

NORGES HANDELSHØYSKOLE

Klimavennlig gasskraft i Norge

En realopsjonsanalyse av investeringer i fullskala
renseanlegg under ulike miljøpolitiske regimer

Kjetil Tysdal

Veileder: Jonas Andersson

Bergen, våren 2009

Masterutredning i Økonomisk Analyse

Dette selvstendige arbeidet er gjennomført som ledd i masterstudiet i økonomi- og administrasjon ved Norges Handelshøyskole og godkjent som sådan. Godkjenningen innebærer ikke at Høyskolen inntår for de metoder som er anvendt, de resultater som er fremkommet eller de konklusjoner som er trukket i arbeidet.

Takk til Jonas Andersson, førsteamanuensis ved Institutt for foretaksøkonomi, Norges Handelshøyskole, for veiledning; Jørgen Haug, førsteamanuensis ved samme institutt for svar angående metodebruk og Pontus Ripstrand ved Nord Pool ASA for tilgang til deres dataservert.

Innhold

1.	Innledning.....	4
2.	Bakgrunn.....	6
2.1	Norsk gasskraft.....	6
2.1.1	Gasskraftverket på Kårstø	6
2.1.2	Renseteknologi	7
2.2.	Politiske virkemiddel.....	7
2.2.1.	Det norske systemet for CO ₂ -kvoter	12
2.2.2.	Det europeiske systemet for CO ₂ -kvoter	12
2.3.	Ulike utgangspunkt – ulik virkning av miljøpolitikken	13
2.4.	Gasskraftverkets risikokilder	14
2.4.1.	Strømprisen	15
2.4.2.	Naturgassprisen.....	16
2.4.3.	Kvoteprisen.....	17
2.4.4.	Politisk risiko.....	19
3.	Investeringsbeslutningen	20
3.1.	Innledende betraktninger	20
3.1.1.	Formulering av ulike scenario	21
3.1.2.	Realopsjonsanalyse.....	22
3.1.3.	Risikonøytral verdsetting	22
3.2.	Formulering av prosjektets kontantstrøm	23
3.2.1.	Et konvensjonelt gasskraftverk.....	24
3.2.2.	Gasskraftverk med renseanlegg	27
3.3.	Utleddning av investeringsproblemet	28
3.3.1.	Scenario (A): Et operasjonelt gasskraftverk	28
3.3.2.	Scenario (B): En konsesjonsinnehaver	30
3.4.	Opsjonsverdsetting ved Least-Squares Monte-Carlo	31
3.4.1.	Scenario (A): Et operasjonelt gasskraftverk	31
3.4.2.	Scenario (B): En konsesjonsinnehaver	34
4.	Modellering	35
4.1.	Prismodeller	36
4.1.1.	Modell for deterministisk priskomponent	36
4.1.2.	Modell for stokastisk priskomponent	37
4.1.3.	Fullstendig modell.....	40

4.1.4.	Risikojusterte prisprosesser	40
4.2.	Fremgangsmåte for estimering	45
4.2.1.	Deterministisk priskomponent	45
4.2.2.	Stokastisk priskomponent	47
5.	Estimeringsresultater og antagelser	49
5.1.	Gasskraftverk, renseanlegg og økonomien for øvrig.....	49
5.2.	Spotprisseriene.....	51
5.2.1.	Elektrisitet og naturgass.....	51
5.2.2.	Naturgass og elektrisitet under det risikonøytrale sannsynlighetsmålet	61
5.2.3.	Spotprisen på klimagasskvoter	63
5.3.	Karbonskatt	68
5.4.	Politisk risiko	69
6.	Resultater	70
6.1.	Scenario (A)	70
6.2.	Scenario (B)	73
6.3.	Verdier under politisk usikkerhet.....	74
7.	Konklusjon	75
	Kilder	77
	APPENDIX A	81
A.1.	Innledende sekvenser	81
A.2.	Sekvenser for Scenario (A)	84
A.3.	Sekvenser for scenario (B).....	87
A.4.	Opsjonsverdsetting ved Least-Squares Monte-Carlo.....	88
	APPENDIX B	92

1. Innledning

Gasskraftverk har i mange tiår vært et kontroversielt tema i norsk politikk, og i de siste par årene har spørsmålet om fullskala renseanlegg tilknyttet de allerede eksisterende gasskraftverksanleggene versert i den politiske debatten. Nåværende regjering gikk så langt som å definere prosjektet om CO₂-fangst og lagring fra gasskraftverket på Kårstø som Norges månelanding; vi skulle etter planen bli et foregangsland hva gjelder grønn teknologi i internasjonal sammenheng. Den endelige investeringsbeslutningen er blitt utsatt til misnøye hos landets miljøforkjempere, og kommentatorer har gjennom flere kanaler karakterisert regjeringens renseprosjekt som mislykket. Nå kan det meget vel tenkes at politikere i posisjon vil forsøke å fokusere på annet enn akkurat gasskraftverk, CO₂-fangst og (for nå) glemte månelandinger i årets valgkamp.

Likevel er det et viktig tema. Det er bred enighet om at vår tids miljøutfordringer på en eller annen måte må løses fra myndighetshold. Miljøet er et felles gode, og med mindre utslipp av CO₂ i atmosfæren prises, har vi en markedseksternalitet med påfølgende negative konsekvenser.

Er et fullskala renseanlegg på eksempelvis Kårstø i det hele tatt realistisk? Norges Vassdrags- og Energidirektorat (NVE) konkluderte i sin utredning fra 2007 med at teknologien var tilgjengelig og prosjektet gjennomførbart. En ny utredning er blitt utført av Gassco uten at den er offentlig kjent. Konklusjonen er imidlertid kjent: Det er mulig, men det vil trolig bli dyrere enn anslaget til NVE.

Regjeringen har sagt de vil ta regningen for rensing av Kårstø; en beslutning som i så fall rettfærdiggjøres med at teknologien som et så stort fullskalaanlegg utgjør vil bli en miljøeksportvare, og noe som kan skaffe landet miljøpolitisk kapital i internasjonal sammenheng. En verden hvor all CO₂-rensing blir tatt ene og alene på statens regning er derimot ikke realistisk; det ville ikke vært en effisient løsning på miljøutfordringen. Det må opprettes et økonomisk rammeverk som incentiverer til optimal rensing av CO₂-utslipp på den billigste måten.

Opgavens hovedproblemstilling er hvorvidt et fullskala renseanlegg noen gang vil være en *økonomisk* rasjonell investering i dagens marked.

En bekymring over det nåværende kvotesystemet er at det virker hemmende på investeringer i renseteknologi siden kvotenes prisfluktuasjon øker verdien av å utsette investeringsbeslutningen. Neste spørsmål oppgaven søker svar på er derfor om det faktisk er slik at CO₂-kvotenes volatilitet fører til utsatte investeringer. Og kan det tenkes at andre miljøpolitiske tiltak, som en fastsatt skatt på utslipp, vil virke mer incentiverende på investeringer i fullskala renseanlegg?

En politisk bestemt karbonskatt reiser i tillegg et annet spørsmål. Vanskeligheten av å bedømme hvor mye av den fremtidige utviklingen i overflatetemperaturen som allerede er utenfor vår kontroll, og hvordan våre handlinger egentlig virker inn på utviklingen i den globale oppvarmingen, betyr at det vil være nødvendig med flere justeringer av den fastsatte skattesatsen før riktig rammeverk er oppnådd. Hvordan vil en slik usikkerhet rundt den fremtidige politikken virke inn på investeringer i grønn teknologi?

Oppgaven tar utgangspunkt i to scenario: Et operasjonelt gasskraftverk av den typen som i dag er på Kårstø, og en agent som har fått konsesjon til å bygge et gasskraftverk med renseanlegg. Tre ulike politiske regimer blir vurdert i et realopsjonsrammeverk: Ingen prising av CO₂, en fastsatt skatt på utslipp og til slutt et klimakvotesystem slik Norge har i dag. Verdien av konsesjonen og det operasjonelle gasskraftverket beregnes under de ulike politiske regimene for å analysere påvirkningen de politiske tiltakene har på verdsettingen av de private eiendelene.

Å forsøke å dempe virkningene av den globale oppvarmingen er en pressende sak. Derfor er det ønskelig med et politisk rammeverk som incentiverer til tidligst mulig bruk av grønn teknologi. I realopsjonsrammeverket er dette ekvivalent med optimaliteten av tidlig utøvelse. Av den grunn utledes den optimale investeringsatferden for å se om en eventuell investering vil kunne være sannsynlig i nærmeste fremtid.

For å analysere hvordan usikkerheten knyttet til fremtidige justeringer av en eventuell karbonskatt påvirker investeringsbeslutningen, utvides til slutt modellen med en variabel for politiske endringer i skattesatsen.

2. Bakgrunn

Gjennom Kyoto-avtalen ble de industrialiserte landene enige om å redusere sine totale utslipp av klimagasser med 5,2 prosent i forhold til utslippsnivået i 1990.

Utslippsreduksjonsmålene varierer fra land til land, for eksempel skal EU reduserer utslippene med 7 prosent og Island med 10 prosent. Målene skal nåes i løpet av perioden 2008 til 2012, og de enkelte landene står fritt til å velge virkemiddel for utslippsreduksjonen. Norge har forpliktet til ikke å øke utslippene av klimagasser med mer enn 1 prosent fra 1990-nivået. Imidlertid har Norges utslipp av klimagasser økt med rundt 8 prosent siden 1990. Dermed står Norge overfor en klimapolitisk utfordring dersom Kyoto-avtalen skal overholdes.

2.1 Norsk gasskraft

Mens gasskraftverk i andre land generelt har blitt sett på som et miljøforbedrende tiltak, har det i Norge lenge vært et politisk hett tema. Dette er fordi Norges kraftproduksjon for det meste har kommet fra vannkraftverk, mens gasskraftverk i andre land er med på å erstatte langt mer forurensende kullkraft. Så politisk hett har temaet vært, at det på slutten av 2000 veltet Kjell Magne Bondeviks første regjering da den stilte kabinettsspørsmål rundt endringen av forurensningsloven; en lovendring som ville åpne for bygging av gasskraftverk på allerede eksisterende teknologi. Etter regjeringsbyttet ga Jens Stoltenbergs første regjering tillatelse til bygging av gasskraftverk på Kårstø, Kollsnes og Skogn. Siden er det gitt konsesjon til gasskraftverk på Mongstad, Tjeldbegrodden og Melkøya. Når dette skrives er flere konsesjoner til behandling, blant annet om bygging av et gasskraftverk på Grenland.

2.1.1 Gasskraftverket på Kårstø

Norges mest omtalte gasskraftverk er anlegget som ligger på Kårstø. Grunnen ligger i at Kårstø er ett av to steder (der Mongstad er det andre) hvor Regjeringen har bestemt at det skal forsøkes å bygge et anlegg for fangst og lagring av CO₂.¹ Mens det på Mongstad etter planen skal bygges et testsenter for CO₂-fangst og lagring, vil regjeringen bygge et fullskala renseanlegg tilknyttet gasskraftverket på Kårstø. Et slikt anlegg vil ha kapasitet til å rense rundt 80 prosent av Kårstøs totale CO₂-utslipp.

Konsesjon til bygging av gasskraftverket på Kårstø ble gitt av Norges Vassdrags og Energidirektorat den 30. oktober 1996 og ble endelig stadfestet av Olje- og

¹ Jeg benytter ordet "forsøkes" siden det er lite som er skrevet i sten i den politiske verden.

Energidepartementet 5. juni 1997. Utslippstillatelse ble gitt av Statens Forurensningstilsyn januar 1999 og stadfestet av Miljøverndepartementet sommeren samme år. Disse ble påklaget, men endelig bekreftet i statsråd 6. juli 2001. Anlegget på Kårstø sto ferdig høsten 2007 og begynte kommersiell drift i midten av desember samme år.

Det er selskapet Naturkraft AS som driver anlegget på Kårstø. De oppgir at gasskraftverket kan produsere opp mot 3,5 TWh strøm per år, noe som er om lag 3 prosent av Norges samlede strømproduksjon. Energiutnyttelsen ligger på 58 - 60 prosent, og er med det blant de beste i Europa. Gasskraftverkets størrelse gjør at det naturligvis er omfattet av den norske kvoteloven.²

2.1.2 Renseteknologi

Et fangstanlegg på Kårstø vil bli ti ganger større enn det største, tilsvarende anlegg som finnes i dag i USA. Bygging av et slikt anlegg medfører naturlig nok betydelig risiko når det kommer til ytelse, kostnader og tidsbruk. Grunnlaget for regjeringens investeringsbeslutning skal etter planen legges frem av Gassnova SF høsten 2009. Gassnova SF er statens foretak for CO₂-håndtering og skal ta seg av utbygging og drift av anlegg for CO₂-fangst på gasskraftverkene på Kårstø og Mongstad. Tas investeringsbeslutningen, er planlagt drift satt fra årsskiftet 2011/2012.

Norge har lang erfaring med CO₂ fangst og lagring fra blant annet Sleipner- og Snøhvit-feltet hvor CO₂ fanges og lagres i bergformasjonene under jorden (og havet). På Sleipner-feltet har Statoil fanget og lagret CO₂ under havgrunnen siden 1996. Slik lagring er ifølge FNs klimapanel IPCC trygt; de regner med at 99 prosent eller mer av den CO₂ som injiseres i dype geologiske reservoarer vil være lagret 1000 år.

Det er et ambisiøst prosjekt Regjeringen har satt i gang på Kårstø, men i Norges Vassdrags- og Energidirektorat sin utredning fra 2007 om et eventuelt fangsanlegg på Kårstø konkluderte de med at teknologien var tilgjengelig og prosjektet var mulig å gjennomføre.³

2.2. Politiske virkemiddel

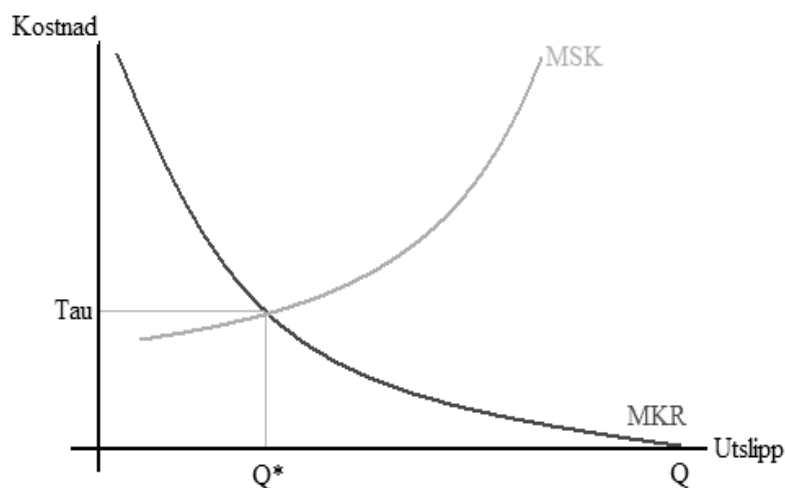
Over de siste hundre årene har jordens overflatetemperatur steget med 0,74(+/-0,18)^oC, hovedsakelig på grunn av økt CO₂-utslipp som følge av menneskelig aktivitet.⁴ FNs

² "Naturkraft bygger gasskraftverk på Kårstø" Norsk Hydro, Pressemelding, 23.6.2005

³ "CO₂-håndtering på Kårstø, -fangst, transport, lagring", 2007, Norges vassdrags- og energidirektorat

Klimapanel anslår at temperaturen på overflaten kommer til å stige også de neste hundre årene. De mulige katastrofale konsekvensene som kan komme av den økte globale oppvarmingen er etter hvert blitt allmenn kjent. Hvor store temperaturendringer vi vil oppleve de neste hundre årene er imidlertid meget usikkert; i FNs Klimapanel sine siste rapport ligger anslaget mellom 1,1 til i overkant av 6 grader. Det som derimot synes sikkert er at utslipp av CO₂ har en sosial kostnad knyttet til seg.

Dersom det ikke eksisterer en eller annen form for restriktiv miljøpolitikk, vil det ikke være noen umiddelbar monetær kostnad forbundet med utslipp av CO₂ i atmosfæren og dermed heller ingen incentiv til å redusere utslippene for industrien. Uten et marked for CO₂-utslipp vil det oppstå en helt klar markedssvikt der det slippes ut langt mer CO₂ i atmosfæren enn hva som er optimalt. I figur 1 illustreres dette.



Figur 1: Optimalt utslipp av klimagasser

Vi tenker oss en industri som produserer og selger varer i et marked med fri konkurranse. Produksjonen av varene er av en slik art at det slippes ut et gitt antall tonn CO₂ i atmosfæren. Det er mulig å rense dette utslippet, men det vil koste. I figuren over angir den vertikale akse kostnaden per enhet utslipp i kroner og øre, og den horisontale akse angir utslippsnivået. Grafen MKR er industriens aggregerte marginale kostnadskurve for rensing av utslipp, mens MSK viser den sosiale kostnaden ved utslipp av CO₂ i atmosfæren. MSK er konvekst stigende siden det er knyttet en økende sosial kostnad til store utslippsnivåer. Dette er en antagelse som støttes opp under av FNs Klimapanel.

⁴ IPCC (2007), "Summary for Policymakers"

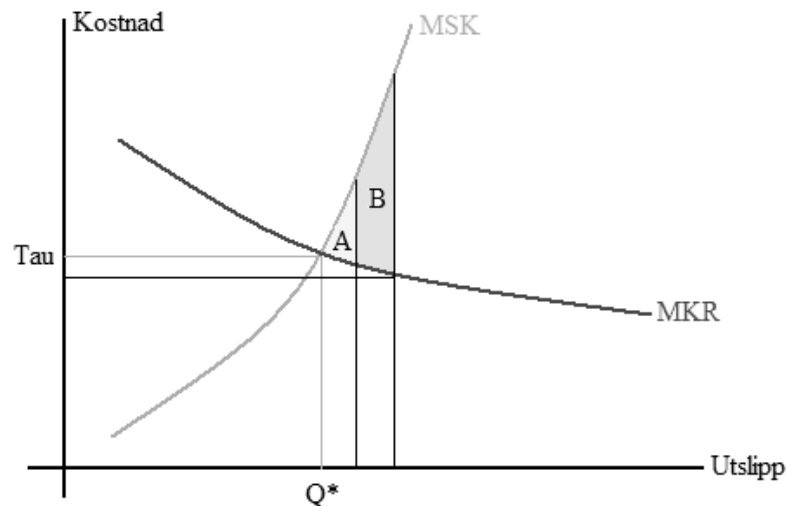
Dersom selskapene opererer under et politisk regime hvor det ikke finnes noen restriksjoner på utslippet av CO₂, vil de velge det nivået av utslipp som er profittmaksimerende, altså Q hvor ingenting renses og selskapene dermed ikke påløper renseskostnader. Dette er imidlertid en suboptimal løsning for samfunnet som helhet. Det optimale utslippsnivået er der den marginale sosiale kostnaden er lik den marginale kostnaden for rensing, merket Q* i figuren. Er nivået på utslippene høyere enn dette vil det være sosialt optimalt å rense, siden hver enhet renses utslipp koster mindre enn hva den er verdt for samfunnet for øvrig. Er utslippsnivået lavere enn Q* vil det være optimalt å rense mindre og heller slippe ut mer CO₂ i atmosfæren.

For at den forurensende industrien skal rense noe av utslippene knyttet til produksjonen, er det åpenbart at det må en eller annen form for incentivpolitikk til. Et alternativ kan være å innføre en industristandard for nivået på klimagassutslipp. Myndighetene kan lovpålegge industrien kun å slippe ut Q*, og innføre sterke sanksjoner for selskaper som ikke føyer seg. Selskapene vil dermed måtte installere renseteknologi for å møte industristandarden. Dette vil føre til at industriens gjennomsnittlige kostnadskurve stiger, og nye aktører vil kun starte opp dersom prisen på produktet er høyere enn den gjennomsnittlige kostnaden av produksjon pluss gjennomsnittlig kostnad av rensing. Dersom den sosiale kostnaden av klimagassutslipp endres over tid, vil naturligvis også industristandarden måtte endres.

Et annet alternativ er å sette en kostnad, eller en skattesats, på utslipp av en enhet klimagass. Den optimale skattesatsen vil være den som gir optimalt utslipp, merket Tau i figuren. Optimalt utslippsnivå oppnås ved å merke seg at for hver enhet utslipp som overstiger Q* så kan industrien kvitte seg med utslippet til en lavere pris enn den gitte prisen de må betale for å beholde utslippet.

Historisk har USA typisk implementert industristandarder, mens europeiske land som Tyskland og Norge har benyttet seg av skattesats, eller avgift på forurensende utslipp. Dersom det er en kostbar affære for myndighetene å administrere de utslippsreducerende tiltakene, vil man måtte sette en felles standard eller skattesats for alle selskapene i en økonomi. Hvilket av alternativene som gir den billigste utslippsreduksjonen avhenger veldig av kostnadsfunksjonene til de ulike selskapene i økonomien. En skattesats er å foretrekke over en industristandard dersom det er store ulikheter i de forurensende selskaperes

rensekostnad. Imidlertid er det ikke nok bare å se på den monetære kostnaden ved rensing. Tar man ikke hensyn til den sosiale kostnaden knyttet til klimagassutslipp, kan man ved små feil ende opp i en meget uønsket situasjon. Figur 2 er en illustrasjon av dette.



Figur 2: Velferdstap ved feilsatt miljøpolitikk

Dersom den marginale sosiale kostnaden er en relativt bratt funksjon av nivået på utslipp, mens den aggregerte marginale rensenkostnaden er en relativt slak funksjon av nivået på utslipp, vil en industristandard være å foretrekke overfor en skatt på utslipp. Hvis vi tenker oss at myndighetene sitter på begrenset informasjon, noe de i realiteten gjør, og dermed velger et litt for lite restriktivt skattenivå, vil man ende opp i løsningen som gir et velferdstap lik begge de skraverte områdene A og B. Setter myndighetene i stedet en tilsvarende for lite restriktivt industristandard ender økonomien med et velferdstap som bare er lik det skraverte området A. Motsatt vil tilfellet være om den marginale kostnaden ved utslipp er relativt slak i forhold til kostnaden knyttet til å rense utslippene.

Siden myndighetene sitter på meget begrenset informasjon, kan man ta markedet til hjelp. Et system med fritt handlede utslippkvoter er et regime hvor ett, eller flere lands industri er underlagt utslippsregulering. Reguleringen skjer ved at landets myndigheter allokerer utslippkvoter til industrien, enten vederlagsfritt eller gjennom auksjonsrunder. Bedriftene står så fritt til å selge disse kvotene videre, eller kjøpe kvoter av andre bedrifter for å dekke opp deres respektive utslippene. For å oppnå en reduksjon i landets totale utslipp av klimagassen allokerer myndighetene færre kvoter til industrien enn hva industrien er forventet å slippe ut i det aktuelle året.

Den økonomiske tankegangen bak er at et selskap som har lav marginalkostnad for å installere utslippsreducerende teknologi relativt til den markedsbestemte prisen på kvotene, vil installere en slik teknologi, redusere utslippene og deretter selge overskuddet av kvotene i markedet for inntekter. Motsatt vil en bedrift som har en relativt høy kostnad for å redusere utslippene heller kjøpe ekstra kvoter i markedet. På den måten sørger markedet for at samfunnet oppnår den ønskede utslippsreduksjonen på en kostnadseffektiv måte.

Å opprette et klimakvotesystem, og dermed et marked for en eksisterende eksternalitet, virker meget tilforlatelig siden det kombinerer noen av fordelene fra en industristandard med kostnadseffektiviteten til et rent skattesystem. Det er imidlertid interessant å undersøke hvorledes den politiske introduseringen av mer prisusikkerhet virker inn på investeringsadferden i industrien. I så måte ville en deterministisk skattesats virke som en referanse.

En klar fordel med en slik skatteløsning er at skatteregimer er det aller enkleste alternativet; det krever ett vedtak. Med en skattesats kommer det også inn inntekter til statskassen, inntekter som igjen vil kunne brukes til miljøtiltak. Som beskrevet i avsnitt 2.2.2 legges det nå til rette for flere auksjoneringer av kvoter i det europeiske kvotesystemet, og med det færre vederlagsfrie kvoter. Auksjonsinntektene blir dermed sammenliknbare med eventuelle skatteinntekter.

Det kanskje mest tiltrekkende argumentet for en skattesats over kvoter er likevel at det vil være langt enklere å endre skattesatsen dersom det oppdages at den er satt feil, enn det vil være å begynne å inndra kvoter dersom det oppdages at totalt kvantum er satt feil. Hvis den sosiale marginalkostnadskurven ved utslipp viser seg å være langt brattere enn først antatt, vil det være en fordel for myndigheten om de kan handle raskt og rette opp eventuelle feil.

I teorien vil også skatt på utslipp ha den fordel over et kvotesystem at det vil føre til en pris på CO₂ som er kjent for aktørene i markedet. Dette vil gjøre deres investeringsbeslutninger preget av mindre usikkerhet, som igjen vil kunne svekke verdien av å utsette investeringen. Imidlertid er ikke politiske vedtak alltid så deterministiske som man skulle ønske; et regjeringsbytte kan endre den politiske agenda totalt. Et nærliggende eksempel på dette er nettopp kabinettspørsmålet til Bondeviks første regjering som til slutt

førte til regjeringsbytte og innvilgelse av tre konsesjoner til bygging av gasskraftverk uten rensesanlegg i Norge.

2.2.1. Det norske systemet for CO₂-kvoter

Som et virkemiddel for å redusere Norges totale utslipp av klimagasser for å nå landets Kyoto-mål, besluttet Stortinget å slutte det norske klimakvotesystemet til EUs system for handlede klimakvoter den 1. januar 2008. Samtidig utvidet man omfanget fra om lag 10 prosent av Norges klimagassutslipp til rundt 40 prosent. Energianlegg som omfattes av klimakvotesystemet er nå de produksjonsanlegg som har effekt større enn 20 MW.

Det norske kvotemarkedet fungerer ved at norske myndigheter fastsetter et nivå for den totale utslippsmengden av klimagasser som de virksomheter som er innlemmet i kvotesystemet har lov til å slippe ut i en viss periode. Norske myndigheter allokere kvoter både vederlagsfritt og avholder auksjoner. For perioden 2008 til 2012 tildeles det av norske myndigheter kvoter vederlagsfritt til kvotepliktig landbasert industri som omfattes av systemet. Klimakvoteloven, som regulerer det norske kvotesystemet, er fastsatt i prinsippet om historisk tildeling. De bedrifter som hadde utslipp i perioden 1998 til 2001 får kvoter basert på utslippene i disse årene. Dersom anleggene har blitt vesentlig utvidet i perioden 1.1.2002 til 28.3.2008 kan bedriftene få en utvidelse i antallet tildelte kvoter. Bedrifter som ble etablert etter 2001, og som har fått særskilt tillatelse til kvotepliktige utslipp før den norske tildelingsplanen ble notifisert 28. mars 2008, vil få tildelt kvoter vederlagsfritt på grunnlag av sine utslipp i årene 2002-2007.⁵

Utdelingen av kvotene skjer hvert år senest ved inngangen av mars. Da skal også de aktuelle virksomhetene ha innlevert en rapport til Statens Forurensningstilsyn hvor de dokumenterer fjorårets utslipp.

2.2.2. Det europeiske systemet for CO₂-kvoter

EUs marked for utslippskvoter, the European Union Emissions Trading Scheme (ETS), startet i 2005 også på bakgrunn av Kyoto-avtalen, og er nå verdens største marked for utslippskvoter. Frem til 2008 ble kvoter allokert ved at de forskjellige landene innrapporterte om landets totale, forventede utslipp av klimagasser til EUs sentrale myndigheter. På bakgrunn av de

⁵ "Forslag til endring i klimakvoteloven", Miljøverndepartementet, Pressemelding, 12.12.2008

mottatte data, fikk hvert land en total kvote for utslipp som lokale myndigheter selv allokerer vederlagsfritt videre til landets forurensende industri.

Siden innføringen av utslippskvoter betyr økte kostnader for forurensende industri, ga denne måten å utdele utslippskvoter på hver bedrift et incentiv til å blåse opp deres respektive forventede utslippsdata for å bedre egen konkurransevne. Dette førte til at det i alt ble utdelt for mange CO₂-kvoter for perioden 2005-2007, noe som ga seg utslag i et drastisk fall i kvoteprisen. Fra april 2006 til september 2007 hadde prisen på ett tonn CO₂-utslipp falt fra rundt 30 til 0,10 Euro. Tilgjengelig statistikk viser samtidig at total utslipp av CO₂ i medlemslandene økte med 1,9 prosent fra 2005 til 2007⁶.

1. januar 2008 presenterte EU-kommisjonen flere endringer på ETS, blant annet opprettelsen av en sentral myndighet for allokering av utslippskvoter til industrien for å bøte på feilincentivene som oppstod ved innføringen av systemet. Det legges også til rette for å utvide auksjoneringen av klimagasskvoter. De foreslåtte endringene er fremdeles i startfasen og ventes å komme i effekt i 2013 når tredje fase av kvotehandelen starter.

I forbindelse med kvotehandelen bedriftene seg i mellom har det dukket opp flere markedsplasser for slike kvoter. Den mest likvide handelsplassen er London-baserte Intercontinental Exchange (ICE) hvor European Climate Exchange administrerer handelen av CO₂-futureskontraktene, og det er data herfra som benyttes i oppgaven.

2.3. Ulike utgangspunkt – ulik virkning av miljøpolitikken

For å bedømme virkningen av de ulike politiske tiltakene kvotehandel og skatt, analyseres to forskjellige scenario for to ulike investeringsbeslutninger. Siden investeringer i gasskraftverk er irreversible, vil man ved å dele opp på denne måten se hvordan politikken påvirker aktører som allerede har investert i et gasskraftverk og aktører som vurderer å investere.

Når en ny miljøpolitikk blir satt i gang, vil et operasjonelt gasskraftverk stå overfor beslutningen om å investere i et fullskala CO₂-rensaneanlegg for å redusere utslippet av klimagassen CO₂, og med det nærmest eliminere de nylig påførte kostnadene for driften som følge av miljøpolitikken. Eventuelt kan gasskraftverket fortsette produksjonen som normalt,

⁶ European Commission, Pressemelding, 23.5.2008

men da påløpe seg ekstrakostnadene ved utslipp. Hvordan denne muligheten til å investere i et renseanlegg blir å regne som en opsjon vises i avsnitt 3.3.1.

Problemstillingen er om det vil være økonomisk rasjonelt for et operasjonelt gasskraftverk å investere i et fullskala renseanlegg. Dernest hvordan ulike miljøpolitiske tiltak vil påvirke investeringsbeslutningen. For å kunne si noe om dette verdsettes investeringsmuligheten under tre ulike former for politiske regimer: Ingen incentivpolitikk, skatt på utslipp og kvotehandel. Ved å undersøke den optimale utøvelsen av investeringsmuligheten, er det mulig å si noe om den økonomiske rasjonaliteten til en slik investering, og når en eventuell investering optimalt vil skje.

I det andre scenarioet er utgangspunktet beslutningen om å investere i et gasskraftverk med renseanlegg og hvordan denne påvirkes miljøpolitikken. Dette vil i praksis tilsvare tilfellet der en aktør allerede har fått konsesjon til å bygge et gasskraftverk i Norge, men som fremdeles ikke har benyttet seg av konsesjonen. Som det vises i avsnitt 3.3.2 er en konsesjon på bygging ekvivalent med en kjøpsopsjon på et gasskraftverkes samlede kontantstrøm.

Et klart politisk virkemiddel for rensing av gasskraftverk er at myndighetene bestemmer seg for ikke å gi konsesjoner til å bygge gasskraftverk i Norge med mindre man bygger et kraftverk med et fullskala renseanlegg tilknyttet. Vil et slikt tiltak være nok til at det muligens er økonomisk rasjonelt å bygge hele anlegget med fullskala rensing? For å svare på dette verdsettes konsesjonen om å bygge et gasskraftverk med renseanlegg under de tre politiske miljøene: ingen incentivpolitikk, skatt på utslipp og klimagasskvoter.

Opsjonsverdiene under de ulike regimene kan sammenlignes for å se hvordan de politiske rammene innvirker på verdien av å inneha en slik konsesjon. Igjen vil den optimale utøvelsesstrategien vise om det i det hele tatt vil være optimalt å investere, og i så fall når en slik optimal utøvelse av konsesjonen tar sted.

2.4. Gasskraftverkets risikokilder

Optimal investeringsstrategi avhenger av de forskjellige risikokildene som påvirker prosjektets lønnsomhet. Dette avsnittet presenterer innledende betraktninger rundt de ulike prisrisikoene et norsk gasskraftverk vil stå overfor og de forskjellige markedene det vil måtte operere i. Deretter beskrives en annen risikokilde som kan tenkes å ha stor betydning: Usikkerheten knyttet til fremtidig norsk miljøpolitikk.

2.4.1. Strømprisen

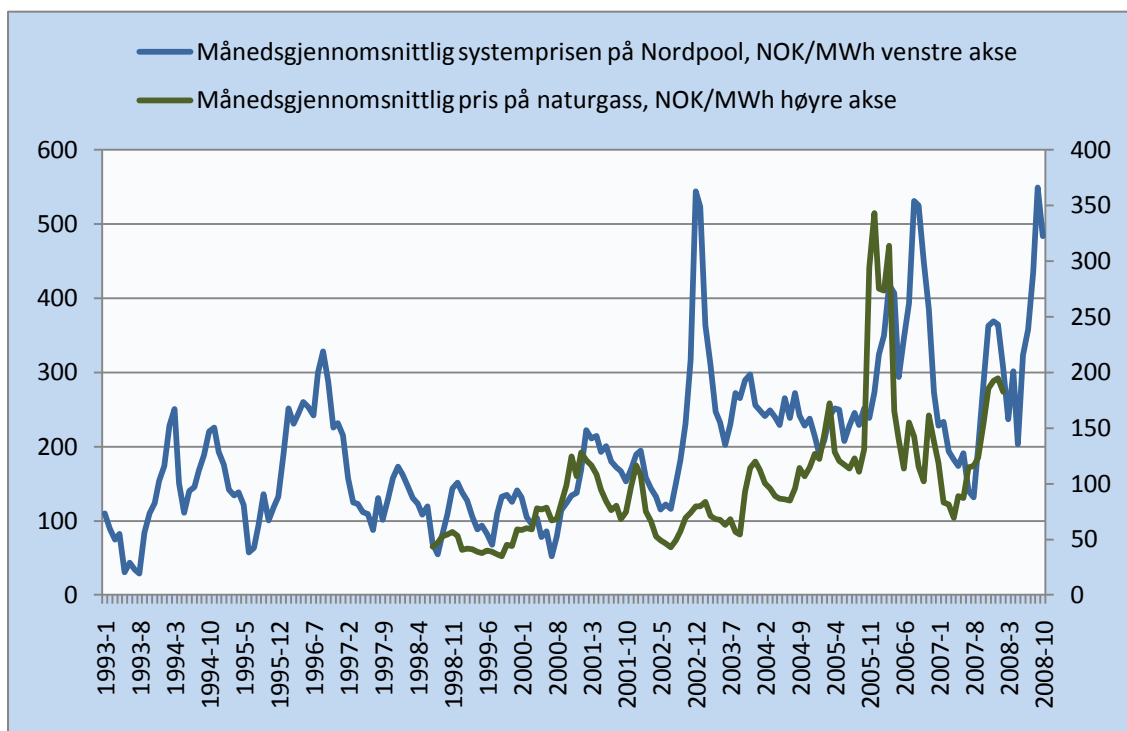
Siden det ikke er mulig å lagre strøm, vil et gasskraftverks inntektsstrøm til enhver tid bestemmes av spotprisen på elektrisk kraft i det markedet gasskraftverket opererer. Siden oppgaven tar utgangspunkt i et norsk gasskraftverk, tar jeg i bruk prisdata fra Nordpools ftp-server som jeg i denne anledning har fått tilgang til.

Nord Pool Elspot er en markedsplass for elektrisitet i de skandinaviske landene, samt Finland og Tyskland. Spot-prisen er i realiteten prisen for elektrisitet neste dag: En gang daglig omsettes det timeskontrakter for fysisk levering av elektrisitet for de neste 24 timer. Prisen bestemmes etter et auksjonsprinsipp der aktørene legger inn bud. Systemprisen kalkuleres ved å aggregere alle aktørenes tilbuds- og etterspørselsfunksjoner for hver time. Denne prisen benyttes som underliggende til de finansielle kontraktene som handles på Nord Pool.

I tillegg til spot-pris, handles nå seks forskjellige typer finansielle derivater på Nord Pool: Base load futures og forwards, peak load futures og forwards, opsjoner og CFDer. Base load-forwardkontraktene er for hvert år delt inn i tre sesonger: Vinter 1(uke 1 til 16), Sommer (uke 17 til 40) og Vinter 2(uke 41 til 52).⁷

Et gasskraftverk er en irreversibel, langsiktig investering med levetid over flere tiår. Av den grunn fokuseres det i oppgaven på månedlige gjennomsnittspriser. I figuren nedenfor vises utviklingen i den månedlige gjennomsnittlige systemprisen fra 1993 til 2008.

⁷ "Trade at Nord Pool's Financial Market", Nord Pool ASA, 2004.



Figur 3: Utviklingen i strømprisen og prisen på naturgass, 1993-2008

Periodevis har strømprisen variert kraftig. Kanskje klarest er dette under den såkalte strømkrisen i midten av 2002 da landets vannreservoarer viste seg å være langt lavere enn normalt. Fra mai til desember steg strømprisen fra 100 kroner til nesten 550 kroner per MWh. Strømprisen falt imidlertid tilbake igjen mot 200 kroner relativt raskt. Over de i alt femten årene som er vist i diagrammet, har strømprisen ligget mellom 50 og 550 kroner per MWh.

Det kan virke som om strømprisen typisk er høyere om vinteren enn om sommeren, noe som naturligvis henger sammen med økt energibruk i den kalde, norske vinteren. Imidlertid er den ingen klar automatikk i dette; strømprisen en vinter kan gjerne være lavere enn strømprisen i den etterfølgende sommeren. Det er altså langt flere faktorer som spiller inn i prisingen av strøm.

2.4.2. Naturgassprisen

Selv om Norge er den nest største eksportøren av naturgass til Europa, eksisterer det per i dag ikke et organisert spotmarked for naturgass i Norge eller i Norden for øvrig. Dette er fordi en overveiende stor andel av norsk gass eksporteres via gassrørene til kontinentet, og det bare er en liten andel som forbrukes i Norge. I 2008 var det kun rundt 1 prosent av

Norges totale gassproduksjon som ble levert til innenlands forbruk, mens 97 prosent ble eksportert til kontinentet.⁸

Det nærmeste markedet for kjøp og salg av naturgass er lokalisert i England og organisert gjennom Intercontinental Exchange (ICE)-børsen i London. Her omsettes futures- og forwardkontrakter med fysisk levering i et stort utvalg løpetider.

Siden det norske markedet for gass er såpass godt tilknyttet det europeiske markedet med et omfattende nettverk av undersjøiske gassrør, vil jeg i denne oppgaven bruke prisene på ICE-børsen i London som den prisen et norsk gasskraftverk må betale for innsatsfaktoren i produksjonen av elektrisitet. Som en proxyvariabel for spot-prisen benyttes 1-dags forwardkontrakter med fysisk levering.⁹ En kontrakt tilsvarer levering av 1000 termiske enheter (29,3 KWh) naturgass påfølgende dag. Levering skjer i nettet National Balancing Point hvor input og uttak av gass i det britiske rørnettverket balanseres daglig. Sluttkursen som er rapportert hos ICE er ekskludert avgifter som må betales til bruk av gassrørnettverket, noe som etter alt å dømme vil gjøre den faktiske prisen på innsatsfaktoren høyere, og dermed mindre lønnsomt å drive gasskraftverk i Norge. Prisene er regnet om til norske kroner direkte gjennom Datastream. Gjennomsnittet for en måned er funnet ved gjennomsnittet over sluttkursene fra og med siste dag i foregående måned til og med nest siste dag i den aktuelle måneden siden kontraktene forfaller en dag i forveien.

Figur 3 viser også utviklingen i gjennomsnittlig pris på naturgass fra medio 1998 til begynnelsen av 2008. Sammenliknet med strømprisen er prisen på naturgass noe mer stabil. Dette til tross for at den gjennomsnittlige prisen på naturgass også kan variere dels kraftig. Vinteren 2005 steg prisen fra rundt 120 norske kroner per MWh til 343 kroner. Sommeren året etterpå hadde prisen derimot igjen falt tilbake til det samme nivået rundt 120 kroner. Igjen kan det anes virkningen av kalde vintere med tilhørende større energibehov og mer etterspørsel enn om sommeren: Også naturgassprisen er typisk høyere om vinteren.

2.4.3. Kvoteprisen

Et eventuelt norsk gasskraftverk av den størrelsen oppgaven tar for seg, vil være tilknyttet EUs fellesmarked for klimakvoter. Dermed vil prisen på kvoter handlet på kontinentet

⁸ Se Gasscos årsrapport for 2008

⁹ Disse kontraktene ble diskontinuert i februar 2008.

påvirke gasskraftverkets kontantstrøm direkte. Som tidligere nevnt er den mest likvide handelsplassen for slike kvoter den London-baserte børsen ICE.

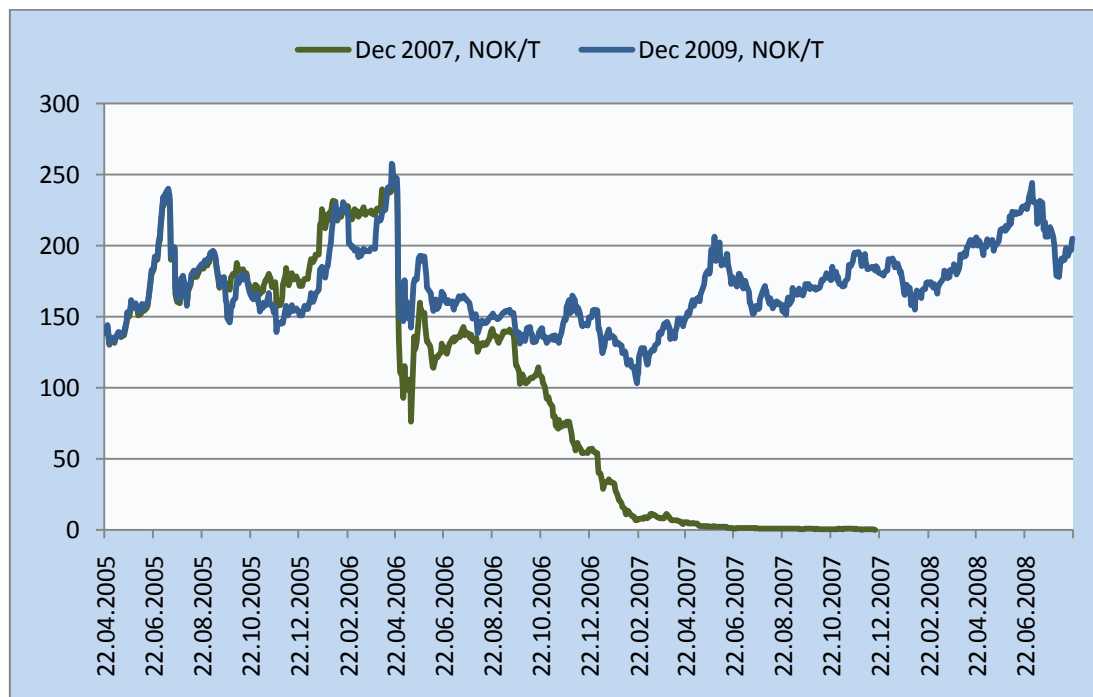
EUs system for kvotehandel er delt inn i ulike faser. Den innledende fasen varte i tre år fra 2005 til utgangen av 2007, mens fase nummer to begynte i 2008 og varer ut 2012.

Etterfølgende perioder har en bestemt varighet på fem år.

For hver periode, eller fase av handelen, utdeles kvoter på måten beskrevet i avsnitt 2.2.2.

Disse kvotene kan deretter handles fritt innen en periode. De kvotene en bedrift tildeles i ett år, kan spares til neste år dersom det neste året ikke tilhører en annen handlefase. Likeledes kan en bedrift låne kvoter den har til gode i inneværende fase for å dekke opp årets utslipp. Kvoter utstedt i én fase er ikke gyldige i den neste fasen.¹⁰

Figur 4 viser prisutviklingen for futureskontrakter på kvoter av ett tonn CO₂ med utløp i desember 2007 og 2009. Prisen er regnet om til norske kroner med valutakurser fra den europeiske sentralbankens database.



Figur 4: Utviklingen i kvotefutures. 2005-2008

Den grønne grafen viser utviklingen i futureskontrakten med forfall i desember 2007 mens den blå viser utviklingen i futureskontrakten med utløp i slutten av 2009. En kontrakt av den

¹⁰ Kun Frankrike og Polen tillot begrenset overføring av kvoter fra 2007 til 2008, jfr. Uhrig-Homburg og Wagner (2006)

første typen ga retten til å kjøpe en kvote som var gyldig i fase 1 av handelen, mens en innløst desember 2009-kontrakt gir ved forfall en kvote som er fri til å benyttes i andre fase av handelen – altså frem til 2012.

Som nevnt i avsnitt 2.2.2. opplevde EUs kvotesystem problemer da kvoter til bruk den første fasen av handelen skulle allokere. Dette skyldes at data over faktiske utslipp hos alle installasjoner systemet omfavnet ikke var tilgjengelig, og at kvotene derfor ble utdelt på bakgrunn av estimerte utslipp. Da den første verifiserte rapporten over klimagassutslipp ble offentlig i april 2006, gikk det opp for markedet at faktisk utslipp hadde vært langt lavere enn estimert og at det dermed var utdelt for mange kvoter. Dette førte til et drastisk fall på prisen på kvoter som var gyldige i den første fasen av handelen. Diagrammet over viser at kontraktene med utløp i desember 2007 falt fra rundt 250 kroner per tonn til rundt 50 kroner ved utgangen av 2006, og fortsatte å falle gjennom hele 2007. Informasjonssjokket påvirket også kontraktene for kvoter i fase 2 av handelen, men ikke på langt nær i like stor grad. Dette impliserer at markedet hadde tro på at myndighetene ville lære av feilen når kvotene for neste handelsperiode skulle bli allokert.

2.4.4. Politisk risiko

I Norge, og de aller fleste andre vestlige land, føres det jevnt over en nokså kontinuerlig politikk hvor store endringer skjer gradvis. Dette er imidlertid ikke nødvendigvis alltid tilfellet, selv om endringer blir forsøkt annonsert i god tid.

Ser vi til det Europeiske kvotesystemet har det ikke fungert optimalt. Når myndighetene bestemmer antallet kvoter som skal fordeles, og dermed setter totalt markedskvantum, er det viktig at de har tilgang på nøyaktig data over et lands utslipp av klimagasser, samt god kommunikasjon med industrien. Dette var åpenbart ikke tilfellet da EUs kvotemarked startet. Usikkerheten gjorde at ingen i markedet visste hvor restriktiv den nye miljøpolitikken egentlig var, noe som førte til en oppgang i prisen på kvoter helt frem til faktiske utslippsdata ble tilgjengelig og alle så at politikken slettes ikke var restriktiv. Etter sjokket kollapset markedet for kvoter til bruk i den første perioden totalt. Denne informasjons- og kommunikasjonsblemme fra myndighetenes side må sees på som politisk risiko.

Her hjemme har vi eksempelet med Kårstøys vederlagsfrie kvoter. Naturkraft fikk seg en overraskelse da det fra myndighetshold ble indikert at allokeringen av vederlagsfrie kvoter

for perioden 2008 til 2012 ville bli langt mindre enn hva tilfellet hadde vært tidligere. Forslaget til den nye kvoteloven som ble vedtatt i stortinget i desember 2008 medførte at Statkraft, som er eier av halvparten av Naturkraft, nedskrev investeringen med nesten 400 millioner kroner i 4. Kvartal 2008.¹¹ Det nye lovforslaget ble imidlertid behandlet av ESA som bestemte at Naturkraft Kårstø måtte regnes som en eksisterende virksomhet, og at de dermed hadde krav på de vederlagsfrie kvotene også i perioden 2008 til 2012. Dersom dette ikke hadde vært tilfellet, er det et godt eksempel på hvordan politisk usikkerhet virker inn på investeringsbeslutninger.

Under et kvotesystem vil usikkerheten omkring fremtidige politiske endringer være innbakt i prisen på kvotene. Som beskrevet over kan mye av den kraftige variasjonen i kvoteprisen forklares med nettopp politisk usikkerhet. Derimot vil ikke den fastsatte skattefunksjonen i et regime med karbonskatt inneholde slik politisk usikkerhet om den benyttes direkte i investeringskalkylene. Beslutningen om å investere i et gasskraftverk har en meget langsiktig horisont, og det kan tenkes at det vil skje mange endringer i det politiske bildet i løpet av gasskraftverkets levetid. Myndighetene kan mange ganger i løpet av den operasjonelle levetiden til et gasskraftverk velge å stramme inn eller løsne på utslippsreduksjonskravene ved å heve eller senke skattesatsen. Dette vil gjøre en eventuell skattesats de facto stokastisk.

3. Investeringsbeslutningen

Miljøpolitiske virkemidler innføres for å gi industrien et økonomisk incentiv til å redusere sine utslipp av klimagasser. For et gasskraftverk kan en slik reduksjon skje på to måter: Redusere produksjonen eller installere renseanlegg ved kraftproduksjonsutstyret. For å analysere virkningen av politiske tiltak er det derfor viktig å ta utgangspunkt i enkeltaktørens investeringsbeslutning. I dette avsnittet introduseres verdsettingsmetoden. Deretter formuleres gasskraftverkets kontantstrøm før uttrykkene for investeringsbeslutningene utledes.

3.1. Innledende betraktninger

Både et skatteregime og et klimavotesystem fører til en fastsatt pris på en enhet CO₂-utslipp. En pris på klimagassutslipp vil føre til at gasskraftverkets marginalkostnad ved

¹¹ Se Statkrafts kvartalsrapport for 4.kvartal 2008

produksjon av én enhet elektrisitet stiger, da CO₂-utslipp er et biprodukt av kraftproduksjonen. Forskjellen mellom virkemidlene er at det under et kvotehandelsregime vil være en stokastisk pris på CO₂-komponenten av marginalkostnaden, mens prisen under et skatteregime vil være deterministisk.

For et allerede eksisterende gasskraftverk vil innføringen av enten skatt på utslipp eller kvotehandel bety økte produksjonskostnader om kraftverket skal opprettholde den samme produksjonen. Dette vil svekke gasskraftverkets kontantstrøm, og dermed også den samlede nåverdien av produksjonen over kraftverkets levetid. Verdien av *muligheten* til å bygge og drifte et gasskraftverk, som kan oversettes med verdien av å sitte på en konsesjon, vil av samme grunn falle.

Dersom verdifallet som følge av innføringen av en strengere miljøpolitikk er stor nok, er håpet at en tilknytning av et fullskala renseanlegg til gasskraftverket vil være lønnsomt. Et slikt anlegg vil kunne rense mesteparten av gasskraftverkets klimagassutslipp, og dermed redusere effekten av kostnadsøkningen. Dette bidrar i sin tur positivt til nåverdien av gasskraftverkets kontantstrøm. Hvorvidt et renseanlegg vil være lønnsomt vil derfor avhenge av prisen på CO₂, strøm og naturgass, samt prosjektets kostnadsprofil og investeringskostnad.

3.1.1. Formulering av ulike scenario

Opgaven tar utgangspunkt i to ulike scenario:

- (A) Et allerede eksisterende gasskraftverk
- (B) En aktør som sitter på en konsesjon til å bygge et gasskraftverk med renseanlegg

Gasskraftverket under scenario (A) har for et gitt tidspunkt to valg:

- (A.1) Investere og bygge et renseanlegg
- (A.2) Utsette renseanlegg til et senere tidspunkt og fortsette som før

Aktøren i scenario (B) for et gitt tidspunkt vil på samme måte ha de to valgene:

- (B.1) Investere og bygge gasskraftverket med renseanlegg
- (B.2) Utsette investeringen til et senere tidspunkt

Antagelsen om at ingen konsesjonsutdeling skjer uten renseanlegg, er kanskje ikke realistisk i Norge i dag. Som tidligere nevnt har nettopp dette spørsmålet allerede veltet en hel regjering. Likevel vil scenario (A) kunne gi nok hint om hva som skjer med investeringer i renseanlegg ved en senere anledning, og jeg ser derfor ingen fordeler ved å ta med et tredje valg for aktøren under (B): Bygge gasskraftverket uten renseanlegg.

Aktørene antas å være rasjonelle, slik at de velger å utføre det valget som gir høyest forventet nåverdi. Verdiene av valgene vil avhenge av hvilket politisk regime aktørene befinner seg i, samt de underliggende risikokildene. Metoden for å finne de ulike verdiene presenteres i avsnitt 3.4.

3.1.2. Realopsjonsanalyse

For å analysere beslutningen om å investere i et gasskraftverk med renseanlegg eller bygge et fullskala renseanlegg til et allerede operasjonelt gasskraftverk, benyttes et realopsjonsrammeverk. Et slikt rammeverk er godt egnet til å analysere investeringsbeslutninger i kraftsektoren siden investeringene er høyst irreversible, prisen på prosjektets inntekts- og kostnadskilder er usikre og investeringsbeslutningen kan utsettes til en gang i fremtiden. Dette gir en verdi av å vente om usikkerheten rundt prisene er høye nok. Nettopp dette siste argumentet gjør vanlig kontantstrømanalyse til et lite egnet verktøy, siden det ikke fanger opp verdien av å vente.

Det eksisterer forøvrig operasjonsfleksibilitet ved produksjon av elektrisitet. Et gasskraftverk vil ikke, siden lagring av elektrisitet ikke er en mulighet, velge å produsere strøm om ikke strømprisen er høyere enn marginalkostnaden. Dette er for eksempel grunnen til at gasskraftverket på Kårstø kun var i tilnærmet full drift i to uker i perioden mellom uke 51 2007 og uke 10 2008.¹² Det at en profittmaksimerende produsent vil skru produksjonen av dersom markedsprisene på naturgass og elektrisitet skulle tilsi at produksjon er ulønnsomt, og i stedet vente til det er lønnsomt å produsere, gjør at gasskraftverkets kontantstrøm i praksis blir ekvivalent med en lang rekke med opsjonskontrakter.

3.1.3. Risikonøytral verdsetting

Siden investorer generelt er risikoaverse vil de forlange betaling for å påta seg risiko. Dette fører til at prisen på et aktivum på et gitt tidspunkt vil avvike negativt fra aktivumets

¹² "Gasskraftverket på Kårstø slås av", Aftenposten 2.3.2008.

forventede utbetaling, selv i et perfekt marked. For å prise et aktivum må man dermed korrigere dets forventede utbetaling med risikoen som er involvert. Å finne riktig diskonteringsrate for riktig aktivum er imidlertid ingen enkel eksersis.

Risikonøytral verdsetting benytter seg av det faktum at dersom man først korrigerer for risikoen når man finner sannsynlighetene for de ulike utbetalingsutfallene, og deretter finner forventet utbetaling, kan alle aktiva i en økonomi prises ved å diskontere aktivaenes risikjusterte forventning med den risikofrie renten. Ved å regne ut et aktivas forventede verdi *som om* alle investorer var risikonøytrale, det vil si finne forventet verdi i en risikonøytral verden og diskontere med den risikofrie renten (som er den riktige diskonteringsrate for et risikonøytralt aktivum), kan man finne riktig verdi av et aktivum i alle verdener og ikke bare den risikonøytrale verdenen.

Dette fundamentale teoremet sier at dersom det er fravær av arbitrasjemuligheter, så eksisterer det et risikonøytralt mål hvor den diskonterte prisen på ethvert verdipapir og vare er martingaler. Dette risikonøytrale målet er unikt hvis, og bare hvis, perfekt hedging er mulig.

Teorien for hvordan man skal behandle de ulike prisseriene for å risikjustere sannsynlighetene diskuteres i avsnitt 4.1.4.

3.2. Formulering av prosjektets kontantstrøm

I dette avsnittet formulerer jeg gasskraftverkets kontantstrøm under de tre ulike politiske regimene:

Regime 1: Ingen incentivpolitikk for reduserte utslipp

Regime 2: Et politisk regime med skatt på utslipp

Regime 3: Et politisk regime med fritt handlede klimagasskvoter

Et gasskraftverk vil, som påpekt tidligere, måtte skru av og på produksjonen om input og outputprisene tilsier det. Grunnen ligger i at når elektrisitet først er produsert er lagring uhyre kostbart. Derfor må produksjon og salg skje tilnærmet samtidig. Det at produksjonen skrur av og på kalles operasjonsfleksibilitet.

Produksjonen skrur altså av dersom strømprisen ikke er høyere enn produksjonskostnadene – hovedsakelig bestemt av prisen på naturgass. I oppgaven estimeres modeller for

prisprosesser på gjennomsnittlig, månedlig prisdata, i stedet for dags- eller timesdata. Dette gjøres av hensyn til effektivitet, siden det automatisk vil fjerne ukentlige sesongvariasjoner som er til stede i elektrisitets- og gassprisene samt intradagssesongvariasjoner. Det at prosjektets løpetid er så lang som 25 til 30 år taler også for at en slik tilnærming med månedlige gjennomsnittspriser.

Imidlertid støter man på en klar ulempe med månedsdata når det skal tas høyde for operasjonsfleksibiliteten. Det er vanlig å modellere operasjonsfleksibiliteten ved at kraftverket skruer på produksjonen og produserer for full kapasitet den dagen produksjonskostnadene overstiges av strømprisen. Denne antagelsen kan bygge på at systemprisen er bestemt 24 timer fremover i tid, og for naturgass kan man bruke 1-dags forwardpriser som av natur er fremoverskuende. Metoden tar imidlertid ikke hensyn til at operasjonsfleksibiliteten ikke er kontant; det tar gjerne tid å skru av og på produksjonen.

Jeg vil videre i oppgaven anta at gasskraftverket har vært i full produksjon i de månedene hvor strømprisen i gjennomsnitt har ligget over produksjonskostnadene bestemt av naturgassprisen, og null produksjon i de ukene hvor dette forholdet er null eller negativt. Siden det i praksis tar tid å skru av og på produksjonen, og dermed at avgjørelsen bygger på et anslag over fremtidige inntjeningsmuligheter, trenger ikke denne antagelsen i seg selv å være veldig gal når den er benyttet over lange tidsperioder. Den å regne som et best-case-scenario for gasskraftverkets operasjonelle fleksibilitet.

Inflasjon er tatt med i beregningene ved at både vedlikeholds- og investeringskostnadene er antatt å vokse med en fast inflasjonssats hver måned. En av antagelsene i oppgaven blir dermed at teknologien knyttet til et fullskala renseanlegg og et gasskraftverk reelt sett vil holde seg konstant i de neste 45 årene.

3.2.1. Et konvensjonelt gasskraftverk

(1)-(3) viser kontantstrømmen til et konvensjonelt gasskraftverk under de tre politiske regimene, $D_{i,t}$ hvor $i = 1,2,3$ angir om det aktuelle regimet er ingen incentivpolitikk, skatt på utslipp eller kvotehandel.

$$(1) D_{1,t} = q * \max(S_{e,t} - H * S_{ng,t}, 0) - c_t$$

$$(2) D_{2,t} = q * \max(S_{e,t} - H * S_{ng,t} - H * E * \tau_t, 0) - c_t$$

$$(3) D_{3,t} = q * \max(S_{e,t} - H * S_{ng,t} - H * E * S_{c,t}, 0) - c_t$$

q er antallet MWh strøm produsert ved full kapasitet i løpet av en tidsenhet, H antall MWh naturgass kraftverket behøver per produserte MWh strøm og c_t er andre drifts- og vedlikeholdskostnader på tidspunkt t som påløpes uansett produksjon eller ikke. $S_{e,t}$ og $S_{ng,t}$ er henholdsvis spotprisen på 1 MWh elektrisitet og naturgass på tidspunkt t , τ_t er den bestemte skattesatsen på tidspunkt t og $S_{c,t}$ er den stokastiske prisen på utslippskvotene. Drifts- og vedlikeholdskostnadene per tidsenhet, c_t , er antatt å stige med den faste inflasjonsraten per tidsenhet i økonomien, inf: $c_t = (1 + \text{inf})c_{t-1}$

Kvoter for klimagassutslipp er en litt spesiell innsatsfaktor i produksjonen av elektrisitet siden en produsent kun trenger fysisk å eie dem en gang i året, nemlig på oppgjørsmøtet fastsatt av myndighetene. I likning (3) er kvotene behandlet som en hvilken som helst annen innsatsfaktor som behøves øyeblikkelig, slik at kraftverket kjøper kvoter spot i markedet når produksjonen skjer. Dette er en grei antagelse siden det ikke finnes argumenter for å vente med innkjøpet av kvoter i et velfungerende kvotemarked uten markedspris på risiko.¹³ I (3) er det antatt at gasskraftverket ikke vil motta vederlagsfrie kvoter, men må kjøpe kvoter for alt utslipp det har.

Skattesatsen behandles i (2) på samme måte som kvotene. Satsen antas å ha en kjent utvikling over tid, τ_t per tonn CO₂. Senere i oppgaven antar jeg at utviklingen er satt slik at prisen på CO₂ vil være en stigende funksjon av t med stigningsfaktor lik driften til $\{S_{c,t}\}$. På denne måten blir resultatet skal mest direkte sammenlignbart med kvotesystemet, siden kvotenes prisusikkerhet vil være det eneste som skiller et skatteregime fra et regime med fri kvotehandel.

(1)-(3) antar at ikke finnes andre signifikante produksjonskostnader, slik at $H * S_{ng,t}$ angir marginalkostnaden ved produksjon på tidspunkt t under regime 1. Ved de to andre regimene blir marginalkostnaden høyere med $H * E * \tau_t$ og $H * E * S_{c,t}$, hvor E angir hvor mange tonn CO₂ gasskraftverket slipper ut per MWh naturgass det forbrenner i produksjonen av 1 MWh elektrisitet.

Verdien på tidspunkt t av en kontantstrøm på tidspunkt T , $V_t(D_{i,T})$ er gitt ved

¹³ Se senere diskusjon i avsnitt 7.1.2.

$$(4) V_t(D_{1,T}) = e^{-r(T-t)} E_t^Q(q * \max(S_{e,T} - H * S_{ng,T}, 0) - c_T)$$

$$(5) V_t(D_{2,T}) = e^{-r(T-t)} E_t^Q(q * \max(S_{e,T} - H * S_{ng,T} - H * E * \tau_T, 0) - c_T)$$

$$(6) V_t(D_{3,T}) = e^{-r(T-t)} E_t^Q(q * \max(S_{e,T} - H * S_{ng,T} - H * E * S_{c,T}, 0) - c_T)$$

når $t < T$ og r er den faste, risikofrie renten per tidsenhet. $E_t^Q(\cdot)$ er forventningen gitt tilgjengelig informasjon ved tidspunkt t , under det risikonøytrale sannsynlighetsmålet Q . Det er dette som kalles risikonøytral verdsetting. Sammenhengen mellom den risikonøytrale forventningen og den virkelige forventningen kan uttrykkes som $E_t^Q(S_{i,T}) = E_t(\widetilde{S}_{i,T})$, hvor $\{\widetilde{S}_{i,t}\}$ betegner den risikjusterte prisprosessen til $\{S_{i,t}\}$. Riktig diskonteringsrate for et risikofritt aktivum er den risikofrie renten, r , og verdiene blir som gitt i (4)-(6) over. Se avsnitt 4.1.4 for en mer inngående diskusjon av metoden for risikjustering av prisprosesser.

Det er verdt å merke seg at t -verdien av kontantstrømmen på tidspunkt T er ekvivalent med verdien av q europeiske kjøpsopsjoner på 1 MWh elektrisitet, $S_{e,T}$, og trukket fra et beløp c_T . Opsjonens kontraktspris varierer med hvilket regime gasskraftverket opererer under. For regime 1 er kontraktsprisen stokastisk og lik $H * S_{ng,T}$, mens den under regime 2 og 3 henholdsvis er lik $H(S_{ng,T} + E * \tau_T)$ og $H(S_{ng,T} + E * S_{c,T})$.¹⁴

Verdien på tidspunkt s av gasskraftverkets samlede kontantstrøm fra tidspunkt t til T , hvor $s < t < T$, er gitt ved integralet av kontantstrømmen D_i fra t til T : $\int_t^T V_t(D_{i,s}) ds$. Når det jobbes med diskrete data, endres integralet til summasjon, slik at

$$(7) V_s(\sum_{j=t}^T D_{1,j}) = \sum_{j=t}^T e^{-r(j-s)} E_s^Q(q * \max(S_{e,j} - H * S_{ng,j}, 0) - c_j)$$

$$(8) V_s(\sum_{j=t}^T D_{2,j}) = \sum_{j=t}^T e^{-r(j-s)} E_s^Q(q * \max(S_{e,j} - H * S_{ng,j} - H * E * \tau_j, 0) - c_j)$$

$$(9) V_s(\sum_{j=t}^T D_{3,j}) = \sum_{j=t}^T e^{-r(j-s)} E_s^Q(q * \max(S_{e,j} - H * S_{ng,j} - H * E * S_{c,j}, 0) - c_j)$$

Dersom $(T - t)$ angir det konvensjonelle gasskraftverkets operasjonelle levetid, kan formlene (7)-(9) forstås som verdien på tidspunkt s av et gasskraftverk som bygges på tidspunkt t .

¹⁴ Slike Spread-opsjon har (trolig) ingen løsning på lukket form når prisprosessene modelleres slik jeg kommer til å gjøre i denne oppgaven. Jeg vil derfor ikke bruke plass til å utlede noen lukket-form løsning.

3.2.2. Gasskraftverk med renseanlegg

En investering i et fullskala renseanlegg vil bety lavere utslipp, men også en lavere effektivitet for gasskraftverket med tanke på det totale antallet MWh strøm som selges i markedet, samt høyere driftskostnader. Den lavere effektiviteten kommer som en følge av at et renseanlegg krever store mengder elektrisk kraft for å driftes. Defineres $D_{i,t}^r$ som kontantstrømmen til et gasskraftverk med renseanlegg på tidspunkt t , endres (1)-(3) til

$$(10) \quad D_{1,t}^r = q * \max(\beta S_{e,t} - H * S_{ng,t}, 0) - \epsilon * c_t$$

$$(11) \quad D_{2,t}^r = q * \max(\beta S_{e,t} - H * S_{ng,t} - \gamma H * E * \tau_t, 0) - \epsilon * c_t$$

$$(12) \quad D_{3,t}^r = q * \max(\beta S_{e,t} - H * S_{ng,t} - \gamma H * E * S_{c,t}, 0) - \epsilon * c_t$$

I (10)-(12) er $0 < \beta < 1$ andelen produsert elektrisitet som ikke går med til å drifte renseanlegget og som derfor kan selges i markedet, og $\epsilon > 1$ er en faktor som angir økningen i andre kostnader som følge av driften av renseanlegget. $0 < \gamma < 1$ er den andelen av kraftverkets CO₂-utslipp som ikke fanges opp av renseanlegget.

Ved å følge fremgangsmåten ovenfor, gir (13)-(15) verdien på tidspunkt t av kontantstrømmen på tidspunkt T for et gasskraftverk med renseanlegg under de ulike miljøpolitiske regimene.

$$(13) \quad V_t(D_{1,T}^r) = e^{-r(T-t)} E_t^Q (q * \max(\beta S_{e,T} - H * S_{ng,T}, 0) - \epsilon * c_T)$$

$$(14) \quad V_t(D_{2,T}^r) = e^{-r(T-t)} E_t^Q (q * \max(\beta S_{e,T} - H * S_{ng,T} - \gamma H * E * \tau_T, 0) - \epsilon * c_T)$$

$$(15) \quad V_t(D_{3,T}^r) = e^{-r(t-s)} E_t^Q (q * \max(\beta S_{e,T} - H * S_{ng,T} - \gamma H * E * S_{c,T}, 0) - \epsilon * c_T)$$

På samme måte er s -verdien av et gasskraftverk som blir bygget med renseanlegg på tidspunkt t gitt ved:

$$(16) \quad V_s(\sum_{j=t}^T D_{1,j}^r) = \sum_{j=t}^T e^{-r(j-s)} E_s^Q (q * \max(\beta S_{e,j} - H * S_{ng,j}, 0) - \epsilon c_j)$$

$$(17) \quad V_s(\sum_{j=t}^T D_{2,j}^r) = \sum_{j=t}^T e^{-r(j-s)} E_s^Q (q * \max(\beta S_{e,j} - H * S_{ng,j} - \gamma H * E * \tau_j, 0) - \epsilon c_j)$$

$$(18) \quad V_s(\sum_{j=t}^T D_{3,j}^r) = \sum_{j=t}^T e^{-r(j-s)} E_s^Q (q * \max(\beta S_{e,j} - H * S_{ng,j} - \gamma H * E * S_{c,j}, 0) - \epsilon c_j)$$

Når det videre antas at investeringskostnaden for å bygge et gasskraftverk på tidspunkt t er K_t , og den ekstra investeringskostnaden for å bygge et renseanlegg på gasskraftverket er I_t ($K_t > 0, I_t > 0$), er det en smal sak å utlede fra (7) og (16) at det aldri vil være optimalt å investere i et slikt anlegg dersom det ikke eksisterer noen politiske incentivordninger. Det er

imidlertid hvorvidt det vil være optimalt med investering under de to andre miljøpolitiske regimene som er interessant.

3.3. Utleddning av investeringsproblemet

Den observante leser vil ha merket seg at det kun er relativt små endringer i likningene over.

Det mest interessante å merke seg er at nåverdien av gasskraftverkets kontantstrøm kan modelleres som en rekke kjøpsopsjoner, hvor antallet kjøpsopsjoner og størrelsen på kontraktsprisen er forskjellig fra regime til regime. Under utledes beslutningsregler for de to forskjellige aktørene i scenarioene som er introdusert i avsnitt 3.1.1.

3.3.1. Scenario (A): Et operasjonelt gasskraftverk

Et konvensjonelt gasskraftverk som er i kommersiell drift vil til ethvert tidspunkt i gasskraftverkets operasjonelle levetid stå overfor de to investeringsvalgene postulert 3.1.1:

(A.1) Investere og bygge et renseanlegg

(A.2) Utsette investeringen til et senere tidspunkt

Gitt rasjonell investeringsadferd, vil aktøren på ethvert tidspunkt velge det av (A.1) og (A.2) som gir høyest forventet nåverdi. Dersom vi antar at gasskraftverket har en endelig operativ levetid som går ut på tidspunkt T_L , har vi av risikonøytral verdsetting at nåverdien av valg (A.1) på tidspunkt t ($t < T_L$) er gitt av den risikojusterte forventningen på tidspunkt t til summen av alle kontantstrømmer frem til tidspunktet T_L diskontert med den risikofrie renten r . Antar vi at det ikke er forbundet noen byggetid med installeringen av et renseanlegg, kan vi av likningene definert i 3.2 finne forskjellen i kontantstrøm på tidspunkt t for et gasskraftverk med renseanlegg og et uten, $W_{i,t} = D_{i,t}^r - D_{i,t}$, hvor i angir hvilket politisk regime gasskraftverket opererer under. $W_{i,t}$ er gitt ved:

Tabell 1: Et fullskala renseanleggs merprofitt på tidspunkt t

Politisk regime	$W_{i,t}$
(1) Ingen incentivpolitikk	$W_{1,t} = q(1 - \beta) \max(-S_{e,t}, 0) - (\epsilon - 1)c_t < 0$
(2) Skatt på klimagassutslipp	$W_{2,t} = q(1 - \beta) \max\left(\frac{(1 - \gamma)}{(1 - \beta)} H * E * \tau_t - S_{e,t}, 0\right) - (\epsilon - 1)c_t$
(3) Fritt handlede klimagasskvoter	$W_{3,t} = q(1 - \beta) \max\left(\frac{(1 - \gamma)}{(1 - \beta)} H * E * S_{c,t} - S_{e,t}, 0\right) - (\epsilon - 1)c_t$

$W_{i,t}$ angir altså *merprofitten*, eventuelt *mindreprofitten*, av å ha et renseanlegg installert over å ikke ha det. Siden like mye naturgass kreves i begge tilfeller, er ikke variabelen relevant i denne sammenhengen.

Slik jeg har definert kontantstrømmene er $0 < \beta < 1$ og $0 < \gamma < 1$. $W_{i,t}$ er derfor lik $q(1 - \beta)$ salgsopsjoner på 1 MWh strøm på tidspunktet t , trukket fra kostnadsøkningen. Salgsopsjonenes kontraktspris varierer fremdeles med hvilket politisk regime som er aktuelt. Ikke overraskende bevises det av $W_{1,t}$ at det aldri vil være lønnsomt å ha et renseanlegg i et regime hvor det ikke finnes noen incentivpolitikk for utslippsrensing, siden $(1 - \epsilon) < 0$ og $S_{e,t} > 0$. Samtidig er det muligheter for at et renseanlegg kan generere merprofitt under regimene 2 og 3 dersom τ_t og $S_{c,t}$ er høye nok.

Videre antas det at et renseanlegg ikke utvider levetiden til gasskraftverket, samt at verken renseanlegg eller gasskraftverk har en skrapverdi. Verdien på tidspunkt t av den samlede merprofitten ut gasskraftverkets operasjonelle levetid er da gitt ved uttrykkene i tabellen under.

Tabell 2: Verdien av et fullskala renseanleggs totale merprofitt

Politisk regime	Samlet merprofitt til et renseanlegg installert på tidspunkt t
(1) Ingen incentivpolitikk	$\sum_{j=t}^{T_L} e^{-r(j-t)} E_t^Q (q(1 - \beta) \max(-S_{e,j}, 0) - (\epsilon - 1)c_j) < 0$
(2) Skatt på klimagassutslipp	$\sum_{j=t}^{T_L} e^{-r(j-t)} E_t^Q (q(1 - \beta) \max(\frac{(1 - \gamma)}{(1 - \beta)} H * E * \tau_j - S_{e,j}, 0) - (\epsilon - 1)c_j)$
(3) Fritt handlede klimagasskvoter	$\sum_{j=t}^{T_L} e^{-r(j-t)} E_t^Q (q(1 - \beta) \max(\frac{(1 - \gamma)}{(1 - \beta)} H * E * S_{c,j} - S_{e,j}, 0) - (\epsilon - 1)c_j)$

Den merprofitten et renseanlegg representerer, kan dermed forstås som en lang rekke av salgsopsjonene beskrevet over. Den samlede merprofitten kan på ethvert tidspunkt t kjøpes til en kostnad I_t , som er kostnaden knyttet til byggingen av et renseanlegg på tidspunkt t .¹⁵ Valget gasskraftverket står overfor på tidspunkt t kan dermed sees på som en amerikansk kjøpsopsjon med forfall på tidspunkt T_L , og hvor underliggende er en lang rekke av salgsopsjonene beskrevet over fra t til T_L .

¹⁵ Investeringskostnaden antatt å stige med inflasjonsraten i økonomien.

En investering på tidspunkt t vil kun være optimalt dersom nåverdiene uttrykt i tabell 2 er høyere enn investeringskostnaden. Det er verdt å merke seg at opsjonen har en payoff-funksjon som er fallende i t , noe som gjør en tidlig, optimal utøvelse av opsjonen til en teoretisk mulighet. Verdien av den amerikanske opsjonen finnes ved hjelp av Longstaff-Schwartz-metoden som presenteres i avsnitt 3.4.

3.3.2. Scenario (B): En konsesjonsinnehaver

En innehaver av en konsesjon til å bygge et gasskraftverk med renseanlegg står til enhver tid ovenfor beslutningen om å velge en av to muligheter, som er beskrevet tidligere:

(B.1) Investere og bygge gasskraftverket med renseanlegg

(B.2) Utsette investeringen til et senere tidspunkt

Konsesjoner blir ikke gitt uten tidsbegrensning, men har en antatt varighet på $T_K = 20$ år. Gitt at aktøren er rasjonell, vil han på et gitt tidspunkt t velge det alternativet av A.1-A.2 som gir den høyeste forventede nåverdien på tidspunktet.

Verdien av valget (B.2) ble utledet i avsnitt 3.2, og er gjengitt i tabellen under.

Tabell 3: Uttrykk for konsesjonsverdien

Politisk regime	Verdien av et gasskraftverk med renseanlegg bygget på tidspunkt t
(1) Ingen incentivpolitikk	$\sum_{j=t}^{t+T_0} e^{-r(j-t)} E_t^Q (q * \max(\beta S_{e,j} - H * S_{ng,j}, 0) - \epsilon c_j)$
(2) Skatt på klimagassutslipp	$\sum_{j=t}^{t+T_0} e^{-r(j-t)} E_t^Q (q * \max(\beta S_{e,j} - H * S_{ng,j} - \gamma H * E * \tau_j, 0) - \epsilon c_j)$
(3) Fritt handlede klimagasskvoter	$\sum_{j=t}^{t+T_0} e^{-r(j-t)} E_t^Q (q * \max(\beta S_{e,j} - H * S_{ng,j} - \gamma H * E * S_{c,j}, 0) - \epsilon c_j)$

En rasjonell konsesjonsinnehaver investerer i prosjektet dersom uttrykkene i tabell 2 på tidspunkt t er større enn den samlede investeringskostnaden $K_t + I_t$. Problemet kan dermed modelleres som en amerikansk kjøpsopsjon med forfall T_K på en rekke europeiske kjøpsopsjoner fra utøvelsestidspunktet og T_0 -tidsenheter frem i tid, trukket fra påløpte driftskostnader. Den amerikanske kjøpsopsjonen vil på tidspunkt t ha en kontraktspris lik $K_t + I_t$.

3.4. Opsjonsverdsetting ved Least-Squares Monte-Carlo

For å verdsette de amerikanske opsjonene beskrevet i 3.3, følger oppgaven Longstaff og Schwartz(2001). Deres metode benytter seg både av Monte-Carlo-simulering og Least-Squares regresjon, og har vist seg å være effisient også under en høy grad av kompleksitet. Hvordan prisprosessene risikojusteres kommer jeg tilbake til, men for nå vil jeg anta at $\{S_{i,t}\}, i = e, ng, c$; betegner de risikojusterte prosessene til prisen på henholdsvis elektrisitet, naturgass og klimagasskvoter; og at disse prisprosessene, samt deres korrelasjonskoeffisienter, er kjente.

Jeg vil forsøke å bruke de samme benevningene, som er benyttet i MATLAB-sekvensene i Appendix A, når jeg under beskriver fremgangsmåten for å verdsette de ulike investeringsmulighetene.

3.4.1. Scenario (A): Et operasjonelt gasskraftverk

For å prise opsjonen i scenario (A), altså et allerede eksisterende gasskraftverk som har muligheten til å investere i et renseanlegg, er fremgangsmåten som følger:

Først simuleres $n_{simulations}$ antall risikonøytrale prisbaner for $\{S_{i,t}\}, i = e, c$, med totalt n_{steps} antall steg. Til sammen er antall steg lik T_L -antall måneder gasskraftverket har igjen av sin operasjonelle levetid (siden jeg antar at investeringen i et renseanlegg ikke vil forlenge gasskraftverkets levetid). Da $\{S_{i,t}\}$ er månedsgjennomsnittlige priser, blir $n_{steps} = T_L$.

Jeg lager så en matrise over "utøvelsesverdiene" (EV) av opsjonen for hver måned innenfor dens forfallstidspunkt (T_L) og for hver prisbane ($n_{simulations}$). EV -matrisen blir da en ($n_{simulations} \times n_{steps}$)-matrise, og hver verdi i utøvelsesmatrisen $EV(\text{rad}, \text{kolonne})$, hvor rad angir hvilken prisbane og kolonne angir hvilken måned, er gitt ved:

Politisk regime	$EV(\text{rad}, \text{kolonne})$
(1) Ingen incentivpolitikk	$\max\left(\sum_{j=\text{kolonne}}^{T_L} e^{-r(j-\text{kolonne})} (q(1-\beta) \max(-S_{e,j}, 0) - (1-\epsilon)c_j) - I_j, 0\right)$
(2) Skatt på klimagassutslipp	$\max\left(\sum_{j=\text{kolonne}}^{T_L} e^{-r(j-\text{kolonne})} \left(q(1-\beta) \max\left(\frac{(1-\gamma)}{(1-\beta)} H * E * \tau_j - S_{e,j}, 0\right) - (1-\epsilon)c_j\right) - I_j, 0\right)$
(3) Fritt handlede klimagasskvoter	$\max\left(\sum_{j=\text{kolonne}}^{T_L} e^{-r(j-\text{kolonne})} (q(1-\beta) \max\left(\frac{(1-\gamma)}{(1-\beta)} H * E * S_{c,j} - S_{e,j}, 0\right) - (1-\epsilon)c_j) - I_j, 0\right)$

I tabellen over uttrykker I_j investeringskostnaden knyttet til å bygge et renseanlegg på tidspunkt j .

Deretter lages en ny matrise som skal inneholde verdien av den optimale utøvelsen (ex ante) av opsjonen. Denne kontantstrømmatrisen, eller CF -matrisen, har like mange rader og kolonner som utøvelsesmatrisen EV . De optimale utøvelsesstrategiene skal for hver prisbane regnes ut bakover i tid, ved å starte på utløpstidspunktet T_L og iterere seg bakover til starttidspunktet. Den siste kolonnen i CF -matrisen settes av den grunn lik siste kolonne i EV -matrisen, slik at $CF(rad, nsteps)$ er gitt ved:

Politisk regime	$CF(rad, nsteps)$
(1) Ingen incentivpolitikk	$\max(q(1 - \beta) \max(-S_{e,nsteps}, 0) - (1 - \epsilon)c_{nsteps} - I_{nsteps}, 0)$
(2) Skatt på klimagassutslipp	$\max(q(1 - \beta) \max\left(\frac{(1 - \gamma)}{(1 - \beta)} H * E * \tau_{nsteps} - S_{e,nsteps}, 0\right) - (1 - \epsilon)c_{nsteps} - I_{nsteps}, 0)$
(3) Fritt handlede klimagasskvoter	$\max(q(1 - \beta) \max\left(\frac{(1 - \gamma)}{(1 - \beta)} H * E * S_{c,nsteps} - S_{e,nsteps}, 0\right) - (1 - \epsilon)c_{nsteps} - I_{nsteps}, 0)$

Så beveger sekvensen seg ett hakk tilbake i tid, altså til kolonne $(nsteps - 1)$, og finner de simuleringsbanene, eller radene, hvor opsjonen er "in the money", det vil si hvor $EV(rad, nsteps - 1) > 0$. Disse verdiene skal så sammenlignes med verdien av å holde opsjonen litt lengre – "fortsettelsesverdien".

"Fortsettelsesverdien", CV , av opsjonen på et gitt tidspunkt er lik nåverdien av den betingede forventningen til den fremtidige kontantstrømmen som opsjonen genererer ved optimal utøvelse. Forventningen skal være betinget på informasjonen tilgjengelig på det gitte tidspunktet, her $(nsteps - 1)$. Dermed blir fortsettelsesverdien på tidspunkt $(nsteps - 1)$ lik $CV_{(T_L-1)} = NV(\text{fremtidig } CF | \mathcal{F}_{(T_L-1)})$.

Denne verdien tilnærmes ved først å hente frem verdiene i kontantstrømmatrisen CF på tidspunkt $nsteps$, men bare langs de simuleringsbaner hvor opsjonen er "in the money" på tidspunkt $(nsteps - 1)$, altså de radene hvor $EV(rad, nsteps - 1) > 0$. Verdiene fra CF -matrisen diskonteres deretter tilbake til tidspunkt $(nsteps - 1)$, og lagres som vektoren $Yvec$. Deretter hentes frem de simulerte prisene for elektrisitet og kvoter i de simuleringsbaner hvor opsjonen er "in the money" på tidspunkt $(nsteps - 1)$, altså

$S_{i, nsteps - 1}$ hvor i angir om det er elektrisitet, eller kvotepriser og A angir de radene hvor opsjonen er "in the money". Denne vektoren lagres som $Xvec(i)$.

Vektoren $Yvec$ regresseres så mot $Xvec(i)$, samt polynomer av disse vektorene for å ta høyde for ikke-linearitet. Siden de tre prisene er korrelerte, vil denne regresjonen gi multikollinearitet, men dette gjør ikke noe siden det er *hele* modellens predikeringsevne som er det interessante. (Hver enkelt OLS-koeffisient er ikke interessant i dette tilfellet).

Siden denne regresjonens prediksjon er lik forventningen av $Yvec$, som er nåverdien av fremtidig, optimal utøvelse på tidspunktene etter $nsteps - 1$, betinget på prisene på tidspunkt $(nsteps - 1)$ i tilhørende simuleringsbaner, vil den dermed estimere "fortsettelsesverdien" av opsjonen på tidspunkt $(nsteps - 1)$.

Fortsettelsesverdiene på tidspunkt $(nsteps - 1)$ sammenlignes deretter med utøvelsesverdiene (verdiene i EV -matrisen) på samme tidspunkt (i samme kolonne). I de simuleringsbaner, eller rader, hvor "utøvelsesverdien" er større enn "fortsettelsesverdien" settes verdien i kontantstrømmatrisens kolonne $(nsteps - 1)$ lik "utøvelsesverdien" på samme tidspunkt. Deretter settes alle etterfølgende verdier til de oppdaterte verdiene i kontantstrømmatrisen lik 0, siden opsjonen ikke vil kunne generere kontantstrømmer etter den er utøvet.

Etter at kontantstrømmatrisen er oppdatert, slik at den nå fra kolonne $(nsteps - 1)$ til kolonne $(nsteps)$ inneholder kontantstrømmer ved (foreløpig) optimal utøvelse av opsjonen, forflyttes fokus ett hakk tilbake i tid til kolonne $(nsteps - 2)$, og hele prosedyren over gjentas. Og gjentas. Til slutt vil man da sitte med en kontantstrømmatrise med kontantstrømmer gitt optimal utøvelse av opsjonen. Markedsprisen på opsjonen finnes til slutt ved å diskontere hver optimal kontantstrøm tilbake til tidspunkt 0, og så ta gjennomsnittet over alle nåverdiene.

Kanskje like interessant for oppgavens del er å se *når* i gjennomsnitt det er optimalt å utøve opsjonen, altså investere i et renseanlegg. Dette kan gjøres ved å se på fordelingen av kontantstrømmene i CF -matrisen.

3.4.2. Scenario (B): En konsesjonsinnehaver

Når opsjonen i scenario (B) skal prises skilles ikke fremgangsmåten konseptuelt fra metoden i avsnittet over. Sekvensen starter med å simulere $n_{\text{simulations}}$ antall av risikonøytrale baner av de aktuelle prisene, som her er $\{S_{i,t}\}$, $= e, ng, c$. Antall steg i simuleringen, n_{steps} , er nå lik $T_K + T_0$ antall måneder. T_K er konsesjonens utløp og T_0 er levetiden til gasskraftverket oppgitt i måneder.

Opsjonens "utøvelsesverdier" hver måned innenfor dens forfallstidspunkt (T_K), og for hver prisbane ($n_{\text{simulations}}$), settes inn i utøvelsesmatrisen som nå er blir en ($n_{\text{simulations}} \times T_K$)-matrise. $EV(\text{rad}, \text{kolonne})$, hvor rad angir hvilken prisbane og kolonne angir hvilken uke, er under scenario (B) gitt ved uttrykkene i tabellen under.

Politisk regime	$EV(\text{rad}, \text{kolonne})$
(1) Ingen incentivpolitikk	$\max\left(\sum_{j=\text{kolonne}}^{\text{kolonne} + T_0} (qe^{-r(j-\text{kolonne})}) * \max(\beta S_{e,j}^{\text{rad}} - H * S_{ng,j}^{\text{rad}}, 0) - \epsilon * c_j\right) - (K_j + I_j), 0$
(2) Skatt på klimagassutslipp	$\max\left(\sum_{j=\text{kolonne}}^{\text{kolonne} + T_0} (qe^{-r(j-\text{kolonne})}) \max(\beta S_{e,j}^{\text{rad}} - H * S_{ng,j}^{\text{rad}} - \gamma * H * E * \tau_j, 0) - \epsilon * c_j\right) - (K_j + I_j), 0$
(3) Fritt handlede klimagasskvoter	$\max\left(\sum_{j=\text{kolonne}}^{\text{kolonne} + T_0} (qe^{-r(j-\text{kolonne})}) \max(\beta S_{e,j}^{\text{rad}} - H * S_{ng,j}^{\text{rad}} - \gamma * H * E * S_{c,j}^{\text{rad}}, 0) - \epsilon * c_j\right) - (K_j + I_j), 0$

I likhet med over, lages en ny matrise hvor verdiene av optimale utøvelse av konsesjonen fylles inn. CF -matrisen har igjen like mange rader og kolonner som EV -matrisen. De optimale utøvelsesstrategiene skal regnes ut ved å starte på utløpstidspunktet T_K og iterere bakover i tid. Siste kolonne i CF -matrisen settes lik siste kolonne i EV -matrisen, slik at $CF(\text{rad}, T_K)$ nå er gitt ved

Politisk regime	$CF(\text{rad}, T_K)$
(1) Ingen incentivpolitikk	$\max\left(\sum_{j=T_K}^{T_K + T_0} (qe^{-r(j-T_K)}) * \max(\beta S_{e,j}^{\text{rad}} - H * S_{g,j}^{\text{rad}}, 0) - \epsilon * c_j\right) - (K_j + I_j), 0$
(2) Skatt på klimagassutslipp	$\max\left(\sum_{j=T_K}^{T_K + T_0} (qe^{-r(j-T_K)}) * \max(\beta S_{e,j}^{\text{rad}} - H * S_{g,j}^{\text{rad}} - \gamma * H * E * \tau_j, 0) - \epsilon * c_j\right) - (K_j + I_j), 0$
(3) Fritt handlede klimagasskvoter	$\max\left(\sum_{j=T_K}^{T_K + T_0} (qe^{-r(j-T_K)}) \max(\beta S_{e,j}^{\text{rad}} - H * S_{g,j}^{\text{rad}} - \gamma * H * E * S_{c,j}^{\text{rad}}, 0) - \epsilon * c_j\right) - (K_j + I_j), 0$

Så beveger jeg meg ett hakk tilbake i tid, altså til kolonne ($T_K - 1$), og finner de simuleringsbanene hvor konsesjonen/opsjonen er "in the money", det vil si der $EV(\text{rad}, T_K - 1) > 0$. Disse verdiene sammenlignes med opsjonens "fortsettelsesverdi",

som i likhet med tilfellet for (A) er gitt ved $CV_{(T_K-1)} = NV(\text{fremtidig CF}|\mathcal{F}_{(T_K-1)})$. Forskjellig fra over angir $\mathcal{F}_{(T_K-1)}$ nå informasjon om strømprisen, kvoteprisen, men også i tillegg gassprisen. Den videre prosedyren er identisk som tilfellet under scenario A, og detaljene går derfor ikke igjennom på nytt.

Ved både å finne markedsverdien av investeringsmuligheten og når i gjennomsnitt det er optimalt å bygge et rensed gasskraftverk, eller når det er optimalt for et operasjonelt gasskraftverk å investere i et rensesanlegg, kan det trekkes noen konklusjoner om virkningen av myndighetenes miljøpolitikk.

4. Modellering

Man kan generelt klassifisere modellering av råvarepriser i tre kategorier: Modeller på redusert form, likevektsprismodeller og hybridmodeller. Likevektsprismodellene forsøker å modellere fremtidig utvikling i spot-prisen på en råvare ved hjelp av predikasjoner for de underliggende faktorene som driver marginalkostnaden ved produksjon. Denne eksersisen er krevende når det kommer til tidsbruk og datamengde. Modeller på redusert form er derimot modeller som hyppig er brukt i modellering av finansielle tidsserier, og forsøker å passe stokastiske prosesser til prisserier uten å ta høyde for underliggende produksjonsfaktorer som produktivitets- og kostnadsutvikling. Disse modellene er relativt enkle og lite krevende rent datamengdemessig, og er derfor svært populære.

Hybridmodeller på sin side er modeller som kombinerer historisk prisstatistikk og data for underliggende faktorer. For denne oppgavens del er en modell på redusert form det mest hensiktsmessige.

Mange av modellene i finansverdenen opererer med stokastiske prosesser i kontinuerlig tid. Disse har den fordelen at man ofte kan finne lukkede uttrykk for eksempelvis en opsjonsverdi ved hjelp av matematiske sammenhenger som Itô's Lemma. Siden jeg i denne oppgaven ikke skal forsøke å finne lukkede uttrykk for verdien av en opsjon på kontantstrømmen til et gasskraftverk, en eksersis som i dette tilfelle nær sagt vil være umulig (for ikke å uttrykke meg for bastant), vil jeg ikke konsentrere meg om de kontinuerlige tilfellene, men heller deres søsken i diskret tid.

4.1. Prismodeller

I alle de tre markedene jeg jobber med i denne oppgaven er det naturlig å anta at det vil være høyere prisvariasjoner for høye priser enn for lave priser. For å unngå problemer dette fører med seg i en rekke statistiske tester, arbeides det med logaritmiske priser.

Avsnitt 2.4 ble de ulike prisene som vil påvirke et gasskraftverks kontantstrøm og lønnsomhet presentert overfladisk. Allerede kunne det defineres noen egenskaper ved strøm- og gassprisene, herunder en tendens til at de varierte med årets sesonger. Dette gir økonomisk mening siden både gass- og elektrisitetsforbruket er høyere om vinteren når været er kaldere. Vinteren er også årstiden når landets strømprodusenter trekker av vannlagrene. Den økte etterspørselen gir økt prispress på råvarene som er vanskelige å lagre.

Dersom det eksisterer deterministiske sesongvariasjoner i logaritmen til spot-prisen, kan prisserien dekomponeres i en deterministisk og en stokastisk del slik at

$$\ln(S_{i,t}) = C_{i,t} + X_{i,t};$$

hvor $C_{i,t}$ er den deterministiske komponenten og $X_{i,t}$ er den stokastiske priskomponenten.

4.1.1. Modell for deterministisk priskomponent

Det eksisterer ulike praksis for å fjerne sesongkomponenten i en prisserie. Dersom for eksempel strømprisen har intraukesesongvariasjoner kan disse fjernes ved å ta den syvende differansen av daglige data. Sesongvariasjoner som henger sammen med årstidene er imidlertid verre å differensiere bort. Mye brukt, særlig i modellering av strømpriser er en metode hvor en sum av cosinus og sinuskurver passes til tidsserien ved hjelp av fast fourier transformasjon. En mer intuitiv måte å modellere sesongvariasjoner på er ved hjelp av dummyvariabler for de signifikante tidspunktene for variasjonene. Metoden antar at prisene på alle tidspunkt utenom de tilskrevet en dummyvariabel er lik i gjennomsnitt. Grunnet dens intuitive argument og det faktum at metoden er meget lett å følge vil jeg benytte meg av dummyvariabel-metoden. Dersom prisserien inneholder sesongvariasjoner kan den deterministiske priskomponenten modelleres som

$$C_{i,t} = \beta_{i,0} + \sum_{j=1}^n \beta_{i,1} D_{i,j,t};$$

hvor $D_{i,j,t}$ er en dummy-variabel for den j 'te av n signifikante sesonger.

I avsnitt 2.4.1, figur 3 er prisutviklingen til strøm og naturgass presentert. Begge prisene synes å ha steget over tid, og man kan således muligens trekke den konklusjonen at det bør være med et deterministisk trendledd i $C_{i,t}$. Det viktigste er at det ligger klare økonomiske argument bak enhver modell. Tegnes en trendlinje på et tidsserieplot, kan man enkelt lure øynene til å tro at nesten ethvert datamateriale inneholder en deterministisk trend, nettopp fordi trendlinjen er passet slik at den skal minimere dataenes feilledd. Det er imidlertid meget vanlig i litteraturen å modellere noen råvarepriser, og da særlig prisen på elektrisitet, som stasjonære tidsserier.¹⁶ I avsnitt 4.2.1 presenteres tester for stasjonærhet.

4.1.2. Modell for stokastisk priskomponent

Siden gjennomsnittet til den logaritmiske spot-prisen allerede er trukket ut i $C_{i,t}$, uttrykkes den stokastiske priskomponenten $\{X_{i,t}\}$ ved en ARMA(p,q)-modell uten konstantledd, slik at

$$X_{i,t} = \sum_{u=1}^p a_u X_{i,t-u} + \sum_{v=1}^q b_v \varepsilon_{i,t-v} + \varepsilon_{i,t}$$

hvor feilleddet er hvitt støy, $\{\varepsilon_{i,t}\} \sim N(0, \sigma_i^2)$. p angir hvor mange autoregressive ledd modellen har og q angir antallet glidende gjennomsnittsledd.

Forventningen og variansen til en slik modell avhenger av p og q . Som en illustrasjon kan det være behjelpelig å gå igjennom utregningen av en enkel førsteordens autoregressiv modell, altså en ARMA(1,0)-modell hvor $X_{i,t}$ er gitt ved

$$X_{i,t} = aX_{i,t-1} + \varepsilon_{i,t}$$

Dersom $a < 1$ er en slik modell det diskrete tilfellet av en kontinuerlig Ornstein-Uhlenbeck-modell, og har den egenskapen at den reverserer tilbake til gjennomsnittet (som her er 0 siden modellen ikke inneholder et konstantledd). Er derimot $a = 1$ er modellen en tilfeldig gang, hvis kontinuerlige søsken er en Brownsk bevegelse uten drift.

Generelt blir forventningen til $X_{i,T}$ på tidspunkt t , eller sagt på en annen måte lik

$$E_t(X_{i,T}) = E(X_{i,T} | \mathcal{F}_t) = E(aX_{i,T-1} + \varepsilon_{i,T} | \mathcal{F}_t) = E(a^2X_{i,T-2} + \varepsilon_{i,T} + a\varepsilon_{i,T-1} | \mathcal{F}_t)$$

¹⁶ Se blant annet He (2007), Szolgayova et al. (2008), Schwartz (1997), Knittel og Roberts (2001) og Clewloew og Strickland (1999)

$$= E \left(a^{T-t} X_{i,t} + \sum_{j=0}^{T-t-1} a^j \varepsilon_{i,T-j} \middle| \mathcal{F}_t \right) = a^{T-t} X_{i,t} + E \left(\sum_{j=0}^{T-t-1} a^j \varepsilon_{i,T-j} \middle| \mathcal{F}_t \right) = a^{T-t} X_{i,t}$$

Likeledes kan man finne variansen ved

$$\begin{aligned} \text{Var}_t(X_{i,T}) &= \text{Var}_t(X_{i,T}) = \text{Var}_t(aX_{i,T-1} + \varepsilon_{i,T}) = \text{Var}_t(a^{T-t} X_{i,t} + \sum_{j=0}^{T-t-1} a^j \varepsilon_{i,T-j}) \\ &= \text{Var}_t \left(\sum_{j=0}^{T-t-1} a^j \varepsilon_{i,T-j} \right) = \sum_{j=0}^{T-t-1} a^{2j} \text{Var}_t(\varepsilon_{i,T-j}) = \sum_{j=0}^{T-t-1} a^{2j} \sigma_i^2 \end{aligned}$$

Dersom $|a| < 1$, altså at modellen oppfyller stasjonærhetskravet, blir den langsiktige variansen når $t \rightarrow \infty$ lik $\frac{\sigma_i^2}{1-a^2}$.

Når man jobber med finansielle, eller andre tidsserier over priser, gjør man gjerne antagelsen om en fast, konstant volatilitet. Dette er en enkel tilnærming. I virkeligheten er det gjerne slik at volatiliteten endres over tid, og at den i seg selv kan være stokastisk. Når en serie tilfeldige variabler har ulik varians sier man at tidsserien har heteroskedastisitet. En vanlig observasjon når man arbeider med finansielle tidsserier er avkastningsfordelingens kurtosis, eller tykkere haler enn normalfordelingen, noe som ikke henger sammen med antagelsen om konstant volatilitet. Ofte observerer man også at høy volatilitet en dag, gjerne etterfølges av høy volatilitet den påfølgende dag, noe som gjerne kalles volatilitetsansamlinger.

Det finnes mange måter å modellere tidsavhengig volatiliteten på. En måte er å se på tidsserien som en sekvens av uavhengige, identisk fordelte tilfeldige variabler $\{v_t\}$, som har en varians lik 1 og forventning lik 0, multiplisert med en faktor $\sigma_t = \sqrt{h_t}$. Dersom tidsserien er $\{\varepsilon_t\}$, er da $\varepsilon_t = \sqrt{h_t} v_t$.

For å modellere en varierende volatilitet, må man deretter forsøke å finne en eller annen modell for $\sigma_t = \sqrt{h_t}$. En metode for å modellere heteroskedastisitet er ved hjelp av såkalte ARCH(p)-modeller (Autoregressive Conditional Heteroskedasticity). En ARCH(p)-modell modellerer den tidsavhengige variansen h_t som en funksjon av seriens tidligere observasjoner. Altså at

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2;$$

hvor $\alpha_0 > 0$ og $\alpha_i \geq 0$, og p angir hvor mange ARCH-ledd modellen har. Siden $v_t \sim N(0,1)$ blir $\varepsilon_t | \varepsilon_{t-1} \sim N(0, h_t) \sim N(0, \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2)$, fordi $E(\varepsilon_t) = E(E(\varepsilon_t | \varepsilon_{t-1})) = 0$ og $Var(\varepsilon_t) = E(\varepsilon_t^2) = E(E(\varepsilon_t^2 | \varepsilon_{t-1})) = E(\alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2$.

Lesere som er interessert i hvorfor ARCH-modellene gir en fordeling med tykkere haler enn normalfordelingen, og at de dermed er mer passende for modellering av finansielle tidsserier, henvises til Appendix B.

Grunnen til at denne typen modeller kalles autoregressive, ser man når man løser for ε_t^2 :

$$\varepsilon_t^2 = (\sqrt{h_t} v_t)^2 = h_t v_t^2 = h_t v_t^2 + h_t - h_t = h_t + h_t(v_t^2 - 1)$$

Det kan vises at $\eta_t = h_t(v_t^2 - 1)$ har forventning lik 0 og ingen autokorrelasjon. Altså er

$$\varepsilon_t^2 = h_t + \eta_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \eta_t$$

som er en AR(p)-modell med feilledd η_t og med samme autokorrelasjonsfunksjon som vanlige AR(p)-modeller. Dette resultatet er viktig siden det kan brukes til å teste om feilleddene til en modellspesifisering inneholder ARCH-effekter ved å se på autokorrelasjonsfunksjonene til kvadratfeilleddene.

Ofta er ikke bare ARCH-ledd nok til å modellere all heteroskedastisiteten i en tidsserie. Det finnes uttallige utvidelser, hvor den mest vanlige er GARCH(p,q)-modellene (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity). Her er ikke den tidsavhengige variansen bare avhengig av tidligere observasjoner av tidsserien, men også tidligere realiserte varianser:

$$h_t = c + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \gamma_j h_{t-j}$$

hvor q angir hvor mange GARCH-ledd som skal tas med. Variabelen c angir modellens langsiktige varians. Siden variansen på tidspunkt t i GARCH-modellen er avhengig av tidligere realiseringer av variansen, vil den være bedre til å fange opp volatilitets-klustere enn en

enkel ARCH-modell. Det kan være nyttig å merke seg at der ARCH(p)-modellen ga en $\{\varepsilon_t^2\}$ -prosess som fulgte en AR(p)-modell, gir GARCH(p,q)-modellen en $\{\varepsilon_t^2\}$ -prosess som følger en ARMA(max(p,q),q)-modell.

4.1.3. Fullstendig modell

Med avsnittene ovenfor er den fullstendige modellen for prisprosessen gitt av:

$$\begin{aligned} \ln(S_{i,t}) &= C_{i,t} + X_{i,t} = \beta_{i,0} + \sum_{j=1}^n \beta_{i,j} D_{i,j,t} + X_{i,t} \\ &= \beta_{i,0} + \sum_{j=1}^n \beta_{i,j} D_{i,j,t} + \sum_{u=1}^{p_1} a_u X_{i,t-u} + \sum_{v=1}^{q_1} b_v \varepsilon_{i,t-v} + \varepsilon_{i,t}; \end{aligned}$$

hvor

$$\varepsilon_{i,t} = \sqrt{h_t} v_t = \sqrt{c + \sum_{i=1}^{p_2} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{q_2} \gamma_j h_{t-j} v_t}$$

Siden modellen inneholder både uavhengige forklaringsvariabler, AR-, MA-, ARCH- og GARCH-ledd, kalles den en ARMAX-GARCH og koeffisientene estimeres ved hjelp av Maximum-Likelihood.

4.1.4. Risikojusterte prisprosesser

Det meste av bakgrunsmaterialet for å utføre analysen begynner nå å komme på plass, men enda gjenstår risikojusteringen av prisseriene.

I litteraturen benyttes det som oftest modeller i kontinuerlig tid for å beskrive en stokastisk pris sin dynamikk over tid. Det enkleste eksempelet er selvsagt den geometriske brownske bevegelsen (GBM) gitt ved $\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma dW_t$, hvor μ er driften, σ angir volatiliteten og dW_t er en Wiener-prosess. Den diskrete tilnærmingen av en GBM, er en tilfeldig gang med drift: $\Delta(\ln S_t) = \mu + \varepsilon_t$

For å risikojustere den kontinuerlige dynamikken til S_t , benyttes Girsanovs teorem som angir hvordan en stokastisk prosess endres under endringer i sannsynlighetsmål. Girsanovs teorem sier at

$$d\widetilde{W}_t = dW_t - \lambda dt$$

der $d\widetilde{W}_t$ angir Wiener-prosessen under ett sannsynlighetsmål, dW_t Wiener-prosessen under et annet sannsynlighetsmål og λ er en vilkårlig konstant. Det risikonøytrale sannsynlighetsmålet, Q , må være et ekvivalent martingalmål med tanke på det virkelige sannsynlighetsmålet P , som vil si at:

- Q og P gir sannsynligheten 0 for samme utfall
- Den diskonterte prisprosessen $\{\widetilde{S}_t\}$ er en martingal under Q med tanke på informasjonssettet \mathcal{F}_t - altså $E^Q(\widetilde{S}_t | \mathcal{F}_{t-1}) = \widetilde{S}_{t-1}$

Girsanovs-teorem benyttes til å forskyve fordelingen slik at prisprosessens drift blir lik den risikofrie renten (eller den risikofrie renten trukket fra en eventuell dividenderate). Prisen på risiko er dermed definert som den ekstra-avkastningen aktørene i økonomien forlanger for å påta seg en viss risiko. Altså er den risikonøytrale prisprosessen lik $\frac{dS_t}{S_t} = (\mu - \lambda\sigma)dt + \sigma d\widetilde{W}_t$. For at den diskonterte prisprosessen $\{\widetilde{S}_t\}$ skal være en martingal under Q , settes λ slik at driften blir lik den risikofrie renten r , altså $\lambda = \frac{\mu - r}{\sigma}$. Markedsprisen på risiko blir dermed meravkastning per enhet risiko, målt ved standardavvik.

Fullt så enkelt er det ikke å risikojustere noen av de diskrete modellene. Vanskeligere blir det også av at jeg har å gjøre med naturgass og elektrisitet. Elektrisitet er ikke en *handlet* vare i naturlig forstand siden den ikke er mulig å lagre annet enn i for eksempel vannreserver. En vare som må konsumeres i det øyeblikk den kjøpes, trenger ikke nødvendigvis å følge en martingal prosess under det risikonøytrale sannsynlighetsmålet; det er kun det risikofrie verdipapiret som må være en martingal i den risikonøytrale verdenen. Naturgass har liknende karakteristika som elektrisitet i og med at den er vanskelig å lagre. Ikke helt umulig, men kostnadene for lagring og transportkostnader er svært høye. Dette gjør at det er vanskelig å konstruere derivater ved hjelp av replikasjon.

Senere presenteres estimeringsresultatet for de ulike prisseriene, men jeg kan allerede nå avsløre at jeg blant annet ender opp med en AR-GARCH-modell der den logaritmiske spotprisen er gitt ved $\ln(S_{i,t}) = \beta_{,0} + X_{i,t}$, hvor $X_{i,t} = a_i X_{i,t-1} + \varepsilon_{i,t}$ med $X_{i,0} = 0$ og $\varepsilon_{i,t} = \sqrt{h_{i,t}} v_{i,t}$ der $h_{i,t} = c_i + \alpha_i \varepsilon_{i,t-1}^2 + \gamma_i h_{i,t-1}$ og $v_{i,t} \sim i.i.d. N(0,1)$.

Metoder for å risikojustere en prisprosess av typen ARMA-GARCH kan finnes i arbeidene til blant andre Duan(1995) og Hafner & Herwartz(2000). Førstnevnte generaliserte prinsippet om risikonøytral verdsetting til også å gjelde under betinget heteroskedastisitet, eller GARCH-modeller, ved å introdusere begrepet lokal risikonøytral verdsettingssammenheng (LRNVR). Prinsippet kan oppsummeres slik: Et risikonøytralt sannsynlighetsmål Q oppfyller den lokale risikonøytrale verdsettingssammenhengen dersom

- $\ln(S_{i,t})$ er betinget normalfordelt under Q
- $\ln(S_{i,t})$ har den samme betingede variansen under Q og P :

$$\text{Var}^Q(\ln(S_{i,t}) | \mathcal{F}_{t-1}) = \text{Var}^P(\ln(S_{i,t}) | \mathcal{F}_{t-1})$$

Under LRNVR-sannsynlighetsmålet Q er de stokastiske innovasjonene under P -sannsynlighetsmålet, $v_{i,t}$, skiftet med en \mathcal{F}_{t-1} -målbart funksjon λ_t . Denne fremgangsmåten er altså meget lik bruken av Girsanovs teorem som beskrevet tidligere. Valget av Q som risikonøytralt mål er riktig dersom man antar at økonomiens representative agent er nyttemaksimerende med konstant relativ risikoaversjon.¹⁷

LRNVR-metoden kan benyttes til risikonøytralisering av AR-GARCH-prisprosessen gitt ovenfor, ved at innovasjonsleddet $v_{i,t}$ skrives som $(Z_{i,t} - \lambda_{i,t})$. Dermed blir den logaritmiske spot-prisprosessen gitt ved $\ln(S_{i,t}) = \mu_{i,t} + \sqrt{h_{i,t}}(Z_{i,t} - \lambda_{i,t}) = \mu_{i,t} - \sqrt{h_{i,t}}\lambda_{i,t} + \sqrt{h_{i,t}}Z_{i,t}$ med $\mu_{i,t} = \beta_0 + \alpha_i X_{i,t-1}$. Variansleddet er da gitt ved $h_{i,t} = c_i + \alpha_i(Z_{i,t-1} - \lambda_{i,t-1})^2 + \gamma_i h_{i,t-1}$ hvor $Z_{i,t} \sim i. i. d. N(0,1)$.

Dette gir at den betingede forventningen til $\ln(S_{i,t})$ er lik

$$E^Q(\ln(S_{i,t}) | \mathcal{F}_{t-1}) = \mu_{i,t} - \sqrt{h_{i,t}}\lambda_{i,t} + E(\sqrt{h_{i,t}}Z_{i,t} | \mathcal{F}_{t-1}) = \mu_{i,t} - \sqrt{h_{i,t}}\lambda_{i,t}$$

Og den betingede variansen er gitt ved

$$\text{Var}^Q(\ln(S_{i,t}) | \mathcal{F}_{t-1}) = h_{i,t}$$

Den betingede fordelingen til $\ln(S_{i,t})$ under LRNVR-målet Q blir da normalfordelt, $(\ln(S_{i,t}) | \mathcal{F}_{t-1}) \sim \text{Norm}$, og den betingede variansen $\text{Var}^Q(\ln(S_{i,t}) | \mathcal{F}_{t-1}) = h_{i,t} = \text{Var}^P(\ln(S_{i,t}) | \mathcal{F}_{t-1})$. LRNVR-kriteriene er med det oppfylte.

¹⁷ Se Badescu & Kulperger (2007)

Et alvorlig problem med denne fremgangsmåten at den tar utgangspunkt i at prisprosessen beskriver et *handlet* verdipapir eller råvare. Naturgass og elektrisitet lar seg vanskelig behandle som normale råvarer eller verdipapirer. Dette faktum kan gjøre antagelsen om en markedspris på risiko tvilsom.

En alternativ verdsettingsmetode, som av og til er benyttet og som rent metodisk og praktisk er langt enklere, er den såkalte aktuariske metoden. Her benyttes historiske data til å kalkulere forventet verdi av et aktivum på en bestemt tid, for så å diskontere forventningsverdien med den risikofrie renten. Åpenbart er denne metoden riktig kun i de tilfeller hvor aktivumets prisdynamikk under det risikonøytrale sannsynlighetsmålet er den samme som i den virkelige verden.

Både den første fremgangsmåten som er gått igjennom over, som kalles ekvivalent martingalmål-metoden, og sistnevnte LRNVR-metoden viser at dersom man går fra den virkelige verden til den risikonøytrale verden, så forblir variansen (og den betingede variansen) lik. Det eneste som endres er aktivumets driftrate ved at markedsprisen på risiko trekkes fra. Den aktuariske metoden for verdsetting kan således kun være riktig dersom man kan anta at aktivumet ikke har noen systematisk risiko.

Uttrykket systematisk risiko stammer fra den mye anvendte kapitalverdimodellen (CAPM). I en CAPM-verden er det som kjent to typer risiko: Usystematisk og systematisk.

Usystematiske risiko vil si aktivumets risiko som er ukorrelert med den teoretiske, brede markedsporteføljen. Denne typen skal ikke være interessant for en investor, da den kan diversifiseres vekk ved å holde markedsporteføljen (jfr. de store talls lov). Investoren vil dermed ikke kreve meravkastning for å bære usystematiske risiko.

Et aktivums systematiske risiko den risikoen som ikke kan diversifiseres bort, siden denne stammer fra korrelasjonen mellom aktivumet og markedsporteføljen. Denne udiversifiserbare risikoen må investorene ha en meravkastning for å bære, og det er dette som gir opphav til en markedspris på risiko. Dersom den aktuariske fremgangsmåten skal benyttes for verdsettingsformål, må altså det aktuelle aktivum være ukorrelert med markedet.

Å anta ukorrelerthet mellom den teoretiske markedsporteføljen og henholdsvis prisen på naturgass og elektrisitet virker tilforlåtelig, selv om mange artikler viser at en slik fremgangsmåte gir dårligere verdisettingsresultater enn om man estimerer en markedspris på risiko implisert i futurespriser eller opsjonspriser¹⁸. Dette kan tyde på at energifutureskontrakter og andre derivater faktisk prises med en markedspris på risiko. Noen funn peker i retning at risikoprisen avhenger av futureskontraktens forfallstid og leveringstid (noen kontrakter spesifiserer levering over en måned, mens andre igjen så lenge som ett år). Jeg vil allikevel anta at strømprisen og naturgassprisen er ukorrelet med markedet, og dermed ikke innehar noen systematisk risiko som må prises.

For å rettferdiggjøre bruken av en stasjonær prisprosess under det risikonøytrale målet for å verdsette derivater av naturgass og elektrisitet, analyseres et datamaterial av futures- eller forwardpriser ex-ante (før faktum) for å teste om markedet forventer at fremtidige priser skal reversere tilbake til et gjennomsnitt (altså at spot-prisprosessen er stasjonær). Metoden tar i bruk futurespriser og fokuserer på sammenhengen mellom spot-prisen og helningen på forwardkurven (eller futureskurven). Dersom det er en negativ sammenheng mellom spotprisen og helningen på forwardkurven (definert som prisdifferansen mellom forwards med lang løpetid og forwards med kort løpetid) forteller det at en risikonøytral investor forventer at spot-prisen er stasjonær. For å teste om sammenhengen er negativ utføres regresjonen

$$F_t(S_{T_L}) - F_t(S_{T_K}) = \phi_0 + \phi_1 F_t(S_{T_K}) + \varepsilon_t$$

hvor $F_t(S_{T_L})$ og $F_t(S_{T_K})$ er prisen på futureskontrakten med henholdsvis lang og kort tid til forfall og ε_t er feilleddet. Siden det vil gi den samme konklusjonen, benyttes for enkelthets skyld av $F_t(S_{T_K})$ også som forklaringsvariabel i regresjonen.

Hver futurespris er lik den risikonøytrale forventningen til spotprisen på forfallstidspunktet. Dette vil si at en negativ sammenheng mellom helningen og spotprisen, altså en signifikant negativ ϕ_1 , betyr at prisprosessen er ex-ante stasjonær i det risikonøytrale tilfellet.

For kvotemarkedet argumenteres det i avsnitt 5.2.3 at det ikke er noen grunn til å mistenke at kvoteprisen ikke skal følge cost-of-carry prinsippet innenfor en handelsperiode. Det

¹⁸ Se blant annet Lucia og Torró (2008) og Weron (2005)

impliserer at den riktige diskonteringsrate for kvoteprisen er den risikofrie renten.

Estimeringsprosedyren vises i avsnitt 5.2.3.

4.2. Fremgangsmåte for estimering

I dette avsnittet presenteres Box-Jenkins-fremgangsmåten for å estimere koeffisientene i den økonometriske modellen i forrige avsnitt.

4.2.1. Deterministisk priskomponent

Ved å undersøke prisseriens autokorrelasjonsfunksjoner, samt autokorrelasjonsfunksjonene til tidsseriens førstedifferanse, vil man kunne si noe om hvorvidt det eksisterer sesongvariasjoner i datamaterialet.

Dersom det for eksempel finnes årlige sesongvariasjoner vil det vise seg i en rekke av autokorrelasjonsfunksjoner som går mot null med jevne sinusbølger med lengde ett år.

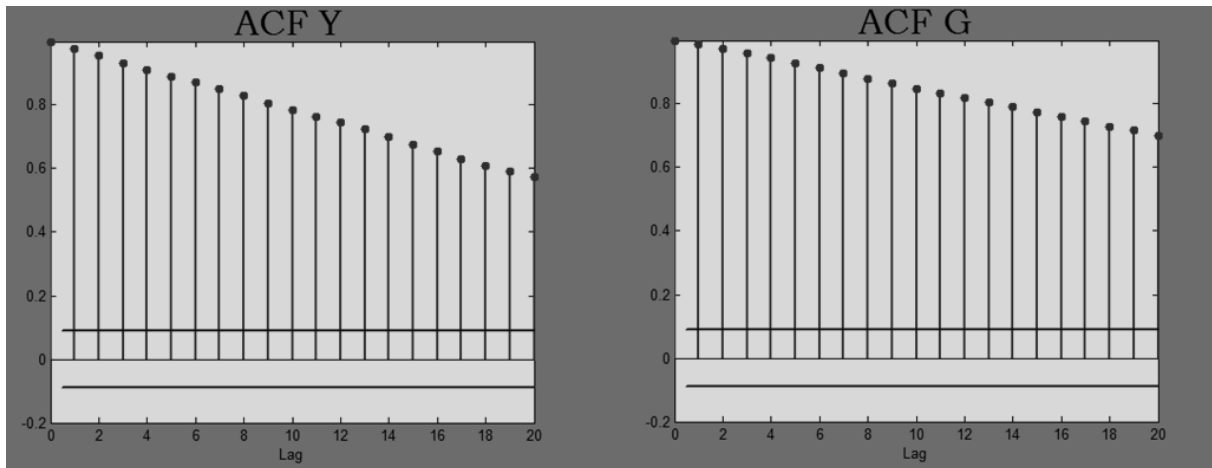
Finnes det månedlige sesonger, vil det vise seg i autokorrelasjonsfunksjonene til førstedifferansen til en månedsserie ved regelmessige, signifikante lag.

For å teste for deterministisk sesong på den logaritmiske prisserien, defineres et sett med dummyvariabler for de månedene, eller årstidene, som det finnes økonomisk argument for skal være signifikante. Deretter utføres en OLS-regresjon av de observerte logaritmiske prisene med dummyvariablene som forklaringsvariabler. For gass og elektrisitet er det naturlig å mistenke at de kan være høyere om vinteren enn om sommeren.

En måte å skille en stokastisk trend fra en deterministisk trend på er først å passe en trendlinje til tidsserien ved hjelp av en enkel OLS-regresjon av log-prisene mot tidsvariabelen. Deretter plotter man residualenes autokorrelasjonsfunksjoner. Dersom ACF-diagrammet viser autokorrelasjoner som faller sakte, kan det være et tegn på at serien har en stokastisk trend, og at det ikke er nok å detrende tidsserien for å oppnå stasjonærhet.

Det vil alltid være usikkerhet og skjønn knyttet opp mot det å undersøke autokorrelasjonsdiagrammer. Vanskeligheten oppstår for eksempel av at en tidsserie som er en tilfeldig gang, eller en Unit-Root-prosess, vil ha en ACF som kan minne om en serie med deterministisk trend med svakt fallende autokorrelasjoner. På samme måte vil det være svært vanskelig å skille en stasjonær prosess som er nær en tilfeldig gang fra en faktisk tilfeldig gang bare ved å se på ACF-diagrammene. Dette er illustrert nedenfor. Seriene

$Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t$ og $G_t = aG_{t-1} + \varepsilon_t$ simuleres og deres ACF-diagrammer er vist nedenfor. a er gitt en verdi nær 1, her 0.95. G_t er dermed en stasjonær AR(1)-modell, mens Y_t er en ren tilfeldig gang. Det kommer klart frem at ACF-diagrammene til de simulerte seriene så å si er identiske.



For å oppnå stasjonærhet avhenger altså av om tidsserien har en deterministisk eller en stokastisk trend. Ved førstnevnte oppnår man stasjonærhet ved å detrende tidsserien. Er serien en unit-root, må man ta førstedifferansen. Mer formelle tester for hvorvidt en tidsserie er stasjonær eller ikke er derfor nødvendig.

En test for stasjonærhet er Augmented Dickey-Fuller-testen (ADF-testen). Denne undersøker om tidsserien inneholder en unit-root-prosess. En unit-root er en ikke-stasjonær prosess som blir stasjonær ved å ta førstedifferansen. Nullhypotesen er at prosessen har karakteristika som tilsier en unit-root, eller sagt med andre ord den er en ikke-stasjonær tilfeldig gang. En ADF-test utføres ved å kjøre en regresjon på formen

$$\Delta Y_{i,t} = (\alpha_i - 1)Y_{i,t-1} + \sum_{k=1}^N \beta_k \Delta Y_{i,t-k} + \vartheta_0$$

hvor N er antall lag som er tatt med i regresjonen. En vanlig tommelfingerregel er å ta med så mange lag at det siste er signifikant. Nullhypotesen er at $(\alpha_i - 1) = 0 \rightarrow \alpha_i = 1$, som vil si at $\{Y_{i,t}\}$ er en unit-root. Det er også mulig å spesifisere testen med et trendledd for å tillate at $Y_{i,t}$ stiger over tid. Dickey og Fuller (1979,1981) viste at den estimerte koeffisienten for $(\alpha_i - 1)$ ikke er t-fordelte, og dermed ikke kan testes med en vanlig t-test. I stedet brukes kritiske verdier fra Dickey og Fuller (1981) for å teste hypotesen om at $(\alpha_i - 1) = 0$.

Å ikke kunne forkaste nullhypotesen i forrige avsnitt vil ikke si det samme som at en unit-root faktisk er til stede i tidsserien; det sier bare at man ikke kan *forkaste* at en unit-root er til stede. I stedet for å teste hypoteser kan det være vel så viktig å undersøke i hvilken grad prisutslag er forbigående eller permanente.

En variansforholdstest ser på forholdet mellom variansen til avkastningen over flere perioder og avkastningsvariansen over én periode. Slike tester er mye brukt i litteraturen¹⁹. Testen baserer seg på at dersom prisprosessen følger en tilfeldig gang, vil variansen til avkastningen over k -perioder øke lineært med størrelsen på k . Forholdet

$$F_k = \frac{\text{Var}(\ln(S_{i,t}) - \ln(S_{i,t-k}))}{k * \text{Var}(\ln(S_{i,t}) - \ln(S_{i,t-1}))}$$

vil altså gå mot 1 når k øker dersom $S_{i,t}$ følger en tilfeldig gang, eller motsatt gå mot 0 når k øker dersom prisprosessen er stasjonær. Derfor kan F_k sees på som et mål på den relative viktigheten av prisprosessens tilfeldige gang.²⁰

4.2.2. Stokastisk priskomponent

Til nå er eventuelle deterministiske priskomponenter blitt behandlet teoretisk. Imidlertid er det minst like interessant hvordan den logaritmiske spot-prisen avviker fra de deterministiske variasjonene. I oppgaven uttrykkes den stokastiske komponenten ved en ARMA(p_1, q_1)-modell eventuelt med GARCH(p_2, q_2) dersom feilleddene inneholder ARCH-effekter.

For å passe en ARMA(p_1, q_1)-modell til den stokastiske priskomponenten undersøkes autokorrelasjons- og partielle autokorrelasjonsfunksjonene til $\{X_{i,t}\}$, samt autokorrelasjonsfunksjonene til førstedifferansen. Dette vil gi klare hint om valg av p_1 og q_1 da vi vet hvordan ACF og PACF oppfører seg for rene AR- og MA-modeller.

Informasjonskriteriene for ulike kombinasjoner av AR- og MA-ledd vil også være behjelpelig. Det finnes mange forskjellige slike kriterier, hvor de mest brukte er AIC (Akaike's Information Criteria) og BIC (Bayesian Information Criteria). Felles for alle kriteriene er at de forsøker å rangere ulike modellvalg etter hvem som passer tidsserien best. En forskjell på AIC og BIC er

¹⁹ Se blant annet Campbell & Mankiw(1987) og Cochrane(1986)

²⁰ Schwartz, E. S. (1997)

at AIC tenderer til å favorisere store modeller mer enn BIC som har en høyere straff for antall forklaringsvariabler.

Etter p_1 og q_1 er valgt, og regresjonen utført, vanligvis ved hjelp av Maximum-Likelihood-estimering, er neste steg å undersøke feilleddet som den valgte modellen gir. Etter teorien skal denne tidsserien være en såkalt hvitt-støy-prosess, noe som vil si at feilleddene er uavhengige og identisk fordelte. For å teste om feilleddene er hvitt støy, kan man utføre en Ljung-Box-test. Nullhypotesen er at datamaterialet testen utføres på er tilfeldig, og testen baserer seg på testestimatoren

$$Q = n(n + 2) \sum_{j=1}^h \frac{\hat{\rho}_j}{n - j}$$

hvor $\hat{\rho}_j$ er seriens autokorrelasjon ved lag j , n er antallet observasjoner og h er antallet lag som testes. Under nullhypotesen er Q kji kvadratfordelt med h -frihetsgrader. Det er dermed en test på om noen av feilleddenes autokorrelasjon opp til et bestemt antall lag er signifikant forskjellig fra null, og dermed at feilleddene ikke er tilfeldige og ikke hvitt-støy.

Etter de deterministiske komponentene er skilt ut, og en passende ARMA-modell er funnet til den gjenværende stokastiske tidsserien, begynner undersøkelsen fordelingsegenskapene til feilleddserien. Et histogram og PP-plot over feilleddenes fordeling vil for eksempel kunne fortelle om hvorvidt dens fordeling har tykkere haler enn normalfordelingen, noe som er vanlig når man modellerer finansielle tidsserier. Som vist i Appendix B vil GARCH-modellene gi en fordeling med tykkere haler, men imidlertid sjeldent tykke nok.

I de fleste statistiske programvarer kommer tester for ARCH-effekter i feilleddene til en regresjon ferdig programmert. Gangen i en slik test er som følger: Resultatet av en regresjon benyttes til å finne de estimerte feilleddene $\{\hat{\varepsilon}_t\}$, på denne tidsserien utføres så en ny regresjon av formen $\hat{\varepsilon}_t^2 = \delta_0 + \sum_{i=1}^q \delta_i \hat{\varepsilon}_{t-i}^2 + \eta_t$. Testens nullhypotese blir så at $\delta_1 = \dots = \delta_q = 0$ mot alternativet at minst én er forskjellig. Under nullhypotesen er $TR^2 \sim \chi_q^2$ hvor R^2 er forklaringsgraden til regresjonen på kvadratfeilleddene.

En annen mulighet til å undersøke om feilleddene har GARCH-effekter er å benytte Ljung-Box-metoden, nemlig å starte med og se på feilleddenes autokorrelasjons- og partielle autokorrelasjonsfunksjoner. Denne metoden benytter seg av det faktum at under en

GARCH(p_2, q_2)-modell, så er kvadratet av feilleddene en ARMA($\max(p_2, q_2), q_2$)-modell slik det er bevist i avsnitt 4.1.2. Det er imidlertid viktig å merke seg at de estimerte feilleddene stammer fra en regresjon hvor det er antatt at feilleddene $\{\varepsilon_t\}$ har en konstant varians. Dermed gir det liten mening å forsøke å bestemme det nøyaktige antallet ARCH- og GARCH ledd ved kun å se på ACF- og PACF-diagrammet til $\{\varepsilon_t^2\}$; man må utføre en ny regresjon av $\{X_{i,t}\}$ med de på forhånd bestemte ARMA-leddene, hvor man samtidig antar at feilleddene følger en GARCH-prosess. Regresjonen av ARMA-GARCH-modellen utføres ved hjelp av Maximum-Likelihood.

Å velge riktig antall for p_2 og q_2 er ingen lett oppgave. Det er blitt argumentert for at standard informasjonskriter ikke kan benyttes når den aktuelle modellen innehar feilledd av ARCH-typen. En løsning på dette kan være å justere informasjonskriteriene.²¹ Ofte er det likevel slik at en GARCH(1,1)-modell er nok til å fjerne en stor del av GARCH-effektene. Det er derfor vanlig å begynne med $p_2 = q_2 = 1$.

5. Estimeringsresultater og antagelser

I dette avsnittet presenteres resultatene for de ulike prisseriene, samt antagelser knyttet til gasskraftverket og økonomien for øvrig. Prisseriene for naturgass og elektrisitet innehar mange av de samme egenskapene, og estimeringsprosedyren blir dermed liknende. Av den grunn presenteres de to prisseriene simultant.

5.1. Gasskraftverk, renseanlegg og økonomien for øvrig

Siden gasskraftverket på Kårstø er omdiskutert, eksisterer det mye informasjon omkring dets kostnader og tekniske egenskaper. Anlegget er også relativt nytt, noe som gjør det passende til bruk i oppgaven.

Anlegget på Kårstø kostet rundt to milliarder å ferdigstille. Kraftverket med en effekt på 420MW har en produksjon av elektrisitet som er oppgitt til 3,5 TWh årlig ved full kapasitet, noe som tilsier en månedlig maksimal produksjon på rundt 292 000 MWh. Videre opplyses det at totalt utslipp av CO₂ ved maksimal produksjon utgjør 1 200 000 tonn årlig, noe som betyr at kraftverket slipper ut 0,34 tonn CO₂ per produserte MWh elektrisitet. Gassforbruket ved maksimal kapasitet er 0,6 milliarder standard kubikkmeter, noe som gir et forbruk av

²¹ Se for eksempel Brooks og Brouke (2003)

1,89 MWh naturgass per produserte MWh strøm.²²

Tabell 4: Gasskraftverksdata

Gasskraftverket		
Investeringskostnad	K	2 000 000 000 NOK
Drifts- og vedlikeholdskostnader, årlige ²³	$c * 12$	110 000 000 NOK
Levetid	T_0	25 år
Maks produksjon, årlig	$q * 12$	3 500 000 MWh
Gassforbruk i MWh per produserte MWh strøm	H	1,89
CO ₂ -utslipp per produserte MWh strøm	$H * E$	0,34

Norges Vassdrags- og energidirektorat (NVE) la på slutten av 2006 frem en rapport om prosjektet for CO₂-fangst på Kårstø. Her ble det konkludert om at hele anlegget ville koste i overkant av 5 milliarder kroner. NVE oppgir videre at fangstanlegget skal redusere CO₂-utslippet fra Kårstø med ca 1 million tonn per år, noe som utgjør om lag 85 prosent av totale CO₂-utslipp. Årlige økte driftskostnader som følge av renseanlegget er regnet til om lag 370 millioner kroner ved 8000 timers bruk, noe som tilsvarer full kapasitet. Ved installasjon av et renseanlegg, vil gasskraftverkets totale output av elektrisitet gå ned – NVE regner med at effektiviteten på gasskraftverket reduseres med 8 til 10 prosent. Dette er fordi det går med mye strøm til å holde renseanlegget.

NVE-rapporten har imidlertid blitt kritisert i etterkant for å være for optimistisk. En ny vurdering er blitt utført av det statlige operatørselskapet Gassco, men rapporten er i skrivende stund ikke blitt offentliggjort. Det er imidlertid antydning at NVE sitt anslag for både investerings- og produksjonskostnader er for lave.²⁴ Jeg vil allikevel benytte meg av NVE sin rapport når det gjelder kostnadsanslagene for renseanlegget og de tekniske data.

Antagelsene knyttet til renseanlegget som benyttes i oppgaven gjengitt i tabell 5.

²² Alle tall hentet fra Naturkrafts egne hjemmesider.

²³ Tall hentet fra konsekvensutredning om bygging av et gasskraftverk i Fræna kommune av liknende størrelse

²⁴ "Håpet om CO₂-rensing svinner," NTB, 3.1.2009

Tabell 5: Data for et fullskala renseanlegg

Renseanlegg ²⁵		
Investeringskostnad	I	5 000 000 000 NOK
Drifts- og vedlikeholdskostnadsøkningfaktor	ϵ	2,55
Outputreduksjonsfaktor	β	0,843
Utslipsreduksjonsfaktor	γ	0,167

Jeg antar, som beskrevet tidligere, at verken gasskraftverket eller renseanlegget har noen byggetid, og at installeringen av et renseanlegg ikke øker eller reduserer den operasjonelle levetiden til gasskraftverket. Videre antas det at konsesjoner gis med løpetid på 20 år, slik at $T_K = 20$ og at den risikofrie renten er fast og kjent lik 5 prosent årlig, $r = 0,05$. Økonomiens inflasjon, som angir utviklingen i drifts- og vedlikeholdskostnadene samt investeringskostnadene, er antatt å være lik 2,5 prosent årlig.

5.2. Spotprisseriene

I dette avsnittet gjennomgås estimeringsresultatene for de ulike spotprisseriene, samtidig som det argumenteres for valget av de ulike modellene.

5.2.1. Elektrisitet og naturgass

Prisen på elektrisitet og naturgass inngår i gasskraftverkets kontantstrøm på en slik måte at det kan virke hensiktsmessig å estimere en modell på differansen mellom dem i stedet for å kalibrere modeller på de to prisseriene separat. Litteraturen har i de senere år anbefalt en slik modell for prisserier dersom de er kointegrerte.²⁶ Fordelene med en slik modell er klare, men for å føle seg trygg må det ligge økonomiske argument bak en eventuell kointegrasjon. Et argument som er mye brukt er at gassprisen og strømprisen er input og outputpriser, og at det dermed rettfærdiggjør en eventuell langsiktig likevekt mellom nivåene. Imidlertid er ikke dette et argument jeg føler meg trygg på kan overføres til norske strømpriser og prisen på gass, når det er kjent at norsk elektrisitet hovedsakelig er produsert av vannkraft, og kun en forsvinnende liten del kommer fra gasskraft. Jeg har likevel testet prisseriene over elektrisitet og naturgass for kointegrasjon ved hjelp av metoden foreslått av Engle og

²⁵ Tall hentet fra NVE (2007)

²⁶ Se for eksempel Dempster, Medova og Tang (2008)

Granger (1987) uten å kunne påvise en kointegrasjonssammenheng. Av den grunn velger jeg å estimere separate modeller for de to seriene.

Datamaterialet som brukes for å kalibrere modeller til spotprisseriene for elektrisitet og naturgass er de samme månedsgjennomsnittene som er presentert i avsnitt 2.4.1 og 2.4.2, og illustrert i figur 3. Observasjonene er for hver måned, og tiden er angitt i tall hvor starttidspunktet 0 er satt til januar 1993.

Figur 5 viser ACF-diagrammene til den logaritmiske prisen på elektrisitet og naturgass, samt ACF-diagrammene til førstedifferansen av seriene.



Figur 5:ACF-diagrammer til Elektrisitet og Naturgass

Hvert punkt, eller vertikal strek, representerer tidsseriens autokorrelasjon ved et gitt lag. For begge seriene har jeg plottet 48 lag totalt, noe som tilsvarer fire år og som dermed burde være nok til å kunne oppdage om det finnes noen regelmessige, årlige sesongvariasjoner. De skraverte områdene angir et 95 prosents konfidensintervall; en observasjon utenfor betyr en autokorrelasjon signifikant forskjellig fra null.

Diagrammene for autokorrelasjonsfunksjonene til de logaritmiske prisene viser at autokorrelasjonene går mot null sakte, noe som er et tegn på deterministiske komponenter. Samtidig fremkommer det at autokorrelasjonene beveger seg i sinuslignende bølger når antallet lag stiger. Kanskje klarest er dette for naturgass hvor bølgene har en lengde på om lag tolv måneder. Dette skulle tilsi at det er deterministiske, årlige sesongvariasjoner, noe det er argumentert for tidligere gir økonomisk mening. ACF-diagrammene for førstedifferansen av tidsseriene viser også tegn til regelmessighet i form av bølger med rundt 12 måneder fra topp til topp, eller bunn til bunn. Imidlertid er det ingen av disse autokorrelasjonene som er signifikante forskjellige fra null (i alle fall ikke som er regelmessig signifikante, at ett og annet lag ligger utenfor konfidensintervallet er åpenbart naturlig å forvente). Av den grunn synes det ikke naturlig å forsøke å differensiere bort de årlige sesongvariasjonene, men i stedet benytte seg av dummyvariabel-metoden beskrevet i avsnitt 4.2.1.

Tabell 6: Dummyvariabler

Siden naturgass og elektrisitet begge er energikilder brukt til blant annet oppvarming, vil det være intuitivt å anta

Vinter	$D_{1,t}$	1 hvis $t \in [\text{nov}, \text{jan}]$, 0 ellers
Sommer	$D_{2,t}$	1 hvis $t \in [\text{jun}, \text{aug}]$, 0 ellers

at prisene typisk er høyere om vinteren enn sommeren. Jeg konstruerer derfor de to dummyvariablene beskrevet i tabell 6. ACF-diagrammene til de to førstedifferansene viser om lag det samme bildet; de samme dummyvariablene blir derfor benyttet for både elektrisitet og naturgass. At strømprisen i Norge og naturgassprisen i Storbritannia skulle inneha de samme sesongene er logisk på grunn av de to landenes relative geografiske nærhet. Jeg definerer derfor regresjonen under for å finne de ulike sesongvariablene.

$$\ln(S_{i,t}) = \beta_{i,0} + \beta_{i,1}D_{1,t} + \beta_{i,2}D_{2,t} + X_{i,t}$$

$X_{i,t}$ er regresjonens feilledd og $i \in [el, ng]$ angir om det dreier seg om elektrisitet (*el*) eller naturgass (*ng*). Tabell 7 viser verdiene til de forskjellige OLS-estimatorene, samt deres standardavvik i parentes. Signifikante koeffisienter er merket med stjerner som anvist i tabellen. I første omgang er det hvorvidt koeffisientene har intuitivt riktige fortegn og om de er signifikant forskjellige fra null som er interessant, ikke nødvendigvis verdien av dem. Dette er fordi en ny regresjon vil være påkrevet etter at hele modellen er spesifisert.

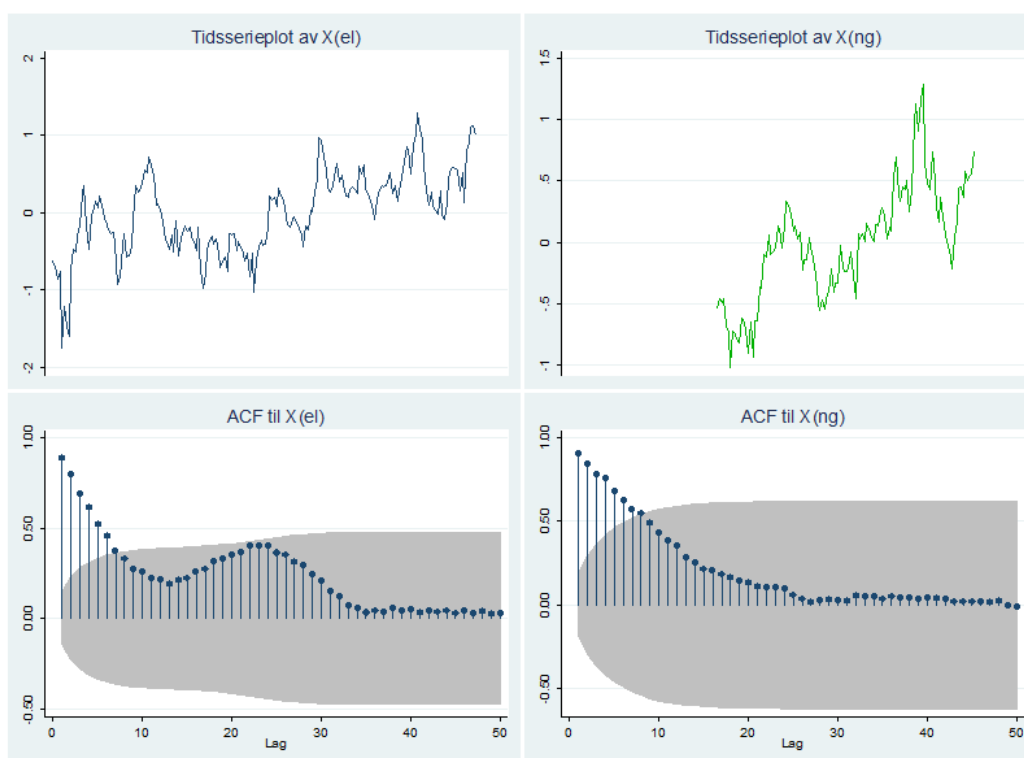
Tabell 7: Dummy-regresjon

Elektrisitet	$R^2 = 0,05$
$\beta_{el,0}^*$	5.1781 (0,0546)
$\beta_{el,1}$	0,1459 (0,0959)
$\beta_{el,2}^{**}$	-0,2044 (0,0945)
Naturgass	$R^2 = 0,09$
$\beta_{ng,0}^*$	4.4533 (0,0630)
$\beta_{ng,1}^{**}$	0,2586 (0,1072)
$\beta_{ng,2}$	-0,1487 (0,1084)
(***)=10% (**)=5% (*)=1%	

OLS-estimatorene for sommer er signifikant på 5%-nivå for naturgass, mens den er insignifikant på standard nivåer for elektrisitet. Imidlertid er vinter-variabelen signifikant for elektrisitet. Fortegnene er som man skulle forvente; begge prisene er høyere om vinteren enn de i gjennomsnitt er om høsten og våren, mens de er lavere om sommeren.

Forklaringsgradene til de to regresjonene er relativt lave på 5 og 9 prosent for henholdsvis elektrisitet og naturgass. En lav forklaringsgrad tilsier at det kun er en liten del av den totale variasjonen i prisnivået som kan forklares av sesongvariasjoner, noe som man også skulle forvente i de to markedene.

Regresjonsmodellens resultater benyttes til å estimere feilleddene $X_{el,t}$ og $X_{ng,t}$ for henholdsvis elektrisitet og naturgass. Tidsseriene $\{X_{el,t}\}$ og $\{X_{ng,t}\}$, samt deres autokorrelasjonsfunksjoner, er presentert i figur 6.

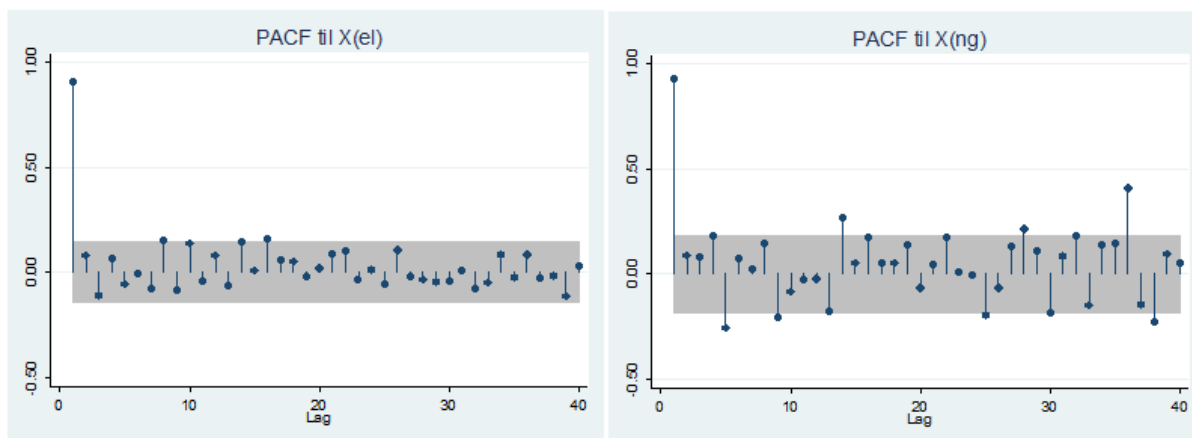


Figur 6: Sesongjusterte serier, tidsserieplot og ACF

Det kommer klart frem at feilleddene fra regresjonen over ikke er hvitt støy. Av ACF-diagrammet til $\{X_{el,t}\}$ synes det fortsatt å være noen sesongvariasjoner igjen i form av de

samme bølgene. Dersom ACF-diagrammet til de logaritmiske prisene sammenlignes med ACF-diagrammet til feilleddene, det vil si den sesongjusterte logaritmiske prisen, kan det imidlertid tyde på at autokorrelasjonsfunksjonene går noe raskere mot null enn hva tilfellet var før justeringen. For naturgass vises helt klare forskjeller i autokorrelasjonsdiagrammene. Etter sesongjusteringen er det knapt mulig å se noe til de karakteristiske bølgene.

Figur 7 viser de partielle autokorrelasjonsfunksjonene til de to justerte seriene. Begge seriene har helt klare signifikante autokorrelasjoner nær 1 ved første lag. For elektrisitet er det ingen flere lag som er signifikante, mens det for naturgass er noen negative autokorrelasjoner ved lange lag. Den klare signifikante partielle autokorrelasjonen ved første lag, samt en autokorrelasjonsfunksjon som faller mot null ved stigende antall lag skulle tilsa en autoregressiv modell av første orden, altså en ARMA(1,0)-modell.



Figur 7: Sesongjusterte serier, PACF

Et signifikant første lag nær 1 kan også bety at tidsseriene ikke er stasjonære, men i stedet en ikke-stasjonær unit-root-prosess. For

en mer formell test benyttes en ADF-test

for å se om tidseriens første

autokorrelasjoner er signifikant forskjellig

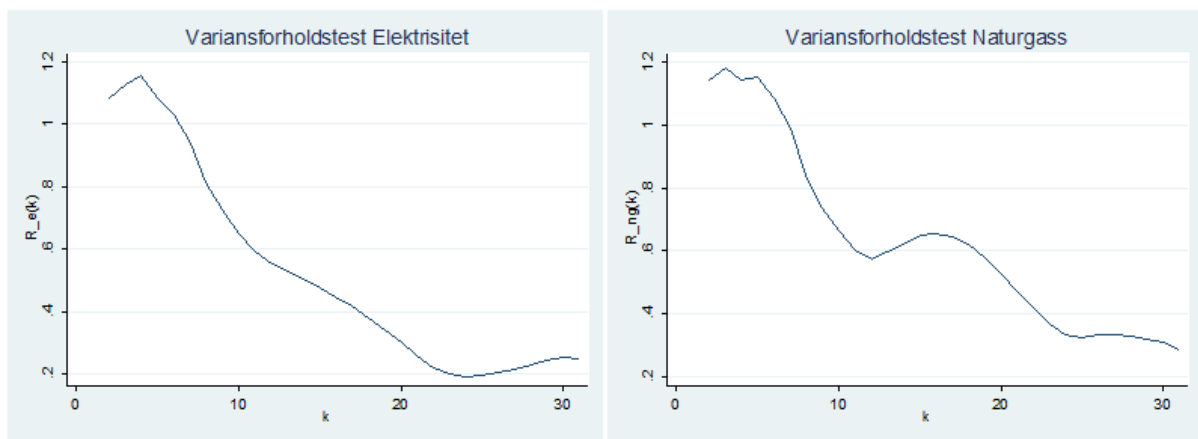
fra 1. I tabell 8 er teststatistikken $Z_i(n)$ fra ADF-testene oppført for de to tidsseriene, hvor n angir antallet observasjoner. De tilhørende kritiske verdier, Z_{α}^K , er oppgitt for de vanlige konfidensnivåene. Nullhypotesen om at elektrisitet inneholder en unit-root kan forkastes på 5 prosents konfidensnivå, mens det for naturgass ikke er mulig å forkaste nullhypotesen på

Tabell 8: ADF-test

		$Z_{1\%}^K$	$Z_{5\%}^K$	$Z_{10\%}^K$
$Z_{el}(189)$	-2,935	-3,480	-2,884	-2,574
$Z_{ng}(115)$	-1,955	-3,505	-2,889	-2,579

standard konfidensnivå. Dickey-Fuller-tester er følsomme overfor for få data, noe det kan hende jeg er offer for her.

Som argumentert vil ikke det å ikke kunne forkaste en nullhypotese være ekvivalent med at nullhypotesen er bevist; det betyr bare at man ikke kan forkaste den. I stedet for å teste for unit-root, undersøker jeg variansforholdet til de to seriene for å se om de minner stasjonære eller ikke-stasjonære prosesser. Fremgangsmåten er den samme som er beskrevet i avsnitt 4.2.1. Figur 8 viser sammenhengen mellom variansforholdet $F_{i,k}$ og k for de to tidsseriene.



Figur 8: Variansforholdstest elektrisitet og naturgass

Av figuren kommer det klart frem at variansforholdet for begge tidsserien er en negativ funksjon av k . Dette impliserer at prisutslag er forbigående og ikke permanente. Siden det er langsiktige prisbaner som

skal simuleres, er dette en prisenegenskap det er viktig å ha med.

Tabell 9 viser informasjonskriteriene AIC og BIC for ulike ARMA($p_1, 0$)-modeller for de to seriene.

p_1	Elektrisitet		Naturgass	
	AIC	BIC	AIC	BIC
1	-11,51	-1,77	-61,31	-53,05
2	-10,59	2,39	-60,09	-49,08
3	-10,93	5,30	-58,67	-44,91
4	-9,75	9,73	-60,25	-43,73
5	-8,41	14,32	-66,42	-47,14
6	-6,42	19,56	-64,94	-42,91

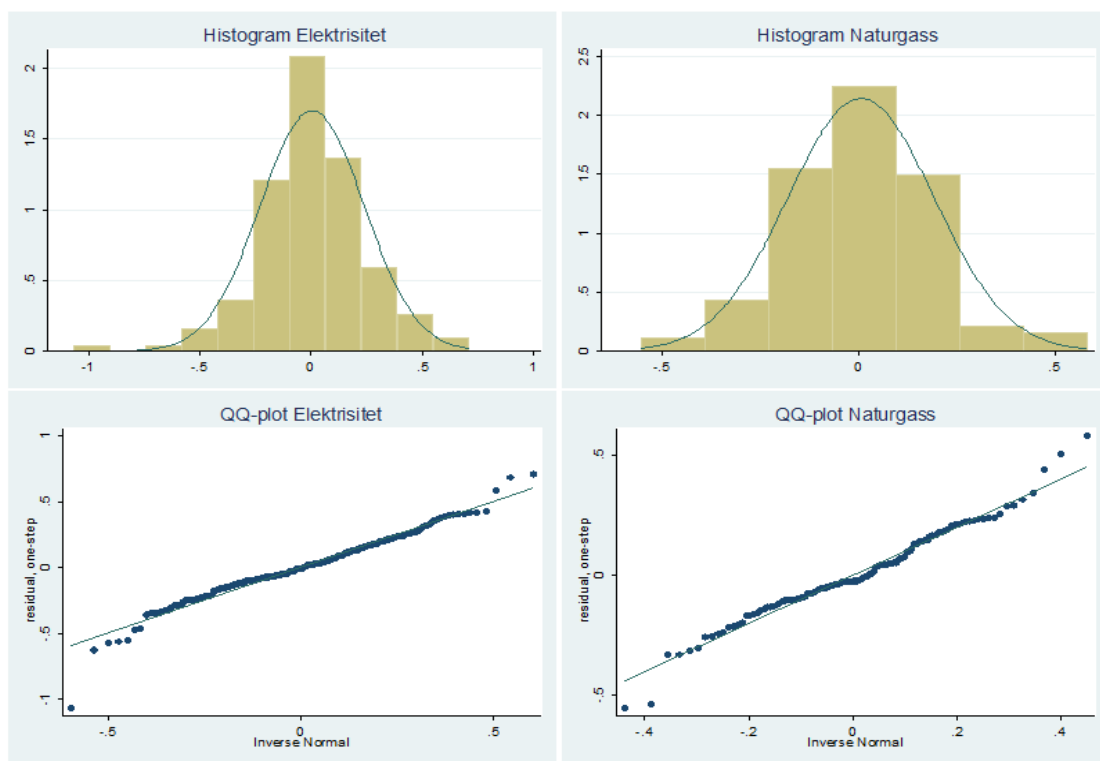
Tabell 9: Informasjonskriterier til AR(p) på elektrisitet og naturgass

Informasjonskriteriene for modeller inneholdende MA-ledd er ikke tatt med da disse generelt ble rangert langt dårligere enn de rene AR-modellene. Konstantleddet er for øvrig ikke fjernet i ARMA-modellene når AIC og BIC ble regnet ut.

AIC-kriteriet favoriserer store modeller for naturgass, mens BIC rangerer en enkel AR(1)-modell som beste for å modellere begge tidsseriene. Dette er et gledelig resultat siden en enkel modell er å foretrekke av parsimoniske hensyn fremfor en komplisert modell med mange ledd.

En AR(1)-modell passes til de to tidsseriene, for så å teste feilleddene for autokorrelasjon. Av enkelthet, og siden $\{X_{i,t}\}$ er regresjonsfeilledd, tar jeg ikke med et konstantledd, slik at $X_{i,t} = a_i X_{i,t-1} + \varepsilon_{i,t}$.

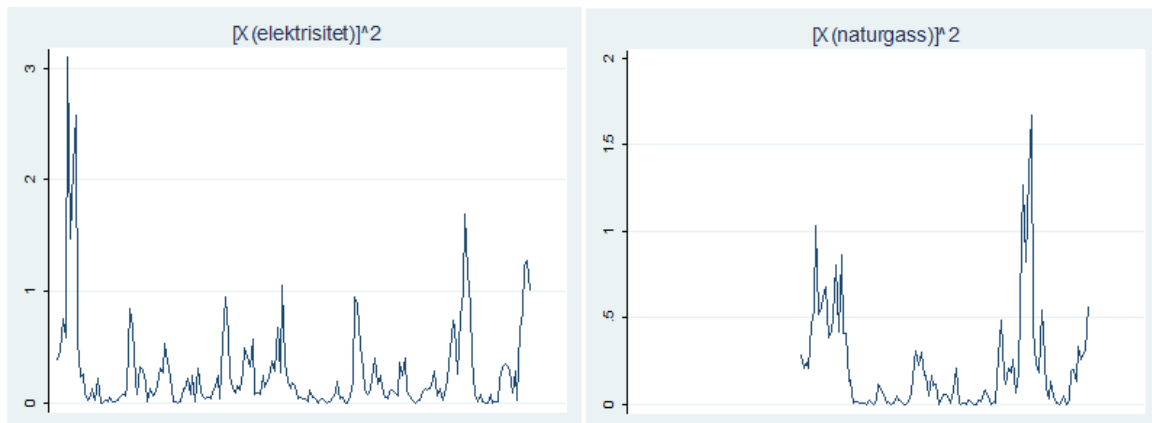
Det er feilleddene her som er av størst interesse for nå, siden det er disse som viser hvorvidt det er nødvendig å kalibrere en GARCH-modell. Først ser jeg på fordelingen til feilleddene for å se om antagelsen om normalfordeling holder vann. Figuren nedenfor viser de to serienes histogrammer og plot over kvantilene mot normalfordelingen (QQ-plot).



Figur 9: Fordelingsegenskaper, elektrisitet og naturgass

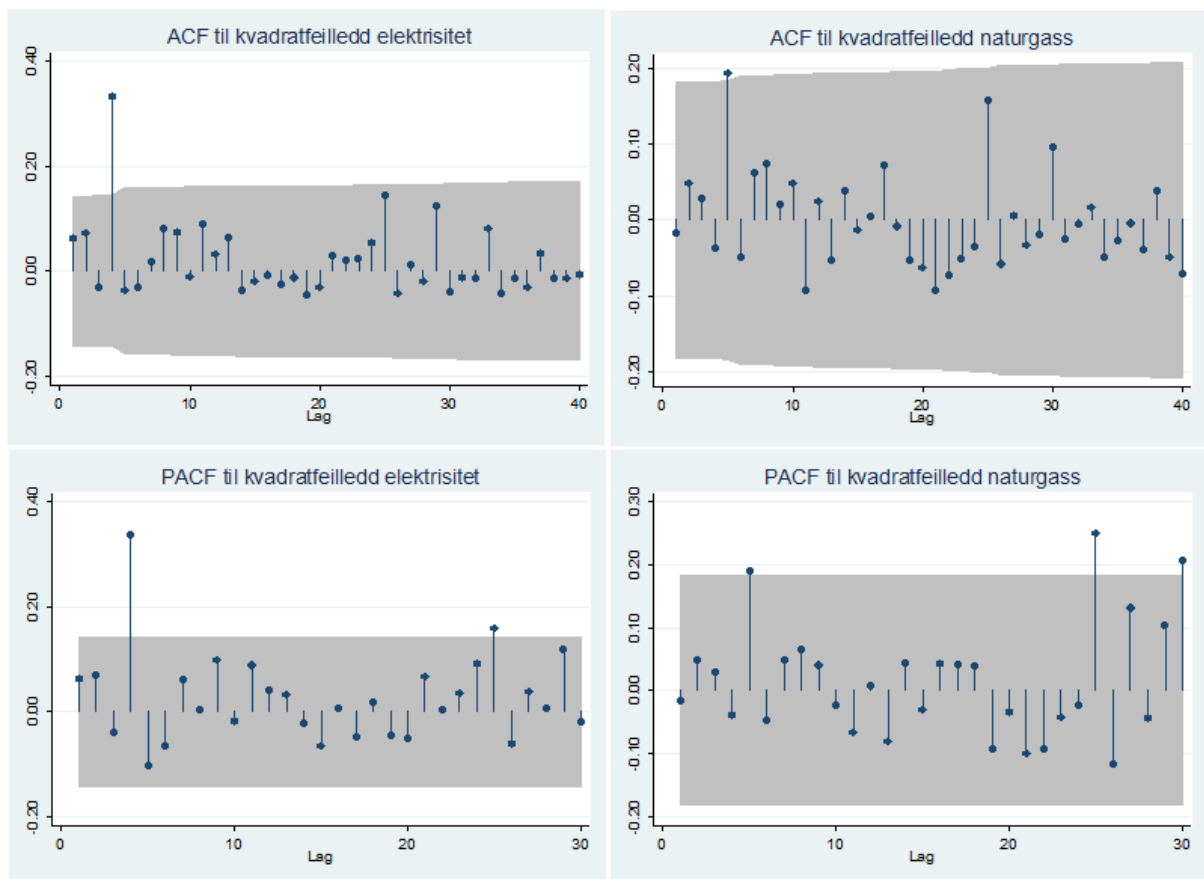
Av figur 9 kommer det frem at normalfordelingen er en ganske god tilnærming, selv om det kan tyde på at begge prisseriene har noe tyngre haler. Det er likevel ingenting som tilsier en endring av antagelsen om normalfordeling.

Dersom vi bruker kvadratet av seriene $\{X_{i,t}\}$ som en tilnærming på prisutslag, kommer det tydelig frem av enkle tidsserieplot at variasjonen varierer dels kraftig over tid, samt at kraftige prisutslag også har en tendens til å bli etterfulgt av kraftige prisutslag. Disse volatilitetsansamlingene tilsier at det er GARCH-effekter til stede. Tidsserieplottene er vist under.



Figur 10: Kvadratavkastning til elektrisitet og naturgass

En ARCH-test lik den beskrevet i avsnitt 4.2.2, utføres på de fire første lagene til feilleddene til de to AR-regresjonene. Testene forkaster nullhypotesen om ingen ARCH-effekter i alle tilfeller. For å undersøke nærmere benyttes at kvadratfeilleddene $\{\varepsilon_{i,t}^2\}$ følger en ARMA($\max(p_2, q_2), q_2$)-prosess dersom det er GARCH-effekter til stede. ACF- og PACF-diagrammene gjengis under.



Figur 11: ACF og PACF til kvadratfeilledd, elektrisitet og naturgass

Autokorrelasjonsfunksjonene viser tegn til GARCH-effekter i strømprisen på månedlig basis ved at autokorrelasjonen på fjerde lag er statistisk signifikant forskjellig fra null. Noen klare GARCH-effekter er ikke lett å trekke ut ifra autokorrelasjonen til naturgass. Dette kan tyde på at om det finnes GARCH-effekter i naturgassprisen, så er de mest sannsynlig kortvarige.²⁷ Imidlertid kan man ikke nøyaktig bestemme hvor mange lag som skal være med i en GARCH-modell ut ifra kvadratfeilleddene når de er funnet slik som i denne fremgangsmåten.

Som beskrevet i avsnitt 4.2.2 vil heller ikke AIC og BIC benyttet på modeller med ARCH-ledd kunne gi noen god rangering. For å ta høyde for eventuelle tidsavhengigheter i variansen til de to prisseriene, estimeres både en enkel AR(1)-modell og en AR(1)-GARCH(1,1)-modell for strøm- og naturgassprisen. Deretter sammenlignes resultatene for den enkle og den utvidede modellen. De fullstendige modellene er dermed uttrykt ved:

²⁷ Jeg har undersøkt de ukentlige gjennomsnittsprisene og funnet klart signifikante GARCH-effekter i både elektrisitets- og naturgassprisen. Jeg velger, av hensyn til plass og relevans, imidlertid ikke å presentere resultatene her.

$$\ln(S_{i,t}) = \beta_{i,0} + \beta_{i,1}D_{1,t} + \beta_{i,2}D_{2,t} + X_{i,t}; \text{ hvor}$$

$$X_{i,t} = \alpha_i X_{i,t-1} + \varepsilon_{i,t};$$

Den første modellen, en enkel AR(1), har feilledd av hvitt støy, $\varepsilon_{i,t} \sim N(0, \sigma_i^2)$, mens AR(1)-GARCH(1,1)-modellen forutsetter $\varepsilon_{i,t} = \sqrt{h_{i,t}}v_{i,t}$ hvor $h_{i,t} = c_i + \alpha_i \varepsilon_{i,t-1}^2 + \gamma_i h_{i,t-1}$ og $v_{i,t} \sim N(0,1)$. Koeffisientene estimeres med Maximum-Likelihood, og resultatene er beskrevet i tabell 10.

Regresjon 1: AR(1)-modeller		Regresjon 2: Modeller med GARCH	
Elektrisitet	AIC=-20,75 BIC=-4,51	Elektrisitet	AIC=-27,29 BIC=-4,56
$\beta_{el,0}^*$	5,1907 (0,2046)	$\beta_{el,0}^*$	5,2137 (0,0834)
$\beta_{el,1}$	0,0634 (0,0535)	$\beta_{el,1}$	0,0349 (0,0419)
$\beta_{el,2}^{**}$	-0,0766 (0,0364)	$\beta_{el,2}$	-0,0607 (0,0386)
a_e^*	0,9159 (0,0246)	a_e^*	0,9244 (0,0300)
		α_e^{***}	0,1611 (0,0882)
		γ_{el}^*	0,7240 (0,1289)
		c_{el}^*	0,0060 (0,0037)
Naturgass	AIC=-72,71 BIC=-58,94	Naturgass	AIC=-71,48 BIC=-54,96
$\beta_{ng,0}^*$	4,4644 (0,2390)	$\beta_{ng,0}^{**}$	3,8173 (1,6730)
$\beta_{ng,1}^*$	0,1491 (0,0333)	$\beta_{ng,1}^*$	0,1495 (0,0337)
$\beta_{ng,2}$	-0,0331 (0,0627)	$\beta_{ng,2}$	-0,0313 (0,0605)
a_{ng}^*	0,9442 (0,0267)	a_{ng}^*	0,9922 (0,1950)
		α_{ng}	-0,0191 (0,1285)
		c_{ng}^*	0,0291 (0,0040)

Tabell 10: Foreløpige regresjoner

Koeffisienten for dummyvariabelen som angir sommer er ikke signifikant i noen av regresjonene på naturgasserien. Den utvidede regresjonen gir et ARCH-leddet som ikke er signifikant forskjellig fra 0. Sistnevnte kombinert med autokorrelasjonsdiagrammet i figur 12 som kun viste hint til GARCH-effekter, leder meg til å velge den enkle modellen fremfor den utvidede. En Ljung-Box-test av feilleddene i AR(1)-regresjonen gir for øvrig ikke grunnlag for å forkaste nullhypotesen om hvitt støy. Den insignifikante sommer-dummyvariabelen i den endelige regresjonen fjernes i den endelige regresjonen, slik at den gjenværende vinter-dummen tar høyde for de klare sesongvariasjonene i prisen på naturgass.

Regresjonen på strømprisen gir derimot signifikante koeffisienter i den utvidede modellen. Ljung-Box-testen av residualene til den enkle modellen forkaster nullhypotesen om hvitt støy, derfor virker AR(1)-GARCH(1,1) som det beste valget. Siden dummyvariablene er insignifikante i regresjon 2, og kun sommer-dummykoeffisienten er signifikant på 10%-nivå i den første regresjonen, fjernes dummyvariablene i den endelige modellen. Regresjonsresultatene av de endelige modellene for strømprisen og prisen på naturgass vises i tabell 11 under.

Tabell 11: Endelige modeller

Elektrisitet		Naturgass	
$\beta_{el,0}^*$	5,2418 (0,0790)	$\beta_{ng,0}^*$	4,4545 (0,2400)
α_e^*	0,9212 (0,0287)	$\beta_{ng,1}^*$	0,1492 (0,0335)
α_e^*	0,1570 (0,0757)	α_{ng}^*	0,9450 (0,0266)
γ_{el}^*	0,7465 (0,1179)		
c_{el}^{**}	0,0052 (0,0027)	σ_{ng}	0,1683

En siste koeffisient som også vil være interessant for oppgavens del er korrelasjonen mellom naturgass og elektrisitet. Når prisprosessene skal simuleres, vil støykomponentenes korrelasjon ha mye å si for verdsettingen av opsjoner og andre derivater. Selv om antagelsen om en fast korrelasjonskoeffisient aldri er særlig realistisk, er dette noe som er svært vanlig å gjøre i litteraturen. Denne oppgaven er således intet unntak. Korrelasjonen mellom feilleddene til de to regresjonene er estimert til $\rho_{el,ng} = 0,2726$. Dette er typisk en lavere korrelasjon enn hva som er vanlig å finne mellom eksempelvis naturgass og prisen på elektrisitet i Tyskland, eller et annet land på kontinentet. Norges kraftproduksjon skulle imidlertid ikke tilsa en høy korrelasjon mellom norsk elektrisitet og prisen på naturgass.

5.2.2. Naturgass og elektrisitet under det risikonøytrale sannsynlighetsmålet

Diskusjonen i avsnitt 4.1.4 konkluderte med at det vil være hensiktsmessig å anta at prisen på elektrisitet og naturgass er ukorrelert med markedet. Jeg vil likevel benytte regresjonsanalysen fra 4.1.4 for å rettferdiggjøre bruken av de stasjonære modellene. Regresjoner av følgende type utføres

$$F_t(S_{T_L}) - F_t(S_{T_K}) = \phi_0 + \phi_1 F_t(S_{T_K}) + \varepsilon_t$$

på futuresdata for elektrisitet og naturgass for å analysere om markedet typisk *forventer* at prisene skal være stasjonære i det risikonøytrale målet eller ikke. Data som benyttes er månedlige forward- og futureskontrakter for henholdsvis elektrisitet og naturgass som er handlet på NordPool Financial Market og på ICE.²⁸

Kontraktene for både elektrisitet og naturgass fungerer slik at en kjøper som holder kontrakten til forfall er pliktet til å kjøpe et gitt antall MWh strøm og naturgass hver dag gjennom hele kontraktens periode, til en på forhånd fastsatt pris (futures-/forwardprisen på kjøpstidspunktet). Underliggende blir dermed gjennomsnittlig spotpris i løpet av kontraktmåneden. Den risikofrie renten antas å være deterministisk, slik at det ikke er noen prisforskjeller på forward og futureskontrakter.

På NordPool Financial Market handles det til enhver tid futureskontrakter på elektrisitet for de fem påfølgende månedene. På ICE-børsen handles det kontrakter på naturgass for de åtte påfølgende månedene, samt en del kontrakter med enda lengre tid til forfall. Kun de kontraktene som forfaller innen åtte måneder benyttes her.

For begge markedene strekker datamaterialet seg fra januar 2004 til oktober 2008. Data er samlet ved forfallstidspunkt hver eneste måned, altså slik at tidsserier for kontrakter med 1 til N måneder til forfall er oppnådd. N er 5 for elektrisitet og 8 for naturgass.

Tabell 13 viser resultatene fra de ulike regresjonene. T_L betegner hvor mange måneder det er igjen til den lengste kontrakten forfaller. Som T_K benyttes den kontrakten med kortest tid til forfall i alle regresjonene; T_K er lik 1 måned.

Tabell 12: Test for stasjonærhet under det risikonøytrale sannsynlighetsmålet

T_L	2	3	4	5	6	7	8
Elektrisitet							
$\hat{\phi}_{e,1}$	0,051***	0,056	0,0003	-0,113			
Naturgass							
$\hat{\phi}_{ng,1}$	0,045***	0,016	-0,088	-0,015***	-0,175**	-0,192**	-0,191**

Resultatene for naturgass viser at en stasjonær modell passer med forventningene i markedet. For lange kontrakter forventes det typisk at prisen vil reversere tilbake, siden koeffisientene er signifikant negative. For elektrisitet er det vanskeligere å si noe sikkert i og

²⁸ Data er hentet fra NordPools ftp-server og Datastream.

med at futureskurven er såpass kort som den er med bare fem kontrakter til enhver tid. Det er imidlertid verdt å merke seg at det virker som om koeffisienten faller når tid til forfall stiger, og selv om den siste koeffisienten riktignok ikke er signifikant forskjellig fra null, er den nære å være det på 10%-nivå.

5.2.3. Spotprisen på klimagasskvoter

EUs kvotemarked er et ungt marked med sine knappe fire år, noe som gjør det vanskelig å lage gode spotprisdynamikkmodeller over lengre tidshorisonter. Enda yngre blir det av at kvoter utstedt i én handelsperiode ikke kan overføres til den neste. Dette deler i realiteten datamaterialet inn i to ulike markeder: Ett fra 2005 til 2007, og ett fra 2008 til i dag. Senere handleperioder vil ha en varighet på fem år, og vil på samme måten representere forskjellige markeder. Oppdelingen av markedet på denne måten over tidsperioden gjør modellering svært vanskelig, av den grunn behandles her markedet for utslippskvoter som et kontinuerlig marked.

Siden CO₂-kvotene fritt kan handles i en gitt fase, vil det ikke være noen signifikante lagringskostnader ved å holde en kvote annet enn tapte rentekostnader. For at det skal eksistere en convenience yield, må holderen av det fysiske aktivum tjene noe relativt til å holde en rett til å kjøpe aktivumet. Siden det kun er nødvendig å eie kvotene én gang i året, nettopp på oppgjørsgdatoen, vil det ikke være noen fordel å holde en kvote over det å holde en futureskontrakt så lenge kontrakten forfaller før denne datoen. Forfaller futureskontrakten derimot i etterkant av oppgjørsgdatoen, vil det være en ulempe å holde kontrakten da kvotene ikke kan brukes for å oppfylle årets utslippskrav. Dette vil tilsvare en positiv convenience yield.

Som beskrevet er det imidlertid mulig for en bedrift å låne fremtidige tildelte kvoter, så lenge det ikke går utover inneværende fase, for å dekke opp et gitt års utslipp av CO₂. Dermed vil tilfellet over kun gi en positiv convenience yield dersom bedriften holder flere futureskontrakter med forfall i etterkant av oppgjørsgdatoen enn det antallet kvoter den har mulighet til å låne fra neste års tildeling.

Da det kun eksisterer kun et begrenset datamateriale over CO₂-kvoter, antas kvotene å følge en geometrisk brownsk bevegelse.²⁹ Den risikonøytrale prisprosessen til klimakvotene er dermed gitt ved den generelle formelen

$$dS_{c,t} = \mu_t S_{c,t} dt + \sigma_c S_{c,t} dW_{c,t}^*$$

hvor μ_t er en tidsvarierende risikonøytral driftrate, $dW_{c,t}^*$ er den risikonøytrale wienerprosessen, og σ_c er en konstant volatilitet. Dette gir en risikojustert forventning på tidspunkt t til prisen på tidspunkt T ($T > t$) lik $E_t^Q(S_{c,T}) = S_{c,t} e^{\int_t^T \mu(\tau) d\tau + 1/2 \sigma^2}$, som også må være lik kontraktsprisen på tidspunkt t på en futures med forfall på tidspunkt T . Altså er $F_t(S_{c,T}) = S_{c,t} e^{\int_t^T \mu(\tau) d\tau + 1/2 \sigma^2}$. Differensieres logaritmen med hensyn på forfallstiden oppnås uttrykket

$$\mu_t = \frac{\partial}{\partial t} (\ln(F_t(S_{c,T})))$$

Siden det i oppgaven skal simuleres prisbaner, og datamaterialet er i diskret tid, ser jeg ingen fordel ved å operere med modeller i kontinuerlig tid. Den diskrete tilnærmingen til prosessen over er en enkel tilfeldig gang gitt med drift ved

$$\ln(S_{c,t}) = \mu_t + \ln(S_{c,t-1}) + \varepsilon_{c,t}$$

Den risikonøytrale forventningen på tidspunkt t til den logaritmiske prisen på tidspunkt T er da gitt ved $E_t^Q(\ln(S_{c,T})) = \sum_{j=t+1}^T \mu_j + \ln(S_{c,t})$. Prisen på en futureskontrakt med forfall på tidspunkt T er $F_t(S_{c,T}) = S_{c,t} e^{\sum_{j=t+1}^T \mu_j + 1/2 \text{Var}_t(\ln(S_{c,T}))}$, som ved logaritmen gir uttrykket

$$\ln(F_t(S_{c,T})) = \sum_{j=t}^T \mu_j + 1/2 \text{Var}_t(\ln(S_{c,T}) + \ln(S_{c,t}))$$

Antar videre at den forventet risikonøytrale driften μ_t er den samme over alle løpetider, slik at

$$\ln(F_t(S_{c,T})) = \mu_t(T - t) + 1/2 \text{Var}_t(\ln(S_{c,T})) + \ln(S_{c,t})$$

Differensiering med hensyn på forfallstidspunktet T gir

²⁹ Dette synes vanlig i litteraturen. Se blant annet Szolgayova(2008), Szolgayova(2008) og Abadie og Chamorro (2008)

$$\begin{aligned} & \ln(F_t(S_{c,T+1})) - \ln(F_t(S_{c,T})) \\ &= \mu_t(T + 1 - t + T + t) + \frac{1}{2} \text{Var}_t(\ln(S_{c,T+1})) - \frac{1}{2} \text{Var}_t(\ln(S_{c,T})) \end{aligned}$$

Siden variansdifferansen uansett er så liten, kan dette uttrykket tilnærmes med:

$$\hat{\mu}_t = \ln(F_t(S_{c,T+1})) - \ln(F_t(S_{c,T}))$$

Det oppnås dermed et uttrykk for den forventede, risikojusterte driften til klimagasskvotene mellom to forfallsdatoer. Dette kan brukes til å estimere markedets forventede, risikonøytrale vekstrate på et hvert tidspunkt. Siden jeg ikke har antatt noe annet om μ_t enn at den er den risikonøytrale driften til prisprosessen klimagasskvotene følger, vil den inneholde et risikofritt renteelement så vel som en eventuell convenience yield. For å undersøke tilstedeværelsen av en convenience yield i markedet for klimagasskvoter, estimerer jeg μ_t for daglige observasjoner av futureskontraktene med forfall i desember. Differansen mellom logaritmene til futureskontraktene med forfall i eksempelvis desember 2007 og desember 2006, observert for eksempel den 2.5.2005, vil angi et estimat for markedets forventede risikonøytrale drift for året 2006 den aktuelle dagen. I tabellen nedenfor er gjennomsnittene over de daglige observasjonene presentert. Årene hvor en handelsfase slutter og en ny begynner, det vil si 2008 og 2013, er ikke tatt med. Kolonnene angir for hvilket år den forventede risikonøytrale driftraten gjelder, mens radene bestemmer periodene gjennomsnittene er tatt over.

	Fase 1		Fase 2				Fase 3
	2006	2007	2009	2010	2011	2012	2014
Hele perioden	0,6 %	2,2 %	2,2 %	2,2 %	2,2 %	2,4 %	4,0 %
2005	0,6 %	0,7 %	0,4 %	0,5 %	0,5 %	0,5 %	
2006-2007		3,2 %	2,6 %	2,6 %	2,6 %	2,5 %	
2008			2,9 %	3,0 %	3,1 %	4,0 %	4,0 %

Tabell 13: Forventet risikonøytral vekst i kvoter, årene 2006 til 2014.

Det fremkommer av tabell 13 at man fikk en markant endring i den forventede risikonøytrale vekstraten etter 2005. For eksempel steg den forventede risikonøytrale veksten for år 2007 fra 0,7 prosent i 2005 til 3,2 prosent i gjennomsnitt i perioden 2006-2007. De lave estimatene for 2005 skyldes trolig illikviditet og dårlig tilgang til markedet i startfasen, noe som også ga opphav til arbitrasjemuligheter for de aktører som hadde tilgang til handelen av

kvoter³⁰. Etter hvert som markedet ble mer modent, har også den forventede risikonøytrale vekstraten steget, og i gjennomsnitt i 2008 har den ligget tett opp mot et nivå man normalt forbinder med en langsiktig risikofri rente. Det betyr at dersom det faktisk er en convenience yield innbakt i μ_t , er den ikke i særlig grad økonomisk signifikant.

Av den grunn antas det videre i oppgaven at markedsprisen på risiko ikke er signifikant forskjellig fra null, slik at den risikonøytrale driftraten til klimagasskvotene er lik den risikofrie renten. Denne antagelse støttes blant annet av Uhrig-Homburg & Wagner (2006) sin empiriske analyse av spot- og futuresmarkedet for CO₂-kvoter hvor de konkluderte med at spot- og futuresprisene syntes å følge cost-of-carry-prinsippet innen en handlefase, altså at den risikonøytrale dynamikken til futuresprisen er gitt ved den stokastiske prosessen

$$dF_{c,t}(S_{c,s}) = \sigma_c F_{c,t} dW_{c,t}^*$$

Tabell 14 viser standardavviket til dagsavkastningen til kvotefutureskontraktene med forfall i desember for hvert år fra og med 2005. Kontraktene er gruppert i hvilken fase de har deres forfalltidspunkt. Datamaterialet over futureskontrakter handlet på ICE strekker seg over alle handledager fra 22. April 2005 til 21. August 2008. Tallene er annualisert ved å multiplisere standardavviket med roten av 250.

Tabell 14: Annualisert standardavvik til klimakvoter

Forfallsmåned	Observasjoner i hele perioden	Observasjoner 2005	Observasjoner 2006-2007	Observasjoner 2008
Des05-Des07	94,9 %	44,1 %	140,5 %	
Des08-Des12	44,0 %	46,4 %	46,6 %	32,0 %
Des13-Des14	29,6 %			29,6 %

Av tabell 14 kan det trekkes den konklusjon at volatiliteten helt klart var høyere i den første fasen av handelen mens markedet var umodent. Særlig virket informasjonssjokket i april 2006 inn på volatiliteten til de kontraktene som utgikk i fase 1, mens volatiliteten til de andre kontraktene (de som forfalt først i fase 2) nærmest forble helt upåvirket. I 2008, eller i fase 2, kan det virke som volatiliteten har falt tilbake, noe som igjen tyder på at markedet stoler mer på det politiske prosjektet med kvotesystem. Imidlertid er det verdt å merke seg at det ikke er mye data fra 2008.

³⁰ Se Uhrig-Homburg og Wagner (2006)

Vi er ikke lenger enn ett år ut i den andre fasen av handelen på EUs kvotemarked, noe som gjør det vanskelig å trekke noen konklusjoner om hvordan volatiliteten på kvoteprisen vil være i fremtiden. Dersom det konsentreres om den inneværende perioden, har gjennomsnittlig annualisert volatilitet på desemberkontraktene som forfaller mellom 2008 og 2012 ligget på rundt 44 prosent frem til 2008. Som et estimat på årlig volatilitet benyttes derfor 0,44 videre i oppgaven.

Siden det ikke er noen klare argumenter for hvorfor kvoteprisen skulle følge deterministiske sesongbestemte sykler, er den risikonøytrale prisprosessen til kvoteprisen, som skal brukes til simulering av investeringsverdien, dermed gitt ved

$$\ln(S_{c,t}) = r_m - \frac{1}{2}\sigma_c^2 + \ln(S_{c,t-1}) + \varepsilon_{c,t}$$

hvor $\{\varepsilon_{c,t}\} \sim N(0, \sigma_c^2)$, r_m den månedlige risikofrie renten $0,05/12$ og $\sigma_c = 0,44/\sqrt{12}$. Merk

at en halv multiplisert med tidsperiodens varians er trukket fra. Dette gjøres på grunn av egenskapene til log-normalfordelingen, slik at det er spot-prisen, og ikke den logaritmiske prisen som har den risikofrie renten til driftparameter.

Det tilgjengelige datamaterialet er for lite til å finne gode estimater for månedlige korrelasjonskoeffisienter mellom elektrisitet, naturgass og kvoter. Det er mer enn ett år siden Norge knyttet seg til det europeiske kvotesystemet. Å estimere en korrelasjon på data som stammer fra en tid hvor Norge ikke hadde noe med kvotemarkedet å gjøre, virker dermed ikke som en god fremgangsmåte når det skal simuleres priser 45 år frem i tid. Jeg må derfor lage antagelser om korrelasjonen mellom norsk elektrisitet og europeiske klimagasskvoter.

Andre liknende artikler benytter seg av en korrelasjon så høy som 0,70 mellom elektrisitet og kvoter³¹, noe som virker alt for høyt for Norge sitt vedkommende da størsteparten av strømproduksjonen kommer fra kraftverk som ikke er forurensende. Som en pekepinn kan man regne korrelasjon mellom daglige avkastninger på futureskontrakter på klimagasskvoter og elektrisitet og naturgass. Jeg sammenlikner derfor futureskontrakter med forfall den samme måneden for klimagasskvoter, naturgass og elektrisitet.

³¹ Se Abadie og Chamorro (2008)

For kontrakter som forfaller i fase 2 av EUs kvotehandel (fra 2008 og utover) er korrelasjonen mellom dagsavkastningen på naturgass og klimagasskvoter estimert til 0,43, mens kontraktene som utløp i fase 1 kun hadde en korrelasjon på 0,13. Dette kan komme av at markedet var oversvømt av kvoter i fase 1 av handelen. En relativt høy korrelasjon på 0,43 mellom gass og kvoter gir intuitivt mening da gass er en meget viktig energikilde i EU.

Dagsavkastningen mellom forwardkontrakter på elektrisitet og kvotefutures som forfalt i fase 1 av handelen hadde en korrelasjon på 0,09, mens korrelasjonen for fase 2 er estimert til 0,47. Forwardkontrakter på elektrisitet handles kun for de etterfølgende 6 månedene til enhver tid, mens det for kvoter handles kontrakter med mye lengre løpetid. Det sistnevnte resultatet er derfor beregnet på et veldig tynt datamateriale.

Det er selvsagt verdt å merke seg at korrelasjonene er estimert på dagsavkastning, ikke månedsavkastning, og dermed at de ikke kan benyttes direkte. Jeg vil imidlertid anta at korrelasjonen mellom kvoter og naturgass er noe høyere enn korrelasjonen mellom kvoter og norsk elektrisitet. Samtidig virker det intuitivt at kvoter og elektrisitet skal ha en høyere korrelasjon enn elektrisitet og naturgass da det kun finnes få gasskraftverk i Norge.

Videre i oppgaven antar jeg derfor at den ukentlige korrelasjonskoeffisienten til elektrisitet og kvoter er $\rho_{el,c} = 0,3$ og at naturgass og kvoter korrelerer med $\rho_{ng,c} = 0,4$.

5.3. Karbonskatt

For å oppnå mest mulig sammenlignbarhet med et kvotesystem, antas det her at den politisk bestemte skattebanen stiger over tid med samme takt som forventningen til kvoteprisen, altså den risikofrie renten. Utgangspunktet for skattesatsen settes lik kvoteprisen på starttidspunktet, som er 20 euro per tonn, eller om lag 160 norske kroner. Dette gjør resultatene for skatteregimet og klimakvotesystemet direkte sammenlignbare ved undersøkelse av den innvirkning kvotenes prisusikkerhet har på verdiberegningene.

Kvotenes prisvariasjoner skyldes blant annet usikkerhet omkring fremtidige politiske beslutninger angående antallet klimagasskvoter som allokeres. Det vil trolig være nødvendig å justere miljøpolitikken flere ganger i fremtiden ettersom ny informasjon om miljøvirkningene blir tilgjengelig. Det samme er nødvendigvis sant for et eventuelt skatteregime, noe som bringer oss til neste avsnitt.

5.4. Politisk risiko

Når politikere er uklare rundt den fremtidige miljøpolitiske utviklingen kan det lede til at aktørene i økonomien, i stedet for å investere i eksempelvis et renseanlegg med en gang, heller venter og ser an hva som skjer med de politiske rammeverkene i fremtiden. Det er ingen som vil sitte med en investering verdt mange milliarder om den fremtidige politiske utviklingen viser seg å være veldig lite restriktiv.

I tilsvarende analyser som denne foreslås det å modellere den politiske risikoen ved å benytte seg av prisprosesser med diskontinuerlige hopp.³² Hoppene kan skje på tilfeldige tidspunkt eller ikke, og sannsynligheten kan bestemmes av ulike, passende fordelinger.³³

Da det europeiske kvotesystemet er delt inn i forhåndsbestemte perioder med handel, anser jeg det ikke som passende å benytte meg av en fremgangsmåte som tar høyde for implementering av nye politiske tiltak eller justeringer på tilfeldige tidspunkt. Jeg antar at enhver ny endring i det politiske rammeverket skjer hvert femte år når én fase slutter og en ny begynner.³⁴

Jeg har allerede vært inne på eksempelet med tildelingen av vederlagsfrie kvoter til gasskraftverket på Kårstø, og hvordan forslaget til ny kvotelov førte til at Naturkrafts eiere nedskrev verdien av investeringen. Tildelingen av kvoter, og i det hele tatt det totale antallet kvoter myndighetene bestemmer å allokere til industrien vil kunne endre seg fra handelsfase til handelsfase. Det er nettopp denne politiske bestemt justeringen i antallet kvoter som vil bety en politisk risiko for aktørene i økonomien under et kvotesystem. Jeg har argumentert for at en overveiende stor andel av prisutslagene i kvoteprisen de siste årene har skyldtes nettopp usikkerhet rundt EUs miljøpolitikk, og jeg vil derfor konsentrere analysen rundt hvordan politisk usikkerhet påvirker investeringsmuligheten til kun å gjelde for et skattesystem. Dette vil for øvrig gjøre effekten av den politiske usikkerheten langt klarere, da det kun vil være denne som gir opphav til stokastisitet i prisen på CO₂.

Politisk usikkerhet modelleres som et stokastisk hopp i skattesatsen hvert femte år. De politiske justeringene antas å begrense seg til en umiddelbar prisendring på CO₂ i

³² Se for eksempel Yang et al.(2007) og Szolgayova et al (2008)

³³ Levendorski og Boyarchenko (1998) undersøker for eksempel tilfeller der politiske sjokk er ikke-gaussiske

³⁴ Siden analysen tar utgangspunkt i Norge, kunne man tenke seg at man i stedet valgte at politiske skift i så fall skjedde hvert fjerde år når det er Stortingsvalg. Dette ville imidlertid ikke skapt store forskjeller i resultatene.

størrelsesorden +/-50 prosent. Aktørene i markedet har på forhånd ingen ekstra informasjon, og vil dermed angi lik sannsynlighet for ethvert utfall mellom et fall på 50 prosent og hopp på 50 prosent i prisen på utslipp. Denne særdeles gjennomsiktige fremgangsmåten gjør at den månedlige utviklingen av den fastsatte skattesatsen kan uttrykkes ved

$$\tau_t^P = (1 + r_M)\tau_{t-1}^P * (1 + 0.5\omega D_t^P)$$

der r_M er den månedlige risikofrie renten og D_t^P er en politisk dummyvariabel som er lik 1 dersom t hører med til sekvensen "hvert femte år" og 0 ellers. ω er et tilfeldig tall mellom -1 og 1 trukket fra en uniform fordeling hvor alle utfall gis lik sannsynlighet.

6. Resultater

Resultatene kalkuleres ved hjelp av MATLAB-sekvensene introdusert i Appendix A. Jeg simulerer i alt 250 000 baner av hver prisserie som benyttes i beregningene. Under presenterer jeg resultatene mine fra de ulike utregningene og diskuterer deres betydning.

6.1. Scenario (A)

Scenario (A) er formulert i avsnitt 3.1.1 og omhandler et operasjonelt gasskraftverk under de ulike politiske regimene. Analysen gjøres for å undersøke hvordan implementeringen av miljøpolitiske tiltak vil påvirke den allerede eksisterende forurensende industrien i økonomien. Jeg starter med å undersøke verdsettelsen av et operasjonelt gasskraftverk under de ulike politiske regimene:

- (1) Ingen incentivpolitikk
- (2) Skatt på utslipp
- (3) Fritt handlede klimagasskvoter

Verdien av gasskraftverkets fremtidig kontantstrøm regnes ut som anvist i avsnitt 3.2. Referansecase blir regimet uten noen form for incentivpolitikk. I tabell 15 nedenfor er de forventede nåverdiene, altså verdien av gasskraftverkets fremtidige operasjoner, presentert.

Tabell 15: Verdiberegninger av gasskraftverket under Scenario (A)

Miljøpolitikk	Verdi av produksjon
(1) Ingen incentivpolitikk	1 707 800 000 NOK
(2) Skatt på utslipp	-118 920 000 NOK
(3) Fritt handlede kvoter	530 980 000 NOK

Verdien av et operasjonelt gasskraftverks fremtidige kontantstrøm i dag, gitt det heller urealistiske referansecaset med et politisk regime uten noen form restriktiv miljøpolitikk er beregnet til 1,7 milliarder kroner. Med et deterministisk skatteregime er denne verdien negativ med en verdi på over minus 100 millioner kroner. En verdireduksjon er et ventet resultat, men at det skulle være såpass kraftig kan komme som en overraskelse. En skattesats, og dermed en pris på klimagassutslipp, vil som vist øke den marginale produksjonskostnaden. Som beskrevet i avsnitt 2 er det nettopp derfor et skatteregime vil føre til rensing såfremt renseteknologien er til stede og billigere på marginen enn skattesatsen. Dersom gasskraftverket derimot opererer i et kvotesystem er verdien langt høyere enn tilfellet for skatt. Den forventede nåverdien av det konvensjonelle gasskraftverket er nå noe over 500 millioner kroner.

Grunnen til at estimatet på verdien under et kvotesystem er såpass mye høyere enn under et skattesystem er at kvoteprisen er stokastisk, noe som gir en merverdi under antagelsen om operasjonsfleksibilitet. Når gasskraftverket har muligheten til å skru av og på produksjonen, vil kvotenes prisvariasjon være ønsket siden man dermed vil pause produksjonen i alle de tilfeller hvor kvoteprisen gjør produksjon ulønnsomt. Siden kvoteprisen er antatt å være korrelert med prisen på elektrisitet, vil de to prisene stige og falle sammen. Dette fører til at marginalkostnaden ved produksjon beveges i takt med inntektsgrunnlaget til gasskraftverket.

Begge de to miljøpolitiske regimene utgjør altså et verdifall for gasskraftverket, og vil derfor kunne virke incentiverende til rensing av utslippet. For å undersøke om noen av regimene faktisk gjør investeringer i et fullskala renseanlegg av den typen som beskrevet i avsnitt 5.1 optimalt, beregnes markedsverdien til opsjonene presentert i avsnitt 3.1.1. Et renseanlegg vil, som beskrevet tidligere, generere mer eller mindre profitt utover det å produsere med fullt utslipp. For at det skal være optimalt å investere i et renseanlegg må således skattesatsen, eller prisen på utslippskvoter være høye nok. Da vil kraftverket tjene på å rense

utslippene. Ved å beregne opsjonsverdiene gjennom fremgangsmåten i avsnitt 3.4.1 vil man se om det kan lønne seg med et fullskala renseanlegg. Dersom det er en positiv opsjonsverdi knyttet til investeringsmuligheten, vil det være en sannsynlighet for at de underliggende prisene utvikler seg slik at investeringen er rasjonell.

Tabell 16: Verdiberegninger av investeringsmuligheten under Scenario (A)

Miljøpolitikk	Verdi av investeringsmulighet i dag
(1) Ingen incentivpolitikk	0
(2) Skatt på utslipp	0
(3) Fritt handlede kvoter	4 195 100 NOK

Allerede i den algebraiske utledningen av opsjonsverdiene ble det klart at det aldri vil være optimalt å investere i et renseanlegg under regime 1. Hva som kan virke noe overraskende derimot, er at investeringsmuligheten under regime nummer 2 er verdiløs. Det vil med andre ord *aldri* lønne seg å investere i et fullskala renseanlegg for et allerede i operasjonelt gasskraftverk dersom man innfører et skatteregime av den typen som er beskrevet her. Dette er fordi utgangspunktet for skattesatsen, som jeg satte til prisen på en CO₂-kvote på tidspunkt t_0 , samt den tilhørende stigningstakten, r_m , rett og slett er for lav i forhold til renseteknologiens kostnad.

Under et regime med fritt handlede klimagasskvoter ser vi imidlertid at investeringsmuligheten har en opsjonsverdi som overstiger 4 millioner kroner. Det er verdt å minne om at klimagasskvotenes prisdynamikk, slik de er spesifisert i denne oppgaven, har den samme driften og det samme utgangspunktet som skattesatsen; forventet kvotepris er den samme som den deterministiske skattesatsen på et gitt tidspunkt. Det eneste som skiller de to er klimakvotenes (dels kraftige) volatilitet, eller prisusikkerhet. Det er med andre ord kun denne prisusikkerheten som gjør at investeringsmuligheten overhodet får en positiv verdi.

Det er ingen klar fordeling av optimal utøvelse, noe som gjør det vanskelig å si når i gjennomsnitt et renseanlegg blir bygget, gitt at det er optimalt å bygge. Imidlertid er det mulighet for tidlig utøvelse av investeringsmuligheten. Verdien er ikke høy, noe som tilsier at sannsynligheten for at det vil komme til å bli optimalt å utøve opsjonen å bygge et fullskala renseanlegg er relativt liten. Det er bare 87 simulerte tilfeller av i alt 250 000, som gir

resultatet at investeringer er optimalt. Det typiske tilfellet er helt klart at et fullskala renseanlegg aldri vil bli tilknyttet et operasjonelt gasskraftverk.

6.2. Scenario (B)

I avsnitt 3.1.1 formuleres scenario (B) som tar for seg tilfellet der myndighetene har bestemt, som et ledd i miljøpolitikken, å ikke gi ut konsesjon til å bygge et gasskraftverk med mindre man bygger det med et fullskala renseanlegg. Resultatene fra verdsettingsberegningene under de tre miljøpolitikkene, er gjengitt i tabellen nedenfor.

Tabell 17: Verdiberegning av konsesjonen under Scenario (B)

Miljøpolitikk	Verdi av konsesjon i dag
(1) Ingen incentivpolitikk	10 667 000 NOK
(2) Skatt på utslipp	9 882 000 NOK
(3) Fritt handlede kvoter	10 047 000 NOK

Dersom konsesjonen blir gitt i dag med en varighet på tjue år, og under det politiske regimet hvor man ikke har priset CO₂, er den beregnede verdien på rundt 10 millioner kroner. Dette er ikke mye, og kommer av at det kun er en liten sannsynlighet for at konsesjonen vil være lønnsom å utøve. Av de i alt 250 000 simuleringene over 240 måneder er det kun i 267 tilfeller det vil være lønnsomt å investere i gasskraftverket med et renseanlegg. Alle utenom én av de optimale investeringsbeslutningene tas i måned 300, eller i det øyeblikk konsesjonen går ut. Det er med andre ord ingen incentiv til tidlig utøvelse av opsjonen når det ikke er satt noen restriktiv miljøpolitikk fra myndighetshold.

Sammenligner man resultatene fra de forskjellige politiske regimene ser man at det ikke utgjør store forskjellene på konsesjonsverdien. Mens markedsprisen på den samme konsesjonen i et kvotesystem er rundt 6 prosent lavere enn konsesjonen i et land uten miljøpolitikk, er en konsesjon verdt rundt 7 prosent mindre i et regime hvor CO₂-utslipp er skattlagt.

Under et politisk regime med fastsatt skattesats og tilhørende fremtidig utvikling faller sannsynligheten for utøvelse noe siden det blir mindre lønnsomt å drive et gasskraftverk. I regime 2 er det 209 tilfeller av i alt 250 000 hvor utøvelse er lønnsomt, og igjen ser vi at alle utenom ett skjer ved utløp. Under et kvotesystem er det 216 tilfeller i alt hvor det er lønnsomt å utøve konsesjonen, hvorav 215 av tilfellene legger seg til siste måned.

Det er viktig å merke seg at medianen av alle tilfeller igjen helt klart er 0; i det typiske tilfellet utøves ikke konsesjonen av denne typen før den går ut – og det gjelder for alle de tre politiske regimene. Kostnaden knyttet til et fullskala CO₂-rensaneanlegg av denne typen er per i dag for høy.

Resultatene er en sterk indikasjon på at de politiske regimene, slik de er definert i denne oppgaven, er for lite restriktive om de sammenlignes med kostnaden knyttet til et fullskala anlegg, i alle fall dersom målet er å incentivere til bygging av fullskala rensaneanlegg.

6.3. Verdier under politisk usikkerhet

Dersom aktørene i økonomien møter en politisk usikkerhet i den fastsatte skattebanen, slik det er beskrevet i avsnitt 5.4, endres resultatene. Verdien av det operasjonelle gasskraftverket under politisk usikkerhet estimeres til -31 863 000 NOK. I likhet med verdiberegningen av gasskraftverket under et regime med klimakvoter (eller ekvivalent med en stokastisk pris på CO₂) er også dette høyere enn verdien under et helt deterministisk skattesystem som ble estimert til å være -118 920 000 NOK. Som jeg skrev i avsnitt 6.2 skyldes denne verdiforskjellen gasskraftverkets operasjonelle frihet.

Verdiberegningene av de ulike investeringsmulighetene er gjengitt i tabellen under.

Tabell 18: Verdiberegninger med politisk usikkerhet, Scenario (A) og (B)

Beregninger med politisk risiko	Verdi av investeringsmulighet
Scenario (A)	0
Scenario (B)	9 907 100 NOK

Igjen blir resultatet at det aldri vil være optimalt å installere et fullskala rensaneanlegg på et allerede operasjonelt gasskraftverk under et politisk regime som tar på seg ansvaret for å prise CO₂-utslipp gjennom en bestemt skattesats. Dette vises i at opsjonsverdien er beregnet til null.

Tas det høyde for den politiske usikkerheten øker den beregnede verdien av konsesjonen under scenario (B) noe sammenlignet med tilfellet hvor den bestemte skattesatsen ikke blir endret. 216 av de simulerte tilfellene gir nå optimal utøvelse. Gitt at konsesjonen benyttes, vil det igjen etter all sannsynlighet skje ved utløpsdatoen; i kun ett av tilfellene hvor utøvelse er optimalt skjer det før utløp av konsesjonen.

7. Konklusjon

Regjeringen har varslet at de skal vurdere muligheten av å ta regningen med å bygge et fullskala renseanlegg på Kårstø. De siste signalene er at investeringsbeslutningen skal tas en gang på høsten dette året.

Det er selvsagt ikke slik at statlige investeringer nødvendigvis skal kaste av seg på lik linje med private. I politiske investeringsbeslutninger tas flere hensyn enn monetær avkastning. Det kan for eksempel tenkes at et statlig finansiert fullskalaanlegg på Kårstø vil gi viktige teknologiske erfaringer til hjelp i kampen mot klimakrisen, og at det dermed blir mer og regne som et forskningsprosjekt enn en kapitalinvestering. Det synes i denne oppgavens sammenheng upassende å forsøke å argumentere i den ene eller den andre retning om et eventuelt statlig engasjement på Kårstø.

Utgangspunktet for oppgaven var at en varig løsning der myndighetene alltid tar regningen for utslippsreduksjon ikke er en ønsket situasjon på noen måter. Politikken må med andre ord legges på en slik måte at det private næringsliv, gjennom profittmaksimering, tar initiativ til kraftige utslippsreduksjoner.

Hvorvidt det ville være økonomisk rasjonelt for en profittmaksimerende agent å investere i et fullskala renseanlegg ble analysert i et realopsjonsrammeverk. Videre ble analysen utvidet til å gjelde ulike former miljøpolitiske regimer, for å analysere om politiske tiltak kunne påvirke agenten i en slik måte at ønsket investeringsresultat ble oppnådd. Det ble også tatt høyde for politisk usikkerhet rundt en skattesats satt av myndighetene.

Det kommer klart frem av resultatene at det i all hovedsak ikke vil være økonomisk rasjonelt for en profittmaksimerende agent å investere i et fullskala renseanlegg i Norge på den størrelsen som er planlagt på Kårstø under landets nåværende incentivpolitikk.

Beregningene er gjort på bakgrunn av NVEs rapport fra 2007; en rapport som siden har blitt kritisert for å ha anslått kostnadene for lavt. Høyere kostnader ved renseteknologien vil i oppgavens rammeverk kun gjøre en investering mer usannsynlig. Antagelser om at det ikke er transportkostnader knyttet til naturgassen bidrar også til at oppgavens resultater gjør investering i et gasskraftverk med renseanlegg mer lønnsomt enn den i virkeligheten egentlig er.

Bekymring har blitt ytret om at usikkerheten rundt dagens kvotepris virker hemmende på investeringer, siden en volatilitet generelt sett vil gjøre verdien av å vente og se mer verdt. Jeg undersøkte derfor hvordan investeringsadferden ville bli påvirket under et skatteregime direkte sammenlignbart med dagens kvotesystem. Over viste jeg at det aldri ville være optimalt under et slikt regime å investere i et renseanlegg. Ved nærmere undersøkelse skyldes dette at et slikt skatteregime aldri vil kunne gi en pris på CO₂ som er høy nok til å rettfærdiggjøre en slik massiv investering i renseteknologi. For et operasjonelt gasskraftverk vil det kun være optimalt å investere i et fullskala renseanlegg i de marginale tilfellene hvor kvoteprisen er svært høy.

En skattesats vil ikke være fast, men vil måtte justeres opptil flere ganger i løpet av gasskraftverkets levetid. Som vist over vil imidlertid ikke en utvidelse av modellen ved å ta hensyn til realiteten i den politiske verden gi flere optimale tilfeller av investeringer. Og det er selv når jeg tar høyde for at skattesatsen kan justeres opp eller ned med 50 prosent hvert femte år.

Tiltaket om å ikke gi ut konsesjon til bygging av gasskraftverk, med mindre eieren inkorporerer et fullskala renseanlegg med en gang, vil heller ikke være en god politisk løsning for å incentivere til private investeringer i grønn teknologi. Oppgaven viser at slike konsesjoner ikke gir optimalitet ved tidlig utøvelse, og at det i det hele tatt er høyst usannsynlig at det vil være optimalt å benytte seg av konsesjonen og bygge gasskraftverket med renseanlegg. En konsesjonsinnehaver vil med andre ord i beste fall ikke bygge noe som helst inntil dagen konsesjonen går ut, noe som kan være langt ut i fremtiden. Dette er ikke ønskelig: Når myndighetene først utsteder en konsesjon, er det nettopp fordi det er ønskelig for landet og landets økonomi at konsesjonen utøves.

Konklusjonen blir at et fullskala renseanlegg med dagens kostnadsprofil ikke er en økonomisk rasjonell investering, og at miljøpolitiske tiltak ikke er nok til å incentivere til investeringer i fullskala renseanlegg av den typen som er aktuell på Kårstø. Dette har ingenting med usikkerhet omkring fremtidig pris på utslipp å gjøre, men kommer av at teknologien knyttet til et fullskala renseanlegg med kapasitet på å fange og lagre en million tonn CO₂ årlig per dags dato rett og slett er altfor kostbar.

Kilder

- Abadie, L. M. og Chamorro, J. M. (2008) "European CO₂ prices and carbon capture investments," *Energy Economics*, vol.30 nr.6, s.2992-3015
- Andersson, J. og Lillestøl, J., "Multivariate modeling and prediction of hourly one-day ahead prices at Nordpool"
- Arbeiderpartiet, Senterpartiet, Sosialistisk Venstrepart (2005) "Plattform for regjeringssamarbeid," Soria Moria, Norge
- Badescu, A. M. og Kulperger, R. J. (2008) "GARCH option pricing: A semiparametric approach," *Insurance: Mathematics and Economics*, nr. 43 s. 69-84
- Bessembinder, H. og Cougherour, J.; Smoller, M. (1995) "Mean-reversion in equilibrium asset prices: Evidence from the futures term structure," *Journal of Finance*, nr.1, s.361-375
- Bjerksund, Petter og Ekern, Steinar (1995) "Contingent claims evaluation of mean reverting cash-flows in shipping"
- Bjerksund, Petter; Ekern, Steinar (1990) "Managing investment opportunities under price uncertainty: From "last chance" to "wait and see" strategies"
- Bollerslev, Tim (1986) "Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity," *Journal of Econometrics*, nr. 31, s.307-327.
- Box, G.E.P. og Jenkins, G. (1976) "Time Series analysis: Forecasting and control," 2.utgave, Holden Day, USA
- Brooks, Chris og Bruke, Simon P. (2003) "Information criteria for GARCH modell selection," *The European Journal of Finance*, nr.9, s667-580
- Campel, J. og Gregory Mankiw, N. (1987) "Are output fluctuations transitory?" *The Quarterly Journal of Economics*, nr.102, s.857-880
- Chen, A. S. og Shen, F. (2003) "Computational complexity analysis of least-squares Monte Carlo (LSM) for pricing US derivatives," *Applied Economic Letters*, vol.10 nr.4, s.223-229
- Clewlow, L. og Strickland, C. (1999) "Valuing energy options in a one factor model fitted to forward prices," Quantitative Finance Research Group, Working Paper
- Cochrane, J. H. (1988) "How big is the random walk in GDP?" *Journal of Political Economy*, nr.96, s.893-920

- Dempster, M.A.H. et al. (2008) "Long term spread option valuation and hedging," Journal of Banking and Finance
- Dixit, A. K. og Pindyck, R.S. (1994) "Investment under uncertainty," Princeton University Press, USA
- Duan, J. C. (1995) "The GARCH option pricing model," Mathematical Finance, nr. 5, s. 13–32.
- Ellerman, A. D. og Buchner, B. K. (2007) "The European Union Emissions Trading Scheme: Origins, Allocation, and Early Results," Review of Environmental Economics and Policy, nr.1, s.66-87
- Ellerman, A. D. og Joskow, P. L. (2008) "The European Union's emission trading scheme in perspective," The Pew Center on Global Climate Change
- Engle, R.F. og Granger, C.W.J. (1987) "Co-integration and error correction: representation, estimation and testing," Econometrica: Journal of the Econometric Society, nr.55, s.251-276
- Ekern, Steinar (1988), "An option pricing approach to evaluating petroleum projects," Energy Economics, s.91-99
- Dickey, D. A. og Fuller, W. A. (1979) "Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root," Journal of the American Statistical Association, nr.74, s.427-431
- FN (1998), "Kyoto protocol to the United Nations framework convention on climate change"
- Gamba, Andrea (2002) "An extension of least squares monte carlo simulation for multi-options problems"
- Geman, H. (2005) "Commodities and commodity derivatives: Modeling and pricing for agricultural, metals and energy," Wiley & Sons, USA
- Hafner, Christian M. og Herwartz, Helmut (2000) "Option pricing under linear autoregressive dynamics, heteroskedasticity, and conditional leptokurtosis," Journal of Empirical Finance, nr. 8 2001, s. 1-34
- He, Yizhi (2007) "Real options in the energy markets"
- Hull, J. C. (2006) "Options, futures and other derivatives," 6. Utgave, Prentice Hall, USA

- ICE Futures Europe (2008) "ICE Futures UK Natural gas futures contract, Product Specifications"
- IPCC (2007) "Summary for policymakers"
- Industrikraft Møre (2006) "Bygging av industrikraftverk i Fræna – Konsekvensutredning"
- Knittel, C.R. og Roberts, M.R. (2001) "An empirical examination of deregulated electricity prices"
- Kolos, Sergey P. og Ronn, Ehud I. (2007) "Estimating the commodity market price of risk for energy prices," Energy Economics
- Levendorski, S. Z. og Boyarchenko, S. I. (1998) "Models of investment under uncertainty when shocks are non-gaussian"
- Longstaff, F.A. og Schwartz, E.S. (2001) "Valuing American options by simulations: a simple least squares approach," The Review of Financial Studies
- Lucia, J. J. og Torró, H (2008) "Short-term electricity futures price: Evidence on the time varying risk premium"
- Majd, S. og Rindyck, Robert S. (1987) "Time to build, option value and investment decisions," Journal of Financial Economics
- Merton, R. (1973 "Theory of rational option pricing," Bell Journal of Economics and Management Science, nr.4, s.141-183
- Miljøverndepartementet (2008) "Forslag til endring i klimakvoteloven," Pressemelding , 12.12.2008
- Nord Pool ASA (2004) "Trade at Nord Pool's Financial Market"
- Norges Vassdrags- og Energidirektorat (2007) "CO2-håndtering på Kårstø – Fangst, transport, lagring," rapport nr. 13
- Paddock, J. L. et al. (1988) "Option valuation of claims on real assets: The case of off-shore petroleum leases," Quarterly Journal of Economics, nr.103, s.478-508
- Pindyck, Robert S. (1988) "Options, flexibility and investment decisions"
- Pindyck, Robert S. (1998) "The long-run evolution of energy prices"
- Richter, M. og Sørensen, C. (2002) "Stochastic volatility and seasonality in commodity futures and options: The case for soybeans"

- Ronn, Ehud I. (2003) "Real options and energy management: Using options methodology to enhance capital budgeting decisions," Risk Books, USA
- Schwartz, E.S. (1997) "Stochastic behavior of commodity prices: Implications of valuation and hedging," The Journal of Finance, nr. 52, s.923-973
- Szolgayova, J. et al. (2008) "Assessing the effects of CO₂ price caps on electricity investments – A real options analysis," Energy Policy
- Szolgayova, J. et al. (2008) "Investment under market and climate policy uncertainty," Applied Energy
- Theodorou, P. og Karyampas, S. (2008) "Modeling the return and volatility of the Greek electricity marginal system price," Energy Policy, vol.37 nr.7, s.2601-2609
- Trigeorgis, Lenos (1995) "Real options in capital investment – models, strategies and applications," Praeger Publishers, USA
- Uhrig- Homburg, Marliese og Wagner, Michael (2007) "Futures Price Dynamics of CO₂ Emission Certificates – An empirical Analysis"
- Weron, R. (2005) "Market price of risk implied by Asian-style electricity options"
- Yang, M. og Blyth, W. (2007) "Modeling investment risks and uncertainties with real options approach," International Energy Agency Working Paper Series.

APPENDIX A

MATLAB-sekvenser

A.1. Innledende sekvenser

Først simuleres de tre korrelerte støyprosessene for strømprisen, prisen på naturgass og prisen på CO₂-kvoter. I MATLAB kan man bruke random-funksjonen til å trekke tall fra en standardnormalfordeling:

```
randmat_x1=random('norm',0,1,nsimulations,nsteps);
```

x angir her hvilken prisserie det gjelder og det etterfølgende tallet 1, anger hvilken sekvens det er snakk om. Siden 250.000 simulerte prisbaner med i alt 540 steg krever mye minne, er det hensiktsmessig å dele antallet opp i passende sekvenser. Jeg går kun gjennom sekvens nummer 1 siden metoden er tilsvarende for alle sekvensene.

Korrelasjonskoeffisientene til strømpris, naturgass og kvoter antas å være kjente rho_eg, rho_ec og rho_gc. Gjeldende "korrelasjonsvektorer" finnes dermed ved:

```
a11=1;
a21=rho_eg;
a22=sqrt(1-(rho_eg*rho_eg));
a31=rho_ec;
a32=1/(sqrt(1-(rho_eg*rho_eg)))*(rho_gc-(rho_eg*rho_ec));
a33=sqrt(1-(rho_ec*rho_ec)-(a32*a32));
```

Disse brukes til å uttrykke støyprosessene til de ulike prisseriene på følgende måte, hvor nsteps er lik 540 (antall måneder i 45 år):

```
%Elektrisitet
nmat_e1=zeros(nsimulations,1);
nmat_e1(:,2:nsteps)=a11*randmat_e1(:,2:nsteps);

%Naturgass
nmat_g1=zeros(nsimulations,1);
nmat_g1(:,2:nsteps)=a21*randmat_e1(:,2:nsteps)+a22*randmat_g1(:,2:nsteps);

%Klimakvoter
nmat_c1=zeros(nsimulations,1);
nmat_c1(:,2:nsteps)=
a31*randmat_e1(:,2:nsteps)+a32*randmat_g1(:,2:nsteps)+a33*randmat_c1(
:,2:nsteps);
```

Støykomponentene lagres og benyttes i simuleringen av prisprosessene. Strømprisen følger en AR(1)-GARCH(1,1)-modell som beskrevet i avsnitt 5.2.1 tabell 11. Modellen simuleres som vist under.

```

%Elektrisitet 1.sekvens
%Variansen
hmat_e1(1:nsimulations,1)=h0_e;
for i=2:nsteps
    hmat_e1(:,i)=c_e+gamma_e*hmat_e1(:,i-1)+alfa_e*(nmat_e1(:,i-1)
    ).*sqrt(hmat_e1(:,i-1)).*(nmat_e1(:,i-1).*sqrt(hmat_e1(:,i-1)));
end
%Stokastisk feilledd
X_e1(1:nsimulations,1)=X0_e;
for i=2:nsteps
    X_e1(:,i)=a_e*X_e1(:,i-1)+(nmat_e1(:,i).*sqrt(hmat_e1(:,i)));
end
%Log-prisen
lnS_e1(1:nsimulations,1)=lnS_e0;
lnS_e1(1:nsimulations,2:nsteps)=Beta0_e*ones(nsimulations,nsteps-
1)+X_e1(1:nsimulations,2:nsteps);
%Spot-prisen
S_e2=exp(lnS_e1);

```

Startverdiene for variansleddet $hmat_e1(:,1)$, log-prisen $lnS_e1(:,1)$, spot-prisen $S_e1(:,1)$ og feilleddet $X_e1(:,1)$ er kjente, og koeffisientene c_e , $gamma_e$, $alfa_e$, a_e og $Beta0_e$ er som beskrevet i tabell 8.

Tabell 11 gjengir også informasjonen om modellen til prisen på naturgass. Siden naturgassmodellen er en ARMAX-modell med et dummyledd må først dummyvariabelen produseres. Det enkleste er å lage en dummymatrise for hver måned. Siden oppgavens datamaterial stopper ved februar for naturgass vil for eksempel novembermatrisen (som er første måneden i vinterdummyen) kunne produseres ved å kjøre koden

```

% Dummyvariabel for november
novf=zeros(1,nsteps_ng);
for i=1:nsteps/12
    novf(1,9+(i*12)+1)=1;
end
nov=novf(1,1:nsteps_ng);

```

Koden over kjøres for desember og januar, og den endelige vintermatrisen finnes ved enkel addering.

Siden utgangspunktet for investeringsbeslutningen er siste observasjon i datamaterialet for strømprisen, som er oktober 2008, vil $nsteps_ng$ være lik $nsteps+8$. Simulerer derfor først 8 steg av naturgassprisen, og bruker de simulerte verdiene som startverdi for feilleddet

X_{ng0mat_1} , log-prisen $\ln S_{ng0mat_1}$ og spot-prisen S_{ng0mat_1} . Den videre simuleringen gjøres på følgende måte:

```
% Naturgass 1.sekvens
%Den logaritmiske prisen
X_ng1(1:nsimulations,1)=X_ng0mat_1(1:nsimulations,1);
lnS_ng1(1:nsimulations,1)=lnS_ng0mat_1(1:nsimulations,1);
for i=2:nsteps
    X_ng1(:,i)=a_ng*X_ng1(:,i-1)+nmat_g1(:,i)*sigma_ng;
    lnS_ng1(:,i)=Beta0_ng+vinter_ng*(vinter(1,i))+X_ng1(:,i);
end
%Spotprisen
S_ng1=exp(lnS_ng1);
```

Avsnitt 5.2.3 presenterer den tilfeldige gangen til klimakvotene med et årlig standardavvik på 0,44 og en årlig driftrate lik den risikofrie renten, her antatt å være 0,05, trukket fra halvparten av variansen. I koden under angir σ_c og drift_c klimakvotenes månedlige standardavvik og drift.

```
% Klimakvoter 1.sekvens
%Den logaritmiske prisen
lnS_c1(1:nsimulations,1)=lnS_c0;
for i=2:nsteps
    lnS_c1(:,i)=lnS_c1(:,i-1)+drift_c+sigma_c*nmat_c1(:,i);
end
%Spotprisen
S_c1=exp(lnS_c1);
```

En matrise for utviklingen i den deterministiske skattesatsen, slik den er beskrevet i avsnitt 5.3, produseres enkelt ved å kjøre sekvensen

```
%Skattematrise
Tauf(1:nsimulations,1)=Tau0;
Tauf(1:nsimulations,2:nsteps)=(1+rm);
Tau=cumprod(Tauf(:,1:nsteps),2);
```

hvor rm er satt til den månedlige risikofrie renten og Tau_0 er lik S_{c0} . Likeledes produseres en inflasjonsmatrise ved hjelp av sekvensen

```
%Inflasjonsmatrise
infmatf=ones(nsimulations,1);
infmatf(:,2:nsteps)=(1+inf/12)*ones(nsimulations,nsteps-1);
infmat=cumprod(infmatf(:,1:nsteps),2);
```

hvor inf angir den årlige inflasjonsraten som er antatt å være 0,025.

For å se på virkningen av usikkerhet rundt den fremtidige skattesatsen, lages først en dummyvariabel, D_p , som er én hvert femte år når den politiske justeringen av skattesatsen er antatt å ta sted. Første justering er antatt å skje når inneværende handelsperiode utgår om 51 måneder. Deretter er D_p lik 1 hvert 60. skritt.

```
Dp=zeros(nsimulations,nsteps); %Allokerer minne
for i=51:60:nsteps
    Dp(:,i)=1;
end
```

Som beskrevet i avsnitt 5.4 antar jeg at det er like stor sannsynlighet for enhver endring mellom -50 og + 50 prosent i skattesatsen. Derfor trekkes et tilfeldig tall fra en uniform fordeling mellom -1 og 1, og multipliseres med D_p . Den realiserte skattesatsmatrisen, $Taup_1$, er gitt ved sekvensen under.

```
%1.sekvens
P_1=Dp.*random('Unif',-1,1,nsimulations,nsteps);
for i=2:nsteps
    Taup_1(:,i)=(ones(nsimulations,1)+rm*ones(nsimulations,1)).*Taup_1(:,i-1).*(ones(nsimulations,1)+0.5*P_1(:,i));
end
```

A.2. Sekvenser for Scenario (A)

Første utregning i scenario A, som er formulert i avsnitt 3.1.1, er verdien til det operasjonelle gasskraftverket under de tre politiske regimene. Fremgangsmåten er utledet i avsnittene 3.2.1 og 3.2.2.

Verdien uttrykkes som forventet nåverdi av fremtidig produksjon. Dermed trengs det for det første en diskonteringsmatrise for å gjøre utregningene enklest mulig. Den produseres ved hjelp av den samme fremgangsmåten som skattematrisen og inflasjonsmatrisen over:

```
%Diskonteringsmatrise for scenario A
DiskmatAf(1,1)=1;
DiskmatAf(1,1:TL)=1/(1+rm);
DiskmatA=cumprod(DiskmatAf(1,1:TL),2);
```

rm angir her den månedlige risikofrie renten og TL er levetiden til gasskraftverket oppgitt i måneder.

For mest mulig plasseffektivitet introduserer jeg en hjelpematrix for differansen mellom strømprisen på hvert tidspunkt og prisen på naturgass multiplisert med antallet enheter av

naturgass som gasskraftverket behøver for å produsere en enhet strøm. Matrisen har jeg kalt HMS_1, hvor tallet 1 angir at det dreier seg om den første sekvensen.

```
%Hjelpematrise: HMS_1  
HMS_1=S_e1(:,1:TL)-H*S_ng1(:,1:TL);
```

Under det første politiske regimet er kontantstrømmatrisen til gasskraftverket, KSA1, gitt ved

```
KSA1_1=q*max(HMS_1,0)-c*informat(:,1:TL);
```

hvor c er månedlige kostnader som stiger med inflasjonstakten i økonomien, og q er månedlig produksjon malt i antall enheter elektrisitet. Verdiene er presentert i tabell 4, avsnitt 5.1. Max-uttrykket tas med for å tillate at gasskraftverket har operasjonsfleksibilitet.

Finner deretter nåverdien langs hver simuleringsbane, vektoren VKSA1_1, ved å benytte oss av diskonteringsmatrisen introdusert over.

```
VKSA1_1=KSA1_1*DiskmatA';
```

Og den forventede nåverdien kan dermed beregnes ved å ta gjennomsnittet over alle simuleringsbanene nsimulations

```
VKSA1=sum(VKSA1_1)/(nsimulations*S)
```

Skal man ta med flere sekvenser, henter man frem alle de simulerte VKSA-matrisene, summerer over alle prisbanene og dividerer på det totale antallet simuleringer. I koden ovenfor er det tatt høyde for S antall sekvenser av nsimulations simuleringer per sekvens.

Likeledes finner man verdien av gasskraftverket under regime2: skatt på utslipp.

Kontantstrømmatrisen og nåverdivektoren KSA2_1 og VKSA2_1 regnes ut ved

```
KSA2_1=q*max(HMS_1-E*H* Tau(:,1:TL),0)-c*informat(:,1:TL);  
VKSA2_1=KSA2_1*DiskmatA';
```

Den forventede verdien er gjennomsnittet over prisbanene

```
VKSA2=sum(VKSA2_1)/(nsimulations*S)
```

Dersom det er fritt handlede klimakvoter finnes kontantstrømmatrisen, nåverdivektoren og verdien (KSA3_1, VKSA3_1 og VKSA3) ved sekvensene

```
KSA3_1=q*max(HMS_1-E*H*S_c1(:,1:TL),0)-c*infmt(:,1:TL);
VKSA3_1=KSA3_1*Diskmata';
VKSA3=sum(VKSA3_1)/(nsimulations*S)
```

Tas det hensyn til politiske risiko finner vi kontantstrømmatriser, nåverdivektoren og verdien ved:

```
KSA2_1p=q*max(HMS_1-E*H*Taup_1(:,1:nsteps),0)-c*infmt(:,1:nsteps);
VKSA2_1p=KSA2_1p*Diskmata';
VKSA2p=sum(VKSA2_1p)/(nsimulations*S)
```

Da koden for Longstaff-Schwartz-prisingen av muligheten av å investere i et renseanlegg ikke konseptuelt skiller seg fra prisingen under scenario B, vil jeg presentere den i avsnitt A.4. Hva jeg imidlertid behøver er matrisene for merprofitten til et renseanlegg, som utledet i avsnitt 3.3.1. Under regime 1 er det ikke nødvendig å foreta noen beregninger da det aldri vil være optimalt å investere i et renseanlegg om ikke CO₂-utslipp er priset. Under et skatteregime finnes merverdien W2_1 på hvert tidspunkt ved

```
W2_1=q*max((B-1)*S_e1(:,1:TL)-(Gamma-1)*G* Tau(:,1:TL),0)-((e-1)*c*infmt(:,1:TL));
```

der B og Gamma er oppgitt som β og γ i tabell 5, avsnitt 5.1, G er lik H*E og angir hvor mange tonn CO₂ gasskraftverket slipper ut per produserte enhet elektrisitet. e er kostnadsøkningfaktoren oppgitt som ϵ i tabell 5. På samme måte finnes merprofittmatrisen under et klimakvotesystem, W3_1, ved

```
W3_1=q*max((B-1)*S_e1(:,1:TL)-(Gamma-1)*G*S_c1(:,1:TL),0)-((e-1)*c*infmt(:,1:TL));
```

Her er S_c1 den stokastiske prisen på klimakvoter. Nåverdien av merprofittene, fra et gitt tidspunkt og frem til gasskraftverkets slutt, TL, notert som VW2_1 og VW3_1 finnes ved å kjøre loopene:

```

%Regime 2
for i=1:TL
    Diskmatf(1,1)=1;
    Diskmatf(1,2:(TL-i+1))=1/(1+rm);
    Diskmat=cumprod(Diskmatf(1,1:(TL-i+1)),2);
    VW2_1(:,i)=W2_1(:,i:TL)*Diskmat';
    clear Diskmat Diskmatf
end
%Regime 3
for i=1:TL
    Diskmatf(1,1)=1;
    Diskmatf(1,2:(TL-i+1))=1/(1+rm);
    Diskmat=cumprod(Diskmatf(1,1:(TL-i+1)),2);
    VW3_1(:,i)=W3_1(:,i:TL)*Diskmat';
    clear Diskmat Diskmatf
end

```

Disse matrisene angir altså, for hver måned, nåverdien av den samlede merprofitten et renseanlegg genererer over den resterende levetiden til gasskraftverket, og vil brukes i utregningen av verdien av investeringsmuligheten. For tilfellet med politisk usikkerhet har vi merprofittmatrise og verdimatrise, W2_1p og VW2_1p:

```

W2_1p=q*max((B-1)*S_e1(:,1:TL)-(Gamma-1)*G*Taup_1(:,1:TL),0)-((e-1)*c*infmt(:,1:TL));
for i=1:TL
    Diskmatf(1,1)=1;
    Diskmatf(1,2:(TL-i+1))=1/(1+rm);
    Diskmat=cumprod(Diskmatf(1,1:(TL-i+1)),2);
    clear Diskmatf
    VW2_1p(:,i)=W2_1p(:,i:TL)*Diskmat';
    clear Diskmat
end

```

A.3. Sekvenser for scenario (B)

Scenario B formuleres i avsnitt 3.1.1 og omhandler en konsesjonsinnehaver i de tre forskjellige politiske regimene. Verdien av konsesjonen regnes ut ved hjelp av Longstaff-Schwartz-metoden hvis koder gjengis i avsnitt A.4. Først behøves imidlertid matriser over nåverdien av et gasskraftverk som bygges for hver måned. I sekvensene nedenfor er nsteps=540. TK er antallet måneder før konsesjonen går ut om 20 år, og T0 er et gasskraftverks levetid i måneder (12*25=300).

I likhet med scenario A, lager jeg også her en hjelpematrise, men siden vi det omhandler et gasskraftverk med tilknyttet fullskala renseanlegg, blir hjelpematrixen CFS_1 lik differansen mellom andelen strøm solgt, gitt ved β i tabell 15, og antallet enheter naturgass, H, som brukes per enhet strøm produsert multiplisert med prisen på naturgass:

```

CFS_1=B*S_e1-H*S_ng1;

```


Kontantstrømmatrisen under regime 1, KSB1_1, inneholder kontantstrømmen et gasskraftverk med renseanlegg bygget i måned x vil ha gjennom hele sin levetid fra måned x til måned T0+x. Verdimatrisen, VKSB1_1, inneholder nåverdien av et gasskraftverk opprettet hver måned fra måned nummer 1 til utløpet av konsesjonen, som er måned nummer TK.

MATLAB-sekvensen for disse to matrisene er:

```
KSB1_1=q*max(CFS_1,0)-(k*infmt);
for i=1:TK
    VKSB1_1(:,i)=KSB1_1(:,i+i+T0-1)*DiskmatB';
end
```

hvor Diskmat er en diskonteringsmatrise gitt ved:

```
%Diskonteringsmatrise for scenario B
DiskmatBf(1,1)=1;
DiskmatBf(1,1:T0)=1/(1+rm);
DiskmatB=cumprod(DiskmatBf(1,1:T0),2);
```

På samme måte produseres kontantstrømmatrisene og nåverdimatrisene til det rensede gasskraftverket under et skatteregime og et klimavotesystem (henholdsvis KSB2_1, KSB3_1, VKSB2_1 og VKSB3_1) ved å kjøre sekvensene:

```
KSB2_1=q*max(CFS_1-G* Tau,0)-(k*infmt);
KSB3_1=q*max(CFS_1-G*S_c1,0)-(k*infmt);

for i=1:TK
    VKSB2_1(:,i)=KSB2_1(:,i+i+T0-1)*Diskmat';
end

for i=1:TK
    VKSB3_1(:,i)=KSB3_1(:,i+i+T0-1)*Diskmat';
End
```

Kontantstrømmatrisen og nåverdimatrisen under politisk usikkerhet finnes gjennom sekvensen:

```
KSB2_1p=q*max(CFS_1-G*Taup_1,0)-(k*infmt);
for i=1:TK
    VKSB2_1p(:,i)=KSB2_1p(:,i+i+T0-1)*Diskmat';
end
```

A.4. Opsjonsverdsetting ved Least-Squares Monte-Carlo

Fremgangsmåten for prising av opsjonene ved hjelp av Least-Squares Monte-Carlo-metoden utviklet av Longstaff og Schwartz er beskrevet i avsnitt 3.4. Under presenteres og forklares MATLAB-sekvensen. Siden vi har å gjøre med store matriser, er det nødvendig å lagre og slette de matriser man ikke trenger i utregning før senere fra arbeidsminnet til MATLAB. Til

nå har jeg imidlertid ikke tatt disse kommandoene med i sekvensene, og vil likeledes ikke gjøre det her heller. Dersom kodene skal replikeres, er et godt tips å spesifisere fullstendig mappe hver gang en matrise lagres, hentes og slettes. Mine erfaringer med MATLAB er at programmet har det med å rote seg bort i om man lar det være opp til det selv å finne riktig mappe. Full spesifisering kutter også ned på tiden MATLAB må søke gjennom programmets forhåndsdefinerte mappesystem etter den valgte filen.

Den første operasjonen som må gjøres, er å definere matrisene for utøvelsesverdi og optimal kontantstrøm. Utøvelsesmatrisen, EVmat, for første simuleringssekvenser under klimavotesystemet og under scenario B er gitt ved:

```
EVmat3_B1=max(VKSB3_1-I*informat(:,1:TK),0);
```

Her er VKSB3_1 matrisen over de ulike nåverdiene i sekvens 1 av simuleringen, mens I angir investeringskostnaden for et gasskraftverk med fullskala renseanlegg. Dersom vi for eksempel skulle finne verdien av investeringsmuligheten under scenario A, regime 2, ville vi i stedet brukt VKSA2_1 for nåverdimatrisen og investeringskostnaden for kun renseanlegget som I.

Som forklart er den foreløpig siste kolonnen i kontantstrømmatrisen CFmat3_B1 lik siste kolonne utøvelsesmatrisen, slik at vi kan initiere CFmat ved

```
CFmat3_B1(:,TK)=EVmat3_B1(:,TK);
```

TK angir som beskrevet utløpet av konsesjonen. Dersom vi var i scenario A, ville vi byttet ut TK med TL.

Etter EV- og CF-matrisen er initiert for hver simuleringssekvens, begynner loopen fra utløpet av investeringsmuligheten (her TK) tilbake til t0 (eller kolonne nummer 1) for å finne en endelig kontantstrømmatrise for optimal utøvelse av opsjonen.

```
for j=TK-1:-1:1
%1.sekvens
idx_1=find(EVmat3_B1(:,j)>0);
```

Har nå funnet og lagret de simulerte banene som er "in the money" på tidspunkt j: idx_1. Skal så hente frem de simulerte, stokastiske prisene i banene idx_1 som er relevante for opsjonsverdien. Under et klimavotesystem i scenario B er dette strømprisen, prisen på

naturgass og kvoteprisen. Under scenario A er ikke prisen på naturgass relevant, og trengs derfor ikke å hentes frem. Tar vi hensyn til politisk usikkerhet, må vi hente frem de simulerte verdiene av skattesatsen (siden skattesatsen under politisk usikkerhet de facto er stokastisk).

```
%% Xmat
%% Finner vektoren av Spot-priser i in-the-money-baner
%1.sekvens
X1vec_1=S_e1(idx_1,j);

X2vec_1=S_ng1(idx_1,j);

X3vec_1=S_c1(idx_1,j);
```

Disse prisene samles så i én vektor som skal benyttes i regresjonen. Dersom vi tar høyde for at flere enn én simuleringsssekvens er nødvendig, må man samle alle strømprisene, naturgassprisene og kvoteprisene i hver sin vektor, X1vec, X2vec og X3vec, før de samles i den fullstendige regresjonsvektoren X som vist under. De multiplikative leddene er tatt med av hensyn til ikke-lineæritet.

```
X=[ones(size(X1vec)) X1vec X2vec X3vec X1vec.*X1vec X2vec.*X2vec
X3vec.*X3vec X1vec.*X2vec (X1vec.*X2vec).*X3vec];
```

Skal deretter finne Yvec, altså fremtidige optimale utøvelsesverdier diskontert tilbake til tidspunkt j, som beskrevet i avsnitt 3.4.

```
%% Ymat
%1.sekvens
Y=0;
for u=j+1:TK %Kjører loop for å finne Yvec_1
    Yvec_1=CFmat3_B1(idx_1,u)/(1+rm)^(u-i)+Y;
    Y=Yvec_1;
end
```

Igjen settes de ulike Yvec-vektorene fra alle sekvensene sammen til én Yvec med like mange element som Xvec. Kjører deretter regresjon av Yvec mot Xvec og finner med det forventet verdi gitt informasjon om de stokastiske prisene på tidspunkt j i hver bane hvor utøvelsesverdien er positiv. Så oppdateres kontantstrømmatrisen CFmat til nå å inneholde kontantstrøm ved optimal utøvelse på tidspunkt j.

```
%Oppdaterer Kontantstrømmatrise for hver sekvens
%1.sekvens
CVmat3_B1(idx_1,j)=Forv_1;
jdx_1=find(CVmat3_B1(idx_1,j)<EVmat3_B1(idx_1,j));
CFmat3_B1(jdx_1,j)=EVmat3_B1(jdx_1,j);
```

```

for e=j+1:TK
    CFmat3_B1(jdx_1,e)=0;
end
end

```

CVmat er matrisen som angir fortsettelsesverdien. Fortsettelsesverdien er lik den forventede nåverdien av fremtidig optimal utøvelse av opsjonen, nettopp det vi fant ved å kjøre regresjonen over. Resultatene fra regresjonen ble lagret som Forv_1. I alle de simuleringsbaner hvor fortsettelsesverdien er lavere enn utøvelsesverdien på tidspunkt j, oppdateres kontantstrømmatrisen til å inneholde utøvelsesverdien på dette tidspunktet. Deretter kjøres en loop for å sette alle verdier etter den nylig oppdaterte verdien lik 0.

Etter oppdateringen av CF-matrisen på tidspunkt j, og slettingen alle verdiene etter en eventuell ny verdi, kjøres loopen igjen til den har iterert seg tilbake til kolonne 1. Deretter finnes dagens verdi av opsjonen, eller investeringsmuligheten ved å finne gjennomsnittet av nåverdien av alle kontantstrømmer gitt optimal utøvelse. Altså skal alle verdier i CFmat diskonteres tilbake til kolonne 1, summeres og divideres på antallet simuleringsbaner. Sekvensen under finner alle verdier i kontantstrømmatrisen som er over 0, og diskonterer disse med den risikofrie månedlige renten rm.

```

%% Markedsverdi
%1.sekvens
for h=1:TK
    hdx=find(CFmat3_B1(:,h)>0);
    CF3_B1(hdx,h)=CFmat3_B1(hdx,h)/(1+rm)^(h-1);
end

```

Siden alle tall etter en optimal kontantstrømverdi i CFmat er satt til 0, kan man summere matrisen langsetter kolonnene for å samle verdiene til siste kolonne:

```

cum_CF=cumsum(CF3_B1(:,1:TK),2);
CF3_vec_B1=cum_CF(:,TK);

```

cum_CF-matrisens sistekolonne lagres som en egen vektor og settes sammen med de andre sekvensers vektorer til en endelig CF_vec-vektor. Denne vektoren vil inneholde nåverdien av alle kontantstrømmer ved optimal utøvelse.

```

Markedsverdi_B_3=sum(CF_vec)/(nsimulations*S)

```

S angir hvor mange simuleringsssekvenser av nsimulations-simuleringer man tar med. Og Markedsverdien av investeringsmuligheten finnes til slutt ved å regne ut gjennomsnittet av vektorsummen over de diskonterte, optimale kontantstrømmene.

APPENDIX B

Fordelingens haleegenskaper ved ARCH

For å bevise matematisk at modeller av typen ARCH(p) gir en fordeling med tykkere haler enn normalfordeling tar jeg utgangspunkt i en ARCH(1)-modell og finner et uttrykk for den kurtosis. Kurtosisen til en tidsserie $\{X_t\}$ er gitt ved

$$K = \frac{E(X_t^4)}{(Var(X_t))^2}$$

Av normalfordelingens egenskaper følger det at dersom $\{X_t\} \sim N(\mu, \sigma^2)$, så har den en kurtosis lik 3.

ARCH(1)-modellen er gitt ved

$$\varepsilon_t = \sqrt{h_t}v_t, \quad v_t \sim N(0,1)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1\varepsilon_{t-1}^2$$

Forventningen til $\{\varepsilon_t\}$ er

$$E(\varepsilon_t) = E(\sqrt{h_t}v_t) = E(\sqrt{h_t})E(v_t) = 0$$

Og variansen blir

$$Var(\varepsilon_t) = E(\varepsilon_t^2) - (E(\varepsilon_t))^2 = E(\varepsilon_t^2) - (E(\sqrt{h_t}v_t))^2 = E(\varepsilon_t^2) - (E(\sqrt{h_t})E(v_t))^2$$

siden $\sqrt{h_t}$ og v_t er uavhengige. Dermed er

$$Var(\varepsilon_t) = E(\varepsilon_t^2) = E(h_tv_t^2) = E(h_t)E(v_t^2) = E(h_t) = E(\alpha_0 + \alpha_1\varepsilon_{t-1}^2)$$

og

$$Var(\varepsilon_t|\varepsilon_{t-1}) = \alpha_0 + \alpha_1\varepsilon_{t-1}^2$$

der $(\varepsilon_t|\varepsilon_{t-1}) \sim N(0, h_t)$. Videre ser vi at $E(\varepsilon_t^2)$ kan uttrykkes som en AR(1)-prosess ved

$$E(\varepsilon_t^2) = \alpha_0 + \alpha_1 E(\varepsilon_{t-1}^2)$$

som har løsningen $\alpha_0/(1 - \alpha_1)$ når $t \rightarrow \infty$ hvis, og bare hvis, $|\alpha_1| < 1$. Dette lar oss uttrykke $E(\varepsilon_t^4)$ ved:

$$E(\varepsilon_t^4) = E(E(\varepsilon_t^4 | \varepsilon_{t-1})) = E(3(\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2)^2)$$

siden $(\varepsilon_t | \varepsilon_{t-1})$ er normalfordelt med forventning lik 0 og varians lik h_t , er dens kurtosis lik 3 og

$$E(\varepsilon_t^4 | \varepsilon_{t-1}) = 3h_t^2 = 3(\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2)^2$$

Da blir

$$\begin{aligned} E(\varepsilon_t^4) &= 3E(\alpha_0^2 + 2\alpha_0\alpha_1\varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_1^2\varepsilon_{t-1}^4) \\ &= 3\alpha_0^2 + 6\alpha_0\alpha_1E(\varepsilon_{t-1}^2) + 3\alpha_1^2E(\varepsilon_{t-1}^4) \\ &= 3\alpha_0^2 + 6\alpha_0\alpha_1E(E(\varepsilon_{t-1}^2 | \varepsilon_{t-2})) + 3\alpha_1^2E(\varepsilon_{t-1}^4) \end{aligned}$$

Siden $E(E(\varepsilon_{t-1}^2 | \varepsilon_{t-2})) = \alpha_0/(1 - \alpha_1)$ når $t \rightarrow \infty$, kan dette skrives som

$$E(\varepsilon_t^4) = 3\alpha_0^2 + 6\alpha_0\alpha_1 \alpha_0/(1 - \alpha_1) + 3\alpha_1^2E(\varepsilon_{t-1}^4)$$

At dette kan uttrykkes som en AR(1)-prosess blir klarerer om vi definerer

$$\gamma_0 = 3\alpha_0^2 + 6\alpha_0\alpha_1 \alpha_0/(1 - \alpha_1) \text{ og}$$

$$\gamma_1 = 3\alpha_1^2$$

slik at

$$E(\varepsilon_t^4) = \gamma_0 + \gamma_1 E(\varepsilon_{t-1}^4)$$

Dersom $|\gamma_1| < 1 \xrightarrow{\text{yields}} \alpha_1 < 1/\sqrt{3}$ har denne AR(1)-prosessen løsningen

$$E(\varepsilon_t^4) = \frac{\gamma_0}{1 - \gamma_1} = \frac{3\alpha_0^2 + 6\alpha_0\alpha_1 \alpha_0/(1 - \alpha_1)}{1 - 3\alpha_1^2}$$

Vi kan nå finne uttrykket for kurtosisen til serien $\{\varepsilon_t\}$ ved

$$K = \frac{E(\varepsilon_t^4)}{(\text{Var}(\varepsilon_t))^2} = \frac{\frac{3\alpha_0^2 + 6\alpha_0\alpha_1^{\alpha_0}/(1-\alpha_1)}{1-3\alpha_1^2}}{\alpha_0^2/(1-\alpha_1)^2}$$

Som etter enkel algebra forkortes til

$$K = \frac{3(1-\alpha_1^2)}{1-3\alpha_1^2}$$

For at dette skal være større enn 3, altså at ARCH(1)-modellen skal gi en fordeling med tykkere haler enn normalfordelingen, ser vi lett at $\alpha_1 > 0$.

Altså vil en ARCH(1)-modell gi større kurtosis enn normalfordelingen dersom

$$0 < |\alpha_1| < 1/\sqrt{3}.$$

Samme fremgangsmåte, men da med mer kompliserte regnetrinn, gjelder for ARCH(p) med vilkårlig p.