

# Secuencia óptima de profundización de tajos a cielo abierto en yacimientos tabulares inclinados

## Optimum open pit deepening sequence in tabular inclined ore bodies

Oswaldo Ortiz Sánchez<sup>1</sup>, Godelia Canchari Silverio<sup>1</sup>

RECIBIDO: 20/10/2015 - APROBADO: 22/12/2015

### RESUMEN

En yacimientos tabulares inclinados puede establecerse la dirección de profundización óptima, expresada como la ruta del mínimo índice de desencapado, que se traduce como la mínima extracción de estéril y máxima recuperación de mineral. Sea que el yacimiento tenga ley uniforme o variable, hay un punto de inicio de la excavación en superficie y a cualquier profundidad que rinde los mayores ingresos si se elige una dirección óptima de profundización, lo cual puede trazarse conociendo los parámetros geológicos y geométricos del yacimiento y usando conceptos matemáticos fundamentales. Estos límites finales se fijan en secciones verticales geológicas y no requieren la división del yacimiento en bloques. Considerando que cualquier yacimiento mineral tabular irregular o diseminado puede traducirse aproximadamente en un cuerpo tabular regular, el método se aplica a todo yacimiento mineral, permitiendo fijar rápidamente y en forma preliminar los límites finales en superficie.

**Palabras clave:** Desbroce, dirección, profundización, óptimo, caja techo, caja piso.

### ABSTRACT

Optimum direction of advance of tabular inclined ore bodies can be established as the minimum stripping index and maximum ore recovery route. For either uniform or variable ore body grades, we can always establish at any depth a point for ore extraction which renders the highest income if an optimum deepening direction can be followed. This point can be located if ore body geologic and geometric parameters are known and applying basic mathematical principles.

These final limits are fixed on vertical geological sections and do not require ore body block modeling. Accepting that any mineral deposit can be transformed approximately into an equivalent geometrical regular figure, the analysis can be applied to all mineral ore bodies thus, allowing rapid fixing of final excavation limits on surface.

**Key words:** Stripping, direction, deepening, optimum, hanging wall, foot wall.

<sup>1</sup> Docente Escuela Académica Profesional Ingeniería de Minas. E-mail: osoos1990@gmail.com

## I. INTRODUCCIÓN

La dirección de avance en profundidad de yacimientos tabulares inclinados que se explotan por cielo abierto tiene gran importancia en el cálculo del máximo valor presente de un proyecto u operación minera en cualquier etapa de su vida.

En un tajo a cielo abierto tipo cubeta que se desarrolla por debajo de la superficie del suelo, las labores mineras siguen la dirección de profundización de la excavación y esta se determina por la posición de las excavaciones en los diferentes horizontes, por lo que el problema se reduce a encontrar la posición de la excavación en cada horizonte del tajo a cielo abierto que ofrezca la mínima extracción de desmonte, lo cual puede fijarse al máximo ángulo de talud final.

Para resolver el problema, la mayoría de los modelos computarizados usan bloques de material caracterizados como mineral y/o desmonte de poca confiabilidad, por la reducida información existente sobre leyes, tipos de materiales, recuperaciones, fracturamiento y otros.

### I.1. Objetivo del estudio

Desarrollar un método de secuenciación y optimización de límites finales de tajos a cielo abierto en dos dimensiones en yacimientos minerales tabulares inclinados, mediante la aplicación de la relación media de desbroce y el uso de conceptos fundamentales matemáticos del álgebra y el cálculo diferencial. Se usarán secciones verticales geológicas, optimizando cada una de ellas a lo largo del eje mayor del yacimiento y luego rebatiendo los puntos a un plano horizontal para el suavizado del contorno final óptimo.

### I.2. Justificación del estudio

En la ejecución de proyectos mineros a cielo abierto se necesita conocer rápidamente los límites finales del tajo a cielo abierto en superficie, con el objeto de fijar las ubicaciones de las instalaciones, servicios auxiliares, botaderos de estéril, planta de tratamiento y otros fuera de estos límites, para evitar gastos futuros innecesarios de traslado de instalaciones cuando estos límites se expandan en el futuro. El método de fijación de límites finales óptimos por desarrollar establecerá estos límites en forma rápida y a muy bajo costo y puede aplicarse a cualquier tipo de yacimiento si este se traduce a una forma tabular inclinada equivalente. Existen otros métodos que pueden hacer este trabajo pero todos utilizan el sistema de bloques cuyos parámetros son inciertos y poco confiables. El presente método no requiere bloques y podrá aplicarse si se conocen las características geológicas y geométricas del yacimiento.

La mayoría de las investigaciones sobre la materia dividen al yacimiento en bloques cúbicos o prismas, sea en secciones verticales u horizontales, y asignan a cada bloque una serie de datos, la mayoría desconocidos, en razón de que la información existente del yacimiento, especialmente en profundidad, es mínima y se basa principalmente en los pocos taladros diamantinos perforados a cierta profundidad. Los resultados son, por lo tanto, inciertos y poco confiables, especialmente en yacimientos de gran tamaño. Entre estos métodos de optimización, se

tienen sistemas heurísticos y exactos. Young, C.K.(1989, 21p) describe algunos métodos optimizantes heurísticos y Wright, E.A. (1990, 188p) presenta métodos exactos y también algunos heurísticos. Todos estos métodos usan el modelo de bloques, excepto el modelo paramétrico de límites finales, desarrollado por una institución francesa que usa paneles y aplica un desarrollo matemático complejo, con series similares a las de Fourier.

El conocimiento actual que tenemos sobre límites finales óptimos de tajos a cielo abierto sigue siendo deficiente. Los paquetes comerciales 3D que están bastante difundidos en el ámbito minero usan el modelo de bloques que para aplicarlo hace muchas suposiciones y son además costosos.

### I.3. Desarrollo del estudio

#### I.3.1. Condiciones generales

Para el desarrollo del modelo se asigna ley uniforme al yacimiento tabular inclinado, lo que se consigue componiendo leyes altas con leyes bajas. Se requiere además que el yacimiento muestre contactos mineral/desmonte bien diferenciados y que las líneas de contactos sean paralelas para aplicar relaciones geométricas simples. No obstante, si no se tienen estos contactos diferenciados puede estimarse un promedio, con lo cual un yacimiento irregular y/o diseminado también puede evaluarse por este método. La Figura N° 1 presenta este detalle, donde los contornos de un cuerpo mineral pueden ajustarse a una forma geométrica regular.

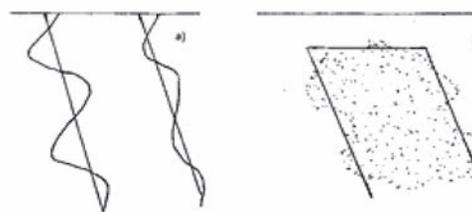


Figura N° 1. Formas equivalentes de contornos de yacimientos irregulares inclinados convertidos en regulares: a) Cuerpo tabular masivo. b) Yacimiento diseminado.

#### I.3.2. Discusión del problema

La dirección de avance en profundidad de tajos a C.A. tiene influencia en la inversión requerida en la relación D/M y en la maximización del valor presente de la operación minera.

Minimizando el índice de desencapado se maximiza el ángulo del talud final y se extrae menor volumen de estéril (Pfleider, E. P.,1968), lo cual equivale a reducir el costo de eliminación de estéril y, por lo tanto, se reduce la inversión en equipo de desbroce, todo lo cual contribuye a incrementar el valor presente del yacimiento.

Si se acepta que la dirección de avance de las labores (niveles) sigue la dirección de profundización de un tajo a C.A. y esta dirección puede determinarse por la posición de la excavación en cada nivel o fase, puede encontrarse una solución ubicando la posición del eje de la excavación o vértice inferior del cono invertido en cada etapa del avance de un tajo a C.A.

Para aplicar este concepto en la Fig. N° 2, se presenta el cuerpo tabular inclinado equivalente preparado en etapas de avance.

Se distinguen 4 fases en cualquier tajo a C.A., de acuerdo a las leyes que gobiernan la extracción de los volúmenes de mineral y estéril.

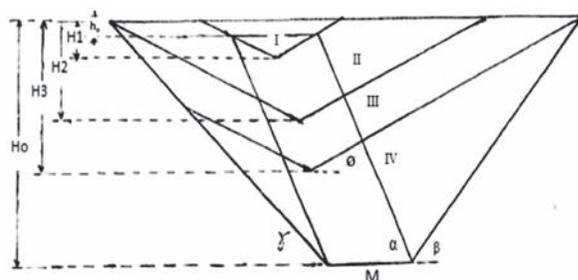


Figura N° 2. Yacimiento mineral tabular equivalente con sus variables y dividido en etapas de profundización: I, II, III, IV.

### 1.3.3. Formulación del problema

#### 1.3.3.1. Fases

Para simplificar el análisis en la Fig. N° 2 se fijan el límite de extracción en profundidad hasta  $H_0$ , la ubicación de los taludes finales de la caja piso y caja techo y el ángulo de trabajo. Es necesario además establecer límites de profundización de cada fase, ya que para cada una de ellas se establecen relaciones geométricas y algebraicas. La profundidad de la primera fase va hasta el vértice del cono invertido de la excavación, donde los taludes de trabajo de ambas cajas techo y piso afloran a los vértices superiores techo y piso de la interfase mineral estéril del yacimiento.

La segunda fase se extiende por debajo de la primera, en profundidad hasta el vértice del cono invertido de la excavación, donde el talud de trabajo intersecta las líneas del talud final de la caja piso y la superficie topográfica. La tercera fase comprende el límite inferior de la segunda fase y en profundidad va hasta el vértice del cono invertido de la excavación, donde el talud de trabajo de la caja techo intersecta el punto de unión de las líneas del talud final de la caja techo con la superficie topográfica. La cuarta fase corre por debajo de la tercera fase hasta la profundidad  $H_0$  analizada.

#### 1.3.3.2. Variables y símbolos

##### 1.3.3.2.1. Variables

Geológicas: Ángulo del yacimiento ( $\alpha$ )

Ancho horizontal del yacimiento ( $M$ )

Potencia de encapado ( $h_0$ )

Mineras: Ángulo de progreso de cada fase o ángulo de trabajo ( $\theta$ )

Ángulo de talud final en caja techo ( $\beta$ )

Ángulo de talud final en caja piso ( $\gamma$ )

Máxima profundidad de tajo ( $H_0$ )

#### 1.3.3.2. Símbolos

Para simplificar las ecuaciones que se generan se usan los siguientes símbolos equivalentes:

$$\begin{aligned} \text{Cot } \gamma + \text{Cot } \beta &= a_1 & \text{Cot } \theta + \text{Cot } \alpha &= a_5 \\ \text{Cot } \theta + \text{Cot } \gamma &= a_2 & \text{Cot } \theta - \text{Cot } \gamma &= a_6 \\ \text{Cot } \theta - \text{Cot } \beta &= a_3 & \text{Cot } \theta - \text{Cot } \alpha &= a_7 \\ \text{Cot } \gamma - \text{Cot } \alpha &= a_4 & \text{Cot } \beta + \text{Cot } \alpha &= a_8 \end{aligned}$$

## II. MATERIAL Y MÉTODOS

### 2.1. Suposiciones

Para el análisis del estudio se debe primero tener el bosquejo del contorno del yacimiento, fijando el eje mayor o longitudinal y las secciones transversales perpendiculares en la forma de una figura geométrica regular, estableciendo líneas medias paralelas inclinadas. Debe además establecerse una ley compósito promedio en cada sección transversal. Se tiene como resultado un modelo que se asemeja al prototipo (Buckingham, E., 1914).

Los ángulos finales en las cajas techo y piso deben limitarse a los ángulos máximos geomecánicos que ofrezcan estabilidad durante el tiempo de la explotación.

La profundidad final analizada será fijada por parámetros económicos relacionados con la ley de corte de equilibrio.

El ángulo de trabajo va a variar con el tamaño del equipo de minado y la cantidad de equipos que operen en cada área de un nivel.

El ancho horizontal del yacimiento que se usa en el estudio depende de la inclinación del cuerpo mineral y de la potencia real del cuerpo mineral equivalente.

Para optimizar la extracción entre zonas 2 y 4 se derivará la relación desmonte/mineral con relación a la ubicación horizontal  $x$ , que es la distancia entre vértice de la excavación y caja piso del yacimiento. Igualando a cero esta expresión, se podrá despejar la variable  $x$ . La profundidad  $H$ , en cualquiera de las fases, se establece por relaciones geométricas.

### 2.2. Primera zona

Se extiende hasta la profundidad  $H_1$  como muestra la Figura N° 3. La excavación está representada por el cono invertido de vértice  $C_0$  y los taludes de trabajo ( $\theta$ ) tienen la misma inclinación en las cajas techo y piso y pasan por el punto  $C_0$  y los puntos  $A_0$  y  $B_0$  de intersección de los límites horizontal e inclinado del yacimiento. El vértice  $C_0$  se fija por sus coordenadas ( $x_0, c_0$ ). La abscisa  $x_0$  corre paralela a la interfase mineral desmonte de la caja piso en profundidad.

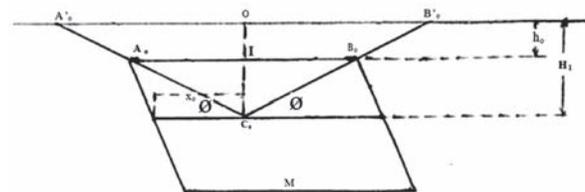


Figura N° 3. Primera fase. Determinación de profundidad  $H_1$  y parámetro  $x$  que ubican el vértice  $C$ , de la excavación de máxima extracción.

El cono invertido está en su óptima posición, extrayendo volúmenes mínimo de estéril y máximo de mineral, ya que en cualquier otra posición a la derecha o izquierda de  $C_o$  el volumen de mineral disminuye mientras que el volumen total de roca permanece constante, como puede verse en la Figura N° 4. Consecuentemente, la relación de desbroce, expresada como el cociente del desmonte/mineral extraído hasta  $H_1$  será mínima y la ruta de profundización óptima hasta  $H_1$  (fase I) será  $OC_o$ .

**2.2.1. Resultados**

Cálculo de la profundidad óptima H

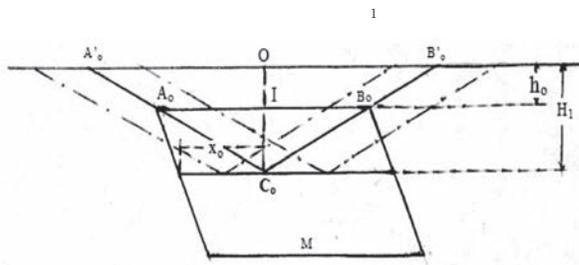


Figura N° 4. Dirección óptima de profundización de un tajo a C. A. en un yacimiento tabular equivalente. Fase I.

Por relaciones geométricas en la Fig. N° 3:

$$H_1 = M/(2 \cot \phi) + h_o$$

Cálculo de la distancia horizontal  $x_o$  entre el vértice de la excavación y la caja piso del yacimiento a la profundidad  $H_1$ .

Por relaciones geométricas en la Fig. N° 3 se obtiene:

$$x_o = M/(2 \cot \phi) (\cot \phi - \cot \alpha) \quad \text{ó} \\ = M a_7 / (2 \cot \phi)$$

**2.3. Segunda zona**

Al profundizar el tajo por debajo de  $H_1$  la excavación entra en la segunda fase, que se extiende hasta la profundidad  $H_2$  cuando el ángulo de progreso de fase alcanza el borde inferior del talud final en la caja piso (Figura N° 2).

De la Figura N° 5 se deduce que el volumen de roca (Q) extraído entre estas fases al incrementar la profundidad en  $\Delta H$  es el Área  $\Delta A'CB'$  - Área  $\Delta A'_oC_oB'_o$ , y el volumen de mineral minado (P) puede representarse por la suma de las áreas del paralelogramo KNFE y triángulos  $A_oC_oK$  y  $B_oC_oN$  menos los triángulos ACE y BCF.

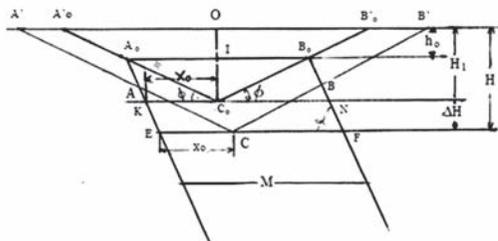


Figura N° 5. Determinación de la dirección de profundización óptima de tajo a cielo abierto a la profundidad  $H \leq H_2$ .

**2.3.1. Resultados**

Por relaciones geométricas en la Figura N° 5 se tiene:

Volumen de material extraído: Área  $\Delta A'CB'$  - Área  $\Delta A'_oC_oB'_o$ .

Reemplazando en cada área las variables correspondientes:

$$Q = \Delta H (M + (\Delta H + 2 h_o) \cot \phi)$$

Volumen de mineral (P) extraído: Área KNFE +  $\Delta A_oC_oK$  +  $\Delta B_oC_oN$  -  $\Delta ACE$  -  $\Delta BCF$

Reemplazando en cada figura las variables conocidas se tiene:

$$P = \Delta HM + M^2/(4 \cot \phi) - x^2/(2(\cot \phi - \cot \alpha)) - (M - x)^2/(2(\cot \phi + \cot \alpha)) \quad \text{ó}$$

$$P = \Delta HM + M^2/(4 \cot \phi) - x^2/(2 a_7) - (M - x)^2/(2 a_5)$$

Donde  $x$  es la distancia horizontal entre el eje de la excavación y la caja piso del yacimiento.

La relación de desencapado (R) se expresa como:

$$(Q - P)/P$$

Se puede encontrar el mínimo de esta función derivando R con respecto a  $x$  e igualando el resultado a cero se tiene:

$$d(R)/d(x) = 0 \text{ y despejando } x \text{ se obtiene:}$$

$$x = M(\cot \phi - \cot \alpha)/(2 \cot \phi) \\ = M a_7 / (2 \cot \phi)$$

Este valor es igual que el estimado en la Fase I por lo que se concluye que el punto  $C_o$  debe profundizarse paralelo a la caja piso del yacimiento y a una distancia  $x_o$  de esta interface. La ecuación es válida dentro de los límites  $H_1 \leq H \leq H_2$  (Fig. N° 2).

Se puede calcular la profundidad  $H_2$  de Fig. N° 2 por relaciones geométricas de las variables

mostradas en la Fig. N° 5.

$$H_2 = M/(2 \cot \phi) + (\cot \gamma - \cot \alpha) H_o / (\cot \phi - \cot \alpha) \quad \text{ó} \\ = M/(2 \cot \phi) + H_o a_4 / a_7$$

Donde  $H_o$  es la profundidad final del tajo a C.A. dado en Fig. N° 2.

**2.4. Tercera zona**

Se extiende hasta la profundidad  $H_3$  en la Figura N° 2 donde el ángulo de progreso de fase alcanza el borde superior del talud final en la caja techo. La Figura N° 6 muestra la información requerida para el cálculo de la relación de desbroce medio a cualquier profundidad entre  $H_2$  y  $H_3$ .

**2.4.1. Resultados**

Conforme avanza la excavación por debajo de  $H_2$  se tiene el punto C. En este intervalo donde el volumen

Q de roca extraído desde el inicio de las operaciones de minado hasta la profundidad H se puede estimar en la Figura N° 6 mediante la suma de las áreas de ΔC'CB' y trapecio A'C'CE' menos ΔACE'. La expresión de Q requiere manipulación algebraica para su simplificación. Se obtiene la siguiente función simplificada:

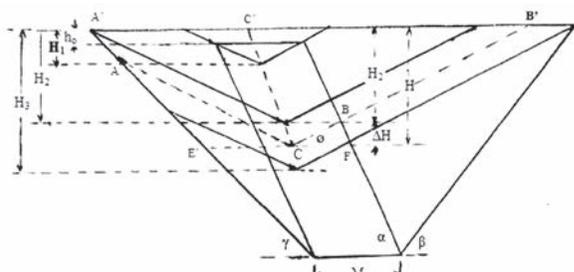


Figura N° 6. Determinación de la dirección de profundización óptima de tajo a cielo abierto en el intervalo H2 < H ≤ H3.

$$Q = (\cot \theta + \cot \alpha)H^2/2 + ((H_0 - H/2)(\cot \gamma - \cot \alpha) + x)H - (1/(2\cot \theta - \cot \gamma))((H_0 - H)(\cot \gamma - \cot \alpha) + x)^2 \text{ ó}$$

$$Q = a_5 H^2/2 + ((H_0 - H/2) a_4 + x)H - (1/(2 a_6))((H_0 - H) a_4 + x)^2$$

El volumen de mineral P que se extrae durante este periodo se puede representar por el área del paralelogramo de ancho M y altura H - h0 menos ΔACE y ΔBCF.

La expresión simplificada de P después de efectuar los cálculos algebraicos en las figuras geométricas indicadas es:

$$P = M (H - h_0) - x^2/(2(\cot \theta - \cot \alpha)) - (Mx)^2/(2(\cot \theta + \cot \alpha)) \text{ ó}$$

$$= M (H - h_0) - x^2/(2 a_7) - (M - x)^2/(2 a_8)$$

La relación media de desencapado R desde el inicio de las operaciones mineras se calcula

$$\text{como en la fase II } R = (Q - P)/P .$$

La posición óptima de la excavación se encuentra derivando esta expresión con relación a x, o sea:

$$dR/dx = 0 = d((\cot \theta + \cot \alpha)H^2/2 + ((H_0 - H/2) \cdot (\cot \gamma - \cot \alpha) + x)H - (1/(2(\cot \theta - \cot \gamma)) \cdot ((H_0 - H)(\cot \gamma - \cot \alpha) + x)^2) - ((M(H - h_0) - x^2/(2(\cot \theta - \cot \alpha)) - (Mx)^2/(2(\cot \theta + \cot \alpha))) / d(M(H - h_0) - x^2/(2(\cot \theta - \cot \alpha)) - (M - x)^2/(2(\cot \theta + \cot \alpha))))$$

Se simplifica esta expresión y se encuentra una ecuación cuadrática de la forma:

$$a x^2 + b x + c = 0 \text{ donde:}$$

$$a = 1/(a_5 a_6) \cdot (H \cot \theta - a_4/a_7 H_0 \cot \theta - M/2)$$

$$b = \cot \theta / (a_5 a_6) \cdot ((a_4/a_7 - a_4) \cdot H + (2a_4 H - a_4))$$

$$M/\cot \theta) H - a_4 H_0^2/a_7 + M^2/(2 \cot \theta) + a_5 M h_0 / \cot \theta$$

$$c = M/(2 a_5 a_6) \cdot ((a_4/a_7 - a_4) H^2 - (4 a_4 H \cot \theta + a_4 M + 2 a_4 a_7 h) H + a_4 (a_4 H + M + 2 a_4 h) H)$$

$$\text{Luego: } x = (-b \pm (b^2 - 4 ac))^{1/2}/(2 a)$$

Todas estas expresiones son válidas en el intervalo de profundización:

$$H_2 \leq H \leq H_3$$

$$\text{Donde } H = 1/(\cot \theta + \cot \alpha) \cdot ((\cot \beta + \cot \alpha) \cdot (H + M - x) \text{ ó}$$

$$= 1/a_8 \cdot (a_8 H + M - x)$$

Esta ecuación contiene la variable x que es desconocida pero se puede hacer un estimado del rango de validez de x, haciendo x = 0 y reemplazando H por H3 profundidad que pertenece a la Fase IV, o sea:

$$H'_3 = 1/(\cot \theta + \cot \alpha) \cdot ((\cot \beta + \cot \alpha) H + M)$$

$$H'_3 = 1/a_8 \cdot (a_8 H + M)$$

**2.5. Cuarta zona**

La cuarta fase se extiende debajo de la profundidad H3 donde los taludes de progreso emergen sobre los taludes finales. Ambos taludes de progreso o de trabajo que tienen la misma pendiente se encuentran sobre los taludes finales que se consideran diferentes en las cajas techo y piso.

En la Figura N° 8 el volumen (Q) de roca extraído de la excavación desde el inicio de las operaciones hasta la profundidad H, donde H > H3 está dada por el paralelogramo A'B'F1'E'1 menos los Δ A1' C1'E1' y B1' C1' F1' y el volumen de mineral (P) se obtiene de la expresión dada para la tercera zona.

**2.5.1. Resultados**

Se tiene en la Figura N° 7, información para calcular las extracciones de desmonte y mineral a cualquier profundidad en la fase 4. Así:

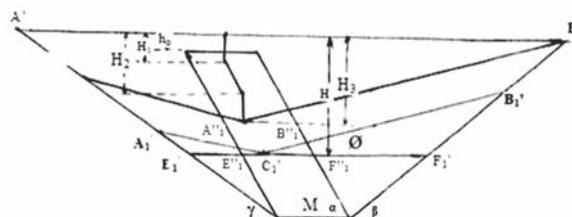


Figura N° 7. Determinación de la dirección de profundización de tajo a cielo abierto en la IV zona H ≤ H4.

$$Q = ((\cot \gamma + \cot \beta)(H_0 - H/2) + M)H - ((\cot \gamma - \cot \alpha)(H_0 - H) + M - x)^2/(2(\cot \theta - \cot \gamma)) - ((\cot \theta - \cot \beta)(H_0 - H) + M - x)^2/(2(\cot \theta - \cot \beta)) \text{ o también:}$$

$$Q = (a(H - H/2) + M)H - (a(H - H) + M - x)^2 / (2a)$$

El volumen de mineral P extraído desde el inicio de las operaciones hasta la profundidad actual H está representado por el área de ancho M y altura H - ho menos los triángulos A''C<sub>1</sub>E'' y B<sub>1</sub>''C<sub>1</sub>F<sub>1</sub>'', o sea:

$$P = M(H - h) - x^2 / (2(\cot \theta - \cot \alpha)) - (M - x)^2 / (2(\cot \theta + \cot \alpha))$$

$$= M(H - h) - x^2 / (2a) - (M - x)^2 / (2a)$$

El índice de desencapado es: R = (Q - P)/P.

Reemplazando Q y P por sus ecuaciones y minimizando la función resultante con respecto a x e igualando a cero d(R)/d(x) = 0 y luego de simplificar la expresión resultante, se tiene una función cuadrática de la forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Los valores de las constantes a, b y c en sus símbolos equivalentes dados en el numeral 4.3.2.2 son:

$$a = \cot \theta / (a/a - a/a) (H + M / (2 \cot \theta - H))$$

$$b = -\cot \theta / (a/a) \cdot (a + a^2/a + a/a)H + (2 \cot \theta / (a/a) \cdot (a + a/a + \cot \theta)H - (a/a - a/a)M/a)H - 1/(a/a) \cdot ((a/a + a/a)H \cot \theta + 2a/a \cdot MH \cot \theta - a/a - a/a)M/2 - a/a(1/a + 1/a)hM$$

$$c = M/a \cdot ((a/a) (2 \cot \theta + a/a) - a/a)H/2 - (2a \cot \theta/a \cdot H \cot \theta - a/a - a/a) \cdot (ah + M/2)H + (a/a + a/a)H/2 + (a/a + a/a)MH/2 - a/a - a/a)hH - aMh/a$$

Resolviendo por x<sub>1</sub> se tiene:

$$x = (-b \pm (b^2 - 4ac)^{1/2}) / (2a)$$

$$H = 1 / (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot ((\cot \theta + \cot \alpha)H + M - x)$$

$$= 1/a (aH + M - x)$$

Mediante estas ecuaciones podemos calcular la dirección óptima de avance de las operaciones mineras para cualquier combinación de variables geológicas y mineras.

**III. DISCUSIÓN DE RESULTADOS**

**3.1. Aplicación a un caso práctico**

La siguiente información corresponde a un yacimiento mineral polimetálico tabular equivalente:

Inclinación norte α = 60°, Talud final sur en caja techo β = 40°, Talud final norte en caja piso γ = 35°, Ángulo de

trabajo φ = 15°, ancho horizontal del yacimiento M = 200 m, Potencia del encapado h<sub>o</sub> = 30 m, profundidad de tajo a cielo abierto H<sub>o</sub> = 500 m.

Reemplazando en las ecuaciones de x y H para cada una de las zonas I a IV, se tiene:

$$H_1 = 56.80 \text{ m}, \quad x_1 = x_o = 84.53 \text{ m},$$

$$H_2 = 161.62 \text{ m}, \quad x_2 = x_o = 84.53 \text{ m},$$

$$\text{Si } x_3 = 0 \quad H_3 = 251.63 \text{ m},$$

$$H_3 = 224.31 \text{ m} \quad \text{y } x_3 = 56.25 \text{ m},$$

$$\text{Si } H_o = 500 \text{ m}, \quad x_4 = 92.34 \text{ m}.$$

La Figura N° 8 presenta el trazo del tajo a cielo abierto y la dirección de profundización en líneas de segmentos entre superficie y la base a la profundidad H<sub>o</sub>.

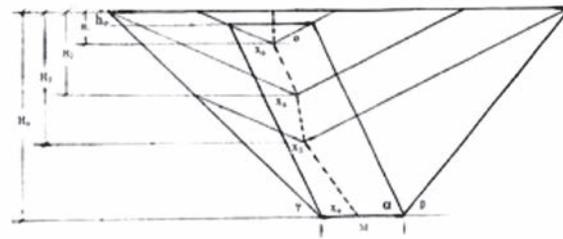


Figura N° 8. Dirección óptima de profundización del tajo a cielo abierto para los datos del yacimiento dado.

**3.2. Influencia de variables geológicas y mineras**

La influencia de cada variable geológica y/o minera sobre la dirección óptima de profundización de un yacimiento mineral tabular equivalente se ha efectuado mediante un programa en Excel .

Cada variable se calcula en función de la variable x/M, que da la ubicación horizontal del vértice inferior de la excavación. De acuerdo a la teoría, si se emplea la variable adimensional x/M se aproxima al prototipo. Después de modificar una variable, se restituye su valor medio y se procede a modificar el siguiente parámetro.

Durante los cálculos de cada variable, se evalúa x para varias profundidades del tajo. En los casos de la primera y segunda zonas, x es una línea recta, por lo que las coordenadas de las ubicaciones óptimas se estiman en los extremos, o sea en las bases de la primera y segunda zonas. Para la tercera y cuarta zonas, se puede aproximar con líneas de segmentos donde los extremos de cada segmento son puntos de posición óptima Figura N° 9.

Resultados.

Se calcula y grafica x para cada uno de los siguientes valores:

$$x/M = f(\alpha), \quad x/M = f(\theta), \quad x/M = f(\gamma), \quad x/M = f(\beta), \quad x/M = f(h_o), \quad x/M = f(M), \quad x/M = f(H_o)$$

La aproximación será mejor mientras más regular es la forma del yacimiento mineral. Se puede tener buena apro-

ximación aun en yacimientos irregulares. El método se aplica para ajustar los posibles rangos de direcciones óptimas a investigar y puede simularse variadas condiciones geológicas, como el caso siguiente.

Variable	Valor	Intervalo de	
	Mínimo	Máximo	variación
$\alpha^\circ$	35	75	10
$\theta^\circ$	5	25	5
$\gamma^\circ$	20	60	10
$\beta^\circ$	20	60	10
$h_o$	0	150	20
M	100	400	50
$H_o$	200	600	100

$\alpha$	x/M primera	x/M tercera
35	0.308664447	-0.251089723
45	0.366025404	-0.051437217
55	0.406189978	0.101342652
65	0.43752662	0.252901728
75	0.464101615	0.341821021

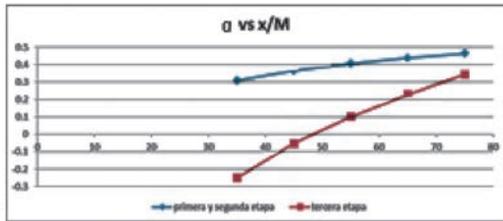


Figura N° 9.  $\alpha$  vs x/M de las fases 1,2 y 3.

La distancia del vértice de la excavación a la caja piso se incrementa con el ángulo de inclinación del yacimiento, tendiendo a un valor constante para  $\alpha^\circ$  superior a  $76^\circ$ .

$\theta$	x/M primera	x/M segunda	x/M tercera
5	0.474744198	0.474744198	0.280360571
10	0.44908785	0.4490989785	0.205415279
15	0.422649731	0.422649731	0.166904348
20	0.394930844	0.394930844	0.135926554
25	0.365388574	0.365388574	0.101829987

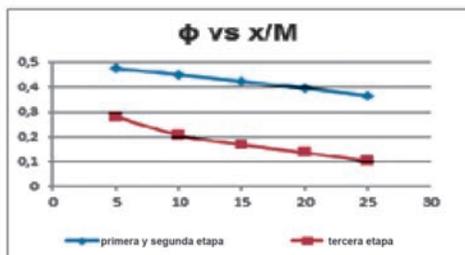


Figura N° 10.  $\theta$  vs x/M. de fases 1,2 y 3.

A mayor ángulo de trabajo, menor distancia del vértice de la excavación a la caja piso, tendiendo a una constante a ángulos superiores a  $25^\circ$ . Figura N° 10 y 11.

$\gamma$	x/M primera	x/M segunda	x/M tercera
30	0.422649731	0.422649731	0.293202767
35	0.422649731	0.422649731	0.166904348
40	0.422649731	0.422649731	0.06738146
45	0.422649731	0.422649731	-0.023330827
50	0.422649731	0.422649731	-0.113171174

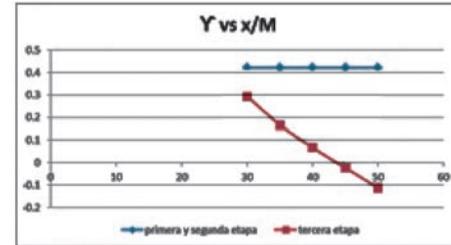


Figura N° 11.  $\gamma$  vs. x/M fases 1, 2 y 3.

La distancia del vértice de la excavación a la caja piso tiende a cero a medida que el ángulo final del tajo a cielo abierto en la caja piso del yacimiento se incrementa.

$\beta$	x/M primera	x/M segunda	x/M tercera
20	0.422649731	0.422649731	-0.1523756
30	0.422649731	0.422649731	0.096897359
40	0.422649731	0.422649731	0.166904348
50	0.422649731	0.422649731	0.268760923
60	0.422649731	0.422649731	0.358136233

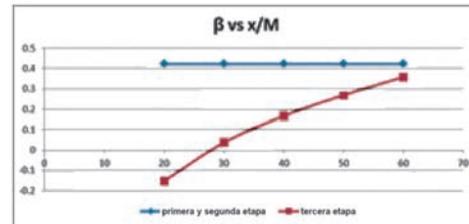


Figura N° 12.  $\beta$  vs. x/M fases 1,2 y 3.

La distancia del vértice de la excavación a la caja piso se incrementa con el ángulo final en la caja techo del yacimiento.

M	x/M primera	x/M segunda	x/M tercera
100	0.365388574	0.365388574	0.160105775
150	0.365388574	0.365388574	0.132131934
200	0.365388574	0.365388574	0.101829987
250	0.365388574	0.365388574	0.068685532
300	0.365388574	0.365388574	0.031992457
350	0.365388574	0.365388574	-0.009256228
400	0.365388574	0.365388574	-0.056570813

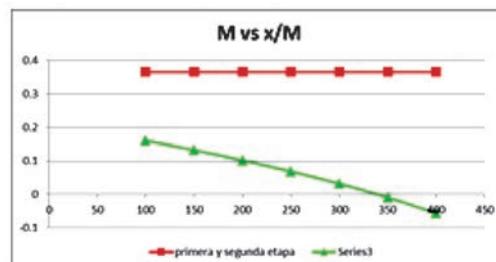


Figura N° 13. M vs. x/M fases 1,2 y 3.

La distancia del vértice del tajo a cielo abierto a la caja piso disminuye con el incremento de la potencia del yacimiento.

$H_0$	$x/M$ primera	$x/M$ segunda	$x/M$ tercera
200	0.365388574	0.365388574	-0.041019078
300	0.365388574	0.365388574	0.03939322
400	0.365388574	0.365388574	0.078501761
500	0.365388574	0.365388574	0.101829967
600	0.365388574	0.365388574	0.117348659

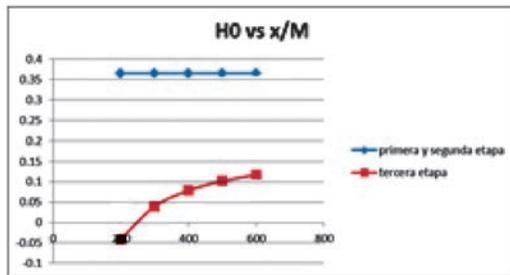


Figura N° 14.  $H_0$  vs  $x/M$  fases 1,2 y 3

La distancia del vértice del tajo a cielo abierto a la caja piso se incrementa y tiende a un valor constante con el incremento de la profundidad máxima de la excavación.

**IV. CONCLUSIONES**

- Una forma de optimizar el valor presente de un yacimiento mineral es minimizando la relación de desbroce expresado como función de los volúmenes de roca y mineral extraídos (Boky, B.,1967). Adicionalmente se puede maximizar el valor presente de una operación minera retrasando la extracción de estéril en los planes de minado de corto y largo plazos.
- Cada variable minera y/o geológica puede analizarse para diferentes posiciones de la variable  $x$ , que es la distancia horizontal entre la caja piso y el punto de máxima profundización de la excavación en cualquier periodo.
- Considerando que el modelo y el prototipo son similares si se expresan las variables en forma adimensional (Langhaar, 1951), se puede analizar la expresión  $x/M$  vs. cada una de las variables independientes mineras y geológicas.
- Yacimientos de geología irregular pueden analizarse por este método, para lo cual deben modificarse los

bordes del cuerpo mineral, transformándolo en una figura geométrica regular.

Los resultados que se obtengan serán valores medios que son de utilidad en el diseño preliminar de la explotación minera.

- El sistema nos brinda un método preliminar rápido y de bajo costo para ubicar los límites finales óptimos en superficie de un tajo a cielo abierto. Es de gran importancia conocer rápidamente la ubicación de la línea de límite final en superficie en un tajo a cielo abierto, con el objeto de fijar en forma definitiva las ubicaciones de instalaciones auxiliares en superficie, botaderos de estéril, planta concentradora, talleres, etc.
- La profundidad  $H_0$  puede variar dependiendo si el yacimiento tiene límite inferior geológico o no. En ambos casos, el cálculo óptimo de  $H_0$  requerirá el acompañamiento de un análisis económico para decidir el momento de cambiar a una operación económica subterránea.

**V. AGRADECIMIENTO**

A la Escuela de Ingeniería de Minas y al Instituto de Investigación de la Facultad de Ingeniería Geológica, Minera, Metalúrgica y Geográfica de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, por el apoyo en la publicación de la presente investigación.

**VI. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

1. Buckingham, E., (1914). On the physically similar systems. Illustrations of the use of dimensional equations. Physics Review, v. 4, p. 345.
2. Boky B., (1967). Mining. MIR Publishers, Moscow, Translated by John Scott, p. 576.
3. Langhaar, H.L., (1951). Dimensional analysis and theory of models. John Wiley and Sons, New York. P. 160.
4. Pfeleider E.P., (1968). Surface Mining. AIMME, New York, p. 146.
5. Wrigth E. A., (1990). Open pit mine design models. Trans Tech. Publications. Federal Republic of Germany, p. 22.
6. Young C.K, (1989). Computerized open pit mine models. Internal Report. Department of Mining and Geological Engineering, College of Mines. The University of Arizona, Tucson, Arizona,USA. 21p.