# Nivåtet<br/>thet og $\gamma$ -styrkefunksjon for kjernen<br/>e $^{111,112}{\rm Cd}$



Masteroppgave i kjernefysikk ved Oslo Syklotronlaboratorium

> Inger Eli Ruud Fysisk Institutt Universitetet i Oslo 1.juni 2012

### Forord

**Takk** til veilederne mine Magne Guttormsen, Ann-Cecilie Larsen og Sunniva Siem. Magne og Cec har stilt opp i tide og utide med alltid godt humør. Gitt meg strålende veiledning, og mange gode råd og idéer (spesielt Cec - ekstra takk til deg).

**Takk** til Therese Renstrøm som har holdt ut med alle mine dumme spørsmål i tide og utide (dag og natt, uke og helg). Hun har alltid hatt gode råd når jeg har trengt det som mest.

**Takk** til resten av gruppa på SAFE for mange faglige og ufaglige diskusjoner.

**Takk** til mamma Alice Ruud og pappa Bjarne Ruud, og barna mine Pia og Pernille Nygård som har holdt ut og vært tålmodige når jeg har hatt lite tid til dem. Alle har hele tiden vært positive til mitt arbeid med oppgaven - uten dere hadde det ikke gått.

**Takk** til min søster Hege Ruud Faust for korrekturlesing - ofte i siste liten.

**Takk** til gjengen på Fürst for alltid ha stilt opp når jeg har trengt fri til studier og eksamener - og for all oppmuntring på veien.

### Innhold

1	Inn	ledning	r 2	1
2	Teo	ri		4
	2.1	Énpar	tikkelbevegelse	4
	2.2	Mang	epartikkelbevegelse	4
	2.3	Uttry	$k$ for nivåtettheten $\rho$	6
	2.4	Spinn	fordeling og spinncutoffparameteren	8
	2.5	Uttryl	$\kappa$ for $\gamma$ -styrkefunksjonen	9
3	Eks	perime	ntell metode	11
	3.1	Ekspe	rimentelt oppsett og metode	11
		3.1.1	Oslo syklotronlaboratorium (OCL)	11
		3.1.2	Detektoroppstilling	12
	3.2	Signal	behandling og datalagring	15
	3.3	Partik	kelidentifikasjon	16
	3.4	Tidssp	pekteret	19
4	Data	aanalys	3e	22
	4.1	Partik	kelspektrene	22
	4.2	$\gamma$ -spel	ktrene	25
	4.3	Tilbak	efolding av $\gamma$ -spektrene	27
		4.3.1	Responsfunksjonen	28
		4.3.2	Foldings-iterasjonsmetoden	30
		4.3.3	Comptonsubtraksjonsmetoden	32
5	Osl	ometod	len	35
	5.1	Første	generasjonsmetoden	35
	5.2	Ekstra	ihering av nivåtetthet og $\gamma$ -styrkefunksjon $\ldots$ $\ldots$	38
		5.2.1	Normering av nivåtettheten	44
		5.2.2	Normering av transmisjonskoeffisienten	47

6	Eksperimentelle resultater og diskusjon		
	6.1	Den eksperimentelle nivåtettheten	53
	6.2	Den eksperimentelle $\gamma$ -styrkefunksjon	57
	6.3	Systematiske usikkerheter	59
		6.3.1 Ekstrapolering av transmisjonskoeffisienten $\mathcal{T}$	59
		6.3.2 Økning i $\gamma$ -styrkefunksjonen for lave $\gamma$ -energier	60
7	Opp	summering, konklusjon og fremtidsutsikter	69
Bil	bliog	afi	71

## Figurer

2.1	Illustrasjon av vibrasjonskjerne	5
2.2	Illustrasjon av dipolmodene til en kjerne.	6
3.1	OCL	12
3.2	Ett av trapesene i SiRi.	13
3.3	SiRi	14
3.4	Matrisen $\Delta E$ - $E$ for <sup>112</sup> Cd	18
3.5	Tykkelsesspekter for $\Delta E$ -teller	19
3.6	Tidsspektrum mellom partikkel og $\gamma$ -stråle	21
4.1	Partikkelspektrum for <sup>111</sup> Cd.	23
4.2	Partikkelspektrum for <sup>112</sup> Cd.	24
4.3	Partikkel- $\gamma$ -matrise for <sup>111</sup> Cd	26
4.4	Partikkel- $\gamma$ -matrise for <sup>112</sup> Cd	27
4.5	Responsmatrise	28
4.6	Interpolering av responsfunksjoner.	30
4.7	Rå-ufoldet- og foldetspekter.	32
4.8	Tilbakefoldede matrisen til <sup>112</sup> Cd	34
5.1	Skjematisk beskrivelse av førstegenerasjonen	36
5.2	Tilbakefoldet- høyere generasjoner- og førstegeneraskons-	
	spekter	39
5.3	Førstegenerasjonsmatrisen til <sup>112</sup> Cd.	40
5.4	Førstegenerasjonsmatrisen til <sup>112</sup> Cd.	41
5.5	Illustrasjon av $\gamma$ -overganger i kontinuum $\ldots \ldots \ldots \ldots$	42
5.6	Eksperimentellog teoretisk matrise for <sup>112</sup> Cd	43
5.7	Normering av nivåtettheten i <sup>112</sup> Cd i energiområdet ned	
	mot grunntilstanden.	45
5.8	Normering av nivåtettheten i <sup>112</sup> Cd ved energiområdet opp	
	$\operatorname{mot} B_n$ .	46

5.9	Normering av nivåtettheten til <sup>111</sup> Cd i energiområdet ned	
	mot grunntilstanden	47
5.10	Normering av nivåtettheten til <sup>111</sup> Cd ved energiområdet opp	
	mot $B_n$	49
5.11	Normering av transmisjonskoeffisienten $T$ i <sup>111</sup> Cd	50
5.12	Normering av transmisjonskoeffisienten $T$ i <sup>112</sup> Cd	52
	111	
6.1	Nivåtettheten til kjernen <sup>111</sup> Cd.	54
6.2	Nivåtettheten til kjernen $^{112}$ Cd	55
6.3	Nivåtettheten for $^{111,112}$ Cd	56
6.4	Vibrasjoner og nukleonparbryting i kjernen <sup>112</sup> Cd	57
6.5	Teoretiske fononnivåer til kjernen <sup>112</sup> Cd	58
6.6	Eksperimentelle fononnivåer til kjernen <sup>112</sup> Cd.	59
6.7	Gamma-styrkefunksjonen for $^{111}$ Ćd	60
6.8	Gamma-styrkefunksionen for <sup>112</sup> Cd.	61
6.9	Gamma-styrkefunksionen for <sup>111</sup> Cd vist med $\sigma$ = 5.43 og $\sigma$	
	= 4.57 sammen med ( $\gamma$ .x)-data.	62
6 10	Gamma-styrkefunksionen for <sup>112</sup> Cd vist med $\sigma = 5.61$ og $\sigma$	-0
0.10	$-4.75 \text{ sammen med } (\alpha x) \text{-data}$	63
6 1 1	Ekstromyordiar for normaring av transmisjonskoaffisjontan	00
0.11	$\tau$ ; 112CA	61
(1)	Comments whether here and for 111Cd med all stream a sum aring	04
0.12	Gammastyrkerunksjonen for $^{22}$ Ca med ekstrem normering.	65
6.13	Gammastyrkefunksjonen for "Mo, "Sn og "Cd	66
6.14	Gamma-styrketunksjonen for <sup>112</sup> Cd hvor $\sigma$ = 4.75 og hvor $\sigma$	
	= 5.61	67
6.15	Gamma-styrkefunksjonen for <sup>112</sup> Cd hvor $\sigma$ = 5.61, 1 og 10.	68

### Tabeller

3.1	Oversikt over betydningen og verdiene til symbolene brukt i ligning (3.2).	17
5.1 5.2	Parametre bruk i normeringen av nivåtetthetene Parametre bruk i normeringen av $\gamma$ -transmisjonskoeffesientene	48 e. 51

# Kapittel 1 Innledning

Atomkjernens tetthet av nivåer og nivåenes energibredde øker med eksitasjonsenergi og danner dermed et kvasikontinuum av nivåer. Kjernens egenskaper i dette eksitasjonsområdet beskrives best ved bruk av statistiske størrelser som nivåtetthet og  $\gamma$ -styrkefunksjon (som er sannsynligheten for en atomkjerne for å sende ut eller absorbere fotoner med energi  $E_{\gamma}$ ). Vanligvis antas det, ifølge Brinks hypotese [1], at  $\gamma$ -styrkefunksjonen avhenger kun av  $E_{\gamma}$ . For i statistiske reaksjonsmodeller er der essensielt å ha en god forsåelse av  $\gamma$ -styrkefunksjonen, som har en sentral rolle i dannelsen av elementer i stellare omgivelser. Disse reaksjonsmodellene brukes for å beregne tverrsnitt for nøytroninnfangningsreaksjoner av elementer tyngre enn jern. I et nylig arbeid [2] er det vist at en økning (oppsving) i  $\gamma$ -styrkefunksjonen ved lave energier kan i stor grad påvirke nøytroninfangningstverrsnittet, som igjen kan påvirke betydelig produksjonen av elementer.

I dagens kjernefysikk beskrives atomkjernene gjerne med skallmodellen i lave energiområder - det diskrete energiområdet. Skallmodellen beskriver kvantetall som energinivå, spinn og paritet med stor nøyaktighet i energiområder hvor det er relativt få kvantenivåer tilgjengelig. Energinivåene her kan lett skilles fra hverandre med spektroskopi. Overgangsstyrker, levetider og energien til  $\gamma$ -overgangene er også godt beskrevet i det diskrete energiområdet.

Ettersom eksitasjonsenergien øker kommer man til kvasikontinuumområdet, hvor energinivåene er så tette at det er nærmest umulig å skille dem fra hverandre. Dette området er det minst undersøkte området for de fleste kjerner, og derfor det energiområdet som studeres nærmere i denne oppgaven. Ved enda høyere eksitasjonsverdier vil nivåene overlappe hverandre totalt og de er dermed helt umulig å skille fra hverandre. Dette området kalles kontinuum. Nøyaktig hvor kvasikontinuumområdet starter, varierer fra kjerne til kjerne, men er generelt ved høyere eksitasjonsenergier for lette kjerner og kjerner hvor nukleontallet er nær eller lik et magisk tall <sup>1</sup>. To interessante statistiske størrelser som brukes i kvasikontinuum er kjernens nivåtetthet og  $\gamma$ -styrkefunksjon <sup>2</sup>. Disse midlere størrelsene kan betraktes som mot-stykket til energinivå og  $\gamma$ -overgangsstyrke i det diskrete området.

I denne masteroppgaven har ulike egenskaper ved grunnstoffet kadmium blitt ekstrahert. Kadmium er et grunnstoff med 48 protoner i kjernen og har det kjemiske symbolet Cd. Isotopene som har blitt undersøkt er <sup>111</sup>Cd og <sup>112</sup>Cd. Metoden som har blitt brukt kalles Oslometoden, som gir informasjon om kjernens nivåtetthet og  $\gamma$ -styrkefunksjon. Nivåtettheten avslører indre strukturendringer i kjernen, som for eksempel brytning av Cooper-par og vibrasjonsmoder. Den andre viktige statistiske størrelsen,  $\gamma$ -styrkefunk-

sjonen, beskriver de elektromagnetiske egenskapene til en eksitert kjerne. Generelt vil  $\gamma$ -utsendelse fra en eksitert kjerne konkurrere mot andre henfallsmoder som partikkelutsendelse og fisjon. I denne oppgaven vil man kun se på  $\gamma$ -henfall fra området under nøytronbindingsenergien, og her er kun  $\gamma$ -utsendelse tillatt.

Det kjernefysiske eksperimentet som denne masteroppgaven er bygget på er gjort ved Syklotronlaboriatoriet (OCL) ved Universitetet i Oslo. Tidligere eksperimenter gjort ved OCL har vist at enkelte kjerner viser uventede elektromagnetiske egenskaper ved lave  $\gamma$ -energier, under ~ 3 MeV. Det er funnet en økning for sannsyligheten for utsendelse av lavenergi  $\gamma$ stråling. Dette vises som en oppsving i  $\gamma$ -styrkefunksjonen ved energier under ~ 3 MeV. Mange av de lette kjernene som er blitt undersøkt ved OCL har vist en slik overraskende egenskap (se for eksempel på kjernene <sup>44,45</sup>Sc, <sup>56,57</sup>Fe og <sup>93,98</sup>Mo [3, 4, 5]), den tyngste av disse lette kjernene med denne egenskapen er <sup>98</sup>Mo. Imidlertid har man ikke sett en slik oppførsel i kjerner fra og med <sup>116</sup>Sn [6]. Det er derfor svært interessant å se på kjerner i masseområdet mellom <sup>98</sup>Mo og <sup>116</sup>Sn, og se hvor denne oppsvingen inntreffer. Valget for denne oppgaven falt altså på <sup>111,112</sup>Cd.

I kapittel 3 og 4 gis en oversikt over eksperimentelt oppsett og dataanalysen som gir de ønskede koinsidensdataene fra rådataene. I kapittel 5 presenteres selve Oslometoden. Her blir nivåtetthet og  $\gamma$ -styrkefunksjon til kjernene <sup>111</sup>Cd og <sup>112</sup>Cd ekstrahert ut i fra koinsidensdataene. I kapittel

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Magisk tall er et fyllt hovedskall, tallene er: 2, 8, 20, 28, 50, 82 og 126.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>I kvasikontinuumområdet er en presis plassering av nivåene og  $\gamma$ -styrken til den induviduelle overgangen mellom disse nivåene av mye mindre viktighet enn for det diskrete området. Derfor er statistiske begrep som midlere verdier og fluktuasjoner rundt disse verdiene de fysisk relevante størrelsene.

6 tolkes de eksperimentelle resultatene som analysen har resultert i. Oppgaven avsluttes med en oppsummering og konklusjon i kapittel 7.

### Kapittel 2

### Teori

### 2.1 Énpartikkelbevegelse

I skallmodellen for atomkjerner antas det at nukleonene (protonene og nøytronene) er plassert i kvantiserte energibaner, kalt skall. Enkelte skall er spesielt stabile og gir oss de såkalte magiske tallene<sup>1</sup>: 2, 8, 20, 28, 50, 82 og 126. Atomkjerner hvor både protonene og nøytronene fyller opp et skall, kalles dobbeltmagisk.

Enpartikkelbevegelse betyr at kjernens egenskaper bestemmes av bevegelsen til noen få valensnukleoner. Skallmodellen forklarer blant annet spinn *I* og paritet  $\pi$  ( $I^{\pi}$ ) i grunntilstanden for nesten alle odde-A kjerner meget bra. Hovedantagelsen er at alle nukleoner unntatt ett er koblet i et såkalt Cooper-par<sup>2</sup>, og at kjernens egenskaper bestemmes av dette uparede nukleonet. I like-like kjerner forutsier skallmodellen at alle like-like kjerner vil ha spinn, paritet  $I^{\pi} = 0^+$  i grunntilstanden, siden alle nukleonpar er paret.

I tillegg til énpartikkelbevegelse kan en kjerne også ha mangepartikkelbevegelse (kollektive bevegelser) som blant annet vibrasjon og rotasjon [7].

### 2.2 Mangepartikkelbevegelse

Mangepartikkelbevegelse, eller kollektiv bevegelse, er bevegelsen til *hele* kjernen. Det vil si at mange nukleoner tilsammen bidrar til kjernens egenskaper. De kollektive bevegelsene til en kjerne er blant annet rotasjon og

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>De er ekstra stabile siden energigapet opp til neste skall er ekstra høyt, og det trengs derfor mer energi for å eksitere et nukleon opp til dette neste skallet.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Ved lave temperaturer er nukleonene paret i tidsreverserte baner, ett med spinn opp og ett med spinn ned.



Figur 2.1: Illustrasjon av en vibrasjonskjerne med en sfærisk likevektsform hvor gjennomsnittsradien er uttrykt ved  $R_{av}$ , og den tidsavhengige koordinaten R(t) er i punktet  $\theta$ ,  $\phi$ . Figur hentet fra [7]

vibrasjon. Siden denne oppgaven ikke tar for seg kjernenes rotasjon vil ikke teorien til rotasjon bli diskutert.

Ved å studere en væskedråpe som vibrerer med høy frekvens kan man få en idé om fysikken bak nukleære vibrasjoner. For en kjerne med en sfærisk likevektsform hvor gjennomsnittsradien er uttrykt ved  $R_{av}$ , vil et punkt på overflaten til kjernen være bestemt av vinkelen ( $\theta$ ,  $\phi$ ) ved tiden *t* (se figur 2.1) være gitt ved:

$$R(t) = R_{av} + \sum_{\lambda > 1} \sum_{\mu = -\lambda}^{\lambda} \alpha_{\lambda\mu}(t) Y_{\lambda\mu}(\theta, \phi).$$
(2.1)

Her er  $Y_{\lambda\mu}(\theta, \phi)$  er den sfærisk-harmoniske funksjonen med en tidsavhengig vibrasjonsamplitude  $\alpha_{\lambda\mu}(t)$ . Parameteren  $\lambda = 0, 1, 2, 3, ...$  gir modene til vibrasjonene og beskriver et fonon av en bestemt type. Hvert fonon bærer  $\lambda$  enheter med angulærmoment. Er enheten  $\lambda = 0$  (monopol) vil det si at kjernens radius varierer. Denne vibrajonsmoden innebærer en endring i kjernens volum, og er derfor ikke tillatt. Dersom  $\lambda = 1$  (dipol, se figur 2.2) vil det si en forflytting av kjernens massesenter. En forflytting av massesenteret er heller ikke tillatt. Neste vibrasjonsmode  $\lambda = 2$  (kvadrupol) er lovlig; ingen forflytting av kjernens massesenter eller dens volumstørrel-



Figur 2.2: Illustrasjon av dipol-, kvadrupol- og oktupol vibrasjonsmode. Figur hentet fra [7].

se. Nest høyeste mode av vibrasjon er  $\lambda = 3$  (oktupol), som bærer med seg tre enheter av angulærmomentum og dermed negativ paritet  $\Rightarrow I^{\pi} = 3^{-}$ . Slike tilstander er også vanlig i vibrasjonskjerner og har vanligvis energier rett over to-fonon tripletter, som også er en typisk tilstand for en likelike vibrerende kjerne hvor det er en triplett av tilstander:  $0^+$ ,  $2^+$  og  $4^+$ , ved dobbelt så høy energi som den første kvadrupoltilstanden. Ved høyere eksitasjonsenergier vil vibrasjonsstrukturene viskes ut av Cooper-par brytningene.

### **2.3** Uttrykk for nivåtettheten $\rho$

Nivåtettheten er definert som antall tilgjengelige kvantetilstander kjernen kan befinne seg i ved en bestemt eksitasjonsenergi, per energienhet. Nivåtettheten gir blant annet informasjon om termodynamiske egenskaper til et kjernesystem.

H. Bethe var den første som utledet et teoretisk uttrykk for denne nivåtettheten til kjernene (i 1936) [8]. Han brukte en modell av kjernen som en gass av ikke-vekselvirkende fermioner (protoner og nøytroner), og kom til at nivåtettheten i en kjerne øker eksponensielt med eksitasjonsenergien:

$$\rho(E) = \frac{\sqrt{\pi}}{12} \frac{\exp(2\sqrt{aE})}{a^{1/4}E^{5/4}},$$
(2.2)

for en gitt eksitasjonsenergi E, og hvor a er nivåtetthetsparameteren gitt ved

$$a = \frac{\pi}{6}(g_p + g_n).$$
 (2.3)

Her er  $g_p$  og  $g_n$  énpartikkelnivåtetthetsparametere for henholdsvis protoner og nøytroner. Disse antas å være proporsjonale med massetallet A. Det at Bethe betraktet kjernen som en Fermigass av frie protoner og nøytroner begrenset av kjernens volum, gir

$$a = \alpha A. \tag{2.4}$$

Konstanten  $\alpha$  er funnet til å være omtrent 1/8 - 1/10 ved tilpassing av eksperimentelle data.

Bethes uttrykk forutsier en eksponensiell økning av tettheten med kvadratroten av eksitasjonsenergien og nivåtetthetsparameteren ( $\rho \propto \exp \sqrt{aE}$ ). Dette har vist seg å stemme bra, selv om viktige faktorer som parkorrelasjoner, kollektive fenomener og skalleffekter ikke er medregnet. En utbredt verson av den orginale Fermigassformelen tar hensyn til disse effektene ved å bruke frie parametere som er tilpasset eksperimentelle data av nivåseperasjonen innhentet fra nøytron- og/eller protonresonanseeksperimenter. Gilbert og Cameron [9] foreslo følgende nivåtetthetsformel i 1965:

$$\rho(U) = \frac{\sqrt{\pi}}{12} \frac{\exp(2\sqrt{aU})}{a^{1/4} U^{5/4}} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}.$$
(2.5)

Her er *U* den skiftede eksitasjonsenergien,  $U = E - \Delta_p - \Delta_n$ , hvor  $\Delta_p$  og  $\Delta_n$  er parenergien for henholdsvis protoner og nøytroner. Spinncutoffparameteren  $\sigma$  er gitt ved

$$\sigma^2 = g \langle m^2 \rangle T, \tag{2.6}$$

hvor  $g = g_p + g_n$  er relatert til nivåtetthetsparameteren som i ligning (2.3),  $\langle m^2 \rangle \approx 0.146 A^{2/3}$  er midlere kvadrert magnetisk kvantetall for enpartikkeltilstander, og temperaturen *T* er gitt ved

$$T = \sqrt{U/a}.$$
 (2.7)

Et annet uttrykk av nivåtettheten for eksitasjonsenergier mellom 0 - 10 MeV er hentet fra konstant-temperatur (CT) modellen [9],

$$\rho(E) = \frac{1}{T} \exp[(E - E_0)/T], \qquad (2.8)$$

hvor *E* er eksitasjonsenergien, og de frie parametrene *T* og  $E_0$  er forbundet med en konstant kjernetemperatur ( i motsetning til ligning (2.7)) og et energiskift.

### 2.4 Spinnfordeling og spinncutoffparameteren

Spinnfordelingen til nivåtettheten antas å være gitt ved [9]:

$$g(E,I) = \frac{2I+1}{2\sigma^2} \exp[-(I+1/2)^2/2\sigma^2],$$
(2.9)

der  $\sigma$  er spinncutoffparameteren, som også brukes i den tilbakeskiftete Fermigassmodellen. Spinncutoffparameteren  $\sigma$  er sentroiden til spinnfordelingen ved en gitt eksitasjonsenergi. Parameteren  $\sigma$  kan defineres på flere forskjellige måter. Én av to valgte måter i denne oppgaven er hentet fra arbeidet til von Egidy og Bucurescu (E&B) [10, 11], hvor formelen er definert som:

$$\sigma^2 = \frac{I_{rigid}}{\hbar^2} T = 0.0146 A^{5/3} T.$$
(2.10)

Her er  $\hbar = h/2\pi$  hvor *h* er Planks konstant ( $\hbar = 6.58210^{-16}$  eVs), *I*<sub>rigid</sub> er treghetsmomentet til et rigid legeme og relateres til massetallet *A*, mens *T* er temperaturen (i enhet MeV) som relateres til *E* via:

$$E - E_1 = aT^2 - T \Rightarrow T = \frac{1}{2a} + \frac{\sqrt{1 + 4a(E - E_1)}}{2a},$$
 (2.11)

som gir oss ligningen

$$\sigma^2 = 0.0146A^{5/3}T = 0.0146A^{5/3}\frac{\sqrt{1+4a(E-E_1)}}{2a}.$$
 (2.12)

Her er *E* eksitasjonsenergien,  $E_1$  er tilbakeskiftsparameteren som sammen med nivåtetthetsparameteren *a* er hentet fra [10, 11].

Den andre valgte måten er formelen til Gilbert og Cameron (G&C). G&C definerte spinncutoffparameteren ved å ta utgangspunkt i et *redusert* treghetsmoment [9], som gir

$$\sigma^2 = 0.0888 A^{2/3} a T. \tag{2.13}$$

Her er T definert ved

$$T = \frac{U}{a} = \sqrt{\frac{E - E_2}{a}}.$$
(2.14)

Her er *a* er forsatt samme nivåtetthetsparameter, og  $E_2$  er gitt ved:

$$E_2 = C_1 + E_{par}, (2.15)$$

hvor  $C_1 = 6.6A^{-0.32}$  MeV og  $E_{par} = \Delta_p + \Delta_n$  som er summen av pargapparameteren for protoner og nøytroner. Siden  $C_1$  varierer lite (kun avhengig av *A*), er det  $E_{par}$  som gir det største bidraget til  $E_2$ .

### **2.5** Uttrykk for $\gamma$ -styrkefunksjonen

Gammastyrkefunksjoner beskriver midlere elektromagnetiske egenskaper til en eksitert kjerne De er derfor nært knyttet til strålingshenfalls- og fotonabsorbsjonsprosseser.

Brink-Axel-hypotesen [1, 12] har vært mye brukt for å beskrive kollektive eksitasjonsmoder, og spesielt for den store elektriske kjempedipolresonansen (giant electric dipole resonance, GEDR). Hypotesen sier at kollektive eksitasjoner bygget på eksiterte tilstander har samme egenskaper som de som er bygget på grunntilstanden, det vil si at sannsynligheten for  $\gamma$ -henfall kun er avhengig av  $\gamma$ -strålens energi og ikke av temperaturen til sluttilstanden. Denne sterke antagelsen fører til en Lorentzian-form på de store resonansene. For GEDR, Standard Lorentzian (SLO) fås<sup>3</sup> [13]

$$f_{E1}(E_{\gamma}) = \frac{1}{3\pi^2 \hbar^2 c^2} \frac{\sigma_r \Gamma_r^2 E_{\gamma}}{(E_{\gamma}^2 - E_r^2)^2 + \Gamma_r^2 E_{\gamma}^2}$$
(2.16)

i enheten MeV<sup>-3</sup>. Her er Lorentzianparameteren  $\sigma_r$  (i mb),  $\Gamma_r$  (i MeV) og  $E_r$  (i MeV)maksimum av tverrsnitt, og bredde- og sentroideenergien til GEDR, henholdsvis. Denne formen gir en svært nøyaktig beskrivelse av fotonabsorbsjondata til middels tunge og tunge kjerner nær resonansmaksimumet. Imidlertid vil SLO-modellen underestimere betydelig  $\gamma$ -styrkefunksjonen for  $E_{\gamma} \leq 1$  MeV. I tillegg har SLO-modellen en tendens til å overestimere eksperimentelle data som virkninstverrsintt for nøytroninnfagning og midlere strålingsbredde i tunge kjerner [13].

I arbeidet til Kadmenskii, Markushev og Furman (KMF), som er basert på Fermivæsketeori [14], er en temperaturavhengighet på sluttilstanden innkludert i beskrivelsen av GEDR:

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Konstanten  $1/(3\pi^2\hbar^2c^2) = 8.674 \cdot 10^{-8} \text{ mb}^{-1}\text{MeV}^{-2}$ .

$$f_{E1}^{KMF}(E_{\gamma}, T_f) = \frac{1}{3\pi^2 \hbar^2 c^2} \frac{0.7\sigma_r \Gamma_r^2 (E_{\gamma}^2 + 4\pi^2 T_f^2)}{E_r (E_{\gamma}^2 - E_r^2)^2}.$$
 (2.17)

Her er  $T_f$  temperaturen i eksitasjonsområdet til sluttilstanden. Første ledd reflekterer spredningen av partikkel-hull tilstander inn i mer sammensatte konfigurasjoner, og andre ledd tar hensyn til kollisjoner mellom kvasipartikler. KMF-modellen gir en god overenstemmelse med innfangingstverrsnittet og midlere strålingsbredde. Imidlertid motsier det å bruke en variabel temperatur på sluttilstanden Brink-Axel-hypotesen. I prinsippet kunne dette problemet overvinnes ved å bruke en konstant temperatur i stedet.

### Kapittel 3

### **Eksperimentell metode**

Denne oppgaven bygger på data fra et eksperiment utført ved Oslo Syklotornlaboratorium (OCL) ved Universitetet i Oslo i mars 2010. Reaksjonene som ble studert var <sup>112</sup>Cd( <sup>3</sup>He, $\alpha\gamma$ ) <sup>111</sup>Cd og <sup>112</sup>Cd( <sup>3</sup>He,<sup>3</sup>He' $\gamma$ ) <sup>112</sup>Cd. Reaksjonen <sup>112</sup>Cd( <sup>3</sup>He, $\alpha$ ) <sup>111</sup>Cd har en Q-verdi på 11.183 MeV. Intensiteten på innkommende ionestråle lå i området 0.15-0.20 nA . Target som ble brukt var en 950  $\mu$ g/cm<sup>2</sup> tykk selvbærende folie av 99.5 % anriket <sup>112</sup>Cd . Target ble bestrålt av <sup>3</sup>He-partikler med en energi på 38 MeV. Deteksjonen av de utsendte partiklene og  $\gamma$ -strålingen ble foretatt med multidetektoroppsettet CACTUS [15]. Eksperimentet gikk kontinuerlig over fem dager. Dette kapittelet handler om det eksperimentelle oppsettet og hvordan dataene fra eksperimentet ble behandlet.

### 3.1 Eksperimentelt oppsett og metode

#### 3.1.1 Oslo syklotronlaboratorium (OCL)

Oslo syklotronlaboratorium (OCL) har en MC-35 Scanditronix syklotron som akselererer lette ioner til energier mellom 2 og 45 MeV [16] ved hjelp av et elektrisk felt som varierer med konstant frekvens, for eksempel 15.3 MHz for 38-MeV <sup>3</sup>He ioner. Ionene beveger seg langs en spiralbane ved at de bøyes av ved hjelp av et konstant magnetfelt *B* som står vinkelrett på partiklenes bevegelsesretning. Bevegelsesligningen er gitt ved  $\omega = qB/m$ , hvor  $\omega$  er vinkelfrekvensen, *B* er magnetfeltets styrke, *q* er ionets ladning og *m* er dets masse. Syklotronen består av fire elektroder som kalles D-er<sup>1</sup>

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Her er hver del formet som en halv D. Opprinnelig ble disse kalt D-er fordi ved to elektroder ville hver del vært formet som en D.



Figur 3.1: Skisse av syklotronhall og eksperimenthall. Bilde hentet fra [18]

hvor to av dem er koblet til jord og to er forbundet til hver sin oscillator. Strålen av ioner blir ekstrahert i pulser, hvor frekvensen er bestemt av syklotronfrekvensen.

Selve syklotronen befinner seg i en indre hall, syklotronhallen. Strålen som kommer ut fra syklotronen bøyes deretter av 90° av en dobbeltfokuserende magnet (fokuserer både i den vertikale og horisontale retningen) og går videre inn til eksperimenthallen, se figur 3.1. I tillegg er det både spalter og kvadrupolmagneter langs stråleretningen for kollimasjon og videre fokusering av strålen. Når strålen når target, som er plassert i sentrum av multidetektoren CACTUS, er diameteren til strålen 1-2 mm [17].

#### 3.1.2 Detektoroppstilling

#### CACTUS

Ladde utgående partikler måles i koinsidens med  $\gamma$ -strålene i multidetektoroppsettet CACTUS [15]. CACTUS består av 28 5"x 5" NaI(Tl)-scintillasjonstellere og to ledige plasser for Ge-detektorer for registrering av  $\gamma$ stråling, og det er 64 partikkelteleskop av silisium for registrering av ladde utgående partikler [16]. Scintillasjonstellerne, og én Ge-detektorer, er plassert på en kuleflate med target i sentrum, mens partikkelteleskopene



Figur 3.2: Ett av trapesene i SiRi. Figur hentet fra [16]

er stilt opp inne i selve kammeret<sup>2</sup>. Inne i kammeret er det vakuum slik at partiklene fra reaksjonen ikke blir bremset opp eller spredt av luftmolekylene før de når teleskopene. De 64 partikkelteleskopene består av åtte trapeser (se figur 3.2), og danner en ring symmetrisk om stråleaksen. Heretter kalles Silisium Ringen for SiRi (se figur 3.3). Partikkelteleskopene til SiRi er i en avstand på 5 cm fra target. Hvert trapes består av åtte 130  $\mu$ m tykke fronttellere ( $\Delta$ E-teller) som bremser partiklene og en felles 1550  $\mu$ m tykk slutteller (E-teller) som stopper partiklene. Hver frontteller spenner over en vinkel på 2° ( $\approx$  1.7 mm). I dette eksperimentet er SiRi plassert i foroverretning, midten til hver del befinner seg da henholdsvis ved  $\theta$  =  $40^{\circ}$  til 54°, se figur 3.2.<sup>3</sup>. Vinkelen mellom stråleretningen og midten av teleskopene er  $\theta$  = 47°, denne vinkelen gir relativt høyt reaksjonstverrsnitt for de ønskede reaksjonene (inelastisk spredning og nøytronoverføring) med relativt lav spinnoverføring. En mindre spredningsvinkel ville gitt merkbare "pile-up"-hendelser<sup>4</sup> på grunn av et sterkt økende elastisk reaksjonstverrsnitt. SiRi dekker ca. 9% av romvinkelen.

I tillegg er det plassert en 10.5  $\mu$ m tykk absorberende aluminiumsfolie foran hver  $\Delta$ E-teller for å stanse lavenergiske  $\delta$ -elektroner<sup>5</sup> som oppstår

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Kammeret er et sylindrisk rør med en indre lengde på 48,0 cm og en diameter på 11,7 cm.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Det er også mulig å plassere SiRi i bakoverretning med  $\theta$  = 133°.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> "pile-up": Energisignalene overlapper hverandre og adderes.

 $<sup>^{5}\</sup>delta$ -elektroner er atomære elektroner som frigis fra target etter Coulombvekselvirkning med prosjektilet.



Figur 3.3: SilisiumRingen SiRi (med kabler). Bilde hentet fra [16]

når strålen passerer gjennom target,  $\delta$ -elektronene ville skapt mye støy. Partikkelens totale energi er gitt ved

$$E_{\text{total}} = \Delta E + E + E_{Al}, \qquad (3.1)$$

hvor  $\Delta E$  er energien avsatt i fronttelleren, *E* er energien avsatt i sluttelleren og *E*<sub>Al</sub> er litt energi avsatt i Al-folien. Partikkelteleskopene hadde i dette forsøket en energioppløsning på ca 200 keV, oppløsningen ble bestemt ved halvverdibredden (FWHM<sup>6</sup>) til den elastiske <sup>3</sup>He-toppen i partikkelspektret i dette eksperimentet.

Ved siden av å måle partikkelens energi, vil også bruken av en tynn frontteller og en tykk slutteller tillate partikkelidentifikasjon ( $\Delta E$ -E teknikk).

Gammakvantene detekteres ved hjelp av NaI(Tl) detektorene som er plassert i en avstand på 22 cm fra target. Hver krystall har en størrelse på 5"x 5" og på hver av disse er det montert et fotomultiplikatorrør (PMT) for å kunne lese av signalene elektronisk. Alle NaI(Tl)-krystallene er utstyrt med en 10 cm tykk blykollimator med en indre diameter på 7 cm. Den totale effektive romvinkelen til CACTUS er på 15 % av  $4\pi$ . Foran alle  $\gamma$ detektorene er det plassert 2 mm tykke kobberabsorbatorer for å stoppe lavenergisk røntgenstråling. NaI(Tl) detektorene har en oppløsning på 80 keV ved en energi på 1.33 MeV. De har en høy og konstant effektivitet i motsetning til Ge-detektorene som har en lav effektivitet ved høye  $\gamma$ energier.

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>FWHM: Full Width at Half Maximum.

De partiklene som passerer tvers igjennom target fanges opp i en endekopp (Faraday-kopp) i en avstand på 1.5 m fra CACTUS. Ved å måle strømmen her har man et omtrentlig mål på antall partikler som passerer target per tidsenhet.

#### 3.2 Signalbehandling og datalagring

Når en partikkel treffer et partikkelteleskop eller et gammakvant treffer en NaI-teller dannes et lite elektrisk signal. Dette er et analogt signal som forsterkes for å kunne drives videre gjennom elektronikken, hvor signalet gjøres om til et logisk signal. Dette logiske signalet blir deretter testet i forhold til koinsidenskrav. Det er ingen interesse å lagre alle signaler som genereres av detektorene. Derfor brukes logiske kretser for å grovsortere ut de interessante hendelsene, som deretter lagres. Signalbehandling beskrives i [16]. Kravene som er stilt til de logiske kretsene for dette forsøket er:

- At E-telleren fyrer.
- Hvis en partikkel detekteres må γ-kvantet detekteres innen 1200 ns, for å ta opp partikkel-γ -koinsidensspekter.

Hendelser som ikke oppfyller det første kravet forkastes. For partikkel og koinsidenser benyttes begge kravene.

Det antas at har E-telleren fyrt så har også en  $\Delta$ E- teller fyrt siden den ligger foran E-telleren. Det stilles her ingen krav til at  $\Delta$ E- og E-teller som registrerer et treff skal tilhøre samme teleskop, dette gjøres i software i dataanalysen. Forholdet mellom  $\Delta$ E- og E-energiene brukes til å identifisere partikkeltypen.

De aksepterte hendelsene vil sette opp en såkalt mastergate (det vil si at E-telleren fyrer), et signal som åpner for lesing av hendelser, som så blir lagret hendelse for hendelse på en disk [19]. For hver hendelse skrives det ut et mønsterord (bitpattern-ord) som inneholder informasjon om hvilken detektor som ble fyrt, og tids- og energiinformasjon fra den aktuelle detektoren. Strukturen til en enkelthendelse kan bli:

{ E,  $\Delta E$ ,  $\Delta T_1$ ,  $E_{\gamma 1}$ ,  $\Delta T_2$ ,  $E_{\gamma 2}$ , ...,  $\Delta T_n$ ,  $E_{\gamma n}$  }, hvor E er energisignalet fra slutteller,  $\Delta E$  er energisignalet fra frontteller,  $\Delta T_n$  er tiden fra E-teller fyrer til NaI-detektor fyrer( $\Delta T=t_n-t_0$ ,  $\Delta T < 1200$  ns), og  $E_{\gamma n}$  er energien til  $\gamma$ -kvantet n. Energisignalet fra E tas som starttid,  $t_0=0$  + forsinkelse<sup>7</sup>, og

 $<sup>^{7}</sup>t_{0}$ =0 ligger i  $t_{0}$ =400 ns, se figur 3.6. Det er lagt inn en forsinkelse i forsterkerne til NaI-detektorene slik at hendelser før  $t_{0}$ =0 kan leses av.

energisignalet fra  $\gamma$ -kvantet gir stopptiden  $T_n$ .

#### 3.3 Partikkelidentifikasjon

Metoden som brukes til dataanalysen, Oslometoden (beskrevet nærmere i kapittel 5), krever at det kun sendes ut én ladd partikkel per reaksjon<sup>8</sup>. Det gjør at sluttkjernens eksitasjonsenergi kan beregnes utifra kinematiske betraktninger. I dette eksperimentet var flere reaksjonskanaler åpne, det fører til at flere forskjellige ladde partikler vil treffe partikkelteleskopene, partikler som protoner, døytroner, tritoner, <sup>3</sup>He og  $\alpha$ -partikler. For å studere reaksjonene som er av interesse, (<sup>3</sup>He,<sup>3</sup>He<sup>'</sup>) og (<sup>3</sup>He, $\alpha$ ), må man kunne skille og identifisere de ulike partiklene. Partiklene kan blant annet identifiseres ved at ingen av partikkeltypene har både lik masse og ladning. Ulik masse avsetter ulik mengde energi, og høyere ladning ioniserer mer enn en partikkel med lavere ladning i materialet. Ladde partikler bremses ned ved at de avgir energi til elektronene i mediet gjennom Coulombvekselvirkning. Det vil si at for eksempel lette partikler med liten ladning som protoner avsetter lite energi, mens  $\alpha$ -partikler avsetter mer. Ladde partiklers midlere energitap per veilengde (dvs. stoppeevnen til stoffet) kan beskrives ved Bethe-Block formelen [20]:

$$-\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} = 2\pi N_a r_e^2 m_e c^2 \rho \frac{Z}{A} \frac{z^2}{\beta^2} \left[ \ln\left(\frac{2m_e \gamma^2 v^2 W_{maks}}{I^2}\right) - 2\beta^2 \right]. \tag{3.2}$$

I tabell 3.1 er det en oversikt over betydningen og verdien av de ulike symbolene brukt i ligning (3.2).

Ligning (3.2) gir det gjennomsnittlige energitapet per veilengde. Ut i fra ligning (3.2) ses det at energitapet varierer med ladning og fart til partikkelen. Noe av energien avsettes i den tynne fronttelleren  $\Delta E$  og resten av energien avsettes i den tykke sluttelleren E som stopper dem.<sup>9</sup> Totalt avsatt energi måles ved å summere avsatt energi i front- og slutteller (Se ligning (3.1)). Man ser også av ligning (3.2) at energiavsettingen øker ettersom den ladde partikkelen bremses opp. Dermed vil den avsatte energimengde i front- og slutteller være karakteristisk for de forskjellige partikkeltypene i eksperimentet.

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>Det finnes for tiden ingen metode for å bestemme om to eller flere partikler stammer fra samme reaksjon.

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup>Noen av partiklene med liten ladning som proton, døytron og triton vil ikke stoppes i E-telleren med denne stråleenergien.

Symbol	Betydning og verdi
Na	Avogadros tall ( $6.022 \times 10^{23}$ mol).
r <sub>e</sub>	Klassisk elektronradius (2.817 $\times 10^{-13}$ cm).
$m_e$	Elektronmassen (9.109 $\times 10^{-31}$ kg).
С	Lyshastigheten i vakuum (299 792 458 m/s ).
ρ	Tettheten til absorberende materiale.
Ζ	Atomnummeret til absorberende materiale.
Α	Atomvekten til absorberende materiale.
Z	Ladning til innkommende partikkel (gitt i enheten <i>e</i> ).
β	= v/c, $v$ er hastigheten til innkommende partikkel og $c$ er lyshastigheten.
$\gamma$	$=1/\sqrt{1-\beta^2}.$
Ι	Midlere eksitasjonspotensial.
<i>W<sub>maks</sub></i>	Maksimal energioverføring i en enkel kollisjon.

Tabell 3.1: Oversikt over betydningen og verdiene til symbolene brukt i ligning(3.2).

Plottes avsatt energi i  $\Delta$ E-teller som funksjon av avsatt energi i E-teller, dannes en unik bananformet kurve for hver partikkeltype – populært kalt "bananer" grunnet den karakteristiske formen, se figur 3.4. Øverste banan representerer  $\alpha$  -partiklene, under denne kurven kommer bananen til <sup>3</sup>Hepartiklene, hvor man tydelig ser den svært fremtredende elastiske toppen som avsetter ca. 33 MeV i sluttelleren. Denne elastiske toppen er årsaken til at det oppstår strukturer som den horisontale linja ved ca 4 MeV ( $\Delta E$ , y-aksen) og den vertikale linja ved 33 MeV (E, x-aksen). Den vertikale linja gjennom den elastiske toppen skyldes antagelig tilfeller der et  $\delta$ -elektron avsetter energi i frontteller samtidig som en elastisk spredt <sup>3</sup>He-partikkel avsetter energi i slutteller, eller at  $\Delta E$ -E er ukorrelerte. Den lille diagonale halen kommer trolig av at noen partikler avsetter for lite energi i frontteller fordi de kanaliseres gjennom detektorkrystallets struktur. Det fører til at for lite energi blir avsatt i fronttelleren og desto mer i slutteller. Deretter er det et hopp, fordi z avtar med en faktor 1/2, ned til de tre minste og lavest liggende bananene i venstre hjørne av matrisen. Disse bananene består henholdsvis av tritoner, døytroner og protoner. Her er det de forskjellige massene deres som skiller dem fra hverandre. I bananene til protonene, døytronene og tritonene ses en knekk ved maksimalt avsatt energi, som snur og vender mot lavere avsatt energi, det kommer av at de ikke har stoppet i E-tellerne.

Informasjonen fra disse banankurvene, altså hvor mye energi som er avsatt i henholdsvis front- og slutteller, kan brukes til å beregne rekkevidden R(E) til partikkelen som er av interesse. Rekkevidden angir hvor dypt



Figur 3.4: Matrisen av avsatt energi  $\Delta E$  i fronttelleren i stripe nr. 0 mot energien *E* avsatt i slutteller nr. 0.

inn i et medium en partikkel kan komme før den har avsatt all sin energi. Rekkevidden er avhengig av partikkelens initielle kinetiske energi *E* og ladning og masse:  $R(E_0, m, z) = \rho(E_0/m) \cdot m/z^2$ . Rekkevidden er definert ved integralet:

$$R(E) = \left| \int_{E_0}^0 \left( -\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} \right)^{-1} \mathrm{d}E \right|, \qquad (3.3)$$

hvor  $E_0$  er partikkelens innkommende energi og  $(-dE/dx)^{-1}$  er den ladde partikkelens midlere energitap per veilengde, oppgitt i ligning (3.2). Integralet må beregnes numerisk. Dette gir forskjellige partikler ulike rekkevidder. De forskjellige partiklene "ser" ulik tykkelse og dermed kan det utledes et tykkelsesspektrum som gir tykkelsen til fronttelleren som en funksjon av partikkeltype, som vist i figur 3.5. Relasjonen til rekkeviddekurven (3.3) brukes for å finne tykkelsen til fronttellerne ved å subtrahere rekkevidden til den ønskede partikkeltypen i sluttelleren fra den totale rekkevidden til samme partikkel. Tykkelsen er gitt ved:



Figur 3.5: Rekkeviddedata for <sup>3</sup>He i silisium. Den tilsynelatende tykkelsen til  $\Delta$ E-telleren tilsvarer her den sanne tykkelsen for <sup>3</sup>He-partiklene. Sentroiden til toppen av <sup>3</sup>He ligger i sentroiden 130 $\mu$ m, som tilsvarer den virkelige tykkelsen til  $\Delta$ E-telleren.

$$d_{\text{front}} = R(\Delta E + E) - R(E). \tag{3.4}$$

Her er  $\Delta E$  og E energien avsatt henholdsvis i front- og slutteller. I software blir dataene sortert med en rekkeviddekurve, i denne oppgaven for <sup>3</sup>He-partikler i silisium, for å bestemme tykkelsesspekteret. <sup>3</sup>He-toppen i figur 3.5 korresponderer til fronttellerens sanne tykkelse, man ser at den er sentrert i 130  $\mu$ m. Tykkelsesspektret brukes deretter for å sette gates for <sup>3</sup>He-partiklene og  $\gamma$ -partiklene i etterfølgende datasortering.

### 3.4 Tidsspekteret

For å bestemme om et  $\gamma$ -kvant og en ladd partikkel som detekteres stammer fra den samme kjernereaksjonen, måles tiden mellom registreringen av dem. En TDC (Time-to-Digital Converter), en for hver NaI(Tl), måler tidsintervallet mellom start- og stoppulser som mottas. Startsignalet dannes når en ladd partikkel detekteres i en E-teller, og stoppsignalet dannes når  $\gamma$ -kvantet registreres i en NaI(Tl) detektor. Hvis intervallet mellom start- og stoppulsene er mindre enn et bestemt tidsvindu, på

1200 ns i dette eksperimentet, vil tidssignalet lagres. Figur 3.6 viser tidsspekteret til <sup>111</sup>Cd for  $\gamma$ -energier over 1 MeV. Dette tidsspekteret brukes for å sortere ut de sanne koinsidensene fra rådataene. I figur 3.6 ses det at posisjonen til den største toppen ligger rundt 400 ns med en halvverdibredde, FWHM, på  $\approx 20$  ns. Dette tilsvarer de sanne koinsidensene. Stoppsignalet forsinkes med 400 ns i elektronikken. Det dannes også mange mindre topper på hver side av den store sanne koinsidenstoppen. Det skyldes at <sup>3</sup>He-partiklene fra syklotronen kommer i pulser med en periode på 65.36 ns (den inverse av syklotronfrekvensen). Siden tidsvinduet til TDC-ene er større enn perioden til strålen vil det detekteres hendelser hvor partikkelen og  $\gamma$ -kvantet ikke tilhører samme strålepuls. Toppen til høyre for den sanne koinsidenstoppen tilsvarer hendelser der en partikkel er målt i koinsidens med en  $\gamma$ -kvant fra neste strålepuls, og toppen til venstre tilsvarer hendelser der en  $\gamma$ -kvant kommer fra en kjernereaksjon indusert i den forrige strålepulsen. I tillegg er det en rygg av tilfeldige koinsidenser som skyldes bakgrunnstråling.

For å hente ut de sanne koinsidensene sorteres dataene ved hjelp av ett vindu på den store toppen og ett på en av de tilfeldige toppene. I denne oppgaven ble nærmeste topp til venstre for den sanne toppen valgt. Tellingene for hendelser som faller under det koinsidense vinduet er inkrementert, mens tellingene for hendelser som faller under det tilfeldige vinduet er dekrementert. Alle andre tellinger blir forkastet.



Figur 3.6: . Tidsspektrum mellom partikkel og  $\gamma\text{-stråle}$  (over 1 MeV) for  $^{111}\text{Cd.}$ 

### Kapittel 4

### Dataanalyse

#### 4.1 Partikkelspektrene

Ved å sette et passende bredt vindu under datasorteringen på henholdsvis <sup>3</sup>He- og  $\alpha$ -partiklene, som beskrevet i kapittel 3.3, kan man sortere ut <sup>3</sup>He- og  $\alpha$ -partiklene fra dataene og danne et <sup>3</sup>He-spektrum og et  $\alpha$ spektrum. Spektrene dannes ved å la x-aksen representere den totale energien til partikkelen, som i ligning (3.1), og la y-aksen representerer antall detekterte partikler som avsatte denne energien. Dersom det ikke stilles krav om at partikkelen er detektert i koinsidens med et  $\gamma$ -kvant, kalles disse spektrene for singelsspektre. Stilles det i tillegg krav til koinsidens mellom deteksjon av partikkel og  $\gamma$ -kvant, som gjøres ved å sette vindu i NaI-tidsspekteret (se figur 3.6), fås et koinsident spektrum. Singels- og koinsidensspektere for <sup>111</sup>Cd og <sup>112</sup>Cd vises henholdsvis i figur 4.1 og figur 4.2 (heretter kalt partikkelspektrum). Sammenhengen mellom kjernens eksitasjonsenergi og  $\alpha$ -energien er gitt ved:

$$E_{total} = E_{eksitasjon} + E_{rekyl} + E_{\alpha}, \tag{4.1}$$

hvor  $E_{total}$  er projektilenergien <sup>3</sup>He-partikkelen har i det den treffer target, og  $E_{\alpha}$  er ejektilenergien  $\alpha$ -patrikkelen avsetter i teleskopet,  $E_{eksitasjon}$ er eksitasjonsenergien til sluttkjernen <sup>111</sup>Cd og  $E_{rekyl}$  er rekylenergien til sluttkjernen <sup>111</sup>Cd. Denne rekylenergien er neglisjerbar for en middelstung kjerne som <sup>111</sup>Cd<sup>1</sup>. Når  $E_{total}=E_{\alpha}$  gir det populasjoner til grunntilstanden (g.s. i figurene), og man vil derfor ikke finne noen  $\alpha$ -partikler med denne energien i koinsidens med et  $\gamma$ -kvant. Dermed observeres det heller ingen topp med denne energien i koinsidenskurven (se lilla stiplet linje i

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>På grunn av den store masseforskjellen mellom <sup>111</sup>Cd og  $\alpha$ -partikkelen.



Figur 4.1: Partikkelspektrum for <sup>111</sup>Cd med (rød kurve) og uten (blå kurve) koinsidenskrav.

figur 4.1).

Bevaring av masse og energi før og etter reaksjonen gir oss ligningen [21]:

$$m_x c^2 + T_x + m_A c^2 + T_A = m_y c^2 + T_y + m_B c^2 + T_B,$$
 (4.2)

hvor *x*, *y* er henholdsvis prosjektil og ejektil, *A*, *B* er kjernen før og etter reakjsjonene, henholdsvis, *T*-ene er kinetisk energi og *m*-ene er hvilemasser. En Q-verdi defineres som start-masseenergi minus slutt-masseenergi:

$$Q = (m_{start} - m_{slutt})c^2 = m_x + m_A - m_y - m_B,$$
 (4.3)

som er det samme som overskuddet av den kinetiske energien til sluttproduktet:



Figur 4.2: Partikkelspektrum for <sup>112</sup>Cd med (rød kurve) og uten (blå kurve) koinsidenskrav.

$$Q = T_{slutt} - T_{start} = T_y + T_B - T_x - T_A.$$
 (4.4)

Q-verdien kan være positiv, negativ eller null. Hvis Q > 0 er kjernemassen eller bindingsenergien frigitt som kinetisk energi til sluttproduktet. Når Q< 0 er start kinetisk energi konvertert til masse eller bindingsenergi. Forandringen i masse eller energi er relatert til ligningen  $\Delta E = \Delta mc^2$  fra den spesielle relativitetsteori, som sier at forandring i den kinetiske energien til et system av reaksjonspartikler er balansert av en tilsvarende forandring i dens masse.

I dette eksperimentet studeres reaksjonene <sup>112</sup>Cd(<sup>3</sup>He, <sup>3</sup>He')<sup>112</sup>Cd (Q = 0) og <sup>112</sup>Cd(<sup>3</sup>He,  $\alpha$ )<sup>111</sup>Cd (Q = 11.183 MeV) [13]. I figur 3.4 ser man at den elastiske toppen til <sup>3</sup>He og grunntilstanden til  $\alpha$  har begge avsatt omtrent samme energi i fronttelleren ( $\Delta E \approx 4$  MeV), men vi observerer at  $\alpha$ -partikelene har av satt omtrent 11 MeV mer energi i sluttelleren enn <sup>3</sup>Hepartiklene (  $E \approx 33$  MeV og 44 MeV, henholdsvis) siden vi har en positiv Q-verdi for <sup>112</sup>Cd(<sup>3</sup>He,  $\alpha$ )<sup>111</sup>Cd reaksjonen.

Det ses i partikkelspektrene at det er en betydelig nedgang i antall tellinger ved nøytronbindingsenergien ( $B_n$ = 9.398 MeV for <sup>112</sup>Cd og  $B_n$ = 6.976 MeV for <sup>111</sup>Cd [22], se heltrukken svart linje under " $B_n$ "i figur 4.1 og 4.2) i koinsidenskurvene. Det er fordi det her åpnes en ny reaksjonskanal<sup>2</sup> (<sup>3</sup>He, xn $\gamma$ ). I dette eksitasjonsområdet sender kjernen ut et nøytron og et  $\gamma$ -kvant stedet for kun et  $\gamma$ -kvant, her skjer kun  $\gamma$ -utsendelse hvis spinnforskjellen blir for stor (som er meget sjelden). Den svært sterke toppen i grunntilstanden for reaksjonen (<sup>3</sup>He,<sup>3</sup>He)<sup>112</sup>Cd kommer av elastisk spredning av <sup>3</sup>He-partikler mot targetkjernen <sup>112</sup>Cd, som forblir i grunntilstanden.

Det kan være interessant å undersøke om ikke et proton også blir sendt ut, ettersom protonbindingsenergien  $B_p$  er henholdsvis 9.086 MeV og 9.653 MeV for <sup>111</sup>Cd og <sup>112</sup>Cd (data hentet fra [22]). Vi ser at for <sup>111</sup>Cd er  $B_p > B_n$ , men for <sup>112</sup>Cd er  $B_p \approx B_n$ . Coulombbarrieren estimeres ved:

$$E_{C} = \frac{Z_{p} Z_{Cd} e^{2}}{4\pi\epsilon_{0}(R_{p} + R_{Cd})} = \frac{e^{2}}{4\pi\epsilon_{0}r_{0}} \cdot \frac{Z_{p} Z_{Cd}}{A_{p}^{1/3} + A_{Cd}^{1/3}},$$
(4.5)

der  $R_{Cd} = r_0 A_{Cd}^{1/3}$  er tilnærmet kjernens radius. Med  $R_0$ =1.2 fm blir faktoren  $e^2/4\pi\epsilon_0 r_0 \approx 1$  MeV. Ladningstallet  $Z_p$ =1 for protonet og  $Z_{Cd}$ =48 for kadmium, og massetallene er  $A_p$ =1 og  $A_{Cd}$ = 111 og 112. Dette gir henholdsvis  $E_C$ = 8.267 Mev og 8.247 MeV for <sup>111</sup>Cd og <sup>112</sup>Cd. Det vil si at energien som må tilføres kjernen for at den skal passere Coulomb-barrieren og sende ut et proton, er  $E_C + B_p = 17.353$  MeV og 17.899 MeV for henholdsvis <sup>111</sup>Cd og <sup>112</sup>Cd. Disse energiene er betraktelig høyere enn nøytronbindingsenergiene til kjernene, og man ser derfor ikke protonutsendelse i spektrene. Ut ifra dette baseres den videre analysen på antagelsen om at kjernene <sup>111,112</sup>Cd eksitert til energier under  $B_n$  vil henfalle ved kun  $\gamma$ -utsendelse.

#### 4.2 $\gamma$ -spektrene

Nå som man kan bestemme hvilke  $\gamma$ -kvanter som kom i koinsidens med en <sup>3</sup>He- eller en  $\alpha$ -partikkel kan man lage en partikkel- $\gamma$ -matrise for disse koinsidensene. I figur 4.3 og figur 4.4 vises partikkel- $\gamma$ -matrisen for <sup>111</sup>Cd og <sup>112</sup>Cd, henholdsvis. Her ligger eksitasjonsenergien *E* langs y-aksen og

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>x-en i reaksjonskanalen vil i dette tilfelle enten være en <sup>3</sup>He'- eller en  $\alpha$ -partikkel.



Figur 4.3: Partikkel- $\gamma$ -matrise for <sup>111</sup>Cd. Den røde linja angir nøytronbindingsenergien  $B_n$ =6.976 MeV. Den diagonale linjen viser henfall direkte til grunntilstanden *g.s.* (E = 0).

 $\gamma$ -energien  $E_{\gamma}$  langs x-aksen. I figur 4.3 ser vi partikkel- $\gamma$ -matrisen for <sup>111</sup>Cd, her er det lagt inn en rød horisontal linje for nøytronbindingsenergien E = 6.976 MeV som er nøytronbindinsenergien til <sup>111</sup>Cd, og man vil kun se på data under denne energieng. Det er også lagt inn en svart diagonal linje for å vise direkte henfall til grunntilstanden *g.s.* (E = 0). I figur 4.4 er det lagt inn en rød horisontal linje i eksitasjonsenergi E = 9.398 MeV som er nøytronbindingsenergien til <sup>112</sup>Cd. Det er også lagt inn to svarte diagonale linjer, én for direkte henfall fra eksitasjonsenergien til grunntilstand, og én svart linje i første eksiterte som viser henfall til E = 617 keV. I Figur 4.4 ser vi også at det er en rygg av koinsidens i  $E_{\gamma} \sim 4.4$  MeV fra E= 7.4 MeV til  $B_n$ . Denne ryggen kommer av  $\gamma$ -utsendelse fra <sup>12</sup>C sin første



Figur 4.4: Partikkel- $\gamma$ -matrise for <sup>112</sup>Cd. Den røde linja angir nøytronbindingsenergien  $B_n$ =9.398 MeV. Den ene diagonale linjen viser henfall direkte til grunntilstanden g.s. (E = 0) og den andre diagonale linja viser henfall til den førsteeksiterte 1.*Ex* (E = 617 keV).

eksitert tilstand  $(2^+)^3$  som har en energi på 4.439 MeV. Grunnen er at det var <sup>12</sup>C på target. Denne forurensningen av <sup>12</sup>C på target ble trukket fra spekteret.

### 4.3 Tilbakefolding av $\gamma$ -spektrene

Gammastrålene som sendes ut ved en kjernereaksjon blir ikke målt direkte, de vekselsvirker først med atomære elektroner i NaI-krystallene. Siden det er energien til disse elektronene som måles kan det på  $\gamma$ -spektrene ob-

 $<sup>{}^{3}</sup>I^{\pi} = 2^{+}$ , hvor  $I^{\pi}$  er spinn og paritet.


Figur 4.5: Eksempel på en responsmatrise.

serveres en bred energifordeling uten skarpe  $\gamma$ -linjer i kontinuum i kjernens  $\gamma$ -spektrum<sup>4</sup>. For å kunne trekke ut nyttig informasjon fra dette spekteret er det nødvendig å utføre en nøyaktig tilbakefolding til det sanne fullenergispekteret.

#### 4.3.1 Responsfunksjonen

Responsfunksjonen til en  $\gamma$ -detektor avhenger av de forskjellige måtene  $\gamma$ strålene kan vekselvirke med NaI-krystallene på. I tillegg vil også designet og geometrien til detektoren spille en rolle. Det er i hovedsak tre prosesser som finner sted når gammastråler vekselvirker med materie:

**Fotoelektrisk effekt:** Et gammakvant (foton) overfører all sin energi (E =

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>I kvasikontinuum er energiegentilstandene til kjernen så nær hverandre at det blir umulig å skille  $\gamma$ -overganger fra hverandre. Dette området vil være uten fremtredende  $\gamma$ -linjer som er typisk for det lavenergiske området.

hv) til et atomært bundet elektron. Elektronet får da en kinetisk energi  $E_k = hv - B_e$ , hvor  $B_e$  er bindingsenergien til elektronet, som er neglisjerbar. Det gir at all avsatt energi  $E \cong hv$ .

- **Comptonspredning:** Et gammakvant overfører kun noe av sin energi til det bundne elektronet, men nok energi til at elektronet løsrives fra atomet. På denne måten kan et foton spres flere ganger. Siden detektoren har en endelig størrelse fører det til at noen av de Comptonspredte fotonene vil unnslippe detektoren.
- **Pardannelse:** Gammakvanter med energier høyere enn 1.022 MeV kan gi pardannelse (E = hv - 1.022 MeV). Det vil si at det dannes et par av  $e^-$  og  $e^+$  (elektron-positronpar: 0.511 MeV + 0.511 MeV = 1.022 MeV). Positronet vil umiddelbart annihileres med et atomært elektron og danne to nye fotoner som hver er på 511 keV. Det ene eller begge disse nydannede fotonene kan unnslippe detektorene.

Første prosess vil gi fullenergitopper i spekteret som et resultat av fotoeletrisk absorbsjon, eller man kan få fullenergiabsorbsjon via flere av de nevnte prosessene. Neste prosess gir opphav til Comptonryggen. Siste prosess fører til "single-escape" toppen hvis det ene fotonet unnslipper detektoren. Hvis begge fotonene som blir dannet unnslipper detektorene, dannes "double-escape" toppen.

Det er de reelle  $\gamma$ -stråleenergiene utsendt av kjernene som er av interesse, men de er kun bevart i fullenergitoppen. Man trenger derfor responsfunksjonen for alle NaI- detektorene for alle  $\gamma$ -energier.

Sendes en monoenergisk  $\gamma$ -stråle inn mot en detektor fås derfor et helt spekter av  $\gamma$ -energier. Denne responsen til detektoren er avhengig av energien til innkommende  $\gamma$ -stråle. Ved å benytte flere kjente stråleenergier er responsfunksjonen for alle 28 NaI-detektorene i CACTUS kartlagt. De kjente monoenergiske  $\gamma$ -linjer er henholdsvis 122, 245, 344, 662, 1173, 1333, 1836, 4439, 6130 og 15110 keV [23]. Ettersom antall tilgjengelige kalibreringskilder er begrenset, interpoleres det mellom punktene man har eksperimentelle spekter for slik at det er en responsfunksjon for alle  $\gamma$ energiene.

For å kunne tilbakefolde et spektrum er det nødvendig å ha en responsfunksjon for alle  $\gamma$ -energiene. De kjente responsene danner et grunnlag for interpolering. Alle toppene fjernes fra spekteret, slik at kun Comptonhendelsene er igjen. Et  $\gamma$ -kvant som blir spredt mot et elektron ved en vinkel  $\theta$  vil overføre en energi *E* til elektronet, hvor



Figur 4.6: Interpolasjon mellom kanaler som tilsvarer samme  $\theta$ . Figur hentet fra [17].

$$E = E_{\gamma} - \frac{E_{\gamma}}{1 + \frac{E_{\gamma}}{m_c c^2} (1 - \cos \theta)},$$
(4.6)

hvor  $E_{\gamma}$  er  $\gamma$ -energien,  $m_e$  er elektronmassen og c er lyshastigheten i vakuum. Comptonbakgrunnen interpoleres da mellom kanaler som har samme Comptonspredningsvinkel  $\theta$ , se figur 4.6. Etter interpoleringen blir toppene lagt til responsspekteret igjen. Man definerer så en responsmatrise **R**, hvor hvert enkelt av elementene  $R_{ij}$  i matrisen representerer den kartlagte responsen til detektoren i kanal *i* når den blir truffet av en  $\gamma$ -kvant med energi *j*. For hver responsfunksjon *j* er normert ved  $\sum_i R_{ij}$ =1. Figur 4.5 viser et eksempel på en responsmatrise.

#### 4.3.2 Foldings-iterasjonsmetoden

Gjennom foldings-iterasjonsmetoden [23] blir den ufullstendige avsatte energien i NaI-detektorene fra det totale  $\gamma$ -strålespekteret korrigert, og det blir dannet et spektrum som inneholder den sanne energien til de innkommende  $\gamma$ -kvantene. Dette spekteret, som vi ønsker å generere, kalles det tilbakefoldede spekteret u. Mulitipliseres responsmatrisen **R** med det sanne tilbakefoldede spekteret u, får man det foldede spekteret f:

$$\begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ f_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & \cdots & R1n \\ R_{21} & R_{22} & \cdots & R2n \\ \cdot & & & & \\ \cdot & & & & \\ R_{n1} & R_{n2} & \cdots & Rnn \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ u_n \end{pmatrix}.$$
(4.7)

I kortform er  $f = \mathbf{R}u$ . Hvis **R** inverteres blir løsningen  $u = \mathbf{R}^{-1}f$ , men denne metoden gir store fluktasjoner i u, selv en liten variasjon i **R** danner betydelige variasjoner i  $\mathbf{R}^{-1}$ . I stedet bestemmes stadig bedre tilnærminger av u gjennom en iterasjonsprosedyre. Det vil si at når råspekteret er kjent, så kan det anvendes som en første tilnærming til det faktiske spekteret. Man multipliserer slik at man får en ny foldet funksjon som brukes videre i neste iterasjon. Det oppnås stadig bedre tilnærminger av u ved å folde dem, for deretter å sammenligne med råspekteret r. Prosedyren har fire steg:

1. Den første prøvefunksjonen  $u^0$  for det tilbakefoldede spekteret er det observerte spekteret *r*:

$$u^0 = r. (4.8)$$

2. Det første foldede spekteret blir så regnet ut:

$$f^0 = \mathbf{R}u^0. \tag{4.9}$$

3. Den neste prøvefunksjonen fås ved å legge til differansespekteret  $(r - f^0)$  til den forrige prøvefunksjonen:

$$u^{1} = u^{0} + (r - f^{0}).$$
(4.10)

4. En ny folding gjøres og man får en ny prøvefunksjon  $f^1$ , som igjen blir brukt til å finne den neste prøvefunksjonen:

$$u^{2} = u^{1} + (r - f^{1}).$$
(4.11)

Disse stegene repeterees fram til  $f^i \sim r$  (som oppnås når  $u^i \sim u^{i-1}$ ), hvor *i* er antall iterasjoner, og prosedyren stoppes. Det foretas typisk ti iterasjoner.

Figur 4.8 viser den tilbakefoldede matrisen til <sup>112</sup>Cd. Denne matrisen viser to relativt tydelige diskrete diagonale linjer som er henholdsvis direkte henfall til grunntilstanden (E = 0) og første eksiterte (E = 617 keV).



Figur 4.7: Øverste panel viser det ubehandlede  $\gamma$ -spekteret, det midterste viser det tilbakefoldede  $\gamma$ -spekteret og det nederste panelet viser det tilbakefoldede spekteret foldet med responsmatrisen. Alle spekter er fra samme eksitasjonsom-råde (6.0 - 6.2 MeV).

#### 4.3.3 Comptonsubtraksjonsmetoden

Det tilbakefoldede spekteret u ekstrahert ovenfor, brukes som utgangspunkt i den såkalte Comptonsubraksjonsmetoden [23], heretter kalt  $u_0$ , oscillerer en del i hver kanal i. Ved bruk av Comptonsubtraksjonsmetoden [23] kan denne effekten reduseres betraktelig. Det tas utgangspunkt i det tilbakefoldede spektrum ( $u_0$ ). Man definerer så et nytt spekter v(i) som er lik det observerte spekteret minus Comptonbidraget:

$$v(i) = p_f(i)u_0(i) + w(i), \qquad (4.12)$$

her er  $p_f u_0 = u_f$  fullenergibidraget i spekteret, og  $w = u_s + u_d + u_a$  er bidraget fra hendelsene single/double escape- og annihilasjonsprosessene. Vi har altså at:

$$u_s(i - i_{511}) = p_s(i)u_0(i), \tag{4.13}$$

$$u_d(i - i_{1022}) = p_d(i)u_0(i), \tag{4.14}$$

$$u_a(i_{511}) = \sum_i p_a(i)u_0(i), \tag{4.15}$$

der  $i_{511}$  og  $i_{1022}$  tilsvarer henholdsvis kanalene med energi 511 og 1022 keV. Sannsynlighetene *p* er normert slik at:

$$p_f + p_s + p_d + p_a = 1, (4.16)$$

Sannsynlighetsverdiene for  $p_f$ ,  $p_s$ ,  $p_d$  og  $p_a$  finnes i tabell 1 i [23]. Spektrene  $u_f$ ,  $u_s$ ,  $u_d$  og  $u_a$  glattes ut med en oppløsning på 1.0 FWHM for å tilpasses det observerte spektrets energioppløsning.

Comptonbakgrunnsspekteret kan nå finnes ved:

$$c(i) = r(i) - v(i),$$
 (4.17)

hvor *r* er det observerte råspekteret. Dette Comptonspekteret har store fluktasjoner fra kanal til kanal, ettersom det er avhengig av  $u_0$ -spekteret fra iterasjonsmetoden i forrige seksjon. Siden Comptonspredte fotoners energi varierer lite med energien, kan spekteret *c* glattes ut med en stor oppløsning på 1.0 FWHM. Deretter kan det utjevnede Comptonspekteret *c*, og strukturene *w* trekkes fra fra det observerte spekteret *r*. Det korrigeres også for fullenergisannsynligheten  $p_f$  (verdi oppgitt i tabell 1 i [23]):

$$u(i) = [r(i) - c(i) - w(i)] / p_f(i).$$
(4.18)

Til slutt regnes den sanne  $\gamma$ -energifordelingen U(i) ut ved å korrigere for den totale deteksjonseffektiviteten  $\epsilon_{total}$ , som er energiavhengig:

$$U(i) = u(i)/\epsilon_{total}.$$
(4.19)

Den totale  $\gamma$ -effektiviteten er også gitt i tabell 1 i [23].

I figur 4.7 ses resultatet av denne metoden for kjernen <sup>112</sup>Cd ved eksitasjonsenergi mellom 6.0 og 6.2 MeV. Øverste panel viser det observerte råspekteret r, mens det nederste viser det foldede spekteret f, og i det



Figur 4.8: Den tilbakefoldede matrisen til <sup>112</sup>Cd. I figur 4.4 er det lagt inn to diagonale linjer som viser direkte henfall til grunntilstanden og første eksiterte. I denne tilbakefoldede matrisen ser man tydelig disse samme diskrete henfallene uten bruk av slike hjelpelinjer.

midterste panelet det ønskede tilbakefoldede spekteret u. Den gode overensstemmelsen mellom r og f bekrefter hvor vellykket metoden er.

Den tilbakefoldede matrisen vil danne grunnlaget for resten av analysen. I figur 4.8 vises den tilbakefoldede matrisen<sup>5</sup> til <sup>112</sup>Cd.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Det ble satt en nedre grense E = 480 keV før førstegenerasjonsmatrisen ble dannet siden populeringer under denne grensen førte til at 617 keV-toppen ellers forsvant ved subtraheringen. Det har egentlig ikke noe å si i denne oppgaven siden dataene ved lave eksitasjonsenergier ikke brukes i den videre analysen.

# Kapittel 5

# Oslometoden

Ved å bruke Oslometoden, som gruppen ved OCL har utviklet, kan både nivåtettheten  $\rho$  og  $\gamma$ - transmisjonskoeffisienten  $\mathcal{T}$  ekstraheres. Metoden bygger på Brink-Axel hypotesen [1, 12].

## 5.1 Førstegenerasjonsmetoden

En høyt eksitert kjerne vil generelt henfalle til grunntilstanden gjennom en kaskade (generasjoner) av  $\gamma$ -stråler. I den videre analysen er man kun interessert i de første  $\gamma$ -kvantene utsendt i hver kaskade. Disse første  $\gamma$ utsendelsene kalles førstegenerasjons- $\gamma$ -stråling.

Partikkel- $\gamma$ -matrisen inneholder alle generasjonene av  $\gamma$ -stråler som <sup>112</sup>Cd sendte ut for å henfalle til grunntilstanden. Det er dessverre ikke mulig med dagens tidsoppløsning til detektorene å trekke ut den første overgangen til en spesifikk kaskade. En metode for å separere disse første  $\gamma$ -kvantene fra resten av kaskaden, er å bruke en subtraksjonsmetode [23, 24] på den tilbakefoldede matrisen. For hvert eksitasjonsområde *E* er det et partikkel- $\gamma$ koinsidens-spektrum som er tilbakefoldet, *f*. I kontinuumområdet, et område med svært høy nivåtetthet, ser det ut til at kjernen inntar et compoundlignende system [25] før den sender ut  $\gamma$ -kvanter. Dette kommer av at reaksjonstiden, tiden det tar å danne en compoundtilstand, er i området 10<sup>-18</sup>s, mens en typisk levetid i kontiniuum er  $\approx 10^{-15}$ s. Derfor er det rimelig å anta at kjernen er termalisert før  $\gamma$ -henfallene.

Metoden er illustrert i figur 5.1 og beskrives i detalj i [27]. Førstegenerasjonsspekteret for den høyeste eksitasjonsenergien *h*, estimeres ved

$$h_i = f_i - g_i, \tag{5.1}$$



Figur 5.1: Illustrasjon av førstegenerasjonsmetoden. Figur hentet fra [17]

der  $g_i$  er den vektede summen av alle spektrene, gitt ved

$$g_i = n_{i1}w_{i1}f_1 + \dots + n_{ij}w_{ij}f_j = \sum_j n_{ij}w_{ij}f_j.$$
 (5.2)

Her er koeffisientene  $\omega_{ij}$  ukjente, og representerer sannsynligheten for  $\gamma$ henfall fra eksitasjonsområde *i* til *j* (dvs fra bin *i* til bin *j*) slik at  $\sum_j w_{ij}=1$ . Siden forskjellige energinivåer er populert med forskjellige sannsynligheter, må dette tas med i betraktningen ved å trekke vektet sum  $g_i$  fra  $f_i$ . Koeffisientene  $n_{ij}$  er bestemt slik at arealet til hvert spektrum  $f_i$  multiplisert med  $n_{ij}$  gir samme antall kaskader for alle eksitasjonsområder.

Det er to forskjellige metoder for normering av  $n_{ij}$ :

**Singles-normering:** Denne metoden benytter at virkningstverrsnittet til det totale (singles) partikkelspekteret er proporsjonalt med antall populerte nivåer, og dermed med antall kaskader. Ved å definere  $\sigma_i$  og  $\sigma_j$  som virkningstverrsnittene målt for eksitasjonsområde *i* og *j* henholdsvis, vil normaliseringsfaktoren tilsvare forholdet mellom disse:

$$n_{ij} = \frac{\sigma_i}{\sigma_j} \tag{5.3}$$

**Multiplisitetsnormeringen:** Denne metoden lar antall tellinger i spekteret  $f_i$  være gitt ved arealet  $A(f_i)$ , og antar at  $\gamma$ -multiplisiteten  $\langle M_j \rangle$ for eksitasjonsområde j er kjent. Hvor  $\langle M_j \rangle$  er relatert til  $\gamma$ -stråleenergien  $E_{\gamma}$ . Hvis vi antar N foldede populasjoner i eksitasjonsnivå *E* vil henfall fra dette området resultere i *N*  $\gamma$ -stråle kaskader hvor *n*-te kaskade inneholder  $M_n \gamma$ -stråler. Midlere  $\gamma$ -energi  $\langle E_{\gamma} \rangle$  blir da lik den totale energien til  $\gamma$ -strålen dividert på antall  $\gamma$ -stråler [26]:

$$\langle E_{\gamma} \rangle = N \cdot \frac{E}{\sum_{n=1}^{N} M_n} = \frac{E}{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} M_n} = \frac{E}{\langle M \rangle},$$
 (5.4)

som gir  $\langle M \rangle = E / \langle E_{\gamma} \rangle$ . Da vil  $A(f_i) / \langle M_j \rangle$  være proporsjonalt med virkningstverrsnittet  $\sigma_j$ . Ligningen kan skrives som:

$$n_{ij} = \frac{\sigma_i}{\sigma_j} = \frac{A(f_i)\langle M_j \rangle}{A(f_j)\langle M_i \rangle}.$$
(5.5)

Tester utført på simulerte  $\gamma$ -spektere, hvor man har tilgang på eksakte førstegenerasjonsspektre, viste at begge normeringsmetodene fungerte meget tilfredsstillende [27].

I praksis vil det være eksperimentets betingelser som avgjør hvilken metode som egner seg best. I denne oppgaven ble multiplisitetsnormeringen valgt både for <sup>112</sup>Cd og <sup>111</sup>Cd.

Det kan være nødvendig å innføre en korreksjon til arealet av førstegenerasjonsspekteret dersom man har valgt lite passende vektefunksjoner w. Dette gjøres ved å substituere  $g \mod \alpha g$ , slik at arealet av førstegenerasjonsspekteret blir:

$$A(h_i) = A(f_i) - \alpha A(g_i), \tag{5.6}$$

der  $M_i$ =1. Mer generelt er

$$A(h_i) = A(f_i) / M_i.$$
(5.7)

Ved å kombinere ligningene (5.6) og (5.7) finner man at

$$\alpha = (1 - 1/M_i) A(f_i) / A(g_i).$$
(5.8)

For å bestemme de korrekte  $\omega_{ij}$ -verdiene brukes det faktum at dersom førstegenerasjonsspekteret  $h_i$  er normert til 1, så tilsvarer  $\omega_{ij}$ -verdiene nettopp dette spekteret. Denne nære relasjonen gjør det mulig å bestemme vektefunksjonene  $\omega_{ij}$ , og dermed  $h_i$ , ved en iterativ prosess [27]. Prosessen består av følgende steg:

- 1. Finn en prøvefunksjon for vektingen  $\omega_{ij}$ .
- 2. Regn ut  $h_i$ .

- 3. Transformer  $h_i$  til  $\omega_{ij}$ , la  $h_i$  ha samme energikalibrering som  $\omega_{ij}$  og normer arealet til  $h_i$  til 1.
- 4. Dersom  $\omega_{ij}(ny) \approx \omega_{ij}(gammel)$ , avsluttes iterasjonen, hvis ikke fortsett fra punkt 2.

Denne iterasjonsprosedyren har vist seg å konvergere etter få iterasjoner [27]. Metoden er blitt testet med ulike prøvefunksjoner, og det er vist i [27] at formen på førstegenerasjonsspekteret vil være tilnærmet den samme for forskjellige vektefunksjoner, men at arealet av spekteret forandres. Som kompensasjon for dette kan man bruke arealkorreksjonsmetoden fra ligning (5.6) – (5.8). I figur 5.2 viser øverste panel det tilbakefoldede spekteret som er utgangspunktet for førstegenerasjonsmetoden, i midterste panel vises høyere generasjons  $\gamma$ -kvanter, og nederste panel viser det interessante førstegenerasjonsspekteret.

I figur 5.3 vises den totale førstegenerasjonsmatrisen  $P(E, E_{\gamma})$  for <sup>112</sup>Cd, hvor man ser tre relativt tydelige diagonaler som tilsvarer direkte henfall til henholdsvis grunntilstanden, den første eksiterte 2<sup>+</sup>- tilstanden og 3<sup>-</sup>tilstanden. Det ses også tomme vertikale områder helt til venstre ved lav  $\gamma$ -energi i matrisen. Det kommer av at en tilstand blir veldig sterkt populert enten via den direkte reaksjonen (som her hvor 3<sup>-</sup>-tilstanden ved 2005 keV eksitasjonsenergi blir sterkt populert via inelastisk <sup>3</sup>He-spredning), eller via  $\gamma$ -henfall fra høyereliggende tilstander [30]. Dette området ekskluderes derfor for videre analyse ved å sette en nedre grense  $E_{\gamma}^{lav} \sim 1.5$  MeV. Det ses et par tomme små runde flekker ved  $E_{\gamma} \sim 0.5$  til 1.2 MeV i førstegenerasjonsmatrisen til <sup>111</sup>Cd (figur 5.4) derfor settes til  $E_{\gamma}^{lav} \sim 1.2$  MeV, og  $\gamma$ -energier under denne grensen ekskluderes derfor fra videre analyse.

# 5.2 Ekstrahering av nivåtetthet og $\gamma$ -styrkefunksjon

Førstegenerasjonsmatrisen  $P(E,E_{\gamma})$  er basis for å finne formen på kjernens nivåtetthet og  $\gamma$ -styrkefunksjon. Dersom denne matrisen normeres over alle eksitasjonsområdene E, vil den representere henfallssannsynligheten til  $\gamma$ -strålingen. Dette gjøres ved å summere P over alle  $\gamma$ -energiene  $E_{\gamma}$  fra en minste energi  $E_{\gamma}^{min}$  til maksimalenergien E i et bestemt eksitasjonsområde E, og sette summen lik 1:

$$\sum_{E_{\gamma}=E_{\gamma}^{min}}^{E} P(E, E_{\gamma}) = 1.$$
(5.9)



Figur 5.2: Det ekstraherte førstegenerasjonsspekteret i nederste panel fremkommer ved å subtrahere det midtre spekteret bestående av høyere generasjoner fra det totale tilbakefoldede  $\gamma$ -spekteret i øverste panel. Alle spektre er fra samme eksitasjonsområde (6.0 - 6.2 MeV).

Fermis gyldne regel gir at overgangssannsynligheten fra én tilstand til et sett endelige tilstander i et kvantesystem er gitt ved:

$$\lambda_{i \to f} = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle f | H' | i \rangle|^2 \rho_f, \qquad (5.10)$$

der  $\rho_f$  er tettheten av slutt-tilstander og  $\langle f|H'|i\rangle$  er overgangsmatriseelementet mellom start- og sluttilstand. Regelen er basert på førsteordens pertubasjonsteori, der det antas at overgangsmatriseelementet er lite<sup>1</sup>. I

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Fermis gyldne regel, som gir overgangssannsynligheten fra en tilstand til et sett endelige tilstander, er basert på arbeidet til Dirac i 1927 og uttrykt mer eksplisitt av Fermi i 1950 [31, 32].



Figur 5.3: Førstegenerasjonsmatrisen til <sup>112</sup>Cd. På grunn av for kraftig subtraksjon oppstår det tomme områder i matrisen.

denne oppgaven studeres  $\gamma$ -henfall mellom tilstander i kvasikontinuum, og versjonen av Fermis gyldne regel som brukes til å ekstrahere tettheten av energiegentilstander og kjernens transmisjonskoeffisient blir:

$$P(E, E_{\gamma}) \propto \mathcal{T}_{i \to f} \rho_f, \tag{5.11}$$

der  $\mathcal{T}_{i \to f}$  er  $\gamma$ -transmisjonskoeffisienten og  $\rho_f$  er tettheten av sluttilstander. Imidlertid tillates ikke en samtidig ekstraksjon av  $\mathcal{T}_{i \to f}$  og  $\rho_f$  fra den eksperimentelle førstegenerasjonsmatrisen. Enten må den funksjonelle formen til en av faktorene være kjent, eller restriksjoner må innføres. Én restriksjon som kan innføres, i følge Brink-Axel-hypotesen [1, 12], er at transmisjonskoeffisienten kun er avhengig av  $\gamma$ -energien, ikke av den bestemte start- og sluttilstanden. Dermed kan ligning (5.11) skrives:

$$P(E, E_{\gamma}) \propto \rho(E - E_{\gamma}) \mathcal{T}(E_{\gamma}), \qquad (5.12)$$



Figur 5.4: Førstegenerasjonsmatrisen til <sup>111</sup>Cd. På grunn av for kraftig subtraksjon oppstår det tomme områder i matrisen.

hvor  $P(E, E_{\gamma})$  er den eksperimentelle, normerte førstegenerasjonsmatrisen (se figur 5.3 og 5.4). Det vil si at henfallssannsynligheten til et  $\gamma$ -kvant fra en eksitasjonsenergi E til en sluttenergi  $E_f = E - E_{\gamma}$  (se figur 5.5), er proporsjonal med produktet av nivåtettheten  $\rho(E_f)$  ved sluttenergien og  $\gamma$ -transmisjonskoeffesienten  $\mathcal{T}(E_{\gamma})$ .

Ligning (5.12) er fullstendig uten krav til informasjon om start- og slutttilstand, henholdsvis *i* og *f*. Denne forenklingen av Fermis gyldne regel har vist seg å fungere godt i kvasikontinuumområdet som vi analyserer dataene fra, men ved lave eksitasjonsenergier avhenger  $\gamma$ -henfallsprosessen absolutt av start- og sluttilstand. Derfor vil  $\gamma$ -spektrene fra eksitasjonsområdet under  $E^{lav} \sim 3.6$  MeV og  $E^{lav} \sim 1.3$  MeV for henholdsvis <sup>112</sup>Cd og <sup>111</sup>Cd ekskluderes for videre analyse <sup>2</sup>. Det bestemmes også en øvre gren-

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Valget av  $E^{lav} \sim 1.3$  MeV for <sup>111</sup>Cd kan virke lav. Resultatet ved valg av  $E^{lav} \sim 3.0$  MeV for <sup>111</sup>Cd ble tilnærmet helt lik som for nedre grense på  $E^{lav} \sim 1.3$  MeV, dermed blir nedre grense på  $E^{lav} \sim 1.3$  MeV beholdt.



#### Figur 5.5: .

Illustrasjon av kontinuumoverganger: Når eksitasjonsenergien øker blir energinivåtetthetene så tette at det er så og si umulig å skille de fra hverandre. Dette energiområdet kalles kvasikontinuum. Kvasikontinuum ligger mellom det diskrete området hvor nivåene lett kan skilles fra hverandre med spektroskopimålinger, og kontinuumområdet hvor nivåene overlapper hverandre. Figur hentet fra [33]

se,  $E^{hoy}$  (som vanligvis er  $B_n$ ) som i denne analysen er satt til  $\approx$  9.7 MeV og  $\approx$  7.3 MeV for henholdsvis <sup>112</sup>Cd og <sup>111</sup>Cd. Det vil si at  $\gamma$ -spektrene fra eksitasjonsområdet over disse verdiene også ekskluderes fra videre analyse.

Oslometoden benytter den opprinnelige Brink-Axel-hypotesen [1, 12], som slår fast at den eletriske kjempedipolresonansen (GEDR) kan bygges på enhver eksitert tilstand, og at egenskapene til GDR ikke avhenger av temperaturen på den kjernetilstanden hvor den blir dannet. Denne hypotesen kan generaliseres til å inkludere alle typer av kjerneeksitasjoner, og resulterer i at førstegenerasjonsmatrisen kan faktoriseres som i ligning (5.12), så lenge de populerte spinnene og temperaturen ikke er for høy. Eksperimentelt er det vist at Brink-Axel-hypotesen ikke fungerer ved høye temperaturer (dvs. ved 1-2 MeV eller høyere) [34]. Spesielt bredden på GEDR viser seg å være avhengig av temperaturen til sluttilstanden. Imidlertid er både temperatur og spinn relativt lav i eksitasjonsområdet som studeres i denne oppgaven, derfor er disse avhengighetene av mindre be-



Figur 5.6: Førstegenerasjonsmatrisen til <sup>112</sup>Cd. Venstre panel viser den eksperimentelle matrisen  $P(E, E_{\gamma})$ , mens det høyre panelet viser output-matrisen  $P_{tilpasset}(E, E_{\gamma})$  som er beregnet ut i fra tilpassing av  $\chi^2$ . I panelet til venstre ses de brukte nedre og øvre grenser for  $E^{lav}$ ,  $E^{hoy}$  og  $E_{\gamma}^{lav}$ .

tydning.

For å ekstrahere nivåtetthet og transmisjonskoeffisient brukes en iterativ prosedyre [33] på førstegenerasjonsmatrisen  $P(E, E_{\gamma})$ . Hvert punkt i de to funksjonene blir tilpasset inntil et globalt  $\chi^2$ -minimum oppnås:

$$\chi^{2} = \frac{1}{N_{fri}} \sum_{E=E^{min}}^{E} \sum_{E_{\gamma}=E^{min}_{\gamma}}^{E} \left( \frac{P_{tilpasset}(E, E_{\gamma}) - P(E, E_{\gamma})}{\Delta P(E, E_{\gamma})} \right)^{2}, \quad (5.13)$$

hvor  $N_{fri}$  er antall frihetsgrader,  $P(E, E_{\gamma})$  er den eksperimentelle førstegenerasjonsmatrisen,  $\Delta P(E, E_{\gamma})$  er usikkerheten i den eksperimentelle  $P(E, E_{\gamma})$ matrisen og  $P_{tilpasset}(E, E_{\gamma})$  er den tilpassede  $\chi^2$  matrisen fra iterasjonen. Denne matrisen er tilpasset det normaliserte produktet av nivåtettheten og transmisjonskoeffisienten:

$$P_{tilpasset}(E, E_{\gamma}) = \frac{\rho(E - E_{\gamma})\mathcal{T}(E_{\gamma})}{\sum_{E_{\gamma} = E_{\gamma}^{min}}^{E}\rho(E - E_{\gamma})\mathcal{T}(E_{\gamma})}.$$
(5.14)

Nevneren i uttrykket over sørger for at *P*<sub>til vasset</sub> er normalisert til én.

Alle punktene til funksjonene  $\rho(E - E_{\gamma})$  og  $\mathcal{T}(E_{\gamma})$  antas å være uavhengige variable slik at  $\chi^2$  i ligning (5.13) er minimert for alle argumentene  $(E - E_{\gamma})$  og  $E_{\gamma}$ . Når en gitt matrise  $P_{tilpasset}$  minimiserer  $\chi^2$  har de to uavhengige funksjonene  $\rho(E - E_{\gamma})$  og  $\mathcal{T}(E_{\gamma})$  blitt funnet. Denne metoden konvergerer vanligvis meget bra [33].

I figur 5.6 viser den eksperimentelle matrisen  $P(E, E_{\gamma})$  i venstre panel og matrisen  $P_{tilpasset}(E, E_{\gamma})$  i høyre panel. Grensene som er markert i det venstre panelet er satt for å sikre at dataene som blir brukt i iterasjonsprosedyren er hentet fra det statistiske eksitasjonsområdet ( $E^{min}, E^{hoy}$ ), og at  $\gamma$ -energiene er over en gitt terskel ( $E_{\gamma}^{lav}$ ) slik at førstegenerasjonsmetoden vil fungere bra. Den gode overensstemmelsen mellom disse to matrisene viser hvor bra metoden virker.

Det har vist seg at hvis én løsning for funksjonene  $\rho$  og  $\mathcal{T}$  er kjent vil man finne et uendelig antall andre funksjoner som gir identiske tilpassninger til  $P(E, E_{\gamma})$ -matrisen ved

$$\tilde{\rho}(E - E_{\gamma}) = A \exp[\alpha(E - E_{\gamma})] \rho(E - E_{\gamma}), \qquad (5.15)$$

og

$$\tilde{\mathcal{T}}(E_{\gamma}) = B \exp(\alpha E_{\gamma}) \mathcal{T}(E_{\gamma}), \qquad (5.16)$$

hvor stigningstallet  $\alpha$ , og absoluttverdiene A og B er ukjente konstanter som dermed må bestemmes. Disse parametrene kan bestemmes ved normering av ligning (5.15) og (5.16) til kjente eksperimentelle data.

#### 5.2.1 Normering av nivåtettheten

Hittil i analysen har alle eksperimentelle data kommet fra gjeldende eksperiment utført ved OCL. For å bestemme parametrene  $\alpha$ , A og B, fra ligning (5.15) og (5.16), må det brukes data fra andre eksperimenter. For lave energier antas det at de fleste diskrete nivåer i de to kjernene <sup>111,112</sup>Cd er oppdaget. Disse nivåene hentes fra databasen ENSDF [22]. Dermed kan den eksperimentelle nivåtettheten tilpasses til kjente nivåer per eksitasjonsbin. Ved høy eksitasjoneenergi kan nivåtettheten beregnes ved nøytronbindingsenergien  $B_n$  fra kjente data for nøytronresonansavstanden<sup>3</sup> D. Fremgangsmåten er vist i [33] som bygger på [9], og gir at den totale nivåtettheten ved  $B_n$  er gitt ved den tilbake-skiftede Fermigass modellen

$$\rho(B_n) = \frac{2\sigma^2}{D} \frac{1}{(I+1)\exp(-\frac{(I+1)^2}{2\sigma^2}) + I\exp(-\frac{I^2}{2\sigma^2})},$$
(5.17)

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Det midlere energigapet mellom to nøytronresonaner.



Figur 5.7: Normering av nivåtettheten i <sup>112</sup>Cd i energiområdet ned mot grunntilstanden.

der *I* er spinnet til targetkjernen i et nøytronresonanseksperiment, og  $\sigma$  er spinncutoffparameter [10, 11] som er nærmere forklart i kapittel 2.4. Det ble antatt i utledningen av (5.17) at kjernene i området rundt  $B_n$  har like mange nivåer med positiv som negativ paritet.

Dessverre kan vi ikke ekstrahere  $\rho$  helt opp til eksitasjonsenergien  $B_n$ , siden vi utelukker  $\gamma$ -stråling under  $E_{\gamma}^{lav}$  i førstegenerasjonsmetoden. Vi har  $\rho(E - E_{\gamma})$ , det gir at  $\rho(E^{hoy} - E_{\gamma}^{lav}) = \rho(7.3 \text{ MeV-1.2 Mev}) = \rho(6.1 \text{ MeV})$  for <sup>111</sup>Cd og  $\rho(9.7 \text{ MeV-1.5 Mev}) = \rho(8.2 \text{ MeV})$  for <sup>112</sup>Cd. Derfor interpoleres nivåtettheten med den tilbakeskiftede Fermigassmodellen med parametrisering foreslått av von Egidy et al. [9, 35]:

$$\rho_{FG} = \eta \frac{\exp[2\sqrt{a(E-E_1)}]}{12\sqrt{2}\sigma a^{1/4}(E-E_1)^{5/4}},$$
(5.18)



Figur 5.8: Normering av nivåtettheten i <sup>112</sup>Cd ved eksitasjonsenergier opp mot nøytronbindingsenergien.

med parametere som vises i tabell 5.1. Nivåtettheten beregnet fra Fermigassmodellen  $\rho_{FG}$  blir så sammenlignet med nivåtettheten ved nøytonbindingsenergien  $\rho(B_n)$ . Fermigass-nivåtettheten blir videre multiplisert med faktoren  $\eta$ , funnet ved denne sammenligningen, og bli dermed tvunget til å passe med nøytronresonansdataene. Vi kan nå ekstrahere  $\rho$  opp til eksitasjonsverdier ~0.8 - 1.2 MeV under  $B_n$ , se figur 5.8 og 5.10, og interpolerer med den tilbakeskiftede Fermigassmodellen. Tilpasses forholdet  $\tilde{\rho}/\rho$  mot transformasjonsfunksjonene  $A \exp[\alpha(E - E_{\gamma})]$ , finner man normeringsparametrene A og  $\alpha$ . Disse brukes videre, og  $\rho$  multipliseres med transformasjonsfunksjonen i henhold til ligning (5.15), og den eksperimentelle nivåtettheten er dermed normert.

Figur 5.7 og figur 5.8 viser normeringen av nivåtettheten i <sup>112</sup>Cd. Begge viser nivåtettheten  $\rho(E)$  som funksjon av eksitasjonsenergien *E*. Eksi-



Figur 5.9: Normering av nivåtettheten til <sup>111</sup>Cd i energiområdet ned mot grunntilstanden.

tasjonsområdet mellom de røde pilene er brukt i normeringen. Den lilla grafen i begge figurene representerer de kjente diskrete nivåene. I figur 5.8 viser den blå sirkelen nivåtettheten ved nøytronbindingsenergien  $B_n$ . De svarte fylte firkantene i begge figurene viser den normerte eksperimentelle nivåtettheten. Den heltrukne grønne linja i figur 5.8 er en ekstrapolering av den eksperimentelle nivåtettheten til  $B_n$ , ved å bruke den tilbakeskiftede Fermigassmodellen, se ligning (5.18). I figur 5.9 og i figur 5.10 vises normeringen av nivåtettheten i <sup>111</sup>Cd tilsvarende som for <sup>112</sup>Cd.

#### 5.2.2 Normering av transmisjonskoeffisienten

Stigningstallet  $\alpha$  til den eksperimentelle transmisjonskoeffisienten  $\mathcal{T}(E_{\gamma})$  er blitt bestemt gjennom normeringen av nivåtettheten som beskrevet i forrige avsnitt. Det gjenstår å bestemme en fysikalsk løsning for norma-

Kjerne	<i>E</i> <sub>1</sub> (MeV)	<i>a</i> (MeV <sup>-1</sup> )	σ	$ ho(B_n)$ (10 <sup>5</sup> MeV <sup>-1</sup> )	B <sub>n</sub> (MeV)	η
<sup>111</sup> Cd	-0.64	13.5	5.43	3.87±0.63	6.976	1.19
<sup>112</sup> Cd	0.71	13.8	5.61	16.20±3.60	9.398	1.36

Tabell 5.1: Parametere benyttet i normeringen av nivåtetthetene.

liseringsparameteren *B* fra ligning (5.16). Konstanten *B* gir den absolutte normeringen av  $\mathcal{T}$ . Transmisjonskoeffisienten  $\mathcal{T}_{XL}$  for  $\gamma$ -overganger med energi  $E_{\gamma}$  og multipolaritet *XL*, er proporsjonale med de tilhørende styrkefunksjonene  $f_{XL}$  ved [36]:

$$\mathcal{T}_{XL}(E_{\gamma}) = 2\pi E_{\gamma}^{2L+1} f_{XL}(E_{\gamma}). \tag{5.19}$$

Generelt bidrar elektriske og magnetiske dipoloverganger, henholdsvis E1- og M1-overganger, mest i statistisk  $\gamma$ -henfall. Her antas det at kun E1- og M1-overganger gir signifikante bidrag til styrkefunksjonen, slik at den observerte T kan skrives som en sum av E1- og M1-styrkefunksjonene:

$$B\mathcal{T}(E_{\gamma}) = B[\mathcal{T}_{E1}(E_{\gamma}) + \mathcal{T}_{M1}(E_{\gamma})] = 2\pi E_{\gamma}^{3}[f_{E1}(E_{\gamma}) + f_{M1}(E_{\gamma})], \quad (5.20)$$

der *B* er den ukjente normeringskonstanten. Det antas i tillegg at det er like mange tilstander med positiv som negativ paritet tilgjengelig uansett eksitasjonsenergi *E* eller spinn *I* [37], slik at

$$\rho(E - E_{\gamma}, I_f, \pm \Pi_f) = \frac{1}{2}\rho(E - E_{\gamma}, I_f).$$
(5.21)

Styrkefunksjonene  $f_{XL}$  kan også uttrykkes ved den eksperimentelle, midlere totale strålingsbredden  $\langle \Gamma_{\gamma} \rangle$  fra nøytronresonanser som funksjon av eksitasjonsenergi *E*, spinn *I* og paritet  $\Pi$  [36]:

$$\Gamma_{\gamma}(E,I,\Pi)\rangle = \frac{1}{\rho(E,I,\Pi)} \sum_{XL} \sum_{I_f,\Pi_f} \int_{E_{\gamma}=0}^{E} dE_{\gamma} dE_{\gamma}^{2L+1} f_{XL}(E_{\gamma})\rho(E-E_{\gamma},I_f,\Pi_f)$$
(5.22)

Summasjonene og integrasjonen går over alle sluttnivåer med spinn  $I_f$  og paritet  $\Pi_f$  som er tilgjengelige ved  $\gamma$ -stråling med energi  $E_{\gamma}$ , elektromagnetisk karakter X og multipolaritet L. Det antas igjen at kun dipolstråling



Figur 5.10: Normering av nivåtettheten til <sup>111</sup>Cd ved eksitasjonsenergier opp mot nøytronbindingsenergien.

gir bidrag av betydning til summen, og at det er like mange tilgjengelige nivåer med positiv og negativ paritet.

Med de gitte antagelsene over kan man fra ligningene (5.20) og (5.21) beskrive den totale midlere strålingsbredden  $\langle \Gamma_{\gamma} \rangle$  populert av nøytron sbølge innfangningsresonanser<sup>4</sup> med spinn  $I_f \pm 1/2$  ved eksitasjonsenergien  $E = B_n$  som

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Absorbsjon av s-bølge-nøytroner som har spinn  $\pm 1/2$  med påfølgende utsendelse av  $\gamma$ -kvant, via reaksjonen (n, $\gamma$ ).



Figur 5.11: Normering av transmisjonskoeffisienten  $\mathcal{T}$  i <sup>111</sup>Cd. De heltrukne linjene er ekstrapolasjoner av  $\mathcal{T}$ , funnet ved å bruke datapunktene mellom pilene.

$$\langle \Gamma_{\gamma}(B_{n}, I_{t} \pm 1/2, \Pi_{t}) \rangle = \frac{1}{4\pi\rho(B_{n}, I_{t} \pm 1/2, \Pi_{t})} \int_{E_{\gamma}=0}^{B_{n}} dE_{\gamma}B\mathcal{T}(E_{\gamma})\rho(B_{n} - E_{\gamma}) \\ \times \sum_{J=-1}^{1} g(B_{n} - E_{\gamma}, I_{t} \pm 1/2 + J).$$
 (5.23)

Her er  $I_t$  spinnet og  $\Pi_t$  pariteten til targetkjernen i (n, $\gamma$ )-reaksjonen, og  $\rho$  er den eksperimentelle nivåtettheten. Dessuten er nivåtettheten uttrykt som produktet av den totale nivåtettheten summert over alle spinn, og spinnfordelingen g. Se ligning (2.9). Spinnfordelingen normeres slik at  $\sum_{I} g \approx 1$ . Den eksperimentelle strålingsbredden  $\langle \Gamma_{\gamma} \rangle$  er da den vektede summen av bidrag med spinn  $I_t \pm 1/2$  i følge ligning (5.23).

Metodiske problemer i ekstraheringen av førstegenerasjonsmatrisen

forhindrer bestemmelsen av funksjonene  $\mathcal{T}(E_{\gamma})$  og  $\rho(E)$  i henholdsvis intervallet  $E_{\gamma} < E_{\gamma}^{lav}$  og  $E > (B_n - E_{\gamma}^{lav})$ . Også lave  $\gamma$ -energier ekskluderes fra analysen på grunn av begrensninger i elektronikken og problemer med førstegenerasjonsmetoden; for eksempel vil vanligvis ikke  $\gamma$ -kvanter fra yrast-linjen trekkes korrekt fra. I tillegg er det dårlig statistikk ved de høyeste  $\gamma$ -energiene. Derfor interpoleres  $\rho$  med den tilbakeskiftede Fermigassmodellen, se ligning (5.18), mens  $\mathcal{T}$  ekstrapoleres med en ren eksponentialfunksjon som vist i figur 5.11 for kjernen <sup>111</sup>Cd og figur 5.12 for kjernen <sup>112</sup>Cd. En eventuell dårlig ekstrapolasjon vil ikke ha stor betydning i følge [37], siden bidraget til den totale strålingsbredden fra ekstrapolasjonen i  $\mathcal{T}$  ikke overstiger 15-20%.

Alle parametere i ligning (5.23) er nå kjent, se tabell 5.2, bortsett fra normeringskonstanten *B* som nå kan bestemmes. Størrelsen  $\langle \Gamma_{\gamma} \rangle$  ved  $E = B_n$  er hentet fra [13] for både <sup>111</sup>Cd og <sup>112</sup>Cd. Normeringen av  $\mathcal{T}$  i <sup>111</sup>Cd og <sup>112</sup>Cd er vist i henholdsvis figur 5.11 og 5.12. Nivåtettheten og  $\gamma$ -transmisjonskoeffisienten er da normert og tilsvarer fysikalske verdier.

Figur 5.11 og figur 5.12 viser normeringen av transmisjonskoeffisienten  $\mathcal{T}$  i <sup>112</sup>Cd og <sup>111</sup>Cd. De to heltrukne røde linjene i begge figurene er ekstrapolasjoner av  $\mathcal{T}$ , funnet ved å bruke datapunktene mellom de blå pilene.

Kjerne	It	$\langle \Gamma_{\gamma} \rangle$ (MeV)	B <sub>n</sub> (MeV)	D (eV)	$ ho(B_n)$ (10 <sup>5</sup> MeV <sup>-1</sup> )
<sup>111</sup> Cd	0.0	$71 \pm 6 \\ 96 \pm 20$	6.976	$155{\pm}20$	$3.870 {\pm} 0.6277$
<sup>112</sup> Cd	0.5		9.398	$20{\pm}4$	$16.20 {\pm} 3.603$

Tabell 5.2: Parametere brukt for normeringen av  $\gamma$ -transmisjonskoeffisienten. Dataene er hentet fra [13].



Figur 5.12: Normering av transmisjonskoeffisienten  $\mathcal{T}$  i <sup>112</sup>Cd. De heltrukne linjene er ekstrapolasjoner av  $\mathcal{T}$ , funnet ved å bruke datapunktene mellom pilene.

# Kapittel 6

# Eksperimentelle resultater og diskusjon

I dette kapitelet vil resultatene diskuteres.

## 6.1 Den eksperimentelle nivåtettheten

Nivåtettheten er direkte knyttet til multiplisiteten av tilstander, det vil si at antall fysikalske realisasjoner systemet har ved en gitt eksitasjonsenergi. Multiplisiteten av tilstander øker tilnærmet eksponensielt med eksitasjonsenergien, det vil si at antall frihetsgrader åpner seg eksponensielt. Avvik fra en glatt oppførsel kan tolkes som en global strukturell endring i kjernen. Formen til nivåtettheten skyldes først og fremst partikkeleksitasjoner.

I grunntilstanden til den like-like kjernen  ${}^{112}_{48}$ Cd<sub>64</sub> vil protonene og nøytronene kobles hver for seg i såkalte Cooper-par med totalspinn J = 0, nærmere forklart i kapittel 2.1. Ved å bryte opp Cooper-par vil antall tilgjengelige tilstander i en atomkjerne øke. Hvert brutte par øker nivåtettheten med en faktor 10-20 [38], som er mye høyere enn det som oppnås i kollektive eksitasjonsmoder som vibrasjon og rotasjon. Ved å evaluere like-odde masseforskjeller finner man energien som kreves for å bryte opp et protonpar eller et nøytronpar [25]. For kjernen <sup>112</sup>Cd er energien som kreves for å bryte opp henholdsvis et nøytronpar og et protonpar ( $2 \cdot \Delta_n$ ) 2.64 Mev og ( $2 \cdot \Delta_p$ ) 3.04 MeV. Det mangler to protoner på å fylle  $1g_{9/2}$ skallet (et fylt  $1g_{9/2}$ -skall ville gitt et magisk tall). Nøytronene vil i tillegg fylle opp  $2d_{5/2}$ -skallet. Det fører til at det må tilføres mer energi for å eksitere nøytronet, ettersom både et Cooper-par må brytes og et energigap opp til neste skall må overvinnes. I den like-odde kjernen  ${}^{111}_{48}$ Cd<sub>63</sub> derimot,



Figur 6.1: Nivåtettheten til kjernen <sup>111</sup>Cd. Fermigass-nivåtettheten  $\rho_{FG}$  blir multiplisert med faktoren  $\eta$  for å passe med  $\rho(B_n)$ .

vil et nøytron i  $2d_{5/2}$ -skallet ikke være i noe Cooper-par. Det forventes at dette valensnøytronet vil glatte ut eventuelle skalleffekter i denne kjernen. Som vi ser av figur 6.1 er nivåtettheten relativt glatt ved både lave og ved høye energier. Energien som kreves for å bryte opp et protonpar for <sup>111</sup><sub>48</sub>Cd er 2.50 MeV.

I figur 6.2 ses at tettheten rundt grunntilstanden for <sup>112</sup>Cd er betraktelig redusert. Dette kan komme av at svært få overganger går direkte til grunntilstanden  $I^{\pi} = 0^+$ . For <sup>111</sup>Cd, som har grunntilstanden  $I^{\pi} = \frac{1}{2}^+$  (figur 6.1), ses dette ikke så tydelig. Vi ser også at et ukoblet valensnukleon i grunntilstanden gir større tetthet for alle energier under nøytronbindingsenergien, enn hva som er tilfell når alle nukleoner er paret, se figur 6.3.

Kjernen <sup>112</sup>Cd er ofte brukt som et typisk eksempel på en vibrasjonskjerne [29]. Å legge til en kvadrupolvibrasjon til grunntilstanden til en



Figur 6.2: Nivåtettheten til kjernen <sup>112</sup>Cd. Fermigass-nivåtettheten  $\rho_{FG}$  blir multiplisert med faktoren  $\eta$  for å passe med  $\rho(B_n)$ .

like-like kjerne, som <sup>112</sup>Cd, vil si å legge til to enheter av angulærmomentet, og den eksiterte tilstanden får spinn I = 2 og en positiv paritet<sup>1</sup>  $\Rightarrow I^{\pi} = 2^+$ . Som vi ser i figur 6.4 ved eksitasjonsenergi E = 617 keV (brun stiplet linje), er det en økning av nivåtettheten  $\rho$  på grunn av kvadrupolvibrasjonsenergien. Denne kvadrupoltilstanden er vanlig for alle like-like kjerner. For vibrerende like-like kjerner forekommer det ofte en triplet av tilstander; 0<sup>+</sup>, 2<sup>+</sup> og 4<sup>+</sup>, ved ca. dobbelt så høy energi som den første kvadrupoltilstanden (siden to fononer bærer dobbelt så mye energi som én). Utfra [29] er det funnet at disse tilstandene ligger i E = 1433 keV, 1312 keV og 1416 keV for henholdsvis 0<sup>+</sup>, 2<sup>+</sup> og 4<sup>+</sup>. Figur 6.5 viser de teoretiske fononnivåene til en like-like vibrasjonskjerne, og i figur 6.6 ses de eksperi-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Dersom  $\lambda = 2$  vil det gi paritet (-1)<sup> $\lambda$ </sup> = (-1)<sup>2</sup> = 1  $\Rightarrow \pi = +$ .



Figur 6.3: Nivåtettheten i kjernene <sup>111</sup>Cd og <sup>112</sup>Cd.

mentelle fononnivåene til vibrasjonskjernen <sup>112</sup>Cd. Man ser at de eksperimentelle verdiene stemmer godt overens med de teoretiske. I figur 6.4 er det lagt inn en grønn stiplet linje i 1.4 MeV, som er gjennomsnittsenergien for disse tre tilstandene. Man ser også her en klar økning av nivåtettheten  $\rho$ .

Nivåtettheten er jevnt over høyere for <sup>111</sup>Cd enn for <sup>112</sup>Cd for lik eksitasjonsenergi, se figur 6.3. Det kommer av at like-odde-kjerner som har et ukoblet nøytron i grunntilstanden vil ha flere kvasipartikler enn like-likekjerner når energien øker og Cooper-parbrytingen starter. Ved en eksitasjonsenergi på ~1 MeV og ~3 MeV har <sup>111</sup>Cd henholdsvis ~100 og ~1000 tilgjengelige energinivåer per MeV, mens <sup>112</sup>Cd ved en eksitasjonsenergi på ~1 MeV og ~3 MeV kun har henholdsvis ~2 og ~300 energinivåer tilgjengelig per MeV, se figur 6.3.

Feilstrekene ved energiene rett opp under nøytronbindingsenergien i



Figur 6.4: Vibrasjoner, og nøytron og protonparbryting i kjernen <sup>112</sup>Cd.

figurene 6.1, 6.2 og 6.3 øker som funksjon av eksitasjonsenergi. Disse feilstrekene representerer her statistiske usikkerheter. Med økende energi blir det statistiske grunnlaget dårligere. Vi studerer henfall fra nøytronbindingsenergien og nedover til grunntilstanden. Det er få henfall til energiområdet med stor usikkerhet. Ved lav eksitasjonsenergi er feilstrekene så små at de skjules av datapunktene. I dette lavenergiområdet er statistikken mye bedre, og nivåtettheten kan dermed bestemmes med mye større presisjon.

# 6.2 Den eksperimentelle $\gamma$ -styrkefunksjon

Som beskrevet i seksjon 2.1, skyldes formen til nivåtettheten i Cd-isotopene først og fremst partikkeltilstander og kollektiv eksitasjon som vibrasjon,



Figur 6.5: Teoretiske fononnivåer til en like-like vibrasjonskjerne. Figur hentet fra [29].

og ikke kollektive eksitasjoner. Gammastyrkefunksjonnen er derimot dominert av den elektriske og magnetiske kjempedipolresonansen.

Utfra transmisjonskoeffisienten  $\mathcal{T}$  som ble funnet i kapittel 5.2.2, kan den eksperimentelle  $\gamma$ -styrkefunksjonen bestemmes ved hjelp av ligningen (5.20):

$$f(E_{\gamma}) = \frac{1}{2\pi E_{\gamma}^3} B \mathcal{T}(E_{\gamma}).$$
(6.1)

De eksperimentelle  $\gamma$ -styrkefunksjonene for <sup>111</sup>Cd og <sup>112</sup>Cd er vist i figur 6.7 og 6.8 henholdsvis.

For <sup>111</sup>Cd øker  $\gamma$ -styrkefunksjonene tilnærmet lineært med økende  $\gamma$ energi fra nedre satte grense på  $E_{\gamma} = 1.2$  MeV til  $E_{\gamma} = 4$  MeV før den deretter øker litt kraftigere. Dette tyder på at styrkefunksjonen avhenger av halen til kjempedipolresonansen i dette området, se figur 6.9, hvor vi også ser at GEDR har toppen sin i  $E_{\gamma} = 15.9$  MeV (data hentet fra [13]). Toppen med  $E_{\gamma} \approx 5.75$  MeV skyldes antagelig kun statistiske usikkerheter i dette energiområdet. For kjernen <sup>112</sup>Cd øker  $\gamma$ -styrkefunksjonen med økende  $\gamma$ -energi over  $E_{\gamma} = 3.25$  MeV. Dette tyder igjen på at styrkefunksjonen avhenger av halen til kjempedipolresonansen GEDR i dette energiområdet, se figur 6.10. Det observeres en økning i  $\gamma$ -styrkefunksjonen, en topp med



Figur 6.6: Eksperimentelle fononnivåer til vibrasjonskjernen <sup>112</sup>Cd. Figur hentet fra [29].

sentroiden i  $E_{\gamma} = 6.1$  MeV for kjernen <sup>112</sup>Cd (figur 6.8), noe som skyldes <sup>16</sup>O på target (target er oksidert). En 3<sup>-</sup> overgang fra <sup>16</sup>O har en  $\gamma$ -energi på 6.13 MeV [22]. Generelt er  $\gamma$ -styrkefunksjonen forventet å avta for lave  $\gamma$ -energier, og det ser vi også er tilfelle for kjernene <sup>111,112</sup>Cd.

På grunn av metodiske problemer som beskrevet i kapittel 5, er ikke eksperimentelle datapunkter under  $E_{\gamma}$  = 1.2 Mev og 1.5 MeV for <sup>111</sup>Cd og <sup>112</sup>Cd, henholdsvis, tatt med i styrkefunksjonen.

### 6.3 Systematiske usikkerheter

Foreløpig har vi kun sett på statistiske usikkerheter, vi ønsker derfor her å se litt nærmere på mulige systematiske usikkerheter.

#### 6.3.1 Ekstrapolering av transmisjonskoeffisienten T

I figur 6.11 ser man klare strukturer ved  $E_{\gamma} \sim 5.75$  MeV som helt klart vil påvirke  $\gamma$ -styrkefunksjonen alt etter hvordan man velger å ekstrapolere. Ekstrapolasjon av  $\rho$  mellom de røde pilene gir rød heltrukken linje (ekstremt lavt stigningstall), og ekstrapolasjon av  $\rho$  mellom de grønne pilene



Figur 6.7: Gamma-styrkefunksjonen for <sup>111</sup>Cd.

gir den grønne heltrukne linjen (ekstremt høyt stigningstall). Man ser at begge er urealistiske punkter for ekstrapolasjon av  $\rho$ , men det kan være interessant å undersøke hvor stor betydning det vil ha på den totale strålingsbredden. I figur 6.12 ser vi resultatet av disse normeringene. Her ser man at resultatet blir ~ 55-60%, som er klart mer enn 20% tatt fra ref [37]. De valgte normeringene, se figur 6.11, er ikke realistiske, men det viser at det kan ha stor betydning hvilket område man bruker til ekstrapoleringen. Imidlertid vil normeringen vanligvis ligge innenfor 20% ved fornuftige valg i ekstrapoleringen.

#### 6.3.2 Økning i $\gamma$ -styrkefunksjonen for lave $\gamma$ -energier

Som vist i kapittel 2.4 er det en usikkerhet i bestemmelsen av spinncutoffparameteren. Ingen kjenner til den sanne spinnfordelingen for de aller



Figur 6.8: Gamma-styrkefunksjonen for <sup>112</sup>Cd.

fleste kjerner ved så høye eksitasjonsenergier som ved nøytronbindingsenergien  $B_n$ . Man ønsker derfor å undersøke hvilke effekter man kan få på resultatene ved å bruke forskjellige spinncutoffparametere  $\sigma$ .

Man ser at det ikke er noen økning av  $\gamma$ -styrkefunksjonen ved lave energier, energier under  $E_{\gamma} = 3.5$  MeV ved bruk av E&B sin formel for  $\sigma$ , se figur 6.7 og figur 6.8 for <sup>111</sup>Cd og <sup>112</sup>Cd, henholdsvis. Kjernene <sup>93–98</sup>Mo [39], som er i nesten samme masseområde, viser en slik økning i dette lave energiområdet, se figur 6.13. Derfor gjøres en ekstra undersøkelse av dette for <sup>112</sup>Cd. Nivåtettheten ved nøytronbindingsenergien er proporsjonal med kvadratet av spinncutoffparameteren  $B_n(\rho) \propto \sigma^2$ , se ligning (5.17). Derfor kan spinncutoffparameteren  $\sigma$  påvirke normeringen av  $\gamma$ -styrkefunksjonen også.

Siden E&B sin formel, ligning (2.12), for  $\sigma$  ikke ga noen oppsving av  $\gamma$ -styrkefunksjonen i lavenergiområdet, er vi interessert i hva som skjer



Figur 6.9: Gamma-styrkefunksjonen for <sup>111</sup>Cd vist med  $\sigma$  = 5.43 (svarte datapunkter) og  $\sigma$  = 4.57 (grønne datapunkter) sammen med eksperimentelt bestemte ( $\gamma$ ,x)-reaksjonstverrsnitt fra <sup>115</sup><sub>49</sub>In (røde datapunkter) (hentet fra [22]) som stammer fra GEDR.

med  $\gamma$ -styrkefunksjonen dersom G&C sin formel, ligning (2.13), brukes i stedet. Formelen til G&C gir  $\sigma$  = 4.75 (E&Bs formel gir  $\sigma$  = 5.61). I figur 6.14 vises  $\gamma$ -styrkefunksjonene for begge disse spinncutoffparametrene. Røde datapunkter viser  $\gamma$ -styrkefunksjonen hvor  $\sigma$  = 4.75, og de sorte datapunktene viser  $\gamma$ -styrkefunksjonen hvor  $\sigma$  = 5.61 (den samme som i figur 6.8). Vi ser at formen på disse to er like, altså ingen økning av  $\gamma$ styrkefunksjonen ved lave  $\gamma$ -energier, energier under  $E_{\gamma}$  = 3.5 MeV. Men absoluttverdien er forskjellig. Man ønsker derfor å sjekke for ekstremverdier av spinncutoffparameteren, og velger  $\sigma$  = 1 og  $\sigma$  = 10. Resultatet av dette kan observeres i figur 6.15. Vi ser at  $\sigma$  = 10 (grønne datapunkter i figuren) gir ingen oppsving, men for  $\sigma$  = 1 (røde datapunkter i figuren)



Figur 6.10: Gamma-styrkefunksjonen for <sup>112</sup>Cd vist med  $\sigma$  = 5.61(svarte datapunkter) og  $\sigma$  = 4.75 (grønne datapunkter) sammen med eksperimentelt bestemte ( $\gamma$ ,x)-reaksjonstverrsnitt fra <sup>115</sup><sub>49</sub>In (røde datapunkter) (hentet fra [22]) som stammer fra GEDR.

ses en klar økning av  $\gamma$ -strålefunksjonen ved energier  $E_{\gamma} < 4$  MeV. Men en spinnparameter  $\sigma = 1$  er helt urealistisk, og man legger også merke til at  $\gamma$ -strålefunksjonen for høye  $E_{\gamma}$  ikke går opp, noe som er forventet på grunn av GEDR. Dette viser altså at det er svært usannsynlig med sterk oppsving av  $\gamma$ -strålefunksjonen ved lave energier. Man ser i figur 6.14 og i figur 6.15 at både absoluttverdi og stigningstall forandres ved bruk av forskjellig  $\sigma$ .

I utgangspunktet falt valget på å bruke E&Bs formel, men som man ser i figur 6.9 og 6.10, <sup>112</sup>Cd og <sup>111</sup>Cd, henholdsvis, stemmer dataene (de grønne punktene) fra G&C mye bedre overens med dataene for GEDR (de røde datapunktene) enn for de datapuntene hvor formelen til E&B (svarte


Figur 6.11: Normering av transmisjonskoeffisienten  $\mathcal{T}$  i <sup>111</sup>Cd. De heltrukne linjene er ekstrapolasjoner av  $\mathcal{T}$ , funnet ved å bruke datapunktene mellom pilene. Rød linje representerer ekstrapolasjon med ekstremt lavt stigningstall og grønn heltrukken linje representerer ekstrapolasjon med ekstremt høyt stigningstall.

datapunktene) ble brukt. Dataene for GEDR stammer fra kjernen<sup>2</sup> <sup>115</sup>In.

## Hvorfor undersøke oppsving i $\gamma$ -styrkefunksjonen til <sup>111,112</sup>Cd?

Tidligere eksperimenter hvor  $\gamma$ -styrkefunksjonen ved lave energier er blitt undersøkt, har vist at enkelte kjerner viser et slikt overraskende og uven-

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Det var ingen dataer for GEDR for kjernene <sup>111,112</sup>Cd. Siden formen og sentroiden til GEDR i størst grad bli påvirket av protontallet *Z* så falt valget på å bruke dataene fra en av nabokjernene til <sup>111,112</sup>Cd, nemlig <sup>115</sup>In som har *Z* = 49 (Cd har *Z* = 48) Dessuten har også <sup>115</sup>In omtrent samme nøytrontall *N* som <sup>111,112</sup>Cd (*N*(*In*<sup>115</sup>) = 66, *N*(*Cd*<sup>111</sup>) = 63 og *N*(*Cd*<sup>112</sup>) = 64).



Figur 6.12: Gammastyrkefunksjonen for <sup>111</sup>Cd med ekstrem normering.

tet oppsving. Første tilfelle var kjernene <sup>56,57</sup>Fe målt av Voinov [4]. Senere eksperimenter har vist at det er flere lette til middelstunge kjerner som viser denne økningen av  $\gamma$ -styrkefunksjonen ved lave energier. De tyngste kjernene funnet med denne oppsvingen er kjernene <sup>93–98</sup>Mo [39]. Dette er nettopp blitt bekreftet eksternt for <sup>95</sup>Mo av Wiedeking et al. [40], som har brukt en annen teknikk enn ved OCL. De letteste kjernene hvor man ikke har funnet denne økningen i  $\gamma$ -styrkefunksjonen er kjernene <sup>116,122</sup>Sn [6]. Det interessante er altså å finne masseområdet som gir denne oppsvingen, og årsaken. I figur 6.13 ser vi  $\gamma$ -styrkefunksjonen til <sup>97</sup>Mo, <sup>111</sup>Cd og <sup>117</sup>Sn. Man ser at Mo, røde datapunkter, gir en oppsving mens Cd, svarte datapunkter, og Sn, grønne datapunkter, ikke viser en slik oppførsel.

Det er ingen som foreløpig vet årsaken til dette, men som man ser av ligning (2.8) så kan temperaturen til sluttilstanden til en eksitert kjerne være en mulig tolkning. I ligning (2.8) ser man at nivåtettheten som funk-



Figur 6.13: Gammastyrkefunksjonen for <sup>97</sup>Mo, <sup>117</sup>Sn og <sup>111</sup>Cd. Her ser man at <sup>97</sup>Mo (røde datapunkter og uten feilstreker) gir en oppsving ved lav energi mens dette ikke er tilfelle for <sup>117</sup>Sn( grønne datapunkter og uten feilstreker) og <sup>111</sup>Cd ( svarte datapunkter).

sjon av eksitasjonsenergi er proporsjonal med den inverse av temperaturen T ( $\rho(E) \propto 1/T$ ), hvor T tolkes som en konstant kjernetemperatur på sluttilstanden. Her ser man at en høyere nivåtetthet gir lavere temperatur. Kjerner med store massetall A vil ha større nivåtetthet enn kjerner med mindre A ved samme eksitasjonsenergi, det vil si at en tung kjerne får lav temperatur og en lett kjerne høy temperatur,  $A_{stor} \Rightarrow T_f^{lav}$  og  $A_{lav} \Rightarrow T_f^{hoy}$ .

Brink [1] antok at  $\mathcal{T}(E_{\gamma})$  er uavhengig av eksitasjonsenergi og temperatur. Siden temperaturen er lav ved eksperimenter utført ved OCL vil temperaturavhengighet bety lite, og temperaturen kan dermed ses på som konstant. Ved konstant temperatur på sluttilstanden har vi, som vist i kapittel 5.2:



Figur 6.14: Gamma-styrkefunksjonen for <sup>112</sup>Cd hvor  $\sigma$  = 4.75 (røde datapunkter) og hvor  $\sigma$  = 5.61 (sorte datapunkter).

$$P(E_f, E_\gamma) \propto \rho(E_f) \mathcal{T}(E_\gamma). \tag{6.2}$$

Det har vært utført simuleringer [30] hvor det antas en variabel temperatur på sluttilstanden i  $\gamma$ -styrkefunksjonen, det vil si  $T_f \propto \sqrt{E_f}$ . I prinsippet er det da ikke mulig å separere nivåtettheten og  $\gamma$ -styrkefunksjonen siden

$$P(E_f, E_\gamma) \propto \rho(E_f) \mathcal{T}(E_f, E_\gamma). \tag{6.3}$$

Dette må man altså ha in mente når man ekstraherer nivåtet<br/>theten og  $\gamma$ -styrkefunksjonen.

Hvis man nå antar variabel temperatur for eksiterte kjerner, vil det føre til at lettere kjerner vil oppnå en høy  $\gamma$ -styrkefunksjon, mens en tyngre



Figur 6.15: Gamma-styrkefunksjonen for <sup>112</sup>Cd hvor  $\sigma$  = 5.61 er vist med sorte datapunkter,  $\sigma$  =1 vist med røde datapunkter og  $\sigma$  =10 vist med grønne datapunkter.

kjerne vil oppnå en lavere  $\gamma$ -styrkefunksjon ved lave  $\gamma$ -energier.

Altså, hvis vi antar en variabel temperatur på sluttilstanden, så vil det gi en mulig forklaring på dette overraskende oppsvingen ved lave  $\gamma$ energier for enkelte lette og middelstunge kjerner.

## Kapittel 7

## Oppsummering, konklusjon og fremtidsutsikter

I denne oppgaven ble nivåtettheten og  $\gamma$ -styrkefunksjonen til de middelstunge kjernene <sup>111,112</sup>Cd ekstrahert fra førstegenerasjonsmatrisen ved hjelp av Oslometoden. Motivasjonen for forsøket var å kartlegge disse to størrelsene i et eksitasjonsområde der det er lite kjent fra tidligere eksperimenter. Man ville også spesielt undersøke om noen av kjernene <sup>111,112</sup>Cd viser en økning i  $\gamma$ -styrkefunksjonen ved lave  $\gamma$ -energier. Tidligere eksperimenter har vist at kjerner med massetall under massetallet til <sup>111,112</sup>Cd viser en slik oppsving, som Mo, mens kjerner med massetall over <sup>111,112</sup>Cd ikke viser en slik økning i  $\gamma$ -styrkefunksjonen, slik som Sn. I denne oppgaven viste det seg at ingen av Cd-kjernene undersøkt her oppviste en slik økning ved lave  $\gamma$ -energier.

Den eksperimentelle nivåtettheten for <sup>112</sup>Cd funnet ved Oslometoden viste tydelige topper ved visse eksitasjonsenergier, nemlig ved 0.617 MeV og 1.4 MeV. Disse toppene skyldes vibrasjonstilstander i kjernen.

De gjennomsnittlige elektromagnetiske egenskapene til eksiterte kjerner kan karakteriseres ved kjernens  $\gamma$ -styrkefunksjon. Tilsvarende som for nivåtettheten dekker også den eksperimentelle  $\gamma$ -styrkefunksjonen et lite kjent område hvor  $\gamma$ -energien er relativt lav. For  $\gamma$ -energier fra  $\approx 3.5$  - 4 MeV- 16 MeV er styrkefunksjonen styrt av den elektriske kjempedipolresonansen GEDR. Ved lavere  $\gamma$ -energier (under 3 MeV) er det mulig at styrkefunksjonen bestemmes av en variabel temperatur, slik at de letteste kjernene vil få en økning av  $\gamma$ -styrkefunksjonen i dette området. Dette vil undersøkes nærmere i fremtidig arbeid.

I mars måned 2012 lånte gruppen ved OCL seks LaBr<sub>3</sub>(Ce) detektorer, også kjent som BrilLanCe-detektorer, fra Universitetet i Milano, Italia. Eksperimentene utført i mars erstattet derfor seks av de 28 store NaI(Tl) scin-

tillasjonsdetektorene med disse  $LaBr_3(Ce)$ -detektorene. BrilLanCedetektorene har enda bedre effektivitet enn NaI(Tl)-detektorene, men den store forskjellen er at  $LaBr_3(Ce)$ -detektorene samtidig har veldig bra energiopp-løsning, noe som disse eksperimentene beviste.

I mai ble OCL bevilget penger til kjøp av to slike  $LaBr_3(Ce)$  detektorer, og det langsiktige målet til gruppen er å erstatte alle de 28 NaI(Tl) detektorene i CACTUS med nye Brillance-detektorer.

## Bibliografi

- [1] D. M. Brink, Ph.D thesis. Oxford University, (1955)
- [2] A. C. Larsen et al., Phys. Rev., C 82, 014318 (2010)
- [3] A.C. Larsen et al., Phys. Rev., C 76, 044303 (2007)
- [4] A. Voinov et al., Phys. Rev. Lett 93, 142504 (2004)
- [5] M. Guttormsen et al., Nucl. Instrum. Methods A 255, 518 (1987)
- [6] H. K. Toft et al., Phys. Rev., C 81, 064311 (2010)
- [7] K. S. Krane, *Introductory nuclear physics*, John Wiley & sons, 139-142 (1988)
- [8] H. A. Bethe, Phys. Rev. 50, 332 (1936)
- [9] A. Gilbert og A.G.V. Cameron, Can. J. Phys. 43, 1446 (1965)
- [10] T. von Egidy og D. Bucurescu, Phys. Rev., C 72, 044311 (2005)
- [11] T. von Egidy og D. Bucurescu, Phys. Rev., C 73, 049901(E) (2006)
- [12] P. Axel Phys. Rev. 126, 671 (1962)
- [13] Data hentet fra *Reference Input Parameter Libraty*, http://www-nds.iaea.org/ripl2/
- [14] S. G. Kadmenskii, V.P Markushev og V.I. Furman, Yad. Fiz. 37, 277 (1983) [Sov. J. Nucl.Phys. 37, 165 (1983)
- [15] M. Guttormsen, Teknisk Rapport, Fysisk Institutt, Universitetet i Oslo, UIO/PHYS/94-05,(1994)
- [16] M. Guttormsen et al., Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A 648, 168 (2011)

- [17] A. C. Larsen, *Statistical properties in the quasi-continuum of atomic nuclei*, PhD-thesis. Fysisk institutt, Universitetet i Oslo, (2008)
- [18] Figur hentet fra: Oslo Cyclotron Laboratory, http://www.mn.uio.no/fysikk/english/research/about/infrastructure/OCL/index
- [19] M. Guttormsen, Teknisk Rapport, Fysisk Institutt, Universitetet i Oslo, UIO/PHYS/98-08,(1998)
- [20] W. R. Leo, Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments, Springer-Verlag, 24 (1994)
- [21] K. S. Krane, Introductory nuclear physics, John Wiley & sons, 380-381 (1988)
- [22] Data hentet fra: NNDC On-Line Data Service, fra Evaluated Nuclear Structure Data File, http://www.nndc.bnl.gov/ensdf/
- [23] M. Guttormsen et al., Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A 374, 371 (1996)
- [24] L. Henden et al., Nuclear Physics, A 589, 249 (1995)
- [25] A. Bohr and B. Mottelson, *Nuclear Structure*, Benjamin, New York, Vol.I, (1969)
- [26] J. Rekstad et al., Phys. Scr **T5**, 45 (1983)
- [27] M. Guttormsen et al., Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A 255, 518 (2000)
- [28] M. Guttormsen et al., Nuclear Physics, A 573, 130 (1994)
- [29] P. E. Garrett et al. Frontiers in Nuclear Structure, Astrophysics, and Reactions, American Institute of Physics, 211-215 (2011)
- [30] A. C. Larsen et al., Phys. Rev., C 83, 034315 (2011)
- [31] P. A. M. Dirac, Proc.R. Soc. London, A 114, 243-265 (1927)
- [32] E. Fermi, *Nuclear Physics*, University of Chicago, Chicago Press (1950)
- [33] A. Schiller et al., Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A 447, 498 (2000)
- [34] A. Schiller et al., Phys. Rev., C 68(2003)
- [35] T. von Egidy et al., Nucl. Phys. A 481, 189 (1988)

- [36] J. Kopecky og M. Uhl Phys. Rev. C 41, 1941 (1990)
- [37] A. Voinov et al., Phys. Rev. C 63, 044313 (2001)
- [38] M. Guttormsen et al., J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 29, 263-277 (2002)
- [39] M. Guttormsen et al., J. Phys. Rev,. C 71, 044307 (2005)
- [40] M. Wiedeking et al., Phys. Rev. Lett, 108, 162503 (2012)