

Радиофотоника

УДК 621.391(681.325:535)

Оригинальная статья

<https://doi.org/10.32603/1993-8985-2020-23-1-52-62>

## Статистическая модель гомодинного акустооптического спектроанализатора

Л. А. Аронов<sup>1✉</sup>, Ю. С. Доброленский<sup>2</sup>, Г. В. Кулак<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина), Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup>Институт космических исследований Российской академии наук (ИКИ РАН), Москва, Россия

<sup>3</sup>Мозырский государственный педагогический университет им. И. П. Шамякина, Мозырь, Республика Беларусь

✉ [aronov.tor@gmail.com](mailto:aronov.tor@gmail.com)

### Аннотация

**Введение.** Интерференционные схемы акустооптических спектроанализаторов были разработаны для увеличения динамического диапазона за счет формирования амплитудного спектра исследуемого сигнала вместо спектра мощности. Предполагалось, что это позволит удвоить динамический диапазон, выраженный в децибелах. В настоящей статье показано, что это теоретически невозможно и ожидания, связанные с переходом к интерференционным схемам, завышены.

**Цель работы.** Анализ шумовых характеристик гомодинного акустооптического спектроанализатора (ГАОСА), оценка отношения сигнал/шум и динамического диапазона на выходе устройства.

**Материалы и методы.** Представлена математическая модель описания работы ГАОСА с учетом формирования квадратурных компонентов для получения амплитудного спектра входного сигнала. Модель учитывает дробовые шумы и шумы, возникающие при считывании заряда.

**Результаты.** Показано, что использование интерферометрической схемы не позволяет достичь двукратного выигрыша (при измерении в децибелах) в динамическом диапазоне по сравнению с простой схемой акустооптического спектроанализатора с пространственным интегрированием. Коэффициент увеличения динамического диапазона составляет не более 1.35 дБ. С учетом специфики работы акустооптических устройств получено выражение для оценки динамического диапазона спектроанализатора по интермодуляционным искажениям третьего порядка. Определяющим фактором при этом является нелинейность акустооптического взаимодействия. Показано, что при типовых параметрах узлов устройства динамический диапазон по интермодуляционным искажениям включает в себя односигнальный динамический диапазон. Представлено выражение для оценки отношения сигнал/шум.

**Заключение.** Односигнальный динамический диапазон ГАОСА определяется в первую очередь уровнем заряда насыщения фотоприемника. При макетировании необходимо решать вопрос оптимального соотношения обоих параметров с учетом мощности источника излучения, эффективности дифракции в акустооптическом модуляторе и заряда насыщения фотоприемника. Представленная статистическая модель ГАОСА с фотоприемником с накоплением дает более точную оценку динамического диапазона с ошибкой в 1 дБ.

**Ключевые слова:** гомодинный акустооптический спектроанализатор, динамический диапазон, интермодуляционные искажения, отношение сигнал/шум

**Для цитирования:** Аронов Л. А., Доброленский Ю. С., Кулак Г. В. Статистическая модель гомодинного акустооптического спектроанализатора // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2020. Т. 23, № 1. С. 52–62. doi: 10.32603/1993-8985-2020-23-1-52-62

---

**Конфликт интересов.** Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Статья поступила в редакцию 11.07.2019; принята к публикации после рецензирования 15.10.2019; опубликована онлайн 28.02.2020

---

© Аронов Л. А., Доброленский Ю. С., Кулак Г. В., 2020

## Statistic Model of Homodyne Acousto-Optic Spectrum Analyzer

Leonid A. Aronov<sup>1</sup>✉, Yurii S. Dobrolensky<sup>2</sup>, Gennadii V. Kulak<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Saint Petersburg Electrotechnical University, St Petersburg, Russia

<sup>2</sup>Space Research Institute of the RAS, Moscow, Russia

<sup>3</sup>Mozyr State Pedagogical University named after I. P. Shamyakin, Mozyr, Republic of Belarus

✉ aronov.tor@gmail.com

### Abstract

**Introduction.** Acousto-optic spectrum analyzers interferometric schemes have been developed to increase dynamic range. It was assumed that dynamic range, expressed in dB, would double. An expected increase was not achieved yet.

**Aim.** To analyze the homodyne acousto-optic spectrum analyzer noise characteristics, to estimate the signal-to-noise ratio and the dynamic range.

**Materials and methods.** A mathematical model was compiled which took into account the need to form quadrature components to obtain an amplitude spectrum of an input signal, shot noise and readout noise.

**Results.** An interferometric scheme did not allow to achieve dynamic range doubling compared to an acousto-optical power spectrum analyzer. The dynamic range increase was less than 1.35 dB. Constant illumination led to a significant increase of the spectrum analyzer self-noise due to shot noise, compared to which thermal noise and readout noise became insignificant. The spurious-free dynamic range estimation expression was obtained. It was prior determined by acousto-optic interaction nonlinearity. With typical analyzer blocks parameters the spurious-free dynamic range covered a single-signal dynamic range. Signal-to-noise ratio estimation expression was presented.

**Conclusion.** The homodyne acousto-optic spectrum analyzer single-signal dynamic range is determined primarily by the photosensor saturation charge. One needs to optimize their relation by taking into account light source power, acousto-optical modulator diffraction efficiency and photosensor saturation charge. Presented noise model gives more accurate estimation of the dynamic range with an error of 1 dB.

**Keywords:** homodyne acousto-optic spectrum analyzer, dynamic range, intermodulation distortions, signal-to-noise ratio

**For citation:** Aronov L. A., Dobrolensky Yu. S., Kulak G. V. Statistic Model of Homodyne Acousto-Optic Spectrum Analyzer. Journal of the Russian Universities. Radioelectronics. 2020, vol. 23, no. 1, pp. 52–62. doi: 10.32603/1993-8985-2020-23-1-52-62

**Conflict of interest.** Authors declare no conflict of interest.

Submitted 11.07.2019; accepted 15.10.2019; published online 28.02.2020

**Введение.** Гомодинный акустооптический спектроанализатор (ГАОСА) интересен тем, что в сравнении с простым акустооптическим спектроанализатором с пространственным интегрированием [1, 2], формирующим спектр мощности, потенциально обладает вдвое большим динамическим диапазоном [3–5]. В состав ГАОСА входят (рис. 1) источник монохроматического излучения 1, коллимирующая линза 2, двухканальный акустооптический модулятор (АОМ) 3, на каналы которого пода-

ются анализируемый сигнал  $s(t)$  и опорный сигнал  $r(t)$ , сферическая линза 4 и фотоприемник (ФП) 5.

В [3] представлено описание спектроанализатора с ФП мгновенного действия, что с практической точки зрения мало интересно, так как для регистрации пространственного распределения спектра необходима линейка фотодиодов, выходной сигнал каждого из которых требует своего тракта обработки. С появлением матричных ФП с накоплением и большим числом ячеек была предложена схема

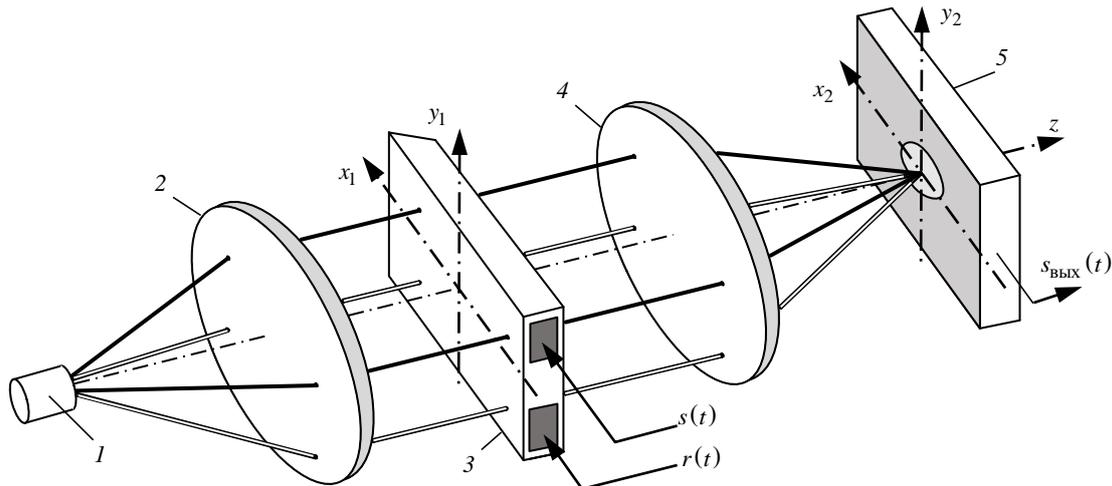


Рис. 1. Схема гомодинного акустооптического спектроанализатора на основе интерферометра Юнга  
 Fig. 1. The scheme of the homodyne acousto-optic spectrum analyzer based Young interferometer

ГАОСА с ПЗС-фотоприемником [6] и дана теоретическая оценка достижимого динамического диапазона. При этом авторами [3–5] не было учтено, что для выделения амплитудного спектра входного сигнала  $s(t)$  необходимо дополнительно сформировать квадратурный компонент спектра, а достигнутые на практике значения динамического диапазона в лучшем случае отличались от теоретической оценки на 4 дБ и были далеки от удвоенного (при измерении в децибелах) значения [6].

**Статистическая модель ГАОСА.** В настоящей статье предложена статистическая модель ГАОСА с ФП с накоплением, учитывающая необходимость формирования квадратурных компонентов спектра, и на ее основе даны оценки достижимого значения динамического диапазона.

Односигнальный динамический диапазон ГАОСА определим как

$$DR = 10 \lg \left( \frac{P_{s \max}}{P_{s \min}} \right),$$

где  $P_{s \max}$  и  $P_{s \min}$  – максимальная и минимальная мощности входного гармонического сигнала, при которых обеспечивается работоспособность устройства, соответственно. Верхняя граница диапазона определяется двумя независимыми явлениями: нелинейностью акустооптического взаимодействия и насыщением ФП при накоплении заряда под воздействием излучения. Нижняя граница определяется требуемым от устройства минимальным отношением сигнал/шум SNR.

Основным источником шумов ГАОСА является ФП, который в свою очередь характеризуется

двумя типами шумов: зависящими от уровня сигнала и независящими. К последним относится тепловой шум, проявляющийся как в виде темнового заряда в ячейках ФП, так и в виде шумов электрической схемы, формирующей ток на выходе ФП.

Наличие фотонного шума приводит к тому, что накапливаемый ячейкой ФП под воздействием внешнего излучения заряд является случайной величиной, подчиняющейся статистике Пуассона. При этом среднее число  $\bar{n}_3$  фотоэлектронов определяется как

$$\bar{n}_3 = \bar{n}_\phi \eta_{\text{ФП}} T_{\text{н}}, \quad (1)$$

где  $\bar{n}_\phi$  – среднее число фотонов, падающих на ячейку за 1 с;  $\eta_{\text{ФП}}$  – квантовая эффективность ФП;  $T_{\text{н}}$  – время накопления. Дисперсия количества фотоэлектронов составляет

$$\sigma_3^2 = \bar{n}_3, \quad (2)$$

что дает на этапе накопления за время  $T_{\text{н}}$  отношение сигнал/шум

$$\text{SNR}_3 = \bar{n}_3^2 / \sigma_3^2 = \bar{n}_3 = \bar{n}_\phi \eta_{\text{ФП}} T_{\text{н}}.$$

Накопленный каждой ячейкой заряд выводится через регистр за время  $T_{\text{clk}}$ , что дает средний ток:

$$\bar{i} = (e/T_{\text{clk}}) \bar{n}_3$$

и его дисперсию:

$$\sigma_i^2 = (e/T_{\text{clk}}) \bar{i}.$$

При этом отношение сигнал/шум остается неизменным:  $SNR_i = SNR_3$ , а сигнал по-прежнему подчиняется статистике Пуассона.

Наличие тепловых шумов электрической схемы увеличивает дисперсию на безразмерную величину  $\sigma_q^2$ . Физический смысл этой величины – среднее квадратичное число электронов теплового шума за время  $T_{clk}$ .

В [7] шум схемы для полевого транзистора оценивается величиной

$$\sigma_q \approx \sqrt{B_{ФП}}/100,$$

где  $B_{ФП}$  – ширина полосы рабочих частот ФП, МГц. Так, усилитель на полевом транзисторе имеет  $\sigma_q \approx 500$  при ширине полосы частот от 100 МГц до 2 ГГц.

Результирующее отношение сигнал/шум на выходе ФП:

$$SNR_{ФП} = \frac{\bar{n}_3^2}{\bar{n}_3 + \sigma_q^2}.$$

Накопление заряда в ФП описывается выражением [8]

$$Q(x_2, T_H) = W_s(x_2, T_H) + W_r(x_2, T_H) + 2 \operatorname{Re} \left\{ \int_0^{T_H} \dot{S}(x_2, t) \dot{R}^*(x_2, t) dt \right\}, \quad (3)$$

где  $W_s(x_2, T_H)$  и  $W_r(x_2, T_H)$  – энергетические спектры анализируемого и опорного сигналов соответственно за время  $T_H$ ;  $\dot{S}(x_2, t)$  и  $\dot{R}(x_2, t)$  – мгновенные спектры анализируемого и опорного сигналов соответственно; \* – символ комплексного сопряжения.

Для формирования квадратурных компонентов можно воспользоваться одним из способов, предложенных в [9].

В (3) третье слагаемое знакопеременное. Для корректного формирования спектра входного сигнала необходимо, чтобы равномерный заряд на фотоприемнике, которому соответствует энергетический спектр опорного сигнала  $W_r(x_2, T_H)$ , выступал в качестве срединного уровня. Это означает, что при отсутствии входного сигнала опорный сигнал должен формировать в каждой ячейке ФП средний заряд  $Q_{\max}/2$ , где  $Q_{\max}$  – максимальный заряд ячейки. Дисперсия шумов  $\sigma_r^2$ , соответствующая такому количеству электронов, согласно (2) равна:

$$\sigma_r^2 = Q_{\max}/2,$$

что с учетом шумов схемы дает оценку дисперсии шума на выходе ФП при отсутствии анализируемого сигнала

$$\sigma_{ФП0}^2 = Q_{\max}/2 + \sigma_q^2,$$

которая возрастает при наличии входного сигнала, увеличивающего накапливаемый в ячейке заряд.

Для оценки собственных шумов ГАОСА будем считать, что в среднем по апертуре ФП заряд каждой ячейки составляет  $Q_{\max}/2$ , что позволяет получить распределение заряда в строке, согласно (3), без искажений. Это значение для современных ФП с накоплением достаточно велико, чтобы распределение заряда в ячейке по закону Пуассона  $P(Q_{\max}/2, Q_{\max}/2)$  с необходимой точностью аппроксимировать нормальным распределением  $N(Q_{\max}/2, Q_{\max}/2)$ . После считывания заряда дисперсия шумов увеличивается за счет шумов электрической схемы, и сигнал на выходе фотоприемника имеет распределение  $N(Q_{\max}/2, Q_{\max}/2 + \sigma_q^2)$ . После выделения квадратурных компонентов, что соответствует устранению в (3)  $W_s(x_2, T_H)$  и  $W_r(x_2, T_H)$ , получим 2 сигнала, которые также подчиняются нормальному закону, но с нулевым математическим ожиданием и удвоенной дисперсией:  $N(0, Q_{\max} + 2\sigma_q^2)$ . Тогда сигнал на выходе ГАОСА, вычисляемый как квадратный корень из суммы квадратов квадратур, имеет распределение Рэлея с дисперсией

$$\sigma_{\text{вых}0}^2 = (2 - \pi/2)(Q_{\max} + 2\sigma_q^2)$$

и средним значением

$$m_{\text{вых}0} = \sqrt{(\pi/2)(Q_{\max} + 2\sigma_q^2)}.$$

Оно не равно нулю и должно быть учтено при определении среднего значения распределения при наличии сигнала.

Следуя аналогичным рассуждениям, можно показать, что при наличии входного сигнала сигнал на выходе ГАОСА подчиняется распределению Райса:

$$p(s) = \frac{s}{\sigma_N^2} \exp\left(-\frac{s^2 + v^2}{2\sigma_N^2}\right) J_0\left(\frac{sv}{\sigma_N^2}\right),$$

где  $\sigma_N^2$  – приближенное значение дисперсии распределений квадратурных компонентов;  $v$  – параметр;  $J_0(\cdot)$  – модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка.

Дисперсию распределений квадратурных компонентов оценим как

$$\sigma_N^2 = 2Q_{Wr} + 2Q_{Ws} + 2\sigma_q^2,$$

где  $Q_{Wr}$  и  $Q_{Ws}$  – компоненты заряда, определяемые энергиями опорного и анализируемого сигналов соответственно.

Параметр  $v$  равен:

$$v = Q_s \sqrt{2}, \quad (4)$$

где

$$Q_s(x_2) = 2 \int_0^{T_H} |\dot{S}(x_2, t)| |\dot{R}(x_2, t)| dt$$

– значение полезной, информационной части заряда в ячейке.

Среднее значение сигнала на выходе ГАОСА, определенное для распределения Райса:

$$\bar{s}_{\text{ВЫХ}} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma_N \exp\left(-\frac{v^2}{4\sigma_N^2}\right) \times \left[ \left(\frac{v^2}{2\sigma_N^2} + 1\right) I_0\left(\frac{v^2}{4\sigma_N^2}\right) + \frac{v^2}{2\sigma_N^2} J_1\left(\frac{v^2}{4\sigma_N^2}\right) \right],$$

где  $J_1(\cdot)$  – модифицированная функция Бесселя первого рода первого порядка. Дисперсия выходного сигнала ГАОСА:

$$\sigma_{\text{ВЫХ}}^2 = 2\sigma_N^2 + v^2 - \bar{s}_{\text{ВЫХ}}^2.$$

Тогда отношение сигнал/шум на выходе ГАОСА

$$\text{SNR}_{\text{ВЫХ}} = \frac{(\bar{s}_{\text{ВЫХ}} - m_{\text{ВЫХ}0})^2}{2\sigma_N^2 + v^2 - \bar{s}_{\text{ВЫХ}}^2}. \quad (5)$$

Разрешить (5) относительно  $Q_s$  не представляется возможным, поэтому для определения нижней границы динамического диапазона воспользуемся малостью  $v$  и оценим  $\text{SNR}_{\text{ВЫХ} \min}$  как предел:

$$\text{SNR}_{\text{ВЫХ} \min} = \lim_{\frac{v^2}{2\sigma_N^2} \rightarrow 0} \frac{(\bar{s}_{\text{ВЫХ}} - m_{\text{ВЫХ}0})^2}{2\sigma_N^2 + v^2 - \bar{s}_{\text{ВЫХ}}^2} =$$

$$= \frac{(\pi/2) [v^2 / (2\sigma_N^2)]^2}{2\sigma_N^2 - (\pi/2) \sigma_N^2 + v^2},$$

причем

$$\lim_{\frac{v^2}{2\sigma_N^2} \rightarrow 0} \sigma_N^2 = (Q_{\max} + 2\sigma_q^2).$$

Тогда после математических преобразований получим квадратное уравнение относительно  $v^2$ , положительный корень которого и (4) дадут оценку нижней границы динамического диапазона в виде

$$Q_{s \min} = \left( \frac{Q_{\max} + 2\sigma_q^2}{\pi} \left\{ 2\text{SNR}_{\text{ВЫХ} \min} + \left[ 4\text{SNR}_{\text{ВЫХ} \min}^2 + 2\pi\text{SNR}_{\text{ВЫХ} \min} \left( 2 - \frac{\pi}{2} \right) \right]^{0.5} \right\} \right)^{0.5}. \quad (6)$$

Эта величина определяет относительный уровень выходного сигнала ГАОСА, при котором достигается заданное минимальное отношение сигнал/шум  $\text{SNR}_{\text{ВЫХ} \min}$ .

Верхней границе динамического диапазона, определяемой возможностями фотоприемника, соответствует  $Q_{s \max}$ , при котором заряд ячейки фотоприемника достигает максимально допустимого значения  $Q_{\max}$ . Оценку  $Q_{s \max}$  дадим исходя из того, что накопление заряда ячейки описывается (3). При этом не будем учитывать пространственную несущую, считая, что в некоторой точке третья слагаемое может достигать положительного максимума, что даст

$$Q_{s \max} = Q_{\max} (\sqrt{2} - 1). \quad (7)$$

**Односигнальный динамический диапазон.** Отношение (7) к (6) определяет односигнальный динамический диапазон, ограниченный возможностями фотоприемника:

$$DR_{\text{ФП}}^{(1)} = 20 \log \left\{ \frac{Q_{\max} (\sqrt{2} - 1)}{Q_{s \min}} \right\}. \quad (8)$$

Оценим  $DR_{\text{ФП}}^{(1)}$  для типовых параметров фотоприемника: заряд насыщения  $Q_{\max} = 10^5 \text{ e}^-$ ,

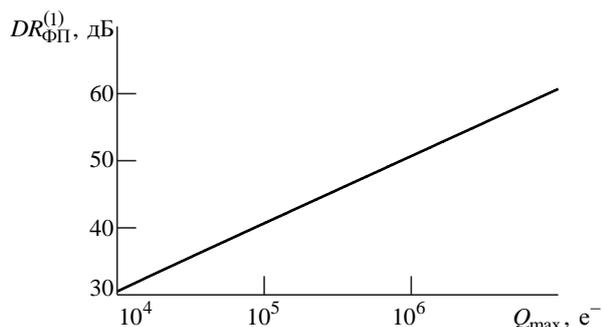


Рис. 2. Зависимость односигнального динамического диапазона от заряда насыщения фотоприемника

Fig. 2. 1dB compression dynamic range

шумы электрических схем  $\sigma_q^2 = 2 \cdot 10^2$ . При  $SNR_{\text{вых}_{\min}} = 1$  односигнальный динамический диапазон ГАОСА, ограниченный возможностями ФП, составит 40 дБ. Это означает увеличение динамического диапазона примерно в 1.35 раза вместо ожидаемых 2. Основным ограничителем  $DR_{\text{ФП}}^{(1)}$  является заряд насыщения фотоприемника, определяющий как верхнюю, так и нижнюю границы диапазона. Зависимость  $DR_{\text{ФП}}^{(1)}$  от  $Q_{\max}$  представлена на рис. 2.

**Отношение сигнал/шум.** Расчеты по (5) дают оценку отношения сигнал/шум выходного сигнала ГАОСА для различных значений  $Q_s$  (рис. 3).

Для оценки интенсивности излучения  $I$ , формирующего за время  $T_H$  средний заряд  $\bar{Q}$  в ячейке площадью  $S_{\text{яч}}$ , воспользуемся соотношением (1) и получим:

$$I = \frac{\bar{Q}\hbar\omega}{eS_{\text{яч}}\eta_{\text{ФП}}T_H} = \frac{\bar{n}_3\hbar\omega}{S_{\text{яч}}\eta_{\text{ФП}}T_H},$$

где  $\hbar$  – постоянная Планка;  $\omega$  – частота световой волны;  $e$  – заряд электрона.

Тогда интенсивность излучения в опорном канале, которая обеспечит заряд  $Q_{\max}/2$  в каждой ячейке, должна составлять

$$I_R = \frac{Q_{\max}\hbar\omega}{2eS_{\text{яч}}\eta_{\text{АГ}}T_H}.$$

Для формирования заряда  $Q_s$ , содержащего информацию о спектре входного сигнала, в сигнальном канале необходимо обеспечить интенсивность

$$I_S = \frac{2Q_s^2\hbar\omega}{Q_{\max}eS_{\text{яч}}\eta_{\text{ФП}}T_H}.$$

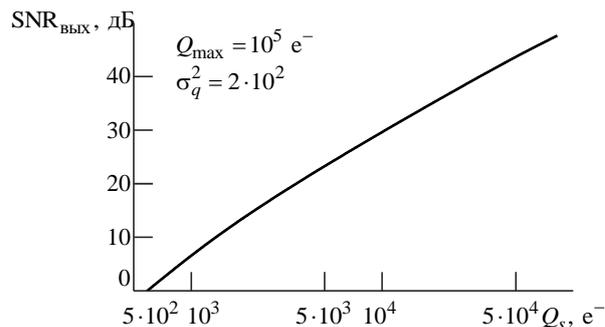


Рис. 3. Зависимость отношения сигнал/шум от уровня заряда сигнальной составляющей

Fig. 3. Signal-to-noise ratio versus signal component charge level

Необходимые для формирования требуемого заряда в  $n_{\text{яч}}$  ячейках фотоприемника мощности излучения в опорном и сигнальном каналах составят:

$$P_r = n_{\text{яч}_r} \frac{Q_{\max}\hbar\omega}{2e\eta_{\text{ФП}}T_H}; \quad P_s = n_{\text{яч}_s} \frac{2Q_s^2\hbar\omega}{Q_{\max}e\eta_{\text{ФП}}T_H}.$$

Количество ячеек в сигнальном канале  $n_{\text{яч}_s}$  при определении односигнального динамического диапазона должно соответствовать одному спектральному элементу разрешения, а количество ячеек в опорном канале  $n_{\text{яч}_r}$  должно соответствовать общему числу  $N_{\text{э.р}}$  элементов разрешения в спектре. Считая необходимым считывание трех строк апертуры ФП и выделяя по 3 ячейки на главный лепесток АФ, примем  $n_{\text{яч}_s} = 9$  и  $n_{\text{яч}_r} = 9N_{\text{э.р}}$ .

Интенсивность света в первом дифракционном порядке  $I^{\pm 1}$  в режиме Брэгга связана с интенсивностью  $I_{\Pi}$  падающего на АОМ излучения соотношением [10]

$$I^{\pm 1} = \sin^2 \left( \frac{\pi}{\lambda \cos \theta_B} \sqrt{\frac{M_2 P_{\text{зв}} l}{2b}} \right) I_{\Pi} = \eta_B (P_{\text{зв}}) I_{\Pi}, \quad (9)$$

где  $\lambda$  – длина световой волны;  $\theta_B$  – угол Брэгга для опорного канала АОМ;  $M_2$  – дифракционное качество материала АОМ;  $P_{\text{зв}}$  – мощность звуковой волны;  $l$  – длина акустооптического взаимодействия;  $b$  – ширина пьезопреобразователя АОМ;  $\eta_B$  – эффективность дифракции в режиме Брэгга.

Умножив левую и правую части (9) на площадь продольного сечения акустического пучка, перейдем к мощностям и определим уровень из-

лучения, требуемый для засветки по опорному и сигнальному каналам:

$$P_{\Pi_r} = \frac{P_r}{\eta_{B_r}(P_{зв_r})} = n_{яч_r} \frac{Q_{\max} \hbar \omega}{2e \eta_{ФП} T_H \eta_{B_r}(P_{зв_r})};$$

$$P_{\Pi_s} = \frac{P_s}{\eta_{B_s}(P_{зв_s})} = n_{яч_s} \frac{2Q_s^2 \hbar \omega}{Q_{\max} e \eta_{ФП} T_H \eta_{B_s}(P_{зв_s})}, \quad (10)$$

где  $\eta_{B_r}(P_{зв_r})$  и  $\eta_{B_s}(P_{зв_s})$  – зависимости эффективности дифракции в режиме Брэгга от мощности звука в опорном и сигнальном каналах АОМ соответственно. Таким образом, необходимый уровень заряда можно обеспечить как за счет  $P_{зв}$ , т. е. уровня входного сигнала АОМ, так и за счет мощности излучения лазера.

**Нелинейность акустооптического взаимодействия.** Для дальнейшего рассмотрения представим (9) в виде

$$I^{\pm 1} = \sin^2(C_{АОМ} \sqrt{P_{зв}}) I_{\Pi},$$

где  $C_{АОМ}$  – константа. АОМ можно характеризовать эффективностью дифракции  $\eta_{B_{эф}}$  на 1 Вт акустической мощности, которая составляет от долей до десятков процентов. Тогда для константы получим

$$C_{АОМ} = \arcsin(\sqrt{\eta_{B_{эф}}}).$$

Рассмотрим зависимость  $\eta_B(P_{зв})$  при  $\eta_{B_{эф}} = 0.5\%$  (рис. 4). Отклонение зависимости от линейного закона (штриховая линия) на 1 дБ наблюдается при мощности звука 21 дБ/Вт, что можно считать верхней границей для уровня входного сигнала при рассмотрении нелинейности акустооптического взаимодействия. Эффективность

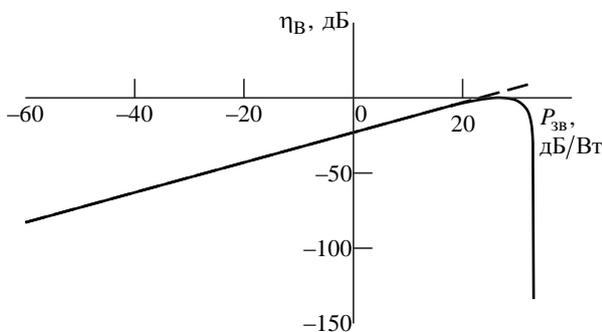


Рис. 4. Зависимость эффективности дифракции в режиме Брэгга от мощности акустического сигнала  
 Fig. 4. Bragg diffraction efficiency versus acoustic signal power

дифракции  $\eta_{B_{\max}}$  при этом составляет более 60 %.

Расчеты показывают, что уменьшение  $\eta_{B_{эф}}$  в 10 раз повышает верхнюю границу примерно на 9 дБ.

Оценим  $P_{\Pi_r}$  для следующих параметров, которые можно считать типовыми:

– эффективность дифракции на 1 Вт звуковой мощности  $\eta_{B_{эф}} = 0.5\%$ ;

– мощность акустического сигнала  $P_{зв_r} = 1$  Вт;

– заряд насыщения фотоприемника

$Q_{\max} = 10^5 e^-$  [11, 12];

– квантовая эффективность фотоприемника  $\eta_{ФП} = 0.5$  [11, 12];

– время накопления заряда на фотоприемнике  $T_H = 100$  мкс [11, 12];

– число ячеек фотоприемника в трех строках  $n_{яч_r} = 9000$ .

Расчеты показывают, что для обеспечения заряда  $Q_{\max}/2$  в 9000 ячейках необходима мощность

$P_{\Pi_r} \cong 0.55$  мВт. Это значение более, чем на 20 дБ

ниже верхней границы линейности акустооптического взаимодействия. Положив для простоты

$P_{\Pi_r} = P_{\Pi_s}$ , определим мощность звука в сигнальном канале, при которой произойдет насыщение ФП, т. е.

будет достигнута верхняя граница  $DR_{ФП}^{(1)}$ . Для гармонического сигнала она составит  $P_{зв_s} \cong 0.69$  мВт.

Эффективность дифракции в сигнальном канале при этом составляет  $\eta_{B_s} \cong 0.0034\%$ .

При оценке мощности излучения лазера  $P_L$  необходимо учесть потери, связанные с неэффективностью фокусировки пучка, рассеянием света в оптическом тракте и пр. Положив коэффициент использования лазера равным 1 %, получим  $P_L \approx 100$  мВт. В этом режиме односигнальный динамический диапазон ГАОСА определяется только возможностями фотоприемника и рассчитывается согласно (8).

**Двухсигнальный динамический диапазон.** Оценим уровень интермодуляционных искажений третьего порядка. В ГАОСА нелинейность, определяющая двухсигнальный динамический диапазон  $DR_{ГАОСА}^{(2)}$ , связана с акустооптическим взаимодействием. Выразим из (10)  $\eta_{B_s}(P_{зв_s})$ :

$$\eta_{B_s}(P_{3B_s}) = \frac{2Q_s^2 \hbar \omega n_{яч_s}}{Q_{\max} e \eta_{\Phi\Pi} T_H P_{\Pi_s}} \quad (11)$$

и воспользуемся тем, что  $\eta_{B_s}(P_{3B_s}) = \sin^2(C_{\text{АОМ}} \sqrt{P_{3B_s}})$ . Извлекая корень из правой и левой частей (11), получим

$$\sin(C_{\text{АОМ}} \sqrt{P_{3B_s}}) = Q_s \sqrt{\frac{2\hbar \omega n_{яч_s}}{Q_{\max} e \eta_{\Phi\Pi} T_H P_{\Pi_s}}}$$

Разложим функцию синуса в левой части равенства в ряд Тейлора, оставив в записи первые 2 члена:

$$\begin{aligned} C_{\text{АОМ}} \sqrt{P_{3B_s}} - \frac{(C_{\text{АОМ}} \sqrt{P_{3B_s}})^3}{6} + \dots = \\ = Q_s \sqrt{\frac{2\hbar \omega n_{яч_s}}{Q_{\max} e \eta_{\Phi\Pi} T_H P_{\Pi_s}}} \end{aligned} \quad (12)$$

В этом выражении первое слагаемое слева определяет линейный компонент сигнала, а второе – продукты интермодуляции третьего порядка. Для определения нижней границы двухсигнального динамического диапазона в (12) необходимо оставить слева первое слагаемое, а справа вместо  $Q_s$  подставить  $Q_{s\min}$ , определяемое согласно (6). В результате математических преобразований получим выражение для уровня  $P_{3B_s\min}$  входного сигнала, соответствующей нижней границе динамического диапазона:

$$P_{3B_s\min} = \frac{Q_{s\min}^2 2\hbar \omega n_{яч_s}}{Q_{\max} e \eta_{\Phi\Pi} T_H P_{\Pi_s} C_{\text{АОМ}}^2}$$

Для определения верхней границы двухсигнального динамического диапазона в (12) необходимо оставить слева второе слагаемое без учета знака, а справа вместо  $Q_s$  подставить  $Q_{s\min}$ . После математических преобразований получим выражение для уровня  $P_{3B_s\max}$  входного сигнала, соответствующей верхней границе двухсигнального динамического диапазона:

$$P_{3B_s\max} = \sqrt[3]{\frac{72Q_{s\min}^2 \hbar \omega n_{яч_s}}{Q_{\max} e \eta_{\Phi\Pi} T_H P_{\Pi_s} C_{\text{АОМ}}^2}}$$

Отношение  $P_{3B_s\max}$  к  $P_{3B_s\min}$  определяет двухсигнальный динамический диапазон. В логарифмическом масштабе эта величина определяется как

$$DR_{\text{ГАОСА}}^{(2)} = \frac{10}{3} \log 9 + \frac{20}{3} \log \frac{Q_{\max} e \eta_{\Phi\Pi} T_H P_{\Pi_s}}{Q_{s\min}^2 \hbar \omega n_{яч_s}}$$

Оценим  $DR_{\text{ГАОСА}}^{(2)}$  для следующих параметров:

- мощность излучения, падающая на сигнальный канал АОМ  $P_{\Pi_s} = 0.55$  мВт;
- заряд насыщения фотоприемника  $Q_{\max} = 10^5$  е<sup>-</sup>;
- параметр шума схемы ФП –  $\sigma_q^2 = 2 \cdot 10^2$ , что дает  $Q_{s\min} = 383$  е<sup>-</sup> при  $\text{SNR}_{\text{ВЫХ}\min} = 1$ ;
- квантовая эффективность фотоприемника  $\eta_{\Phi\Pi} = 0.5$ ;
- время накопления заряда на фотоприемнике  $T_H = 100$  мкс;
- число ячеек фотоприемника на 2 элемента разрешения  $n_{яч_s} = 18$ .

Расчетное значение  $DR_{\text{ГАОСА}}^{(2)} = 66.73$  дБ. Задав также  $\eta_{\text{БГ}}^{\text{ИБТ}} = 0.5$  %, оценим максимальный уровень входного сигнала  $P_{3B_s\max} = 552$  мВт. При этом  $DR_{\text{ГАОСА}}^{(2)}$  включает односигнальный динамический диапазон  $DR_{\text{ГАОСА}}^{(1)}$  при общей нижней границе.

Примем  $\text{SNR}_{\text{ВЫХ}\min} = 1$  и проанализируем выражение (6). Возведем выражение в квадрат:

$$Q_{s\min}^2 = \frac{Q_{\max} + 2\sigma_q^2}{\pi} \left[ 2 + \sqrt{4 + 2\pi \left( 2 - \frac{\pi}{2} \right)} \right]$$

При  $Q_{\max} \gg 2\sigma_q^2$ , что справедливо для всех практически интересных случаев,  $Q_{s\min}^2 \propto Q_{\max}$ .

Тогда  $DR_{\text{ГАОСА}}^{(2)}$  не зависит от  $Q_{\max}$ , а определяется тем, в каком масштабе по амплитуде спектр сигнала накапливается в ФП и как долго. Ранее упоминалось, что формирование необходимого заряда возможно как за счет достижения необходимого уровня входного сигнала, так и за

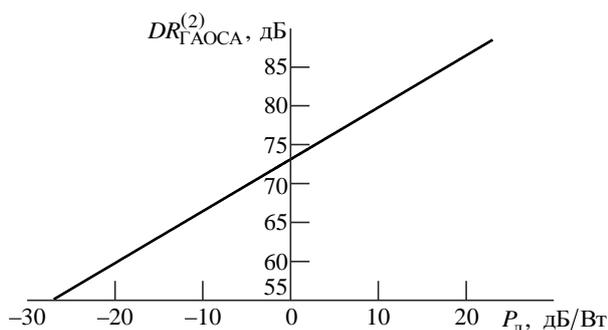


Рис. 5. Зависимость двухсигнального динамического диапазона от мощности лазерного излучения

Fig. 5. Spurious free dynamic range

счет мощности и эффективности использования лазера. Иными словами, увеличивая  $P_{П_s}$ , можно снизить уровень входного сигнала, сохранив заряд. При этом меньшим значениям  $P_{П_s}$  соответствует более линейный характер акустооптического взаимодействия (см. рис. 4). На рис. 5 представлена зависимость  $DR_{ГАОСА}^{(2)}$  от мощности излучения лазера при коэффициенте использования его излучения 1 %. При расчетах использованы принятые ранее параметры. Равенство

$DR_{ГАОСА}^{(2)}$  и  $DR_{ГАОСА}^{(1)}$  достигается при мощности излучения  $P_{л} = -19$  дБ/мВт для  $Q_{\max} = 10^5 e^-$ , которая может быть обеспечена как полупроводниковым [13, 14], так и газовым лазером [13, 15].

Большему времени накопления соответствует больший заряд при неизменной мощности на входе АОМ, что также расширяет двухсигнальный динамический диапазон. Таким образом, время накопления также может быть использовано для расширения двухсигнального динамического диапазона.

**Закключение.** Представленная статистическая модель ГАОСА с ФП с накоплением при подстановке параметров, указанных в [6], дает более точную оценку динамического диапазона с ошибкой в 1 дБ вместо полученных авторами 4 дБ. Также модель наглядно показывает невозможность удвоения (в децибелах) динамического диапазона в интерферометрической схеме по сравнению с анализаторами спектра мощности. Это связано с необходимостью иметь в плоскости спектров относительно высокую по уровню опорную засветку, которая значительно повышает уровень собственных шумов ГАОСА.

## Список литературы

1. A 3 GHz Instantaneous Bandwidth Acousto-Optical Spectrometer with 1 MHz Resolution / M. Olbrich, V. Mittenzwei, O. Siebertz, F. Schmulling, R. Schieder // Proc. of 18th Intern. Symp. on Space Terahertz Technology, Pasadena, California, 21–23 March 2007. P. 231–235. URL: <https://hobbydocbox.com/Radio/95227070-A-3-ghz-instantaneous-bandwidth-acousto-optical-spectrometer-with-1-mhz-resolution.html> (дата обращения 16.01.2020).
2. Acousto-Optical Spectrometers for THz Heterodyne Instruments / O. Siebertz, R. Schieder, C. Gal, M. Olbrich, P. Hartogh. Proc. SPIE. 4857. 2003. Vol. 56.
3. Vander Lugt A. Interferometric spectrum analyzer // App. Opt. 1981. Vol. 20, iss. 16. P. 2770–2779. doi: 10.1364/AO.20.002770
4. Wiley W. A., Gatenby P. V. Theoretical Study of the interferometric Bragg-cell Spectrum Analyzer // IEE Proc. J. Optoelectronics. 1986. Vol. 133, iss. 1. P. 47–59. doi: 10.1049/ip-j.1986.0007
5. Tinoco A. F. S., Perrella W. J., Alves F. D. P., Oliveira J. E. B. Computer aided Design of Bragg Cell Spectrum Analyzer // Proc. of the 2001 SBMO/IEEE MTT-S Intern. Microwave and Optoelectronics Conf. Belem, Brazil, Brazil, 6–10 Aug. 2001. Vol. 1. P. 13–16. doi: 10.1109/SBMOMO.2001.1008708
6. Грачев С. В., Рогов А. Н., Ушаков В. Н. Гомодинный акустооптический анализатор спектра с пространственным и временным интегрированием // Радиотехника. 2003. Вып. 4. С. 23–28.
7. Saleh B. E. A., Teich M. C. Fundamentals of Photonics. 2<sup>nd</sup> ed. Hoboken, NJ: Wiley Interscience, 2007. 1177 p.
8. Акустооптические процессоры спектрального типа / под ред. В. В. Проклова, В. Н. Ушакова. М.: Радиотехника, 2012. 192 с.
9. Аронов Л. А., Ушаков В. Н. Метод формирования квадратурных компонентов спектра в гомодинном акустооптическом спектроанализаторе // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2019. Т. 22, № 2. С. 53–61. doi: 10.32603/1993-8985-2019-22-2-53-61
10. Vander Lugt A. Optical Signal Processing. New York: Wiley Interscience, 2005. 604 p.
11. CCD Area Image Sensor S12101 / Hamamatsu photonics. URL: [https://www.hamamatsu.com/resources/pdf/ssd/s12101\\_kmpd1176e.pdf](https://www.hamamatsu.com/resources/pdf/ssd/s12101_kmpd1176e.pdf) (дата обращения 14.01.2020).
12. CCD Area Image Sensor S12101 / Hamamatsu photonics. URL: [https://www.hamamatsu.com/resources/pdf/ssd/s12071\\_kmpd1138e.pdf](https://www.hamamatsu.com/resources/pdf/ssd/s12071_kmpd1138e.pdf) (дата обращения 14.01.2020).
13. Svelto O. Principles of Lasers. 5<sup>th</sup> ed. New York: Springer Science+Business Media, LLC, 2010. 620 p.
14. Diode Lasers for Raman Spectroscopy / Micro Laser Systems, Inc. URL: [http://www.microlaser.com/PDFs/DL\\_for\\_Raman-16.pdf](http://www.microlaser.com/PDFs/DL_for_Raman-16.pdf) (дата обращения 14.01.2020).
15. HNL Series Red HeNe Lasers. User Guide Rev. B. August 21, 2018 / Thorlabs. URL: <http://cdn.specpick.com/images/photonics/products/HNL150RB.pdf> (дата обращения 14.01.2020).

## Информация об авторах

**Аронов Леонид Андреевич** – магистр техники и технологии по направлению "Телекоммуникации" (2006), старший преподаватель кафедры теоретических основ радиотехники Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина). Автор 20 научных работ. Сфера научных интересов – оптическая обработка информации.

Адрес: Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина), ул. Профессора Попова, д. 5, Санкт-Петербург, 197376, Россия

E-mail: aronov.tor@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0003-2332-7826>

**Доброленский Юрий Сергеевич** – кандидат физико-математических наук по специальности "Радиофизика" (2008), старший научный сотрудник Института космических исследований Российской академии наук (ИКИ РАН). Автор более 60 научных работ. Сфера научных интересов – акустооптика, физическая оптика, радиофизика, физика колебаний, физика атмосферы, космическое приборостроение, физика планет.

Адрес: Институт космических исследований Российской академии наук (ИКИ РАН), ул. Профсоюзная, д. 84/32, Москва, 117997, Россия

E-mail: dobrolenskiy@iki.rssi.ru

<https://orcid.org/0000-0003-4960-2232>

**Кулак Геннадий Владимирович** – доктор физико-математических наук (2003), профессор (2011), член Нью-Йоркской академии наук (1996), профессор кафедры физики и математики Мозырского государственного педагогического университета им. И. П. Шамякина, Республика Беларусь. Автор более 210 научных работ. Сфера научных интересов – акустооптика гиротропных монокристаллов и оптических волноводов; оптоакустика конденсированных сред.

Адрес: УО "Мозырский государственный педагогический университет им. И. П. Шамякина", ул. Студенческая, д. 28, Мозырь, 247777, Республика Беларусь

E-mail: g.kulak57@mail.ru

## References

1. Olbrich M., Mittenzwei V., Siebertz O., Schmulling F., Schieder R. A 3 GHz Instantaneous Bandwidth Acousto-Optical Spectrometer with 1 MHz Resolution. Proc. of 18th Intern. Symp. on Space Terahertz Technology, 21–23 March 2007, Pasadena, California, pp. 231–235. Available at: <https://hobbydocbox.com/Radio/95227070-A-3-ghz-instantaneous-bandwidth-acousto-optical-spectrometer-with-1-mhz-resolution.html> (accessed 16.01.2020).
2. Siebertz O., Schieder R., Gal C., Olbrich M., Hartogh P. Acousto-Optical Spectrometers for THz Heterodyne Instruments. Proc. SPIE. 4857, 2003, vol. 56.
3. Vander Lugt A. Interferometric Spectrum Analyzer. App. Opt. 1981, vol. 20, iss. 16, pp. 2770–2779. doi: 10.1364/AO.20.002770
4. Wiley W. A., Gatenby P. V. Theoretical Study of the interferometric Bragg-cell Spectrum Analyzer. IEE Proc. J. Optoelectronics. 1986, vol. 133, iss. 1, pp. 47–59. doi: 10.1049/ip-j.1986.0007
5. Tinoco A. F. S., Perrella W. J., Alves F. D. P., Oliveira J. E. B. Computer aided Design of Bragg Cell Spectrum Analyzer. Proc. of the 2001 SBMO/IEEE MTT-S Intern. Microwave and Optoelectronics Conf. Belem, Brazil, Brazil, 6–10 Aug. 2001, vol. 1, pp. 13–16. doi: 10.1109/SBMOMO.2001.1008708
6. Grachev S. V., Rogov A. N., Ushakov V. N. Homodyne Acousto-Optic Spectrum Analyzer with Spatial and Temporal Integration. Radioengineering. 2003, vol. 4, pp. 23–28. (In Russ.)
7. Saleh B. E. A., Teich M. C. Fundamentals of Photonics. 2<sup>nd</sup> ed. Hoboken, N. J., Wiley Interscience, 2007, 1177 p.
8. *Akustoopticheskie protsessory spektral'nogo tipa* [Acousto-Optical Spectral-Type Processors]. Ed. by V. V. Proklov, V. N. Ushakov. Moscow, *Radiotekhnika*, 2012, 192 p. (In Russ.)
9. Aronov L. A., Ushakov V. N. Quadrature Components Forming Method for Homodyne Acousto-Optic Spectrum Analyzer. J. of the Russian Universities. Radioelectronics. 2019, vol. 22, no. 2, pp. 53–61. doi: 10.32603/1993-8985-2019-22-2-53-61
10. Vander Lugt A. Optical Signal Processing. New York, Wiley Interscience, 2005, 604 p.
11. CCD Area Image Sensor S12101. Hamamatsu photonics. Available at: [https://www.hamamatsu.com/resources/pdf/ssd/s12101\\_kmpd1176e.pdf](https://www.hamamatsu.com/resources/pdf/ssd/s12101_kmpd1176e.pdf) (accessed 14.01.2020).
12. CCD Area Image Sensor S12101. Hamamatsu photonics. Available at: [https://www.hamamatsu.com/resources/pdf/ssd/s12071\\_kmpd1138e.pdf](https://www.hamamatsu.com/resources/pdf/ssd/s12071_kmpd1138e.pdf) (accessed 14.01.2020).
13. Svelto O. Principles of Lasers. 5<sup>th</sup> ed. New York, Springer Science+Business Media, LLC, 2010, 620 p.
14. Diode Lasers for Raman Spectroscopy. Micro Laser Systems, Inc. Available at: [http://www.microlaser.com/PDFs/DL\\_for\\_Raman-16.pdf](http://www.microlaser.com/PDFs/DL_for_Raman-16.pdf) (accessed 14.01.2020).
15. HNL Series Red HeNe Lasers. User Guide Rev. B. August 21, 2018. Thorlabs. Available at: <http://cdn.specpick.com/images/photonics/products/HNL150RB.pdf> (accessed 14.01.2020).

### Information about the authors

**Leonid A. Aronov**, Master's Degree in Telecommunications (2006), Senior Lecturer of the Department of Theoretical Bases of Radioengineering of Saint Petersburg Electrotechnical University. The author of 21 scientific publications. Area of expertise: optical information processing.

Address: Saint Petersburg Electrotechnical University, 5 Professor Popov Str., St Petersburg 197376, Russia

E-mail: Aronov.tor@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0003-2332-7826>

**Yurii S. Dobrolenskii**, Cand. Sci. (Phys.-Math.) (2008), Senior Researcher of the Space Research Institute of the Russian Academy of Sciences. The author of 60 scientific publications. Area of expertise: acousto-optics; physical optics; radio physics; fluctuation physics; atmospheric physics; space engineering; physics of planets.

Address: Space Research Institute of the Russian Academy of Sciences, 84/32 Profsoyuznaya Str, Moscow 117997, Russia

E-mail: dobrolenskiy@iki.rssi.ru

<https://orcid.org/0000-0003-4960-2232>

**Gennadii V. Kulak**, Dr. Sci. (Phys.-Math.) (2003), Professor (2011), Member of New York Academy of Sciences (1996), Professor of the Department of Physics And Mathematics of Mozyr State Pedagogical University named after I. P. Shamyakin. The author of 210 scientific publications. Area of expertise: acousto-optics of gyrotropic single crystals and optical waveguides; optoacoustics of condensed matter.

Address: Mozyr State Pedagogical University named after I.P. Shamyakin, 28/1 Studencheskaya Str., Mozyr 247760, Republic of Belarus.

E-mail: g.kulak57@mail.ru

---