" (Ibid., s. 375). *Substantivet* "profession" betydde från början själva förloppet att erkänna eller resultatet av förloppet.

I inledningen av avhandlingen ställde jag frågan:

Varför är skolans matematikutbildning på detta viset?

Vilka vis kan man tänka sig utifrån berättelserna i Del II? Jag kommer nu beskriva sex vis som är framträdande i alla eller några praktiker, och diskuterar visens möjliga följder för skolans matematikutbildning. Därefter ställer jag frågor kring *varför* dessa vis framträder och diskuterar möjliga förklaringar. De vis eller fenomen som framträtt i min hermeneutiska process är:

Problem och lösning
Ingenhet, ensamhet och gemensamhet
Oron över det oförutsedda och människans okunskap
Relationen mellan skolmatematik och användbarhet
Kursplanen – text, tolkning och handling
Reaktioner från elever på deras verksamhet

Det är möjligt att rama in dessa sex vis genom att lyssna på Aristoteles fråga: Vilka är de problem människan möter i sitt liv och hur skall hen möta dem? Eller i min omformulering: Vilka är de problem som människan möter i skolans matematikutbildning och hur skall hen möta dem?

Det är två ord i denna fråga som jag inledningsvis fokuserar på, "problem" och "människan". Först, väljer jag att beskriva och analysera att just *problem och lösning* är ett sådant framträdande drag i alla praktikerna från Del II. Därefter undersöker jag människans roll i praktikerna, vilket leder till avsnittet *Ingenhet, ensamhet, gemensamhet*.

I Aristoteles diskussion om vilka förmågor vi människor behöver för att hantera de problem vi går till mötes, ringar han in olika villkor, förutsättningar eller omständigheter som förenar oss just eftersom vi är människor. Vad kan då förena oss människor inom skolans matematikutbildning?

Det första sådant förenande vis som jag analyserar sammanfaller delvis med Aristoteles. Det handlar om människans rädsla för döden, eller i min formulering, vår rädsla för livet, vilket leder till en *oro över det oförutsedda och människans okunskap*.

Ytterligare förenande omständighet för oss är att det finns ett liv utanför och efter skolan. Detta leder till att vi behöver hantera *relationen mellan skolmatematik och användbarhet* utanför skolan.

Jag avslutar med två vis som förenar oss inom skolan. Det handlar om existensen av en *text* i form av en *kursplan*, vilket medför *tolkningar och handlingar*. Sist, men inte minst, så finns de där, *reaktionerna från eleverna* i lärares och rektors praktik.

Problem och lösning

I vårt yrkesliv existerar problem som en naturlig del i vardagen. Professioner kan hävda och ges rättigheter/befogenheter⁶⁰ – även monopol – att formulera och lösa problem och arbetsuppgifter inom ett visst område, en så kallad jurisdiktion.

Diagnosis, treatment, inference and academic work provide the cultural machinery of jurisdiction. They construct tasks into known "professional problems" that are potential objects of action and further research. (Abbott, 1988, s. 59)

I alla praktikerna som jag studerat cirkulerar begreppet *problem*. "Nä, nu förstår jag inget av vad du gör!" utbrast mina elever, som just då upplevde problem. Mina berättelser kring att bli lärare präglas av att lösa problemet med att förklara skolmatematiken för elever. Elevernas agerande var gåtfullt. Den kaotiska kursplaneprocessen upplevdes av mig som en strid ström av dilemman och problem. Tillvaron som blivande matematiker kännetecknades av ett konstant hanterande av problem. Rektorer diskuterade mycket kring deras förmåga eller oförmåga att lösa problem. De såg sig själva arbetandes på ett framrusande X2000-tåg med vagnarna fyllda av problem. Nya vagnar kopplades på av intressenter både inom och utanför skolan, medan rektorn arbetade sig igenom vagn efter vagn. I en av vagnarna fanns problemet med skolans matematikutbildning. Rektorer uttryckte sig gåtfullt:

Varför komplicerar vi allt? På alla nivåer. Vi hittar inte kärnan utan fastnar i degen runt omkring. (pr5)

Rektorer diskuterade också skolans fokus på elever med problem med matematik, de elever som är i behov av stöd. Skolmatematik beskrevs som ett ämne som man som elev, lärare eller rektor har problem i eller med. Till skillnad från andra ämnen som uppfattades och värderades på ett annat sätt, ämnen som sågs som naturliga ämnen att utveckla sin fulla talang i.

Att berättelserna innehåller beskrivningar av problem och problemlösningsprocesser är naturligt, då det till viss del handlar om kunskap och kunskapsutveckling hos eleven, matematikern, läraren, rektorn och kursplaneskrivaren. Utveckling av kunskaper kopplas till problem i *Skola för bildning*:

⁶⁰ Till exempel, får begreppet rektor en tydlig laglig definition i svensk skollag: "Det pedagogiska arbetet vid en skolenhet ska ledas och samordnas av en rektor" och "Rektorn och förskolechefen ska benämnas på detta sätt. Dessa benämningar ska förbehållas den som har en anställning som rektor eller förskolechef" (SFS 2010:800).

Kunskaper utvecklas i ett växelspel mellan vad man vill uppnå, den kunskap man redan har, problem man upplever med utgångspunkt i denna samt de erfarenheter man gör. (SOU 1992:94, s. 59)

Problem är enligt detta en av flera ingredienser för hur kunskap utvecklas. Genom att som student och blivande matematiker ställa frågor och lösa problem lärde jag mig matematik, det var ett medel för att tillgodogöra mig matematik. Men det var inte vilka problem som helst, vissa krävde kreativitet, andra behövdes för att befästa och uppöva en säkerhet. En del problem som från början såg omöjliga ut att lösa kunde gåtfullt plötsligt upplösas med *en* elegant lösning.

Även i kursplanen inkluderas problemlösning som mål och medel för att utveckla olika kvaliteter i ett matematikkunnande. De utmaningar som jag som matematiker, lärare, kursplaneskrivare och som rektorerna mötte i våra respektive praktiker drev också oss framåt i vår kunskapsutveckling. Men intrycket från rektorernas samtal, och min egen erfarenhet, är att eleverna inte alltid fick utrymme att möta denna typ av motstånd, det vill säga problem som man inte kan lösa på rutin.

Det handlar om att innebörden av begreppet problem inte urskiljs och särskiljs. Eleverna som testade ett nytt läromedel åt mig, beskrev sin tillvaro i klassrummet i matematik: "Det ska finnas högst en mening överst på sidan, sedan ska det vara massor med uppgifter. Sen så bara gör man". Inom den matematikdidaktiska forskningen har man sedan länge påvisat vikten av att via problemlösning lära sig matematik (Krulik & Reys, 1980; National Council of Teachers of Mathematics, 2000; Polya, 1957; Schoenfeld, 1985; Weber, 2005).

I grundskolans kursplaner, från 1878 till 1980 samt 2011, har stoffinnehållet samlats under rubriker så som lärogång, kursfördelning, kursinnehåll, huvudmoment och centralt innehåll. Här har då momentlistor redovisats med undantag från Lgr80, då problemlösning introducerades som ett av huvudmomenten parallellt med traditionella rubriker, så som till exempel algebra och geometri. På samma sätt återfinns nu problemlösning i Lgr 11, där även problemlösning ingår under rubriken "centralt innehåll".

Hur påverkar fokus på problem och lösning vårt handlade?

Men det finns en mer genomgripande effekt av att sätta etiketterna "problem" och "lösning" på olika situationer i samband med skolans matematikutbildning. En av de metaforer som Lakoff och Johnsson (1980) synliggör är att "problem" ofta ses som "gåta". Att leva enligt metaforen problem som gåta leder till att man utgår från att det *finns* en lösning, ofta *en korrekt* lösning och om man bara finner den så är det något som löses upp, "man blir färdig", något som upphör att finnas för alltid. Att leva "på alla nivåer" enligt denna metafor medför att energin inriktas på att lösa en gåta, och om vi inte finner en lösning som fungerar för alltid har vi

misslyckats. Lakoff och Johnson hävdar att "problem som gåta" karakteriserar vår nuvarande förståelse av verkligheten.

Men om vi lyssnar noga på rektorerna finner vi exempel på andra sätt att tala om problem:

Utmaningar och problem kommer och går, stundtals kan man nästan se ett mönster menar Eva. (pr2)

Jag tycker att det ofta händer att vi "löser problem" utan att de upphör eller försvinner reflekterar Maria. (pr2)

Det har varit meningskildheter men nu hittar de fram till varandra. Det var inte lätt i början. Ingenting är lätt. Ingenting är färdigt. Vi jobbar vidare avslutar Karin. (pr4)

Begreppet problem tolkades av rektorerna brett, allt från att vara en uppgift, där både vad och hur var klart, till att problem sågs som något som tar och bör ta lång tid eller till och med saknade enkla lösningar. Då var problemen mer av typen dilemman. Ibland sågs problem som något som aldrig upphörde eller tvärtom upplöstes av sig själv.

Mina egna berättelser pekar på att jag aldrig löste mina problem, undervisningen flöt kanske bättre efter ett tag, men problemen bestod eller återkom då nya elever (och kursplaner) kom och gick.

Rektorerna diskuterade förmågan att fånga in problemet och dess karaktär eller avfärda problemet, lösa upp och ge tillbaka problemet till rätt "apa". Det var även viktigt att skapa distans inför beslut och agerande samt att vara beredd på det oväntade, ta in rummet. Man kunde aldrig vara mer än 60 % förberedd. Att kunna hantera och erkänna dilemman med hjälp av en upparbetad urskilningsförmåga samt en förmåga till att vila, lyftes fram.

Aristoteles kunskapssyn gav rektorerna begrepp och ord på vilka grunder de agerade i problemsituationer. Situationer som ofta involverade relationer med människor. Jag lyssnar åter på Ingela Josefson om Aristoteles:

Hans tankar kring praktisk visdom kan sägas kretsa kring frågan: Vilka är de problem människan möter i sitt liv och hur skall hon möta dem? Frågan antyder att det rör sig om problem, ofta dilemman, där det inte finns några enkla lösningar. (Josefson, 1998, s. 11)

Hur ska människan *möta* problem indikerar en annan bakomliggande metafor – vi går någon till mötes. De fantasifulla och kreativa metaforerna, eller levande, om vi använder Ricoeur, kan ge oss ny förståelse och mening från våra erfarenheter. En ny metafor för skolans matematikutbildning, eller för "problem" och "lösning",

kan ge ett nytt sätt att uppfatta verkligheten. Men den kan även avslöja och göra oss medvetna om att vi i vår nuvarande praktik överhuvudtaget använder en metafor som dessutom skiljer sig från den nya.

Ett exempel på en annan metafor för "problem" och "lösning" kan ges av följande. I Svenska akademins ordbok ges många betydelser för ordet "lösning", till exempel den inom kemi:

Oftast konkret, om den blandning som uppkommer, då ett ämne löses i ett annat. Fast, flytande, gasformig lösning. Mättad lösning, lösning som (vid en viss temperatur) i beröring med det lösta ämnet icke upptager mera av detta. Koncentrerad, utspädd lösning. (Svenska akademins ordbok, 2013)

Här är en lösning av ett problem en bubblande blandning, där ett ämne har lösts i ett annat och resulterat i en ny blandning som kan ha olika former. Men inget har försvunnit. Detta ger andra perspektiv på problem, som något som aldrig försvinner och som inte en gång för alla kan lösas, precis som partituret finns kvar även efter att dirigenten framfört verket.

All of your problems are always present, only they may be dissolved and in solution, or they may be in solid form. The best you can hope for is to find a catalyst that will make one problem dissolve without making another one precipitate out. And since you do not have complete control over what goes into the solution, you are constantly finding old and new problems precipitating out and present problems dissolving, partly because of your efforts and partly despite anything you do. (Lakoff & Johnson, 1980, s. 143)

Lakoff och Johnson blev uppmärksammas på denna metafor "by accident" (1980, s. 143), med andra ord, något oförutsett skedde och synliggjorde för dem en ny metafor. Det var under en av deras kurser i Berkeley som en nyanländ iransk student uttryckte glädje över det flitigt använda amerikanska uttrycket "the solution of my problems". Han blev dock djupt besviken när han fick veta att ingen delade hans bild av en stor bubblande behållare med lösning.

Däremot överensstämmer denna metafor delvis med diskussionerna i de praktikerna som undersökts i denna avhandling. Men om vi lever enligt denna metafor innebär det att vi accepterar att problem är ett naturligt återkommande fenomen och inte ett misslyckande i att ett "jag" inte har funnit "det rätta och enda sättet att lösa problemet". Man kan till och med anse det meningslöst att sträva efter att lösa problemet en gång för alla, och tillfälliga lösningar kan uppvärderas. Arbetet inriktas på att finna "katalysatorer" som ger en lösning som är varaktig så länge det går utan att medföra nya svårare problem.

Man kan även fråga sig vad det medför att i matematikundervisning formulera situationer i form av problem? Kan alla matematiska problem ses som gåtor? Finns det risker med att man agerar utifrån metaforen "problem som gåta" i undervisningen? Vilka metaforer har styrkt matematikdidaktiker i deras forskning? Den forskning som inriktat sig på sociomatematiska normer i matematikundervisningen har fokuserat på att undersöka just föreställningar och värderingar i samband med problemlösning (Cobb & Yackel, 1996).

Sammanfattningsvis så medför formuleringen av skolans matematikutbildning i termer av "problem" på olika nivåer att vi samtidigt får på köpet de ofta omedvetna metaforiska betydelseerna som påverkar de sätt vi uppfattar, handlar och kommer att handla. Samtidigt är gåtor bra att kunna lösa, men inte enbart. Att börja leva efter en ny metafor är svårt, och kräver att vi börjar förstå våra erfarenheter i termer av den och att vi börjar *handla* i termer av den.

Jag har nu fokuserat på ordet *problem* i Aristoteles grundfråga då han diskuterar praktisk klokhet. Jag väljer nu att rikta blicken på ett annat ord i grundfrågan: Vilka är då de problem *människan* möter i sitt liv och hur skall hen möta dem? Vilken roll har människan i praktikerna?

Ingenhet, ensamhet och gemenskap

Ingenhet

Det finns ett gemensamt fenomen i flera av praktikerna som jag studerat. Det verkar nästan som att man bortser ifrån, inte anser eller upplever att en viss verksamhet är skapad av människor. Som matematiker är det lätt att inta en syn på matematiken, där den upplevs existera oberoende av oss själva, utom räckvidd för vår påverkan. Mouwitz beskriver denna inriktning som att "begreppen uppfattas som verkliga, oföränderliga och objektivt existerande" (Mouwitz, 2006a, s. 197). Denna frånvaro av mänsklig påverkan kan också skönjas i elevernas uppfattning att skolmatematiken var något fixt och färdigt, i form av betongpelare, och där allt rymdes i en bok. Det återfinns även i det okritiska förhållningssätt jag upplevde i min lärarpraktik, där kursplanen nästan sågs som något givet från högre makter. Däremot, i kursplanen slås det fast att "matematik är en mänsklig tankekonstruktion". Men vilka människor man syftar på är egentligen oklart. Är det matematikerna, Skolverket och läromedelsförfattarna som bildat matematiken och skolmatematiken en gång för alla? Eller, skapas dessa tankekonstruktioner varje gång ett barn utvecklas och tar plats i skolan?

Jaget

Jag tänker på Descartes berömda, "jag tänker, alltså är jag till" (1637/1926, s. 43). Men att jag tänkte den tanken innebar att jag reflekterade över mitt eget tänkande. Som blivande matematiker fanns inget "jag" i verksamheten. Jag utvecklade inte ett reflekterande förhållningssätt till mitt eget kunnande i matematik, all reflektion fanns knutet till görandet. Ett språk saknades för att verbalisera upplevelser.

Som lärare blev "jaget" påtagligt. Det blev ingen lektion i matematik utan min kropp, mina rörelser och min röst. Praktiken, som bestod av att förklara för andra människor, tvingade fram ett reflekterande över min bristande kunskap och den kunskap jag successivt bildade under och efter lektioner.

Rektorerna efterfrågade tid till reflektion på ett Kinnekulletåg, och i samtalet förmedlades att det fanns ett påtaglig "jag" i verksamheten, då arbetet innebar att leda andra. "Shit runs downhill" var en metafor som rektorerna använde för att medvetandegöra sitt eget agerande som modell för lärares agerande.

Den kaotiska verksamheten som kursplaneskrivare tvingade också fram ett reflekterande förhållningssätt. Ansvar medförde att jag riktade blicken på mig själv. Vilka grunder hade jag för mina ställningstaganden? I kursplanen skrivs (och skrevs) en väldigt medveten och reflekterande elev fram som ska ges möjlighet att utveckla sin tilltro till den *egna* förmågan och reflektera över *sina* erfarenheter. Jag upplevde som lärare elevers reflektioner och frågor kring sina erfarenheter, men frågan är om jag verkligen lyssnade på denna medvetna elev. Detta kommer jag att återkomma till.

Ensamhet

Jag har i de två tidigare styckena gått från att människan på ett övergripande plan inte verkar existera i en praktik och till att praktiken innehåller ett reflekterande "jag". Nästa steg att ta handlar om att detta "jag" till viss del befinner sig i ensamhet. Som matematiker var jag ensam i Matematikens hus, vars historia och invånare var okända. Under flera år beskrev jag min egen problemlösningsprocess som att jag cirkulerade runt i ett hjul alldeles ensam, där jag försökte förstå problemet, utforma en plan och genomföra planen. Men under min tid som lärare insåg jag att denna beskrivning ekade av ensamhet och att jag inte behövde lösa allt själv. Som lärare fylldes min tillvaro av många relationer till elever, men i mitt yrke att utforma och genomföra undervisningen var jag mer ensam. Som kursplaneskrivare var jag delvis ensam både i själva arbete som genomfördes i en liten grupp i en stor organisation men även genom praktikens diskontinuitet.

Rektorerna beskrev en praktik fylld av relationer till människor samtidigt som ledarskapet i sig medförde ensamhet och utsatthet, då man var ytterst ansvarig för skolans resultat.

Gemensamhet

Men rektorernas verksamhet skiljer sig åt från de övriga. De diskuterade vikten av och arbetet med att skapa en "anda", "inre drivkraft" eller en "samtalskultur" i verksamheten. Man strävade efter en gemensamhet på skolan. Analogier gjordes till regissörens oändliga tålamod och djupa samtal med den enskilda skådespelaren, och till dirigenten som leder en hel orkester av individer. Den individuella läraren och grupper av lärare hamnade i samtalets fokus. Exempel gavs av en rektor som aktivt skapat form, innehåll och riktning för samtal mellan lärare i grupper på sin skola.

Rektorsrollen utmärkte sig även, då gränsen mellan att vara rektor och människa ibland suddades ut. Man utvecklade en förmåga i yrket som medförde att man inte vände bort ansiktet från damen på bussen som berättade om sitt liv. Det krävdes talang för att vara människa och tillåta sig att göra fel och förlåta sig själv för sina oförmågor. Att leda innebar att hantera sin egen och andras mänsklighet i det görande som var i fokus. Även att vara lärare är en form av ledarskap. I den bemärkelsen fanns även en gemensamhet i min praktik som lärare, den som utvecklades mellan mig och eleverna. För att detta skulle ske krävdes att jag utvecklade ett intresse för människor.

Vad kan ingenhet, ensamhet och gemensamhet leda till?

Om man betraktar kunskap som konstruerad av människan är den därmed också möjlig att förändra. Däremot om man lägger matematiken och även skolmatematiken utanför mänskligt skapande verksamheter blir det svårare att påverka. Vi har ingen makt över den. Det kan leda till att ett kritiskt förhållningssätt ter sig meningslöst.

Vad kan en praktik som präglas av ensamhet leda till? Som blivande matematiker behövde jag ensamheten för att mina tankar skulle få tid och utrymme. Men som vanligt är det en fråga om rimlighet. Ensamheten i för hög grad kan påverka kunskapsutvecklingen hos såväl elever, lärare, rektorer som kursplaneskrivare.

Kunskaper är varken något yttre, utanför människan, eller något inre, inne i individen, utan snarare något som "ligger mellan" individen och omgivningen. En viktig del av denna omgivning är andra människor, det sociala sammanhang där kunskaper kommuniceras genom språket. (SOU 1992:94, s. 73)

Det är inte i första hand vi som vet, utan vetandet är ett *tillstånd* hos den som vet, menar poeten och lyrikern Heinrich von Kleist (2002). Det valda ordet tillstånd, tolkar jag som något beroende av tid, rum och människor.

Om du vill veta något och inte får reda på det genom meditation, så råder jag dig, min käre intelligente vän, att diskutera det med första bästa bekant som råkar stöta på dig. (Ibid., s. 14)

Kleist menar att vi ska tala med avsikten att upplysa oss själva. Genom en analogi med det franska uttrycket "aptiten kommer medan du äter" menar han att tankarna gradvis tillkommer vid talet till en annan människa:

Den talande har sällsam inspirationskälla i ett människoansikte som vänds mot honom; och en blick som berättar att vår till hälften uttryckta tanke är förstådd, hjälper oss ofta att uttrycka även den andra hälften. (Ibid., s. 16)

Gemensamheten som finns mellan lärare inom en skola kan ytterligare bidra till kunskapsutveckling beroende på *vad* gemensamheten handlar om. Är inte skolans matematikutbildning föremål för gemensamt ansvar, samtal och handlingar, bidrar ju inte gemensamheten till kunskapsutveckling hos oss alla kring just detta. Vi bygger då inte gemensamt upp ett intersubjektivt rum och en praktik med en praxis.

En annan effekt av ensamhet blir att språket som utvecklas blir begränsat inom och mellan olika praktiker, och gentemot allmänheten. I praktiken som matematiker, var själva föremålet för arbete näst intill ett språk i sig. Kanske gjorde det att jag kunde kommunicera i praktiken. Att läsa, skriva ner satser, skisser på förklaringar till bevis och att lösa problem utgjorde en stor del av görandet. Som blivande matematiker var matematikens begrepp och metoder mina samtalspartners och när jag skulle försöka verbalisera mig *om* praktiken famlade jag ihop en dikt. Som matematiker var matematiken mediet för och innehållet i kommunikationen, medan som lärare diskuterade jag inte i lika hög grad verksamheten – mitt agerande i klassrummet – med andra lärare. En ytterligare aspekt, är att om språket blir begränsat, hur påverkar detta förhållningssättet till att skriva och läsa texter kring sin profession? Blir episteme svårtillgänglig?

För mycket ensamarbete för elever, medför på samma sätt att eleverna inte utvecklar ett språk varken i eller om matematik.

Däremot spelade språket en central roll i rektorernas arbete. I arbetet med att leda lärares lärande, organisera och genomföra utvecklingsarbete, används språket och samtal som medel. De gav exempel på hur de själva använde skrivandet för sin egen utveckling. Samtalet betraktades som ett verktyg för att förändra, utveckla och möjliggöra kritik, samtidigt som de var medvetna om att det kunde cementera gamla sanningar. Genomgående i rektorernas samtal användes ord så som skola, utbildning, undervisning och lärare. Men matematik nämndes inte så ofta explicit. Är detta också en effekt av ensamheten inom skolan? Är rektorer ovana att uttrycka sig runt ett specifikt ämne? Per utbrast:

Jag ser inget om matematik i din text Lena! Lena menar att texten handlar om skolans utveckling, och matematiken är ju en del av skolan. Margareta lyfter fram att matematiken finns med indirekt, då ledarskapet har betydelse för utvecklingen av skolan och därmed även matematiken. (pr1)

Jag delar Pers osäkerhet om vad diskussionen egentligen inkluderade. Inkluderades matematik i begreppen "skola", "utveckling" och "ledarskap" som rektorerna använde? Att explicit nämna matematiken kanske skulle ha blivit att särskilja och övervärdera matematik? Men om matematik inte var inkluderad i den innebörd som rektorerna lade i orden, då undervärderas och exkluderas matematik i skolan.

Som kursplaneskrivare upplevde jag dilemman kring språket i kursplaner. Vilket språk förstår lärare? Vilket språk borde de förstå? Vad menar vi med att förstå? Vem bestämmer normen? Men även i kommunikation mellan oss involverade i arbetet fanns tecken på avsaknaden av ett matematiklärarspråk. Det tar tid att utveckla ett gemensamt språk med okända människor. Det fanns ju också en inbyggd paradox, språket i texten skulle tillgodose medborgarnas rättigheter, att som föräldrar förstå vad ens barn förväntas kunna. Samtidigt skulle texterna stödja ett yrkesspråk mellan lärare.

Ensamhetens följder – inom och mellan reformer – i praktiken som kursplaneskrivare, har jag i Del II beskrivit vilket i princip medförde att man utförde ett praktiskt arbete utan en praktik.

Sammanfattningsvis befinner sig människan ibland i ingenhet, ensamhet eller gemensamhet, och en alltför stor del av ensamhet leder till att en praktik och praxis inte byggs upp kring skolans matematikutbildning.

Jag ska nu gå vidare och i de följande fyra avsnitten undersöka mer eller mindre förenade villkor för människorna involverade i skolans matematikutbildning. Det första bottenar i ett av de villkor som Aristoteles menar förenar oss som människor; vår rädsla för döden. I min undersökning handlar det kanske mer om vår rädsla för livet. Att bli människa?

Jag kungen är över alla här under trädens gröna höjd
Jag har nått opp till högsta topp men ännu är jag ej nöjd
Jag vill ju bli en man, en människa och kunna allt ni kan
Jag vill ej längre apa mig jag vill bara va en man

Oh, oopi-doo jag vill ju va som du-u-u
jag vill se ut som du, gå som du, du-u-u
det vill jag nu-u-u ett djur som ja-a-ag

det lär sig bra, bli en människa-a-a
(Söderhjelm, 1968)⁶¹

Oron över det oförutsedda och människans okunskap

Första gången jag såg min son var på ett tidigt ultraljud. En grymig bild på monitorns skärm. Det var som en mörkare hållighet i det grymiga och i den mörka hålligheten svävade ett litet väsen. Man kan inte säga att det var en människa för det var det inte, men ett liv var det. En själ som ännu saknade kropp. Där inne i den mörka hålligheten fanns ett litet väsen och i detta väsen pulserade det som skulle bli hans hjärta...//... (Gardell, 2010, s. 346)

Läkaren konstaterade att barnet var 14 millimeter långt. Det var en millimeter längre än genomsnittet vilket gjorde mig oerhört stolt. Inte så att jag redan börjat tävla med världens alla föräldrar om det bästa barnet. Snarare var den där extra millimetern så viktig för att den just var en millimeter till. En millimeter starkare. En millimeter mer överlevnadskraft. En millimeter mer liv. (Ibid., s. 346)

Jag tänker på all den möda och oro, all den längtan och kärlek som ligger bakom ett människoliv. Föräldrar som vakar, vårdar och finns där dygnet runt för den lille nykomne som ska lära sig precis allt från början. Med födseln har man med sig sugreflex och en reflex som gör att man griper sig fast. Något som tydligen är ett arv från vår tid som trädklättrande apor. Allt annat måste man lära sig. Att äta, bajsas, le, skratta, gråta. För att inte tala om de arga koncentrerade veckor som ägnar sig åt att vända sig från rygg till mage. Något som i det förstone kan verka oöverstigligt men som småningom erövrar. Liksom sittandet, krypandet, gåendet, springandet, hoppandet. Så mycket möda, så mycket oro, så mycket längtan och kärlek. Så ofattbart mycket energi. Ändå återstår nästan allt. Pratandet, läsandet, skrivandet, uppfinnandet, växandet till en egen vuxen människa...//...(Ibid., s. 347)

På mitt skrivbord låg Sven-Erik Liedmans bok *I skuggan av framtiden* (1999). Vid sängbordet låg Kerstin Thorvalls bok *I skuggan av oron* (1995). Oron och framtiden står ute i solen. Vad göms i deras skuggor? Så mycket möda, så mycket oro, och kärleken till det viktigaste vi har – den nykomne människan som leker i solen. Oron över att vi vuxna inte ska lyckas skapa de rätta nycklarna så att, det en gång 14 millimeter långa livet, lär sig allt som återstår. All vår gemensamma möda att skapa nycklar till ett framgångsrikt vuxet människoliv, som rektorn formulerade:

⁶¹ Originalversionen skrevs av Richard M. Sherman och Robert B. Sherman till Disneys film *Djungelboken*, där apornas Kung Louie framför sången. I Kiplings bok, *The Jungle Book* från 1894, fanns ingen kung för aporna.

Hur ska vi skapa bästa teamet, bästa utbildningen, bästa skolklimatet? Det tillåtande klimatet där varje elev varje lärare får växa och blomma fullt ut. Bästa framtiden för alla. (pr5)

Vid dialogseminariet *Det dubbla greppet* vid Jonsereds Herrgård (J. Berglund, 2007) deltog bland annat idéhistorikern Sven-Erik Liedman vars text *Nycklar till ett framgångsrikt liv* (2008) tjänade som impulstext. Denna impulstext resulterade i följande berättelse av mig, som lästes upp under eftermiddagens dialogseminarium:

Sittandes på katedern

– Ja, och så i samhällskunskap har ni fått Rudolf, säger vår klassföreståndare i andra ring på gymnasiet. Hon småler lite. Om det är något ni kommer att minnas från er tid på Borgarskolan så är det Rudolf. Honom kommer ni aldrig att glömma, säger hon hemlighetsfullt.

Sittandes på kanten på katedern, iklädd gubb-brun kostym, dinglar han med sina långa ben och drar fingrar genom det vita håret. "Filmen *Tillbaka till framtiden*", skriver jag på en liten lapp till Helen bredvid. Hon fnissar. Rudolf ser precis ut som professorn i filmen där Michel J. Fox spelar huvudrollen.

– Den tjocka boken. Samhällskunskapsboken, säger han. Den kan ni slänga. Sånt kan ni slå upp om ni behöver veta.

Ja, sen sitter han där i ett helt år på kanten på katedern. Han talar och talar och talar. Rudolfs ord finns kvar om än styckvis. Aga. Gasexplosion. Gustaf Dalén. Dynamit. Alfred Nobel. Kullager. Sven Wingqvist. De som byggt Sverige. Nyänkarna.

– Bli inte som kulan i ett flipperspel, upprepar han. Civilkurage!

Han siar om nästa stora folkrörelse, miljö rörelsen. Den stora gröna vågen.

– Har ni sett en sådan där mekaniskt modell av planetsystemet, frågar Rudolf, en sådan som man kan veva, så snurrar alla planeterna kring solen?

– Jo, nog hade vi sett en sådan uppe på fysiken, nickar vi.

– Den ljuger, fnysar Rudolf. Sådan är ju inte världen, för världen kan vi inte vevas baklänges. Ilya Prigogine! Entropi ska jag nu förklara....

Han har lite egna regler. Han delar ut 8, 9 och 10 i betyg. Kallar mig för Helen och Helen för Anette. Köper ni George von Wrights bok *Vetenskapen och förnuftet* och visar den för mig, höjer jag ert betyg ett snäpp, säger han. Än minns jag den långhåriga killen med nitar på jackan, som reste sig från sin plats längst ner i rummet, gled fram och visade sin bok för Rudolf. Och Rudolf antecknade. Jag köpte boken. Den var blå och tunn. Jag läste den. Men jag vågade aldrig visa boken för Rudolf. Det var emot mina regler.

– Välj en person ni är intresserad av. Skriv! sa han.

Jag skrev om Nelson Mandela. På flera sidor redogjorde jag för hans spännande liv. De sista 15 raderna skrev jag en fri tolkning av hur han går ut i solen, den där dagen. Frihet efter 27 år i fängelse. När jag fick tillbaka uppsatsen, fanns det en klammer kring min diktlikande slut. 10! Stod det i marginalen. På framsidan hade jag tecknat en knuten hand. Rudolf kopierade upp min uppsats till alla i klassen. Den stolthet jag kände då når mig än idag.

Helen och jag fick samma betyg. Helen blev glad, högre än väntat. Jag blev förvånad, lägre än väntat. Men han visst ju inte vem som var vem, så han hade diplomatiskt gett oss samma betyg. Betygstokig som jag var skulle man kunna tro att detta upprörde mig. Men inte det minsta. Betyg fördelade enligt en matematisk modell som kallas normalfördelning, var så långt ifrån det Rudolf gav oss. Det fanns ingen relation mellan betyg och Rudolf. Därmed fanns det inget att bli upprörd över.

Vad gjorde Rudolf? Vad ville han? Jag är övertygad om att han ville förbereda oss för framtiden. Han talade till oss som ingen annan lärare. Han talade om hur vi borde vara som människor i ett samhälle, mot varandra och mot naturen. Nu sitter jag här nästan tjugo år senare, nyfiken med den lilla tunna blå boken i min hand. Jag minns inte vad där står i boken, men känslan av Ooja! finns kvar.

Bildning är det som är kvar sedan vi glömt allt vad vi lärt oss, säger Ellen Key.

Rudolf finns kvar.

I skuggan av framtiden satt Rudolf. Han försökte förbereda oss för alla kommande skeenden. Den existentiella filosofin ger mig att Rudolfs agerande präglades av "ett cirkulärt flöde av omsorg" (Alvesson & Sköldberg, 2008, s. 240), där framtiden, nuet och det förflutna ständigt var närvarande i klassrummet. Han var orolig för att vi skulle bli som kulor i ett flipperspel. Att vi inte skulle *kunna* handla medvetet och aktivt i de situationer vi i livet skulle komma att möta.

Rudolf hanterade sin oro för oss, sin omsorg, och tilläts av skolan att hantera sin oro på aningen okonventionella sätt. I de praktiker som jag studerat förekommer situationer då vi upplever oro över eller svårighet med att andra *är* okunniga, och att de kommer att *förbli* okunniga. Jag tolkar det som att okunskap ses som något skamligt. Vår hantering, vårt agerande inom vårt yrke leder också till oro över vår *egen* okunnighet. Vi behöver således hantera både andras och vår egen okunnighet.

Till viss del handlar det om oron över något som den franske filosofen Michel Foucault träffsäkert formulerat. Kanske vi ibland vet vad vi gör, och till och med varför, men det vi inte vet är vad det vi gör *gör*. (Dreyfus & Rabinow, 1983)

Sin egen okunskap

Som kursplaneskrivare var jag orolig för att mitt bidrag till arbetet resulterade i mål, innehåll och kunskapskrav som inte var tillräckligt meningsfulla, viktiga och väsentliga för att lära sig matematik. Jag var orolig för att texten inte skulle bidra till att människor skulle behärska matematik för olika syften under ett liv. Som lärare hade jag en oro över om min egen entusiasm och kunskap skrämde eleverna. En ängslan fanns över att jag inte alltid knackade på *elevers* dörr och att jag inte kunde besvara elevernas frågor om varför. Man är orolig över det man gör. Eleverna i sin tur var oroliga för att inte förstå, vilket rektorerna diskuterade:

Jag tycker mig se elever som, om de inte förstår direkt, ger upp och ser sig själva som några som inte kan. (pr4)

Rektorerna diskuterade sina sätt att hantera sin egen okunskap, till exempel genom att acceptera sin mänsklighet, ibland blev det inte så bra som det kunde blivit och ibland blev det till och med fel. Som kontrast till eleven, läraren och rektorn framstår praktiken som matematiker. Praktiken som blivande matematiker bestod nästan av att briljera i att hantera sin egen okunskap utan oro, då man ständigt gick runt med ett olöst problem i tankarna.

Andras okunskap

Som lärare fick jag stödja eleverna att hantera sina brister, brister som jag ibland fick uppmärksamma eleven på. Detta var svårt i början som lärare.

Matematiken som problemlösningskonst är så laddad med känslor. "Jag blir så arg, så olycklig och så trött" säger mina elever när de inte finner lösningen till ett problem. "Om jag inte kan något i historia blir jag inte lika upprörd" säger en elev. Matematik föder känslor. På x-axeln sätter vi tid och på y-axeln sätter vi lycka. Studera matematik, ställ frågor, lös problem. Upplev hur dina känslor kan ritas ut som en kurva. (A. Jahnke, 2004, s. 43)

Rektorerna diskuterade en ängslan hos sina lärare, i fall inte alla elevernas förstod, "nu-är-inte-alla-med-stopp-och-belägg-förstår-du-?".

Ur berättelserna om kursplanearbetet kan man utläsa en frustration från min sida, då jag upplevde att kunskap om kunskap krockade med en myndighets tolkning av ett politiskt uppdrag. I reformens bakgrundsarbete och utformning fanns en ängslan över lärares svårigheter med att förstå den gamla kursplanen, och en oro över att lärarna inte heller skulle förstå den nya kursplanen. Intrycket var att man genom ett desperat polerande av orden i kursplaneprocessen försökte stilla sin oro.

Rektorerna diskuterade svårigheten med att hantera lärares okunskap, att "placera lärare där de gör minst skada". Det ansågs svårt att leda de lärare som

genomförde en undervisning med bristande kvalité och som inte själva såg bristerna. Det krävdes förmåga att göra avvägningar kring hur man som rektor skulle genomföra samtal med dessa lärare. Ska man samtala på ett sådant sätt att läraren själv upptäckte vad som behöver utvecklas? När behövde man som rektor även "ruska om" och framföra "men vänta lite – det är du som lärare som är ansvarig för klassen"? Ingela Josefson, med erfarenhet som rektor vid Södertörns högskola, tog hjälp av den norska filosofen Jacob Meløe och uttryckte sig så här kring svårigheten:

Det finns de som har en kunnig blick. Det är de som vet och förstår och omsätter i handling. Sen finns det de som har en okunnig blick de är okunniga och är medvetna om det. Sen finns det de som har den döda blicken, det är de som är okunniga och varken förstår eller inser att de inte vet. Det är de som har den döda blicken som är svårast att hantera tycker jag. (pr5)

Att likt Sokrates i dialogen *Menon* (Platon), agera och ställa frågor på ett sådant sätt att personen först inte vet, sen är övertygad om att hen vet och därefter – och det här är det svåra antar jag – nå tillståndet att hen vet att hen inte visste. Då har man nått en gemensam utgångspunkt att arbeta vidare från. Inledningsvis som lärare tyckte jag det var svårt att påpeka felaktigheter i elevernas resonemang. Jag hade oerhörd respekt för elevens tankar. Detta påminner om svårigheten för rektorerna att hantera lärares okunskap.

Sammanfattningsvis var brist på kunskap, eller upplevelsen av brist på kunskap, ett område som det var svårt att hantera i praktikerna, och som hade ett inslag av oro över sig. Jag tolkar det som att okunskap till och med kunde ses som något skamligt.

Vad gör vår oro över människans okunskap för skolans matematikutbildning?

Som professionella yrkespersoner vill vi alla göra ett bra jobb. Vi vill alla att eleverna lär sig skolmatematiken. Vi försöker efter bästa förmåga skapa situationer som vi tror kommer bli gynnsamma för elevernas och lärarnas lärande och verksamheten som helhet.

Schematiskt kan alla professionella verksamheter beskrivas i tre delar, "to classify a problem, to reason about it and take action on it; in more formal terms, to diagnose, to infer and to treat." (Abbott, 1988, s. 40). Sociologen Abbott understryker att detta är en teoretisk indelning och att i praktiken utför den yrkesverksamma till exempel alla tre delarna samtidigt, i varierande ordning och upprepade gånger. Abbott synliggör professionell verksamhet genom att namnge just mellanledet, det som sker i tid och rum, mellan problemformulering (diagnos) och handlandet i form av behandling. "The middle game...//...relates professional knowledge, client characteristics, and chance in ways that often are obscure"

(Ibid., s. 48). Kanske uppfattas detta som just "obscure", då det är i detta mellanled som en del av den praktiska och tysta kunskapen bildas och används.

I praktikerna som jag studerat finner jag ambitionen att tänka ut och formulera vårt och andras agerande i förväg, och därefter noga kontrollera att det som skedde blev som vi förutbestämt. För att ta människorna ur okunskapens dike. Diagnos kan då handla om i vilken grad vi har nått det vi har förutbestämt. Detta kan ju göras mer eller mindre formaliserat. Ett sätt som vi arbetar med är att språkligt formulera förutbestämda mål för skolan, ämnet, årskursen, varje lektion, sida i boken och varje enskilt problem som vi sedan kontrollerar emot.

Detta är ju ett naturligt sätt att arbeta, kanske upplever vi då att vi kan stilla oron, och att vi kan kontrollera om okunskapen är åtgärdad och vår behandling har lyckats. Samtidigt finns i praktikerna ständigt dessa situationer som upplevs som oförutsedda. Som blivande matematiker blev jag ständigt överraskad. Jag var som en katt som lekte med min egen svans, jag kunde inte förutse vart matematikens begrepp och resonemang skulle ta mig. Som lärare kunde jag inte förutse hur eleverna skulle agera eller reagera på en viss undervisning. Deras tankar, idéer och frågor förvånade mig ständigt, och dessutom var även jag som lärare oberäknelig. Rektorerna lyfte fram vikten av att vara närvarande i den situation man befann sig i, och låta sig påverkas av andra. Man kunde inte vara förberedd mer än till 60 %. Jag ska nu först diskutera två olika förhållningssätt som man kan anta gentemot dessa oförutsedda och oberäkneliga händelser, därefter diskuterar jag hur oron kan tänkas påverka vår tolkning och utformning av kursplanen.

Det oförutsedda som något undvikbart och oönskat

Man kan se oförutsedda händelser som – och de kan vara – ett misslyckande över att man inte lagt ner ett tillräckligt gott arbete på att förutse och förbereda sig inför lektionen, medarbetarsamtalet eller samrådsmötet i samband med kursplanearbete. Att man upplever en situation som ny, oväntad och främmande kan upplevas, och i någon bemärkelse vara, ett tecken på okunskap. Om oförutsedda händelser automatiskt kopplas till okunskap, och okunskap är skamligt, då medför det att vi vill undvika oförutsedda händelser. Detta kan då påverka undervisningen. Speciellt blir detta synligt då man i undervisningen möts av oväntade frågor. Rektorerna samtalade kring lärarnas rädsla för det oförutsedda i sin praktik, "Lärarna kan känna en rädsla över att inte ha kontroll över situationen, nästa steg är okänt och istället för att lyfta eleven dämpar man eleven". Rektorerna uppmärksammade att detta medför problem. Matematik "är ju verkligen ett ämne som handlar om att man måste hitta sin ingång och där de lärare som gör som de alltid har gjort är de som har svårast att lyckas nå alla elever." Själva vittnade de om att vara "livrädda för att ha möte med driv om vi

inte har bestämt oss innan för vad vi ska säga”, och att man ”innan mötet bestämt sig vad man ska komma fram till”.

Kanske är det så att vi alla vill bespara eleverna dessa upplevelser i tron att de då undviker okunskap. Vi vill skona eleverna. Nej, blir svaret. Det finns inte ett femte räknesätt, lilla Ulla. Jag låter inga klot i fyra dimensioner trilla ner i tre dimensioner. Som rektorerna frågade sig, ”Hur mycket tillåter vi att saker får vara abstrakta, vaga, lockande, luriga och skrämmande? Hur mycket tillåter vi eleverna att gå iväg?” (pr5).

Men barnets tankar går iväg, det är något vi människor gör oberoende av skolan, det är ofrånkomligt. Effekten av att eleverna inte i sitt lärande får uppleva det oförutsedda eller oväntade kan bidra till uppfattningen som mina elever uttryckte det: matematik som färdiga betongpelare.

Ett exempel, som tidigare nämnts, är vad vi i praktiken fyller begreppet ”problem” med för innebörd i undervisningen. Att i undervisningen involvera problem medför att eleven försätts i en situation som upplevs som oväntad. Eleven kan inte snabbt och enkelt förutse hur hen ska gå tillväga. Vår oro över okunskap kan leda till att vi försöker minimera antalet oförutsedda händelser. Till skillnad mot lärarens, matematikerns och rektors praktik så upplever då eleven en förutbestämd praktik. Detta kan gestaltas med följande citat, ur en av expertrapporterna i Skolverkets nationella kvalitetsgranskning 2001–2002 (Skolverket, 2003):

I religionskunskap där får man tänka utifrån sig själv, i språk får man konversera med varandra, i idrott får man röra på sig, i SO får man veta en massa viktiga saker om hur det ser ut i världen, i NO får man intressanta aha-upplevelser, men i matematik där sitter man bara med en massa tal. Gymnasieelev med tolv års erfarenhet från skola. (Rystedt, 2001, s. 12)

Det oförutsedda som något oundvikligt och önskat

Men att man uppfattar en situation som oförutsedd kan också vara tecken på kunskap. Genom att ha förmåga att urskilja nyanser i olika situationer och inse att man behöver handla på ett specifikt, eller ett till och med nytt, sätt just i den aktuella situationen, kan ses som en praktisk kunskap med god kvalitet. En sådan förmåga ingår i Dreyfus och Dreyfus (1986) kategori ”expert”, som jag diskuterade i Del I.

En praktikers reflektioner kan tjäna som ett korrektiv till överinläring. Genom reflektioner kan han granska och kritisera den tysta kunskap som växt fram kring hans upprepade erfarenheter i sin specialiserade praktik, och de kan ge en ny innebörd åt unika och osäkra situationer, som han kan tillåta sig att uppleva. (Schön, 1983/2007, s. 40)

I stället för att undvika eller bortse ifrån, kan man istället bejaka det okända, man kan "tillåta sig att uppleva". Det finns hos både mig och rektorerna en viss värdering kring det oberäkneliga. Jag såg det som en möjlighet för mig som matematiker, lärare och kursplaneskrivare att bilda mig inom respektive verksamhet. Men det är naturligtvis också en fråga om rimlighet. Min upplevelse som kursplaneskrivare kanske innehöll för många oförutsedda situationer. Även rektorerna uttrycker stundtals en trötthet; samtidigt beskrevs en helt förutbestämd arbetsdag som tråkig. Det var just energin i de ständiga och ibland oväntade arbetsuppgifterna som utmanade och stimulerade.

När oron påverkar vår tolkning och utformning av kursplaner – mål, mätning och resultat

Ett exempel på ambitionen att försöka förutse våra handlingar och kunna avgöra om vi lyckats åtgärda okunskapen är att vi överhuvudtaget har en gemensam text i form av kurs- och läroplaner som praktikerna ska förhålla sig till. En lagtext kan ses som den mest formaliserade formen av att förutse. I texterna har vi till viss del förutbestämt vad undervisningen ska behandla och vad rektorer och lärare har ansvar för. Rektorerna talade om starkt fokus på att säkerställa att alla "når målen", vilket ofta betyder att eleven uppfyllt kunskapskraven för lägsta betygsnivån enligt nuvarande kursplan (eller "mål att uppnå" i kursplanen från 1994 och 2000).

"Mål" är en kraftfull metafor som påverkar hur vi agerar. En rektor beskrev att kommunen "har som mål att varje elev ska nå sitt maximum. Vi jobbar nog fortfarande mer på att elever ska nå sitt minimum. Vi lägger en lägsta nivå alldeles för ofta. Saknas utmaningarna?". En annan rektor uttryckte, "Ibland har fokus på mål resulterat i att det inte spelar roll hur många som finns kvar när man når målen, huvudsaken är att man når målen". Det vi har förutsett blir viktigare än det som skett, och viktigast blir att vi kan avgöra om målen är nådda eller inte.

Jag ser en möjlig analogi till hur man på Aristoteles tid uppfattade en *rörelse* från A till B som en rörelse *till B*. Rörelsen i sig, till exempel dess hastighet var inget självklart eller intressant begrepp. Mer naturligt var det att fråga hur långt har jag kvar? Hur mycket snabbare var jag än den som kom tvåa? (Bergendal, 2003, s. 50). Detta får mig att göra en analogi till hur elever ofta talar om sin "rörelse" mot målet för årskursen, lektionen eller sidan i boken: Hur många uppgifter har jag kvar att göra? Hur många fler uppgifter har jag gjort jämfört med andra?

Vår oro över okunskap kan leda till handlingar som gör att upplevelserna tar slut för eleverna. En alltför ensidig inriktning på de elever som inte når "målen" eller kunskapskraven, medför att de som har nått målen betraktas som färdiga. Vi kan pusta ut. Vi har lyckats. Kan fokus på mål medföra att det i första hand är en

mekanisk form av *techne* eller färdighet som utvecklas hos elever? Så om mål hade saknats, hade eleverna då blivit handfallna?

Men hur avgör vi om någon kommit i mål? Om jag lyckades utveckla en relation med eleven kunde vi tillsammans över tid se vad eleven kunde eller inte kunde. Om jag ser tillbaka på de berättelser som jag arbetat fram kring min praktik som lärare så är de tomma på situationer kring bedömning, prov och betygssättning. Detta kan bero på olika saker, dels för att min undervisning haltade. Å ena sidan undervisade jag om resonemang eller kommunikation, å andra sidan envisades jag med att följa praxis och gav enbart skriftliga prov. Det kan även bero på att jag inte ansåg, upplevde eller ville kännas vid att skriftliga prov var de facto en del av min praktik som lärare, och en del av den praktik jag skapade för mina elever. Kanske är det svårigheten att hantera okunskap som ligger bakom att jag *inte* arbetat fram berättelser kring bedömning i min praktik.

De *metoder* som jag som lärare, rektorer och myndigheter använder för att kontrollera om det vi förutsett har skett, påverkar elevens och vår egen uppfattning om vad det innebär att lära och kunna skolmatematik. Själva praktiken att genomföra och konstruera prov i matematik år ut och år in blir en del av skolmatematikens praxis eller "upplevda kunskapssyn" som diskuterades i Del I (Carlgren et al., 2009). Vår oro över okunskap leder då till handlingar som gör att vi påverkar själva upplevelsen och uppfattningen av just det som är föremålet för elevers lärande. Kunskap och matematikkunnande tycks bli ett ting som går att frysa i tid, mäta, väga, dela, sätta ihop och sätta igång. Även om vi betraktar kunskap som en process och rörelse tror vi oss kunna frysa förloppet i ett givet ögonblick för att mäta, och därefter sätta förloppet i rörelse igen, utan att det märks.

Resultaten av våra mätningar kan leda till oro över okunskap – eleverna presterade ju inte bra. De kan *fortfarande* inte. Okunskapen definieras då som avsaknaden av språkligt baserad fakta, förståelse och färdighet i form av begrepp och metoder. Det finns två aspekter jag vill lyfta här. För det första, vi vet inte via mätningar något om hur den oformulerade och tysta kunskapen hos eleverna mår, en kunskap som enligt Del I skär tvärs igenom alla kunskapsformerna. Vi vet inte heller hur det är ställt med förståelsen uttryckt i handling eller med ett vidare språkbruk. Oformulerad och tyst kunskap hamnar inte ens i skuggan av oron. Kanske mår dessa delar av kunskapens isberg gott eller kanske behöver även dessa utvecklas? För det andra, hur ser relationen ut mellan de språkligt explicita kunskaperna och de oformulerade?

Det är enklare att leta efter nycklarna där lampan lyser, som en av rektorerna uttryckte sig. Det kan vara så att vi låter *resultatet* av mätningarna direkt styra verksamheten. Vi får då inte en *mål- och resultatstyrd* skola utan en *resultat- och resultatstyrd* skola. Om resultaten visar att elever inte förstår eller har färdighet i ett visst begrepp, så övar vi förståelsen/färdigheten i just det. Men kanske

behöver vi även fokusera på vilken tyst kunskap och förtrogenhet eleverna utvecklar i den praktik vi erbjuder.

Att vi mäter kan dessutom i sig leda till oro. Vi vet att vi endast kan ges indikatorer på vad elever kan. I ett litet titthål vet vi mycket (Liedman, 2011), men vi är samtidigt oroliga för vad vi egentligen ser i titthålet eller var titthålet sitter.

Jag får en känsla av att vi hamnar i en ond spiral då vi fortsätter att adressera ensidigt vissa kunskapsformer i vår undervisning eller verksamhet som är mätbara, och samtidigt inte letar utanför lampans sken. Vår oro över okunskap leder till handlingar som resulterar i ytterligare oro över okunskap som leder till handlingar som, och så vidare.

Mål, metoder och resultat är delar i vår praktik. Medför detta, att även vi lärare och rektorer i första hand utvecklar och efterfrågar en mekanisk form av *techne* eller färdighet? Om vi inte har mål blir vi handfallna? I Dreyfus och Dreyfus kunskapsutvecklingsstege, från novis till mästare, skulle det innebära att vi alla nöjer oss med stegen novis – nybörjare – kompetent. Kompetent är man då man med ett givet mål kan gå kortaste vägen med de givna reglerna för att nå målet. Kan det vara så att – varken elever, lärare eller rektorer – strävar efter det två högsta stegen, skicklighet eller expertis? Intressant att fundera på är att Dreyfus och Dreyfus kategorier i sig också är metaforer. Utmanar ord som skicklig, expert och mästare den svenska folksjälen? Vi nöjer oss med kompetent?

I en debatt i Sveriges Television mellan läraryrketets ordförande och utbildningsministern Jan Björklund, efterfrågade ordföranden mer utbildning för att lärare skulle kunna betygsätta sina elever utifrån de nya kunskapskraven i kursplanen. I en genomförd undersökning angav 60 % av lärarna att de var oroliga (Lärarnas riksförbund, 2012). Det intressanta är utbildningsministerns svar:

Min bedömning är att den oro som finns i den här undersökningen kommer att finnas vid varje betygssättningstillfälle, oavsett hur många dokument och paragrafer som skrivs. För till sist är det en lärare som ska göra en bedömning och många lärare är oroliga för att bedöma fel. Men jag menar att vi har en professionell lärarkår som kan göra sådana bedömningar. (Holmin, 2012)

Lärarna kände oro över sin egen okunskap vilket är fullt förståeligt. Okunskap kan här tolkas som brist på formell utbildning. Det som Jan Björklund pekade på var att bedömningar *görs* år ut och år in oavsett. Naturligtvis kan det finnas behov av formell utbildning, men även själva görandet i praktiken kan utgöra medel för att bygga upp en förtrogenhet med betygssättning och därmed bilda praxis. Vilket inte en formell utbildning kan ge.

Sammanfattningsvis, tvärsigenom praktikerna, finns människan som handlar, omedvetet, medvetet, i ensamhet eller i en gemensamhet med andra. Som vuxna

yrkesverksamma människor ska vi hantera alla de uppgifter, situationer, problem och dilemman som vi möter i arbetslivet. Med eller utan oro. Vad mer kan förena oss? Något som inom en praktik kan vara förenande är det gemensamma dokumentet – kursplanen – som vi kan ta spjörn och luta oss emot.

Kursplanen – text, tolkning och handling

Kursplanen är en text som ska reglera just den verksamhet som är föremålet för utsökning i denna avhandling. Detta gör kursplanen intressant ur flera perspektiv. För det första, förekommer diskussioner kring användningen av kursplanen inom skolan i berättelserna från läraren, rektorerna, och indirekt matematikern. För det andra, finns det även berättelser från Del II som rör skapandet av kursplanen, då jag har praktisk erfarenhet av kursplanens framtagning. För det tredje, som berörs både i Del I och Del II, så är kursplanen rent kunskapsteoretiskt intressant då man via en text försöker styra, förändra och stödja komplexa skeenden.

Men detta är inte unikt. I de flesta praktiker förekommer texter vars syfte är att styra, förändra och sätta upp ramar för de handlingar som ska ske i verksamheten. Visserligen upplevde jag ingen text som blivande matematiker som angav vad min dagliga verksamhet som doktorand skulle innehålla. Men övergripande var dock min verksamhet styrd av en högskoleförordning med generella krav som skulle uppfyllas för att få en examen. Som kursplaneskrivare hade jag styrande texter från projektledningen vid Skolverket som angav vad vi som inhyrda ämnesexperter skulle utgå ifrån, vad vi fick och inte fick skriva. Dessa texter baserades i sin tur på tolkningar gjorda av Skolverkets projektgrupper av regeringens uppdragstexter, som ämnade styra Skolverkets verksamhet. Under projektets gång kunde också texterna förändras, inte enbart från Skolverket sida, utan även från regeringen (Utbildningsdepartementet, 2010). Som lärare och rektorer har vi bland annat kursplanen i matematik som även den förändras med ungefär tioåriga mellanrum. För mina elever fanns även min planering och läroboken som styrande texter.

Alla styrande texter i en praktik kan ses som en *regel*. Idén med en gemensam text, kursplanen, för skolans verksamhet är att den ska påverka våra handlingar och medföra att elever erbjuds en likvärdig utbildning runt om i Sverige. Men vi kan inte språkligt reglera hur vi ska följa kursplanen i en viss praktik, som jag tidigare diskuterat i Del I och II. Just *det* som gör att vi inte i text kan reglera handlingar i skolan är *detsamma* som garanterar utrymme för oss att handla annorlunda eller på samma sätt som tidigare i vår praktik. Matematikdidaktikern Jeremy Kilpatrick formulerar sig metaforiskt:

..//...the curriculum is like the ocean. At the top, where the nation *talks* about its mathematics curriculum, change may seem obvious. But on the ocean floor,

where the curriculum lives, life is different. The movements above may or may not affect what *happens* there.
(Kilpatrick, 2009, s. 3, min kursivering)

Vad medför existensen av en gemensam text?

Styrande texter blir ofta föremål för kritik. Antingen är texten en tvångströja som hindrar de professionella från att utföra ett gott arbete. Eller så är texten för vag och ospecifik och ger inget stöd för den professionelles beslut och handlingar. Jag formulerade de föregående meningarna genom att skriva att texten "är" si eller så. Men egentligen handlar det om tolkningar. Oavsett om texten är detaljerad eller vag – en tolkning sker medvetet eller omedvetet. Kursplanen är som havet, *hela* havet – både yta och botten. En kursplan kan betraktas som något som talar ensidigt i en monolog till praktiken. Men det som sker – i nuet – i strömningarna som sker på havets botten kan betraktas vara det som talar tillbaka.

Att tolka och handla utifrån sin kunskap som lärare

År 1878 får vi den första styrande texten, en normalplan för undervisningen i folkskolor och småskolor, kring skolans matematikutbildning. Fast redan 1842, när den obligatoriska folkskolan infördes i Sverige, finns i Folkskolestadgan en indirekt kursplan i matematik,

De kunskapsämnen, hvilka enligt 6 §., 1 mom. fordras af den, som till lärare i folkskola skall kunna antagas, utgöra ock föremål för underwisningen i sådan skola. (Svensk författningssamling 1842, s. 10)

Det läraren kunde var föremålet för undervisningen, med andra ord, den kunskap lärare hade utgjorde "kursplanen". Det hen skulle (minst) kunna innan antagning angavs i § 6:

Räknekonsten, så wäl theoretisk som praktiskt, till och med sammansatt Regula de tri uti hela och brutna tal, allmänna begrepp af Geometri och Linear-teckning, (Svensk författningssamling 1842, s. 9)

Om vi förutsätter att en kursplan läses, medför textens direkta existens att det sker en tolkning utifrån den kunskap läsaren har, läsarens förförståelse om vi brukar hermeneutikens terminologi. En del av den kunskapen har bildats genom upplevelser och erfarenheter från läsarens praktik eller praktiker. En del är inte verbaliserad, utan "tyst".

Som lärare tolkade jag kursplanen i matematik utifrån mina kunskaper i vetenskapen matematik, en viss teoretisk kunskap i pedagogik/didaktik samt min erfarenhet som elev, student och doktorand i matematik. Som matematiker tolkade jag kursplanen med orden "tesked", "klick", "en klick till", "skvätt",

”strödda”, ”touch” och ”dos”. I princip blev det som i 1842 års indirekta kursplan, föremålet för undervisningen blev det jag kunde – min privata förförståelse. Det jag inte kunde, min okunskap, medförde att jag inte lyckades tolka eller uppmärksamma en del av textens innehåll, än mindre omsätta den i handlingar.

– Men jag förstår inte, säger hon, ett av målen är att elever ska utveckla förmåga att föra resonemang samt kommunicera och argumentera...alltså jag förstår inte. Då måste jag ju låta trettiotvå elever prata och resonera på lektion? Hur har ni tänkt att det ska gå till? frågar läraren syrligt medan hon viker ihop sina läsglasögon. (A. Jahnke, 2012, s. 6431, min översättning)

Här finns flera aspekter som är intressanta. För det första, att läraren utifrån den nya texten inte bara tolkar texten utan även frågade sig vad den innebar för hennes eget agerande i klassrummet. För det andra, i förlängningen kommer sedan hennes agerande påverka hennes fortsatta tolkningar av kursplanen (om hon läser texten igen). Man kan i Del II spåra hur mina handlingar och gjorda erfarenheter påverkade min tolkning av kursplanen. Är tolkning och handling utifrån kursplanen en naturlig del i lärares praktik? En kontinuerlig process?

Soh Cheow Kian, kursplanekonstruktör från utbildningsdepartementet i Singapore, uttryckte sig kring detta i en föreläsning vid *The First International Curriculum Conference, 2005*, arrangerad av *Center for Study of Mathematics Curriculum*, Chicago University:

– När jag talar med lärare säger jag att de ska se kursplanen som ett manus, ett stycke Shakespeare. Manuset, kursplanen, är ett dött papper. Det är lärarens uppgift att göra sin egen tolkning åt sin publik och ge kursplanen liv.

Att tolka och handla utifrån gemensamhetens kunskap

Men det är inte enbart lärarens uppgift att ge kursplanen liv. Dialogen mellan mig som kursplaneskrivare och läraren fortsätter så här:

– Ja...det får ni fundera på, detta är en diskussion ni behöver ha lokalt på skolan...hur ni ska göra...men att kommunicera och resonera ingår redan i nuvarande kursplan...så hur har ni gjort tidigare? svarar jag. (A. Jahnke, 2012, s. 6431, min översättning)

Det är intressant att läraren inte tolkat⁶² att eleverna skulle utveckla förmågan att kommunicera i den förra kursplanen, och att en sådan förmåga skulle kunna

⁶² Detta påstående bottenar i en tolkning gjord av mig. Men jag har inget tolkningsföreträde. Jag påstod att förmågan att kommunicera och resonera ingick i den då aktuella kursplanen. Till exempel, i kriterier för betyget godkänd ingick ”Eleven genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.” (Skolverket, 2000b). I

utvecklas genom att eleven ges möjlighet att i hennes klassrum göra just det. Som lärare upplevde jag inte kursplanen som ett dokument som man arbetade med i praktiken, utan kollegiet och ledningen litade på att läromedelsförfattarna och provkonstruktörerna hade gjort en bra tolkning. Likt *Simplicio* hade vi tilltro till auktoriteten. På den skola jag själv arbetade på, diskuterade vi inte systematiskt till exempel hur vi i praktiken skulle genomföra och utvärdera en undervisning som främjade resonemang.

Enligt läroplanen är rektor ansvarig för att skolans verksamhet inriktas mot kursplanen. Rektorerna i dialogseminarieserien såg som sin uppgift att vara bäst på "partituret", med andra ord läro- och kursplanen. Detta innebar att veta vad man ville göra med texten och se till att det resulterade i handlingar. Analogier gjordes till expertisen hos en dirigent som leder en orkester som framför musik baserat på en skrift, partituret. Men vilken kunskap i kursplanen för ett ämne har eller kan en rektor ha? Rektorerna gav exempel på att en påläst rektor som dessutom besöker klassrum kan upptäcka att det är "inte en variationsrik undervisning, där elever får utveckla alla dessa nya förmågor som finns i kursplanen i matematik. Det är traditionell undervisning á la 20 år tillbaka." (pr3).

Rektorerna hävdade att för att leda skolans utveckling, både generellt och rent konkret i matematik, krävs form, innehåll och en riktning för lärares samtal och handlingar som upprätthålls av rektorn. En kursplan skulle kunna ses som ett naturligt underlag för en sådan riktning. Inspirerade av musikernas tolkningsarbete som krävde ett aktivt grundligt arbete för att lyckas prestera nyskapande och personliga tolkningar, ställde sig rektorerna frågan: Vad är skolans och matematikutbildningens ursprungliga ton? Här vill jag poängtera att det inte rör sig om *en* ursprunglig ton, eller någon strävan att finna den *sanna* tonen i någon sorts objektiv mening. Metaforen användes snarare i syfte att synliggöra att det kan finnas behov av att stanna upp och fördjupa varje skolas gemensamma tolkningsarbete.

Kursplan som auktoritet

Eftersom jag kom från forskarstudier i matematik, vars studier inte var fokuserade på skolmatematiken, uppfattade jag kursplanen till viss del som ett urval på oklara grunder. Jag kom in i läraryrket med ett kritiskt förhållningssätt utifrån min dåvarande kunskap. Detta kritiska förhållningssätt behöll jag, men min tolkning av kursplanen och kritikens innehåll förändrades i takt med min erfarenhet i läraryrket. Det kritiska förhållningssättet gällde även läromedelförfattares och provkonstruktörers tolkningar av kursplanen.

ett annat avsnitt, anges att "Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleverna...//...utvecklar sin förmåga att följa och föra matematiska resonemang samt redovisa sina tankegångar muntligt och skriftligt". Ord som "diskutera" och "förklara" återfinns också i olika avsnitt i kursplanen.

I diskussionen mellan rektorerna framträdde till viss del en praktik där man inte orkade ifrågasätta, ställa frågan varför eller erkänna dilemman. Mitt intryck som lärare var att skolans, vårt gemensamma förhållningssätt till kursplanen och dess tolkningar, i form av läromedel och prov, var som om texterna var fixa och färdiga. Man litade på att de var väl genomtänkta, och ett eventuellt behov av att tolka sågs som något negativt. Men min erfarenhet från kursplaneskrivandet pekar på att texten är en politisk kompromiss som medför att det inte alltid finns begripliga och välgrundade motiv till vissa meningar eller ord i en kursplan. Texten är ett resultat av ett praktiskt arbete mellan många olika aktörer och grundar sig på den kunskap som bildats mellan oss under processens förutsättningar. "Det bara blev så" skulle mitt svar kunna vara till hagelskuren av varför-frågor från lärarna. Detta resulterade i ett för mig schizofrent förhållningssätt till den färdiga texten, då jag både kunde se dess styrkor och arbeta för implementering, men även vara kritisk till dess brister.

Sammanfattningsvis så syftar all vår oro, vår möda och vårt arbete till att möjliggöra att eleverna lär sig meningsfull matematik. Kursplanen kan ses som ett förenande villkor för oss som arbetar inom skolan. En annan sak som förenar oss är att det lilla människolivet ska sluta skolan. Den lilla människan ska leva och lever utanför klassrummets väggar, och ska ha förmågan att uträtta saker i sitt liv och inte vara en passiv kula i ett flipperspel. Men medan vi befinner oss i skolan, hur relaterar vi till världen utanför. Hur ser denna relation ut?

Relationen mellan skolmatematik och användbarhet

Matematiken som vetenskap har jag beskrivit som ett hus fyllt av människor som ihärdigt polerade handtag eller byggde nya våningar. Jag minns förundran, när jag någon gång tittade ut genom ett fönster och såg att matematiken, både väldigt gammal och ny, kunde komma till användning inom andra vetenskapsområden och verksamheter. Ett människolivs utsträckning i tid är så kort jämfört med matematikens långsamma utveckling och tillämpning. När jag tog steget ut och lämnade huset trodde, jag att jag var utomhus, men i själva verket steg jag genast in i skolans matematikutbildning. Detta var inte ett hus utan snarare ett klassrum. Tvärs genom de praktiker som jag studerat i Del II finns frågan: Vad är huset och klassrummets *relation* till verkligheten?

Vad ska jag då mena med verkligheten? Jag låter det stå för alla de situationer utanför skolan som vi möter i livet som människa, som till exempel blivande vuxen, yrkesperson, samhällsmedborgare eller förälder. I en del av alla dessa situationer *används* något som kan tolkas som matematik eller ett matematikliknande kunskapsområde. Hur gestaltas denna relation i skolans matematikutbildning av läraren, rektorn och kursplaneskrivaren i de praktiker jag studerat i Del II? Hur behandlas det i kursplanen?

Följande dikt skrev jag efter en workshop kring matematikens popularisering vid *International Congress on Mathematical Education* 2003 i Köpenhamn.

Halleluja
Prisad vare matematiken.
Matematik är kul. Ja! Det är den.
Rolig. Kreativ. Ja! Det är den.
Underbar. Fantastisk.
Halleluja!

Se alla!
Matematiska trolleritrick i engelska köpcentrum.

– Såg du? Hängde du med? Kul! Såg du?

Läraren från Skottland rullar barnleksaker på golvet.
– Titta! Kurvan! Titta! Fantastiskt.
Halleluja!

Matematik överallt. Så kul! Så fascinerande.

Ja! Det är den.
Halleluja!

– I Kuwaitkriget missade 40 % av de smarta bomberna sitt mål, börjar nästa talare.

Jag förstår inget, har han kommit fel?
Vad pratar människan om?
Mötet ska ju handla om att göra matematiken rolig och meningsfull.
Vad står professorn och babblar om?

– Till Irakkriget hade man med hjälp av matematik gjort bomberna smartare så nu var pricksäkerheten uppe i 90 %? fortsätter han.

Bomber, va?! Vadå, bomber?
– En miljon av 20 miljoner invånare har tillgång till elektricitet.
– Vad blir kostnaden om alla slösar el för 1000 cedis varje dag?
– Vi räknar på slöseri.
– Exponentialfunktionen beskriver spridningen av AIDS.
– Exponentialfunktionen beskriver tillgången av våra naturtillgångar.

Mening.

För vår ungdom.
Vår framtid.

Det är besvärande tyst i salen.

Rödkindade flamsiga västerlänningar stirrar rakt fram.
Applåderar artigt.
Han hade nog kommit lite fel tänker vi alla.

Så trög jag är.

Hans ord maler i mitt huvud.
Om och om igen.
Som vågorna mot en motvillig strand.
Vinden ökar.
Ett helt system av differentialekvationer träffar mig i magen.

Enligt Nationalencyklopedin är matematik en abstrakt och generell vetenskap för problemlösning och metodutveckling (2013d). För att finna metoderna och lösa problemen skalar vi bort verkligheten, allt blir abstrakt för att kunna vara generellt. Tillspetsat, kan man säga att matematiken i sig är meningslös. Men praktiken som blivande matematiker var inte meningslös, där fanns ett "rosa rum" där tankens rytm fick utrymme. Ett rum som även rymde mina elever.

Inte heller tillämpningarna är meningslösa, man kan ibland göra förutsägelser kring liv och död med hjälp av matematik. Men som lärare kände jag mig trög 2003. Jag fattades strängar på min lyra. En av rektorerna uttryckte sig:

Läraren hävdade att matematiken i vardagen har barnen inget problem med, i slöjden eller i idrott, men när det helt plötsligt ska bli teoretiskt, eller hur det nu blir när man har matematik, blir det helt konstigt. Varför blir det så konstigt?
(pr4)

Men inget av de exempel på aktiviteterna som jag presenterade i mina artiklar i Nämnaren, utgick eller gick ut på att lösa ett praktiskt problem med hjälp av just det innehåll som fanns i gymnasieskolan. Vilka bilder av användbarhet förmedlade jag? Bidrog jag till att det blev "så konstigt"? Fanns verkligen matematiken överallt? Eleverna från ett annat land långt borta fann mening genom att använda matematiken för att förutse och inse villkoren för deras framtid. Jag, jag stod och åt godis på lektionen och lekte att matematiken var användbar precis som läraren från Skottland i dikten.

Det är viktigt att vi vuxna gör kopplingen mellan matematiken och dess användning, menade rektorerna. De försökte som ledare genomföra projekt på skolorna som involverade alla ämnen. Men de hade svårt att engagera

matematiklärarna i detta arbete. Inte heller kursplaneskrivarna klarade av att relatera skolmatematiken på ett tydligt sätt till användbarheten i verkligheten, till exempel används inte verbet modellera. Ett verb som anger att en människa *skapar* en modell av en situation i livet med hjälp av matematik. Samtidigt som vi hävdade att vi vuxna borde göra kopplingen, ställde vi samma frågor som eleverna. Både jag och rektorerna. Behövs skolmatematiken egentligen? Till vad och för vem?

Jag ska nu sammanfatta fyra olika sätt, som medvetet eller omedvetet bidrar till att det ibland skapas märkliga relationer mellan skolmatematiken och dess användbarhet, eller oanvändbarhet, i situationer utanför skolan. Den första har jag redan berört ovan.

Spännande skapelser

I min undervisning visade jag på tillämpningar av vetenskapen matematik. Detta kan ge belägg för att matematiken tydligen är användbar för någon vuxen person verksam inom ett område. Men det finns ett avstånd mellan den färdiga skapelsen – differentialekvationen som beskrivning av vågrörelsen – och skapandet av förståelse av skolmatematiken. Att lära sig matematik i skolan involverade en praktik som delvis bestod av ett görande som resulterade i rätt svar i ett anteckningsblock. Görandet som syftar till att lära kan innehålla ett handlande som inte återfinns i resultatet, skapelsen av förståelsen. Det är inte självklart vad sambandet är mellan processen att lära och resultatet av processen. Än mindre hur behärskan av skolmatematik kan leda till att någon kan beskriva vågrörelser med differentialekvationer. Kunskapen ligger inte i de tecken vi skriver ner, menade Platon.

I kursplanerna från 1994 och framåt är de långsiktiga målen att utveckla förmågor att behärska processer oavsett det matematiska innehållet, till exempel ska man utveckla förmågan att resonera och kommunicera. Möjligtvis kan detta minska avståndet mellan lärandet och kunnandet i skolmatematiken. Förmodligen lär man sig att resonera genom att just resonera, eller? Men frågan är i *vilka* sammanhang och kring *vad* man genomför resonemang och kommunikation. Förmågorna som är framskrivna i dagens kursplaner är kontextlösa både inom skolmatematik, och utanför. Vilka kontexter och sammanhang värderas i skolmatematiken? Det kan fortfarande finnas ett avstånd mellan giltiga resonemang, enligt en viss praktik inom skolans väggar, och giltiga resonemang utanför.

Smink

En uppgift från ett nationellt matematikprov får illustrera nästa sätt på hur skolmatematikens användbarhet synliggörs:

8) Följande ekvation är given $10000 \cdot x^7 = 16000$?

Formulera en fråga som handlar om en verklig situation, och som kan besvaras med hjälp av att lösa denna ekvation. (Skolverket, 2002, s. 4)

Detta "smink" av verklighet kan upplevas som mer eller mindre relevant för eleverna eller lärare. Dewey använder metaforen "sockervadd", då man packar in ett kunskapsinnehåll för att lura eleverna att arbeta med ett innehåll som egentligen inte intresserar dem (Dewey, 1916/1999). Min gissning är att just för denna uppgift kan elever finna en någorlunda vettig verklighet. Men ofta sminkas den nakna matematiken med dålig makeup. Den nakna matematiken är redan förutbestämd av läraren. I situationer i livet är det snarare fråga om en förmåga att ur situationen kunna urskilja om det är funktionellt att formulera sig med matematik eller inte, det vill säga frågan kommer *först*.

"Sminkuppgifter" finns med i mina artiklar om min undervisning i Nämnaren. Min sons svar på vad ett problem är i skolmatematiken ger en illustration på hur verkligheten innanför skolmatematikens klassrum kan te sig: "ja, typ en räv som har 85 rockringar och tappar 65. Hur många har han kvar?"?

Det är fullt möjligt att denna typ av sminkuppgifter inte alls uppvisar en relation till användbarheten, utan kanske till och med tvärtom. Som lärare förmedlar man att matematik används på väldigt speciella sätt, enbart inom klassrummets väggar; en sort pseudoverklighet byggs upp.

Skrönor

I *Erfarenheter och processer*, av Jan Sjunnesson, beskrivs en metod för beslutsfattande:

Det ser onekligen ut som en logisk metod för beslutsfattande. Men metoden är trots sin strukturerade och logiska uppbyggnad fylld av bedömningar. (Sjunnesson, 2007, s. 69)

Matematiken har en förmåga att ge intrycket av att servera den perfekta lösningen på ett problem. Lösningen – i ord och tanke – är logisk, men vad händer när vi tillämpar den i en praktisk situation?

Jag ska ge ett exempel som inte kommer från min egen lärarpraktik; men exemplet har en förankring i skolan, och hur vi vuxna omedvetet eller medvetet förhåller oss till matematik. Det handlar om en av frågorna som gavs i en semifinal 2009 i TV-programmet "Vi i femman", som är Sveriges Radios och Sveriges Televisions "allmänbildande frågetävling för femteklassare i hela landet" (2013). Jag har skrivit av dialogen mellan barnen, programledaren och domaren. Avsnittet startar med att programledaren glatt konstaterar:

– Nu är det dags för lite matematik. Ni har fått in två stycken cylindrar. En uppmärkt med 3 liter och en med 5 liter. Här i mitten står en jättestor skål med tuggummikulor. Er uppgift är nu att ta fram exakt 4 liter i en av cylindrarna. Ni får lov att använda er av dessa två cylindrarna som hjälpmedel. Har ni uppfattat vad ni ska göra?

– Jaaa!

– Då säger jag att betänketiden startar nu!

Tuggummikulorna rasslar, barnen viskar till ljudet av klassisk betänketidsmusik. När tiden är ute ber domaren första laget berätta hur de gjort.

– Jaaa, den är ju tre liter hit, säger flickan och pekar på det markerade linjen.

– Jaaa? säger domaren

– Då tänkte vi att den här biten får plats två gånger i den här biten, så vi tar lite mer än halva där...

– Jaa?

– ...så blir det fyra, säger tjejen undvikande. ´

– Ni måttade lite grann...?

– ...jaa

– så där på ett ungefär ? Alright, vi ser hur dant det blev.

Barnens cylinder med kulor hålls över i domarens tomma cylinder. Domaren skakar noga cylindern för att se om kulorna når upp till markeringen på fyra liter. Hon håller upp den högt.

– Mmmm... det är inte fyra liter det här. Ser ni det?

– Hmm säger barnen tveksamt.

– Det fattas lite grann där, okej? säger domaren och pekar där ett par kulor till skulle kunnat ha fått plats.

Barnen viskar till varandra. Domaren går vidare till nästa lag.

– Om det är fem liter i den och tre liter i den här, upp till de här strecken, då är det åtta liter sammanlagt. Om man då tar hälften av båda de här borde det bli fyra liter svarar killen självsäkert i det andra laget.

– Vi ser hur resultatet blev, säger domaren.

Tuggummikulorna hålls över och domaren skakar och skakar och tittar och tittar. Det ser ut som fyra liter. Fort zoomar TV-kameran ut.

– Det här kan jag tyvärr innnte goodkänna. Så här är det, vi var ute efter den matematiska lösningen, och inte att man använder sig av ögonmått eller höftar, säger domaren och sätter sig vid sitt bord. För lösningen på det här problemet ÄR:

– Vi börjar med att fylla tre liters cylindern exakt upp till 3 liter sen häller vi det i den tomma fem liters cylindern, vi går och hämtar 3 liter till, häller över så mycket som möjligt i fem liters cylindern, vilket betyder att vi bara får plats med två liter utav de tre, då har vi en liter kvar, exakt en liter...kvar, vi tömmer fem liters cylindern, häller över enliten i femliters cylindern, hämtar tre liter till, häller över den exakta mängden i femliters cylindern. Då har vi det korrekta svaret fyra liter. SÅ! är lösningen på det här problemet, konstaterar domaren och hämtar äntligen andan.

Under denna framställning fokuserar kameran på domarens koncentrerade ansikte medan det dyker upp små animerade cylindrar – som förtydligande? till de verkliga – under hakan på domaren medan barnen stirrar med tomma ansikten.

Detta problem är ett gammalt klassiskt matematikproblem, i klassisk tappning *tänker* man sig att det är vatten som ska mätas upp. Men "verkligheten" i problemet tjänar endast som en illustration till ett för en del av oss lockande teoretiskt matematiskt problem. Verkligheten är en skröna. Problemet är inte tänkt att lösa ett praktiskt problem – likt Jan Sjunnessons beslutfattande metod, är lösningen logisk, men används metoden i praktiken är den full av bedömningar. Att genomföra lösningen praktiskt innehåller flera moment då man med ögonmått måste avgöra om man verkligen fyllt behållaren helt eller inte. Det är alltså fullt möjligt att om något av "Vi i femman"-lagen använt den teoretiska lösningen praktiskt kanske kommit längre ifrån fyra liter än genom de metoder som barnen valde i programmet. Att domaren själv använda ögonmått för att kontrollera deras svar berördes inte.

Lars Mouwitz lyfter upp skrönor som en matematisk genre:

Skrönan görs med ett leende; alla vet att den är överklig, men ändå ger den problemet en gestalt. Det är alltså inte frågan om matematisk modellering, dvs. att förstå verkligheten med hjälp av en matematisk modell, tvärtom är det matematiken som förstås med hjälp av skrönan. Om skrönans karaktär av just skröna görs tydlig, skiljer den ut sig från försök att t.ex. "vardagsanknyta". (Mouwitz, 2006a, s. 68)

Tyvär är det problem med just tydligheten i ovanstående skröna. "Alla" vet inte och kan inte urskilja matematikens roll i denna skröna. Effekten av detta problem blir återigen ett ökat avstånd mellan matematiken och dess användbarhet och förståelsen av matematikens eventuella användbarhet.

En skröna kan användas av didaktiska skäl till exempel för att träna problemlösning eller för att motivera. Matematiska problem har under alla tider även tjänat som förströelse och lek för oss människor, en bidragande orsak till matematikens utveckling. Vi älskar att tänka. Det kan vara innerligt tillfredställande att lösa en bra matematisk skröna.

I den första tryckta svenska räkneläran deklarerar i förordet att boken även innehåller "sköne/lustighe och brukelighe Exempel" (Aurelius, 1614, s. X) som sedan återfinns i kapitlet CXLVII "Siw Konstighe/ Lustige och Kortwillige frågor/hwilka man ibland salskap bruka kan" (Ibid., s.154).

Smoothie

Som lärare använde jag ofta formuleringar i stil med "du behöver matematik för att...", där matematiken lyftes fram som en nödvändig kunskap i olika situationer. Ett exempel kring matlagning kan tjäna som illustration av problematiken. Under ett par års tid mixade jag regelbundet varsin smoothie till min man och mig på kvällen. En skvätt fil, ett par klunkar juice, banan, passionsfrukt, blåbär – wroom. Jag hällde upp i två olika glas och jag var fenomenal på att göra *precis* så mycket smoothie som rymdes i glaset utan att en enda skvätt blev över. Jag vill hävda att jag inte använde någon matematik, jag mätte inte, utan allt gick fort, och hur mycket jag skulle ta av ingredienserna satt i händerna. Kanske hade jag någon gång de allra första gångerna när jag gjorde smoothie mätt med glaset, men det var inget jag längre mindes. Om jag nu påstår att man nödvändigtvis behöver matematik för att kunna göra smoothie ljugar jag.

Men man *skulle kunna* behöva matematik. Skulle min oerfarna man kunna göra en smoothie, fylla upp glaset utan en massa rester? Wittgenstein ger mig vägledning:

Vad man lär sig är ingen teknik; man lär sig riktiga omdömen. Det finns också regler, men de bildar inget system, och bara den erfarne kan använda dem riktigt. Till skillnad från räkneregler. (Wittgenstein, 1978, s. 261–262)

Bara den erfarne kan göra en smoothie snabbt och effektivt. Den oerfarne kan använda räkneregler eller kanske till och med måste. Detta är exempel på att en och samma situation kan lösas både med och utan matematik. Det kan också vara så att den matematiska lösningen kan värderas som mindre avancerad ur ett praktikerperspektiv.

Effekten av ovanstående är att om jag som lärare påstår att matematik är *nödvändig* kunskap i vissa situationer samtidigt som eleven, genom erfarenhet, vet att hen klarar av det utan matematik, bidrar jag som lärare till att det skapas en märklig relation mellan skolmatematiken och användbarheten. Det skulle kunna påverka elevens förtroende för mig genom att jag påstår att något är viktigt samtidigt som det kanske inte alltid är sant. Matematik finns inte överallt. Här finns också en maktaspekt, en del elever litar mycket på oss vuxna. Det skulle kunna medföra att eleven tvivlar på sig själv och sina egna erfarenheter och upplevelser.

Sammanfattningsvis så har jag belyst olika sätt där jag, provkonstruktörer och Sveriges television framställer skolmatematiken i sammanhang som involverar verkligheten och kan ge intryck av användbarhet. Popularisering av vetenskapen matematik och dess tillämpningar, sminkade uppgifter där matematiken redan är bestämd, skrönor vars ottydlighet kan förvirra och situationer där man hävdar att matematik alltid är relevant att använda, när den inte är det.

I exemplen ovan framkommer också att aktiviteten ibland ger en bild av matematikens användbarhet/oanvändbarhet utan att vi som lärare hade det som ursprungligt syfte. Som lärare kan man ha andra viktiga motiv för att använda sig av dessa typer av situationer. Motiven kan vara didaktiska eller baserade på lust och nyfikenhet. Problem och uppgifter kan vara konstruerade för att skapa en lockande och spännande aktivitet med utrymme för mycket kommunikation där det primära är att lära sig ett visst område inom skolmatematiken. Mina exempel i Nämnarenartiklarna hade primärt ett didaktiskt syfte, men samtidigt, utan att jag var medveten om detta, förmedlade de en bild av relationen mellan skolmatematiken och användbarheten i verkligheten.

Vad medför detta?

Effekten blir att skolmatematikens klassrum förblir isolerat från situationer i livet utanför. Det är egentligen inte så konstigt att "det blir så konstigt" som rektorn frågade sig. Dessutom, om ett arbetsområde är skilt från andra inom skolan (eller utanför skolan) så medför det att människorna som arbetar med olika saker inte utvecklar ett gemensamt innehåll att arbeta med. Det kan då medföra att även människorna blir isolerade från varandra inom skolan.

Jag har nu nått det sista fenomenet som jag vill lyfta upp, och som är mest framträdande i lärar- och rektorspraktiken från Del II. Ett gemensamt drag för oss är att hantera reaktioner från elever på den verksamhet eller praktik de deltar i.

Reaktioner från elever på deras verksamhet

- Det blir bara fel, säger eleven som suddat ut nästan allt när jag kommit fram vid bänken.
- Jag blir så arg, så olycklig och så trött.
- Om jag inte kan något i historia blir jag inte lika upprörd.
- Anette, hur gör man?
- Det finns en metod, va? Men du säger den inte?
- Nu förstår jag ingenting av vad du gör!
- Varför ska vi vara tysta när du talar?
- Anette, var har du köpt dina byxor? Dom är urläckra!
- Tjänade den där Pythagoras några pengar på det här?
- Är beviset färdigt nu?
- Men, Anette, är alla ekvationer lösta?

- Varför gör vi inte tvärtom?
- Finns det ett femte räknesätt?

Eleverna har inte varit föremål för mina undersökningar i denna avhandling. Men deras reaktioner på den verksamhet de deltar i, är levande i berättelserna från min och rektorernas praktik. Det finns ett spektrum av reaktioner. Från uppgivenhet, frustration, likgiltighet, acceptens, beslutsamhet till, stundtals, nyfikenhet, lust och ett ohejdat brutalt intresse. Jag kommer att dela in reaktionerna i tre kategorier. Därefter diskuterar jag vad dessa reaktioner kan tänkas medföra för oss vuxna i skolan och för eleverna.

Att stirra på en betongpelare

På min fråga om var eleverna fanns i Matematikens hus fick jag från en elev till svar:

- Vi sitter i källaren och stirrar på en betongpelare.

Jag tror fler elever skulle kunna finna metaforen träffande. Den påminner också om det som uttrycktes i en av expertrapporterna i Skolverkets nationella kvalitetsgranskning (2003), "i matematik där sitter man bara med en massa tal" (Rystedt, 2002, s. 12).

I metaforen finns en viss passivitet, men någon sorts görande sker, man "stirrar" medan kroppen är i stillhet. Ordet betongpelare ger verkligen en bild av något gediget, pålitligt och bestående. Stirrandet sker i källaren. Detta kan tolkas som att eleverna upplever att de lär sig grunderna. Samtidigt, eftersom metaforen ursprungligen handlar om ett helt hus, väljer eleven att gestalta sin upplevelse i källaren. Man kan tolka detta som att man inte riktigt får vara med, eleverna är förpassade till en mörk källare. Men, det kan ju också upplevas som tryggt och bekvämt att få sitta i källaren och i lugn och ro betrakta betongpelare tillsammans med andra. Äntligen får man koncentrera sig på *en* bit i livets stora hus. Här vet man vad som gäller. Återhämta sig från allt annat arbete i skolan.

Att inte förstå och att inte kunna använda

I berättelsen från min praktik och från rektorernas samtal tycker jag mig se två övergripande verb som förekommer i elevernas reaktioner – att förstå och att använda. Anette, jag vet inte hur jag ska göra? Med andra ord, hur använder jag den här metoden eller det där begreppet i just det här problemet? Men det finns också frågor kring användbarhet *utanför* klassrummet som jag tidigare diskuterat – frågor kring vad jag ska använda detta till senare idag eller i livet överhuvudtaget. Till detta läggs den ständiga reaktionen, "jag förstår inte". Dessutom framträder det ur berättelserna från Del II att efterfrågan av att förstå

och kunna använda präglas av en rastlöshet. Man vill som elev förstå och kunna använda omedelbart.

Att tänka nytt

Både jag och rektorerna gav exempel på elever som uttrycker nya tankar och ställer oförutsedda frågor till oss vuxna. Finns ett femte räknesätt? Är detta verkligen en romb? Vad händer om vi gör tvärtom? Bakom frågorna kan det finnas en stilla nyfikenhet, en undran. Man vill pröva sina tankar med andra och man vill veta mer. Ibland bottnar det i en lust och ett intresse som man har eller vill utveckla.

Vi tittade på varandra och insåg samtidigt vilken frihet vi hade – det är ju mycket roligare att förkrångla $\frac{1}{4a+z}$ än $\frac{1}{4a+2}$. (A. Jahnke, 2008, s. 38)

Vad medför detta?

Vad medför dessa reaktioner för mig som lärare och för rektorer i skolan? Vad medför det för eleven själv?

När det gäller upplevelsen av att som elev sitta i en källare och stirra på en betongpelare kan man först fråga sig om det nödvändigtvis är något fel med detta. Man skulle kunna tolka detta som att skolmatematiken upplevs som en fristad från allt annat i skolan – där det finns krav på aktiviteter med kroppen och relationer med andra människor i form av samarbete, diskussioner och förhandlingar. Jag kan själv känna igen mig i denna bild som elev. Jag tyckte om källaren, livet var lätt och inte så arbetsamt i jämförelse med andra ämnen. Om jag bara förstod hur det jag skulle göra hängde ihop så behövde jag inte läsa och minnas så mycket. Det var bara att göra medan man småpratade med sin kompis bredvid. Vad har detta medfört för mig och mitt liv? Ja, jag blev duktigt i matematik och det har gått rätt bra för mig.

Men för mig som lärare blev ”betongpelarmetaforen” problematisk. Jag hade nämligen efter min skoltid upplevt en praktik som jag fann så oerhört mycket mer givande, det vill säga matematikerpraktiken. Det fanns ju så mycket mer att göra än att vara i källaren! Jag fann även stöd i kursplanerna för att det fanns mer att göra och lära i skolans matematikutbildning. Den undervisning jag genomförde skiljde sig delvis från den eleverna tidigare hade upplevt. När jag bröt mot den praktik som eleverna var vana vid, fick jag ibland reaktioner och motstånd som jag kan förstå genom betongpelarmetaforen.

– Javisst, men Anette, asgarvar Pelle och Erik, det är ju i historia!

Om skolmatematiken var en samling betongpelare, då tedde sig behovet av att föra och följa ett resonemang främmande och meningslöst. Om vad fanns det något att skriva, skissa, läsa och utforska? Eller så betraktades även ett resonemang som en betongpelare, som något som jag visade upp. Det fanns ingen anledning att vara tyst, när jag talade. En del elever ville nog ofta få bli lämnade i fred med sitt stirrande.

Att ta del av reaktioner kring att inte förstå och inte kunna använda, var inget reserverat för mig som lärare och matematiker, utan var även framträdande i rektorernas samtal. Som ledare för skolans matematikutbildning medförde det många frågor kring hur skolan ska kunna få fler elever att förstå och använda. I samtalet mellan rektorerna var detta en viktig diskussion. Rektorerna lyfte fram att om eleverna inte direkt förstod gav de ibland upp och såg sig själva som sådana som inte kunde. Att delta i en praktik där man inte förstår eller kan göra det man förväntas göra, kan naturligtvis påverka självkänslan och självförtroendet. Som lärare har jag suttit där i korridorerna och tröstat elever som tappat allt och där vi fått jobba hårt tillsammans för att finna tryggare marker. Rektorerna pekade också på att eleven som är stökig kan vara "uttråkad och less".

I min praktik som lärare var det ett problem när eleverna inte förstod eller inte kunde använda metoder och begrepp. Det var också ett problem då de inte såg någon användbarhet av matematik i sitt nuvarande eller kommande liv. Jag försökte till en början lösa problemet genom att *berätta* mycket om matematik i ett försök att besvara elevernas frågor. Men man ser också exempel på, i mina artiklar om min undervisning, att jag successivt går över till att även försöka förmedla förklaringar via aktiviteter och upplevelser i iscensatta situationer.

Det kan finnas en skala här. Från läraren (som en av rektorerna berättade om) som ansåg det vara berättigat att han blev avbruten när som helst för att leverera ett svar kring mening och användbarhet, till en tystnad där mening inte diskuteras eller verbaliseras alls utan matematik istället ses som något man vänjer sig vid.

Vi vuxna kan också tolka elevernas frågor kring nytta och användbarhet som en protest mot att behöva lära sig matematik överhuvudtaget. Man förstår inte och vill inte lägga ner det arbete som krävs.

För eleven kan upplevelsen av skolans matematikutbildning leva kvar som vuxen. Som Lars Mouwitz uppmärksammade i sin avhandling, så säger en metafor även en del om personen som uttrycker den. Om jag åter lyssnar till författaren Marcus Birro, ser han matematiken som ett främmande språk han inte *förstår*:

Han gör det säkert skitbra, men den lyrik han representerar (och det här är tycke och smak, ingen sanning) är som ett främmande språk för mig, en helt annan konstform. Matematik var ordet. (Birro, 2007, 30 maj)

Ett annat exempel ges av civilingenjören och sociologen Sverker Lundin som ser skolmatematiken som en hård domare som dömer dig om du inte lyckas *använda* matematik:

Utsidan av skolans matematik är en blank spegel, dess insida en hård domare – båda i kraft av att verkligheten till sin natur antas vara matematisk och matematikkunnande antas vara användbart nästan överallt. (Lundin, 2008, s. 57)

Både Marcus Birro och Sverker Lundin har bildat kunskap genom de praktiker de har upplevt i formell utbildning, vilket också kan ha påverkat vilka metaforer de väljer för skolmatematiken. Så reaktionerna att inte förstå och inte kunna använda, behöver inte vara reserverade för elever, utan inkludera även vuxna.

Vad medför det att elever tänker nytt? För eleven har det naturligtvis betydelse om någon lyssnar på uttryckta prövande tankar. Att göra matematik kan vara lustfyllt och uppslukande. För oss alla har det ju betydelse om våra tankar utforskas vidare. Rektorn Ulla minns än idag hennes ovanliga tanke kring ett femte räknesätt som nioåring. En tanke som inte utforskades vidare. Som en rektor uttryckte det, "skolan kan ju bli väldigt tråkig då".

Att elever uttrycker nya tankar medför att de utmanar vår planering, det som jag som lärare förutsett ska ske. Rektorerna berättade om lärares olika sätt att hantera detta, de som såg elever med nya tankar som en tillgång och de som inte ville släppa kontrollen, utan istället dämpade eleverna.

Jag fann det stimulerande och svårt när eleverna uttryckte för mig nya tankar. Svårt för att det krävdes av mig att jag var beredd på det oförutsedda som jag beskrivit i Del II, men stimulerande för att jag kände att jag lärde mig och utvecklade nya kunskaper. Jag har också visat på att det som är en spännande tanke för en elev, till exempel att ett klot i fyra dimensioner trillar ner i vår värld, kan verka skrämmande och absurd för en annan elev. Jag var själv orolig för om min egen ibland ohejdade nyfikenhet skrämde bort elever på väg in i matematikens hus.

Sammanfattningsvis, spektrumet av reaktioner från elever medför att lärare och rektorer möts av väldigt olika behov och förutsättningar. Vi vet inte heller vem av alla elever som är vem eller vem som kan eller vill bli vad. Rektorerna diskuterade matematikundervisningens behov av *olika* ingångar, att det är så olika mellan elever vad som upplevs meningsfullt.

Så:

Jag skulle inte vilja säga att det är svårt att undervisa i matematik, jag skulle vilja säga att det är mycket svårt att undervisa i matematik. (A. Jahnke, 2004, s. 44)

I avsnittet *Vilka vis framträder?* utgör *Reaktioner från elever på deras verksamhet* det sjätte och sista viset som jag arbetat fram ur berättelserna i Del II. De övriga var:

Problem och lösning

Ingenhet, ensamhet och gemensamhet

Oron över det oförutsedda och människans okunskap

Kursplanen – text, tolkningar och handlingar

Relationen mellan skolmatematik och användbarhet

I nästa avsnitt ställer jag frågan: Varför?

VARFÖR ÄR DET PÅ DETTA VISET?

Varför har vi en belägenhet att formulera oss i termer av problem och lösning? Varför har vi svårt att hantera vår egen och andras okunskap? Varför oroar vi oss? Varför kännetecknas praktikerna av ensamhet och ibland av ingenhet? Varför är det i vissa praktiker fokus på gemensamhet? Varför tolkar och handlar vi som vi gör utifrån kursplanen? Varför har vi så svårt att relatera skolmatematiken till en användning utanför klassrummet? Varför reagerar eleverna som de gör på den verksamhet de upplever?

I detta avsnitt ska jag diskutera dessa varför-frågor. De sex olika visen som jag mejslat fram i tidigare avsnitt är sammanflätade genom att de ömsesidigt påverkar varandra. Men det finns inga självklara samband eller orsak-verkan förhållande. Detta avsnitt får ses som ett exempel på en *dialog* mellan mig och de sex visen.

Jag studerar dessa sex vis på två olika sätt i det här avsnittet. Dels för jag en diskussion kring deras inbördes påverkan på varandra, men jag försöker också spåra ytterligare bakomliggande påverkansfaktorer. Jag använder då bidrag från Del I.

Problem och lösning – varför?

Att berättelserna från Del II innehåller beskrivningar av problem och problemlösningsprocesser är naturligt, då det till viss del handlar om kunskapsutveckling. Men frågan är vilken betydelse vi lägger i "problem" och "lösning". Enligt Lakoff och Johnson är det västerländska samhället präglad av metaforen "problem som gåta" (Lakoff & Johnson, 1980). Ett exempel på detta ger Thomas Kuhn, då han karakteriserade vetenskaplig verksamhet som lösandet av gåtor inom ett visst paradig (1962). Men hur kan det komma sig att "problem" ses som "gåta"?

In the process of metaphorical projection, old foundational assumptions and deeply rooted beliefs, being tacit rather than explicit, prove particularly inert. As such, they tend to travel from one domain to another practically unnoticed. Such an uncontrolled migration of metaphorical entailments is not always to the benefit of new theories. It may bar fresh insights, undermine the usefulness of the resulting conceptual system, and – above all – perpetuate beliefs and values that have never been submitted to a critical inspection. (Sfard, 1998, s. 5)

Kanske kommer denna tysta "migration" av metaforen gåta från just vetenskapens drottning – matematiken? Matematik som vetenskap, och till viss del skolmatematiken, har jag precis beskrivit som en problemlösande verksamhet. Man skulle kunna betrakta "matematik är problemlösning" som en metafor. Men,

om vi betrakta detta som en *interaktiv*⁶³ metafor, då medför det att *all* problemlösning i livet kan ses som matematik. Matematiken kan till viss del ses som en verksamhet som löser gåtor. Vår föreställning om matematiken kanske till *stor* del ser den som en verksamhet som löser gåtor. Ja, då blir problem bärare av betydelsen gåta. En död metafor som lever vidare i tystnad.

Varför vill vi då formulera oss i termer av problem – där nu problem är smittat av matematik – när vi talar om komplexa verksamheter som skolans matematikutbildning?

En anledning kan vara att det upplevs och uppfattas som rationellt och handlingskraftigt. Funktionellt för att stilla vår oro för framtiden och åstadkomma konkreta resultat? Matematik som vetenskap har varit och är en framgångsrik verksamhet med alla dess tillämpningar. Problemlösning kan kanske betraktas som en del av samhällets övergripande praxis, vilket i sin tur kan härledas från de samhällsförändringar som skedde i takt med upplysningen, naturvetenskapens utveckling, industrialismens och medelklassens framväxt.

Vi kan fördjupa detta om vi går till Platon. I det sjunde brevet beskriver han vad som krävs för att kunskap ska bildas (2009). Det krävs först tre saker; benämning, definition och avbildning, för att en viss typ av kunskap ska bildas, som han benämner som den fjärde saken. Men de fyra sakerna tillfredsställer oss inte utan leder till förvirring:

På tusen sätt kan man också visa hur osäker var och en av de fyra sakerna är, men det viktigaste är, som vi har påpekat strax innan, att när vi har två förhållanden – ett tings vara och dess hurdanhet – då är det inte dess hurdanhet utan *vad det är* som själen söker kunskap om. Men med ord och handling förevisar var och en av de fyra sakerna för själen det som den *inte* söker, och eftersom det som sägs och förevisas alltid är lätt att vederlägga genom förnimmelserna uppfylls snart sagt varenda människa av fullständig rådlöshet och oklarhet. (Ibid., s. 269–270)

Jag tolkar detta som att det är helt naturligt att vara förvirrad. Vi människor blir förvirrade av denna osäkerhet, till exempel av det jag har beskrivet i avsnittet *Kunskapens tysthet*. Vår själ söker visshet.

För om man inte på det ena eller andra sättet får grepp om de fyra sakerna när det gäller dessa företeelser – då kan man aldrig bli delaktig i någon fullständig kunskap om den femte. (Ibid., s. 269)

⁶³ Interaktiva metaforer är metaforer som påverkar det jämförda med det som jämförs. "Att beskriva minnet som en form av datamaskiner ger inte bara en bild av minnet som en maskin utan gör också datamaskiner mänskliga." (Lundgren, 2013)

Den femte saken handlar om insikt i den instabilitet som finns. Benämningar, definitioner och avbilder kan suddas ut och skrivas om av oss människor. (Undra om den femte saken skulle kunna tolkas som praktisk klokhet?). För den femte saken krävs enligt Platon arbete:

Genomgången av alla dessa faktorer där man går fram och tillbaka från den ena till den andra alstrar efter mycket möda kunskap om sådant som till sin natur är välbeskaffad hos en människa som till sin natur är välbeskaffad. (Ibid., s. 270)

Men alla är inte "välbeskaffade" och har inte *vanan* att söka sanningen, menar Platon. De nöjer sig med avbildningen. Det intressanta kommer när han beskriver vad som händer om man vill diskutera och förklara att det är komplexare att bilda kunskap än att enbart förlita sig på de fyra sakerna:

Men i de fall där vi tvingas klarlägga den femte saken i våra svar, där kan vem som helst som kan åstadkomma en vederläggning vinna överhand om han vill och inför det stora flertalet av de som lyssnar kan han få det att se ut som att han med sin förklaring, muntlig eller skriftlig eller i dialogform, inte vet någonting alls av det som han försöker utlägga i skrift eller tal och ibland förstår inte lyssnarna att det är inte den skrivandes eller talandes själ som blir vederlagd utan de fyra sakernas natur som till sitt väsen är bristfällig. (Ibid., s. 270)

Den som tar komplexiteten på allvar kan uppfattas som att hen "inte vet något alls". Med andra ord, det kan ge intrycket av okunskap. Genom att vi alla "nöjer oss med den framvisade avbildningen" (Ibid., s. 270) blir vi inte lika ifrågasatta och kan ge sken av säker kunskap. Själen får ro. Tillfälligt i alla fall.

Att betrakta skolans matematikutbildning i termer av problem och lösning, där dessa är metaforiskt smittade av "gåta" och "matematik" kan ge intryck av "objektiv" och säker kunskap och rationalitet. Kanske är det härifrån vi kan härleda den auktoritet matematiken (eller våra föreställningar av matematiken) har i vårt samhälle.

Ingenhet, ensamhet och gemensamhet – varför?

I avsnittet *Vilka vis framträder?* var ett av de sex visen människans roll i praktikerna från Del II. Först kan man ju konstatera att det i alla praktiker kan finnas behov av både ingenhet, ensamhet och gemensamhet av olika anledningar. Det kan helt enkelt vara funktionellt.

Jag börjar med att diskutera *ingenhet*, det vill säga tendensen att förlägga skapandet av verksamheten till viss del utanför oss själva som människor. När det gäller matematikerpraktiken kan ingenheten stundtals vara funktionell för att lyckas hålla koncentration och intresse uppe. I grunden kan det handla om

behovet av att lägga ansvaret delvis hos något annat, en auktoritet vi litar på. Jag litade på logiken som blivande matematiker.

På samma sätt kan vi betrakta kursplanen som en auktoritet som vi kan förlita oss på och som kan bära en del av vårt ansvar som lärare och rektorer. Både improvisation och regler behövs enligt Gunnar Bergendal för att hantera den oförutsedda vardagen (2003). Men Bergendal varnade för praktiker som förfaller till *blind lydnad*, där regler uppfattas som heltäckande och det som inte är reglerat görs inte alls, eller görs efter godtycke. I detta tolkar jag in att reglerna kan ses som auktoriteter utanför vår makt att påverka eller ta ansvar för. Detta skulle förklara det okritiska förhållningssätt till kursplaner jag fann i min lärarpraktik.

Varför denna *ensamhet* i praktiken som blivande matematiker? Varför denna ensamhet bland elever? Till exempel kräver matematikens komplexitet en viss tid för att tanken ska bildas och utvecklas. Ensamheten är alltså till viss del funktionell och lustfylld. Detta gäller nog för både skolmatematik och vetenskapen matematik. Själva verksamheten som matematiker handlar till stor del om att lösa problem. Denna fokusering på att lösa problem har ärvts av skolmatematiken, även om det under lång tid funnits kritik på skolmatematikens sätt att definiera vad ett problem eller en uppgift är. Det har då handlat om att gå från en alltför hög grad av färdighetsträning till att inkludera andra problem där fler förmågor tränas, vilket i sin tur bottenar i en bättre förståelse av matematikers praktik. Men kärnan i själva praktikerna är densamma, man löser problem mer eller mindre i ensamhet.

Jag kan se flera anledningar till ensamheten som lärare. Den första kan härledas till att formen för arbetet traditionellt sätt är organiserat på sådant sätt att en lärare undervisar själv, i en klass och i ett visst rum under en viss tid. Detta medför att mellan oss matematiklärare har vi inga gemensamma *upplevelser* att tala om.

Rektorernas praktik skilde sig delvis åt från övriga, då deras arbete involverade att skapa en gemensamhet, vilket är naturligt då de är ledare för hela verksamheten. I deras arbete ingick att leda arbete med att tolka kursplanen och omsätta den i handling. Ett tolkningsarbete av ett ämnes kursplan kan bidra till att skapa gemensamhet mellan lärare.

Själva innehållet i läro- och kursplaner kan också påverka. Många av de formuleringar som fanns i de tidigare kursplanerna, och i viss mån även i de nu gällande kursplanerna, riktar sig till *skolan* som ett kollektiv. I läroplanen anges övergripande mål och riktlinjer. Rubriken "Mål" har underrubriken: "*Skolan* ska ansvara för att varje elev efter genomgången grundskola", följt av till exempel "kan använda sig av matematiskt tänkande för vidare studier och i vardagslivet" (Skolverket, 2011c, s. 12, min kursivering). I kursplanerna från 2000 och 1994 riktade sig även strävansmålen i ett ämne mot *skolan* (Skolverket, 2008). De nu

aktuella kursplanerna i olika ämnen riktar sig inte längre till skolan utan till undervisningen i ämnet.

Kursplanen – text, tolkning och handling var ett av de vis som jag arbetat fram i tidigare avsnitt. Om jag betraktar de övriga kan jag hitta fler förklaringar till ensamhet eller gemensamhet. *Skolmatematikens märkliga relation till användbarhet* medför en viss isolering mellan skolmatematik och andra kunskapsområden inom och utanför skolan. Detta medför att även människor blir isolerade. Vår fokusering på *problem* med *en* lösning skulle kunna medföra att vi har en förväntan på att *en* människa eller *en* grupp finner lösningen. Vår oro för att uppvisa (och påvisa) *okunskap* kan medföra att vi begränsar det vi talar om, vi begränsar språket och därmed möjligheten till en gemensamhet. Vi tiger.

Om vi lyfter blicken från praktikerna i sig kan vi även finna orsaker till ensamhet på en samhällsnivå, vilket naturligtvis har politiska förtecken. Ett exempel ges av Bergendal:

Ofta uppfattas ungas utbildning som något individuellt. Sålunda är gymnasieskolan indelad i undervisningsmoduler som eleverna kan välja fritt inom vissa ramar. En sådan organisation hotar att upplösa lärogemenskaperna. Om lärandet är elevens förberedelse för deltagande i kunskapsprocesser, och om kunskapsprocesser är gemenskapliga, då blir en principiellt individualistisk skolorganisation destruktiv och när nog förryckt. En sådan skola kan visserligen förmedla information, i den kan också formellt tänkande övas, men den kan inte fostra till deltagande i kunskap, men andra ord deltagandet i en kunskapsgemenskap och dess logik. (Bergendal, 2003, s. 146)

Oron över det oförutsedda och människans okunskap – varför?

Vi är naturligtvis oroliga för att vi inte ska lyckas skapa den bästa skolan och ge våra barn de bästa förutsättningarna. Men man kan fråga sig varför vi upplever det så svårt att *hantera* vår egen och andras okunskap? På mina lektioner fick jag ibland mässa, "Ni får göra hur mycket fel som helst inför mig, jag tycker om er ändå". I skuggan av kunskapen göms det vi uppfattar som okunskap som något skamligt. Min hypotes är att detta kan spåras tillbaka till två missuppfattningar kring upplysningstidens ideal, "jag tänker, alltså är jag till" (Descartes, 1637/1926, s. 43). Det första missförståndet är ett logiskt feltänk. Att "jag tänker, alltså är jag till" även betyder att om jag finns då tänker jag. Men om jag då inte klarar av att "tänka" och därmed är "okunnig", medför detta att jag finns lite mindre som människa. Att jag är mindre värd. Att vara okunnig medför en upplevelse av att vara mindre värd som människa. Att då påpeka brister hos andra medför att man säger att de är mindre värda, om man driver det till sin spets. Att blotta sin egen okunskap innebär att säga att jag själv är mindre värd.

Den andra missuppfattningen handlar om innehållet i det tänkande som Descartes syftade på. Tankarna bestod ju inte av tydliga och färdiga slutsatser,

utan handlade om tvivel, misstag och okunskap. Descartes skriver att "det finns många, som misstaga sig och göra fel slut till och med i de enklaste geometriska frågor, och jag ansåg mig utsatt för att taga fel lika mycket som någon annan" (Ibid., s.42). Descartes kommer till insikt genom att göra fel, och undersöka sina fel, inte genom att undvika dem.

Detta resonemang är också förknippat med just "tänka" och inte "handla". Ett mer Wittgenstein inspirerat påstående vore "jag handlar, alltså är jag till", för att visa på komplexiteten.

Om vi åter lyssnar på Platon, hävdade han att om man försöker visa på kunskapens komplexitet, instabilitet och beroende av människans konstruktioner uppfattades man som okunnig. Men i Platons dialog *Menon* (2001a) är det uppenbart genom det sätt som Sokrates agerar tillsammans med Menons slav, att okunskap och att erkänna okunskap inte alls ses som något skamligt, utan är föremål för ett nyfiket utforskande. På samma sätt finns en respektfullhet och öppenhet kring kunskap och okunskap i *Dialog om de två världssystemen* (Galilei, 1632/1993) mellan Salviati, Sagredo och Simplicio:

SALV. Herr Simplicio, här diskuterar vi förtroligt sinsemellan för att undersöka en del sanningar. Jag kommer aldrig att ta illa upp om ni avslöjar mina misstag, och ifall jag inte har uppfattat Aristoteles' tankar, rätta mig då fritt och jag skall vara er tacksam. (Ibid., s. 53)

Galilei⁶⁴ skriver fram hur herrarna charmigt delar med sig av sina tillkortakommanden, till exempel då Sagredo känner "en del begrepp krumbukta" i sitt huvud (Ibid., s. 149) eller när han utbrister "som ni ser är jag rätt så trög" (Ibid., s. 184). Simplicio medger friskt att "ju mer vi går framåt, desto mer förvirrad blir jag" (Ibid., s. 159). Ja, det är naturligt att bli förvirrad enligt min tolkning av Platon, vår själ söker visshet, men som Simplicio utbrister:

SIMP. Men om man överger Aristoteles, vem skall då vara vår ledare i filosofin? (Galilei, 1632/1993, s. 140)

Vem eller vad ska vi då lita på? Först, ska vi vara försiktiga med *resonemang*:

⁶⁴ Att medge sin okunskap kunde till och med ses som ett tecken på visdom, vilket historien om Sokrates och Oraklet är ett exempel på. Denna historia väljer Galilei att skriva in som ett ämne för diskussion. Salviati berättar, "Ju mer de vet, desto frimodigare erkänner de sin brist på kunskap. Den visaste av greker, som bedömdes sådan av oraklet, sade öppet att han ingenting visste." (Galilei, 1632/1993, s. 127). Salviati syftar på Sokrates som ansåg att det han visste var inget eller mycket lite i jämförelse med allt som han saknade. Men det är stor skillnad mellan att inte veta något och att veta lite. Det lilla kan i jämförelse med andra människors kunskap vara mycket.

SALV. Nu förstår ni hur försiktig och förbehållsam man måste vara när man ger sitt samtycke till något som man bara kommer fram till genom resonemang. Det finns inget tvivel om att vad ni säger låter mycket riktigt. Ändå kan ni se att en sinneserfarenhet bevisar motsatsen.

SIMP. Hur skall man då tolka det här? (Ibid., s. 99–100)

Ja, en sinneserfarenhet kan omkullkasta ett resonemang, men som Simplicio frågar, hur tolkar vi det vi ser:

SIMP. Men gode Gud, om den rör sig transversalt, varför ser jag den röra sig lodrätt? Detta är väl ändå att förneka en klar och uppenbar sinneserfarenhet? Och om man inte får tro på sina sinnen, vilken port skall man då gå igenom för att filosofera? (Ibid., s. 205)

Stackars Simplicio som springer förvirrat mellan olika portar! Som jag har beskrivit i *Kunskapens tysta språk* så kan en sinneserfarenhet omkullkastas av ett resonemang. Galilei hävdar att vi "som har ögon i huvudet och sitt förstånd i behåll skall använda dem som eskort." (Ibid., s. 140, min kursivering). För ett resonemang kan omkullkasta en tolkning av en sinneserfarenhet och vice versa. Ett *nytt* resonemang kan äventyra ett tidigare resonemang. En *ny* sinneserfarenhet kan äventyra en tidigare sinneserfarenhet.

Men det krävs en sak till som Simplicio uttryckte det, vem ska vi lita på? Vi kan inte *ensamma* försäkra oss om visshet, vi måste ta del av, pröva och utveckla en tillit till andras resonemang och sinneserfarenheter. Dessa förmedlas mellan oss via det bräckliga och fantastiska redskapet – språket.

SIMP. Ni kunde möjligen veta bättre än jag huruvida jag *uttryckte* mig väl eller illa, men att ni skulle kunna *förstå min tanke* bättre än jag, vare sig jag uttrycker mig väl eller illa, det kommer jag aldrig att tro. (Ibid., s. 112, min kursivering)

Lika lite som vi kan låna Aristoteles ögon⁶⁵, lika lite kan vi verkligen förstå en annan persons tanke om den så vara Simplicios eller Galileis. Vi är hänvisade till det språk vi utvecklar tillsammans i de praktiker vi verkar.

Vart vill jag komma med detta resonemang? Jo, behovet av tillit för att göra oss mindre oroliga över kunskapens komplexitet, och att en orsak till vår oro kan bestå i bristen på möjlighet att bygga upp tillit. Till exempel kan *ingenheten och ensamheten* som jag tidigare diskuterat utgör sådana brister. Ett annat exempel,

⁶⁵ "No one can think a thought for me in the way no one can don my hat for me." (Wittgenstein, 1991, s. 4e)

som jag ska fördjupa, ges av att vi i för hög grad formulera oss i termer av mål i skolan.

Oron för det oförutsedda kan bero på att vi väljer att se växande, utveckling och utbildning som en rörelse med ett bestämt mål. I avsnittet *Utbildning som växande*, menade Dewey att man alltför lätt ser växandet – och därmed utbildning – ”som något som *har* ett mål i stället för att *vara* ett mål”. Dewey menar att detta leder till en ”fruktan för det ovissa och det okända” (Dewey, 1916/2009, s. 89).

Detta påminner om den diskussion kring ”det instrumentalistiska misstaget” som filosofen Hans Skjervheim förde under 60-talet i debatter om det norska utbildningssystemet (1976). Hans kritik riktade sig mot att man betraktade och beforskade den pedagogiska praktiken som om de handlingar som är i spel alla har samma karaktär. Det handlar om att urskilja olika typer av handlingar som går tillbaka till Aristoteles kunskapsformer. Aristoteles skiljer mellan två olika typer av handlingar, de som är instrumentella och följer mål-medel-logik, och de som har mening i sig. Handlingar som är instrumentella har ett bestämt mål, där målet ligger utanför handlingen och resulterar i en framställning, en produkt. Denna typ av handlingar benämner Aristoteles *poiesis* och för att utföra dessa krävs kunskapsformen *techne*, att veta hur man med lämpligt ”instrument” ska framställa det givna målet. En sådan handling är lyckad när det man förutspått och kalkylerat med verkligen också gett önskvärt resultat.

Den andra typen av handlingar, som Aristoteles benämner *praxis*, har inget mål utanför sig själv, det är handlandet som är poängen, till exempel *har* växandet inte ett mål utan är själv målet. Det finns ingen slutgiltig ”produkt” utanför handlingen. För att kunna utöva denna typ av handlingar behövs kunskapsformen *phronesis* – praktisk klokhet. En handling är i detta fall lyckad om man handlar utifrån de rådande normerna i praktiken. ”Her er det ikkje det velkalkulerte resultatet som er prinsippet, men at ein handlar ut ifrå prinsipp som óg alle andra ska handla ut ifrå” (Skjervheim, 1992, s. 175).⁶⁶

Detta resonemang påminner om Bergendals som ser våra handlingar i praktiken som ansvariga handlingar inför något eller några andra (2003). En förutsättning för ansvarighet är att vi har frihet att handla, för att svara upp mot

⁶⁶ Denna uppdelning är ju en teoretisk modell och kanske syftar den till att uppmärksamma den praktiska klokhetens förutsättningar för att verkligen utvecklas. Våra handlingar i verkligheten menar jag är inte lika kategoriskt uppdelade. En och samma handling kan uttrycka olika typer av kunskap. Det är möjligt att tänka sig att för att utföra något, till exempel tillverka ett klot i brons, krävs även praktisk klokhet eller kunskap-i-handling, även om detta är en handling som har ett förutbestämt mål. Att bedöma om handlingen är lyckad, om klotet duger, sker ju också inom ramen för en praktik med hjälp av praktisk klokhet och med en ansvarighet mot beställaren.

detta ansvar. Men vad menas med frihet? Bergendal tar hjälp av Hannah Arendts artikeln *What is freedom?* ur hennes bok *Between Past and Future* (1993), när han menar att frihet inte ska förväxlas eller reduceras till valfrihet utifrån en uppsättning möjliga val med förutbestämda motiv. Frihet handlar om att "börja något nytt", och en fri handling som görs "måste stå fri" från dess mål och förutsedda verkan. Som jag tolkar det betyder det att värderingen av handlingen inte kan göras utifrån om målet nåddes eller inte, det kan ha varit rätt handling, om vi skulle leva upp till vårt ansvar. Handlingen är fri bara i den utsträckning som den kan, om det behövs, *överskrida* förutbestämda mål och syften.

Det här ställer hela vår målstyrningsfilosofi på huvudet och särskilt föreställningen om att en handling eller verksamhet skall värderas i förhållande till angivna mål. Det är inte ovanligt att det väsentliga – när det kommer till kritan – inte har formulerats i målen och detta inte bara därför att varje målformulerare är ofullkomlig och inte känner världen, utan därför att livet är levande och vi kan inte veta vad som är bäst och riktigt förrän vi är mitt i handlingen. Vi måste helt enkelt vara medveten om, och tacksamma för, att planeringen har sina gränser. (Bergendal, s. 87)

Skjervheim för resonemanget vidare med hjälp av Kants etik och menar att handlandet, *praxis*, bygger på och skapar respekt för och tillit mellan människor. Detta i sin tur möjliggör skapandet eller producerandet, *poieses*. Misstaget består i att vi uppfattar, beskriver och reducerar *allt* handlande som involverar samspel mellan människor, till exempel inom skolan, till *poiesis*. Det vill säga, att handlingar ses som ett förlopp med ett mål, att vi kan förutse, och därefter utföra enligt våra förutbestämda planer. Detta misstag uttrycker även Bergendal.

Enligt Skjervheim medför detta att vi betraktar varandra (och våra handlingar?) som "ting" som vi kan kalkylera med.

Skillnaden er om ein reknar *med* andre, eller om eine *reknar* med andre, det vil seia om ein gjer andre till ein faktor i eit reknestykke. I første tilfelle så byggjer det på tillit til andre, i siste tilfelle på tillit til mie eiga rekne-evne og min eigen kunnskap. (Skjervheim, 1992, s. 143)

Drar man detta till sin spets, fungerar kalkylerandet enbart då inte alla är medvetna om det. Om *alla* parter enbart agerar efter mål-medel-kalkyler försöker vi alla förutse varandra som ting, ingen *praxis* och tillit byggs upp. Skjervheim menar att då "hamnar ein i alle sin kamp mot alle" och utrymmet för att bygga tillit försvinner med "moralsk, sosialt och politisk kaos" som följd (Skjervheim, 1976, s. 147).

Tilliten utvecklas inte som vi är så beroende av för att stilla vår oro och för att själen ska få visshet. Som Platon uttryckte det, så behöver kunskapens

komplexitet "gnuggas" och tillsammans med andra "rannsakas i välvillig anda med hjälp av frågor och svar utan all missunnsamhet" (2009, s. 271).

Frågan är om Skjervheims diskussion från slutet av 70-talet åter är aktuell. Allt fler nationella och internationella kunskapsmätningar, forskningsöversikter, kvalitetsgranskningar och metaanalyser görs av olika organisationer och myndigheter, vilket även berördes i inledningen av avhandlingens första del. Övergripande skulle detta kunna ses som ett led i att hantera samhällets gemensamma oro. Filosofen Harald Grimen, hävdar i en analys av debatten kring evidensbaserad praktik att de nya aktörerna infogar en kil mellan universiteten, som haft kontrollen över att ange vilken kunskap som är av värde, och de professioner som använder och utvecklar denna kunskap (Grimen, 2009). De nya aktörerna har i uppdrag att summera upp kunskap och i viss mån ge råd i vad som bör göras inom olika verksamheter.

En tolkning är att dessa aktörer bidrar till en demokratisering av kunskapen som traditionellt sätt professionerna själva tillsammans med dess utbildningar har haft makt över. Allmänheten, föräldrar, patienter, kunder, valda politiker får insyn i och kan med hjälp av de nya aktörerna ta mer medvetna beslut. Makten flyttas från professioner och universitet till "folket" (Björndahl, 2009). Grimen menar istället att det är troligare att makten inte går till folket utan istället till "kilen" – organisationerna som bildar nya expertgrupper. Dessa organisationer ligger "på kanten eller utanför" så väl universitet som politik. Grimen pekar på att forskarna bakom den omfattande organisationsforskningen är eniga om att organisationer kan utveckla egna agendor, vilka kan skilja sig avsevärt från vad som var det ursprungliga syftet med att skapa dem. Väl etablerade, kan det vara mycket svårt, om än inte omöjligt, att styra och förändra utifrån. Är det "kilen" som hjälper oss att *räkna* med varandra?

Kursplanen – text, tolkning och handling var ett av de vis som jag arbetat fram i tidigare avsnitt; om jag betraktar de övriga visen kan jag hitta fler förklaringar som kanske är samma sak, fast med andra ord. Oron kan också öka genom att vi övergripande formulerar oss i termer av *problem* som vi förväntar oss kunna lösa, samtidigt som vi upplever att problemen ständigt återkommer. Ett exempel som hela tiden återkommer är frågor kring relationen mellan *skolmatematiken och användbarhet*.

Om jag nu undersöker kursplanernas innehåll så namnges inget explicit som "mål" i kursplanerna från 2011. Övergripande finns syfte, centralt innehåll och kunskapskrav för godtagbara kunskaper och olika betygsteg. I avsnittet syfte anges kort motiv för skolans matematikundervisning. Men i kommentar- och informationsmaterial till kursplanerna däremot benämner Skolverket en punktlista i syftestexten som "mål" (Skolverket, 2011a) eller "långsiktiga mål"

(Skolverket, 2011b). I praktiken så upplever jag att det framför allt är kunskapskraven som uppfattas som "mål". Det är utifrån dessa vi mäter.

Men rektorerna efterfrågade, förutom form och innehåll, också en riktning för att kunna leda skolans utveckling. Detta har en helt annan metaforisk betydelse. Det intressanta är att ambitionen i *Skola för bildning* (SOU 1992:94) var att inte enbart ange mål "att uppnå" utan också ange en riktning i form av strävansmål för skolan. Detta var ett försök att inte enbart reducera alla handlingar till mål-medel och *poiesis*, utan det skulle även finnas utrymme för *praxis*.

Strävansmålen angav en kollektiv riktning, ett arbete, där medlet också skulle vara målet. Genom resan skulle målet vara strävan värt. Ulf P. Lundgren, ordförande för läroplanskommittén som skrev *Skola för bildning*, sökte "ett verb som uttryckte ett arbete som var målinriktat, tungt och svettigt" (personlig kommunikation, 2013, 8 oktober, min kursivering). Han inspirerades av sitt minne⁶⁷ av Viktor Rydbergs kantat till jubelpromotionen i Uppsala 1877 när han myntade begreppet "mål att sträva mot":

Ur nattomhöljda tider
emot ett mål, fördolt för dig,
o mänsklighet, du strävar
i sekler fram din ökenstig!

En riktning ges av stigen, men poängen är att "målen" alltid förblir dolda. Andra strofen lyder:

Din dag är blott en strimma,
som lyser blek och matt –
se, framom henne dimma
och bakom henne natt!
(Rydberg, 1877)

Vi befinner oss i en strimma – nuet – eller i skuggan av framtiden. Målen är för oss alltid fördolda. För att hantera vår oro för livet (eller döden) krävs mod. Mod, ögon, förnuft och tillit för att bland annat utforma och tolka våra planer så att de kan bidra till att vi skapar möjligheter till det framgångsrika livet.

⁶⁷ Ulf P. Lundgren mindes faktiskt fel, dikten innehåller inte ordet "strävan" utan "skrider". Så om minnet inte hade sviktat, hade vi kanske haft "mål att skrida mot". (Rydberg, 1877)

Relationen mellan skolmatematiken och användbarhet – varför?

Varför är det så svårt att i undervisning och ledning av skolan skapa en relation mellan skolmatematiken och en användbarhet i vardags- och yrkesliv, med andra ord en användbarhet utanför formell utbildning?

Först kanske man ska ställa sig frågan om vi tvunget måste använda skolmatematik? Det beror på vad man menar med "måste". Om vi menar att vi måste för att berättiga att vi överhuvudtaget har matematik i skolan tror jag inte det. Vi kan inkludera matematik i skolan av andra skäl än användbarhet. Matematik kan ses som en del av vårt kulturarv, viktig del i vår personliga bildning och för vidare studier. En sak som är viktig här är att *olika delar* i matematiken kan ha olika syften för oss. Matematiken består av olika områden med olika kopplingar till användbarhet, kulturarv och bildning. Så ett svar på varför det kan vara svårt att relatera ett visst område i skolmatematiken till användbarhet kan vara att det helt enkelt inte finns någon relation – området är inte användbart i någon större utsträckning.

Men det är nog ingen av oss som tvivlar på att matematiken och dess tillämpningar är och har varit användbar för oss människor. Det är också rimligt att anse att en del av den matematik som inkluderas i skolan ska vara användbar utanför formell utbildning. I läroplanen för grundskolan anges målet att skolan ska ansvara för att varje elev efter genomgången grundskola "kan använda sig av matematiskt tänkande för vidare studier och i vardagslivet" (Skolverket, 2011c, s. 13). I läroplanen för gymnasieskolan ska skolan ansvara för att varje elev "tillägnar sig goda kunskaper" i matematik och "kan använda dessa kunskaper för vidare studier och i samhällsliv, arbetsliv och vardagsliv" (Skolverket, 2011d, s. 9).

Det jag vill undersöka nu är varför det är så svårt att relatera just skolmatematik till en användbarhet utanför skolans klassrum.

I vilken praktik bildas kunskap i matematik?

Å ena sidan har vi den vetenskapliga matematikens och matematikutbildningens praktik, å andra sidan har vi livet utanför formell utbildning, i det "matematikliknande kunskapsområdets praktik". Den första frågan man kan ställa är om det är någon skillnad mellan dessa praktiker?

Om det är så att vi som skapar skolans matematikutbildning betraktar *all* hantering av situationer som innehåller ett visst matematikliknande innehåll i livet som enbart en fråga om att tillämpa skolmatematik (eller vetenskapen matematik), då är det ingen skillnad. Då kan det medföra att man i matematikundervisningen övar på allt fler "sminkuppgifter" med varierande kvalité på sminket. Man anser då att metoderna som man lär sig i matematik är generella och därmed användbara överallt och täcker in alla situationer i livet. Man uppmärksammar eller urskiljer helt enkelt inte att det finns någon skillnad

mellan skolmatematiken, och de situationer som man genom livet hanterar med visst matematiskt innehåll.

Om man däremot utgår från den kunskapssyn som presenterades i Del I och i berättelserna i Del II, medför det att det inte enbart ses som en fråga om att tillämpa, utan att det också skapas något nytt när man hanterar situationer i livet som innehåller matematikliknande kunskaper. Detta nya "något" ligger *utanför* klassrummet och detta "något" saknar vi dessutom ord för.

Matematikens natur som vetenskap är på många sätt utredd, men vilken natur har det matematikliknande kunskapsområdet, detta "något", som bildas i olika yrken och vardagliga situationer som barn, ungdomar och vuxna upplever genom livet?

En anledning till svårigheten att synliggöra vad en användbarhet är, är att vi inte studerat problematiken tillräckligt mycket och länge. Vi saknar kunskap. Vi vet inte. Att systematiskt utforska olika former för teoretisk kunskap har en lång historia, vilket jag berörde i Del I med hänvisning till Tore Nordenstam. Att systematiskt utforska praktisk kunskap, till exempel den som kommer till uttryck i olika yrken eller praktiker har en mycket kort modern historia (Høgskolan i Bodø, 2005). Å andra sidan var den praktiska kunskapen erkänd och förstådd under antiken utav Platon, Sokrates och Aristoteles och även under upplysningstiden av naturvetenskapens grundare så som Descartes, D'Alembert, Diderot, Darwin och Galilei.

Att systematiskt utforska det matematikliknande kunskapsområdets natur inom olika praktiker faller inom ramen för de frågeställningar som forskningsämnena Yrkeskunskande och teknologi, vid Kungliga tekniska högskolan och Linnéuniversitetet, och Professionspraxis vid Universitet i Nordland försöker adressera.

Skillnader mellan praktiker

Inom matematikdidaktisk forskning har det varit känt sedan 80-talet att traditionell skolmatematik skiljer sig åt från matematiken i yrkeslivet (Hoyles, 2010). Viss forskning har gjorts och görs främst internationellt, men man vet relativt lite om hur den matematikliknande kunskapen i yrkeslivet organiseras och utvecklas (Hoyles, Morgan, & Woodhouse, 1999). Förutom att vi saknar ett ord för detta "något", som jag just nu väljer att kalla "matematikliknande kunskapsområde", saknar vi också ett språk och begrepp kring kunskapsområdets natur. Det språk vi har är ju den vetenskapliga matematikens eller skolmatematikens. Vid undersökningar genom frågor tenderar vi därför att få svar med skolmatematikens eller vetenskapens språk och beskrivningar, medan andra delar av kunnandet vi söker förblir tyst.

Ett exempel på bristen på tillgängliga ord skulle man kunna finna i den välkända "relevans-paradoxen", formulerad av matematikdidaktikern Mogens Niss. I en elevnära version ges den av:

Mathematics is useless to me, but at the same time I know I am useless without mathematics.

(Mogens Niss, 1994, s. 377)⁶⁸

Det kan tolkas in olika innebörder i det inledande "Mathematics" och det avslutande "mathematics". Det inledande "Mathematics" kan syfta på den upplevda skolmatematiken medan det sista "mathematics" kan stå för den skolmatematik som vuxna påstår vara en nödvändig kunskap i olika situationer oavsett elevens egna erfarenheter. Men, det sista "mathematics" skulle också kunna stå för det matematikliknande kunskapsområdet. Meningens innebörd blir då att skolmatematiken är för mig oanvändbar, men jag vet att jag i mitt liv inte klarar mig om jag inte kan hantera situationer med matematikliknande innehåll. För dessa situationer upplever jag i vardagen, när jag till exempel spelar datorspel eller handlar lördagsgodis.

Den forskning som gjorts kring matematik i yrkeslivet pekar på ett kunnande som utvecklas utifrån de olika situationernas behov, ofta tätt sammankopplat med andra kunskapsområden. I rapporten *Mathematical skills in workplaces* (Hoyles, et al., 2002) betonar man "hybrid skills". I EU:s policydokument kring kompetenser förs liknande resonemang (European Commission, 2002).

Den kunskap som värderas i olika situationer som vuxna upplever är den som visar sig vara funktionell:

The broad conclusion of these studies is that most adults use mathematics to make sense of situations in ways that differ quite radically from those of the formal mathematics at school, college and professional training. Rather than striving for consistency and generality, which is stressed by formal mathematics, problem-solving at work is characterized by pragmatic goals to solve particular types of problems, using techniques that are quick and efficient for these problems. (Hoyles, 2010, s. 7)

Utifrån den kunskapssyn som presenterades i Del I är inte detta ett förvånande resultat. Kunskap i yrkeslivet ger sig till känna, utvecklas, bildas, upprätthålls, och ombildas hos enskilda individer och mellan människor genom de handlingar och situationer som yrket involverar.

⁶⁸ En mer färsk variant fann jag på twitter: "Det är inte jag som suger på matematik, det är själva matematiken som suger." (Bengan Bus, 2013, 19 november)

Men det finns intressanta skillnader i förhållande till den praktik som skapas i skolans matematikutbildning för eleverna.

En skillnad utgörs av ett pragmatiskt förhållningssätt inför de situationer man hanterar i yrkeslivet, vilket också involverar andra kunskapsområden. Det kan röra sig om ett görande som involverar att diskutera, tolka, förhandla, överväga och med omdöme agera. Med andra ord praktisk kunskap. Detta kan ju också tänkas inkludera att man väljer att hantera situationen *utan* matematik även om det skulle vara möjligt att använda matematik. Det finns ju inget som säger att vi *måste* använda matematik bara för att vi kan. Detta är nära kopplat till vad som värderas i praktiken.

Som jag tidigare har beskrivit, så är praktiken i skolans matematikutbildning fokuserad på att lösa problem. Ryms då de mer verklighetsnära komplexa situationerna inom skolmatematikens problembegrepp? En skillnad är också att de problem som presenteras i matematikundervisningen förväntas lösas med matematik. Att tolka och hantera en situation utanför klassrummet kan också innebära att utveckla ett omdöme och en kunskap om när det *inte* är lämpligt att använda matematik. När är det relevant att lösa ett problem med hjälp av matematik? När är det inte relevant, även om det vore möjligt?

I citatet ovan lyfts ytterligare en aspekt, nämligen hur vi värderar kunskap. I yrkeslivet är det vad som är effektivast och mest funktionellt i de specifika problemsituationerna som avgör vilken matematikliknande kunskap som används och bildas. Detta medför att den matematikliknande kunskapen inte behöver vara formulerad i termer av generella metoder eller samband med matematiskt symbolspråk. Man kan kommunicera i handling, med kropp och redskap, med eller utan yrkes- och vardagsspråk, där delar av kunskapen kan vara tyst och oformulerad.

Om jag undersöker innehållet i styrdokumentet kan jag spåra en värdering av kunskap i skolans matematikutbildning. Kunskapskraven anger vilken kunskap som värderas högst.

För att få högsta betyg i årskurs 9 krävs bland annat att eleven "kan redogöra för och samtala om tillvägagångssätt på ett ändamålsenligt och effektivt sätt och använder då symboler, algebraiska uttryck, formler, grafer, funktioner och andra matematiska uttrycksformer med god anpassning till syfte och sammanhang" (Ibid., s. 71).

I kursplanen från 2000 för grundskolan, krävdes för högsta betyg att eleven "utvecklar problemställningar och använder generella strategier vid uppgifternas planering och genomförande samt analyserar och redovisar strukturerat med korrekt matematiskt språk." (Skolverket, 2008, s. 32).

För högsta betyg på den obligatoriska kursen för gymnasieskolans yrkesprogram krävs att i "problemlösning upptäcker eleven generella samband som presenteras med retorisk algebra" (Skolverket, 2011d, s. 95), och för en del

högskoleförberedandeprogram⁶⁹ att i "problemlösning upptäcker eleven generella samband som presenteras med symbolisk algebra" (Ibid., s. 101).

I grundskolans kursplan anges att undervisningen ska behandla "centrala metoder för beräkningar" (Skolverket, 2011c, s. 63–66). I *Kommentarmaterialet till kursplan i matematik* förklaras ytterligare vad som avses; med "centrala metoder avser kursplanen utvecklingsbara metoder, det vill säga metoder som är effektiva i den givna situationen, men samtidigt så generella att de är användbara i nya situationer." (Skolverket, 2011b, s. 15).

I *Kommentarmaterial till kunskapskraven* beskrivs vad som avses med högre kvalitet, en "högre kvalitet innebär att metoden är generaliserbar, vilket kan omfatta både generella aritmetiska och algebraiska metoder" (Skolverket, 2012b, s. 18), och ett "viktigt kännetecken på hög kvalitet är att generalisera sin metod och utnyttja samband" (Ibid., s. 22).

Genom sitt arbete med uppgifterna har eleven möjlighet att visa med vilken kvalitet hon eller han väljer och använder metod utifrån aspekterna
hur väl metoden är anpassad till uppgiften
hur utvecklingsbar den valda metoden är
hur generell metoden är
(Skolverket, 2012b, s. 19)

Å ena sidan ska eleven alltså använda en metod som är effektiv i just den situation man befinner sig. Å andra sidan värderas de metoder som är utvecklingsbara och generella högst. Det kan finnas en motsättning här. Om situationen verkligen skulle vara ett exempel på ett verkligt problem, då kan en viss metod vara effektivast, och samtidigt inte vara generell. Den generella däremot kan vara mer omständlig och inte lika effektivt ge en konkret lösning. I princip var problemet i "Vi i femman", som beskrevs i tidigare avsnitt, ett exempel på detta. Men om de generella metoderna för det mesta värderas högre kan detta medföra att kunskaper som kommer till uttryck på annat sätt inte uppmärksammas, synliggörs och framför allt inte utvecklas eller bedöms.

Men vad är det för värderingar som ligger bakom? Påverkas vi i tysthet av metaforen "kunskap som ett isberg", där en språkligt formulerad förståelse och fakta tronar på toppen? Kraven på kunskap anger vad som anses krävas för både yrkesliv och vidare studier. Hur värderar vi detta i vårt samhälle?

Värdering av yrkesliv och högre utbildning

Värderingssystemet i skolan torde spegla hur samhället i stort värderar kunskap. Ett exempel på hur våra värderingar formas ges av framväxten av medelklassen i

⁶⁹ Estetiska-, Ekonomi-, Samhällsvetenskaps- och Humanistiska programmen.

Europa under sent 1700-tal, tidigt 1800-tal och framåt, som i våra dagar beskrivet av socialhistorikern Jürgen Kocka (1990). Handelsmän, entreprenörer och kapitalister samt de med någon typ av formell utbildning som advokater, läkare, journalister, tjänstemän och ingenjörer, förenades i sin kritik av en privilegerad aristokrati och absolut monarki

Det moderna sekulariserade upplysta samhället tog form genom att uppvärdera individuella prestationer, utbildning och arbete. Medelklassen hade en belägenhet att expandera utanför sociala gränser, "The embourgeoisment of non-middle class groups was an essential element of middle-class culture" (Ibid, s. 69). Medelklassen spred sin attraktivitet genom skolsystemet, arbetsplatser och föreningslivet.

Å andra sidan, att inkluderas i medelklass krävde (kräver) ekonomiska, sociala och kulturella resurser som inte alla i ett samhälle hade eller kan ha. Det handlade om att dela värderingar om hur livet borde levas. Den individuella prestationen värderades högt, liksom arbete, en rationell och oberoende livsstil samt utbildning och klassisk bildning. Klassisk bildning lade grunden för hur man kommunicerade och särskiljde sig från de som inte hade denna skolning. En spänning mellan "universalist claims and limited accessibility" (Ibid., s. 66) var typisk för medelklassens kultur.

Denna spänning lever än idag. Alla anses vilja bli medelklass. Men medelklassen härstammar från yrken med krav på formell utbildning. Man kan till och med se professionaliseringen av yrken som en strategi för att införliva dem i medelklassen. Men vilket värde får då de yrken och situationer i livet som inte lever upp till denna norm? Om man inte vill, beror det på att man inte insett sitt eget bästa? Kan man, till exempel, anses ha ett framgångsrikt liv som anställd i kassan på ICA?

I ett omdebatterat blogginlägg på Sveriges Televisions webbplats skrev den 26-årig Anna Berglund hösten 2012 ett öppet brev till Sveriges statsminister Fredrik Reinfeldt och frågade om arbete skulle "löna" sig i form av bostad, fast anställning, lön, personlig utveckling och hälsa?

Människor säger åt mig att utbilda mig vidare, få en examen, höja min lön på det sättet. Men då höjer jag händerna i luften i förtvivlan för var det inte så att vi i detta individualiserade samhälle skulle kunna välja själva? (A. Berglund, 2012, 27 oktober)

Vad har Anna valt?

Jag har arbetat nästan oavbrutet i snart 10 år, mer eller mindre heltid, och har haft över 16 anställningar – alltifrån provanställningar till den fasta anställning jag har nu.

Jag har torkat barnrumpor och gammelrumpor, jag har dekorerat räksallader på långa rader och sprungit i Stockholms Filmhus korridorer med famnen full av tv-manus. Med armarna långt in under skänkar har jag städat bort deg från bagerigolv och jag har samtalat med chefer samtidigt som jag serverat dom snittar. (Ibid.)

Anna konstaterade krasst:

För precis som att det behövs arbeten, löner, flextider, att drömma om att nå, så behövs det människor som inte drömmer om dom. Människor som gör de där toppjobben möjliga, som håller upp dom där som strävat längst på sina knotiga axlar. Det behövs folk som misslyckas för att andra ska lyckas i denna värld i vilken vi alla är så unika. (Ibid.)

Hon ger en bild av att "lyckas" förknippas med formell utbildning i form av högskoleutbildning och "toppjobb". Det andra benämns som att "misslyckas". Denna värdering kring kunskap och verksamheter som kommer till uttryck en höst på Sveriges Televisions debattblogg ger en illustration av samhällets övergripande värdering som i sin tur påverkar och påverkas av hur kunskaper utvecklade i skolan värderas.

Ett annat vardagligt exempel ges av uttrycket "vi borde leva som vi lär". Det skulle kunna tolkas som att det måste vara något fel på vårt liv om det inte baseras på vad vi lärt oss i formell utbildning.

Verksamheten som professionerna lärare, rektor eller matematiker bedriver är formell utbildning. Kanske är det då extra svårt för just oss att se värdet av annan kunskap, som är icke-formell och bildad utanför vår makt och räckvidd, utanför skola och universitet?

En annan orsak till att vi inte alltid värderar kunskap bildad utanför skola och universitet, kan ha att göra med att utvecklingen av den kunskapen inte naturligt synliggörs. Vetenskapen kan peka på intressanta, märkliga, fantastiska och skrämmande resultat inom till exempel teknik, medicin, ekonomi och miljö. Resultaten är formulerade i ett språk. Dessa resultat har potential att påverka våra liv. De är som vår tids mirakel.

SALV. Tankegången är mycket vacker på grund av sin nyhet, och om den verkligen är riktig, är den mycket märklig. (Galilei, 1632/1993, s. 187)

Ja en del av det vi möter från vetenskapen kan upplevas som "märkliga", "nyheter" och "vackra". Jag misstänker att det är själva överraskningen, det oväntade, som bidrar till att vetenskapen är så högt värderad. Vi blir hänfödda av en kunskap som inte är allmänt tillgänglig.

Men vi blir inte lika överraskade av den praktiska vardagliga kunskapens utveckling. Praktisk kunskap kan inte lika tydligt peka på något allmängiltigt

uttryckt i ett språk. Den överraskar oss inte. Den består av pågående handlingar och verksamheter i nuet. Människor får vård, omsorg, skjuts, undervisning och rådgivning. Men det finns inget oväntat här. Den är till och med ibland så omedveten, att vi inte kan urskilja att en utveckling har skett.

Den är en välbekant del av vår vardagserfarenhet. Ja, det är just detta välbekanta som gör att vi brukar förbise dess betydelse när vi sysslar med så "djupa" frågor som tänkandets och vetandets innersta väsen. (Janik, 1991, s. 107)

Ofta sätter man upp motsättningar mellan teoretisk och praktisk kunskap, vetenskap och praktik, formell utbildning och lärande i livet. Än den ena än den andra utmålas som "the bad guy":

Teoretisk kunskap gör anspråk på allmängiltighet och uppfattas därför innebära makt över ett större område än partikulär kunskap, en kvantitativ värdering går före en kvalitativ. Men om den generella teoretiska kunskapen inte svarar mot det särskildas särskilda villkor och syften blir den illusorisk, eller kräver den för att kunna tillämpas – om den inte är lämpad för det särskilda – att man gör våld på det särskilda. (Bergendal, 2003, s. 82)

Eller som Bergendal uttrycker i ett annat avsnitt i sin bok, "Ibland förfaller vi till oarten att jämföra praktiken när den är som bäst med vetenskapen när den är som sämst – eller omvänt." (Ibid., s. 89).

Jag ska fördjupa detta ytterligare i nästa avsnitt då vi ersätter teori och vetenskap med dess drottning – matematiken, och praktiken med vår materiella värld.

Är det världen eller matematiken som inte stämmer?

Jag minns en av mina allra första lektioner som gymnasielärare. Lektionen skulle handla om area. Jag delade ut olika platta geometriska plastfigurer i form av cirklar, rektanglar, kvadrater, romber och parallelltrapetser. Jag bad eleverna att mäta och räkna ut arean på figurerna. Lektionen flöt på och jag gick runt och svarade på frågor om vilka formler som gällde, hur man skulle tolka och använda dem för att beräkna arean. Jag kom fram till en elev med handen i luften:

– Anette, jag har mätt motstående sidorna här på millimetern. De är inte lika långa. Är detta en romb eller inte?

En enkel fråga kan man tycka. Ja eller nej. Men ska jag vara ärlig så hade jag som matematiker aldrig funderat på problemet. För mig fanns det ingen skillnad mellan att diskutera "romb" i den matematiska definitionens betydelse och att anse att plastfiguren var en romb. Men eleven hade ju besvärande rätt, är inte de

motstående sidorna lika långa så är det ingen romb. Hur skulle då arean beräknas? Och vad skulle plastfiguren benämnas? Genast blev livet mer komplicerat.

Ett liknande problem diskuteras i ett intressant avsnitt i *Dialog om de två världssystemen* (Galilei, 1632/1993)⁷⁰ där Salviati och Simplicio diskuterar om ett verkligt materiellt klot vidrör ett plan i en enda punkt eller inte.

SIMP. Jag vill inte göra Platon den oförrätten, men jag håller gärna med Aristoteles om att han alltför mycket hängav sig åt och förälskade sig i sin geometri. För egentligen är dessa matematiska spetsfundigheter sanna i teorin, herr Salviati, men de stämmer inte när de tillämpas på påtagliga och fysiska ting. (Ibid., s. 241)

Matematikern kan demonstrera att en sfär vidrör ett plan i en enda punkt i tankens värld. Detta hade dåtidens filosofer problem med. Simplicio menar "att ett klot av till exempel brons inte vidrör ett plan av till exempel stål, i en punkt" (Ibid., s. 242) utan i en del av sin yta:

SIMP De verkliga (materiella) kloten är utsatta för många oväntade händelser som de abstrakta (immateriella) inte är. Och varför kan det inte vara så att ett metallklot som ställs på ett plan pressas ned litet av sin egen tyngd, så att planet ger efter en aning, eller också att själva klotet kläms ihop vid beröringen? Dessutom kan planet knappast vara fullkomligt, om inte av andra skäl så åtminstone för att alla ämnen är porösa. Och det kanske blir minst lika svårt att hitta ett så fullkomligt klot att alla linjer från medelpunkten till omkretsen är precis lika långa.

SALV. Jag går gärna med på alla dessa saker, men de är helt utanför ämnet. För när ni vill bevisa för mig att ett verkligt klot inte vidrör ett verkligt plan i en enda punkt, använder ni er av ett klot som inte är ett klot och ett plan som inte är ett plan, för efter vad ni säger finns antingen inte dessa ting i världen, eller också förstörs de när de används för att få fram effekten. (Ibid., s. 244)

Simplicio anser att det är "materians ofullkomlighet" som är problemet. Det är just detta som Salviati vänder sig emot.

SALV. Närhelst ni i verkligheten sätter ett verkligt (materiellt) klot på ett verkligt (materiellt) plan, sätter ni alltså ett ofullkomligt klot på ett ofullkomligt plan, och säger att de inte vidrör varandra enbart i en punkt. Men jag säger er att även i

⁷⁰ I den svenska översättningen används verklig/overklig medan i den norska används materiell/immateriell. Men eftersom en tanke på ett klot för mig känns verklig men immateriellt, så föredrar jag den norska översättningen (Galilei, 1632/2009). Jag har därför lagt in "materiell" respektive "immateriellt" i den svenska översättningen.

teorin kan ett (immateriellt) överkligt klot som inte är fullkomligt vidröra ett (immateriellt) överkligt plan som inte är fullkomligt, inte i en punkt utan med en del av sin yta. Så vad som händer i verkligheten i fråga om vad vi hittills talat om, händer på samma sätt i teorin. (245–246)⁷¹

Salviati hävdar till och med att det är svårare att i den materiella världen hitta ett kantstött klot som sluter an till ett knöligt plan i en liten förbestämd typ av yta. Problemet ligger alltså inte heller i det perfekt uttänkta klotets egenskaper.

Det som jag finner intressant här är att det ges uttryck för värderingar. Vilket även jag gjorde då jag blev besvårad av elevens fråga om romben. Tidigare i dialogen har Salviati frågat vad Simplicio skulle anse om en person som hävdade "att ett klot i verkligheten inte var ett klot."

SIMP. Jag skulle säga att han var helt utan förstånd. (Ibid., s. 242)

Jag sade inte att min elev var utan förstånd, men nog gick min tankar i den riktningen. Men man behöver inte anses var utan förstånd. Det är inget fel här. Vi förväntar oss att det ska stämma. Detta döljer en värdering. Vi tror att matematik ska passa, vi blir missnöjda och uppfattar frågor som tecken på okunskap. Mitt intryck är att vi då anser både matematiken och den materiella världen vara bristfälliga. Som matematiker kände jag en viss irritation över den besvärliga materiella världen som inte levde upp till matematikens enkelhet, vilket ledde till att jag helt enkelt bortsåg från den materiella världen. Som lärare däremot, blev jag istället irriterade på matematiken som inte stämde och passade elevernas upplevelser och vardag.

SALV. Men vet ni vad som händer herr Simplicio? Om en bokhållare vill få räkningarna att stämma när det rör sig om socker, siden och ylleyger, måste han räkna med taror⁷² på lådor, säckar och andra förpackningar. På samma sätt måste filosofen och geometrikern dra ifrån materialets brister om han i praktiken vill känna igen effekter som är bevisade i teorin.

Om han vet hur han skall göra det, lovar jag er att sakerna kommer att stämma lika bra som i aritmetiska beräkningar. Felen ligger alltså inte i abstrakt eller konkret, och inte heller i geometri eller fysik, utan i räknemästaren som inte kan räkna rätt. (Ibid., s.246)

⁷¹ Man ska också komma ihåg att Galilei hade som ambition att argumentera för att matematiken verkligen kunde uttalas sig om vår materiella värld. Det kopernikanska världssystemet var inte enbart en beräkningsmodell utan sade faktiskt något om hur planeterna i verkligheten rörde sig. Men detta var ju som sagt förbjudet att framföra. Därmed inte sagt att allt i vår verklighet kan uttryckas med matematik.

⁷² Emballage

Det är inget problem att vår materiella värld är som den är och att den abstrakta tankevärlden är som den är. Men vi tenderar att lägga in värderingar här, matematiken ses som "ren" och smutsas ner av den komplicerade verkligheten. Å andra sidan kan vi säga att det är den verkliga världen som de facto gäller, så den stackars matematiken kan få harva på – vi kan betrakta matematiken med avmätt likgiltighet.

Problemet ligger hos oss, det handlar om vårt ansvar och vår förmåga att "anpassa beräkningar" och ta hänsyn till sammanhanget. Detta tolkar jag som en kunskap som i stora delar handlar om praktisk kunskap och klokhet. Det är upp till oss att genomföra ett tolkningsarbete. Det är inte materialet eller de förutbestämda egenskaperna som sådana som gör ett klot till ett icke-klot, det är vår förmåga, en väldigt praktisk kunskap, att med fantasi och verktyg realisera ett klot eller någon annan form. Det är svårigheten för oss att tillverka en viss form som eventuellt sätter gränser för hur väl vi kan tillverka en plastgrej i form av en romb.

Men det är också vårt ansvar att kunna diskutera detta. Det ställer en del krav på oss, inte minst på oss lärare. I den norska översättningen av *Dialog om de två världssystemen* (Galilei, 1632/2009) så är det en "filosofisk geometriker" som kan upplösa konflikten och i praktiken se och förklara teorins effekter. Att enbart vara filosof eller geometriker räcker inte, eftersom filosofen skyller på materians ofullkomlighet och geometrikern inte ser något problem överhuvudtaget.

Här kan jag finna ledtrådar i min svårighet som lärare att hantera relationen mellan skolmatematiken och användbarheten i den materiella världen. Det krävdes av mig helt andra kunskaper än i matematik, jag behövde bli en lärare som kunde diskutera historiska och filosofiska frågor i relation till matematik.

– Ää...va?

– Ja... alltså jag har mätt, se de är inte lika långa. Det skiljer en halv millimeter. Är det en romb eller inte?

– Ja...om vi använder just den linjalen som du använt och dina ögon, då blir det inte en perfekt romb. Men vi kan också använda en annan linjal som har en annan skala. Då kanske vi uppfattar de som lika med våra ögon.

– ??

– Vi måste komma överens om vi ska tillsammans betrakta detta som en romb eller inte. Om du skulle beskriva formen för någon annan vad skulle du då säga?

Det är mycket möjligt att eleven uppfattade mig som okunnig. Vad katten, vet inte läraren om det är en romb eller inte!? Ärligt talat uppfattade jag även mig själv som okunnig. Består inte matematiken av klara besked? Hur svårt kan det vara? Det finns en risk att genom att vi framställer matematiken som perfekt föder det en förväntan hos elever och mig som lärare att den alltid ska vara tydlig, säker och exakt.

Sammanfattningsvis, så är det varken fel på det abstrakta tänkandet eller på den materiella världen. De är som de är. Istället handlar det om oss och vår förmåga att utan värderingar och med omdöme tillämpa generella tankar. Men det handlar också om att med omdöme lägga märke till likheter mellan konkreta materiella upplevelser och formulera, med eller utan, språk "lokala", mer eller mindre generella samband, utifrån situationers behov. Med andra ord, det kan alltså finnas behov (och lust!) att *både* utveckla förmågan att hantera de konkreta, djupt kontextbundna, situationerna *och* att utveckla och använda abstraktioner och generaliseringar på olika nivåer.

Att relatera skolmatematiken till användbarhet visar sig med ovanstående diskussion vara mer komplext än vad man först kan ana. Att vi i skolans matematikutbildning tenderar att formulera oss i *problem* i termer av väldefinierade *gåtor* kan medföra att våra försök att lösa gåtan missar målet och istället förvärra problemet. Vilket mina exempel med *spännande skapelse*, *smink*, *skrönor* och *smoothie* visade i tidigare avsnitt. *Oron över okunskap* kan medföra att vi undviker att visa upp komplexiteten för oss själva eller för eleverna.

Men komplexiteten skrevs delvis fram i de gamla styrdokumenterna och det finns faktiskt med i de nya kursplanerna. I grundskolan ska eleven ges möjlighet att "reflektera över matematikens betydelse, användning och begränsning i vardagslivet, i andra skolämnen och under historiska skeenden och därigenom kunna se matematikens sammanhang och relevans." (Skolverket, 2011c, s. 62). I gymnasieskolan ska eleverna ges förutsättningar att utveckla förmåga att "relatera matematiken till dess betydelse och användning inom andra ämnen, i ett yrkesmässigt, samhällsligt och historiskt sammanhang." (Skolverket, 2011d, s. 91). Men ord i en text är en sak. Det krävs mycket av oss i skolans värld för att undervisningen ska ge elever dessa förutsättningar.

Kursplanen – text, tolkning och handling – varför?

Varför blir våra tolkningar och handlingar som de blir? Varför förändras ibland inte handlingar, när en ny text landar i praktiken?

Övergripande handlar detta om ett tolkningsarbete, och det är då naturligt att betrakta frågor kring kursplanen med hjälp av hermeneutik. Jag kommer också att använda mig av de sex "visen" eller fenomenen för att undersöka i vilken mån de påverkar våra tolkningar.

Varför blir våra tolkningar och handlingar som de blir?

Inledningsvis kan jag se två orsaker. För det första, hur våra tolkningar och handlingar blir som de blir beror på i vilken grad det ingår i ens praktik att arbeta med texten och vad detta arbete består av. Om till exempel arbetet sker i

ensamhet eller i gemensamhet, eller om det sker kontinuerligt eller sporadiskt. Om arbetet till exempel involverar att tolka *delar* ur kursplanen i relation till *helhet* som dokument, andra ämnen eller läroplan, eller om texten tolkas i relation till läromedel, prov och tidigare planeringar. Vad tolkningsarbetet består av påverkar.

Hermeneutik kan översättas till "förståelselära" (Göranzon et al., 1976, s. 17). En huvudtanke är att man genom att pendla mellan att tolka "helhet" och "delar" successivt kan fördjupa och vidga sin förståelse. Ovan gav jag exempel på olika tänkbara "helheter" och "delar".

Den andra inledande orsaken till varför tolkningar och handlingar blir som de blir beror på vår förförståelse, vilken ingen av oss kommer ifrån vare sig kursplanen är vag eller detaljerad. Att förstå eller veta är ett tillstånd som vi befinner oss i, menar poeten och lyrikern Heinrich von Kleist (2002). Och när en ny kursplan dimper ner i praktiken befinner vårt vetande sig i ett visst tillstånd, vår förförståelse.

Vad kan då ingå i vår förförståelse? En del är vår praktiska kunskap med dess tysta oformulerade delar som byggs upp över tid i vårt yrkesliv. Ett exempel ges av min egen berättelse då jag som nybliven lärare på gymnasiet tolkade kursplanen utifrån min praktiska kunskap som matematiker. Då, var jag inte medveten om att jag tolkade. Jag var därmed inte heller medveten om hur jag tolkade kursplanen och hur präglad tolkningen var av min bakgrund.

En annan del av förförståelsen kan handla om hur man förstår relationen mellan *skolmatematiken och en möjlig användbarhet*. Vilket i ett vidare perspektiv kan ses som en del av hur man betraktar vad matematik är överhuvudtaget. Åter igen ges ett exempel av min egen bakgrund där min förförståelse för användbarheten i princip var begränsad till populärvetenskaplig matematik, samtidigt som jag hade bestämda uppfattningar om vad matematik som helhet var.

Förförståelse kan också vara påverkad av i vilken grad man betraktar en ny fastställd kursplan som *lösningen* på skolmatematikens *problem*. Metaforen "problem som gåta" kan också implicera att man som lärare förväntar sig att få en lösning på allt, till exempel en specificerad beskrivning över både vad, när och hur jag ska behandla skolmatematiken i undervisningen.

Ytterligare aspekter i förförståelsen handlar om det som jag redan har beskrivit i avsnittet *Vilka vis framträder?* då jag beskrev effekter av vår *oro för okunskap och det oförutsedda*. Oron som del i vår förförståelse kan leda till att vi tolkar allt innehåll som förutbestämda mål som vi kan bli klara med. Detta kan leda till att processer som skulle kunna tolkas som att de aldrig tar slut omtolkas till mål, till något förutbestämt.

Flera av delarna i en förförståelse som jag nu räknat upp skulle kunna härledas tillbaka till vilken kunskapssyn man som lärare och rektor medvetet eller

omedvetet tolkar utifrån. Om man ser all kunskap som tillämpad teori finns inget hinder för att försöka styra en verksamhet med en text – utifrån perspektivet att alla handlingar är formulerbara i skrift. En gemensam förståelse nås då genom att enbart definiera oss mer och tydligare. Vårt arbete inriktar sig då på att göra bättre och bättre och fler och fler texter. Med andra ord, fler och bättre regler att följa. En liten iakttagelse här – när något går fel i en praktik (skola, sjukvård, polisen) brukar ansvariga ofta uttala sig med orden ”vi ska se över våra rutiner”. Intrycket är att man inte uppmärksammar att allt tolkas. Om jag skall hårdra, kanske ser man en kursplan snarare som en bruksanvisning än som ett stycke Shakespeare?

Varför förändras ibland inte handlingar när en ny kursplan landar i praktiken?

Jag ska skissa på tre olika övergripande anledningar. De två första anknyter till avsnittet ovan, det vill säga, i vilken mån ett tolkningsarbete är en del i ens praktik och vilka möjligheter man har i sin praktik att utveckla sin praktiska kunskap, och därmed vidga sin förståelse. Till detta tillkommer den faktiska kvalitén på kursplanetexten.

Ett grundläggande problem med att verkligen förändra handlingar finner jag genom att reflektera över den berättelse jag gav kring min erfarenhet av att skriva kursplaner. Jag hävdade att det var en verksamhet som egentligen saknade praktik, då den var så diskontinuerlig. Men i princip är ”en-ny-text-hamnar-i-praktiken” också en situation i skolan som sker *sällan* i jämförelse med den dagliga verksamheten för lärare och rektorer. Med ungefär tioårs mellanrum inträffar detta i en lärares och rektors praktik. Delaktigheten i framtagningen präglas av ett reaktivt arbete och inte en kontinuerlig delaktighet. Sammantaget kan detta göra det svårt, inte bara på Skolverksnivå att konstruera en kursplan, utan även på skolnivå att hantera texten. Vilken praktik och praxis har man utarbetat på skolan för att hantera ett aktivt tolkningsarbete av en text? Vilken beredskap eller vana har man?

Om ett tolkningsarbete ska leda till förändringar i *handlingar* kan inte tolkningsarbetet begränsas till att tolka en eller flera texter. Orden i sig innehåller inte innebörden, hur väl vi än försöker precisera den med nya ord. Vi skulle kunna fördjupa detta ytterligare genom att återgå till avsnittet *Språkets tysthet*. I detta avsnitt beskrev jag en syn på språket som medför att symbolerna – orden – i kursplanen inte innehåller ordens innebörd. Det är ordens användning i praktiken som bildar, och redan har bildat, dess mening. Platon lyfter fram hur benämningar, definitioner och avbildningar bildar kunskap om de ”gnuggas” mot varandra tillsammans med andra människor. Den femte ”saken” eller ”nivån” av kunskap, handlar enligt Platon om insikt i kunskapens instabilitet (Platon, 2009).

Detta skulle kunna appliceras på kursplanen med sina ”benämningar” och ”definitioner”, och undervisningen skulle kunna ses som ”avbildningen”. Genom

att "gnugga" kursplanens text med det faktiska genomförandet skulle vi enligt Platon kunna bilda kunskap, en kunskap som jag ser som en praktisk kunskap. Om vi dessutom stävar efter den femte nivån enligt Platon, innebär detta att inse kunskapens instabilitet. Detta skulle kunna tolkas som att vi reflekterar över helheten (text-tolkning-handling), accepterar variation och det oförutsedda i praktiken, och fortsätter att utveckla denna helhet. Detta resonemang har stora likheter med min tidigare beskrivning av en hermeneutisk process då man inte begränsar sig av texter utan även inkluderar handlingar som tolkas och omtolkas rytmiskt.

Men denna teoretiska och ideala beskrivning ska också jämföras med mina berättelser från praktiken. Jag frågade ovan om man har en vana eller beredskap för att ta hand om en text som till viss del ändrar förutsättningar för praktiken. Ja, det kan man ha i ett vidare perspektiv, om man på skolan kontinuerligt bedriver utvecklingsarbete, vilket det också gavs exempel på i rektorernas samtal. Professorn i pedagogik och arbetslivsforskaren Per-Erik Ellström beskriver lärande och utvecklingsarbete i olika organisationer som en pendelrörelse mellan rutinerade och reflekterande handlingar, vilket kräver ledarskap och organisation för både drift och utveckling (Ellström, 2005, 2011). Finns det en *vana* i skolans praktik att pendla mellan rutin och reflektion och skolan därmed har ledning och organisation för både drift och utveckling, blir det enklare att sätta i verket ett tolkningsarbete, där kursplanen utgör ett nytt "störande" element i praktiken.

Men de olika "visen" eller fenomenen som jag har arbetat fram i tidigare avsnitt kan synliggöra orsaker till varför det kan vara svårt att genomföra ett tolkningsarbete för att förändra. Förändringsarbete är beroende av den förförståelse man har och den förståelse man ges möjlighet att utveckla i sin praktik. Med andra ord, vilken kvalitet den praktiska kunskapen har.

Bergendal karakteriserar en praktik med sviktande kvalitet då den i allt för hög grad består av slentrianmässiga eller totalt improviserade handlingar. Till detta lägger han också blind lydnad, där man inte kan uppfatta något tolkningsutrymme i de regler som ska styra verksamheten. Så i en praktik där en klokhet utvecklas råder ett reflekterande arbetssätt, där man med måttfullhet kan improvisera och där man tar ansvar att följa reglerna samtidigt som det inkluderar ett ansvar som kan gå utanför de formella reglerna. Ett ansvar gentemot människorna – elever, lärare, föräldrar och samhället i stort.

En för hög grad av *ensamhet* kan bidra till att det är svårt att utveckla den praktiska kunskapen och förförståelsen. Vi kan tala om gemensamma tolkningar, men handlingarna i klassrummet sker av lärare i ensamhet. En annan aspekt kan vara bristen på eller ovanan att använda ett gemensamt språk för att läsa, skriva, diskutera och reflektera kring skolans matematikutbildning.

Oron över okunskapen kan även gälla oss själva. Vi efterfrågar inte utveckling av den praktiska klokheden utan kanske i högre utsträckning vår förmåga att använda metoder och tillämpa teorier, med andra ord *techne* och *episteme*. Ett exempel gavs av rektorernas frustration över att de skickar iväg sina lärare på formell utbildning men ser inga förändringar i praktiken.

En ytterligare svårighet synliggörs i den modell för kunskapsuppbyggnad som föreslås i utredningen av Dramatens förändringsarbete och där jag fann en tidig användning av hermeneutik (Göranzon et al., 1976). I modellen, som på många sätt påminner om aktuella modeller som används inom skolornas systematiska kvalitetsarbete, finns analys, program och handling. Men dessa steg omsluts av ett par steg som jag upplever ofta saknas i dagens modeller. Det första steget är *kritik* och det sitta steget är *motstånd*.

En ny kursplan är en ny förutsättning för praktiken och kan medföra att tyst kunskap som inte tidigare var artikulera blir formulerad. En vana kan komma att brytas i praktiken och synliggöra det vi tidigare inte sett. Att våra handlingar och tolkningar blir föremål för kritik och självkritik är då naturligt. Men som modellen för förändringsarbetet vid det anrika och traditionstygda Dramaten pekade på så kan vi mötas av *motstånd*. Detta motstånd kan vi möta från till exempel *eleverna då de reagerar* på en ny praktik (vilket jag sannerligen fick uppleva) eller från föräldrar.

Jag ska nu avrunda detta avsnitt med att, istället för att fokusera på praktikens svårigheter, rikta strålkastarljuset på kursplanens innehåll och språk. Praktikens excellens utmärks enligt Bergendal av en måttfullhet, det rätta måttet. Att i nuet utföra handlingar utifrån den unika situationens behov och där man tar ansvar. Varför få förändringar sker när en ny kursplan införs kan också bero på kursplanen som sådan och att praktiken verkligen tar det där ansvaret som Bergendal talade om.

Lee Peng Yee, med erfarenhet av att utveckla kursplaner i Singapore från 1971 till 2013, menar:

A reform can move only as fast as teachers can move. (Lee, 2010, s. 4)

För det första, det finns en gräns för hur mycket förförståelsen kan utmanas. Naturligtvis kan inte en ny kursplan innebära att lärare måste genomgå alltför omfattande fortbildningar för att kunna genomföra undervisningen. Kursplanen behöver möta lärarna där de är för att de ska kunna röra sig gemensamt. Men vad vet vi om den kunskap lärare utvecklar i sin praktik? Den praktiska klokheden med tysta inslag är inte utforskad i så hög grad och därmed inget man beaktar i utformningen av kursplanens innehåll och språk. Saknas kunskap att omsätta kursplanen i handlingar blir det också få nya handlingar.

För det andra, jag vill vända på perspektivet och påstå att en lärare och en rektor får utvecklas och "röra sig" bara så fort som den nya kursplanen upplevs tillåta. Det är möjligt att en kursplan inte tillräckligt stödjer en undervisning som bottnar i praktisk klokhet och forskning, eller som utgör en kreativ "störning". Kursplanen kan ju faktiskt motverka eller ange en annan riktning än vad den praktiska klokheten och forskningen pekar åt. Det kan finnas innehållsmässiga brister i kursplanen som praktiken inser och tar ansvar för. I bilaga *Mål utan grunder* (SOU 2008:27) som *Idégruppen för kursplaneutveckling i matematik* (IKUM), skrev pekade ett flertal områden ut som enligt IKUM aldrig har behandlats på ett bra sätt: kursplanernas omfattning; anpassning till elevgrupper; modernisering av innehåll; tekniska hjälpmedels roll; yrkeslivets matematik och helhetsperspektivet från förskola till högskola.

För det tredje, jag skulle kunna återgå till avsnittet *Kunskapens tysta språk*, där jag diskuterade språkets möjligheter att förmedla praktisk kunskap. Det är fullt möjligt att en kursplan och dess implementeringsinsatser inte lyckas förmedla och gestalta en riktning som inbjuder till dialog och tolkning. Det juridiska språkets tillkortakommande fick Bengt Göransson att i en debattartikel efterfråga mer poesi!

Frågan är om kursplanen är ett partitur som, om man spelar upp det väl, ger oss ljuv musik? Är den ett stycke som går att spela? Ger kursplanen verkligen förutsättningar för att ta ut en riktning? När Ulf P. Lundgren reflekterar och uttrycker sig kring arbetet med *Skola för bildning*, och jämför med utvecklingen av dagens kursplaner gör han det via en analogi med utvecklingen av Lego:

Lego bestod en gång av olika klossar som man kunde bygga de mest fantastiska, hus, städer, bilar osv. Lego idag är en låda med en plan att sätta ihop ett rymdskepp eller något liknande som finns i någon tokig serie från USA. När det är så har man uppfyllt kunskapskraven och kan ställa dom bland andra byggen på en hylla. Det är så vi möter den internationella konkurrensen, alla barn i hela världen har samma rymdskepp på hyllan.

(personlig kommunikation, 2013, 3 april)

Sammanfattningsvis kan den excellenta praktiken som lever på havets botten fortsätta bilda sina egna strömmar utan att ytan påverkas.

..//...the curriculum is like the ocean. At the top, where the nation *talks* about its mathematics curriculum, change may seem obvious. But on the ocean floor, where the curriculum lives, life is different. The movements above may or may not affect what *happens* there. (Kilpatrick, 2009, s. 3, min kursivering)

Praktiken talar i tysthet tillbaka och nya handlingar uteblir. Kanske kan vi ur detta också skönja ett svar på Jeremy Kilpatrick självkritiska första fråga:

Why is it that so many intelligent, well-trained, well-intentioned teachers put such a premium on developing students' skill in the routines of arithmetic and algebra despite decades of advice to the contrary from so-called experts? What is it that teachers know that others do not? (Kilpatrick, 1988, s. 274)

Men det bör tilläggas, vilket jag har diskuterat i Del I, ingen kommer ifrån sin förförståelse, inte heller en forskare som träder in i ett klassrum och betraktar och tolkar skeenden som utspelar sig där.

Reaktioner från elever på deras verksamhet – varför?

Jag delade in elevernas reaktioner som framkom ur berättelserna i Del II i tre kategorier, att stirra på betongpelare, att inte förstå och kunna använda, samt att som elev tänka nya tankar. Jag ställer nu frågan *varför* kring dessa reaktioner.

Enligt läroplanen är målet i grundskolan att varje elev "kan använda sig av matematiskt tänkande för vidare studier och i vardagslivet" (Skolverket, 2011c, s. 13). I läroplanen för gymnasieskolan är målet att varje elev "tillägnar sig goda kunskaper" i matematik och "kan använda dessa kunskaper för vidare studier och i samhällsliv, arbetsliv och vardagsliv" (Skolverket, 2011d, s. 9). Att elever därmed ställer frågor kring att förstå och att använda matematik är i sig inte konstigt. Enligt läroplanen verkar vi vuxna anse att detta är målet med skolans matematikutbildning.

Men viken innebörd har att förstå och att använda i den praktik vi skapar? I avsnittet *Vilka vis framträder?* har jag arbetat fram vis som ingår i vår praktik som yrkesverksamma. Jag ska först gå igenom hur de sätt som vi hanterar dessa vis kan påverka elevernas verksamhet. Med andra ord följderna av hur vi hanterar: problem och lösning, ensamhet och gemenskap; oron över det oförutsedda och okunskapen; relationen mellan skolmatematik och en användbarhet utanför klassrummet. Denna genomgång ger oss några svar på varför elever reagerar som de gör.

Visen medför att eleverna reagerar

Både jag och rektorerna upplevde i vår yrkesvardag *problem* som var svåra *att lösa* – det fanns ett motstånd och ibland en kamp. Intrycket var att eleverna inte alltid fick utrymme att möta denna typ av motstånd i sin verksamhet, det vill säga problem som man inte kan lösa på rutin. En allt för stor del i elevens praktik handlade om rutinuppgifter, med andra ord, stirrande på en betongpelare. Som jag tidigare nämnt, har man inom den matematikdidaktiska forskningen länge påvisat vikten av att via problemlösning lära sig matematik och utveckla till exempel begreppsförståelsen. Men ett vidare *matematisk* perspektiv på problemlösning kan leda till andra begränsningar. Om det matematiska perspektivet leder till att problem i för hög grad uppfattas som "gåtor" kan det

leda till att vi exkluderar de problem som uppfattas mer kontextbundna och som vi möter i vårt vardags- och yrkesliv som människor. Vi får då en begränsad erfarenhet av att använda matematik, en snävare förståelse och skolmatematiken blir isolerad – som betongpelare i en källare.

För mycket *ensamarbete* för elever medför att elevernas kunskapsutveckling begränsas och de utvecklar varken ett språk i eller om matematik. Jag har beskrivet att i min tillvaro som matematiker var matematikens begrepp och metoder mina samtalspartners. På samma sätt kan ensamheten för eleverna medföra att de skapar egna "samtalspartners". Ett litet exempel ges av min dotter som skulle skriva 2013 och mumlar för sig själv medan hon skriver:

– Tjugo...20...hundra...00...tretton 13...200013.

Dessa samtalspartners kan vara helt felaktiga och bidra till att elever varken förstår eller kan använda matematik. Dessutom förväntas enligt kursplanen eleven utveckla *sin* tilltro till den *egna* förmågan och reflektera över *sina* erfarenheter. Men om man betraktar kunskap som något som skapas *mellan* människor behöver man även reflektera över våra *gemensamma* erfarenheter. Det går inte som jag diskuterade i Del I att skapa en hållbar praxis helt själv.

Vår oro över *okunskap*, i betydelsen att eleverna inte förstår, kan medföra att vi inte vågar utsätta eleverna för situationer som är svåra och kan synliggöra deras egen eller andras okunskap, till exempel i problemlösningssituationer. Rektorerna talade om att man som lärare stoppar upp undervisningen om inte *alla* förstår. I en sådan praktik vågar man kanske inte som elev pröva och uttrycka en ny annorlunda tanke.

Om vi tolkar det *oförutsedda* som ett tecken på okunskap, och okunskap ses som lite skamligt, då undviker vi att utsätta eleverna för oförutsedda händelser. Oron kan leda till att vi i hög grad arbetar med att språkligt formulera förutbestämda mål för skolan, ämnet, årskursen, lektionen, sidan i boken och varje enskilt problem som vi sedan kontrollerar emot. Elevernas verksamhet består också av att genomföra diagnoser, prov och tester år ut och år in vilket är metoder som vi vuxna använder för att avgöra i vilken mån det vi förutsett har skett, om eleven har kommit i mål eller inte. Kommer det på provet? är en fråga man ofta får som lärare. Detta signalerar att det är något mycket välbekant som kommer att återkomma, inget man inte sett förut kommer på provet. Även denna del av praktiken består av en förutsägbarhet.

Detta kan leda till att vi undviker att synliggöra matematikens instabilitet och oberäknelighet. Matematiken blir enbart trygga betongpelare och inga nya tankar har mening. Matematiken blir beräknelig.

Elevernas tillvaro består då av att ta sig *till målet*. Som jag tidigare beskrev uppfattade man på Aristoteles tid en *rörelse* från A till B som något *till B*. Det blir då naturligt för elever att tala om sin verksamhet i termer av: Hur många uppgifter har jag kvar att göra? Hur många fler har jag gjort jämfört med andra?

Kan en fokusering på mål i för hög grad medföra att det i första hand är en mekanisk form av *techne* eller färdighet i relation till välkända mål som utvecklas hos elever? Hur ska jag *använda* den här metoden eller begreppet i den här uppgiften? Hur ska jag göra? Medan en praktisk klokhet inte efterfrågas i lika hög grad, med tillhörande frågor kring om det till exempel är relevant att använda metoden i detta problem? Är det relevant att hantera situationen med matematik överhuvudtaget? Färdigheten – handlingen – blir inte ett uttryck för en förståelse, vilket den skulle kunna vara.

Kan resultaten även skapa en oro hos elever? Mina elever frågade mig ibland om jag trodde deras generation var dummare än föregående generationer. Kanske leder detta sammanfattningsvis till att matematik *inte* är ett bildningsämne i skolan i någon större utsträckning. Det är inte ett ämne som ger obegränsat av nya upplevelser och erfarenheter. Det finns inget kvar när du glömt allt du lärt dig, för att parafrasera Ellen Key.

I tidigare avsnitt har jag beskrivit hur vi vuxna på fyra olika sätt medvetet eller omedvetet kan skapa en märklig *relation mellan skolmatematiken och användbarhet* utanför formell utbildning. Ett sätt var att tala om *spännande färdigkonstruerade skapelser* som handlade om att på ett populärvetenskapligt sätt berätta om matematikens tillämpningar. Avståndet är här stort mellan elevernas verksamhet och resultatet av vuxnas arbete med matematik. Ett annat sätt handlade om *smink*, där vi vuxna på förhand bestämt det matematiska innehållet och sedan sminkat på en mer eller mindre realistisk verklighet. Ytterligare exempel gavs på problem i form av *skrönor* där verkligheten är till för att gestalta det matematiska innehållet, inte tvärt om. Om man genomför den matematiska lösningen i praktiken kan den visa sig inte alls vara den mest effektiva eller naturliga. Det fjärde exemplet, *smoothie*, var min egen upplevelse av att som vuxen ibland hävda att matematik är en nödvändig kunskap i vissa situationer när den inte är det. Här finns också ett maktperspektiv, vilket skulle kunna medföra att eleven tvivlar på sig själv och sina egna erfarenheter och upplevelser.

Effekten av allt detta blir att skolmatematikens klassrum förblir delvis isolerat från situationer i livet utanför, och att det skapas en märklig relation mellan skolmatematik och användbarhet i vardags- och yrkesliv. För eleverna blir det svårt att använda just skolmatematiken utanför klassrummet och skolan. Men som jag också beskrivet i föregående avsnitt så är området mycket mer komplext än man först kan ana. Det involverar djupt filosofiska och kunskapsteoretiska

frågor som kanske ligger utanför vad som anses vara gängse lärarkunskap i matematik.

Denna sammanfattning visar hur den praktik och praxis vi vuxna skapar kan bidra till att förklara elevers reaktioner på den verksamhet de upplever i skolan i början på 2000-talet. Jag ska nu kombinera detta resultat med det kunskapsteoretiska bidraget *Kunskapens isberg smälter* från Del I, för att fördjupa analysen och spåra fler svar på frågan varför.

Är att använda och förstå matematik en teoretisk eller praktisk kunskap?

Eleverna ville förstå och veta hur man skulle göra. Men som jag upptäckte genom att gå från matematikerpraktiken till lärarpraktiken så går inte allt att förstå och språkligt verbalisera när man använder eller lär sig matematik, och allt handlar inte om att välja och utföra färdiga procedurer varken i skolmatematiken eller i vetenskapen matematik. Detta har även min analys i Del I kring kunskapens natur visat. Det finns en annan typ av kunskap som bildas i den praktik man är verksam i och som skär tvärs igenom alla de fyra kunskapsformerna färdighet, förtrogenhet, förståelse och fakta. Det medför att det ibland inte finns något att förstå i termer av logiska resonemang. På samma sätt, *hur* man ska använda begrepp och metoder formuleras inte språkligt. Kunskapen är tyst och oformulerad och visar sig som en praktisk kunskap med högre eller lägre kvalitet. Den byggs upp genom att man utför kontinuerliga rytmiska handlingar i praktiken enligt en praxis tillsammans med andra människor.

Metaforen "Kunskap som ett isberg" synliggjorde i *Skola för bildning* (SOU 1992:94) att det finns mycket dolt som vi borde uppmärksamma. Men trots detta, i avsnittet *Kunskapens isberg smälter* pekar jag på tre brister i modellen för kunskapens natur från *Skola för bildning*. Tyst kunskap skär tvärs igenom alla kunskapsformer, även den språkligt uppbyggda förståelsen med sina begrepp. Detta blir speciellt tydligt i matematik, som ger intryck av ett uttömmande och precist språk. Men kunskapen finns inte i tecknen.

I *Kunskapens tysta språk* har jag visat på behov av ytterligare språkliga redskap i form av analogier, metaforer och berättelser. Ett exempel ges i ett avsnitt ur *Dialog om de två världssystemen* (Galilei, 1632/1993), där pedagogen Salviati förklarar för Simplicio genom att göra analogier mellan det Simplicio redan vet via vardags- eller yrkesmässiga erfarenheter. Pedagogen Salviati använder analogiskt tänkande, en förmåga att lägga märke till och hålla i minnet hur vardagserfarenheter kan tolkas, ifrågasättas och fogas ihop till resonemang. Små berättelser från vardagen eller fantasin bygger upp eller förmedlar (genom hållbara analogier) en förståelse för ett fenomen. Metaforer, analogier och berättelser ger oss möjlighet att se något som något annat vilket kan ses som att

förstå i den vidaste betydelsen (Asplund, 1970). Med andra ord, detta språkbruk kan också vara ett sätt att förmedla och erövra förståelse.

Den tredje invändningen handlade om att förståelsen inte kopplas till färdighet. Men det är med förståelse vi även försöker se mening i vårt handlande, och även omvänt, genom att handla meningsfullt bygga upp en förståelse. Vi kan inte ta på abstrakta begrepp men det meningsfulla kan uppstå när vi *gör* något med de abstrakta begreppen. Det är där färdigheter kommer in. En förståelse kan både bildas och ge sig tillkänna i form av en handling, en färdighet. Att kunna använda. Att vi språkligt kan uttrycka oss, garanterar inte att vi har kunskap.

Men om den tysta kunskapen lever i alla kunskapsformerna, och förståelse kan byggas upp och förmedlas via handlingar, medför detta att den praktik och praxis vi bygger upp inom skolans matematikutbildning blir viktigare än vad vi kanske tror. Med referens till Donald Broadys *Den dolda läroplanen* (1981), försökte man i *Skola för bildning* uppmärksamma detta:

Genom den praktiska erfarenheten lär man sig inte bara det som är i fokus, det medvetna, utan också den tysta bakgrunden, som man "får i sig". Denna bakgrundskunskap, som vi förlitar oss på när vi försöker förstå världen, är såväl sinnlig som begreppslig. På så vis blir också det sammanhang där elevernas kunskaper utvecklas betydelsefullt som en tyst bakgrund till dessa kunskaper. (fotnot 11)⁷³

Det sätt som skolarbetet är organiserat på kan därigenom fungera som en "stödstruktur" för den kunskap som skall förmedlas, eller motverka den. Om exempelvis elevernas tysta kunskap blir vilken typ av svar som läraren väntar sig på sina frågor har arbetet kanske inte organiserats på ett sätt som utvecklar elevernas förmåga att förstå mönster och sammanhang. Beroende på sammanhanget kan innebörden i de kunskaper som eleverna utvecklar vara mycket olika, även om de kunskaper lärarna förmedlar tycks likartade. I den pedagogiska forskningen har dessa andra sidor av skolarbetet fått beteckningen "den dolda läroplanen" (fotnot 12), som kan vara kongruent eller inkongruent med den "officiella" läroplanen. (SOU 1992:94, s. 64)

Det handlar dock inte enbart om organisation, utan om våra gemensamma handlingar i det vi har organiserat, den praktik och praxis vi skapar och har skapat. Vi har skapat praktiker för barn länge i svensk skola. Sveriges första kursplan i räkning ger en bild av en praktik:

⁷³ I fotnot 11 hänvisar man till: *Common Knowledge. The development of understanding in the classroom*, (Edward & Mercer, 1987) och *Situating Learning in Communities of Practice* (Lave, 1991)

När två eller flera årsklasser på samma timme undervisas i räkning, bör den eller de af dessa årsklasser, som icke erhålla omedelbar undervisning, sysselsättas med tysta räkneövningar. (Svensk författningssamling, 1878, s. 23)

Tyst räkneövning särskiljs här från omedelbar undervisning. Den totala undervisningen innehåller något mer än "tyst räkneövning". Sedan 1878 har vi utvecklat denna undervisning och utbildning. Jag ska ytterligare fördjupa diskussionen genom att diskutera två matematikdidaktiska forskningsartiklar. De två artiklarna speglar de mest utmärkande inriktningarna som vi vuxna försökt och fortfarande försöker arbeta efter för att förbättra och utveckla matematikutbildningen. De speglar också vår benägenhet att pendla mellan dessa inriktningar. Artiklarna har blivit utvalda av den mäktiga amerikanska lärarföreningen *National Council of Teachers of Mathematics* (NCMT) att ingå i boken *Classics in Mathematics Education Research* (Carpenter, Dossey, & Kochler, 2004). Boken består av sjutton artiklar, de flesta skrivna mellan 1973 och 1996, och de anses ha påverkat dagens matematikutbildning och speglar samtidigt utvecklingen av forskningen kring matematikutbildning.

I artikeln *Benny's Conception of Rules and Answers in IPI Mathematics* (Erlwanger, 2004), publicerad ursprungligen i *Journal of Children's Mathematical Behavior* 1973, beskrivs eleven Benny som är framgångsrik i matematik. Som en reaktion på 50- och 60-talets betoning på begreppsförståelse kom en motreaktion under 70-talet med fokus på "back to basics". Denna inriktning manifesterades i många "individualized instructions programs" vilka bestod i att elever arbetade i häften i egen takt. När eleven kände sig redo gjordes tillhörande prov och gick det bra fick man gå vidare och få ett nytt häfte. Hela praktiken ansågs alltså kunna förmedlas språkligt i skrift. Läraren spelade en underordnad roll i klassrummet, mer som en handledare för att "programmet" skulle genomgå korrekt. Tolvåriga Benny är en av de bästa eleverna i sin klass. Men när forskaren Erlwanger intervjuar Benny visar det sig att han har utvecklat högst egenartade metoder som matematiskt är helt felaktiga, till exempel anser Benny att $\frac{2}{10}$ blir 1.2 i decimalform. Man kan fråga sig hur Benny ändå lyckades så väl med att genomföra proven? Min tolkning är att han har utvecklat en fantastisk framgångsrik praktisk klokhet i just denna praktik. Benny vet att hans utveckling handlar om att få tillräckligt många rätt på de tillhörande proven för att få lov att gå vidare och arbeta i nästa häfte. Varje fråga på proven har ett rätt svar och svaren avgör Bennys fortsatta arbete. Benny har upptäckt att till en uppgift kan flera svar vara rätt men testerna ger bara rätt för *en* variant, till exempel är $\frac{1}{2}$ rätt men $\frac{2}{4}$ är fel, fast Benny vet att det också är rätt. Detta medför att "rätt" och

”fel” tappar betydelse i relation till matematiken, det gäller bara att pricka rätt utifrån vad testet anger. Men det medför också att Benny inte kan dra någon som helst slutsats eller lärdom för att lära sig matematik från ett fel på provet. Felet behöver inte bero på att han tänkt fel eller att det överhuvudtaget är fel, utan det kan bero på den ”praktik” som uppgifterna är konstruerade utifrån. Forskarna försöker lära Benny rätt, men det visar sig svårt för Benny att lära av och lära om. Han har skapat sina egna ”samtalspartners” som han ogärna mister. Han har utarbetat en förtrogenhet med sina egna regler som är svår att snabbt bryta sig loss från. Matematiken blir nyckfyll och magisk utan någon som helst logik eller struktur. Artikeln visar praktikens oerhörda betydelse för den kunskap Benny utvecklar. Författaren Erlwanger uppmärksammar också:

But since objectives in mathematics must be defined in precise behavioral terms, important educational outcomes, such as learning how to think mathematically, appreciating the power and beauty of mathematics, and developing mathematical intuition, are excluded. (Ibid., s. 56)

Även idag formulerar vi kursplaner i termer av elevers ”synliga”, eller snarare artikulerade beteenden, och vi mäter efter dessa. Detta innebär också att ordet ”förstå” inte finns med i svenska kursplaner. Att som elev arbeta i mer eller mindre uttömmande läromedel och göra prov återfinns även i dagens praktik.

I citatet lyfts ”the power and beauty of mathematics”, vilket får mig att se analogier med mina egna reflektioner som förälskad matematiker. Vad döljs i forskarnas egna värderingar om vad praktiken borde var? Detta ledar mig till nästa artikel publicerad första gången 1990, *When the Problem is Not the Question and the Solution is Not the Answer: Mathematics Knowing and Teaching*, (Lampert, 2004). Året dessförinnan publicerade NCMT det första av flera ramverk, *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* (1989), som kom att påverka forskning och kursplaneutformning runt om i världen, inte minst i Sverige (Emanuelsson, Johansson & Lingefjärd, 1992). Nu hade pendeln svängt igen och begreppsförståelse var åter i fokus. Idén var att elever skulle engageras i en praktik som var mer lik ”expertens” praktik, med andra ord matematikerns praktik. Matematikerns praktik kännetecknades av problemlösning, vilket även inkluderade en förmåga att kommunicera och resonera. Lampert beforskade sin egen lärarpraktik och undersökte om det var möjligt att skapa en klassrumspraktik med aktiviteter som påminde om föreställningen kring matematikerns praktik.⁷⁴

⁷⁴ En intressant iakttagelse är hur, som jag uppfattar det, en matematikerpraktik har tolkats och omformulerats in i en klassrumspraktik. Matematikerpraktikens behov av att skriva ner och granska resonemang i symbolspråket har i klassrumspraktiken blivit att få eleverna att muntligt verbalisera hur de tänkt när de löst ett problem. Att som elev svara ”jag bara såg det” anses då vara bristfälligt. Men inte ens i matematikerns praktik

Hennes arbete kan ses som ett existensbevis. Men, i slutet ställer Lampert två frågor som hennes arbete inte kan ge svar på. Frågorna är avgörande och synliggör också skillnaden från den praktik som vi vuxna konstruerade för Benny. Den första frågan handlade om att Lampert inte hade försökt definiera eller mäta den kunskap eleverna utvecklade i den nya praktiken. Något hade de lärt sig men vad? Den andra frågan löd:

What do my students take away from this activity into the other classrooms they will inhabit? Or out of school into the world of work and family? (Lampert, 2004, s. 169)

Ovanstående artiklar kan också ses som exempel på när olika metaforer för lärande råder. Sfard (1998) synliggjorde i slutet av 1990-talet de två dominerande metaforer i diskursen för lärande; "the acquisition metaphor" och "the participation metaphor". Benny förvärvar genom häfte efter häfte små bitar av kunskap medan Lamperts elever deltar i nya gemensamma handlingar. Lamperts avslutande frågor pekar också på skillnaden – hur ska jag dela upp, verbalisera och definiera och mäta det eleverna har lärt? Den andra frågan pekar på en vanlig kritik mot "the participation metaphor", det vill säga, att det blir omöjligt att "ta med sig kunskap" in i en annan praktik. Eleverna ska ju lämna skolan. Skolan ska förbereda dem för att kunna handla. De ska verka i en rad praktiker genom sitt liv. Men jag ser ingen motsättning mellan att hävda att kunskap bildas i praktiker och att vi samtidigt kan ta del av nya praktiker. Hur framgångsrika vi blir i den nya praktiken handlar om vår förmåga att lägga märke till och bilda analogier med

verbaliseras speciellt ofta hur vi tänkt för att konstruera resonemanget, till exempel finns ju inga metodavsnitt i en avhandling i matematik. Vi har ju logiken som samtalspart.

...the notion of knowing mathematics involves arguing, defending, challenging and proving one's own ideas and those of others. It is not impossible that these activities could take the form of written rather than verbal communication (as they often do in communication among mathematicians)...//... (Lampert, 2004, s. 167)

Matematikerns kommunikation utvecklas i en praktik som involverar handlingar i form av skissande med symboler enligt logikens regler och som är fylld av tyst kunskap. Det är enligt mig stor skillnad mellan denna avsevärt praktiska kunskap och att kunna med vardagsspråk verbalisera något så svårt som hur man tänkt. Elevernas tillkortkommande i denna nya del i deras praktik beskrivs i artikeln som att de saknar erfarenhet av att verbalt diskutera matematiska idéer. En del elever uppfattar det som ett intrång i integriteten, hur de tänkt har läraren inte med att göra. Andra elever saknar ord att klä mentala processer med och saknar mod att uttrycka sina tankar inför andra. Eller så har eleven fuskat och sett svaret på bänken bredvid.

tidigare erfarenheter. Det behöver inte vara nödvändigt att gå via en generell kunskap för att bilda analogier. Det är ju också så att våra liv från födelsen består av att delta samtidigt i olika praktiker, praktiker som också skiftar under livets gång. Vi är inte heller ensamma om att göra analogier. I varandra kan vi vid behov finna en lärare likt Salviati.

Sammanfattningsvis, utifrån hur vi hanterar de vis som framträtt i Del III, det kunskapsteoretiska bidraget i Del I och tolkningen av de matematikdidaktiska forskningsartiklarna, vill jag påstå att förstå och kunna använda matematik är en i grunden praktisk kunskap. En kunskap som består av tysta och oformulerade delar och därmed som mest levande i den praktik man råkar befinna sig i. Elevernas reaktioner på deras verksamhet bottenar i att vi vuxna har utgått och agerat utifrån att matematisk kunskap är teoretisk i betydelsen att kunskapen ligger i de matematiska symbolerna, och att den praktik vi skapar därmed har en underordnad betydelse.

INSEGEL TILL DEL IV

– Tripp...tripp...trapp lät det från min yrkesbana.

– Men vad gör du egentligen som kursplaneskrivare, matematiker, lärare och rektor?
Varför gör du som du gör? Varför är matematikutbildningen på detta viset?

I Del III har jag först beskrivit de vis som jag sett vara framträdande eller särskiljande när jag undersökt berättelserna från de olika praktikerna i Del II. Därefter har jag diskuterat vilka följder dessa vis kan ha för skolans matematikutbildning. Del III avslutades med att jag fördjupade förståelsen för dessa vis genom att diskutera varför dessa vis framträder.

De sex visen gick att rama in med den Aristoteles-inspirerade frågan: Vilka är de problem som människan möter i skolans matematikutbildning, och hur skall hen möta dem? De två första visen är av mer grundläggande natur, och de fyra återstående kan ses som aspekter som förenar oss människor som är engagerade i skolans matematikutbildning.

Det första viset som jag undersökte var vår vana att i alla praktiker formulera oss i termer av problem – lösning. En följd av detta är att vi får på köpet den ofta omedvetna metaforiska betydelsen, där problem ses som gåta, vilket påverkar de sätt vi uppfattar, handlar och kommer att handla.

Jag diskuterade en orsak till att "problem" ses som "gåta" genom den interaktiva metaforen, "matematik som problemlösning". Det vardagliga ordet "problem" smittas med "matematik". Att formulera oss i termer av problem – lösning blir då rationellt och objektivt, med andra ord vi försöker hantera den oberäkneliga matematikutbildningen med "matematik". Med hjälp av Platon visade jag på människans svårighet att hantera förvirring och att en insikt i kunskapens instabilitet kan tolkas som okunskap om den uttrycks. På en samhällsnivå kan problemlösning betraktas som en del av en övergripande praxis, vilket i sin tur kan härledas från de samhällsförändringar som skedde i takt med upplysningen, naturvetenskapens utveckling, industrialismens och medelklassens framväxt.

Det andra viset jag undersökte var människans roll i praktikerna, vilket sammanfattades av rubriken *Ingenhet, ensamhet, gemensamhet*. Följderna av detta handlade om att en alltför stor ensamhet hämmar kunskapsutvecklingen, och att ett språk i och mellan praktiker inte utvecklas. En gemensam praktik och praxis får svårigheter att bildas. Det fanns också en tydlig skillnad mellan praktikerna, där fokus på gemensamhet var stor i rektorernas praktik men inte i de övrigas.

En orsak till ingenheten kan vara att vi har ett behov av att lägga ansvaret delvis hos en auktoritet, till exempel logiken eller kursplanen. Ingenheten kan

också bero på en praktik som har drag av *blind lydnad* där regler uppfattas som heltäckande och utanför vår makt att påverka eller ta ansvar för. Ensamheten kan vara funktionell i den vetenskapliga matematikens praktik, en praktik som skolmatematiken har ärvt. Ensamheten som lärare kan däremot bero på hur vi traditionellt har organiserat arbetet. Skolmatematikens märkliga relation till *användbarhet* medför även det att människor blir isolerade. Vår fokusering på *problem* med en enda lösning kan medföra en förväntan på att *en* människa eller *en* grupp finner lösningen. Vår *oro för okunskap* kan medföra att vi begränsar det vi talar om, och därmed möjligheten till en gemensamhet.

Med hjälp av Bergendal (2003) pekade jag på att ensamheten även påverkas av att vi på samhällsnivå uppfattar utbildning som något individuellt.

Det tredje viset jag undersökte handlade om att vi människor förenas i vår rädsla för att inte nå det framgångsrika livet, vilket leder till en *oro över det oförutsedda och människans okunskap*. Brist på kunskap, eller upplevelsen av brist på kunskap, var ett område som det var svårt att hantera i praktikerna, och som hade ett inslag av oro och skam över sig. Detta kan påverka de praktiker vi bygger upp liksom vilken kunskapssyn vi medvetet eller omedvetet agerar utifrån. Om okunskap ses som skamligt och oförutsedda situationer automatiskt tolkas som okunskap, då handlar man för att undvika sådana situationer. Ett sätt att hantera detta är att försöka förutse genom att formulera oss i allt högre grad i termer av mål, metoder och resultat. Detta medför att det som efterfrågas av elever, lärare och rektorer är *techne* och *episteme* för att nå våra mål. Vi nöjer oss med att bli kompetenta i att arbeta mot förbestämda mål, och strävar inte efter skicklighet och expertis som kräver att den praktiska kunskapen och klokheten utvecklas.

Jag har undersökt med hjälp av Galileo, Platon, Skjervheim, Bergendal och Descartes varför vi upplever det så svårt att *hantera* vår egen och andras okunskap. Via missuppfattningar av Descartes berömda "jag tänker, alltså är jag till" (1637/1926, s. 43), kan okunskap kopplas till lägre människovärde, samtidigt som vi i praktikerna vill värdera alla människor lika.

Med hjälp av Galilei och Platon pekade jag på att vi är beroende av varandra för att kunna avgöra vad som är rätt och fel eller sant och falsk, och för att kunna utveckla ny kunskap av hög kvalitet. En orsak till vår oro kan vara att vi lider brist på möjligheter att bygga upp en tillit. Tilliten byggs inte upp om vi formulera alltför många av våra handlingar i termer av mål-medel, enligt Skjervheim och Bergendal. Vi begår ett instrumentellt misstag. Vi betraktar varandra och våra

handlingar som "ting" som vi kan räkna *med* och därmed *räknar* vi inte med varandra. Tillit skapas inte.

De sätt vi hanterar oron inom matematikutbildningen ingår i hur vi hanterar samhällets gemensamma oro. Nya aktörerna, infogar en kil mellan universiteten, som haft kontrollen över att ange vilken kunskap som är av värde, och de professioner som använder och utvecklar denna kunskap (Grimen, 2009). De nya aktörerna har i uppdrag att summera upp kunskap och ge råd i vad som bör göras inom olika verksamheter. Dessa organisationer ligger "på kanten eller utanför" så väl universitet som politik och kan utveckla egna agendor som är svåra att styra och förändra utifrån.

Det fjärde viset jag undersökte handlade om hur vi hanterar *relationen mellan skolmatematik och användbarhet*. Jag beskrev fyra sätt som kan leda till märkliga relationer: spännande skapelser i form av popularisering av vetenskapen matematik, vars avstånd till skolmatematiken är stort; sminkade uppgifter där matematiken redan är bestämd; skrönor vars otydlighet kan förvirra; situationer där man hävdar att matematik alltid är relevant att använda, när den inte är det. Effekten blir att skolmatematiken blir isolerad från situationer utanför klassrummet och skolan.

En av anledningarna till varför det är så svårt att skapa en relation mellan skolmatematiken och en användbarhet utanför utbildning, involverar att vi inte uppmärksammar att det skapas matematik eller matematikliknande kunskaper i andra praktiker än i skolans och universitetets. I grunden handlar det om kunskapsynen och vad man anser matematik vara. Kunskaperna värderas också olika inom skolan, i vardags- och yrkesliv och i högre utbildning. Vilka kunskaper som värderas högt hänger också ihop med vad vi i samhället anser vara ett framgångsrikt liv. Ytterligare anledningar utgörs av att det är lätt att sätta upp motsatta värderingar mellan praktik och teori, abstrakt och materiellt. Med hjälp av Galilei visade jag på att varken den materiella världen eller matematiken är bristfälliga, utan att det som brister är vår praktiska kunskap att med omdöme hantera de konkreta situationerna, men även att utveckla och använda abstraktioner och generaliseringar på olika nivåer. Det kan också krävas av oss att kunna kombinera historia, filosofi och matematik för att kunna föra diskussioner om problematiken.

Det femte viset jag undersökte handlade om att skolans matematikutbildning regleras av en kursplan. Oavsett om texten är detaljerad eller vag, sker en tolkning medvetet eller omedvetet utifrån den individuella förförståelsen och den vana praktiken har i att genomföra ett gemensamt tolkningsarbete.

Anledningar till varför våra tolkningar och handlingar blir som de blir beror på den förförståelse vi har i form av till exempel kvalitén på den praktiska kunskapen, hur vi förstår relationen mellan *skolmatematiken och användbarhet*, i vilken grad

man betraktar en ny fastställd kursplan som *lösningen* på skolmatematikens *problem*, och hur vi styrs av vår oro över *okunskap*.

Anledningar till varför handlingar ibland inte ändras när en ny kursplan landar i praktiken kan beror på i vilken mån ett aktivt tolkningsarbete är en del i praktiken, vad detta arbete består i och vilka möjligheter man har i sin praktik att utveckla sin praktiska kunskap, och därmed att vidga sin förförståelse. Ensamheten och oron över okunskapen kan vara orsaker som försvårar utvecklingen av den praktiska kunskapen och klokheten. Vi kan också möta motstånd då en vana ska brytas. Till detta tillkommer den faktiska kvalitén på kursplanetexten. Dels kan det juridiska språket vara otillräckligt för att förmedla en praktisk verksamhet, och dels kan innehållet vara dåligt anpassat till lärares praktiska kunskaper. Det kan även finnas innehållsmässiga brister i kursplanen som praktiken inser och tar ansvar för.

Det sjätte viset jag undersökte handlade om reaktioner från eleverna på deras verksamhet. Reaktionerna delade jag in i tre kategorier: stirra på betongpelare; att inte förstå och inte kunna använda; att tänka nya tankar. Alla dessa reaktioner påverkar och påverkas av vuxnas handlingar i de praktiker som jag undersökt. Jag gjorde därför en sammanfattning över hur de föregående visen kunde tänkas förklara elevernas reaktioner. Sammanfattningen, tillsammans med mitt teoretiska bidrag från Del I, och de matematikdidaktiska artiklarna av Lampert (2004) och Erlwanger (2004), visade på praktikens betydelse. Att förstå och kunna använda matematik är en praktisk kunskap som består av tysta och oformulerade delar och är därmed som mest levande i den praktik man råkar befinna sig i. Elevernas reaktioner på deras verksamhet bottenar i att skolans matematikutbildning har bildats utifrån att matematisk kunskap är teoretisk, i betydelsen att kunskapen ligger i de matematiska symbolerna, och att den praktik vi skapat är av underordnad betydelse.

Del III, *Att hantera i nuet*, kan ses som avhandlingens tredje bidrag då de vis, effekter och bakomliggande orsaker jag mejslat fram fördjupar förståelsen av varför skolans matematikutbildning blir som den blir.

Den tredje dagens diskussioner avslutas av Salviati:

Men nu är det på tiden att vi tar avsked, för timmen är sen. Vi träffas i morgon som vanligt, för att dra en sista slutsats av alla våra föregående diskussioner. (Galilei, 1632/1994, s. 478)

Ja, det är dags att i Del IV, *Dialog om skolans matematikutbildning*, dra några sista slutsatser utifrån de föregående diskussioner och bidrag från Del I, *Kunskapssyn och hörsel*, Del II, *Att lyssna på praktikerna*, och Del III, *Att hantera i nuet*. Jag

ställer frågorna: Borde det vara på dessa vis och hur skulle vi kunna fortsätta bilda skolans matematikutbildning?

DEL IV DIALOG OM SKOLANS MATEMATIKUTBILDNING

SALV. De avvikelser vi hittills gjort fjärmar sig inte så mycket från ämnet att de kan sägas vara helt skilda från det. För övrigt är inte resonemangen beroende av vad som faller en enda av oss in, utan alla tre. Vi samtalar dessutom som det behagar oss själva, och tvingas därför inte till den begränsning som den gör som ex *professo* [från katedern] metodiskt måste behandla ett ämne, i avsikt att publicera det. Jag vill inte att vårt skaldestycke skall behöva hålla sig så strikt till denna enda enhet att fältet inte lämnas fritt för episoder. Varje liten förevändning måste få vara ett tillräckligt skäl för att få införa dem. Det borde vara ungefär som om vi hade samlats för att berätta sagor, så att jag, när jag hör er berätta, skulle ha rätt att säga vad som faller mig in.

SAGR. Det här tycker jag verkligen om. (Galilei, 1632/1993, s. 195)

ATT BILDA SKOLANS MATEMATIKUTBILDNING

En del tror att eftersom Galilei riktade kritik mot och ifrågasatte Aristoteles, så ansåg han att man inte skulle studera Aristoteles. Men det stämmer inte om vi lyssnar på Galilei.

SALV...//...Men de som har ögon i huvudet och sitt förstånd i behåll skall använda dem som eskort. Med detta menar jag inte att man inte skall lyssna till Aristoteles. Jag anser det i stället lovvärt att granska och studera honom flitigt. Vad jag klandrar är bara att man ger sig i hans våld, så att man i blindo skriver under på varje hans yttrande, och att man skall behöva ta dem som okränkbara påbud utan att söka andra skäl. Detta är ett missbruk som för med sig en annan ytterlig förvirring, och det är att många inte längre ägnar sig åt att pröva styrkan av hans argument. (Galilei, 1632/1993, s. 140)

På samma sätt drar en del som riktar kritik mot och ifrågasätter skolans matematikutbildning, slutsatsen att man inte ska studera matematik i skolan. Men den slutsatsen drar inte jag.

ANETTE. Men de som har ögon i huvudet och sitt förstånd i behåll skall använda dem som eskort. Med detta menar jag inte att man inte skall lyssna till skolmatematiken. Jag anser det i stället lovvärt att granska och studera skolmatematiken flitigt. Vad jag klandrar är bara att man ger sig i skolmatematikens våld, så att man i blindo skriver under på varje skolmatematiskt yttrande, och att man skall behöva ta dem som okränkbara påbud utan att söka andra skäl. Detta är ett missbruk som för med sig en annan ytterlig förvirring, och det är att många inte längre ägnar sig åt att pröva styrkan av skolmatematikens argument.

I denna avslutande del ska jag anta ett mer värderande förhållningssätt till det som framkommit i avhandlingens övriga tre delar. Utifrån bidragen från de tre delarna kommer jag att diskutera om det borde vara på de vis som framkommit och hur vi skulle kunna fortsätta att studera, granska och pröva styrkan av skolmatematikens argument och fortsätta att bilda skolans matematikutbildning.

Tyst! Lyssna och se – det diskutabla existerar

I boken *Hets!* diskuterar Sven-Eric Liedman (2011) den svenska skolan, och vår strävan efter att konstruera och använda oss av modeller för att kvantifiera kunskap och kvalitet i olika verksamheter. Allt går inte att kvantifiera och det finns *något mer* som Liedman benämner som det *diskutabla*, det vill säga:

...//...det som kan och bör diskuteras. (Ibid., s. 59)

Han illustrerar vår rädsla och oro för detta "det" genom att beskriva hur vi skjuter ifrån oss och avfärdar "allt *det* som *enbart* kan bli föremål för ett utbyte av kvalificerade mänskliga *omdömen*" (Ibid., s. 59, min kursivering). Skjervheim skulle säga att vi begår ett instrumentellt misstag som begränsar våra möjligheter till utbyte mellan människor genom att vi "eine *reknar* med andre" (1992, s. 143), och att vi uppfattar allt fler handlingar som en fråga om mål och medel. Platon skulle kanske uttryckt det som att vi "nöjer" oss med avbildningar, och uppfattar kunskap om kunskapens instabilitet som okunskap (2009, s. 270). Galilei skulle hävda att vi gömmer oss "bakom en annans sköld", och att vi inte har mod att använda våra egna ögon och vårt förnuft som eskort (1632/1993, s. 138). Wittgenstein skulle hävda att vi inte bara missar att våra regler "lämnar bakdörrar öppna", utan att vi inte ser några bakdörrar överhuvudtaget (1992, s. 28, §139).

Att något är "diskutabelt" uppfattas ofta som att något är tveksamt, osäkert och negativt. Men Sven-Erik Liedmans innebörd av ordet rymmer det som jag i Del I beskrev vikten och värdet av. Jag undersökte kunskapens natur med hjälp från Sokrates, Platon och Aristoteles, den moderna naturvetenskapens grundare som Galilei och Darwin, arbetslivsforskare och filosofer. Detta resulterade i att kunskapens isberg smälte, då jag synliggjorde att den tysta och oformulerade kunskapen skar tvärs igenom kunskapsformerna fakta, förståelse, färdighet och förtrogenhet. Den tysta kunskapen inte bara existerade, utan den bildade också grunden för den kunskap som uttrycks med vårt språk. Dessutom kopplade jag förståelse inte enbart till fakta, utan även till färdighet, och jag pekade på att förståelsen kan uttryckas med ett vidare språkbruk än bara genom definierade begrepp.

Skola för bildning skrevs fram i ett paradigmskifte, och i arbetet gjordes ett allvarligt försök att syna kunskapens natur och visa på kunskapsformer som inte tidigare hade synliggjorts och getts värde. Den bärande idén var att synen på kunskapens natur påverkar hur vi väljer och hur vi bör forma skolans utbildning. Det är som att lyssna på Sokrates dialog med Menon och Menons slav, när Sokrates avslutar dialogen kring kunskap och frågan om duglighet kan läras ut:

Ja, Menon, av det här resonemanget framgår det för oss att när dugligheten kommer till människor så kommer den genom en gudomlig gåva. Men säkert vetande om den saken får vi först när vi ger oss i kast med *att söka efter* vad dugligheten är själv för sig själv – innan vi undersöker på vilket sätt den kommer till människorna. (Platon, 2001a, s. 60, min kursivering)

Teorier om kunskapens natur – vad kunskap är själv för sig själv – är inte en gång för alla fastslagna som Ingrid Carlgren påminde oss om (2009).

Teoretisk kunskap är inte en "avbildning" av världen utan en mänsklig konstruktion för att göra världen hanterbar och begriplig. Kunskap är på det viset inte sann eller osann, utan något som kan argumenteras för och prövas. Kunskap är diskuterbar. (SOU 1992:94, s. 75)

All form av kunskap är diskuterbar. Till exempel argumenterar jag för och prövar den praktiska kunskapen och klokheten, med dess tysta inslag, i denna avhandling, vilket i sig är diskutabelt. Att jag har sökt efter en kunskapssyn och hörsel, medför samtidigt att jag även sökt efter skolmatematikens, matematikens och matematikliknande kunskapsområdets natur – "vad de är för sig själva". Enligt Sokrates är det först då vi kan diskutera "på vilket sätt skolmatematiken kommer till människorna", med andra ord, hur vi borde bilda skolans matematikutbildning. Utifrån avhandlingens bidrag är det då dags att dra till oss det diskutabla, släppa en del instrument, höja våra ambitioner, kasta sköldarna och lugnt betrakta alla bakdörrar. Skolans matematikutbildning *kan* och *bör* vara diskutabel, med andra ord, föremål för kontinuerligt utbyte av kvalificerade mänskliga omdömen.

Men vad menar jag med "kan"? Är inte skolans matematikutbildning redan flitigt diskuterad i media kring krisrapporter om problem och insatser? Ett aktuellt exempel gavs vid en välbesökt öppen hearing kring Sveriges senaste PISA resultat, arrangerad av Göteborgs universitet januari 2014. Deltog gjorde bland annat Ulf P. Lundgren, en av grundarna av PISA, som gav en historisk genomgång av de internationella kunskapsmätningarnas framväxt och syfte. Han tog även upp kvalitén på den diskussion som förs efter varje PISA resultat:

Jag skulle vilja säga så här, att ibland i samhällsdebatten – plötsligt inträffar någonting som fungerar som en katalysator. Vi har haft väldigt stora förändringar av svensk skola. Vi har haft förändringar organisatoriskt framför allt. Vi haft förändringar de senaste tjugo åren, 90-talet var en svärm av reformer. Vi har ändrat gymnasiet från tvååriga linjer till treåriga för alla. Vi har fått förskolan, förskoleklass, vi har ändrat läroplaner och betygssystem och så vidare. Det gör att det finns människor som har olika uppfattningar om någonting och när det kommer något sådant här som dimper ner som verkar så enkelt – Sverige har blivit sämre, det ser för otäck ut. Så kommer alla svaren upp, det har liksom blivit en katalysator som lyfter upp någonting. De finns de grupperna som alltid hävdar att skolans kommunalisering, som egentligen skedde redan 1842 om vi ska vara ärliga när folkskolan kom till, att den betyder någonting överhuvudtaget och så brusar man upp. Sen finns det de som tycker att lärarutbildningen alltid varit så fruktansvärd och så brusar man upp. Sen får vi nästan en sådan här hysterisk diskussion, men vi får inte den diskussion man egentligen skulle behöva. Jag brukar kalla att det finns zombies i samhället som går omkring och så plötsligt vaknar de till och skakar till. Och sen somnar de in igen och så kommer de tillbaka

igen. Just nu har vi många zombies som knallar omkring.
(Utbildningsvetenskapliga fakulteten, Göteborgs universitet, 2014)

I avhandlingens andra del har vi kunnat ta del av hur rektorerna reflekterade över hur många av de historiska texter de läste i dialogseminarieserien som fortfarande kändes aktuella för dagens skola.

När jag reflekterar över detta och ser in i skolvardagen så tänker jag på alla dessa "modeinriktningar" inom pedagogikens värld som funnits i skolans värld genom åren. Det har handlat om Montessoriinspirerat, åldersblandat, Bifrostinspirerat m.m. Det jag menar med detta är frågan som Claes Pehrsson lyfter upp om att hitta den ursprungliga tonen – hur gör vi det i skolans värld? (pr3)

Man skulle kunna tro att jag i denna avslutande del skulle fylla lungorna med luft och ange tonen. Se jag har hittat den! Vi behöver inte söka mer! Därefter skulle jag ge förslag på hur vi ska göra för att förutse bättre, hur vi ska se till att elever inte förblir okunniga, hur vi ska lösa alla problem, uppnå balans mellan ensamhet och gemensamhet, hur vi ska skriva och implementera kursplaner, hur vi ska koppla skolmatematiken till en användbarhet, och hur vi ska reagera på elevernas reaktioner kring att förstå och använda matematik. Men i så fall ikläder jag mig själv rollen som en zombie eller gåtans lösare, och det är inte min avsikt.

Släpp metaforerna fria det är vår!

För att skolans matematikutbildning ska *bli* diskutabel, behöver vi först komma ifrån att i för hög grad se matematikutbildning som ett problem, i betydelsen gåta. Att betrakta skolans matematikutbildning utifrån att gåtor ska lösas påverkar vad vi uppfattar som problem och hur vi handlar. I Del III hävdade jag att vi försöker lösa matematikutbildningens problem med "matematik", vilket medför att vi blir ouppmärksamma och missar väsentliga delar av problemet, om vi åter lyssnar på Aristoteles och Nussbaum (1992) från Del I.

Jag ska nu återgå till praktikerna i Del II för att ge två exempel på hur man skulle kunna välja att *inte* betrakta ett fenomen som ett problem, genom att aktivt använda mig av mina slutsatser kring kunskapens och matematikkunskapens natur. Samtidigt ger följande diskussion exempel på att viljan finns *att* diskutera.

Första exemplet

På Facebook sprids ibland olika matematiska problem. Ett inlägg som jag upptäckte (i lite olika varianter) sommaren 2012 lød: "Solve if you are a genius: $7 - 10 + 4 \times 3 = ?$ ". Inlägget hade hundratals kommentarer, och olika svar (med

eller utan förklaring) gavs, till exempel 3, 9, 15 och 21. Det kan tyckas vara ett alarmerande problem att en sådan simpel beräkning kan vålla svårigheter hos unga och vuxna människor. Denna retorik är jag van vid inom mitt yrkesliv. Men det finns en analogi till min egen kunskap i matematik, vilket jag beskrev i Del II. När jag läser texten i min egen licentiatavhandling, så kan jag inte längre följa resonemanget som jag förde. Jag förstår det inte, minns inte vad symbolerna står för eller vilka definitioner som står bakom. Att förstå och använda matematik är en praktisk kunskap beroende av en viss rytm, att man ständigt arbetar med området för att kunna hantera det. Jag har inte varit verksam i matematikerpraktiken sedan doktorandtiden, och jag har heller inte i min nuvarande praktik utsatts för eller gjort erfarenheter som kan hålla kunskapen vid liv. Det är då naturligt och förmodligen hälsosamt att jag glömt. På samma sätt kan det vara för alla de människor som på Facebook inte kan tolka och hantera $7-10+4 \times 3$. Kunskapen ligger inte i symbolerna. Blir man inte i sitt dagliga liv utsatt för detta symbolspråk (var utanför skolan upplever man ett sådant uttryck?), är det naturligt att man inte kan tolka det, fast man en gång behärskat det i skolan. Det betyder inte att man inte kan räkna, vilket är möjligt utan dessa symboler. Slentrianmässigt tolkar vi som fortfarande ingår i en praktik där kunskapen $7-10+4 \times 3$ lever, detta som okunskap och ett problem, när det inte behöver vara det.

Andra exemplet

Som lärare upplevde jag att frågorna om att förstå och använda matematik, stadigt återkom från eleverna, precis som rektorerna också diskuterade. Vi kan tolka denna reaktion från eleverna som ett problem och vi kan ivrigt försöka finna svar på elevernas direkta frågor. Vi gör allt för att gåtan ska lösas. Men ändå återkommer problemet, om och om igen.

På samma sätt kan man fråga sig vad det betyder att vårt husdjur katten kommer med döda möss till oss? Varför envisas katter med att göra det? Vi tolkar det som någon sorts uppskattning, men vi avfärdar det och tycker att det hela är obehagligt. Antropologen Elizabeth Marshall Thomas menar att katten i dessa situationer är en pedagog och vill lära oss hur man fångar möss, något som vi inte ens uppmärksammar eller vill lära oss. Litteraturvetaren Eve Kosofsky Sedgwick använder Marshalls analogi i avsnittet *Pedagogy of Buddhism* i (Sedgwick, 2003), genom att som universitetslärare ikläda sig rollen som katt, med studenterna som den oförstående kattägaren.

Det är just detta perspektiv jag vill vända och istället betrakta eleverna som katter, vars reaktioner är ett uttryck för att de vill lära oss vuxna något. Eleverna med sina återkommande reaktioner bjuder in till dialog – de vill diskutera, ifrågasätta och lära oss något. De knackar på dörren. Egentligen är detta en framgång, vi vill ju att skolan ska bidra till att eleverna lär sig att analysera,

ifrågasätta och delta aktivt i sitt lärande – bli den där medvetna eleven. De visar egentligen sin vilja till delaktighet. Så, att eleverna reagerar behöver inte tolkas som ett problem som skall åtgärdas för att försvinna, snarare tvärtom.

Läraren och nobelpristagaren Roald Hoffman uppmärksammar elevers och studenters roll:

Och undervisningen är i högsta grad en fråga om dialog menar han: det är från studenternas fria frågande som han som forskare har fått uppslag till sina bästa forskningsfrågor. Studenterna är fortfarande tillräckligt fria från vetenskapssamfundet, så att de kan ställa de stora frågorna, de som de professionella inte längre kan se eller vågar ställa. (Mowitz, 2006b, s. 21)

Ingela Josefson uttryckte sig bryskt och metaforiskt i samtal med rektorerna, "Forskning utan studenter är akademisk torrsim" (pr4). För visst är det så att de yngre ställer de frågor vi vuxna inte längre kan eller vågar formulera – frågor som vi undviker att diskutera i vår iver att finna slutgiltiga svar på elevernas frågor och skona eleven från att hamna i svårigheter. Vår kunskap är tystad eller tyst. Men om vi får ro att föra en dialog mellan oss, ser ett värde i att utbyta kvalificerade omdömen, då kryper frågorna fram även från oss vuxna:

Karin undrar över matematikens egenvärde, hur pass levande är matematiken? Blir den som latinet en kulturyttring. Behövs den för vår vardag? (pr4)

Datorerna räknar åt oss, de gör det vi själva gjorde tidigare. Vad krävs då för kunskap hos de som nu och i framtiden ska se till att datorerna utför de beräkningar vi efterfrågar för att finna lösningar på problem, eller att just föra bildningen vidare? (pr4)

Detta är också exempel på att man kan finna mod att ifrågasätta. Vi kan också se att här finns stoff som har potential till att vara diskutabelt, vilket jag strax återkommer till.

Det jag just föreslog handlade om att i lägre grad betrakta skolans matematikutbildning i termer av problem och lösning. Därefter, behöver andra metaforer uppmärksammas. Rektorerna frågade om matematiken "levde", jag har diskuterat skolmatematikens "natur" och Liedman hävdar att vi "skjuter" något ifrån oss. I avsnittet då jag diskuterade kursplanen uttrycktes det behov av att något gavs "liv", och att något "lever på havets botten". Rektorerna använde orden "odla", "växa" och "kväva", när de satte ord på sin erfarenhet av att leda skolans verksamhet. Kan vi summera upp och introducera en ny metafor?

I den stora aulan på Chicago University höll blivande emeritus, professor Zalman Usiskin, "closing remarks" vid *The Second International Curriculum Conference*, 2008. Han beskrev det område som varit i fokus i hans långa yrkesliv:

...//...the mathematics curriculum is a living organism that moves in reaction both to its heredity and its environment. (Usiskin, 2010, s. 309)

Begreppet curriculum används här brett som den avsedda, realiserade, upplevda eller bedömda kursplanen. Ingrid Carlgren skriver om *upplevd kunskapssyn* (Carlgren et al., 2009) och Donald Broady om den *dolda läroplanen* (1981). I denna avhandling har jag studerat detta breda begrepp, denna levande varelse, genom de olika praktikerna. Levande varelse, som metafor för skolans matematikutbildning, ger oss andra sätt att uppfatta erfarenheter och andra sätt att handla utifrån. Om jag aktivt använder mig av denna metafor medför det till exempel att det är naturligt att skolans matematikutbildning, som en levande varelse, påverkas av både arv och miljö. Detta framkom också i de svar på frågan "varför blir det på detta viset?", som jag gav i Del III, *Att hantera i nuet*. Till exempel, vanan att formulera oss i *problem – lösning* kan spåras till matematikämnets auktoritet och förmåga att under lång tid stilla vår oro inom många olika områden i vårt samhälle. En alltför hög grad av *ensamhet* kan bottna i gamla traditioner, kombinerat med aktuella politiska förhållningssätt att uppfatta utbildning som något individuellt. Matematikutbildningen lever i en tid då vi oroar oss för att vi inte ska nå det framgångsrika livet, att vi ska förbli okunniga. Här finns också ett missförstått arv från Descartes, där okunskap kan kopplas till reducerat människovärde. Svårigheten att skapa en relation mellan *skolmatematiken och en användbarhet*, bottnar i olika värderingar av praktik och teori, eller av den materiella världen och matematiken. Vilket i sin tur påverkas av vad vi idag anser vara ett framgångsrikt liv.

Om vi betraktar matematikutbildning som en levande varelse, har den även återkommande behov, och den står inte stilla. Har vi till exempel matat den en gång, så borde vi inte bli förvånade över att den vid ett senare tillfälle är hungrig igen. Det betyder inte att maten vi serverade var fel förra gången. Det är bara naturligt. Vi kan vara säkra på att det kommer att finnas nya resonemang, nya sinnererfarenheter, nya planer, nya forskningsrön, nya tekniker, nya elever, lärare, rektorer och nya samhällsförändringar. Nya tillstånd. Detta kommer att kräva kontinuerligt nya kvalificerade omdömen och handlingar av oss för att skolans matematikutbildning ska vara en pigg och nyfiken varelse.

Det just sagda är i överensstämmelse med artikeln kring metaforer och lärande av Anna Sfard, som jag tidigare refererat, och som har den talande titeln *On Two Metaphors for Learning and the Dangers of Choosing Just One* (1998).

Dictatorship of a single metaphor, like a dictatorship of a single ideology, may lead to theories that serve the interests of certain groups to the disadvantage of others. A metaphor that has been given hegemony serves as an exclusive basis for deciding what should count as "normal" and what is "anomalous", what

should be viewed as "below average" rather than "above," and what should be regarded as "healthy" and what as "pathological." (Ibid., s. 11)

Sfard menar dessutom att i för hög grad sträva efter en "unification of the research"(Ibid., s. 4), kan leda till teoretisk förvrängning och oönskad praktik.

Because no two students have the same needs and no two teachers arrive at their best performance in the same way, theoretical exclusivity and didactic single-mindedness can be trusted to make even the best of educational ideas fail. (Ibid., s. 11)

Detta leder mig osökt in på avhandlingens sista poäng.

Låt oss tvista! Skolmatematiken som ett omtvistat begrepp

Jag har påstått att skolans matematikutbildning kan och bör vara diskutabel i betydelsen att den är beroende av vårt yviga utbyte med varandra, av en levande dialog. Men om vi i mindre utsträckning diskuterar skolans matematikutbildning i termer av problem som ska lösas, vad är det då vi ska diskutera?

I avsnittet *Anette Jahnke som forskare i praktisk kunskap* beskrev jag att dialogseminariemetoden innebär iscensättning av dialoger för att utveckla och förmedla praktisk och tyst kunskap, för att öka vår gemensamma förståelse för något så komplext som yrkeskunnande. I avsnittet använde jag som exempel hur Galilei förmedlade kunskap genom att i en dialog mellan tre "levande" personer dynamiskt gestalta oenigheten kring vår tolkning av världen. Genom att synliggöra oenigheten kunde vi gemensamt förstå vår värld bättre. Så, en av ingredienserna i en dialog är oenighet där varje liten (och den behöver inte vara liten) "förevändning måste få vara ett tillräckligt skäl för att få införa dem" i ett samtal (Galilei, 1632/1993, s. 195). Det jag nu är ute efter är att undersöka möjligheten att skapa en dialog som är äkta i den bemärkelsen att vi verkligen tvistar – att vi gemensamt har förmågan att urskilja och uttrycka olika perspektiv på i princip samma sak. Jag ska undersöka om skolmatematik skulle kunna utgöra ett så kallat *omtvistat* begrepp.

Filosofen Walter Bryce Gallies introducerade sju kriterier för vad han kallar ett i grunden omtvistat begrepp (1956). Enligt Gallies ska begreppet uppfylla följande kriterier:

(I) It must be appraisive in the sense that it signifies or accredits some kind of valued achievement. (II) This achievement must be of an internally complex character, for all that it's worth is attributed to it as a whole. (III) Any explanation of its worth must therefore include reference to the respective contributions of its various parts or features; yet prior to experimentation there is nothing absurd

or contradictory in any one of a number of possible rival descriptions of its total worth, one such description setting its component parts or features in one order of importance, a second setting them in a second order, and so on. In fine, the accredited achievement is initially variously describable. (IV) The accredited achievement must be of a kind that admits of considerable modification in the light of changing circumstances; and such modification cannot be prescribed or predicted in advance. For convenience I shall call the concept of any such achievement "open" in character...//...

(V) that each party recognizes the fact that its own use of it is contested by those of other parties, and that each party must have at least some appreciation of the different criteria in the light of which the other parties claim to be applying the concept in question. More simply, to use an essentially contested concept means to use it against other uses and to recognize that one's own use of it has to be maintained against these other uses. Still more simply, to use an essentially contested concept means to use it both aggressively and defensively. (Ibid., s. 171–72)

(VI) the derivation of any such concept from an original exemplar whose authority is acknowledged by all the contestant users of the concept, and (VII) the probability or plausibility, in appropriate senses of these terms, of the claim that the continuous competition for acknowledgement as between the contestant users of the concept, enables the original exemplar's achievement to be sustained and/or developed in optimum fashion. (Ibid., s. 180)

Varken Gallies egna exempel, "demokrati" och "konst" eller Ratkics exempel med "idéprotokoll" (2006) uppfyller alla kriterier. Men relativt många. Listan brukar snarare tjäna som syfte att systematisera och organisera undersökningar kring hur olika grupper av människor eller organisationer *ständig* är oense om hur ett begrepp används, eller om vad dess innebörd ska anses vara. Listan är konstruerad för att särskilja allmänna förvirrade diskussioner, där olika parter talar om och förbi varandra, från diskussioner som bottnar i ett i grunden omtvistat begrepp. Modellen kan ses som en förklaring till varför vissa diskussioner aldrig avslutas. Listan kan göra oss medvetna om att meningsskiljaktigheter kan råda och vara olösliga och samtidigt vara rationella (Janik, 1991). Modellen kan göra oss ense om att vi är oense, vilket kan leda till att vi får verkliga dialoger där man inte fastnar i polemik.

Jag kommer att använda Gallies lista på ett annat sätt. Jag kommer att gå igenom varje kriterium var för sig. När jag gör det kommer jag först att argumentera för att "skolmatematik" *inte* uppfyller kriteriet. Därefter kommer jag ställa frågan om kriteriet *skulle kunna* uppfyllas och argumentera för att det troligen skulle kunna gå. Om vi tjuvkikar på kriterium sju i Gallies lista, kan vi få ytterligare motiv till varför jag anser att det skulle kunna vara fruktbart att skolmatematiken blir mer omtvistad. För det första skulle det faktum att vi är

oense göra att dialogen fortgår; dialogen dör inte, vilket vore bra om vi betraktar skolans matematikutbildning som en levande varelse. För det andra vore det *sannolikt* att den fortsatta striden, tvisten, kring tolkningen av begreppet möjliggör att ursprungsexemplet prestationer *utvecklas på ett optimalt* sätt. Det vill säga, att tvisten är av en sådan god kvalité, öppnar upp så många olika perspektiv på begreppet, att det är sannolikt att begreppet/området utvecklas optimalt.

Första kriteriet – prestationer av värde?

Första kriteriet är att begreppet måste kunna ges ett värde i den meningen att det finns värderade prestationer i relation till begreppet. Både konst och demokrati är högt värderade. Skolmatematiken tillmäts ett högt värde på en övergripande samhällsnivå och i skolan anses det viktigt att värdera elevers prestationer med hjälp av nationella prov och statligt fastlagda betygskriterium i form av kunskapskrav. Men frågan är vem som värderar vems prestation och hur? För frågorna finns där i de praktiker jag har studerat. Har skolmatematiken verkligen ett värde för mig som elev, lärare eller rektor? Är det jag upplever stimulerande, givande och ger mina tankar utrymme? Är det användbart? Vilket värde har betongpelarna? Värderas verkligen *allas* prestationer och inte bara de som inte når målen? Hur värderas de som har nått målen? Den tidigare nämnda relevansparadoxen av Niss illustrerar denna skillnad mellan den sociala och den individuella nivån:⁷⁵

This discrepancy between the objective social significance of mathematics and its subjective invisibility constitutes one form of what the author often calls the relevance paradox (Niss, 1979) formed by the simultaneous objective relevance and subjective irrelevance of mathematics. (Mogens Niss, 1994, s. 371)

Det verkar vara så att vi samtidigt både övervärderar och undervärderar skolmatematiken. Det första kriteriet är alltså inte självklart uppfyllt.

Skulle det första kriteriet kunna vara uppfyllt?

Ja, om man ser matematiken som en del av att vara en människa som genom livet deltar i många olika praktiker, varav skolan är en. Vi människor tenderar att utveckla något vi kan benämna matematik, som kommer ifrån grundläggande mänskliga behov av att hantera vår miljö, varandra och oss själva. På samma sätt som vi människor under olika tider och i olika kulturer utvecklar språk eller

⁷⁵ "Undervisningens hovedproblemer er bestemt dels af relevansparadokset, det paradoks at samtidig med matematikkens ovenfor omtalte stadig voksende betydning i samfundet forekommer store dele af faget en stor del af eleverne at være irrelevant og tilfældigt." (Niss, 1978, s. 5)

religion, utvecklar vi något som skulle kunna benämnas matematik. Matematik har då ett uppenbart värde för oss som människor. Det finns egentligen inget som säger att skolmatematiken inte skulle kunna ha ett sådant värde för oss, både individuellt och kollektivt.

Denna typ av perspektiv på matematik finns inom olika forskningsområden. Inom matematikfilosofi, ifrågasätter till exempel Ruben Hersh, i *What is mathematics, really?* (1997), och Paul Ernest, i *The philosophy of mathematics education* (1991) och *Social constructivism as a philosophy of mathematics* (1998), föreställningar kring matematikens natur som objektiv och oberoende av människan. De förespråkar ett perspektiv på matematiken som en mänsklig konstruktion och därmed beroende av sociala och historiska sammanhang.

En annan teori, hämtad från psykologi och kognitionsvetenskap, är *Embodied mathematics*, framförd av Lakoff och Johnson i *Philosophy in the flesh: The embodied mind and its challenge to western thought* (1999). Denna teori menar att vi skapar matematiken ur våra sinnliga upplevelser av världen, och basen utgörs av det kognitiva omedvetna. Här betonas även vår förmåga att skapa metaforer, så att vi kan hantera abstrakta begrepp med hjälp av konkreta modeller baserade på sinnliga upplevelser. Till stöd för sina teorier använder Lakoff och Johnson även forskning som visar på att nyfödda barn kan uppfatta antal.

Ett annat forskningsområde introducerades redan 1984, i en föreläsning av den brasilianska matematikhistorikern och läraren Ubiratan D'Amboriso vid *International Congress in Mathematics Education* (2004). Han införde det teoretiska begreppet *etnomatematik*, som sedan dess har fördjupats och utvecklats med hjälp av till exempel antropologi och socialpsykologi. D'Ambrosio definierade begreppet i kontrast till skolmatematik:

In contrast to this we will call *etnomathematics* the mathematics which is practiced among identifiable cultural groups, such as national-tribe societies, labor groups, children of a certain age bracket, professional classes and so on. (D'Amboriso, s. 196)

Som begreppets benämning antyder är syftet att "claim a status" för den matematik som utvecklas inom andra kulturer, och inom verksamheter utanför det västerländska formella utbildningssystemet. Området rymmer också ett maktperspektiv i ljuset av erfarenheter från koloniserade länder.

Alan Bishop för liknande resonemang, utifrån antropologiska och entografiska studier, i *Mathematics education in its cultural context* (1988) och i *Mathematical enculturation: A cultural perspective on mathematics education* (1991). Det handlar om människans benägenhet att ständigt utveckla, vad vi skulle kunna kalla matematik, i olika kulturer och tider.

There are, from my analyses, six fundamental activities which I argue are both universal, in that they appear to be carried out by every cultural group ever studied, and also necessary and sufficient for the development of mathematical knowledge. (Bishop, 1988, s. 182)

De sex aktiviteterna är att leka, förklara, räkna, mäta, designa och lokalisera. Dessa användes då förskolans läroplan skulle förtydligas under 2010 i relation till vissa ämnesområden. Aktiviteterna visade sig vara fruktbara att använda, då de naturligt kan tolkas in i de generella övergripande målen för förskolans verksamhet, som handlar om barns (och därmed människors!) utveckling (Utbildningsdepartementet, 2011).⁷⁶

Gemensamt för alla dessa forskare är att de avviker från skolans praktik och, via andra miljöer, kulturer och tidsperspektiv, anlägger ett kritiskt perspektiv på innehållet i skolans matematikutbildning. Sammanfattningsvis: Ja visst skulle det kunna vara självklart att värdesätta prestationer kopplade till den skolmatematik som vi människor väljer att genomföra, men med måttfullhet. Skolmatematik är ett område bland många som gör oss till människor.⁷⁷

⁷⁶ Jag, tillsammans med kollegor vid NCM deltog i detta arbete via en arbetsgrupp vid Utbildningsdepartementet.

⁷⁷ Detta kriterium ska inte förväxlas med intresse. Rektorerna frågade sig, måste *alla* bli intresserade av matematik? Vi vuxna är ju inte alltid intresserade av till exempel "kommunledningens idéer" (pr5). Man kan värdesätta något utan att äga ett intresse. Ibland får jag intrycket att vi riktar allt till alla alltid. Detta bottnar i att vi inte vet vem som är vem eller vem som kommer bli vad. Här finns avvägningar att göra, för mycket fokus på att *alla* ska utveckla intresse leder till propaganda, men utvecklar *ingen* ett intresse har vi problem. Matematiken i en del högre utbildningar och yrken är av sådan art att man måste studera länge och mycket innan vi människor kan utveckla och använda den. För detta krävs människor med intresse.

Andra kriteriet – är det komplexa prestationer?

Andra kriteriet är att prestationerna som begreppet involverar är komplexa, där bedömningen av helhetens värde är ett resultat av en värdering av de enskilda delarna.

Självklart är konstnärliga prestationer komplexa. Även demokratiska prestationer är föremål för olika beskrivningar där olika aspekter kan graderas på olika sätt. Frågan är om prestationerna som är kopplade till skolmatematik kan anses vara eller upplevas vara komplexa? Skolmatematik har länge förknippats med en enda aspekt, "att räkna". Ett exempel från Del II kan vara den reaktion jag fick från omgivningen av att jag fortfarande studerade matematik – "har du inte räknat färdig än?".

Traditionellt beskrivs skolmatematiken i termer av matematiskt stoff. Som matematiker ansåg jag inte skolmatematiken vara komplex, utan "klickvis", utan tydligt sammanhang:

En tesked aritmetik. En klick geometri. Sen en klick till i kurs D. En skvätt algebra här och där. Några strödda funktioner. Derivata, integraler och en nypa differentialekvationer. En touch komplexa tal. Och så en dos diskret matematik som extra tillbehör för dem som så önskar. (A. Jahnke, 2008, s. 35)

Elevernas handlande och reaktioner på detta handlande involverar egentligen inte något komplext, utan snarare ett ensidigt rytmiskt görande, där målet var rätt svar enligt facit. Frågan är om eleverna upplevde livet i källaren framför betongpelaren som komplext? Det är snarare så att vi med vår oro över okunskap försöker motverka skolmatematikens möjliga komplexitet och oberäknelighet. Praktiken reduceras på oförutsedda händelser och svårtolkade kontextbundna problemställningar där matematik (tillsammans med andra kunskaper) kan vara relevant att använda. Handlingar omformuleras och tolkas i allt högre grad i termer av mål och medel.

I vår iver att visa på komplexiteten kan vi också bilda modeller för matematiskt kunnande som involverar allt fler kategorier i form av förmågor eller kompetenser, men detta kan leda till att det är de separata kategorierna som blir viktigare än den komplexitet vi ville visa. Ett exempel på detta är de alltfler och allt mer omfattande stöd för bedömning av varje enskild förmåga som publiceras (Skolverket, 2011b, 2012a, 2012b, 2013, 2014), och som diskuterades i Del II. Den komplexa helheten försvinner.

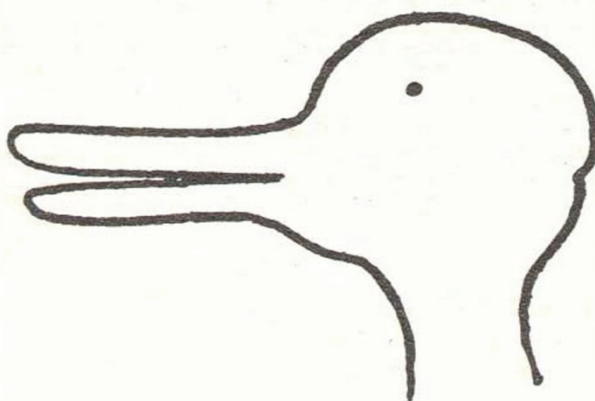
Det andra kriteriet är inte självklart uppfyllt.

Skulle det andra kriteriet kunna gälla?

Som lärare upptäckte jag komplexiteten i att *lära sig* och att *undervisa elever* i skolmatematik. Jag upptäckte också att det var möjligt att tolka in en komplexitet i styrdokumentet och att dokumentet var påverkbara. Kursplanen från 2011

beskriver prestationer i skolmatematik som bestående av olika kvalitéer i termer av matematiska förmågor. Denna typ av generella förmågor, utan koppling till ett specifikt stoff, inkluderades redan 1994 i kursplanerna. I Del II har jag beskrivet en dialog mellan en lärare och mig som kursplaneskrivare. Läraren hade precis insett att elevernas handlingar borde involvera flera aspekter, det borde finnas en komplexitet utöver antalet olika ekvationer man lyckas l sa.

Jag har redan föreslagit att man övergripande skulle kunna se skolmatematiken som en levande varelse, och varje varelse är ju komplex. Att finna en komplexitet handlar om förmågan att uppmärksamma och se något *som* relevant för skolmatematik överhuvudtaget. Wittgenstein talar om aspektseende. Jag använder följande välkända figur, från *Filosofiska undersökningar*, Del II, § xi (Wittgenstein, 1978, s. 223):



Figur 10.

För det första handlar det om att kunna se denna bild *som* något överhuvudtaget. F r skolmatematikens del, kan detta handla om att överhuvudtaget se relevansen av och betydelsen av vår kunskapssyn för hur vi betraktar skolmatematiken och hur vi bildar skolans matematikutbildning. Det kan även handla om att se att det är relevant för skolmatematiken att vi utövar matematik i olika praktiker parallellt under skoltiden och efter, vilket även inrymmer ett uppvisande av och en diskussion om matematikens instabilitet.

F r det andra, handlar Figur 10 om att kunna se att denna bild föreställer både en anka och en hare på samma gång. Det krävs ofta ett arbete att byta perspektiv, ankan måste försvinna för att du ska kunna se haren. Sen kan det även vara svårt att vandra mellan ankan och haren, ibland återkommer inte haren förrän om ett tag. Bilden kan illustrera hur vi på olika nivåer kan finna en komplexitet att tvista om, till exempel vilket sorts levande varelse skolans matematikutbildning  r. Även om vissa av oss är ense om att se det som en anka så finns de otaliga områden vi

kan tvista om kring ankas liv och leverne, som den komplexa varelse en anka är. Samtidigt finns det andra som ser en hare främst, vilket leder till att just harens komplexitet synliggörs.

Vår förmåga dels att se komplexiteten i det enskilda djuret, men även vår förmåga till att vandra mellan anka och hare, kan medföra att praktiken vi utformar involverar både hjärna och kropp, penna och papper, i klassrum och utomhus, i stillhet och rörelse, vara förutsägbar och oförutsägbar, svår och lätt, långsam och kvick, intressant och ointressant, inommatematisk och involverande situationer som inte uppenbart bör lösas med matematik, klara frågor med raka svar och vaga undringar. Vidare, skulle "vandrandet" medföra att vi låter oss inspireras av det "matematikliknande kunskapsområdets" praktik på samma sätt som matematikerpraktiken har påverkat praktiken i skolan. Vår förmåga att se en möjlig komplexitet kan också inrymma en förståelse av matematikkunnande som en praktisk kunskap med tysta och oformulerade delar.

Sammanfattningsvis: Ja visst, de prestationer som skolmatematiken involverar skulle kunna vara komplexa.

Tredje kriteriet – utrymme för olika värderingar?

Det andra kriteriet leder till det tredje. Då prestationen består av olika delar, händer det att olika människor väljer att värdera eller beskriva helheten på olika sätt, baserat på en egen vald prioriteringsordning av de enskilda delarna. Det finns utrymme till variation i beskrivning och värdering. Om vi nu (trots allt) förutsätter att en viss komplexitet (en anka eller en hare) finns när det gäller skolmatematiken, då är frågan om det finns utrymme för olika personer att värdera delar, och därmed helheten, olika? I de diskussioner jag fört i avhandlingens olika delar framkommer det att vi på olika nivåer i samhället har värderat och värderar ensidigt en kunskap som vi uppfattar som abstrakt och generell, högre än andra former.

Det tredje kriteriet är inte självklart uppfyllt.

Skulle det tredje kriteriet kunna gälla?

I avsnittet *Är det världen eller matematiken som inte stämmer?* beskrev jag att det varken var fel på världen eller matematiken. Så, det är upp till oss att värdera olika aspekter av matematiskt kunnande på fler och andra sätt. Ett första steg vore att problematisera ordet "oss" i föregående mening. En orsak till brist på olika sätt att värdera kan bero på att vi som är involverade inom skolmatematikens verksamheter är för lika. Ser jag tillbaka så har jag trots allt inte färdats många metrar vare sig utanför matematikens hus eller utanför skolmatematikens klassrum. "Vi" skulle kunna utgöra en större mångfald av olika personer representerande olika kunskapsområden och verksamheter, som på allvar urskiljde delar och värderade helheten i skolmatematikens prestationer.

Det krävs då att vi värdesätter och respekterar andras kunskaper, tankar och handlingar. Descartes redogör i *Om metoden* för hur han genom olika lärare upptäckte "de olikheter, som i alla tider funnits mellan de lärda meningar" (1637/1926, s. 29). Liknande erfarenheter gör han genom sina många resor, vilket han uttrycker med ett intressant språk:

...//...att de, som hade uppfattningar helt motsatta våra, icke därför äro barbarer eller vildar, utan att tvärtom flera bruka sitt förstånd lika bra eller till och med bättre än vi själva. (Ibid., s. 28)

Ja, andra kanske faktiskt kan bruka sitt förstånd bättre än vi själva. Helen Timperley, professor i pedagogik, menar att den vanligaste reaktionen hon mött genom åren som forskare inom skolutveckling, är en inställning hos aktörer som innebär att fokus på utveckling ska ligga på "Everyone but me" (2012, s.1). Hon menar att vi har en tendens att utpeka andra yrkeskategorier i behov av utveckling, samtidigt som vi exkluderar oss själva. Timperleys erfarenhet av "Everyone but me" kan vara exempel på Skjervheims resonemang om att vi i allt för hög grad *räknar* med varandra, och inte räknar *med* varandra, i en praxis där tillit byggs upp.

Jag tänker att det är själva mellanrummen som håller på att slitas sönder. Små oansenliga pauser som inte verkar göra varken till eller ifrån, men som i själva verket bär upp all kommunikation.

För de håller orden.

Vad händer om de försvinner? Jo, samspelet dör. (Björkman, 2009, s. 12)

Det är inte bara mellanrummet det är svårigheter med, utan även orden. En svårighet är bristen på ett språk, både inom och utanför skolans matematikutbildning. Ett språk som inte låter sig begränsas av vare sig den egna upplevda skolmatematiken eller av den vetenskapliga matematikens språk. Till detta kommer också auktoriteten som matematiken som vetenskap, problemlösningsförebild och skolämne har i vårt samhälle. Det krävs mod att uttrycka en avvikande värdering i förhållande till en sådan auktoritet.

Jaha, detta verkar svårt. Platon hade ett test för att avgöra om någon "verkligen brann för filosofi, liksom tänd av en gnista" (2009, s. 265). Han gjorde så som jag nu delvis gjort, nämligen att visa på "vad verksamheten i hela sin vidd går ut på, vilken karaktär den har, hur många svårigheter den rymmer och hur stor möda den kräver." (Ibid., s. 265). Hur borde vi då reagera, enligt Platon?

...//...då inser han att han har fått höra om en underbar väg, att han nu på stunden måste spänna sina krafter och att livet inte är värt att leva om han gör på något annat sätt. Sedan spänner han både sina egna och sin vägvisares krafter

och slutar inte förrän han antingen har bragt hela studiet till fulländning eller vunnit förmåga att styra sina steg på egen hand utan vägvisare. (Ibid., s. 266)

Det är nästan som om man kan höra signaturen till Indiana Jones filmerna. Kort sagt, att något är svårt är inget problem enligt Platon. Alla krafter måste spännas, vilket påminner om Timperleys enkla konstaterande att vi borde arbeta efter "Everyone including me" (2012, s. 2). Så visst skulle det kunna finnas utrymmer för olika värderingar och människor, även om vi uppmärksammar och erkänner komplexiteten i skolmatematikens verksamhet.

Ett exempel på ett sådant arbete belystes i dialogseminarieserien med hjälp av musikernas praktik. Musikerns uppförandepaxis innebar ett aktivt tolkningsarbete (metaforiskt benämnt som att söka den ursprungliga tonen) för att hen skulle kunna framföra ett verk nyskapande. Poängen var att *olika* musikerns *arbete* resulterade i olika framställningar. Om man överför detta till skolans värld motsvarar detta att om olika skolor, olika professioner inom och utanför skolan, aktivt skulle göra ett tolkningsarbete så skulle det resultera i olika sätt att synliggöra, värdera och genomföra skolans matematikutbildning. Om till exempel näringslivet på allvar skulle söka en ursprunglig ton – vilken komplexitet skulle de finna? Vad hade värderats? Om högskolan? Lärarna? Eleverna? Kanske skulle det medföra att vi hade fått gå ifrån singularis till pluralis när vi talar om matematik och börja diskutera komplexiteten i olika matematiker.

Sammanfattningsvis: Ja visst skulle det kunna finnas utrymme för olika värderingar.

Fjärde kriteriet – öppen för förändring?

Det fjärde kriteriet är att prestationen och dess aktiviteter ska ha en "öppen" karaktär. Med detta menar Gallies (1956) att prestationerna tillåter omfattande förändringar och anpassningar utifrån ändrade förutsättningar och sammanhang. Dessa förändringar går inte att förutse eller beskriva i förväg. Man kan inte förutse eller beskriva vad som kommer att räknas som det viktigaste bidraget till en prestation i en viss specifik situation. Prestationerna, aktiviteterna, skulle inneha en vaghet. När man applicerar detta på "konst" och "demokrati" kan man lätt se denna "öppenhet" och oförutsägbarhet utifrån samhällsförändringar genom historien. Men denna öppenhet verkar inte vara typisk för skolmatematiken. Viss anpassning och förändring har skett i skolmatematiken sedan matematik blev skolämne, men den är inte alltid lätt att urskilja. I stort har skolmatematikens handlingar och prestationer länge varit förutsägbara (Lundin, 2008).

"Öppenheten" är också svår då vi inom skolan till stor del arbetar med förutbestämda mål som går att nås. Det instrumentella misstaget innebär att handlingar med en öppenhet utan mål, omtolkas och reduceras till instrumentella mål-och-medel handlingar. Misstaget medför en slutenhet.

Det fjärde kriteriet är alltså inte självklart uppfyllt.

Skulle det fjärde kriteriet kunna gälla?

Är det lättare att urskilja en öppenhet om man betraktar skolans matematikutbildning som en rörlig varelse (anka eller hare) som påverkas av sitt arv och sin miljö? Miljön kring skolmatematiken och skolmatematiken "i sig" har varit och är utsatt för många insatser utifrån. I det just nu aktuella Matematiklyftet satsas det 649 miljoner kronor på att fortbilda alla Sveriges 40 000 lärare som undervisar i matematik och deras rektorer. Tron på förändring finns, och kanske kan vi också skönja en förändring?

Det är möjligt att matematiken som vetenskap, och de matematikliknande kunskapsområdena som utvecklas i olika verksamheter, har mer synliga inslag av öppenheten och förändring. De har också en längre historia. Här spelar naturligtvis den tekniska utvecklingen stor roll, vilket även borde ha påverkat skolmatematiken. Idag används sociala medier och olika typer av program i en högre utsträckning i skolan än när jag var verksam som lärare 2000–2008. Idag finns tillgång till smartphones, läsplattor och möjlighet att kommunicera med bilder och filmer, vilket inte fanns för bara tio år sedan. Det är möjligt att den tekniska utvecklingen har påverkat skolmatematiken till att bli mer öppen och föränderlig.

En annan aspekt på förändringsbelägenheten handlar om vårt förhållande till tid. Darwin kunde med sin föreställningsförmåga fylla hela rymder med tid. Vilken föreställningsförmåga har vi? Kanske är skolmatematiken öppen och föränderlig om vi tillåter oss ett annat tidsperspektiv (längre än ett människoliv?), och om vi betraktar skolmatematiken som en av alla de praktiker inom vilken människan skapar och använder något vi kan kalla matematik.

Sammanfattningsvis: Ja visst skulle skolmatematiken kunna ha en öppnare karaktär.

Femte kriteriet – medvetenhet om olika innebörder?

Det femte kriteriet handlar om att varje aktör erkänner att de både försvarar sin användning, sin förståelse, av begreppet och hävdar sin användning mot andras. De är medvetna om att deras eget synsätt är ifrågasatt och de har viss förståelse för andra synsätt. Med andra ord, ett omtvistat begrepp används både offensivt och defensivt. Det femte kriteriet påverkas av om det fjärde kriteriet är uppfyllt, det vill säga, om det råder en öppenhet och vaghet kring i det här fallet, begreppet skolmatematik.

Som blivande matematiker hade jag ingen större förståelse för något annat synsätt på matematik än det som utgick från min praktik. Inom kursplanearbetet framförde jag min syn på vad innebörden i skolmatematik skulle kunna vara och jag försökte även hävda min syn mot andras. På liknande sätt gjorde andra aktörer

i den snabba och politiska processen. Men förståelsen eller medvetenheten om att *olika* synsätt existerade var låg. Processen i sig var för oförberedd och diskontinuerlig för att ge plats för ett medvetet diskuterande enligt kriterium fem. Det blev många monologer.

En omedvetenhet om olika innebörder kan tänkas bero på att vi inte har utvecklat ett tillräckligt nyanserat gemensamt språk inom olika praktiker. Men det kan också bero på att vi inte är medvetna om det jag beskrivit i avsnittet *Språkets tysthet* i Del I. Med hjälp av Johannessen, Wittgenstein, Galilei och Platon visar jag att vårt *bruk* av språket följer regler, vilka inte kan formuleras språkligt. Det finns ett stråk av tyst kunskap i all språklig hantering, även inom de mest formella områdena, så som matematik.

Detta medför att vi mellan olika praktiker lägger olika innebörder i matematiska begrepp. Den mening och innebörd en gymnasielärare respektive en matematiker lägger i till exempel begreppen "logaritm" eller "representation" kan skilja sig åt utan att de är medvetna om det. När vi lyssnar på varandra tolkar vi utifrån vår förförståelse som byggts upp i den praktik vi är mest verksam i. Det sker en tolkning, även vid bruket av så formella språk som matematik. I avhandlingen har jag visat på att vi präglas av metaforen "kunskap som isberg" där fakta och förståelse gnistrar i solskenet på toppen och vi tror att vår klara blick delas av alla andra, oavsett vem de är eller från vart de riktar blicken. Med andra ord, vi utgår i för hög grad från att matematik är en teoretisk kunskap, i betydelsen att all kunskap ligger i symbolerna, definitionerna och påståendena.

Det femte kriteriet är alltså inte självklart uppfyllt.

Skulle det femte kriteriet kunna gälla?

Om vi ser och upplever värde i skolmatematikens prestationer, kan urskilja en komplexitet, har tillgång till olika människors värderingar av delar och helhet, försöker se skolmatematikens vaghet och förändringspotential, då borde det vara troligt att olika innebörder av skolmatematik framförs både offensivt och defensivt. Men för att vi ska bli medvetna om våra olika innebörder krävs ytterligare förståelse för kunskapens natur. Som jag inledningsvis konstaterade i avsnittet *Tyst! Lyssna och se – det diskutabla existerar*:

...//...the theory of tacit knowing is not confined to arguing for the existence of tacit knowledge. It has a much stronger claim that, in order to have an adequate account of human knowledge, we must recognize the primacy of the tacit over the explicit. (Zhenhua, 2006, s. 71)

Om komplexiteten i skolmatematik även involverar förståelse för och erkännandet av tyst kunskap, kan vi utveckla en förståelse för varandras olika innebörder och användningar av skolmatematik som begrepp. Detta kan också

medföra att det blir lättare för oss att vandra mellan ankan och haren (Figur 10), och att medvetenhet ökar kring att skolmatematiken kan vara både och samtidigt.

Ett exempel är då jag som lärare genom min praktik insåg komplexiteten i skolmatematiken. Mellan mig och eleverna fanns olika förståelser och innebörder som vi kommunicerade via ord och handlingar i praktiken. Min förståelse för deras synsätt växte med min erfarenhet som lärare. I berättelsen om min lärarpraktik i Del II lyfte jag fram den respekt för elevernas tankar som växte fram.

Det finns ytterligare aspekter som är viktiga. Ingela Josefson pekade speciellt ut *en* av de förmågor som Aristoteles menar att vi människor behöver för att tillsammans klara av att hantera situationer i livet – förmågan till *vänlighet*. En fruktbar oenighet där vi agerar offensivt och defensivt innebär inte vresighet. Poeten och mikrobiologen Miroslav Holub skrev i artikeln *Om vänlighet*:

Och om jag ibland finner att en eller annan egenskap saknas hos mig själv eller hos folk runt omkring mig, så har det inget att göra med antikroppar, utan med vänlighet...//...

Vänlighet måste bara finnas där, kanske född ur någon sorts lidande, eller ur något stort syfte. (Holub, 2006, s. 101)

Vänligheten frodas i *Dialog om de två världssystemen* där olika tolkningarna av upplevelser av världen används offensivt och defensivt av alla parter. Intressant är vänlighetens betydelse och följder:

SIMP. Om det inte vore för den stora aktning jag under de diskussioner vi hittills haft har lärt mig hysa för herr Salviatis stora lärdom, och för herr Sagredos skarpsinniga intellekt, skulle jag med deras vänliga tillåtelse fara härifrån, utan att vilja höra mer. För det tycks mig omöjligt att kunna säga emot dessa påtagliga sinneserfarenheter, och jag skulle, utan att höra mer, vilja behålla min gamla övertygelse. (Galilei, 1632/1993, s. 163)

Med andra ord, om Simplicio inte hyst "aktning" för sina samtalspartners skulle han valt att sluta lyssna på argument som kunde medföra att han skulle behöva byta ståndpunkt. Han vill inte göra det inför en person han inte aktar. Så, vänlighet medför att dialogen *fortsätter* och inför en vänlig samtalspart upplevs det möjligt att ändrar sig.⁷⁸

⁷⁸ Det som också framkommer i *Dialog om de två världssystemen* (Galilei, 1632/1993) är den respekt som Salviati och Sagredo visar varandra och inte minst den respekt de visar för de tankar och resonemang Simplicio framför. Gång på gång i dialogen påstår Simplicio att något är omöjligt. Nej, det är inte omöjligt svarar Salviati och Sagredo varje gång, det är inte bara möjligt utan också nödvändigt, och vi ska hjälpa dig att inse att du redan vet detta.

Sammanfattningsvis: Ja visst skulle vi kunna erkänna att vi både försvarar vår förståelse av skolmatematik och hävdar den mot andras, samtidigt som vi är medvetna om och har förståelse för andras synsätt.

Sjätte kriteriet – diskuterar vi samma sak, ett ursprungsexempel?

Gallies frågar sig hur man ska skilja en diskussion kring ett i grunden omtvistat begrepp från en diskussion där aktörerna är förvirrade och egentligen diskuterar helt olika saker. Min erfarenhet från kursplanearbetet är ett exempel på en delvis förvirrad sådan diskussion som *inte* handlade om ett omtvistat begrepp eftersom Skolverket och jag (och andra aktörer) egentligen inte talade om samma sak. Gallies inför ytterligare två kriterier för att särskilja dessa situationer från verkligt omtvistade begrepp.

Det sjätte kriteriet är att ett omtvistat begrepp är härlett eller utvecklat från ett ursprungligt exempel eller en tradition vars auktoritet är erkänd av alla aktörer. Så, finns det något sådant ursprungsexempel eller någon sådan tradition när det gäller skolmatematik, som dessutom är erkänd av alla? Problemet är att jag inte kan se *ett* sådant exempel, utan flera.

Man skulle kunna se ursprungsexemplet som den vetenskapliga matematiken och dess praktik, vars auktoritet de flesta erkänner. Eller så utgår vi från den hundrafemtioåriga historiska tradition vi har inom skolmatematiken, där praktiken präglas av att på olika sätt sysselsätta elever, med "omedelbar undervisning" eller "tysta räkneövningar", i syfte att lära sig grundläggande färdigheter i matematik (Svensk författningssamling, 1878, s. 23).

De tidigare givna exemplen, med eleven Benny som arbetade i häfte efter häfte, och Lamperts forskning som visar att det är möjligt att genomföra en "matematikerlik" praktik i ett klassrum, kan tänkas utgå från *olika* ursprungsexempel (Erlwanger, 2004; Lampert, 2004).

Det kan även finnas ett lite mer märkligt ursprungsexempel, som främst riktar sig till oss som står bredvid skolans praktik. Att vi snarare utgår från vad praktiken *inte* är istället för från vad den är.

Retoriken under 1800-talets andra hälft är på denna punkt snarlik retoriken i början av 2000-talet. När man ser på nuet, drar man en gräns mellan det man tänker och undervisningspraktiken sådan den faktiskt är, och säger: vi vet – det har bara ännu inte blivit verklighet. (Lundin, 2008, s. 362).

Vi utgår ifrån en vision, en potential, en icke-praktik som en del av oss som står bredvid skolan, strävar efter att verksamheten ska utvecklas mot. Men hur denna vision egentligen ser ut eller vad den bottnar i är oklart, vilket rektorerna gav uttryck för med sin undran över matematikutbildningens ursprungliga ton.

Det sjätte kriteriet är alltså inte självklart uppfyllt.

Skulle det sjätte kriteriet kunna gälla?

Rektorernas frågor om den ursprungliga tonen kan vara ett exempel på en efterfråga på en gemensam utgångspunkt. Del IV startade med en grundläggande utgångspunkt, nämligen att matematik ska vara ett ämne i skolan. En annan utgångspunkt skulle kunna vara en kunskapssyn som vi enas kring. Denna avhandling har visat på en utvidgning av kunskapsbegreppet, och att betrakta kunskap i matematik som en praktisk kunskap med tysta och oformulerade delar. Detta skulle kunna ge oss ett ursprungsexempel eller en utgångspunkt för att därefter kunna tvista om hur vi borde bilda skolans matematikutbildning.

Kunskapsbegreppet i *Skola för bildning* var ett sådant initiativ till gemensam utgångspunkt. Men *Skola för bildning* har en del brister och det är "bara" en text. Avhandlingen har visat på att de vis som framträder, och de sätt som de hanteras på, resulterar i en annan "levd kunskapssyn" än den som skrevs fram i *Skola för bildning*, eller den jag har skrivit fram i Del I. Våra gemensamma handlingar resulterar alltid i en kunskapssyn. Därför vill jag nu opponera mig mot Sokrates; vi kan inte enbart undersöka "vad kunskap är själv för sig själv", innan vi bildar skolans matematikutbildning (Platon, 2001a, s. 60). Vi måste även därefter kontinuerligt diskutera om vi verkligen bygger en praktik som förmedlar den kunskapssyn vi tagit ställning för. Metaforen skolans matematikutbildning som en levande varelse kan hjälpa oss inse behovet av detta. Kunskapsbegreppet kan inte en gång för alla låsas fast, och den ges inte heller av ord i *Skola för bildning*, eller i denna avhandling. Alla sakerna måste gnuggas mot varandra, viskar Platon.

Sammanfattningsvis: Ja visst skulle vi kunna finna en gemensam utgångspunkt.

Sjunde kriteriet – sannolikt att tvisten leder till utveckling?

Nu har jag då nått sjunde kriteriet som jag redan har tjuvkikat på tidigare när jag påstod att det inte är så sannolikt att de tvister som har varit och pågår bidrar till utveckling. Kvaliteten på tvisten borde öka, och genomgången av de sex kriterierna har försökt visa på möjligheterna.

Skulle det sjunde kriteriet kunna gälla? Ja, om vi värderar, varken över- eller undervärderar skolmatematiken, både individuellt och kollektivt. Om vi synliggör dess komplexitet, inklusive de tysta delarna av kunskapen, och det matematikliknande kunskapsområdets natur. Om vi uppmärksammar fler sätt att värdera kunskap, skapar utrymme för större variation bland de involverade människor, ger utrymme för vaghet, och urskiljer olika typer av handlingar och förändringar. Om vi med vänlighet använder vår innebörd i skolmatematiken offensivt och defensivt samtidigt som vi övar upp en lyhördhet så vi inte tala förbi varandra. Om vi arbetar med att finna våra ursprungliga toner utifrån lokala behov på skolorna, samtidigt som vi tar ställning för och granskar den kunskapssyn vi utgår ifrån och bildar i praktiken. Om vi brukar den kunskapssyn och hörsel jag offensivt och defensivt använt i denna avhandling, innebär det

också att vi ser ett värde i en kontinuerlig icke-avslutad dialog om skolans matematikutbildning. Sammanfattningsvis: Ja visst, då ökar kvaliteten och kontinuiteten i dialogen och sannolikheten ökar för optimal utveckling av skolans matematikutbildning.

SAGR. Detta får bli avslutningen på våra fyra dagars diskussioner. Om herr Salviati vill ta en vilopaus måste vår nyfikenhet tillstå honom den, men bara på villkor att han återkommer när det minst besvärar honom, och tillfredsställer vår längtan, i synnerhet min, beträffande de frågor som återstår. Jag har antecknat dem för att som uppgjort lägga fram dem vid ytterligare en eller två sammankomster...//... Under tiden kan vi som vanligt njuta av svalkan i den väntande gondolen. (Galilei, 1632/1993, s. 531)

Ja, detta får bli avslutningen på diskussionerna i avhandlingens fyra delar. Kunskapssynen och hörseln medförde att vi lyssnade på vad praktikerna hanterade i nuet i form av problem, sig själva och andra, oron över livet, skolmatematikens användbarhet, kursplanen och reaktioner från eleverna. Varför är det på detta viset? Mina svar pekade på betydelsen av matematikutbildningens arv och miljö, samt att det är i grunden en praktisk kunskap att förstå och använda matematik. Men, avhandlingen är ett insegel till dialog. Redan nu finns nya frågor antecknade. Efter en vilopaus i gondolen, kommer jag översköljas av nya frågor som återstår att dryfta i en fortsatt dialog om skolans matematikutbildning.

TILLBAKA TILL MIN YRKESBANAS DIKE

Mina forskarstudier har skett parallellt med att jag fortsatt att vandra på min yrkesbana och arbetat vid Nationellt centrum för matematikutbildning (NCM) vid Göteborgs universitet. Nu, våren 2014, arbetar jag sedan två år tillbaka som projektledare för NCM:s arbete med det senaste av regeringens satsningar på skolans matematikutbildning; Matematiklyftet, där Skolverket ansvarar för genomförandet. Matematiklyftet involverar lärare, matematikhandledare, rektorer, utvecklingsledare, skolchefer, forskare, lärarutbildare, tjänstemän och politiker.

- Om jag säger Matematiklyftet, vad tänker du på då frågar jag sexåringen.
- MATEMATIKlyftet? eller MatematikLYFTET? funderar sexåringen.
- Ja...
- Plus?
- ...
- Då tänker jag att man lyfter bort Matematiken!
- Vem gör det?
- Det gör människorna.

Vi människor har makten att lyfta bort eller tillbaka. Jag strävar efter att förstå skolans matematikutbildning. Förståelsen är beroende av "från vilken utsiktspunkt man ställer sig att överblicka" här och nu (D'Alembert, 1751/1981, s. 82). Min utsiktspunkt har varit den praktiska kunskapen, dess klokhets och tysthet, via "bokstudier", men framförallt genom att i världens stora bok, som Descartes uttryckte det "samla erfarenheter, pröva mig i de lägen i, i vilka ödet försatt mig" (1637/1926, s. 23). Den praktiska kunskapens språk är *berättelsen* som kan bidra till att vi upplever och får vetskap om sanningar som sanningen själv inte kan uttrycka, för att parafasera Rushdie (2012). Berättelserna ger oss ord – kanske andra ord – på de vis skolans matematikutbildning kan gestalta sig. Praktisk klokhets, förtrogenhet, kunskap-i-handling, intuition, tyst kunskap, instinkt, magkänsla, det diskutabla, finns och kommer alltid att finnas i varje handling. Det vore en galenskap att bortse ifrån eller begränsa den. Men precis lika galet vore det att ta den för givet. Även den praktiska klokhets har behov av att användas, upprätthållas och utvecklas i takt med förändringar. Det vore klokt om vi även tillåter galenskap i form av bejakande av det oförutsedda och oberäkneliga i skolans matematikutbildning. Vi behöver handla och uppleva utifrån olika metaforer för skolans matematikutbildning, och arbeta för att skolmatematiken blir ett omtvistat begrepp som leder till en äkta dialog mellan oss – en

kontinuerlig dialog som får oss att likt Sagredo utbrista "Det här tycker jag verkligen om. Och medan vi befinner oss i detta tillstånd av storsinnet, tillåt mig...//..." (Galilei, 1632/1993, s. 195).

Varken du eller jag som försöker förstå, utgår från tabula rasa, och vår förförståelsen kan vara ett hinder för förståelse. Av oss krävs det att vi i nuet har modet att först avvika för att sedan kunna utveckla det vi vikt av ifrån. Rytmskt fjärma och närma oss, för att successivt förstå varandra och oss själva bättre. Finna nya tillstånd av storsinnet.

Min förståelse just nu och din förståelse av min just nu, kan närma sig varandra.

All mänsklig verksamhet är i själva verket i nuet.

Man skulle kunna säga att det krävs bildning för att hantera nuet.

Bildning för skolans matematikutbildning.

EPILOG

Den häftiga andningen avtar långsamt. Jag ser tunna moln segla förbi. Ett av molnen liknar ett blad i en avhandling. Jag sluter ögonen. Jag vidgar näsborrarna och drar in ett djupt andetag. Lukten av löv och jord fyller mig som en droppe färg i ett vattenglas. Det värker i ena sidan. Torra löv prasslar. Jag ligger raklång på rygg och diket omsluter mig. Varför är det på detta viset?

Jag öppnar ögonen och ser rakt in i ett par barnögon.

– Är det *här* du är? frågar barnet och lutar sig över dikeskanten.

– Jaa...men du har ju inga kläder på dig, säger jag.

– Nä, jag har precis badat, nu är jag trött och vill gå och lägga mig...

– Okej, jag kommer, säger jag och reser mig långsamt upp medan jag borstar av mig alla löv.

När jag väl står upp ser jag att diket inte är speciellt djupt. Jag tar ett lätt steg upp på stigen.

Barnhanden smyger sig in i min hand medan vi börjar gå.

– Vet du att inget levande är helt stilla, säger barnet.

– Jaså...

– Även om jag står blickstill så rör sig mitt hjärta.

– Jaha, ja...

– Sen undrar jag egentligen vad som händer med hjärtat när man dör och man bränner upp kroppen. Blir det kvar?

– Va? Nä...

Jag tappar taget om barnhanden. Barnet har tvärstannat. Barnet bockar sig ner och greppar tag om sin pung och frågar:

– Och du, så undrar jag vad gör den här *här* ?

Jag ler.

– Ja, duvad gör den där just där...vad gör hela du här? undrar jag.

– Jag vet inte. Frågar frågor? Vad gör du här? ler barnet.

– Jag vet inte. Frågar frågor?

– Ska vi gå hem nu? gäspar barnet.

– Ja det gör vi, säger jag.

Barnhanden smyger sig åter in i min hand.

LITTERATURFÖRTECKNING

- Abbott, A.D. (1988). *The system of professions*. Chicago: University of Chicago Press.
- Alvesson, M., & Sköldbberg, K. (2008). *Tolkning och reflektion: vetenskapsfilosofi och kvalitativ metod*. Lund: Studentlitteratur.
- Arendt, H. (1993). *Between Past and Future*. New York: Penguin Books.
- Aristotle. (2009). *The Nicomachean Ethics*. Oxford: Oxford University Press.
- Asplund, J. (1970). *Om undran inför samhället*. Uppsala: Argos.
- Aurelius. A.M. (1614). *Arithmetica Eller En Kort och Eenfaldigh Räknebook/uthi heele och brutne Taal/medh lustige och sköne Exempel/the Eenfaldigom som til thenne Konst lust och behagh hafwe*. Uppsala. Hämtad 1 november, 2013, från <http://ncm.gu.se/media/ncm/dokument/aurelius.pdf>
- Backlund, G. (2006). *Om ungefärligheten i ingenjörsarbetet*. (Doktorsavhandling, Kungliga tekniska högskolan).
- Backlund, G., & Sjunnesson, J. (2012). Training young engineers to see. *AI & Society*, 27(1).
- Beer, G. (2009). *Darwin's plots*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Bengan Bus. (2013, 19 november). Det är inte jag som suger på matematik, det är själva matematiken som suger [Twitter post]. Hämtad från <https://twitter.com/Juliabmn/status/402890549084311552?refsrc=email>
- Berg, G. (2008). *Företagskulturens makt* (Licentiatuppsats, Kungliga tekniska högskolan).
- Bergendal, G. (2003). *Ansvarig handling: uppsatser om yrkeskunnande, vetenskap och bildning*. Stockholm: Dialoger.
- Berglund, A. (2012, 27 oktober). Bästa herr Reinfeldt. Hämtad från <http://debatt.svt.se>
- Berglund, J. (2011). *Formalisering och yrkeskunnande: en explorativ studie om säkerhetskulturen inom kärnkraftsindustrin*. (Doktorsavhandling, Kungliga tekniska högskolan).
- Berglund, J. (Red.). (2007). *Att erövra ett språk – kring kunskap, kompetens och bildning*. Göteborg: Jonsered Herrgård, Göteborgs universitet.
- Beyond Television Productions. (2003). *Mythbusters*: Discovery Channel.
- Birro, M. (2007, 29 maj). Poesin Del 1 [Blogginlägg]. Hämtad från <http://marcusbirro.se/bloggen/?p=437>
- Birro, M. (2007, 30 maj). Poesin Del 2 [Blogginlägg]. Hämtad från <http://marcusbirro.se/bloggen/?p=441#comments>

- Bishop, A. (1988). Mathematics education in its cultural context. *Educational Studies in Mathematics*, 19.
- Bishop, A. (1991). *Mathematical enculturation: A cultural perspective on mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic.
- Björkholdt, E. (2000). *Quaternion orders and ternary quadratic forms: orders of class number one and representations of algebraic integers by quadratic forms*. (Doktorsavhandling, Chalmers tekniska högskola).
- Björkman, S. (2009). *Lyssnarens röst*. Stockholm: Carlsson i samarbete med Dramatiska institutet.
- Björndahl, A. (2009). Målet er kunnskapsbaserte og brukersentrerte tjenester. I H. Grimen & L. Terum (Red.), *Evidensbasert profesjonsutøvelse*. Oslo: Abstrakt Förlag.
- Bloom, B.S. (red.) (1956). *Taxonomy of educational objectives: the classification of educational goals. Handbook 1, Cognitive domain*. New York: David McKay.
- Bourdieu, P. (1970). *Outline of a Theory of Practice*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Branner, P. (1998). Regissören har ordet. *Dialoger*, 48.
- Brante, T. (1981). *Vetenskapens struktur och förändring*. Lund: Doxa.
- Broady, D. (1981). *Den dolda läroplanen: Krut-artiklar 1977–80*. Järfälla: Symposion.
- Broady, D. (1991). *Sociologi och epistemologi: om Pierre Bourdieus författarskap och den historiska epistemologin*. Stockholm: Högskolan för lärarutbildning.
- Buttimer, A. (2002). Kreativitet och miljö. I P. Tillberg (Red.), *Dialoger – om yrkeskunnande och teknologi*. Stockholm: Dialoger.
- Callewaert, S. (1992). *Kultur, pædagogik og videnskab: habitus-begrebet og praktikteorien hos Pierre Bourdieu*. København: Akademisk Förlag.
- Carlgren, I., Forsberg, E., & Lindberg, V. (2009). *Perspektiv på den svenska skolans kunskapsdiskussion*. Stockholm: Stockholms universitets förlag.
- Carpenter, T.P., Dossey, J.A. & Koehler, J.L. (Red.) (2004). *Classics in mathematics education research*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- Clifford, J. (1986). Introduction: partial Truths. I J. Clifford & G. Marcus (Red.), *Writing culture: the poetics and politics of ethnography*. Berkeley: University of California press.
- Cobb, P. & Yackel, E. (1996). Constructivist, emergent, and sociocultural perspectives in the context of developmental research. *Educational Psychologist*, 31(314).
- Combüchen, S. (2010). *Spill: en damroman*. Stockholm: Norstedt.
- D'Alembert, J.L.R. (1751/1981). *Inledning till encyklopedien*. Stockholm: Carmina.

- D'Ambrosio, U. (2004). Ethnomathematics and Its place in the history and pedagogy of mathematics. I T.P. Carpenter, J.A. Dossey & J.L. Kochler (Red.), *Classics in mathematics education research*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- Darwin, C. (1838/2009). *Notebook M*. [Elektronisk resurs]. Hämtad 1 juni, 2013, från <http://darwin-online.org.uk>
- Darwin, C. (1859/2009). *Om arternas uppkomst genom naturligt urval eller De bäst utrustade raseras bestånd i kampen för tillvaron*. Stockholm: Natur och Kultur.
- Darwin, C. (1871/2006). *Människans härkomst och könsurvalet*. Stockholm: Natur och Kultur.
- Darwin, C. (1958). *The Autobiography of Charles Darwin 1809–1882* [Elektronisk resurs]. Hämtad 1 juni, 2013, från <http://darwin-online.org.uk>
- Descartes, R. (1637/1926). *Om metoden: att rätt bruka sitt förstånd och utforska sanningen i vetenskaperna*. Stockholm: Björck & Börjesson.
- Devlin, K.J. (1997). *Mathematics: the science of patterns: the search for order in life, mind and the universe*. New York: Scientific American Library.
- Dewey, J. (1916/1999). *Demokrati och utbildning*. Göteborg: Daidalos.
- Diderot, D. (1891/1992). *Rameaus brorson*. Stockholm: Tiden.
- Diderot, D. (2001/1769). D'Alemberts dröm. *Dialoger*, 58–59.
- Draaisma, D. (2000). *Metaphors of memory: a history of ideas about the mind*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Drake, S. (1978). *Galileo at work: his scientific biography*. Chicago: University of Chicago Press.
- Dreyfus, H.L. & Rabinow, P. (1983). *Michel Foucault: beyond structuralism and hermeneutics*. Chicago: University of Chicago Press.
- Dreyfus, H.L. & Dreyfus, S.E. (1986). *Mind over machine: the power of human intuition and expertise in the era of the computer*. Oxford: Basil Blackwell.
- Duda J.L., Keller M.R., & White S.A., (1998). The relationship between goal orientation and perceived purposes of sport among youth sport participants. *Journal of Sport Behavior* 21(4).
- Edward, D., & Mercer, N. (1987). *Common Knowledge: the development of understanding in the classroom*. London: Methuen.
- Eketorp, Tore. (2006). Gör matematik och filosofi dig till en bättre musiker?. *Dialoger*, 77–78.
- Ellström, P.E (2005) Arbetsplatslärandets janusansikte. *Pedagogisk Forskning i Sverige*, 10(3/4).
- Ellström, P.E. (2011). Informal learning at work: conditions, processes and logics. I M. Malloch (Red.), *The SAGE handbook of workplace learning*. London: Sage Publications.

- Emanuelsson, G., Johansson, B. & Lingefjärd, T. (Red.) (1992). *Matematikämnet i skolan i internationell belysning*. Mölndal: Institutionen för ämnesdidaktik, Göteborgs universitet.
- Emanuelsson, G. (2001). *Svårt att lära – lätt att undervisa?: om kompetensutvecklings-insatser för lärare i matematik 1965-2000*. Göteborg: Nationellt centrum för matematikutbildning, Göteborgs universitet.
- Engdahl, H. (Red.) (1977). *Hermeneutik: en antologi*. Stockholm: Rabén & Sjögren.
- Engdahl, H. (1996). Informationsområdet. I M. Florin & B. Göranson (Red.), *Inre teatern*. Stockholm: Carlsson.
- Ennals, R. (1986). *Star Wars: a question of initiative*. Chichester: Wiley.
- Erlwanger, S. H. (2004). Benny's conceptions of rules and answers in IPI mathematics. I T.P. Carpenter, J.A. Dossey & J.L. Kochler (Red.), *Classics in mathematics education research*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- Ernest, P. (1991). *The philosophy of mathematics education*. London: Falmer.
- Ernest, P. (1998). *Social constructivism as a philosophy of mathematics*. Albany: State University of New York Press.
- Europaparlamentet och europeiska rådet. (2006). Europaparlamentets och rådets rekommendationer om nyckelkompetenser för livslångt lärande. (2006/962/EG). Europeiska unionens officiella tidning, 30.12.2006.
- Europaparlamentet och europeiska rådet. (2008). Europaparlamentets och rådets rekommendationer om en europeisk referensram för kvalifikationer för livslångt lärande. (2008/C 111/01). *Europeiska unionens officiella tidning*, 6.5.2008.
- European Commission. (2002). *The key competencies in a knowledge-based economy; A first step towards selection, definition and description*. A proposal by the working group on key competencies, set up by the European commission in the framework of the "Objectives report": European commission.
- Fagéus, Kjell. (2006). Hur vårdas talanger i konstnärliga utbildningar? *Dialoger*, 77–78.
- Fauvel, John, & Grey, Jeremy. (1987). *The history of mathematics: a reader*. Basingstoke: Macmillan Education in association with the Open University.
- Feldman, D.H. (1980). *Beyond universals in cognitive development*. Norwood, New Jersey: Ablex
- Feyerabend, P. (1988). Knowledge and the roles of theories. *Philosophy of the social sciences*, 1988(18).

- Fleck, L. (1997). *Uppkomsten och utvecklingen av ett vetenskapligt faktum: inledning till läran om tankestil och tankekollektiv*. Eslöv: B. Östlings bokförlag. Symposion.
- Franck, K. (Producent), & Nordlund L. (Redaktör). (2009). *Darwins anda – om att läsa Darwin*. [Radioprogram]. Stockholm: Vetandets värld, Sveriges Radio.
- Freudenthal, H. (1978). *Weeding and sowing: preface to a science of mathematical education*. Dordrecht: Reidel.
- Friberg, N. (2011). *Det ovägbaras tyngd: vattenfall og ingenjörens roll*. (Doktorsavhandling, Universitetet i Nordland).
- Gaidi, K. (2007). *Lärarens yrkeskunnande*. (Doktorsavhandling, Kungliga tekniska högskolan).
- Galilei, G. (1632/1993). *Dialog om de två världssystemen*. Stockholm: Atlantis i samarbete med Italienska kulturinstitutet.
- Galilei, G. (1632/2009). *Dialog over de to store verdenssystemer*. Oslo: Oktober.
- Gallie, W.B. (1956). Essentially contested concepts. *Proceedings of the Aristotelian Society, New Series, vol. LVI, 1955–1956*.
- Gardell, J. (2010). *Om Jesus*. Stockholm: Norstedt.
- Geertz, C. (1988). *Work and lives: the anthropologist as author*. Cambridge: Polity Press.
- Gill, D.L., Gross, J.B. & Huddleston, S. (1983). Participation motivation in youth sports. *International journal of sport psychology, 14*.
- Gjone, G. (2001). Läroplaner och läroplansutveckling i matematik. I B. Grevholm (Red.), *Matematikdidaktik: ett nordiskt perspektiv*. Lund: Studentlitteratur.
- Grimen, H. (2009). Debatten om evidensbaserings - noe utfordringer. I H. Grimen & L. Terum (Red.), *Evidensbasert profesjonsutøvelse*. Oslo: Abstrakt Förlag.
- Göranzon, B. (2011, 4 maj). Tillsatt ny skolkommision nu!. *Dagens Nyheter*. Hämtad från <http://www.dn.se>
- Göranzon, B. (Red.) (1984). *Datautvecklingens filosofi: tyst kunskap och ny teknik*. Stockholm: Carlsson & Jönsson.
- Göranzon, B. (1990). *Det praktiska intellektet: datoranvändning och yrkeskunnande*. (Doktorsavhandling, Kungliga tekniska högskolan).
- Göranzon, B. (1998). Redaktionell kommentar. *Dialoger, 48*.
- Göranzon, B. (2002). Jag vet inte. *Dialoger, 64*.
- Göranzon, B. (2005). Dialogseminariet – ett laboratorium för det analogiska tänkandet. *Dialoger, 71–72*.
- Göranzon, B. (2009). *Det praktiska intellektet: datoranvändning och yrkeskunnande*. Stockholm: Santérus Academic Press Sweden.
- Göranzon, B. & Karlqvist, A. (2001). Bortom all visshet. I B. Göranzon (Red.), *Spelregler: om gränsöverskridande*. Stockholm: Dialoger.
- Göranzon, B., & Moowitz, L. (2005). Vad är att förstå? *Dialoger, 71–72*.

- Göranzon, B., Nordenstam, T., & Wågström, M. (1976). *Dramatens arbetsformer*. Stockholm: Gotab.
- Hageskog, C. (2006). Hur vårdas talanger? *Dialoger*, 77–78.
- Hammarén, M. (1999). *Ledtråd i förvandling: om att skapa en reflekterande praxis*. (Doktorsavhandling, Kungliga tekniska högskolan).
- Hammarén, M. (2002). Yrkeskunnande, berättelser och språk. *Dialoger*, 61.
- Larsson, H. (1892/1997). *Intuition: några ord om diktning och vetenskap*. Stockholm: Dialoger.
- Havemose, K. (2006). *Konsten att uppfinna hjulet två gånger*. (Doktorsavhandling, Kungliga tekniska högskolan).
- Hersh, R. (1997). *What is mathematics, really?*. Oxford: Oxford University Press.
- Hoberg, C. (2006). *Komplexitetsmax*. (Licentiatuppsats, Kungliga tekniska högskolan).
- Holmin, M. (2012, 25 november). Lärarfacket: Regeringen måste göra mer. *Agenda Sveriges television*. Hämtad från <http://www.svt.se/agenda>
- Holub, M. (2002). Maxwells demon eller om kreativitet. I P. Tillberg (Red.), *Dialoger – om yrkeskunnande och teknologi*. Stockholm: Dialoger.
- Holub, M. (2006). Om vänlighet. *Dialoger*, 77–78.
- Hopkin, M. (2007, 27 juli). Science in comedy: Mmm...pi. *Nature International weekly journal of science*, 448.
- Howson, G., Keithel, C., & Kilpatrick, J. (1981). *Curriculum development in mathematics*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Hoyles, C., Morgan, C., & Woodhouse, G. (Red.). (1999). *Rethinking the mathematics curriculum*. London: Falmer.
- Hoyles, C., Wolf, A., Molyneux-Hodgson, S., & Kent, P. (2002). *Mathematics skills in the workplace. Final report to the science, technology and mathematics council*. London: Institute of Education, London University.
- Hoyles, C. (Red.). (2010). *Improving mathematics at work: the need for technological mathematical literacies*. Abingdon, Oxon: Routledge
- Hughes, E.C. (1984). *The sociological eye: selected papers*. New Brunswick: Transaction Books.
- Häggström, J. (2005). Begreppet funktion i historisk belysning. *Nomad*, 53(2).
- Høeg, P. (1994). *Fröken Smillas känsla för snö*. Stockholm: Norstedt.
- Høgskolan i Bodø. (2005). *Praktisk kunnskap - som erfaring og som forskningsfelt*. Bodø: Profesjonshøgskolen.
- Ibrahimovic, Z., & Lagercrantz, D. (2011). *Jag är Zlatan: min historia*. Stockholm: Bonnier.
- Jahnke, A. (1999). *Hermitian lattices over rings with involution* (Licentiatuppsats, Chalmers tekniska högskola).
- Jahnke, A. (2004). Innan fem kommer det många fyror. I G. Berg (Red.), *Spelplats: Matematiska kulturarvet*. Stockholm: Dialoger.

- Jahnke, A. (2006a). Katt bland hermeliner. *Dialoger*, 77–78.
- Jahnke, A. (2006b). Motbevisad. I R. Ryding (Red.), *Hedersnämndare till Göran Emanuelsson*. Göteborg: Nationellt centrum för matematikutbildning, Göteborgs universitet.
- Jahnke, A. (2007). Integraler, cigarrer och slarviga tonåringar. I J. Berglund (Red.), *Att erövra ett språk*. Göteborg: Jonsered Herrgård, Göteborgs universitet.
- Jahnke, A. (2008). Varför förenkla när vi kan förkrångla? *Nämaren*, 4.
- Jahnke, A. (2009). Bambipedagogik. *Nämaren*, 1.
- Jahnke, A. (2010). Inblick i rektorers yrkeskunnande, erfarenheter från dialogseminarieserie. [PowerPoint-presentation]. Hämtad 4 december, 2013, från <http://ncm.gu.se/media/rektor/forelasningar/Anetteyrkeskunnande.pdf>
- Jahnke, A. (2012). *The Process of developing a syllabus: critical reflections from a syllabus developer*. Paper presenterad vid The 12th International Congress on Mathematics Education, Seoul, Korea.
- Jahnke, A., & Mouwitz, L. (2008). Kursplan på bräcklig grund. *Pedagogiska magasinet* 2.
- Jahnke, A. (2013). Är du redo för Matematiklyftet. *Nämaren*, 2.
- Jahnke, A. (2014). Ett läsår med matematiklyftet - är du redo att fortsätta? *Nämaren*, 2.
- Jahnke, M. (2012). Revisiting design as a hermeneutic practice: an Investigation of Paul Ricoeur's critical hermeneutics. *Design Issues*, 28(2).
- Jahnke, M. (2013). *Meaning in the making: introducing a hermeneutic perspective on the contribution of design practice to innovation*. (Doktorsavhandling, Göteborgs universitet).
- Janik, A. (1991). *Cordelias tystnad: om reflektionens kunskapsteori*. Stockholm: Carlsson.
- Jegelius, K. (2002). *Hvitfeldt Margareta 1608-1683*. Hämtad 10 december, 2013, från http://www.jegelius.se/Morfar/1_715.htm
- Johannessen, K. (1988). Tankar om tyst kunskap. *Dialoger*, 6.
- Johannessen, K. (1989). Intransitiv förståelse - en fellesnevner for filisofisyn, språksyn og kunstsyn hos Wittgenstein. I K. Johannessen & B. Rolf. (Red.), *Om tyst kunskap: två artiklar*. Uppsala: Uppsala universitet. Centrum för didaktik.
- Johannessen, K. (1999). *Praxis och tyst kunnande*. Stockholm: Dialoger.
- Johansson, I., & Liedman, S. (1987). *Positivism och marxism*. Stockholm: Norstedt.
- Johansson, O. (Red.). (2011). *Rektor – en forskningsöversikt rektor 2000–2010*. Stockholm: Vetenskapsrådet.

- Josefson, I. (1988). *Från Lärling till mästare: om kunskap i vården*. Lund: Studentlitteratur.
- Josefson, I. (1998). *Läkarens yrkeskunnande*. Lund: Studentlitteratur.
- Josephson, E. (2006). A dwelling place for past and living voices, passions and characters. I B. Göranson, M. Hammarén & J.R. Ennals (Red.), *Dialogue, skill and tacit knowledge*. Chichester: John Wiley.
- Katz, V. (1998). *A history of mathematics: an introduction*. Reading Massachusetts: Longman.
- Kilpatrick, J. (1988). Editorial. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(4).
- Kilpatrick, J. (2009). The mathematics teacher and curriculum change. *PNA*, 3(3).
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, Bradford (Red.). (2001). *Adding it up: helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.
- Kleist, H. (2002). Om tankarnas gradvisa tillkomst vid talet. *Dialoger*, 64.
- Kocka, J. (1990). 'Bürgertum' and professions in the nineteenth century: two alternative approaches. I M. Burrage & R. Torstendahl (Red.), *Professions in the theory and history*. London: Sage.
- Krokmark, T. (2008). Öronmärkta resurser skulle ge lärarutbildningen möjligheter. *Universitetsläraren*, 12.
- Krulik, S., & Reys, R. (Red.). (1980). *Problem solving in school mathematics: 1980 Yearbook*. Reston, Virginia.: National Council of Teachers of Mathematics.
- Kuhn, T. (1962). *The structure of scientific revolutions*. Chicago: University of Chicago Press.
- Kyrklund, W. (1988). Det estetiska uttryckets betydelse. *Dialoger*, 6.
- Lakoff, G., & Johnson, M. (1999). *Philosophy in the flesh: the embodied mind and its challenge to western thought*. New York: Basic Books.
- Lakoff, G., & Johnson, M. (1980). *Metaphors we live by*. Chicago: University of Chicago Press.
- Lampert, M. (2004). When the problem is not the question and the solution is not the answer: mathematical knowledge and teaching. I T.P. Carpenter, J.A. Dossey & J.L. Kochler (Red.), *Classics in Mathematics Education Research*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- Laurikainen, K.V. (1988). Vetenskapens möjligheter och gränser. I B. Göranson (Red.), *Den inre bilden*. Stockholm: Carlsson.
- Lave, J. (1991). Situating learning in communities of practice. I L. Resnick, J. Levine & S. Teasley (Red.), *Perspectives on socially shared cognition*. Wahington: American Psychological Association
- Lee, Y.P. (2010). Designing a mathematics curriculum. *Indonesian Mathematical Society Journal of Mathematics Education*, 1(1).
- Liedman, S. (1999). *I skuggan av framtiden*. Stockholm: Bonnier.

- Liedman, S. (2008). *Nycklar till ett framgångsrikt liv? Om EU:s nyckelkompetenser*. Stockholm: Skolverket.
- Liedman, S. (2011). *Hets! En bok om skolan*. Stockholm: Bonnier.
- Lindmark, E. (2007). *Läroplaner efter 1970: en bibliografi*. Stockholm: Stockholms universitetbibliotek.
- Lindmark, E. (2009). *Läroplaner andra styrdokument för 1970*. Stockholm: Stockholms universitetbibliotek.
- Lindseth, A., & Norberg, A. (2004). A phenomenological hermeneutical method for researching lived experience. *Scandinavian Journal of Caring Sciences*, 18.
- Lundgren, U.P. (2013). *Didaktikens verktyg*. Sveriges utbildningsradio. Hämtad 3 januari, 2013, från <http://www.ur.se/Tema/Didaktikens-verktyg/Teknik-och-larande>
- Lundin, S. (2008). *Skolans matematik: en kritisk analys av den svenska skolmatematikens förhistoria, uppkomst och utveckling*. (Doktorsavhandling, Uppsala universitet).
- Lärarnas riksförbund. (2012). *Att bedömma bildning utan fortbildning*. Hämtad 3 januari, 2014, från <http://lararnasriksforbund.jetshop.se/att-bedoma-bildning-utan-fortbildning-p-407-c-168.aspx>
- McMurphy-
 Pilkington, C., Trinick, T., & Meaney, T. (2013). Mathematics curriculum development and indigenous language revitalisation: contested spaces. *Mathematics Education Research Journal*, 25(3).
- Molander, A., & Terum, L.I. (2008). Profesjonsstudier – en introduksjon. I Anders Molander & L. I. Terum (Red.), *Profesjonsstuder*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Molander, B. (1987). *Räkna rätt och tänka fritt: rapport från projektet Utbildning för tillämpning av statistik: kunskap och kunskapssyn*. Uppsala: Filosofiska institutionen, Uppsala universitet.
- Molander, B. (1988). *Vetenskaps filosofi: en bok om den vetenskapande människan*. Stockholm: Thales.
- Molander, B. (1990). Kunskapens tysta sidor och tystade sidor. *Nordisk Pedagogik* 3.
- Mouwitz, L. (2006a). *Matematik och bildning*. (Doktorsavhandling, Kungliga tekniska högskolan).
- Mouwitz, L. (2006b). Vetenskapsmannen, poeten, läraren. *Dialoger*, 77–78.
- Mouwitz, L., & Kiselman, C. (2008). *Matematiktermer för skolan*. Göteborg: Nationellt centrum för matematikutbildning, Göteborgs universitet.
- Murakami, H. (2010). *Vad jag pratar om när jag pratar om läpning*. Stockholm: Norstedt.

- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standard for school mathematics*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school Mathematics*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- National Governors Association Center for Best Practices & Council of Chief State School Officers. (2010). *Common core state standards for mathematics*. Washington, DC: National Governors Association Center for Best Practices & Council of Chief State School Officers.
- Nationalencyklopedin (2013a). *Analogi*. Hämtad 1 november, 2013, från <http://www.ne.se/analogi>
- Nationalencyklopedin (2013b). *Arbetslivscentrum*. Hämtad 3 september, 2013, från <http://www.ne.se/arbetslivscentrum>
- Nationalencyklopedin (2013c). *Impetusteorin*. Hämtad 1 december, 2013, från <http://www.ne.se/lang/impetusteorin>
- Nationalencyklopedin (2013d). *Matematik*. Hämtad 5 december, 2013, från <http://www.ne.se/matematik>
- Nationalencyklopedin (2013e). *Metafor*. Hämtad 1 november, 2013, från <http://www.ne.se/metafor>
- Nationalencyklopedin (2013f). *Taxonomi*. Hämtad från <http://www.ne.se/taxonomi>
- Nationellt centrum för matematikutbildning (2010). *Rektorers yrkeskunnande*. Hämtad 21 april, 2014, från Nationellt centrum för matematikutbildning, <http://rektor.ncm.gu.se/node/2>
- Niss, M. (1978). *Tre essays: om matematikundervisning, matematiklæreruddannelsen og videnskabsrindalismen*. Roskilde: Roskilde Universitet.
- Niss, M., & Højgaard-Jensen, T. (2002). *Kompetencer och matematiklæring*. Köpenhamn: Undervisningsministeriet.
- Nordenstam, T. (1980). *Värderingar och paradig vid datasystemutveckling*. Stockholm: Arbetslivscentrum.
- Nordenstam, T. (1984). Ett pragmatiskt perspektiv på datautvecklingen. I B. Göranson (Red.). *Datautvecklingens filosofi: tyst kunskap och ny teknik*. Stockholm: Carlsson & Jönsson.
- Nordenstam, T. (2001). Om metoden. Fragment ur ett samtal 1973. *Herr Bos akademi, bilaga till Dialoger 58–59*.
- Nussbaum, M. (1992). *Love's knowledge: essays on philosophy and literature*. Oxford: Oxford University Press.

- Odhnoff, J. (1998). Kvartettetning och ledarskap. *Dialoger*, 48.
- Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD). (2009). *PISA 2009 Assessment framework. Key competencies in reading, mathematics and science*. OECD.
- Pehrsson, C. (2001). I en död mästaressällskap. *Dialoger*, 60.
- Persson, L.G.W. (2005). *Linda - som i Lindamordet*. Stockholm: Piratförlaget.
- Pettersson, E. (2011). *Studiesituationen för elever med särskilda matematiska förmågor*. (Doktorsavhandling, Linnéuniversitetet).
- Platon. (2001). *Skrifter. Bok 2, Menon; Protagoras; Lysis; Charmides; Ion; Menexenos; Euthydemos; Faidro; Kratylus*. Stockholm: Atlantis.
- Platon. (2009). *Skrifter. Bok 6, Den större Hippias; Alkibiades 1-2; Hipparchos; Rivalerna; Theages; Kleitofon; Om det rätta; Om duglighet; Demodokos; Sisyfos; Eryxias; Axiochos; Definitioner; Halkyon; Epigram*. Stockholm: Atlantis.
- Polanyi, M. (1958). *Personal knowledge: towards a post-critical philosophy*. Chicago: University of Chicago Press.
- Polanyi, M. (1963). Tacit knowing: its bearing on some problems of philosophy. I R. L. Getwick (Red.), *I Collected Articles and Papers*. Berkeley, California.
- Polya, G. (1957). *How to solve it*. New York: Doubleday.
- Radnitzky, G. (1970). *Contemporary schools of metascience: Anglo-Saxon schools of metascience, continental schools of metascience*. Göteborg: Akademiförlaget.
- Ramnefalk, M.L. (2007). Harry Martinsson - ett porträtt nu. *Dialoger*, 81–82.
- Ratkic, A. (2006). *Dialogseminarets forskningsmiljö*. (Doktorsavhandling, Kungliga tekniska högskolan).
- Rausen, M., & Skau, C. (Producenter). (2011). Intervju med Abelprisvinner John Milnor [TV-program]. Hämtad från 3 december, 2013, <http://www.abelprisen.no/c53071/artikkel/vis.html?tid=53627>
- Reeves, R. (2007). *A force of nature: the frontier genius of Ernest Rutherford*. New York: Atlas.
- Richards, R. (2002). *The romantic conception of life: science and philosophy in the age of Goethe*. Chicago: University of Chicago Press.
- Ricoeur, P. (2003). *The rule of metaphor: the creation of meaning in language*. London: Routledge.
- Ricoeur, P. (2005). *Minne, historia, glömska*. Göteborg: Daidalos.
- Rolf, B. (1991). *Profession, tradition och tyst kunskap*. Nora: Doxa.
- Rosengren, M. (2008). *Doxologi: en essä om kunskap*. Åstorp: Retorikförlaget.
- Rushdie, S. (2012). *Joseph Anton: A memoir*. New York: Random House.

- Rydberg, V. (1877). *Kantat, vid jubelfest-promotionen i Uppsala*. Hämtad 15 december, 2013, från <http://runeberg.org/rydbdikt/kantat.html>
- Rystedt, E. (2001). *Lusten att lära*. I Skolverkets *Nationella kvalitetsgranskningar 2001/2002 Söderhamns kommun* (Dnr 76-2001:1311). Stockholm: Skolverket.
- Sartre, J.P. (1946). *Existentialismen är en humanism*. Stockholm: Aldus/Bonnier.
- Schoenfeld, A.H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando: Academic Press.
- Schön, D. (1983). *The reflective practioner: how professionals think in action*: New York: Basic Books.
- Schön, D. (1983/2007). Den reflekterande praktikern. I C. Brusling & G. Strömquist (Red.), *Reflektion och praktik i läraryrket*. Lund: Studentlitteratur.
- Sedgwick, E.K. (2003). *Touching feeling: affect, pedagogy, performativity*. Durham: Duke University Press.
- Seefeldt, Vern D, & Ewing, Martha E. (1997). *Touth sports in america: an overview*. *President's council on physical fitness and sports research digest*, 2(11).
- Sennett, R. (2008). *The craftsman*. New Haven: Yale University Press.
- Sfard, A. (1998). On two metaphors for learning and the dangers of choosing just one. *Educationl resercher* 27(2).
- SFS 2010:800. *Skollagen*. Stockholm: Utbildningsdepartementet.
- Singh, S. (1999). *Kodboken*. Stockholm: Norstedt.
- Singh, S., & Lynch, J. (Regissör). (1996). *Fermat's last theorem*. [Dokumentärfilm]. Storbritanien: BBC.
- Sjunnesson, J. (2003). *Spindeln i nätet - en studie i ledarskap och analogiskt seende*. (Licentiatuppsats, Kungliga tekniska högskolan).
- Sjunnesson, J. (2007). *Erfarenhet och processer*. (Doktorsavhandling, Kungliga tekniska högskolan).
- Skjervheim, H. (1976). *Deltaker och tilskodar*. Oslo: Tanum-Norli.
- Skjervheim, H. (1992). *Filosofi og Dømmekraft*. Oslo: Tanum-Norli.
- Skolverket. (2000). *Ämnet matematik. Kursplan för gymnasieskolan 2000*. Hämtad 15 februari, 2013, från <http://www.skolverket.se>
- Skolverket. (2002). *Nationellt kursprov I, Matematik Kurs C (kursplan 1994)*. Hämtad 15 januari, 2013, från <http://www5.edusci.umu.se/np/np-prov/C-kursprov-vt02.pdf>
- Skolverket. (2003). *Lusten att lära – med fokus matematik. Nationella kvalitetsgranskningar 2001–2002*. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket. (2004). *Kursplanernas historia. Skolverkets arbete med kursplaner 1991–2000*. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket. (2008). *Kursplaner och betygskriterier 2000 – 2:a reviderade upplagan 2008*. Stockholm: Skolverket.

- Skolverket. (2009a). *Utbildningsmaterial Skola2011*. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket (2009b). *Uppdrag om utbildningsinsatser inom matematikområdet riktade mot rektorer* (Dnr 2009:875).
- Skolverket. (2011a). *Gymnasieskola 2011*. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket. (2011b). *Kommentarmaterial till kursplan i matematik*. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket. (2011c). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011*. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket. (2011d). *Läroplan, examensmål och gymnasiegemensamma ämnen för gymnasieskola 2011*. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket. (2012a). *Kommentarer till ämnesplan matematik*. Hämtad 1 december, 2014, från <http://skolverket.se>
- Skolverket. (2012b). *Kommentarmaterial till kunskapskraven i matematik*. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket. (2013). *Kommentarmaterial till kunskapskraven i matematik del 2*. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket (2014). *Bedömning för lärande i matematik för årskurs 1–9*. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket. Representanter för avnämare och referensgrupper (2009). *Matematikämnet i Gy2011, Referensomgång 1*. (Dnr 2009:536). Opublicerat manuskript.
- Skolöverstyrelsen. (1980). *Läroplan för grundskolan: lgr 80*. Stockholm: Skolöverstyrelsen.
- Sol, D. (2006). Lusten till hårt arbete. *Dialoger*, 77–78.
- Solomon G. (2012). What's a math educator to do?. *Notices of the American Mathematical Society* (August).
- Sonnevi, G. (1999). *Mozarts tredje hjärna*. Stockholm: Bonnier.
- Sonnevi, G. (2006). Dikter i urval. *Dialoger*, 77–78.
- SOU 1992:94. *Skola för bildning*. Stockholm: Allmänna förlaget.
- SOU 2004:97. *Att lyfta matematiken – intresse, lärande, kompetens*. Stockholm: Fritzes.
- SOU 2007:28. *Tydliga mål och kunskapskrav i grundskolan*. Stockholm: Fritzes.
- SOU 2008:27. *Framtidsvägen – en reformerad gymnasieskola*. Stockholm: Fritzes.
- SOU 2008:27. Bilaga 7. Mål utan grunder – om brister i kursplaneutvecklingen i matematik. I *Framtidsvägen – en reformerad gymnasieskola*. Stockholm: Fritzes.
- Starbird, M., & Burger, E.B. (2005). *Coincidences, chaos and all that math jazz*. New York: W.W. Norton & Co.
- Stieg, G. (1989). Jag har ingen aning om vart jag är på väg, så det är bäst att jag snabbar på. *Dialoger*, 13.

- Svahn, J. (2009). *Kunskap i resonans*. (Doktorsavhandling, Kungliga tekniska högskolan).
- Svenaesus, F. (2009). Vad är praktisk kunskap? En inledning till ämnet och boken. I J. Bornemark & F. Svenaesus (Red.), *Vad är praktisk kunskap?* Stockholm: Södertörns högskola.
- Svenska akademins ordbok (2013). Praktik. Hämtad 3 april, 2013, från <http://g3.spraakdata.gu.se/saob>
- Sveriges Radio och Sveriges Television. (2013). *Vi i femman*. Hämtad 7 november, 2014, från <http://sverigesradio.se/sida/default.aspx?ProgramId=3033>
- Swensk författningssamling (1842). *Kongl. Maj:ts Nådiga Stadga angående Folkundervisningen i Riket*. Stockholm.
- Swensk författningssamling. (1878). *Normalplan för undervisningen i folkskolor och småskolor*. Stockholm.
- Söderhjelm, M. (1968). Kung Louie. [Inspelad av Trazan & Banarne]. Från *Sångtjäm med Trazan och Banarne* [LP]. Stockholm: Planet. (1977).
- Timperley, H. (2012). *Building Professional Capability in Schooling Improvement*. Paper presenterad på Konferens för rektorer och matematikutvecklare (KROM). Stockholm. Opublicerat manuskript. Hämtad 1 december, 2013, från [http://ncm.gu.se/media/Rektor/krom/TemperleyPaper.pdf](http://ncm.gu.se/media/ Rektor/krom/TemperleyPaper.pdf)
- Tengstrand, A. (2006). Självporträtt med blick - om förståelsen dynamik. *Dialoger*, 77–78.
- The International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). (2011). *TIMSS Assessment framework*. Boston: TIMSS & PIRLS International Study Center Lynch School of Education, Boston College.
- Thorvall, K. (1993). *När man skjuter arbetare*. Stockholm: Bonnier.
- Thorvall, K. (1995). *I skuggan av oron*. Stockholm: Bonnier.
- Tillberg, L. (2007). *Konsten att vårda och ge omsorg*. (Doktorsavhandling, Kungliga tekniska högskolan).
- Törneboom, H. (1984). En modell av aktiv paradigmutveckling. I J. Bärmark (Red.), *Forskning om forskning, eller, Konsten att beskriva en elefant*. Stockholm: Natur och kultur.
- Usiskin, Z. (2010). Closing Remarks. I Z. Usiskin, K. Andersen & N. Zotto (Red.), *Future Curricular trends in school algebra and geometry. Proceedings, Second International Conference on Mathematics Curriculum*. Chicago: Center for the Study of Mathematics Curriculum (CSMC).
- Utbildningsdepartementet (2009a). *Uppdrag att utarbeta nya kursplaner och kunskapskrav för grundskolan och motsvarande skolformer m.m.* [U2009/312/S]. Hämtad 15 januari, 2013, från <http://www.regeringen.se/sb/d/10692/a/119530>

- Utbildningsdepartementet (2009b). *Uppdrag till Statens skolverk att genomföra utvecklingsinsatser inom matematik, naturvetenskap och teknik*. [U2009/914/G m.fl.]. Hämtad 15 januari, 2013, från <http://www.regeringen.se/sb/d/10692/a/122058>
- Utbildningsdepartementet (2010). *Tillägg till uppdrag avseende examensmål och ämnesplaner för gymnasieskolan m.m.* [U2010/3157/G]. Hämtad 15 december, 2013, från <http://www.government.se/sb/d/12495/a/148296>
- Utbildningsdepartementet. (2011). *Förskola i utveckling - bakgrund till ändringar i förskolans läroplan*. Stockholm: Utbildningsdepartementet. Stockholm: Utbildningsdepartementet.
- Utbildningsdepartementet (2012). *Uppdrag till Statens skolverk att svara för utbildning*. [U2011/4343/S m.fl.]. Hämtad 1 december, 2013, från <http://www.regeringen.se/content/1/c6/19/33/30/4865d8ae.pdf>
- Utbildningsvetenskapliga fakulteten, Göteborgs universitet (2014, januari). *Hearing om PISA*. [Video]. Hämtad 3 april, 2014, från <http://www.ufn.gu.se/aktuellt/nyheter/Nyheter+Detalj/hearing-om-pisa-lockade-manga.cid1202010>
- Van Mannen, J. (1988). *Tales of the field. On writing ethnography*. Chicago: Chicago University Press.
- Weber, K. (2005). Problem-solving, proving, and learning: the relationship between problem-solving processes and learning opportunities in the activity of proof construction. *The Journal of Mathematical Behaviour*, 24(3–4).
- Wittgenstein, L. (1921/1982). *Tractatus logico-philosophicus*. Lund: Doxa.
- Wittgenstein, L. (1977/1996). *Anmärkingar om färger*. Karlshamn: Thales.
- Wittgenstein, L. (1978). *Filosofiska undersökningar*. Stockholm: Bonnier.
- Wittgenstein, L. (1991). *Culture and Value: revised edition*. New Jersey: Wiley-Blackwell.
- Wittgenstein, L. (1992). *Om visshet*. Stockholm: Thales.
- Wittgenstein, L. (1993). *Särskilda anmärkingar*. Stockholm: Thales.
- Wittgenstein, Ludwig. (1996). *Last writings on the philosophy of psychology*. Chicago: University of Chicago Press.
- Zhenhua Y. (2006). *On the tacit dimension of human knowledge*. (Doktorsavhandling, Universitetet i Bergen).
- Åberg, S. (2006). Resonans. *Dialoger*, 77–78.
- Åberg, S. (2008). *Spelrum*. (Doktorsavhandling, Kungliga tekniska högskolan).

Hittil publiserte avhandlinger til Ph.d. i studier av profesjonspraksis,
Universitetet i Nordland:

Nr. 1 (2010)

Johanne Alteren

"Følelser er fornuft. Sykepleierutdanningen mellom gjerning og tekst"

ISBN: 978-82-497-0312-8

Nr. 2 (2011)

Linda Hoel

"Å gjenopprette orden

- En studie av politibetjentens praktiske kunnskap - i et fenomenologisk-hermeneutisk perspektiv"

ISBN: 978-82-93196-00-6

Nr. 3 (2011)

Grete Salicath Halvorsen

"Relasjoner mellom hjelper og hjelpesøkende

- En studie i forståelsens og anerkjennelsens betingelser og utviklingsmuligheter"

ISBN: 978-82-93196-01-3

Nr. 4 (2011)

Nils Friberg

"Det ovägbaras tyngd. Vattenfall och ingenjörens roll"

ISBN: 978-82-93196-02-0

Nr. 5 (2012)

Catrine Torbjørnsen Halås

"Ungdom i svev – Å oppdage muligheter med utsatte unge"

ISBN: 978-82-93196-03-7

Nr. 6 (2012)

Maria Johansson

"Skådespelarens praktiska kunnskap"

ISBN: 978-82-93196-04-4

Nr. 7 (2012)

Rita Jakobsen

"Når identitet er truet

– en studie av god omsorg til personer i særlig sårbare situasjoner"

ISBN: 978-82-93196-05-1

Nr. 8 (2013)

Inger J. Danielsen

”Handlingsrommets evidens

– om praktisk kunnskap i nyfødteintensivsykepleien”

ISBN: 978-82-93196-06-8

Nr. 9 (2014)

Ingjerd Gåre Kymre

”Å iverksette hud-mot-hud omsorg for premature nyfødte barn og deres foreldre

- En undersøkelse av praksisens mening og vilkår fra sykepleieres perspektiv”

ISBN: 978-82-93196-07-5

Nr. 10 (2014)

Jostein Greibrokk

I storm og i stille – En diskusjon av norsklæreres litteraturundervisning

ISBN: 978-82-93196-08-2