

# El oro azul (H<sub>2</sub>O)

FELICIANO MUÑOZ OSIRIS\*  
 ROMÁN JUÁN LIMAYLLA BALDEÓN\*\*  
 FAUSTO DAVID RAMÍREZ MORALES\*\*\*

RECIBIDO: 20/03/14 ACEPTADO: 12/04/14

## RESUMEN

La salud humana se ve seriamente amenazada por la contaminación atmosférica, contaminación del agua, por la presencia de sustancias químicas y tóxicas así como por el deterioro de los recursos naturales y medio ambiente. La utilización racional actual del recurso hídrico está alcanzado niveles alarmantes, pues aparte de no usarse de acuerdo a la cantidad generada, se le desperdicia y a lo poco que se usa, se le contamina directa e indirectamente. El modelo matemático se expresa como una función de Utilidad de un usuario, sujeta a restricciones como agua limpia, costo unitario, ingreso disponible, calidad de agua residual tratada, entre otras. En la actualidad, las evidencias indican que existen diversos actores socio económicos que vienen aplicando el reúso de las aguas residuales, tales como los municipios, la Universidad Nacional de Ingeniería, y diferentes empresas privadas, bajo diferentes tecnologías. Los sectores económicos que más consumen agua (población y agrícola) son también los que menos eficiencia demuestran al momento de utilizar dicho elemento.

**Palabras clave:** calidad de vida, costos diferenciales, insumo finito del agua, salud

## BLUE GOLD (H<sub>2</sub>O)

## ABSTRACT

Human health is seriously threatened by air pollution, water pollution, the presence of chemical and toxic substances as well as the deterioration of natural resources and the current environment. The rational use of water resources is reached alarming levels, as apart from not used according to the quantity produced, and he wasted little is used, directly to indirectly defiles him. The mathematical model is expressed as a function of a user utility, subject to restrictions such as clean water, unit cost, disposable income, quality of treated wastewater, among others. At present, the evidence indicates that various socio economic actors who have applied the reuse of waste, such as municipalities, the National University of Engineering, and several private companies under different water technologies. The economic sectors that consume more water (population and setting) are also those that show less efficiency when using the element

**Keywords:** differential costs, health, input finite water, quality of life

## 1. INTRODUCCIÓN

La problemática ambiental mundial de las ciudades y centros poblados estos días está centrada en resolver la contaminación atmosférica, el manejo de los residuos sólidos generados y la escasez de los **recursos hídricos**, para lo que se vienen haciendo muchas investigaciones con proyectos pilotos impulsados por entidades públicas y privadas en el mundo con el objeto de contrarrestar el deterioro del ecosistema y el hábitat humano.

Respecto a los **recursos hídricos**, es creciente la preocupación e iniciativas por el mejor aprovechamiento de las cada vez más escasas fuentes de agua existentes, junto con una equitativa distribución y racional uso de los mismos, así como en la búsqueda de modos alternativos de fuentes de agua. Esto se manifiesta en los cambios normativos que se viene dando en todos los países del Globo Terráqueo. Así como en propuestas de proyectos de desalinización de agua marina para consumo humano y de tratamiento de aguas residuales para su aprovechamiento en riego de áreas verdes y de cultivo.

En este contexto, la presente investigación busca modelar los lineamientos metodológicos para determinar las condiciones bajo las cuales propuestas de proyectos de inversión para el tratamiento de aguas residuales con fines de reúso como alternativa al uso del agua no destinada a consumo humano directo sean viables.

## 2. APLICABILIDAD DE MODELOS EN CALIDAD DE AGUA

Para evaluar planes alternativos de ingeniería para el control y manejo de la calidad del agua pueden emplearse modelos matemáticos que relacionen la descarga de aguas residuales con la calidad de agua del cuerpo receptor. Los diversos grados de tratamiento, la reubicación de los puntos **de descarga de aguas residuales**, el aumento de los flujos mínimos, los sistemas de tratamiento regional en contraposición con las plantas múltiples,

\* Magister en ciencias-UNI, Ingeniero Industrial-UNMSM, Especialista en proyectos de Inversión-UNI, Ex - Consultor del CEPIS/ OPS/OMS, Ex - Profesor de Post-grado de proyectos de inversión de la Facultad de Ingeniería Económica y Ciencias Sociales-UNI. Profesor principal Facultad-FII-UNMSM. E-mail: Osiris.fm@hotmail.com

\*\* Bachiller en Ingeniería Industrial-UNMSM, Especialista en Excel Empresarial-UNI. E-mail: romann18@hotmail.com

\*\*\* Ingeniero Industrial-UNMSM, Profesor Asociado de la Facultad de Ingeniería Industrial del Departamento Académico de Diseño y Tecnología Industrial. E-mail: fausto.ramirez@industrial.unmsm.pe

constituyen algunas de las alternativas de control, cuya influencia sobre la calidad del agua receptora puede evaluarse mediante la aplicación de los modelos matemáticos de calidad del agua. Los modelos también pueden ayudar a evaluar el mejoramiento de la calidad del agua mediante la **eliminación de diferentes componentes de los contaminantes**.

### 2.1. Modelo matemático de la investigación

La representación matemática de los modelo se puede expresar por una función de costos de abastecimiento de agua y de una función de utilidad de la población por el uso del agua para satisfacer sus necesidades, siendo susceptible de sustituir agua para riego de áreas verdes y en general, con fines no de consumo humano directo, con aguas residuales tratadas .

La función de costos totales de abastecimiento de agua comprende un componente fijo y un componente variable, tanto para agua "limpia" (agua de fuentes naturales o agua potable) como para aguas residuales tratadas. Esta función de costos estará sujeta a restricciones de fuente de agua "limpia", de donde a su vez provendrá parte de las aguas residuales que serán tratadas con fines de reutilización. Los componentes de costos de agua "limpia" serán asintóticos respecto a esta restricción, en la medida que las limitaciones hacen que se incurran en crecientes costos de abastecimiento de esta fuente.

La función de utilidad por el uso de agua "limpia" y aguas residuales se asume que corresponde a la definición de curva de indiferencia, de tipo parabólica, donde el lugar geométrico de las combinaciones de las cantidades de agua "limpia" y aguas residuales permiten alcanzar un mismo nivel de utilidad o satisfacción, estando sujeta a la restricción de ingresos así como de disponibilidad de agua "limpia"

Entonces, los costos totales se definen con la siguiente expresión:

$$CT = CMe_{AL} * Q_{AL} + CMe_{ART} * Q_{ART} ,$$

$$\text{Sujeta a: } Q_{ART} < Q_{AL} < Q_{LAL}$$

Donde

CT = Costos totales

CMe<sub>AL</sub> = Costo medio de agua "limpia" (natural o potable).

Q<sub>AL</sub> = Cantidad de agua "limpia" (natural o potable).

CMe<sub>ART</sub> = Costo medio de aguas residuales tratadas.

Q<sub>ART</sub> = Cantidad de aguas residuales tratadas.

Q<sub>LAL</sub> = Cantidad límite de agua "limpia" (natural o potable).

Por su parte, la función utilidad estará representada por la siguiente expresión:

$$U = f(Q_{AL}, Q_{ART})$$

$$\text{Sujeta a: } Q_{AL} * P_{AL} + Q_{ART} * P_{ART} = G_A$$

Donde:

U = Utilidad por uso de agua "limpia" y aguas residuales tratadas.

Q<sub>AL</sub> = Cantidad de agua "limpia" (natural o potable).

Q<sub>ART</sub> = Cantidad de aguas residuales tratadas.

P<sub>AL</sub> = Precio o tarifa de agua "limpia" (natural o potable).

P<sub>ART</sub> = Precio o tarifa de aguas residuales tratadas.

En el margen, la optimización se alcanza con la máxima utilidad y mínimo costos de abastecimiento, es decir, cuando la utilidad marginal y costos totales marginales son nulas. Esto se representa con la siguiente expresión diferencial:

$$\frac{\delta U}{\delta Q_{AL} \delta Q_{ART}} = \frac{\delta CT}{\delta Q_{AL} \delta Q_{ART}} =$$

$$\frac{CMe_{AL} * \delta Q_{AL}}{\delta Q_{AL} \delta Q_{ART}} + \frac{CMe_{ART} * \delta Q_{ART}}{\delta Q_{AL} \delta Q_{ART}} = 0$$

De donde, se debe cumplir la condición:

$$0 = \frac{CMe_{AL}}{\delta Q_{ART}} + \frac{CMe_{ART}}{\delta Q_{AL}}$$

Dado que el modelo se basa en la premisa de sustitución de agua "limpia" por aguas residuales, el sentido en que varían las cantidades de ambos bienes son opuestos, es decir que se cumple la condición:

$$\delta Q_{AL} * \delta Q_{ART} < 0.$$

En el límite, el valor absoluto de los diferenciales de cantidad de cada tipo de agua son iguales, resultando entonces:

$$-\delta Q_{AL} = \delta Q_{ART}$$

Por lo tanto, el punto de optimización se dará cuando

$$CMe_{AL} = CMe_{ART}$$

Es decir, cuando los costos medios de producción de agua "limpia" y aguas residuales tratadas son iguales, se estarán minimizando los costos de abastecimiento y maximizando la utilidad del consumidor. En efecto, tal como se analizara gráficamente, cuando el costo de abastecimiento de agua "limpia" es elevado, habrá propensión a utilizar alternativas más económicas para riego de áreas verdes y otros fines no de consumo humano directo en general, disminuyendo los costos, hasta el límite en que los costos unitarios respectivos sean iguales.

A su vez, la sustitución de agua "limpia" por aguas residuales tratadas permite disponer de mayor cantidad de la primera a precios menores, considerando que la autoridad reguladora establece las tarifas respectivas en función de los costos de producción y de inversión en infraestructura, los cuales disminuirán por los menores requerimientos.

## 2.2. Prueba del modelo

### 2.2.1. La generación de aguas residuales

Corresponde al resultado de usar el agua como vehículo para eliminar excretas y otros desechos líquidos de las residencias y locales (institucionales, sociales, estatales, comerciales, industriales, etc.), generadas por actividades de consumo y producción. Para este aspecto, existe en el país una serie de entidades autónomas, como INRENA, SUNASS, CONAM, SEDAPAL Y ANA; y Direcciones adscritas a los Ministerios como la DIGESA, y otros propios de las regiones y municipalidades, así como de las entidades privadas, que en conjunto están actuando a la fecha limitadamente, al no tener los elementos normativos que los integren en un plan estratégico a corto, mediano y largo plazo y que analicen no solo la problemática del agua sino también de las aguas residuales que se generan.

### 2.2.2. Aplicación del modelo matemático

Para la aplicación del modelo matemático se consideró los valores de costos medios y cantidad producida/tratada entre los periodos 1, 2, 3 y 4. proporcionados por La Planta de Tratamiento de aguas Residuales de la Universidad Nacional de Ingeniería – UNITRAR y la Oficina de servicios Agua Potable y Alcantarillado – SEDAPAL, elaborándose el cuadro siguiente:

**Cuadro 1.** Costos medios y cantidad de agua residual tratada vs agua limpia.

Periodo	CMeART(S/,)	QART(m <sup>3</sup> )	CMeAL	QAL	CT
Periodo1	0,1688	13.976,11	0,78	19.965,87	<b>17.932,55</b>
Periodo2	0,2409	9.795,50	0,74	13.993,57	<b>12.714,98</b>
Periodo3	0,2214	10.656,56	0,76	15.223,66	<b>13.929,34</b>
Periodo4	0,2228	10.592,35	0,75	15.131,93	<b>13.708,92</b>

Fuente: Elaboración propia.

#### Supuestos:

- Se considera una recuperación promedio de 70% del agua potable considerando los estratos socioeconómicos de nuestro medio.
- El modelo considera el costo medio de agua tratada en función de la cantidad de agua residual tratada.

- El modelo considera el costo medio de agua tratada en función de la cantidad de agua potable.
- En una economía sin trastornos, los precios crecen exponencialmente, donde la tasa coincide con el índice de inflación.
- Se calcula las proyecciones usando una curva exponencial, para la extrapolación de costos

medios - Investigación de operaciones Escrito por Wayne L. Winston, Adolfo Andrés rev. Tec. Velasco Reyes

### 3. Crecimiento exponencial

El término crecimiento exponencial se aplica generalmente a una magnitud  $M$  tal que su variación en el tiempo es proporcional a su valor, lo cual implica que crece muy rápidamente en el tiempo de acuerdo con la ecuación:

$$M_t = M_0 \cdot e^{rt}$$

Donde:

$M_t$  es valor de la magnitud en el instante  $t > 0$ ;

$M_0$  es el valor inicial de la variable, valor en  $t = 0$ , cuando empezamos a medirla;

$r$  es la llamada tasa de crecimiento instantánea, tasa media de crecimiento durante el lapso transcurrido entre  $t = 0$  y  $t > 0$ ;

$e = 2,718281828459...$

El nombre naturalmente se refiere al crecimiento de una función exponencial de la forma  $y = ax$  con  $r = \ln(a)$ . Se puede ilustrar el crecimiento exponencial tomando en la última ecuación  $a = 2$  y  $x$  un valor entero.

### Cálculo de Las Funciones:

(1) Ecuación Exponencial para costo de agua limpia

$$Y = 0,5226e^{2E-05X}$$

(2) Ecuación Exponencial para costo de agua residual tratada

$$Y = 0,5433e^{-8E-05X}$$

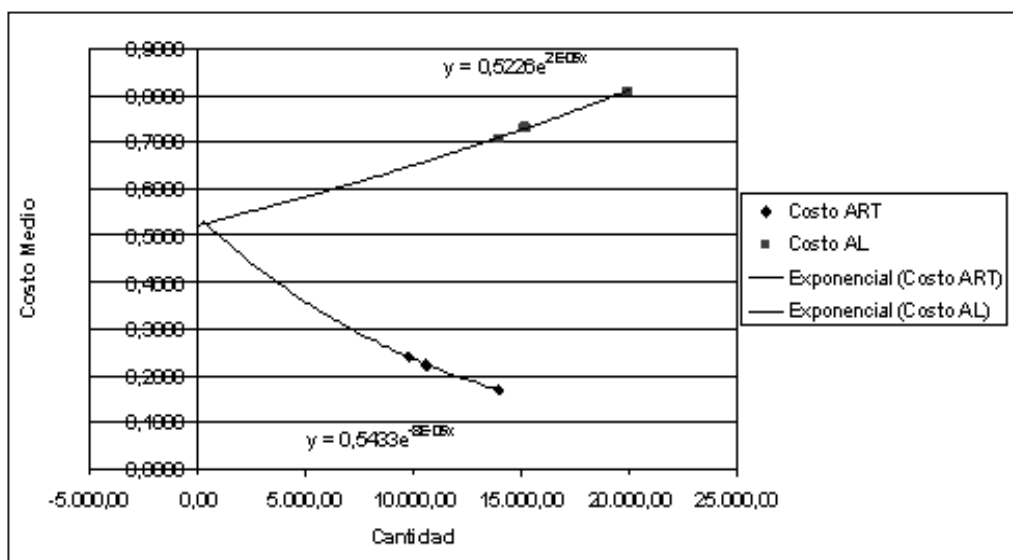
El punto de optimización se dará cuando  $CME_{AL} = CME_{ART}$ , esta condición se dará cuando (1) y (2) sean iguales, Por lo tanto:

$$CME_{AL} = CME_{ART} = 0.52 \text{ s/. x m}^3$$

Dicho valor se explica en el gráfico 01, el que indica que es indiferente usar agua potable o agua residual tratada.

Si a dicho valor le agregamos los costos de distribución ascendente a 0.50 s/. x m<sup>3</sup>, se tendría una suma de **1.02 s/. x m<sup>3</sup>** que asumiría como pago el usuario. Igualmente debemos señalar que este costo tenderá a bajar si la planta trata más volumen de aguas residuales que el efectuado por el UNITRAR-UNI, sucediendo lo contrario si trata menos.

**Gráfico 1.** Costos medios de agua residual tratada y agua limpia.



Fuente: Elaboración propia.

### 3. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD DE LOS COSTOS MEDIOS Y COSTOS TOTALES

El análisis de sensibilidad es muy utilizado en el análisis de los **escenarios pesimistas y/o optimistas**, De este modo teniendo los costos medios de agua residual tratada y costos medios de agua limpia.

Para hacer el análisis de sensibilidad tenemos que comparar el Costo medio Total, nos dará un valor que al multiplicarlo por cien obtendremos el porcentaje de cambio. La fórmula a utilizar es la siguiente:  $CTART / CTAL$ . Donde CTART es el costo total de agua residual tratada y CTAL es el costo total de agua limpia.

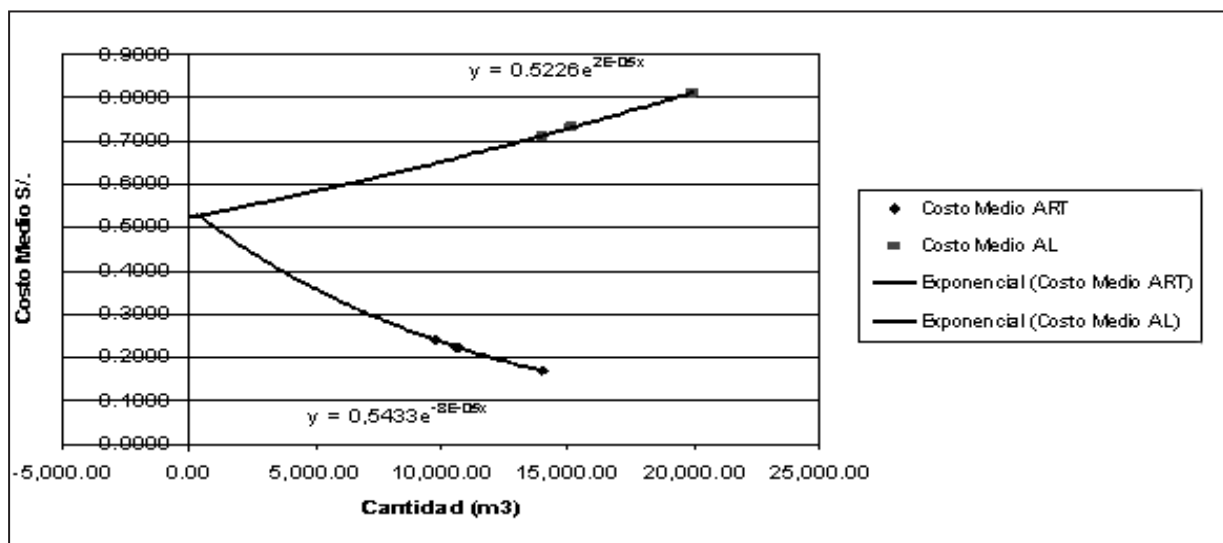
**Cuadro 2.** Sensibilidad para costos medios.

Periodo	CMeART(S/.)	QART(m3)	CTART(S/.)	CMeAL	Qal	CTAL
Periodo 1	0.1688	13,976.11	2,359.17	0.8100	19,965.87	18,531.52
Periodo 2	0.2409	9,795.50	2,359.74	0.7084	13,993.57	12,272.78
Periodo 3	0.2214	10,656.56	2,359.36	0.7321	15,223.66	13,504.60
Periodo 4	0.2228	10,592.35	2,359.98	0.7305	15,131.93	13,413.85

Se recicla el 75% del agua

**Fuente:** Sedapal

**Gráfico 2.** Sensibilidad para costos medios.

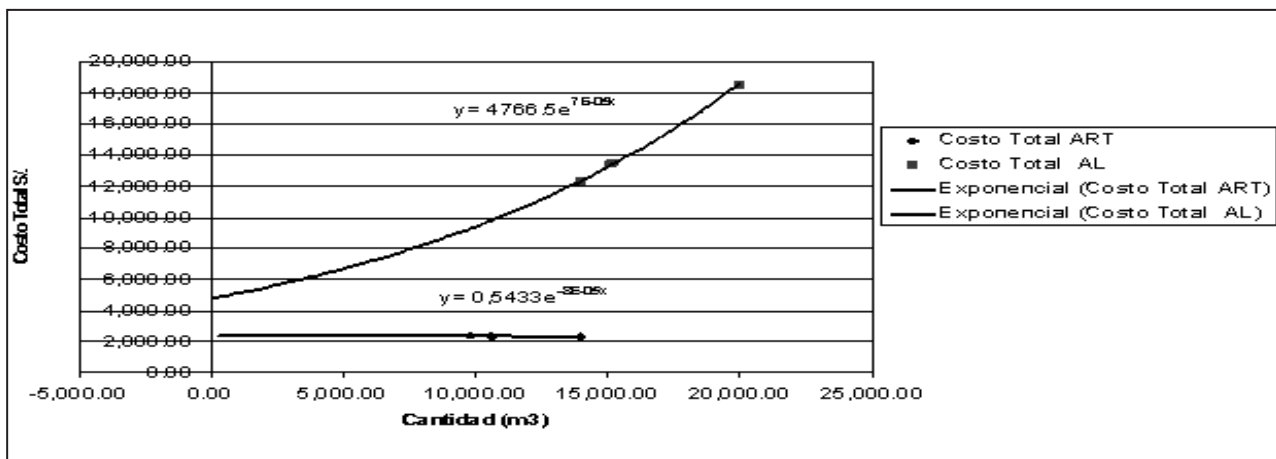


Fuente: Elaboración propia.

La Grafica 4 muestra en la primera curva los datos de costos medios de Agua residual tratada sobre su correspondiente volumen de agua tratada, y la

segunda curva los datos de costos medios de Agua limpia sobre su correspondiente volumen de agua limpia.

**Gráfico 3.** Sensibilidad para costos totales.



Fuente: Elaboración propia.

**Cuadro 3.** Sensibilidad para costos totales

<b>CMeART(S/.)</b>	Costo Medio de agua residual tratada
<b>QART(m3)</b>	Cantidad de agua residual tratada
<b>CTART(S/.)</b>	Costo Total agua residual tratada
<b>CMeAL(S/.)</b>	Costo Medio de agua limpia
<b>Qal(m3)</b>	Cantidad de agua limpia
<b>CTAL(S/.)</b>	Costo Total agua limpia

Fuente: Universidad Nacional Ingeniería-UNITRAR.

La variación de costo Total de agua residual, no es significativa con respecto a la variación del costo total del agua limpia debido a que sus variaciones del costo medio es mas significativo con respecto al volumen de aguas.

**3.1. Sensibilidad para el rendimiento de costo de agua limpiavs. Agua tratada**

Entre los costos totales de agua residual tratada y agua limpia, rendimiento es el costo total del agua residual tratada dividida entre costo de agua limpia expresado en porcentaje. Un mayor rendimiento indica una mejor calidad en la reutilización del agua o una explotación más intensiva del recurso hídrico.

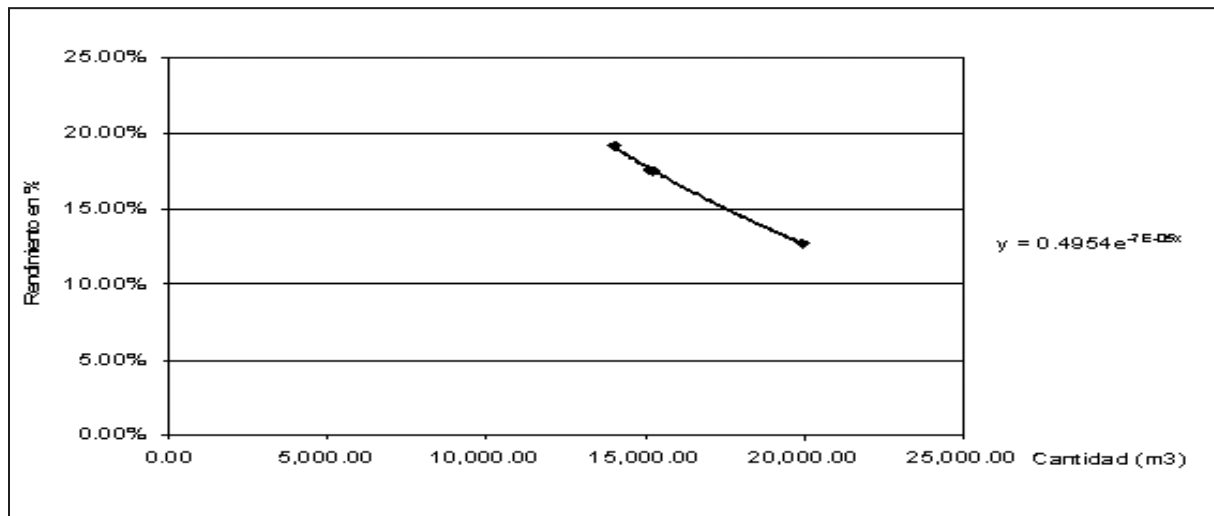
**Cuadro 4.**

Recuperación Promedio (70%)	Diferencia	Qal	Rendimiento
0.70	21%	19,965.87	12.73%
0.70	34%	13,993.57	19.23%
0.70	30%	15,223.66	17.47%
0.70	30%	15,131.93	17.59%

Fuente: Elaboración propia.

### 3.1.Sensibilidad para el rendimiento de costo de agua limpia vs. Agua tratada

Gráfico 4.



Fuente: Elaboración propia.

El rendimiento del costo de tratamiento de aguas residuales vs el costo de agua limpia es mayor, a medida que el consumo del volumen de aguas limpia sea mayor, dando como resultado que los costos totales disminuyen.

#### 4. CONCLUSIONES

1. El agua elemento fundamental para la vida.
2. Tiene una característica finita, por estas razón debemos cuidarlo y ser eficiente en su productividad en el horizonte de la vida

#### 5. BIBLIOGRAFÍA

[1] An index directly indicates land-based pollutant load contributions of domestic wastewater to the water pollution and its application.

Yoshiaki Tsuzuki. Research Center for Coastal Lagoon Environments, Shimane University Nishikawatsu-cho 1060, Matsue, Shimane 690-8504, Japan. Received 4 November 2005; received in revised form 5 July 2006; accepted 6 July 2006. Available online 17 August 2006.

- [2] Sistemas Integrados de Tratamiento de aguas Residuales en América Latina, Guía para la formulación de Proyectos, Moscoso, Julio, Egocheaga, Luis, Ugas, Roberto y Trellez, Eloisa; CEPIS – OPS – CIID, 2002.
- [3] Water quality and pollutant load in the ambient water and domestic wastewater pollutant discharges in the developing countries: survey results in autumn and winter in 2006. Yoshiaki Tsuzuki<sup>1</sup>, Thammarat Koottatep<sup>2</sup>, Faruque Ahmed and MD Mafizur Rahman.