Logos
Freie Zeitschrift für wissenschaftliche Philosophie
http://fzwp.de, ISSN 1869-3423

Sollten wir klassische Überzeugungssysteme durch bayesianische ersetzen?*

Thomas Bartelborth**

Zusammenfassung

In der neueren Erkenntnistheorie wird der Bayesianismus immer populärer. In diesem Ansatz werden Überzeugungen mit Glaubensgraden versehen. Dazu möchte ich der Frage nachgehen, ob wir den klassischen Ansatz in der Erkennnistheorie mit seinen kategorischen Überzeugungen komplett durch einen bayesianischen mit einem probabilistischen Überzeugungssystem ersetzen könnten. Um das zu klären, rekonstruiere ich zunächst beide Modelle unserer Überzeugungssysteme und vergleiche sie dann im Hinblick

*Eingereicht am 3.10.2012, erschienen am 21.3.2013. Ich danke dem Herausgeber und den Gutachtern von LOGOS sehr für zahlreiche hilfreiche Hinweise zu einer früheren Version des Textes.

**Prof. Dr. Thomas Bartelborth, Institut für Philosophie der Universität Leipzig, Epost: bartelbo@rz.uni-ABC.de (ersetze 'ABC' durch 'leipzig')

darauf, wie leistungsfähig sie jeweils dafür sind, erkenntnistheoretische Probleme zu lösen und als Grundlage für Entscheidungen zu dienen. Dabei zeigt sich eine gewisse Inkommensurabilität der beiden Ansätze und außerdem erweist sich keine der Konzeptionen als eindeutig überlegen. Deshalb argumentiere ich schließlich für eine bestimmte Hybridkonzeption aus beiden Ansätzen, die die Vorteile beider Konzeptionen vereinen kann.

Abstract

In modern epistemology Bayesianism is becoming increasingly popular. In this approach beliefs are provided with degrees. I will therefore address the question of whether we could replace the classical approach to epistemology with its categorical beliefs completely by a Bayesian one with a probabilistic belief system. To answer this question, I firstly reconstruct these two models of our belief system, and then compare them with regard to how efficient they can solve epistemological problems and can serve as a basis for our decisions. The two approaches reveal a certain incommensurability, and none of them proves to be clearly superior to the other. Therefore, I argue for a certain hybrid conception of these two approaches, which can combine the advantages of both concepts.

1 Einleitung

Viele heutige Wissenschaftstheoretiker und einige Erkenntnistheoretiker setzen in Fragen der Begründung und für andere erkenntnistheoretische Problemstellungen ganz auf den bayesianischen Ansatz. Daher werde ich in diesem Aufsatz vor allem der Frage nachgehen, ob wir die klassische Erkenntnistheorie vielleicht vollständig durch eine bayesianische ersetzen können oder sogar sollten. Insbesondere würde das bedeuten, dass wir die klassischen Überzeugungssysteme durch die probabilistischen Überzeugungssysteme des Bayesianers zu ersetzen hätten. Das wäre allerdings ein durchaus radikaler Schritt. Um die Frage nach dem richtigen Ansatz beantworten zu können, werde ich vor allem untersuchen, wie unsere Überzeugungssysteme innerhalb dieser beiden erkenntnistheoretischen Ansätze genau auszusehen haben und welche erkenntnistheoretischen Konsequenzen sich daraus ergeben. Dabei zeigt sich, dass beide Ansätze viele klare Vorteile für sich verbuchen können, aber an anderen Stellen ebenso deutliche Nachteile aufweisen. Die hochkomplexen Überzeugungssysteme des Bayesianers sind schwer zu erhalten, bieten dann aber einfache Antworten auf erkenntnistheoretische Fragen, während die klassischen Überzeugungssysteme uns allen sehr vertraut und einfach zu erhalten sind, aber kaum Hilfen für die anstehenden erkenntnistheoretischen Fragestellungen liefern. Mein Vorschlag wird sein, dass weder der klassische Ansatz noch der probabilistische als umfassende erkenntnistheoretische Konzeptionen taugen und somit als sinnvolle Lösung nur eine Hybridlösung aus beiden Ansätzen übrigbleibt, die ich am Schluss skizzieren werde.

2 Probabilistische versus klassische Überzeugungssysteme

2.1 Die klassische Glaubensmenge

Ein klassisches Überzeugungssystem ist vor allem dadurch gekennzeichnet, dass wir bestimmte Aussagen A entweder akzeptieren oder nicht akzeptieren.[1] Akzeptieren sollten wir dabei nur

[1] Auch wenn ich von Aussagen oder Propositionen (als den Inhalten von Sätzen oder Äußerungen) spreche, werde ich mich hier der Einfachheit halber auf Sätze beziehen. Genauer müsste man sagen, dass hier die Sätze als Repräsentanten von Äquivalenzklassen von untereinander logisch oder analytisch

die Aussagen, für die wir alles in allem (nach dem Abwägen aller Gründe dafür und dagegen) über gute Gründe für ihre Wahrheit verfügen. Das ist zumindest als erkenntnistheoretische Rationalitätsforderung bzw. als Zielvorstellung für unsere Überzeugungssysteme sinnvoll, auch wenn unsere tatsächlichen Überzeugungssysteme dem sicher nicht immer entsprechen werden. Dieses (kategorische) Akzeptieren ist natürlich nur vorläufig zu verstehen, bis etwa neue Daten erhoben werden, und durchaus mit einem erkenntnistheoretischen Fallibilismus vereinbar. Allerdings sollte es sich darin zeigen, dass ich mein Verhalten – speziell meine Entscheidungen – auf die akzeptierten Aussagen stütze oder zumindest darauf stützen sollte, wenn ich mich rational verhalten möchte.

Das Nichtakzeptieren von A können wir dann noch weiter unterteilen in ein *Akzeptieren der Negation* $\neg A$ oder einer *neutralen Einstellung* gegenüber A, bei der wir uns nicht auf A oder $\neg A$ festlegen. Von dieser Komplikation können wir auch wieder absehen, weil es uns in der Erkenntnistheorie primär um die Glaubensmenge G der akzeptierten Aussagen geht. Die Unterteilung ist aber hilfreich, weil sie es erlaubt, eine Grundfrage der Erkenntnistheorie auf eine bestimmte Weise zu darzustellen: Wann verfügen wir über hinreichend gute Gründe, dass wir eine Aussage aus dem neutralen Bereich in einen der anderen beiden Bereiche verschieben sollten? Das ist oft die Frage, vor der wir im Alltag oder in der Wissenschaft stehen, weil wir für viele Aussagen A weder für A selbst noch für $\neg A$ über gute Gründe verfügen, aber gern wissen möchten, welche der beiden Behauptungen wir akzeptieren und welche wir ablehnen sollten.

äquivalenten Sätze stehen. Die meisten modernen Darstellungen wie Huber (2013, 2009) oder Spohn (2012) stellen Aussagen dagegen durch Mengen von Möglichkeiten oder Mengen von möglichen Welten dar. Das ist zwar für manche technischen Zwecke einfacher, erscheint mir aber weniger anschaulich als die Bezugnahme auf Sätze.

Neben dem Akzeptieren wird ein klassischer Erkenntnistheoretiker natürlich auch noch viele andere Einschätzungen für Aussagen verwenden wie: Tautologie, analytische Wahrheit, gewiss, sicher, sehr wahrscheinlich, hochwahrscheinlich, sehr plausibel, wahrscheinlich, vermutlich wahr, brauchbare Arbeitshypothese, spekulativ, eher unplausibel und viele andere Modalitäten. Die hängen mit der Glaubensmenge zusammen (die oberen Kategorien werden üblicherweise darin aufgenommen), werden aber normalerweise nicht systematisch mit dem Akzeptieren verknüpft und werden auch eher uneinheitlich verwendet.

Sie können uns helfen, die drei zentralen Bereiche weiter zu unterteilen, doch wenn es darum geht, worauf wir uns tatsächlich stützen dürfen, wenn wir andere Aussagen beurteilen oder wenn wir eine Entscheidung zu treffen haben oder wenn es um die Frage geht, ob in einem bestimmten Fall Wissen vorliegt, so zählt vor allem die Menge der akzeptierten Aussagen. Für die anderen Einstufungen verfügen wir zumindest über kein systematisches Verfahren, wie wir sie auswerten können. Vor allem wird der klassische Erkenntnistheoretiker die Aussagen nicht quantitativ mit reellwertigen Glaubensgraden zwischen null und eins versehen und dann noch behaupten, dass diese Werte der Wahrscheinlichkeitsrechnung gehorchen müssen, mit deren Hilfe wir anschließend praktisch alle erkenntnistheoretischen Fragen zu beantworten haben. Das bleibt dem bayesianischen Ansatz vorbehalten.

Obwohl nur wenige Philosophen sich explizit zu der klassischen Auffassung bekannt haben, sind m. E. die meisten Erkenntnistheoretiker von Platon bis Popper mehr oder weniger hier anzusiedeln. Doch schon im Falle von Popper ließe sich darüber diskutieren, daher möchte ich mich nicht auf bestimmte Personen festlegen. Ein deutliches Indiz für eine klassische Einstellung sehe ich bereits darin, dass die eingesetzten Begründungsverfahren keine quantitative Einstufung der begründeten Annahmen erzeugen. Unser Lernen aus der Erfahrung ist in diesen Fällen eher darauf angelegt, dass wir bestimmte Behauptungen irgendwann akzeptieren oder verwerfen und liefert zumindest keine genauen Glaubensgrade.

Zu den typischen klassischen Verfahren rechne ich hier u. a. die Methode der Falsifikation, der eliminativen Induktion, der hypothetisch-deduktiven Theorienbestätigung oder den Schluss auf die beste Erklärung sowie (nichtprobabilistische) Kohärenzverfahren. Aber selbst die klassische Statistik gehört zu diesen Formen des Lernens aus der Erfahrung, denn sie arbeitet zwar mit bestimmten Likelihoods (s. u.), aber den signifikant bestätigten Hypothesen werden keine Wahrscheinlichkeiten zugesprochen. Die klassischen Überzeugungssysteme sind daher durch die drei Kategorien am besten beschrieben. Es gibt daneben *komparativ* angeordnete Überzeugungssysteme wie z. B. den Rangfunktionenansatz von Wolfgang Spohn (2012), doch das sind neuere Entwicklungen, die bisher noch nicht viele Anhänger gefunden haben. Sie werden in diesem Aufsatz nicht betrachtet.

Um die Ähnlichkeiten sowie die Unterschiede des klassischen und des probabilistischen Ansatzes zu verdeutlichen, möchte ich die klassische Konzeption auf eine spezielle Weise formulieren. Für eine (endliche) einfache aussagenlogische Sprache L können wir z. B. durch eine Akzeptanz- oder Glaubensfunktion $g : L \to \{0; 0,5; 1\}$ ein solches Überzeugungssystem darstellen, indem wir $g(A) = 1$ für das Akzeptieren von Aussagen wählen, $g(A) = 0$ für das klare Zurückweisen bzw. das Akzeptieren von $\neg A$ und $g(A) = 0,5$ für die Aussagen, denen gegenüber wir neutral bleiben möchten. Des weiteren werden wir gewisse (sicher idealisierende) Rationalitätsforderungen an unsere *Glaubensmenge* $G := \{A \mid g(A) = 1\}$ stellen, wie sie schon seit Hintikka (1961) gebräuchlich sind. Danach sollte die Glaubensmenge zumindest konsistent sein, aber auch deduktiv abgeschlossen, was zwar eine stärkere Idealisierung darstellt, jedoch sicher als sinnvolle Rationalitätsforderung angesehen werden kann. So können wir für unseren Vergleich ähnliche Forderungen wie für die probabilistischen Überzeugungssysteme formulieren:

Statische Rationalitätsforderungen (klassischer Fall)
(1) G ist konsistent und
(2) G ist deduktiv abgeschlossen.

Damit besteht ein *klassisches Überzeugungssystem* aus einem Paar (g, L), wobei g die genannten Rationalitätsforderungen erfüllt. Nehmen wir eine einfache Sprache L an, die aus den atomaren Aussagen $A_1, \ldots, A_n$ besteht sowie den komplexeren Aussagen, die sich durch die aussagenlogischen Junktoren daraus bilden lassen, dann genügt es, die Funktion g auf den atomaren Aussagen festzulegen, weil sich die weiteren Festlegungen daraus ergeben.

Das gilt vor allem für die Glaubensmenge $G := \{A \mid g(A) = 1\}$, lässt sich jedoch in ähnlicher Form auf die anderen Bereiche übertragen. Wenn wir alle Tautologien in die Glaubensmenge einordnen und alle Kontradiktionen in die Ablehnungsmenge, ergeben sich für die anderen Aussagen sinnvollerweise die folgenden Regeln: So ist z. B. $g(A \vee B) = \max\{g(A), g(B)\}$, denn sobald wir eine der beiden Aussagen akzeptieren, sollten wir natürlich auch die entsprechende Disjunktion akzeptieren, da die einfach nur eine logische Abschwächung der Aussage darstellt, während wir etwa bei einer neutralen Aussage und einer abgelehnten der Disjunktion höchstens den Status der neutralen Aussage einräumen würden.

Für die Konjunktion wählen wir dagegen naheliegenderweise das Minimum: $g(A \wedge B) = \min\{g(A), g(B)\}$. Etwas komplizierter könnte es für die Negation aussehen, wenn wir berücksichtigen, dass es auch neutral bewertete Aussagen gibt, aber die Regel lässt sich mit unseren Werten trotzdem einfach notieren: $g(\neg A) = 1 - g(A)$ (dabei handelt es sich um eine sogenannte starke Negation). Wir sollten die Negationen von Aussagen A, denen gegenüber wir neutral sind, natürlich nicht akzeptieren, denn das würde verlangen, dass wir über gute Gründe verfügen, die Negation zu akzeptieren und das wären sogleich gute Gründe, die Aussage A abzulehnen und ihr gegenüber damit nicht mehr neutral zu bleiben. Diese Regeln des Akzeptierens von Aussagen entsprechen denen einer dreiwertigen Logik. Für das Akzeptieren von Aussagen scheinen diese Regeln sehr natürlich zu sein, aber wir könnten uns zur Not auch mit einem zweiwertigen *Akzeptieren* und *Nichtakzeptieren* begnügen, um die klassischen Überzeugungssysteme weiter zu vereinfachen, denn primär ist aus erkenntnistheoretischer Sicht vor allem die Glaubensmenge. Jedenfalls benötigen wir für unsere Sprache L nur genau n Festlegungen für die atomaren Aussagen, um das Überzeugungssystem (g, L) damit komplett festzulegen. Mit einem solchen Überzeugungssystem lässt sich sehr ökonomisch arbeiten, da die Anzahl an Festlegungen nur einfach mit der Anzahl an atomaren Aussagen anwächst. Wir werden später sehen, dass diese Reduktion von Komplexität einen der wesentlichen Vorzüge des klassischen Ansatzes ausmacht.

2.2 Glaubensgrade und ihre Dynamik

Wie sieht das nun für probabilistische Überzeugungssysteme aus? Sie sind dadurch gekennzeichnet, dass jeder Aussage A durch eine Funktion $P : L \to [0, 1]$ eine Zahl zwischen 0 und 1 als ihr *Glaubensgrad* bzw. ihr *Vertrauensgrad* $P(A)$ zugeordnet wird, der zum Ausdruck bringen soll, wie überzeugt wir von A sind. Das wird meist damit in Verbindung gebracht, welche Wettquoten wir auf A gerade noch akzeptieren würden bzw. als fair betrachten würden. $P(A) = r$ entspricht dabei einem Einsatz (für eine faire Wette) von $r \cdot 100$ Euro für eine Wette, die im Gewinnfall 100 Euro auszahlt. Außerdem wird als Rationalitätsforderung typischerweise verlangt, dass sich diese Werte gemäß den Axiomen der Wahrscheinlichkeitsrechnung verhalten.

Statische Rationalitätsforderungen (probabilistisch)
(1) $P : L \to [0, 1]$ ist eine Funktion und
(2) $P(t) = 1$ für alle Tautologien t und
(3) $P(A \vee B) = P(A) + P(B)$ für alle inkompatiblen Aussagen A und B aus L.

Das sind starke Idealisierungen, die wie im klassischen Fall die logische Allwissenheit des epistemischen Subjekts annehmen. Diese Annahmen sind zumindest als Forderungen idealer Rationalität akzeptabel und kommen daher in beiden Ansätzen zum Einsatz. Damit ergeben sich als probabilistische Überzeugungssysteme Paare (L, P), die die Rationalitätsforderungen erfüllen mit einer Sprache L und einer Funktion P für die epistemischen Wahrscheinlichkeiten, wobei die Funktion angibt, für wie plausibel wir eine bestimmte Aussage halten.

Dabei versuchen Probabilisten und speziell die Bayesianer die Rationalitätsforderungen u. a. anhand von Dutch-Book-Argumenten zu begründen, aber das soll hier nicht mein Thema sein, sondern ich möchte nur anmerken, dass ich nicht davon überzeugt bin, dass diese Argumente so zwingend sind, wie sie gerne präsentiert werden (vgl. Bartelborth 2012, Kap. 5.3.4). Um aber überhaupt von einem *probabilistischen* Überzeugungssystem sprechen zu können, sind diese Anforderungen jedenfalls unverzichtbar. Sie sorgen u. a. dafür, dass entsprechende Regeln wie im klassischen Fall eingehalten werden. Erhält z. B. eine Aussage A den Wert eins wird ihrer Negation der Wert null zugewiesen und alle deduktiven Schlussfolgerungen aus A erhalten ebenfalls den Wert eins. Das kennzeichnet die Probabilisten.

Bayesianer werden darüber hinaus zumindest noch die *Konditionalisierungsregel* als weiteres dynamisches Rationalitätspostulat hinzufügen, das allerdings kein einfaches Pendant auf der klassischen Seite besitzt. Es besagt, wie wir aus der Erfahrung zu lernen haben. Danach geht ein probabilistisches Überzeugungssystem (L, P) nach dem Auftreten eines neuen Datum E in das System (L, P^+) mit der Nachher-Wahrscheinlichkeit P^+ über:

> **Dynamische Rationalitätsforderung (probabilistisch)**
> Für neu auftretende Daten E ergibt sich:
> $P^+(A) = P(A|E)$ für alle $A \in L$.

Die einfache Konditionalisierungsregel ist die zentrale Behauptung des Bayesianismus. Sie liefert das Update-Verfahren für unsere Glaubensgrade. Wir sollten danach unsere neue Wahrscheinlichkeit für eine Aussage A, nachdem neue Daten E aufgetreten sind, daran ausrichten, was wir früher als bedingte Wahrscheinlichkeit für A betrachtet haben, wenn wir E annehmen.[2]

Ähnlich wie im klassischen Ansatz gibt es auch im bayesianischen Ansatz einen gewissen Spielraum für die Update-Verfahren. So kennen wir etwa die Jeffreyssche Konditionalisierungsregel oder das Maximum-Entropie-Prinzip. Doch diese Spielräume sind deutlich kleiner als im klassischen Fall, und aufschlussreich ist vor allem die gemeinsame intuitive *konservative* Grundidee hinter den Regeln. Die besagt: Wenn wir eine Information E erhalten (d. h., es erhält zunächst E die Wahrscheinlichkeit eins oder auch einen anderen neuen Wert), dann wähle man als neue Glaubensgradfunktion P^+ die nächstgelegene Funktion relativ zu der früheren Funktion P, die gerade den neuen Wert für E annimmt. Man soll also seine Glaubensgrade nur noch insoweit verändern, wie es durch die neuen Daten E erzwungen wird, aber nicht in willkürlicher Weise darüber hinausgehend.[3]

---

[2] Das bayessche Theorem $P(A|E) = P(A)\frac{P(E|A)}{P(E)}$, das dem Ansatz seinen Namen gibt, ist dagegen ein bloß mathematisches Theorem, das sich schnell aus der Definition der bedingten Wahrscheinlichkeit ergibt: $P(X|Y) := \frac{P(X \wedge Y)}{P(Y)}$. Es kommt aber in der Regel zum Einsatz, um die Wahrscheinlichkeit $P(A|E)$ auf der linken Seite der Konditionalisierungsregel zu berechnen.

[3] Die einfachste konservative Begründung für eine Konditionalisierungsre-

Das beweist wiederum, wie wichtig für den Bayesianer die Ausgangswahrscheinlichkeiten sind. Für meine Fragestellung ist die genaue Wahl einer Update-Regel nicht so bedeutsam, sondern nur die Tatsache, dass es dafür einfache Regeln gibt und sich die Bayesianer zumindest, was die Grundidee angeht, darin einig sind. Der große Aufwand, zunächst für Aussagen zu konkreten Glaubensgraden überzugehen, trägt an dieser Stelle Früchte für die Erkenntnistheorie. Wir können nun eine einfache Regel dafür formulieren, wie wir unser Überzeugungssystem verändern sollen, wenn neue Daten auftreten – bzw. wie wir also aus der Erfahrung lernen sollen. Wir können damit die klassische erkenntnistheoretische Frage auf einfache Weise beantworten, wann bestimmte Aussagen E Gründe für eine andere Aussage A darstellen:

Bayesianische Explikation der Begründungsbeziehung
E ist ein *Grund* für A gdw. $P(A|E) > P(A)$.

Das ist ein klarer Vorteil gegenüber der klassischen Erkenntnistheorie, die keine ähnlich naheliegende Explikation der Begründungsbeziehung anzubieten hat. Zugleich zeigt es, dass die Ausgangswahrscheinlichkeiten, in denen die ganze Information über diese Rechtfertigungszusammenhänge kodiert ist, nicht bloß subjektiv und willkürlich gewählt sein sollten, weil sonst auch die Begründungsbeziehung subjektiv zu werden droht. Der klassische Erkenntnistheoretiker könnte dann behaupten, der Bayesianer hätte das Problem trivialisiert und nur „E ist ein Grund für

---

gel finden wir im *Rigiditätsprinzip*. Das besagt: Wenn neue Daten E auftreten, sollten wir zwar die Wahrscheinlichkeit für E abändern, aber nicht die bedingten Glaubensgrade $P(A|E)$. An dieser Zusammenhangsstruktur sollten neue Daten nichts ändern. Da für die upgedateten Glaubensgrade ebenfalls die Wahrscheinlichkeitsaxiome gelten, erhalten wir: $P^+(A) = P^+(E) \cdot P^+(A|E) + P(\neg E) \cdot P^+(A|\neg E)$. Wenn wir nun für $P^+(A|E)$ und $P^+(A|\neg E)$ ihre bisherigen Werte $P(A|E)$ und $P(A|\neg E)$ einsetzen, erhalten wir die Regel von Jeffrey und setzen wir zusätzlich noch $P^+(E) = 1$ und $P^+(\neg E) = 0$, so ergibt sich die einfache Konditionalisierungsregel.

A“ durch „ich *halte* E für einen Grund für A“ ersetzt, womit noch kein erkenntnistheoretischer Fortschritt erzielt wäre (vgl. dazu die ausführlichere Darstellung des Bayesianismus in Bartelborth 2012, Kap. 5). Leider sehen Bayesianer dieses tiefgehende Problem oft nicht und begnügen sich zu schnell mit einem subjektiven Bayesianismus.[4]

Für unsere Fragestellung können wir das so zusammenfassen: Damit der Bayesianismus umfassend funktioniert, ist er darauf angewiesen, dass wir für alle Aussagen über einen Glaubensgrad verfügen, der allerdings nicht willkürlich gewählt sein sollte. Erst wenn uns eine (zumindest partielle) Objektivierung der ursprünglichen Glaubensgrade gelingt, bietet ein probabilistisches Überzeugungssystem erkenntnistheoretische Vorteile gegenüber einem klassischen.

2.3 Die Dynamik klassischer Überzeugungssyteme

Für die klassische Erkenntnistheorie ist dagegen nicht geklärt, wie sich unsere Glaubensmenge bzw. das ganze Überzeugungssystem ändern soll, wenn wir neue Daten E erhalten. Sehen wir uns einige klassische Antworten dazu kurz an. Keine davon bietet ein auch nur annähernd so klares Verfahren für die Überzeugungsänderung an, wie sie der Bayesianismus bereithält.

Am nächsten kommen einem solchen Update-Verfahren noch die sogenannten „belief revision“-Ansätze. Sie versuchen dieses

[4]Die Dynamik unserer Glaubensgrade führt allerdings sogleich zu einem nicht gelösten Problem mit dieser Explikation der Begründungsbeziehung, das ich nur kurz erwähnen möchte. Wenn ein Datum E erst einmal bekannt ist, so gilt im klassischen Bayesianismus $P^+(E) = P(E|E) = 1$. Daraus folgt: $P(E|A) = 1$ und damit ist $P(A|E) = P(A)$. Also kann E dann nicht mehr als Grund für A betrachtet werden, obwohl E das normalerweise bleibt, wenn E vor dem Updaten ein Grund für A war. Das Problem ist als „old evidence“-Problem bekannt und wird u. a. ausführlicher in Hawthorne 2011 und Bartelborth 2012, Kap. 5.5.16-17 diskutiert.

„Updaten" unseres Überzeugungssystems mit Hilfe von *Expansionen* und *Kontraktionen* zu beschreiben (vgl. Hansson 2011). Passt ein neues Datum E konsistent in meine bisherige Glaubensmenge G, so kann es darin aufgenommen werden (G wird um E expandiert), ohne dass sich ansonsten viel ändern müsste; passt es hingegen nicht hinein, müssen wir gegebenenfalls $\neg E$ und alle weiteren unpassenden Aussagen aus G zunächst entfernen, bevor wir E hinzufügen können, und das Entfernen ist ein schwieriges Verfahren, für das es keine einfache Regel gibt, was wir gemeinhin auch unter dem Stichwort des *Duhem-Quine-Problems* kennen.

Enthält unsere Glaubensmenge G etwa die Aussagen (1) p und (2) $p \rightarrow q$ und wir gewinnen als Datum $\neg q$, so müssen wir beim Hinzufügen von $\neg q$ zu G die Aussage (1) oder (2) aufgeben, aber es ist völlig unklar, wo wir anzusetzen haben. Wir benötigen für ein solches Verfahren normalerweise weitere Einschätzungen darüber, wie gut die beiden Aussagen in G bisher *epistemisch verankert* sind. Aufgegeben werden dann z. B. zuerst die weniger gut verankerten bzw. weniger zentralen Überzeugungen, bis wieder Konsistenz hergestellt werden kann (vgl. Hansson 2011, Abs. 2.2). Dahinter steht wiederum der Gedanke einer konservativen Strategie, die auch dem bayesianischen Updaten zugrunde liegt, nämlich die neuen Daten zu akzeptieren, darüber hinaus aber so wenig wie möglich in unseren Überzeugungssystemen zu verändern.

Klassische Kohärenzansätze in der Erkenntnistheorie würden stattdessen antworten, dass wir jedes Mal, wenn ein neues Datum E auftritt, eine komplette Neubewertung im Hinblick auf ein neues System mit größtmöglicher Kohärenz vornehmen müssen, welches alle Daten und dazu die kohärenzstiftenden Theorien enthält, die die besten Erklärungen dieser Daten liefern. Auch hier werden allerdings im Normalfall nur bestimmte Teile unseres Überzeugungssystems von einer Revision betroffen sein, während man versuchen wird, die bereits hochkohärenten Teile beizubehalten, da sie schon optimal zur Gesamtkohärenz beitragen. Das ist jedoch weit entfernt von einem Update-Algorithmus im Sinne der Bayesianer und wird i. d. R. kaum zu eindeutigen Ergebnissen führen. Damit ergibt sich ein klarer Pluspunkt für den Bayesianer, wenn er ein sinnvolles probabilistisches Überzeugungssystem aufstellen kann.

Im klassischen Rahmen sind natürlich viele weitere Ansätze für eine Dynamik unseres Überzeugungssystems zu nennen, die wir jedoch nicht alle untersuchen können.[5] Das vermutlich wichtigste Verfahren aus der wissenschaftlichen Praxis finden wir in der klassischen Statistik mit ihren Signifikanztests. Doch selbst das stellt genaugenommen kein einfaches Update-Verfahren für klassische Überzeugungssysteme dar. Bestätigungen anhand von Signifikanztests bieten uns nach Ansicht von bayesianischen Kritikern wie Wagenmakers u. a. (2007, 2011) zwar schwache (und ich würde hinzufügen: *inkrementelle*) Bestätigungen der Hypothesen, aber es bleibt unklar, wie stark die sind und wann sie genügen, um die Hypothesen in die Glaubensmenge aufzunehmen – wann sie also als *absolute Bestätigung* aufgefasst werden dürfen, auf die der klassische Ansatz angewiesen ist.

In neuerer Zeit versuchen die Kritiker des Signifikanztestens wie Wagenmakers diesen Punkt unter anderem am Beispiel von Bem (2011) zu belegen. Daryl Bem hat gemäß den Regeln des Signifikanztestens acht signifikante Bestätigungen für Präkognition gefunden. Soll das etwa gleich dazu führen, dass wir die Hellseherei nun als existierendes Phänomen annehmen? Eine bayesianische Analyse kann dem besser Rechnung tragen und belegt, warum selbst positive Daten für eine Hypothese, diese nicht sogleich akzeptabel machen. Das finden wir in ähnlicher Form in unserem Dschungelfieberbeispiel weiter unten wieder.

---

[5] Im Absatz 5 werde ich darauf noch einmal zurückkommen.

2.4 Die Wahl der Ausgangswahrscheinlichkeiten

Die entscheidende Frage für den Bayesianer ist gemäß den bisherigen Überlegungen, wie er die ursprünglichen Glaubensgrade auf sinnvolle Weise wählen kann. Damit sie erkenntnistheoretisch bedeutsam sind, müssen sie selbst auf möglichst objektivem Wege festgelegt sein. Die Ausgangswahrscheinlichkeiten bestimmen dann alle weiteren Update-Verfahren. Von der Qualität der Wahl der Ausgangswahrscheinlichkeiten hängt unsere Bewertung der probabilistischen Überzeugungssysteme wesentlich ab. Klassische Statistiker lehnen bayesianische Verfahren vor allem deshalb ab, weil nach ihrer Ansicht nur eine recht subjektive Auswahl von Startwahrscheinlichkeiten möglich ist, die zumindest in der Wissenschaft nichts zu suchen haben sollte. Die laufende Debatte um die beste Wahl der Ausgangswahrscheinlichkeiten kann ich an dieser Stelle nicht weiterführen, sondern werde nur aufzeigen, wie schwierig und grundsätzlich sie ist und auf welche Probleme wir dabei stoßen.

Subjektive Bayesianer schätzen einfach alle erforderlichen Wahrscheinlichkeiten auf rein intuitive Weise ein und achten nur darauf, dabei die genannten Rationalitätsforderungen einzuhalten. Dazu gehören viele der frühen Ansätze wie etwa die „Bibel“ des Bayesianismus von Howson & Urbach (1993) oder Earmans Werk von 1992 sowie der frühe Patrick Maher (1993). Subjektive Bayesianer können auf diese Weise immerhin weiteres Hintergrundwissen in ihre Einschätzungen einbeziehen, das sich nicht leicht in Zahlen übersetzen lässt. Andererseits handeln sie sich den Vorwurf der Subjektivität oder sogar Beliebigkeit ein, und ihr Ansatz verliert an erkenntnistheoretischem Gewicht.

Neben den rein subjektiven Ansätzen gibt es *objektivere* Formen des Bayesianismus, die zusätzliche Anforderungen an die Ausgangswahrscheinlichkeiten stellen angefangen beim Dogmatismusverbot über empirische Kalibrierungen bis hin zum Einsatz von neuen Versionen eines Indifferenzprinzips (s. u.). Einige objektive Bayesianer wie etwa Jon Williamson (2010) gehen sogar so weit, dass sie die anfänglichen Glaubensgrade für eindeutig objektiv bestimmbar halten, und knüpfen damit an die Ideen der klassischen induktiven Logik (vgl. Carnap 1952) an. Dazu setzt Williamson als erstes auf *empirische Kalibrierungen* und anschließend sollen dann noch verbleibende Spielräume durch *Indifferenzprinzipien* wie das Maximum-Entropie-Prinzip (MaxEnt) beseitigt werden. Das heißt, bei Berücksichtigung bestimmter Nebenbedingungen wird eine möglichst gleichmäßige Verteilung auf die verbleibenden Möglichkeiten vorgenommen.[6]

Auf so weitgehende Objektivierungsforderungen möchte ich mich nicht festlegen, aber den Bayesianer zumindest darauf verpflichten, einige objektivierende Anforderungen zu unterschreiben, so dass der bayesianische Ansatz nicht in das oben genannte Trivialisierungsproblem zurückfällt. Eine sinnvolle Form der empirischen Kalibrierung scheint mir vor allem in der Anwendung des *statistischen Syllogismus* zu bestehen (vgl. Bartelborth 2012, Kap. 5.2). Dieser Schluss von relativen Häufigkeiten auf Glaubensgrade ist m. E. besonders grundlegend und in den Anwendungen des Bayesianismus auf empirische Beispiele unverzichtbar ist, in denen entsprechende Häufigkeiten vorliegen.

Einer der größten Vorzüge eines probabilistischen Ansatzes ist gerade, dass er die objektiven relativen Häufigkeiten direkt einbeziehen kann. Dadurch beruhen die Ausgangswahrscheinlichkeiten nicht mehr auf vagen Schätzungen, sondern auf den von uns bisher beobachteten relativen Häufigkeiten. Wenn wir uns z. B.

[6] Ein einfaches Beispiel mag das Verfahren illustrieren. Nehmen wir an, wir müssten nur eine Wahrscheinlichkeit für H vergeben und wüssten bereits, dass H mindestens doppelt so wahrscheinlich ist wie $\neg H$, dann wird die Informationsentropie am größten, wenn wir $P(H) = \frac{2}{3}$ und $P(\neg H) = \frac{1}{3}$ setzen. Andere erlaubte Verteilungen würden noch weiter von einer Gleichverteilung abweichen.

überlegen, ob wir eine bestimmte Mandel essen sollten, dann sollten wir uns in unserer Erwartung, ob sie bitter oder wohlschmeckend ist, von unseren bisherigen Erfahrungen leiten lassen. Haben wir keine weiteren Informationen über diese spezielle Mandel, wissen aber, dass von 100 Mandeln, die wir bisher gegessen haben, sich 5 als bitter und die restlichen als wohlschmeckend erwiesen haben, so sollten wir das auf unsere neue Mandel anwenden und schließen, dass sie wohl mit 95% Sicherheit wohlschmeckend sein wird. Im nächsten Abschnitt werden wir noch ein etwas wissenschaftlicheres Beispiel dazu kennen lernen.

Die Idee sollte zumindest plausibel sein. Sie besagt: Wenn wir darüber, ob ein Objekt a aus einer Gruppe S die Eigenschaft F aufweist, keine weiteren Informationen besitzen als die, dass genau r% der Objekte aus S F aufweisen, dann sollten wir annehmen: $P(Fa) = r$.

Statistischer Syllogismus
Wenn gilt: $h_n(F/S) = r$ und Sa, und wir wissen sonst nichts darüber, ob a F ist, so ist $P(Fa) = r$. (mit $h_n(F/S)$ ist hier die relative Häufigkeit der F in der Gruppe S gemeint)

Ohne den statistischen Syllogismus kann man weder in der klassischen Statistik sinnvoll schließen noch den Bayesianismus in der Praxis zum Einsatz bringen (vgl. dazu Franklin 2001, Campbell & Franklin 2004 und Bartelborth 2012, Kap. 5.2). Aber obwohl der statistische Syllogismus als ein sehr naheliegendes Schlussverfahren erscheint, ist dieser Schluss von relativen Häufigkeiten zu Glaubensgraden nicht leicht zu begründen. Das liegt u. a. daran, dass er auf der Anwendung eines *Indifferenzprinzips* beruht, das von den meisten Ansätzen abgelehnt wird, weil es zu den bekannten Paradoxien (etwa den Bertrandschen) führen kann.[7]

[7] Ein anderes Problem ist natürlich, dass wir solche Schlüsse nur vollziehen, wenn wir es bei S mit einem „natürlichen“ Prädikat zu tun haben, das eine

Denken wir an unser Mandelbeispiel. Warum sollte ich der Mandel (über die ich nichts Spezielles weiß) dafür, wohlschmeckend zu sein, nicht einfach eine andere Wahrscheinlichkeit geben als 95%? Warum würden wir sagen, dass die Annahme, die Mandel müsste höchstwahrscheinlich bitter schmecken, kein sinnvolles Lernen aus der Erfahrung darstellt? Wir hätten damit implizit angenommen, dass unsere Mandel eher den 5 bitteren als den 95 anderen Mandeln ähnelt, obwohl wir keine weiteren Kenntnisse über die Mandel haben, die solche Zuordnungen rechtfertigen würden. Wenn ich mich dagegen neutral verhalten möchte, dann sollte ich vielmehr sagen, dass alle bisherigen Mandeln in „gleicher Weise“ dafür in Frage kommen, meiner Mandel ähnlich zu sein, und sie daher alle „dieselbe Wahrscheinlichkeit“ aufweisen, wie meine Mandel zu sein. Dann habe ich aber gerade 5 Fälle mit einer Wahrscheinlichkeit von je einem Prozent dafür, dass meine Mandel bitter ist und 95 Fälle dagegen. Also sollte meine Vermutung, dass sie bitter ist, nur einen Glaubensgrad von 5% erhalten.

Wir hätten sonst eine recht seltsame Form des Lernens aus der Erfahrung vor uns, wenn ich nach meinen bisherigen Geschmackserlebnissen mit Mandeln bei jeder neuen Mandel gleich erwarten würde, dass sie wohl bitter schmecken wird. Nach dem Motto: Die Mandeln waren bisher überwiegend wohlschmeckend, also wird die nächste es wohl nicht sein. So sollten wir nicht schließen. Allerdings können wir hier nur an unsere üblichen Intuitionen zum induktiven Schließen appellieren, denn sonst müssten wir gleich eine Antwort auf das allgemeine Induktionsproblem von Hume formulieren können, was ich hier nicht anzubieten habe.

Meines Erachtens stellt daher der statistische Syllogismus eine wichtige Antwort auf die Herausforderung dar, objektive Aus-

natürlich Art auszeichnet. Dieses Problem plagt aber in gleicher Weise den klassischen Ansatz und soll daher hier nicht verfolgt werden.

gangswahrscheinlichkeiten zu formulieren. Ohne eine empirische Kalibrierung der Glaubensgrade verfügt der Bayesianer über kein überzeugendes Verfahren, die anfänglichen Glaubensgrade an die Empirie anzubinden. Mit Hilfe des statistischen Syllogismus kann der Bayesianer hingegen seine überzeugendsten Beispiele vorrechnen. Sehen wir uns also an, wie der Schluss in der Praxis zum Einsatz kommt und ob der Probabilist damit endgültig aus dem Schneider ist.[8]

2.5 Ein aufschlussreiches Beispiel

Die Bayesianer haben vor allem einen Typ von Anwendung im Auge, den sie gern als Beispiel anführen, um zu dokumentieren, wie überzeugend der Bayesianismus bestimmte induktive Schlüsse ziehen kann. Diesen Typ von Beispiel findet man genauso in vielen Büchern der klassischen Statistik, was man wohl als Akzeptanz der bayesianischen Überlegungen für diese Fälle auffassen darf. Wir schauen uns zunächst das Beispiel an und werden anschließend auf die Probleme eingehen, wie wir zu konkreten Startwahrscheinlichkeiten gelangen können, sobald die Voraussetzungen nicht mehr ganz so ideal sind wie im ursprünglichen Beispiel.

Nehmen wir an, jeder tausendste Urlauber, der aus dem Tropenland X zurückkehrt, habe Dschungelfieber, das zunächst noch keine Symptome verursacht. Herr Franz war in X und besucht nun zur Sicherheit seinen Arzt, um sich auf Dschungelfieber untersuchen zu lassen. Der Arzt hat zunächst keine weiteren Informationen über Franz. Wie stark sollte er davon überzeugt sein,

[8] Erste Hinweise auf die Probleme mit dem statistischen Syllogismus finden wir bereits in der Formulierung. Zunächst ist er natürlich nur in den Fällen anwendbar, in denen geeignete relative Häufigkeiten bekannt sind, und zweitens bleibt unklar, wie wir die Information der relativen Häufigkeiten mit anderen Informationen verrechnen können.

dass Franz Dschungelfieber aufweist (Hypothese H)? Ohne den statistischen Syllogismus könnten wir schon an dieser Stelle keine einfache Antwort geben. Mit Hilfe des statistischen Syllogismus dürfen wir ansetzen: $P(H) = \frac{1}{1000}$. So gehen – wie erwähnt – selbst klassische Statistiker an diese Beispiele heran. Für Bayesianer sind sie geradezu prägend für den ganzen Ansatz. Er sollte sich also unbedingt auf diese Art der empirischen Kalibrierung stützen, wenn entsprechende Daten vorliegen.

Der Arzt testet Franz nun mit einem D-Test für Dschungelfieber, wobei T ein positives und t ein negatives Testresultat darstelle. Dann müssen wir noch die Zuverlässigkeit des Tests kennen. Die wird durch seine *Sensitivität* von z. B. 98% (d. h. $P(T|H) = 98\%$; Empfindlichkeit für H oder Richtig-Positiv-Rate) und seine *Spezifität* von 95% (d. h. $P(t|\neg H) = 95\%$; Richtig-Negativ-Rate) angegeben.[9] Nun können wir anhand des Bayesschen Theorems oder anhand einer einfachen Häufigkeitentabelle ausrechnen, wie hoch die Wahrscheinlichkeit für Franz ist, an Dschungelfieber zu leiden, wenn sein Test positiv ausfällt: Gesucht wird also $P(H|T)$. Es ergibt sich (auch für Ärzte meist sehr überraschend) ungefähr ein Wert von $P(H|T) = 2\%$.[10]

Die meisten Ärzte oder anderen Personen, die man mit dem Ergebnis konfrontiert hat, tippen viel höhere Werte in der Nähe von 95%, denn das scheint die Zuverlässigkeit des Tests besser widerzuspiegeln (vgl. Gigerenzer 2002). Sie übersehen damit die sogenannte *Basisrate* der Erkrankung, d. h., dass nur jeder tausendste Urlauber überhaupt erkrankt ist, und begehen so den sogenannten *Basisratenfehlschluss*. Mediziner nennen die Basis-

[9] Um diese Werte zu ermitteln, sind wir natürlich wiederum auf den statistischen Syllogismus angewiesen. Vgl. zur folgenden Berechnung Bartelborth 2012, Kap. 5.1.

[10] Es gilt nämlich: $P(H|T) = P(H)\frac{P(T|H)}{P(T)} \approx \frac{1}{1000} \cdot \frac{0{,}89}{0{,}05} = 0,0178$, denn wir finden: $P(T) = P(T|H) \cdot P(H) + P(T|\neg H) \cdot P(\neg H) = 0,89 \cdot \frac{1}{1000} + 0,05 \cdot \frac{999}{1000} \approx 0,05$.

rate „Prävalenz“ und Bayesianer nehmen sie dann als „Vorher-Wahrscheinlichkeit“.[11] Die fehlerhaften Schätzungen berücksichtigen unsere bisherigen Erfahrungen nicht richtig, die besagen, dass die Krankheit insgesamt recht selten vorkommt. Der Bayesianer kann das einbeziehen und überzeugende Schlüsse daraus ziehen, aber nur, wenn wir dafür erstens mehrfach auf den statistischen Syllogismus vertrauen, um aus relativen Häufigkeiten Glaubensgrade zu gewinnen, und zweitens, wenn wir das bayesianische Update-Verfahren anwenden. Hier finden sich klare Vorteile der Glaubensgrade gegenüber den gröberen Einteilungen des klassischen Ansatzes. Allerdings zeigt sich auch, dass wir explizite Berechnungen anstellen müssen, um zu dem Resultat zu gelangen, denn wir sind offensichtlich keine intuitiven Bayesianer.

Der klassische Ansatz gerät dagegen an dieser Stelle in Schwierigkeiten, weil er zwar korrekt rekonstruieren kann, dass das positive Testergebnis eine starke Bestätigung für das Vorliegen von Dschungelfieber darstellt, aber nicht repräsentieren kann, dass durch die niedrige Basisrate von Dschungelfieber (bzw. die niedrige Ausgangswahrscheinlichkeit unserer Hypothese H) die Dschungelfieberhypothese selbst nach der starken Bestätigung immer noch so unplausibel ist, dass wir sie nicht akzeptieren sollten. Wir haben zwar eine starke *inkrementelle* Bestätigung der Hypothese erhalten, aber keine *absolute*, die sie über die Schwelle heben würde, ab der wir sie akzeptieren sollten. Dem klassischen Erkenntnistheoretiker fehlen die nötigen Mittel, um diese

[11] Bayesianer werfen sogar den klassischen Statistikern beim Signifikanztest u. a. vor, dass man auch dort den Basisratenfehlschluss begeht, denn es wird nur geprüft, ob ein bestimmtes Ergebnis im Lichte einer Hypothese eine kleine Wahrscheinlichkeit aufweist. Ist das der Fall, betrachten wir diese (Null-) Hypothese als falsifiziert und damit die Gegenhypothese als begründet. Doch dabei spielt es keine Rolle, wie groß die Vorher-Wahrscheinlichkeit von Nullhypothese und Gegenhypothese ist, was gerade den Basisratenfehlschluss kennzeichnet.

Zusammenhänge nachzeichnen zu können. Das Beispiel spricht eindeutig dafür, das probabilistische Überzeugungssystem einem klassischen vorzuziehen.

2.6 Das Problem der schlechteren Datenlage

Kann der Bayesianer sein Problem der Wahl von möglichst objektiven Ausgangswahrscheinlichkeiten mit Hilfe einer empirischen Kalibrierung nun tatsächlich überzeugend lösen? So schön sie in unserem Beispiel auch funktionierte, so stößt sie doch leider schnell an Grenzen, sobald die Datenlage auch nur etwas schlechter ist (vgl. dazu Sturgeon 2011). In der Praxis wird etwa die Prävalenz einer Krankheit bei verschiedenen Reihenuntersuchungen geschätzt und dabei ergeben sich immer wieder unterschiedliche Resultate mit anderen Werten. Was ist dann aber unser Glaubensgrad an H, wenn wir nur noch wissen, dass zwischen 1% und 7% aller Urlauber aus X mit Dschungelfieber zurückkehren? Sturgeon sagt zu Recht, dass sich diese *vage Datenlage* auch in *vagen Glaubensgraden* niederschlagen sollte. Das wäre nur rational. Sturgeon spricht hier von einem breiteren Vertrauen („thick confidence"), weil es eigentlich einen größeren Bereich von Glaubensgraden abdecken sollte.

Wir können nun mit Sturgeon noch weitergehen und fragen, was aus $P(H)$ wird für Informationen wie die folgenden: (1) Etwas mehr als die Hälfte der Urlauber kehren aus X mit Dschungelfieber zurück. (2) Deutlich mehr als die Hälfte der Urlauber kehren aus X mit Dschungelfieber zurück. (3) Fast alle Urlauber kehren aus X mit Dschungelfieber zurück. Dazu könnten wir viele weitere Abstufungen finden. Für solche bloß komparativen Ausgangsinformationen sollte jedenfalls gelten:

$$P_{(1)}(H) < P_{(2)}(H) < P_{(3)}(H),$$

Viel mehr können wir jedoch aus solchen Daten nicht herauslesen, und der Probabilist muss jeweils seine Glaubensgrade darüber hinaus willkürlich wählen, wenn wir davon ausgehen, dass er über keine weiteren Informationen für H verfügt als die genannten. Bei einer schlechteren Datenlage stehen wir also sogar in unserem idealen Anwendungsfall des Bayesianismus vor dem Problem, dass selbst der statistische Syllogismus die Subjektivität in der Wahl der Ausgangswahrscheinlichkeiten nicht ganz vermeiden kann. Dann kann der klassische Erkenntnistheoretiker seinen Vorwurf wiederholen, dass der Bayesianer die erkenntnistheoretischen Probleme nur durch einen einfachen Trick gelöst hat. Er ersetzt unser Konzept von Begründung durch ein Konzept von „gefühlter Begründung". Das kann er uns aber nicht als Vorteil verkaufen.

Die Problematik der schwächeren Daten gibt schon erste Hinweise darauf, dass die Repräsentation von epistemischen Zuständen von der Art der Evidenzen abhängen sollte, über die wir jeweils verfügen. Das könnte schließlich wieder für gröbere Einteilungen sprechen. Die feinen Abstufungen des Probabilisten gehen jedenfalls eindeutig über die Datenlage hinaus.

Noch schwerwiegender wird unser Problem, Ausgangswahrscheinlichkeiten zu wählen, wenn wir uns einem besonders wichtigen Anwendungsbereich des Bayesianismus zuwenden, nämlich der Beurteilung und Auswahl wissenschaftlicher Theorien. Hierfür bietet uns der statistische Syllogismus keine Hilfe mehr, und es ist auch keine andere Form der empirischen Kalibrierung bekannt, die das leisten könnte, weil keine geeigneten relativen Häufigkeiten dafür vorliegen.

Gleichwohl werden für bestimmte wissenschaftliche Theorien oft noch qualitative Gründe sprechen, deren Gewicht nicht auf einfache Weise quantifizierbar ist. Dann ist der Probabilist jeweils gezwungen, die Regel „vage Evidenzen führen nur zu vagem Vertrauen" zu verlassen und trotzdem eine konkrete Zahl für seinen Glaubensgrad zu erfinden.[12] Wollen wir diese verbleibenden Spielräume in unserer Wahl durch objektive Verfahren vermeiden, sind wir schließlich vor allem auf Indifferenzprinzipien angewiesen.

Schauen wir uns dazu ein konkretes Beispiel aus der Wissenschaft an: die Prionenhypothese zur Erklärung von BSE. Die Annahme solcher Prionen als krankmachendes Agens konnte verschiedene Aspekte der BSE Krankheit erklären, wie etwa, dass BSE sich als ansteckend erwies, aber keine entsprechende Virus-DNA gefunden werden konnte. Wie hoch ist dann die Wahrscheinlichkeit für die Prionenhypothese? Und wie hoch war sie, bevor diese Daten vorlagen? Denken wir eher an 1% oder an 10% oder an ganz andere Werte? Das konkrete Beispiel soll diese Problematik für den Leser veranschaulichen.

Wissenschaftler sprechen zwar gerne davon, dass bestimmte Daten ihre Hypothesen sehr wahrscheinlich gemacht hätten, weigern sich aber meist beharrlich, dafür genaue Werte als Schätzung zu nennen. Das ist nicht verwunderlich, denn in den meisten Fällen verfügen sie nur über die entsprechend unpräzisen Evidenzen und eine Präzisierung unseres Vertrauensgrades ist immer mit einer ziemlichen Willkür verbunden. Weder die Ausgangswahrscheinlichkeiten der Hypothesen noch die anderen Größen für unser Updaten sind präzise bestimmt. Die Daten sprechen in unserem Beispiel zwar intuitiv für unsere Hypothese, aber das muss nicht unbedingt quantifizierbar sein.

[12] Der Übergang zu Intervallen statt Glaubensgraden hilft uns nicht wirklich aus der Klemme. Auch sie haben zumindest scharfe Grenzen und verlangen nach ganz spezifischen Informationen, um sie als objektiv begründet anzusehen, über die wir meistens nicht verfügen. Fuzzy-Mengen würden sogar noch mehr Informationen erfordern, da wir in dem Fall ganze Funktionen auf den Werten anhand der Daten festzulegen hätten. Außerdem würde dadurch unser Überzeugungssystem noch viel komplexer und noch weniger zu beherrschen sein, als es das schon im probabilistischen Fall ist (s. nächsten Abschnitt).

Leider ist ebenso wenig klar, wie wir ein Indifferenzprinzip zur Anwendung bringen sollen. Wir könnten daran denken, die Wahrscheinlichkeit gleichmäßig auf alle zunächst plausiblen Hypothesen zu verteilen, aber das Verfahren ist dann zumindest stark davon abhängig, welche Hypothesen wir dabei berücksichtigen. Außerdem gingen dabei unsere anfänglichen möglicherweise unterschiedlichen Plausibilitätseinschätzungen für unsere Theorien wieder verloren.

Schließlich geht es bei der Festlegung der Ausgangswahrscheinlichkeiten auch um die Wahl der bedingten Wahrscheinlichkeiten $P(E|T)$ für Daten E und Theorien T, die als Likelihoods[13] bezeichnet werden. Doch selbst wenn uns eine bestimmte Hypothese H präzise Werte der Form $P(E|H)$ liefert, erhalten wir dadurch noch keine Wahrscheinlichkeiten für die Hypothesen selbst. Die (objektiven) Likelihoods können wir zwar prima facie als gute Maßstäbe der Erklärungskraft von H für E betrachten – und deshalb wird sich auch der klassische Statistiker darauf stützen –, und sie liefern auch bestimmte Einschränkungen für die Wahl der Wahrscheinlichkeiten von E und T, aber es verbleiben weiterhin große Spielräume für die Ausgangswahrscheinlichkeiten.

Immerhin kann der Probabilist für sich verbuchen, dass er z. B.

[13] Das Konzept der Likelihood hat sich eingebürgert, weil klassische Statistiker nur dort von Wahrscheinlichkeit sprechen, wo diese reale relative Häufigkeiten abbildet. Der Wert $P(E|T)$ gibt aber nur hypothetische Zahlen für den hypothetischen Fall an, dass T wahr ist. Im besten Fall gibt unsere Theorie T bestimmte Werte für bestimmte Daten vor, ansonsten schätzt sie der Bayesianer wieder, wobei er sich auf die Definition $P(E|T) = \frac{P(E \wedge T)}{P(T)}$ stützt. Sagt eine Hypothese ganz konkret, dass für das Auftreten von Kopf die Wahrscheinlichkeit 0,6 besteht, so bestimmt sie für alle möglichen Daten deren Wahrscheinlichkeit. Besagt die Hypothese dagegen z. B. nur, dass die Wahrscheinlichkeit für Kopf größer als 0,5 ist, liefert sie uns keine objektiven Likelihoods mehr. Der Bayesianer ist keineswegs auf objektive Likelihoods festgelegt, sollte sich aber m.E. unbedingt an objektiven Werten orientieren, wenn diese vorliegen (s. Bartelborth 2012, Kap. 5.3.10).

die komparativen Rechtfertigungszusammenhänge nachzeichnen kann, wenn es denn welche gibt, was dem klassischen Erkenntnistheoretiker nicht so leicht gelingt.[14] Außerdem verfügt nur der Bayesianer über die Möglichkeit, die Basisraten korrekt zu berücksichtigen und unterschiedliche Daten, die etwa z. T. für und z. T. gegen eine Hypothese H sprechen, auf systematische Weise zu verrechnen. Der klassische Erkenntnistheoretiker oder Statistiker ist an dieser Stelle meist auf ein das eher intuitive Verfahren der Metaanalyse angewiesen.

Der Spielstand zwischen unseren beiden Ansätzen ist an dieser Stelle also nicht eindeutig, neigt sich aber bisher zugunsten des Bayesianismus. Er kann mit Hilfe der Glaubensgrade viele erkenntnistheoretisch bedeutsame Phänomene nachzeichnen, denen der klassische Ansatz bestenfalls durch weitere Ergänzungen Rechnung tragen könnte. Allerdings muss man dagegen immer die Schwierigkeiten abwägen, diese Glaubensgrade erst einmal sinnvoll zu vergeben. Dazu habe ich gewisse Teile der langwierigen Debatte nachgezeichnet, die sich damit beschäftigt, ob diese ursprünglichen Glaubensgrade objektivierbar sind.[15]

[14] Hier wäre wohl noch Platz für eine komparative Konzeption von epistemischem Vertrauen als eine Kompromisslösung aus beiden Ansätzen wie dem Ansatz der qualitativen Wahrscheinlichkeit (vgl. Hawthorne 2009); oder wie dem Rangfunktionenansatz (von Wolfgang Spohn 2012), der praktisch alle wichtigen Einsichten und Theoreme der Probabilisten (einschließlich der aus Bayesschen Netzen) rekonstruieren kann, daneben aber auch eine Glaubensmenge im Sinne der klassischen Erkenntnistheorie auszeichnen kann.

[15] Der subjektive Bayesianer (s. dazu etwa Earman 1992 oder Weisberg 2011) gibt auf die Herausforderung des klassischen Ansatzes meist noch eine andere Antwort, die ich hier nicht untersuche, da ich sie nicht für wirklich überzeugend halte. Nach seiner Ansicht sind die ursprünglichen Glaubensgrade nicht so wichtig, weil sich nach unendlich vielen erhobenen Daten die Unterschiede wieder beweisbar angleichen. Das stimmt zwar, aber nach endlich vielen Daten – und nur über die verfügen wir – können die Unterschiede durchaus entscheidend sein (vgl. Bartelborth 2012, Kap. 5.5.9-11).

2.7 Das Problem der großen Zahlen

Allerdings sieht es für den Probabilisten nicht mehr so gut aus, wenn wir an den Startaufwand für das bayesianische System (L, P) denken, der sich erheblich vom klassischen unterscheidet. Selbst wenn wir subjektive Schätzungen ohne Einschränkung akzeptieren, ist es sehr schwer, solche Überzeugungssysteme überhaupt in konsistenter Weise aufzustellen.[16] Hier zeigt sich, dass die Vorteile des probabilistischen Ansatzes teuer erkauft werden müssen. Es genügt nämlich nicht, Wahrscheinlichkeiten für die atomaren Aussagen zu vergeben, denn i. A. wissen wir nur, dass $P(A \wedge B) \in [0, \min\{P(A), P(B)\}]$ ist, d. h. für eine Konjunktion haben wir einen großen Spielraum für die Vergabe der Ausgangswahrscheinlichkeit, selbst wenn wir uns für die Konjunkte schon auf bestimmte Werte festgelegt haben. Nur in speziellen Fällen, wenn sich die Aussagen z. B. widersprechen, auseinander ableitbar sind oder statistisch unabhängig voneinander sind, können wir die Wahrscheinlichkeit für die Konjunktion direkt berechnen.

Im allgemeinen Fall müssen wir daher für alle Vollkonjunktionen aus atomaren Aussagen $\pm A_1 \wedge \ldots \wedge \pm A_n$ die Wahrscheinlichkeiten angeben, wobei hier das „±“ jeweils für das Negationszeichen oder nichts steht.[17] Im bayesianischen Update-Verfahren sind wir auf diese Wahrscheinlichkeiten angewiesen. Die Anzahl dieser Vollkonjunktionen beträgt jedoch 2^n. Da deren Wahrscheinlichkeiten sich zu eins addieren, müssen wir allerdings nur $2^n - 1$ Wahrscheinlichkeiten festlegen, um unser probabilistisches Überzeugungssystem anzugeben.[18]

[16] Das gilt sogar bereits für Systeme mit vier Basisaussagen vgl. Bartelborth 2012, S. 222 ff.

[17] Carnap nannte solche Vollkonjunktionen *Zustandsbeschreibungen*, später wandte man sich eher den Inhalten zu und sprach von *möglichen Welten*, aber der Begriff der *Vollkonjunktion* – den Informatiker gern verwenden – beschreibt recht anschaulich und unprätentiös, was hier gemeint ist.

[18] Es genügt andererseits auch, die Wahrscheinlichkeiten für alle Vollkon-

Das gerät schnell zu einem unrealistisch hohen Aufwand. Für 10 atomare Aussagen benötigen wir schon ca. 1000 Wahrscheinlichkeiten, für 20 atomare Aussagen eine Million, für 50 atomare Aussagen bereits 10^{15} Wahrscheinlichkeiten usf. Mit diesen vielen Wahrscheinlichkeiten müssten wir schließlich noch weiterrechnen und alle updaten bei neuen Daten E. Das sind schon deutlich mehr Wahrscheinlichkeiten, als wir überhaupt Gehirnzellen besitzen, und wirkt für Menschen (und selbst Computer) völlig unerreichbar. Hier zeigt sich die Kehrseite der einfachen Updateregel, sie wird durch eine Unmenge an Vorher-Einschätzungen von allen möglichen Wahrscheinlichkeiten erkauft. Wir müssen eben nicht nur wissen, wie hoch die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten bestimmter Situationen A und B ist, sondern auch, wie hoch die Wahrscheinlichkeit ist, dass sie zusammen auftreten, weil sich erst daraus berechnen lässt, wie hoch $P(A|B)$ ist, was wir zum Updaten benötigen. Wir müssen also schon zu Beginn alle möglichen Situationen abdecken, die überhaupt auftreten können, um eine solch allumfassende automatische Update-Regel zu gewinnen. Es wird einem wieder einmal nichts geschenkt. Es kann zwar noch zu Abmilderungen der großen Anzahl kommen, aber die Größenordnungen bleiben zunächst nichtsdestoweniger erhalten und sprengen alle sinnvollen Einsatzmöglichkeiten.[19]

junktionen zu kennen, weil sich jede weitere Aussage unserer Sprache L durch ihre kanonische disjunktive Normalform anhand der Vollkonjunktionen darstellen lässt und sich dann die Wahrscheinlichkeiten der Disjunkte (weil einander ausschließend) aufaddieren. Haben wir es etwa insgesamt mit den drei atomaren Aussagen A, B und C zu tun, so finden wir z. B.: $P(A \wedge B) = P(A \wedge B \wedge C) + P(A \wedge B \wedge \neg C)$.

[19] Außerdem deckt die Update-Regel noch nicht einmal alle Fälle von Überzeugungsänderungen ab, die in der Wissenschaft auftreten können. Schlägt jemand eine ganz neue Hypothese oder eine Erweiterung unserer Sprache vor (wie etwa die Prionenhypothese), dann müssen wir neu starten und neue Startwahrscheinlichkeiten vergeben. Abgedeckt sind immer nur die Aussagen, die schon bekannt sind und bewertet wurden.

Ein Gutachter schlug vor, dass es diese Wahrscheinlichkeiten eben einfach geben könnte. Wir müssen sie nicht unbedingt explizit angeben. Vielleicht können wir uns das vielleicht so vorstellen, dass sie implizit vorhanden sind, und die Berechnungen bzw. Update-Verfahren eben auch implizit ablaufen. Wir könnten vielleicht implizit gute Bayesianer sein. Allerdings würde auch das verlangen, dass es interne Repräsentationen dieser Wahrscheinlichkeiten gäbe, die aufgrund der extrem großen Zahlen kaum möglich erscheinen. Es sollte in jedem Fall gewisse Mechanismen geben, die erforderlichen Anzahlen an Ausgangswahrscheinlichkeiten zu reduzieren.

Weiterhin müssen wir in bestimmten Kontexten – wie z. B. in der Wissenschaft – unsere Belege für eine Hypothese auf den Tisch legen. Dazu müssen wir die Wahrscheinlichkeiten explizit machen. Leider wissen wir außerdem aus jeder Übung zur Statistik, dass es uns oft recht schwer fällt, wahrscheinlichkeitstheoretisch richtig zu schließen. Das Dschungelfieberbeispiel belegt das zusätzlich recht anschaulich (oder das oft diskutierte sogenannte Ziegenproblem). Wenn wir von einer bayesianischen Erkenntnistheorie also profitieren möchten, müssen wir zumindest in der Lage sein, die Glaubensgrade explizit zu machen (schon um zu überprüfen, dass sie die Wahrscheinlichkeitsaxiome erfüllen), und dazu müssen wir die Anzahlen deutlich reduzieren.

2.8 Erste Vorschläge zur Reduktion der großen Zahlen

Verkleinerungen der Menge der erforderlichen Wahrscheinlichkeiten können u. a. dadurch gelingen, dass wir viele Aussagen als epistemisch gleichwertig behandeln und ihnen daher dieselben Wahrscheinlichkeiten zuweisen, oder logische Beziehungen zwischen ihnen auftreten, so dass wir einige Wahrscheinlichkeiten berechnen können, oder sie als statistisch unabhängig gedacht werden, so dass sich die Wahrscheinlichkeit einer Konjunktion als Produkt der Wahrscheinlichkeiten der Konjunkte erweist.

Gibt es in einem Gebiet z. B. kausale Beziehungen zwischen bestimmten Faktoren, die wir als Teil unseres Hintergrundwissens schon kennen, können wir das Gebiet oft mittels eines *Bayesschen Netzes* repräsentieren, wodurch sich eine Vielzahl von statistischen Unabhängigkeiten ergibt, die dazu führen, dass wir in einem solchen Netz nur noch die Startwahrscheinlichkeiten der Ursprungsknoten und die bedingten Wahrscheinlichkeiten entlang der Kanten spezifizieren müssen (s. z. B. Williamson 2005 und Bartelborth 2012, Kap. 5.3.8 & 7.3).

Aber das setzt voraus, dass wir bereits über kausales Wissen verfügen, um ein solches Netz aufzustellen, und wie soll dieses Wissen in einem rein bayesianischen Überzeugungssystem (das für jede Aussage nur einen Glaubensgrad angibt) repräsentiert sein? Das kann für ein vollständig probabilistisches System nur darin bestehen, dass bestimmten Kausalbehauptungen eine sehr hohe Wahrscheinlichkeit zugesprochen wird. Doch wie hoch soll sie sein, dass wir sie als akzeptiert betrachten dürfen? Wir werden im nächsten Abschnitt sehen, dass der Bayesianer eigentlich kein Freund einer solchen Schwellenwertidee ist.

Alternativ könnten wir etwa Metaüberzeugungen einführen, die solches Wissen über die Zusammenhänge zwischen anderen Überzeugungen bereitstellen, die aber selbst auf klassische Weise und ohne graduelle Abstufungen akzeptiert werden. Damit hätten wir schon eine erste und m. E. auch sinnvolle Ergänzung für den probabilistischen Ansatz: Zumindest unsere Metaüberzeugungen stellen dann nicht bloß graduelle Überzeugungen dar, sondern ein klassisches Akzeptieren bestimmter Annahmen.

Kann der Bayesianer stattdessen nicht einfach den Aussagen, die er als akzeptiert betrachtet, die Wahrscheinlichkeit eins zuschreiben? Das sollte er nicht tun. Aus guten Gründen unterschreiben Bayesianer typischerweise ein *Dogmatismusverbot*, nach dem nur analytisch wahre und falsche Aussagen die Wahrscheinlichkeit eins bzw. null zugewiesen bekommen und allen anderen (empirischen) Aussagen echte Zwischenwerte zugewiesen werden.[20] Der Grund für das Dogmatismusverbot ist ganz einfach, dass jede Aussage, der einmal der Wert null oder eins zugewiesen wurde, nie wieder davon loskommt, ganz gleich wieviele Daten später für oder gegen sie sprechen werden. Das folgt sofort aus der bayesianischen Konditionalisierungsregel. Aber auch intuitiv schiene es sehr viel verlangt, dass wir nur noch Aussagen als akzeptiert betrachten sollten, für die nicht einmal die kleinste Wahrscheinlichkeit geben darf, dass sie falsch sein könnten.

Um die große Anzahl an Glaubensgraden reduzieren zu können, ist das epistemische Subjekt also auf definitives Hintergrundwissen angewiesen (etwa auf Annahmen über kausale oder logische Zusammenhänge). Dafür scheint eher der klassische Ansatz die erforderlichen Möglichkeiten zu bieten. Das spricht letztlich für eine Hybridlösung, nach der zumindest bestimmte Teile unseres Hintergrundwissens als akzeptiert im klassischen Sinne gelten sollten, so dass wir dann mit Hilfe dieser Teile auch probabilistische Bereiche unseres Überzeugungssystems sinnvoll gestalten können.

3 Gründe für probabilistische Überzeugungssysteme

Die klassischen Überzeugungssysteme sind relativ gut etabliert – wir arbeiten im Normalfall im Alltag und in der Wissenschaft

[20] Aus Gründen der Einfachheit halten sich die orthodoxen Bayesianer (also die, die nicht die speziellere Konditionalisierungsregel von Jeffreys wählen) selbst nicht ganz an das Dogmatismusverbot und geben den bekannten Daten die Wahrscheinlichkeit eins und damit den Theorien, die diesen Daten widersprechen, die Wahrscheinlichkeit null. Doch als Zielvorstellung bleibt das Dogmatismusverbot weiter in Kraft und wird nur für diese eine vereinfachende Idealisierung außer Acht gelassen.

damit – und wir wissen, wie wir uns z. B. in unseren Planungen und Entscheidungen darauf stützen können. Wir benötigen für diese Systeme nur eine einfache Logik und wenige Festlegungen. Die grundlegenden Rationalitätsforderungen dafür hat schon Hintikka (1961) explizit herausgearbeitet. In der ganzen klassischen Erkenntnistheorie werden keine expliziten Glaubensgrade und sich darauf stützende Schlussregeln formuliert. Warum sollten wir also zu einem probabilistischen System mit dem immensen Beschreibungs- und Rechenaufwand wechseln?

3.1 Abstufungen von Vertrauen

Dafür werden gerne zwei Gründe genannt. Der erste besagt, dass wir unsere vielgestaltigen erkenntnistheoretischen Einschätzungen nicht in sinnvoller Weise durch ein nur dreistufiges System des Akzeptierens wiedergeben können. Wir unterscheiden im Alltag und in der Wissenschaft durchaus schon in mehr oder weniger plausible Behauptungen, die eine Vielzahl von Stufen der Plausibilität verlangen. So setzen wir unterschiedliches Vertrauen in die verschiedenen von der Wissenschaftlergemeinschaft akzeptierten Theorien. So würden wir vermutlich sogar größeres Vertrauen in die Annahme setzen, dass sich unsere Welt aus Atomen zusammensetzt, als darin, dass ein erhöhter Cholesterinspiegel generell unser Leben verkürzt. Jeder wird für solche Abstufungen natürlich seine eigenen Beispiele haben. Das höchste Vertrauen setzen wir in einfache analytisch wahre Aussagen bzw. in einfache logische Tautologien. Diese intuitiven Einschätzungen werden nur eben nicht explizit gemacht und erkenntnistheoretisch ausgewertet. Genau das bietet der Bayesianer uns nun an.

Wenn wir diese Abstufungen in unseren Überzeugungssystemen repräsentieren wollen, scheint es naheliegend zu sein, eine kontinuierliche Skala etwa von null bis eins dafür zu wählen. Da außerdem die Wahrscheinlichkeitsregeln gut mit relativen Häufigkeiten harmonieren, erweist sich das Konzept der epistemischen Wahrscheinlichkeit als intuitiv geeignet, diese Plausibilitätseinschätzungen zu übernehmen. Allerdings sprechen Wissenschaftler (wie schon bemerkt) zwar gern davon, dass ihre Theorien sehr plausibel oder wahrscheinlich sind, aber wenn man sie auf eine Zahl (oder auch ein Intervall) festlegen möchte, können sie normalerweise keine konkreten Zahlen nennen.

Für wie wahrscheinlich würden wir z. B. die Quantenelektrodynamik halten? Auf der einen Seite ist sie sehr gut durch Daten bestätigt und macht sehr genaue Vorhersagen, aber auf der anderen Seite stellt sie auch sehr weitreichende Behauptungen und das für alle Zeiten (u. a. über unbeobachtbare Gegenstände) auf. Wo sollte also der genaue Wert liegen oder wo die Intervallgrenzen? Von einer eher komparativen intuitiven Einstufung zu einer absoluten Skala wie der Wahrscheinlichkeitsskala ist es eben doch noch ein weiter Weg. Das belegt ebenfalls die Komplexität der Überlegungen, wie wir von komparativen Wahrscheinlichkeitskonzepten zu quantitativen gelangen können (vgl. Hawthorne 2009; Bartelborth 2012, Kap. 5.3.6). Einschätzungen, die bestimmte Aussagen – also u. a. wissenschaftliche Theorien – als verschieden plausibel betrachten, lassen noch unendlich viele verschiedene Interpretationen durch konkrete Glaubensgrade zu. Eine eindeutige Repräsentation dieser Einschätzungen auf unserer kontinuierlichen Skala von Glaubensgraden erfordert weitere, sehr starke Idealisierungen.

3.2 Paradoxien des klassischen Ansatzes

Der zweite wichtige Grund für ein probabilistisches Überzeugungssystem ist darin zu sehen, dass wir mit dem probabilistischen Ansatz bestimmte Inkonsistenzen oder Paradoxien vermeiden können, die den klassischen Ansatz plagen. Denken wir etwa an das *Lotterieparadox*. Bei einer Lotterie mit einer Million

Losen, von denen genau eines gewinnt, haben wir einen guten Grund zu der Annahme, dass ein zufällig herausgegriffenes Los i sich als Niete entpuppen wird. Das gilt aber genauso für alle anderen Lose. Dann sollten wir für unsere Glaubensfunktion $g(\text{Los } i \text{ ist eine Niete}) = 1$ setzen bzw. die entsprechende Aussage akzeptieren. Wenn wir das für alle Lose so ansetzen, sind wir gezwungen, auch die Konjunktion all dieser Nietenaussagen zu akzeptieren, wonach die Lotterie nur noch Nieten enthält, was aber unserer Ausgangsannahme widerspricht.

Wie können wir dieses Paradox auflösen? Naheliegenderweise möchten wir nicht gerne die Regel aufgeben, dass wir mit dem Akzeptieren von A und dem Akzeptieren von B auch $A \wedge B$ akzeptieren. Der Probabilist weist uns dagegen einen recht natürlichen Weg aus dem Problem. Jede Aussage „Los i ist eine Niete“ erhält im probabilistischen Überzeugungssystem eine hohe Wahrscheinlichkeit (jedoch echt kleiner als eins). Trotzdem hat die Konjunktion all dieser Aussagen nur eine sehr geringe Wahrscheinlichkeit dafür, dass sie wahr ist. Die Aussage, dass alle Lose Nieten darstellen, wird also zumindest als sehr unplausibel eingestuft. Es bleibt hier nur eine Restunsicherheit, die das Dogmatismusverbot vorschreibt, das zu einer fallibilistischen Grundeinstellung gehört. Somit wird der Probabilist unsere ursprüngliche Beschreibung der Lotterie durch seine leicht abgewandelte rein probabilistische Beschreibung ersetzen, die in etwa dem entspricht, was in diesem Beispiel zu erwarten ist.

Der klassische Erkenntnistheoretiker kann vielleicht versuchen, die Probleme etwas anders zu formulieren und einfach bestimmte Aussagen akzeptieren, in denen den jeweiligen Ereignissen wie dem des Ziehens eines bestimmten Loses eine *objektive* Wahrscheinlichkeit zugeschrieben wird. Spätestens im Falle von wissenschaftlichen Theorien T kann der klassische Erkenntnistheoretiker diesen Weg aber nicht mehr einschlagen, denn er entspricht dort keinesfalls den Vorstellungen von objektiver Wahrscheinlichkeit, weil eine Theorie T entweder wahr oder falsch ist und nicht mit einer objektiven Wahrscheinlichkeit wahr ist. Für die Lose ist es schon plausibler, sich auf das Ziehen der Lose zu beziehen und das als einen Vorgang mit objektiven Wahrscheinlichkeiten zu deuten, über die man dann bestimmte Annahmen akzeptieren kann, für die Theorien funktioniert es jedenfalls nicht mehr. Dass sich im klassischen Ansatz so alle Paradoxien wie das Lotterieparadox (oder auch das Vorwortparadox) lösen lassen, ist also kaum zu erwarten. Hier sind daher klare Vorteile für den probabilistischen Ansatz erkennbar, die belegen, dass die probabilistischen Überzeugungssysteme tatsächlich bestimmte Aspekte des Fürwahrhaltens von Aussagen besser beschreiben können als der klassische Ansatz.

4 Überzeugungssysteme für den wissenschaftlichen Antirealismus

Doch die bayesianischen Überzeugungssysteme können dafür andere Phänomene anscheinend nicht so gut beschreiben wie der klassische Ansatz. Der wissenschaftliche Realismus besagt, dass unsere besten wissenschaftlichen Theorien zumindest approximativ wahr[21] sind und die von diesen Theorien postulierten Entitäten existieren. Insbesondere sind demnach auch diejenigen Teile der besten Theorien wahr, die Behauptungen über unbeobachtbare Gegenstände aufstellen.

[21] Das soll heißen, dass die meisten Aussagen unserer besten Theorien wahr sind oder dass sie zumindest wahrheitsnah sind, wobei bestimmte Konzeptionen von Wahrheitsnähe zu Grunde gelegt werden wie die von Niiniluoto – etwa in seinem Buch von 1999. Das ist nicht epistemisch gemeint. Es kann für wissenschaftliche Theorien etwa bedeuten, dass die Werte in entsprechenden Vorhersagen durch unsere Theorien nahe an den wahren Werten liegen. Quantitative Aussagen sind eigentlich immer nur modulo bestimmter Approximationen zu verstehen.

Bas van Fraassen ist wohl der prominenteste wissenschaftliche Antirealist epistemischer Prägung (etwa in van Fraassen 1980). Für ihn sollten wir aus erkenntnistheoretischen Gründen lieber Agnostiker gegenüber allen Aussagen in wissenschaftlichen Theorien bleiben, die etwas über unbeobachtbare Objekte aussagen. Für Aussagen wie (A) „Es gibt Elektronen“ oder (B) „Elektronen haben eine negative elektrische Ladung“ sollten wir für alle Zeiten ein Akzeptieren vermeiden, wobei für ihn diese Aussagen im wörtlichen Sinne verstanden werden sollten und nicht nur als Abkürzungen von Beobachtungsaussagen. Er ist also kein Instrumentalist, sondern möchte sich nur jedes Urteils über die Wahrheit aller Aussagen über unbeobachtbare Objekte enthalten.

Der klassische Erkenntnistheoretiker kann diese Haltung gut beschreiben, denn Aussagen wie A und B werden dazu einfach in den neutralen Bereich eingestuft und sollten für einen wissenschaftlichen Antirealisten auch für immer dort verbleiben. Sie sind nicht nur im Moment nicht gut begründet, sondern die agnostische Haltung ihnen gegenüber muss für einen Antirealisten stabil bleiben. Dazu sollte der klassische Erkenntnistheoretiker einfach alle Belege, die er für derartige Aussagen erhält, als unzureichend für eine absolute Bestätigung ansehen, damit solche Aussagen nicht doch eines Tages in die Glaubensmenge aufsteigen.

Nun ist aber Bas van Fraassen zugleich ein Bayesianer und die Frage stellt sich für ihn, wie eigentlich ein Bayesianer ein Agnostiker gegenüber bestimmten Aussagen sein und dauerhaft bleiben kann. Das ginge eigentlich nur, indem er den kritischen Aussagen wie A und B die Wahrscheinlichkeit Null zuweist. Doch das beschreibt die gewünschte agnostische Einstellung aus drei Gründen nicht korrekt. Erstens unterschreiben Bayesianer normalerweise zu Recht das sogenannte Dogmatismusverbot, wonach wir empirischen Aussagen weder die Wahrscheinlichkeit null noch eins zuschreiben, weil sie dann für alle Zeiten als unrevidierbar und sicher falsch oder wahr gelten würden. Außerdem müssten wir mit $P(A) = P(B) = 0$ jeweils $P(\neg A) = P(\neg B) = 1$ setzen, womit wir zugleich bestimmte Aussagen über unbeobachtbare Gegenstände als sicher wahr auszeichnen würden, was nicht im Sinne der Antirealisten sein kann. Drittens entspricht die völlige Ablehnung von A und B keineswegs den Intentionen des agnostischen Antirealisten wie van Fraassen. Er möchte sich nicht darauf festlegen lassen, dass diese Objekte nicht existieren oder jedenfalls andere Eigenschaften aufweisen, als wir in unseren Theorien annehmen. Der Agnostiker ist eben kein Atheist. Er schlägt sich auf keine der beiden Seiten, sondern bleibt neutral.

Also müssten wir eine mittlere Wahrscheinlichkeit für Aussagen vom Typ A und B und ihre Negationen annehmen, um die antirealistische Haltung zum Ausdruck bringen zu können. Doch auch das hilft uns nicht wirklich weiter. Setzen wir etwa $P(A) = P(B) = 0,5$, dann stoßen wir auf folgendes Problem: Mit Hilfe von Brückenprinzipien folgen immer wieder Beobachtungen E aus A und B, die im Falle, dass wir die Konditionalisierungsregel akzeptieren, dazu führen würden, dass wir die Wahrscheinlichkeiten von A und B updaten müssten, und nichts spricht dagegen, dass diese dann auch hohe Werte erreichen könnten, die z. B. deutlich höher sein könnten als viele Wahrscheinlichkeiten für Aussagen über beobachtbare Gegenstände. Es gibt nun keine eigene Kategorie mehr für die speziellen Aussagen, die der wissenschaftliche Antirealist gern für *immer* unter Quarantäne stellen möchte. Alle Aussagen gehören für den Bayesianer in dieselbe epistemische Kategorie und haben somit eine Chance, zu hohen Wahrscheinlichkeiten aufzusteigen. Der Bayesianismus kennt keine Möglichkeit, einen Agnostizismus gegenüber Aussagen über Unbeobachtbares so umzusetzen, dass diese stabil einen mittleren Glaubensgrad erhalten. In diesem Punkt hat man mit einem klassischen Überzeugungssystem tatsächlich mehr Möglichkeiten als mit einem bayesianischen. Das Beispiel des wissenschaftlichen

Antirealisten epistemischer Prägung liefert den Beweis dafür.

Ähnliche Probleme treten natürlich auf, wenn wir Agnostiker gegenüber einem Gottesglauben bleiben möchten. Es ist daher vermutlich kein Zufall, dass sich Theisten wie Swinburne (vgl. Swinburne 2001 oder Löffler 2002) gerne auf den Bayesianismus stützen und Argumente für einen Gottesglauben in einem bayesianischen Rahmen ansiedeln.

Um den Bayesianismus zu retten, müssten wir uns an dieser Stelle darauf festlegen, den wissenschaftlichen Antirealismus aufzugeben. Dafür kann man aus bayesianischer Sicht auch Gründe anführen, die mir durchaus plausibel erscheinen. Aber für viele Wissenschaftstheoretiker dürfte dieses Resultat recht überraschend sein, und damit ein Defizit des Bayesianismus darstellen, wenn unsere Erkenntnistheorie diese Option nicht mehr zulässt.

Bayesianer können jedenfalls argumentieren, dass es sich bei diesem Phänomen nicht um ein Problem für den Bayesianismus handelt, sondern vielmehr um ein Problem für diese Art von agnostischen Einstellungen. Sie offenbaren eine spezielle Form des Dogmatismus, der bestimmte Aussagen ein für allemal in den neutralen Bereich verdammt, ganz gleich wie viele Daten für diese Aussagen sprechen. Wir entschließen uns aus allgemeinen erkenntnistheoretischen Erwägungen heraus, sie nie akzeptieren zu wollen, selbst wenn viele empirische Belege sie im Einzelfall stützen. Diese Art von Dogmatismus kann der Bayesianer durchaus als irrational ablehnen und wird dazu etwa sagen: Welche Wahrscheinlichkeit wir letztlich Aussagen wie A und B zuweisen sollten, ist eine empirische Frage, die wir nicht halb-apriorisch anhand von allgemeinen Überlegungen zur Unterbestimmtheit von Theorien, einer pessimistischen Metainduktion oder einer allgemeinen empiristischen Abneigung gegen Metaphysik entscheiden sollten. Der Bayesianismus kennt daher aus guten Gründen keinen Platz für derartige Sonderkategorien.

Selbst der klassische Erkenntnistheoretiker kann dieser Ansicht natürlich zustimmen. Er ist nicht darauf festgelegt, dass bestimmte Aussagen, denen wir einmal den neutralen Status gegeben haben, nun für immer dort verbleiben müssten. Aber für ihn gibt es kein mechanisches Verfahren des Updatens von Überzeugungssystemen, bei dem letztlich alle Aussagen grundsätzlich gleich behandelt werden müssten. Er könnte eine Nische für bestimmte Aussagen reservieren, die sie nicht verlassen könnten.

Die Debatte zeigt eine gewisse Inkommensurabilität zwischen den Ansätzen auf und belegt, dass es keine einfache Übersetzung zwischen ihnen gibt. Der probabilistische Ansatz kennt deutlich mehr Abstufungen der Plausibilität als der klassische Ansatz, weshalb sich die probabilistischen Einstufungen auch nicht ohne Verluste in die klassische Einteilung übersetzen lassen. Der gröbere klassische Ansatz bietet aber andere Spielräume in Bezug auf die Update-Verfahren, wodurch er an dieser Stelle Raum für eine dauerhafte agnostische Haltung eröffnet, die im üblichen bayesianischen Ansatz keinen Platz findet.

5 Das Akzeptieren oder Verwerfen von Aussagen im klassischen Ansatz

Eine besonders wichtige Anwendung der Erkenntnistheorie ist die *Theorienwahl* in der Wissenschaft. Der klassische Erkenntnistheoretiker muss deutlich erklären, welche Daten E welche Theorien T stützen und wie gut die Stützung ausfallen muss, so dass wir von einem Akzeptieren von T sprechen sollten. Das ist praktisch das klassische Gegenstück zum bayesianischen Updaten. Um dieses Projekt zu befördern, stehen in der klassischen Erkenntnistheorie eine Reihe von Verfahren zur Verfügung, von denen ich die wichtigsten nun anführen möchte.[22]

[22] Ausführlichere Hinweise zu meinen Einschätzungen finden sich u. a. in meinen Büchern von 1996 und 2012, die beide für den Leser über meine

Zunächst gibt es die Möglichkeit, Theorien anhand widerstreitender Daten zu falsifizieren, die Popper (1984) ganz in den Vordergrund seines Falsifikationismus stellte. Dafür sind vor allem zwei Probleme zu nennen: 1. das *Duhem-Quine-Problem* und 2. das *Fortschrittsproblem*. Zu 1: Damit wir aus einer Theorie T Vorhersagen E ableiten können, benötigen wir bereits bestimmte Hilfsannahmen A. Stellen wir anschließend fest, dass $\neg E$ eintrifft, wissen wir nur dass die Konjunktion $T \wedge A$ falsifiziert ist, wissen aber noch nicht, welcher Teil nun aufgegeben werden sollte.[23] Hier scheint man auf eine zusätzliche intuitive Abschätzung angewiesen zu sein, welche der beiden Aussagen begründeter oder zentraler für unser Gesamtsystem ist, um eine Entscheidung zu treffen. Zu 2: Selbst wenn es uns gelingt, einige Theorien zu falsifizieren, bleiben immer unendlich viele Theorien übrig, so dass kaum erkennbar ist, wie man sich auf diesem Weg (im Sinne von Popper) der Wahrheit langsam annähern sollte. Unsere Fortschritte scheinen eher marginal zu sein.

Um zu echten Fortschritten zu gelangen, müssen wir in das Verfahren zumindest eine weitere Annahme der sogenannten *eliminativen Induktion* mit einbauen. Danach verfügen wir in vielen Fällen in der Wissenschaft schon über eine endliche Liste $K = \{H_1, \ldots, H_n\}$ von n Hypothesen, von der wir annehmen, dass sie bereits die richtige (erklärende) Theorie für unsere Daten E enthält. Erst in diesem Rahmen liefern uns Falsifikationen

Homepage frei zugänglich sind.

[23]Natürlich stünde uns auch noch die Möglichkeit offen, die Wahrheit der Datenbehauptungen E anzuzweifeln. Auf diese Problematik gehe ich hier aber nicht ein, weil beim Thema Induktionsverfahren bzw. Update-Verfahren eigentlich beide Ansätze in gleicher Weise davon betroffen sind. Wir gehen daher zunächst einfach davon aus, dass diese Daten-Behauptungen als irrtumssicher angenommen werden dürfen. Im klassischen Bayesianismus kommt das dadurch zum Ausdruck, dass beim Updaten gilt: $P^+(E) = P(E|E) = 1$. Hier wird den einmal erhobenen Daten also die höchste Sicherheit eingeräumt, die ein Probabilist zu vergeben hat.

Fortschritte, die langsam den Weg zur richtigen Theorie weisen. Auf die Annahme einer solchen Liste sind die Bayesianer übrigens genauso angewiesen,[24] sie stellt also genau genommen keinen entscheidenden Unterschied zwischen den Ansätzen dar. Allerdings wird sich der Bayesianer in diesem Punkt wieder darauf stützen müssen, dass wir eine solche Liste *definitiv akzeptieren*, bevor er sie einsetzen kann, was sich nicht gerade nahtlos in seine Konzeption einfügt (s. Abschnitt 6).[25]

In der Praxis der Wissenschaften kommen vor allem die *Signifikanztests* der klassischen Statistik bei der Theorienwahl zur Anwendung, obwohl sie von Erkenntnistheoretikern eher stiefmütterlich behandelt werden und dort nicht unbedingt einen guten Ruf genießen. Aufgrund ihrer großen Bedeutung in der Wissenschaft und da sie auch dem klassischen Rahmen zuzuordnen sind, möchte ich sie aber doch ausdrücklich erwähnen. Es handelt sich bei ihnen typischerweise um eliminative Induktionen. Zu einer Hypothese H, nach der etwa ein Effekt W auf eine Ursache U zurückgeht, wird eine Nullhypothese H_0 gebildet, die meistens so etwas besagt wie, dass U nur zufälligerweise auftritt. Durch das probabilistische Widerlegen von H_0 wird dann H gestützt. Andere denkbare Konkurrenzhypothesen, die z. B. behaupten, dass W andere Ursachen hatte, werden – wenn möglich – durch das Design eines kontrollierten Experiments ausgeschlossen mit randomisierter Versuchs- und Kontrollgruppe. Das Auftreten von anderen Ursachen in der Versuchsgruppe kann dann meistens nicht mehr als Erklärung des Auftretens von W in der Versuchsgruppe angesehen werden, weil die anderen Ursachen genauso in der Kontrollgruppe vorliegen sollten. Somit können also so-

[24] Dafür argumentiert schon Hawthorne (1993), und es finden sich dazu in Bartelborth (2012, Kap.5) eine Reihe von Argumenten und Hinweisen sowie in Abschnitt 6.

[25] Wenn der Bayesianer die Liste akzeptiert, geht er nämlich davon aus, dass zumindest die Disjunktion $H_1 \vee \ldots \vee H_n$ definitiv wahr ist.

gar probabilistische Theorien im klassischen Rahmen ausgewählt werden.[26]

Neben diesen eher falsifikationistischen Ansätzen sind natürlich noch die positiven Ansätze der Theorienbestätigung zu nennen. In reinster Form finden sie sich in der *Hypothetisch-deduktiven-Theorienbestätigung*, wonach die Beobachtungsaussagen, die aus einer Theorie folgen und außerdem eintreffen, die Theorie bestätigen. Dieser Ansatz hat neben einem entsprechenden Duhem-Quine-Problem und dem Problem der Unterbestimmtheit[27] vor allem mit *Irrelevanzproblemen* zu kämpfen, denn die deduktive Herleitbarkeit eines Datums aus einer Theorie führt nicht sogleich dazu, dass das Datum inhaltlich relevant für die Theorie ist (vgl. Schurz 1991).[28] Da findet sich zum einen das sogenannte Tacking Paradox: Wenn aus einer Theorie T ein Datum E folgt, so folgt es auch aus $T \wedge H$ mit einer willkürlich gewählten Hypothese H. Die scheint so durch E mit bestätigt zu werden, obwohl sie keine Zusammenhänge zu E aufweisen muss. Außerdem folgt auch $E \vee E^*$ mit beliebigem E^* aus T. Das erweist sich als wahr, sobald wir E^* nachweisen. Damit wird zwar eine logische Folgerung aus T nachgewiesen, T jedoch keinesfalls bestätigt. Um diese Probleme zu lösen, wurde der Einsatz von Relevanzlogiken vorgeschlagen, aber ich favorisiere einen anderen Weg.

Im *Schluss auf die beste Erklärung* werden m. E. (vgl. Bartelborth 1996 und 2012) die besten Elemente beider Richtungen

[26] Für eine Darstellung der zahlreichen Einwände gegen die Signifikanztests von bayesianischer Seite möchte ich auf die ausgezeichneten Darstellungen von Wagenmakers (2007) und Greco (2011) verweisen.

[27] Auch wenn eine Theorie bestimmte Phänomene korrekt vorhersagt, werden dadurch noch nicht die alternativen Theorien ausgeschlossen, die die Phänomene ebenfalls korrekt vorhersagen.

[28] Allerdings kommt auch der Bayesianismus nur durch zusätzliche Annahmen zu einer Lösung des Problems, obwohl es noch bei Earman (1992, Kap. 3.7) ohne Weiteres zu den Erfolgsgeschichten des Bayesianismus gezählt wird (vgl. dazu aber Bartelborth 2012, Kap. 5.6.2).

vereint. Auch dieses Verfahren startet mit einer Liste K von Hypothesen, die als mögliche Erklärungen für bestimmte Daten E in Frage kommen und nicht zu inkohärent zu unserem übrigen Hintergrundwissen sind. In einem allerersten Schritt werden also bereits alle Hypothesen eliminiert, die als sehr unplausibel im Lichte unseres Hintergrundwissens erscheinen, um zu einer endlichen Liste zu gelangen. Danach folgt der weitere Eliminationsschritt, in dem die Hypothesen aus unserer Liste zurückgewiesen werden, die einige der Daten nicht erklären können. Es genügen an dieser Stelle also bereits *Erklärungsanomalien*, um die Menge K weiter zu verkleinern.

Unter den noch verbliebenen Hypothesen geht es schließlich darum, welche die besten Erklärungen für unsere Daten liefert und welche am meisten zu einem insgesamt kohärenten Hintergrundwissen beiträgt. Die ist dann unser bester Tipp, wenn sie tatsächlich gute Erklärungen aller vorliegenden Daten bietet. Der klassische Erkenntnistheoretiker hat keine besseren Hinweise zur Verfügung und sollte diese Hypothese also vorläufig akzeptieren und anschließend seine Entscheidungen darauf stützen. Paul Thagard hat viele Beispiele aus der Wissenschaftsgeschichte rekonstruiert, in denen dieses Verfahren deutlich wird (vgl. etwa Thagard 1999 und 2000).

Was dabei von einer guten Erklärung zu erwarten ist, kann ich hier nur skizzieren, zumal man auch etwas über eine komparative Konzeption der Erklärungsstärke sagen müsste (vgl. Bartelborth 2007 und 2008). Nur so viel sei angemerkt: Als Erklärungskonzeption können wir in erster Näherung an das DN-Modell denken, das allerdings um die Forderung ergänzt werden muss, dass einige der Explanansbedingungen Ursachen des Explanandumereignisses sein müssen und dieser Kausalzusammenhang in den vorliegenden Gesetzen im Explanans beschrieben wird. Außerdem ist die Gesetzesbedingung abzuschwächen zu einer Forderung nach nomischen Mustern. Unsere Relevanzbeziehung besteht in diesem

Ansatz in der Kausalbeziehung.[29]

Die Erklärungsstärke einer Theorie T bezüglich bestimmter Daten E hat m. E. verschiedene Dimensionen, die wir nicht leicht gegeneinander verrechnen können. Dazu gehört zunächst die *vereinheitlichende Kraft* einer Theorie (also die Anzahl der Phänomene, die sie auf einmal erklären kann). Mit Hilfe der Newtonschen Gravitationstheorie können wir bestimmte Daten der Planetenbewegung erklären, und wir betrachten diese Erklärungen als besser als die entsprechenden Erklärungen durch die Keplersche Theorie. Das hat damit zu tun, dass die Newtonsche Theorie einen grundlegenderen kausalen Mechanismus dafür anführen kann, der auch noch viele weitere Phänomene erklären kann.

Zusätzlich bestimmt der *Informationsgehalt* der Theorie in Bezug auf E, den wir in erster Näherung durch die objektive Likelihood $P(E|T)$ ausdrücken können, die Erklärungsstärke. Nehmen wir an, bei Krankheit X würde in 99% der Fälle ein roter Hautausschlag auftreten, während das bei Y nur bei 70% der Kranken aufträte. Dann würde die Annahme, dass Krankheit X vorliegt, einen beobachteten roten Hautausschlag besser erklären können als die Annahme von Krankheit Y, weil $P(\text{Hautausschlag}|X) > P(\text{Hautausschlag}|Y)$ ist. Das Auftreten des roten Hautausschlags spricht so bereits intuitiv dafür, dass Krankheit X vorliegt. Man beachte dabei, dass wir uns weiter im klassischen Rahmen bewegen und für das Vorliegen von X oder Y keine Wahrscheinlichkeiten vergeben, sondern nur dafür, dass der Ausschlag aufträte, wenn eine der Krankheiten vorliegen würde. Das sind die Likelihoods, die der klassische Ansatz akzeptiert, da sie sich i. w. als Behauptungen der Theorie verstehen und dann in relative Häufigkeiten übersetzen lassen.

[29] Außerdem gehören hierher auch die nicht-bayesianischen Ansätze zum kausalen Schließen, die uns zumindest helfen können, einfache Kausalbeziehungen aufzudecken (vgl. Bartelborth 2012, Kap. 7).

Zum Schluss kommt für die Bestimmung der Erklärungsstärke noch hinzu, dass die Theorie ihre systematisierende Wirkung nicht einfach durch eine konjunktive Zusammenfügung verschiedener Theorien erzielen sollte (das würde die Anforderung trivialisieren), sondern eine *organische Einheitlichkeit* besitzen muss (vgl. Bartelborth 2008 und 1996, Kap. IX).

Dem klassischen Ansatz steht demnach ein umfangreiches Instrumentarium an Induktionsverfahren zur Verfügung, das u. a. die klassische Statistik einschließt. Allerdings sind dabei intuitive Entscheidungen darüber zu fällen, wann die Gründe für eine Theorie gut genug sind, dass sie in die Glaubensmenge G aufgenommen werden sollte. Insbesondere sind wir ebenfalls auf intuitive Einschätzungen angewiesen, wie die Gründe für eine Theorie und die Gründe gegen sie miteinander zu verrechnen sind. Der Bayesianer bietet dafür ein einfaches Verfahren im wiederholten Updaten, das allerdings voraussetzt, dass vorher schon alle relevanten Wahrscheinlichkeitswerte festgelegt sind – und das können leider relativ viele sein.

6 Gibt es ein Verfahren der Theorienwahl im Bayesianismus?

Es ist eine wichtige Aufgabe der Wissenschaften und ein klassisches Problem der Erkenntnistheorie, bestimmte Theorien als (vorläufig) akzeptiert auszuzeichnen. Mediziner veranstalten zu diesem Zweck Konsensus-Konferenzen, bei denen die Theorien gekürt werden, auf die man sich dann z. B. in seinen Therapien stützen darf. Kann uns der Bayesianer zu dieser Fragestellung ebenfalls eine Antwort anbieten? Das wird natürlich auch von Bayesianern aus gutem Grund diskutiert (vgl. Weisberg 2011, Kap. 7 und Hartmann & Hajek 2010), und es ist auch bedeutsam, um das Verhältnis der beiden Ansätze besser verstehen zu können. Weisberg akzeptiert gegen Ende seines Artikels schon, dass beide Ansätze wertvoll sein können:

> These considerations suggest two levels of cognitive operation, one at which cognition and planning happen in a qualitative mode, and one where they happen in a more fine-grained, quantitative mode. The obvious thing to conjecture is that the purely qualitative mode is useful because it is simpler and more efficient, making daily tasks and life in general manageable.

Die Bedeutung des klassischen Ansatzes für unser Alltagshandeln wird hier zugestanden und mit seiner größeren Einfachheit und Effizienz m. E. genau richtig dargestellt. Allerdings glaube ich, dass der klassische Ansatz ebenso für die Wissenschaften von großer Bedeutung ist.

Daher ist nun also die Frage an den Bayesianer zu richten, was er zur Wahl von Theorien zu sagen hat. Er kennt zunächst das Akzeptieren von Aussagen nicht, denn er hat es ja durch die Glaubensgrade ersetzt. Jeder Aussage kommt stattdessen einfach ein bestimmter Wert zu, der ausdrückt, wie stark wir von der Aussage überzeugt sind. Welche Werte sollen dann ein Akzeptieren ausdrücken? Der Probabilist scheint manchmal anzunehmen, dass er mit seinem stärkeren Ansatz praktisch alles rekonstruieren kann, was der klassische Ansatz erkenntnistheoretisch zu bieten hat. Doch dem ist leider nicht so. Das sahen wir schon am Beispiel des wissenschaftlichen Antirealismus und ebenfalls im Falle der Hintergrundannahmen, auf die wir vertrauen dürfen, wenn wir etwa ein Bayessches Netz für einen bestimmten Bereich aufstellen möchten. Tatsächlich lässt sich das unbedingte Akzeptieren von Aussagen im probabilistischen Rahmen nicht mehr einfach rekonstruieren. Der naheliegendste und vermutlich einzig plausible Vorschlag ist sicher der, den Zusammenhang über einen Schwellenwert $k > 0{,}5$ zu vermitteln, wonach gilt:

> **Schwellenwertkonzeption**
> A wird akzeptiert gdw. $P(A) \geq k$

Diesen Ansatz wird der Probabilist allerdings nur schweren Herzens übernehmen, weil damit offensichtlich das Lotterieparadox zurückkehrt. Der gewählte Wert k wäre außerdem recht willkürlich zu wählen. Und die Konzeption muss keineswegs unseren üblichen Ideen des Akzeptierens einer Aussage entsprechen. Insbesondere werden auch die Bedingungen für klassische Überzeugungssysteme verletzt. Die dabei entstehende Glaubensmenge G muss nämlich nicht deduktiv abgeschlossen sein. Trotzdem gibt der als *Locksche These* bekannte Vorschlag unsere Vorstellungen vom Zusammenhang der beiden Ansätze zumindest approximativ am besten wieder. Neutral sind wohl am ehesten die Wahrscheinlichkeitswerte um die 0,5 herum zu nennen, was gleich den Zusammenhang zu unserer Glaubensfunktion g deutlich macht. Wir werden daher mit der Lockschen These weiter arbeiten, um die Leistungsfähigkeit der beiden Ansätze in diesem Punkt überhaupt vergleichen können.

Für den Bayesianer geht es zunächst darum, die Wahrscheinlichkeit für Theorien T zu ermitteln, wenn eine Reihe von Daten E auftreten. Dazu ist $P(T|E)$ mit Hilfe des bayesschen Theorems zu bestimmen: $P^+(T) = P(T|E) = P(T)\frac{P(E|T)}{P(E)}$. Um hier nicht bei bloß subjektiven Schätzungen stehen zu bleiben, bietet sich der folgende Weg an: Wir benötigen wieder eine Liste (analog dem klassischen Ansatz) aller tatsächlich in Frage kommenden Hypothesen $K = \{H_1, \ldots, H_n\}$, die selbst noch einigermaßen plausibel sind (also keine Glaubensgrade sehr nahe null haben) und die relevant für die Daten sind (also hohe Likelihoods $P(E|H)$ aufweisen).

In vielen Situationen der Wissenschaftspraxis verfügen wir jedenfalls bereits über gute Gründe für die Vermutung, dass die gesuchte Hypothese für den fraglichen Phänomenbereich bereits in einer uns bekannten Liste von einander ausschließenden Hypothesen K von n Hypothesen zu finden ist: $K = \{H_1, \ldots, H_n\}$. Wir sind in der Wissenschaft oft in der dialektischen Situation, dass wir eine Entscheidung zwischen vorgegebenen Vermutungen, was die richtige Erklärung sein könnte, zu treffen haben.

Wenn es in der Medizin etwa darum geht, die Ursachen für eine Erkrankung zu finden, so verfügen wir bereits über eine Gesamtliste von normalen Ursachentypen: ansteckende Erreger, Mangelkrankheiten, genetische Defekte, Vergiftungen und Verätzungen, degenerative Erkrankungen, Erkrankungen des Immunsystems, Tumorerkrankungen und noch einige andere mehr. Die ersten Daten gestatten meist eine weitere Vorauswahl, welcher Art die Erkrankung überhaupt sein kann. Allerdings zerfallen die genannten Obergruppen wieder in Unterfälle, die ebenfalls noch zu berücksichtigen sind. So gelangen wir schließlich zu einer Liste K, die uns unser bisheriges Hintergrundwissen liefert. Auf die sind wir typischerweise immer angewiesen, wenn wir wissenschaftliche Theorien auswählen müssen.

Als erstes hilft uns diese Liste bei der Vergabe von Ausgangswahrscheinlichkeiten für die Hypothesen selbst, also für die Bestimmung von $P(T)$. Im einfachsten Fall wird man das Indifferenzprinzip auf K anwenden und jeder Hypothese die Wahrscheinlichkeit $1/n$ zuweisen. Abweichungen sollten im Normalfall auf bestimmten Daten oder besonderen Zusammenhängen zu anderen Theorien beruhen, die wir bereits akzeptiert haben. Eine völlig subjektive Vergabe von Wahrscheinlichkeiten hatten wir bereits als erkenntnistheoretisch problematisch eingestuft. Tatsächlich ließe sie sich dazu missbrauchen, dass wir eine Theorie als die klar beste oder schlechteste für alle Zeiten einstufen (vgl. Bartelborth 2012, Kap. 5.5.11), so dass reale Daten keine Möglichkeit mehr hätten, unsere Ansicht nennenswert zu korrigieren.

Außerdem benötigen wir die Liste, um $P(E)$ anhand dieser Vorgaben berechnen zu können (wie wir das aus dem Dschungelfieberbeispiel schon kennen): $P(E) = \sum_i P(E|H_i) \cdot P(H_i)$. So geht der Bayesianer an dieser Stelle üblicherweise vor.

Das Akzeptieren einer solchen Liste K stellt aber eigentlich schon definitiv *akzeptiertes* Hintergrundwissen dar, das in einem rein probabilistischen Überzeugungssystem keinen Platz hat. Der Probabilist kann nur versuchen, es mit Hilfe einer Schwellenwertkonzeption bereitzustellen.

Bayesianer setzen manchmal noch auf einen logischen Trick, um K festzulegen bzw. zu vervollständigen (den die Konkurrenzansätze natürlich auch übernehmen könnten), der aber nicht wirklich praktikabel zu sein scheint. Wir können zu einer Hypothese H einfach die Negation wählen, bzw. zu einer Liste K die sogenannte *Catch-all-Hypothese* $H^\star \equiv \neg(H_1 \vee \ldots \vee H_n)$ hinzunehmen, um sicher zu sein, dass die Liste keine Möglichkeiten außer Acht lässt. Aber die Negationen von Hypothesen stellen selbst meist keine Hypothesen dar, die Daten E eine bestimmte Wahrscheinlichkeit zuweisen. Die Hypothese H, dass eine Münze fair ist (also $P(\text{Kopf}|H) = 0{,}5$) liefert Wahrscheinlichkeiten für Resultate von Münzwürfen wie 60-mal Kopf bei 100 Würfen, aber die Hypothese $\neg H$ (die Münze ist nicht fair) ergibt keine brauchbaren Werte für $P(E|\neg H)$. So erhalten wir zwar garantiert vollständige Listen K, aber leider keine Hilfe für die Praxis der Anwendung des Bayesianismus. Die Liste K sollte also mit Hilfe von substantiellem Hintergrundwissen aufgestellt werden und darf sich nicht nur auf logische Tricks stützen.

Auch außerhalb der Wissenschaft sind wir häufig auf das Erstellen einer Liste aller plausiblen Möglichkeiten bzw. Hypothesen angewiesen. Sherlock Holmes schildert seinem Freund Dr. Watson sein Ermittlungsverfahren etwa so: Man stellt zunächst eine Liste aller Verdächtigen zusammen und eliminiert nun Schritt für Schritt alle bis auf einen, und der ist dann der Täter. Obwohl das sicher eine sehr idealisierende Beschreibung des Verfahrens abgibt, so ist doch zumindest richtig, dass wir eine solche Liste benötigen. Wir nehmen in derartige Listen möglichst alle Kandidaten auf, die als einigermaßen plausible Kandidaten erscheinen, um bestimmte Daten zu erklären. Natürlich bleibt trotzdem das ständige Risiko induktiven Schließens im Spiel, dass wir einen Kandidaten übersehen haben.

Daraus resultiert die Forderung nach einer möglichst liberalen Aufnahme von Kandidaten. Wir lassen alle Hypothesen zu, die unserem bisherigen theoretischen Hintergrundwissen nicht all zu sehr widersprechen, die also nicht allzu inkohärent zu unserem bisherigen Hintergrundwissen sind. Damit erhält das Hintergrundwissen wiederum eine wichtige Aufgabe zugewiesen, die allerdings vielleicht auch der Bayesianer nachzeichnen könnte. Er könnte sagen, wir sollten all die Hypothesen zulassen, die noch nicht ganz unwahrscheinlich sind und die Daten erklären.

Wo stehen wir nun im Hinblick auf die Theorienwahl in der Abwägung zwischen beiden Ansätzen? Der Bayesianismus ist meiner Ansicht nach ebenso auf eine erschöpfende Liste von Hypothesen (zumindest für eine Theorienwahl in der Wissenschaft) angewiesen wie die klassischen Verfahren (s. a. Hawthorne 1993 und Earman 1992, Kap. 7). Wir hatten gesehen, dass er sie für eine sinnvolle Vergabe von Hypothesenwahrscheinlichkeiten benötigt und natürlich für die Berechnung der Datenwahrscheinlichkeit $P(E)$ anhand des Theorems der totalen Wahrscheinlichkeit (s. o.). Diese Liste ist allerdings selbst zu akzeptieren. Wenn der Probabilist dafür eine Form des Akzeptieren rekonstruieren will, ist er auf die Schwellenwertkonzeption angewiesen und muss ebenso wie der klassische Erkenntnistheoretiker bestimmte Schwierigkeiten wie das Lotterieparadox aushalten. In der Frage der Theorienwahl hat nach meiner Einschätzung also der klassische Ansatz die Nase leicht vorn.

7 Rationale Entscheidungen und die Schwellenwertkonzeption

Das Akzeptieren bestimmter Aussagen oder Hypothesen ist eng mit unserem Entscheidungsverhalten verknüpft. Wie sollten wir dabei rationalerweise vorgehen? Ein Problem mit der Schwellenwertkonzeption ist etwa, dass wir bei einer relativ großen Menge K, den Hypothesen zunächst nur geringe Wahrscheinlichkeiten geben dürfen. Wenn es uns jedoch nicht gelingt, viele Daten zu gewinnen (oder die Daten womöglich nicht so eindeutig für eine Theorie sprechen), wir uns aber trotzdem auf eine der Hypothesen in unseren Entscheidungen stützen müssen, dann stellt sich die Frage, ob die Schwellenwertkonzeption nicht zu viel verlangt. Wenn z. B. in einer solchen Liste viele Hypothesen nur eine Wahrscheinlichkeit von 2% haben und eine Hypothese H ragt aus dieser Menge heraus mit 30% Wahrscheinlichkeit, dann ist es nur rational, auf diese zu setzen.

Das gilt insbesondere für den klassischen Erkenntnistheoretiker, der natürlich keine solchen Wahrscheinlichkeiten zur Verfügung hat, bzw. sie für irrelevante und bloß autobiographische Auskünfte der jeweiligen epistemischen Subjekte hält. Im klassischen Ansatz stellt sich die Situation also etwa wie folgt dar: Jede der Hypothesen mag z. B. eine andere Erklärung für eine bestimmte Krankheit geben und damit einen anderen Ratschlag für die Therapie verbinden. Gehen wir nun einmal von folgendem Fall aus: Die meisten der Hypothesen können nicht überzeugen, während die Hypothese H die deutlich beste Erklärungen für alle vorliegenden Daten zu der betreffenden Krankheit liefert. Welchem Therapievorschlag sollten wir in dem Fall folgen? Wir sollten genauso verfahren, als ob wir H vollständig akzeptieren würden, obwohl bei einer bayesianische Kalkulation womöglich $P(H) < k$ wäre. Der Bayesianer könnte dagegen einwenden, wir müssten doch auch irgendwie die restlichen 70% berücksichtigen, die auf andere Theorien entfallen. Doch wie sollten wir das in unsere Entscheidung einbeziehen?

Für den klassischen Erkenntnistheoretiker kann das z. B. die Situation beim Schließen im Sinne einer (probabilistischen) eliminativen Induktion darstellen. Wenn es viele alternative Hypothesen gibt und wir diese Hypothesen nicht logisch zwingend widerlegen können, bleiben immer Restunsicherheiten, dass die anderen Hypothesen doch wahr sein könnten. Diese Restunsicherheiten resultieren zum einen aus der Unsicherheit der Daten, mit deren Hilfe wir bestimmte Hypothesen eliminieren, und weiterhin daraus, dass wir für die Falsifikationen meisten auf Hilfsannahmen angewiesen sind, die ebenfalls falsch sein könnten. Außerdem zeigt sich in der Wissenschaftspraxis, dass wir alternative Hypothesen meist nur dadurch ausschalten, dass sie bestimmte Erklärungsanomalien aufweisen. Sie sind nicht im strengen Sinn inkonsistent zu den Daten. Um sie beizubehalten, müssten wir nur neue Hilfsannahmen ins Spiel bringen.[30] Ähnlich sieht es für die statistischen Signifikanztests und den Schluss auf die beste Erklärung aus, die entsprechende Eliminationsverfahren nutzen.

Und auch für die Hypothetisch-deduktive-Theorienbestätigung zeigt das Phänomen der Unterbestimmtheit diese Restunsicherheit, weil die alternativen Theorien nicht definitiv widerlegt werden. Trotzdem sind das alles respektable Verfahren der Wissenschaftspraxis, die dazu führen können, dass wir eine bestimmte Hypothese mit guten Gründen akzeptieren. Dann können wir zumindest nicht ausschließen, dass wir manchmal in der klassisch orientierten Praxis vernünftigerweise eine Theorie akzeptieren, obwohl ihre Wahrscheinlichkeit aus Sicht des Bayesianers noch nicht über dem dafür erforderlichen Schwellenwert k liegt, wo auch immer man den ansiedelt.

[30] Wenn uns dazu sonst nichts Brauchbares einfällt, könnten wir immer noch an einen bösen Dämon denken, der die Indizien so irreführend arrangiert hat.

Schauen wir uns einmal ein einfaches Beispiel dazu an. In den 1980er Jahren gab es vor allem zwei Theorien über die Entstehung von Magengeschwüren. Die erste hielt sie für eine Folge von Stress und die andere machte das Bakterium Helicobacter-Pylori dafür verantwortlich. Die erste empfiehlt das Kürzertreten, während die zweite zu einer Antibiotikatherapie rät (vgl. dazu Thagard 1992). Nehmen wir an, es hätte noch mehr Theorien gegeben, bis in etwa die obige Situation eintreten würde und die zweite Theorie (mit Antibiotikatherapie) wäre aus Sicht des Bayesianers nur ein 30-Prozent-Kandidat. Tatsächlich sprechen sogar bestimmte Daten für die erste Theorie, wie etwa das, dass die Gabe von Antazida die Magenbeschwerden lindert (nur eben meistens nicht dauerhaft). Die alternativen Theorien sollten aus Sicht eines Probabilisten also durchaus einen von null verschiedenen Glaubensgrad behalten. Nichtsdestoweniger zeigte sich eine Theorie als klarer Sieger im Wettstreit der Theorien. Aus der Sicht des klassischen Ansatzes müssen wir eine solche Situation so deuten, dass diese Theorie (vorläufig) zu akzeptieren ist, und das zeigt sich hier in unserem Entscheidungsverhalten, das uns auch als rational erscheint.

Der Arzt könnte stattdessen eine *Mischung* der Therapien im Sinne von „ein bisschen Medizin von jeder Therapie“ vorschlagen und dabei die bisherigen Glaubensgrade der Theorien berücksichtigen. Das wird der Patient zu Recht als unsinnig zurückweisen. Oder der Arzt könnte zu seinem Patienten sagen: Da die Bakterientheorie noch nicht die bayesianischen Anforderungen an das Akzeptieren erfüllt, sollten wir keine Therapie wählen, oder er wird eine probabilistische Mischung der Theorien vorschlagen, die wir aus der Spieltheorie kennen. Das heißt, wir würfeln mit den entsprechenden Anteilen die zu wählende Therapie aus, die dann alleine zum Zuge kommt. Er schlägt also vor, nun unter allen Therapien die richtige für seine Behandlung gemäß den vorgegebenen Wahrscheinlichkeiten auszulosen. Dabei wird in den meisten Fällen eine der alternativen Theorien und die damit verbundene Therapie zum Einsatz kommen.

Als Patient werden wir den Arzt, der uns das vorschlägt, wohl eher für verrückt erklären und uns für die Antibiotikatherapie entscheiden. Warum sollte man mit hoher Wahrscheinlichkeit zu einer Therapie greifen, die auf einer Theorie fußt, die nur 2% Wahrscheinlichkeit aufweist, wahr zu sein, wenn man stattdessen eine 30%-Theorie wählen kann? Oder warum sollte man ganz auf eine Therapie verzichten, wenn sich doch eine Hypothese als klarer Sieger erwiesen hat? Man sollte vielmehr – ganz im Sinne des klassischen Erkenntnistheoretikers – H akzeptieren und dann entsprechend handeln. Alles andere scheint ziemlich unplausibel zu sein. Der bayesianische Ansatz bietet hier keine erkennbaren Vorteile für unsere Entscheidungssituation.

8 Die zwei Ziele unseres Erkenntnisstrebens

Schon in den vorangegangenen Beispielen lässt sich erkennen, dass die Wahrscheinlichkeit bzw. die Irrtumssicherheit nicht den einzigen Aspekt unseres Erkenntnisstrebens darstellt. Wenn dem so wäre, gäbe es nämlich eine triviale Lösung für das Akzeptieren von Aussagen: Akzeptiere nur die Aussagen, die ganz irrtumssicher sind, die also etwa den Glaubensgrad eins erhalten. Das sollten dann nur die analytisch wahren Aussagen sein. Doch das ist offensichtlich nicht unser Ziel. Damit würde unser Ziel falsch beschrieben. Wir müssen zugleich ein zweites Teilziel anstreben, nämlich möglichst viele informative Aussagen über die Welt zu akzeptieren. Dieses Ziel ließe sich am einfachsten realisieren (allerdings um den Preis der Inkonsistenz), indem wir alle Aussagen akzeptieren. Das wäre natürlich ebenso sinnlos wie die obige triviale Lösung für das erste Ziel. Gehaltvoll wird das erkenntnistheoretische Unternehmen also erst, wenn beide Ziele zugleich berücksichtigt werden und es zu einem Ausgleich zwischen den

Zielen kommt. Wir werden immer ein gewisses Irrtumsrisiko eingehen, um so zu informativen Erkenntnissen über die Welt zu gelangen. Dabei ist zumindest unklar, ob sich dazu eine Schwellenwertkonzeption eignet, die zunächst nur das eine Ziel beachtet.

Außerdem sind beide Zielvorstellungen weiter zu explizieren. Das erste Ziel lässt sich vielleicht so verstehen, dass wir nur Aussagen mit möglichst hoher epistemischer Wahrscheinlichkeit akzeptieren sollten. Für das zweite Ziel sollten m. E. besonders *erklärungsstarke* Theorien über die Welt gesucht werden, die tiefliegende kausale Zusammenhänge aufdecken können. Sie gestatten es am ehesten, in die Welt einzugreifen und zu verstehen, warum bestimmte Ereignisse eingetreten sind. Das ist genau das Wissen, auf das wir in unseren Entscheidungen angewiesen sind.

Der Bayesianer setzt zunächst allein auf das erste Ziel (ganz im Sinne seiner empiristischen Tradition) und schaut nur auf die Wahrscheinlichkeit der Aussagen. Die höchste Wahrscheinlichkeit weisen Tautologien auf. Warum sollte ein Bayesianer sich dann nicht sogar darauf beschränken und nur Tautologien für das Akzeptieren zulassen? Damit näherte er sich gefährlich einer skeptischen Position an. Um dem zu entgehen, wird er auch Theorien akzeptieren müssen, die eine Wahrscheinlichkeit kleiner als eins aufweisen. Ein Bayesianer hat mir gegenüber dazu geäußert, wir sollten eine Theorienwahl aufgrund von Wahrscheinlichkeiten einfach auf *gleich gehaltvolle* Theorien beschränken. Das wäre ein interessanter Weg, würde aber den orthodoxen Bayesianismus deutlich erweitern. Wir müssten uns in diesem Fall damit beschäftigen, wann zwei Theorien in etwa die gleiche Erklärungsstärke aufweisen und das neben der Wahrscheinlichkeit beim Akzeptieren von Aussagen berücksichtigen.

Ein Vertreter der Abduktion (etwa im Rahmen einer Konzeption der Erklärungskohärenz vgl. Bartelborth 1996) versucht diesen zweiten Gesichtspunkt immer gleich mit einzubeziehen. Er sucht nach Aussagensystemen, die durch möglichst gehaltvoll erklärende Theorien miteinander verknüpft sind. Dabei wird jede Theorie durch die vielen Beobachtungsdaten, die aus ihr folgen bzw. die sie erklärt, epistemisch gestützt. Beim Akzeptieren bestimmter Theorien kann der klassische Erkenntnistheoretiker also durchaus einige Punkte für sich verbuchen, wenn wir berücksichtigen, dass es uns um substantielle Einsichten über die Welt geht und nicht etwa nur um Tautologien. Gerade gehaltvolle Theorien T, aus denen viele Phänomene $E_1, \ldots, E_j$ folgen, werden nicht unbedingt auf eine Wahrscheinlichkeit von über 90% kommen, weil zumindest gelten muss: $P(T) \leq \ P(E_1 \wedge \ldots \wedge E_j)$. Trotzdem möchten wir solche Theorien keineswegs vom Akzeptiertwerden ausschließen, da sie oft zentrale Einsichten der Wissenschaft darstellen.[31]

Huber (2008) und Brössel (2008) bilden eine erfreuliche Ausnahme auf Seiten der Bayesianer. Sie versuchen das zweite Ziel unseres Erkenntnisstrebens bei der Theorienwahl zu berücksichtigen und entwickeln dazu spezielle Bewertungsfunktionen für Theorien. Allerdings setzen sie dabei ganz auf probabilistische Maße für Informativität, die m. E. das für uns wichtige an Theorien – ihre Erklärungskraft – nicht korrekt wiedergeben können. Die Erklärungsdebatte hat gezeigt, dass es dabei um mehr als probabilistische Relevanz geht (vgl. dazu Abschnitt 5). Das hat damit zu tun, dass wir von unseren Theorien spezielles kausales Wissen erwarten, dass uns bestimmte Vorgänge verstehen lässt und in vielen Fällen sogar ein Eingreifen in ähnlichen Situationen erlaubt.

Als Maß für den Gehalt einer Theorie T wählen Sie $P(\neg T)$ und als Maß für den Informationsgehalt bezüglich eines Datums E wählen sie $P(\neg T|\neg E)$. Auch wenn beide Maße schon früher von

[31] Auf dieses Problem hat schon Popper (1984, Kap. X und Anhang *VII) aufmerksam gemacht, der sogar der Ansicht war, dass wissenschaftlichen Theorien als raumzeitlich unbeschränkten Allaussagen in objektiver Weise nur die Wahrscheinlichkeit null zukommen kann.

anderen Autoren vorgeschlagen wurden, sind sie doch eher ungewöhnlich, und der Zusammenhang zu intuitiven Größen müsste erst noch gezeigt werden. Interessant ist hier vor allem, dass Brössel (2008) nachweist, dass es einen Zusammenhang zu zwei *probabilistischen Kohärenzmaßen* gibt, wonach diese eine Verrechnung zwischen der Wahrscheinlichkeit und der Informativität der Theorien vornehmen.[32] Daher sind diese beiden Kohärenzmaße nach Ansicht von Brössel besonders gut geeignet für die Theorienwahl. Damit verlassen wir allerdings schon den Boden des orthodoxen Bayesianismus und die fortlaufende Debatte um die probabilistischen Kohärenzmaße belegt auch, dass diese Entwicklung nach weiterer Forschungsarbeit verlangt.

Der orthodoxe Bayesianer kann natürlich stattdessen auch ganz auf das Akzeptieren bestimmter Theorien oder anderer Aussagen verzichten und sich darauf zurückziehen, dass es eben nur Glaubensgrade gibt und weitergehende Bewertungen wie das Akzeptieren nicht möglich sind. Damit würde er diese klassische Frage der Erkenntnistheorie und der Praxis der Wissenschaften aber aufgeben und hätte auch in den anderen genannten Beispielen keine Möglichkeit mehr, sich zum Modellieren etwa von kausalen Netzen auf definitives Hintergrundwissen zu stützen.

Ohne diese Möglichkeit, weiteres Hintergrundwissen einzubringen, steht er vor dem Problem der großen Zahl an Ausgangswahrscheinlichkeiten und wird noch nicht einmal Beispiele mit 10 bis 20 Basisaussagen behandeln können. Außerdem hätte er auch nicht die Möglichkeit, eine empirische Kalibrierung vorzunehmen, wenn entsprechende Daten vorliegen, weil er auch dafür erst einmal diese Daten als gegeben anerkennen muss. Ohne zumindest einige Aussagen als rational akzeptierbar auszuzeich-

[32] Die beiden Kohärenzmaße stammen von Olsson (2002) $C_O(A_1, \ldots, A_n) = \frac{P(A_1 \wedge \ldots \wedge A_n)}{P(A_1 \vee \ldots \vee A_n)}$ und Shogenij (1999) $C_S(A_1, \ldots, A_n) = \frac{P(A_1 \wedge \ldots \wedge A_n)}{P(A_1 \times \ldots \times A_n)}$ und geben an, wie gut die Aussagen $A_1, \ldots, A_n$ im Sinne von P zusammenpassen oder einander stützen.

nen, würde der Bayesianer einfach ein anderes Projekt verfolgen als ein klassischer Erkenntnistheoretiker. Das ist kaum als Pluspunkt zu betrachten. Sein Ziel ist eher zu demonstrieren, dass er auch die klassischen Fragen mit Hilfe des probabilistischen Überzeugungssystems behandeln kann, nur eben besser als der klassische Ansatz. Der Probabilist hat also die Aufgabe noch vor sich, diesen Zusammenhang zur klassischen Konzeption weiter aufzuklären.

9 Die Anbindung an die probabilistische Entscheidungstheorie

Die Anbindung des Bayesianismus an die rationale Entscheidungstheorie bei Unsicherheit, die mit epistemischen Wahrscheinlichkeiten arbeitet, wird gerne als klarer Vorteil für den probabilistischen Ansatz betrachtet (vgl. etwa Hartman & Hajek 2010). Dem ist auch sicher so, es bleibt aber die Frage zu stellen, wie häufig wir in der Praxis oder den Wissenschaften die probabilistische Entscheidungstheorie tatsächlich einsetzen können. Die bayesianische Entscheidungstheorie bietet uns für diejenigen Fälle eine Hilfestellung, in denen z. B. ein Nutzen oder Schaden jeweils mit bestimmten Wahrscheinlichkeiten auftritt.

Damit der Probabilist hier seinen Vorteil ausspielen kann, müssen bestimmte Voraussetzungen erfüllt sein. So müssen wir den Nutzen und den Schaden mindestens auf Intervallskalenniveau beziffern können, um ihn quantitativ vergleichen zu können. Dann liefert die rationale (bayesianische) Entscheidungstheorie die nötigen Mittel für einen Vergleich von Handlungen anhand des *Erwartungsnutzens*. Angenommen wir stehen vor der Entscheidung das Medikament M einzunehmen oder auch nicht. Können wir nun entsprechende quantitative Nutzenwerte für die Heilung $\mathrm{u}(h)$ und den Schaden für die Nebenwirkungen $\mathrm{u}(n)$ bestimmen, sowie für den Schaden u(s) durch das Fortbestehen der Krankheit, so lässt sich für beide Handlungen der erwartete Nutzen bestimmen, wenn wir noch bestimmte Wahrscheinlichkeiten für das Auftreten von h, n und s angeben können. Für die Einnahme von M ergibt sich als erwartbarer Nutzen etwa: $EU(M) = P(h) \cdot u(h) + P(n) \cdot u(n)$. Den können wir dann mit u(s) vergleichen und wählen die Handlung mit dem höheren Wert.

Das liefert präzise Entscheidungskriterien, die die Vor- und Nachteile einer Handlung anhand ihrer Auftretenswahrscheinlichkeit gegeneinander verrechnen, die wir im Falle des klassischen Erkenntnistheoretikers so meist nicht reproduzieren können. Er ist eher auf eine intuitive Abwägung von möglichem Nutzen und Schaden angewiesen, weil er oft keine Wahrscheinlichkeiten für das Auftreten der unterschiedlichen Wirkungen angeben kann. Die Debatten, die es um den Nutzen und die Einsatzmöglichkeiten der bayesianischen Entscheidungstheorie gibt, zeigen allerdings, dass die Vertreter eines klassischen Ansatzes auch nicht gänzlich kampflos das Feld räumen müssen. Wenn er sich z. B. auf den statistischen Syllogismus stützt und mit den entsprechenden objektiven Auftretenswahrscheinlichkeit rechnet, kann er versuchen, eine objektive (nichtbayesianische) Entscheidungstheorie als Ersatz anzubieten. Das angeführte Beispiel der Therapiewahl sollte zeigen, dass wir oft nichtbayesianisch zu entscheiden haben und sich dann der klassische Ansatz durchaus als vorteilhaft erweisen kann.

Außerdem wird der klassische Entscheider etwa einwenden, dass die Schätzung der Nutzenwerte in vielen Beispielen ebenfalls nur eine recht subjektive Schätzung darstellt. Ausnahmefälle sind vielleicht geldwerte Entscheidungen, aber selbst für die ist genaugenommen zwischen dem Nutzen und dem Geldbetrag zu unterscheiden. Außerdem weist auch die rationale Entscheidungstheorie viele Paradoxien auf, auf die der Kritiker verweisen kann, um den Vorteil für den Bayesianismus in diesem Punkt zumindest für die Praxis ein wenig zu schmälern. Insbesondere für das Akzeptieren wissenschaftlicher Theorien hilft uns dieser Weg im Normalfall nicht weiter, so dass die immer wieder gepriesene Anbindung des Bayesianismus an die rationale Entscheidungstheorie zwar einen deutlichen Pluspunkt für den Bayesianer darstellt, aber keineswegs spielentscheidend ist.

10 Plädoyer für eine Hybridlösung

Wir blicken nun auf eine langwierige exemplarische Debatte der Vorzüge sowie der Probleme beider Ansätze zurück. Einen klaren Sieger gibt es m. E. nicht, sondern nur bestimmte Aspekte oder Anwendungsbereiche, in denen der eine oder der andere Ansatz sich jeweils etwas besser geschlagen haben. Da ist die unvergleichliche Einfachheit des klassischen Ansatzes, während die Komplexität des probabilistischen Ansatzes exponentiell anwächst (Problem der großen Zahlen). Auf der anderen Seite bietet der Bayesianismus präzise und einfache Update- und Verrechnungsverfahren und kann sogar genau explizieren, wann eine Begründung vorliegt, wozu der klassische Ansatz keine entsprechenden Antworten geben kann, allerdings muss der Bayesianer sich dem Problem stellen, die Ausgangswahrscheinlichkeiten auf objektive Weise zu bestimmen, weil sonst auch die darauf aufbauenden Begriffe subjektiv werden und damit an erkenntnistheoretischem Wert verlieren (Trivialisierungsproblem).

Der klassische Erkenntnistheoretiker kann vor allem im Rahmen des Schlusses auf die beste Erklärung den Informationsgehalt von Theorien in die Theorienwahl mit einbeziehen, aber er kann kein einfaches Verfahren zur Verrechnung der unterschiedlichen Daten anbieten und selbst die statistischen Verfahren wie das Signifikanztesten bieten keine vergleichbaren Möglichkeiten wie der Bayesianismus. Ein Problem soll nun den Ausgangspunkt für meinen Vorschlag darstellen, dass wir uns mit hybriden Überzeugungssystemen anfreunden sollten, da sie die besten Möglichkeiten bieten, die Vorteile beider Ansätze zu vereinen, ohne sich die Nachteile einzukaufen.

Wir haben an mehreren Stellen unserer Überlegungen auf ein bestimmtes *Hintergrundwissen* Bezug genommen. Unser Hintergrundwissen soll eine Liste von alternativen Hypothesen liefern, vorhandenes kausales Wissen für die Modellierung von Bayesschen Netzen einbringen sowie eine definitive Grundlage für manche Entscheidungen bieten, die Wahl bestimmter Theorien und die Bewertung weiterer Wissensansprüche bereitstellen oder sogar eine Nische für Aussagen aufweisen, die wir unter Quarantäne stellen möchten wie im Falle des Antirealisten. Auch die Auszeichnung bestimmter Aussagen als Daten, mit denen wir dann updaten können, oder die wir im Sinne des klassischen Syllogismus für eine empirische Kalibrierung nutzen, stellt solches Hintergrundwissen dar, auf das auch der Bayesianer angewiesen ist. Er benötigt dieses Hintergrundwissen u. a., um sein Überzeugungssystem so aufstellen zu können, dass er das Problem der großen Anzahl lösen kann und die erkenntnistheoretischen Fragen nicht trivialisiert.

Im Falle des klassischen Ansatzes besteht das definitive Hintergrundwissen zu einem bestimmten Zeitpunkt einfach aus allen Aussagen, die wir zu diesem Zeitpunkt akzeptieren. Bayesianer sprechen zwar auch manchmal vom Hintergrundwissen, aber im rein probabilistischen Überzeugungssystem gibt es eigentlich keine Auszeichnung bestimmter Aussagen dafür. Die beiden Ansätze haben sich in diesem Punkt als z. T. inkommensurabel erwiesen und sind keineswegs einfach ineinander übersetzbar. Trotz des offensichtlich größeren Ausdrucksreichtums des probabilistischen Systems kann der klassische Ansatz nicht einfach in den probabilistischen Ansatz eingebettet oder darauf reduziert werden. Das zeigte sich im Falle des wissenschaftlichen Antirealismus, des Entscheidungsverhaltens und in der wissenschaftlichen Theorienwahl. Für die Theorienwahl resultiert diese Inkommensurabilität zumindest teilweise daraus, dass der klassische Ansatz stärker den Gehalt der Theorien berücksichtigt, während der Bayesianer (zumindest in seiner orthodoxen Variante) nur auf die Wahrscheinlichkeit der Theorien achtet.

Man könnte natürlich im Sinne der Schwellenwertkonzeption einfach alle Aussagen mit Glaubensgrad von 90% oder mehr zum Hintergrundwissen erklären, doch das entspricht nicht dem Geist des probabilistischen Ansatzes und führt in Probleme wie das Lotterieparadox zurück. Ähnliche Probleme können wir übrigens auch für *Metaüberzeugungen* über unser Überzeugungssystem aufwerfen.[33] Mein Vorschlag ist an dieser Stelle, das Hintergrundwissen (und auch unsere Metaüberzeugungen) klassisch zu modellieren. Dann können wir für manche ausgewählten Anwendungsbereiche die bayesianischen Verfahren einsetzen und diese probabilistisch modellieren.

Mein Vorschlag ist also, das Verfahren explizit zu machen und zugleich als sinnvolle Modellierung zu propagieren, das wir in der Wissenschaft sowieso schon oft praktizieren. Dabei arbeiten wir zunächst mit einem klassischen Überzeugungssystem als Hintergrundwissen oder einer Art von *Rahmensystem* und nehmen dann nur bestimmte dafür besonders geeignete Teilbereiche[34] aus, die wir bayesianisch rekonstruieren. Dort erstellen wir z. B. Bayessche Netze oder modellieren andere zusammenhängende Bereiche wie Zufallsexperimente durch die Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den Aussagen in diesem Bereich (man

[33] Erkenntnistheoretische Internalisten werden z. B. zusätzlich verlangen, dass wir auch Überzeugungen M darüber haben, dass wir für eine Aussage A einen bestimmten Glaubensgrad x aufweisen. Soll dann M wiederum einen nichttrivialen Glaubensgrad aufweisen und wenn ja: welchen?

[34] Das sind u. a. die Bereiche, in denen wir über geeignete relative Häufigkeiten verfügen, auf die wir uns in einer bayesianischen Analyse dann stützen können.

denke etwa an das Dschungelfieberbeispiel).

Außerdem liefert uns das klassische Hintergrundwissen womöglich weitere Abhängigkeiten oder Unabhängigkeitsbeziehungen logischer und kausaler Art, die die Anzahl der zu bestimmenden Wahrscheinlichkeiten begrenzen. Wenn wir auf diese Weise weite Teile unseres Hintergrundwissens klassisch modellieren, dann können wir tatsächlich bestimmte kleinere Anwendungsbereiche – gewissermaßen Subsysteme – probabilistisch rekonstruieren, und es lässt sich so die drohende Explosion der Anzahl an erforderlichen Wahrscheinlichkeitseinschätzungen vermeiden, die alleine schon dafür sorgt, dass ein vollständiger Übergang zu einem rein probabilistischen Überzeugungssystem unrealistisch erscheint.

Genaugenommen gibt es also keinen Sieger im Wettstreit der Systeme, allerdings kann der klassische Erkenntnistheoretiker für sich verbuchen, dass wir als Grundlage des Einsatzes von bayesianischen Überlegungen und damit auch in der Mehrzahl der Fälle auf das klassische Akzeptieren bestimmter Aussagen angewiesen bleiben. Für Anwendungen wie unser Dschungelfieberbeispiel bietet der Bayesianismus jedoch Einsichten, die der klassische Ansatz allein nicht erzielen könnte. Wir sollten den Bayesianismus also unbedingt für die Behandlung bestimmter Fragen hinzunehmen.

Auch der klassische Statistiker kommt teilweise zu seinem Recht. Der Bayesianer wirft ihm für das Testen einer Theorie T vor, dass der Test sich nur auf die Likelihoods $P(E|T)$ stützt und dabei nie eine Wahrscheinlichkeit für T vergeben wird, obwohl das etwa im Dschungelfieberbeispiel erst die interessanten Antworten liefert. Der klassische Statistiker kann darauf nun antworten, dass wir in den Fällen, in denen solche Wahrscheinlichkeiten sinnvoll vergeben werden können, durchaus den bayesianischen Ansatz wählen dürfen, aber in anderen Fällen, in denen wir für die Theorien eben keine sinnvollen Wahrscheinlichkeiten finden können, der klassische Hypothesentest womöglich doch den besten Weg markiert, den wir zur Verfügung haben.

Dieser Streit wird natürlich weiter zu führen sein. Es wird zu bestimmen sein, wann wir – etwa anhand von Indifferenzprinzipien – zu sinnvollen Wahrscheinlichkeitseinschätzungen kommen und wann nicht und ob der Signifikanztest nicht zu schnell zum Akzeptieren von Hypothesen führt. Der klassische Statistiker wird für die Indifferenzprinzipien vor allem darauf verweisen, dass sie mit Paradoxien behaftet sind und ihre Anwendung zumindest sprachabhängig ist. Für den Bayesianer ist das trotzdem der bessere Weg als auf die Angabe von Wahrscheinlichkeiten für die Theorien ganz zu verzichten. Diesen Streit kann ich hier nicht auflösen. Der betrifft m. E. aber nur die Frage, welche Bereiche sinnvollerweise nun bayesianisch behandelt werden sollten, und spricht nicht generell gegen eine Hybridlösung.

Außerdem wird man weitere *Übergangsregeln* formulieren müssen, wann wir etwa aus einem bayesianischen Teilbereich Aussagen in unser klassisches Hintergrundwissen übernehmen dürfen und wann und wie wir das klassische Hintergrundwissen zum Modellieren bayesianischer Anwendungen einsetzen dürfen. Für die Beantwortung der ersten Frage liefert die Schwellenwertregel einen wichtigen Baustein, für die der zweiten sind es der statistische Syllogismus und ähnliche Regeln des empirischen Kalibrierens unserer Glaubensgrade. Ist erst einmal die Konzeption einer Hybridlösung akzeptiert, sind zumindest die Aufgaben klar erkennbar. Allerdings belegt die aufgezeigte Inkommensurabilität zwischen den Ansätzen, dass diese Aufgabe alles andere als einfach sein wird. Natürlich kann man einwenden, eine einheitliche Konzeption unseres Überzeugungssystems wäre wünschenswerter gewesen, doch die Vor- und Nachteile beider Ansätze sollten aufzeigen, dass keiner der Ansätze das leisten könnte.

Käme dann vielleicht noch ein dritter Ansatz in Frage? Trotz interessanter Konzeptionen wie dem Rangfunktionenansatz (s.

Spohn 2012), scheint mir bisher keiner der anderen Ansätze so überzeugend wie die beiden hier diskutierten zu sein. Das liegt vor allem daran, dass die meisten anderen (nicht-probabilistischen) Ansätze nicht in der Lage sind, die Information der relativen Häufigkeiten so gut auszuwerten, wie es dem probabilistischen Ansatz mit Hilfe des statistischen Syllogismus gelingt. Die probabilistische Vorgehensweise lässt uns auf naheliegende Weise bestimmte Wahrscheinlichkeiten für das Dschungelfieberbeispiel berechnen, die wir wiederum intuitiv (über relative Häufigkeiten) deuten können, was etwa für Rangfunktionen keineswegs so einfach ist. Daher scheint mir die vorgeschlagene Hybridlösung der momentan beste Weg zu sein. Es ist vermutlich kein Zufall, dass wir in der Praxis oft in ähnlicher Weise verfahren, trotz der immer wieder erhobenen Alleinvertretungsansprüche beider Ansätze.

Literatur

Bartelborth, Thomas (1996): *Begründungsstrategien. Ein Weg durch die analytische Erkenntnistheorie*, Berlin: Akademie Verlag, Postprint.

Bartelborth, Thomas (2007): *Erklären*, Berlin: Walter deGruyter Verlag.

Bartelborth, Thomas (2008): Dimensionen der Erklärungsstärke in modernen Erklärungstheorien, in: *Philosophia Naturalis* 45: 139–166.

Bartelborth, Thomas (2012): *Die erkenntnistheoretischen Grundlagen induktiven Schließens*, E-Book 2012, URN.

Bem, Daryl J. (2011): Feeling the future: Experimental evidence for anomalous retroactive influences on cognition and affect, *Journal of Personality and Social Psychology*, 100: 1–19, Preprint.

Brössel, Peter (2008): Theory Assessment and Coherence, *Abstracta* 4: 57–71, URL.

Campbell, Scott & Franklin, James (2004): Randomness And the Justification of Induction, *Synthese* 138: 79–99, Preprint.

Carnap, Rudolf (1952): *The Continuum of Inductive Methods*, Chicago: University of Chicago Press.

Earman, John (1992): *Bayes or Bust? A Critical Examination of Bayesian Confirmation Theory*, Cambridge, MA: MIT Press.

Franklin, James (2001): Resurrecting logical probability, *Erkenntnis* 55: 277–305, Preprint.

Gigerenzer, Gerd (2002): *Das Einmaleins der Skepsis. Über den richtigen Umgang mit Zahlen und Risiken*, Berlin Verlag.

Greco, Daniel (2011): Significance Testing in Theory and Practice, *British Journal for the Philosophy of Science* 62(3): 607–637, URL.

Hansson, Sven Ove (2011): Logic of Belief Revision, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Fall 2011 Edition), E. N. Zalta (Hg.), URL.

Hartmann, Stephan & Hájek, Alan (2010): Bayesian Epistemology, in: J. Dancy et al. (Hg.), *A Companion to Epistemology*. Oxford: Blackwell: 93–106, Preprint.

Hawthorne, James (1993): Bayesian Induction Is Eliminative Induction: *Philosophical Topics* 21: 99–138, Preprint.

Hawthorne, James (2009): The Lockean Thesis and the Logic of Belief, in: F. Huber and Ch. Schmidt-Petri (Hg.), *Degrees of Belief*: 49–74, Preprint.

Hawthorne, James (2011): Bayesian Confirmation Theory : in S. French and J. Saatsi (Hg.), *The Continuum Companion to the Philosophy of Science*, Continuum Press: 197–213, Preprint.

Hintikka, Jaakko (1961): *Knowledge and Belief, An Introduction to the Logic of the Two Notions*, Ithaca, NY: Cornell University Press.

Howson, Colin & Peter Urbach (1993): *Scientific Reasoning: The Bayesian Approach*, 2. Aufl., Chicago: Open Court.

Huber, Franz (2008d): Assessing Theories, Bayes Style. *Synthese* 161 (1): 89-118, Preprint.

Huber, Franz (2009): Belief and Degrees of Belief, in F. Huber & C. Schmidt-Petri (Hg.), *Degrees of Belief*, Dordrecht: Springer: 1–33, Preprint.

Huber, Franz (2013): Formal Representations of Belief, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Spring 2013 Edition), E. N. Zalta (Hg.) URL.

Löffler, Winfried (2002): Eine vermutlich unerwünschte Konsequenz von Swinburnes probabilistischer Gotteslehre, in: *Argument und Analyse*, Bielefeld 2000. Hg. A. Beckermann und C. Nimtz. Paderborn: mentis 2002, URL: 474–484.

Maher, Patrick (1993): *Betting on Theories*, Cambridge: Cambridge University Press.

Niiniluoto, Ilka (1999): *Critical Scientific Realism*, Oxford: Clarendon.

Olsson, Erik (2002): What Is the Problem of Coherence and Truth?, *Journal of Philosophy* 94: 246–272.

Schurz, Gerhard (1991): Relevant Deduction. From Solving Paradoxes Towards a General Theory, *Erkenntnis* 35: 391–437, Preprint.

Shogenji, Tomoji (1999): Is Coherence Truth-Conducive?, *Analysis* 59: 338–345.

Spohn, Wolfgang (2012): *The Laws of Belief: Ranking Theory and Its Philosophical Applications*, Oxford: Oxford University Press.

Sturgeon, Scott (2011): Confidence & Coarse-Grained Attitudes, in: Tamar Szabo Gendler & James Hawthorne (Hrsg.): *Oxford Studies in Epistemology*, Bd. 3: 126–149, Preprint.

Swinburne, Richard (2001): *Epistemic Justification*, Oxford: Oxford University Press.

Thagard, Paul (1992): *Conceptual Revolutions*, Princeton University Press.

Thagard, Paul (1999): *How Scientists Explain Disease*, Princeton: Princeton University Press.

Thagard, Paul (2000): *Coherence in Thought and Action*, Cambridge MA: MIT Press.

Wagenmakers, Eric-Jan (2007): A practical solution to the pervasive problems of p values, *Psychonomic Bulletin & Review*, 14: 779–804, Preprint.

Wagenmakers, Eric-Jan & Wetzels, R & Borsboom, D & van der Maas, HL (2011): Why psychologists must change the way they analyze their data: the case of psi: comment on Bem (2011), *Journal of personality and social psychology* 100 (3): 426–32, DOI.

Weisberg, Jonathan (2011): Varieties of Bayesianism, in D.M. Gabbay & S. Hartmann & J. Woods (Hg.), *Inductive Logic* (Handbook of the History of Logic: Volume 10), Amsterdam/New York: Elsevier: 477–551, Preprint.

Wheeler, Gregory & Williamson, Jon (2011): Evidential probability and objective Bayesian epistemology, in P. S. Bandyopadhyay & M. R. Forster (Hg.): *Philosophy of Statistics, Handbook of the Philosophy of Science*, Bd. 7, Elsevier: 307–331, Preprint.

Williamson, Jon (2005): *Bayesian Nets and Causality: Philosophical and Computational Foundations*, Oxford University Press, Oxford.

Williamson, Jon (2010): *In Defence of Objective Bayesianism*, Oxford: Oxford University Press.