

# **En analyse av en institusjonell investor opp mot Markowitz Frontier**

*Prestasjonsvurdering og analyse av en sparebanks  
plasseringer i perioden 1.1.2007 – 31.12.2011*

**Tommy Totland Hauge og Petter Hunstad Kristiansen**

**Veileder: Professor Fred Schroyen**

Selvstendig masterutredning innen Økonomi og Administrasjon

Hovedprofil: Finansiell økonomi

**NORGES HANDELSHØYSKOLE**

Denne utredningen er gjennomført som et ledd i masterstudiet i økonomi og administrasjon ved Norges Handelshøyskole og godkjent som sådan. Godkjenningen innebærer ikke at høyskolen inntår for de metoder som er anvendt, de resultater som er fremkommet eller de konklusjoner som er trukket i arbeidet.

## Sammendrag

Oppgaven anvender porteføljeteori med det formål å evaluere en sparebanks (av hensyn til sparebankens plasseringer i finansmarkedene er identiteten anonymisert) aksjeforvaltning fra 2007 til 2011. Porteføljen evalueres i hovedsak i forhold til Markowitz' forventning-variansmodell. Dette betyr mer konkret at vi har satt resultatene fra sparebankens forvaltning opp mot teoretisk optimal forvaltning etter Markowitz' modell. I dette rammeverket inngår også ulike faktormodeller som forsøker å forklare forholdet mellom risiko og avkastning på aksje- eller porteføljenivå.

Oppgaven starter med å gi en inngående beskrivelse av dette rammeverket og hvordan academia og praksis ser på Markowitz' modell. I tillegg belyses generell portefølje- og finansteori. Videre vurderes sparebankens portefølje opp mot de optimale porteføljene i perioden fra 2007 til 2011. I tillegg til å se hele perioden under ett, har vi også delt den opp i tre deler for å se utviklingen underveis i perioden. I arbeidet med å konstruere en optimal portefølje har vi også kartlagt risikoaversjonen hos de som er eller har vært ansvarlige for aksjeforvaltningen i banken.

Målingen av risikojustert avkastning gjøres ved hjelp av ulike prestasjonsmål som på hver sine måte reflekterer resultatene av aksjeforvaltningen til sparebanken. Som referanseindeks har vi benyttet Oslo Børs All Share Index (OSEAX) siden banken er eksponert mot de fleste sektorer på Oslo Børs. Resultatet av prestasjonsmålingene viser at sparebanken stort sett ikke har klart å slå markedet. OSEAX leverer for de fleste periodene bedre risikojustert avkastning enn sparebanken.

## Forord

Denne utredningen er skrevet som en avsluttende del av masterstudiet i økonomi og administrasjon ved Norges Handelshøyskole innenfor hovedprofilen finansiell økonomi. Under arbeidet med oppgaven har vi fått benyttet oss av kunnskap og erfaringer fra tidligere kurs på bachelor og master. Bruken av teori på praktiske problemstillinger har gitt oss økt innsikt og nye perspektiver i den økonomiske teorien vi har lært på skolebenken.

Bakgrunnen for valg av tema er vår sterke interesse for finansmarkedene og de muligheter og utfordringer som disse markedene representerer. Denne interessen ønsket vi å videreføre ved å koble sammen teori og praksis. For å få dette i stand tok vi kontakt med en rekke banker og finansinstitusjoner over hele landet. Vi endte opp med å skrive oppgave for en sparebank som ønsket å evaluere resultatene av den strategiske aksjeforvaltningen.

Arbeidet med oppgaven har vært utfordrende, men samtidig spennende og interessant. I tillegg til fordypningen i teori har oppgavens innhold og karakter også krevd mye databehandling og programmering, noe som også har vært svært lærerikt. Vi har brukt en rekke programmer under arbeidet med oppgaven, som Microsoft Excel, SPSS, Qualtrics og STATA. Med tanke på de store mengdene med data vi har behandlet i arbeidet med oppgaven har dette vært uvurderlige hjelpemidler.

Vi vil rette en stor takk til vår veileder Fred Schroyen for nyttige og konstruktive tilbakemeldinger under arbeidet med oppgaven. Videre vil vi takke våre kontaktpersoner i sparebanken for tilgang til datamateriale.

---

# Innholdsfortegnelse

<b>SAMMENDRAG</b> .....	<b>2</b>
<b>FORORD</b> .....	<b>3</b>
<b>INNHOLDSFORTEGNELSE</b> .....	<b>4</b>
<b>FIGURER OG TABELLER</b> .....	<b>7</b>
<b>1. INNLEDNING</b> .....	<b>9</b>
1.1 BAKGRUNN OG MOTIVASJON .....	9
1.2 PROBLEMSTILLING .....	9
1.3 OPPBYGGING OG STRUKTURERING AV OPPGAVEN .....	10
<b>2. TEORI</b> .....	<b>12</b>
2.1 TEORETISK RAMMEVERK FOR FORVALTNING .....	12
2.1.1 <i>Markedseffisiens</i> .....	12
2.1.2 <i>Tidsdiversifisering</i> .....	15
2.1.3 <i>Allokering av portefølje</i> .....	18
2.1.4 <i>Aktiv og passiv forvaltning</i> .....	22
2.1.5 <i>Persistent avkastning</i> .....	26
2.1.6 <i>Value at Risk og Tracking Error</i> .....	31
2.2 TEORETISK TILNÆRMING TIL PRESTASJONSMÅLING .....	33
2.2.1 <i>Porteføljeteori</i> .....	33
2.2.2 <i>Avkastningsbegrep</i> .....	36
2.2.3 <i>Systematisk og usystematisk risiko</i> .....	37
2.2.4 <i>Sannsynlighetsfordeling, forventning og varians</i> .....	38
2.2.5 <i>Faktormodeller</i> .....	40
2.2.6 <i>Prestasjonsmål</i> .....	44
2.2.7 <i>Risikoaversjon og optimal portefølje</i> .....	49

---

<b>3. METODE</b> .....	<b>53</b>
3.1 KARTLEGGING AV RISIKOAVERSJON .....	53
3.2 REGRESJONSMODELL .....	55
3.2.1 <i>Hvor god er modellen vår?</i> .....	57
3.2.2 <i>Forutsetninger for regresjonsmodellen</i> .....	58
<b>4. DATA</b> .....	<b>61</b>
4.1 VALG AV TIDSPERIODE.....	61
4.2 VALG AV REFERANSEINDEKS .....	62
4.3 AVKASTNINGSBEREGNING .....	63
4.4 RISIKOFRI RENTE.....	63
4.5 TRANSAKSJONSKOSTNADER.....	65
<b>5. MODELLEN</b> .....	<b>66</b>
5.1 KORRELASJONSBEREGNING .....	67
5.1.1 <i>Varians og kovarians</i> .....	68
5.2 DEN EFFISIENTE FRONT MODELLEN .....	68
5.2.1 <i>Bruk av problemløseren i Excel</i> .....	69
5.3 MVP OG MARKEDSPORTEFØLJEN .....	70
<b>6. ANALYSE OG RESULTATER</b> .....	<b>74</b>
6.1 RESULTATANALYSE FRA REGRESJONEN .....	74
6.1.1 <i>Deskriptive data</i> .....	74
6.1.2 <i>Analyse av regresjonen og sparebankens portefølje</i> .....	76
6.2 GYLDIGHETEN AV REGRESJONSMODELLEN .....	79
6.3 PORTEFØLJEANALYSE .....	83
6.3.1 <i>Faktisk portefølje</i> .....	84
6.3.2 <i>Optimal risikabel portefølje</i> .....	85

---

6.3.3	<i>Optimal portefølje</i> .....	85
6.4	RESULTATER AV RISIKOJUSTERTEPRESTASJONSMÅL .....	86
6.5	AVSLUTTENDE DISKUSJON .....	90
<b>7.</b>	<b>KONKLUSJON</b> .....	<b>92</b>
<b>8.</b>	<b>LITTERATURLISTE</b> .....	<b>93</b>
<b>9.</b>	<b>VEDLEGG</b> .....	<b>99</b>
9.1	SPØRREUNDERSØKELSE .....	99
9.2	SEKTORER PÅ OSLO BØRS .....	101
9.3	RISIKOFRI RENTE .....	104
9.4	KOVARIANSMATRISE OG KORRELASJONSMATRISE .....	106
9.5	BEREGNING AV EFFISIENT FRONT .....	108
9.6	VEKTING AV MARKEDSPORTEFØLJER .....	108
9.7	EFFISIENTE PORTEFØLJER .....	110
9.8	REGRESJONSLINJE .....	112
9.9	REGRESJON AV DELPERIODER .....	113
9.10	BREUSCH-PAGAN TEST .....	114
9.11	FAKTISK PORTEFØLJE FOR DELPERIODER .....	115
9.12	MINSTE KVADRATERS METODE .....	117

---

## Figurer og tabeller

Figur 2-1: Effisiens-paradokset .....	14
Figur 2-2: Horisonteffekten .....	16
Figur 2-3: Månedlig avkastning for et fond mot dens benchmark .....	19
Figur 2-4: Taktisk allokering .....	22
Figur 2-5: Verdiskapning fra aktiv forvaltning .....	23
Figur 2-6: Top-down-analyse .....	25
Figur 2-7: Persistens .....	28
Figur 2-8: Markowitz Frontier .....	34
Figur 2-9: Diversifisering .....	38
Figur 2-10: Jensens alpha .....	48
Figur 2-11: Risikoaversjon og optimal portefølje .....	51
Figur 3-1: Formel for en rett linje .....	56
Figur 3-2: Sammensetning av SSt .....	57
Figur 4-1: Delperioder .....	62
Figur 4-2: Norges Banks anslag for styringsrenten .....	64
Figur 5-1: Beregning av effisient front med problemløser .....	69
Figur 5-2: Effisient front for perioden 2007-09 .....	71
Figur 5-3: Effisient front for delperioder .....	72
Figur 6-1: Avkastning for sparebank og OSEAX .....	78
Figur 6-2: Histogram over feilleddene .....	79
Figur 6-3: Scatterplott over feilledd og predikerte verdier .....	80
Figur 6-4: Boxplott av Cook's D .....	82
Figur 6-5: Porteføljeanalyse for 2007-11 .....	84
Figur 9-1: Minste kvadraters metode .....	117

---

Tabell 2-1: Resultater (Ibbotson og Kaplan).....	20
Tabell 2-2: Random-walk blant topp 10 norske aksjefond .....	29
Tabell 5-1: Korrelasjonsmatrise .....	67
Tabell 5-2: Gjennomsnittsavkastning og standardavvik for de ulike sektorene .....	68
Tabell 5-3: Vekting av sektorer for effisient front i perioden 2007-09.....	70
Tabell 5-4: Vekting i markedsporteføljen 2009-11 .....	73
Tabell 6-1: Deskriptive data for portefølje og OSEAX .....	74
Tabell 6-2: Deskriptiv data for delperioder.....	75
Tabell 6-3: Bivariat regresjonsutskrift .....	76
Tabell 6-4: Sammendrag fra regresjonsanalyse .....	76
Tabell 6-5: Durbin-Watson test.....	81
Tabell 6-6: Beregning av maksimal nytte .....	85
Tabell 6-7: Sharpe-ratio .....	86
Tabell 6-8: Sortino-ratio.....	87
Tabell 6-9: Information-ratio .....	88
Tabell 6-10: Jensens alpha .....	89
Tabell 6-11: Treynor-ratio.....	90



# 1. Innledning

## 1.1 Bakgrunn og motivasjon

Det å finne den optimale sammensetningen av en portefølje med tanke på risiko og avkastning har vært et sentralt og aktuelt tema så lenge aksjer har vært i omløp. Dette har resultert i flere ulike teorier og synspunkter på hvordan en optimal portefølje bør se ut. En av teoriene som har fått absolutt størst gjennomslagskraft er Markowitz' forventning-variansmodell fra 1952. Dette rammeverket har stått sentralt i de fleste finansfagene vi har hatt, og vi ville derfor anvende denne modellen på en praktisk problemstilling.

De siste fem årenes hendelser i finansmarkedene gjør porteføljekonstruering ekstra interessant. 2007 og 2008 gikk aksjemarkedene fra stadig nye toppnoteringer til en dyp bunn som en følge av subprime-krisen som spredte seg til hele verden. I tiden etterpå har markedene, om enn noe turbulent, hentet inn noe av nedgangen.

Det å måle og evaluere resultatene fra aksjeplasseringer er viktig, uansett om det gjelder porteføljen til en liten privat investor eller en stor institusjonell investor. De siste årenes store svingninger i aksjemarkedene har gjort dette særlig aktuelt. I turbulente tider blir det spesielt viktig å vurdere sammensetningen av en portefølje og avkastningen man har hatt på denne porteføljen. Det å ha et begrep om man har fått betalt for sin investeringsfilosofi og for den risikoen man har tatt på seg er avgjørende for å senere kunne gjøre kloke investeringsvalg.

## 1.2 Problemstilling

Vi ønsker å sette fokus på den effisiente fronten i det norske aksjemarkedet, og i samarbeid med en sparebank gjøre en porteføljeanalyse.

Vi har valgt en problemstilling der vi ønsker å undersøke hvordan en institusjonell investor (sparebanken) er plassert i forhold til Markowitz Frontier for markedet. Videre ønsker vi å kartlegge investors risikoaversjon slik at vi kan konstruere en optimal portefølje basert på denne risikoaversjonen. I tillegg ønsker vi også å gjøre en prestasjonsvurdering av investoren der vi ser på risikjusterte prestasjonsmål, og på bakgrunn av disse tallene gjøre en analyse av porteføljen.

**Problemstilling:**

*Hvordan er aksjeforvaltningen til sparebanken sett opp mot Markowitz Frontier og risikojustert avkastning?*

### 1.3 Oppbygging og strukturering av oppgaven

Utredningen vår er bygget opp i 9 deler. Vi presenterer i kapittel to relevant teori for oppbyggingen av oppgaven. Dette kapitlet er delt inn i to deler, hvor første del tar for seg teori knyttet opp mot forvaltning. Del nummer to tar for seg teori knyttet opp mot prestasjonsmåling av forvaltningen.

I kapittel tre forklarer vi hvordan vi vil bruke regresjonsanalyse for å evaluere porteføljen til sparebanken. Vi legger frem hvordan vi metodisk vil gå frem for å undersøke risikoaversjonen til de ansvarlige i sparebanken. Vi redegjør også hvilke verktøy vi vil bruke i oppgaven for å utføre analysen.

I kapittel fire drøfter vi datamaterialet i oppgaven. Her presenterer vi hvilken tidsperiode vi har brukt, viser til anslag for risikofri rente og hvilken referanseindeks vi har tatt med for å måle resultatene til sparebanken opp mot.

I kapittel fem presenteres modellen som vi har utarbeidet i Microsoft Excel. Her blir det også gjort en innledende beskrivelse for hvordan denne er satt sammen, og hva vi ønsker å bruke modellen til. På bakgrunn av denne modellen har vi beregnet den effisiente fronten, og videre beregnet forventning-variens-porteføljen og markedsporteføljen. Modellen er utarbeidet for femårsperioden og tre delperioder.

I kapittel seks av oppgaven presenteres resultatene i henholdsvis tre deler. Første del viser resultater fra regresjonen. Andre del utgjør en porteføljeanalyse der vi har brukt modellen som vi har utarbeidet i kapittel fem. I siste del presenterer vi resultatene fra de risikojusterte prestasjonsmålene. Det blir også foretatt en analyse av gyldigheten til regresjonsmodellen, og til slutt en diskusjon der vi tar opp blant annet begrensningene og svakhetene ved oppgaven.

Kapittel sju inneholder konklusjonen vår, og de påfølgende kapitlene inneholder henholdsvis litteraturliste og vedlegg.

Vi har til tider brukt engelske uttrykk i oppgaven. Finansmarkedene bærer preg av å være en internasjonal bransje hvor det ikke alltid er like enkelt å finne dekkende norske navn. Vi har valgt å beholde engelske uttrykk der hvor det virker naturlig og gir heller en forklaring av disse underveis.

## 2. Teori

Vi vil i denne delen av oppgaven ta for oss temaer som vi mener er relevante for oppgaven vår. Kapittelet er delt inn i to deler, hvor første delen tar for seg de rammeverkene som ligger til grunn for forvaltning. En investering i aksjemarkedet er ofte bygget på et mandat, som forteller hvilke plassering man skal ta og hvilken risiko man vil være eksponert mot. Dette er noen av temaene som blir diskutert i første del. Det blir også drøftet empiriske resultater fra forskning på persistent avkastning, for å belyse hvor vanskelig det er å produsere vedvarende meravkastning. Del nummer to omhandler teori som baserer seg på hvordan man skal måle forvaltningen i forhold til avkastningen man har oppnådd og til hvilken grad av risiko. Det blir diskutert ulike modeller for måling av avkastning, ulike risikomål og prestasjonsmål.

### 2.1 Teoretisk rammeverk for forvaltning

#### 2.1.1 Markedseffisiens

Allerede tilbake på 1950-tallet og senere enn dette ble bevegelsene i aksjekursene studert for å finne et mulig mønster. Maurice Kendall var en av pionerene på feltet, og kom frem til at aksjekursene ikke fulgte noe naturlig mønster. Aksjemarkedet kunne gå opp en dag og ned neste dag – en irrasjonell oppførsel som også ble kalt “animal spirits”. Økonomer tok frem denne studien og konkluderte med at på lengre sikt representerte dette et velfungerende marked, også kalt et effisient marked. Senere, nærmere bestemt i 1970, kom Eugene Fama ut med en studie (Fama 1970) der han utviklet markedseffisienshypotesen. Denne hypotesen sier at aksjekursene reflekterer all tilgjengelig informasjon fullt ut. Dersom man tror på denne hypotesen vil verken fundamental eller teknisk analyse kunne brukes til å slå markedet. Dette impliserer at det ikke skal være mulig å skape meravkastning ved hjelp av aktiv forvaltning.

Prissetningsformelen gir at:

$$p_t = \frac{E^*(z_{t+1}|S_t)}{(1 + r_t)} \quad (2.1)$$

---

Hvor:

$Z_{t+1}$	er avkastningen i neste periode
$S_t$	er informasjonsmengden på tidspunkt t
$E^*$	er forventningsoperatoren (* referer til risiko-nøytrale sannsynligheter)
$r_t$	er diskonteringsraten på tidspunkt t

De forskjellige former for effisiens defineres ut fra hva  $S$  inneholder. Litteraturen (Fama 1970) viser til 3 ulike grader for markedseffisiens:

**Svak-form effisiens:** Aksjekursene reflekterer fullt ut all informasjon i historiske pris- og omsetningsdata. Tidligere bevegelser i krusene vil ikke ha noen påvirkning for hvordan markedsprisene vil bevege seg i fremtiden.

**Halvsterk-form effisiens:** Markedspriser reflekterer all informasjon i historiske pris- og omsetningsdata samt all offentlig tilgjengelig informasjon. Dette inkluderer historiske priser og publiserte regnskapstall.

**Sterk-form effisiens:** Markedsprisene reflekterer fullt ut all informasjon, offentlig og privat.

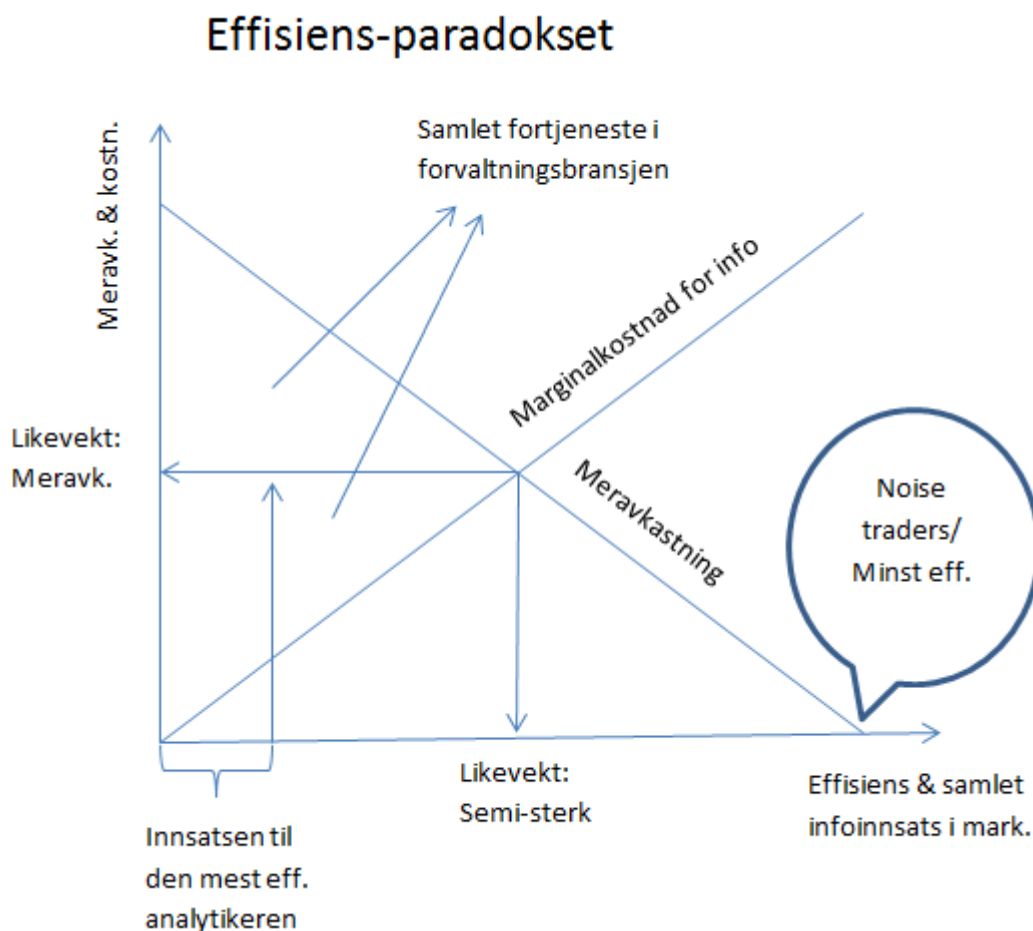
Innenfor markedseffisiens kommer også et begrep frem som først ble introdusert av Karl Pearson i 1905, random-walk hypotesen. Denne hypotesen har senere blitt tatt opp og forsket på av blant annet Eugene Fama (1965). I denne studien fant Fama sterke bevis for at aksjekurser fluktuerer vilkårlig og dermed at random-walk hypotesen holder. Dette er noe som også forsterker argumentet for at aksjeanalyser ikke fører med seg annet enn kostnader. Leite (2010), hentet fra forelesning i FIE400 Finansmarkeder, beskriver denne hypotesen slik: "I et effisient marked vil markedsprisen kun endre seg ved ny informasjon og siden ny informasjon (per definisjon) er uforutsigbar er også prisendringer uforutsigbare, derav random-walk." Man kan da lure på om aktiv forvaltning er et negativt sumspill hvor ingen oppnår meravkastning og at man derfor heller burde benytte seg av passiv indeksforvaltning. Hvordan man oppfatter graden av effisiens i markedet vil spille en stor rolle i valget om passiv eller aktiv forvaltning. Denne holdningen kommer gjerne til uttrykk i forvalterens investeringsfilosofi.

Hvilket marked har vi i dag? Det er grunn til å tro at vi i de godt etablerte og utviklede markedene har halvsterk effisiens. Det kan argumenteres for at fremvoksende markeder tidligere har vært av svak effisiens, da mange fond og forvaltere har hentet en større

avkastning der. Det ser nå ut som at også dette markedet har kommet opp i en halvsterk form. Eller som Høegh-Krohn (2004 side 5) uttrykker det: “Markedet er effisient i den forstand at den mest effektive forvalteren vil tjene så mye på handel i aksjer at han får dekket sine kostander mht. å finne frem til og anvende all tilgjengelig informasjon.”

I spørsmålet rundt muligheten til å oppnå meravkastning i et halvsterkt marked beveger vi oss inn på effisiens-paradokset. Dette paradokset baseres på at mange nok forvaltere mener at markedet ikke er effisient og vil prøve å avdekke meravkastning i markedet. Ved at de leter etter feilprisede aktiva skaper dette aktivitet, og informasjon i markedet kommer frem. Når mange nok tjener på disse feilprisede aktivaene så vil flere komme til, og ressursbruken for å finne meravkastningen vil nå en likevekt. De store gevinstene vil forsvinne slik at avkastningen som blir hentet inn bare dekker kostandene ved aktiv forvaltning. De beste forvalterne vil tjene mye, mens mange vil tape og forsvinne fra markedet. Det viser at aktiv forvaltning er mulig, men krevende.

Figur 2-1: Effisiens-paradokset



---

Kilde: Høegh-Krohn, J., Argentum (2011)

Figur 2-1 viser at når marginalkostnaden for ny informasjon er lik meravkastningen, så vil det i likevekten ikke bli produsert ny informasjon i markedet. Vi ser videre at desto billigere informasjon er i markedet, desto mer effisient er markedet. Med utgangspunkt i Figur 2-1 impliserer effisiens-paradokset at det finnes gode forvaltere som er mer effektive enn andre og vil derfor tjene mer enn andre. Typisk tjener de beste forvalterne på feilvurderinger og spekulasjoner foretatt av privatpersoner og uerfarne institusjoner. Når de mest effektive forvalterne tjener mer enn kostnadene vil andre ta del i markedet. Etter hvert som flere kommer til i markedet vil denne gevinsten forsvinne og aksjene reflekterer fullt all informasjon i markedet. Det er dette krysningpunktet mellom meravkastning og marginalkostnaden illustrerer.

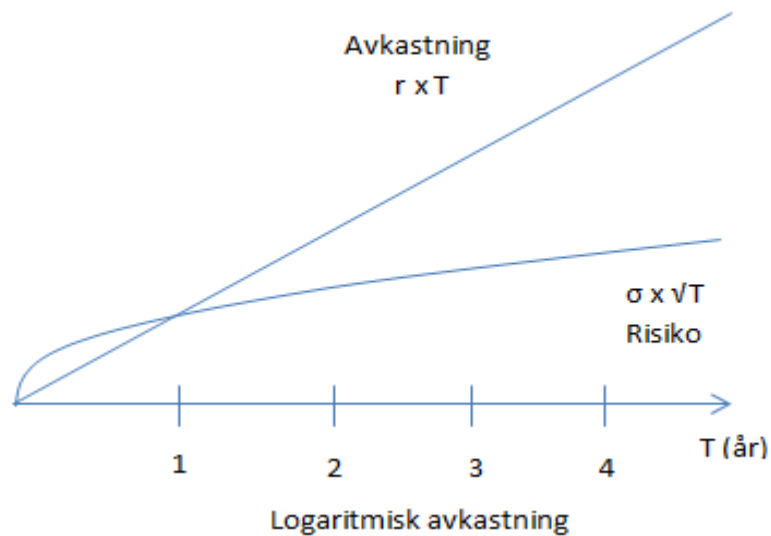
### 2.1.2 Tidsdiversifisering

Fra teori og pensum i FIE426 Kapitalforvaltning har man lært at kombinasjonen av aksjer og obligasjoner i porteføljen burde variere med horisonten på investeringen. Når tidshorisonten er lang oppnår man en tidsgevinst, ved at risikoen faller over tid. For tidsdiversifikasjon antar man ukorrelert periodeavkastning og avkastningen ( $r$ ) blir målt logaritmisk, kontinuerlig avkastning. Videre vil forventingen ( $E$ ) øke proporsjonalt med tiden, mens standardavviket ( $\sigma$ ) øker med kvadratroten.

$$E(r_T) = E(r_1) \times T \quad (2.2)$$

$$\sigma(r_T) = \sigma(r_1) \times \sqrt{T} \quad (2.3)$$

Figur 2-2: Horisonteffekten



Av Figur 2-2 så ser vi at risikoen avtar med økende horisont. Johnsen (2010) finner i sin undersøkelse om prisprosessen for aksjer og obligasjoner, som går over tidsperioden 1900 til 2010, at standardavviket for gjennomsnittlig norsk realavkastning er likt for aksjer og obligasjoner for en investeringsperiode på 20 år. Dette funnet gir grunnlag for å ha en høy andel aksjer ved en lang tidshorisont på investeringen. Dette er noe også Kritzman og Rich (1998) fastslår i sin undersøkelse. Nyttedefunksjonen til investoren beskriver hans forhold til å påta seg mer risiko på lang sikt enn på kort sikt, dette er også en beskrivelse på investors risikoaversjon. En investor som har nyttefunksjon lik logaritmen til formuen sin, har en log nyttefunksjon. Det er en slik nyttefunksjon en investor er antatt å ha (Kirtzman og Rich 1998). Modellen til Mossin (1968) og Samuelson (1969) er uten tidsdiversifikasjon, og allokering er således uavhengig av investeringshorisont.

$$U_T = (\bar{R} \times T) - 0,5 \times A \times (\sigma_1 \times \sqrt{T})^2 = T \times U_1 \quad (2.4)$$

Fra formelen ser vi at nytten til investor ( $U$ ) øker proporsjonalt med tiden ( $T$ ). Hvor  $A$  er et uttrykk for investors risikoaversjon. Samuelson (1963) mener også at det ikke er grunn for en investor å endre sin eksponering mot risiko med bakgrunn i tidshorisonten for investeringen. Dette på bakgrunn av at disse forutsetningene holder:

- Investor har en konstant relativ risikoaversjon. Det vil si at investor ikke endrer sin eksponering mot risiko uavhengig av formuen.



- 
- Avkastning fra investeringene er uavhengig og normalfordelt. Det betyr at avkastningene følger en random-walk.
  - Formuen er uavhengig av annen inntekt.

Stemmer disse forutsetningene, har Samuelson rett. Det er her et spørsmål om hvordan man måler risiko. Måler man ved bruk av standardavvik vil risikoen avta etter hvert som horisonten øker. Brukes det varians som mål på risiko økes dette proporsjonalt med horisonten.

Som nevnt antar Samuelson at avkastningene i markedet følger random-walk-hypotesen. Hvilken risiko porteføljen vil ha, avhenger av tidsserieegenskapene til avkastningen. Kirtzman og Rich (1998) viser til de tre vanligste egenskapene avkastningen kan ha:

- Random-walk vil si at avkastningen i neste periode er uavhengig av avkastningen i tidligere perioder.
- Mean reversion betyr at høy avkastning i noen perioder blir etterfulgt av lavere avkastning i påfølgende periode. Dette kan sees på som at aksjer avviker fra de underliggende fundamentale verdiene og at slike avvik blir korrigert.
- Mean aversion betyr at høy avkastning blir etterfulgt av høy avkastning, eller at lav avkastning blir etterfulgt av lav avkastning. Slike serier kan ikke ha en utvikling over lange tidsperioder, men ved enkelte perioder kan man tenke seg at det nominelle rentenivået utgjør en trend som gir avkastningen for obligasjoner en slik egenskap. En slik trend i avkastningen øker også risikoen ved å holde obligasjoner på lengre sikt, noe som taler for en lavere andel obligasjoner.

Ved random-walk vil variansen til avkastningen øke proporsjonalt med tiden. Standardavviket øker derfor med kvadratroten av tidshorisonten. Ved mean reversion vil risikoen øke mindre enn dette, mens den vil øke mer dersom avkastningen følger mean aversion.

I følge Kirtzman og Rich (1998) har historiske bevis fra det amerikanske aksjemarkedet foreslått at aksjer har en mean reversion-egenskap. For samme marked tyder det på at investorene er mer risikoavers enn de med en logaritmisk funksjon. Dette støtter teorien om en høyere andel risikofylte aktivum for en lenger tidshorisont. Om risikoen øker eller avtar med tiden avhenger av personens egen subjektive oppfatning av risiko.

### 2.1.3 Allokering av portefølje

Ved valg av investeringsstrategi er det særlig to momenter som er viktige: valg av aktivaklasser (strategisk og taktisk allokering) og benchmark<sup>1</sup>. Mens den strategiske allokeringen er mer av en langsiktig karakter, er den taktiske allokeringen (betabets) de kortsiktige tilpasningene i porteføljen som gjøres ut i fra et markedssyn på de ulike aktivaklassene. Benchmark er viktig for å evaluere resultatene av den valgte investeringsstrategien.

“Betabets”, timing i markedet, er å variere vekten for ulike aktivaklasser. Tror forvalteren at aksjer er underpriset, vil forvalteren prøve å “time” markedet ved å øke andelen aksjer i forhold til obligasjoner for å oppnå meravkastning.

“Alfabets” er når forvalteren varierer sammensetningen av den enkelte aktivaklasse for å finne feilprisede aksjer, også kalt “stock-picking”. Aksjer som har negativ alfa gir informasjon om at denne er overpriset, mens en positiv alfa indikerer at aksjen er underpriset. Således kan forvalteren kjøpe eller “shorte”<sup>2</sup> aksjen.

#### Strategisk allokering

Studier av Brinson et al. (1986 og 1991), som tar for seg amerikanske pensjonsfond, viser at den strategiske allokeringen forklarer 90 % av variasjonen i avkastningen i et fond over tid. Dette er et resultat av at forvalterne for disse fondene velger en langsiktig plan og holder fast ved den. Hadde forvalterne vært mer aktive i forvaltningen, ville nok forklaringsgraden vært lavere. I en forlengelse av denne studien tok Ibbotson og Kaplan (2000) for seg 10-års månedlig avkastning for 94 amerikanske verdipapirfond og 5-års kvartalsvis avkastning for 58 amerikanske pensjonsfond. Gjennom en regresjonsanalyse av de månedlige avkastningsdataene kommer de frem til blant annet at:

- Som Brinson et al. at strategisk allokering forklarer rundt 90 % av variasjonene i avkastning over tid i et fond.

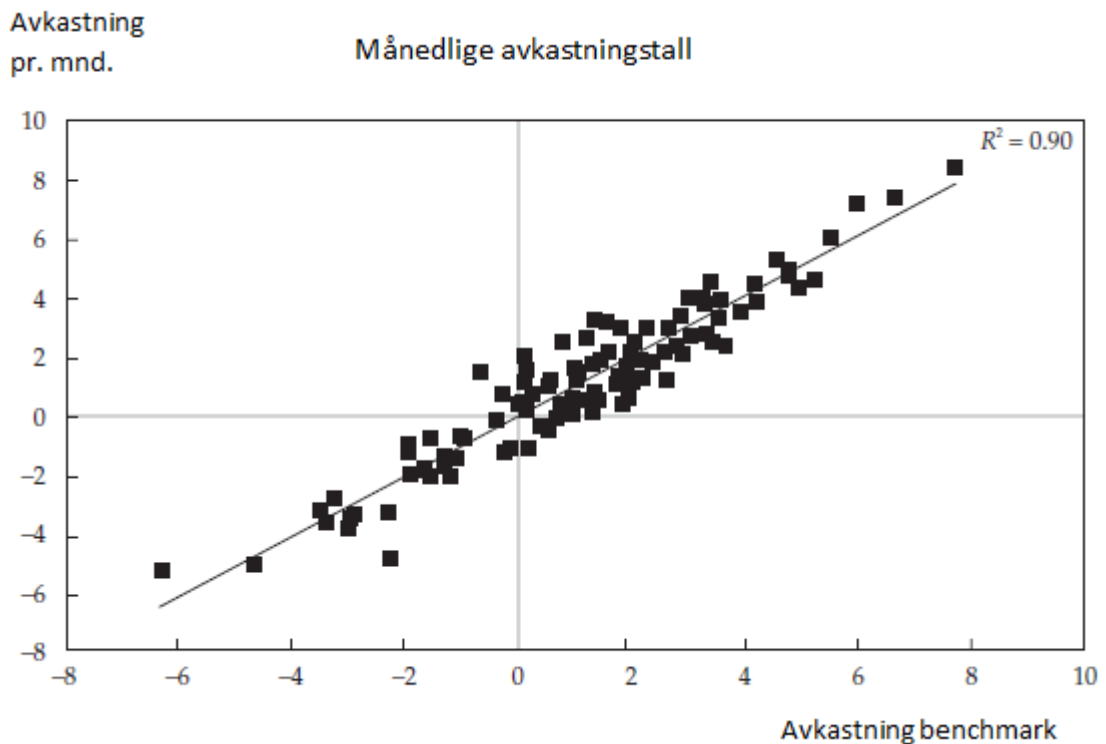
---

<sup>1</sup> En benchmark (referanseindeks) er den indeksen porteføljen måles opp mot for å undersøke om det er generert mer- eller mindreavkastning i perioden. En slik indeks burde gjenspeile risikoen til porteføljen og hvordan porteføljen er sammensatt av ulike verdipapirer.

<sup>2</sup> Kjøp eller salg av aksjer man ikke eier.

- Strategisk allokering forklarer rundt 40 % av variasjonen i avkastning mellom ulike fond.
- Strategisk allokering forklarer i gjennomsnitt litt mer enn 100 % av fondets avkastningsnivå.

Figur 2-3: Månedlig avkastning for et fond mot dens benchmark



Kilde: Ibbotson og Kaplan (2000)

Figur 2-3 viser regresjonen for de månedlige avkastningsdataene for ett enkelt fond sammenlignet med fondets benchmark. Som vi ser av forklaringsgraden, forklarer den strategiske allokeringen rundt 90 % av variasjonen i avkastning for dette fondet.

Tabell 2-1: Resultater (Ibbotson og Kaplan)

Mål	Brinson 1986	Brinson et.al 1991	Verdipapirfond	Pensjonsfond
$R^2$ Gjennomsnitt	93,6 %	91,5 %	81,4 %	88,0 %

Kilde: Ibbotson og Kaplan (2000)

Dette utklippet er fra en tabell til Ibbotson og Kaplan, som viser deres resultater for verdipapirfond og pensjonsfond sammen med resultatene til Brinson et al. Resultatene

Resultatene til Ibbotson og Kaplan viser at verdipapirfondene er mer villige til å ta timing- og seleksjonsbets mot benchmark. Dette gir større bredde innenfor avkastningsnivået til fondet som er forklart av den strategiske allokeringen. Når Ibbotson og Kaplan finner at strategisk allokering i gjennomsnitt forklarer litt mer enn 100 % av fondets avkastningsnivå (inkludert kostnader), betyr dette at timing og seleksjon i gjennomsnitt må ha en negativ effekt på avkastningen. Dette blir støttet av Drobetz og Köhler (2002) som gjorde en tilsvarende studie av tyske og sveitsiske aksjefond. De kom blant annet frem til at strategisk allokering i gjennomsnitt forklarer 130 % av fondenes avkastningsnivå. Fra disse observasjonene så skjønner vi at strategisk allokering er helt essensielt, og at dette forklarer som nevnt litt over 100 % av avkastningsnivået. Ibbotson og Kaplan konkluderer ikke med at aktiv forvaltning er nytteløst, men heller at deres observasjoner er i samråd med Sharpe (1991) sin konklusjon – at aktiv forvaltning, etter kostnader, må ha en negativ påvirkning på total avkastning.

For å best mulig forstå hvordan man skal optimere sin allokering, ga John H. Cochrane i sin artikkel (Cochrane 1999) en steg-for-steg analyse som er til god hjelp. Hovedpoengene her er som følger:

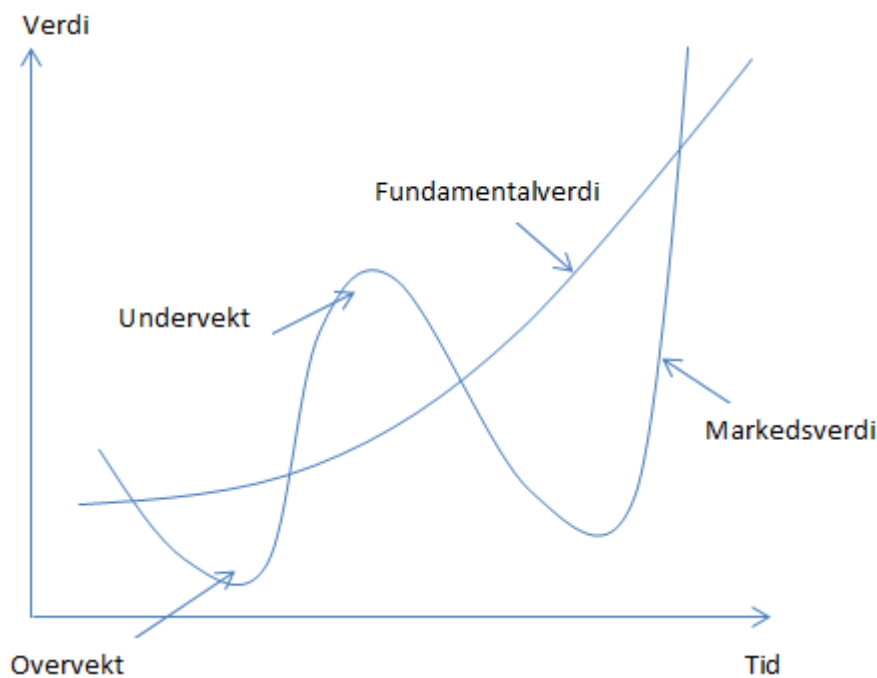
Investoren må finne ut hvor risikovillig man er i forhold til “gjennomsnittsinvestoren”. Vil man for eksempel påta seg høyere risiko for en høyere avkastning? Den risikofrie plasseringen bør reflektere tidshorisonten til en investor. Er horisonten lang, si 10 år, burde man plassere i 10-årsobligasjoner.

I tillegg må man tenke over hvilke risikoer er man selv utsatt for, og ikke utsatt for. Er man for eksempel eier av en liten bedrift, vil man ikke at porteføljen skal gjøre det dårlig samtidig som at bransjen møter en nedgang. Dette kan være resesjoner, kredittskvis e.l. Et råd er å ikke legge alle eggene i samme kurv, men heller benytte seg av diversifiseringsmulighetene (se kapittel 2.2.3). Jobber man for eksempel i oljebransjen, burde man eie flyaksjer. Etter å ha identifisert eksisterende risiko vil man kunne kartlegge hvilken risiko man kan ta på seg, eventuelt hvilken risiko man vil beskytte seg mot. Således vil en optimal portefølje kunne velges. Et viktig moment er at en "gjennomsnittsinvestor" holder markedsporteføljen. Har man ikke en spesiell evne eller informasjon til å skaffe meravkastning, burde investoren fordele sin kapital mellom et passivt indeksfond og et risikofritt alternativ. Dette for å unngå unødvendig transaksjonskostnader og andre kostnader som påløper ved aktiv forvaltning.

### **Taktisk allokering**

Taktisk- og strategisk allokering skilles fra hverandre ved at den strategiske allokeringen er en del av den langsiktige strategien for investeringen, mens den taktiske allokeringen er en del av den aktive forvaltningen som tar sikte på over- eller undervektning av aktivaklasser på aggregert nivå. Taktisk allokering kan også beskrives som en rotasjonsstrategi hvor man skifter mellom sektorer, bransjer, stil eller mellom land. Det er ofte etter en top-down-analyse at en forvalter endrer sin vektning i forhold til sin benchmark for å prøve å time markedet. En forvalter som benytter teknisk analyse vil kanskje kjøpe verdipapiret uansett selv om dette har hatt en stor kursoppgang i motsetning til en som baserer seg på fundamental analyse som kanskje vil mene at papiret er overpriset og derfor vil undervekte det.

Figur 2-4: Taktisk allokering



Fundamentalverdien er en samlet beregning på selskapets fremtidige vekst- og inntjeningssevne. Dette er blitt gjort på bakgrunn av mange ulike verdsettelsesmetoder og gjerne en peer-group-analyse (En analyse av sammenlignbare selskaper). Ut fra disse analysene ønsker investor å finne under- og overprisede selskaper. Markedsverdi er aksjekursen til selskapet.

### 2.1.4 Aktiv og passiv forvaltning

Før kapitalen til investorene plasseres gis gjerne forvalteren et mandat som sier noe om hvordan kapitalen skal plasseres. Et viktig punkt i dette mandatet er om kapitalen skal forvaltes aktivt eller passivt. Ved aktiv forvaltning vil forvalteren gjøre forsøk på å slå markedet (benchmark), det vil si at forvaltningen skal skape meravkastning. Ved passiv forvaltning, også kalt indeksforvaltning, skal forvalter prøve å replikere den indeksen som er valgt som referanse (ofte er Oslo Børs hovedindeks valgt for norske aksjer) for å oppnå samme avkastning som denne. Avvik fra referanseindeksen måles ved hjelp av “tracking error” (se kapittel 2.1.6), også kalt aktiv risiko. Dette er standardavviket til differanseporteføljen mellom benchmark og den aktive porteføljen (Høegh-Krohn 2004). Denne risikoen forteller hvor aktiv forvaltningen er i forhold til benchmark, og kan til en viss utstrekning forstås som den tilleggsrisikoen investoren tar utover den risikoen som allerede

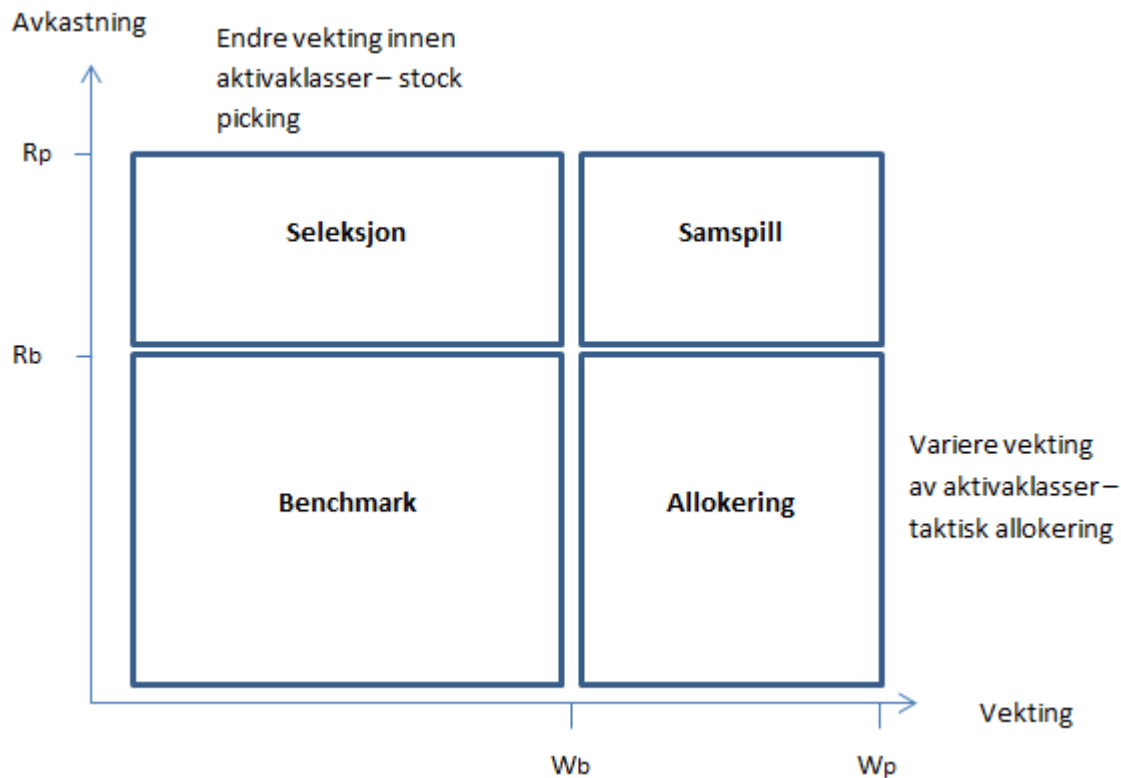
ligger i benchmark. En passiv strategi vil normalt sett ha en lavere “tracking error” enn en aktiv strategi.

### Aktiv forvaltning

Som nevnt er utgangspunktet for en aktiv strategi et ønske om å oppnå risikojustert meravkastning i forhold til indeksforvaltning. Forvaltere som klarer å oppnå slik avkastning refereres ofte til å ha “grønne fingre”. Bak denne forvaltningen ligger det en verdiskapningsprosess som omhandler “alfa-” og “betabets”. En aktiv portefølje vil variere helt eller delvis fra benchmark porteføljen (Sharpe 1991).

For å oppsummere verdiskapningen innen aktiv forvaltning gir Figur 2-5 en oversikt over de tre punktene som kan forklare variasjonen i avkastningen ved en slik strategi. Utenom strategisk allokering (benchmark), taktisk allokering (timing av markedet) og seleksjon (stock-picking), er også samspillet mellom alfa- og betabets en forklaringsfaktor ved variasjonen i avkastningen. Benchmark har, som Figur 2-5 viser, størst forklaringsgrad.

Figur 2-5: Verdiskapning fra aktiv forvaltning



Kilde: Johnsen, T., Kapitalforvaltning (2011)

I Figur 2-5 står R for avkastning (return) innen aktivaklasser og W (weight) er vekten av aktivaklasser. Figur 2-5 viser som helhet oppdelingen av den oppnådde avkastningen til en portefølje.

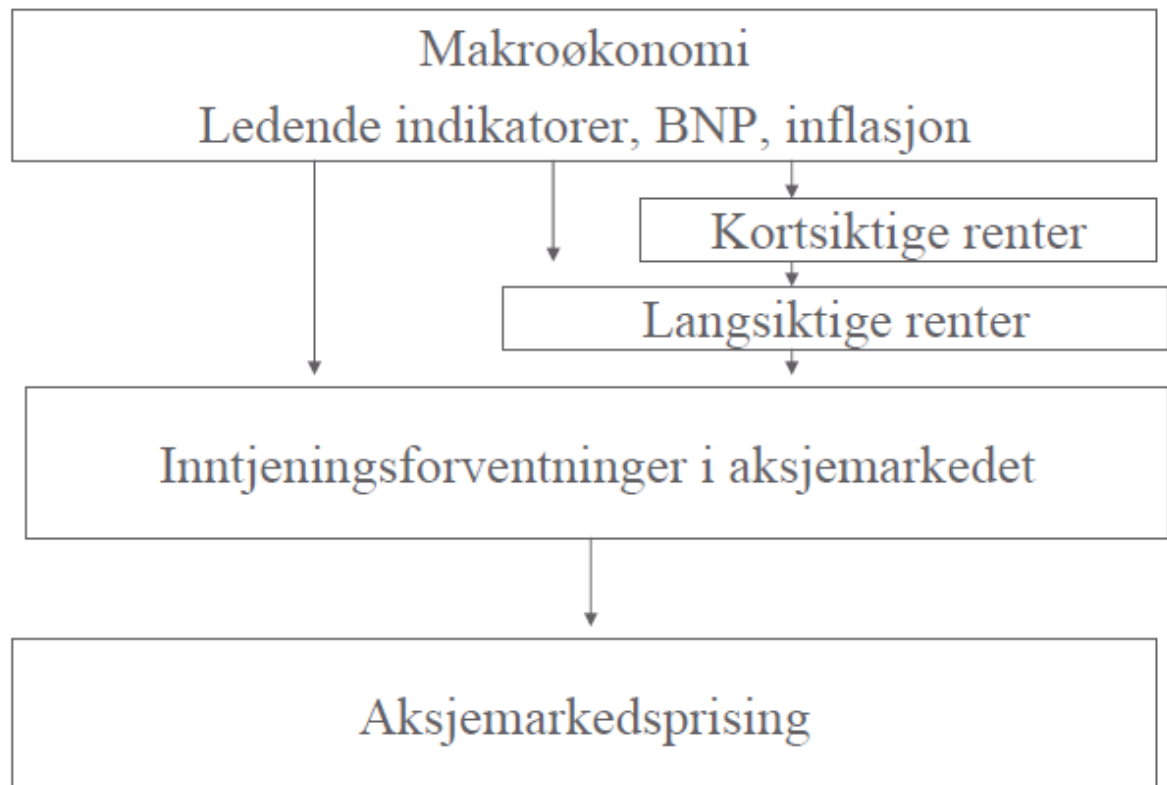
En overordnet analyse for å finne hvilke sektorer og aksjer man burde investere i, er å lage seg et markedssyn ved hjelp av en top-down-analyse eller en bottom-up-analyse. Figur 2-6 viser et eksempel på en top-down-analyse. En slik analyse starter med de makroøkonomiske indikatorene i det aktuelle markedet, og danner seg en forventning om hvilke sektorer og aksjer som vil prestere bra i kommende periode. I den andre enden vil en bottom-up-analyse se på de mikroøkonomiske aspektene som kan være bedriftsspesifikke. Ved hjelp av en rekke analysemetoder som for eksempel fundamental- eller tekniskanalyse vil forvalter komme frem til om aksjen er undervurdert eller overvurdert, og deretter handle ut i fra denne konklusjonen.

Aksjeseleksjon eller “stock-picking” er en overlegen tro på at man klarer å velge de riktige investeringene i markedet før neste kursbevegelse. Bakgrunnen, eller argumentet, for å investere i disse verdipapirene kommer ofte fra fundamental- eller teknisk analyse. Investeringsfilosofiens to hovedkategorier er de som enten er sentiment-orienterte, eller de som er fundamentalorienterte (Høegh-Krohn 2011). De som er fundamentalorienterte prøver å anslå aksjens langsiktige verdi uavhengig av den kortsiktige aksjeutviklingen, de er objekt-orientert. De prøver å anslå verdien ved å følge aksjen/bedriften. De ser blant annet på de finansielle rapportene bedriften legger ut, for deretter å verdsette bedriften.

Den andre gruppen, sentiment orientert, er aktørorientert. Å være aktørorientert vil si at de forsøker å følge aktørene i markedet, f.eks. hvilke aksjer er “populære”. Forvalterne vil her prøve å anslå aksjekursen ved å anslå hvilken retning aksjen skal bevege seg uavhengig av den fundamentale verdien. Dette er de forvalterne som baserer seg på teknisk analyse og kortsiktige bevegelser i aksjekursen. Det finnes mange forskjellige hovedpunkter og signaler innenfor teknisk analyse som for eksempel trender, støtte og motstand, formasjoner (rektangel, hode-skulder, omvendt hode-skulder og dobbel bunn) og volum.



Figur 2-6: Top-down-analyse



Kilde: Høegh-Krohn, J., Argentum (2011)

En klar utfordring ved aktiv forvaltning er synet på hvilken grad markedet er effisient (se kapittel 2.1.1). For at en forvalter skal kunne slå markedet systematisk over tid, og ikke bare som et resultat av flaks, forutsetter det et ineffisient marked. Det vil si et marked hvor aksjekursene ikke reflekterer fullt ut tilgjengelig informasjon (Høegh-Krohn 2004).

### Passiv forvaltning

Passiv forvaltning betegnes også som indeksforvaltning, og består i å ha minst mulig avvik eller "tracking error" (se kapittel 2.1.6) i forhold til den indeksen forvalteren måles mot. Indeksforvaltning velges av de investorene som er skeptiske til muligheten for å slå aksjemarkedet, eller som er opptatt av å minimere transaksjonskostnadene. Indeksforvaltning kan også brukes på en del av porteføljen, for eksempel den delen hvor forvalteren antas å ha svakest mulighet til å gjøre det bedre enn markedet (Høegh-Krohn 2004).

### 2.1.5 Persistent avkastning

Aktiv forvaltning må etter det Sharpe (1991) forklarer være et nullsumspill. Positiv meravkastning, definert som alfa, er lik null før kostnader. Passiv forvaltning gir en passiv avkastning, det vil si at alfa er lik null i forhold til sin benchmark. Hvis det er noen forvaltere som produserer en positiv alfa før kostnader, må disse forvalterne bli balansert av dårlige forvaltere som produserer en negativ alfa. Etter kostnader, netto avkastning, vil aktiv forvaltning være et negativ sumspill.

I medier leser vi ofte om hvilke fond som er best og hvilke forvaltere som skaper størst avkastning for sine andelseiere. Det dukker opp en rekke kritiske spørsmål når aktiv forvaltning blir diskutert i dagspressen. Ett av spørsmålene er: "Skyldes det flaks eller dyktighet at en forvalter skaper meravkastning?" Dette er et spørsmål som også Fama og French tar opp i sin studie fra 2009. Det er videre blitt gjort mange studier på dette området, og hovedsakelig er dette amerikanske studier som er gjort på amerikanske verdipapirfond. De fleste undersøkelsene konkluderer med at i gjennomsnitt oppnår ikke forvaltere risikojustert meravkastning etter at kostnadene er trukket ifra.

Når man snakker om persistent meravkastning, snakker man om avkastning som er bedre enn gjennomsnittet, og som vedvarer over tid. Risikojustert avkastning for persistens er ofte omtalt som alfa-avkastning. Alfaverdien er den avkastningen man oppnår utover benchmark for det aktuelle fondet. Det er vanskelig å skille mellom dyktighet og flaks når man snakker om persistens, også når det kommer til måling av persistens. Målingen baserer seg ofte på kort horisont slik at rangering av vinner- og taperporteføljer blir basert på støy (Fama og French 2009).

Av kjente studier som f.eks. Wermers (1996), Fama og French (2009), Berk og Green (2004) og Carhart (1997), er det blitt benyttet ulike modeller som CAPM, Fama og Frenchs 3-faktormodell og Carharts 4-faktormodell. Resultatene varierer for hvilken av disse modellene som benyttes på grunn av de ulike risikofaktorene hver av modellene tar hensyn til.

CAPM inneholder mange antagelser som berører investors atferd og at CAPM forholder seg til en enkelt risikofaktor, systematisk markedsrisiko. Fama og French tar i sin 3-faktormodell med marked, book/market (HML) og bedriftsstørrelse (SML) som relevante faktorer. HML-faktoren, high minus low, innebærer valget av verdi- og vekstaksjer og skal måle

---

“verdipremien” som en investor får ved å investere i selskaper med høye “book-to-market”-verdier. SMB-faktoren, small minus big, er designet for å måle avkastningen som en investor har hatt historisk ved å investere i selskaper med en relativ lav markedsverdi. Meravkastningen ved en slik investering er ofte referert som “størrelsepremie”. Denne 3-faktormodellen avdekker ofte at den positive alfaen som er observert ved bruk av CAPM, bare er et resultat av eksponering mot enten HML-faktor eller SMB-faktor, enn at det faktisk er forvalters dyktighet (Womack og Zhang 2003). Disse faktorene er anomalier som har vist seg å skaffe meravkastning, og som ikke kan forklares med bakgrunn i markedseffisienshypotesen. Carharts 4-faktormodell er en forlengelse hvor han legger til en faktor som skal fange Jegadeesh og Titmans (1993) momentumeffekt<sup>3</sup>.

Resultatene til Fama og French er klare på at avkastningen til verdipapirfondene ser best ut når de blir målt brutto, når kostnadene ikke er trukket ifra. De motbeviser blant annet andre studier, som Berk og Green (2004), som hevder at alle fond har en positiv forventet alfa før kostnader og null-alfa etter kostnader.

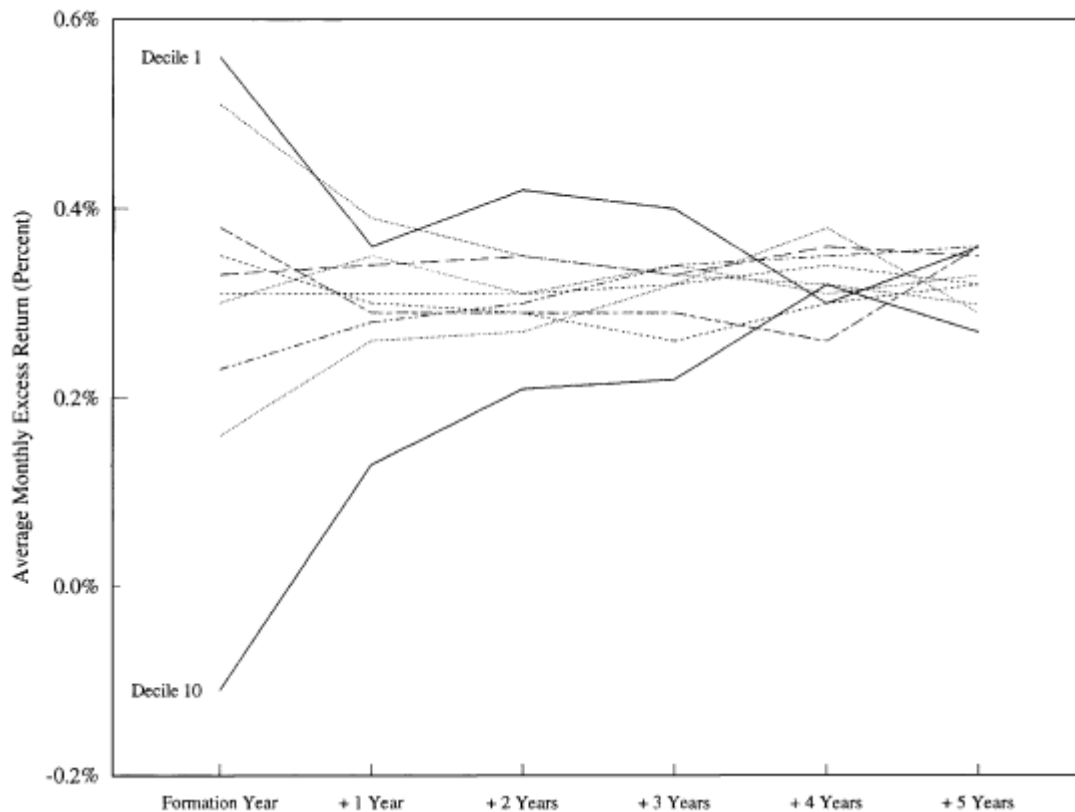
Fama og French konkluderer også med at når man måler avkastningen brutto, er det klarere resultater på dyktighet blant forvaltere, positive som negative. Det er også en forskjell i alfa-avkastningen når man ser på størrelsen til fondene. For små fond (\$5 mill.) er alfa før kostnader symmetrisk rundt null, med et standardavvik på 1,25 %. For større fond (\$250 mill. og \$1 mrd.) er også standardavviket for venstrehalen (sannsynligheten for negativ avkastning) omtrent lik 1,25 %, mens standardavviket til høyrehalen (sannsynligheten for positiv avkastning) faller ned til 0,75 %. Dette kan forklares med at man opplever lavere ekstremverdier når fondet vokser i størrelse. Venstrehalen, det vil si negativ avkastning, er uavhengig av størrelsen på fondet. Dette kan tyde på at det er vanskeligere å generere positiv avkastning (høyrehale) når fondet har økt i størrelse. Likevel indikerer ikke et standardavvik på 1,25 % p.a. mye dyktighet av en forvalter. Det vil si at færre enn 16 % av fondene har en alfa større enn 1,25 % p.a. (rundt 0,1 % per mnd.), og at bare 2,3 % av fondene vil ha en alfa større enn 2,5 % p.a., før kostnader (Fama & French (2009)).

At det er vanskelig å oppnå meravkastning etter kostnader understreker at det er en sterk form for effisiens (se kapittel 2.1.1) i markedet. Dette konkluderer også Carhart (1997) med.

---

<sup>3</sup> En investeringsstrategi som baserer seg på å følge trenden til en aksje ved å enten kjøpe eller selge aksjen.

Figur 2-7: Persistens



Kilde: Carhart 1997

Figur 2-7 viser den gjennomsnittlige avkastning for fondene i hvert desil<sup>4</sup> for de neste fem årene etter den originale dannelsen. Fond med den høyeste gjennomsnittlige ettårs avkastningen utgjør desil 1, og fond med den laveste avkastningen utgjør desil 10. Er det slik at de beste fortsetter å være best, og de dårlige forblir dårlige? Figur 2-7 viser tydelig at ettårspersistensen forsvinner etter ett år, men ikke for de fondene som underpresterer. Heller ikke gjennomsnittlig avkastning eller avvikende prestasjoner på tvers av desilene er signifikant forskjellige. Dette tyder på at for denne porteføljen (desil 1) så er høy avkastning kortvarig. De beste fondene tjener nok til å dekke sine kostnader, mens de dårligste underpresterer med størrelsen på sine kostnader. Ut fra denne studien til Carhart gir det ikke grunnlag for at det finnes persistens når man tar markedseffisienshypotesen i betraktning. Dette blir også støttet av Fama og French (2009).

<sup>4</sup> Statistisk rangering hvor inndelingen skjer i 10 like grupper. Dette for å avdekke de største og laveste verdiene for et utvalg.

Carhart sin studie konstaterer også at meravkastningen forsvinner når man kontrollerer for flere risikofaktorer. For fond som investerer etter en momentumstrategi blir avkastningen borte etter at kostnadene er trukket ifra. Dette forteller at aktiv forvaltning er veldig kostnadsfylt, og således klarer bare noen fond å dekke inn kostnadene sine. Et fond som kan vise til høy 1-årsavkastning, skaper ikke denne avkastningen ved at forvalteren presterer gjennom en momentumstrategi, men at enkelte fond tilfeldigvis holder en større posisjon i fjorårets vinner (Carhart 1997). Dette er i kontrast til hva Wermers (1996) sier, da han mener at det er nettopp på grunn av en momentumstrategi at persistens blir til på kort horisont.

Carhart fant også ut at de fondene som gjør det bra et år ikke gjør det bra påfølgende år. Det er ofte slik at vinnerne den ene året er blant taperne neste år, men også at taperne forblir tapere det påfølgende år. Dette kan vises fra Tabell 2-2 nedenfor som er hentet fra en forelesning av Høegh-Krohn, J. i kapitalforvaltning (vår 2011). Likevel kan et fond prestere bedre enn konkurrenter uten å oppnå meravkastning. Carhart sin studie er av stor betydning for forskningen på persistens. Dette på grunn av at han har en stor database som inneholder 1892 fond, og ikke minst på grunn av at han inkluderer de fondene som forsvinner (legges ned) underveis i studien, såkalt "survivorship bias". Dette er viktig fordi ved beregningen av resultater tas det også hensyn til de dårlige og ikke bare de som holder seg gjennom studien. En utelukkning av disse vil kunne skape et skjevt resultat, og gi en feil indikasjon på forvalternes prestasjoner i form av at historisk avkastning blir overvurdert og historisk risiko blir undervurdert.

Fra Carhart sin studie konkluderes det med tre tommelfingerregler for investorer som vil maksimere formuen sin ved å investere i verdipapirfond:

- Unngå fond som underpresterer over tid.
- Fond med høy avkastning forrige periode, har høyere avkastning enn gjennomsnittet i neste, men ikke deretter.
- Kostnadene ved fondsforvaltning har en direkte negativ effekt på fondets prestasjoner.

*Tabell 2-2: Random-walk blant topp 10 norske aksjefond*

	2003	2004	2005	2006
1	Sundal Collier	Sundal Collier Norge	DnB NOR SMB	<b>Nordea SMB</b>

	Aktiv	Verdi		
2	Sundal Collier Norge	<b>Odin Norge</b>	GAMBAK	<b>DnB NOR SMB</b>
3	Globus Norge	Pareto Aksje Norge	Holberg Norge	Warren Wicklund Norge
4	DnB SMB	Firstnordic Norge Vekst	Nordea SMB	Storebrand Norge I
5	Nordea SMB	Carnegie Aksje Norge	ABN Amro Kapital	Storebrand Optima Norge A
6	Odin Norge	DnB NOR 20	ABN Amro Aktiv	Danske Fund Norge A
7	Warren Wicklund Alpha	Storebrand Verdi	<u><b>Delphi Norge</b></u>	Handelsbanken Norge
8	Holberg Norge	Avanse GNFK Norske Aksjer	<b>Pareto Aksje Norge</b>	<u><b>Pareto Aksje Norge</b></u>
9	Delphi Norge	<b>Delphi Norge</b>	ABN Amro Norge	Storebrand Norge
10	GAMBAK Norge	Sundal Collier Indeks	Fondsfinans Spar	Storebrand Verdi

Kilde: Hentet fra forelesning til Høegh-Krohn vår 2011

Tabell 2-2 viser de norske fondene som har som har vært inne på topp 10 plasseringen mellom 2003 og 2006. Av de topp 10 rangerte fondene er de fondene som er uthevet fond som også har vært med i topp 10 året før. De som i tillegg har en understrekning under navnet sitt er de som har vært på topp 10 tre år på rad. Av Tabell 2-2 ser vi at studien til Carhart (1997) også har fotfeste i Norge, men også hvor vanskelig det er å skape en vedvarende høy avkastning.

---

## 2.1.6 Value at Risk og Tracking Error

Teorien her er hentet fra artikkelen til Katerina Simons (2000) om ikke annet er spesifisert.

For den institusjonelle investor og forvalter har det blitt stadig viktigere å måle prestasjonsevnen på et risikojustert nivå, så vel som at risikostyring har blitt et enda viktigere verktøy. En investor er mest opptatt av å beskytte seg mot nedsiden ved sine investeringer, spesielt for pensjonsfond. "Shortfall-risiko" er sannsynligheten for at investeringen vil falle under en gitt størrelse, dette kan for eksempel være risikofrirenten som er en naturlig benchmark. Dette er likevel et urimelig risikomål siden det ikke gir noen indikasjon på hvor stort tap en investor vil kunne få innenfor hans tidshorisont.

En aksjes risiko kan måles ved volatilitet (gitt ved varians), men sier ikke noe om retningen en aksje eventuelt tar. Value at risk (VaR) måler sannsynligheten for et tap for en bestemt tidshorisont for et gitt konfidensintervall. Eller sagt på en annen måte; ved worst case scenario, hvor mye kan verdien på porteføljen/aktivumet gå ned for en bestemt tidshorisont? Det finnes tre ulike metoder for å beregne VaR. Dette er varians-kovariansmetoden, historisk metode og Monte Carlo-simulering. Fra FIE426 Kapitalforvaltning (Johnsen 2011) har vi lært å benytte oss av varians-kovariansmetoden. Dette er også den enkleste. Denne metoden baserer seg på at avkastningen til porteføljen er tilnærmet normalfordelt, og bruker fordelingen til å beregne sannsynligheten for tap for et gitt konfidensintervall. Siden normalfordelingen er symmetrisk og investor er opptatt av å begrense nedsiden, ser vi på venstrehalen i fordelingen. VaR er en lineær funksjon av standardavviket.

Ved et 95 % konfidensintervall kan vi finne hvor stort tapet maksimalt kan bli. For illustrasjonens skyld antar vi at en portefølje har forventet avkastning ( $R_p$ ) på 4 %, og et årlig standardavvik ( $\sigma_p$ ) på 15 %. Ved å benytte følgende formel kan vi beregne VaR for et 95 % konfidensintervall:

$$VaR(95\%) = R_p - (N \times \sigma_p \times \sqrt{T}) \quad (2.5)$$

N er antall standardavvik for et gitt konfidensintervall som vi finner i en normalfordelingstabell. T er antall år i denne sammenheng.

$$VaR(95\%) = 4\% - (1,65 \times 15\%) = -20,75\% \quad (2.6)$$

---

Vi kan med 95 % sannsynlighet si at porteføljen ikke vil tape seg mer enn 20,75 % i verdi kommende år.

Noen av fordelene med VaR er at dette parameteret er basert på gjeldene porteføljesammensetningen og ikke på historisk avkastning. Det er også et mål som kan brukes på tvers av ulike aktivumklasser. Mer tradisjonelle risikomål har ikke alle disse karakteristikene samlet. Beta for aksjer er basert på gjeldende sammensetning, og måler systematisk risiko. Durasjon måler følsomheten for en obligasjonsportefølje. Jo høyere durasjon, jo mer følsom for renteendringer. Disse to målene kan ikke kombineres og brukes som et samlet mål for risiko.

Tracking error (TE) er et mål på risiko som er basert på standardavviket til porteføljens avkastning opp mot benchmark. Det er også definert som standardavviket til meravkastningen i forhold til den valgte benchmark. TE forteller hvor nær avkastningen til porteføljen er opp mot benchmark.

$$TE = \sqrt{\frac{1}{T} \times \sum (ER_t - \overline{ER})^2} \quad (2.7)$$

T er antall perioder for målingen, ER viser meravkastningen opp mot benchmark for perioden t og  $\overline{ER}$  er gjennomsnittlig meravkastning.

VaR gir en indikasjon på hvor stort tap investor kan forvente for en gitt horisont. Ingen av dem gir noe informasjon om prestasjonen i forhold til den risikoen investeringene er eksponert mot. Det er fullt mulig å underprestere i forhold til benchmark, selv med en liten TE. I kapittel 2.2.6 drøfter vi noen risikojusterte mål.

Vi har i denne delen kapittelet sett på den teoretiske bakgrunnen for forvaltning. Forskning viser at det er ytterst få forvaltere som klarer å skape vedvarende avkastning. I neste del av teorikapittelet vil vi drøfte ulike modeller og resultatmål som brukes for å måle avkastningen av forvaltningen.



---

## 2.2 Teoretisk tilnærming til prestasjonsmåling

### 2.2.1 Porteføljeteori

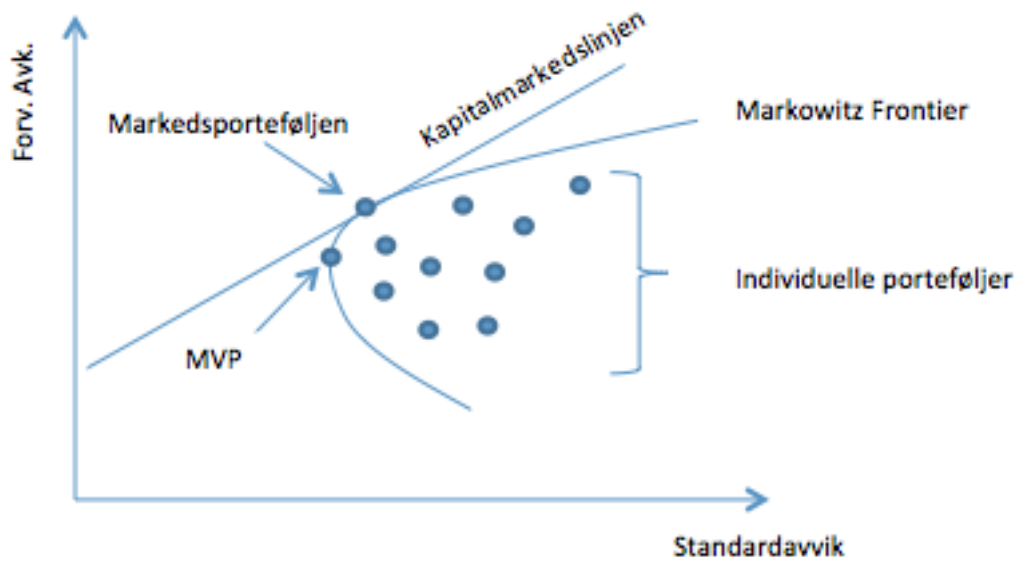
#### Den moderne porteføljeteorien

Porteføljeteori slik vi kjenner den i dag ble i stor grad utviklet av Harry Markowitz gjennom hans artikkel *Portfolio Selection* (1952). Denne artikkelen tar for seg en modell som viser hvordan en investor kan maksimere forventet avkastning for et gitt risikonivå, eller omvendt minimere risiko for et gitt nivå på forventet avkastning. Modellen baserer seg på en rekke antakelser, som blant annet at investorene er risikoaverse, og at avveiningen mellom forventet avkastning og risiko avhenger av investorens risikoappetitt.

I tiden før den moderne porteføljeteorien ble utviklet var investorene i større grad fokusert på å sette sammen en portefølje av verdipapirer som var attraktive hver for seg. Gerald Loeb skrev i sin bok "The Battle for Investment Survival" fra 1935 at man ikke burde eie flere enn tre eller fire aksjer og at diversifisering (risikospredning) var uønsket. Man burde legge alle eggene i én kurv og heller passe godt på denne kurven. Markowitz formaliserte matematisk hvordan man heller burde se på korrelasjonen aksjene imellom og på denne måten skape en diversifiseringsgevinst. Han illustrerte dette med at dersom man ikke tok hensyn til diversifisering kunne man ende opp med aksjer i kun én sektor eller bransje, uten å se på korrelasjonen mellom disse aksjene og porteføljens totale risiko. Basert på dette rammeverket finnes det porteføljer som optimaliserer forholdet mellom risiko og avkastning basert på universet av de ulike verdipapirene. Disse optimale porteføljene danner det som kalles "Markowitz Frontier". Et annet navn på disse porteføljene er effisiente porteføljer, det vil si porteføljer som gir høyest mulig avkastning til et gitt risikonivå eller omvendt lavest mulig risiko til et gitt nivå for avkastning.

Tobin (1958) utvidet denne analysen ved å inkludere risikofri plassering i modellen. Dette ga grunnlag for dannelsen av kapitalmarkedslinjen, som viser sammenhengen mellom forventet avkastning og risiko for ulike kombinasjoner av markedsporteføljen og risikofri plassering. Markedsporteføljen finnes der kapitalmarkedslinjen tangerer Markowitz Frontier. Dette vil også være den porteføljen med høyest Sharpe-ratio (se kapittel 2.2.6).

Figur 2-8: Markowitz Frontier



Minimum varians-porteføljen (MVP) er den porteføljen med lavest varians. Denne porteføljen vil ligge helt til venstre på Markowitz Frontier.

Utover 60-tallet utviklet William Sharpe, John Litner, Jan Mossin og Jack Treynor kapitalverdimodellen (CAPM). Formålet med denne modellen var, med utgangspunkt i teoriene til Markowitz, å forklare sammenhengen mellom risiko og forventet avkastning for en aksje eller portefølje (se kapittel 2.2.5).

Den moderne porteføljeteorien ble utover på 70-tallet kritisert fra flere hold fordi flere økonomer (bl.a. Murphy (1977), Haugen og Heins (1975)) mente at forholdet mellom risiko og avkastning ikke var så enkelt som Markowitz og Sharpe tidligere hadde hevdet. Kritikken gikk hovedsakelig ut på at det ikke forelå noen klar sammenheng i at økt risiko, verken systematisk (diversifiserbar) eller usystematisk (ikke-diversifiserbar), gir økt avkastning, noe som var en av de mest sentrale konseptene ved den moderne porteføljeteorien. De samme kritikerne gikk også til angrep på volatilitet (gitt ved standardavvik eller varians) og beta (se kapittel 2.2.3) som risikomål da de mente at disse to målene kan endre seg kontinuerlig og således har liten prediksjonsverdi.

Roll (1977) kritiserte også kapitalverdimodellens begrep om en markedsportefølje, som er den porteføljen som en aksjes risiko og avkastning skal måles mot. I følge kapitalverdimodellen er markedsporteføljen fullstendig diversifisert og således kun utsatt for

---

systematisk risiko. Roll mente at en portefølje som skal være fullstendig diversifisert må inneholde absolutt alle aktiva i verden (humankapital, varige forbruksgoder og eiendom), og ikke være begrenset til kun en aksjeindeks.

Kritikerne stilte også spørsmåltegn ved forutsetningene som lå til grunn for modellen. Disse forutsetningene gikk blant annet ut på at alle investorer er rasjonelle og risikoaverse, at det ikke er noen transaksjonskostnader eller skatter i tillegg til at alle investorer har lik tidshorisont og oppfatning av risiko. Kritikerne mente at alle eksemplene på bobler og krakk gjennom historien hadde vist at forutsetningen om investorenes rasjonalitet neppe holdt. I tillegg ble det satt spørsmålstegn ved forutsetningen om at alle investorer har lik tidshorisont, det er for eksempel rimelig å anta at en daytrader har en annen tidshorisont enn et pensjonsfond. Dessuten er transaksjonskostnader og skatter en viktig del av en investors hverdag da dette er elementer som kan "spise opp" en stor del av avkastningen.

### **Den postmoderne porteføljeteorien**

På 1980-tallet vokste det fram en videreutvikling av den moderne porteføljeteorien til Markowitz og Sharpe som ble døpt "den postmoderne porteføljeteorien". Årsaken til denne utviklingen var hovedsakelig at den moderne porteføljeteoriens bruk av standardavvik som mål på risiko. Dersom en investering ikke har en symmetrisk normalfordeling vil avvik på oppsiden være forskjellige fra avvik på nedsiden. Dette gjør standardavvik til et misvisende risikomål.

Den postmoderne porteføljeteoriens svar på dette er å bruke nedside-volatilitet under et på forhånd bestemt nivå, MAR ("minimum acceptable return"). MAR representerer det minste akseptable nivå på avkastningen investoren er villig til å godta. Ved å kun ta hensyn til avvik på nedsiden (under MAR) får man et konsept av investeringens risiko som ligner mer på det de fleste vil karakterisere som risiko, nemlig sannsynligheten for tap. Dette i motsetning til standardavvik som "straffer" positive og negative avvik likt.

I denne oppgaven representeres den moderne porteføljeteorien gjennom Sortino-ratioen (se kapittel 2.2.6).

### **"The beta is dead"**

Eguene F. Fama og Kenneth R. French kom på begynnelsen av 1990-tallet med flere artikler som gikk beta og kapitalverdimodellen midt i mot. Fama hadde tidligere vært en forkjemper

for CAPM, og det skapte derfor stor debatt da han i februar 1992 utalte at "beta as the sole variable in explaining returns on stocks is dead" (New York Times 1992). Fama og French hadde sett på tall for aksjemarkedet i USA fra 1941 til 1990 og fant et svakt eller ikke-eksisterende forhold mellom beta og avkastning. De fant i stedet at faktorer som "price-earnings" (P/E) og "market-to-book" (M/B) hadde større betydning for avkastningen enn beta.

I dagens investeringsunivers er utvalget av ulike aktiva stort, noe som betyr endringer i allokering av kapital og risikoen som følger med denne allokeringen.

## 2.2.2 Avkastningsbegrep

Det vil her bli diskutert ulike begrep for avkastning og risiko som vi vil bruke videre i oppgaven. Disse begrepene er sentrale for beregningen av modellen vår, samt for en prestasjonsanalyse av portefølje og referanseindeks.

### Aritmetisk gjennomsnitt

$$\bar{r}_A = \frac{r_1 + r_2 + \dots + r_T}{T} \quad (2.8)$$

$\bar{r}_A$  viser det aritmetiske gjennomsnittet og  $r_T$  er avkastningen fra de ulike periodene og  $T$  er antall perioder. Avkastningen for hver periode blir beregnet på følgende måte  $r_T = \frac{r_i - r_j}{r_j}$ , hvor  $r_T$  er periodeavkastningen og  $r_i$  og  $r_j$  er sluttnoteringene mellom hver periode (1. januar til 1. februar og 1. februar til 1. mars etc.).

Den aritmetiske metoden er en enkel beregning som hele gir middelverdien av en tallrekke. Denne metoden er kanskje best til å si noe om fremtidig avkastning og om tallrekker som er uavhengige av hverandre.

### Geometrisk gjennomsnitt

$$\bar{r}_G = [(1 + r_1)(1 + r_2) \dots (1 + r_T)]^{\frac{1}{T}} - 1 \quad (2.9)$$

Dette er en tidsvektet metode. Denne metoden er brukt for å beregne historisk avkastning på investeringer, ettersom avkastningene på investeringene er avhengige av hverandre, men uavhengig av investert beløp. Dette er fordi en negativ avkastning i en periode ikke blir oppveid med tilsvarende oppgang i neste periode. Tap blir tyngre vektet med denne metoden på grunn av renterentes effekten. Bruk av denne metoden kan gi en investor incentiver til å plassere midlene sine i mer sikre aktivum som gir positiv avkastning. Forskjellen mellom aritmetisk og geometrisk avkastning vil være større dess større variasjonen er i periodeavkastningen.

### Aritmetisk mot geometrisk

$$\bar{r}_G \cong \bar{r}_A - 0,5\sigma^2 \quad (2.10)$$

Dette uttrykket viser sammenhengen mellom disse to metodene, hvor  $\sigma^2$  er variansen til avkastningen.

### 2.2.3 Systematisk og usystematisk risiko

Et verdipapirs totale risiko (varians) består av to typer risiko, systematisk og usystematisk risiko. Den totale risikoen defineres slik (Bodie et al. 2009):

$$\sigma_p^2 = \beta_{pm}^2 \sigma_m^2 + \sigma_{p\varepsilon}^2 \quad (2.11)$$

Hvor:

- $\sigma_p^2$  er porteføljens totale risiko
- $\beta_{pm}^2 \sigma_m^2$  er porteføljens systematiske risiko
- $\sigma_{p\varepsilon}^2$  er porteføljens usystematiske risiko

#### Systematisk risiko

Den systematiske risikoen er den iboende risikoen i de finansielle markedene og er all støy rundt gjennomsnittsverdien, både positive og negative sjokk. Denne risikoen kan ikke diversifiseres bort.

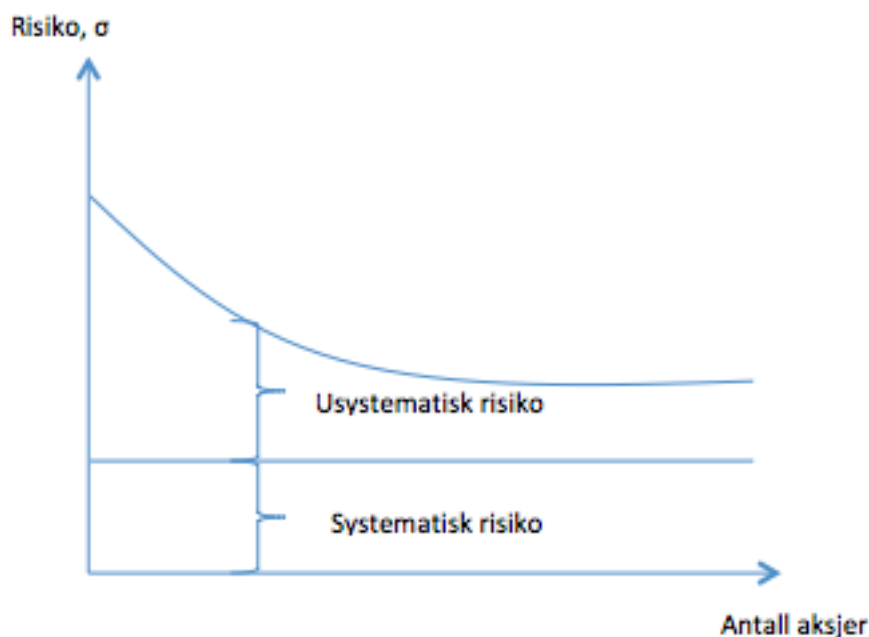
Systematisk risiko måles ved aksjens beta. Beta-verdien sier noe om hvordan en enkeltaksje beveger seg i forhold til markedet som helhet. En beta-verdi over (under) 1 betyr at aksjen svinger mer (mindre) enn markedet ellers. For en portefølje blir beta-verdien lik et veiet gjennomsnitt av beta-verdiene for enkeltaksjene i porteføljen.

### Usystematisk risiko

Den usystematiske risikoen er begrenset til bedrifts- eller bransjenivå. Eksempler på dette kan være nedbemanning i en bedrift eller økt aktivitet i en bransje. Denne risikoen kan diversifiseres bort ved at man konstruerer en portefølje bestående av aksjer med ulike karakteristika. Eksakt hvor mange aksjer som en veldiversifisert portefølje må inneholde er det ikke noe fasitsvar på, tidligere studier har vist alt fra 10 (Evans og Archer, 1968) til 40 (Statman, 1987).

Figur 2-9 under illustrerer hvordan den totale risikoen (gitt ved standardavviket) for en portefølje går ned når antall aksjer i porteføljen øker.

Figur 2-9: Diversifisering



### 2.2.4 Sannsynlighetsfordeling, forventning og varians

Sannsynlighetsfordeling, forventning og varians er sentrale statistiske begreper innen porteføljeteori og danner grunnlaget for å videre kunne kalkulere risikojustert avkastning. Innen matematikk er det totalt fire kvantitative fordelingsmomenter som sier noe om

---

fordelingen av ulike verdier. Definisjonen på disse fordelingsmomentene er hentet fra Bodie et al. (2009).

### Forventning

Forventning er det første fordelingsmomentet og er et sannsynlighetsvektet gjennomsnitt og defineres slik:

$$E(r) = \sum_s p(s)r(s) \quad (2.12)$$

Hvor:

$p(s)$  er sannsynligheten for de ulike utfallene  $s$

$r(s)$  er avkastningen i de ulike utfallene  $s$

### Varians

Fordelingsmoment nummer to er varians og er forventet verdi av de kvadrerte avvikene fra forventningen og brukes i finansmarkedene som et mål på risiko. Varians defineres slik:

$$\sigma^2 = \sum_s p(s)[r(s) - E(r)]^2 \quad (2.13)$$

Kvadratrotten av variansen blir lik standardavviket.

### Skjevhet

Skjevhet er det tredje fordelingsmomentet og er et mål på asymmetri i et statistisk datasett. En høyrevridd fordeling (positiv skjevhet) vil ha ekstreme positive verdier og derfor en fet hale til høyre i fordelingen. Motsatt vil en venstrevridd fordeling (negativ skjevhet) ha ekstreme negative verdier og en fet hale til venstre i fordelingen.

Når skjevheten i en fordeling er over null (positiv skjevhet), vil standardavviket overvurdere risikoen som en følge av de ekstreme positive avvikene fra forventningen (avvik som er til fordel for investor). Det motsatte vil være tilfelle i en fordeling med negativ skjevhet.

Skjevhet defineres slik:

$$Skjevhet = \frac{E[r(s) - E(r)]^3}{\sigma^3} \quad (2.14)$$

En normalfordeling vil ha en skjevhet lik null.

### **Kurtose**

Kurtose er det fjerde fordelingsmomentet og måler graden av spissitet og fete haler i fordelingen. En fordeling med positiv kurtose (leptokurtose) er spissere og har fetere haler enn en fordeling med negativ kurtose (platykurtose). I en investeringsammenheng sier kurtose noe om sannsynligheten for ekstreme positive eller negative verdier for avkastningen.

Siden en normalfordeling har en kurtose på 3 trekkes dette i fra. En kurtose over dette tilsier en relativt høy sannsynlighet for et stort tap eller en stor gevinst. For en langsiktig investor kan dette være avgjørende da et stort tap kan ødelegge for mange års avkastning (Kat 1994).

Kurtose defineres slik:

$$Kurtose = \frac{E[r(s) - E(r)]^4}{\sigma^4} - 3 \quad (2.15)$$

## **2.2.5 Faktormodeller**

Faktormodeller brukes til å anslå avkastning og variabilitet ved aksjer eller porteføljer. Dette gjøres ved å dekomponere avkastningen ned til generelle eller selskapsspesifikke faktorer. Man får dermed et godt bilde over hvilke risikomomenter som i størst grad påvirker utviklingen til en aksje. Hvor mange og hvilke faktorer man inkluderer i en modell vil ha mye å si for forklarings-effekten til en faktormodell.

For å skille de ulike faktormodellene deles de gjerne inn i tre kategorier: statistiske, makroøkonomiske eller fundamentale modeller.



---

De statistiske faktormodellene forsøker å forklare risikoen som er særegen for et spesifikt verdipapir. Dette gjøres ved å analysere tidsserier med avkastning for det aktuelle verdipapiret.

Makroøkonomiske faktormodeller bruker lineær regresjon til å estimere et verdipapirs avkastning basert på dets følsomhet overfor ulike makroøkonomiske sjokk. Eksempler på aktuelle sjokk kan være uventede endringer i rente, inflasjon eller industriproduksjon. Verdipapirets sensitivitet til de ulike faktorene kalles faktorbeta.

De fundamentale modellene er i stor grad lik de makroøkonomiske, men disse modellene forutsetter at verdipapirets sensitivitet til ulike faktorer er kjent. Denne sensitiviteten brukes til å finne avkastningen relatert til den enkelte faktor. I tillegg bruker man i de fundamentale modellene bransje- og selskapsspesifikke faktorer som for eksempel pris/bok, markedsverdi eller dividendeyield.

### Enfaktormodeller

I enfaktormodellene antas det at alle aksjer varierer ulikt til én felles faktor. Som regel brukes avkastning på markedsporteføljen som felles faktor. Koeffisienten som måler aksjens sensitivitet til den felles faktoren kalles faktorbeta eller faktorsensitivitet. På generell form uttrykkes enfaktormodeller slik (Sigman 2008):

$$R = a + \beta_k f_k + e \quad (2.16)$$

Hvor:

$R$	er avkastningen
$a$	er en konstant
$\beta_k$	er faktorbeta
$f_k$	er en tilfeldig variabel
$e$	er et feilledd med $E(e_i) = 0$

### Kapitalverdimodellen

Basert på porteføljeteorien til Markowitz ble det utover på 1960-tallet utviklet en modell, "capital asset pricing model" (CAPM), som hadde til hensikt å uttrykke forventet avkastning for et verdipapir basert på et sett forutsetninger. I Markowitz' rammeverk trengs store

mengder data (forventning, kovarians og standardavvik for hver aksje), data som kan være vanskelig å estimere. Utviklingen av CAPM førte til at man slapp disse problemene. Modellen ble utviklet av Sharpe (1964), Lintner (1965) og Mossin (1966). Siden den usystematiske risikoen kan diversifiseres bort blir det i modellen lagt vekt på den systematiske risikoen. I tillegg består modellen av risikofri rente og markedets risikopremie. Matematisk uttrykkes CAPM slik:

$$E(R_i) = r_f + \beta_i(E(R_m) - r_f) \quad (2.17)$$

Hvor:

$E(R_i)$	forventet avkastning
$r_f$	risikofri rente
$\beta_i$	systematisk risiko
$E(R_m) - r_f$	markedets risikopremie

### Single index model

Single index-modellen (SIM) kan sies å være den empiriske versjonen av CAPM ved at man i SIM forsøker å beskrive den historiske utviklingen til en aksje. SIM har altså ikke til hensikt å estimere fremtidig avkastning, slik som CAPM har. I SIM brukes en bred markedsindeks som benchmark for alle aksjer. SIM er definert slik (Bodie et al. 2009):

$$(R_i - r_f) = \alpha_i + \beta_i(R_m - r_f) + \varepsilon_i \quad (2.18)$$

Hvor:

$R_i$	avkastningen for aksje i
$\alpha_i$	meravkastningen for aksje i
$\beta_i$	aksjens beta
$R_m$	markedspremien
$\varepsilon_i$	residual med forventning lik null og standardavvik lik $\sigma_i$

Denne modellen impliserer altså at avkastningen på en aksje er avhengig av tre faktorer: en selskapsspesifikk størrelse ( $\alpha_i$ ), markedet ( $\beta_i$ ) i tillegg til uventede mikroøkonomiske hendelser relevante for den spesifikke bedriften ( $\varepsilon_i$ ). Det er verdt å merke seg at man i SIM åpner for mer- eller mindreavkastning gjennom ( $\alpha$  kan være  $\neq 0$ ). En fordel med SIM er i

---

likhet med CAPM at man har en enkelt observerbar benchmark, nemlig en markedsindeks. Dette forenkler tilgang til datamateriale.

### **Flerfaktormodeller**

Flerfaktormodeller ser på hvordan en aksje blir påvirket av flere faktorer, som for eksempel rentenivå og inflasjon. Fordelen med disse modellene er at man får et mer sammensatt bilde av hvilke faktorer som påvirker aksjens utvikling. Samtidig krever disse modellene mer inndata. En flerfaktormodell uttrykkes gjerne slik på generell form (Sigman 2008):

$$R_i = a_i + \beta_{1,i}f_1 + \dots + \beta_{k,i}f_k + e_i \quad (2.19)$$

### **Fama og French' trefaktormodell**

På begynnelsen av 1990-tallet kom Eguene Fama og Kenneth French med flere artikler hvor de utviklet en flerfaktormodell som inkluderte størrelseseffekten og verdieffekten i tillegg til markedsavkastningen. Denne bygde på CAPM, men viste seg å ha en bedre forklaringskraft på aksjeavkastningen. Størrelseseffekten går ut på at investeringer i små selskaper har gitt en risikojustert meravkastning relativt til investeringer i store selskaper. Fama og French kalte denne effekten for "SMB" (Small Minus Big"). Verdieffekten viser seg gjennom at selskaper med høy bok/pris (verdiaksjer) har gitt systematisk høyere risikojustert avkastning enn selskaper med lav bok/pris. Denne effekten kaller Fama og French for "HML" ("High Minus Low").

En av Eguene Famas tidligere studenter, Mark Carhart, videreutviklet i 1997 denne modellen til å også inkludere en momentumeffekt som sa gikk ut på at man kunne oppnå meravkastning dersom man kjøper de siste 3 – 12 måneders "vinneraksjer", og selger de siste 3 – 12 måneders "taperaksjer".

Alle disse ulike effektene representerer anomalier i finansmarkedene, det vil si effekter som ikke kan forklares ut i fra tradisjonell økonomisk teori.

## 2.2.6 Prestasjonsmål

### Sharpe-ratio

Sharpe (1966) utviklet et mål som skulle vise seg å bli en av de mest sentrale prestasjonsmål innen finans. Årsaken til dets popularitet er mye på grunn av at det teknisk sett er lite avansert å kalkulere i tillegg til at det er enkelt å forstå. Sharpe mottok Nobelprisen i økonomi i 1990, noe som bidro videre til utbredelsen av målet.

Formålet med Sharpe-ratioen er å evaluere differanseavkastning per enhet risiko. Siden det risikomål som benyttes er standardavvik, vil Sharpe-ratio være mest nyttig for en udiversifisert investor der det er totalrisikoen som er den relevante risikoen. En annen fordel med Sharpe-ratioen er at man ikke trenger noen sammenlignbar benchmark, kun risikofri rente.

Sharpe-ratioen defineres slik:

$$S_p = \frac{R_p - r_f}{\sigma_p} \quad (2.20)$$

Hvor:

- $R_p$  er avkastning på porteføljen
- $R_f$  er risikofri rente
- $\sigma_p$  er standardavviket til porteføljen

### Kritikk av og begrensninger med Sharpe-ratioen

Som tidligere nevnt er en av fordelene med Sharpe-ratioen er at den er enkel å beregne og å forstå, men dens enkelhet har også gitt grobunn for en del kritikk. Sharpe tar selv opp en del av Sharpe-ratioens begrensninger, blant annet at den ikke tar hensyn til korrelasjonseffekter med andre finansielle plasseringer en investor eventuelt måtte ha. Sharpe sier derfor selv at dette prestasjonsmålet bør suppleres med andre prestasjonsmål. Det har i den senere tid blitt

publisert alternative versjoner av Sharpe-ratioen som tar hensyn til korrelasjonseffektene (Dowd 2000).

Hovedproblemet med Sharpe-ratioen er likevel at den forutsetter at avkastningen er normalfordelt, noe som ikke alltid er tilfelle. Dersom avkastningen ikke er normalfordelt kan Sharpe-ratioen gi misvisende resultat. Dersom avkastningsfordelingen er skjev og gjør et positivt skift vil forventningen øke, noe som fører til økt Sharpe-ratio. Dette kan imidlertid oppveies av en økning i standardavviket (Eling og Tibiletti 2009).

Dette fører til at Sharpe-ratioen gir lite konstruktiv informasjon ved abnormiteter som for eksempel skjevhet og kurtose i sannsynlighetsfordelingen. Dette problemet kommer særlig til syne ved investeringer som ikke nødvendigvis er normalfordelt, som for eksempel hedgefond.

Siden standardavviket er det risikomål som benyttes, vil både positive og negative avvik fra forventningen føre til økt risiko. Dette betyr at store positive avvik i avkastningen blir ”straffet” i form av økt risiko, selv om de fleste investorer ikke vil klassifisere dette som negativt. En løsning på dette er å benytte Sortino-ratioen som kun ser på nedsidevolatiliteten.

### Sortino-ratio

Sortino-ratio er en modifisert versjon av Sharpe-ratioen der nedsidevolatilitet brukes som relevant risikomål i stedet for standardavvik. Nedsidevolatiliteten defineres som volatiliteten til avkastningen under et bestemt terskelnivå, og defineres slik (Feibel 2003):

$$\sigma_D = \sqrt{\frac{\sum (R_i - T)^2 \text{ hvor } R_i < T}{N}} \quad (2.21)$$

Hvor:

$R_i$  er gjennomsnittlig avkastning

$T$  er minstekravet til avkastning

$N$  er antall observasjoner

Fordelen med dette er at man konsentrerer seg om den risikoen de fleste investorer ser på som mest relevant, nemlig nedsiderisikoen. Dette betyr at Sortino-ratioen, i motsetning til Sharpe-ratioen, ikke ”straffer” uventede positive avvik fra forventningsverdien. Det kan

derfor argumenteres for at dette prestasjonsmålet gir et mer realistisk bilde på den risikojusterte avkastningen enn Sharpe-ratioen. Sortino-ratioen defineres slik (Feibel 2003):

$$S = \frac{R - T}{\sigma_d} \quad (2.22)$$

Siden Sortino-ratio kun benytter seg av nedsiderisiko blir dette et bedre mål enn Sharpe-ratio til å bruke på investeringer der avkastningen ikke er normalfordelt. Problemet er midlertid at det ikke foreligger noe klart konsept om hvor terskelnivået for nedsiderisikoen skal ligge.

### Information ratio

Information ratio er et mål på en porteføljes meravkastning i forhold til en benchmark sett i forhold til volatiliteten for den meravkastningen. Den sier altså noe om en forvalters evne til å skape risikojustert avkastning sett i forhold til en referanseindeks. Risikoen måles ved standardavviket til differanseavkastningen mellom (tracking error, se kapittel 2.1.6). Meravkastningen (positiv eller negativ) oppnås ved å avvike fra markedsporteføljen Information ratio defineres slik (Clement 2009):

$$IR = \frac{R_p - R_B}{\sigma(R_p - R_B)} \quad (2.23)$$

Hvor

$R_p - R_B$  er aritmetisk gjennomsnitt av meravkastningen

$\sigma(R_p - R_b)$  er tracking error

Valg av benchmark er sentralt ved kalkulering av information ratio da benchmark bør ligge nært opp til forvalters investeringsstil (Goodwin 1998). Skal man evaluere en investor som hovedsakelig investerer i små selskaper bør det brukes en indeks bestående av små selskaper og ikke en hovedindeks. En investor bør heller ikke basere sin strategiske allokering utelukkende på bakgrunn av information ratio, men heller vurdere ulike forvaltere innenfor lignende investeringsstiler eller aktiva. I tillegg til sårbarheten for korrekt benchmark krever dette prestasjonsmålet store mengder data for å kunne gi signifikant informasjon, noe som gjør den mer krevende å kalkulere.

Et viktig spørsmål innenfor prestasjonsmål er om resultatene skyldes flaks, uflaks eller tilfeldigheter i differanseavkastningen. For å ta for seg denne problemstillingen må man ha et

tilstrekkelig antall observasjoner (NOU 2003:22) og bruke en tosidig t-test. Formelen for IR er identisk med uttrykket for en t-verdi, noe som gir følgende sammenheng:

$$t - verdi = \frac{Estimert snitt}{Estimatets standardfeil} = IR \times \sqrt{N} \quad (2.24)$$

Hvor:

$N$  er antall observasjoner

### Jensens alpha

Jensens alpha ble definert i en artikkel fra 1968 der Michael C. Jensen måler den realiserte avkastningen til 115 fond mot forventet avkastning gjennom CAPM. Jensen ville på denne måten se om noen av de utvalgte fondsforvalterne var i stand til å konsistent slå markedet år etter år. I stedet for å bruke et relativt mål som rangerer porteføljene opp mot hverandre (som for eksempel Sharpe-ratioen) utviklet han et absolutt mål der hvert fond ble målt mot en absolutt standard (CAPM). Ved å kjøre regresjonsanalyser på dataene fra fondene estimerte Jensen alfa-verdiene fra 1945 til 1964 og fant at gjennomsnittlig alfa-verdi var  $-1.1\%$ . Dette ga dermed sterk støtte til teorien om markedseffisiens og at få forvaltere var i stand til å slå markedet. Jensens alfa defineres slik (Jensen 1967):

$$\alpha_p = R_p - [r_f + \beta_p(R_m - r_f)] \quad (2.25)$$

Hvor:

$\alpha_p$  er porteføljens alfaverdi

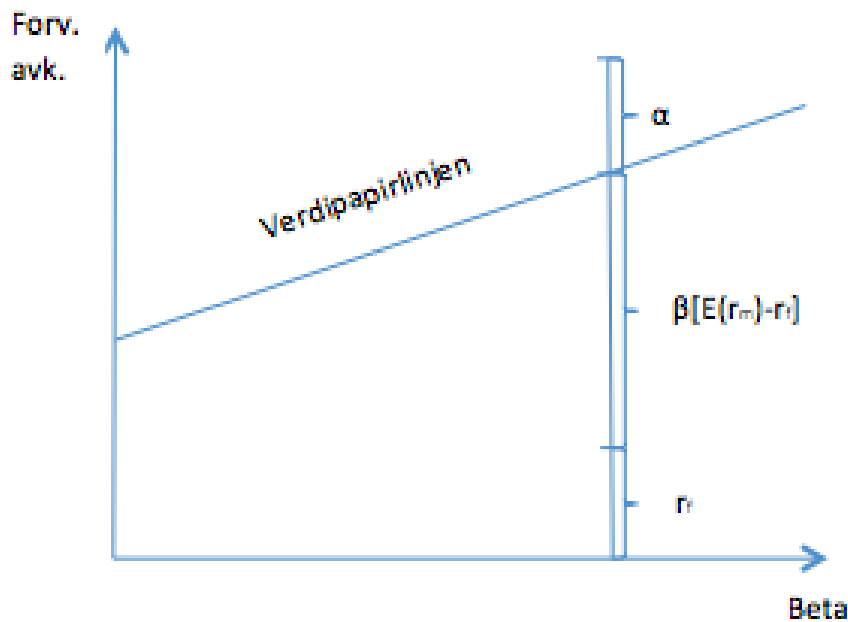
$R_p$  er porteføljens avkastning

$r_f + \beta_p(R_m - r_f)$  er CAPM

Alfaverdien viser altså forvalters evne til å skape avkastning utover likevektsavkastningen gitt ved verdipapirlinjen (Figur 2-10). Dette betyr at en forvalter må ha evne og informasjon til å finne aksjer som gir høyere avkastning enn forventet avkastning gjennom CAPM. Figur 2-10 illustrerer forholdet mellom CAPM og alfa.

Siden Jensens alfa skal måles mot en markedsindeks blir valg av indeks viktig. Det kan være en utfordring og finne en indeks som passer til porteføljen som skal måles, og ”feil” indeks vil redusere informasjonsverdien av dette prestasjonsmålet.

Figur 2-10: Jensens alpha



Alfa-verdi er en av de mest kjente og brukte begrepene i evaluering av porteføljeforvaltere. I følge Feibel (2003) kan det imidlertid være forskjell på alfa-verdier alt etter hvordan de er beregnet. En alfa-verdi kalkulert ved bruk av CAPM kan for eksempel være forskjellig fra en regresjons-alfa da de to metodene har forskjellige verdier på koeffisientene. Ved beregning av Jensens alpha brukes CAPM som referansepunkt for å finne meravkastningen.

### Treynor-ratio

Treynor-ratio måler meravkastning utover risikofritt alternativ per enhet systematisk risiko. Dette prestasjonsmålet er altså identisk med Sharpe-ratio, bare at det relevante risikomål er systematisk risiko i stedet for total risiko. Dette betyr at for en veldiversifisert portefølje vil Treynor- og Sharpe-ratioen ligge nært hverandre. Det er viktig å merke seg at Treynor-ratioen i likhet med Sharpe-ratioen ikke sier stort om en porteføljes prestasjon, den brukes stort sett som et relativt mål mot andre porteføljer.

Tanken bak dette prestasjonsmålet er at investor kun vil få kompensasjon for å påta seg systematisk risiko siden den usystematiske risikoen kan diversifiseres bort.

For en veldiversifisert investor vil den usystematiske risikoen være diversifisert bort. Derfor vil Treynor-ratioen være et nyttig hjelpemiddel til å se i hvilken grad en ny investering påvirker den systematiske risikoen.



Treynor-ratio defineres slik (Treynor 1965):

$$T_p = \frac{R_p - r_f}{\beta_p} \quad (2.26)$$

Hvor:

$R_p$	er avkastning til porteføljen
$R_f$	er risikofri plassering
$\beta_p$	er porteføljens systematiske risiko

## 2.2.7 Risikoaversjon og optimal portefølje

Graden av risikoaversjon sier noe om en investors holdning til risiko, og hvordan risikoprofilen til investorens optimale portefølje bør se ut. Risikoaversjon deles gjerne inn i to ulike mål, relativ og absolutt risikoaversjon (Pratt 1964). For å definere disse målene må man først ha et uttrykk for risikopremien, som er den verdien som må trekkes fra forventet verdi for å gjøre individet upåvirket av risiko.

Tar utgangspunkt i en Bernoulli nyttefunksjon  $U(x)$  og lar  $w$  være formue, mens  $\pi$  står for risikopremien.

$$EU(\tilde{w}) = U(E\tilde{w} - \pi) \quad (2.27)$$

En Taylor-utvidelse av venstresiden i ligning 2.26 gir:

$$U(\tilde{w}) \approx UE(\tilde{w}) + U'(E\tilde{w})(\tilde{w} - E\tilde{w}) + \frac{1}{2}U''(E\tilde{w})(\tilde{w} - E\tilde{w})^2 \quad (2.28)$$

Siden  $(\tilde{w} - E\tilde{w})^2 = E\sigma^2$ , får vi at:

$$EU(\tilde{w}) \cong U(E\tilde{w}) + \frac{1}{2}U''(E\tilde{w})E\sigma_w^2 \quad (2.29)$$

En Taylor-utvidelse av høyresiden i ligning 2.26 gir:

$$U(E\tilde{w} - \pi) \approx U(E\tilde{w}) - U'(E\tilde{w})\pi \quad (2.30)$$

En kombinasjon av 2.28 og 2.29 gir:

$$U(E\tilde{w}) - U'(E\tilde{w})\pi \cong U(E\tilde{w}) + \frac{1}{2}U''(E\tilde{w})E\sigma_w^2 \quad (2.31)$$

Løser ut og får:

$$\pi \cong \frac{1}{2} \left( \frac{-U''(E\tilde{w})}{U'(E\tilde{w})} \right) E\sigma_w^2 \quad (2.32)$$

Leddet i parentesen er koeffisienten for absolutt risikoaversjon:

$$R_A = \frac{-U''(E\tilde{w})}{U'(E\tilde{w})} \quad (2.33)$$

Multipliseres  $R_A$  med  $E\tilde{w}$  får vi koeffisienten for relativ risikoaversjon:

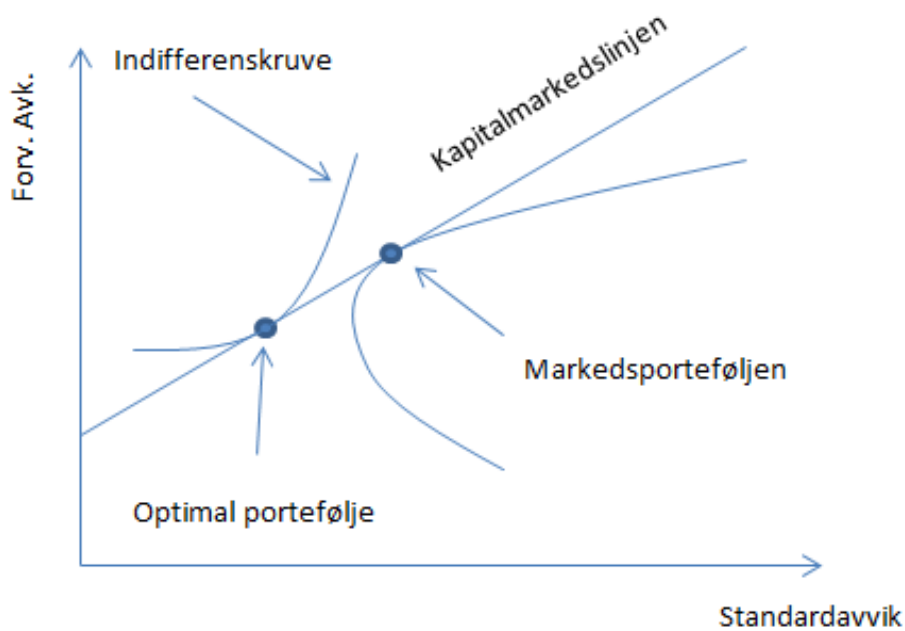
$$R_R = \frac{-U''(E\tilde{w})E\tilde{w}}{U'(E\tilde{w})} \quad (2.34)$$

Graden av risikoaversjon deles som regel inn i tre ulike kategorier: risikoavers, risikonøytral og risikosøkende.

En risikoavers person vil oppnå mer nytte av å velge et sikkert aktivum (med forventning) fremfor et usikkert beløp med samme forventning, slik at  $EU(w) < U(Ew)$ . For en risikonøytral person vil nytten ved de to være identisk, slik at  $EU(w) = U(Ew)$ . Vedkommende vil altså være indifferent mellom de to beløpene. En risikosøkende person vil foretrekke det usikre beløpet, slik at  $EU(w) > U(Ew)$ .

Avhengig av risikoaversjonen har hver investor en optimal portefølje som består av ulike deler markedsportefølje (tangeringsportefølje) og risikofritt aktivum. Denne porteføljen vil befinne seg et sted på kapitalmarkedslinjen. Eksakt hvor på kapitalmarkedslinjen den vil ligge avhenger av investors risikoaversjon som vil bestemme hvor indifferenskurven tangerer kapitalmarkedslinjen (se figur under). Jo høyere grad av risikoaversjon, jo lenger til venstre på kapitalmarkedslinjen vil investors optimale portefølje befinne seg (høyere innslag av risikofritt aktivum i den optimale porteføljen) (Chen et al. 2010).

Figur 2-11: Risikoaversjon og optimal portefølje



Det er verdt å merke seg at risikoaversjonen hos investorene ikke vil ha noen betydning for hvilken risikabel portefølje de velger. Siden tangentporteføljen har den største Sharpe-ratioen, vil denne porteføljen være å foretrekke for alle investorer. Hvor stor andel som skal investeres i denne porteføljen i forhold til risikofritt vil derimot variere fra investor til investor. Som illustrert i Figur 2-11 vil risikoaversjonen bestemme hvor indifferenskurven tangerer kapitalmarkedslinjen. Dette tangeringspunktet vil bestemme blandingen av risikofyllt og risikofritt aktivum i den optimale porteføljen. For å bevege seg lenger opp langs kapitalmarkedslinjen enn markedsporteføljen må investor belåne porteføljen. Dette vil ikke være relevant i vårt tilfelle da banken ikke skal lånefinansiere aksjeplasseringene sine.

Vi ser også av Figur 2-11 av nytteverdien øker for investorene når det finnes et risikofritt alternativ. Uten risikofritt alternativ vil ikke kapitalmarkedslinjen eksistere, og investorene må derfor tilpasse seg et sted på den effisiente fronten, noe som vil bety lavere nytteverdi. Dessuten gir et risikofritt alternativ de minst risikoaverse investorene muligheten til å belåne porteføljen slik at de bedre kan tilpasse seg sine preferanser.

For å finne de ulike andelene av tangentporteføljen og risikofritt aktivum i den optimale porteføljen tar vi utgangspunkt i følgende nyttefunksjon:

$$\max_y U = E(r_c) - \frac{A}{2} \sigma_c^2 \quad (2.35)$$

Hvor:

$U$  er nytteverdi

$A$  er relativ risikoaversjon

$E(r_c)$  er avkastning på den optimale porteføljen

Hvis  $y$  er andel i tangentporteføljen kan uttrykket for den optimale porteføljen skrives slik:

$$E(r_c) = r_f + y[E(r_p) - r_f] \quad (2.36)$$

Dermed kan ligning 2.34 skrives om til:

$$\max_y U = r_f + y[E(r_p) - r_f] - \frac{A}{2} y^2 \sigma_p^2 \quad (2.37)$$

Den deriverte av denne ligningen settes lik null og løses ut med tanke på  $y$ . Man ender da opp med et uttrykk for optimal andel i tangentporteføljen,  $y^*$ :

$$y^* = \frac{E(r_p) - r_f}{A\sigma_p^2} \quad (2.38)$$

Dermed blir andelen i risikofritt:

$$w_{r_f} = 1 - y^* \quad (2.39)$$

### 3. Metode

Innledningsvis vil vi gi en beskrivelse av hvordan vi har gått fram for å kartlegge risikoaversjonen hos de ansvarlige for aksjeforvaltningen i sparebanken. Her vil vi vise hvordan undersøkelsen er utformet i tillegg til å gi en oversikt over hvordan vi har analysert resultatene av undersøkelsen.

I neste avsnitt tar vi for oss grunnleggende teori om lineær regresjonsanalyse. Vi diskuterer blant annet de viktige forutsetningene som ligger til grunn for en regresjonsmodell. Størsteparten av det teoretiske rammeverket er hentet fra Løvås (2005), Hill et al. (2012) og forelesninger i faget ”MET 2010 – Anvendt statistikk” på Trondheim Økonomiske Høgskole.

Innenfor porteføljeoptimeringen og porteføljeevalueringen har vi anvendt denne teorien på sparebankens aksjeplasseringen for å kunne si noe om resultatene av forvaltningen. Ved å gjennomføre disse analysene i Microsoft Excel, SPSS og STATA får vi på en oversiktlig og god måte fram ulike sider ved denne forvaltningen. Modellen utarbeidet i Microsoft Excel er presentert i kapittel 5.

#### 3.1 Kartlegging av risikoaversjon

Graden av risikoaversjon kan identifiseres på flere måter (Guiso et al. 2011). En måte er å se på en investors portefølje og identifisere risikoaversjonen ved å se på risikoprofilen til denne porteføljen. En mer direkte metode er å kartlegge risikoaversjonen gjennom eksperimenter. En tredje måte er å gjennomføre undersøkelser med spørsmål av sosioøkonomisk karakter, som for eksempel valget mellom ulike investeringer med ulik risikoprofil.

Vi har valgt det siste alternativet og vi har gjort dette gjennom å sende ut et skjema med hypotetiske investeringsbeslutninger til de som har vært og er ansvarlige for aksjeforvaltningen i banken (se vedlegg 9.1). Spørsmålene går på valget mellom en sikker avkastning mot en usikker avkastning. Spørsmål nummer 1 er formulert slik:

*Anta at du har tilgang til to (og bare to) investeringsstrategier for hele porteføljen du forvalter. Strategi 1 gir en sikker avkastning på 6.2 %. Strategi 2 gir med 50 %*

*sannsynlighet en avkastning på 20 %, og med 50 % sannsynlighet en avkastning på – 3.7 %.  
Hvilken strategi velger du?*

Undersøkelsen er utformet slik at respondentene blir representert for ulik nedside i den usikre avkastningen etter hvordan de har svart. Valgte respondenten strategi 2 på spørsmål 1, blir vedkommende stilt overfor et valg med en større nedside. Basert på svarene på disse spørsmålene kan graden av risikoaversjon estimeres rimelig presist. Undersøkelsen ble laget i Qualtrics, et program som forenkler prosessen med å lage skjemaet i tillegg til å gjøre undersøkelsen mer oversiktlig for respondentene.

Ligningen under viser hvordan man basert på resultatet av spørreundersøkelsen kalkulerer et estimat på risikoaversjonen. På venstre side av ligningen er det sikre alternativet ( $r_1$  er positiv), mens det på høyre side er 50 % sjanse for positiv avkastning og 50 % sjanse for negativ avkastning. Ved å be respondentene vurdere det sikre alternativet opp mot det usikre (med ulik størrelse på nedsiden), vil man kunne snevre inn risikoaversjonen til å være i følgende intervall:  $[0,1]$ ,  $[1,2]$ ,  $[2,3]$ ,  $[3,4]$ ,  $[4,5]$  eller  $[5,\infty]$ .

$$\frac{(x(1+r_1))^{1-p}}{1-p} = \frac{1}{2} \frac{(x(1+r_2))^{1-p}}{1-p} + \frac{1}{2} \frac{(x(1+r_3))^{1-p}}{1-p} \quad (3.1)$$

Hvor:

- $x$  er størrelsen på portefølje
- $r_n$  er årlig avkastning
- $p$  er relativ risikoaversjon

De ulike metodene for kartlegging av risikoaversjon har alle sine fordeler og ulemper (Guiso et al. 2011). Fordelen med å kartlegge risikoaversjonen gjennom en spørreundersøkelse er at det er en rask og billig metode. Med de verktøy som finnes i dag kan man lage en undersøkelse, distribuere den og analysere svarene på kort tid uten å måtte bruke særlige midler. Dette står i motsetning til å benytte seg av eksperimenter, som er både kostbart og tidkrevende. I tillegg ville dette i forbindelse med denne utredningen vært vanskelig av geografiske årsaker.

Begrensningen til en spørreundersøkelse vil alltid være at det er snakk om hypotetiske spørsmål, og at respondentenes svar kan avvike fra hvordan de opptrådte i en faktisk situasjon. Man kan derfor med fordel supplere spørreundersøkelser med andre metoder, som

å se på respondentenes atferd i praksis. I en investeringssammenheng kan man gjøre dette ved å se på hvilke valg respondentene tar i aksjemarkedene, og hvordan risikoprofilen til deres portefølje ser ut.

Forskning gjort av Ding et al. (2010) bekrefter at spørreundersøkelser ikke fullt ut reflekterer hvordan respondentene ville agert i en virkelig situasjon. En spørreundersøkelse kan riktignok gi en god indikasjon på retningen av risikoaversjonen, men presisjonen av disse indikasjonene er ikke nødvendigvis høy.

## 3.2 Regresjonsmodell

Gjennom en regresjonsmodell ønsker vi å analysere sammenhenger og derfor må de variablene som vi ønsker å ha med i analysen være relatert til hverandre. Til notasjon bruker vi  $X$  og  $Y$ . Der vanlig bruk innenfor statistikk er at  $Y$  oppfattes som en funksjon av  $X$ .  $Y$  går ofte under navnet responsvariabelen og  $X$  som forklaringsvariabel.

En regresjonsanalyse går lenger enn en korrelasjonsanalyse. Ved hjelp av en korrelasjonsanalyse kan vi finne ut om det er en sammenheng mellom variablene. En sammenheng<sup>5</sup> som vil variere mellom  $-1$  (negativ sammenheng) og  $1$  (positiv sammenheng). En sammenheng som blir målt med hjelp av korrelasjonskoeffisienten  $R$ . Vi kan alltid beregne korrelasjonskoeffisienten, men det er ikke sikkert at den gir oss noen meningsfull informasjon til vår analysebruk.

Vi vil ikke bare vite om det er en sammenheng mellom variablene i analysen, vi ønsker også å vite hvilken sammenheng det er. Sagt på en annen måte; vi er interessert i å vite hvor sterk påvirkning en uavhengig variabel  $X$  har på en avhengig variabel  $Y$ . Denne sammenhengen antas å være lineær. Det finnes ingen begrensninger for hvor mange uavhengige variabler vi kan ha i en regresjonsmodell (multippel regresjonsanalyse). For vår analyse i denne oppgaven vil vi bare forholde oss til én (bivariat regresjonsanalyse). Dette fordi singel indeks modellen bare inneholder én risikoparameter.

---

<sup>5</sup> Positiv  $R$ , indikerer at punktene i spredningsplottet ligger i nærheten av en **økende** rett linje, og vice versa.

En enkel lineær regresjon vil si at vi ser på en rettlinjert sammenheng mellom to variabler. Vi kan illustrere regresjonsmodellen med en gjennomgang av disse uttrykkene:

Rett linje generelt:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X \quad (3.2)$$

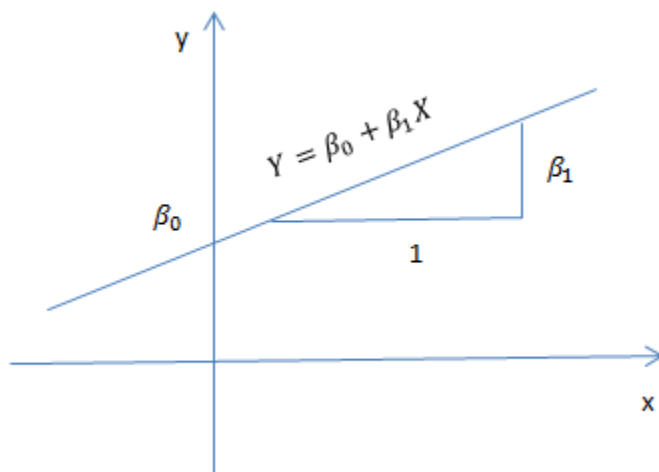
Verdien av den avhengige variabel Y for en enhet i ved perfekt lineær sammenheng:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i \quad (3.3)$$

Den samme verdien ved stokastisk sammenheng:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + e_i \quad (3.4)$$

Figur 3-1: Formel for en rett linje



For den stokastiske sammenhengen så er uttrykket  $Y_i$  for den avhengige variabelen en funksjon for av de stokastiske forklaringsvariablene  $X_i$ , konstanteneleddene  $\beta_0$  og  $\beta_1$  og feilleddet  $e_i$ . Feilleddet  $e_i$  er en stokastisk størrelse som forstyrrer den lineære sammenhengen som gis av den ukjente linjen  $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i$

Feilleddene, også kalt residualer, har forventning lik null ( $\mu_0 = 0$ ) og ukjent varians ( $\sigma^2$ ).  $\beta_0$  viser hvor linjen krysser y-aksjen og angir predikert verdi på Y når alle de andre variablene settes lik null.  $\beta_1$  er regresjonslinjens stigningstall. Intuitivt så kan man si at når X øker med 1, øker altså Y med  $\beta_1$ , gitt at de andre variablene holdes konstant.  $\beta_1$  kalles også for den ustandardiserte regresjonskoeffisienten og viser gjennomsnittlig endring i Y. Vi vil komme



tilbake til tolkningen av disse tallene og resten av regresjonsanalysen i en praktisk gjennomgang når vi har plottet inn vårt datamateriale i analysekapittelet.

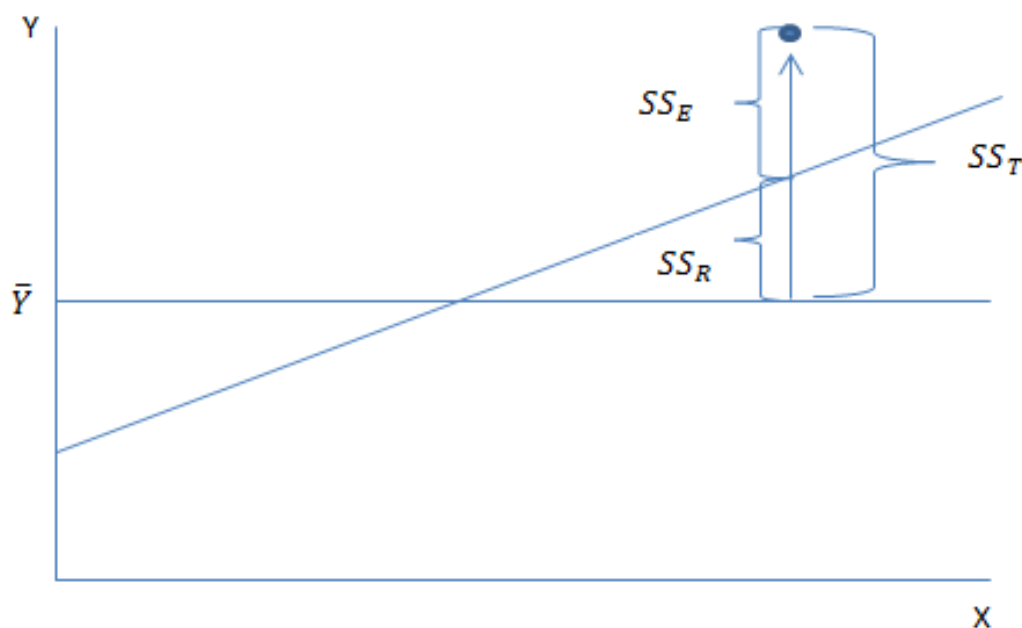
### 3.2.1 Hvor god er modellen vår?

Vanlig notasjon for forklaringsgraden til en modell er  $R^2$ , også kjent som Pearsons r. Som vi ser er dette den kvadrerte korrelasjonskoeffisienten og blir betegnet som determinasjonskoeffisienten. Dette parameteret forteller oss hvor stor andel av variasjonen i den avhengige variabelen (Y) kan forklares av den uavhengige forklaringsvariabelen (X). Beregningene for denne kan variere fra lærebok til lærebok. Bakgrunnen for det bygger på det samme, summen av kvadratene mellom Y-observasjonene og deres gjennomsnittsverdi. Denne summen kalles for  $SS_T$  (total sum of squares). Den totale summen kan deles opp i en del som forklares av vår modell,  $SS_R$  (regression sum of squares), og én del som skyldes tilfeldige avvik (residual),  $SS_E$ . Denne sammenhengen kan vises slik:

$$\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 = \sum_{i=1}^n (\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i - \bar{Y})^2 + \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 X_i)^2 \quad (3.5)$$

$SS_T$ 
 $SS_R$ 
 $SS_E$

Figur 3-2: Sammensetning av  $SS_T$



**Feil! Fant ikke referansekilden.** viser hvordan de enkelte avvikskvadratene kan deles opp ra gjennomsnittsverdien og opp til observasjonspunktet.

Ut fra disse kvadratsummene kan vi beregne determinasjonskoeffisienten  $R^2$ :

$$R^2 = \frac{SS_R}{SS_T} = \frac{\text{Forklart varians}}{\text{Total varians}} \quad (3.6)$$

$R^2$  vil variere mellom 0 og 1. Når  $R^2 = 0$  er der ingen forklart varians og modellen vår kan ikke forklare noe. Når  $R^2 = 1$  har vi 100 % forklart varians og vi kan si at 100 % av variasjonen i den avhengige variabelen skyldes variasjonen i den uavhengige variabelen. Hva som er en bra eller dårlig  $R^2$ -verdi er vanskelig å si. Det kommer som oftest an på hva som skal forklares i modellen. Vi kan derimot si at desto høyere  $R^2$ , jo bedre er modellen vår. Videre kan vi anta at de viktigste forklaringsvariablene er tatt med i modellen og at residualene ikke er store.

### 3.2.2 Forutsetninger for regresjonsmodellen

Det er viktig at modellen vår tilfredsstillende forutsetningene til en lineær regresjon, ellers vil analysen vår gi feilaktige konklusjoner. Videre er det viktig at modellen vår er korrekt spesifisert, og at vi har tatt med alle relevante uavhengige variabler. Det er spesielt viktig at sammenhengen er tilnærmet lineær. Løvås (2005) formulerer tre viktige krav for residualene som må være tilfredsstillende:

- Residualenes varians må være konstant, uavhengig av  $x$
- Residualene må være uavhengige av hverandre
- Residualene må være normalfordelte

Det er også lurt å kontrollere for “uteliggere” og innflytelsesrike enheter, i tillegg til at modellen er additiv. Vi skal diskutere hvilke konsekvenser brudd på disse forutsetningene har.

#### Fravær av konstant varians

Det er slik at residualene skal ha konstant varians og tilnærmet lik varians (homoskedastisitet). Brudd på forutsetningen om konstant varians kalles for heteroskedastisitet. Dette har vi når variansen endrer seg betydelig når  $x$ -verdien øker. Variansen skal på ingen måte danne noe mønster, der de punktene i plottet ligger rundt midtlinjen for lave  $x$ -verdier for så å spre seg ved økende  $x$ - eller  $y$ -verdier. For å avdekke om vi har med heteroskedastisitet å gjøre i vår modell, kan vi kjøre et scatterplott med hjelp av SPSS, der residualene kjøres opp mot de predikerte verdiene. I dette plottet ser vi om der

---

er en økende varians utover i diagrammet. Har vi en slik fordeling så har vi med heteroskedastisitet å gjøre. Det er også mulig å utføre en Breusch-Pagan test i STATA som vil si noe om graden av heteroskedastisitet. Problemet med heteroskedastisitet er at selv om estimatene forblir forventningsrette, så blir standardfeil til estimatene og de tilhørende t-testene (p-verdiene) feilaktige. Ved et stort antall observasjoner trenger ikke en viss heteroskedastitet å utgjøre noe stort problem. Heteroskedastitet kan ofte reduseres ved transformasjoner av den avhengige eller noen av de uavhengige variablene.

### **Fravær av uavhengighet**

Uavhengighet mellom observasjonene er viktig, og blir også av Løvås (2005) sett på som den viktigste betingelsen for feilleddene. Er ikke observasjonene uavhengige av hverandre, så blir heller ikke residualene uavhengige av hverandre. Den mest vanlige formen for avhengighet kalles for autokorrelasjon. Dette er sjeldent et problem for tverrsnittundersøkelser, men kan være et stort problem ved tidsseriedata hvor man har en rekke gjentatte observasjoner av den samme observasjonsenheten, som vi har i vår modell. For å finne ut om der foreligger autokorrelasjon i våre data kan vi benytte oss av Durbin-Watson-testen. Denne testen viser verdier fra null til fire, hvor en verdi på to sier at der er ingen autokorrelasjon. Betydelig grad av autokorrelasjon kan føre til alvorlig underestimering av standardfeil og økt sannsynlighet for type-I feil (Strabac 2009).

### **Fravær av normalfordeling**

Om residualene er normalfordelte ser vi best ved hjelp av et histogram. Der skal toppunktet ligge midt i grafen, og halene vil være like lange på hver sin side. I Løvås (2005) sies det at dette kravet er det minst alvorlige, da det er tilstrekkelig at residualene er tilnærmet normalfordelte. Svært skjev fordeling, det vil si store avvik, vil være problematisk siden dette vil gi oss feilaktige t-tester og våre konklusjoner vil ikke være gyldige. Det skal normalt ikke være noe problem med normalfordeling for store utvalg, noe vi også har i vår modell.

Dette er alle viktige krav for at regresjonsmodellen vår skal være tilfredsstillt.

### **Det er også lurt å sjekke for**

Store avvik fra normalfordelingen. Dette kan være eksempel på innflytelsesrike enheter og/eller "uteliggere". Innflytelsesrik enhet er en enhet som har betydelig innflytelse på

resultatet av regresjonsanalysen. En “uteligger” er en enhet som har en uvanlig x- eller y-verdi. SPSS har ulike metoder og mål for å avdekke slike enheter, og Cook’s D er kanskje det viktigste målet på innflytelse. Det forteller oss enhetenes totale innflytelse på modellen som helhet. Det er ofte problematisk å avgjøre om man skal ta vekk enheter fra analysen. Det er uansett viktig å kontrollere for feil i vårt datamateriale. Dersom det ikke er noe galt, kan disse enhetene være av stor betydning for analysen vår videre. Typisk vil slike innflytelsesrike enheter og “uteliggere” være et problem ved små utvalg, eller at X og/eller Y har stor variasjonsbredde.

Kontroll for multikollinearitet vil si at vi ser på korrelasjonen mellom to eller flere x-variabler. Dette er noe som typisk oppstår ved innføring av annengradsledd og eventuelt samspillsledd. For høy multikollinearitet kan by på problemer og bør unngås. Det vil si at X-variabler måler mye av det samme, og det blir derfor vanskelig å skille variablenes effekter fra hverandre. Høy multikollinearitet vil også gi høye standardfeil til koeffisientene (Strabac 2009). Det finnes to mål på dette, VIF og “tolerance”. Multikollinearitet vil ikke være noe problem for oss siden vi kun har én forklaringsvariabel.

## 4. Data

Vi vil i dette kapitlet gjennomgå blant annet hvordan ulike data er blitt bearbeidet og innsamlet. Det er viktig å presisere hvilke rammeverk våre analyser er basert på, og ved å presentere de viktigste punktene vil dette gi et grunnlag for å forstå våre anslag videre i oppgaven.

Vi har innhentet månedlige data fra en femårsperiode som strekker seg fra **1.1.2007** til **31.12.2011**. De månedlige dataene for Oslo Børs er hentet fra Børsprosjektet<sup>6</sup>. Tall for norske rentepapirer er hentet fra Norges Bank sin hjemmeside. Gjennom vår kontaktperson i banken har vi fått tilgang til transaksjonsliste og avkastningsdata for porteføljen vi skal analysere i denne oppgaven. Porteføljen blir kalt “omløpsaksjer”, og blir forvaltet av administrasjonen. Våre beregninger er gjort på bakgrunn av disse månedlige dataene. Vi har brukt sluttnoteringene for hver måned. Det er naturlig for oss å bruke månedlige tall fordi de fleste rapporteringer fra kapitalmarkedene også er på månedlig basis. Også antall observasjoner er viktig for å få et representativt godt utvalg, samtidig som det gir et mer presist estimat innenfor statistiske analyser. Avkastningstallene fra sparebanken er blitt beregnet på bakgrunn av alle transaksjonene som er blitt gjort i perioden fra 1.1.2007 til og med 31.12.2011. Vi har også fått oppgitt hva porteføljen til sparebanken har vært ved utgangen av hver periode (måned), slik at vi måtte justere for eventuelle kjøp, salg, utbytter og emisjoner som har vært i den respektive måneden. Totalt har det vært 310 transaksjoner gjennom denne femårsperioden.

### 4.1 Valg av tidsperiode

Vi har valgt å vektlegge det å ha nok observasjoner, samtidig som at vi også har en tidsperiode som er relevant for fremtidige studier. Markedet endrer seg stadig, og innenfor vår tidsperiode får vi med oss starten på den krisen som rammet den globale økonomien hardt (subprime-krisen), og som vi ser har utviklet seg til en gjeldskrise på nasjonalt nivå i EU. Bakgrunnen for valget av en femårsperiode er også at det var i starten på denne perioden (2007) at banken startet med å eksponere seg mer mot aksjemarkedet. I de tidligere år har

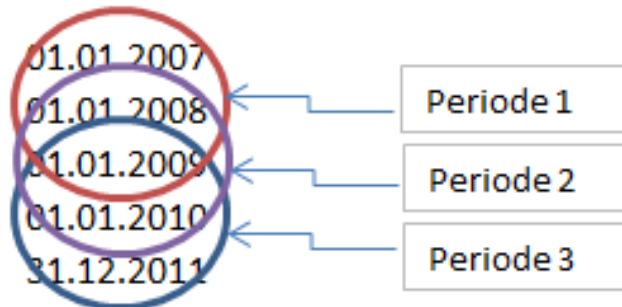
---

<sup>6</sup> [www.nhh.no/borsprosjektet](http://www.nhh.no/borsprosjektet) - en database til finansielle markedsdata på Norges Handelshøyskole.

banken gjennomgått en omstrukturering og derfor solgt seg ned i risikable aktiva. Dette betyr også at avkastningsdata de første årene fra porteføljen vil være begrenset siden den er av en mindre størrelse, både med tanke på eksponering og verdi. Valget av tidsperiode vil ha stor innflytelse på hvordan prestasjonene til både banken og Oslo Børs vil se ut. I 2007 vil mange si at vi er på toppen av en oppgangskonjunktur (peak), og vi vil derfor observere at det i datasettet er store variasjoner i avkastningene, og relativt store endringer fra måned til måned. Dette er viktig å ta hensyn til når vi videre skal basere oss på slike avkastningstall. Frem til slutten av 2011 har børsen hentet inn store deler av tapet som kom etter den økonomiske krisen. Likevel er ikke børsen tilbake på det samme nivået som den var i 2007. På bakgrunn av dette vil vi, som nevnt, få med oss både nedtur og opptur i det norske aksjemarkedet.

Vi har for vår analyseperiode på fem år, foretatt en inndeling i tre like perioder. Vi deler inn disse periodene med bakgrunn i “moving average”, hvor det på norsk blir bare oversatt til glidende gjennomsnitt. Hver ny periode blir overlappet av et nytt år, og det første året i den tidligere perioden går ut.

Figur 4-1: Delperioder



## 4.2 Valg av referanseindeks

Som en representativ referanseindeks for det norske aksjemarkedet er Oslo Børs Benchmark Index (OSEBX), også kalt hovedindeksen på Oslo Børs. OSEBX er en kapitalveid indeks, det vil si at jo større børsverdi et selskap har, desto større vekt får selskapet i indeksen. Videre er OSEBX justert for utbytte og splitter, og er friflytjustert. Det vil si at aksjer som ikke anses tilgjengelig i markedet er fjernet.

Vi har i vår oppgave valgt å se på sektorinndelingen på Oslo Børs for å danne “Markowitz efficient frontier”. Front porteføljen skal danne referansemarkedet for alle effisiente

---

porteføljer, og vi vil på bakgrunn av denne kunne vurdere bankens portefølje. Siden vi tar med alle sektorene på Oslo Børs, vil det si at vi også tar med alle de børsnoterte selskapene på Oslo Børs. Det finnes en samlet indeks for disse selskapene og heter Oslo Børs Aksjeindeks (OSEAX). OSEAX inneholder alle noterte aksjer på Oslo Børs. Det er per 26.3.2012 notert 176 selskaper på Oslo Børs. Indeksen er justert for kapitalhendelser på daglig basis og totalt antall utestående aksjer for hvert indeksmedlem er representert i indeks. OSEAX er justert for utbytte (oslobørs.no). Oslo Børs er delt inn i 10 ulike sektorer (vedlegg 9.2 for oversikt over inndelingen og selskapene). Denne inndelingen er basert på det globale kategoriseringssystemet GICS (Global Industry Classification Standard) som er utviklet av Standard & Poor's og MSCI Barra. Systemet kan blant annet brukes til å sammenlikne sektorer på tvers av landegrenser.

### 4.3 Avkastningsberegning

I oppgaven bruker vi aritmetisk gjennomsnitt for de historiske tallene. Grunnen til det er at det aritmetiske gjennomsnittet er en enkel metode, og vi ønsker å analysere de historiske dataene for de siste fem årene til bruk i våre modeller. Vi tenker ikke nødvendigvis å bruke dem som en pekepinn på fremtidig avkastning. Geometrisk avkastning er også en god metode for å måle historisk gjennomsnitt for en start-til-sluttperiode. Geometrisk gjennomsnitt bruker en relativ vektning, og slik blir alltid det geometriske gjennomsnittet lavere enn det aritmetiske. Vi er ikke ute etter en kjøpt-og-holdtstrategi. Vi vil måle den månedlige avkastningen for de siste fem årene, og med 60 observasjoner er det ikke noe i veien for at våre estimater ikke skal tilfredsstille eventuelle statistiske krav. Vi ser for hver måling hvilken avkastning referanseindeksen, eller porteføljen har klart å oppnå. Vi vil derfor på bakgrunn av denne økonomiske informasjonen sammenligne porteføljen opp mot den respektive referanseindeksen for å videre kunne analysere disse resultatene. På bakgrunn av dette benytter vi den aritmetiske metoden for beregning av gjennomsnitt.

### 4.4 Risikofri rente

Vi vil for vår analyseperiode (fem år) benytte oss av tremåneders statskasseveksler som risikofri rente. Valget er gjort på bakgrunn av at vi har månedlige avkastningstall. I tillegg er korte renter mer sensitive for turbulensen som er i markedet, og på den måte vil en kortsiktig rente reflektere markedet bedre på månedlig basis. Markedsdataene er hentet fra Norges

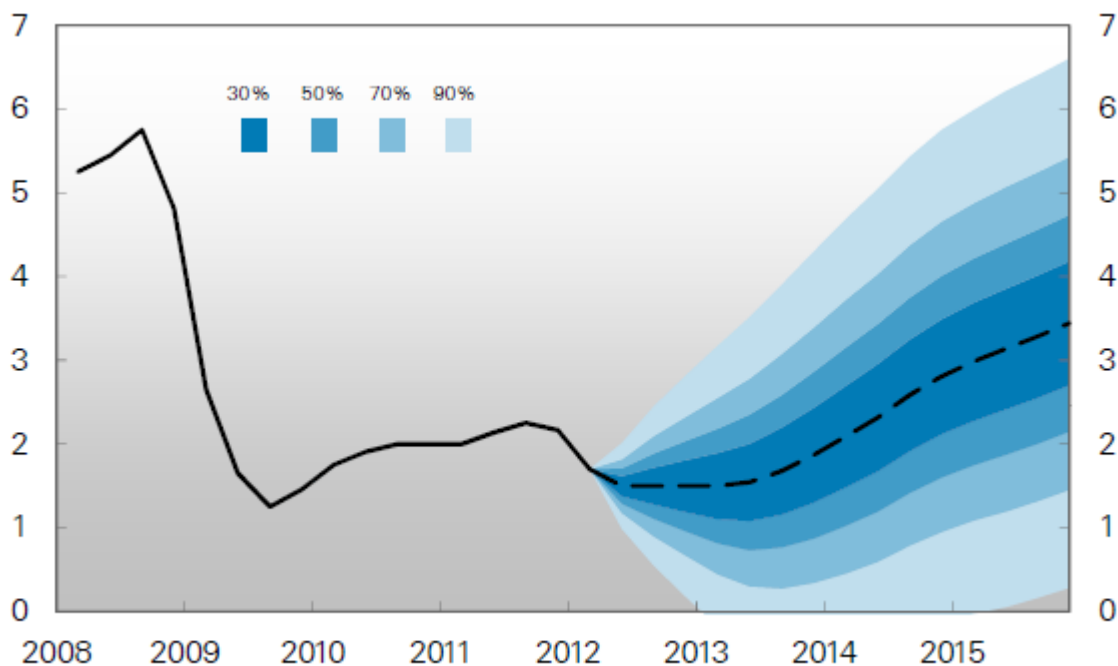
Bank sine nettsider. Disse rentene er basert på månedsgjennomsnitt av daglige noteringer (Oslo Børs). Gjennomsnittlig rente for perioden (1.1.2007 til 31.12.2011) har vært på 3,18 % (se vedlegg 9.3). Siden vi deler femårsperioden inn i tre deler, har vi også beregnet den risikofrie renten for hver periode. Den risikofrie renten blir derfor mer representativ for vår bruk i analysearbeidet.

Figur 4-2 viser Norges Banks anslag på styringsrenten i referansebanen med sannsynlighetsfordeling. Ut i fra anslagene til Norges Bank er det knyttet stor usikkerhet rundt styringsrenten. Figur 4-2 gir en indikasjon på at rentenivået i dag er lavt, og vil bli høyere de kommende tre årene, da tilbake til et nivå på 3,5 %. Tallene vi har hentet er oppgitt som annualiserte månedstall. Siden vi i oppgaven benytter oss av månedlige avkastningstall, så må vi også gjøre den risikofrie renten om til månedlig. Det gjør vi ved bruk av denne formelen:

$$\left[ (1 + \hat{r}_{T3m})^{\frac{1}{12}} \right] - 1 \quad (3.11)$$

Vi beregner den risikofrie renten med samme metode for hver delperiode (se vedlegg 9.3). Vi får disse månedlige risikofrie rentene: 0,26 %, 0,32 %, 0,25 % og 0,17 %. Henholdsvis for periode 2007 – 2011, 2007 – 09, 2008 – 10 og 2009 – 11.

Figur 4-2: Norges Banks anslag for styringsrenten



Kilde: Norges Bank



## 4.5 Transaksjonskostnader

Det er ofte vanskelig å beregne transaksjonskostnader for ulike investorgrupper, siden mange private handler på egenhånd gjennom internett, og institusjonelle investorer gjerne bruker meglerbyråer. Vi har i vårt datamateriale fått oppgitt transaksjonskostnadene som sparebanken har hatt ved de ulike handlene. På den måten er kostnadene blitt tatt høyde for i resultatmålingen. Sparebanken handler gjennom et profesjonelt meglermiljø, noe som innebærer at sparebanken må betale en kurtasje for sine kjøp og salg av verdipapir. En kurtasje er en provisjon som blir betalt til en mellommann som tilrettelegger en handel. Provisjonen er som regel en prosentsats av handelens verdi eller en fast sum per handel. Kurtasje må man betale både på kjøp og salg.

## 5. Modellen

Vi vil i dette kapitlet presentere analysemodellen, som vi har konstruert i Microsoft Excel. Først tar vi for oss beregningen av den effisiente modellen som vi har gjort med historiske tall fra de ulike sektorene på Oslo Børs (OSEAX). Modellen vil vi konstruere ved hjelp av korrelasjonsberegninger, en korrelasjonsmatrise samt en kovariansmatrise. Ut fra disse matrisene vil vi beregne punkter på den effisiente fronten, hvor vi optimaliserer disse punktene med basis i ulike avkastningskrav for hvert punkt. Vi vil bruke denne modellen til å analysere sparebankens portefølje, samt gjøre en beregning for hvordan den porteføljen optimalt kunne vært med hensyn til plassering i henholdsvis risikable og risikofrie aktiva. For å finne denne optimale risikable porteføljen trenger man investors risikoaversjon. Denne har vi funnet gjennom et spørreskjema (se kapittel 3.1) som de tidligere og nåværende ansvarlige for aksjeforvaltningen i banken har besvart. Undersøkelsen er blitt gjort ved hjelp av enkle spørsmål der svareren får oppgitt to svaralternativ for hvert spørsmål. På basis av dette vil undersøkelsen gi oss en indikasjon på hvor risikoavers/risikosøkende sparebanken er i sine valg av plasseringer. Svarene til banken vil gi oss grunnlag for å si noe om hvor stor andel av porteføljen som skal plasseres risikofritt i pengemarkedet i den grad dette er relevant. Vi vil også ved bruk av ulike parametere se på den risikojusterte avkastningen som eventuelt er blitt oppnådd i løpet av analyseperioden.

På bakgrunn av inndelingen av periodene (se kapittel 4.1), vil vi kunne se hvordan den effisiente fronten utvikler seg gradvis fra starten av 2007, hvor Oslo Børs hadde sitt toppunkt, gjennom finanskrisen og tilbake til en viss normalisering av finansmarkedet per 1.1.2012. Vi vil for hver av delperiodene konstruere den effisiente fronten og illustrere den optimale porteføljen ved slutten av perioden. Det er også interessant å se på den samme utviklingen for sparebankens portefølje opp mot den effisiente fronten. Dette vil også gjøre analysen mer interessant når vi da kan se om sparebanken har gjort justeringer gjennom den turbulente perioden. En slik inndeling vil også gi analysen en glattere overgang, siden vi unngår ekstreme observasjoner som har sterk innvirkning på resultatet når vi tar gjennomsnittet av perioden.

Det må også legges til at modellen inneholder restriksjoner, disse blir diskutert senere i kapitlet. Vi bruker perioden 2007 til 2009 som et gjennomgangseksempel for å vise tabeller og figurer som er hentet fra Microsoft Excel.

## 5.1 Korrelasjonsberegning

Korrelasjonsberegningen er gjort på bakgrunn av de månedlige avkastningstallene vi har for de ti ulike sektorene på Oslo Børs, fra 1.1.2007 til 31.12.2011, der vi videre har delt disse inn i tre delperioder. Ved hjelp av verktøyet "Dataanalyse" i Excel beregnet vi korrelasjonsmatrisen mellom de ulike sektorene.

Tabell 5-1: Korrelasjonsmatrise

Korrelasjonsmatrise 2007-2009	OSE10	OSE15	OSE20	OSE25	OSE30	OSE35	OSE40	OSE45	OSE50	OSE55
OSE10 - Energi	1									
OSE15 - Materialer	0,772	1								
OSE20 - Industri	0,747	0,68616	1							
OSE25 - Forbruksvarer	0,494	0,61304	0,59	1						
OSE30 - Konsumentvarer	0,62	0,53593	0,507	0,485	1					
OSE35 - Helsevern	0,47	0,4439	0,509	0,36	0,334	1				
OSE40 - Finansielle tjenester	0,681	0,67175	0,62	0,788	0,656	0,325	1			
OSE45 - Informasjonsteknologi	0,649	0,56075	0,651	0,434	0,449	0,519	0,566	1		
OSE50 - Telekommunikasjon og tjenester	0,64	0,71999	0,683	0,576	0,406	0,524	0,582	0,508	1	
OSE55 - Forsyningsselskaper	0,67	0,59488	0,805	0,603	0,552	0,477	0,533	0,46	0,607	1

Fra denne Tabell 5-1 ser vi at det ikke finnes negative korrelasjoner mellom sektorene, og at sektorene svinger i takt. Videre ser vi blant annet at energisektoren er en av de sektorene med høyest korrelasjon mot de andre sektorene. På den andre siden er det sektoren for helsevern som korrelerer lavest med de andre. Det er korrelasjonen mellom forsyningsselskaper og industri som er sterkeste, med en koeffisient på 0,805. Eksempelvis kan det for en investor i et diversifiseringsperspektiv være best å investere i to sektorer med lav korrelasjon (helst negativ). Dette vil i føre til en mindre volatil portefølje enn om man investerer i to sektorer med høy positiv korrelasjon.

### 5.1.1 Varians og kovarians

For å utarbeide kovariansen bruker vi variansen til de ulike sektorene som er blitt beregnet på bakgrunn av de månedlige dataene.

Tabell 5-2: Gjennomsnittsavkastning og standardavvik for de ulike sektorene

2007 – 2009	Gj.snitt avk.	Std.avvik
OSE10 – Energi	-0,09 %	8,24 %
OSE15 – Materialer	-0,04 %	12,20 %
OSE20 – Industri	-0,97 %	10,52 %
OSE25 – Forbruksvarer	-0,55 %	12,63 %
OSE30 – Konsumentvarer	0,18 %	11,92 %
OSE35 – Helsevern	-0,06 %	7,97 %
OSE40 - Finansielle tjenester	-0,21 %	10,93 %
OSE45 – Informasjonsteknologi	0,70 %	8,93 %
OSE50–Telekommunikasjon og tjenester	-0,20 %	13,33 %
OSE55 – Forsyningsselskaper	-0,76 %	8,04 %

Tabell 5-2 viser standardavvik og gjennomsnittsavkastning på månedlig basis. For å beregne kovariansen bruker vi følgende formel:  $Kovarians(X,Y) = \sigma_X \times \sigma_Y \times \rho_{X,Y}$ . Her er  $\sigma_X$  standardavviket til sektor X og  $\sigma_Y$  er standardavviket til sektor Y.  $\rho_{X,Y}$  viser korrelasjonen mellom sektor X og Y. Av denne formelen konstruerer vi kovariansmatrisen som er vist i vedlegg 9.4. I kovariansmatrisen har vi 45 ulike kovariansledd. Dette er leddene utenom diagonalen, mens vi har ti variansledd langs diagonalen.

## 5.2 Den effisiente front modellen

Vi har her optimert forholdet mellom risiko og avkastning for porteføljer som danner den effisiente fronten, se kapittel 2.2.1 for teori om Markowitz Frontier. Ved å lage denne fronten vil vi lettere kunne illustrere de ulike effisiente porteføljene, og hvilken sammensetning disse har av de ulike sektorene. Vi har også konstruert minstevariansporteføljen (MVP), samt lagt risikofri rente inn i modellen for å illustrere markedsporteføljen ved hjelp av kapitalmarkedslinjen.

For å beregne den effisiente fronten må vi gjøre ulike restriksjoner i analysemodellen. Fra før har vi beregnet kovariansmatrisen, og vi bruker denne til beregningen av de ulike

punktene langs fronten. For å beregne disse punktene benytter vi oss av verktøyet “Problemløser” i Excel.

Ytterpunktene for denne fronten er at avkastningen ikke kan være lavere enn det laveste gjennomsnittet som er beregnet fra avkastningsdataene til sektorene, og vice versa. På den måten er avkastningen for de ulike effisiente punktene innenfor disse rammene (for delperiode 2007-09 gjelder -0,97 % til 0,7 %). For hvert av punktene blir det ved hjelp av problemløseren beregnet optimal vektning av de ulike sektorene innenfor en avkastningsrestriksjon.

Vi beregner også variansen for hvert punkt ved å summere variansen for de ulike vektene av sektorene, hvor hvert punkt også er multiplisert med vektene gitt i cellene for rad og kolonne. Videre blir det også beregnet avkastning for dette punktet (se vedlegg 9.5).

### 5.2.1 Bruk av problemløseren i Excel.

For å finne punktene i den effisiente fronten må problemløseren settes opp slik at den kan finne en løsning for hvert av punktene.

Figur 5-1: Beregning av effisient front med problemløser

Målcellen som er lagt inn er variansen til det aktuelle punktet på den effisiente fronten. Vi haker av “minimum” fordi vi vil minimere variansen for hvert punkt. Variabelcellene er vektene til de ulike sektorene. Vi har lagt inn tre restriksjoner, der summen av alle vektene skal være lik 1. Siden sparebankens mandat ikke tillater short-salg, kan ikke noen av vektene være negative. Til slutt er det lagt inn en restriksjon om avkastningskrav. Dette er blitt gjort for å finne hele fronten, der vi varierer kravet med små trinn. Avkastningskravet kan ikke, som nevnt tidligere, være høyere/lavere enn den høyeste/laveste beregnet gjennomsnittavkastningen for sektorene i analyseperioden. Figur 5-1 ovenfor viser et eksempel der avkastningskravet er lik null prosent. For hvert nytt avkastningskrav minimerer vi variansen. Løsningen til den effisiente fronten er vist i Tabell 5-3

Tabell 5-3: Vekting av sektorer for effisient front i perioden 2007-09

Porteføljevekter mellom sektorer for ulike avkastningskrav												
Avkastningskrav (månedlig)	Std.avvik (mnd)	OSE10	OSE15	OSE20	OSE25	OSE30	OSE35	OSE40	OSE45	OSE50	OSE55	Sum
-0,97 %	10,52 %	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	100 %
-0,80 %	8,23 %	0,00	0,00	0,21	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,79	100 %
-0,70 %	7,70 %	0,00	0,00	0,09	0,00	0,00	0,11	0,00	0,00	0,00	0,80	100 %
-0,60 %	7,27 %	0,00	0,00	0,01	0,00	0,00	0,23	0,00	0,00	0,00	0,77	100 %
-0,50 %	6,96 %	0,03	0,00	0,00	0,00	0,00	0,31	0,03	0,00	0,00	0,63	100 %
-0,40 %	6,77 %	0,09	0,00	0,00	0,00	0,00	0,38	0,05	0,00	0,00	0,48	100 %
-0,30 %	6,69 %	0,22	0,00	0,00	0,00	0,00	0,42	0,03	0,00	0,00	0,33	100 %
-0,20 %	6,62 %	0,17	0,00	0,00	0,00	0,00	0,37	0,01	0,12	0,00	0,33	100 %
-0,10 %	6,66 %	0,24	0,00	0,00	0,00	0,02	0,42	0,00	0,13	0,00	0,20	100 %
0,00 %	6,70 %	0,17	0,00	0,00	0,00	0,01	0,37	0,00	0,26	0,00	0,19	100 %
0,10 %	6,81 %	0,16	0,00	0,00	0,00	0,03	0,37	0,00	0,32	0,00	0,12	100 %
0,20 %	6,97 %	0,15	0,00	0,00	0,00	0,05	0,37	0,00	0,38	0,00	0,05	100 %
0,30 %	7,18 %	0,12	0,00	0,00	0,00	0,06	0,36	0,00	0,46	0,00	0,00	100 %
0,40 %	7,47 %	0,03	0,00	0,00	0,00	0,08	0,31	0,00	0,58	0,00	0,00	100 %
0,50 %	7,84 %	0,00	0,00	0,00	0,00	0,07	0,22	0,00	0,72	0,00	0,00	100 %
0,60 %	8,34 %	0,00	0,00	0,00	0,00	0,04	0,10	0,00	0,86	0,00	0,00	100 %
0,70 %	8,93 %	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	100 %

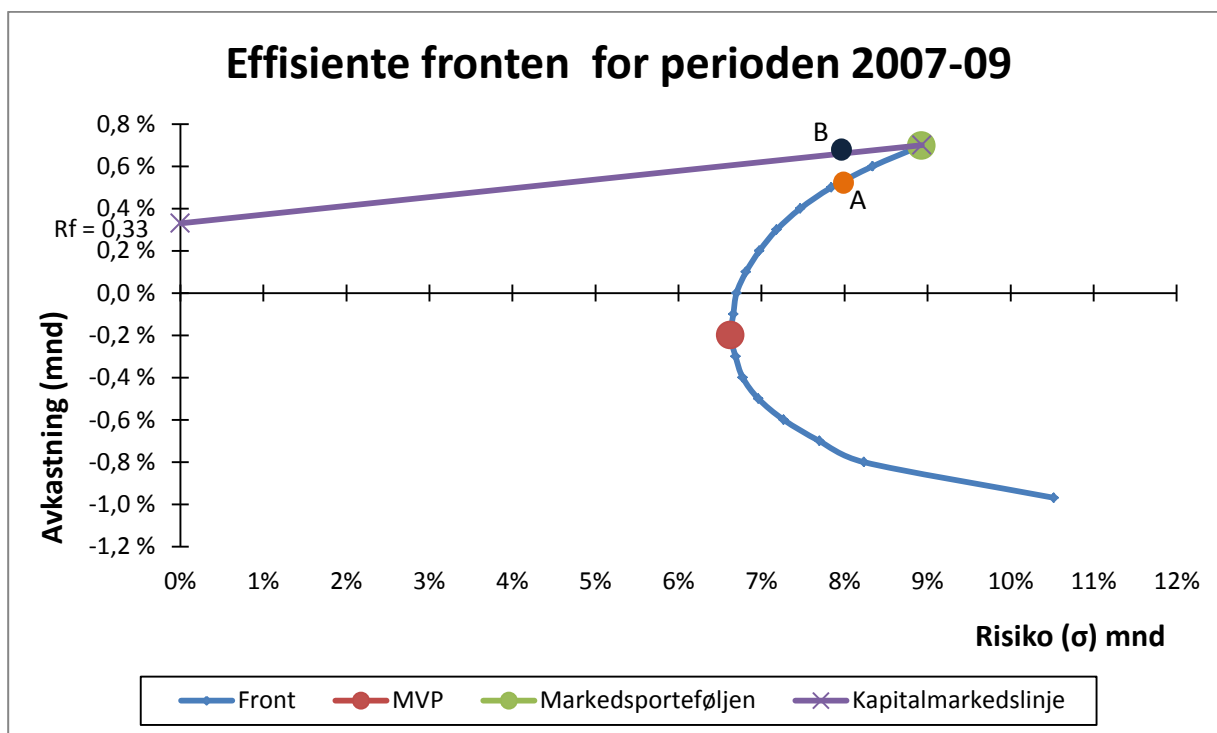
Som vi ser av Tabell 5-3, varierer vektingen noe mellom sektorene, selv om det er noen sektorer som markant har en høyere vekting enn andre. Dette er energi- og forsyningsselskapssektoren, og til dels helsevernsektoren.

### 5.3 MVP og markedsporteføljen

Ved å benytte oss av den effisiente fronten kan vi bruke de kalkulererte standardavvikene til å finne både MVP og markedsporteføljen. Vi tar i bruk kommandoen “min” i Excel, som vil returnere den laveste tallet i ett verdisett. Vi får slik frem det punktet som har lavest varians (og samtidig standardavvik) i den effisiente fronten. Dette er den minste varians porteføljen som ble diskutert i kapittel 2.2.1.

For å finne markedsporteføljen tar vi i bruk risikofri rente ( $r_f$ ). Siden vi har en restriksjon i modellen som ikke tillater short-salg av aksjer, vil markedsporteføljen være på det punktet hvor stigningstallet for fronten er høyest, dette er også det punktet på fronten hvor Sharpe-ratio er størst. Ved å legge inn den risikofrie renten kan vi illustrere kapitalmarkedslinjen som vil tangere med markedsporteføljen.

Figur 5-2: Effisient front for perioden 2007-09

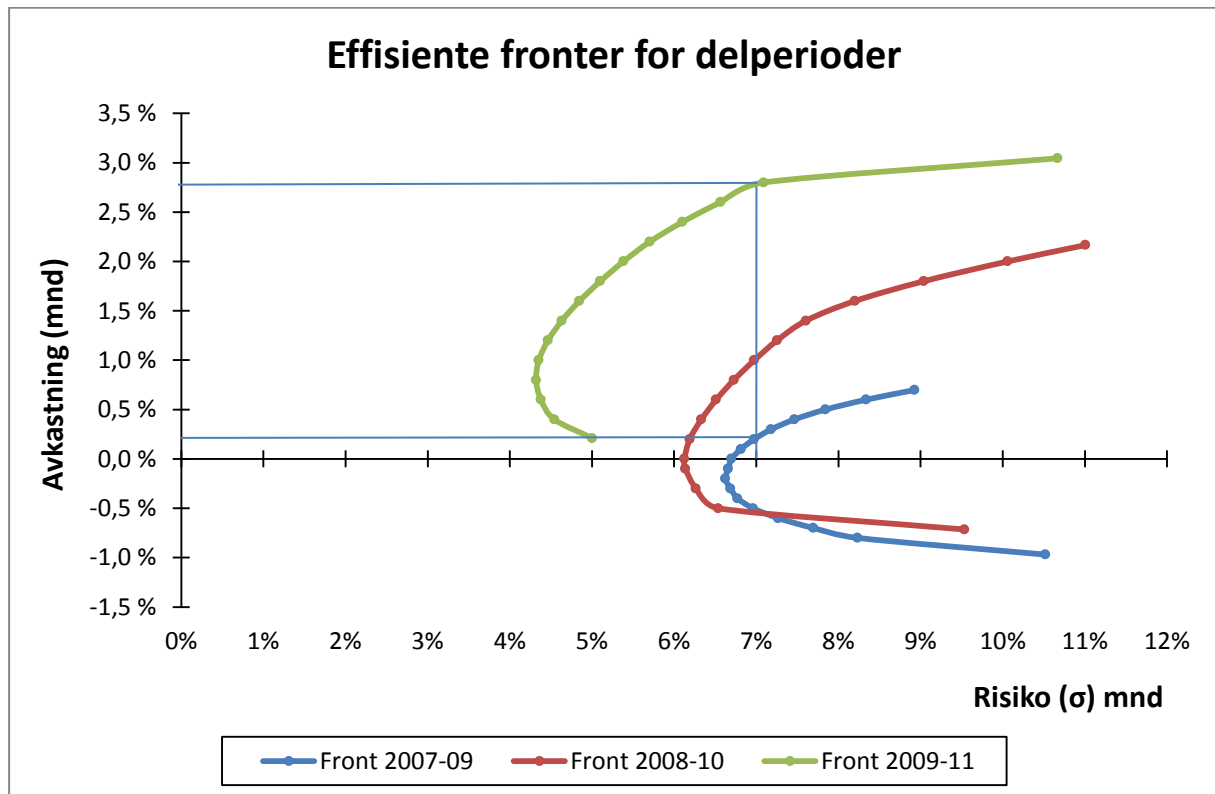


Figur 5-2 viser den effisiente fronten sammen med kapitalmarkedslinjen, tangeringsporteføljen (markedsporteføljen) og minste varians-porteføljen. Tallene på x- og y-aksen er på månedlig basis.

Vi vet fra tidligere diskusjon i kapittel 2.2.7 at nyttefunksjonen til en investor (representert gjennom indifferenskurven) vil bestemme hvor investor vil tilpasse seg langs den effisiente fronten. Formen på indifferenskurven blir bestemt blant annet av graden av risikoaversjon, hvor en brattere kurve vil si en høyere grad av risikoaversjon. Ved å introdusere muligheten for å investere i risikofritt aktivum, kan investor oppnå høyere avkastning (nytte) for en gitt grad av risiko. For illustrasjon tenker vi oss en investor som før introduksjon av risikofritt aktivum holder en portefølje på det effisiente settet, som gir en forventet månedlig avkastning på omtrent 0,55 % med et tilhørende standardavvik på 8 % (punkt A). Når det risikofrie alternativet blir tatt med, som i Figur 5-2 over, så ser vi at investoren kan oppnå en

høyere forventet avkastning til samme grad av risiko (punkt B). Dette i den grad vi kan si noe om valget av plassering, uten å kjenne til investorens holdning til risiko. Fra før vet vi at når det risikoalternativet er med, vil investoren alltid velge markedsporteføljen, uavhengig av risikoaversjonen til investor.

Figur 5-3: Effisient front for delperioder



I diagrammet, hvor vi har tatt med alle periodene, ser vi at det har skjedd en gradvis forflytning av den effisiente fronten i retning av nordvest. Dette tyder på at etter hvert som den turbulente perioden med finanskrisen skred frem, fikk en investor bedre betalt i form av høyere avkastning for en gitt grad av risiko. Figur 5-3 viser blant annet at en investor, som i perioden 2007-09 investerte i en portefølje som ga 0,2 % månedlig avkastning og 7 % risiko, kunne oppnå en forventet månedlig avkastning på rundt 2,8 % for samme grad av risiko i perioden 2009-11.

Når vi ser på hver enkelt periode, ser vi også en endring i vekten i markedsporteføljen. Ved de to første periodene er markedsporteføljen der hvor avkastningen har vært høyest, og alt investeres i én sektor (se vedlegg 9.6). Dette endres i perioden 2009-11.



Tabell 5-4: Vekting i markedsporteføljen 2009-11

<b>Avkastningskrav (månedlig)</b>	2,80 %
<b>Std.avvik</b>	7,09 %
<b>OSE10 - Energi</b>	0,00
<b>OSE15 - Materialer</b>	0,00
<b>OSE20 - Industri</b>	0,00
<b>OSE25 - Forbruksvarer</b>	0,13
<b>OSE30 - Konsumentvarer</b>	0,04
<b>OSE35 - Helsevern</b>	0,00
<b>OSE40 - Finansielle tjenester</b>	0,34
<b>OSE45 - Informasjonsteknologi</b>	0,00
<b>OSE50 - Telekommunikasjon og tjenester</b>	0,49
<b>OSE55 - Forsyningsselskaper</b>	0,00

Som Tabell 5-4 ovenfor viser, består vektingen av markedsperioden for denne perioden av ulike sektorer. Dette kan komme av at flere sektorer i denne perioden har en høyere gjennomsnittlig avkastning enn i tidligere perioder, samtidig som risikoen forblir omtrent på samme nivå. Ved mindre variasjoner i månedlig avkastning vil også risikoen (standardavviket) bli lavere, og på denne måten vil flere sektorer være med i de effisiente kombinasjonene. Dette kan delvis forklare hvorfor markedsporteføljen for de to første periodene har full vekting i én sektor, og hvorfor dette gir høyest Sharpe-ratio.

Fra de ulike frontene (se vedlegg 9.7) ser vi også at det effisiente settet blir større i form av flere kombinasjoner med positiv sharpe ratio. Dette virker naturlig siden den gjennomsnittlige avkastningen er større enn i tidligere perioder.

## 6. Analyse og resultater

I denne delen av oppgaven vil vi først og fremst analysere og kommentere resultatene for femårsperioden. Vi vil imidlertid også ta med regresjonsresultater og modeller fra de ulike delperiodene. Vi mener at det er interessant å undersøke om det har vært en utvikling i porteføljen til sparebanken opp mot indeksen i løpet av disse periodene, så vel som en helhetsvurdering over hele perioden.

### 6.1 Resultatanalyse fra regresjonen

Det er spesielt to nyttige tall vi vil trekke frem fra regresjonen som kan fortelle oss noe om forvaltningen til sparebanken. Dette er  $\beta$  og  $R^2$ . Vi vil også kommentere deskriptiv statistikk for variablene i modellen for femårsperioden.

#### 6.1.1 Deskriptive data

Fra teorien om prestasjonsanalyse (se kapittel 2.2.4) diskuterte vi de ulike fordelingsmomentene. Av Tabell 6-1 nedenfor finner vi igjen flere av disse momentene. Vi vil se nærmere på gjennomsnitt, standardavvik, skjevhet og kurtose.

Tabell 6-1: Deskriptive data for portefølje og OSEAX

Descriptive Statistics									
	N	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation	Skewness		Kurtosis	
	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic	Std. Error	Statistic	Std. Error
Sparebankavk	60	-.2658	.1581	-.004175	.0847118	-.801	.309	1.401	.608
OSEAXavk	60	-.2393	.1504	.000608	.0743451	-1.007	.309	2.088	.608
Valid N (listwise)	60								

Tabell 6-1 viser deskriptive data for perioden 1.1.2007 – 31.12.2011, og er basert på månedlige avkastningstall. Gjennomsnittsavkastningen på månedlig basis for hele perioden har vært på -0,4 % for sparebanken sin portefølje, og 0,06 % for OSEAX. Med bakgrunn i den økonomiske historien for de siste fem årene, og oppbyggingen av porteføljen til sparebanken fra 2007 og frem til 2011 (se kapittel 4.1) er resultatene innenfor hva som er plausibelt. Videre er det verdt å merke seg at porteføljen til sparebanken har en høyere risiko enn sin referanseindeks. Dette er også et plausibelt resultat med bakgrunn i diskusjonen

rundt oppbyggingen av sparebanken sin portefølje. Fra å være en liten portefølje med relativt få aksjer og liten forvaltningskapital i 2007, øker porteføljen både i antall aksjer og i verdi i perioden til 2011. Målt opp mot en bred referanseindeks som OSEAX er, så vil det være naturlig å observere forskjeller målt ved risiko og avkastning.

Ser vi også på de tre delperiodene (se Tabell 6-2) får vi en bekreftelse på akkurat denne diversifiseringsgevinsten sparebanken oppnår ved å spre risikoen på flere aksjer. I perioden etter finanskrisen, hvor markedet korrigerer seg tilbake til et “normalt” nivå, ser vi også at risikoen, både for porteføljen og OSEAX, går ned (i denne perioden 2009 – 2011 var det en stor oppgang i markedene generelt). For sparebanken sin del er gjennomsnittavkastningen positiv i de to siste delperiodene, mens den for OSEAX sin del er tilnærmet null i den nest siste perioden og 1,5 % i den siste perioden. Det er også viktig å legge merke til at antall observasjoner går ned når man analyserer på delperiodenivå, noe som kan ha påvirkningskraft på resultatene.

*Tabell 6-2: Deskriptiv data for delperioder*

Descriptive Statistics			
	Mean	Std. Deviation	N
Spb0709	-.007477	.0961711	36
OSEAX0709	-.001359	.0858785	36

	Mean	Std. Deviation	N
Spb0810	.003062	.0950807	36
OSEAX0810	-.000195	.0898073	36

	Mean	Std. Deviation	N
Spb0911	.015188	.0681953	36
OSEAX0911	.015298	.0562376	36

Fra Tabell 6-1 tar vi også med skjevhet og kurtose, som er det tredje- og fjerde fordelingsmomentet. Vi ser at både porteføljen og OSEAX har en negativ skjevhet. Det betyr at negative verdier dominerer. Når fordelingen har negativ skjevhet vil standardavviket underestimere risikoen (Bodie et al. 2009). Fordelingen vil ha begrenset oppside og stor nedside. At markedets historiske avkastning (OSEAX) er blitt skjevt er også en konsekvens

av finanskrisen som har gjort aksjeavkastningen litt skjevere i retning av lavere avkastning. Dette har trolig liten signifikans siden det dreier seg om få observasjoner.

Fordelingen til både OSEAX og sparebankens portefølje har positiv kurtose, noe som betyr at begge fordelingene til en viss grad har ”fete haler”. Dette vil i praksis si at det er større sannsynlighet for både positive og negative ekstremverdier sett i forhold til en ordinær normalfordeling.

## 6.1.2 Analyse av regresjonen og sparebankens portefølje

### Analyse av regresjonslinjen

Tabell 6-3: Bivariat regresjonsutskrift

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	-.005	.004		-1.084	.283
	OSEAXavk	1.043	.060	.915	17.330	.000

a. Dependent Variable: Sparebankavk

Tabell 6-4: Sammendrag fra regresjonsanalyse

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
1	.915 <sup>a</sup>	.838	.835	.0343739	2.172

a. Predictors: (Constant), OSEAXavk

b. Dependent Variable: Sparebankavk

Av Tabell 6-3 kan vi sette sammen regresjonslinjen som vi kjenner fra lineær regresjon,  $Y_t = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_t + \varepsilon_t$ . Vi får en regresjonslinje (se vedlegg 9.8) med disse koeffisientene:

$$\text{Sparebanken} = -0,005 + 1,043$$

---

Fra Singel Indeks Modellen (se kapittel 2.2.5) er det den estimerte koeffisienten  $\hat{\beta}_0$  som forteller hva den konstante meravkastningen, alfa, har vært for femårsperioden. Denne er predikert på bakgrunn av én forklaringsvariabel, referanseindeksen OSEAX. Sparebanken har, med utgangspunkt i våre beregninger, oppnådd en mindreavkastning på 0,5 % over perioden 2007 – 2011.

Siden den estimerte alfa-verdien har en høy signifikansverdi (p-verdi), er det vanskelig å konkludere med at vårt resultat har statistisk signifikans.

Risikoen til porteføljen i forhold til OSEAX blir belyst av koeffisienten  $\hat{\beta}_1$ , som er stigningstallet til regresjonslinjen. Denne koeffisienten beskriver samtidig porteføljens beta. Betaen til porteføljen har en verdi lik 1,043 (som også er statistisk signifikant større enn 1). Denne verdien forteller oss noe om samvariasjonen mellom sparebankens portefølje og referanseindeksen. Betaen vil bli diskutert mer i detalj senere. Regresjon av delperiodene er vist i vedlegg 9.9.

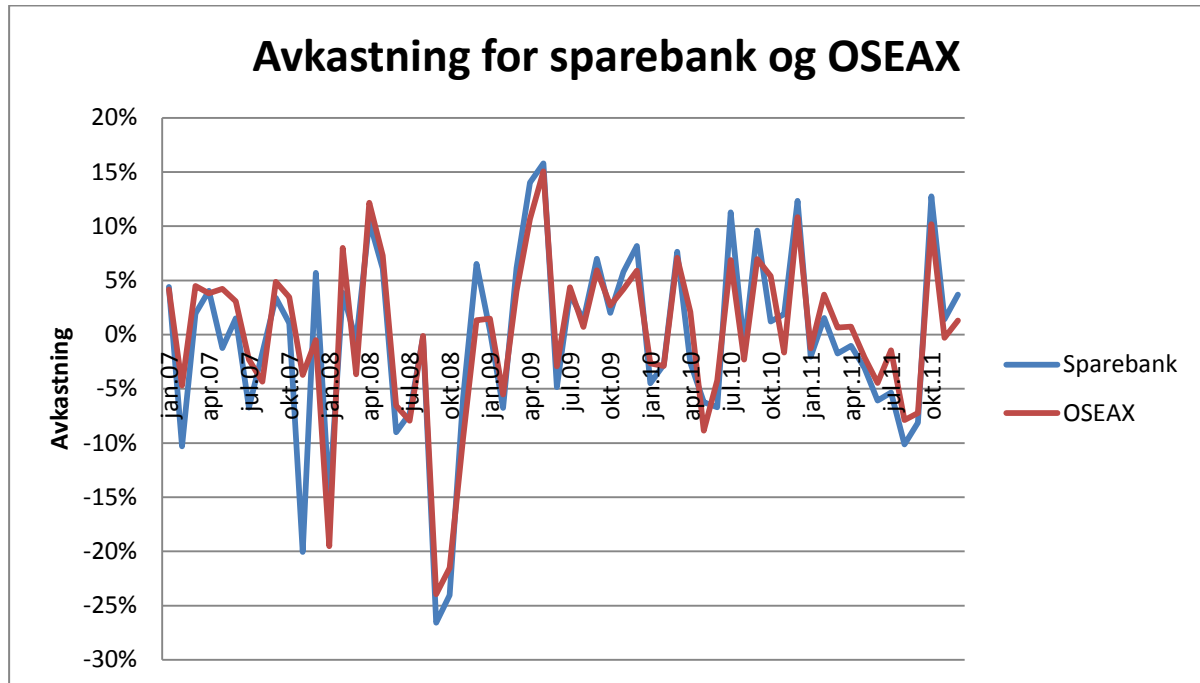
### **Vi ser på forklaringsgraden og beta**

Som regresjonslinjen forteller oss, vil en 1 % -variasjon i avkastning til markedet gi en variasjon i porteføljens avkastning på nesten 1,04 %. Betaen vil på så måte ikke fortelle oss noe om den totale risikoen porteføljen har i forhold til markedsindeksen, men, som nevnt ovenfor, gi en indikasjon på samvariasjonen mellom dem. Siden markedets beta per definisjon er lik 1, vil sammensetningen av sparebankens portefølje bestemme dens betaverdi. For at sparebankens portefølje skal få en høyere beta, avhenger det av hvilke aksjer som er i porteføljen. Sykliske aksjer er aksjer som samvarierer mer med svingningene i markedet enn hva usykliske aksjer gjør. Graden av antall sykliske aksjer og vektingen av disse opp mot referanseindeksen vil avgjøre størrelsen på betaen til porteføljen.

Det er viktig å gjøre leseren oppmerksom på at OSEAX, som nevnt tidligere i oppgaven, er en bred indeks som representerer samtlige noterte selskaper på Oslo Børs. Dette vil ha en innvirkning på mindre porteføljer sin beta, når vi kontrollerer opp mot referanseindeksen. Siden slike porteføljer ikke bare er i mindre i form av antall aksjer, men ofte består av mindre volatile, mindre likvide og mindre sykliske aksjer.

Figur 6-1 er med på å kunne forklare hvor sammenfallende avkastningen til porteføljen er med sin respektive referanseindeks.

Figur 6-1: Avkastning for sparebank og OSEAX



Fra diagrammet ser vi at avkastningen mellom sparebanken sin portefølje og referanseindeksen er svært sammenfallende. Utslagene (toppunkt og bunnpunkt) ser ut til å være sterkest for porteføljen. Dette taler for en beta litt over 1. Regresjonsutskriftene viser at betaen for porteføljen er litt over 1. Det er grunn til å tolke at porteføljen er like syklisk som markedet.

Det er viktig å skille mellom hva forklaringsgraden,  $R^2$ , og betaen gir oss indikasjoner på. En høy beta sammenfaller ikke nødvendigvis med en høy  $R^2$ . Forklaringsgraden viser hvor mye av variasjonen i referanseindeksen som forklarer variasjonen i porteføljens avkastning. Sagt på en annen måte; hvor mye porteføljen avviker fra referanseindeksen.  $R^2$  viser hvor godt regresjonslikningen passer til referanseindeksen (se vedlegg 9.4)

En  $R^2$  sier også noe om graden av aktiv forvaltning, hvor nærliggende porteføljen er sin referanseindeks. Fra regresjonen (Tabell 6-4) viser  $R^2$  en verdi på 0,838 (83,8 %). En forklaringsgrad ulik fra 1 gir en indikasjon på en grad av aktiv forvaltning.

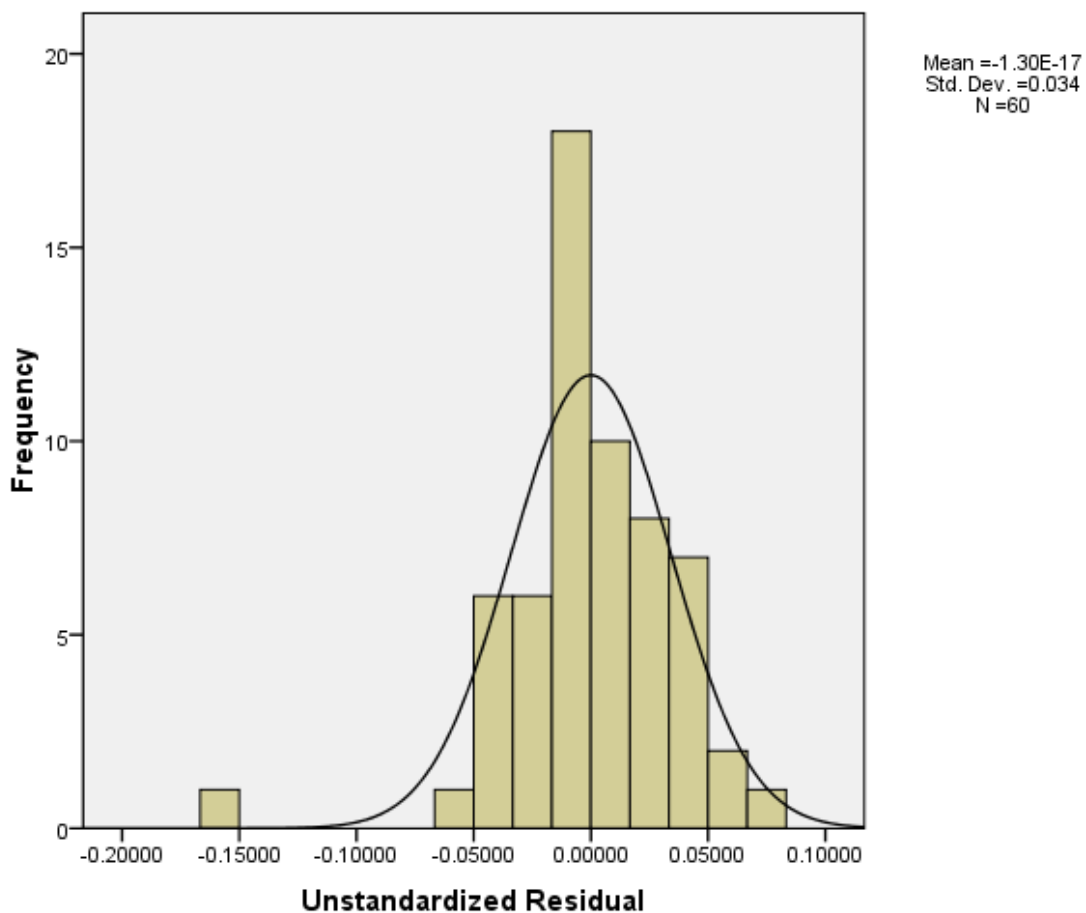
## 6.2 Gyldigheten av regresjonsmodellen

Vi tar her for oss en residualanalyse av femårsperioden for å kontrollere at dataene våre ikke avviker fra de kravene som er gitt for en regresjonsanalyse (se kapittel 3.2.2).

### Forutsetningen om normalfordelte residualer

For å teste om residualene (feilleddene) er normalfordelte har vi laget to nye variabler i SPSS. Dette er Unstandardized Predicted Values (PRE\_1) og Unstandardized Residuals (RES\_1). Vi ber SPSS lage et histogram over denne nye variabelen "RES\_1" for å finne ut om feilleddene er normalfordelte.

Figur 6-2: Histogram over feilleddene



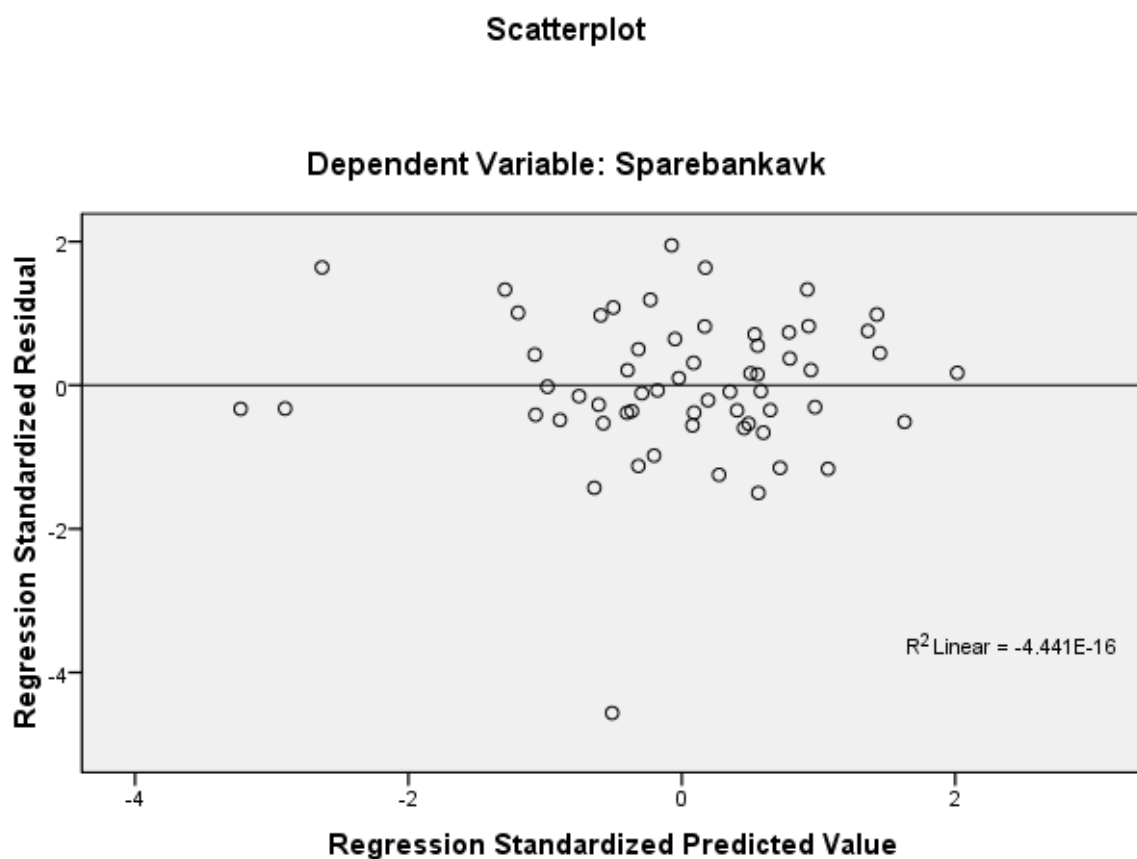
Kurven i Figur 6-2 illustrerer en normalfordelingskurve. Fra teorien om disse kravene, så holder det for normalitet at feilleddene er tilnærmet normalfordelte. Det er ikke et krav om normalitet for at en regresjon skal gi konsistente estimater. Som vi ser av Figur 6-2, har vi en litt venstreskjev fordeling. Dette viser også de deskriptive dataene som indikerer negativ

skjevhet. Vi kan ikke konkludere med at feilleddene er normalfordelte, men det er ikke urimelig å anta en tilnærmet normalfordeling for feilleddene.

### Fravær av heteroskedastisitet

SPSS har ingen egen test for dette, men kan illustreres ved å lage et scatterplot over residualene og de predikerte verdiene.

Figur 6-3: Scatterplott over feilledd og predikerte verdier



Det er vanskelig å konkludere med noe spesifikk ut ifra dette plottet som vist i Figur 6-3. Vi tar derfor i bruk en Breusch-Pagan test. Dette er en test med en kjikvadratfordeling og  $s - 1$  frihetsgrader, hvor  $s$  er antall variabler. I modellen vår har vi to variabler, konstantleddet og OSEAX. Kritisk verdi for et 5 % -nivå med én frihetsgrad er lik 3,84. Ved å utføre den lineære regresjonen på nytt i STATA, kan vi teste graden av heteroskedastisitet ved hjelp av Breusch-Pagan testen. Testen gir en verdi lik 2. Dette er lavere enn kritisk verdi. Vi kan



derfor ikke forkaste nullhypotesen om homoskedastisitet, og konkluderer med at vi ikke har heteroskedastisitet i datasettet vårt (se vedlegg 9.10).

### **Fravær av uavhengighet**

For å kontrollere for autokorrelasjon kan vi, siden vi har tidsseriedata, benytte oss av Durbin-Watson-testen (DW). For vår modell viser DW en verdi på 2,172, som vist i Tabell 6-5 under. En verdi på nær 2 vil tilsa at det ikke er autokorrelasjon i datamaterialet vårt. Vi kontrollerer også denne verdien fra SPSS ved å se på en distribusjonstabell med kritiske verdier for DW. Ved å lese av for 60 observasjoner, én forklaringsvariabel for et konfidensintervall på 5 % -nivå, får vi intervallet 1,55 – 1,62 for kritiske verdier. For en DW-verdi lavere enn 1,55, kan vi forkaste hypotesen om at der er ingen autokorrelasjon. Hvis den observerte DW-verdien er høyere enn 1,62, så kan hypotesen om ingen autokorrelasjon beholdes. For kontroll om negativ autokorrelasjon tar vi 4 og trekker fra DW-verdien, og sjekker på samme måte som ovenfor. Det er ingen problemer med autokorrelasjon i vårt datasett.

*Tabell 6-5: Durbin-Watson test*

Durbin-Watson
2.172

Tabell 6-5 er hentet fra regresjonsanalysen (Tabell 6-4) over femårsperioden basert på månedlige observasjoner.

### **Sjekk for innflytelsesrike enheter**

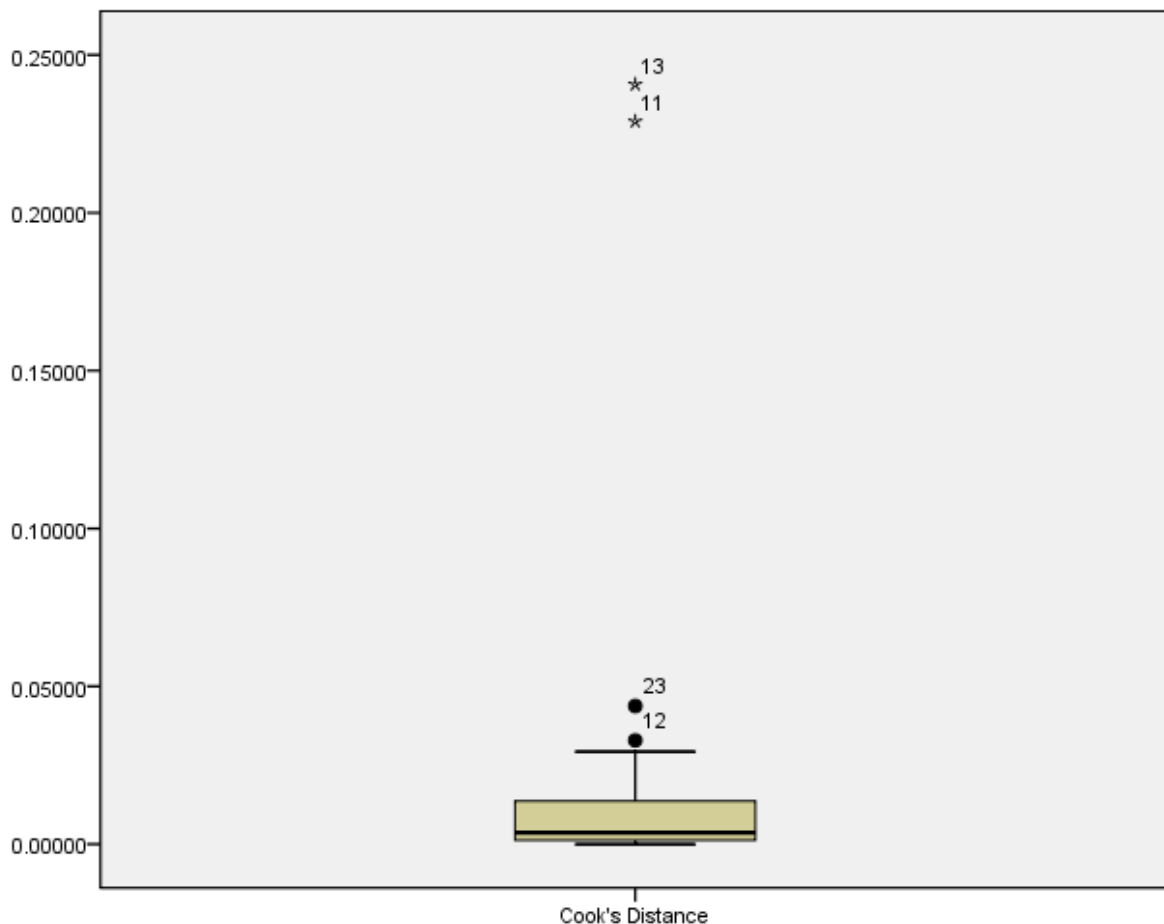
Til slutt har vi tatt med et mål som viser innflytelsesrike enheter, Cook's D. Cook's D forteller oss enhetenes totale innflytelse på modellen som helhet. Vi avdekker noen ekstrem-observasjoner, som vi ser i Figur 6-4 nedenfor. Plottet viser at spesielt casene 11 og 13 er spesielt innflytelsesrike. For å undersøke disse observasjonene, går vi inn i datamaterialet og finner igjen disse.

Case 11 er avkastningen for november 2007, hvor porteføljen til sparebanken har en nedgang på hele 20 % og OSEAX går ned med 3,7 %. Det er spesielt porteføljen til sparebanken som er interessant å se på. Fra før vet vi at porteføljen i 2007 inneholder få aksjer og er liten av

verdi. De kjøper også seg opp i flere verdipapirer i løpet av året, og dette kan være med på å påvirke resultatene til porteføljen.

Case 13 er for januar 2008. Der går både porteføljen til sparebanken og OSEAX kraftig ned med henholdsvis 15 % og 19,5 %. Fra en oppsummering for januar 2008 på Oslo Børs sine sider, kommer det frem at nedgangen skyldes de store bekymringene for amerikansk økonomi og hvilke konsekvenser en svekket verdensøkonomi vil ha på verdens aksjemarkeder. Bakgrunnen for denne uroen er som kjent det amerikanske boligmarkedet og de store tapene “subprimelån” har påført banksektoren. Samt en rekke negative nøkkeltall for utviklingen i USAs økonomi.

Figur 6-4: Boxplott av Cook's D



Siden vårt datasett er over en femårsperiode fra januar 2007, spenner det også over finanskrisen i 2008. Vi vet derfor at vi vil få slike store utslag i analysen vår. Det er viktig at slike innflytelsesrike enheter får bli med i datasettet, da vi kan observere svingningene i

---

markedet og hvordan sparebanken plasserer seg i forhold til disse svingningene. Vi skal diskutere mer om resultater fra analysen senere.

Vi kan etter residualanalysen konkludere med at datasettet vårt tilfredsstillende kravene for tilnærmet normalitet, varians og autokorrelasjon. Denne konklusjonen gir oss også en indikasjon på at bruk av aritmetisk gjennomsnittavkastning er tilfredsstillende i vår oppgave jfr. tidligere diskusjon rundt bruken av dette.

## 6.3 Porteføljeanalyse

Vi har i denne delen av oppgaven valgt å se vekk fra muligheten til å kunne investere noe i risikofritt aktivum. Dette er fordi porteføljen vi har tatt for oss er en portefølje bestående kun av investeringer i aksjepapirer. Sparebanken har andre porteføljer for å redusere risikoen, og bruker disse til å investere i obligasjoner og andre rentepapirer. Det er mange usikre og kritiske faktorer i denne beregningen, og det vil være vanskelig å kunne gi en kjøpsanbefaling på bakgrunn av de ulike plasseringene i diagrammet.

I denne analysen vil vi belyse tre punkt i diagrammet av Markowitz Frontier over perioden 2007 – 2011:

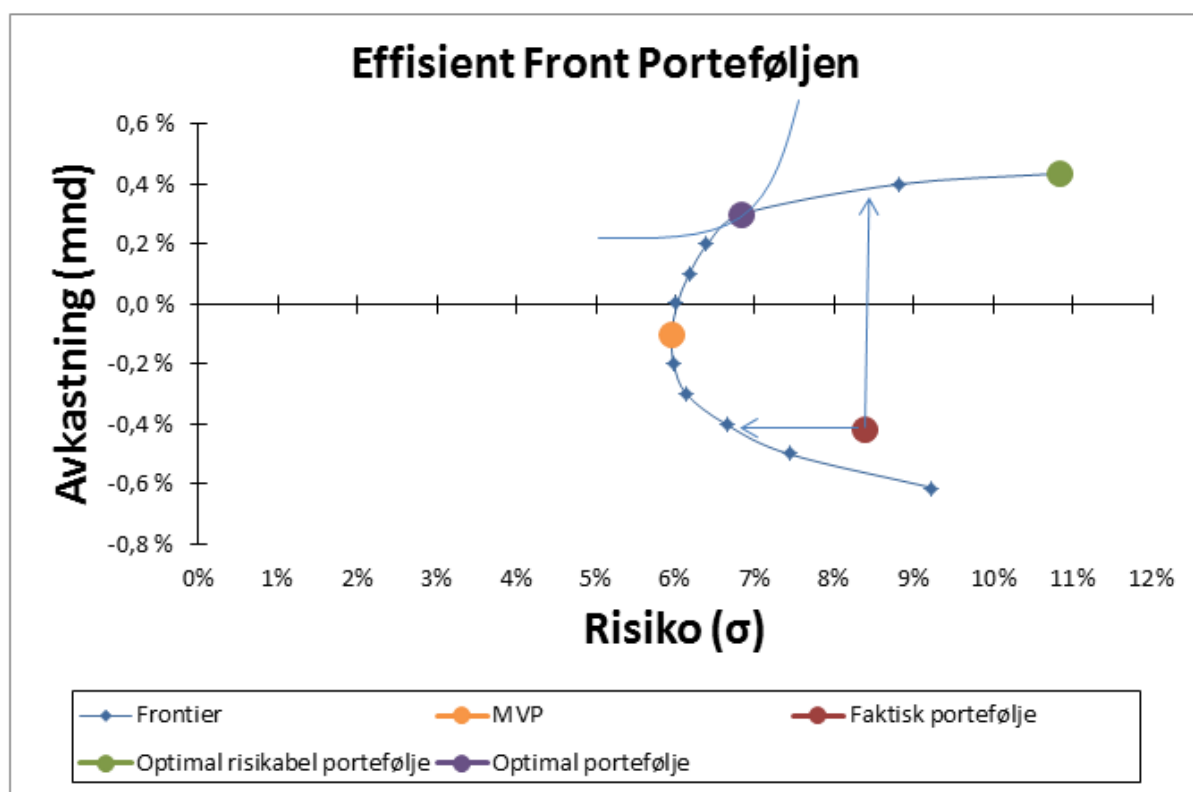
1. Plasseringen til faktisk portefølje
2. Plasseringen til optimal risikabel portefølje
3. Plasseringen til portefølje med hensyn til risikoaversjon

Punkt én tar utgangspunkt i den porteføljen vi har beregnet fra de tilgjengelige dataene vi har fått fra sparebanken. Ved å legge inn gjennomsnittsavkastningen og risikoen for porteføljen fra femårsperioden, ser vi hvor i effisient front-diagrammet sparebankens portefølje vil bli plassert.

Punkt nummer to er også den plasseringen hvor kapitalmarkedslinjen vil tangere den effisiente fronten, som er markedsporteføljen. Dette ble diskutert i kapittelet 5.3. Dette er det punktet hvor Sharpe-ratioen er høyest, og enhver investor vil plassere seg uten hensyn til risikoaversjon. Dette punktet er derfor også den optimale risikable porteføljen.

I det tredje og siste punktet tar vi hensyn til risikoaversjonen til sparebanken, som vi har avdekket gjennom en spørreundersøkelse (se kapittel 3.1). Vi vet fra undersøkelsen at graden av risikoaversjon ligger rundt 1. I analysen, for å finne det punktet på den effisiente fronten som gir størst nytte, setter vi inn for ulike verdier for risikoaversjon (0,5, 1 og 1,5) for å se på mulige endringer langs den effisiente fronten. Vi tar kun utgangspunkt i de effisiente porteføljene, det vil si fra MVP og utover til optimal risikabel portefølje. Punktet som blir beregnet på den effisiente fronten vil være den optimale porteføljen gitt graden av risikoaversjon for en investor.

Figur 6-5: Porteføljeanalyse for 2007-11



### 6.3.1 Faktisk portefølje

Den faktiske porteføljen til sparebanken ligger i området under MVP, noe som betyr at den ligger i det ueffisiente området. For samme nivå på gjennomsnittavkastningen, kunne sparebanken oppnådd en risiko på rundt 6,5 % i forhold til den faktiske, som er på 8,4 %. Dette er ikke et aktuelt alternativ, da plasseringen er under MVP og ligger ikke på det effisiente settet. Alternativt kunne sparebanken oppnådd, for samme grad av risiko, en gjennomsnittsavkastning på nesten 0,4 %. For de ulike delperiodene, se vedlegg 9.11.

### 6.3.2 Optimal risikabel portefølje

Som diskutert tidligere, er dette det punktet hvor Shapre-ratioen er høyest (stigningstallet til kapitalmarkedslinjen, se kapittel 5.3). Her vil investor plassere hele sin formue, og skalere ned med risikofritt aktivum. Desto høyere grad av risikoaversjon, desto mer investert i risikofritt aktivum. Optimal risikabel portefølje har en gjennomsnittsavkastning på 0,44 % og et standardavvik på nær 11 %. Risikofri rente for denne femårsperioden er 0,26 % (månedlig).

### 6.3.3 Optimal portefølje

Med bakgrunn fra undersøkelsen om risikoaversjon, hvor vi beregnet at risikoaversjonen til sparebanken vil ligge på rundt 1, har vi konstruert en optimal portefølje som tar hensyn til dette. Fra tidligere diskusjon rundt risikoaversjon (se kapittel 2.2.7), bruker vi formelen for nytte og beregner maksimal nytte for ulike avkastningskrav på den effisiente fronten, for en gitt grad av risikoaversjon. Tabell 6-6 viser ulike verdier av nytte for en risikoaversjon lik 1. Der nytten er størst gir punktet på den effisiente fronten.

Tabell 6-6: Beregning av maksimal nytte

Beregning av maks. nytte (U) gitt verdi for risikoaversjon		
Avkastningskrav (månedlig)	Varians	Nytte (U)
-0,10 %	0,003548252	-0,002774126
0,00 %	0,003625759	-0,001812879
0,10 %	0,003809018	-0,000904509
0,20 %	0,004099979	-4,99893E-05
0,30 %	0,004664686	0,000667657
0,40 %	0,007745544	0,000127228
0,44 %	0,01175595	-0,001513021

Risikoaversjon lik	Størst nytte (U)	Avkastningskrav
0,5	0,002063614	0,40 %
1	0,000667657	0,30 %
1,5	-0,000498514	0,30 %

Vi ser fra Tabell 6-6 at det nesten ikke er mulig å skille plasseringen på den effisiente fronten for ulike verdier av risikoaversjon mellom 0,5 og 1,5. Dette kommer blant annet av at inndelingen av den effisiente fronten er gjort med et intervall på 0,1 prosentpoeng. Det må

være en større endring i verdien av risikoaversjon for at punktet på den effisiente fronten skal endre seg utover. For en endring nedover langs fronten, behøves det ikke de store endringene i garden av risikoaversjon. Som vi ser av Figur 6-5 har fronten en relativt høyt stigningstall i dette området.

Fra å være i den optimale risikable porteføljen uten å ta hensyn til risikoaversjon, oppnår man en gjennomsnittsavkastning på nærmere 0,44 % til en risiko på nesten 11 %. Når graden av risikoaversjon blir hensyntatt, blir den optimale plasseringen der hvor gjennomsnittsavkastningen er lik 0,3 % og standardavvik på omtrent 6,8 %.

## 6.4 Resultater av risikojusterteprestasjonsmål

En fellesnevner for alle målene er at de varierer sterkt i perioden vi har undersøkt. Mye av årsaken til dette er at begynnelsen av perioden var preget av stor finansiell uro i verdens kapitalmarkeder, noe som også har smittet markedene her hjemme. I tillegg må man huske på at bankens portefølje har endret seg sterkt i løpet av de årene vi har undersøkt. Den har gått fra å bestå av én aksjeportefølje i starten av 2007 til å inneholde 30 ulike fond og aksjer ved utgangen av 2011. I tillegg har bankens portefølje nesten doblet seg i verdi i den samme perioden.

### Sharpe-ratio

Ser man hele perioden (2007 – 2011) under ett ender både banken og OSEAX opp med negativ Sharpe-ratio. Årsaken til negativ Sharpe-verdi ligger i at verken banken eller OSEAX har klart å skape avkastning utover det risikofrie alternativet. Siden begge ender opp med negativ Sharpe-ratio blir det feil å sammenligne de to direkte. Dette er fordi man ved negative verdier vil se at økt standardavvik vil gi større Sharpe-ratio. Dette prestasjonsmålet kan altså gi misvisende informasjon ved negative verdier.

Tabell 6-7: Sharpe-ratio

År	Sparebanken	OSEAX
2007 - 2011	-0,28	-0,09
2007 - 2009	-0,39	-0,19
2008 - 2010	0,02	-0,11
2009 - 2011	0,70	0,85

Deler man 5-årsperioden opp i tre deler (2007 – 2009, 2008 – 2010 og 2007 – 2010) bedrer Sharpe-ratioen seg gradvis og ender opp på 0,85 for OSEAX og 0,70 for banken i den siste perioden (på årlig basis). Årsaken til denne betydelige forbedringen er økt avkastning i tillegg til at standardavviket og den risikofrie renten har gått ned i løpet av perioden.

Perioden 2008 – 2010 er den eneste perioden sparebanken klarer å levere høyere Sharpe-ratio enn OSEAX (0,02 mot – 0,11 på årlig basis).

### Sortino-ratio

Risikomålet i Sortino-ratioen er som nevnt standardavviket til avkastningen som har vært under et fastsatt terskelnivå. Hvor høyt eller lavt dette terskelnivået skal settes kommer an på investors preferanser. Vi har valgt å sette dette til risikofri rente da dette bør være et absolutt minimum å oppnå for en investor som driver med aktiv forvaltning.

Tabell 6-8: Sortino-ratio

År	Sparebanken	OSEAX
2007 - 2011	-0,35	-0,12
2007 - 2009	-0,45	-0,22
2008 - 2010	0,02	-0,13
2009 - 2011	1,30	1,58

I likhet med Sharpe-ratioen ender også Sortino-ratioen opp med negative verdier for både banken og OSEAX for hele perioden sett under ett. Årsaken til dette er at verken banken eller OSEAX klarer å levere avkastning over minimumsnivået på 0,26 % per måned.

Ved å se på de ulike delperiodene ser man også for dette prestasjonsmålet en bedring fra første til siste delperiode. For perioden mellom 2007 og 2009 ender banken opp med en årlig Sortino-ratio på – 0,46, mye på grunn av at avkastningen ligger hele 1,06 % under den risikofrie renta per måned. Mellom 2008 og 2010 oppnår banken så vidt positiv meravkastning over risikofritt, noe som resulterer i en marginalt positiv Sortino-ratio (0,02 på årlig basis). I denne perioden oppnår banken en høyere Sortino-ratio enn OSEAX (som oppnår en ratio på – 0,13).

Den siste perioden ser imidlertid mye bedre ut med en månedlig meravkastning over risikofritt på 1,23 % og en årlig Sortino-ratio på 1,16. OSEAX presterer likevel bedre og oppnår en Sortino-ratio på 1,40.

### Information-ratio

Det finnes ingen eksakte regler for hva som kan karakteriseres som en god information ratio (IR), noe Goodwin (1998) tar opp. Artikkelen viser likevel at flere (for eksempel Grinold og Kahn 1995) har argumentert for at en IR på over 0,5 kan sies å være bra, over 0,75 veldig bra, mens en IR på over 1 er eksepsjonelt bra.

Legges denne oversikten til grunn er ikke resultatene til banken særlig oppløftende. Ser man hele 5-årsperioden under ett oppnår banken en årlig IR på  $-0,49$ . Ser man på delperiodene er det kun i én periode banken oppnår positiv IR, det er i 2008 – 2010. I denne perioden oppnår banken en IR på 0,44. Verken hele perioden sett under ett eller noen av delperiodene alene kan altså etter oversikten til Goodwin sies å være bra.

Tabell 6-9: Information-ratio

År	Sparebanken
2007 - 2011	-0,49
2007 - 2009	-0,55
2008 - 2010	0,44
2009 - 2011	-0,02

Årsaken til de lave IR-verdiene er i all hovedsak manglende eller lav meravkastning over benchmark. Det året banken klarer å slå benchmark blir dette oppveiet av en relativt høy tracking error.

Nullhypotesen vår er at meravkastningen er lik null.

$$H_0 = 0$$

$$H_1 \neq 0$$

Vi baserer oss på testobservatoren i ligning 2.22 og utfører testen med et signifikansnivå på 5% og 60 – 1 frihetsgrader. Den observerte verdien av testobservatoren blir i vårt tilfelle  $-3,78$ , mens kritisk verdi er 2. Siden absoluttverdien av den observerte  $T$ -verdien ligger i



forkastningsområdet ( $|T| > t_{0.05/2}$ ), kan vi forkaste  $H_0$  og påstå  $H_1$ , om at det er differanseavkastning.

### Jensens alpha

Jensens alpha viser som nevnt avkastning over det som kan forventes gjennom kapitalverdimodellen (CAPM). Her settes altså realisert avkastning opp mot hva man teoretisk sett skulle ha oppnådd av avkastning.

Tabell 6-10: Jensens alpha

År	Sparebanken
2007 - 2011	-0,05
2007 - 2009	-0,07
2008 - 2010	0,04
2009 - 2011	-0,03

Mønsteret fra de andre prestasjonsmålene går igjen også på dette målet, med en negativ verdi for alle periodene unntatt perioden mellom 2008 og 2010. I denne perioden oppnår banken til gjengjeld en pen årlig alfa-verdi på 4,04 %.

I de andre periodene (også i hele perioden fra 2007 til 2011) ender banken opp med en negativ alfa-verdi. Verst er det i årene fra 2007 til 2009 der banken ender opp med en årlig alfa-verdi på – 6,98 %. Dette året blir også et spesielt år ved utregning av CAPM med tanke på at markedets risikopremie blir negativ. For denne perioden var forventet månedlig avkastning gjennom CAPM – 0,15 %. Banken leverer langt lavere enn dette med – 0,75 % per måned.

### Treynor-ratio

I dette prestasjonsmålet er betaen det relevante risikomål og verdien på denne vil derfor i stor grad bestemme hvordan Treynor-ratioen blir. Beta-verdiene for banken viser en marginal positiv skjevhet, men ligger stort sett nær 1. Den relevante benchmarken i dette prestasjonsmålet er risikofri rente, noe som betyr at en portefølje som måles vil oppnå positiv Treynor-ratio så lenge avkastningen ligger over risikofri rente (gitt positiv beta-verdi).

Tabell 6-11: Treynor-ratio

År	Sparebanken
2007 - 2011	-0,08
2007 - 2009	-0,12
2008 - 2010	0,01
2009 - 2011	0,15

For hele 5-årsperioden sett under ett ender banken opp med en negativ årlig Treynor-ratio på  $-0,08$ . Siden betaen er tilnærmet 1 (1,04), er årsaken til negativ Treynor-ratio at banken ikke oppnår avkastning over risikofri rente. Dette vil altså si at banken har tatt på seg systematisk risiko, men ikke klart å oppnå tilstrekkelig kompensasjon for dette.

I perioden fra 2008 til 2010 skaper banken avkastning som ligger marginalt over risikofri rente, noe som fører til at Treynor-ratioen så vidt blir positiv (0,01 på årlig basis). I den siste perioden (2009 – 2011) stiger beta-verdien markant fra 1,02 til 1,15. Denne økningen blir kompensert av en høy avkastning og Treynor-ratioen ender på 0,15.

Siden beta-verdien til benchmark per definisjon er lik 1, er det ikke noen hensikt i å kalkulere Treynor-ratio for benchmark.

## 6.5 Avsluttende diskusjon

Markowitz' forventning-varians-modell er det teoretiske fundamentet vår oppgave er bygget på, og man må derfor være klar over denne modellens begrensninger og forutsetninger når man leser oppgaven. Modellen har, som nevnt tidligere i oppgaven, vært gjenstand for kritikk blant annet for å gi et sterkt forenklet bilde av virkeligheten. Det kan derfor diskuteres hvorvidt vi burde supplert med andre modeller og teorier i oppgaven. Vi har likevel, med tanke på en masteroppgaves format og omfang, valgt å konsentrere oss fullt ut om Markowitz' modell.

Da vi beregnet avkastning på porteføljen per måned fra 2007 til 2011 måtte vi foreta noen forenklinger, både som en følge av mangelfulle data fra banken i tillegg til egenskaper ved enkelte av investeringene. Vi har for eksempel utelatt en investering i et fond på grunn av manglende informasjon om markedsverdien av fondet i tillegg til at verdien av denne posisjonen har vært lav sett i forhold til porteføljen som en helhet.

Porteføljen til sparebanken har, som nevnt tidligere i oppgaven, endret seg betraktelig i løpet av den perioden vi har undersøkt. Den har gått fra å være en minimal portefølje til å bestå av et stort antall aksjer med en samlet markedsverdi på flere millioner. Dette, i tillegg til sterk uro i finansmarkedene, har gitt store utslag i avkastnings- og risikomålingen. Disse faktorene har igjen utgjort en utfordring i arbeidet med å sammenligne porteføljen og markedet på tvers av perioder.

Som benchmark har vi valgt OSEAX, mens banken selv måler seg mot OSEBX. Grunnen til at vi har valgt OSEAX er at vi i våre modeller ville speile hele markedet og ikke bare de mest likvide aksjene. Modellene i oppgaven ville mest sannsynlig sett annerledes ut dersom vi hadde brukt OSEBX som benchmark, i tillegg til at prestasjonsmålene trolig ville gitt andre resultater.

I oppgaven har vi vist hvordan bankens portefølje har gjort seg i mot teoretisk optimal portefølje på det effisiente settet. En begrensning i dette ligger i at vi ikke har spesifisert hvilken optimal blanding banken burde ha besittet i den aktuelle perioden. Det kan derfor argumenteres for at oppgaven vår preges av en deskriptiv heller enn en normativ form.

I prestasjonsmålingen har hovedutfordringen vært å finne ut hva vi har ønsket å måle, og på hvilken måte. Det finnes et stort antall prestasjonsmål som på ulike måter evaluerer den oppnådde avkastningen opp mot risikoen. Alle prestasjonsmål har fordeler og ulemper, og det kan derfor diskuteres hvorvidt målene i vår oppgave representerer den beste miksen av det universet av mål som finnes. I en diskusjon rundt hvor mange mål man skal ta med i en slik oppgave må man ta en avveining av informasjonsverdien som flere mål vil gi mot at oppgaven kan bli mindre oversiktlig med et mylder av antall mål. I den avveiningen mener vi at fem mål er et dekkende antall, selv om det kan diskuteres hvorvidt vi burde inkludert flere mål.

## 7. Konklusjon

Vi har i oppgaven vår hatt fokus på en totalvurdering av sparebankens aksjeportefølje. Vi bruker begrepet totalvurdering da vi i vår oppgave har belyst en rekke ulike aspekter ved sparebankens portefølje for årene 2007 til 2011. I dette ligger det at vi blant annet har sett porteføljen opp mot Markowitz Frontier, konstruert optimale porteføljer basert på risikoaversjonen til de ansvarlige for aksjeforvaltningen i tillegg til å foreta en prestasjonsvurdering av resultatene av forvaltningen for den aktuelle perioden.

Fra vår analyse av femårsperioden finner vi at sparebankens plassering på Markowitz Frontier er under MVP. Sparebankens portefølje vil da være karakterisert som en ueffisient portefølje. For å se nærmere på utviklingen gjennom de fem årene, har vi også delt femårsperioden inn i tre delperioder. Vi ser at sparebankens portefølje stort sett har fulgt tendensen i markedet generelt, både i perioden sett under ett og på delperiodenivå.

Analyseperioden bærer preg av sterk uro i finansmarkedene og tilsvarende volatil avkastning på aksjer. Dette får også konsekvenser for de risikojusterte prestasjonsmålene som er beregnet i oppgaven. Samtidig viser oppgaven at utviklingen i porteføljens størrelse har hatt innvirkning på de samme målene.

På bakgrunn av analysen er det naturlig å konkludere med at sparebanken, både i løpet av femårsperioden og i delperiode, ikke har prestert i samsvar med mandatet sitt om å minst ha en avkastning lik referanseindeksen. Analysen av Markowitz Frontier viser at sparebanken kunne oppnådd en høyere gjennomsnittskavkastning for samme grad av risiko, eller lavere risiko for samme gjennomsnittsavkastning. Porteføljen har heller ikke levert bedre risikojustert avkastning enn markedet for femårsperioden.

Dette er en relativt ung portefølje, og det ville vært interessant ved en senere anledning å utføre en tilsvarende studie for å se utviklingen over en lengre tidshorisont.

## 8. Litteraturliste

### Artikler og bøger:

Bodie, Z. et al. (2009): Investments. McGraw-Hill 8th edition.

Brinson, G. P. (1986): Determinants of Portfolio Performance. The Financial Analysts Journal.

Brinson, G. P. et al. (1991): Determinants of Portfolio Performance II: An Update. Financial Analysts Journal, ss. 40 – 48.

Carhart, M. M. (1997): On Persistence in Mutual Fund Performance. The Journal of Finance, Vol 52, No.1, ss. 57-82.

Chen, W. P. et al. (2010): Portfolio optimization models and mean-variance spanning test. Handbook of quantitative finance and risk management, part II, ss. 165-184.

Cochrane, John, H. (1999): Portfolio advice for a multifactor world. Economic Perspectives; Federal Reserve Bank of Chicago, issue Q III: s.59-78.

Cochrane, John, H. (1999): New Facts in Finance. Economic Perspectives; Federal Reserve Bank of Chicago, vol. 23, no.3: s. 36-58.

Connor, G. (1995): The Three Types of Factor Models: A Comparison of Their Explanatory Power. Financial Analysts Journal, Vol. 51, No. 3 (mai – juni 1995), ss. 42 – 46.

Ding et al. (2010): We Measure Individual Risk Attitudes in a Survey? IZA DP No. 4807, Institute for the Study of Labor.

Dowd, K. (2000): Adjusting for risk: An Improved Sharpe Ratio. International Review of Economics and Finance, No. 9, ss. 209 – 222.

Drobetz, W. og Köhler, F. (2002): The Contribution of Asset Allocation Policy to Portfolio Performance. WWZ/Department of Finance, Working Paper, No. 2/02.

Evans, J. L. og S. H. Archer (1968): Diversification and the Reduction of Dispersion: An Empirical Analysis. Journal of Finance 23 (desember 1968), ss. 761 – 767.

Fama, E. F. og French, K. R. (1992): The Cross-Section of Expected Stock Returns. *Journal of Finance* 47, ss. 427 – 66.

Fama, E. F. og French, K. R. (1993): Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds. *Journal of Financial Economics* 17, ss. 3 – 56.

Fama, E. F. og French, K. R. (2004): The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence. *Journal of Economic Perspectives*, Vol. 18, No. 3, ss. 25 – 46.

Fama, E. F. og French, K. R. (2009): Luck versus Skill in the Cross Section of Mutual Fund Returns. Tuck School of Business at Dartmouth, Working Paper No. 2009-56.

Feibel, B. J. (2003): *Investment Performance Measurement*. John Wiley & Sons, Inc.

French, C. W. (2003): The Treynor Capital Asset Pricing Model. *Journal of Investment Management*. *Journal of Investment Management*, Vol. 1, No. 2, ss. 60 – 72.

Goodwin, T. H. (1998): The Information Ratio. *Financial Analysts Journal*, Vol. 54, No. 4 (juli – august), ss. 34 – 43.

Guiso, Luigi et al. (2011): Time Varying Risk Aversion. Working paper.

Hammervold, Randi (2008): *En kort innføring i SPSS*. 1.utg. Tapir Akademisk Forlag, Trondheim.

Griffiths, W. E. et al. (2008): *Principles of Econometrics*, 3rd edition. John Wiley & Sons, Inc.

Høegh-Krohn, J. (2004): Viktige problemstillinger og utviklingstrekk i moderne kapitalforvaltning. *Praktisk økonomi & finans*, s. 3-9.

Ibbotson, R. G. og Kaplan, P. D. (2000): Does Asset Allocation Policy Explain 40, 90, or 100 Percent of Performance? *Financial Analysts Journal*, Jan/Feb. 2000.

Jensen, M. C. (1967): The Performance of Mutual Funds In The Period 1945 – 1964. *Journal of Finance*, Vol. 23, No. 2, ss. 389 – 416.

Kritzman M. og Rich D. (1998): Beware of Dogma: The truth about time diversification. *Journal of Portfolio Management*, Vol. 24, No. 4: ss. 66-77.

Loeb, G. (1996): *The Battle for Investment Survival*. John Wiley and Sons, Inc.

Løvås, G.G. (2005): *Statistikk for universiteter og høyskoler*. 2.utg. Universitetsforlaget, Oslo.

Markowitz, H. (1952): Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, Vol. 7, No. 1 (mars 1952), ss. 77 – 91.

Markowitz, H. (1999): The Early History of Portfolio Theory 1600 – 1960. *Financial Analysts Journal*, Vol. 55, No. 4 (juli – august, 1999) ss. 5 – 6.

Mossin, J., (1968): Optimal multiperiod portfolio policies, *Journal of Business*, Vol. 41, Nr. 2 (Apr., 1968), ss. 215-229.

Petroleumfondet (2003): Høyest mulig avkastning til lavest mulig risiko. Årssort 03; Temaartk.2; s. 40-45.

Pratt, John W. (1964): Risk Aversion in the Small and in the Large. *Econometrica*, Vol. 32, No. 1/2, (januar – april), s. 122 – 136.

Samuelson, P.A., (1969): Lifetime portfolio selection by dynamic stochastic programming, *Review of Economics and Statistics*, Volume 51, Nr. 3 (Aug., 1969), 239-246.

Samuelson, P.A., (1963): Risk and Uncertainty: A Fallacy of Large Numbers. *Scientia* 1-6.

Sharpe, W. F. (1991): The Arithmetic of Active Management. *The Financial Analyst's Journal*, Vol. 47, No.1, ss. 7-9.

Simons, Katerina (2000): The Use of Value at Risk by Institutional Investors. *New England Economic Review*.

Statman, M. (1987): How Many Stocks Make a Diversified Portfolio? *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 22, No. 3 (September 1987), ss. 353 – 363.

Tobin, J. (1958): Liquidity preference as behavior towards risk, *The Review of Economic Studies*, 25, 65 – 86.

Treynor, J. L. og Black, F. (1973): How to Use Security Analysis to Improve Portfolio Selection. *The Journal of Business*, Vol. 46, No. 1 (januar), ss. 66 – 86.

Womack, K. L. og Zhang, Y. (2003): Understanding Risk and Return, the CAPM, and the Fama-French Three-Factor Model. Tuck School of Business at Dartmouth, Tuck Case No.03-111.

**Forelesninger:**

Høegh-Krohn, J. (vår 2011): Forvaltning i praksis. Forelesning. NHH, Bergen.

Høegh-Krohn, J. (vår 2011): Aktivallokering. Forelesning. NHH, Bergen.

Johnsen, T. (vår 2011): Forelesningsrekke i Kapitalforvaltning. NHH, Bergen.

Leite, T. (høst 2010): Forelesningsrekke i finansmarked. NHH, Bergen.

Strabac, Zan. (høst 2009): Forelesningsrekke i Anvendt Statistikk. TØH, Trondheim.

**Internett:**

Bender, J. og Nielsen, F (2010): The Fundamentals of Fundamental Factor Models  
<[http://www.msibarra.com/research/articles/2010/The\\_Fundamentals\\_of\\_Fundamental\\_Factor\\_Models\\_Jun2010.pdf](http://www.msibarra.com/research/articles/2010/The_Fundamentals_of_Fundamental_Factor_Models_Jun2010.pdf)> (2.5.2012)

Clement, C. (2009): Interpreting the Information Ratio.  
<<http://www.jasonhsu.org/uploads/1/0/0/7/10075125/theinformationratio.pdf>> (10.5.12)

Connor, G. og Korajczyk, R. (2007): Factor Models of Asset Returns.  
<<http://www.efalken.com/pdfs/ConnorKor07.pdf>> (2.5.12)

Eling, M. og Tibiletti, L. (2009): Sharpe Ratio for Skew-Normal Distributions: A Skewness-Dependant Performance Trade-Off. Preprint Series: 2009 – 09. <[http://www.uni-ulm.de/fileadmin/website\\_uni\\_ulm/mawi/forschung/PreprintServer/2009/SharpeRatio.pdf](http://www.uni-ulm.de/fileadmin/website_uni_ulm/mawi/forschung/PreprintServer/2009/SharpeRatio.pdf)> (2.5.2012)

New York Times (1992): Market Place; A Study Shakes Confidence In the Volatile-Stock Theory. <<http://www.nytimes.com/1992/02/18/business/market-place-a-study-shakes-confidence-in-the-volatile-stock-theory.html?pagewanted=all&src=pm>> (26.4.2012)

Norges Bank – [www.norges-bank.no](http://www.norges-bank.no)



---

Oslo Børs. 1.februar 2008. Fakta og nøkkeltall Oslo Børs januar 2008.

<<http://www.oslobors.no/Oslo-Boers/Statistikk/Fakta-og-noekkeltall/2008-Fakta-og-noekkeltall-Oslo-Boers-januar-2008>> (19.mai 2012).

Oslo Børs – [www.oslobors.no](http://www.oslobors.no)

Regjeringen. NOU 2003: 22. Forvaltning for fremtiden.

<<http://www.regjeringen.no/nb/dep/fin/dok/nouer/2003/nou-2003-22/19.html?id=371924>> (12.mars 2012).

Regjeringen. St.meld. nr. 1 (2001-2002). Nasjonalbudsjettet 2002.

<<http://www.regjeringen.no/nb/dep/fin/dok/regpubl/stmeld/20012002/stmeld-nr-1-2001-2002-/9/4.html?id=477605>> (1.april 2012).

Regjeringen. Meld. St. 10 (2009-2010). Forvaltningen av Statens pensjonsfond i 2009.

<<http://www.regjeringen.no/nb/dep/fin/dok/regpubl/stmeld/2009-2010/Meld-St-10-2009-2010/6/2.html?id=599198>> (1.april 2012).

Regjeringen. NOU 1998: 10. Fondering av folketrygden?

<<http://www.regjeringen.no/nb/dep/fin/dok/nouer/1998/nou-1998-10/24/3/2.html?id=348777>> (1.april 2011).

Regjeringen. Meld. St. 17 (2011-2012). Forvaltningen av Statens pensjonsfond i 2011.

<<http://www.regjeringen.no/nb/dep/fin/dok/regpubl/stmeld/2011-2012/meld-st-17-20112012/2/5/3.html?id=676431>> (19.mai 2012).

Sigman, K (2008): Notes on Factor Models. <<http://www.columbia.edu/~ks20/FE-Notes/4700-07-Notes-FM.pdf>> (14.5.12).

Yahoo Finance – [www.finance.yahoo.com](http://www.finance.yahoo.com)

### **Utredninger:**

Fagerli, D.A. & Hole, J. (2011): ”En praktisk anvendelse av moderne porteføljeteori - Den optimale porteføljen”, Utredning NHH, våren 2011.

Kuan, M. W. Y. (2008): Structuring an Optimal Portfolio from the Private Bank Perspective and Measuring the Market Risk using Value at Risk Methodology. Masteroppgave, Nottingham University Business School.

Moen, L.A. & Rønning, T.F. (2010): "Har partnereide aksjefond bedre avkastning enn bankeide? Prestasjonsvurdering og analyse av norskregistrerte og aktivt forvaltede aksjefond i perioden 1.1.2002 – 30.11.2009", Utredning NHH, våren 2010.

Måland, P.G. (2007): "Hvordan anvende moderne porteføljeteori i finansiell rådgivning og ved utviklingen av en optimal investeringsportefølje", Utredning NHH, våren 2007.

Torkehagen, M. (2010): "En passiv investeringsstrategi - Hvordan konstruere en modell for en passiv og kostnadseffektiv investeringsstrategi?", Utredning NHH, høsten 2010.

Torvund, A. & Torvund, O. (2010): "Kapitalforvaltning i livselskap - Hvordan vil ulike kapitalforvaltningsstrategier slå ut for henholdsvis selskap og kunde?", Utredning NHH, våren 2010.

Tveito, I.O. (2006): "Ei prestasjonsvurdering av norske aksjefond 1998-2005", Utredning NHH, våren 2006.

Wittrup, L. (2008): "Prestasjonsanalyse av Norske Aksjefond 1992-2005 - Persistent avkastning og ekstremfond", Utredning Universitetet i Agder, Kristiansand, våren 2008.

**Data:**

Avkastningshistorikk for Oslo Børs er hentet fra NHH sin Børsdatabase.

## 9. Vedlegg

### 9.1 Spørreundersøkelse

1. I forbindelse med vår masteroppgave om risikostyrt avkastning og porteføljesammensetning er vi interessert i å kartlegge grad av risikoaversion hos deg som er involvert i porteføljevaltningen i banken. Spørsmålene i skjemaet er av en sosioøkonomisk karakter og går på valget mellom en garantert avkastning versus en usikker avkastning. Til slutt blir du bedt om å fylle ut kjønn og alder. Informasjonen fra dette skjemaet vil gi oss verdifull informasjon som vil være til stor hjelp under utforming av oppgaven. Merk at det i hvert spørsmål gjelder årlig avkastning. Portefølje-spørsmålene gjelder for en portefølje med omløpsaksjer. Ta kontakt med en av oss dersom noe er uklart eller du har spørsmål til skjemaet. Undersøkelsen gjennomføres som et ledd i arbeidet med vår masteroppgave ved Norges Handelshøyskole (NHH). Alle svar behandles konfidensielt. Med vennlig hilsen Tommy Totland Hauge E-post: [hauge21@online.no](mailto:hauge21@online.no) Telefon: 995 00 350 Petter Hunstad Kristiansen E-post: [phunkris@gmail.com](mailto:phunkris@gmail.com) Telefon: 415 02 013

#	Answer	Bar	Response	%
	Total		0	

2. Anta at du har tilgang til to (og bare to) investeringsstrategier for hele porteføljen du forvalter. Strategi 1 gir en sikker avkastning på 6.2 %. Strategi 2 gir med 50 % sannsynlighet en avkastning på +20 %, og med 50 % sannsynlighet en avkastning på -3.7 %. Hvilken strategi velger du?

#	Answer	Bar	Response	%
1	Strategi 1		0	0%
2	Strategi 2		1	100%
	Total		1	

3. Anta at du har tilgang til to (og bare to) investeringsstrategier for hele porteføljen du forvalter. Strategi 1 gir en sikker avkastning på 6.2 %. Strategi 2 gir med 50 % sannsynlighet en avkastning på +20 %, og med 50 % sannsynlighet en avkastning på -4.7 %. Hvilken strategi velger du?

#	Answer	Bar	Response	%
1	Strategi 1		0	0%
2	Strategi 2		1	100%
	Total		1	

4. Anta at du har tilgang til to (og bare to) investeringsstrategier for hele porteføljen du forvalter. Strategi 1 gir en sikker avkastning på 6.2 %. Strategi 2 gir med 50 % sannsynlighet en avkastning på +20 %, og med 50 % sannsynlighet en avkastning på -2.9 %. Hvilken strategi velger du?

#	Answer	Bar	Response	%
1	Strategi 1		0	0%
2	Strategi 2		0	0%
	Total		0	

5. Anta at du har tilgang til to (og bare to) investeringsstrategier for hele porteføljen du forvalter. Strategi 1 gir en sikker avkastning på 6.2 %. Strategi 2 gir med 50 % sannsynlighet en avkastning på + 20 %, og med 50 % sannsynlighet en avkastning på – 6.0 %. Hvilken strategi velger du?

#	Answer	Bar	Response	%
1	Strategi 1	<input checked="" type="checkbox"/>	1	100%
2	Strategi 2	<input type="checkbox"/>	0	0%
	Total		1	

6. Anta at du har tilgang til to (og bare to) investeringsstrategier for hele porteføljen du forvalter. Strategi 1 gir en sikker avkastning på 6.2 %. Strategi 2 gir med 50 % sannsynlighet en avkastning på + 20 %, og med 50 % sannsynlighet en avkastning på – 2.1 %. Hvilken strategi velger du?

#	Answer	Bar	Response	%
1	Strategi 1	<input type="checkbox"/>	0	0%
2	Strategi 2	<input type="checkbox"/>	0	0%
	Total		0	

7. Kjønn

#	Answer	Bar	Response	%
1	Kvinne	<input type="checkbox"/>	0	0%
2	Mann	<input checked="" type="checkbox"/>	1	100%
	Total		1	

8. Alder

Text Response
50

## 9.2 Sektorer på Oslo Børs

### OSE10 – Energi

Ticker	Navn	Ticker	Navn
AGR	AGR Group	IOX	InterOil Exploration and Production
AKSO	Aker Solutions	KVAER	Kværner
ARCHER	Archer	NEC	Norse Energy Corp.
BERGEN	Bergen Group	NOF	Northern Offshore
BON	Bonheur	NOR	Norwegian Energy Company
BWO	BW Offshore Limited	PDR	Petrolia
DESSC	Deep Sea Supply	PEN	Panoro Energy
DETNOR	Det norske oljeselskap	PGS	Petroleum Geo-Services
DNO	DNO International	PRS	Prosafe
DOCK	Dockwise	QEC	Questerre Energy Corporation
DOF	DOF	RGT	Rocksource
DOLP	Dolphin Group	RISH	GC Rieber Shipping
EIOF	Eidesvik Offshore	RXT	Reservoir Exploration Technology
EMGS	Electromagnetic Geoservice	SBX	SeaBird Exploration
EOC	EOC	SDRL	Seadrill
FAIR	Fairstar Heavy Transport	SEVAN	Sevan Marine
FAR	Farstad Shipping	SEVDR	Sevan Drilling
FOE	Fred. Olsen Energy	SINO	SinOceanic Shipping
FOP	Fred. Olsen Production	SIOFF	Siem Offshore
FRO	Frontline	SOFF	Solstad Offshore
GOL	Golar LNG	SONG	Songa Offshore
GRO	Ganger Rolf	STL	Statoil
HAVI	Havila Shipping	SUBC	Subsea 7
HLNG	Höegh LNG Holdings	TGS	TGS-NOPEC Geophysical Company
IMSK	I.M. Skaugen	WRL	Wentworth Resources

### OSE15 – Materialer

Ticker	Navn	Ticker	Navn
AVM	Avocet Mining	NAUR R	NAUR New Shares
BMA	Byggma	NHY	Norsk Hydro
IGE	IGE Resources	NSG	Norske Skogindustrier
ITX	Intex Resources	SCI	Scana Industrier
NAUR	Northland Resources	YAR	Yara International

## OSE20 – Industri

Ticker	Navn	Ticker	Navn
AFG	AF Gruppen	NOCC	Norwegian Car Carries
AKVA	AKVA Group	ODF	Odfjell ser. A
AMSC	American Shipping Company	ODFB	Odfjell ser. B
BEL	Belships	ORK	Orkla
COMROD	Comrod Communication	OTS	Oceanteam Shipping
ECHEM	Eitzen Chemical	REPANT	Repant
EMS	Eitzen Maritime Services	SAS NOK	SAS AB
GOD	Goodtech	SNI	Stolt-Nielsen
GOGL	Golden Ocean Group	SOLV	Solvang
GRR	Green Reefers	SRI	Star Reefers Inc.
HEX	Hexagon Composites	TECO	Teco Maritime
INFRA	Infratek	TIDE	Tide
JIN	Jinhui Shipping and Transportation	TOM	Tomra Systems
JSHIP	Jason Shipping	TTS	TTS Group
KOG	Kongsberg Gruppen	VEI	Veidekke
KVE	Kverneland	WWASA	Wilh. Wilhelmsen
NAM	Namsos Trafikkselskap	WWI	Wilh. Wilhelmsen Holdning ser.A
NAS	Norwegian Air Shuttle	WWIB	Wilh. Wilhelmsen Holdning ser.B
NEAS	NEAS		

## OSE25 – Forbruksvarer

Ticker	Navn	Ticker	Navn
BWG	BWG Homes	POL	Polaris Media
EKO	Ekornes	RCL	Royal Caribbean Cruises
GYL	Gyldendal	SCH	Schibsted
HRG	Hurtigruten	SFR	Statoil Fuel & Retail
KOA	Kongsberg Automotive		

## OSE30 – Konsumentvarer

Ticker	Navn	Ticker	Navn
AKS	Aker Seafoods	LSG	Lerøy Seafood Group
AUSS	Austevoll Seafood	MHG	Marine Harvest
BAKKA	Bakkafrost	MORPOL	Morpol
CEQ	Cermaq	NPEL	Norway Pelagic
COD	Codfarmers	NRS	Norway Royal Salmon
COP	Copeinca	RIE	Rieber & Søn
DOM	Domstein	SALM	SalMar
GSF	Grieg Seafood	SSC	The Scottish Salmon Company

## OSE35 – Helsevern

Ticker	Navn	Ticker	Navn
AKBM	Aker BioMarine	MEDI	Medistim
ALGETA	Algeta	NAVA	Navamedic
BIONOR	Bionor Pharma	NORD	NorDiag
BIOTEC	Biotec Pharmacon	ORO	ORIGIO
CLAVIS	Clavis Pharma	PHO	Photocure
COV	ContextVision	PRON	Pronova BioPharma
DIAG	DiaGenic		

## OSE40 – Finansielle tjenester

Ticker	Navn	Ticker	Navn
ACTA	Acta Holding	NPRO	Norwegian Property
AIK	Aktiv Kapital	OLT	Olav Thon Eiendomsselskap
AKER	Aker	PROTCT	Protector Forsikring
ASC	ABG Sundal Collier Holdning	SKI	Skiens Aktiemølle
BOR	Borgestad	SRBANK	SpareBank 1 SR-Bank
DNB	DNB	STB	Storebrand
GJF	Gjensidige Forsikring	STORM	Storm Real Estate
IMAREX	Imarex	VVL	Voss Veksel- og Landmandsbank
NLPR	Northern Logistic Property		

## OSE45 – Informasjonsteknologi

Ticker	Navn	Ticker	Navn
APP	Apptix	ITE	Itera
ATEA	Atea	KIT	Kitron
BIRD	Birdstep Technology	NIO	Nio
BLO	Blom	NOD	Nordic Semiconductor
BOUVET	Bouvet	OPERA	Opera Software
DAT	Data Respons	PSI	PSI Group
EDBASA	EDB ErgoGroup	QFR	Q-Free
ELT	Eltek	REC	Renewable Energy Corporation
FARA	Fara	VIZ	Vizrt
FUNCOM	Funcom		

## OSE50 – Telekommunikasjon og Tjenester

Ticker	Navn
TEL	Telenor
TELIO	Telio Holding

## OSE55 – Forsyningsselskaper

Ticker	Navn
AFK	Arendals Fossekompani
HNA	Hafslund ser. A
HNB	Hafslund ser. B

## 9.3 Risikofri rente

Periode 07-11	3mnd eff. Rente (%)
desember 11	1,44
november 11	1,96
oktober 11	2,00
september 11	2,11
august 11	2,04
juli 11	2,37
juni 11	2,30
mai 11	2,37
april 11	2,33
mars 11	2,26
februar 11	2,23
januar 11	2,23
desember 10	2,20
november 10	2,14
oktober 10	2,21
september 10	2,27
august 10	2,24
juli 10	2,19
juni 10	2,26
mai 10	2,22
april 10	2,15
mars 10	2,03
februar 10	2,05
januar 10	2,04
desember 09	1,84
november 09	1,79
oktober 09	1,73
september 09	1,52
august 09	1,47
juli 09	1,42
juni 09	1,54
mai 09	1,54
april 09	1,92



mars 09	2,07
februar 09	2,40
januar 09	2,66
desember 08	3,50
november 08	4,75
oktober 08	4,38
september 08	5,64
august 08	5,96
juli 08	5,97
juni 08	5,78
mai 08	5,76
april 08	5,38
mars 08	5,23
februar 08	5,33
januar 08	5,15
desember 07	5,05
november 07	5,13
oktober 07	5,04
september 07	4,80
august 07	4,73
juli 07	4,62
juni 07	4,54
mai 07	4,41
april 07	4,35
mars 07	4,23
februar 07	4,02
januar 07	3,75

Aritmetisk gjennomsnitt	3,18
-------------------------	------

Risikofri rente annualisert månedlig	3,18 %
<b>Risikofri rente månedlig</b>	<b>0,26 %</b>

Risikofrirente for perioden 2007 – 2009

Risikofri rente annualisert månedlig	3,87 %
<b>Risikofri rente månedlig</b>	<b>0,32 %</b>

Risikofrirente for perioden 2008 – 2010

Risikofri rente annualisert månedlig	3,08 %
<b>Risikofri rente månedlig</b>	<b>0,25 %</b>

Risikofrirente for perioden 2009 – 2011

Risikofri rente annualisert månedlig	2,04 %
Risikofri rente månedlig	0,17 %

## 9.4 Kovariansmatrise og korrelasjonsmatrise

Kovariansmatrise 2007-11	OSE10	OSE15	OSE20	OSE25	OSE30	OSE35	OSE40	OSE45	OSE50	OSE55
OSE10 - Energi	<b>0,005</b>									
OSE15 - Materialer	0,006	<b>0,012</b>								
OSE20 - Industri	0,005	0,007	<b>0,009</b>							
OSE25 - Forbruksvarer	0,004	0,008	0,006	<b>0,012</b>						
OSE30 - Konsumentvarer	0,005	0,006	0,005	0,006	<b>0,011</b>					
OSE35 - Helsevern	0,003	0,004	0,004	0,004	0,003	<b>0,006</b>				
OSE40 - Finansielle tjenester	0,005	0,008	0,006	0,008	0,006	0,003	<b>0,010</b>			
OSE45 - Informasjonsteknologi	0,004	0,006	0,005	0,004	0,004	0,003	0,005	<b>0,008</b>		
OSE50 - Telekommunikasjon og tjenester	0,005	0,008	0,007	0,007	0,004	0,004	0,006	0,004	<b>0,012</b>	
OSE55 - Forsyningsselskaper	0,003	0,004	0,005	0,004	0,004	0,002	0,004	0,003	0,004	<b>0,005</b>

Kovariansmatrise 2007-09	OSE10	OSE15	OSE20	OSE25	OSE30	OSE35	OSE40	OSE45	OSE50	OSE55
OSE10 - Energi	<b>0,007</b>									
OSE15 - Materialer	0,008	<b>0,015</b>								
OSE20 - Industri	0,006	0,009	<b>0,011</b>							
OSE25 - Forbruksvarer	0,005	0,009	0,008	<b>0,016</b>						
OSE30 - Konsumentvarer	0,006	0,008	0,006	0,007	<b>0,014</b>					
OSE35 - Helsevern	0,003	0,004	0,004	0,004	0,003	<b>0,006</b>				
OSE40 - Finansielle tjenester	0,006	0,009	0,007	0,011	0,009	0,003	<b>0,012</b>			
OSE45 - Informasjonsteknologi	0,005	0,006	0,006	0,005	0,005	0,004	0,006	<b>0,008</b>		
OSE50 - Telekommunikasjon og tjenester	0,007	0,012	0,010	0,010	0,006	0,006	0,008	0,006	<b>0,018</b>	
OSE55 - Forsyningsselskaper	0,004	0,006	0,007	0,006	0,005	0,003	0,005	0,003	0,007	<b>0,006</b>

Kovariansmatrise 2008-10	OSE10	OSE15	OSE20	OSE25	OSE30	OSE35	OSE40	OSE45	OSE50	OSE55
OSE10 - Energi	<b>0,006</b>									
OSE15 - Materialer	0,008	<b>0,017</b>								
OSE20 - Industri	0,005	0,010	<b>0,009</b>							
OSE25 - Forbruksvarer	0,005	0,011	0,008	<b>0,017</b>						
OSE30 - Konsumentvarer	0,006	0,009	0,006	0,008	<b>0,012</b>					
OSE35 - Helsevern	0,003	0,005	0,004	0,004	0,003	<b>0,008</b>				
OSE40 - Finansielle tjenester	0,006	0,010	0,007	0,011	0,009	0,004	<b>0,013</b>			
OSE45 - Informasjonsteknologi	0,005	0,007	0,006	0,005	0,005	0,004	0,007	<b>0,008</b>		
OSE50 - Telekommunikasjon og tjenester	0,007	0,012	0,009	0,009	0,007	0,006	0,009	0,006	<b>0,017</b>	
OSE55 - Forsyningsselskaper	0,003	0,006	0,005	0,006	0,005	0,003	0,004	0,002	0,006	<b>0,004</b>

Kovariansmatrise 2009-11	OSE10	OSE15	OSE20	OSE25	OSE30	OSE35	OSE40	OSE45	OSE50	OSE55
OSE10 - Energi	<b>0,003</b>									
OSE15 - Materialer	0,003	<b>0,009</b>								
OSE20 - Industri	0,003	0,005	<b>0,005</b>							
OSE25 - Forbruksvarer	0,003	0,007	0,004	<b>0,011</b>						
OSE30 - Konsumentvarer	0,002	0,004	0,002	0,006	<b>0,008</b>					
OSE35 - Helsevern	0,002	0,003	0,003	0,003	0,001	<b>0,006</b>				
OSE40 - Finansielle tjenester	0,003	0,006	0,004	0,007	0,005	0,003	<b>0,008</b>			
OSE45 - Informasjonsteknologi	0,003	0,005	0,003	0,003	0,003	0,003	0,004	<b>0,006</b>		
OSE50 - Telekommunikasjon og tjenester	0,002	0,004	0,004	0,003	0,001	0,002	0,003	0,003	<b>0,006</b>	
OSE55 - Forsyningsselskaper	0,001	0,002	0,002	0,003	0,002	0,001	0,002	0,001	0,001	<b>0,003</b>

Korrelasjonsmatrise 2007-11	OSE10	OSE15	OSE20	OSE25	OSE30	OSE35	OSE40	OSE45	OSE50	OSE55
OSE10 - Energi	<b>1</b>									
OSE15 - Materialer	0,743	<b>1</b>								
OSE20 - Industri	0,744	0,714	<b>1</b>							
OSE25 - Forbruksvarer	0,545	0,647	0,620	<b>1</b>						
OSE30 - Konsumentvarer	0,616	0,563	0,513	0,531	<b>1</b>					
OSE35 - Helsevern	0,472	0,461	0,546	0,422	0,337	<b>1</b>				
OSE40 - Finansielle tjenester	0,693	0,694	0,655	0,762	0,630	0,388	<b>1</b>			
OSE45 - Informasjonsteknologi	0,653	0,607	0,617	0,449	0,488	0,457	0,618	<b>1</b>		
OSE50 - Telekommunikasjon og tjenester	0,609	0,659	0,664	0,549	0,368	0,443	0,574	0,440	<b>1</b>	
OSE55 - Forsyningsselskaper	0,656	0,569	0,777	0,593	0,552	0,462	0,537	0,425	0,579	<b>1</b>

Korrelasjonsmatrise 2008-10	OSE10	OSE15	OSE20	OSE25	OSE30	OSE35	OSE40	OSE45	OSE50	OSE55
OSE10 - Energi	<b>1</b>									
OSE15 - Materialer	0,810	<b>1</b>								
OSE20 - Industri	0,715	0,780	<b>1</b>							
OSE25 - Forbruksvarer	0,497	0,634	0,617	<b>1</b>						
OSE30 - Konsumentvarer	0,679	0,607	0,580	0,533	<b>1</b>					
OSE35 - Helsevern	0,483	0,444	0,533	0,378	0,278	<b>1</b>				
OSE40 - Finansielle tjenester	0,699	0,710	0,662	0,768	0,713	0,377	<b>1</b>			
OSE45 - Informasjonsteknologi	0,664	0,625	0,668	0,427	0,493	0,492	0,668	<b>1</b>		
OSE50 - Telekommunikasjon og tjenester	0,643	0,696	0,721	0,549	0,501	0,513	0,585	0,533	<b>1</b>	
OSE55 - Forsyningsselskaper	0,650	0,698	0,725	0,673	0,668	0,478	0,592	0,424	0,643	<b>1</b>

Korrelasjonsmatrise 2009-11	OSE10	OSE15	OSE20	OSE25	OSE30	OSE35	OSE40	OSE45	OSE50	OSE55
OSE10 - Energi	<b>1</b>									
OSE15 - Materialer	0,708	<b>1</b>								
OSE20 - Industri	0,696	0,773	<b>1</b>							
OSE25 - Forbruksvarer	0,535	0,688	0,58	<b>1</b>						
OSE30 - Konsumentvarer	0,498	0,482	0,361	0,588	<b>1</b>					
OSE35 - Helsevern	0,5	0,455	0,466	0,315	0,201	<b>1</b>				
OSE40 - Finansielle tjenester	0,644	0,666	0,576	0,711	0,676	0,417	<b>1</b>			
OSE45 - Informasjonsteknologi	0,657	0,663	0,526	0,37	0,472	0,426	0,612	<b>1</b>		
OSE50 - Telekommunikasjon og tjenester	0,596	0,552	0,669	0,381	0,185	0,317	0,474	0,413	<b>1</b>	
OSE55 - Forsyningsselskaper	0,492	0,499	0,58	0,625	0,524	0,268	0,483	0,298	0,31	<b>1</b>

## 9.5 Beregning av effisient front

	A	B	C	
83		<b>Kovariansmatrise</b>	<b>OSE10 - Energi</b>	<b>OSE1</b>
84		OSE10 - Energi	=C71*B67*B67	0,005
85		OSE15 - Materialer	=C72*B67*C67	=D72
86		OSE20 - Industri	=C73*B67*D67	=D73
87		OSE25 - Forbruksvarer	=C74*B67*E67	=D74
88		OSE30 - Konsumentvarer	=C75*B67*F67	=D75
89		OSE35 - Helsevern	=C76*B67*G67	=D76
90		OSE40 - Finansielle tjenester	=C77*B67*H67	=D77
91		OSE45 - Informasjonsteknologi	=C78*B67*I67	=D78
92		OSE50 - Telekommunikasjon og tjenester	=C79*B67*J67	=D79
93		OSE55 - Forsyningsselskaper	=C80*B67*K67	=D80
94				
95				
96		<b>Innbakt kovariansmatrise og vektning mellom ulike sektorer</b>		
97		<b>OSE10 - Energi</b>	<b>OSE15 - Materialer</b>	<b>OSE2</b>
98	<b>Vekt</b>	=A99	=A100	=A101
99	0,355287461607339	=A99*\$B\$98*C84	=A99*\$C\$98*D84	=A99*
100	0	=A100*\$B\$98*C85	=A100*\$C\$98*D85	=A100
101	0	=A101*\$B\$98*C86	=A101*\$C\$98*D86	=A101
102	0	=A102*\$B\$98*C87	=A102*\$C\$98*D87	=A102
103	0	=A103*\$B\$98*C88	=A103*\$C\$98*D88	=A103
104	0,2824318666663993	=A104*\$B\$98*C89	=A104*\$C\$98*D89	=A104
105	0	=A105*\$B\$98*C90	=A105*\$C\$98*D90	=A105
106	0,0601323530978403	=A106*\$B\$98*C91	=A106*\$C\$98*D91	=A106
107	0	=A107*\$B\$98*C92	=A107*\$C\$98*D92	=A107
108	0,302148317754359	=A108*\$B\$98*C93	=A108*\$C\$98*D93	=A108
109	=SUMMER(A99:A108)	=SUMMER(B99:B108)	=SUMMER(C99:C108)	=SUM
110				
111		<b>Varians</b>	=SUMMER(B109:K109)	
112		<b>Standardavvik</b>	=(C111)^0,5	
113		<b>Gjennomsnitt avkastning</b>	=A99*B65+A100*C65+A101*D65+A102*E	

## 9.6 Vekting av markedsporteføljer

Vekting av markedsporteføljen for 2007-09

<b>Avkastningskrav (månedlig)</b>	0,70 %
<b>Std.avvik (mnd)</b>	8,93 %
OSE10 - Energi	0,00
OSE15 - Materialer	0,00
OSE20 - Industri	0,00
OSE25 - Forbruksvarer	0,00
OSE30 - Konsumentvarer	0,00
OSE35 - Helsevern	0,00
OSE40 - Finansielle tjenester	0,00
OSE45 - Informasjonsteknologi	1,00
OSE50 - Telekommunikasjon og tjenester	0,00
OSE55 - Forsyningsselskaper	0,00

## Vekting av markedsporteføljen for 2008-10

<b>Avkastningskrav (månedlig)</b>	2,17 %
<b>Std.avvik (mnd)</b>	11,01 %
OSE10 - Energi	0,00
OSE15 - Materialer	0,00
OSE20 - Industri	0,00
OSE25 - Forbruksvarer	0,00
OSE30 - Konsumentvarer	1,00
OSE35 - Helsevern	0,00
OSE40 - Finansielle tjenester	0,00
OSE45 - Informasjonsteknologi	0,00
OSE50 - Telekommunikasjon og tjenester	0,00
OSE55 - Forsyningsselskaper	0,00

## Vekting av markedsporteføljen for 2007-11

<b>Avkastningskrav (månedlig)</b>	0,44 %
<b>Std.avvik (mnd)</b>	10,8 %
OSE10 - Energi	0,00
OSE15 - Materialer	0,00
OSE20 - Industri	0,00
OSE25 - Forbruksvarer	0,00
OSE30 - Konsumentvarer	0,00
OSE35 - Helsevern	0,00
OSE40 - Finansielle tjenester	0,00
OSE45 - Informasjonsteknologi	0,00
OSE50 - Telekommunikasjon og tjenester	1,00
OSE55 - Forsyningsselskaper	0,00

## 9.7 Effisiente porteføljer

Effisientfronten 2007-09		
Avkastningskrav (månedlig)	Std.avvik	Sharpe
-0,97 %	10,52 %	-0,122
-0,80 %	8,23 %	-0,136
-0,70 %	7,70 %	-0,132
-0,60 %	7,27 %	-0,126
-0,50 %	6,96 %	-0,117
-0,40 %	6,77 %	-0,106
-0,30 %	6,69 %	-0,092
-0,20 %	6,62 %	-0,078
-0,10 %	6,66 %	-0,063
0,00 %	6,70 %	-0,047
0,10 %	6,81 %	-0,032
0,20 %	6,97 %	-0,017
0,30 %	7,18 %	-0,002
0,40 %	7,47 %	0,011
0,50 %	7,84 %	0,023
0,60 %	8,34 %	0,034
0,70 %	8,93 %	0,043
<b>MVP</b>		6,62 %
<b>Markedsporteføljen (tangeringsportefølje)</b>		0,043

Effisientfronten 2008-10		
Avkastningskrav (månedlig)	Std.avvik	Sharpe
-0,71 %	9,53 %	-0,101
-0,50 %	6,54 %	-0,115
-0,30 %	6,27 %	-0,088
-0,10 %	6,14 %	-0,058
0,00 %	6,13 %	-0,041
0,20 %	6,19 %	-0,009
0,40 %	6,33 %	0,023
0,60 %	6,51 %	0,053
0,80 %	6,73 %	0,081
1,00 %	6,98 %	0,107
1,20 %	7,25 %	0,131
1,40 %	7,61 %	0,151
1,60 %	8,20 %	0,164
1,80 %	9,04 %	0,171
2,00 %	10,06 %	0,174
2,17 %	11,01 %	0,174
<b>MVP</b>		6,13 %
<b>T</b>		0,174

<b>MVP</b>	6,13 %
<b>Markedsporteføljen (tangeringsportefølje)</b>	0,173725463

<b>Effisientfronten 2009-11</b>			
<b>Avkastningskrav (månedlig)</b>	<b>Std.avvik</b>	<b>Sharpe</b>	
0,21 %	5,00 %	0,008	
0,40 %	4,54 %	0,051	
0,60 %	4,38 %	0,099	
0,80 %	4,32 %	0,146	<b>MVP</b>
1,00 %	4,35 %	0,191	
1,20 %	4,46 %	0,231	
1,40 %	4,63 %	0,266	
1,60 %	4,85 %	0,295	
1,80 %	5,10 %	0,320	
2,00 %	5,38 %	0,340	
2,20 %	5,70 %	0,356	
2,40 %	6,10 %	0,366	
2,60 %	6,56 %	0,370	
2,80 %	7,09 %	0,371	<b>T</b>
3,04 %	10,67 %	0,270	

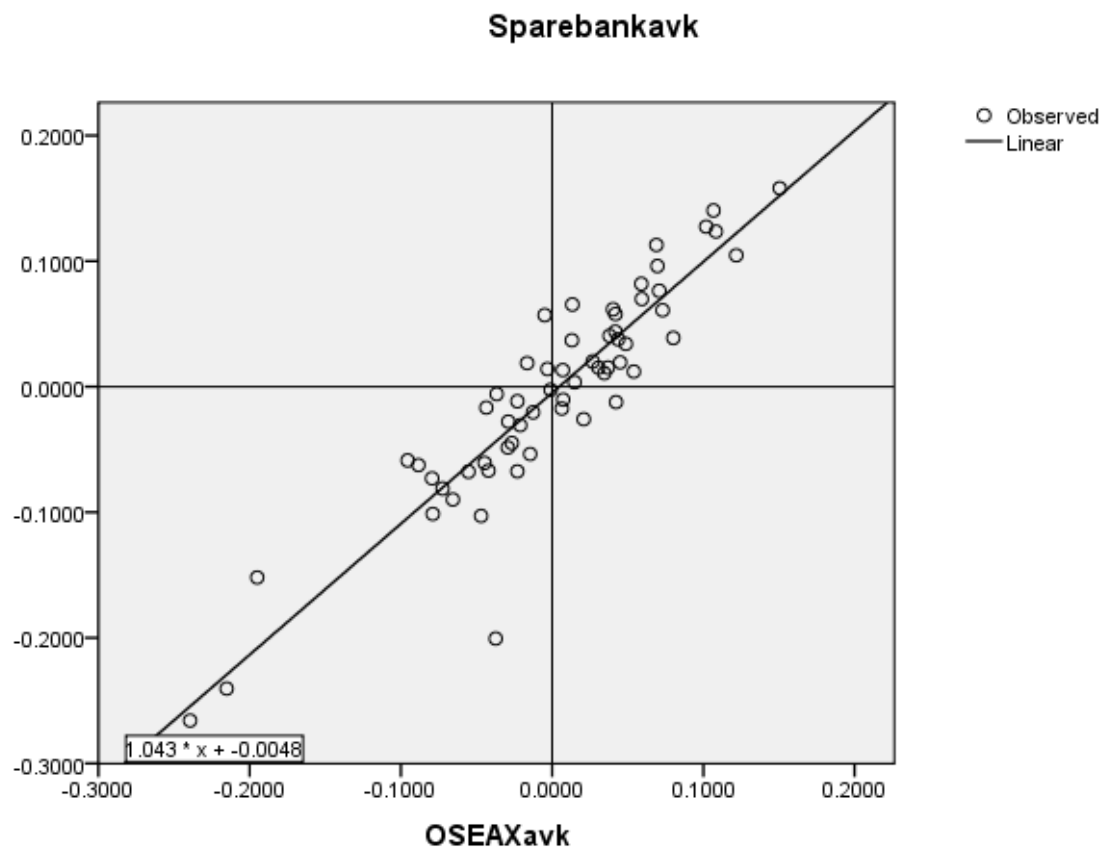
<b>MVP</b>	4,32 %
<b>Markedsporteføljen (tangeringsportefølje)</b>	0,371

<b>Effisientfronten 2007-11</b>			
<b>Avkastningskrav (månedlig)</b>	<b>Std.avvik</b>	<b>Sharpe</b>	
-0,61 %	9,24 %	-0,0946	
-0,50 %	7,44 %	-0,1023	
-0,40 %	6,64 %	-0,0996	
-0,30 %	6,14 %	-0,0914	
-0,20 %	5,98 %	-0,0771	
-0,10 %	5,96 %	-0,0606	<b>MVP</b>
0,00 %	6,02 %	-0,0434	
0,10 %	6,17 %	-0,0261	
0,20 %	6,40 %	-0,0096	
0,30 %	6,83 %	0,0057	
0,40 %	8,80 %	0,0158	
0,44 %	10,84 %	0,0162	<b>T</b>

<b>MVP</b>	5,96 %
<b>Markedsporteføljen (tangeringsportefølje)</b>	0,0162

## 9.8 Regresjonslinje

Lineær regresjonslinje for femårsperioden





## 9.9 Regresjon av delperioder

Regresjon fra 2007 – 2009

**Model Summary<sup>b</sup>**

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
1	.913 <sup>a</sup>	.834	.829	.0397765	2.161

a. Predictors: (Constant), OSEAX0709

b. Dependent Variable: Spb0709

**Coefficients<sup>a</sup>**

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	-.006	.007		-.918	.365
	OSEAX0709	1.023	.078	.913	13.061	.000

a. Dependent Variable: Spb0709

Regresjon fra perioden 2008 – 2010

**Model Summary<sup>b</sup>**

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
1	.962 <sup>a</sup>	.925	.923	.0263950	2.485

a. Predictors: (Constant), OSEAX0810

b. Dependent Variable: Spb0810

**Coefficients<sup>a</sup>**

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	.003	.004		.741	.464
	OSEAX0810	1.018	.050	.962	20.498	.000

a. Dependent Variable: Spb0810

Regresjon fra perioden 2009 – 2011

**Model Summary<sup>b</sup>**

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
1	.950 <sup>a</sup>	.902	.899	.0216983	2.264

a. Predictors: (Constant), OSEAX0911

b. Dependent Variable: Spb0911

**Coefficients<sup>a</sup>**

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	-.002	.004		-.647	.522
	OSEAX0911	1.151	.065	.950	17.656	.000

a. Dependent Variable: Spb0911

## 9.10 Breusch-Pagan test

Source	SS	df	MS	Number of obs = 60
Model	.354857973	1	.354857973	F( 1, 58) = 300.33
Residual	.068530921	58	.001181568	Prob > F = 0.0000
Total	.423388894	59	.007176083	R-squared = 0.8381
				Adj R-squared = 0.8353
				Root MSE = .03437

sparebank	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
oseax	1.043155	.0601937	17.33	0.000	.9226641 1.163646
_cons	-.0048085	.0044378	-1.08	0.283	-.0136918 .0040747

Breusch-Pagan / Cook-Weisberg test for heteroskedasticity

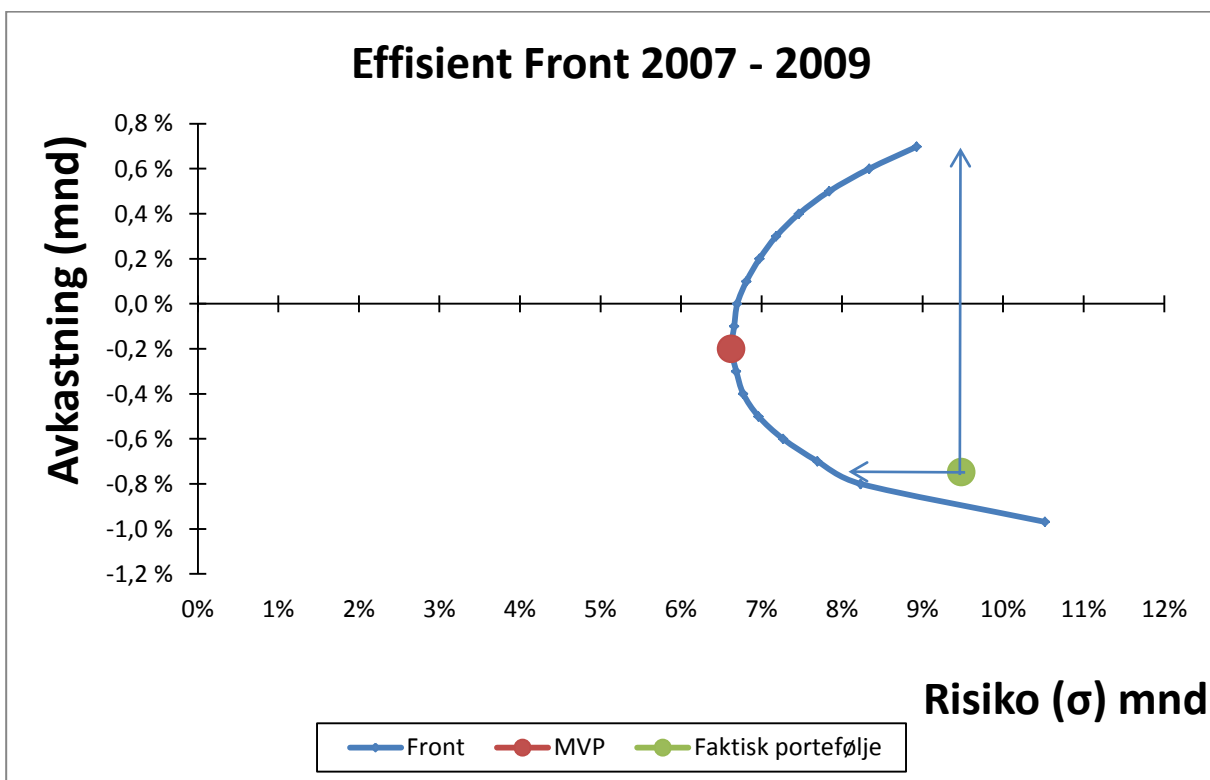
H<sub>0</sub>: Constant variance

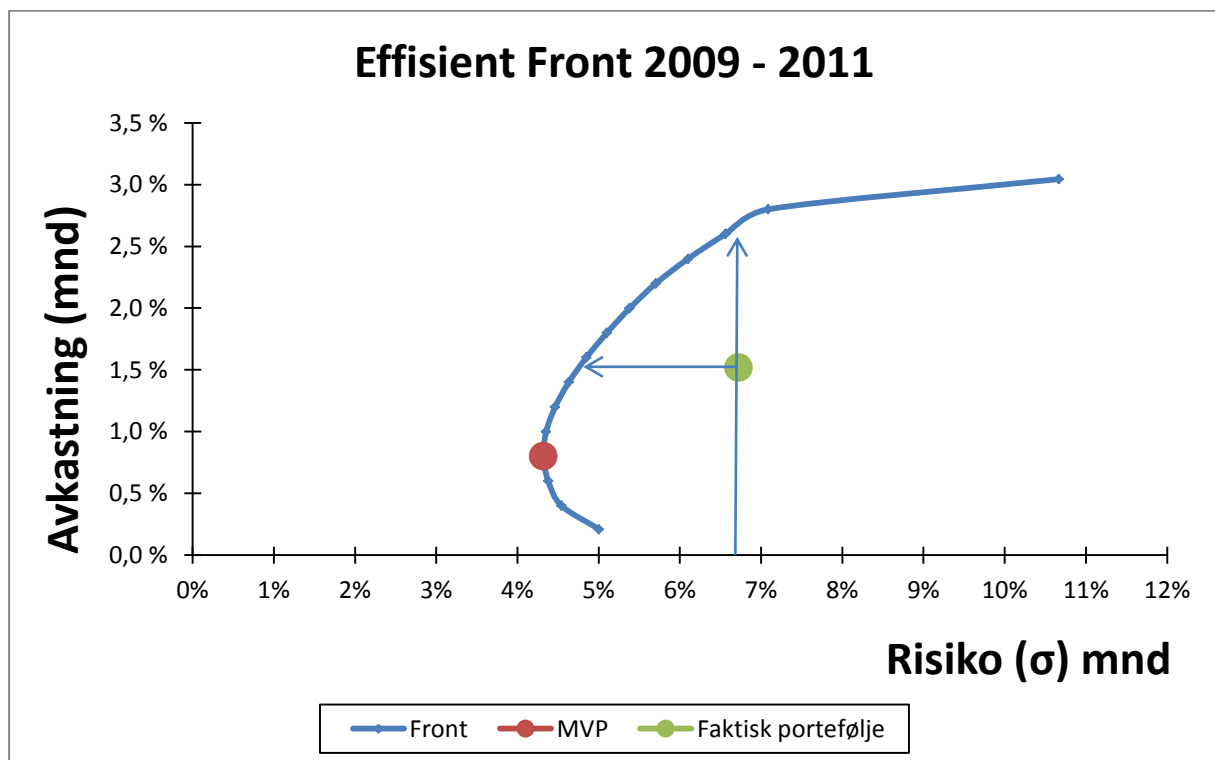
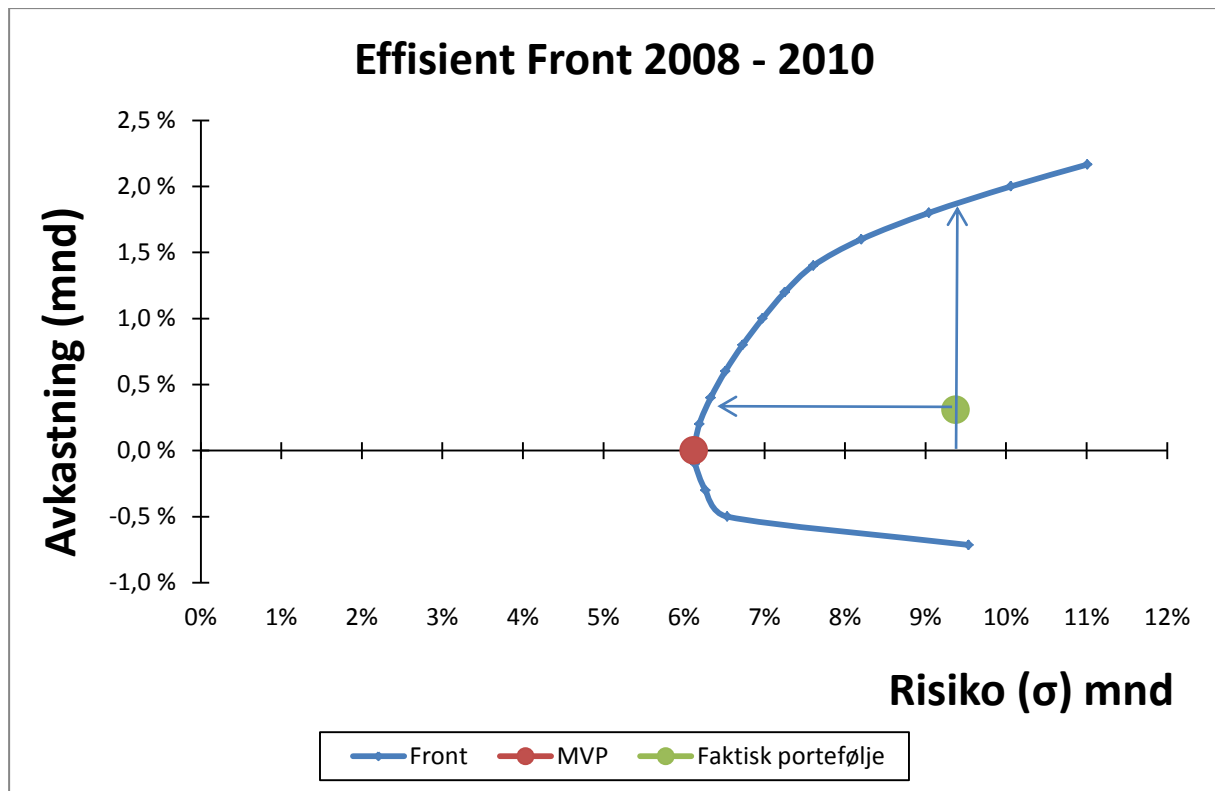
Variables: fitted values of sparebank

chi2(1) = 2.00

Prob > chi2 = 0.1576

## 9.11 Faktisk portefølje for delperioder





## 9.12 Minste kvadraters metode

Gjennom vår analyse vil vi finne et best mulig estimat til den ukjente linjen, som beskriver sammenhengen mellom  $X$  og  $Y$ . Dette gjør vi gjennom å estimere denne linjen på bakgrunn av dataene vi har samlet inn.  $\hat{\phantom{x}}$  viser at koeffisientene er estimert. Vår beste gjetning (prediksjon) for den ukjente regresjonslinjen er derfor slik:

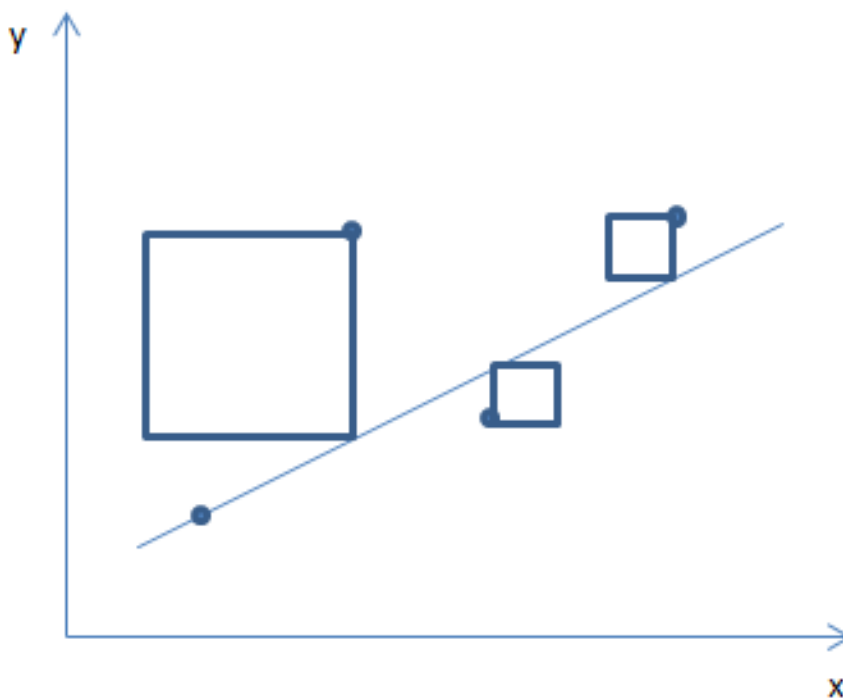
$$\hat{Y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X \quad (9.1)$$

Metoden som brukes for å løse dette kalles minste kvadraters metode, også kjent som OLS (Ordinary least squares). Denne metoden sier at vi skal velge den linjen som gir oss minst mulig kvadrat sum. For å gjøre dette må man estimere koeffisientene  $\beta_0$  og  $\beta_1$  slik at summen av de kvadrerte residualene blir så liten som mulig. Den minste verdien til kvadratsummen kalles  $SS_E$  (error sum of squares). Med utgangspunkt i regresjonslinjen ovenfor får vi:

$$SS_E = \sum_{i=1}^n (e_i)^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i)^2 \quad (9.2)$$

Disse residualleddene kan vi bruke til blant annet å si hvor god modellen vår er (forklaringskraft) og se om forutsetningene for regresjonsanalysen vår er tilfredsstillt.

Figur 9-1: Minste kvadraters metode



Punktene som ligger ovenfor og nedenfor linjen er avvik mellom observasjonspunktene for en vilkårlig linje. Gjennom å bruke minste kvadraters metode summerer vi de kvadrerte avstandene mellom punktene og linjen, og vi finner den summen som gjør linjen til “line of best fit”. Koeffisientene  $\beta_0$  og  $\beta_1$  beregnes ved hjelp av disse formlene:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \quad (9.3)$$

$$\hat{\beta}_0 = \hat{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X} \quad (9.4)$$

$\bar{X}$  og  $\bar{Y}$  er gjennomsnittlige verdier.