

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CURSO DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**CARACTERIZAÇÃO DAS PROPRIEDADES TERMO-HIDRÁULICAS DE MATERIAIS  
ARTIFICIAIS PARA REATERRO DE CABOS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA**

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA

**AMIR ANTÔNIO MARTINS DE OLIVEIRA JÚNIOR**

FLORIANÓPOLIS, AGOSTO DE 1993.

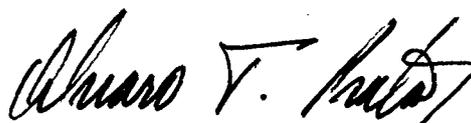
CARACTERIZAÇÃO DAS PROPRIEDADES TERMO-HIDRÁULICAS DE MATERIAIS  
ARTIFICIAIS PARA REATERRO DE CABOS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA

AMIR ANTÔNIO MARTINS DE OLIVEIRA JÚNIOR

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA O OBTENÇÃO DO TÍTULO DE

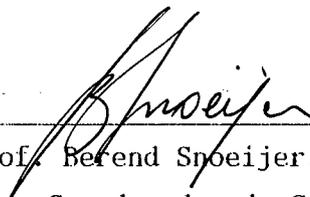
MESTRE EM ENGENHARIA

ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA, ÁREA DE CONCENTRAÇÃO CIÊNCIAS TÉRMICAS,  
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA  
MECÂNICA.



---

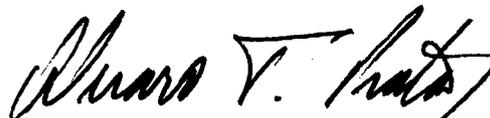
Prof. Alvaro Toubes Prata, Ph.D.  
Orientador



---

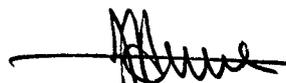
Prof. Berend Spoeijer, Dr.-Ing.  
Coordenador do Curso

BANCA EXAMINADORA



---

Prof. Alvaro Toubes Prata, Ph.D.  
Presidente



---

Prof. José Antônio Bellini da Cunha Neto, Dr.



---

Prof. Paulo César Phillipi, Dr. Ing.

## Agradecimentos

Ao Professor Alvaro Toubes Prata pela cuidadosa orientação e incentivo na elaboração desta pesquisa, pelo exemplo de conduta pessoal e profissional e pela amizade dedicada ao longo destes anos de trabalho.

Aos Professores Cláudio Melo, Edson Bazzo, José Antônio Bellini da Cunha Neto, Paulo César Phillipi, Rogério Tadeu da Silva Ferreira e Sérgio Colle pelo interesse e atenção dispensada e pela efetiva participação nas diversas fases de execução deste trabalho. Em especial, agradeço aos participantes da banca examinadora.

Aos Acadêmicos César Antônio Valiati, Hans Michael Van Bellen, José Roberto de Barros Filho e Reinaldo Maykot e ao Engenheiro Eduardo Furukawa, os quais trabalham ou trabalharam no Laboratório de Meios Porosos e Propriedades Termofísicas de Materiais (LMPT) e foram responsáveis pela montagem e execução da maioria dos experimentos apresentados.

Aos Técnicos Edvaldo Brandílio Reinaldo e Milton Pedroso Seifert pelo auxílio na montagem e fabricação das bancadas experimentais.

Aos Professores, Engenheiros e Técnicos do Laboratório de Usinagem (USIMAQ), Laboratório de Ciências dos Materiais (LACIMAT), Laboratório de Sistemas Hidráulicos e Pneumáticos (LASHIP), Laboratório de Metrologia (LABMETRO) e Laboratório de Mecânica dos Solos (Depto de Engenharia Civil) que participaram com seus esforços na execução de medições, fabricação e empréstimo de equipamentos e troca de informações especializadas.

A Pirelli Cabos S.A. que deu suporte financeiro e material à execução deste trabalho e manteve-se sempre aberta como fonte de informações e debate.

Aos amigos André Tamagnini Noel, Carlos Alberto Langer, Daniel Santana de Freitas, Jáuber Cavalcanti de Oliveira, Lígia Silva Damasceno Ferreira e Pablo Rosendo Yunes que de uma forma direta ou indireta, e normalmente espirituosa, contribuíram para a execução deste trabalho e para a minha formação pessoal e profissional.

Aos Professores da Divisão de Ciências Térmicas com quem tive a oportunidade de interagir e que desenvolveram em mim o gosto pela pesquisa e o entusiasmo pelo trabalho e mostraram que a natureza não é o que queremos que ela seja, mas, sobretudo, é o que ela é.

A Nanci

# Sumário

---

RESUMO	viii
ABSTRACT	ix
SIMBOLOGIA	x
CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 2 - DEFINIÇÕES E CONCEITOS RELACIONADOS A FÍSICA E MECÂNICA DOS SOLOS	5
2.1 Introdução	5
2.2 Relações Mássicas e Volumétricas dos Constituintes do Solo	8
2.3 Caracterização dos Solos	11
2.3.1 Granulometria e Textura	11
2.3.2 Índices Físicos	17
2.3.3 Classificação Geotécnica dos Solos	19
2.4 Compactação dos Solos	22
2.5 Estrutura dos Solos	25
CAPÍTULO 3 - TRANSFERÊNCIA DE CALOR E MASSA EM SOLOS ÚMIDOS	26
3.1 Introdução	26
3.2 Equações de Conservação da Massa e Energia	27
3.3 Equações para os Fluxos de Água e Ar	31
3.4 Equações na Forma Completa	36
3.5 Propriedades de Transporte	39
3.6 Equações Finais do Modelo	62
CAPÍTULO 4 - CARACTERIZAÇÃO DO MATERIAL ESTUDADO	63
4.1 Introdução	63
4.2 Caracterização Visual do Solo	67
4.3 Classificação do Solo	68
4.3.1 Curva e Classificação Granulométrica	68
4.3.2 Limite de Liquidez e Índice de Plasticidade	71
4.3.3 Classificação do Solo	73
4.4 Porosidade e Densidade a Seco	73
4.5 Densidade e Umidade Ótimos	80
4.6 Considerações Acerca da Preparação das Amostras	82

CAPÍTULO 5 - POTENCIAL DE SUCÇÃO	84
5.1 Introdução	84
5.2 Medição do Potencial de Sucção	93
5.3 Medição do Potencial de Sucção para o Backfill	99
5.3.1 Método Utilizado e Descrição da Bancada	99
5.3.2 Procedimento Experimental	103
5.3.3 Resultados Obtidos e Análise	105
5.3.4 Obtenção dos Valores de $\psi$ em Sucções Elevadas	108
5.4 Ajuste de Equações	111
5.5 Conclusões	118
CAPÍTULO 6 - CONDUTIVIDADE HIDRÁULICA	121
6.1 Introdução	121
6.2 Permeabilidade de Saturação	125
6.2.1 Limitações da Lei de Darcy	126
6.2.2 Estimativa Teórica da Permeabilidade de Saturação	129
6.2.3 Medição da Permeabilidade de Saturação	133
6.2.4 Resultados Finais	149
6.3 Permeabilidade Relativa	150
6.3.1 Modelos de Feixes de Capilares para a Permeabilidade Relativa	151
6.3.2 Medição da Permeabilidade Relativa	157
6.3.3 Resultados Finais	178
6.4 Ajuste de Equações	179
6.5 Conclusões	181
CAPÍTULO 7 - CONDUTIVIDADE TÉRMICA EFETIVA	185
7.1 Introdução	185
7.2 Definição da Condutividade Térmica Efetiva	186
7.3 Medição da Condutividade Térmica Efetiva	191
7.3.1 Método da Sonda Térmica	191
7.3.2 Equipamento Utilizado	208
7.3.3 Procedimento Experimental	208
7.3.4 Resultados e Análise	216
7.3.5 Conclusões	222

7.4 Modelos Teóricos para a Previsão da Condutividade Térmica Efetiva de Meios Granulares Insaturados	223
7.4.1 Modelo de Jackson e Black (1983)	225
7.4.2 Modelo de De Vries (1952)	235
7.4.3 Modelos Baseados na Teoria de Phillip e De Vries (1957)	255
7.5. Equações para a Condutividade Térmica Efetiva	263
7.6. Conclusões	263
CAPÍTULO 8 - SUMÁRIO DE PROPRIEDADES DO BACKFILL	266
8.1 Caracterização	266
8.2 Potencial de Sucção	269
8.3 Permeabilidade	270
8.4 Condutividade Térmica Efetiva	271
8.5 Difusividades do Modelo de Phillip e De Vries Calculados para o Backfill	272
CAPÍTULO 9 - CONCLUSÕES GERAIS	273
REFERÊNCIAS	279
APÊNDICE A - Calibração do Rotâmetro Utilizado nos Experimentos de Permeabilidade	292
APÊNDICE B - Umidificador de Ar	304
APÊNDICE C - Medição da Permeabilidade das Placas Porosas Utilizadas nos Experimentos de Permeabilidade	308
APÊNDICE D - Análise dos Dados da Sonda Térmica	312
APÊNDICE E - Medição da Condutividade Térmica da Rocha Granítica	322
APÊNDICE F - Procedimentos de Estimativa de Erros	330
APÊNDICE G - Ajuste Linear por Mínimos Quadrados	338

## Resumo

O presente trabalho tem por objetivo determinar três propriedades termo-hidráulicas de um material artificial que tem sido utilizado no reaterramento de cabos elétricos de potência. Estas propriedades são o potencial de sucção ou potencial matricial, a permeabilidade e a condutividade térmica efetiva. Estas propriedades, em conjunto com o modelo de Phillip e De Vries (1957), permitem a análise do comportamento de um solo úmido quando sujeito ao campo térmico gerado por um cabo elétrico em operação. Aliado à determinação das propriedades de um solo em particular, analisa-se os métodos de medição existentes e estabelece-se procedimentos experimentais.

O potencial de sucção foi medido com um método de câmara de pressão proposto por Su e Brooks (1980). Mediu-se valores de potencial de sucção em função da saturação, para uma temperatura de 25 C, para sucções até  $-2,5 \text{ mH}_2\text{O}$ , que corresponde a uma saturação de 40 %. A umidade residual foi estimada através de experimentos com uma câmara de pressão com membrana porosa e através de um experimento de adsorção de vapor. Aos resultados experimentais ajustou-se funções empíricas propostas por Su e Brooks (1975) e Van Genuchten (1981).

Para a medição da permeabilidade utilizou-se métodos baseados no escoamento de água e no escoamento de ar. Com o escoamento de água, utilizando um método de saturação com  $\text{CO}_2$ , mediu-se valores de permeabilidade da ordem de  $1.10^{-13} \text{ m}^2$  para saturações de 80 % a 86 %. Com o escoamento de ar, mediu-se permeabilidades da ordem de  $3.10^{-13} \text{ m}^2$ . A fim de medir-se valores de permeabilidade em saturações mais baixas utilizou-se um método proposto por Youngs (1964), baseado na infiltração unidimensional de água em colunas de solo. Com este método mediu-se valores de permeabilidade da ordem de  $6.10^{-15}$  a  $1.10^{-13}$  para saturações variando de 50 % a 90 %. Aos valores experimentais ajustou-se modelos de feixes de capilares e uma equação empírica proposta por Gardner (1958).

A condutividade térmica efetiva foi medida em função da umidade com o método da sonda térmica (Blackwell, 1956) para  $T = 25 \text{ C}$ . O modelo de De Vries (1952,1963) reproduziu adequadamente o comportamento dos dados experimentais e permitiu uma análise da influência do fluxo de vapor na condutividade térmica aparente do solo à luz dos modelos de Phillip e De Vries segundo Moyne e co-autores (1987,1988) e Hartley (1986). Aos dados calculados pelo modelo de De Vries, sem a influência do vapor, ajustou-se uma função empírica usada por

Ewen (1988).

Ao final do trabalho, apresenta-se um resumo contendo as características do material utilizado e as equações para o cálculo do potencial de sucção, da permeabilidade e da condutividade térmica. Adicionalmente, apresenta-se figuras mostrando os valores das difusividades do modelo de Phillip e De Vries calculadas a partir das propriedades medidas.

## Abstract

Three thermal and hydraulic properties of an artificial material which have been used in the back filling of underground electric power cables, namely suction head, permeability and effective thermal conductivity, were determined. These properties, in conjunction with the Phillip and De Vries' (1957) model, allow the analysis of the behaviour of an unsaturated soil subjected to a thermal field generated by an electric power cable. An analysis of the available measurement methods is presented, and measurement procedures for these methods are established.

The suction head was measured with the pressure cell method proposed by Su and Brooks (1975). Values of suction head up to 2,5 mH<sub>2</sub>O were measured as a function of the saturation for a temperature of 25 C, corresponding to a saturation of 40 %. The residual saturation was estimated using a porous membrane pressure cell experiment and a vapor adsorption experiment. Equations proposed by Su and Brooks (1975) and Van Genuchten (1980) were fitted to the experimental data.

Experiments using flow of water and flow of air were performed, in order to measure the permeability. Values of permeability of about  $1 \cdot 10^{-13}$  m<sup>2</sup>, corresponding to a saturation of 80 % to 86 %, were measured using water and values of permeability of the order of  $1 \cdot 10^{-13}$  m<sup>2</sup> were obtained using air. In order to measure values of permeability corresponding to lower saturations, the Young's (1964) method, which is based on the vertical unidimensional infiltration of water in soil columns, was used. It was possible, then, to reach values of permeability ranging from  $6 \cdot 10^{-15}$  m<sup>2</sup> to  $1 \cdot 10^{-13}$  m<sup>2</sup>, corresponding to saturations of 50 % to 90 %. Capillary tube bundle models and an equation proposed by Gardner (1958) were fitted to the experimental values.

The effective thermal conductivity was measured as a function of the saturation using the probe's method. The results obtained were conveniently reproduced by the De Vries' (1952, 1963) model, who provided an assessment of the influence of the vapor flux on the apparent thermal conductivity of the soil, as predicted by the Phillip and De Vries' model, in accordance with Moyne and co-authors (1987, 1988) and Hartley (1986). An equation used by Ewen (1988) was fitted to the values calculated with the De Vries' model, neglecting the influence of the vapor flux.

An overview of the characteristics and properties of the material studied as well as recommended equations for their calculation, are presented at the end

of the work. The behaviour of the difusivities of the Phillip and De Vries' model, calculated with the properties measured, is also explored.

## Nomenclatura

---

- $A_o$  - área superficial específica interna ( $m^2$ )  
 $c$  - calor específico ( $J/kg\ K$ )  
 $C$  - capacidade calorífica ( $J/m^3\ K$ )  
 $d_v$  - densidade dos grãos ( $g/cm^3$ )  
 $d_s$  - densidade a seco do solo ( $g/cm^3$ )  
 $d_{sf}^o$  - densidade a seco da mistura com 100 % de finos ( $g/cm^3$ ) (Eq. 4.6)  
 $d_{sg}^o$  - densidade a seco da mistura com 100 % de grossos ( $g/cm^3$ ) (Eq. 4.6)  
 $d_{smax}$  - densidade a seco máxima da mistura ( $g/cm^3$ ) (Eq. 4.10)  
 $D$  - derivada material  
 $D_{ij}$  - difusividade do componente  $i$  na mistura ar  $i + j$  ( $m^2/s$ )  
 $D_{va}$  - difusividade do vapor no ar no meio poroso ( $m^2/s$ )  
 $D_o$  - difusividade do vapor no ar em condições livres ( $m^2/s$ )  
 $D_{\theta l}$  - difusividade isotérmica do líquido ( $m^2/s$ )  
 $D_{\tau l}$  - difusividade térmica do líquido ( $m^2/s\ K$ )  
 $D_{pl}$  - difusividade pneumática do líquido ( $m^2/s$ )  
 $D_{\theta v}$  - difusividade isotérmica do vapor ( $m^2/s$ )  
 $D_{\tau v}$  - difusividade térmica do vapor ( $m^2/s\ K$ )  
 $D_{pv}$  - difusividade pneumática do vapor ( $m^2/s$ )  
 $D_{\theta a}$  - difusividade isotérmica do ar ( $m^2/s$ )  
 $D_{\tau a}$  - difusividade térmica do ar ( $m^2/s\ K$ )  
 $D_{pa}$  - difusividade pneumática do ar ( $m^2/s$ )  
 $E$  - taxa mássica de geração ( $kg/m^3\ s$ )  
 $f(\theta)$  - fator de resistência à difusão (adim.)  
 $g$  - aceleração da gravidade ( $m^2/s$ )  
 $g_{sA}$  - fator de forma dos grãos na direção  $A$  (Eq. 7.96)  
 $h$  - entalpia ( $J/kg$ )  
 $h_{lv}$  - entalpia de vaporização da água ( $J/kg$ )  
 $j$  - densidade de fluxo mássico ( $kg/s\ m^2$ )  
 $k$  - permeabilidade ( $m^2$ )  
 $k_v'$  - permeabilidade aparente do gás ( $m^2$ ) (Eq. 6.23)  
 $k_{rl}$  - permeabilidade relativa (adm)  
 $K$  - condutividade hidráulica ( $m/s$ )  
 $K_u$  - coeficiente de migração de umidade pelo efeito da gravidade ( $m/s$ )

- $m_e$  - massa a seco (g)  
 $p$  - pressão termodinâmica (Pa)  
 $\overline{p_g}$  - pressão média do escoamento do gás (Pa) (Eq. 6.24)  
 $Q$  - vazão volumétrica ( $m^3/s$ ) (Eq. 6.1)  
 $R$  - constante universal dos gases (J/kg K)  
 $R$  - raio médio de curvatura dos meniscos (Eq. 5.4)  
 $Re$  - número de Reynolds (Eq. 6.9)  
 $S$  - saturação (adim.)  
 $S_e$  - saturação efetiva (adim.) (Eq. 5.11)  
 $S_r$  - saturação residual (adim.)  
 $S_{nm}$  - saturação da fase não-molhante (adim.)  
 $S_{nmr}$  - saturação residual da fase não-molhante (adim.)  
 $t$  - tempo (s)  
 $T$  - temperatura (K)  
 $u$  - energia interna (J/kg)  
 $V$  - velocidade de filtragem (m/s) (Eq. 6.9)  
 $w$  - umidade percentual (%)  
 $w_{ótima}$  - umidade de compactação ótima (%)  
 $x_f$  - fração mássica de finos (%)  
 $x_g$  - fração mássica de grossos (%)  
 $x_{fótimo}$  - fração ótima de finos na mistura (%) (Eq. 4.7)  
 $z$  - coordenada vertical (m)  
 $\vec{z}$  - vetor apontado na direção de  $\vec{g}$   
 $Z$  - parâmetro de pressão (Eq. 6.22)  
 $\langle \xi \rangle$  - média volumétrica global da propriedade  $\xi$   
 $\langle \xi \rangle^i$  - média volumétrica da propriedade  $\xi$  na fase  $i$

#### SÍMBOLOS GREGOS

- $\alpha$  - constante na Eq. (2.68).  
 $\nabla$  - operador nabla  
 $\delta$  - diâmetro efetivo dos poros (m) (Eq. 6.9)  
 $\epsilon$  - porosidade (adim.)  
 $\epsilon_0$  - energia de retenção da superfície dos grãos (J/kg mol)  
 $\epsilon_f^0$  - porosidade da mistura com 100 % de finos (%) (Eq. 4.5)  
 $\epsilon_g^0$  - porosidade da mistura com 100 % de grossos (%) (Eq. 4.5)  
 $\epsilon_{min}$  - porosidade mínima da mistura (adim.) (Eq. 4.9)

- $\phi$  - umidade relativa (adm)  
 $\gamma$  - coeficiente de temperatura da tensão superficial (K)  
 $\lambda$  - condutividade térmica efetiva (W/m K)  
 $\lambda_{ap}$  - condutividade térmica aparente (W/m K)  
 $\lambda_a^*$  - condutividade térmica aparente devido ao fluxo de vapor (W/m K)  
 $\mu$  - viscosidade dinâmica (Pa.s)  
 $\psi$  - potencial de sucção (J/k)  
 $\Psi$  - potencial de sucção (mH<sub>2</sub>O)  
 $\psi_b$  - potencial de borbulhament (J/kg)  
 $\rho$  - massa específica (kg/m<sup>3</sup>)  
 $\sigma$  - tensão interfacial (N/m)  
 $\sigma$  - desvio padrão (Apêndice F)  
 $\zeta$  - fator de intensificação de fluxo (adm)  
 $\tau$  - tortuosidade do solo (adm)  
 $\theta$  - conteúdo de umidade (adm)  
 $\Theta$  - ângulo de contato para ar-água-superfície sólida (rad)

#### SUBSCRITOS

- a - ar seco  
c - capilar  
g - fase gasosa (ar seco + vapor)  
i - componente i  
l - água líquida  
o - estado de referência  
s - fase sólida  
sat - meio saturado  
seco - meio seco  
u - umidade (líquido + vapor)  
v - vapor

## CAPÍTULO 1

### Introdução

A transmissão de energia em alta potência em centros urbanos normalmente é feita em cabos elétricos subterrâneos, por questões estéticas e de segurança. O cabo elétrico deve operar em níveis de temperatura pré-estabelecidos a fim de garantir sua integridade durante a sua vida útil. Como a passagem da corrente elétrica é sujeita a perdas tanto no condutor como na armadura e estas perdas aparecem na forma de calor, é necessário que este calor seja removido e o seu caminho natural é o solo que envolve o cabo.

Portanto, o dimensionamento do cabo elétrico depende fundamentalmente da carga elétrica a que ele está sujeito e da capacidade do solo em remover o calor gerado pela passagem da corrente elétrica. Quanto mais eficiente for esta capacidade, menores serão as seções de condutor necessárias e, assim, mais econômica será a instalação. Sobre o projeto de cabos elétricos, pode-se consultar King e Halfter (1982).

Frequentemente ocorre, porém, que o solo natural da região, devido às suas propriedades ou às condições do ambiente, não é capaz de promover a necessária troca térmica com o cabo. Nestes casos, devido à necessidade do dimensionamento de uma seção de condutor maior, ocorre um aumento expressivo nos custos do projeto. Considerando ainda que o cabo deve ser projetado para satisfazer a condição mais crítica da linha, o aumento dos custos pode até inviabilizar o projeto. Nestas situações, por sinal bastante comuns, normalmente utiliza-se métodos artificiais para promover a refrigeração do cabo elétrico.

Alguns destes métodos atuam diretamente no cabo, por exemplo, através da circulação interna de um fluido refrigerante adequado, e outros atuam no solo ao seu redor. Dentre estes que atuam no solo, alguns tem por objetivo melhorar

as suas propriedades, como por exemplo, aumentar sua condutividade térmica mantendo-o sempre saturado com água. Outros tem como objetivo remover calor das regiões próximas ao cabo, por exemplo, forçando a circulação de água em tubulações que correm paralelas ao cabo. Além destes métodos citados, um método que tem sido extensivamente usado devido ao seu relativo baixo custo de instalação e principalmente operacional, consiste na substituição do solo natural da região por outro com melhores propriedades. O solo substituto pode ser tanto um solo natural como um solo artificial produzido para esta finalidade. Os principais critérios de seleção do solo substituto são: propriedades adequadas, baixo custo de extração ou produção, e disponibilidade próxima à obra nas quantidades necessárias. Assim, no processo de seleção destes materiais é necessário conhecer-se o processo de transferência de calor em solos úmidos de forma a desenvolver-se os testes e parâmetros que permitam comparar o desempenho dos materiais disponíveis e transformar este desempenho em indicadores econômicos.

Ainda, optando-se pela utilização de materiais artificiais no reaterramento de cabos de potência, deve-se desenvolver um método de projeto eficiente, o qual precisa levar em consideração as características específicas do fenômeno a fim de permitir um dimensionamento seguro e utilizar todas as potencialidades do novo material. A forma mais segura de estabelecer-se critérios de projeto é através do desenvolvimento de modelos matemáticos para o processo de transferência de calor e massa em solos úmidos.

A transferência de calor e massa em meios porosos insaturados não é apenas específica dos problemas de aterramento de cabos elétricos. Muitos outros campos da engenharia envolvem tais fenômenos. Entre outros pode-se citar os problemas relacionados ao transporte de fluidos aquecidos em tubulações subterrâneas, aproveitamento de energia geotérmica, armazenamento de energia em leitos granulares, processos de evaporação e transmissão de calor na superfície do solo devido a variações diárias e sazonais da temperatura ambiente, resfriamento de condensadores em usinas termoelétricas e nucleares, problemas com extração de petróleo e armazenamento de rejeitos radioativos. Com relação ao transporte de calor e massa em meios porosos de uma forma mais genérica, a lista amplia-se largamente e, entre outros, pode-se citar os problemas relacionados à secagem de grãos, desidratação e armazenamento de frutas em câmaras frigoríficas, transporte de calor e umidade em materiais de construção, cura de resinas sintéticas, processos em reatores catalíticos, combustão em leito fixo ou fluidizado, tubos de calor, etc. Para estes processos citados, muitos modelos foram desenvolvidos ao longo dos anos

cada qual contemplando particularidades de cada sistema específico.

A transferência de calor em solos úmidos é um processo acoplado ao processo de migração de umidade. Os fluxos de calor e umidade dependem dos gradientes de temperatura e umidade e das propriedades térmicas e hidrológicas do solo. Tais propriedades por sua vez dependem fortemente da umidade e temperatura locais e são características individuais de cada solo.

Um dos modelos atualmente mais utilizados na análise dos fenômenos de transporte de calor e umidade em solos úmidos advém da teoria de Phillip e De Vries (1957). O modelo de Phillip e De Vries é um modelo fenomenológico que estabelece uma relação de proporcionalidade entre os fluxos de calor e massa e os gradientes de temperatura e umidade. No entanto, estas relações dependem de coeficientes, denominados difusividades, os quais por sua vez dependem de propriedades mais fundamentais do meio. Estas propriedades são dependentes da temperatura e do teor de umidade do solo. São específicas para cada solo e estão relacionadas às suas características físicas e químicas, principalmente, o tamanho e a forma dos grãos, a composição mineralógica, a densidade, a textura e ao tipo e concentração de sais existentes em solução ou depositados na superfície dos grãos. Este acoplamento entre o transporte de calor e a migração de umidade e o caráter individual de cada solo é que torna complicada a aplicação da teoria de Phillip e De Vries aos problemas práticos e tem exigido esforços tanto do ponto de vista de obtenção de resultados como do ponto de vista de comprovação experimental.

De um ponto de vista prático, a solução dos problemas de transferência de calor e massa em solos úmidos, à luz do modelo de Phillip e De Vries, pode ser dividida em duas etapas. A primeira etapa consiste na determinação das propriedades térmicas e hidrológicas do meio e suas dependências com a temperatura e umidade. A segunda etapa é a etapa de solução do sistema de equações não lineares que resultam do modelo para a geometria e condições de contorno específicas do problema.

O presente trabalho relaciona-se com a primeira etapa de solução do problema do transporte de calor e massa em solos para reaterramento de cabos. Trata da determinação experimental de três propriedades termo-hidráulicas de um material artificial que tem sido utilizado no reaterramento de cabos de potência. Estas propriedades são a condutividade térmica efetiva, o potencial de sucção ou potencial matricial e a condutividade hidráulica. Aliado à determinação das propriedades de um solo em particular, objetivou-se analisar os métodos de medição existentes e estabelecer procedimentos experimentais.

O solo estudado é uma mistura contendo 60 % em massa de grãos com

dimensão da ordem de 5 mm e 40 % em massa de grãos com dimensão da ordem de 0,15 mm obtidos da moagem de rochas graníticas. Este material é utilizado pela PIRELLI Cabos S.A. sediada em Santo André (SP). A sua escolha foi fruto de pesquisas da própria empresa e atualmente é empregado em obras no estado de São Paulo.

A sistemática do presente trabalho consiste em, inicialmente, apresentar conceitos introdutórios da Física dos Solos e da Mecânica dos Solos e desenvolver um modelo genérico para o transporte de calor e umidade em solos úmidos. Posteriormente, descreve-se o material utilizado e apresenta-se os métodos, experimentos e resultados obtidos na medição de cada uma das propriedades termo-hidráulicas de interesse.

Especificamente, o trabalho está subdividido em nove capítulos.

O Capítulo 2 apresenta alguns conceitos introdutórios da Física e da Mecânica dos Solos. Este capítulo tem dois objetivos específicos: Definir com clareza os termos relacionados à descrição e classificação dos solos, a fim de permitir a sua utilização no decorrer do trabalho, e estabelecer um procedimento geral de identificação e classificação de solos com vistas à sua caracterização térmico e hidráulica.

O Capítulo 3 trata do desenvolvimento do modelo de transporte de calor e massa em solos úmidos com base na teoria de Phillip e De Vries (1957). Neste capítulo desenvolve-se as equações básicas do modelo e introduz-se as propriedades térmicas e hidráulicas requeridas pelo modelo.

Apresentadas a teoria e as propriedades de interesse, passa-se à descrição de um solo em particular e à determinação das suas propriedades.

No Capítulo 4 apresenta-se as características do solo estudado em conformidade com o exposto no Capítulo 2.

Os Capítulos 5,6 e 7 tratam, respectivamente, do potencial de sucção, da condutividade hidráulica e da condutividade térmica efetiva, analisando os aspectos físicos relevantes, os métodos de medição, os modelos teóricos existentes e os resultados obtidos para o material em questão.

O Capítulo 8 apresenta um resumo contendo os principais resultados obtidos e as funções analíticas para as propriedades do material estudado.

Finalmente, no Capítulo 9, o trabalho é concluído discutindo-se a eficácia dos métodos utilizados e a aplicabilidade dos resultados obtidos e sugerindo-se modificações nos métodos e procedimentos de medição.

## CAPÍTULO 2

### Definições e Conceitos Básicos Relacionados à Física e Mecânica dos Solos

#### 2.1. INTRODUÇÃO

Fisicamente, o solo é um sistema heterogêneo, polifásico, particulado, disperso e poroso.

É formado por uma fase sólida, que compõe a matriz sólida do solo, uma fase líquida, constituída pela água e substâncias dissolvidas, e uma fase gasosa que contém ar, vapor d'água e gases resultantes dos processos biológicos.

A matriz sólida é formada por partículas minerais e orgânicas com tamanho e formas variadas que encontram-se agrupadas pela ação de forças físicas e químicas. O material orgânico possui a tendência de recobrir a superfície dos grãos minerais e provocar a adesão destes formando agregados de partículas. Os espaços intergranulares no solo formam uma complicada rede de canais mutuamente conectados e que mudam constantemente de forma e direção. Estes canais formam o espaço poroso do solo e serão denominados genericamente poros. A figura 2.1 apresenta uma concepção idealizada do aspecto microscópico do solo.

Os poros são preenchidos pelas fases líquida e gasosa. É nos poros do meio que ocorrem as transformações nas fases líquida e gasosa e estas ficam retidas neles ou escoam pela ação de forças internas ou externas ao solo.

Os mecanismos de retenção da fase líquida e de escoamento das fases líquida e gasosa estão relacionados à natureza particulada e dispersa do solo. Os grãos que formam a matriz sólida, sendo finamente divididos, originam um espaço poroso de dimensões minúsculas. A mistura da fase líquida e gasosa nos

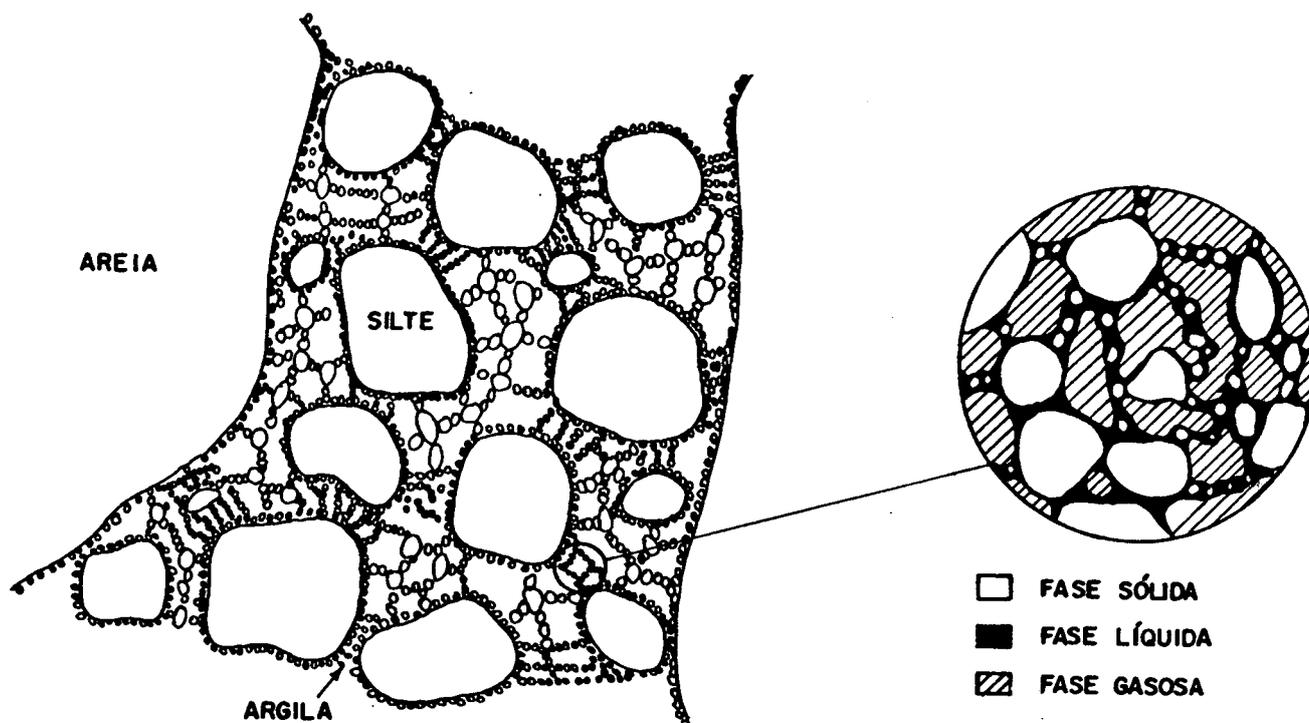


Figura 2.1: Idealização do aspecto microscópico do solo.

poros do meio faz com que estas também adquiram um caráter particulado. Nestas condições, as fases do meio apresentam uma relação área superficial/volume bastante elevada fazendo com que as propriedades das interfaces sejam relevantes no comportamento macroscópico do sistema. As propriedades interfaciais são resultantes da interação entre as fases vizinhas. Das interações entre as fases sólida, líquida e gasosa surgem os fenômenos de capilaridade, adsorção, inchamento e encolhimento do solo, floculação, dispersão, troca iônica, etc.

A presença de organismos vivos e a ocorrência de modificações na composição química da água e do ar em decorrência da ação destes organismos torna a análise dos solos ainda mais complicada e obrigam a uma abordagem interdisciplinar.

A partir do exposto acima verifica-se que as propriedades físicas dos solos estão intimamente relacionadas à composição, proporção e distribuição das três fases que o formam. Destas três fases, a fase sólida é a que mais influencia o comportamento do solo. Dependendo da dimensão, forma e composição mineralógica dos grãos que formam a matriz sólida, o solo apresentará determinadas propriedades macroscópicas. A estrutura do solo depende das características citadas e do processo de formação, no caso de um solo natural, ou do processo de compactação, no caso de um solo deformado.

A identificação e posterior classificação de um solo deve partir, portanto, de uma análise cuidadosa da sua composição mineralógica e estrutura. Entretanto, de um ponto de vista de engenharia, utiliza-se um procedimento diferente.

A maneira mais simples de se caracterizar um solo é através da sua distribuição granulométrica. A distribuição granulométrica fornece uma medida da dimensão média dos grãos do solo e da proporção, em relação à massa total do solo, em que eles ocorrem. Através da distribuição granulométrica pode-se classificar o solo em grosso ou fino, dependendo do diâmetro médio dos grãos que o formam. A curva granulométrica, porém, não fornece indicação alguma da forma dos grãos. Entretanto, para os solos naturais grossos, existe pouca variação na forma dos grãos. Estes são normalmente arredondados. Logicamente, a estrutura microscópica de um solo pode variar fortemente com a modificação da sua distribuição granulométrica e com a maneira na qual ele foi formado. Porém, os solos grossos possuem uma estrutura bastante estável, não sofrendo modificações nem pela ação do fluido nos seus poros, nem pela ação dos esforços que se impõe a ele.

Dessa forma, para caracterizar-se os solos grossos de um ponto de vista de engenharia basta conhecer a sua curva granulométrica. Com o conhecimento desta, consegue-se prever, aproximadamente, o valor de algumas das suas propriedades macroscópicas e com isso o seu comportamento mecânico e hidráulico. O comportamento térmico é mais difícil de ser previsto, mas, conhecendo-se ainda a sua composição mineralógica, consegue-se estimar algumas propriedades.

Para os solos finos o mesmo não acontece. Quando a dimensão das partículas do solo é pequena os fenômenos de superfície nestes grãos influenciam de forma decisiva o comportamento deste solo frente às solicitações externas. Estes fenômenos de superfície dependem basicamente da composição química e da estrutura molecular da superfície. Sua ação depende da forma da partícula e do arranjo em que estas se encontram. Nestes casos, então, o conhecimento apenas da curva granulométrica não é suficiente para prever o comportamento de um solo fino. Para classificá-lo adequadamente recorre-se a outros artifícios, conforme exposto a seguir.

As propriedades de um solo refletem toda a complexidade da sua estrutura e dos fenômenos que nele ocorrem. A medição das suas propriedades é uma forma indireta de verificação da sua estrutura e este é o procedimento de classificação dos solos finos. Como estes sistemas de classificação de solos foram desenvolvidos com finalidade de aplicação na mecânica dos solos,

adotou-se como "propriedades índice" aquelas mais diretamente relacionadas aos esforços a que os solos encontram-se submetidos em fundações de construções, estradas ou aterros. Estas propriedades índices relacionam-se com a plasticidade e coesividade dos solos que por sua vez relacionam-se à sua resistência ao cisalhamento e à sua estabilidade. Um estudo mais aprofundado acerca das propriedades índice dos solos e da sua importância na Mecânica dos Solos pode ser encontrada em Vargas (1978) e em Lamb e Whitman (1960).

Estas propriedades índice ou índices físicos do solo são facilmente medidas em laboratório e permitem classificá-lo em certas categorias. A partir desta classificação pode-se prever o seu comportamento mecânico e, com boa aproximação, o seu comportamento hidráulico. Para a estimação de propriedades térmicas as propriedades índice pouco contribuem.

A previsão, mesmo que qualitativa, das propriedades de um solo auxilia a especificação e aplicação de métodos de medição destas propriedades. Tal procedimento economiza tempo, facilita a interpretação dos resultados e aumenta a confiabilidade destes resultados.

Para a análise das propriedades físicas dos solos e dos sistemas de classificação é necessário, inicialmente, definir-se alguns termos utilizados na caracterização das fases que compõe o solo. A partir destas definições analisa-se as propriedades e sistemas utilizados na caracterização dos solos. Tal material será explorado no que se segue. Ainda, ao final do capítulo, acrescenta-se algumas observações acerca da compactação e estrutura dos solos.

## 2.2 RELAÇÕES MÁSSICAS E VOLUMÉTRICAS DOS CONSTITUINTES DO SOLO

Serão apresentados somente os termos e conceitos que são relevantes aos sistemas de classificação e que serão utilizados nos capítulos posteriores.

A matriz sólida do solo é normalmente caracterizada através da densidade a seco do solo, da porosidade, ou, alternativamente, da fração de vazios, e da área superficial específica.

Densidade a Seco ( $d_s$ ). É definida como a massa de solo seco dividida pelo volume total do solo. A densidade a seco do solo é uma função da sua composição mineralógica, do tamanho e forma dos grãos e da sua compactação. De modo genérico, a densidade a seco dos solos naturais varia entre 1,4 e 2,1 g/cm<sup>3</sup> (Vargas, 1978, pg 53).

Porosidade ( $\epsilon$ ). Define-se a porosidade do solo como sendo a razão entre o volume do espaço poroso e o volume total do solo. A porosidade é adimensional e indica a parcela do volume total de uma amostra que é disponível ao ar e a água.

A porosidade relaciona-se com a densidade a seco do solo ( $d_s$ ) por,

$$\epsilon = 1 - \frac{d_s}{d_g} \quad (2.1)$$

onde  $d_g$  é a densidade média dos grãos que formam o solo.

A densidade do quartzo é em torno de  $2,64 \text{ g/cm}^3$  e este é normalmente o constituinte preponderante da matriz sólida dos solos naturais. Alternativamente à porosidade, o volume do espaço poroso do solo pode ser caracterizado através da fração de vazios.

Fração de Vazios ( $e$ ). É a relação entre o volume do espaço poroso e o volume ocupado pelos grãos sólidos do solo. Relaciona-se com a porosidade do solo pela seguinte equação,

$$e = \frac{\epsilon}{1 - \epsilon} \quad (2.2)$$

Para uma mesma faixa de porosidade a fração de vazios apresenta uma variação maior e tem sido o índice mais utilizado na Mecânica dos Solos.

Outro índice utilizado para caracterizar-se o espaço poroso de um solo, além do seu volume, é a área superficial específica.

Área Superficial Específica ( $A_o$ ). É a área superficial do espaço poroso por unidade de volume do solo. Relaciona-se com a dimensão das partículas e com a compactação do solo. Quanto menor a dimensão das partículas e quanto maior a compactação do solo, maior a área específica superficial.

A área superficial específica fornece uma informação a respeito da dimensão dos poros do meio. Quanto maior  $A_o$ , menores são os poros do meio. Observa-se que esta informação não é fornecida pela porosidade. Para solos finos a área superficial específica pode variar de 5 a  $800 \text{ m}^2/\text{cm}^3$ , enquanto que para solos grossos esta é da ordem de  $10 \text{ cm}^2/\text{cm}^3$  ( $0,001 \text{ m}^2/\text{cm}^3$ ).

A área superficial específica fornece também uma idéia da importância da atividade superficial dos grãos nas propriedades do solo.

Além da matriz sólida é necessário quantificar-se também as proporções

das fases líquida e gasosa.

O teor de umidade do solo pode ser medido com base em massa, em volume ou referenciado ao volume disponível à água. Assim, pode-se indicar o teor de umidade do solo através da umidade percentual, do conteúdo de umidade ou da saturação:

Umidade Percentual (w). É a massa de água presente no solo dividida pela massa de solo seco e expressa em base percentual.

Conteúdo de Umidade ( $\theta_l$ ). É o volume de água (fase líquida) presente no solo dividido pelo volume total de solo. A relação entre conteúdo de umidade e umidade percentual é,

$$\theta_l = \frac{w}{100} \frac{d_w}{d_s} \quad (2.3)$$

onde,  $d_w$  é a densidade da água e  $d_s$  é a densidade do solo seco.

Saturação (S). É o volume de água presente no solo dividido pelo volume do espaço poroso do solo. A relação entre saturação e conteúdo de umidade é,

$$S = \frac{\theta_l}{\epsilon} \quad (2.4)$$

Para a quantificação do teor de ar no solo (fase gasosa) normalmente utiliza-se o conteúdo volumétrico de ar ou a porosidade de aeração definidos por:

Conteúdo Volumétrico de Ar ( $\theta_a$ ). É o volume de ar (fase gasosa) presente no solo dividido pelo volume total de solo. A relação entre conteúdo volumétrico de ar e conteúdo de umidade é,

$$\theta_a = \epsilon - \theta_l \quad (2.5)$$

Porosidade de Aeração ( $\epsilon_a$ ). É a relação entre o volume de poros disponível ao ar e o volume total dos poros. Relaciona-se com a saturação por,

$$\epsilon_a = 1 - S \quad (2.6)$$

A porosidade de aeração é um índice normalmente utilizado no estudo de

difusão de gases em solos insaturados.

Definidos estes termos, passa-se à caracterização dos solos.

## 2.3 CARACTERIZAÇÃO DOS SOLOS

### 2.3.1 GRANULOMETRIA E TEXTURA

A distribuição granulométrica ou curva granulométrica de um solo é obtida normalmente através do Ensaio de Granulometria por Peneiramento e completada pelo Ensaio de Granulometria por Sedimentação.

O ensaio de granulometria por peneiramento consiste em promover o peneiramento sucessivo de uma amostra de solo utilizando um jogo de peneiras com abertura de malha padrão. A amostra é peneirada a partir da peneira com maior abertura de malha em direção a de menor abertura e registra-se a massa da amostra que ficou retida em cada peneira. Com estes dados, e conhecendo o valor da massa total da amostra, calcula-se a fração passante na peneira ( $i$ ), ( $FP_i$ ), por,

$$FP_i = \frac{m_s - \sum_{j=i-1}^n m_j}{m_s} \quad (2.7)$$

onde  $m_s$  é a massa a seco total da amostra,  $n$  é o número de peneiras utilizadas e  $j$  varia desde a peneira com malha diretamente menor à peneira  $i$  até a peneira de menor dimensão de malha (peneira  $n$ ).  $FP_i$  é expressa em base percentual. A curva granulométrica expressa uma distribuição cumulativa.

O ensaio de granulometria por peneiramento visa determinar a granulometria das frações de solo com dimensões maiores que 0,074 mm. O peneiramento de grãos com dimensões menores exigiria peneiras com malhas excessivamente finas, de difícil fabricação, e seria dificultado pela interação que haveria entre os grãos de solo entre si e com a malha da peneira. Para estas frações mais finas utiliza-se normalmente o ensaio de granulometria por sedimentação.

Para o ensaio de sedimentação inicialmente mistura-se a fracção de finos, a qual deseja-se determinar a granulometria, a uma certa quantidade de água destilada de modo a formar-se uma solução diluída. Esta solução é então colocada a decantar e mede-se a variação de densidade da solução, a uma certa

distância da superfície, com o tempo. Utilizando-se a Lei de Stokes para calcular a força de arraste viscoso agindo sobre a partícula de solo e igualando esta força às forças de empuxo e peso da partícula, determina-se um diâmetro equivalente para as partículas em decantação. As hipóteses implícitas neste tipo de aproximação são:

- As partículas comportam-se como esferas rígidas com superfície lisa.
- O escoamento ao redor das partículas é laminar e a baixa velocidade.
- A solução é suficientemente diluída para que não haja interação entre as partículas.
- As partículas são suficientemente grandes para que seu movimento não seja influenciado pelo movimento Browniano das moléculas da água.
- As propriedades da solução e das partículas permanecem constantes durante o teste.

O ensaio de sedimentação fornece a curva granulométrica para as frações da amostra passantes na peneira 0,074 mm. A figura 2.2 mostra curvas granulométricas para alguns tipos de solos diferentes. Tais curvas serão discutidas em detalhes mais adiante.

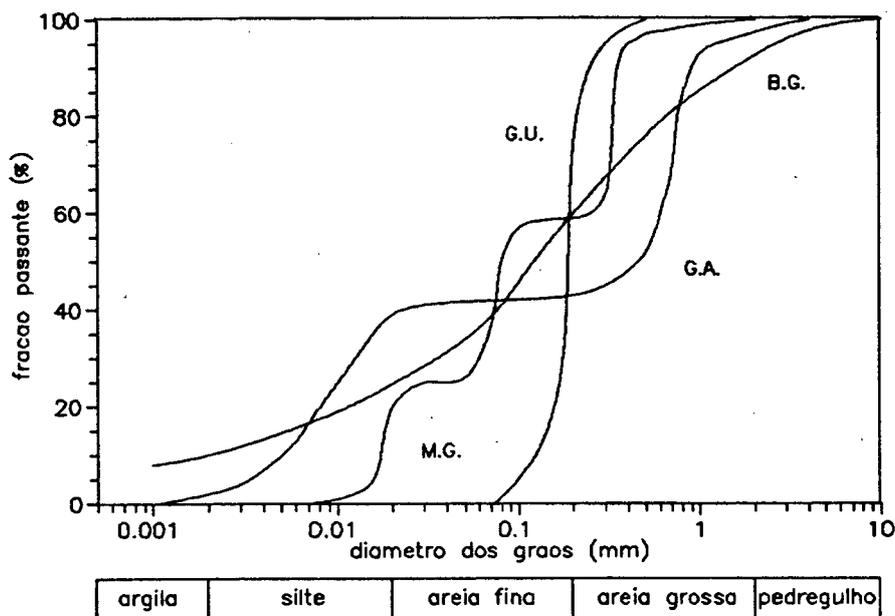


Figura 2.2: Curvas granulométricas para alguns tipos de solos. As curvas apresentadas referem-se a solos do tipo: G.U.- Solo com Graduação Uniforme, G.A.- Solo com Graduação Aberta, B.G.- Solo Bem Graduado e M.G.- Solo Mal Graduado.

A partir da distribuição granulométrica de um solo pode-se determinar as frações que o constituem e as respectivas proporções. Para tanto é necessário que se utilize uma escala granulométrica. Existem várias escalas granulométricas. Cada órgão oficial que trabalha com solos praticamente tem a sua. A escala mostrada ao pé da figura 2.2 é denominada Escala Internacional e é adotada pela "International Soil Science Society" (ISSS). Nesta escala observa-se que a parcela de solo com granulometria inferior a 0,002 mm é denominada argila, a parcela com granulometria entre 0,002 e 0,02 é denominada silte (em alusão ao termo em inglês "silt") e a parcela com granulometria entre 0,02 e 0,2 mm é denominada areia, sendo ainda subdividida em areia fina e areia grossa. Os grãos com dimensões acima de 2 mm são denominados pedregulhos.

A figura 2.3 mostra o aspecto comparativo das dimensões de um grão de areia fina, um grão de silte e grãos de argila.

A composição do solo, considerada como uma mistura de areia, silte e argila, dá origem ao que se convencionou chamar textura do solo. Um solo com textura grossa é aquele com predominância de areia e um solo com textura fina é aquele com predominância de argila. A textura fornece uma idéia qualitativa da granulometria do solo.

Cada uma das frações texturais do solo apresenta características próprias. Com relação às frações texturais dos solos naturais pode-se dizer:

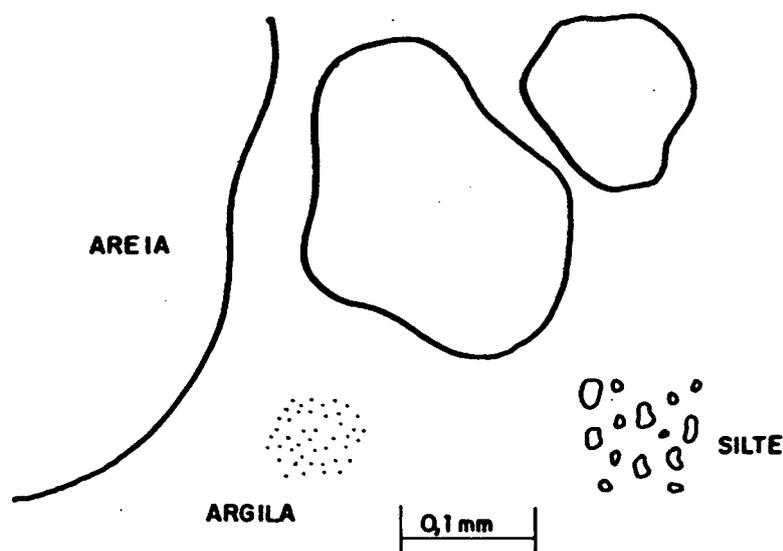


Figura 2.3: Dimensões relativas entre grãos de areia, silte e argila.

Areia. Na maioria dos casos é formada por grãos arredondados ou com faces planas e bordos arredondados. Mineralogicamente, são de quartzo, feldspato, mica e outros minerais em menores proporções. Formam o que se pode chamar de "esqueleto" do solo.

Silte. São formados por grãos basicamente semelhantes aos de areia, mas como possuem dimensões menores e podem estar recobertos por partículas de argila podem apresentar algumas das características físico-químicas superficiais das argilas. Isto confere aos siltes um caráter intermediário entre a areia e a argila.

Argila. É a fração mais fina do solo, sendo considerada a fração coloidal deste. Normalmente, apresentam forma plana ou aguiforme o que contribue para elevar a relação área superficial/volume. São formados por minerais secundários originados da decomposição e transformação dos minerais primários que formam a rocha matriz. Por causa da elevada relação área superficial/volume é o constituinte que apresenta maior influência no comportamento do solo. As partículas de argila, em virtude de suas dimensões, possuem um forte desequilíbrio elétrico na sua superfície fazendo com que adsorvam moléculas polares, como a da água, e troquem íons com a solução a que ficam expostos. Devido ao desequilíbrio elétrico existente na superfície dos grãos de argila, estes grãos afastam-se ou aproximam-se dependendo da quantidade de água presente no solo e da composição química dos sais dissolvidos. Esta característica dos grãos de argila causa o inchamento do solo quando este é umedecido e o encolhimento do solo quando este é secado. Além desta característica, a argila apresenta também modificações nas suas propriedades quando o equilíbrio entre as suas partículas é alterado. Tal fenômeno pode ser observado em solos muito trabalhados mecanicamente. Devido à sua intensa atividade a argila é comumente considerada como a fração "viva" do solo.

Com base na composição granulométrica de um solo é possível classificá-lo em diferentes classes. Tal classificação baseia-se no chamado Triângulo de Classificação Granulométrica, conforme o mostrado na figura 2.4. Em cada face do triângulo entra-se com as respectivas proporções dos constituintes do solo e determina-se pela intersecção das linhas a classe de solo a que este pertence. O termo lido na figura 2.4 (utilizado por Vargas, 1978) relaciona-se ao termo em inglês "loam" que pode ser traduzido como terra. O solo do tipo

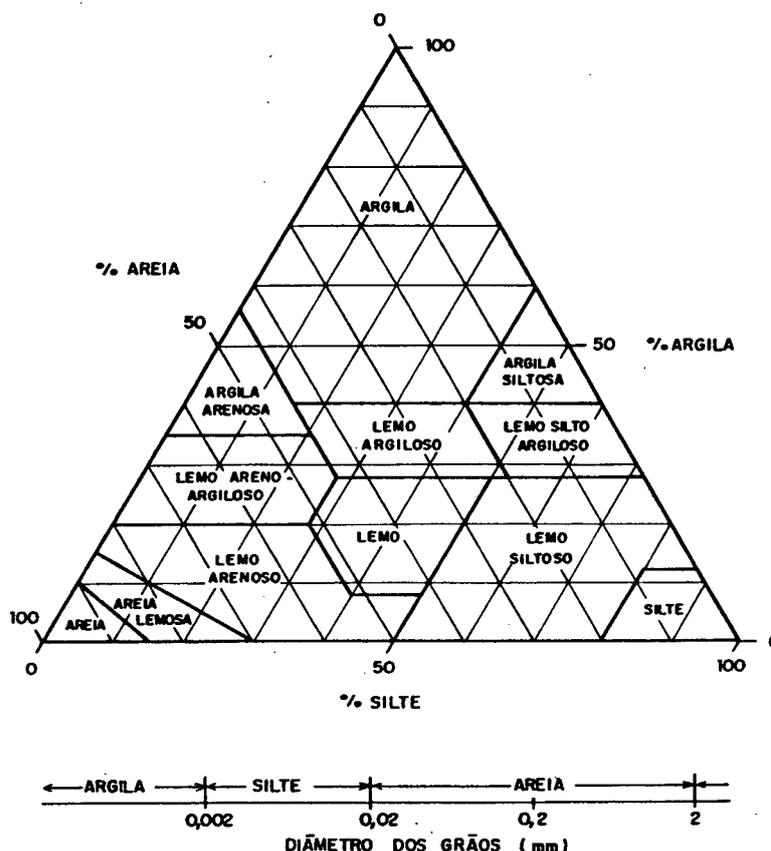


Figura 2.4: Triângulo de Classificação Granulométrica (Vargas, 1978).

lema possui proporções iguais de areia, silte e argila sendo assim, teoricamente, o solo ideal para finalidades agrícolas.

A curva granulométrica fornece indicações também acerca do comportamento do solo quando submetido a um esforço de compactação e também acerca da distribuição do tamanho dos poros.

Um solo que apresenta uma curva granulométrica como a identificada como BG na figura 2.2 é denominado solo bem-graduado. Um solo bem graduado possui grãos com granulometria que cobre uma larga faixa. A sua curva granulométrica é contínua e decai suavemente. Num solo deste tipo existe a tendência de que os grãos menores preencham os espaços intergranulares formados pelos grãos maiores. Um solo deste tipo apresentará maior densidade a seco quando compactado, em relação aos solos com granulometria uniforme, e apresentará poros com dimensões pequenas, da ordem da dimensão dos grãos menores.

Os solos de granulometria uniforme são aqueles que, como o identificado

por GU na figura 2.2, apresentam uma pequena variação na dimensão dos grãos. Este tipo de solo apresenta como característica uma distribuição de tamanho de poros bastante uniforme e tal aspecto influenciará decisivamente as suas propriedades termo-hidráulicas.

O solo identificado como MG na figura 2.2 é denominado solo mal-graduado. Tal solo exibe uma curva granulométrica descontínua evidenciando a falta de certas faixas granulométricas.

Finalmente, o solo identificado por GA na figura 2.2 é denominado solo de granulometria aberta e se caracteriza por apresentar uma carência de grãos com uma certa faixa granulométrica. Este tipo de solo, quando convenientemente escolhido, apresenta boas propriedades de compactação.

A fim de quantificar-se a uniformidade da distribuição granulométrica de um solo, define-se o coeficiente de uniformidade ( $C_u$ ) como,

$$C_u = \frac{D_{60}}{D_{10}} \quad (2.8)$$

onde  $D_{60}$  é o diâmetro efetivo do grão correspondente à fração passante 60 % e  $D_{10}$  é o diâmetro efetivo do grão correspondente à fração passante 10 %.

Para um solo uniforme,  $C_u$  aproxima-se de 1. Para os solos bem graduados  $C_u$  pode ser da ordem de 100.

Outro índice comumente utilizado é o coeficiente de curvatura ( $C_z$ ) calculado por,

$$C_z = \frac{(D_{30})^2}{D_{10} D_{60}} \quad (2.9)$$

e fornece uma medida do espalhamento da distribuição granulométrica. Para solos uniformes,  $C_z$  tende a 1 e para solos bem graduados,  $C_z$  aproxima-se de zero.

A classificação granulométrica do solo baseia-se apenas nas dimensões dos grãos e é suficiente para classificar os solos de textura grossa. Porém, o comportamento dos solos finos depende também fortemente da forma dos grãos e da composição mineralógica destes. A curva granulométrica não fornece indicação alguma da forma dos grãos.

Para os solos finos, então, convencionou-se classificá-los baseando-se na observação de certas propriedades que indiretamente refletem a forma e a composição dos grãos finos. Estas propriedades são denominadas índices físicos.

### 2.3.2 ÍNDICES FÍSICOS

Os índices físicos de um solo fornecem informações sobre o seu estado físico e indiretamente refletem as propriedades da sua matriz sólida.

Os índices físicos de interesse na caracterização de um solo são aqueles relacionados às suas propriedades de coesividade.

Dentre as propriedades que expressam a coesividade da matriz sólida está a plasticidade, ou moldabilidade, do solo.

A coesividade dos solos é uma decorrência da sua elevada relação área superficial/volume e da presença de água em seus poros. A água, devido à ação das forças capilares e de adsorção, adere firmemente à parede dos grãos e atrai os grãos vizinhos uns contra os outros conferindo ao solo uma certa rigidez, chamada coesão. Por isso, os solos finos são chamados coesivos.

A forma dos grãos dos solos finos, especialmente as argilas, varia bastante podendo ser plana, lamelar, escamosa, filiforme e outras mais. Dependendo do arranjo em que se encontram estes grãos, ao aplicar-se um esforço externo ocorre um deslizamento relativo entre eles fazendo com que o solo modifique a sua forma. Essa possibilidade de moldagem do solo depende do seu teor de umidade já que a coesão do solo origina-se da ação de forças capilares.

A plasticidade do solo relaciona-se com a possibilidade de modificar-se a sua forma sem modificar-se a sua massa. Esta propriedade depende, então, da forma do grão, que para os solos naturais é uma decorrência da sua composição mineralógica, e do teor de umidade. A água atua no sentido de prender uma partícula junto à outra e de lubrificar o movimento relativo entre duas partículas. Para um solo excessivamente seco, as forças de coesão entre as partículas são grandes e o equilíbrio entre elas é frágil. Uma vez rompido este equilíbrio os grãos se separam e o solo "quebra". Por outro lado, se o solo estiver muito úmido, as partículas encontram-se imersas em água e bastante separadas umas das outras. Neste caso as forças de coesão são fracas e o solo age como um fluido (neste caso, não-newtoniano).

Partindo de um solo extremamente seco, não possível de ser moldado, e adicionando-se água ao solo, haverá uma umidade limite ( $w_1$ ) em que a moldagem deste solo passa a ser possível. Continuando a adicionar-se água ao solo sua plasticidade aumenta, facilitando a moldagem, até um certo limite ( $w_2$ ) onde o solo perde completamente a sua coesividade e passa a comportar-se como um fluido.

A partir destas considerações define-se:

Limite de Liquidez ( $L_L$ ). É definido como a umidade percentual ( $w$ ) na qual o solo passa do estado plástico, no qual este pode ser moldado, para o estado líquido, no qual ele comporta-se como um fluido.

Limite de Plasticidade ( $L_p$ ). É a umidade percentual em que o solo passa do estado plástico para o estado sólido, no qual ele se encontra muito seco para ser moldado e manter a sua forma.

A determinação experimental dos limites de liquidez e plasticidade é normalizada. Com estes valores calcula-se o índice de Plasticidade ( $I_p$ ) por,

$$I_p = L_L - L_p \quad (2.10)$$

O índice de plasticidade foi desenvolvido com o objetivo de por si só expressar a plasticidade de um solo. Entretanto, somente o valor de  $I_p$  não é suficiente para caracterizar a plasticidade de um solo. Atualmente, adota-se como parâmetros característicos de uma solo os valores de  $I_p$  e  $L_L$ .

A figura 2.5 mostra o gráfico característico de  $I_p$  versus  $L_L$  para diversos tipos de solos. A linha A tem equação  $I_p = 0,73(L_L - 20)$  e separa os solos muito plásticos (acima) dos pouco plásticos (abaixo). A linha B separa os solos muito compressíveis (direita) dos pouco compressíveis (esquerda). A linha U é aproximadamente um limite superior da relação entre  $I_p$  e  $L_L$ .

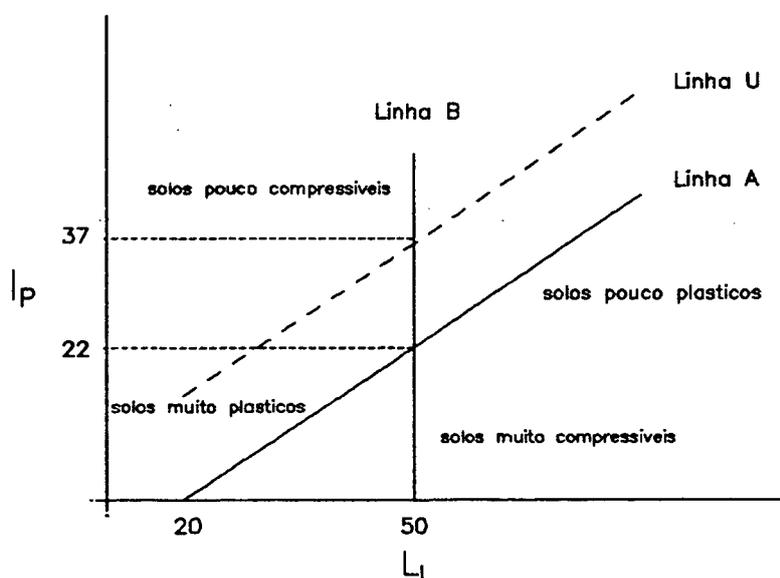


Figura 2.5: Curva característica de índice de Plasticidade ( $I_p$ ) versus Limite de Liquidez ( $L_L$ ).

Conhecendo-se a curva granulométrica, o limite de liquidez e o índice de plasticidade de um solo admite-se poder classificá-lo adequadamente e prever o seu comportamento mecânico.

A seguir verifica-se um dos sistemas de classificação, a Classificação Geotécnica dos Solos.

### 2.3.3 CLASSIFICAÇÃO GEOTÉCNICA DOS SOLOS

A ASTM normalizou a classificação dos solos através da norma ANSI/ASTM D 2487-69 "Classification of Soils for Engineering Purposes". Esta norma classifica os solos minerais e organo-minerais através do conhecimento da sua curva granulométrica, do limite de liquidez e do índice de plasticidade.

Inicialmente, os solos são classificados em solos finos ou solos grossos quando:

- (a) Solos Grossos: se mais de 50 % da amostra submetida ao ensaio de granulometria por peneiramento ficar retida na peneira nº 200 (malha com abertura de 0,074 mm) ou acima;
- (b) Solos Finos: em caso contrário.

A seguir, os solos grossos e os solos finos seguem uma classificação própria.

#### A. Solos Grossos:

A partir da quantidade de solo acumulada na peneira 200 ou acima os solos grossos são classificados em:

- (a) Pedregulho: se 50 % ou mais da fração grossa ficar retida na peneira nº 4 (malha com 4,75 mm) ou acima;
- (b) Areia: em caso contrário.

A seguir, caso menos de 5 % do solo passe na peneira 200, calcula-se o coeficiente de uniformidade  $C_u$ , Eq. (2.8), e o coeficiente de curvatura  $C_z$ , Eq. (2.9). Com base em  $C_u$  e  $C_z$  os solos grossos classificam-se em:

- (a) Pedregulho Bem-Graduado ou Areia Bem-Graduada: se  $C_u > 4$  para pedregulho e  $C_u > 6$  para areia e se  $1 < C_z < 3$ .
- (b) Pedregulho Mal-Graduado ou Areia Mal-Graduado: em caso contrário.

No caso em que mais de 12 % do solo passe na peneira 200, determina-se o limite líquido ( $L_L$ ) e o índice de plasticidade ( $I_p$ ) do material passante na peneira 40 (malha com 0,425 mm). A partir destes valores o solo é classificado

como:

(a) Pedregulho Siltoso ou Areia Siltosa: se a parcela de finos é considerada siltosa, ou seja,  $I_p < 4$  e  $I_p < 0,73(L_L - 20)$ .

(b) Pedregulho Argiloso ou Areia Argilosa: se a parcela de finos é considerada argilosa, ou seja,  $I_p > 7$  e  $I_p > 0,73(L_L - 20)$ .

Se  $I_p$  estiver entre 4 e 7 é usual utilizar-se uma classificação intermediária, como, por exemplo, Pedregulho Siltoso-Argiloso ou Areia Siltosa-Argilosa.

Se a parcela passante na peneira 200 estiver entre 5 % e 12 % também é usual uma classificação como material intermediário, por exemplo, Areia Mal-Graduada-Siltosa.

#### B. Solos Finos:

Para os solos finos, a classificação necessita da determinação do limite de liquidez ( $L_L$ ) e do índice de plasticidade ( $I_p$ ). Com base nestes valores, o solo é classificado como,

(a) Argila Inorgânica:  $I_p > 0,73(L_L - 20)$  e  $I_p > 7$

(b) Argila Inorgânica com Baixa a Média Plasticidade:  $I_p > 0,73(L_L - 20)$ ,  $I_p > 7$  e  $L_L < 50$

(c) Argila Inorgânica com Alta Plasticidade:  $I_p > 0,73(L_L - 20)$  e  $L_L > 50$

(d) Silte Inorgânico:  $I_p < 0,73(L_L - 20)$  ou  $I_p > 4$

(e) Silte Inorgânico com Baixa Plasticidade:  $L_L < 50$  e  $I_p < 0,73(L_L - 20)$  ou  $I_p < 4$

(f) Silte Inorgânico com Média a Alta Plasticidade:  $I_p < 0,73(L_L - 20)$  e  $L_L > 50$ .

Também neste caso são possíveis classificações intermediárias.

Além destas classes de solo, caso o solo apresente uma predominância de matéria orgânica, evidenciada pelo odor e pela cor escura, este pode ser classificado como Silte Orgânico ou como Areia Orgânica ou ainda como Turfa, Humus ou Lodo se o teor de matéria orgânica for realmente alto.

A Tabela 2.1, extraída de Vargas (1978), apresenta um sumário da classificação acima indicando ainda aspectos físicos característicos de cada classe de solo e maneiras aproximadas de classificação dos solos.

Outro sistema de classificação de interesse para a engenharia é denominado Descrição dos Solos por Procedimentos Visuais-Manuais, normalizada pela ANSI/ASTM D 2488-69 "Description of Soils (Visual-Manual Procedure)".

TABELA 2.1: Classificação Unificada dos Solos (Vargas, 1978).

Processo para a Identificação no Campo					Designação Característica	
Solo de Granulação Grossa (mais do metade e maior que a abertura do malho nº 200)	Pedregulho (mais da metade do frocoo grossa e maior que a abertura do malho nº 4)	Pedregulhos Puros (pouco ou nenhum fino)	Grãos cobrindo todo a escala granul. com quant. substancial de todas as partículas intermediárias	GW	Pedregulhos bem graduados, misturas de areia e pedregulhos com pouco ou nenhum fino	
			Predominância de um tamanho de grão ou granulação falhada (ausência de alguns tamanhos de grão)	GP	Pedregulhos mal graduados, misturas de areia e pedregulhos com pouco ou nenhum fino	
	Pedregulhos com finos (apreciável quantidade de finos)		Finos não plásticos (para proceder a identificação ver ML)	GM	Pedregulhos silteosos, misturas de pedregulho, areia e argila mal graduados	
			Finos plásticos (para proceder a identificação ver CL)	GC	Pedregulhos argilosos, misturas de pedregulho, areia e argila mal graduados	
	Areias (mais da metade do frocoo grossa e menor que a abertura do malho nº 4)	Areia Pura (pouco ou nenhum fino)	Grãos cobrindo todo a escala granul. com quant. substancial de todas as partículas intermediárias	SW	Areias bem graduadas, areias pedregulhosas, com pouca ou nenhum fino	
			Predominância de um tamanho de grão ou granulação falhada (ausência de alguns tamanhos de grão)	SP	Areias mal graduadas, areias pedregulhosas, com pouca ou nenhum fino	
		Areia com finos (apreciável quantidade de finos)	Finos não plásticos (para proceder a identificação ver ML)	SM	Areias silteosas, misturas mal graduadas de areia e silte	
			Finos plásticos (para proceder a identificação ver CL)	SC	Areias argilosas, misturas mal graduadas de areia e argila	
	Solo de Granulação Fina (mais do metade e menor que a abertura do malho nº 200)		Resistência a seco (esmagamento pelos dedos)	Dilatância (sacudindo na palma da mão)	Rigidez (consistência nas proximidades do Lp)	
		Siltes e Argilas (Limite de liquidez menor que 50)	Nenhuma a pequeno	Rápida a lenta	Nenhuma	ML
Média a elevada			Nenhuma a muito lenta	Média	CL	Argilas inorgânicas de baixa e média plasticidade, argilas pedregulhosas, argilas arenosas, argilas silteosas, argilas magras
Pequena a média			Lenta	Pequena	OL	Siltes orgânicos e siltes argilosos orgânicos de baixa plasticidade
Siltes e Argilas (Limite de liquidez maior que 50)		Pequena a média	Lenta a nenhuma	Pequena a média	MH	Siltes inorgânicos, micáceos ou diatomáceos, siltes arenosos ou solos silteosos, siltes elásticos
		Elevada a muito elevada	Nenhuma	Elevada	CH	Argilas inorgânicas de alta plasticidade, argilas gordas
		Média a elevado	Nenhuma a muito fina	Pequena a média	OH	Argilas orgânicas de média e alta plasticidade
Turfas			Facilmente identificáveis pelo cor, odor, porosidade e frequentemente textura fibrosa		Pt	Solos com elevado teor de matéria orgânica

Este sistema baseia-se em características físicas das classes de solo, como as apresentadas na Tabela 2.1, para determinar o tipo de solo e utiliza também informações adicionais relacionadas ao aspecto externo do solo, como cor e odor. Para os solos grossos, esta recomendação classifica a forma dos grãos nos seguintes tipos:

- (a) Angulares - apresentam lados relativamente planos e bordos cortantes.
- (b) Subangulares - semelhantes aos angulares, porém, com bordos não tão agudos.
- (c) Subarredondados - apresentam lados planos ou pouco curvos e bordos arredondados.
- (d) Arredondados - apresentam superfícies curvas e não identifica-se a presença de bordos.

O sistema manual-visual de classificação de solos é interessante pela sua facilidade de aplicação, podendo ser aplicado em campo sem o auxílio de ferramentas complexas, e quando não se necessita de uma classificação mais rigorosa. Ainda é interessante quando deseja-se rapidamente agrupar um conjunto de amostras nas suas respectivas classes para então aplicar-se os procedimentos detalhados de classificação a cada uma delas ou realizar a medição de outras propriedades.

1a

Com a identificação e classificação dos solos é possível prever-se o seu comportamento mecânico. Entretanto, os valores das propriedades exibidas dependerá do estado em que o solo encontra-se que é definido basicamente pela sua densidade e estrutura. A densidade e a estrutura estão relacionadas ao processo de formação do solo.

A seguir verifica-se alguns aspectos relacionados à compactação e estrutura dos solos.

## 2.4 COMPACTAÇÃO DOS SOLOS

A compactação de um solo é o meio pelo qual confere-se ao solo uma dada densidade e estrutura. A estrutura obtida determinará a estabilidade do solo, frente às variações de umidade, principalmente, e a resistência do solo aos esforços compressivos nele aplicados. Ainda, as suas propriedades térmicas e hidráulicas serão fortemente dependentes da sua estrutura interna.

A compactação é um processo mecânico pelo qual aumenta-se a densidade a seco do solo. Cada solo em particular apresenta limites máximo e mínimo de

densidade a seco possíveis de serem obtidos com uma dado esforço de compactação. Ainda, a compactação pode ser mais eficiente quando o solo possui um certo teor de umidade capaz de causar um efeito de lubrificação entre as suas partículas.

Assim, para cada solo em particular a densidade a seco atingida após uma compactação depende da umidade do solo e da energia de compactação empregada. A fim de caracterizar-se a compactabilidade de um solo desenvolveu-se o Ensaio de Compactação ou Ensaio Proctor. Este ensaio consiste em submeter um solo com determinada umidade a um dado esforço padrão e determinar a densidade a seco obtida. A figura 2.6 mostra o resultado de um ensaio de compactação.

Observa-se que as amostras compactadas com esforço maior resultaram em maior densidade a seco. A linha tracejada indica a umidade percentual correspondente à saturação da amostra em cada densidade a seco. A relação entre saturação (S), densidade a seco ( $d_s$ ) e umidade percentual (w), obtida a partir das relações apresentadas no item 2.2, é,

$$d_s \text{ da } S + d_s \text{ dg } w = \text{dg da } S \quad (2.11)$$

onde dg é a densidade média dos grãos do solo e da é a densidade da água líquida, igual a 1.

Para  $S = 1$  (linha tracejada na figura 2.6), obtém-se,

$$d_s = \frac{\text{dg}}{1 + \text{dg } w} \quad (2.12)$$

Nas curvas mostradas na figura 2.6 observa-se claramente um ponto de máximo. O ponto de máximo indica a máxima densidade a seco obtida com um dado esforço padrão e a umidade de compactação correspondente. A partir da curva do ensaio de compactação de um dado solo define-se:

Densidade a Seco Máxima ( $d_{s\text{MAX}}$ ). É a máxima densidade a seco obtida na compactação com um esforço padrão.

Umidade Ótima ( $w_{\text{opt}}$ ). É a umidade de compactação correspondente à máxima densidade a seco obtida na compactação com um esforço padrão.

O ensaio de compactação fornece ainda informações acerca da estabilidade de aterros compactados frente a variações da sua umidade. A resistência dos solos compactados é maior para os solos com densidade maior. Porém, quanto

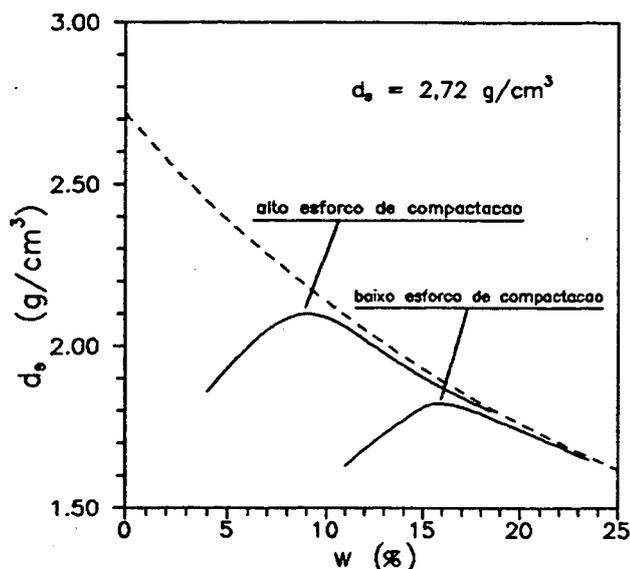


Figura 2.6: Resultado de um ensaio de compactação em um solo com  $d_g = 2,72 \text{ g/cm}^3$ . A curva tracejada é o limite de  $S = 1$ .

maior a energia de compactação, maior é a sensibilidade da resistência do solo com a variação da umidade. Esta é máxima em umidades próximo de zero e decresce rapidamente com o aumento da umidade. Portanto, quanto menor a energia de compactação, menor a resistência, porém, menores serão as variações desta com a umidade. Quanto mais estável for a resistência de aterro, melhor será o seu comportamento mecânico.

Para os solos não coesivos costuma-se definir ainda a densidade a seco máxima ( $d_{s_{max}}$ ) e a densidade a seco mínima ( $d_{s_{min}}$ ) que correspondem, respectivamente, à porosidade mínima e à porosidade máxima que se pode atingir com aquele solo. Em relação a estes valores extremos pode-se dizer se o solo a uma dada densidade encontra-se mais ou menos compacto.

A obtenção das densidade máxima e mínima não encontra-se normalizada. Usualmente, para a obtenção da densidade mínima verte-se o solo seco em um recipiente lentamente e sem vibração. Para a obtenção da densidade máxima coloca-se o solo seco em um recipiente e bate-se nele violentamente para que o solo adquira a sua configuração mais compacta possível.

Para os solos não coesivos, então, pode-se definir o grau de compactidade ( $D_r$ ) como:

Grau de Compacidade ( $D_r$ ). É a relação entre a fração de vazios real do solo que se está trabalhando e a máxima e a mínima fração de vazios obtida para aquele solo,

$$D_r = \frac{e_{\max} - e}{e_{\max} - e_{\min}} \quad (2.13)$$

O grau de compacidade é uma medida da densidade do solo em relação aos seus valores máximo e mínimo possíveis.

## 2.5 ESTRUTURA DOS SOLOS

A compactação modifica a estrutura dos solos. Conforme o solo é compactado abaixo ou acima de  $w_{otimo}$ , este adquirirá uma estrutura variando de floclulada para dispersa. Para umidades abaixo de  $w_{otimo}$ , a estrutura será floclulada e para umidades acima de  $w_{otimo}$  ela será dispersa. Estruturas flocluladas apresentam maior resistência mecânica que estruturas dispersas.

As propriedades do solo dependem também da formação e estabilidade de agregados. Os agregados de partículas formam-se pela ação de forças químicas. Estas forças mantêm os grãos unidos formando estruturas definidas mais estáveis ou menos estáveis dependendo do tamanho dos grãos, da composição mineralógica destes e do processo de formação do agregado. A formação de agregados é basicamente um processo natural de transformação do solo. Assim, na caracterização das propriedades de solos naturais é comum a utilização de amostras indeformadas, ou seja, amostras colhidas a campo e conduzidas aos testes no seu estado natural. Para permitir a utilização de amostras no seu estado natural os experimentos devem ser projetados para tal. No caso deste trabalho não levou-se em consideração esta possibilidade por tratar-se da medição de propriedades de um material artificial.

Com as observações feitas neste capítulo, é possível identificar, classificar e prever o comportamento qualitativo da maioria dos solos naturais.

No próximo capítulo passa-se ao desenvolvimento de um modelo para o transporte de calor e massa em solos úmidos.

## CAPÍTULO 3

### Transferência de Calor e Massa em Solos Úmidos

#### 3.1 INTRODUÇÃO

Conforme apresentado no capítulo anterior, o solo é formado por três fases distintas: a fase sólida, que forma a matriz porosa do solo, a fase líquida, composta por água e substâncias dissolvidas, e a fase gasosa, que contém ar, vapor d'água e outros gases.

Para um situação específica em que uma dada porção de solo é sujeita a um gradiente de temperatura e umidade, deseja-se conhecer como desenvolvem-se os campos térmico e hídrico no interior do solo em função do tempo. A partir desta informação deseja-se calcular os fluxos de calor e umidade através do solo e nas suas fronteiras. Estes fluxos de calor e umidade, no caso do cabo elétrico enterrado, vão determinar a sua temperatura de operação.

Para que este cálculo seja possível, necessita-se de um modelo de transferência de calor e umidade no solo. Neste modelo parte-se de equações genéricas de conservação da massa de ar e água no solo e da equação de conservação de energia e aplica-se estas equações para o caso específico dos solos úmidos. Estas equações expressam um balanço entre os fluxos de água, ar e energia e as suas acumulações e transformações dentro do solo.

Até o instante de definir-se as equações para os fluxos de energia e massa, as equações de balanço são relativamente genéricas. Na definição dos fluxos e posteriormente no cálculo dos coeficientes das equações de fluxo é necessário estabelecer-se um modelo conceitual para o meio poroso e para os processos que ocorrem no seu interior. Este modelo é baseado em hipóteses que formam o cerne da teoria de Phillip e De Vries. (1957).

### 3.2. EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO DA MASSA E ENERGIA

#### Equações de Conservação da Massa

Serão desenvolvidas equações para a conservação da água nas fases líquida e vapor e para o ar seco.

Equações macroscópicas podem ser escritas se considerar-se um volume de controle diferencial grande o suficiente em relação à dimensão dos poros e pequeno em relação à dimensão total do meio. Este volume, denominado Volume Elementar Representativo (VER), possui dimensões relacionadas às características geométricas e às propriedades físicas do meio. Para cada variável é possível que se tenha dimensões diferentes do VER. Whitaker (1969) apresenta uma definição rigorosa do volume elementar representativo e desenvolve equações para a transferência de calor e massa em meios porosos em termos de variáveis médias calculadas para o VER. O desenvolvimento apresentado aqui é basicamente o de Hartley (1977) e Couvillion (1981) e encontra-se resumido em Hartley (1986).

A equação para a conservação de uma espécie química  $i$  pode ser escrita como,

$$\frac{\partial(\rho_i \theta_i)}{\partial t} + \nabla \cdot j_i = E_i \quad (3.1)$$

onde  $\rho_i$  é a massa específica da substância  $i$ ,  $\theta_i$  é a sua fração volumétrica,  $j_i$  é o fluxo mássico por unidade de área do componente  $i$  e  $E_i$  é a sua taxa de geração mássica por unidade de volume total da mistura.

O solo é composto pelas fases sólida, líquida e gasosa, sendo que a fase gasosa possui ar e vapor. A fase sólida será denotada pelo subíndice  $s$ , a fase líquida pelo subíndice  $l$ , o vapor pelo subíndice  $v$  e o ar seco pelo subíndice  $a$ .

A fase sólida será considerada inerte. Tal hipótese não é verdadeira no caso de solos argilosos com propriedades expansivas, mas é uma boa aproximação para solos siltosos e arenosos. Considera-se que não há nenhuma modificação química nos componentes do solo. Somente ocorre mudança de fase da água do estado líquido para vapor e vice-versa.

Para o ar, o termo de geração é zero e pode-se escrever,

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho_a (\epsilon - \theta_l)] = - \nabla \cdot j_a \quad (3.2)$$

onde,  $(\epsilon - \theta_l)$  é o volume de espaço poroso ocupado pelo ar.

Para o vapor pode-se escrever,

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho_v (\epsilon - \theta_l)] = - \nabla \cdot j_v + E_v \quad (3.3)$$

e para o líquido, sendo  $E_l = - E_v$ ,

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_l \theta_l) = - \nabla \cdot j_l - E_v \quad (3.4)$$

O conteúdo de umidade  $\theta$  é a soma da umidade na forma de líquido com a umidade na forma de vapor. Define-se um conteúdo volumétrico de vapor  $\theta_v$  como sendo o volume que o vapor ocuparia se fosse condensado dividido pelo volume total de solo. Assim,

$$\theta_v = \frac{\rho_v}{\rho_l} (\epsilon - \theta_l) \quad (3.5)$$

Sendo  $\theta = \theta_l + \theta_v$ , somando as Eqs (3.3) e (3.4), e considerando o líquido incompressível, obtém-se uma equação para o conteúdo de umidade,

$$\rho_l \frac{\partial \theta}{\partial t} = - \nabla \cdot j_u \quad (3.6)$$

onde o índice  $u$  denota a umidade total.

As Eqs. (3.2) e (3.6) são, respectivamente, as equações de transporte do ar e da umidade no meio poroso. Os fluxos de ar e umidade requeridos pelas Eqs. (3.2) e (3.6) serão desenvolvidos posteriormente.

### Equação de Conservação da Energia

Para o sistema multicomponente desconsiderando a dissipação viscosa no escoamento da umidade e gerações de calor locais, a equação da conservação da energia pode ser escrita como (Slatery, 1978),

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \sum_{i=1}^n \rho_i \theta_i h_i \right] + \nabla \cdot \left[ \sum_{i=1}^n j_i h_i \right] = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \frac{Dp}{Dt} \quad (3.7)$$

onde  $h_i$  é a entalpia da fase  $i$ ,  $\lambda$  é a condutividade térmica do meio considerando a presença das três fases,  $p$  é a pressão termodinâmica e  $D$  denota a derivada material.

Na Eq. (3.7) o primeiro termo representa o armazenamento de energia nas fases do meio, o segundo termo representa o fluxo de energia associado ao fluxo de massa de cada componente, o terceiro termo representa a troca de calor por condução e o quarto termo representa o trabalho de compressão da fase  $i$ . Whitaker (1969) apresenta uma dedução rigorosa desta equação e da equação da conservação da massa a partir de equações mais básicas válidas para cada fase separadamente. Os resultados de Whitaker são equivalentes aos que irão ser apresentados. Na Eq. (3.7) não foi considerado também o calor de adsorção presente nos processos em que uma fase gasosa interage com uma fase sólida. Os calores liberados nos processos de adsorção física são normalmente muito baixos, embora nos processos de adsorção química, eles possam ser consideráveis.

O trabalho de compressão da fase  $i$  pode ser expandido na forma,

$$\frac{Dp}{Dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla p \quad (3.8)$$

onde  $\mathbf{v}$  é a velocidade média da mistura. Através de uma análise de ordem de grandeza pode ser mostrado (Hartley, 1986) que  $\mathbf{v} \cdot \nabla p \approx 0$ . Ainda, da Primeira Lei da Termodinâmica,

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h) - \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}(\rho u) \quad (3.9)$$

onde  $u$  é a energia interna.

Com as Eqs (3.8) e (3.9) a Eq. (3.7) torna-se,

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \sum_{i=1}^n \rho_i \theta_i u_i \right] + \nabla \cdot \left[ \sum_{i=1}^n j_i h_i \right] = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) \quad (3.10)$$

Sendo o líquido incompressível e considerando que o ar e o vapor possuem comportamento de gás ideal, a Eq. (3.10) torna-se,

$$C \frac{dT}{dt} + \rho_v (u_v - h_l) \frac{\partial \theta_v}{\partial t} + \rho_l (u_l - h_l) \frac{\partial \theta_l}{\partial t} + (u_a - h_a) \frac{\partial}{\partial t} [\rho_a (\epsilon - \theta_l)] =$$

$$\nabla \cdot (\lambda \nabla T) - \nabla \cdot (h_{lv} j_v) - j_u \cdot \nabla h_l - j_a \cdot \nabla h_a \quad (3.11)$$

onde  $h_{lv}$  é o calor latente de vaporização da água e  $C$  é a capacidade calorífica média do meio dada por,

$$C = \rho_s (1 - \epsilon) c_{vs} + \rho_l \theta_l c_{vl} + \rho_v (\epsilon - \theta_l) c_{vv} + \rho_a (\epsilon - \theta_l) c_{va} \quad (3.12)$$

onde os calores específicos são a volume constante.

É conveniente ter-se  $\theta_l$ ,  $T$  e  $p$  como variáveis dependentes da Eq. (3.12). Isso é facilmente obtido considerando-se  $\rho_v = \rho_v(\theta_l, T, p)$ ,  $\rho_a = \rho_a(\theta_l, T, p)$  e aplicando-se a regra da cadeia. Ainda, considerando-se  $h_l \approx u_l$  obtém-se,

$$\left[ C + (h_v - h_l) (\epsilon - \theta_l) \frac{\partial \rho_v}{\partial T} + (u_a - h_a) (\epsilon - \theta_l) \frac{\partial \rho_a}{\partial T} \right] \frac{\partial T}{\partial t}$$

$$+ \left[ (u_v - h_l) (\epsilon - \theta_l) \frac{\partial \rho_v}{\partial \theta_l} - (u_v - h_l) \rho_v - (u_a - h_a) (\epsilon - \theta_l) \frac{\partial \rho_a}{\partial \theta_l} \right.$$

$$\left. + \rho_a (u_a - h_a) \right] \frac{\partial \theta_l}{\partial t} + \left[ (u_v - h_l) (\epsilon - \theta_l) \frac{\partial \rho_v}{\partial p} - R_a T (\epsilon - \theta_l) \frac{\partial \rho_a}{\partial p} \right] \frac{\partial p}{\partial t}$$

$$= \nabla \cdot (\lambda \nabla T) - \nabla \cdot (h_{lv} j_v) - j_u \cdot \nabla h_l - j_a \cdot \nabla h_a \quad (3.13)$$

Manipulando-se a Eq. (3.13) com as seguintes relações termodinâmicas,

$$u_a - h_a = R_a T \quad (3.14.a)$$

$$u_v - h_l + R_v T = h_{lv} \quad (3.14.b)$$

$$\rho_a = \frac{R_a}{R_a T} = \frac{p}{R_a T} - \frac{R_v}{R_a} \rho_v \quad (3.14.c)$$

$$c_p = \left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_p \quad (3.14.d)$$

obtém-se,

$$\begin{aligned}
& \left[ C + h_{lv}(\epsilon - \theta_l) \frac{\partial \rho_v}{\partial T} + (\epsilon - \theta_l) \frac{p}{T} \right] \frac{\partial T}{\partial t} \\
& + \left[ h_{lv}(\epsilon - \theta_l) \frac{\partial \rho_v}{\partial \theta_l} - h_{lv} \rho_v + p \right] \frac{\partial \theta_l}{\partial t} \\
& + \left[ (\epsilon - \theta_l) \left( h_{lv} \frac{\partial \rho_v}{\partial p} - 1 \right) \right] \frac{\partial p}{\partial t} \\
& = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) - \nabla \cdot (h_{lv} j_v) - (c_{pl} j_v + c_{pa} j_a) \nabla T
\end{aligned} \tag{3.15}$$

Para completar as equações de conservação da energia e conservação da massa no meio poroso falta agora definir as equações para os fluxos de água líquida, vapor e ar.

### 3.3. EQUAÇÕES PARA OS FLUXOS DE ÁGUA E AR

No desenvolvimento das equações para os fluxos de água e ar é necessário estabelecer-se um modelo conceitual para o meio poroso. Nesta seção várias hipóteses sobre a natureza do meio serão formuladas.

#### Fluxo de Líquido

O fluxo isotérmico de água em um solo saturado tem sido calculado através da Lei de Darcy que, genericamente, pode ser escrita como,

$$\frac{j_l}{\rho_l} = - K_{sat} \nabla \left( \frac{p}{\rho_l g} - z \right) \tag{3.16}$$

onde  $K_{sat}$  é a condutividade hidráulica de saturação do solo com unidade [m/s],  $g$  a aceleração da gravidade e  $z$  a coordenada apontada na direção de  $g$ .

A condutividade hidráulica, conforme definida pela Eq. (3.16), depende das propriedades do meio e do fluido que está escoando. Entretanto, a experiência tem demonstrado que a influência do fluido na condutividade hidráulica pode ser separada da influência da matriz sólida definindo-se uma propriedade denominada permeabilidade intrínseca ou somente permeabilidade. Em termos de permeabilidade a Eq. (3.16) pode ser reescrita como,

$$\frac{j_l}{\rho_l} = - \frac{k_{sat}}{\mu_l} \nabla (p - \rho_l g z) \quad (3.17)$$

onde,  $\mu_l$  é a viscosidade dinâmica do fluido e a permeabilidade de saturação  $k_{sat}$  tem unidade [ $m^2$ ].

Das Eq. (3.16) e (3.17) obtém-se a relação entre condutividade hidráulica e permeabilidade,

$$k_{sat} = \frac{\mu_l}{\rho_l g} K_{sat} \quad (3.18)$$

A aplicação da Lei de Darcy no escoamento de fluidos através de meios porosos saturados possui limitações relacionadas com a natureza dos fluidos empregados, com as características do meio poroso e com a faixa de vazão do escoamento. Tais limitações serão abordadas em um capítulo próprio.

O escoamento de água em solos insaturados tem sido analisado a partir de uma extensão da Lei de Darcy. A hipótese básica usualmente aceita é de que cada fluido (ar úmido e água) ocupa em cada saturação um determinado conjunto de canais. A medida que se diminui a saturação (diminui-se o conteúdo de umidade) quebra-se a continuidade da água em canais com dimensões cada vez menores, até que, abaixo de um certo limite, não existe mais continuidade da fase líquida entre uma face e outra da amostra. Como hipótese adicional admite-se que o escoamento de um fluido não interfere no escoamento do outro.

Na ausência de gradientes de pressão osmótica, além da pressão de bombeamento e das forças gravitacionais, existe uma terceira força que promove o escoamento e é denominada potencial de sucção ( $\psi$ ). O potencial de sucção é uma característica de cada solo em particular e relaciona-se com a força com que o solo succiona e prende em seu interior a água na forma líquida. Uma diferença de umidade entre duas regiões conectadas do meio traduz-se em uma diferença de potencial de sucção e esta diferença ocasiona um movimento da água líquida das regiões de maior umidade para as regiões de menor umidade. Assim, por analogia ao escoamento em meios saturados, da Eq. (3.17) pode-se escrever,

$$\frac{j_l}{\rho_l} = - \frac{k_l}{\mu_l} \nabla (p_l - \rho_l g z) \quad (3.19)$$

onde  $p_l$  é a pressão na fase líquida e  $k_l$  é a permeabilidade ao líquido, agora, uma função do conteúdo de umidade.

A diferença entre a pressão na fase líquida ( $p_l$ ) e a pressão na fase

gasosa ( $p_g$ ) é o potencial de sucção ( $\psi$ ),

$$p_l - p_g = \psi \rho_l \quad (3.20)$$

onde  $\psi$  é negativo e tem unidade [J/kg] (energia específica).

Substituindo-se a Eq. (3.20) na Eq. (3.19) obtém-se,

$$\frac{j_l}{\rho_l} = -\frac{k_l}{\mu_l} \nabla [p_g + \rho_l \psi + \rho_l g z] \quad (3.21)$$

Por comodidade a pressão na fase gasosa ( $p_g$ ) será denotada  $p$ , sem o índice  $g$ .

Definindo uma propriedade chamada permeabilidade relativa do líquido ( $k_{rl}$ ) como a razão entre a permeabilidade do líquido ( $k_l$ ), função da saturação, e a permeabilidade de saturação ( $k_{sat}$ ), a Eq. (3.21) pode ser reescrita como,

$$\frac{j_l}{\rho_l} = -\frac{k_{sat} k_{rl}}{\mu_l} \nabla [p + \rho_l \psi - \rho_l g z] \quad (3.22)$$

Na análise do fluxo isotérmico de líquido, frequentemente é assumido que a fase gasosa encontra-se a pressão constante igual a uma pressão de referência. Ainda, normalmente a Eq. (3.22) é escrita em termos de condutividade hidráulica  $K(\theta)$  obtendo-se,

$$\frac{j_l}{\rho_l} = K(\theta) \nabla (\Psi - z) \quad , \quad K(\theta) = k_{sat} k_{rl} \frac{\rho_l g}{\mu_l} \quad (3.23)$$

onde,  $\Psi = \psi / g$ .

Na utilização da Eq. (3.23), ao assumir-se que a fase gasosa é imóvel, trabalha-se com a hipótese de que todos os poros que contenham ar sejam conectados entre si e com as faces externas do meio. Tal hipótese é boa desde que a saturação do meio não exceda o valor correspondente à saturação irreduzível do ar onde a fase gasosa perde a continuidade através do meio (ver Capítulo 5). A Eq. (3.22) é mais genérica, pois permite que se desenvolva uma equação semelhante para o fluxo da fase gasosa. Este tipo de formulação tem sido utilizada na análise dos processos de deslocamento de um fluido por outro no interior de meios porosos, como, por exemplo, os problemas ligados à extração de petróleo (Bear, 1972, cap 9). A Eq. (3.22), portanto, é mais genérica que a Eq. (3.23).

O potencial de sucção ( $\psi$ ) é dependente da umidade e da temperatura do meio,  $\psi = \psi(\theta_l, T)$ . Assim, o fluxo de líquido pode ser expresso como,

$$\frac{j_l}{\rho_l} = - (D_{\theta l} \nabla \theta_l + D_{Tl} \nabla T + D_{pl} \nabla p + K_u z) \quad (3.24)$$

onde os coeficientes da Eq. (3.24) são denominados difusividades.

$D_{\theta l}$  é a difusividade do líquido devido ao gradiente de umidade,  $D_{Tl}$  é a difusividade do líquido devido ao gradiente de temperatura e  $D_{pl}$  é a difusividade do líquido devido ao gradiente de pressão. São calculadas, respectivamente, por,

$$D_{\theta l} = \frac{\rho_l k_{sat} k_{rl}}{\mu_l} \frac{\partial \psi}{\partial \theta_l} \quad (3.25)$$

$$D_{Tl} = \frac{\rho_l k_{sat} k_{rl}}{\mu_l} \frac{\partial \psi}{\partial T} \quad (3.26)$$

$$D_{pl} = \frac{k_{sat} k_{rl}}{\mu_l} \quad (3.27)$$

$K_u$  é um parâmetro relacionado ao movimento da água devido à ação da gravidade e é calculado por,

$$K_u = \frac{\rho_l k_{sat} k_{rl} g}{\mu_l} \quad (3.28)$$

### Fluxos de Vapor e Ar

Numa mistura gasosa, o fluxo de cada componente é dado pela soma da fluxo convectivo do componente com o fluxo por difusão da substância na mistura,

$$\rho_i v_i = \rho_i v_g + \rho_i u_i \quad (3.29)$$

onde  $v_i$  é a velocidade específica da substância,  $v_g$  a velocidade média da mistura e  $u_i$  é a velocidade de difusão.

A velocidade média da mistura é dada pela Lei de Darcy, desprezando o efeito da gravidade,

$$v_g = \frac{j_a + j_v}{\rho_g} = - \frac{k_{sat} k_{ra}}{\mu_g} \nabla p \quad (3.30)$$

onde  $\rho_g = \rho_v + \rho_a$ .

O fluxo por difusão é dado por uma adaptação da Lei de Fick ao meio poroso. Cada componente da fase gasosa difunde-se no espaço poroso disponível ao gás e este espaço forma um emaranhado de canais. Assim, a equação para a difusão no gás deve levar em consideração a tortuosidade dos canais e a variação do volume disponível ao gás com a variação do conteúdo de umidade do meio. Definindo-se uma difusividade  $D_{ij}$ , da fase  $i$  na fase  $j$ , que carrega consigo os efeitos relacionados à estrutura do meio, o fluxo do componente  $i$  por difusão é,

$$\rho_i u_i = - \rho_g D_{ij} \nabla \left( \frac{\rho_i}{\rho_g} \right) \quad (3.31)$$

Na equação acima desconsiderou-se possíveis efeitos de termodifusão e difusão devido a gradientes de pressão.

Para os fluxos totais de vapor e ar, então, pode-se escrever,

$$j_v = - \frac{\rho_v k_{sat} k_{ra}}{\mu_g} \nabla p - \rho_g D_{va} \nabla \left( \frac{\rho_v}{\rho_g} \right) \quad (3.32)$$

$$j_a = - \frac{\rho_a k_{sat} k_{ra}}{\mu_g} \nabla p - \rho_g D_{av} \nabla \left( \frac{\rho_a}{\rho_g} \right) \quad (3.33)$$

Considerando que  $\rho_v = \rho_v(\theta_l, T, p)$  e que o ar e o vapor comportam-se como gás perfeito, tem-se

$$\nabla \left( \frac{\rho_v}{\rho_g} \right) = \frac{p}{R_a T \rho_g} \left[ \frac{\partial \rho_v}{\partial \theta_l} \nabla \theta_l + \left( \frac{\partial \rho_v}{\partial T} + \frac{\rho_v}{T} \right) \nabla T + \left( \frac{\partial \rho_v}{\partial p} - \frac{\rho_v}{p} \right) \nabla p \right] \quad (3.34)$$

Portanto, substituindo a Eq. (3.34) na Eq. (3.32) pode-se escrever para o fluxo de vapor,

$$\frac{j_v}{\rho_l} = - (D_{\theta v} \nabla \theta_l + D_{T v} \nabla T + D_{p v} \nabla p) \quad (3.35)$$

onde,  $D_{\theta v}$  é a difusividade do vapor devido ao gradiente de umidade,  $D_{T v}$  é a difusividade do vapor devido ao gradiente de temperatura e  $D_{p v}$  é a difusividade do vapor devido ao gradiente de pressão. Tais difusividades são calculadas, respectivamente, por,

$$D_{\theta v} = \frac{D_{va} R_a}{\rho_l R_a} \frac{\partial \rho_v}{\partial \theta_l} \quad (3.36)$$

$$D_{rv} = \frac{D_{va} R_a}{\rho_l R_a} \left( \frac{\partial \rho_v}{\partial T} + \frac{\rho_v}{T} \right) \quad (3.37)$$

$$D_{pv} = \frac{D_{va} R_a}{\rho_l R_a} \left( \frac{\partial \rho_v}{\partial p} - \frac{\rho_v}{p} \right) + \frac{\rho_v k_{sat} k_{ra}}{\rho_l \mu_0} \quad (3.38)$$

Analogamente, para o fluxo de ar, Eq. (3.33), considerando que  $D_{av} = D_{va}$ , tem-se,

$$\frac{j_a}{\rho_l} = - (D_{\theta a} \nabla \theta_l + D_{ra} \nabla T + D_{pa} \nabla p) \quad (3.39)$$

e as difusividades valem,

$$D_{\theta a} = - D_{\theta v} \quad (3.40)$$

$$D_{ra} = - D_{rv} \quad (3.41)$$

$$D_{pa} = - D_{pv} \quad (3.42)$$

Ainda, por conveniência define-se,

$$D_{\theta u} = D_{\theta v} + D_{\theta l} \quad (3.43)$$

$$D_{ru} = D_{rv} + D_{rl} \quad (3.44)$$

$$D_{pu} = D_{pv} + D_{pl} \quad (3.45)$$

Colocando-se os fluxos mássicos nas equações de conservação da massa e da energia (Eqs. 3.3, 3.4, 3.5 e 3.16) fecha-se a formulação.

### 3.4. EQUAÇÕES NA FORMA COMPLETA

Com as hipóteses apresentadas durante o desenvolvimento, a formulação completa para o problema é,

Equação de Conservação da Massa de Ar.

$$\begin{aligned}
 & - \left[ \frac{(\epsilon - \theta_l) R_v}{\rho_l R_a} \frac{\partial \rho_v}{\partial \theta_l} + \frac{\rho_a}{\rho_l} \right] \frac{\partial \theta_l}{\partial t} - \left[ \frac{(\epsilon - \theta_l) R_v}{\rho_l R_a} \frac{\partial \rho_v}{\partial T} + \frac{(\epsilon - \theta_l) p}{\rho_l R_a T^2} \right] \frac{\partial T}{\partial t} \\
 & + \frac{(\epsilon - \theta_l)}{\rho_l R_a} \left[ \frac{1}{T} - R_v \frac{\partial \rho_v}{\partial p} \right] \frac{\partial p}{\partial t} = \nabla \cdot (D_{\theta a} \nabla \theta_l + D_{ra} \nabla T + D_{pa} \nabla p) \quad (3.46)
 \end{aligned}$$

Equação de Conservação da Massa de Umidade.

$$\begin{aligned}
 & \left[ \frac{(\epsilon - \theta_l)}{\rho_l} \frac{\partial \rho_v}{\partial \theta_l} - \frac{\rho_v}{\rho_l} + 1 \right] \frac{\partial \theta_l}{\partial t} - \left[ \frac{(\epsilon - \theta_l)}{\rho_l} \frac{\partial \rho_v}{\partial T} \right] \frac{\partial T}{\partial t} \\
 & + \left[ \frac{(\epsilon - \theta_l)}{\rho_l} \frac{\partial \rho_v}{\partial p} \right] \frac{\partial p}{\partial t} = \nabla \cdot (D_{\theta u} \nabla \theta_l + D_{ru} \nabla T + D_{pu} \nabla p) \quad (3.47)
 \end{aligned}$$

Equação de Conservação da Energia.

$$\begin{aligned}
 & \left[ C + h_{lv}(\epsilon - \theta_l) \frac{\partial \rho_v}{\partial T} + (\epsilon - \theta_l) \frac{p}{T} \right] \frac{\partial T}{\partial t} \\
 & + \left[ (\epsilon - \theta_l) \left( h_{lv} \frac{\partial \rho_v}{\partial p} - 1 \right) \right] \frac{\partial p}{\partial t} + \left[ h_{lv}(\epsilon - \theta_l) \frac{\partial \rho_v}{\partial \theta_l} - h_{lv} \rho_v + p \right] \frac{\partial \theta_l}{\partial t} \\
 & = \nabla \cdot \left[ \left( \lambda + \rho_l h_{lv} D_{rv} \right) \nabla T \right] + \nabla \cdot \left[ \left( \rho_l h_{lv} D_{\theta v} \right) \nabla \theta_l \right] + \\
 & \nabla \cdot \left[ \left( \rho_l h_{lv} D_{\theta p} \right) \nabla p \right] + \left[ \left( c_{pl} D_{\theta u} + c_{pa} D_{\theta a} \right) \nabla \theta_l + \right. \\
 & \left. \left( c_{pl} D_{ru} + c_{pa} D_{ra} \right) \nabla T + \left( c_{pl} D_{pu} + c_{pa} D_{pa} \right) \nabla p + K_u z \right] \cdot \nabla T \quad (3.48)
 \end{aligned}$$

Hartley (1977) e Couvillion (1981) verificaram o comportamento das Eqs (3.46) a (3.47) para um solo do tipo silto-arenoso através de análises de ordem de grandeza dos termos e soluções numéricas das equações e concluíram que:

1. Mesmo quando a solo está praticamente seco,  $\theta_v \ll \theta_l$  e pode-se assumir que  $\theta_l \approx \theta$  e escrever as equações em termos de  $\theta$ .
2. O armazenamento de energia na fase gasosa é negligenciável quando comparado ao armazenamento nas fases líquida e sólida.

3. Para a maioria das aplicações a variação da pressão da fase gasosa através do meio é nula para praticamente toda a faixa de conteúdo de umidade. Considera-se, ainda, que não existe fluxo de ar por difusão e assim, sendo o ar estacionário, a equação da conservação do ar resume-se a,

$$\frac{\partial p}{\partial t} = 0. \quad (3.49)$$

4. O terceiro termo do lado esquerdo da Equação da Conservação da Energia é negligenciável frente ao primeiro termo do lado esquerdo.

5. Os termos convectivos no lado direito da Eq. (3.48) possuem uma contribuição negligenciável ao fluxo de calor quando comparadas à contribuição dos termos difusivos (ver também Degiovanni e Moyne, 1987).

Com estas simplificações as Eqs. (3.45) e (3.46) reduzem-se a,

#### Conservação da Massa de Umidade.

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \nabla \cdot \left( D_{\theta u} \nabla \theta + D_{T u} \nabla T + K_u z \right) \quad (3.50)$$

#### Conservação da Energia.

$$C \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot \left[ \left( \lambda + \rho_l h_{lv} D_{T v} \right) \nabla T + \left( \rho_l h_{lv} D_{\theta v} \right) \nabla \theta \right] \quad (3.51)$$

As equações normalmente usadas na solução de problemas de transporte de calor e umidade em solos úmidos são as Eqs. (3.50) e (3.51). As equações completas são interessantes, entretanto, do ponto de vista teórico e do ponto de vista de obtenção das difusividades. Nas medições experimentais nem sempre expõe-se o meio poroso às mesmas condições do fenômeno natural. Assim, é conveniente fazer-se outras simplificações das equações completas.

A seguir, verifica-se com mais detalhes as equações para as difusividades e explora-se o modelo conceitual do meio poroso.

### 3.5. PROPRIEDADES DE TRANSPORTE

#### Difusividade do Líquido Devido a Gradientes de Umidade.

A difusividade isotérmica do líquido foi obtida a partir de uma extensão da Lei de Darcy. A expressão para o cálculo de  $D_{\theta l}$  é,

$$D_{\theta l} = \frac{K}{g} \left( \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right)_T = \frac{\rho_l k_{sat} k_{rl}}{\mu_l} \left( \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right)_T \quad (3.52)$$

$D_{\theta l}$  pode ser medido diretamente a partir de um experimento de infiltração isotérmica unidimensional de líquido. A partir da medição da evolução do perfil de umidade com o tempo em uma coluna de solo, determina-se a relação entre  $D_{\theta l}$  e  $\theta$  através da solução da Eq. (3.6). O método apresenta bons resultados e sua precisão está relacionada com a precisão na medição de valores de  $\theta$ . Variando-se a temperatura da coluna, pode-se determinar curvas de  $D_{\theta l}$  versus  $\theta$  para diferentes valores de T (Bruce e Klute, 1956, Whisler et alli, 1968, Vachaud, 1967).

Outra forma de determinação de  $D_{\theta l}$  é através da Eq. (3.52). Para tanto, necessita-se de valores para  $k_{sat}$ ,  $k_{rl}(\theta, T)$  e  $\psi(\theta, T)$ . Embora existam modelos teóricos para o cálculo destas propriedades, normalmente, estas são medidas em laboratório. A medição destas propriedades em função da temperatura, embora desejada, é experimentalmente difícil, fazendo com que se utilize procedimentos alternativos. Assim, usualmente, mede-se  $k_{sat}$  e o comportamento de  $\psi(\theta)$  e  $k_{rl}(\theta)$  para uma determinada temperatura padrão e estima-se a variação destas com a variação da temperatura. Tal extensão, como será visto posteriormente, é calcada em algumas hipóteses e apresenta limitações.

A figura 3.1 mostra as curvas de  $\psi(\theta)$ ,  $K(\theta)$  e  $D_{\theta l}$  para um solo do tipo silto-arenoso, chamado "Georgia Red Clay", conforme apresentadas por Couvillion (1981). Este solo possui  $d_s = 1,28 \text{ g/cm}^3$  e  $\epsilon = 0,517$ . A sua curva granulométrica está apresentada na figura 3.2. Este solo pode ser caracterizado como fino e bem graduado. A parte tracejada na curva de  $\psi$  na figura 3.1 corresponde à região estimada por Couvillion com base em dados obtidos para um solo com curva granulométrica semelhante (Couvillion, 1981, pg 99).

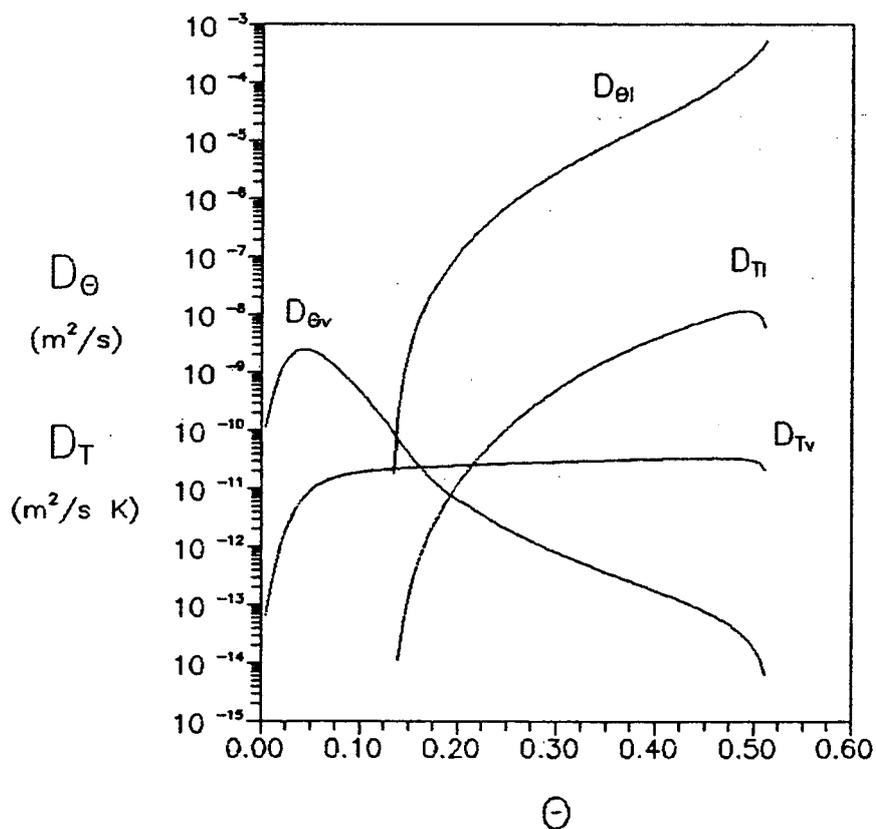
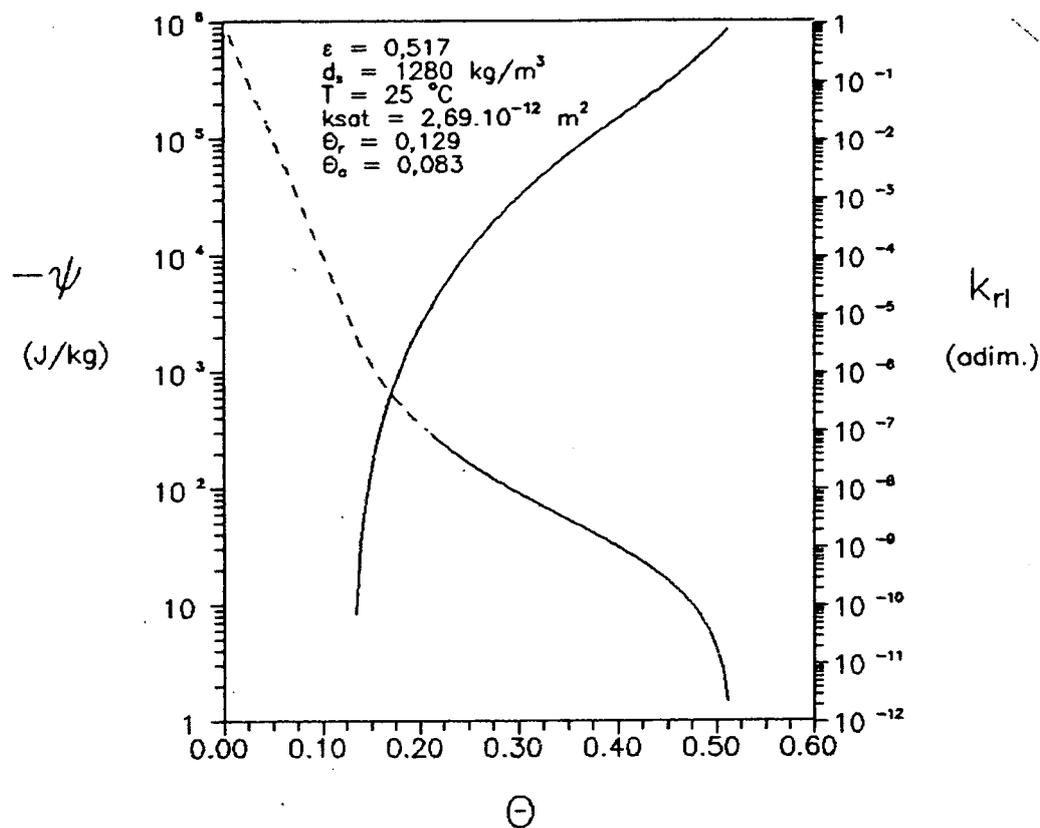


Figura 3.1: Propriedades típicas para um solo silto-arenoso (Couvillion, 1981). (a) Potencial de sucção ( $\psi$ ) e condutividade hidráulica ( $K$ ). (b) Difusividades isotérmicas ( $D_{\theta l}$ ,  $D_{\theta v}$ ) e térmicas ( $D_{Tl}$ ,  $D_{Tv}$ ).

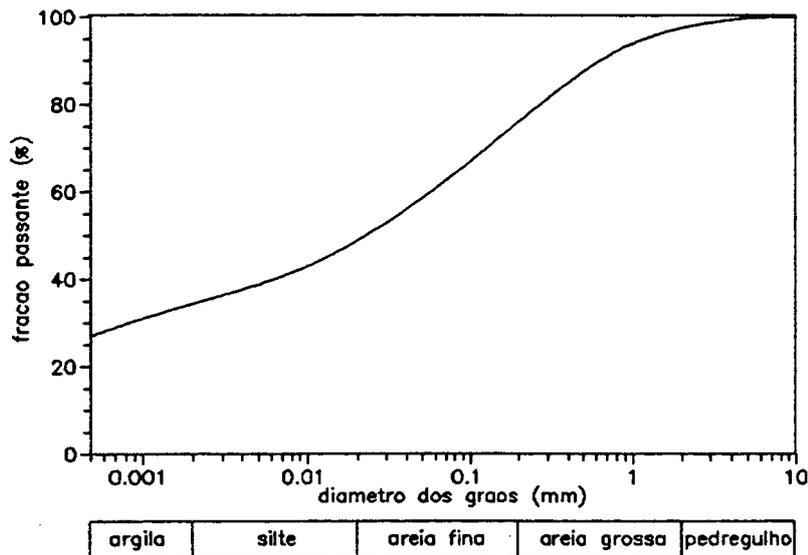


Figura 3.2: Curva granulométrica do solo silto-arenoso utilizado por Couvillion (1981).

O comportamento de  $D_{\theta l}$  com  $\theta$  pode ser explicado a partir dos comportamentos de  $K(\theta)$  e  $\partial\psi(\theta)/\partial\theta$ . A condutividade hidráulica é máxima na saturação e torna-se zero para valores de umidade abaixo do valor em que a água líquida perde a sua continuidade. Este valor de umidade é característico de cada solo e denomina-se conteúdo de umidade irreduzível ou residual ( $\theta_r$ ). A curva de potencial de sucção mostrada na figura 3.1 corresponde à região de  $\theta > \theta_r$ . Para valores de umidade maiores que  $\theta_r$ , existem canais contínuos de água líquida através do meio e ilhas de líquido isoladas destes canais. A medida que a umidade aproxima-se de  $\theta_r$ , o número e tamanho destas ilhas isoladas aumenta e o número de canais conectados com as faces externas do meio diminui. Alguns autores denominam esta região de fase funicular da umidade. Nesta região, o potencial de sucção parte de zero na saturação e tende a um valor máximo quando a umidade tende para  $\theta_r$ . Para conteúdos de umidade inferiores a  $\theta_r$ , a água líquida encontra-se espalhada no meio poroso preenchendo os poros menores ou recobrendo a superfície dos grãos. Nesta região, diz-se que a água encontra-se no seu estado pendular. Os potenciais de retenção da água em poros pequenos e na forma adsorvida são altos e esta água só pode ser removida por um processo de evaporação. Por isso, o valor de  $\partial\psi/\partial\theta$  para  $\theta > \theta_r$  (fase funicular) atinge um valor máximo em  $\theta_r$ . Assim, o comportamento de  $D_{\theta l}$  com  $\theta$  é basicamente o comportamento de  $K(\theta)$ , com uma queda não tão acentuada porque  $K(\theta)$  é multiplicado por  $\partial\psi/\partial\theta$ .

$D_{\theta l}$  possui, ainda, variação com a temperatura devido à variação de  $\mu_l$ ,  $k$ ,

e  $\psi$  com a temperatura. A variação de  $\mu_l$  com a temperatura é obtida de tabelas de propriedades. Sendo  $k_{sat}$  uma propriedade da matriz sólida, normalmente assume-se que é independente da temperatura. A variação de  $k_{rl}$  e  $\psi$  com a temperatura é mais difícil de ser determinada tanto experimentalmente quanto teoricamente. Inicialmente, verificar-se-á o comportamento de  $\psi$  com T.

Na região de umidade funicular a água ocupa os poros do meio devido à sua tensão interfacial. A Lei de Young-Laplace estabelece uma relação de equilíbrio entre as pressões internas e externas a um menisco de líquido com o seu raio de curvatura R,

$$\psi \rho_l = p_l - p_v = - \frac{\sigma}{R} \quad (3.53)$$

onde  $\sigma$  é a tensão interfacial entre água líquida e o vapor em [N/m] (Na Eq. (3.53) é feita a hipótese que  $\rho_v \ll \rho_l$ ).

A partir da Eq. (3.53) Phillip e De Vries consideraram que as variações de  $\psi$  com a temperatura são devidas às variações de  $\sigma$  com a temperatura. Dessa forma, as variações de  $\partial\psi/\partial\theta$  com a temperatura podem ser previstas por,

$$\left(\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right)_T = \frac{\sigma}{\sigma_0} \left(\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right)_{T_0} \quad (3.54)$$

onde o subscrito 0 indica valores de referência.

Usualmente tem-se considerado que a permeabilidade relativa é independente da temperatura (Bear, 1972, pg 459, Haridasan e Jensen, 1971). Assim, a partir da variação de  $\sigma$  e  $\mu_l$  com a temperatura tem sido calculada a variação de  $D_{rel}$  com a temperatura. A Tabela 3.1 apresenta valores de  $\mu_l$  e  $\sigma$  em função da temperatura para a água.

TABELA 3.1 : Valores de  $\mu_l$  para a água líquida e  $\sigma$  para o par água/ar em função da temperatura (Hillel, 1980).

Temperatura (°C)	$\mu_l$ (x 10 <sup>9</sup> kg/m s)	$\sigma$ (N/m)
20	1,002	0,0727
30	0,798	0,0711
40	0,653	0,0695
50	0,547	0,0679

O efeito da temperatura na curva de  $\psi$ , embora seja causado pela variação de  $\sigma$  com T, é maior que o previsto pela Eq. (3.54). A variação de  $\sigma$  com T modifica a distribuição da água no meio poroso, um fato que pode ser evidenciado pela variação do volume de ar bloqueado no meio poroso com a variação de T (Cary, 1966). A fim de explicar-se este fenômeno é interessante imaginar o meio poroso como uma rede de canais com dimensões variáveis e conectados entre si. Para valores diferentes de  $\sigma$ , segundo a Lei de Young-Laplace, varia o raio do capilar que pode ser secado para um dado incremento de sucção em um processo de drenagem. Mas para o capilar ser secado não basta ter raio abaixo de um dado raio crítico. Ele precisa estar conectado à face de saída do meio. Assim, para diferentes valores de  $\sigma$  em cada sucção tem-se um grupo diferente de canais que é efetivamente seco. Como a tensão interfacial da água decresce com o aumento da temperatura, isto implica que para temperaturas maiores mais poros são secados a uma dada sucção e como consequência a curva de potencial de sucção desloca-se para a esquerda e a umidade residual torna-se menor. Da mesma forma, com o aumento de T, para uma dada sucção, torna-se menor a quantidade de ar bloqueada no interior do meio. Este efeito também influencia a curva de permeabilidade relativa pois esta também depende da continuidade da fase líquida em cada saturação.

Assim, a dependência de  $\psi$  com T relaciona-se também com a distribuição das dimensões dos poros e com a sua interconectividade e não apenas com a variação de  $\sigma$  com T. Este aspecto pode ser mais ou menos relevante dependendo do meio estudado. Qualitativamente, quanto maior a gama de dimensões de poros encontrados no meio e quanto menor sua conectividade maior o desvio do comportamento de  $\psi$  com T em relação ao previsto pela Eq. (3.54). Assim, esta relação deve ser mais satisfatória para os solos mal graduados do que para os solos bem graduados.

Portanto, é adequado medir-se experimentalmente o comportamento  $\psi$  com T. Logicamente, porém, na falta de dados experimentais deve-se utilizar a Eq. (3.54) como uma aproximação ao problema.

#### Difusividade do Líquido devido a Gradientes de Temperatura.

A difusividade térmica do líquido, obtida da Lei de Darcy, é calculada por,

$$D_{Tl} = \frac{K}{g} \left( \frac{\partial \psi}{\partial T} \right)_{\theta} = \frac{\rho_l k_{sat} k_{rl}}{\mu_l} \left( \frac{\partial \psi}{\partial T} \right)_{\theta} \quad (3.55)$$

O comportamento de  $D_{Tl}$  é difícil de ser medido experimentalmente porque com a presença de um gradiente de temperatura ocorre simultaneamente um fluxo de líquido e de vapor e é difícil medir-se estes fluxos separadamente. A maneira usual de obtenção de  $D_{Tl}$  é através da medição de  $k(\theta)$  e do comportamento de  $\psi$  com  $\theta$  e  $T$ .

O comportamento de  $D_{Tl}$  com  $\theta$  pode ser explicado a partir de considerações físicas. Para valores de umidade abaixo de  $\theta_r$ , a permeabilidade torna-se zero e assim  $D_{Tl}$  também é zero para  $\theta < \theta_r$ . Para a condição de saturação, não existem interfaces de líquido e vapor e assim o fluxo de líquido termicamente induzido também deve ser nulo, uma vez que  $\rho_l$  será constante (ver Eqs. 3.19, 3.20 e 3.53). Em algum valor de  $\theta$  existe um máximo para  $D_{Tl}$ .

A variação de  $D_{Tl}$  com a temperatura provém das variações de  $\mu_l$ ,  $k$  e  $\psi$  com a temperatura. Novamente assume-se que  $k_{rl}$  não varia com  $T$  e somente as dependências de  $\mu_l$  e  $\psi$  com  $T$  influenciam  $D_{Tl}$ . Phillip e De Vries consideraram que a variação de  $\psi$  com  $T$  é uma consequência da variação de  $\sigma$  com  $T$ . Assim, a partir de Lei de Young e Laplace,

$$\left( \frac{\partial \psi}{\partial T} \right)_{\theta} = - \frac{1}{R} \frac{d\sigma}{dT} = \frac{\psi}{\sigma} \frac{d\sigma}{dT} = \gamma \psi \quad (3.56)$$

onde  $\gamma = 1/\sigma \ d\sigma/dT$  é denominado coeficiente de temperatura da tensão interfacial.

As evidências experimentais na grande maioria mostram que a Eq. (3.56) subestima a variação de  $\psi$  com  $T$ . Jury e Miller (1974) através de medições de  $\psi$  com  $\theta$  e  $T$  para um solo arenoso determinaram valores de  $\partial\psi/\partial T$  3 a 5 vezes maiores que os previstos pela Eq. (3.56). Gardner (1954) determinou a variação de  $\psi$  com  $T$  para uma faixa de 0 a 50 °C para 4 valores de  $\theta$  em 4 tipos de solo. De modo geral, obtiveram um comportamento linear com pequenos desvios nas temperaturas mais altas, provavelmente devido ao método experimental empregado. Tanto Jury e Miller quanto Gardner determinaram que  $\partial\psi/\partial T$  cresce para  $\theta$  próximo à saturação e para  $\theta$  próximo a  $\theta_r$  e possui um mínimo em algum valor intermediário de  $\theta$ . Os valores de  $\partial\psi/\partial T$  obtidos por Gardner são da ordem de 10 vezes maiores que os previstos pela Eq. (3.56). Os resultados obtidos por Haridasan e Jensen (1972) também indicam uma variação de  $\psi$  com  $T$  maior que a prevista pela Eq. (3.56). A discrepância dos resultados previstos pela Eq. (3.56) com as evidências experimentais pode dever-se ao fenômeno de variação

da conectividade dos poros com a temperatura, conforme explicado no item anterior. Este mecanismo tenderia a aumentar o valor de  $\partial\psi/\partial T$  em relação à eq. (3.56).

Cary (1966) propõe outros mecanismos de transporte de líquido devido ao gradiente de temperatura. Tais mecanismos estariam relacionados a alterações químicas da água e a formação de gradientes osmóticos devido à ação da temperatura. Taylor e Cary (1960) verificaram a existência de fluxo de líquido termoinduzido mesmo em solos saturados.

Em face do exposto, a melhor opção continua sendo a determinação experimental da dependência de  $\psi$  com  $T$ . Porém, logicamente, na falta de informações mais completas, a Eq. (3.56) fornece uma aproximação ao problema.

#### Difusividade do Vapor devido a Gradientes de Umidade.

A difusividade isotérmica do vapor foi obtida a partir de uma extensão da Lei de Fick e é calculada por,

$$D_{\theta v} = \frac{D_{va} R_a}{\rho_l R_a} \left( \frac{\partial \rho_v}{\partial \theta} \right)_T \quad (3.57)$$

$D_{\theta v}$  pode ser obtido experimentalmente através de um experimento de migração isotérmica de vapor em uma coluna unidimensional de solo. Tal experimento apresenta dificuldades principalmente na manutenção das condições de contorno e na medição do perfil de umidade. Ainda, a manutenção da isothermalidade da coluna de solo apresenta problemas para solos onde o calor desprendido na condensação do vapor é suficiente para alterar a temperatura da coluna (Laurindo, 1988). A maneira alternativa de obtenção de  $D_{\theta v}$  é através da medição ou estimativa de  $D_{va}$  e  $\partial \rho_v / \partial \theta$ .

O comportamento de  $D_{\theta v}$  pode ser explicado a partir da análise do processo da difusão isotérmica do vapor no solo.

A difusão do vapor no solo está relacionada a dois fenômenos. O primeiro relaciona-se à difusão isotérmica do vapor nos poros com ar. Neste primeiro fenômeno assume-se que o vapor tem o mesmo comportamento de um gás inerte. Os caminhos disponíveis à difusão dependem da distribuição de umidade no meio poroso para cada valor de  $\theta$ . Quando o solo está completamente seco, todos os poros estão disponíveis para a difusão fazendo com a difusividade efetiva seja

a mais alta possível. A medida que o conteúdo de umidade aumenta, inicialmente, somente os poros pequenos estão preenchidos com água e isto modifica pouco o comportamento da difusividade efetiva. Porém com o contínuo aumento de umidade o número e o tamanho dos poros preenchidos com água aumenta e isto passa a ter um efeito de redução da área disponível para a difusão de gás e de aumento da "tortuosidade" dos canais com ar. Assim, a difusividade efetiva experimenta nesta região uma queda acentuada. Com o aumento ainda maior do conteúdo de umidade, aumentaria a "tortuosidade" dos canais e haveria, principalmente, redução da área efetiva para a passagem do gás. A difusividade neste caso já seria bastante baixa e quando a fase gasosa perdesse a continuidade através do meio esta se tornaria zero. Este é o comportamento determinado experimentalmente através da difusão de gases nobres como Hélio e Argônio em meios porosos insaturados e é bastante semelhante ao comportamento da permeabilidade relativa da fase gasosa. Por exemplo, compare os resultados de Sallam et alli (1984) com os de Osoba et alli (1950).

Entretanto, para o vapor ocorre um segundo mecanismo que altera o comportamento da sua difusão. O vapor está em equilíbrio com a fase líquida em cada poro do meio. Ao impor-se ao meio um gradiente de concentração de vapor se estará determinando a distribuição de umidade do meio, e com isso definindo-se os caminhos disponíveis para a difusão do vapor. Ao mesmo tempo, está definindo-se também a quantidade de vapor disponível para o transporte. Ao variar-se a condição de contorno de concentração de vapor, a difusividade do vapor é alterada pelos dois efeitos, pela variação do espaço disponível para difusão e pela variação da quantidade de vapor.

Portanto, o comportamento da difusividade isotérmica do vapor pode ser explicada pela ação de dois mecanismos, a difusão "inerte" e a interação entre o vapor e o sólido. Para o solo seco, a umidade relativa é zero e assim a difusividade isotérmica de vapor também é zero. Com o crescimento do conteúdo de umidade cresce também a umidade relativa e a quantidade de vapor disponível ao transporte. Assim, a difusividade tem um rápido crescimento com o conteúdo de umidade. Entretanto, com o crescimento de  $\theta$  diminui a área disponível para difusão e aumenta a "tortuosidade" dos poros com ar. Quando este efeito sobrepõe-se ao primeiro a difusividade decresce e cai a zero no valor de umidade onde a fase gasosa perde a continuidade.

Os dois fenômenos acima ocorrem na fase gasosa. Porém, além destes dois fenômenos, existe outro cujo efeito é o aumento do fluxo de vapor através do meio (figura 3.3). Como através do meio existe um gradiente de concentração de vapor, estabelece-se um gradiente de conteúdo de umidade. Os poros com água

estarão sujeitos a valores de umidade relativa diferentes entre as suas extremidades e isto ocasionará um fluxo de líquido da região de umidade relativa maior para a região de umidade relativa menor. Este fluxo de líquido é alimentado pela condensação de vapor nas regiões com umidade relativa maior e fornece vapor por evaporação nas regiões com umidade relativa menor. Como resultado, o fluxo de vapor é acrescido por um processo de destilação.

O coeficiente de difusão "inerte" do vapor no ar no interior do meio ( $D_{va}$ ), deve levar em consideração os efeitos de variação de seção e conectividade dos poros livres com o conteúdo de umidade. Dessa forma, relaciona-se a difusividade efetiva  $D_{va}$  com as características do solo que determinam a distribuição de umidade e com a difusividade do vapor no ar livre ( $D_o$ ). A razão  $D_{va}/D_o$  é alguma função da distribuição dos poros do meio. Penman (1940) através de medições com gases inertes propôs que,

$$\frac{D_{va}}{D_o} = f(\theta) = \tau (\epsilon - \theta) \quad (3.58)$$

onde  $\tau$  é o fator de tortuosidade do meio, normalmente assumido 0,66, e  $D_o$  pode ser calculado por (Phillip e De Vries),

$$D_o = 2,56 \cdot 10^{-5} \left( \frac{p_o}{p} \right) \left( \frac{T}{T_o} \right)^{1,88} \quad (3.59)$$

onde  $p_o = 1,031 \cdot 10^5$  Pa e  $T_o = 273$  K são valores de referência.

Millington e Quirk (1961) através de considerações estatísticas, propôs que

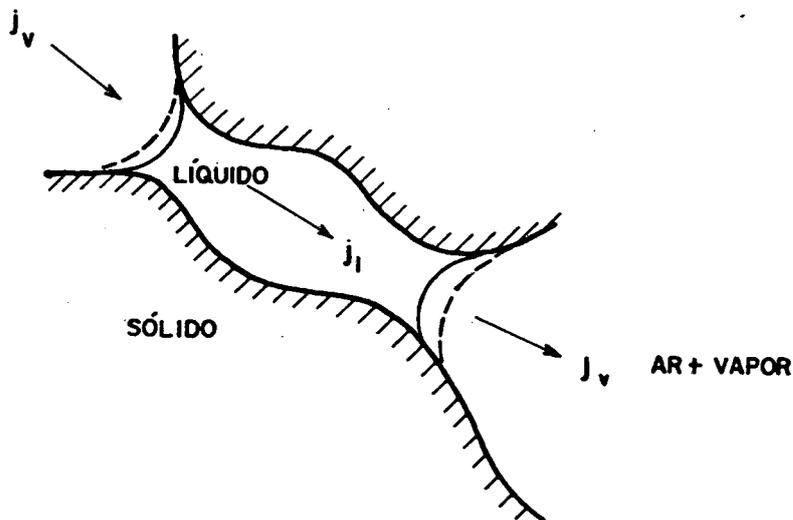


Figura 3.3 : Mecanismo de condensação/evaporação nas pontes de líquido.

$$f(\theta) = \frac{(\epsilon - \theta)^{10/3}}{\epsilon^2} \quad (3.60)$$

Observa-se que as relações acima foram determinadas sem levar-se em consideração o mecanismo de condensação/evaporação do vapor nos poros com água. A função  $f(\theta)$  pode, portanto, ser obtida experimentalmente para um solo em questão através de um experimento de difusão com um gás inerte. Embora exista bastante controvérsia a respeito da validade da Eq. (3.58) (Sallam et alli, 1984) esta, por sua simplicidade, é a mais utilizada.

A fim de levar-se em conta o mecanismo de transporte de vapor por condensação/evaporação nas pontes de líquido, Phillip e De Vries propuseram uma modificação em  $f(\theta)$  que aumenta o seu valor em relação à Eq. (3.58). A Eq. para  $f(\theta)$  torna-se,

$$f(\theta) = \begin{cases} \epsilon \tau & ; \theta < \theta_r \\ (\epsilon - \theta) \left[ 1 + \frac{\theta}{\epsilon - \theta_r} \right] \tau & ; \theta > \theta_r \end{cases} \quad (3.61)$$

A figura 3.4 mostra o valor de  $D_{va}/D_o$  fornecido pelas Eqs. (3.58), (3.60) e (3.61) em função de  $\theta_l$ .

Para completar-se a expressão para  $D_{\theta v}$  é necessário agora desenvolver-se uma expressão para  $\partial \rho_v / \partial \theta$ . A relação entre a pressão parcial de vapor e a

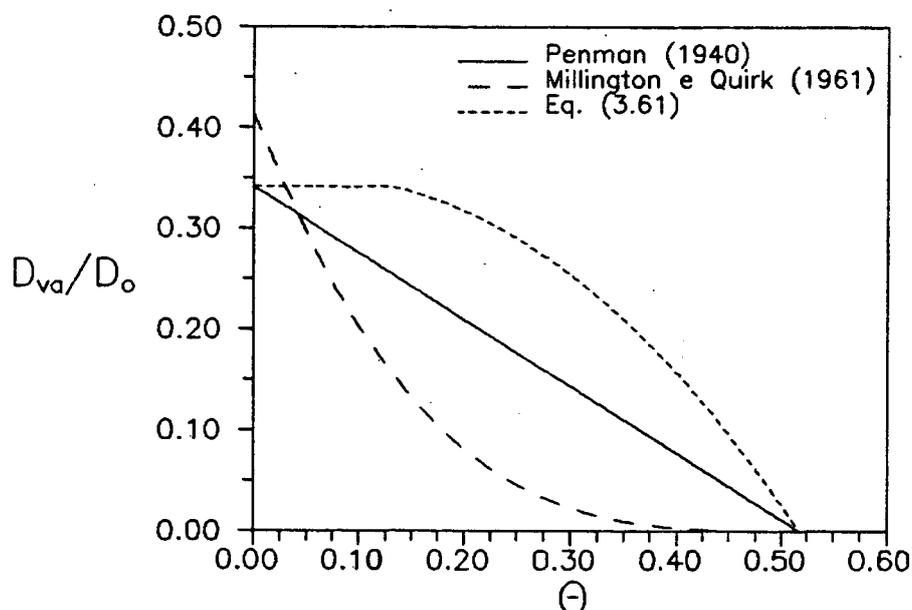


Figura 3.4: Valores de  $D_{va}/D_o$  fornecidos pelas equações de Penman (1940) e Millington e Quirk (1961) e pela Eq. (3.61).

umidade relativa é obtida de um experimento de adsorção de vapor. É usual que se expresse os resultados deste experimento em termos de potencial de sucção.

Através da condição de equilíbrio termodinâmico entre o vapor e o líquido no meio poroso, em um processo isotérmico, determina-se que (Adamson, 1982, pg 54),

$$\phi = \exp\left(\frac{\psi}{R_v T}\right) \quad (3.62)$$

onde  $\phi = p_v/p_{sat}$  é a umidade relativa da atmosfera em equilíbrio com o menisco. A Eq. (3.62) é conhecida como Lei de Kelvin.

Assim, pode-se escrever,

$$\left(\frac{\partial \rho_v}{\partial \theta}\right)_T = \rho_{sat} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \theta}\right)_T = \frac{\phi \rho_{sat}}{R_v T} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \theta}\right)_T \quad (3.63)$$

e a equação para  $D_{\theta v}$  torna-se,

$$D_{\theta v} = \frac{f(\theta) D_o \phi \rho_{sat} R_a}{\rho_l R_a R_v T} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \theta}\right)_T \quad (3.64)$$

A dependência de  $D_{\theta v}$  com  $T$  é uma consequência das dependências de  $f(\theta)$ ,  $D_o$ ,  $\rho_{sat}$  e  $\psi$  com  $T$ . As variações de  $\rho_{sat}$  e  $D_o$  com  $T$  são imediatas. A variação de  $\psi$  com  $T$  para a região de  $\theta > \theta_r$  já foi discutida.  $f(\theta)$  está sujeito ao mesmo tipo de consideração. Ao adotar-se a Eq. de Penman, negligencia-se a dependência de  $f(\theta)$  com  $T$ . Resta verificar a dependência de  $\psi$  com  $T$  para  $\theta < \theta_r$ .

O potencial de sucção está relacionado com a umidade relativa através da Lei de Kelvin. Ela varia de 0 para o meio seco a 1 para o meio saturado. Para valores de  $\theta < \theta_r$  a umidade relativa varia de aproximadamente de 0,98 a 0 (figura 3.5). Nesta região, a condensação de umidade no meio poroso ocorre pela ação de dois mecanismos. Para umidades relativas baixas a água adere às paredes dos grãos por um processo de adsorção física. As energias de adsorção são bastante altas e a quantidade de água adsorvida depende da temperatura. Na região em que o mecanismo de adsorção é dominante, o conteúdo de umidade adsorvido pode ser obtido a partir do modelo de polarização de De Boer e Zwicker (Adamson, 1982, Yunes, 1992),

$$\ln \phi = \frac{\epsilon_o}{R_v T} \exp(-\alpha \theta) \quad (3.65)$$

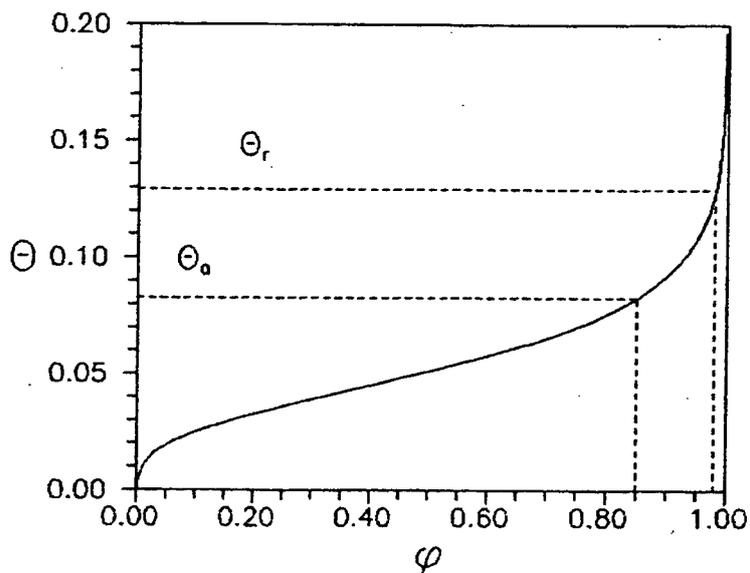


Figura 3.5 : Comportamento de  $\theta$  com  $\phi$  para  $\theta < \theta_r$ .

onde,  $\epsilon_0$  é o potencial de adsorção na superfície do poro, considerado constante, e  $\alpha$  é uma constante que depende de características da substância adsorvida, da área superficial específica e da densidade a seco do material poroso. Para solos, segundo Hartley (1986), tem sido verificado que a dependência de  $\alpha$  com  $T$  é bastante pequena. Assim, observa-se, das Eqs. 3.65 e 3.62, que a dependência de  $\psi$  com  $T$  nesta região pode ser considerada nula.

À medida que aumenta-se a umidade relativa, entra em ação o mecanismo de condensação capilar. A condensação capilar é uma decorrência da Lei de Kelvin (Eq. (3.62)) e da Lei de Young-Laplace (Eq. 3.53). Destas relações verifica-se que para uma determinada umidade relativa  $\phi$  ocorre condensação nos poros com raio de curvatura igual ou menor que  $R$ . Estes poros são então totalmente preenchidos com água, diminuindo a área superficial de sólido livre para a adsorção. A partir de um certo valor de  $\phi$  as superfícies livres restantes encontram-se cobertas com água e sem condições de reter mais água pelo mecanismo de adsorção. A partir deste valor de  $\phi$  o mecanismo predominante passa a ser o de condensação capilar. O valor de  $\theta$  em que a condensação capilar passa a ser predominante é denominado  $\theta_a$  e De Vries sugere que seja assumido como sendo o valor de  $\theta$  para  $\phi = 0,85$ . Na verdade, este valor depende do tipo de solo e da temperatura. Na região em que a condensação capilar é predominante, a relação entre  $\phi$  e  $\theta$  depende da temperatura de uma forma semelhante à discutida para  $\theta > \theta_r$ . Portanto, considera-se que para  $\theta < \theta_a$ ,

$\partial\psi/\partial\theta$  não depende de T e para  $\theta > \theta_a$  a dependência de  $\partial\psi/\partial\theta$  com T é prevista pela Eq. 3.56.

### Difusividade do Vapor devido a Gradientes de Temperatura.

A difusividade térmica do vapor foi também obtida a partir de uma extensão da Lei de Fick e é calculada por,

$$D_{TV} = \frac{D_{v\alpha} R_\alpha}{\rho_l R_\alpha} \left( \frac{\partial \rho_v}{\partial T} + \frac{\rho_v}{T} \right)_T \quad (3.66)$$

$D_{TV}$  é difícil de ser obtido experimentalmente. Para calcular-se  $D_{TV}$  a partir da Eq. (3.66) é usual escrevê-la em termos de umidade relativa. Fazendo  $\rho_v = \phi \rho_{sat}$  e utilizando a Equação de Clausius-Clapeyron para o cálculo da variação de  $\rho_{sat}$  com T,  $D_{TV}$  torna-se,

$$D_{TV} = \frac{D_{v\alpha} R_\alpha}{\rho_l R_\alpha} \rho_{sat} \left( \frac{\partial \phi}{\partial T} + \frac{\phi h_{lv}}{T^2 R_v} \right)_T \quad (3.67)$$

Os valores de  $\phi$  podem ser associados aos valores de  $\psi$  pela Lei de Kelvin (Eq. 3.62). Para  $\theta < \theta_a$  considera-se que  $\psi$  não depende de T. Para  $\theta > \theta_a$  a dependência de  $\psi$  com T pode ser aproximada pela Eq. 3.56. Assim, obtém-se,

$$\frac{\partial \phi}{\partial T} = \begin{cases} -\frac{\phi \psi}{R_v T^2} ; \theta < \theta_a \\ \frac{\phi}{R_v T} \left( \gamma \psi - \frac{\psi}{T} \right) ; \theta > \theta_a \end{cases} \quad (3.68)$$

No desenvolvimento do fluxo de vapor  $j_v$  utilizou-se a Lei de Fick estendida para o meio poroso como um todo. Entretanto, rigorosamente, a Lei de Fick só é válida para descrever o processo de difusão de vapor dentro de um poro. Uma das hipóteses implícitas no desenvolvimento da equação da energia é o equilíbrio térmico local entre as fases. Desta forma, considera-se que as temperaturas médias no líquido são iguais às temperaturas médias no gás e no sólido e que estas são portanto iguais a média global da temperatura das três fases. Entretanto, os gradientes de temperatura em cada fase podem ser bastante diferentes, devido às diferenças de escalas entre os volumes ocupados pelas fases. Como a equação para o fluxo de vapor foi desenvolvida para um

poro, a variação da concentração de vapor através do poro deve-se ao gradiente de temperatura médio da fase gasosa e não ao gradiente de temperatura médio global, para o qual foi escrita a equação da conservação da energia. Com estes argumentos parece razoável que a expressão para  $D_{TV}$  seja multiplicada por um fator de intensificação térmico dado por,

$$\zeta = \frac{\langle \nabla T_g \rangle^g}{\langle \nabla T \rangle} \quad (3.69)$$

onde  $\langle \nabla T_g \rangle^g$  é o gradiente de temperatura médio na fase gasosa e  $\langle \nabla T \rangle$  é o gradiente de temperatura médio global. Estes valores podem ser calculados por uma teoria proposta por De Vries (1952) (De Vries, 1975) ou por um modelo desenvolvido por Jackson (1983). O modelo proposto por De Vries será revisto no Capítulo 7. Considera-se que, para  $\theta > \theta_r$ , a água líquida presente no solo comporta-se como um meio contínuo no qual estão dispersos as partículas sólidas e os poros preenchidos com ar. Para  $\theta < \theta_r$ , o ar comporta-se como meio contínuo no qual estão dispersas "partículas" de água. Após considerações adicionais,  $\zeta$  é calculado por,

$$\zeta = \frac{k_a}{\theta_l + \sum_i \theta_{s_i} k_{s_i} + \theta_a k_a} \quad (3.70)$$

onde,  $\theta_{s_i}$  é a fração volumétrica das partículas que possuem a mesma forma e condutividade térmica  $\lambda_{s_i}$ .  $k_i$  é a razão entre o gradiente de temperatura médio na fase  $i$  e o gradiente de temperatura médio na água líquida (meio contínuo).

Considerando que as partículas sólidas possuem a forma de um elipsóide de revolução com semi-eixos  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  e que a posição das partículas é randômica,  $k_{s_i}$  é calculado por,

$$k_{s_i} = \frac{1}{3} \sum_{j=\alpha\beta\gamma} \left[ 1 + \left( \frac{\lambda_{s_i}}{\lambda_l} - 1 \right) g_{s_j} \right]^{-1} \quad (3.71)$$

onde o somatório na Eq. (3.71) é feito para  $g_{s\alpha}$ ,  $g_{s\beta}$  e  $g_{s\gamma}$  que são, respectivamente, fatores de forma do elipsóide na direção dos semi-eixos  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$ .

Os fatores de forma obedecem a seguinte relação,

$$g_\alpha + g_\beta + g_\gamma = 1 \quad (3.72)$$

Assumindo que a forma dos grãos sólidos possa ser aproximada por um elipsóide com semi-eixos  $\alpha = \beta = n \gamma$  obtém-se que  $g_\alpha = g_\beta$  e  $g_\gamma$  é calculado a partir de  $n$ . No Capítulo 7 explora-se com detalhes o modelo de De Vries e apresenta-se equações para o cálculo de  $g_\alpha$  em função de  $n$ .

Para o cálculo de  $k_\alpha$  utiliza-se uma equação semelhante,

$$k_\alpha = \frac{1}{3} \sum_{j=\alpha\beta\gamma} \left[ 1 + \left( \frac{\lambda_\alpha^*}{\lambda_l} - 1 \right) g_{\alpha j} \right]^{-1} \quad (3.71)$$

onde  $g_\alpha$  para os poros com ar varia de 1/3 (que corresponde a uma bolha esférica para a qual  $n = 1$ ), para umidades próximas à saturação, até um valor correspondente a  $n = 10$ , para valores de umidade próximos de  $\theta_r$ . Assume-se que esta variação é linear.  $\lambda_\alpha^*$  é uma condutividade térmica aparente do ar nos poros calculada considerando-se que a condutividade térmica do ar nos poros é acrescida pela transferência de calor latente devido à migração de vapor. Este efeito aumenta com a temperatura e pode exceder em muitas vezes a condutividade térmica "real" do ar. Para valores de umidade inferiores a  $\theta_c$ , onde  $\theta_c$  é a capacidade de campo do solo,  $\lambda_\alpha^*$  varia linearmente até um valor igual a  $\lambda_\alpha$  para  $\theta = 0$ . No Capítulo 7 apresenta-se a equação para o cálculo de  $\lambda_\alpha^*$  e uma discussão acerca do valor de  $\theta_c$ .

A figura 3.6 mostra o comportamento de  $\zeta$  para um solo com  $\lambda_s = 5,85$  W/mK (solo da figura 3.1). Este solo apresenta  $\theta_c = 0,207$  ( $S_c = 0,40$ ) e  $\theta_r = 0,129$  ( $S_r = 0,25$ ). Para o cálculo com a Eq. 3.70 utilizou-se  $g_{sA} = 0,33$  e  $g_{sA} = 0,076$ . O valor  $g_{sA} = 0,33$  corresponde a considerar-se grãos esféricos e  $g_{sA} = 0,076$  consiste em considerar-se os grãos elipsoidais com  $n = 8$  (grãos achatados). O valor 0,076 foi determinado de maneira que a condutividade térmica calculada para o meio seco fosse igual ao valor experimental, estando incluída a correção de 1,25 proposta por De Vries (1963). Neste caso, a diferença entre os valores calculado e experimental para o estado saturado é de 21 %. Esta diferença foi usada para corrigir os valores calculados, conforme o método utilizado no Capítulo 7. A figura 3.7 apresenta os valores calculados de condutividade térmica efetiva utilizando-se o modelo de De Vries. Da figura 3.6 observa-se que os valores de  $\zeta$  calculados pelo modelo de De Vries situam-se entre 1,5 e 2 e é pequena a influência de  $g_{sA}$  (menor que 15 %).

O modelo de Jackson (1983), utilizado por Couvillion (1981), é um modelo de célula unitária destinado ao cálculo da condutividade térmica efetiva de meios porosos granulares insaturados. O Capítulo 7 descreve este modelo em

detalhes. Para o cálculo de  $\zeta$  utiliza-se,

$$\zeta = \frac{1}{\frac{\lambda_a}{\lambda_s} + \frac{\varepsilon - \theta_L}{1 - C_{\alpha\alpha}}} \quad (3.72)$$

onde  $C_{\alpha\alpha}$  é a fração da superfície sólida total do meio que está em contato mútuo (partícula-partícula) e é calculada por,

$$C_{\alpha\alpha} = \frac{\frac{\lambda_o}{\lambda_s} \left( 1 - \varepsilon + \frac{\lambda_s}{\lambda_a} \varepsilon \right) - 1}{\frac{\lambda_o}{\lambda_s} - 1 + \left( \frac{\lambda_s}{\lambda_a} - 1 \right) \varepsilon} \quad (3.73)$$

onde  $o$  indica o solo seco.

Jackson propôs que  $\lambda_s$  seja calculado como a média aritmética das condutividades térmicas dos minerais que compõe o solo. Isto equivale a considerar que estes minerais comportam-se como resistências térmicas em paralelo. A figura 3.6 apresenta os valores de  $\zeta$ , calculados pela Eq. (3.72), em função de  $\theta_L$  para o solo da figura 3.1.  $\zeta$ , conforme calculado pelo modelo de Jackson, torna-se igual a  $\lambda_s/\lambda_a$  para  $\theta = \theta_{sat}$ . Para o solo da figura 3.1,  $\lambda_s = 5,85$  W/mC e, sendo  $\lambda_a \cong 0,026$  W/mC,  $\lambda_s/\lambda_a \cong 225$ . Os valores calculados pelo modelo de Jackson são muito maiores que os valores calculados pelo modelo de De Vries, chegando a um máximo de 100 vezes maior na saturação. Na verdade, o modelo de Jackson é válido somente para  $\theta$  até valores da ordem de 0,10 (ver

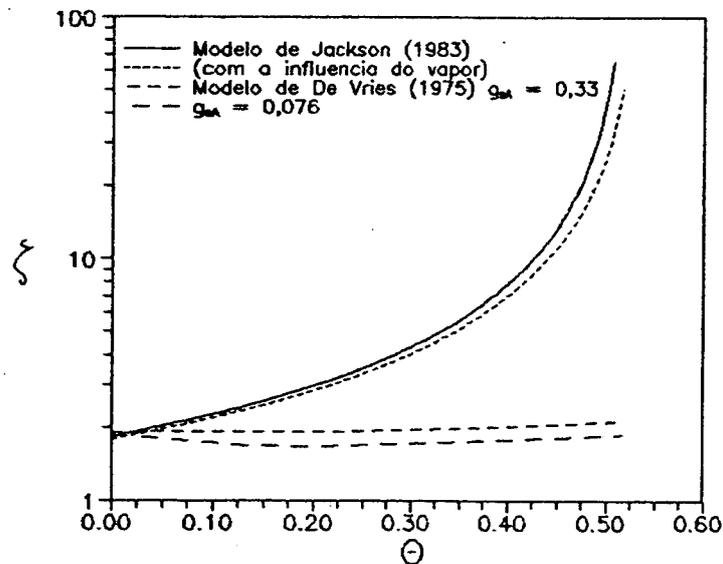


Figura 3.6: Valores do fator de intensificação térmico calculado pelos modelos de Jackson (1983) e De Vries (1952).

Capítulo 7). Nesta faixa ele fornece valores da mesma ordem de grandeza que os calculados pelo modelo de De Vries. Couvillion (1981) utilizou  $\zeta$  conforme calculado pelo modelo de Jackson. Neste caso os valores de  $D_{TV}$  tendem a aumentar com  $\theta$ , conforme observa-se na figura 3.8, até perto da saturação, onde como  $f(\theta)$  tende a zero,  $D_{TV}$  tende também a zero. Como o modelo de De Vries fornece melhores valores de condutividade térmica efetiva para os solos de um modo geral, recomenda-se a utilização da Eq. 3.70 ao invés da 3.72 no cálculo de  $\zeta$ . No modelo de Jackson poderia ser incluída também a influência do fluxo de vapor nos poros com ar, nos moldes do modelo de De Vries. Isto porém, melhoraria pouco os valores calculados pela Eq. 3.72. Ressalta-se, ainda, que sendo  $\zeta$  uma função de  $\lambda_s$ , ele fará com que  $D_{TV}$  seja também uma função de  $\lambda_s$ .

Embora a inclusão do coeficiente  $\zeta$  na expressão de  $D_{TV}$  no trabalho original de Phillip e De Vries (1957) deveu-se a considerações empíricas, sua validade pode ser comprovada teoricamente, para meios porosos com estrutura geometricamente simples, através da utilização da Teoria das Médias Volumétricas de Whitaker, conforme Moyne et alli (1988) (ver discussão no Capítulo 7).

Com a inclusão do parâmetro  $\zeta$  e considerando  $D_{va} = f(\theta) D_0$ , a equação para o cálculo de  $D_{TV}$  pode ser escrita como,

$$D_{TV} = \frac{\zeta f(\theta) D_0 R_a \rho_{sat}}{\rho_l R_a} \left( \frac{\partial \phi}{\partial T} + \frac{\phi h_{lv}}{T^2 R_w} \right)_T \quad (3.74)$$

Observa-se que o primeiro termo entre parênteses na Eq. 3.74 é negligenciável para  $\theta > \theta_r$ . Assim,  $D_{TV}$  é basicamente uma função de T.

### Condutividade Térmica Efetiva.

A condutividade térmica efetiva ( $\lambda$ ) aparece na equação do fluxo de calor e relaciona-se à troca de calor por condução através do meio. O valor de  $\lambda$  corresponde à condutividade do meio na situação hipotética em que não houvesse movimento de líquido ou vapor. Na realidade, um fluxo de calor através do solo sempre induzirá algum fluxo de vapor e isto dificulta a obtenção experimental de  $\lambda$ .

O valor de  $\lambda$  possui contribuições da fase sólida, líquida e gasosa. Depende, além das condutividades térmicas dos componentes, da estrutura do

meio, incluindo a forma, o tamanho e distribuição dos grãos, e do conteúdo de umidade. A figura 3.7 mostra a variação de  $\lambda$  com  $\theta$  para o mesmo solo da figura 3.1. Pode-se interpretar o comportamento de  $\lambda$  em relação a  $\theta$  verificando-se como o líquido se comporta no meio poroso.

Quando o meio está totalmente seco, a condução de calor se dá preferencialmente através dos grãos. Como entre cada grão existe uma resistência de contato, parte deste calor passa através dos poros com ar. Assim, nesta situação  $\lambda$  possui o menor valor possível. Com um pequeno acréscimo de umidade, esta irá se concentrar na superfície de contato dos grãos, devido a sua alta energia de retenção. Assim, o líquido passa a formar pequenas pontes curto-circuitando os grãos adjacentes. Desta forma, um pequeno acréscimo em  $\theta$  causa um aumento substancial em  $\lambda$ . Com o aumento ainda maior de  $\theta$ , as pontes de líquido aumentam e melhoram ainda mais as condições de contato entre as partículas. Entretanto, a partir de um certo valor de  $\theta$  os grãos já estão suficientemente conectados e os acréscimos de umidade passam a contribuir menos para a condutividade térmica efetiva. Assim, a partir de um certo valor de  $\theta$ ,  $\lambda$  fica aproximadamente constante e atinge o seu valor máximo na saturação.

As variações de  $\lambda$  com  $T$  devem-se basicamente às variações das condutividades térmicas dos materiais com a temperatura. Entretanto, também existe uma influência da variação do arranjo da umidade no meio poroso com  $T$ , porém, tal influência é difícil de ser determinada.

A determinação teórica e experimental da condutividade térmica efetiva e a influência do fluxo de vapor serão abordados com maior detalhe no Capítulo 7.

A figura 3.8 apresenta as difusividades calculadas para o solo da figura 3.1 em duas temperaturas diferentes, 20 °C e 70 °C. Observa-se uma maior dependência percentual com a temperatura nos coeficientes  $D_{gv}$  e  $D_{tv}$ .

A seguir, com base no comportamento das propriedades do meio, discute-se o comportamento da umidade e da temperatura em um meio poroso insaturado quando este é submetido a um gradiente de temperatura.

### Comportamento dos Fluxos de Calor e Umidade Próximos a uma Fonte Térmica.

Em um solo insaturado submetido a um gradiente de temperatura o fluxo de calor inicialmente se dá por condução através dos grãos sólidos e pontes de

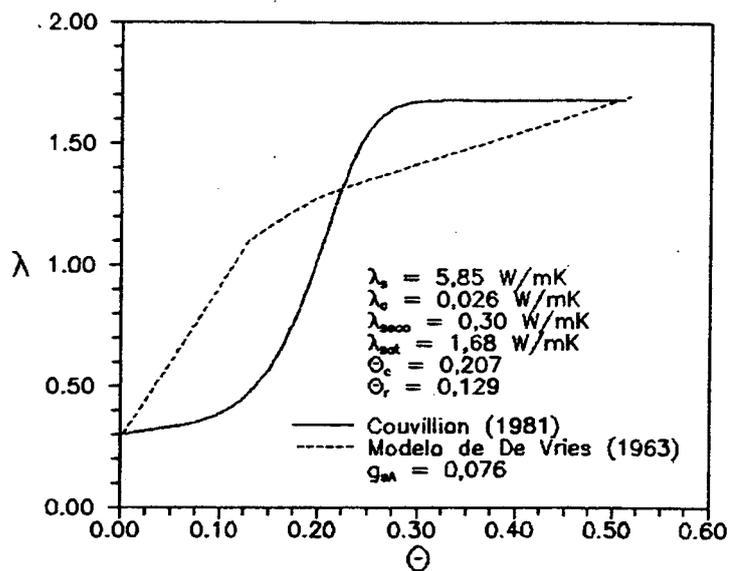


Figura 3.7 : Condutividade térmica efetiva do solo da figura 3.1.

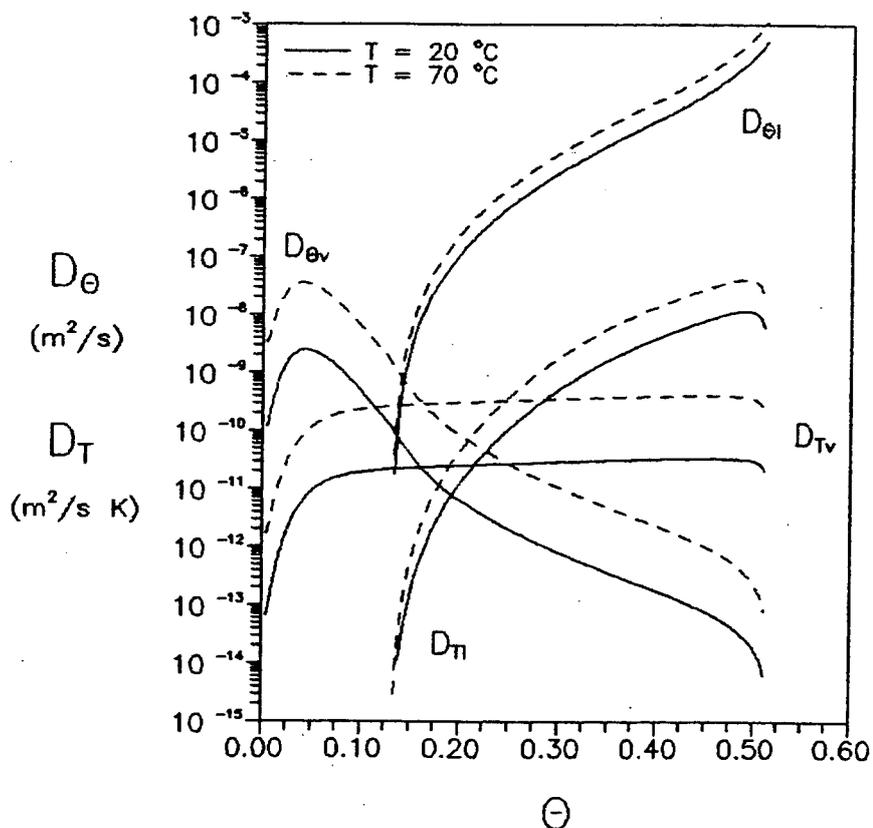


Figura 3.8: Difusividades calculadas para o solo da figura 3.1 para as temperaturas de 20 e 70 C.

líquido. Rapidamente, porém, o campo térmico gerado altera as condições de equilíbrio na superfície dos grãos e um processo de evaporação se estabelece nas regiões mais quentes. Devido também ao campo térmico surge um gradiente de pressão de vapor na mesma direção do fluxo de calor e inicia-se então um processo de difusão de vapor nos poros com ar e através das pontes de líquido.

O fluxo de vapor depende do gradiente gerado e da difusividade térmica do vapor ( $D_{TV}$ ). O fluxo de vapor cresce com o gradiente de temperatura e começa a alterar substancialmente o conteúdo de umidade do meio. As regiões mais quentes tornam-se mais secas e as mais frias tornam-se mais úmidas. O gradiente de temperatura também age sobre a fase líquida. Nas regiões mais quentes a diminuição da tensão superficial faz com que as forças que prendem a água nos poros fiquem menores em relação àquelas que agem nas regiões mais frias. Assim, existindo continuidade na fase líquida, o líquido migrará para as regiões mais frias, sob a ação do gradiente de temperatura, e este fluxo será regulado pela difusividade térmica do líquido ( $D_{TL}$ ). Portanto, com os fluxos termo induzidos de vapor e líquido as regiões quentes tornam-se mais secas e as regiões frias mais úmidas.

A partir do estabelecimento de um gradiente de conteúdo de umidade adverso ao gradiente de temperatura, líquido migra das regiões mais úmidas para as regiões mais secas. Esta migração ocorre desde que haja continuidade da fase líquida e é regulada pela difusividade isotérmica do líquido ( $D_{\theta l}$ ). Da mesma forma, nas regiões com maior umidade, como a água está em equilíbrio com o vapor, a pressão parcial de vapor é mais alta que nas regiões mais secas. Este gradiente, então, induz um movimento de vapor das regiões mais úmidas para as regiões mais secas e este fluxo é regulado pela difusividade isotérmica do vapor ( $D_{\theta v}$ ).

Considerando as equações para o fluxo de calor e umidade,

$$j_u = - (D_{\theta l} + D_{\theta v}) \nabla \theta - (D_{Tl} + D_{Tv}) \nabla T + K_u z \quad (3.74)$$

$$j_q = - (\lambda + \rho_l h_{lv} D_{Tv}) \nabla T - \rho_l h_{lv} D_{\theta v} \nabla \theta \quad (3.75)$$

verifica-se resumidamente que,

Na equação do fluxo de massa, Eq. (3.74), o primeiro termo indica o fluxo de líquido e vapor das regiões úmidas para as regiões secas e o segundo termo o fluxo de líquido e vapor das regiões mais quentes (e portanto mais secas) para as regiões mais frias (e portanto mais úmidas). Na equação do fluxo de calor, Eq. (3.75), o primeiro termo relaciona-se ao fluxo de calor por

condução pura nos grãos sólidos e pontes de líquido principalmente. O segundo termo é o fluxo de calor latente carregado pelo vapor das regiões mais quentes (e portanto mais secas) para as regiões mais frias (e portanto mais úmidas). O terceiro termo representa o fluxo de calor latente reconduzido pelo vapor que migra das regiões mais úmidas (e portanto mais frias) para as regiões mais secas (e portanto mais quentes). Do balanço dos fluxos de massa resulta a distribuição de umidade e do balanço dos fluxos de calor, a distribuição de temperatura. Como os fluxos de massa e energia dependem ambos da temperatura e da umidade, o processo desenvolve-se acopladamente.

Obviamente, o resultado obtido depende não somente das propriedades do meio, mas das condições de contorno de massa ou fluxo de massa e temperatura ou fluxo de calor impostos ao problema. Por exemplo, considere o caso de um fluxo de calor imposto a uma fronteira impermeável do meio poroso (não troca massa com o exterior). Esta fronteira pode ser por exemplo a superfície de um cabo elétrico cujas propriedades térmicas não variam com  $T$ . Este fluxo de calor terá que sair do cabo por um processo de condução ou migração de vapor. Se o fluxo de calor for baixo e o meio estiver suficientemente úmido grande parte do calor deverá migrar por condução de calor e um pequeno fluxo de vapor será suficiente para retirar a parcela restante. Dessa forma, o fluxo de líquido em sentido inverso será suficiente para reabastecer as regiões próximas ao cabo e assim, não haverá a secagem completa do material. Porém, se o fluxo de calor for alto ou se não houver no solo um conteúdo de umidade suficientemente alto, o fluxo de vapor será intenso a fim de remover o calor na taxa necessária. Não havendo reposição de líquido na taxa adequada o solo irá secando gradativamente. A secagem do solo diminui a condutividade térmica efetiva e com isso aumenta o gradiente de temperatura ocasionando, por sua vez, um aumento ainda maior do fluxo de vapor. A partir de um certo valor de umidade, o líquido perde totalmente a possibilidade de retorno, a secagem do solo é acelerada e a temperatura do cabo sobe drasticamente. A partir do instante em que o solo nas proximidades do cabo está seco, ocorre fluxo de calor por condução pura. Estas situações são as mais críticas para o projeto de um cabo elétrico subterrâneo. Observa-se que quando o solo perto do cabo seca a ponto do líquido perder a sua continuidade, o único fluxo de massa possível nesta região é na forma de vapor. Nestas condições mesmo com o desligamento do cabo elétrico, o retorno da umidade se dá de uma forma muito lenta. O mecanismo de retorno de umidade no instante em que deixa de existir a fonte térmica (o cabo elétrico é desligado) é semelhante ao mecanismo de infiltração isotérmica de líquido no solo. Este mecanismo pode ser explicado

como segue.

Inicialmente, ocorre apenas difusão de vapor da região mais úmida para a região mais seca. A medida que o vapor invade o meio ele se condensa aumentando o conteúdo de umidade. Na interface entre a frente de vapor e a frente de líquido a umidade relativa está em equilíbrio com o líquido. Isto permite uma condensação mais intensa nesta região, e a frente de líquido desloca-se sobre esta região quando a permeabilidade deixa de ser zero. Assim, atrás da frente de vapor migra a frente de líquido na direção do solo mais seco. Atrás da frente de líquido existe conexão e assim pode existir fluxo de líquido por gravidade inclusive. Outro aspecto relacionado a este processo de umedecimento é que as propriedades do meio são diferentes daquelas durante a drenagem devido ao mecanismo de histerese.

Outra análise que pode ser feita relaciona-se à influência relativa dos mecanismos de transporte para cada valor de  $\theta$ .

A figura 3.9 mostra as curvas das difusividades em função do conteúdo de umidade para um solo argiloso e foi dividida em três regiões:

Na região I o fluxo de calor ocorre por condução nas fases sólida e líquida e por transporte de vapor termicamente induzido. A parcela de fluxo de calor devido ao fluxo isotérmico de vapor é pequena devido ao fato de  $D_{\theta v}$  ser

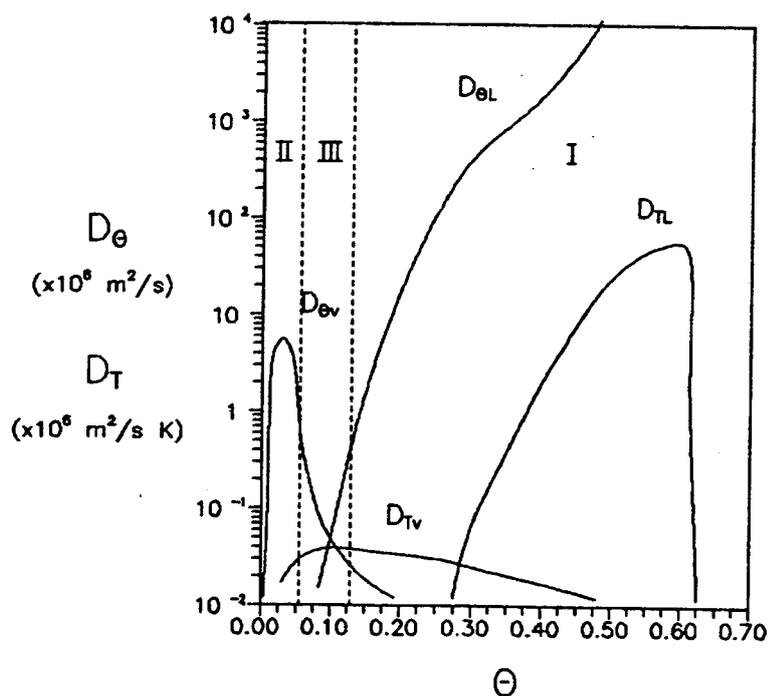


Figura 3.9 : Propriedades típicas para um solo de textura fina (Hartley, 1986).

praticamente nulo. Ainda, o coeficiente  $\lambda + \rho_l h_{lv} D_{TV}$  é aproximadamente constante para valores baixos de  $T$ . Na equação da conservação da massa predomina a parcela de fluxo isotérmico de líquido frente às outras parcelas. Assim, nesta situação, as equações para os fluxos de massa e energia tornam-se,

$$j_u = - D_{\theta l} \nabla \theta + K_u z \quad (3.76)$$

$$j_q = - \lambda_{op} \nabla T$$

onde,  $\lambda_{op} = \lambda + \rho_l h_{lv} D_{TV} \approx$  constante.

Portanto, o sistema de equações torna-se desacoplado e as equações de conservação podem ser resolvidas separadamente.

Na região II, o fluxo de calor ocorre basicamente por transporte de vapor e por condução na fase sólida. Não existe fluxo de líquido e a migração de umidade ocorre somente por transporte de vapor. Neste caso as equações para os fluxos de massa e energia tornam-se,

$$j_u = - D_{\theta v} \nabla \theta - D_{TV} \nabla T \quad (3.77)$$

$$j_q = - (\lambda + \rho_l h_{lv} D_{TV}) \nabla T - \rho_l h_{lv} D_{\theta v} \nabla \theta$$

Observa-se que as equações são acopladas mas despreza-se os efeitos de  $D_{\theta l}$  e  $D_{Tl}$ .

Na região III,  $D_{\theta l} \approx D_{\theta v}$  e o fluxo de umidade ocorre tanto na forma de vapor como na forma de líquido. O fluxo de calor possui parcelas tanto condutiva como de transporte de calor latente e as equações precisam ser usadas na forma completa (Eq. 3.50 e 3.51).

Observa-se que as equações de fluxo de massa e energia no modelo de Phillip e De Vries (Eq. 3.50 e 3.51) representam a soma dos efeitos causados pelo gradiente de temperatura com os efeitos causados pelo gradiente de umidade. Isto implica em considerar-se que os processos de transferência de calor e massa ocorrem simultaneamente, sem interferência e em todos os pontos do meio. Entretanto, na realidade, não se pode garantir a independência completa dos fenômenos de forma que estas equações precisam ainda ser testadas e modelos mais completos precisam ser desenvolvidos.

A seguir apresenta-se as equações de conservação da massa e da energia e as equações finais para o cálculo das difusividades.

### 3.6 EQUAÇÕES FINAIS DO MODELO

As equações de conservação da massa e energia (Eqs. 3.51 e 3.52) são,

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \nabla \cdot \left[ (D_{\theta l} + D_{\theta v}) \nabla \theta + (D_{Tl} + D_{Tv}) \nabla T \right] \quad (3.78)$$

$$C \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot \left[ (\lambda + \rho_l h_{lv} D_{Tv}) \nabla T + (\rho_l h_{lv} D_{\theta v}) \nabla \theta \right] \quad (3.79)$$

As equações para as difusividades (Eqs. 3.52, 3.55, 3.64 e 3.74), são,

$$D_{\theta l} = \frac{K}{g} \left( \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right)_T = \frac{\rho_l k_{sat} k_{rl}}{\mu_l} \left( \frac{\partial \psi}{\partial \theta_l} \right)_T \quad (3.80)$$

$$D_{Tl} = \frac{K}{g} \left( \frac{\partial \psi}{\partial T} \right)_\theta = \frac{\rho_l k_{sat} k_{rl}}{\mu_l} \left( \frac{\partial \psi}{\partial T} \right)_\theta \quad (3.81)$$

$$D_{\theta v} = \frac{f(\theta) D_o}{\rho_l} \frac{R_a \phi \rho_{sat}}{R_a R_v T} \left( \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right)_T \quad (3.82)$$

$$D_{Tv} = \frac{\zeta f(\theta) D_o}{\rho_l} \frac{R_a \rho_{sat}}{R_a} \left( \frac{\partial \phi}{\partial T} + \frac{\phi h_{lv}}{T^2 R_v} \right)_T \quad (3.83)$$

Verificadas as particularidades do modelo de transporte de calor e massa em meios porosos, passa-se a sua aplicação em um solo em particular.

O próximo capítulo descreve as características gerais de um solo artificial utilizado no reaterramento de cabos de potência. Para este solo, é necessário a determinação das difusividades requeridas pelo modelo.

Para o cálculo das difusividades efetuou-se medições de condutividade térmica efetiva ( $\lambda$ ), potencial de sucção ( $\psi$ ) e condutividade hidráulica ( $K$ ). As propriedades foram medidas em função da umidade e foram feitas estimativas das suas variações com a temperatura. Cada um dos capítulos seguintes tratará de uma propriedade especificamente e ao final propõe-se funções para o cálculo de  $\lambda$ ,  $\psi$  e  $K$  em função de  $\theta$  e  $T$ .

## Capítulo 4

### Caracterização do Material Utilizado

---

#### 4.1 INTRODUÇÃO

O material utilizado neste trabalho é um solo artificial produzido a partir de rochas graníticas.

O granito é uma rocha magmática que, junto com os gnaisses, forma o substrato dos blocos continentais. Os granitos se originaram a partir da transformação, em grande profundidade, de rochas que já estiveram na superfície. Estas rochas foram se acumulando na forma de sedimentos ao longo de milênios e formaram camadas espessas. Sofreram aumento de temperatura e pressão e transformaram-se em rochas metamórficas. As rochas metamórficas, nas regiões onde as condições de pressão e temperatura eram favoráveis, sofreram um processo de fusão. Com o movimento destas rochas fundidas para regiões de menor temperatura houve a sua solidificação lenta, gerando os granitos. No Brasil existem grandes formações graníticas como a Serra do Mar e a Serra da Mantiqueira.

Como a formação dos granitos foi lenta e gradual, os diversos minérios que entram na sua composição cristalizaram-se e formaram grãos com dimensões que variam de milimétrica a centimétrica, podendo ser identificadas a olho nu. Ainda, devido à lentidão no processo de formação dos granitos, os grãos dos diversos minerais apresentam aproximadamente o mesmo tamanho.

Os principais minerais que compõe os granitos são os feldspatos, o quartzo, os anfibólios e as micas. O feldspato, que corresponde de 30 % a 50 % da composição dos granitos, pode ser do tipo ortoclásio ou plagioclásio. Ambos

possuem cor branca, rósea ou amarela, brilho vítreo, boa clivagem e densidade de 2,6 a 2,75 g/cm<sup>3</sup>. O quartzo corresponde de 38 % a 45 % da composição dos granitos e apresenta cor branca ou incolor, brilho vítreo e densidade de 2,65 g/cm<sup>3</sup>, não tem plano de clivagem e a sua fratura apresenta-se irregular e abaulada. Dos anfibólios, que correspondem de 5 % a 12 % da composição, o mais comum é a hornblenda que apresenta cor verde escuro a preta, opaca, boa clivagem e densidade de 2,95 a 3,8 g/cm<sup>3</sup>. Entre as micas, que correspondem de 7 % a 13 %, a mais comum é a biotita que apresenta cor preta, clivagem excelente e densidade de 2,9 a 3,1 g/cm<sup>3</sup>. Outros minerais que podem ser encontrados em menor proporção são zirconita, turmalina, fluorita, apatita, rutilo e hematita.

A cor dos granitos está associada à cor do feldspato, pois este é o mineral predominante. Assim, pode variar de cinza claro a cinza escuro, amarelo, róseo ou vermelho. De acordo com sua composição mineralógica, a densidade dos granitos pode variar de 2,6 a 2,8 g/cm<sup>3</sup>.

Quimicamente, o granito é composto por sílica (SiO<sub>2</sub>), que forma o quartzo e está presente no feldspato, anfibólios e micas, e alumina (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) presente na maioria dos minerais a exceção do quartzo. A Tabela 4.1 apresenta a composição química média de um granito do estado de São Paulo, segundo Leinz (1989). A exceção dos grandes derramamentos basálticos no centro-sul do país e das bacias sedimentares, o solo brasileiro foi formado a partir da decomposição de uma rocha matriz granítica. Estas transformações agiram principalmente na fração de feldspato, pois o quartzo é mecanicamente e

Tabela 4.1: Composição química média de um granito do estado de São Paulo (Leinz, 1989, pg 69).

Composto	Porcentagem em Massa
SiO <sub>2</sub>	69
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	14
K <sub>2</sub> O	4,2
NaO	3,6
CaO	3,2
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	2,1
MgO	1,9
FeO	1,4
outros	0,6

quimicamente mais resistente.

O solo utilizado neste trabalho foi obtido a partir da moagem de rochas graníticas provenientes de uma jazida da região da grande São Paulo (Pedreira Reago, Cumbica-SP). Compõe-se de uma mistura de grãos grossos ( $D > 2 \text{ mm}$ ) e grãos finos ( $D < 0,15 \text{ mm}$ ). Os grãos grossos, que representam 60 % em massa da mistura, são obtidos da moagem industrial do granito e posterior separação por peneiramento. É utilizado somente a fração do peneiramento conhecida como brita fina. A figura 4.1 mostra a curva granulométrica desta fração da mistura que será denominada fração grossa. A fração fina, que corresponde aos restantes 40 % em massa da mistura, é o resíduo da moagem do granito. Este resíduo, originado na moagem, é lavado do britador e das peneiras pelo sistema de refrigeração e limpeza a água e é depositado em lagoas de decantação. Após certo período em repouso todo o resíduo está depositado no fundo da lagoa e é retirado por intermédio de escavadeiras. Após, é empilhado em um pátio da pedreira e secado ao sol. A parcela de finos é basicamente areia fina com silte, possuindo pequena parcela ( $< 2 \%$ ) de partículas coloidais (argila). A figura 4.1 mostra a distribuição granulométrica dos finos, dos grossos e da mistura contendo 60 % de grossos e 40 % de finos.

A utilização de materiais compostos no reaterro de cabos de potência é bastante comum. Mitchel et alli (1981,a) reportam resultados obtidos para dois materiais compostos. O primeiro, denominado "Fire Valley Thermal Sand", é composto por 55 % de grãos com diâmetro dentre 2 e 10 mm e 45 % de grãos com diâmetro entre 0,05 e 0,6 mm. O segundo é denominado "Round Robin Sand" e é formado por 50 % de grãos com diâmetro entre 1 e 10 mm e 50 % de grãos com diâmetro entre 0.01 e 1 mm. A Fire Valley Thermal Sand tem sido extensivamente utilizada pelo Los Angeles Department of Power, California (EUA), como material de reaterro em linhas de alta tensão. O solo utilizado pela PIRELLI no reaterro de cabos de potência foi obtido tendo como referência a composição granulométrica da Fire Valley Thermal Sand.

A escolha do material utilizado neste trabalho decorre de uma necessidade imediata da indústria de cabos elétricos PIRELLI Cabos S.A. de Santo André, SP. Este material, desenvolvido pela própria empresa, tem sido extensivamente utilizado em instalações elétricas no estado de São Paulo. Havia uma necessidade urgente em caracterizar o material e prever o seu desempenho nas instalações já feitas. Adicionalmente, há a necessidade de ganhar subsídios técnicos que auxiliem o projeto de novas instalações.

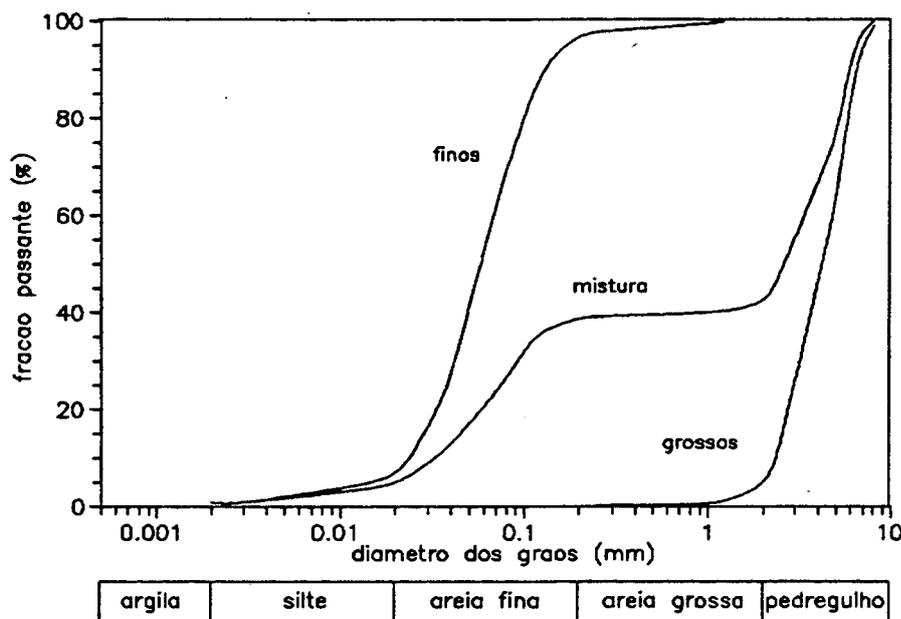


Figura 4.1: Curva granulométrica do material utilizado e das frações grossa e fina que o compõe.

A adoção do material por parte da empresa deve-se, basicamente, às suas excelentes qualidades de condutividade térmica, densidade e resistência à compressão, além, é claro, de critérios econômicos relacionados a fabricação, transporte e utilização do material. A importância de ter uma alta condutividade térmica recai na necessidade de dissipar o calor gerado pelos cabos. O valor alto de condutividade térmica está relacionado com a alta condutividade térmica do granito e com a alta densidade do solo, a qual por sua vez é uma consequência da distribuição granulométrica do solo. A figura 4.2 mostra o efeito que a distribuição de diâmetro dos grãos exerce na porosidade de um leito de esferas. Nota-se que se a distribuição de diâmetro das esferas menores for criteriosamente escolhida, é possível, teoricamente, reduzir-se a zero a porosidade do material. Devido também à alta densidade do solo e ao formato dos grãos, a resistência à compressão é alta. Este tipo de propriedade é importante para que o solo tenha a capacidade de resistir aos esforços compressivos que o cabo exerce, principalmente nas curvas que existem na linha. A dilatação térmica do cabo atua no sentido de aumentar os esforços aplicados ao solo.

Devido a sua alta densidade é de se esperar também que tenha uma alta energia de retenção capilar (potencial de sucção) e uma baixa condutividade

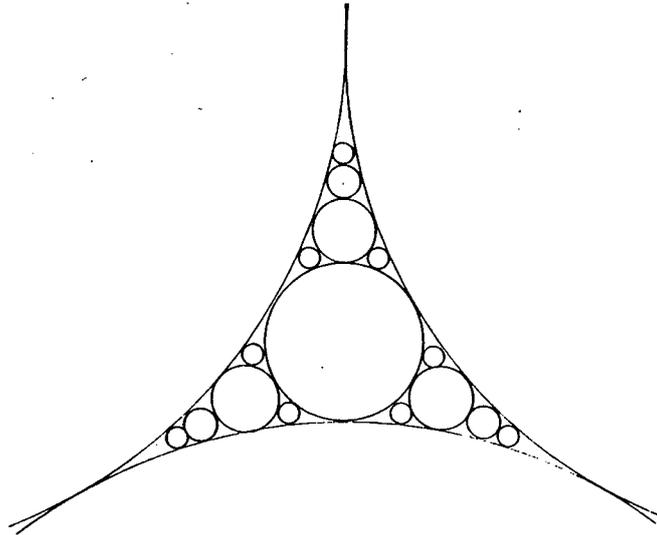


Figura 4.2: Efeito da distribuição granulométrica na porosidade de um leito de esferas.

hidráulica, quando comparado com solos naturais de curva granulométrica semelhante. Observa-se que solos naturais normalmente possuem grãos arredondados. O alto potencial de sucção é uma característica desejável do ponto de vista de resfriamento do cabo elétrico porque relaciona-se ao movimento de retorno do líquido das regiões frias (afastadas do cabo) para as regiões quentes (próximas ao cabo). Porém, sendo baixa a condutividade hidráulica, tal benefício pode ser perdido. Portanto, sob o ponto de vista puramente hidráulico é difícil afirmar se este material é melhor ou pior que areias finas naturais.

A seguir analisa-se algumas de suas características separadamente. Doravante este material será denominado de backfill. Este nome faz alusão à sua utilidade ("backfill" = reaterro) e já é amplamente utilizado pela PIRELLI.

#### 4.2 CARACTERIZAÇÃO VISUAL DO SOLO

Segundo a norma ASTM D2488-69 que trata da descrição visual de solos, o backfill pode ser caracterizado como areia com finos, de coloração cinza clara e com predominância de grãos angulares e pequena percentagem de grãos subangulares.

A figura 4.3 mostra o aspecto dos grãos angulares e subangulares

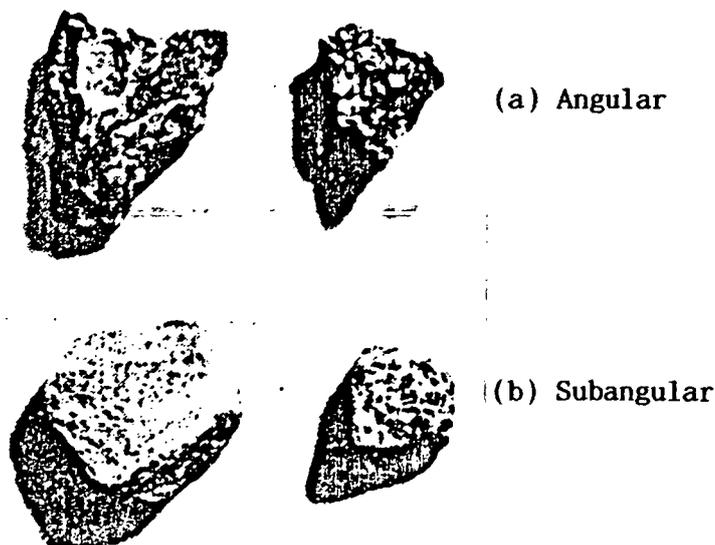


Figura 4.3: Aspecto dos grãos visíveis do material.

encontrados no backfill. Os grãos angulares apresentam uma relação entre a maior dimensão e a menor dimensão da ordem de 20/4 mm/mm enquanto os subangulares apresentam da ordem de 18/8 mm/mm.

#### 4.3 CLASSIFICAÇÃO DO SOLO

##### 4.3.1 CURVA E CLASSIFICAÇÃO GRANULOMÉTRICA

A figura 4.1 apresenta o resultado do ensaio de granulometria. O ensaio de granulometria é normalizado pelo DNER com a norma DNER-ME 51-64 "Análise Granulométrica de Solos" e pela ASTM com a norma ANSI/ASTM D 422-63 "Particle-Size Analysis of Soils".

O levantamento da curva granulométrica foi feito através de peneiramento mecânico e peneiramento manual. No peneiramento manual, seguiu-se as recomendações da norma ABNT MB-1/79 que trata do levantamento da curva de granulometria de cimento Portland. No peneiramento manual cada peneira é agitada independentemente, segundo um movimento padrão, e passa-se à próxima peneira somente quando a variação de massa entre duas pesagens consecutivas for menor que 0,1 %. No peneiramento mecânico utilizou-se um agitador de peneiras com "timer" e variação da frequência de agitação. Utilizou-se o procedimento normalizado pela PIRELLI para homologação de partidas de material provenientes da pedreira. Este procedimento consiste em agitar-se o conjunto de 12 peneiras em 3 períodos sucessivos de 10 min onde fixa-se a frequência de agitação em mínima, média e máxima respectivamente.

A figura 4.4 apresenta os resultados obtidos pelos dois métodos. O peneiramento manual é recomendado pela norma ABNT MB-1/79 pelo fato de ser

mais eficiente. No peneiramento manual efetua-se a limpeza da superfície inferior da peneira antes de cada pesagem. Esta limpeza desobstrui a malha facilitando o peneiramento seguinte. O peneiramento mecânico origina na superfície das peneiras pontos onde a amplitude de vibração é menor. Nestes pontos ocorre acumulação de material dificultando o peneiramento. Porém, o que se observa na figura 4.4 é que o peneiramento mecânico foi mais eficiente que o manual e a diferença aumentou para os finos. Esta discrepância em relação ao comportamento esperado poderia ser atribuída à variação das amostras utilizadas nos testes. Utilizou-se amostras com 200 g para os testes com peneiramento mecânico e amostras com 50 g para o peneiramento manual. Foram feitos testes com amostras obtidas diretamente da bandeja e amostras obtidas por quarteamento. Os resultados dos vários testes permitiram concluir que não há variação significativa de granulometria de uma amostra para outra. Eliminando-se este efeito, conclui-se que, para o material analisado, o peneiramento mecânico, segundo o procedimento citado, é mais eficiente que o peneiramento manual, segundo a norma de ensaio de cimento Portland.

Voltando à análise do ensaio de granulometria, observa-se ainda que a distribuição granulométrica obtida no peneiramento equivale à distribuição da menor dimensão dos grãos. O que determina se um grão passa ou não por uma dada malha é a sua menor dimensão, independentemente, dentro de certos limites, das dimensões maiores. Assim, a curva granulométrica deve ser utilizada com

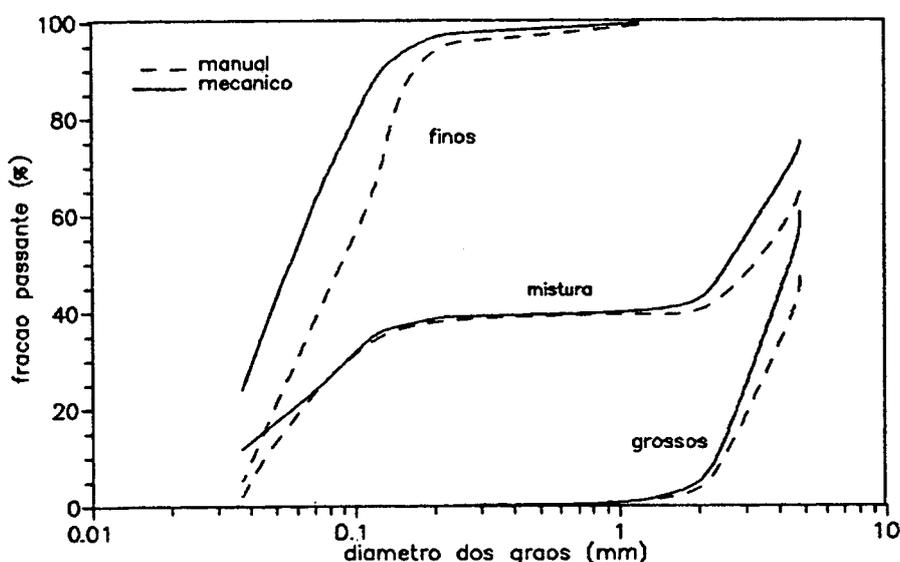


Figura 4.4: Curva granulométrica obtida do peneiramento mecânico e do peneiramento manual segundo a norma ABNT MB-1/79.

cuidado quando deseja-se comparar solos com grãos de formato diferente e quando deseja-se calcular uma dimensão média efetiva dos grãos. Neste caso, a dimensão média efetiva estará relacionada à maior esfera que pode ser inscrita dentro dos grãos e não fornece nenhuma medida da forma destes.

Para a detecção das partículas que passam na peneira 0,074 mm utiliza-se o ensaio de sedimentação. Conforme explorado no Capítulo 2, o ensaio de sedimentação baseia-se numa aplicação da Lei de Stokes para a sedimentação da parcela fina do solo. Os resultados obtidos podem ser interpretados como o diâmetro que teria uma esfera que demora o mesmo tempo para sedimentar quanto o grão de solo. Ainda, admite-se que não haja interação entre os grãos e que o solo esteja completamente defloculado, ou seja, não existam agregados de grãos finos. As parcelas mais finas do solo apresentam relações entre a menor e a maior dimensão maiores que as encontradas nos grãos visíveis. Através de observações em microscópio ótico verificou-se que a maioria dos grãos finos possuem formato planar, com uma dimensão muito menor que as outras. Isto dificulta a associação dos resultados do experimento de sedimentação a um diâmetro efetivo dos grãos. A parcela de finos com dimensão equivalente menor que 0,01 mm, embora seja pequena (< 2 %), exerce uma certa influência nas propriedades térmicas e hidráulicas do solo conforme será visto posteriormente.

Para a parcela de grãos finos (diâmetro efetivo < 0,074 mm) existem outros procedimentos de análise granulométrica como, por exemplo, o procedimento recomendado pela norma ANSI/ASTM E 20-68 (1974) "Recommended Practice for Analysis by Microscopical Methods for Particle-Size Distribution of Particulate Substances of Subsieves Sizes". Estes procedimentos, entretanto, são bastante trabalhosos e necessitam do emprego de equipamento mais sofisticado. Dada a natureza do presente trabalho, não foram utilizados estes métodos.

Da curva granulométrica, observa-se que este solo é composto basicamente de pedregulho e areia fina. As proporções de cada fração textural são dadas na Tabela 4.2.

Calculando-se os coeficientes de uniformidade e dispersão obtêm-se  $C_u = 80$  e  $C_z = 0,05$ . Estes valores indicam tratar-se de um solo bastante não uniforme. O aspecto da curva granulométrica permite concluir-se ainda, que se trata de um solo com graduação aberta a textura grossa.

Com base no triângulo de classificação granulométrica, figura 2.4, o solo é classificado como areia.

Tabela 4.2: Composição textural do solo com base na Classificação Internacional.

Fração Textural	Porcentagem em massa
Pedregulho	60
Areia Grossa	2
Areia Fina	33
Silte	4
Argila	1

Utilizando o procedimento da norma ANSI/ABNT D2487-69 que trata da classificação de solos para propósitos de engenharia, este solo é classificado como areia siltosa ou areia argilosa dependendo da plasticidade das parcelas passantes na peneira nº 200 (0,074 mm), que representam, 26 % do material. Neste caso necessita-se determinar os limites de liquidez e plasticidade.

#### 4.3.2 LIMITE DE LIQUIDEZ E ÍNDICE DE PLASTICIDADE

##### Limite de Liquidez

A determinação do limite de liquidez usualmente é feita utilizando-se o aparelho de Casagrande. O ensaio foi padronizado pela ASTM com a norma ANSI/ASTM D 423-66 (1972) "Test for Liquid Limit of Soils" e no Brasil pelo DNER através do método de ensaio DNER-ME 44-71 "Limite de Liquidez de Solos". O ensaio consiste em adicionar uma certa quantidade de água ao solo e moldá-lo em um recipiente de fundo esférico. Após a moldagem, abre-se um sulco no material, expondo o fundo do recipiente de forma que a parede do solo no sulco tenha uma altura de 1 cm. Através de uma manivela ligada a um excêntrico, imprime-se um movimento de elevação e queda brusca do recipiente sobre uma base de ebonite. Com o choque na base de ebonite, o material nas bordas do sulco sofre um esforço cisalhante e tende a fechá-lo. O movimento é feito de forma que o recipiente sofra em média 2 golpes por segundo. No instante em que o material cobrir o fundo do sulco, para-se o teste e leva-se uma porção deste material para secagem a fim de determinar-se a sua umidade. Anota-se em um gráfico semi-logarítmico o número de golpes para fechar o sulco e a umidade do material. Prepara-se, então, nova amostra em outra umidade e repete-se o teste. Convencionou-se denominar limite de liquidez o valor de umidade percentual para o qual o sulco fecha-se com 25 golpes. Tem sido demonstrado, teórica e experimentalmente, que o gráfico umidade percentual versus número de

golpes, em um gráfico semi-log comporta-se como uma linha reta. Assim, recomenda-se que pelo menos 3 medidas sejam feitas e que o limite de liquidez seja determinado através de um ajuste linear.

Para o backfill, não foi possível determinar-se o limite de liquidez através do aparelho de Casagrande. Observou-se que com 1 a 3 golpes já havia o fechamento do sulco indicando que o material possui um limite de liquidez muito baixo. Este comportamento é diferente do comportamento exibido pela maioria dos solos naturais. Mesmo os solos arenosos naturais exibem um comportamento que permite a determinação do seu limite de liquidez com o aparelho de Casagrande.

Um método alternativo de determinação do limite de liquidez é o Método do Penetrômetro de Cone, normalizado pela norma inglesa BS 1377:1975, Test 2(A) (Head, 1984). Este método baseia-se na medição da profundidade de penetração de um cone, com massa e dimensões padrões, em função do teor de umidade do solo. O limite de liquidez é definido com a umidade percentual do solo correspondente a uma profundidade de penetração de 20 mm. Foi mostrado (Head, 1984) que os resultados fornecidos por este método são idênticos aos fornecidos pelo método de Casagrande até  $L_L \sim 100$ . Acima de 100, este método fornece valores de  $L_L$  maiores que o método de Casagrande.

Para o backfill, não foi realizado este teste em virtude da falta do equipamento necessário. De qualquer forma, ficou demonstrado pelo teste de limite de plasticidade a total ausência de plasticidade do solo, que para finalidades de classificação é suficiente.

### Limite de Plasticidade

Para a determinação do índice de plasticidade (Eq. 2.10) é necessário determinar-se o limite de plasticidade. O ensaio de determinação do limite de plasticidade é normalizado pela ANSI/ASTM D 424-59 (1974) "Test for Plastic Limit and Plasticity Index of Soils" e no Brasil pela ABNT na norma ABNT MB-31-69 "Determinação do Limite de Plasticidade de Solos" e pelo DNER no método de ensaio DNER-ME 82-63 "Limite de Plasticidade de Solos".

A determinação do  $L_P$ , semelhantemente ao limite de liquidez, é um tanto empírica. O ensaio para a determinação do  $L_P$  consiste em umedecer o material com uma certa quantidade de água e manualmente moldar um cilindro com aproximadamente 3 mm de diâmetro e 10 cm de comprimento. Se o material não se romper, ele é amassado novamente e molda-se um novo cilindro. Observa-se que a cada reamassamento e moldagem naturalmente o solo perde umidade deixando-a na

mesa onde o amassamento foi realizado e na palma da mão do operador. Assim, em um dado instante do teste o material rompe-se ao se tentar moldar o cilindro. Neste instante, leva-se uma amostra à estufa e determina-se a sua umidade percentual. Este é o limite de plasticidade do solo.

O backfill não apresentou qualquer possibilidade de moldamento quando submetido ao teste de limite de plasticidade. Havia o rompimento dos cilindros de solo mesmo em umidades relativamente altas. Isto indica que o backfill não é plástico e assim possui índice de Plasticidade ( $P_I$ ) igual a zero.

Sendo  $P_I$  igual a zero, a fração fina do backfill, provavelmente, trata-se de areia fina e silte com pouca atividade.

#### 4.3.3 CLASSIFICAÇÃO DO SOLO

Utilizando-se o procedimento da norma ANSI/ASTM D 2487-69 que trata da classificação de solos para propósitos de engenharia, o backfill é classificado como areia siltosa com mistura mal graduada. A parcela de areia possui granulometria fina e devido aos finos não apresentarem plasticidade, verifica-se que existe uma parcela mínima de argila.

#### 4.4 POROSIDADE E DENSIDADE A SECO

A fim de determinar-se o valor de porosidade do solo para a densidade a seco de  $2 \text{ g/cm}^3$  procedeu-se três tipos de ensaios: um ensaio de deslocamento volumétrico, um ensaio de secagem e um ensaio para avaliar-se a densidade do granito.

Método de Deslocamento Volumétrico. Coloca-se em uma bureta graduada água destilada até um volume previamente estabelecido. Adiciona-se o solo à água até que o nível de solo na bureta atinja o nível inicial da água. Deve-se cuidar para efetuar a compactação necessária e evitar excessiva separação dos finos e grossos.

Considerando  $V_1$  o volume inicial da água na bureta e  $V_2$  o volume final alcançado pela água após a adição do solo, determina-se a porosidade por,

$$\epsilon = 2 - \frac{V_2}{V_1} \quad (4.1)$$

O solo é então retirado da proveta e secado em estufa a fim de se determinar a sua massa a seco ( $m_s$ ). A correspondente densidade a seco do

material é calculada por,

$$d_s = \frac{m_s}{V_1} \quad (4.2)$$

Com este método realizou-se uma medida apenas e determinou-se  $\epsilon = 0,40 \pm 0,05$  e  $d_s = 1,8 \pm 0,1 \text{ g/cm}^3$ . Utilizando-se a Eq. (2.1) pode-se calcular a correspondente densidade para o granito ( $d_g$ ) e obtém-se  $2,7 \pm 0,1 \text{ g/cm}^3$ .

Os erros deste método decorrem dos erros de medição de volume na proveta e de dificuldades na compactação do material. Das incertezas na determinação de volume decorrem principalmente os erros na determinação de  $d_g$ . Dos problemas na compactação decorre a dificuldade de obter-se a densidade requerida de  $2 \text{ g/cm}^3$ . Assim, decidiu-se utilizar outro método para determinar-se a porosidade do backfill.

Método de Secagem. Este método permite medidas simultâneas de porosidade e densidade a seco utilizando-se somente medidas de massa as quais podem ser feitas com bastante precisão. Pode-se medir diferentes valores de porosidade e densidade a seco simplesmente variando-se o esforço de compactação e pode-se também determinar-se indiretamente o valor da densidade média dos grãos de solo. No caso interessa-nos conhecer a densidade média dos grãos de granito.

O método é bastante semelhante aos métodos normalizados pela ASTM, ANSI/ASTM D 854-58 "Specific Gravity of Soils", e pelo DNER, DNER-ME 93-64 "Densidade Real de Solos", com a diferença de que neste método proposto pode-se controlar a compactação do material o que permite medições simultâneas de densidade a seco e porosidade para uma certa compactação desejada. Os métodos recomendados pela ASTM e pelo DNER permitem somente medições da densidade média dos grãos do solo.

Basicamente, o método consiste em compactar-se o meio saturado em um recipiente com volume conhecido e após secá-lo em estufa. A partir das massas antes e depois da secagem e do volume do recipiente, determinado previamente, determina-se a porosidade e a densidade a seco. O procedimento utilizado foi o seguinte:

- a. Determina-se o volume interno do recipiente ( $V_r$ ).
- b. Determina-se a massa do recipiente vazio ( $m_r$ ).
- c. Determina-se a massa do recipiente cheio com água ( $m_a$ ).
- d. Compacta-se o backfill no recipiente mantendo-o sempre completamente

saturado e determina-se a massa total úmida ( $m_{t,u}$ ).

e. Seca-se em estufa e determina-se a massa total seca ( $m_{t,s}$ ).

A porosidade da amostra é calculada por,

$$\epsilon = \frac{m_{t,u} - m_{t,s}}{m_a - m_r} \quad (4.3)$$

A densidade a seco da amostra é calculada por,

$$d_s = \frac{m_{t,s} - m_r}{V_r} \quad (4.4)$$

A partir da determinação de  $\epsilon$  e  $d_s$  para várias amostras, através do ajuste da Eq. (2.1), obtém-se a densidade média dos grãos de solo.

Realizou-se o ensaio para 54 amostras com a percentagem de finos variando de 0 a 100 %. Para metade das amostras utilizou-se um esforço de compactação máximo e para a outra metade utilizou-se o mínimo esforço possível. O controle de compactação para este segundo grupo é mais difícil e resulta em um espalhamento maior dos resultados. Com a variação da fração de finos conseguiu-se obter uma faixa de densidades a seco variando de 1,2 a 2,2 g/cm<sup>3</sup>. A figura 4.6 mostra a relação entre  $\epsilon$  e  $d_s$  e as figuras 4.7 e 4.8 mostram, respectivamente, a relação entre a porosidade e a densidade a seco e a percentagem de finos na mistura. Do ajuste linear dos pontos da figura 4.6 obtém-se  $d_g = 2,72 \pm 0,01$  g/cm<sup>3</sup>. Observa-se na figura 4.7 que a porosidade tem

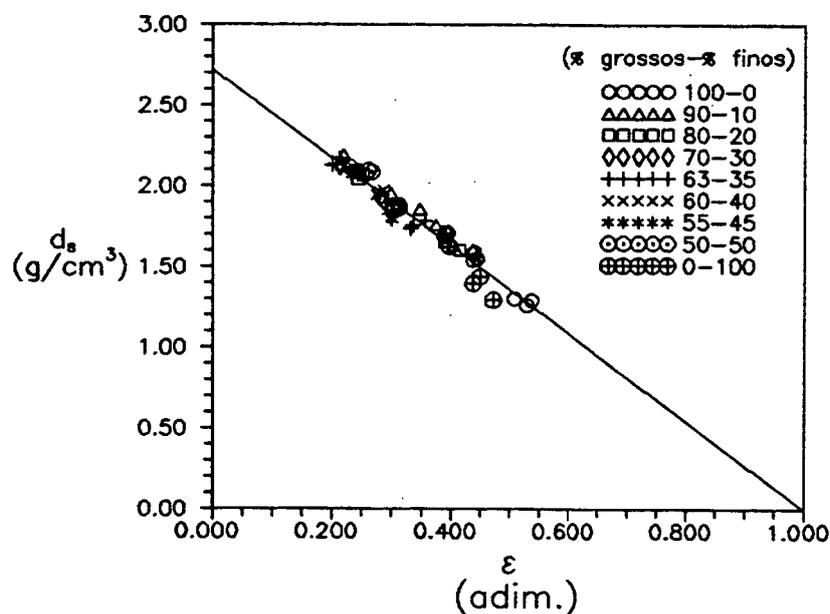


Figura 4.6: Relação entre  $\epsilon$  e  $d_s$  para o backfill.

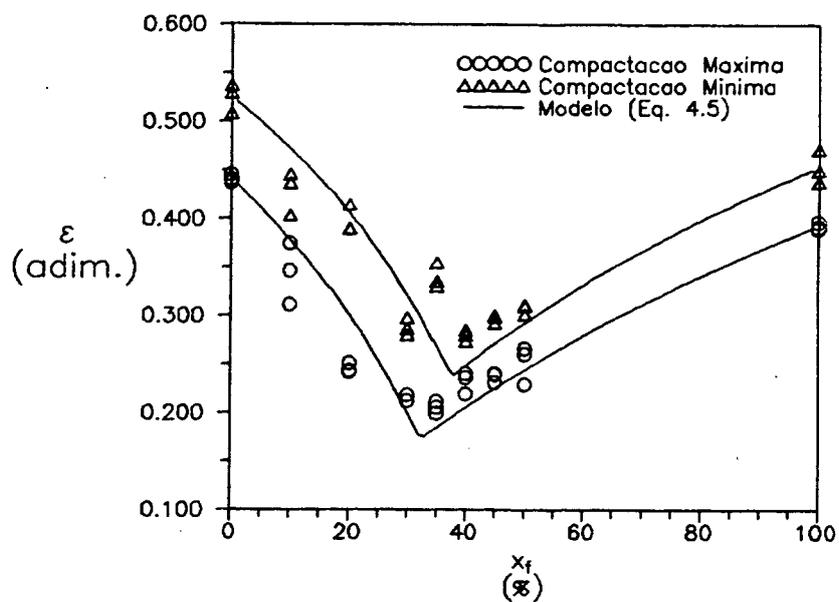


Figura 4.7: Relação entre porosidade ( $\epsilon$ ) e porcentagem de finos ( $x_f$ ) na mistura.

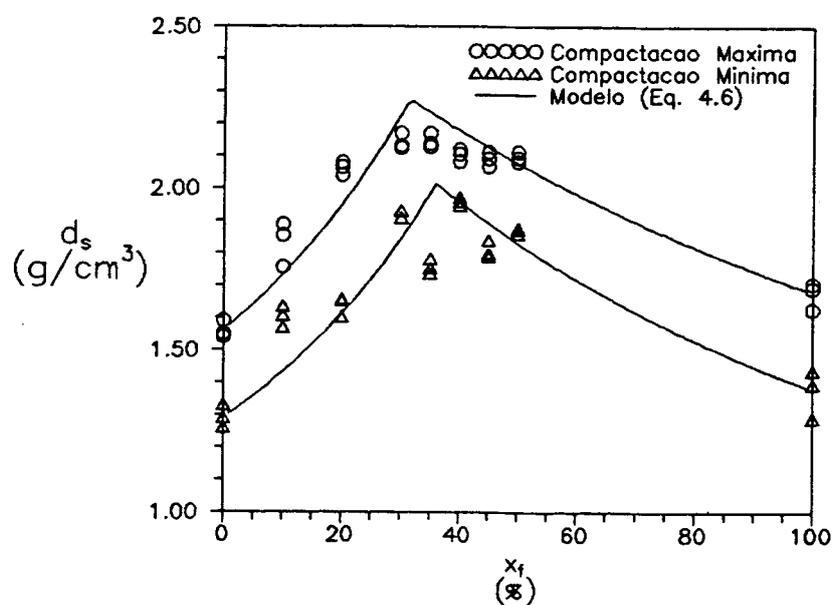


Figura 4.8: Relação entre densidade a seco ( $d_s$ ) e porcentagem de finos ( $x_f$ ) na mistura.

um mínimo para frações de fino variando entre 30 % e 40 %. A dispersão dos pontos em torno da reta da figura 4.6 é devida principalmente a duas causas. A primeira é a não saturação completa das amostras. Dessa forma, variando-se a quantidade de bolhas de ar presentes em cada amostra modifica-se a sua densidade. A outra causa é a variação da densidade dos grãos devido a presença maior ou menor de quartzo e feldspato. Dessa forma,  $d_g$  em cada amostra pode variar. O primeiro erro possui uma parcela sistemática difícil de ser retirada. O segundo erro é basicamente um erro aleatório e sua influência pode ser reduzida fazendo-se um grande número de medições.

Os dados das figuras 4.7 e 4.8 podem ser convenientemente reproduzidos considerando-se que os finos ocupam somente os poros da fração grossa até o limite em que estes poros são totalmente preenchidos e que a partir deste valor, ocorre um "inchamento" da matriz de grãos grossos com o aumento da fração de finos  $x_f$  (mássica). Ainda, considera-se que a porosidade da fração grossa não é afetada pela existência dos finos e vice-versa. Conhecendo-se a porosidade do solo formado por 100 % de finos ( $\epsilon_f^0$ ) e do solo com 100 % de grossos ( $\epsilon_g^0$ ) obtém-se a seguinte relação entre  $\epsilon$  e  $x_f$ ,

$$\epsilon = \begin{cases} \epsilon_g^0 - (1 - \epsilon_g^0) \frac{x_f}{1 - x_f} & ; 0 \leq x_f \leq x_{folim} \\ \frac{\epsilon_f^0}{1 + (1 - \epsilon_f^0) \left( \frac{1 - x_f}{x_f} \right)} & ; x_{folim} < x_f \leq 1 \end{cases} \quad (4.5)$$

onde  $x_{folim}$  é a fração de finos que preenche completamente os poros do grosso.

Analogamente, dada a relação entre  $\epsilon$  e  $d_s$  (Eq. 2.1) a densidade a seco de misturas com diferentes proporções de finos e grossos é,

$$d_s = \begin{cases} d_{sg}^0 + d_{sg}^0 \frac{x_f}{1 - x_f} & ; 0 \leq x_f \leq x_{folim} \\ \frac{d_g d_{sf}^0}{d_g x_f + d_{sf}^0 (1 - x_f)} & ; x_{folim} < x_f \leq 1 \end{cases} \quad (4.6)$$

onde,  $d_{sg}^0$  é a densidade a seco da mistura com 100 % de grossos,  $d_{sf}^0$  é a densidade a seco da mistura com 100 % de finos e  $d_g$  é a densidade média dos grãos.

$x_{folim}$  é a fração de fino que reduz ao mínimo a porosidade da mistura e é calculada por,

$$X_{fotim} = \frac{\epsilon_g^o}{\epsilon_g^o + \frac{1 - \epsilon_g^o}{1 - \epsilon_f^o}} \quad (4.7)$$

ou, no caso de utilizar-se a Eq. (3.6),

$$X_{fotim} = \frac{1 - d_{sg}^o/d_g}{1 - d_{sg}^o/d_g + d_{sg}^o/d_{sf}^o} \quad (4.8)$$

Nesta situação, a porosidade mínima conseguida é,

$$\epsilon_{min} = \epsilon_f^o \epsilon_g^o \quad (4.9)$$

e a correspondente densidade máxima é,

$$d_{smax} = d_{sg}^o + d_{sf}^o (1 - d_{sg}^o/d_g) \quad (4.10)$$

Do ponto de vista experimental, a determinação da densidade a seco de misturas de grossos e finos está sujeita aos seguintes erros:

1. O material obtido não corresponde à mistura de grossos e finos na proporção desejada devido à dificuldade na preparação do material, fazendo com que se perca determinados grãos e adicione-se inadvertidamente outros.
2. O material misturado pode apresentar variações de densidade devido à presença maior ou menor de quartzo e feldspato em grãos individuais.

A determinação da porosidade possui um erro adicional decorrente da não saturação do material ao determinar-se  $m_w$  (Eq. 4.3). A presença de bolhas de ar tenderia a reduzir o valor de  $\epsilon$  medido em relação ao valor real.

Sendo a determinação de  $d_s$  mais direta, optou-se por analisar os dados obtidos tendo-se por base as Eqs. (4.6), (4.8) e (4.10) que estão expressas em termos de densidade a seco.

A figura 4.7 mostra os resultados obtidos comparados com a Eq. (4.5) e a figura 4.8 os resultados comparados com a Eq. (4.6). Dos dados experimentais pode-se obter as densidades dos materiais fino e grosso ( $d_{sf}^o$ ,  $d_{sg}^o$ ) nas condições de compactação máxima e mínima. Com estes valores, determina-se a máxima densidade a seco para a mistura de finos e grossos, através da Eq. (4.10), e as correspondentes frações ótimas de fino através da Eq. (4.8), nas condições de compactação máxima e mínima. Os resultados obtidos são os seguintes:

Compactação Máxima:  $d_{\text{sg}}^0 = 1,56 \pm 0,03 \text{ g/cm}^3 \rightarrow x_{f_{\text{otimo}}} = 0,31$   
 $d_{\text{sf}}^0 = 1,68 \pm 0,04 \text{ g/cm}^3 \quad d_{\text{gmax}} = 2,18 \text{ g/cm}^3$

Compactação Mínima:  $d_{\text{sg}}^0 = 1,29 \pm 0,04 \text{ g/cm}^3 \rightarrow x_{f_{\text{otimo}}} = 0,36$   
 $d_{\text{sf}}^0 = 1,38 \pm 0,08 \text{ g/cm}^3 \quad d_{\text{gmax}} = 2,02 \text{ g/cm}^3$

Observa-se um valor bastante elevado de densidade a seco para a mistura com 31 % de finos em compactação máxima.

Para a mistura com 40 % de finos, os resultados medidos e estimados pelo modelo (Eq. 4.6) são,

Compactação Máxima: Valor medido:  $d_{\text{gmax}} = 2,10 \pm 0,02 \text{ g/cm}^3$   
 modelo :  $d_{\text{gmax}} = 2,18 \text{ g/cm}^3$ .  
 diferença : 4 %

Compactação Mínima: Valor medido:  $d_{\text{gmax}} = 1,96 \pm 0,01 \text{ g/cm}^3$   
 modelo :  $d_{\text{gmax}} = 1,96 \text{ g/cm}^3$ .  
 diferença : < 1 %

As previsões do modelo são bastantes próximas dos valores medidos. Observa-se que a mistura com 40 % de finos e 60 % de grossos possui valores de densidade a seco bastante próximos aos valores máximos possíveis para combinação de finos e grossos. Entretanto, provavelmente, é possível obter-se valores mais altos de densidade a seco se forem modificadas as composições granulométricas das parcelas de finos e grossos. Utilizando o modelo desenvolvido pode-se variar a composição granulométrica dos finos e grossos, medir as respectivas densidades a seco, e verificar o efeito destes valores nas densidades das misturas. A determinação da densidade a seco, conhecendo-se  $d_g$ , é um processo simples e rápido.

A Tabela 4.1 apresenta os valores medidos para o backfill.

Com a densidade do granito obtida por este método pode-se calcular a porosidade de qualquer amostra simplesmente através da determinação da densidade a seco. Este método é especialmente interessante para solos compostos de diversos minerais, pois fornece uma densidade média dos grãos.

Posteriormente, como foi possível obter-se uma amostra do granito com dimensões grandes, decidiu-se determinar a sua densidade através de um método baseado no princípio de Arquimedes.

TABELA 4.1: Valores máximo e mínimo de densidade a seco ( $d_s$ ), porosidade ( $\epsilon$ ) e fração de vazios ( $e$ ) para a mistura com 40 % de finos e 60 % de grossos.

Compactação	$d_s$ (g/cm <sup>3</sup> )	$\epsilon$ (adim.)	$e$ (adim.)
Máxima	2,10 ± 0,02	0,228 ± 0,007	0,30 ± 0,01
Mínima	1,96 ± 0,01	0,279 ± 0,004	0,388 ± 0,008

Medição Direta da Densidade do Granito. Preparou-se uma amostra de granito com aproximadamente 55 x 30 x 30 mm e determinou-se a sua massa seca ( $m_{s1}$ ). Após, submergiu-se o granito em água destilada e mediu-se novamente a sua massa nesta condição ( $m_{s2}$ ). Considerando que o granito não é poroso, a sua densidade pode ser determinada por,

$$d_g = \frac{\rho_l}{1 - m_{g2} / m_{g1}} \quad (4.11)$$

onde  $\rho_l$  é a densidade da água.

A Eq. 4.11 leva em conta a diferença de empuxo sobre o granito quando este está imerso na água ou no ar.

O resultado obtido para uma amostra com 132 g foi 2,66 g/cm<sup>3</sup>, bastante próximo, portanto, do valor 2,72 g/cm<sup>3</sup> obtido com o método anterior.

#### 4.5 DENSIDADE E UMIDADE ÓTIMOS

O conteúdo de umidade e densidade ótimos foram obtidos através de um ensaio Proctor com carga padrão (ASTM D698-78) realizado na PIRELLI. O ensaio consiste em misturar ao material seco uma quantidade determinada de água e proceder-se a sua compactação em um molde de dimensões padrões utilizando-se um esforço padronizado. Após a compactação seca-se o material e determina-se a sua densidade a seco. Repetindo-se o procedimento para outros valores de umidade determina-se a relação entre a umidade inicial na compactação e a densidade a seco atingida com um certo esforço. O objetivo principal é determinar-se qual a umidade inicial que conduz a mais alta densidade a seco.

Esta é denominada umidade ótima. A figura 4.9 apresenta os resultados obtidos para o backfill.

O comportamento do solo em relação à dependência entre conteúdo de umidade e densidade a seco obtida na compactação possui a seguinte interpretação. Para umidades baixas, o atrito entre os grãos do meio dificulta a sua acomodação e isto resulta em baixas densidades a seco. Com o aumento da umidade do solo, a água passa a agir como lubrificante nos contatos dos grãos facilitando a acomodação destes e com isto aumentando a densidade a seco do solo. O efeito lubrificante atinge um máximo para umidades próximas à saturação. A partir deste valor ótimo de umidade a água passa a "inchar" a matriz de grãos sólidos e assim diminui a densidade a seco do solo.

A queda inicial da  $d_s$  para valores baixos de umidade pode estar relacionada as forças capilares do solo que tenderiam a aderir as partículas menores em torno dos grãos maiores e assim, estas dificultariam uma melhor aproximação dos grãos maiores. Com o aumento da umidade as forças capilares diminuiriam e as partículas menores tornariam-se mais móveis podendo ser arrancadas do contato dos grãos pelas forças de compactação. Assim, a aproximação entre os grãos seria mais eficiente e o efeito de lubrificação da água tornar-se-ia importante.

A figura 4.9 sugere também que, mantido constante o esforço de compactação, o solo adquire uma estrutura interna diferente conforme a umidade de compactação. Esta modificação na estrutura pode influenciar as propriedades termo-hidráulicas do solo. Mesmo mantendo-se constante a densidade a seco das

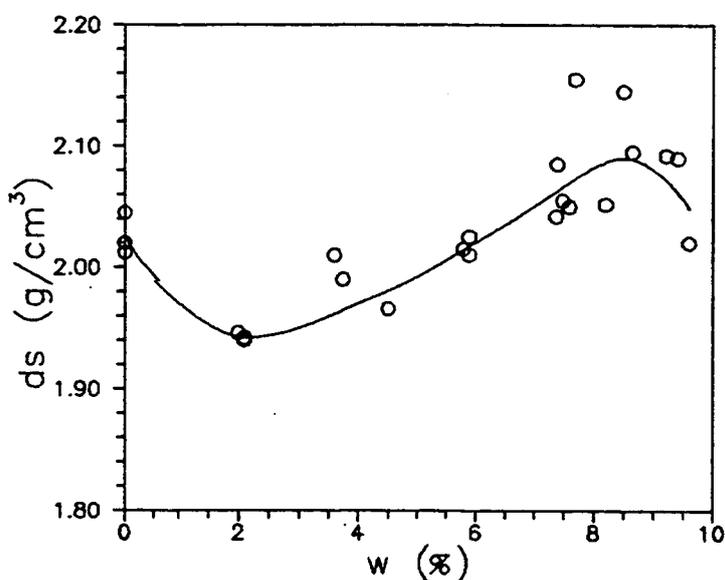


Figura 4.9: Resultados do ensaio Proctor padrão.

amostras, através do controle das massas compactadas, pode haver modificação da estrutura conforme a umidade na compactação. Porém, para verificar-se a influência da umidade de compactação na estrutura do solo, seriam necessárias observações da estrutura do solo em microscópio ótico, que foge do escopo deste trabalho. Sobre a estrutura dos solos ver Vargas, 1978.

Segundo a figura 4.9 determinou-se uma umidade percentual ótima ( $W_{ótima}$ ) de 9 % correspondendo a uma densidade a seco de  $2,1 \text{ g/cm}^3$ .

Na instalação do cabo elétrico, porém, é difícil conseguir-se uniformemente a densidade máxima em toda a obra. Ainda, considerando as grandes quantidades de solo movimentadas em uma obra, é difícil umedecer-se homoganeamente o material na umidade ótima de 9 %. Como consequência, foi convencionado que a umidade do backfill no instante da compactação na obra deve estar entre 9 % e 12 % em massa e a densidade a seco média deve ser da ordem de  $2 \text{ g/cm}^3$ . Durante uma obra, a densidade a seco do material é medida a intervalos regulares e se não satisfizer o valor preestabelecido de  $2 \pm 0,1 \text{ g/cm}^3$  o material é retirado da vala e posteriormente recompactado.

Assim, para todos os ensaios realizados neste trabalho manteve-se constante a densidade a seco em  $2 \text{ g/cm}^3$ .

#### 4.6 CONSIDERAÇÕES ACERCA DA PREPARAÇÃO DAS AMOSTRAS

Foram obtidos da Pirelli Cabos S.A. dois lotes de amostras. O primeiro consistia de porções separadas de grossos e finos. Determinou-se a granulometria destas porções, conforme mostradas na figura 4.1, e estas foram misturadas na proporção de 40 % de finos e 60 % de grossos de forma a ter-se o material desejado. O segundo lote consistia de uma grande porção de grossos e finos misturados em uma proporção desconhecida e diferente da desejada. As frações granulométricas deste segundo lote foram separadas e o material composto de 40 % de finos e 60 % de grossos foi recomposto a partir destas frações. O primeiro lote de amostras foi utilizado em todos os experimentos de medição de condutividade térmica efetiva (Capítulo 7), nos experimentos de medição de potencial de sucção (Capítulo 5) e em parte dos experimentos de medição de permeabilidade de saturação (Capítulo 6). Para o restante dos experimentos de permeabilidade de saturação e para os experimentos de medição de condutividade hidráulica (Capítulo 6), utilizou-se o restante das amostras do primeiro lote misturadas com as amostras compostas a partir do segundo

lote. Os primeiro e segundo lotes de amostras não necessariamente são provenientes de uma mesma partida da pedreira. Entretanto, acredita-se que sua composição mineralógica seja idêntica e que os grãos tenham forma e distribuição granulométrica semelhantes.

As amostras para os testes foram secadas em estufa a 105 °C por 24 horas, deixadas esfriar ao ambiente por mais 24 horas e guardadas em sacos plásticos. Para a realização dos testes, estas eram tiradas dos sacos, colocadas em bandejas grandes e misturadas de forma a homogeneizar a sua composição. Antes da realização dos testes as amostras eram ainda peneiradas e era retirada a parcela com diâmetro de grão maior que 4,76 mm. A seguir, eram compactadas para os respectivos testes.

De uma sequência de testes para outra, as amostras eram novamente secadas, homogeneizadas e reutilizadas. Neste processo, notou-se uma pequena e constante perda do material mais fino ( $< 0.01$  mm). Em virtude dos resultados obtidos apresentarem um espalhamento considerável, não se pode avaliar a influência da perda destas frações mais finas nos resultados.

## CAPÍTULO 5

### Potencial de Sucção

#### 5.1 INTRODUÇÃO

O potencial de sucção, também conhecido como potencial de retenção, potencial capilar, potencial matricial ou potencial mátrico, é a força motriz responsável pelo movimento da água líquida em um solo insaturado e isotérmico (desconsiderando-se a existência de gradientes osmóticos e forças de corpo agindo sobre a água líquida). O potencial de sucção é uma propriedade do meio poroso e relaciona-se com a afinidade entre a água líquida e as paredes dos grãos sólidos.

A figura 5.1 mostra o ponto de contato entre uma parede sólida e as fases líquida e gasosa, no caso, assumidas como água destilada e ar úmido. Assume-se que o ar comporta-se como uma substância imiscível à água. Nas interfaces entre a água líquida, o ar, e o sólido, existe uma energia interfacial. Esta energia interfacial é resultante do desbalanceamento existente entre as forças que atraem as moléculas superficiais da fase para o seu interior e as forças que as atraem para a outra fase em contato. Esta energia interfacial manifesta-se como uma tensão interfacial ( $\sigma$ ) (Adamson, 1982). A tensão interfacial entre duas substâncias imiscíveis  $i$  e  $j$  é definida como a energia necessária para separar-se uma área unitária da substância  $i$ , da substância  $j$ .

No caso da figura 5.1, no ponto de contato entre as três fases, a tensão interfacial manifesta-se como uma força mantendo em equilíbrio as três superfícies. Denominando-se  $\sigma_{lg}$ ,  $\sigma_{ls}$  e  $\sigma_{gs}$  as tensões interfaciais entre as fases líquida e gasosa, líquida e sólida e sólida e gasosa, respectivamente, a condição de equilíbrio no ponto de contato requer que,

$$\sigma_{lg} \cos \Theta = \sigma_{sg} - \sigma_{sl} \quad (5.1)$$

A Eq. (5.1) é conhecida como Equação de Youngs. O ângulo  $\Theta$  é denominado ângulo de contato e  $\cos \Theta$ , na Eq. (5.1), fornece a razão entre a energia necessária para separar-se uma área unitária sólido-líquido e a energia necessária para separar-se uma área unitária líquido-gás. O valor de  $\Theta$  para um sistema sólido-líquido-gás indicará qual fluido adere preferencialmente à superfície sólida, ou seja, qual fluido "molha" a superfície sólida. A figura 5.1 representa o sistema "partículas sólidas-água líquida-ar úmido". Para este sistema,  $\Theta < 90^\circ$  (ver na figura 5.1 a referência adotada na medição de  $\Theta$ ), e assim a água líquida é o fluido molhante e o ar úmido é o fluido não-molhante. Observa-se que a característica molhante/não molhante de dois fluidos imiscíveis em contato, depende da natureza dos dois fluidos e assim possui um significado relativo.

No solo, a água é o fluido molhante e o ar é o fluido não molhante. Isto indica que existe uma afinidade entre a água líquida e as paredes sólidas e esta afinidade faz com que a água prenda-se à esta superfície e tenha a tendência de espalhar-se sobre ela recobrando-a totalmente. Como consequência da afinidade entre a água líquida e a superfície dos grãos do solo, nos pontos de contato dos grãos a água forma anéis com superfície curva ar-água convexa. Nestas superfícies curvas, como consequência da tensão interfacial líquido-gás, surge uma diferença de pressão entre as fases líquida e gasosa. Chamando

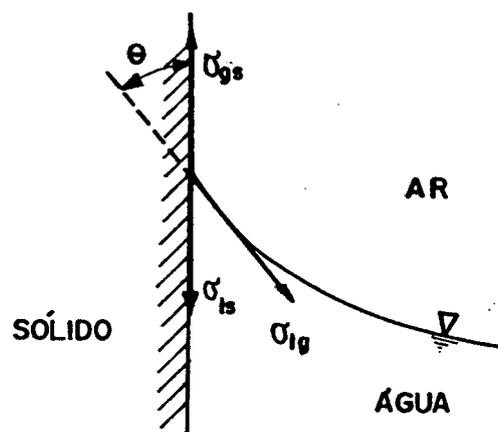


Figura 5.1: Condição de equilíbrio entre uma parede sólida e a superfície entre um líquido e um gás.

$p_l$  e  $p_g$  as pressões das fases líquida e gasosa nas proximidades da superfície curva, a pressão capilar ( $p_c$ ) é definida como,

$$p_c = p_g - p_l \quad (5.2)$$

Através da condição de equilíbrio estático em uma superfície curva que divide as fases líquida e gasosa, onde atua uma tensão interfacial  $\sigma_{lg}$  que tende a manter a sua integridade, obtém-se que a pressão capilar relaciona-se à curvatura da superfície por (Adamson, 1982),

$$p_c = p_g - p_l = \sigma_{lg} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (5.3)$$

onde  $R_1$  e  $R_2$  são os raios de curvatura principais da superfície no ponto onde atuam  $p_g$  e  $p_l$  ( $R_1$  e  $R_2$  são medidos em planos ortogonais).

Pode-se definir um raio de curvatura médio  $R$  tal que,

$$\frac{2}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (5.4)$$

Assim, a Eq. (5.3) torna-se,

$$p_c = p_g - p_l = \frac{2 \sigma_{lg}}{R} \quad (5.5)$$

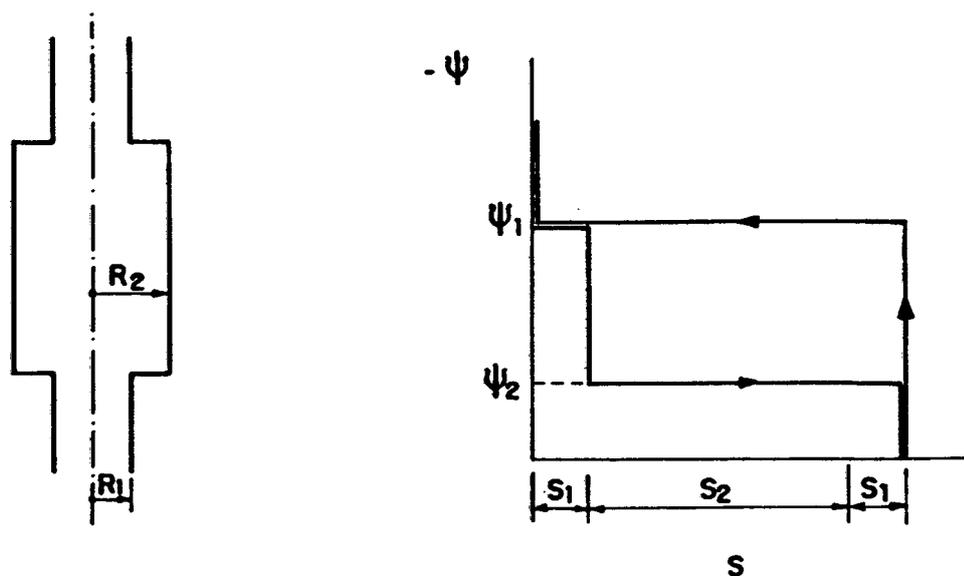
A Eq. (5.5) é conhecida como Equação de Laplace. Observa-se que no desenvolvimento da Eq. (5.3) considerou-se  $\Theta = 90^\circ$  que é normalmente adotado como válido para o sistema água líquida-ar úmido-partículas sólidas.

O potencial de sucção ( $\psi$ ) é definido como o negativo da pressão capilar,

$$\psi = \frac{-p_c}{\rho_l - \rho_g} \approx \frac{-p_c}{\rho_l} = \frac{p_l - p_g}{\rho_l} \quad (5.6)$$

onde  $\rho_l$  é a massa específica da água líquida e  $\psi$  tem unidades de (J/kg).

Com relação ao meio poroso,  $R$  tem o sentido de um raio médio calculado sobre todos os poros do meio. Assim, genericamente,  $\psi$  é uma função da geometria do meio poroso (distribuição de diâmetro de poros, conectividade, etc), do par de fluidos envolvido (o fluido não molhante pode ser óleo ou mercúrio) e da saturação do fluido molhante. Dado à dificuldade teórica de obtenção da função  $R(S)$  para um meio poroso real, a alternativa empregada na determinação de  $\psi$  é a sua medição para o meio poroso de interesse.



(a) Poro com gargantas

(b) Curva característica

Figura 5.2: Histerese devido ao efeito de gargantas.

A função  $\psi(S)$  é uma função histerética, isto é, obtém-se uma relação diferente dependendo se o meio é umedecido ou secado. A histerese está relacionada a vários fatores dentre os quais o mais importante é o chamado efeito das gargantas (Molenda, 1988, Mualem, 1974).

A figura 5.2.a mostra um capilar cilíndrico com raio  $R_2$  conectado às faces externas por dois capilares com raio  $R_1$ . Das Eqs. (5.5) e (5.6) observa-se que os capilares possuem potencial de sucção  $\psi_2$  e  $\psi_1$ , respectivamente, sendo  $-\psi_1 > -\psi_2$ . Considere-se que uma das faces destes capilares, a face inferior, esteja conectada à fase líquida e a outra face, a face superior, à fase gasosa. Os capilares encontram-se secos e pode-se controlar a pressão na fase líquida. Para que a água não invada os capilares ela precisa ser mantida numa pressão negativa (sucção) menor que  $p_{c1} = -\psi_1/\rho_l$ . Para determinar-se a curva de umedecimento dos poros, começa-se a diminuir a sucção imposta à água. Ao atingir-se a sucção correspondente a  $\psi_1$  o poro inferior com raio  $R_1$  é preenchido por líquido e o poro  $R_2$  permanece vazio. Quando a sucção atinge  $\psi_2$  o poro  $R_2$  e o poro  $R_1$  superior são simultaneamente preenchidos por líquido chegando-se assim à saturação dos poros. A curva de potencial de sucção característica para estes três poros está mostrada na figura 5.2.b. Estando os poros saturados pode-se então iniciar o processo de drenagem. Observa-se, porém, que para secar-se o poro com raio  $R_2$  é necessário inicialmente secar-se o poro  $R_1$  e este somente será secado em  $\psi_1$ . Desta forma

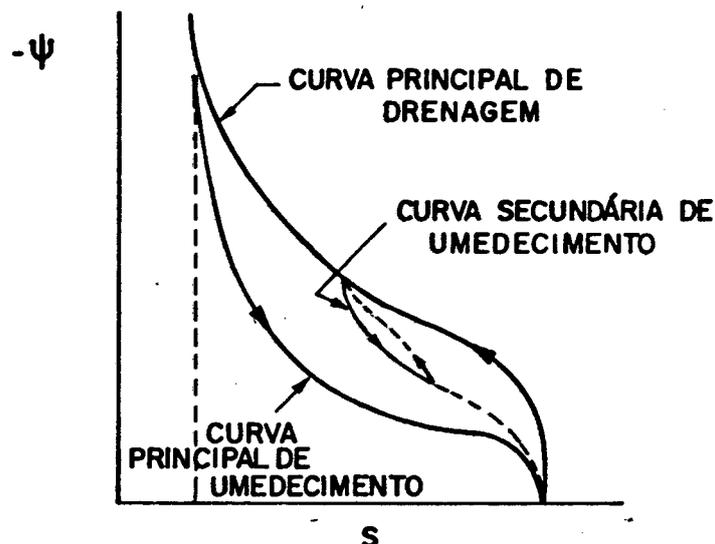


Figura 5.3: Curvas de drenagem e umedecimento.

a curva de drenagem assume o aspecto mostrado na figura 5.2.b. Para valores constantes de saturação a curva de drenagem associa valores maiores de potencial de sucção em relação à curva de umedecimento.

A curva de umedecimento reflete com maior aproximação a distribuição porosa real do meio, enquanto a curva de drenagem é largamente afetada pela conectividade dos poros. A complexidade geométrica do meio poroso origina outro efeito que influencia a forma das curvas de  $\psi(S)$ . A medida que o meio é umedecido, partindo do estado seco, o ar vai sendo aprisionado nos poros maiores a medida que estes são cercados por poros menores preenchidos por líquido. Este fenômeno é denominado aprisionamento do ar e interfere na quantidade e distribuição da fase líquida em cada valor de  $\psi$ . Posteriormente, este assunto será retomado.

As curvas mostradas na figura 5.2.b são denominadas curvas principais de drenagem e umedecimento. A figura 5.3 mostra o aspecto que estas curvas assumem para um meio poroso real. Considere-se agora que durante um processo de drenagem o meio é subitamente umedecido. O que se observa é que este umedecimento será caracterizado por uma curva  $\psi(S)$  intermediária, diferente da curva de umedecimento principal. Estas curvas obtidas no umedecimento após drenagem inicial ou na drenagem após umedecimento inicial são denominadas curvas de umedecimento e drenagem secundárias (figura 5.3). Se o "sentido" do processo é novamente alterado, o meio poroso seguirá uma curva de  $\psi(S)$  ainda diferente e assim por diante. Daí se conclui que a relação  $\psi(S)$  além de não ser única depende da "história" do meio poroso, ou seja, depende de todos os

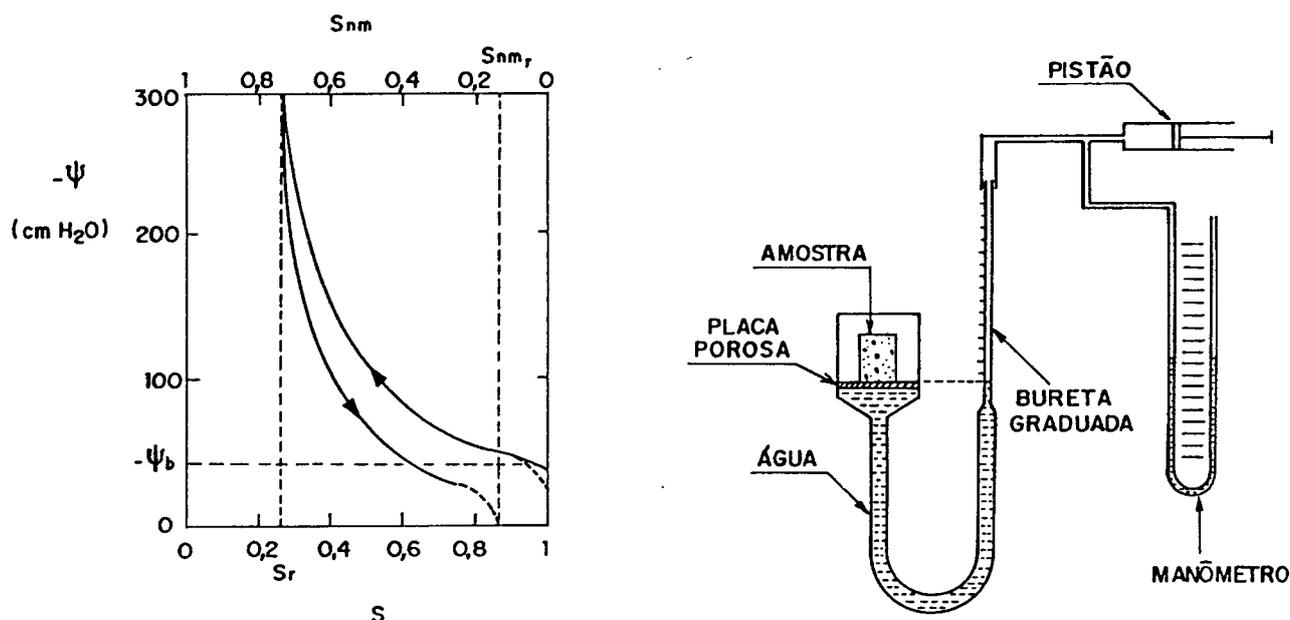


Figura 5.4: (a) Curvas de  $\psi$  típicas para um solo arenoso e (b) esquema de um aparato experimental usado nestas medições.

processos de drenagem e umedecimento que ocorreram anteriormente. No caso do meio poroso ser submetido a processos alternados de drenagem e umedecimento, as derivadas do potencial de sucção não são únicas e assim não se pode definir uma difusividade isotérmica do líquido no sentido do Capítulo 3. Assim, no desenvolvimento mostrado no Capítulo 3, assumiu-se que o meio poroso será sujeito somente à drenagem e dessa forma a função  $\psi(S)$  é única.

Os processos de drenagem e umedecimento em meios porosos possuem algumas características gerais que serão abordadas a seguir.

A figura 5.4.a apresenta curvas de drenagem e umedecimento obtidas para uma amostra de areia. Para expressar-se  $\psi$  em mH<sub>2</sub>O, divide-se a Eq. 5.6 por  $g$ . Para a obtenção destas curvas pode-se utilizar um sistema como o mostrado na figura 5.4.b. Neste sistema a amostra de areia é compactada sobre uma placa porosa suficientemente fina. De uma forma simplificada, o poro de maior dimensão da placa porosa deve ser menor que o menor poro encontrado na areia. Esta placa porosa funciona como barreira capilar e faz o contato hidráulico entre a amostra e a câmara pressurizada. Esta câmara é completamente preenchida com água e conectada à um pistão por intermédio do qual pode-se reduzir e controlar a pressão da água no interior da câmara. O sistema conta

ainda com um manômetro para medir-se a pressão interna da câmara e com uma bureta graduada na qual determina-se a quantidade de água retirada da amostra. Para a obtenção da curva de drenagem parte-se de uma amostra saturada e aplica-se sucções crescentes na fase líquida. Considera-se que a amostra inicialmente foi evacuada e então completamente saturada. Ainda, considera-se que a amostra é suficientemente grande para conter um número representativo de todos os poros do meio. Após aplicar-se um dado incremento de sucção na fase líquida espera-se um tempo suficiente para que ocorra a drenagem da amostra e o seu potencial de sucção equilibre-se com a pressão na câmara. O que se observa experimentalmente é que a amostra começa a dessaturar mesmo para potenciais de sucção baixos. Esta dessaturação ocorre preferencialmente nos poros superficiais. Para uma amostra com dimensões infinitas (muito grande) a dessaturação superficial significaria pouco em relação ao volume total de poros até que fosse atingido um valor de potencial de sucção que permitisse a dessaturação dos poros no interior do meio e a sua conseqüente invasão pela fase gasosa. Este potencial de sucção é denominado potencial de borbulhamento ( $\psi_b$ ). O potencial de borbulhamento tem sido relacionado com o potencial de sucção que permite a conexão da fase gasosa com a face de saída da água (percolação da fase gasosa). White et alli (1980) mostraram, utilizando amostras com relação área superficial/volume variáveis, que a dessaturação que ocorre abaixo de  $\psi_b$  ocorre apenas na superfície e depende da relação entre a superfície e o volume da amostra.

A partir de  $\psi_b$ , aumentando-se a sucção, continua-se a drenar os poros no interior da amostra. Porém, a drenagem sempre ocorre no sentido dos poros maiores para os poros menores e a medida que mais poros vão sendo secados, grupos de poros menores tornam-se isolados no interior do meio e portanto desconectados da fase líquida. Estes grupos de poros desconectados da fase líquida formam ilhas isoladas no meio poroso. Mesmo com um grande aumento na sucção imposta ao meio, estes não são secados. Ao mesmo tempo, a superfície dos grãos permanece recoberta por uma película de água. A partir do momento em que não há mais conexão na fase líquida a amostra continua apresentando um certo grau de saturação denominada saturação residual ( $S_r$ ). A água líquida aprisionada na forma de ilhas e recobrando a superfície dos grãos somente poderá ser removida por um processo de secagem, como será discutido mais tarde.

A curva de umedecimento principal é obtida com a amostra sendo umedecida a partir de  $S_r$ . O processo de umedecimento segue de forma semelhante à drenagem, apenas, a relação  $\psi(S)$  obtida é diferente em virtude da presença de

histerese. Observa-se que a curva de umedecimento não é influenciada pelo fenômeno das gargantas discutido anteriormente. Porém, na curva de umedecimento a fase gasosa vai sendo aprisionada no interior do meio a medida que os poros maiores preenchidos com ar vão sendo bloqueados pelos poros menores já preenchidos por água. Dessa forma, quando  $\psi$  torna-se zero a amostra possui um grau de saturação menor que a saturação total. Este grau de saturação corresponde a uma saturação residual da fase não-molhante ( $S_{nm_r}$ ). A rigor, não se consegue medir  $\psi$  para valores de  $S$  maiores que  $1 - S_{nm_r}$ , em virtude de que, estando o ar desconectado do exterior da amostra e estando aprisionado de forma dispersa através do meio, não se conhece o valor da pressão da fase gasosa  $p_g$ . Usualmente, o que se faz é assumir  $p_g = p_{atm}$  e calcular  $p_c = p_l - p_{atm}$ . Ainda, para  $S > 1 - S_{nm_r}$ , estando a fase gasosa desconectada do exterior da amostra esta não é capaz de escoar. Analogamente, para  $S < S_r$  a fase líquida não é capaz de escoar através do meio. Usualmente, chama-se a região de  $S < S_r$  de fase pendular da umidade e para  $S > S_r$  de fase funicular da umidade. Os valores de  $S_r$  e  $S_{nm_r}$  dependem das características geométricas do espaço poroso. De modo geral, solos finos e solos bem graduados possuem valores baixos de  $S_r$  e  $S_{nm_r}$  e solos grossos uniformes, valores relativamente altos.

Se, a partir de  $S = 1 - S_{nm_r}$ , reiniciar-se um processo de drenagem, este processo não ocorrerá sobre a curva determinada inicialmente, mas sobre uma nova curva denominada curva principal de drenagem. A curva principal de drenagem atinge as outras duas curvas determinadas anteriormente em  $S = S_r$ . Observa-se que as curvas principais de drenagem e umedecimento formam um laço fechado que, para um meio poroso inerte, pode ser reproduzido indefinidamente. Todos os pontos  $\psi \times S$  compreendidos entre as curvas principais de drenagem e umedecimento são possíveis de serem atingidos pelo meio poroso desde que se faça o "caminho" correto.

Para valores de umidade inferiores a  $S_r$  a água encontra-se espalhada no meio poroso preenchendo os poros de menor dimensão e recobrando a superfície dos grãos. Nesta região coexistem dois mecanismos de condensação da umidade: para umidades próximas a  $S_r$  o mecanismo preponderante é o mecanismo de condensação capilar do vapor nos poros menores e cavidades superficiais e, a medida que a umidade é abaixada e aproxima-se de zero, aumenta em importância o mecanismo de adsorção gasosa do vapor na superfície sólida até que em umidades próximas a zero ocorre somente adsorção gasosa. Este dois fenômenos serão explicados a seguir.

O mecanismo de condensação capilar é previsto pela Lei de Kelvin. A Lei

de Kelvin relaciona a pressão de vapor próxima a uma superfície líquida curva com o raio de curvatura desta superfície (Adamson, 1982, pg 54). Através da Lei de Laplace (Eq. 5.5) pode-se relacionar o raio de curvatura da superfície com a diferença de pressão total das fases líquida e gasosa e assim com o potencial de sucção naquele ponto. Portanto, para o meio poroso em equilíbrio termodinâmico existe uma relação entre a umidade relativa nos poros com ar e o potencial de sucção dada por (Daian, 1986),

$$\psi = R_v T \ln(\phi) \quad (5.7)$$

onde  $R_v = R/M_v$  sendo  $R$  a constante universal dos gases (J/kgmolK) e  $M_v$  a massa molecular do vapor (kg/Kgmol).  $T$  é a temperatura do meio (K) e  $\phi$  é a umidade relativa sendo,  $\phi = p_v/p_{vsat}$  onde  $p_v$  é a pressão parcial do vapor (Pa) e  $p_{vsat}$  é a pressão parcial de saturação do vapor na temperatura  $T$ .

Da Lei de Laplace, quanto menor o raio de curvatura dos meniscos no meio poroso, maior o potencial de sucção associado a eles. Da Eq. (5.7), quanto menor a umidade relativa, maior o potencial de sucção do meio. Assim, diminuindo-se a umidade relativa nos poros do meio, altera-se a condição de equilíbrio no seu interior e ocasiona-se evaporação da água existente até que a curvatura dos meniscos equilibre-se com a umidade relativa da atmosfera. Desta forma, atuando-se na atmosfera externa ao meio poroso consegue-se promover sua secagem e, por intermédio da Eq. (5.7), determinar o potencial de sucção do meio na nova situação. Desta forma, a curva de potencial de sucção pode ser estendida para valores de  $S < S_r$ . Da mesma forma que ocorre na região de continuidade da fase líquida, o potencial de sucção para  $S < S_r$  também é uma função histerética. Contribuem para isso, além do mecanismo de gargantas discutido anteriormente, um mecanismo conhecido como histerese de Cohan-Everett (Daian, 1986).

No modelo de Cohan-Everett de histerese capilar, os poros do meio são considerados cilíndricos. Num processo de sorção, ou seja, umedecimento a partir de uma atmosfera com vapor, a condensação ocorre na superfície cilíndrica do poro e assim, um dos raios de curvatura é infinito e o outro é o próprio raio do cilindro. Assim, o raio equivalente é  $2R$  onde  $R$  é o raio do cilindro. Porém, estando o poro completamente cheio, a dessorção, ou secagem, do poro ocorre a partir de um menisco esférico e nesta situação o raio equivalente é  $R$ . Da Lei de Laplace, observa-se que o potencial de sucção é maior no segundo caso, indicando que para um mesmo valor de umidade a dessorção do poro ocorre em uma umidade relativa menor que a sorção.

A medida que a pressão parcial de vapor na atmosfera é diminuída, surge um novo modo de condensação denominado adsorção gasosa. De um ponto de vista mecânico, este fenômeno é consequência do desbalanceamento de forças na superfície sólida dos poros. O campo energético gerado por estas forças aprisiona as moléculas de vapor que atingem a superfície, se a energia cinética destas moléculas permitir. Se o número de moléculas que aderem à superfície for maior que o número de moléculas que deixam a superfície, esta superfície torna-se recoberta por uma camada de moléculas. Estas moléculas são denominadas moléculas adsorvidas. A adsorção das moléculas de vapor na superfície sólida é um processo físico e reversível. Quanto maior a pressão parcial do vapor na atmosfera que envolve a superfície sólida, maior o número de moléculas que são adsorvidas. Porém, as forças de adsorção são forças de curto alcance. Após algumas poucas camadas de moléculas estas forças deixam de ser atuantes.

Estes dois modos de condensação ocorrem simultaneamente em um meio poroso exposto a uma atmosfera com vapor. Vários modelos tem sido desenvolvidos e aplicados na análise da dados experimentais obtidos de experimentos de adsorção/dessorção de vapor (Daian, 1986, Fernandez, 1988). Uma das aplicações de tais modelos é a determinação de parâmetros estatísticos que descrevem a estrutura porosa do meio (Yunes, 1992).

Após estes conceitos introdutórios passa-se a abordar os métodos de medição de potencial de sucção e em especial o método empregado neste trabalho.

## 5.2 MEDIÇÃO DO POTENCIAL DE SUCÇÃO:

Os métodos de medição do potencial de sucção podem ser classificados em métodos estáticos e métodos dinâmicos.

Nos métodos dinâmicos faz-se escoar água através da amostra insaturada e mede-se o conteúdo de umidade e o potencial de sucção locais. O escoamento através da amostra no instante da medição tanto pode estar em regime transiente ou em regime permanente. Este escoamento pode ser forçado através da amostra, como nos métodos que empregam escoamento simultâneo de água e ar em amostras insaturadas, ou produzido pela própria ação do solo, como nos métodos que empregam infiltração ou drenagem através de colunas de solo.

Dentre os métodos de medição que utilizam-se de escoamento em regime

permanente estão o Método de Hassler, que emprega escoamento simultâneo de ar e água em amostras insaturadas (Osoba et alli, 1950, Richardson et alli, 1951, Brown, 1951, Corey, 1954), e os métodos que empregam escoamento de água, o ar sendo mantido estacionário a pressão constante, através de colunas de solo (Topp et alli, 1967, Rogers e Klute, 1971). No método de Hassler o potencial de sucção é determinado através da diferença entre as pressões nas fases líquida e gasosa (que são medidas diretamente) e a umidade é determinada pelo método gravimétrico. Nos métodos que empregam escoamento de água em colunas de solo, o potencial de sucção normalmente é medido com tensiômetros e a umidade é medida por algum método não destrutivo, como por exemplo, o método de atenuação de raios gama (Bear, 1972, Hillel, 1980, Vachaud, 1967). Outros métodos de medição da umidade poderiam ser empregados, como por exemplo a medição da condutividade térmica do solo (Fernandes, 1988) ou da condutividade elétrica (Gupta e Hanks, 1972). Existem também métodos que empregam a solução do problema, em termos da equação de conservação da massa de líquido, e um método de estimação de parâmetros para ajustar os resultados calculados com os valores medidos e assim obter simultaneamente  $\psi(\theta)$  e  $K(\theta)$  (Ahuja e El Swaify, 1976).

Existe ainda outro método que poderia ser classificado como quasi-estático. O método é devido a Corey e foi utilizado por White et alli (1970, 1972). Neste método permite-se que haja evaporação na amostra ao mesmo tempo em que esta é dessaturada através da diminuição da pressão na fase líquida. No instante em que existe equilíbrio entre o potencial de sucção na amostra e a pressão imposta na fase líquida, interrompe-se o teste determinando a saturação da amostra por um método gravimétrico. A evaporação tem por finalidade diminuir o tempo necessário para atingir-se o equilíbrio na amostra e indicar quando este equilíbrio é atingido.

Os métodos dinâmicos são interessantes no sentido de que permitem obter, medições simultâneas de potencial de sucção ( $\psi$ ) e condutividade hidráulica ( $K$ ) em uma mesma amostra. Porém, normalmente, estes métodos são de difícil execução principalmente no que se refere a obtenção de um escoamento em regime permanente através da coluna de solo e da medição do potencial de sucção local.

Os métodos estáticos tem sido mais utilizados, devido, principalmente, a sua maior facilidade de execução.

Nos métodos de medição estáticos, ou interfere-se diretamente na pressão da fase líquida ou da fase gasosa na amostra ou modifica-se a pressão parcial de vapor na atmosfera que envolve a amostra. O primeiro caso é normalmente

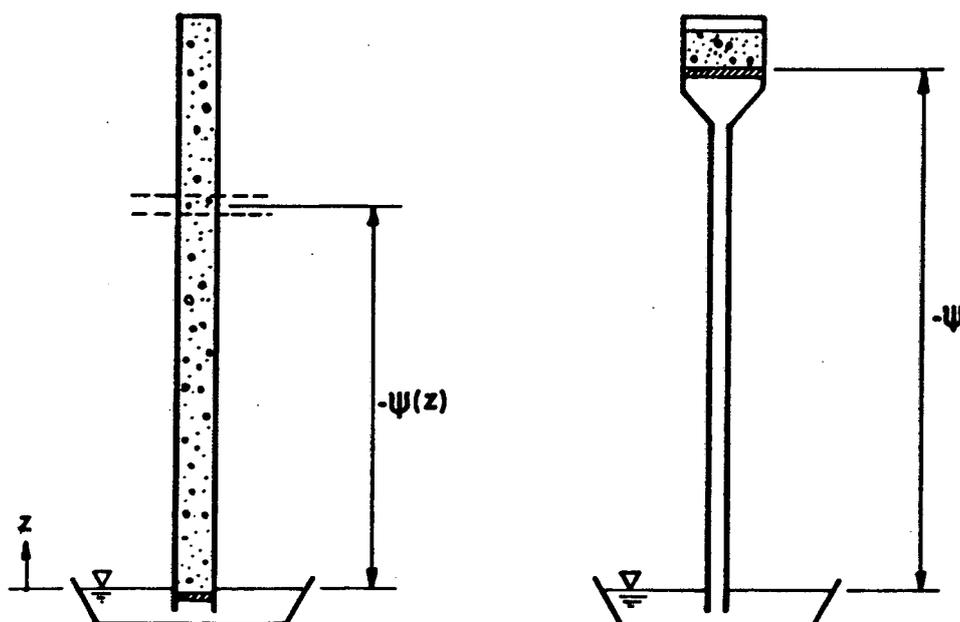


Figura 5.5: (a) Método da Coluna Longa e (b) Método do Funil de Tensão empregados na medição de  $\psi$  em baixos potenciais.

empregado para medições de  $\psi$  na fase de umidade funicular e o segundo na fase de umidade pendular. A alteração da pressão na fase líquida ou na fase gasosa causa o umedecimento ou a drenagem da amostra. Após um tempo suficientemente longo, necessário para que o potencial de sucção na amostra atinja um estado de equilíbrio, mede-se as pressões nas fases líquida e gasosa e a umidade da amostra. A umidade da amostra é usualmente obtida pelo método gravimétrico, embora possa-se também controlar a quantidade de água que deixa ou é colocada na amostra.

Dentre os métodos mais tradicionais e de execução mais simples está o método da coluna longa (Collins, 1961) e o método do funil de tensão (Hillel, 1980, pp 161) (figura 5.5).

No método da coluna longa, coloca-se uma coluna de solo em posição vertical com a extremidade inferior em contato com um recipiente contendo água livre. A água infiltra-se através da coluna e após um tempo suficientemente longo atinge-se uma condição de equilíbrio entre o potencial de sucção em cada ponto da coluna e o peso do volume de líquido infiltrado. Medindo-se então a altura de cada ponto da coluna em relação ao recipiente livre e determinando-se a umidade de seções da coluna determina-se a curva  $\psi(\theta)$ . Este método é limitado a pequenos valores de sucção e o tempo necessário para

atingir-se equilíbrio pode ser longo. As vantagens do método são que ele mede com bastante rigor o potencial em baixas sucções e que pode ser utilizado tanto para infiltração como para drenagem.

No método do funil de tensão, uma pequena amostra é colocada em contato com uma placa porosa ligada a uma mangueira preenchida por água. Regulando-se a altura da extremidade livre da mangueira em relação à posição da placa porosa, altera-se a condição de sucção na amostra. Após um tempo suficiente para que o potencial na amostra equilibre-se com o imposto através da placa porosa, mede-se a sua umidade. Estes dois métodos são normalmente utilizados em solos grossos e necessitam de equipamento mais simples em relação aos outros métodos.

Os métodos de medição de potencial de sucção mais empregados são os chamados Métodos de Câmara de Pressão (Bear, 1972, Klute, 1986). Nestes métodos pode-se atuar na pressão da fase gasosa ou da fase líquida. No caso de atuar-se na pressão da fase líquida o método será denominado Método da Câmara de Sucção. Estes métodos serão abordados com maior detalhe posteriormente.

Existem outros métodos estáticos empregados na obtenção da curva  $\psi(\theta)$ . Dentre estes métodos estão o método da Injeção de Mercúrio (Brown, 1951, Van Brakel et alli, 1981), o Método da Centrifugação (Corey, 1977), os métodos baseados na utilização de tensiômetros (Quadri, 1988) e os métodos baseados na utilização de psicrômetros a efeito Peltier (Olson e Daniels, 1989). Ainda, existem métodos que utilizam sensores cujas propriedades modificam-se com o seu conteúdo de umidade. Estes sensores são postos em contato com o meio poroso e, após atingir o equilíbrio com o meio, mede-se a sua condutividade elétrica ou térmica (Bloodworth e Page, 1957, Statler e Fredlung, 1989).

Para a medição de potenciais de sucção altos são normalmente empregados os métodos baseados no equilíbrio de amostras de solo com atmosferas com pressão parcial de vapor conhecidas. Normalmente, a pressão parcial de vapor na atmosfera é conseguida através do equilíbrio desta atmosfera com uma solução salina saturada (Daian, 1986, Fernandez, 1988, Yunes, 1992, Duarte, 1992). Dependendo do sal empregado consegue-se variar a umidade relativa da atmosfera de 3 a 98 %. Nestes métodos é necessário que toda a amostra entre em equilíbrio com a atmosfera o que pode, dependendo do tamanho da amostra, da sua difusividade do vapor e da umidade relativa imposta, demorar um tempo relativamente grande (da ordem de meses).

Um aspecto que tem sido verificado é a existência de uma discrepância entre os valores de potencial de sucção medidos por métodos dinâmicos e os medidos por métodos estáticos. Corey e Brooks (1975) determinaram valores de

permeabilidade e potencial de sucção durante um processo de drenagem em uma coluna vertical de solo, inicialmente evacuada e saturada. Verificaram que, para um solo arenoso utilizado, para  $S > 0,85$ , as curvas obtidas a partir deste experimento eram diferentes das curvas obtidas de um experimento semelhante, onde, porém, o escoamento se processava em regime permanente (Scott e Corey, 1961). Um fenômeno semelhante já havia sido observado por Topp et alii (1967). A explicação de Corey e Brooks é que em regime permanente e nos métodos estacionários existe tempo suficiente para que haja difusão de ar através dos poros menores que cercam os poros maiores, permitindo assim, a dessaturação destes poros maiores. Este fenômeno parece ser importante somente para saturações elevadas e, para finalidades práticas, apresenta pouco efeito.

A seguir apresenta-se um procedimento de levantamento da curva completa de potencial de sucção, empregando os métodos de Câmara de Pressão e o equilíbrio com uma atmosfera com umidade relativa conhecida.

#### Levantamento da Curva Completa

Nos métodos de câmara de pressão uma amostra de solo é colocada em contato com uma placa ou membrana porosa, a qual atua como barreira capilar, e a amostra é drenada através da placa, ou pelo abaixamento da pressão do líquido, ou pela elevação da pressão do ar. O potencial de sucção na amostra é igual à diferença de pressão entre as fases líquida e gasosa e a umidade da amostra é determinada através da massa da amostra ou medindo-se a quantidade de líquido que deixa a amostra.

A limitação dos valores de  $\psi$  que se pode medir com estes métodos é dada pelo potencial de borbulhamento da placa porosa empregada ( $\psi_b$ , na figura 5.3). A placa porosa durante o teste deve ser impermeável ao ar e isto deixa de ocorrer quando  $\psi$  atinge  $\psi_b$  da placa porosa. Com este método consegue-se medir valores de  $\psi$  até, em média, - 15 bar. Para pressões baixas, são viáveis os métodos que atuam na pressão do líquido, como o método da câmara de sucção. Porém, para pressões médias e altas, devido ao surgimento de bolhas na fase líquida devido à existência de ar dissolvido, passa-se a empregar os métodos de câmara de pressão nos quais atua-se na fase gasosa. Para pressões médias, emprega-se o método da câmara de pressão com placa porosa, normalmente cerâmica, e para pressões altas emprega-se o método da câmara de pressão com membrana porosa, feita normalmente de algum material orgânico ou polimérico. Com estes três métodos consegue-se determinar a curva completa de sucção na região funicular (capilar) para solos arenosos e siltosos.

Para solos argilosos, ainda não existe drenagem completa da amostra em - 15 bar. A fim de completar a curva na região de umidade pendular emprega-se os métodos baseados no equilíbrio da amostra de solo com uma atmosfera com umidade relativa controlada. Para uma umidade relativa de 0,98, da Lei de Kelvin (Eq. 5.5) determina-se  $\psi \cong - 28$  bar. Para umidades relativas menores consegue-se valores de  $-\psi$  maiores. Estes métodos foram utilizados para o levantamento da curva de drenagem por Hartley (1977) e Jury (1973). Para o levantamento da curva de umedecimento, o método da câmara de sucção pode ser utilizado, e o método da câmara de pressão, com algumas modificações (Tanner e Elrick, 1958), pode também ser usado. Os métodos de equilíbrio com uma atmosfera controlada podem ser utilizados para umedecimento da mesma maneira que na drenagem.

Neste trabalho, apresenta-se os resultados obtidos por Ferreira (1989) utilizando um método de sucção conforme Su e Brooks (1980) e empregado também por Quadri (1988). Estes resultados são completados por duas estimativas feitas na região de altas sucções, uma utilizando-se uma câmara de pressão com membrana porosa e outra utilizando-se o equilíbrio da amostra com uma atmosfera com umidade relativa conhecida. A seguir descreve-se os métodos e procedimentos utilizados.

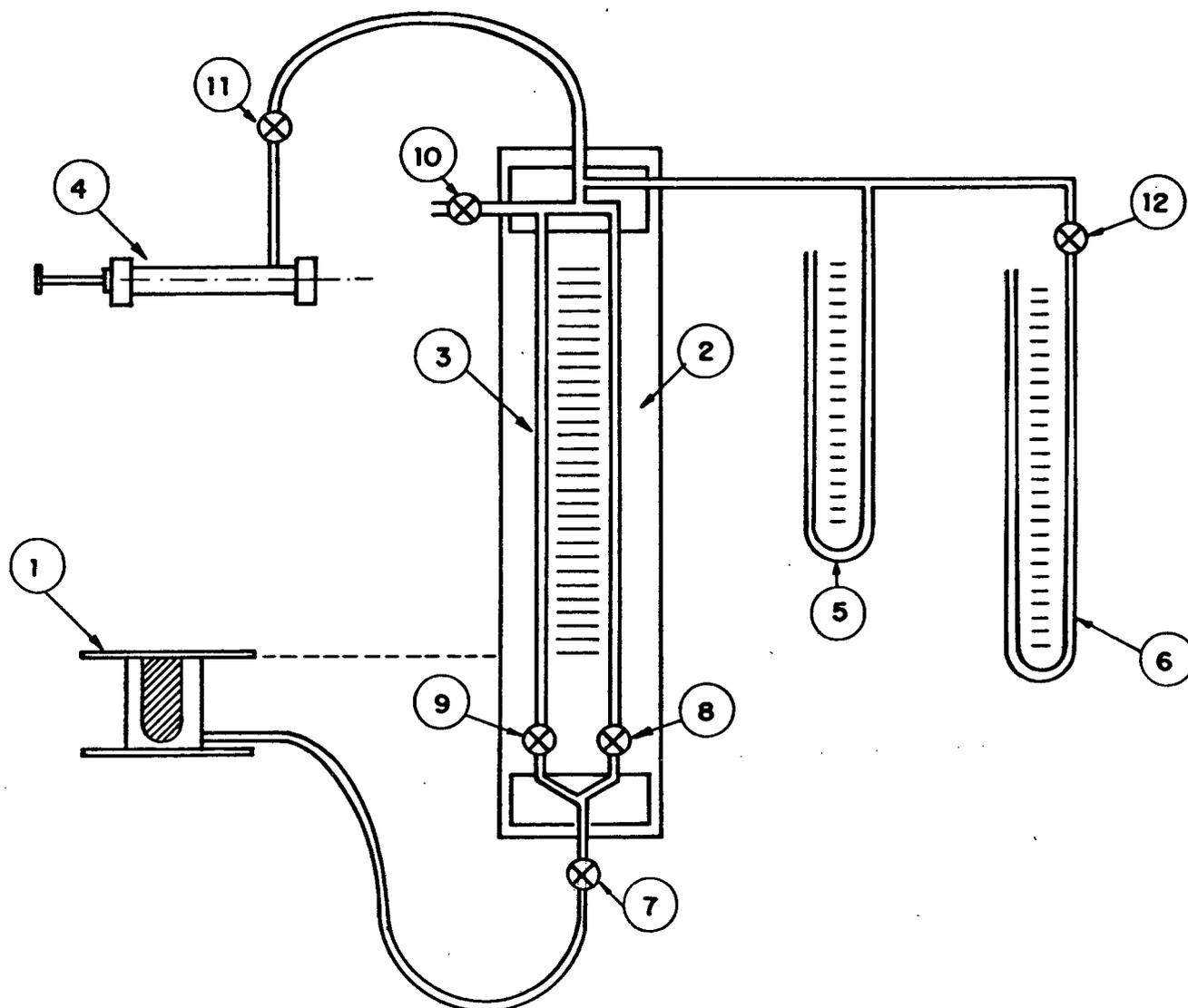
### 5.3 MEDIÇÃO DO POTENCIAL DE SUCCÃO PARA O BACKFILL

#### 5.3.1 Método Utilizado e Descrição da Bancada

O método de Su e Brooks (1980) consiste em compactar a amostra de solo no interior de um cadinho de cerâmica que por sua vez é montado no interior de uma câmara selada. A amostra é saturada e a câmara selada é preenchida com água e ligada a um pistão. Com o abaixamento da pressão do líquido dentro da câmara selada, a água flue da amostra através da cerâmica até que a pressão no interior-da câmara seja equilibrada pelo potencial de sucção na amostra. Neste instante, mede-se a diferença entre a pressão na câmara e a pressão atmosférica e mede-se a quantidade de líquido que deixou a amostra, obtendo-se assim um ponto da curva  $\psi$  versus  $S$ . A pressão da câmara é então reduzida e o processo repete-se até que não haja mais dessaturação da amostra com o aumento de  $\psi$  ou até que haja o rompimento hidráulico da cerâmica ( $\psi$  excede  $\psi_b$  da cerâmica).

Su e Brooks (1980) apresentam resultados obtidos com este método para amostras de areia até o limite de  $\psi \cong -1,6 \text{ mH}_2\text{O}$ . Este método foi empregado por Quadri (1988) para medição do potencial de sucção de uma mistura de areia e caulim até  $-2,0 \text{ mH}_2\text{O}$ .

O equipamento utilizado por Ferreira (1989) está mostrado na figura 5.6. Ele é composto pela câmara selada (câmara da amostra), que contém o copo de cerâmica, uma bureta e um tubo capilar, com a finalidade de armazenar a água retirada da amostra e indicar a situação de equilíbrio, um pistão pneumático, utilizado para controlar a pressão na fase líquida, manômetros de mercúrio e água destilada e válvulas de agulha, com o objetivo de controlar o experimento. A figura 5.7 mostra em detalhes a câmara selada. O copo de cerâmica possui internamente um cilindro de acrílico que tem o objetivo de diminuir seu volume interno. Este cilindro é colado à base do copo de cerâmica. Todas as partes, a exceção da cerâmica, são confeccionadas em acrílico e unidas por cola de silicone. A cerâmica é unida à parte superior de acrílico por cola epoxi (Araldite). A vantagem deste método em relação aos métodos de câmara de pressão reside na maior facilidade de controle da pressão na fase líquida. Dessa forma pode-se reduzir o tempo necessário para atingir o estado de equilíbrio em um dado valor de sucção, como se verá a seguir.



**LEGENDA**

- |                          |                            |
|--------------------------|----------------------------|
| 1- CÂMARA DA AMOSTRA     | 7- VÁLVULA INFERIOR        |
| 2- BURETA                | 8- VÁLVULA DA BURETA       |
| 3- TUBO CAPILAR          | 9- VÁLVULA DO TUBO CAPILAR |
| 4- PISTÃO PNEUMÁTICO     | 10- VÁLVULA SUPERIOR       |
| 5- MANÔMETRO DE MERCÚRIO | 11- VÁLVULA DO PISTÃO      |
| 6- MANÔMETRO DE ÁGUA     | 12- VÁLVULA DO MANÔMETRO   |

Figura 5.6: Bancada utilizada na medição do potencial de sucção (Ferreira, 1989).

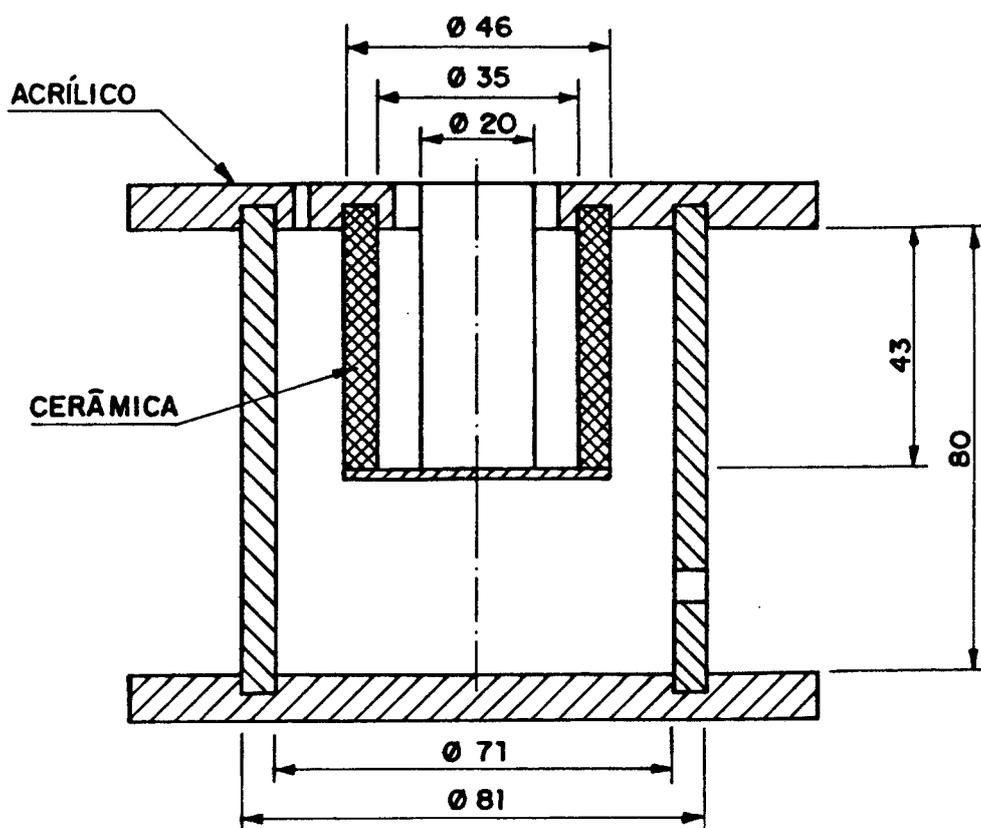


Figura 5.7: Esquema da câmara selada (As dimensões estão em mm).

A maior desvantagem deste método e dos outros métodos estáticos, consiste em esperar o tempo necessário para que a amostra atinja o equilíbrio e em reconhecer que o equilíbrio foi atingido. Ao reduzir-se a pressão do líquido no interior da câmara selada modifica-se o potencial de sucção na interface entre a cerâmica e a amostra. A cerâmica permanece saturada durante todo o teste, porém os meniscos de líquido na face da cerâmica em contato com a amostra sofrem uma deformação originando um gradiente de potencial de sucção através da cerâmica. Este gradiente de potencial de sucção é proporcional ao fluxo de líquido que deixa a amostra. Assim, modifica-se com o tempo. Dessa forma a condição de contorno na amostra é uma condição de potencial de sucção variável com o tempo. A aplicação de uma condição de contorno diferente do estado inicial da amostra origina um gradiente de potencial de sucção no seu interior que torna-se responsável pelo movimento do líquido em direção à cerâmica e através dela. No início, logo após aplicar-se a sucção na amostra, o gradiente de potencial de sucção interno à amostra é relativamente alto. Porém, a medida que a amostra aproxima-se do estado de equilíbrio, o gradiente de potencial de sucção diminui e com isso diminui o fluxo de líquido. Este fluxo diminui assintoticamente com o tempo e no estado de equilíbrio na amostra, para tempo infinito, ele reduz-se a zero. Assim, do ponto de vista experimental é necessário definir-se quando a situação alcançada na amostra é

próxima o suficiente do estado de equilíbrio. Outro aspecto que tende a aumentar o tempo de teste é a diminuição da permeabilidade da amostra com a diminuição da sua umidade. Para valores altos de umidade na amostra o processo de drenagem é relativamente rápido, porém, para umidades baixas a permeabilidade da amostra diminui e mesmo com fortes gradientes de  $\psi$  o movimento de líquido é lento. Estes dois aspectos contribuem para que os testes com câmara de pressão sejam demorados.

Com o método proposto por Su e Brooks, pode-se, após ter havido suficiente dessaturação em um dado incremento de sucção no líquido, reduzir a sucção imposta de forma que se aproxime a condição de contorno daquela de equilíbrio na amostra. Esta redução não pode ser muito grande nem muito brusca porque não se pode permitir, durante um processo de drenagem, que haja reumedecimento, mesmo que superficial, da amostra. Porém, são permitidos pequenos abaixamentos da sucção imposta. Com isto percebe-se que o fluxo de líquido a partir da amostra diminui. Se a redução da sucção for muito brusca pode haver retrocesso do fluxo de líquido. Nesta situação o teste tem que ser interrompido. Atuando-se cuidadosamente na pressão do líquido consegue-se reduzir o tempo necessário para o levantamento da curva de drenagem.

As limitações do método relacionam-se à necessidade de vedação completa em todo o equipamento, ao potencial de borbulhamento da cerâmica usada e à formação de bolhas de ar nas partes do sistema preenchidas com água. Os dois primeiros problemas dependem da utilização de materiais e métodos adequados na construção do equipamento e da escolha de uma cerâmica com propriedades adequadas. Para evitar-se a formação de bolhas de ar na água necessita-se utilizar água destilada deaerada, ou seja, água com a mínima quantidade possível de ar dissolvido. Ainda recomenda-se que os tubos sejam limpos internamente de substâncias que "engordurem" o vidro e de resíduos presos a superfície. O limite teórico do experimento é o limite de cavitação da água líquida. Porém, observou-se que, mesmo tomando-se cuidados na deaeração da água, para pressões da ordem de  $-3,0 \text{ mH}_2\text{O}$  já existe considerável nucleação de bolhas de ar nas paredes dos tubos. Estas bolhas crescem com o abaixamento da pressão, impossibilitando a medição com precisão do volume de água que deixa a amostra. Com a redução maior da pressão, estas bolhas terminam por bloquear o tubo capilar. A formação de meniscos no tubo capilar, além de dificultar a leitura de volume, impede um movimento suave da coluna de líquido e interfere na medida de pressão. Assim, somando-se a estes problemas os problemas relacionados a falhas dos componentes da bancada, conseguiu-se medir o potencial de sucção do backfill para sucções até  $-2,5 \text{ mH}_2\text{O}$ .

Para valores de sucção acima de 2,5 mH<sub>2</sub>O, precisar-se-ia determinar a umidade por outro método, como por exemplo, pela pesagem da amostra. Porém, o aspecto construtivo da bancada não permitia este tipo de medição. Ao final do capítulo, serão propostas modificações no sentido de melhorar-se a bancada experimental.

A seguir aborda-se sucintamente o procedimento experimental utilizado.

### 5.3.2 Procedimento Experimental

O procedimento de medição do potencial de sucção utilizado encontra-se detalhado em Ferreira (1989). Envolve as seguintes etapas:

#### Montagem do Experimento e Preparação da Amostra

Inicialmente, enche-se as conexões inferiores e os tubos capilar e de armazenamento com água destilada deaerada. A seguir, promove-se a saturação da cerâmica. Para tanto, enche-se a câmara selada com água através do tubo de saída. Então, enche-se com água o interior do copo de cerâmica. A água flui através da cerâmica e escorre pelo tubo de saída. Quando o copo de cerâmica estiver vazio internamente, repete-se a operação mais uma vez. Ao final, admite-se que a cerâmica está saturada.

A compactação e saturação da amostra é realizada simultaneamente. Para isso, coloca-se a amostra em pequenas porções dentro da cerâmica junto com uma quantidade de água capaz de saturar aquela porção. A amostra é então compactada com o auxílio de uma haste de metal e uma nova camada é depositada. Assim, é feito sucessivamente até que o nível do solo atinja o nível do copo de cerâmica. O excesso de água é retirado com uma seringa e a câmara da amostra é conectada ao sistema.

Neste instante, abre-se a válvula inferior e permite-se que a água escoe, a partir dos tubos capilar e de armazenamento, através do orifício que existe na parte superior da câmara da amostra. Observa-se que a válvula superior encontra-se aberta. Desta forma, o nível nos tubos capilar e de armazenamento equilibra-se com o nível superior da amostra. O nível da água no tubo capilar, na verdade, devido ao seu pequeno diâmetro, é cerca de 1 cm mais alto que no tubo de armazenamento. Então, veda-se o orifício da câmara da amostra com massa de calafetar e fecha-se a válvula superior. Fecham-se também as válvulas dos tubos de armazenamento e capilar e anota-se os níveis iniciais nos tubos capilar e de armazenamento. Estes serão os níveis de referência (pressão

zero). Observa-se que as leituras nos tubos capilar e de armazenamento deverão sempre ser feitas com as válvulas fechadas.

### Execução do Teste

O procedimento de execução do teste é o seguinte:

(a) Abre-se a válvula do tubo de armazenamento e aplica-se uma sucção através do pistão. Observa-se que, além da válvula superior, permanece fechada a válvula do tubo capilar. O êmbolo do pistão é travado na posição em que se encontra através de um dispositivo munido com um parafuso. A água flui a partir da amostra e observa-se o deslocamento do menisco no tubo de armazenamento.

(b) Quando o deslocamento é muito pequeno comparado ao deslocamento inicial (velocidade do menisco cerca de 10 vezes menor que a inicial), fecha-se a válvula do tubo de armazenamento e abre-se a válvula do capilar. O menisco no tubo capilar começa a mover-se.

(c) Neste instante, destrava-se o pistão e retrocede-se um pouco o seu êmbolo, desta forma, diminuindo a sucção imposta na amostra. O menisco no tubo capilar, então passa a mover-se mais lentamente. Após alguns minutos, praticamente não há mais movimento do menisco no tubo capilar.

(d) Então, fecha-se a válvula do tubo capilar e anota-se a posição dos meniscos nos tubos capilar e de armazenamento. Anota-se também a diferença de pressão acusada pelo manômetro de água. Este é um ponto da curva  $\psi$  versus S.

Para os outros pontos, repete-se o procedimento acima. Quando a sucção imposta excede a escala do manômetro de água, fecha-se a válvula do manômetro e passa-se a efetuar as leituras de pressão no manômetro de mercúrio. No sistema utilizado, pressões maiores que 0,6 mH<sub>2</sub>O eram lidas no manômetro de mercúrio.

Ao final do teste, fecha-se a válvula inferior e desconecta-se a câmara da amostra do sistema. A amostra é então removida do interior do copo de cerâmica e transferida a uma cápsula de alumínio para a sua secagem e determinação da massa a seco. Com o conhecimento do volume interno do copo de cerâmica pode-se assim determinar a densidade a seco da amostra e, conhecendo-se a densidade dos grãos sólidos, determinar a sua porosidade. Observa-se que na retirada do material do copo de cerâmica, utilizou-se água para lavar internamente o copo, já que se estava interessado apenas em conhecer a massa a seco da amostra.

### Tratamento dos Resultados

Durante o teste são anotados: posição da água no tubo de armazenamento ( $h_a$ ), posição da água no tubo capilar ( $h_c$ ) e diferença de pressão lida no manômetro ( $\Delta P_m$ ). A sucção imposta à amostra em cada estado de equilíbrio é calculada por,

$$\Psi = - \left[ \frac{\Delta P_m}{\rho_l g} - (h_c - h_c^R) \right] \quad (5.8)$$

onde  $h_c^R$  é o nível de referência no tubo capilar,  $\rho_l$  a densidade da água e  $g$  a aceleração da gravidade. Na Eq. (5.8)  $h_c$  e  $h_c^R$  tem unidades de [mH<sub>2</sub>O] e  $\Delta P_m$  é expresso em [Pa]. Assim,  $\Psi$ , expresso em [J/kg], é obtido multiplicando-se a Eq. (5.8) por  $g$ .

O conteúdo de umidade na amostra em cada ponto de equilíbrio é calculado como segue. Considera-se que no início do teste, a amostra encontra-se saturada (como se verá posteriormente tal consideração resulta em um erro sistemático existente em todas as medições). Assim, o conteúdo de umidade inicial é  $\theta_i = \epsilon$ , onde  $\epsilon$  é a porosidade. O conteúdo de umidade em cada ponto de equilíbrio é calculado por,

$$\theta = \theta_i - \left[ \frac{A_a (h_a - h_a^R) + A_c (h_c - h_c^R)}{V_R} \right] \quad (5.9)$$

onde,  $A_a$  é a área interna do tubo de armazenamento,  $A_c$  a área interna do tubo capilar e  $V_R$  é o volume interno do copo de cerâmica. Na Eq. (5.9),  $h_a$ ,  $h_a^R$ ,  $h_c$ ,  $h_c^R$ ,  $A_a$ ,  $A_c$  e  $V_R$  devem ser expressos em unidades consistentes. Normalmente, devido à pequena dimensão dos componentes da bancada, adota-se o [cm] como unidade básica de comprimento.

A seguir apresenta-se os resultados obtidos com o equipamento e procedimento descrito acima.

#### 5.3.3 Resultados Obtidos e Análise

A Tabela 5.1 apresenta as dimensões características do equipamento utilizado.

Inicialmente, fez-se um teste da bancada utilizando-se um meio uniforme. A figura 5.8 apresenta os resultados obtidos para microesferas de vidro com diâmetro dos grãos variando entre 0,07 e 0,210 mm. A porosidade da amostra é 0,41 e a densidade a seco é de 1,58 g/cm<sup>3</sup>. Observa-se a  $\Psi = -0,55$  mH<sub>2</sub>O a

TABELA 5.1: Dimensões características da bancada experimental:

Copo de cerâmica	: Volume	-	28 cm <sup>3</sup>
	Espessura radial	-	0,75 cm
Bureta	: Área interna	-	0,086 cm <sup>2</sup>
	Comprimento	-	100 cm
Tubo capilar	: Área interna	-	0,037 cm <sup>2</sup>
	Comprimento	-	100 cm
Manômetro de água	: Pressão máxima	-	60 cmH <sub>2</sub> O (~ 0,06 bar)
Manômetro de mercúrio	: Pressão máxima	-	400 cmH <sub>2</sub> O (~ 0,38 bar)

existência de um patamar, que é característico dos solos uniformes. O valor de  $\Psi$  no patamar depende do diâmetro das partículas. Para este material, a partir de -1,2 mH<sub>2</sub>O praticamente não há mais drenagem da amostra. Assim, assume-se que o valor do conteúdo de umidade residual para este material é

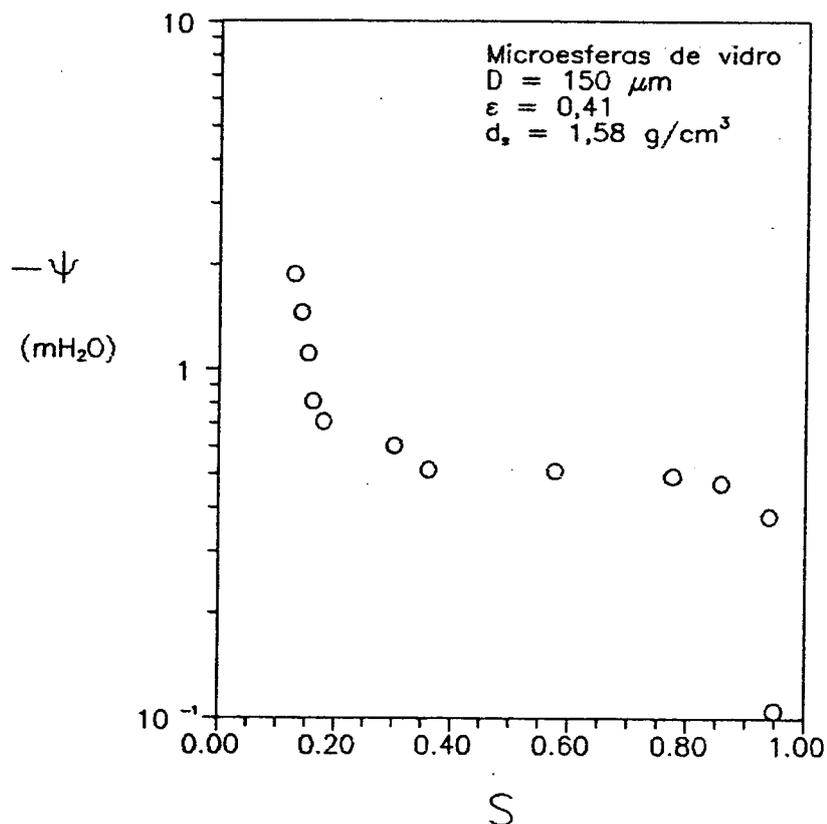


Figura 5.8: Potencial de sucção em função da saturação para um meio formado por microesferas de vidro (Ferreira, 1989).

aproximadamente  $\theta_r = 0,05$  o que corresponde a uma saturação de  $S_r = 0,12$ . Observa-se, ainda, a existência de um potencial de borbulhamento da ordem de  $-0,50 \text{ mH}_2\text{O}$ . O fato da curva de potencial de sucção iniciar-se em  $S = 0,95$  deve-se principalmente a dois efeitos. O primeiro efeito relaciona-se com a não saturação completa da amostra. Como este meio composto por esferas é relativamente grosso, torna-se fácil saturá-lo e considera-se que o procedimento utilizado é suficiente para isto. Em segundo lugar pode-se considerar que nas primeiras sucções aplicadas estava-se drenando a água superficial que recobria a amostra. Dessa forma, a amostra começa a drenar realmente em  $\Psi \sim -0,50 \text{ mH}_2\text{O}$  e admite-se que a curva mostrada na figura 5.8 apresenta-se toda deslocada para a esquerda de um valor  $\Delta S$  constante. Este valor de  $\Delta S$  depende da área exposta da amostra e da quantidade de água depositada sobre ela. A seguir passa-se aos resultados obtidos para o backfill.

A figura 5.9 apresenta os resultados obtidos para 5 amostras de backfill compactadas na densidade a seco de  $2 \text{ g/cm}^3$ . A faixa de valores medidos de  $S$  foi dividida em regiões e para estas regiões calculou-se a média e o desvio

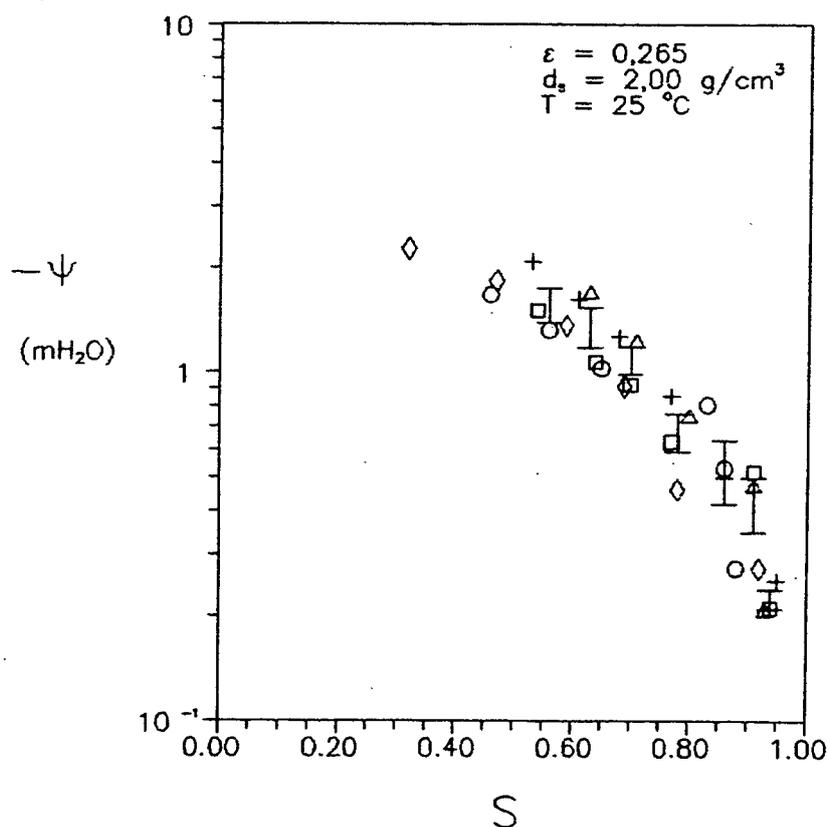


Figura 5.9: Curvas de potencial de sucção em função da saturação obtidas para 5 amostras de backfill.

padrão da média (ver Apêndice F) dos valores de  $\psi$  e os resultados estão mostrados na figura 5.9 como barras verticais. O desvio padrão da média situa-se em torno de 6 % para  $S = 0,94$  e 15 % para  $S = 0,55$ . Esta dispersão deve-se em parte às pequenas dimensões do copo de cerâmica. Como este material apresenta algumas partículas com dimensões maiores que 2 mm, espera-se que as amostras não sejam homogêneas umas em relação às outras. A inclusão de uma partícula um pouco maior que a média implica em alteração no espaço poroso do material. Outra causa da dispersão dos dados experimentais é a variação da condição inicial de saturação das amostras. Esta variação, como já foi mencionado, traduz-se como um erro sistemático em cada curva, porém, diferente de uma para outra. Com a realização de 5 experimentos, elimina-se grande parte do erro aleatório, porém, não se tem como avaliar o valor médio do erro sistemático. A terceira fonte de erro está relacionada com a drenagem da água superficial. Também neste caso existe um erro sistemático no sentido de diminuir a umidade correspondente a cada potencial de sucção. A última fonte de erro é a não existência de equilíbrio na amostra para a sucção aplicada. Este erro aumenta com a diminuição de  $S$ .

A sistemática deste trabalho consiste em considerar todos os experimentos realizados como amostras do mesmo universo, e assim, pode-se obter a curva de potencial de sucção como a média de todos os dados. Todos os pontos obtidos estão afetados pela drenagem da água superficial e pela não saturação da amostra. Como é difícil avaliar-se estes efeitos a partir dos dados disponíveis, não se propõe nenhuma correção aos dados experimentais.

No próximo item, apresenta-se algumas tentativas de obtenção dos valores de  $\psi$  para sucções mais altas.

#### 5.3.4 Obtenção de Valores de $\psi$ em Sucções Elevadas

Da medição efetuada com a câmara de pressão, não foi possível determinar-se o valor da saturação residual para o backfill. Assim, não se conhece o comportamento do backfill em baixas umidades e não se possui elementos para uma estimativa. Este aspecto dificulta o ajuste de equações aos dados obtidos e não permite o cálculo de  $D_{TV}$  e  $D_{\theta v}$  conforme requeridos pela teoria de Phillip e De Vries.

Neste trabalho optou-se por fazer duas estimativas do comportamento do backfill em altas sucções. A primeira estimativa será feita com base em dados de potencial de sucção obtidos para uma amostra de finos através de uma câmara de pressão com membrana porosa. Os dados foram medidos pela Estação

Experimental da Epagri (Empresa de Pesquisa Agro-Pecuária) em Chapecó (S.C.) e seguiram as recomendações da ASTM (ASTM D3152-72 (1977)-"Test for Capillary-Moisture Relationships for Fine-Textured Soils by Pressure-Membrane Apparatus") (ver ASTM, 1980).

A curva mostrada na figura 5.10 apresenta os resultados obtidos (potencial de sucção em função da umidade percentual). De acordo com o método experimental empregado, cada ponto foi obtido a partir de uma amostra previamente saturada. As amostras são compactadas em anéis de borracha com diâmetro de 5,2 cm e altura de 1 cm (volume igual a 21 cm<sup>3</sup>). A densidade a seco das amostras variou entre 1,2 e 1,4 g/cm<sup>3</sup>, resultando em porosidade de 0,56 a 0,49.

Os finos correspondem a 40 %, em massa, da mistura. Em sucções altas a água, na mistura, encontra-se recobrindo os grãos grossos e principalmente recobrindo os grãos finos. Considerando que a área superficial dos finos é muito maior que a dos grossos, pode-se considerar, por aproximação, que a umidade retida pela mistura em altas sucções é basicamente retida pela parcela fina. Assim, a umidade da mistura nas pressões de 5 e 15 bar pode ser

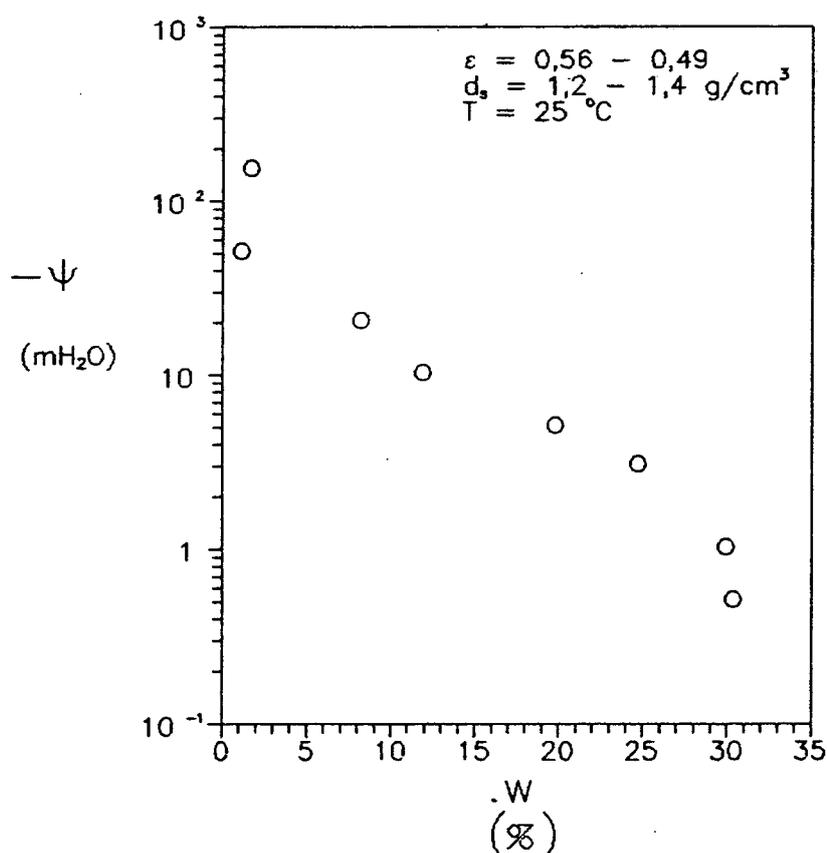


Figura 5.10: Dados obtidos para amostras de finos submetida a um ensaio em câmara de pressão com membrana porosa.

calculada como sendo 40 % da umidade retida nestas pressões pela parcela de finos, apresentada na figura 5.10. Portanto, admite-se que nas pressões de 5 e 15 bar a umidade retida pelo backfill é, respectivamente, 0,45 e 0,68 %. Sendo a densidade a seco do backfill 2 g/cm<sup>3</sup>, obtém-se  $\theta$  igual a 0,009 e 0,014 e S igual a 0,034 e 0,051. A restrição que se coloca é se a densidade dos finos no interior da mistura é igual à densidade dos finos na medição da curva da figura 5.10.

Sabendo-se que o volume total da mistura é igual a soma dos volumes ocupados pelas fases fina e grossa e que estas representam respectivamente 40 % e 60 % em massa da mistura, obtém-se a seguinte relação de densidades:

$$\frac{1}{d_s} = \frac{0,4}{d_f} + \frac{0,6}{d_g} \quad (5.10)$$

onde  $d_f$  é a densidade dos finos e  $d_g$  é a densidade dos grossos.

Sabendo-se que a densidade dos grãos é de 2,72 g/cm<sup>3</sup> e que a densidade da mistura é 2,00 g/cm<sup>3</sup>, obtém-se que a densidade da parcela de finos na mistura é 1,43 g/cm<sup>3</sup>. Portanto, conclue-se que as amostras subtidas ao ensaio na câmara de pressão possuíam densidade menor que a encontrada nos finos no interior do meio. Porém, a máxima variação de densidade é da ordem de 15 %. Admitindo-se esta variação como tolerável, os resultados mostrados na figura 5.10 serão extrapolados para o backfill.

A outra estimativa foi feita em um experimento de adsorção de vapor numa amostra de finos. O experimento seguiu as recomendações de Duarte (1991) que são basicamente as mesmas adotadas por Yunes (1992). O experimento consistiu em um experimento de adsorção de vapor em uma amostra de finos previamente seca e colocada em contato com uma atmosfera com umidade relativa conhecida. A umidade relativa da atmosfera foi obtida através do equilíbrio desta com uma solução salina concentrada de Sulfato de Potássio (K<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>). Com isto obteve-se uma atmosfera com umidade relativa de 97 %, estável nas temperaturas de 20 a 40 C. A amostra foi compactada em um recipiente de alumínio com volume de 32,97 cm<sup>3</sup>. A massa da amostra era de 47,20 g resultando numa densidade a seco de 1,43 g/cm<sup>3</sup>. O tempo de teste foi de 100 dias e a temperatura média 25 C. A figura 5.11 mostra a variação da massa de água da amostra com o tempo de teste. Observa-se que após este período a amostra continuava a absorver umidade da atmosfera mostrando que ela ainda não havia atingido o equilíbrio. Após 100 dias a umidade absorvida pela amostra foi de 0,4297 g o que corresponde a uma umidade percentual de 0,91 %. Outro problema relacionado ao experimento, é que este é um experimento de adsorção. Sendo

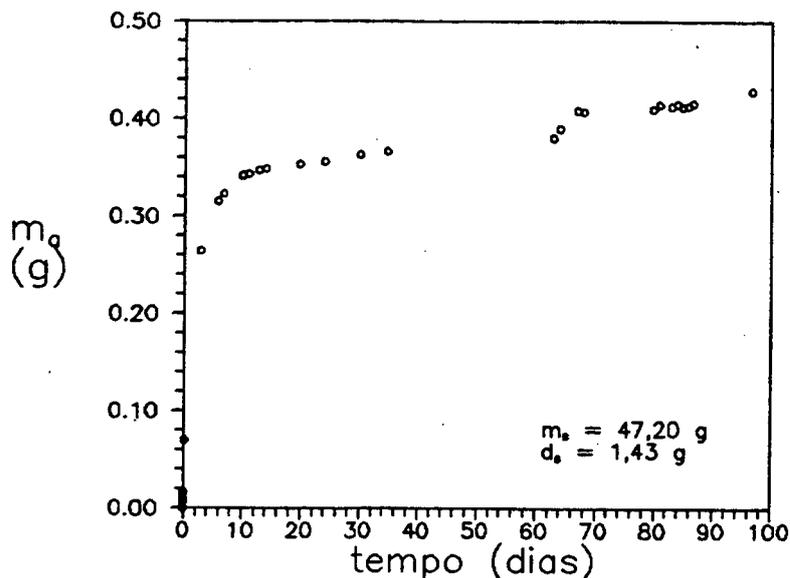


Figura 5.11: Variação da massa de uma amostra de finos submetida a um ensaio de adsorção de vapor ( $\phi = 97\%$ ,  $T = 25\text{ C}$ ).

assim, um experimento de dessorção na mesma umidade relativa conduziria a uma umidade de equilíbrio na amostra menor, devido à existência de histerese. Mesmo considerando a existência de histerese e considerando que a amostra ainda não estava em equilíbrio, adotou-se este valor como uma estimativa do valor de umidade de equilíbrio que seria obtido num experimento de dessorção para a mesma amostra.

Fazendo-se a mesma extrapolação utilizada para os dados da câmara de pressão com membrana porosa, obtém-se uma umidade percentual para a mistura de 0,36 %. Os correspondentes conteúdo de umidade e saturação são  $\theta = 0,0073$  e  $S = 0,028$ . Da Lei de Kelvin, Eq. 5.7, sendo  $R_v = 461,51\text{ J/kgK}$  e  $T = 298\text{ K}$  obtém-se que o potencial de sucção equivalente a uma umidade relativa de 97 % é  $\psi = -420\text{ mH}_2\text{O}$ .

A figura 5.12 mostra a curva completa de potencial de sucção incluindo as duas estimativas. A partir dos valores obtidos com a câmara de pressão e a adsorção de vapor, estima-se a umidade residual do backfill como sendo a média dos três valores de umidade, obtidos com o ensaio na câmara de pressão e com o ensaio de adsorção de vapor. Portanto, estima-se  $\theta_r \sim 0,01$  e  $S_r \sim 0,04$ .

A seguir ajusta-se uma curva empírica aos dados obtidos para o backfill (figura 5.12).

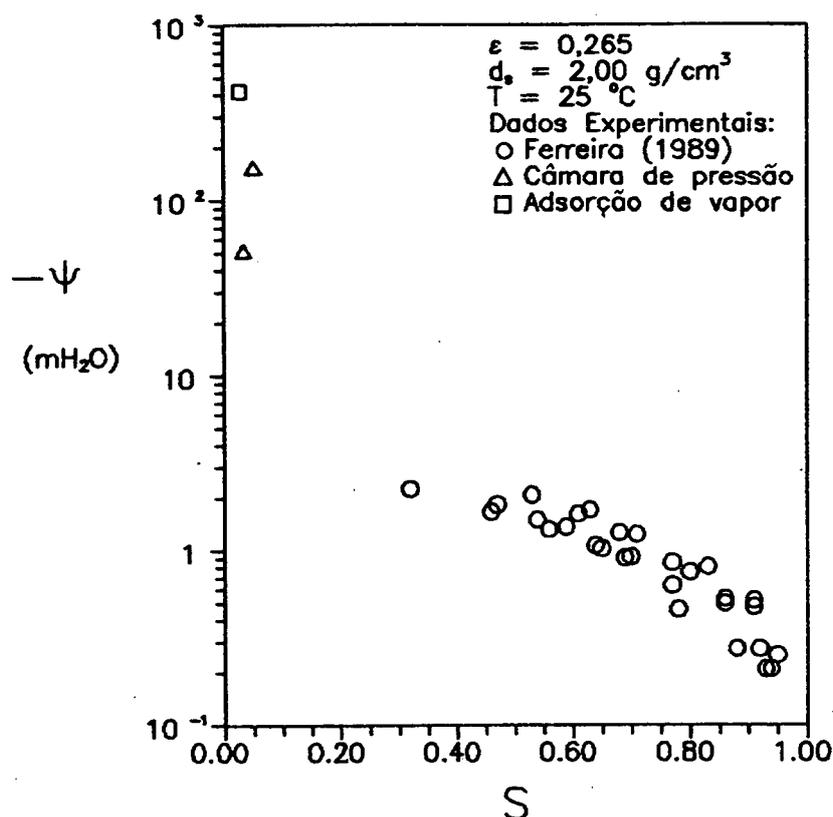


Figura 5.12: Dados de potencial de sucção obtidos para o backfill.

#### 5.4 AJUSTE DE EQUAÇÕES

Existem várias equações empíricas destinadas ao ajuste de curvas de potencial de sucção para a região de umidade funicular (Bear, 1972, Corey, 1977, Hillel, 1980). Um grupo de equações bastante promissoras são as equações derivadas da equação de Brooks e Corey (1966). Entre estas, estão a equação de Su e Brooks (1975) e a equação de Van Genuchten (1980). Inicialmente, apresenta-se a equação de Brooks e Corey, conforme Corey (1977), e a seguir apresenta-se as equações de Su e Brooks e Van Genuchten. Estas últimas serão ajustadas aos dados da figura 5.12.

##### Equação de Brooks e Corey (1966)

A equação de Brooks e Corey para o potencial de sucção é (Corey, 1977, pg 47),

$$S_e = \left( \frac{\Psi}{\Psi_b} \right)^{-m} \quad (5.11)$$

onde  $\Psi_b$  é o potencial de borbulhamento e  $S_e$  é a saturação efetiva dada por,

$$S_e = \frac{S - S_r}{1 - S_r}$$

sendo  $S_r$  a saturação residual.

A Eq. (5.11) é válida para  $\Psi > \Psi_b$ . Brooks e Corey denominaram o parâmetro  $m$  de índice de distribuição de tamanho de poros. Para um meio uniforme, cuja distribuição de tamanho de poros é concentrada em poucos poros,  $m$  assume valores grandes. Teoricamente, para um meio que possua somente um tipo de poro,  $m$  tende ao infinito. Para um meio que possua poros variando em uma faixa grande de tamanhos (distribuição de tamanho de poros espalhada)  $m$  tende a zero. Assim,  $m$  é um parâmetro capaz de caracterizar aproximadamente a distribuição porosa de um material. O solos naturais apresentam em média  $m = 2$ . Areias de granulometria uniforme possuem  $m > 5$  e solos bem graduados apresentam  $m < 1$ .

A Eq. (5.11) é bastante sensível ao valor de  $S_r$ . Na realidade, a Eq. (5.11) tem sido utilizada para determinar-se os valores de  $S_r$  e  $\Psi_b$  (Muallem, 1976). Corey argumenta que quando  $S_r$  é obtido a partir da Eq. (5.11) ele indica o volume ocupado por poros que são muitas vezes menores que os poros mais comuns do meio. Desta forma, ele não está relacionado com o fenômeno de desconexão da fase líquida mas sim com a distribuição de tamanho de poros do material. Assim, para solos finos (argilas) muitas vezes obtém-se valores negativos de  $S_r$ . Nestes casos assume-se  $S_r = 0$ . O valor de  $\Psi_b$ , com relação à Eq. (5.11), é o valor de  $\Psi$  onde a curva de  $\Psi$  versus  $S$  sofre uma inflexão. White et alli (1972) obtiveram resultados indicando que o ponto onde  $dS/d\Psi$  é máximo corresponde ao valor de  $S$  em que começa a existir permeabilidade da fase gasosa, ou seja, é o ponto  $S_{nmr}$  mostrado na figura 5.4. Assim, segundo White et alli, em  $\Psi_b$  ocorre percolação da fase gasosa e os poros do interior do meio podem ser dessaturados. White et alli argumentam ainda que qualquer dessaturação para  $\Psi < \Psi_b$  ocorre somente em poros superficiais.

A extrapolação das conclusões de White et alli para outros meios porosos não é garantida, principalmente no que se refere a adotar-se o ponto onde  $dS/d\Psi$  é máximo como o ponto correspondente a  $S_{nmr}$  e a  $\Psi_b$ . Para os dados da figura 5.12 o modelo de Brooks e Corey não teve um bom comportamento. Utilizando-se o procedimento de ajuste recomendado por Corey (1977) obteve-se

$S_r = 0,24$ ,  $\Psi_b = 0,72$  e  $m = 0,97$ . Portanto, com o método de Corey só foi possível ajustar os dados para  $0,2 \leq S \leq 0,8$ .

A equação de Su e Brooks apresenta um comportamento melhor em relação aos dados disponíveis, como se verá a seguir.

#### Equação de Su e Brooks (1975)

A equação de Su e Brooks foi obtida através de um melhoramento da equação de Brooks e Corey. O objetivo era obter uma equação válida para valores de  $\Psi$  menores que  $\Psi_b$  e que ajustasse tanto os dados de drenagem como os dados de umedecimento. A equação de Su e Brooks é (Corey, 1977),

$$\frac{\Psi}{\Psi_b} = \left( \frac{S - S_r}{a} \right)^{-n} \left( \frac{1 - S_r}{b} \right)^{bn/a} \quad (5.12)$$

A Eq. (5.12) pode ser rearranjada fornecendo,

$$\frac{\Psi}{\Psi_b} = C S_e^{-n} (1 - S_e)^{bn/a} \quad (5.13)$$

onde C é uma função de a, b, n e  $S_r$ .

Comparando-se as Eqs. (5.13) e (5.11) observa-se que n tem o mesmo sentido de m, sendo um parâmetro que depende da distribuição porosa do meio. Estimando-se  $\Psi_b$  e  $S_r$  a partir dos dados experimentais, a Eq. (5.12) pode ser rearranjada tornando-se uma equação linear a três parâmetros.

A equação de Su e Brooks foi ajustada aos dados da figura 5.12 considerando-se  $S_r = 0,04$  e  $\Psi_b = 0,1 \text{ mH}_2\text{O}$ . Da figura 5.9 observa-se que os erros na medição de  $\Psi$  variam com S. Porém, por aproximação, considerou-se os pesos de cada valor de  $\Psi$  como sendo iguais a 1. Do ajuste da Eq. (5.12) obteve-se  $n = 0,3654$ ,  $a = 2,072 \cdot 10^{-4}$  e  $b = 4,607 \cdot 10^{-4}$ . O resultado encontra-se plotado na figura 5.13. Embora não se conheça o comportamento do material para  $S_r < S < 0,4$  para os dados disponíveis a curva ajustada apresenta um bom comportamento. Observa-se que esta equação não é sensível ao valor de  $\Psi_b$ , ou seja, modificando-se o valor de  $\Psi_b$  modificam-se os parâmetros da equação mas a forma da função permanece inalterada.

O desvio padrão entre a curva ajustada e os dados experimentais foi calculado com base nas Eqs. do Apêndice F, utilizando-se somente os dados da câmara de pressão. Neste caso, tem-se 28 pontos e 3 parâmetros ajustados, de forma que o número de graus de liberdade do ajuste é 25. Utilizou-se também

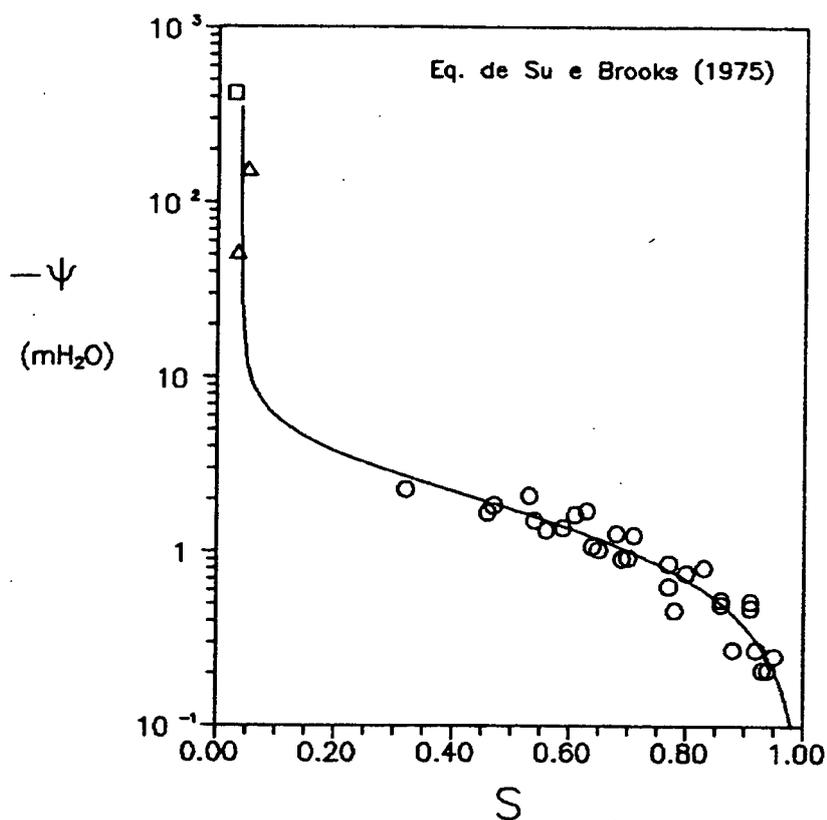


Figura 5.13: Ajuste da equação de Su e Brooks (1975) aos dados de potencial de sucção do backfill.

pesos unitários para todos os valores de  $\psi$  e obteve-se  $\sigma = 0,2039 \text{ mH}_2\text{O}$ .

A equação final do ajuste pode ser simplificada, a partir da Eq. 5.13, como,

$$\Psi = A S_e^B (1 - S_e)^C \quad (5.15)$$

onde  $A = 2,317$ ,  $B = -0,3654$  e  $C = 0,8125$ .

A seguir apresenta-se a equação de Van Genuchten.

#### Equação de Van Genuchten (1980)

A equação de Van Genuchten, aplicável a todos os valores de  $\Psi$ , é dada por (Van Genuchten, 1980),

$$S_e = \left[ 1 + (\alpha \Psi)^\beta \right]^{-\eta} \quad (5.16)$$

onde  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\eta$  são parâmetros a determinar.

Comparando-se a Eq. (5.16) com a equação de Brooks e Corey, Eq. (5.11), observa-se que, para valores altos de  $\Psi$ ,  $\beta\eta \sim m$  e  $\alpha \sim 1/\Psi_b$ . Van Genuchten mostrou que a Eq. (5.16) é mais sensível a  $\beta$  do que a  $\eta$  e, para que esta possa ser utilizada em modelos matemáticos de  $k_{rt}$ , é necessário que  $\eta$  e  $\beta$  estejam relacionados. Assumindo a forma funcional mais simples, Van Genuchten determinou que  $\eta = 1 - 1/\beta$ . Dessa forma, a Eq. (5.16) é uma equação não-linear a dois parâmetros,  $\alpha$  e  $\beta$ .

Os valores de  $\beta$ , assim como os valores de  $m$  na equação de Brooks e Corey, estão relacionados com a distribuição de tamanho de poros do meio.  $\beta$  alto relaciona-se a meios uniformes e  $\beta$  baixo relaciona-se a meios com uma distribuição de tamanho de poros larga.

Para os dados experimentais disponíveis, obteve-se o resultado mostrado na figura 5.14. A curva tracejada foi obtida a partir do ajuste da Eq. (5.16) utilizando-se  $S_r = 0,04$ . Obteve-se  $\alpha = 1,099$  e  $\beta = 2,305$ . Do valor de  $\alpha$  observa-se que  $\Psi_b \sim 0,7 \text{ mH}_2\text{O}$ . O desvio padrão dos pontos em relação a curva é  $\sigma = 0,2895 \text{ mH}_2\text{O}$ .

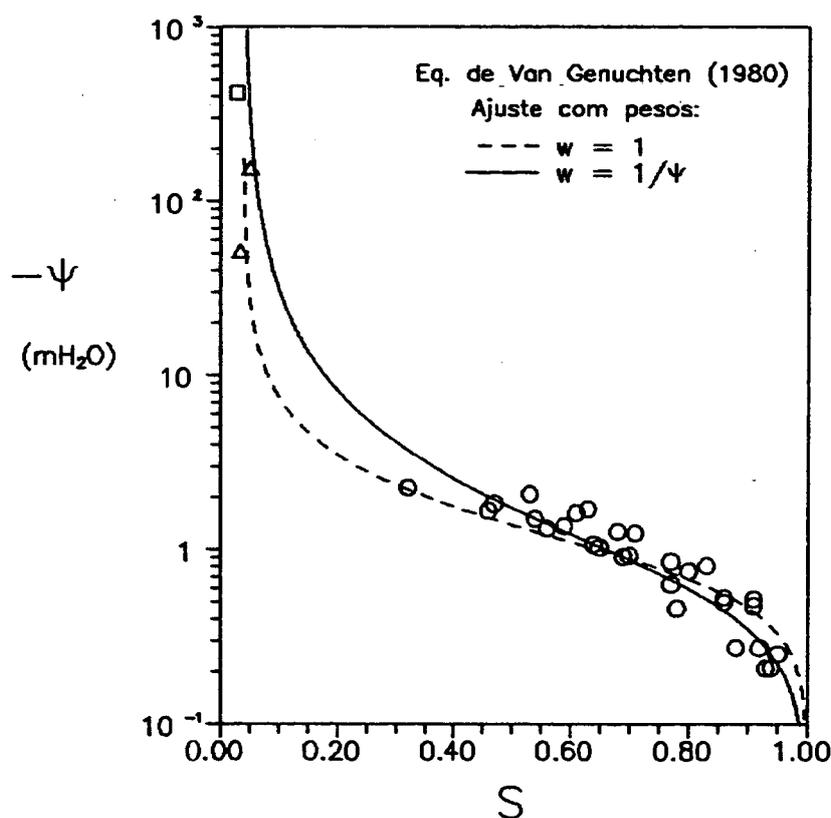


Figura 5.14: Ajuste da equação de Van Genuchten (1980) aos dados de potencial de sucção do backfill.

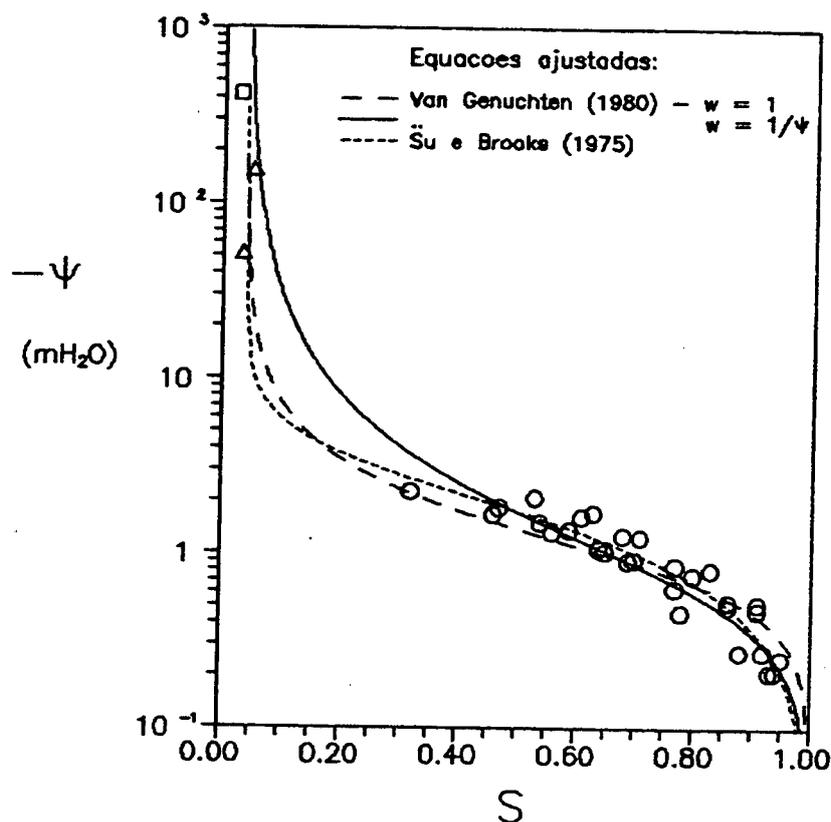


Figura 5.15: Curvas empíricas ajustadas aos dados de potencial de sucção.

A curva contínua mostrada na figura 5.14 foi obtida do ajuste da Eq. (5.16) considerando que cada valor de  $\Psi$  tem um peso diferente no ajuste (Apêndice F).

Utilizou-se  $w = 1/\Psi_i$ . Matematicamente, isto implica em privilegiar-se, no ajuste, os pontos obtidos para  $-\Psi$  menores. Da teoria de erros (Pugh e Winslow, 1960) isto é equivalente a considerar-se que os valores menores de  $\Psi$  possuem erros de medição menores. A hipótese não é ruim visto que utilizou-se valores estimados de  $\Psi$  para sucções elevadas.

Com este procedimento, obteve-se  $\alpha = 1,407$  e  $\beta = 1,728$ . O desvio padrão obtido, considerando-se o peso de cada valor de  $\Psi_i$ , foi  $\sigma = 0,2409$  mH<sub>2</sub>O.

#### Equação para o Potencial de Sucção do Backfill

A figura 5.15 apresenta, no mesmo gráfico, as três funções ajustadas. A função de Su e Brooks situa-se entre as duas funções calculadas com a equação de Van Genuchten. Na falta de dados experimentais para o backfill na região de

umidade entre  $S_r$  e  $S = 0,4$  considera-se que a equação de Van Genuchten ajustada com peso  $w = 1/\Psi$  fornece resultados equivalentes à equação de Su e Brooks. Assim, em virtude da equação de Van Genuchten poder ser tratada matematicamente com maior facilidade quando deseja-se calcular a permeabilidade relativa a partir de modelos analíticos, esta será adotada para prever o comportamento do potencial de sucção do backfill.

Para  $S < S_r$ , não possui-se dados suficientes para ajustar uma equação para o potencial de sucção. Porém, caso necessite-se de uma curva contínua prevendo o comportamento do potencial de sucção em toda a faixa de umidade, recomenda-se, na falta de informações mais detalhadas, utilizar-se uma equação proposta por Couvillion (1980) para aproximar o potencial de sucção na região de  $S < S_r$ . A equação de Couvillion é ajustada de forma que para um valor de  $S$  pouco maior que  $S_r$ , o valor da função e a sua derivada coincidam com o valor e derivada da função válida para  $S > S_r$ .

## 5.5 CONCLUSÕES

Apresentou-se medições de potencial de sucção para o backfill, realizadas por Ferreira (1989), utilizando o método proposto por Su e Brooks (1980). Mediu-se valores de potencial de sucção em função da saturação para sucções até 2,5 mH<sub>2</sub>O. Neste valor de sucção o material apresentou uma saturação da ordem de 0,4. O desvio padrão das medidas foi estimado em  $\pm 15 \%$  do valor medido (desvio padrão da média para  $n = 4$  pontos).

A fim de completar os dados de potencial de sucção obtidos com o método de Su e Brooks realizou-se duas estimativas da umidade de equilíbrio do backfill em sucções elevadas. As medições foram feitas somente na parcela de finos da mistura e utilizou-se para isto uma câmara de pressão com membrana porosa e um método de adsorção de vapor. As estimativas permitiram aproximar-se o valor de  $S_r$  para o backfill e assim ajustar uma função empírica aos dados disponíveis.

Ajustou-se uma função devida a Van Genuchten (1980) (figura 5.15). A função ajustada permite calcular-se o potencial de sucção do backfill em função da umidade em toda a faixa de umidade funicular.

O método experimental utilizado por Ferreira (1989) na determinação da curva de potencial de sucção apresenta vantagens do ponto de vista de rapidez na execução dos experimentos. Porém, detectou-se uma certa dificuldade na

medição do volume de água drenado da amostra e na medição da saturação inicial da amostra. Como recomendações no sentido de melhorar o método experimental pode-se citar:

(a) Obter a saturação da amostra durante o teste através de medições da massa da câmara que contém a amostra. As medições de massa durante o teste podem ser feitas adaptando-se a câmara da amostra na parte inferior de uma balança digital e utilizando-se uma mangueira flexível para conectar a câmara da amostra ao restante da bancada. Através da medição de massa da amostra não existirá mais influência das bolhas de ar formadas nas tubulações da bancada na medição do volume de água drenado da amostra. Porém, haverá influência das bolhas formadas no interior da câmara. O tubo capilar continua sendo utilizado para visualizar-se o movimento da água a partir da amostra e verificar o estado de equilíbrio.

(b) Ao final do teste recomenda-se retirar uma pequena parcela da amostra, com o auxílio de uma espátula, com o objetivo de determinar a umidade da amostra no último valor de sucção aplicado. Após tirar esta parcela, o restante da amostra é retirado da cerâmica utilizando o método relatado, que tem a finalidade de determinar a densidade a seco e por consequência a porosidade. A partir da umidade da amostra no último ponto da curva obtém-se a umidade dos outros pontos somando-se a variação de massa da amostra.

(c) A compactação submersa do meio poroso pode causar alteração na sua estrutura devido à separação da fração mais fina, da fração grossa. A fim de evitar este efeito, recomenda-se compactar a seco a amostra e saturar a amostra e a câmara sob vácuo.

Neste trabalho não se efetuou medições de potencial de sucção em função da temperatura. Para estas medições é necessário manter-se toda a bancada em um ambiente com temperatura controlada. Alternativamente, adotando-se a medição de massa de água por pesagem da câmara, precisa-se manter sob temperatura controlada somente a câmara da amostra, o sistema de medição de pressão e um pequeno tubo capilar. Neste caso, o tubo capilar que recebe a água que deixa a amostra precisaria ter pequenas dimensões e teria a função somente de indicar o equilíbrio na amostra. A cada instante, a água drenada da amostra precisaria ser purgada do sistema. A pressão da fase gasosa teria que ser medida dentro da câmara com temperatura controlada e necessitaria haver, na linha de ar que liga a câmara ao pistão, um dispositivo que evitasse a difusão da umidade evaporada da amostra através da linha de ar.

Com este equipamento pode-se também fazer medições de potencial de sucção no umedecimento da amostra. Para isto, pode-se utilizar o procedimento

sugerido por Su e Brooks (1980).

Com relação à análise de erros e ajuste de equações, considerou-se que a saturação é determinada com maior precisão do que o potencial de sucção. Assim, estimou-se o erro de medição do potencial de sucção considerando que a saturação possui um erro desprezável. Pode-se trabalhar na situação inversa, ou seja, considerar que o erro de determinação de  $\psi$  seja muito menor que o erro na determinação de  $S$ . Esta situação é fisicamente mais realista e dessa forma os valores obtidos para os parâmetros dos ajustes seriam um pouco diferentes (ver Pugh e Winslow, 1960).

O próximo capítulo trata da determinação da condutividade hidráulica do backfill. Para isso, serão utilizados modelos analíticos que permitem a obtenção da curva de condutividade hidráulica a partir da curva de potencial de sucção e serão feitas medidas da condutividade de saturação e da condutividade hidráulica.

## CAPÍTULO 6

### Condutividade Hidráulica

#### 6.1 INTRODUÇÃO

A condutividade hidráulica, definida pela Eq. (3.23), foi obtida a partir de uma extensão da Lei de Darcy para o caso de escoamento viscoso em meios porosos insaturados.

A Lei de Darcy, Eq. (3.15), foi obtida, originalmente, a partir de observações experimentais do escoamento de água em leitos de areia saturados. Considerando um leito granular com comprimento  $L$  submetido a um gradiente hidráulico igual a  $(h_2 - h_1)/L$ , sendo  $h_1$  e  $h_2$  medidos a partir de um nível de referência (figura 6.1), o fluxo volumétrico total de líquido é dado por,

$$Q = K_{sat} A \frac{h_2 - h_1}{L} \quad (6.1)$$

onde  $A$  é a área transversal da coluna. Sendo a unidade básica de comprimento o cm, o fluxo total  $Q$  é dado em  $\text{cm}^3/\text{s}$ .  $K_{sat}$  é a condutividade hidráulica de saturação do leito granular e tem unidades de  $\text{cm}/\text{s}$ .

A Eq. (6.1) pode ser reescrita em termos da pressão hidrostática nos pontos 1 e 2. Da figura 6.1, observa-se que  $p_1 = \rho_l g (h_1 - z_1)$  e  $p_2 = \rho_l g (h_2 - z_2)$ . Assim, sendo  $z_2 - z_1 = L$ , a Eq. (6.1) torna-se,

$$\frac{Q}{A} = \frac{K_{sat}}{\rho_l g} \left( \frac{p_2 - p_1}{L} - \rho_l g \right) \quad (6.2)$$

A condutividade hidráulica depende de características do meio poroso e do fluido que está escoando. Uma tentativa de eliminar a influência do fluido no

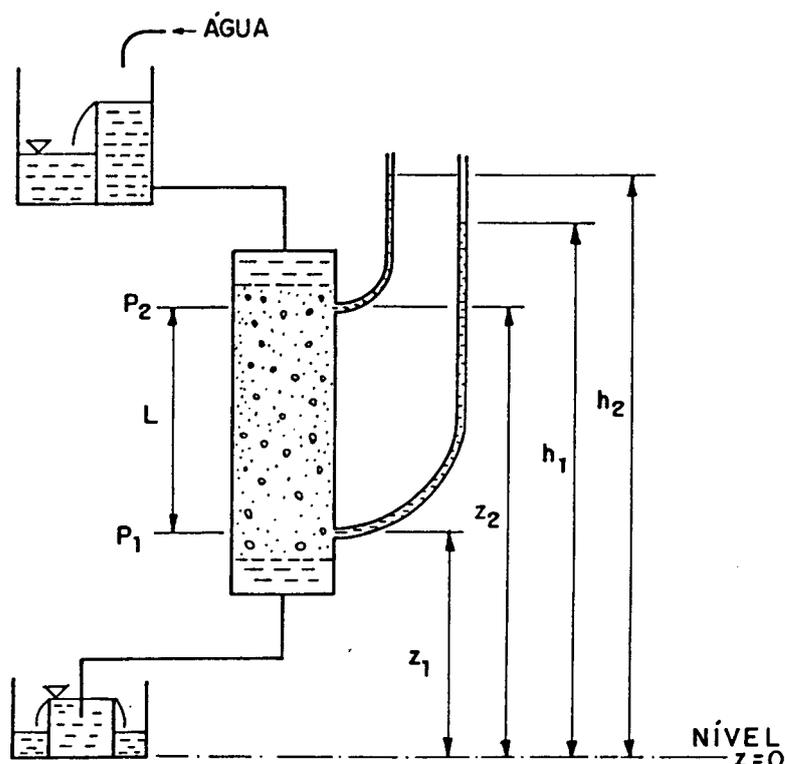


Figura 6.1: Experimento clássico para a determinação da condutividade hidráulica de saturação.

valor de  $K$ , originalmente obtida por analogia com o escoamento viscoso em dutos (Corey, 1977), consiste em definir-se a permeabilidade de saturação  $k_{sat}$  de forma que a Eq. (6.2) torne-se,

$$\frac{Q}{A} = \frac{k_{sat}}{\mu_l} \left( \frac{P_2 - P_1}{L} - \rho_l g \right) \quad (6.3)$$

Assim, das Eqs. (6.2) e (6.3) observa-se que,

$$k_{sat} = K_{sat} \frac{\mu_l}{\rho_l g} \quad (6.4)$$

$k_{sat}$  é uma propriedade do meio poroso e independe do fluido em escoamento. As evidências experimentais, para uma grande variedade de meios porosos e fluidos, confirmam a validade da Eq. (6.3) (Scheidegger, 1974).

A extensão da Eq. (6.3) para o caso mais geral de escoamento tridimensional é obtida assumindo-se a hipótese de que o meio poroso é contínuo e fazendo-se a dimensão  $L$  tender a zero. Dessa forma, relaciona-se o fluxo de líquido ao gradiente hidráulico local. Reescrevendo a Eq. (6.3) em termos de fluxo mássico ( $j_l$ ) obtém-se,

$$\frac{j_l}{\rho_l} = - \frac{k_{sat}}{\mu_l} \nabla ( p_l + \rho_l g ) \quad (6.5)$$

A Eq. (6.5) é a equação que descreve o fluxo viscoso de líquido em um meio poroso homogêneo, isotrópico e inerte. O termo entre parênteses pode ser interpretado como um potencial responsável pelo movimento do fluido (Corey, 1977). Embora obtida originalmente de maneira empírica ela pode ser deduzida, partindo-se das equações básicas de escoamento de um fluido newtoniano incompressível, válidas em escala microscópica (Equações de Navier-Stokes), e aplicando-se o método de médias volumétricas de Whitaker (1969) e Slattery (1967). A partir deste procedimento obtém-se uma expressão para  $k_{sat}$  em função de parâmetros dependentes da estrutura do meio (Pratt, 1991).

Os modelos de determinação de  $k_{sat}$  normalmente assumem, ou uma estrutura simplificada, ou um padrão de escoamento simplificado, ou ambos. Com relação à estrutura, alguns modelos assumem uma estrutura de feixes de capilares. Com relação ao escoamento, os modelos mais simples assumem que o escoamento nos poros do meio é do tipo de Poiseuille. Posteriormente, este assunto será retomado.

Em virtude da inexatidão dos modelos existentes,  $k_{sat}$  é uma propriedade que precisa ser medida para cada meio de interesse. Os métodos de medição normalmente baseiam-se no experimento clássico mostrado na figura 6.1, ou usando um gradiente de pressão constante, ou usando um gradiente de pressão que varia com o tempo.

A extensão da Lei de Darcy para os meios porosos insaturados advém da hipótese que as fases líquida e gasosa ocupam poros distintos e escoam por eles sem que haja interferência mútua. Dessa forma o fluxo viscoso de líquido num solo insaturado é dado por,

$$\frac{j_l}{\rho_l} = - \frac{k_{sat} k_{rl}}{\mu_l} \nabla(p_l - \rho_l g) \quad (6.6)$$

e o fluxo viscoso de ar é dado por,

$$\frac{j_g}{\rho_g} = - \frac{k_{sat} k_{rg}}{\mu_g} \nabla(p_g - \rho_g g) \quad (6.7)$$

$p_l$  e  $p_g$  são respectivamente as pressões nas fases líquida e gasosa. A pressão capilar em cada ponto do meio é dada por,

$$p_c = p_l - p_g \quad (6.8)$$

Na Eq. (6.7) normalmente a componente gravitacional é negligenciada.  $k_{rl}$

e  $k_{rg}$  são respectivamente as permeabilidades relativas da fase líquida e da fase gasosa (ar úmido). São funções apenas da saturação do meio e carregam o efeito que a variação de umidade do meio acarreta na modificação da área livre de escoamento e no comprimento efetivo "real" dos poros.

Nas Eqs.(6.6) e (6.7) está implícita a hipótese de que não há interação viscosa entre as duas fases. Tal hipótese, embora não provável, tem se mostrada satisfatória do ponto de vista experimental (Bear, 1972). Assim, as Eqs. (6.6) e (6.7) tem sido utilizadas na descrição dos processos que envolvem fluxo de líquido e gás em meios porosos insaturados.

O modelamento teórico da permeabilidade relativa possui as mesmas dificuldades encontradas no modelamento de  $k_{sat}$ , acrescidas dos problemas de determinação da distribuição da fase líquida no meio poroso. Os modelos de feixes de capilares são os mais utilizados e, como será visto posteriormente, permitem estimativas da curva de  $k_{rl}$  a partir do conhecimento da curva de  $\psi(S)$ .

Os métodos de medição de  $k_{rl}$  utilizam o escoamento simultâneo de ar e água no meio poroso ou somente o escoamento de água. O escoamento pode desenvolver-se em regime permanente ou em regime transiente. Osoba et alli (1951) e Sheidegger (1974) apresentam uma descrição dos métodos que utilizam escoamento simultâneo de água e ar no meio poroso e Klute (1986) apresenta uma descrição dos métodos baseados na infiltração ou drenagem de amostras do meio poroso.

A seguir descreve-se os métodos utilizados e os resultados obtidos na determinação da condutividade hidráulica do backfill. O capítulo foi dividido em duas partes. A primeira parte é dedicada à determinação da permeabilidade de saturação. Inicialmente são feitas algumas previsões com base em modelos disponíveis na literatura e então apresenta-se medições realizadas com um permeâmetro de nível constante. Em virtude de não se conseguir a completa saturação do material, com os testes com água, mediu-se a permeabilidade de saturação utilizando-se escoamento de ar na amostra seca. A segunda parte do capítulo é dedicada à medição da permeabilidade relativa. Inicialmente, com base na curva de  $\Psi(S)$  realizou-se uma estimativa de  $k_{rl}$  utilizando-se modelos de feixes capilares. Posteriormente, utilizando-se um método de infiltração e os valores medidos de  $k_{sat}$ , determinou-se valores de  $k_{rl}$  em função de  $S$  e comparou-se com as curvas estimadas. Finalmente, aos valores de  $k_{rl}$  versus  $S$  obtidos ajustou-se curvas empíricas.

A seguir passa-se a discussão da permeabilidade de saturação.

## 6.2 PERMEABILIDADE DE SATURAÇÃO

Fisicamente, a permeabilidade de saturação depende da área livre de escoamento, da área superficial e do comprimento efetivo "real" de cada canal que forma o espaço poroso do meio. Assim, para um meio poroso qualquer,  $k_{sat}$  é uma função da forma, dimensão e orientação dos canais em relação ao gradiente de pressão externo. No caso de um meio granular, a estrutura do espaço poroso é definida pela forma, dimensão e empacotamento dos grãos. O empacotamento é definido pela orientação de cada grão individual e pela posição dos contatos de um grão com os outros. Dessa forma, a relação entre a permeabilidade de saturação e as características da matriz porosa é muito complicada para ser abordada de maneira determinística. A maneira de abordar-se o problema é através de uma descrição estatística. Porém, tal descrição recai em dois problemas. Inicialmente, precisa-se definir quais são os parâmetros médios de interesse e a seguir precisa-se obter estes parâmetros para o meio poroso de interesse. Para solucionar o primeiro problema é necessário desenvolver-se um modelo para o escoamento no meio poroso. A partir deste modelo decide-se quais são os parâmetros estruturais relevantes. A seguir, ou desenvolve-se um método de medição destes parâmetros, ou desenvolve-se um modelo de meio poroso para o qual os parâmetros possam ser calculados.

Seguindo este esquema, os modelos mais simples possíveis são os modelos de feixes capilares e os modelos baseados na Teoria do Raio Hidráulico. Estes modelos assumem que o meio pode ser descrito como um feixe de capilares, conectados em série, em paralelo ou de alguma maneira especial, cujos diâmetros variam conforme uma certa função distribuição. Assume-se ainda que o escoamento nos capilares comporta-se como um escoamento de Poiseuille. Outros modelos assumem que o escoamento no meio poroso comporta-se de maneira idêntica ao escoamento ao redor de corpos submersos. Estas teorias, denominadas Teorias do Arrasto, consideram os grãos, ou esféricos, ou cilíndricos e têm sido utilizadas com sucesso na previsão da perda de carga em filtros. Scheidegger (1974) apresenta uma revisão dos modelos de feixes de capilares e dos modelos de arrasto. Os modelos mais completos do ponto de vista de modelo do escoamento são os modelos baseados na Teoria das Médias Volumétricas e os modelos que utilizam o cálculo variacional em conjunto com uma descrição estatística detalhada da estrutura (Torquato, 1991). Estes últimos, porém, são de difícil implementação e são mais adequados no sentido de melhorar o entendimento do fenômeno do que como ferramentas de uso

rotineiro.

Os modelos mais adequados para estimativas rotineiras da permeabilidade de saturação são os modelos de feixes capilares. Estes modelos relacionam a permeabilidade de saturação com parâmetros geométricos do meio facilmente medidos ou obtidos das curvas granulometria ou de potencial de sucção. Além disso, normalmente dependem de parâmetros que assumem valores diferentes dependendo do meio tratado. Estes parâmetros, na maioria das vezes, tem a finalidade de ajustar os valores previstos pelas teorias aos valores medidos experimentalmente.

### 6.2.1 Limitações da Lei de Darcy

A aplicação da Lei de Darcy no escoamento de fluidos através de meios porosos saturados possui limitações relacionadas com a natureza dos fluidos empregados, com as características do meio poroso e com a faixa de vazão do escoamento. Na realidade, a Lei de Darcy tem se mostrado uma boa aproximação para os escoamentos naturais em solos. Entretanto, os métodos de medição de permeabilidade em laboratório muitas vezes distanciam-se da situação real e por isso é interessante conhecer-se o comportamento do solo frente a Lei de Darcy para poder-se avaliar os experimentos. Os desvios a Lei de Darcy que usualmente ocorrem em experimentos serão discutidos no que se segue.

#### Escoamentos em Altas Velocidades.

Considere um experimento conforme o experimento mostrado na figura 6.1. Com o aumento da vazão do fluido os resultados experimentais apontam para a existência de duas transições no escoamento (Scheidegger, 1974):

1. A primeira ocorre quando os efeitos de inércia tornam-se preponderantes frente aos efeitos viscosos, ainda em regime laminar.
2. A segunda ocorre quando o regime de escoamento torna-se turbulento.

Estas transições ocorrem para números de Reynolds característicos definidos como,

$$Re = \frac{\rho V \delta}{\mu} \quad (6.9)$$

onde  $V$  é a velocidade de filtragem ( $Q/A$ ) e  $\delta$  é um parâmetro que caracteriza a dimensão dos poros.

Uma definição de  $\delta$  válida para qualquer meio poroso é bastante difícil

visto que os poros, à exceção dos meios regulares, normalmente possuem formas arbitrárias e dimensões que variam ponto a ponto. Além disso  $\delta$  não leva em consideração a interconectividade dos poros. Alguns autores determinam  $\delta$  a partir da Teoria do Raio Hidráulico proposta inicialmente por Kozeny e estendida por Carman entre outros (Scheidegger, 1974). Entretanto, tal determinação fica sujeita às hipóteses dos modelos. Outras estimativas são feitas considerando-se  $\delta$  da mesma ordem de grandeza do diâmetro médio dos grãos. Como consequência os resultados experimentais tem mostrado que as transições ocorrem em valores de  $Re$  que variam de um meio para outro, revelando as diferenças entre os diversos meios e a dificuldade que existe nesta modelação. A rigor, não existem razões físicas que garantam que os meios possuem os mesmos valores de  $Re$  críticos. Para meios composto por esferas Fand et alli (1987) determinaram que as transições no escoamento ocorrem para valores de  $Re$  idênticos, tanto para meios de esferas com diâmetro uniforme, sendo  $\delta$  o diâmetro das esferas, como para meios com esferas de vários diâmetros, sendo  $\delta$  a média harmônica dos diâmetros. Em ambos os casos, Fand et alli determinaram que a Lei de Darcy é válida para valores de  $Re$  até 2,3.

Em geral, para meios granulares, assume-se que a Lei de Darcy é válida para  $Re \ll 1$ , onde  $\delta$  é a média harmônica das dimensões dos grãos (Sheidegger, 1974).

Para valores de  $Re$  da ordem de 1 e acima, acrescenta-se um termo à equação de Darcy que representa a contribuição das forças de inércia do escoamento. A equação passa a ser conhecida como Equação de Forchheimer e, em termos da velocidade de filtragem, é dada por,

$$-\nabla p = \frac{\mu V}{k} + \rho B V^2 \quad (6.10)$$

onde  $B$  é uma constante que depende somente das características da matriz porosa. A Lei de Darcy é um caso particular da Eq. (6.10).

O termo de inércia anexado à equação de Darcy pode ser associado com a perda de pressão devido às repetidas contrações, expansões e mudanças de direção experimentadas pelo fluido devido à variação de seção e orientação dos canais do meio poroso.

Para velocidades ainda maiores, o escoamento através dos canais do meio torna-se turbulento e a Eq. (6.10) deixa de prever o comportamento dos resultados experimentais.

A equação de Forchheimer é principalmente importante nos fenômenos que envolvem escoamento de gases no meio poroso. No caso da migração de umidade em

solos as velocidades são usualmente baixas, dentro dos limites da Lei de Darcy. Entretanto, no extremo oposto, das vazões muito baixas, também ocorrem escoamentos que fogem ao escopo da Lei de Darcy.

#### Escoamentos a Baixas Velocidades.

Em solos finos, sujeitos a gradientes de pressão muito baixos, pode ocorrer que não haja escoamento ou que exista escoamento a vazões inferiores às previstas pela Lei de Darcy. Embora alguns resultados sejam atribuídos a erros na técnica experimental (Olsen, 1965) existem evidências que tal fato realmente ocorre em solos argilosos ou que contenham parcelas de silte e argila. Em solos argilosos, tal fato tem sido justificado como uma consequência da interação entre o fluido e os grãos de argila. Uma possível explicação é que próximo à superfície do grão e portanto sujeitas às forças de adsorção, as moléculas da água adquirem uma estrutura mais rígida do que a encontrada em estado livre e perdem o seu comportamento newtoniano (Miller e Low, 1963). Além disso, a interação entre a água e os íons depositados na superfície dos grãos faz com que estes grãos se afastem ou se aproximem aumentando ou diminuindo a área efetiva de escoamento nos poros. Neste segundo caso, a matriz sólida não pode ser considerada imóvel o que complica os modelos teóricos (Lagerwerff et al., 1969). Quanto maiores os grãos do solo, menor a influência da concentração de sais da água e do solo na rigidez da matriz. Para os solos siltosos e arenosos esta influência é mínima (McNeal e Coleman, 1966).

#### Efeitos Moleculares.

No escoamento de gases em meios porosos também observa-se desvios dos resultados experimentais em relação à Lei de Darcy. É comum obter-se valores de permeabilidade de saturação medidos com um gás menores que os medidos com um líquido. A causa mais aceita para tal diferença é que no escoamento em meios porosos os gases não podem ser considerados contínuos (Scheidegger, 1974). Para serem considerados contínuos, as partículas de gás devem ser pequenas o suficiente em relação ao tamanho do poro e grande o suficiente em relação ao caminho livre molecular médio das moléculas do gás. Observa-se que para pressão atmosférica (101,3 kPa) e temperatura ambiente (300 K) o caminho livre molecular médio do ar é da ordem de  $10^{-7}$  m e os grãos de argila tem dimensão da ordem de  $10^{-6}$  m. Nestes casos ocorre um escoamento molecular onde

existe escorregamento do gás em relação às paredes dos poros. Ainda, considerando que existem argilas que possuem área interna superficial da ordem de  $2000 \text{ m}^2/\text{cm}^3$  verifica-se a importância dos fenômenos de superfície no escoamento através do meio poroso. Como consequência, a perda de pressão no escoamento é menor que a esperada fazendo com que os valores de  $k$  medidos para gases sejam maiores que aqueles medidos para líquidos, podendo chegar a ser de 3 a 5 vezes maiores no caso das argilas (Corey, 1954). Nestes casos, então, a pressão termodinâmica e a temperatura do gás influenciam o seu escoamento.

Klinkenberg (1941) mediu valores de  $k$  em função de  $1/p$  e encontrou uma correlação linear onde para  $1/p \rightarrow 0$  obteve por extrapolação o valor de  $k$  medido com líquidos orgânicos (apolares). Partindo de um modelo de feixe de capilares, Pulkrabrek e Ibele (1986) apresentaram uma correlação entre a permeabilidade aparente  $k_g'$ , medida com um gás na pressão  $\bar{p}_g$ , e a permeabilidade intrínseca (sem influência da pressão)  $k_g$ , dada por,

$$k_g' = k_g \left[ C_1 + C_2 \frac{T^{1/2}}{\bar{p}_g} \right] \quad (6.11)$$

onde  $C_1$  e  $C_2$  são constantes e  $T$  é a temperatura absoluta do gás. Considerando  $T$  constante a Eq. (6.11) é equivalente a proposta por Klinkenberg.

Outro efeito que influencia o escoamento de gases em meios porosos é a adsorção e condensação capilar do gás na superfície dos grãos e poros pequenos. A adsorção e condensação do gás causa dois efeitos. O primeiro consiste numa redução da área efetiva de passagem. O segundo efeito consiste num escoamento superficial através da camada adsorvida devido ao gradiente de pressão do gás. Este escoamento aumenta o fluxo total de gás em relação ao previsto pela Lei de Darcy (Carmam, 1952). Com o aumento da pressão média do escoamento, este efeito tende a ser reduzido.

Analisados os principais fenômenos relacionados à validade da Lei de Darcy passa-se à determinação da permeabilidade de saturação do backfill. Inicialmente, serão apresentadas algumas estimativas de  $k_{sat}$  e posteriormente serão apresentados o método utilizado e os resultados obtidos na medição de  $k_{sat}$  para o backfill.

### 6.2.2 Estimativa Teórica da Permeabilidade de Saturação

Os modelos baseados na Teoria do Raio Hidráulico assumem as seguintes hipóteses:

- (i) Todos os poros do meio comunicam-se com o exterior;
- (ii) Os poros são distribuídos randomicamente;
- (ii) Os poros tem tamanho uniforme;
- (iv) O escoamento nos poros pode ser modelado como um escoamento de Poiseuille em capilares.

O modelo de Kozeny (Scheidegger, 1974) assume que o meio comporta-se como um feixe de capilares com área transversal variável e comprimento idêntico. Calcula-se o fluxo que passa em uma dada seção do feixe de capilares considerando que o escoamento em cada capilar comporta-se como um escoamento de Poiseuille. Comparando a equação obtida para o fluxo total com a Lei de Darcy, obtém-se a seguinte expressão para a permeabilidade,

$$k = \frac{\epsilon^3}{c A_o^2} \quad (6.12)$$

onde  $A_o$  é a área superficial interna por unidade de volume dos capilares e  $c$  é uma constante que depende da forma dos capilares. A área interna específica ( $A_o$ ) é proporcional ao inverso de um raio hidráulico para o meio poroso. Assim a principal característica da Eq. (6.12) é relacionar a permeabilidade com o quadrado do raio hidráulico do meio.

Considerando que para um meio poroso o comprimento "real" dos poros é maior que o comprimento aparente (comprimento do meio poroso), pode-se definir um fator  $T$  denominado tortuosidade como sendo a relação entre o comprimento aparente e o comprimento real dos poros. Introduzindo este conceito na equação de Kozeny obtém-se,

$$k = \frac{\epsilon^3}{c (T A_o)^2} \quad (6.13)$$

A Eq. (6.13) é genérica o suficiente para permitir o seu ajuste para qualquer meio em particular. Uma extensão proposta por Carmam permitiu expressar a tortuosidade em função da porosidade obtendo-se,

$$k = \frac{\epsilon^3}{c A_s^2 (1 - \epsilon)^2} \quad (6.14)$$

onde  $A_s$  é a área superficial interna dos poros por unidade de volume sólido e  $c$  tem o mesmo sentido que na Eq. (6.13). A Eq. (6.14) é conhecida como Equação de Kozeny-Carmam. Esta equação tem sido modificada e aplicada aos mais diversos tipos de meios porosos. Uma equação comumente utilizada para meios de esferas com diâmetro constante é,

$$k = \frac{\epsilon^3 d_p^2}{c_1 (1 - \epsilon)^2} \quad (6.15)$$

onde  $c_1 = 150$  e  $d_p$  é o diâmetro das esferas.

A Eq. (6.15) tem sido aplicada a diversos tipos de meios granulares modificando-se o valor de  $c_1$  e a maneira de calcular-se  $d_p$ . Para meios de esferas com vários diâmetros, Fand et alli (1987) determinaram, a partir de dados experimentais,  $c_1 = 190$ , sendo  $d_p$  calculado por uma média harmônica dos diâmetros das esferas onde os pesos são as frações mássicas das partículas na mistura,

$$d_p = \int_0^{\infty} \frac{f(\phi)}{\phi} d\phi \quad (6.16)$$

onde  $f(\phi) d\phi$  é o número de partículas por unidade de massa que possuem diâmetro entre  $\phi$  e  $\phi + d\phi$ .

Outro modelo desenvolvido para leitos de esferas é o modelo de McDonald et al. (1991). Aplicando considerações estatísticas na determinação do raio hidráulico de leitos de esferas com vários diâmetros, MacDonald et alli determinaram que  $d_p$  é dado por,

$$d_p = M_2/M_1 \quad (6.17)$$

onde  $M_1$  e  $M_2$  são, respectivamente, o primeiro e o segundo momentos em relação à origem da função de distribuição de diâmetros de partículas,  $f(\phi)$ , calculados por,

$$M_1 = \int_0^{\infty} \phi f(\phi) d\phi \quad (6.18)$$

onde  $f(\phi) d\phi$  tem o mesmo sentido que na Eq. (6.16). MacDonald et alli verificaram que a utilização de  $c_1 = 180$  fornece a melhor correlação com os dados experimentais.

Utilizando a Eq. (6.17) no cálculo de  $d_p$ , os resultados obtidos para meios compostos por esferas com três classes de diâmetro diferentes nas relações de tamanho 2,5/2/1 e 5/2/1 e misturadas em várias proporções mostraram excelente correlação com a Eq. (6.15). As permeabilidades medidas para o primeiro grupo variaram de 1 a  $5,5 \times 10^{-10} \text{ m}^2$  e para o segundo grupo de

0,2 a  $5,5 \times 10^{-10} \text{ m}^2$ . As porosidades de todos os grupos variaram de 0,35 a 0,40.

A medida que as partículas deixam de ser esféricas aumenta a quantidade de arranjos de partículas possíveis de serem obtidos. Assim, definindo-se  $d_p$  a partir das Eqs. (6.16) ou (6.17), é provável que  $c_1$  possua um valor diferente para cada meio. Comiti e Renaud (1989), trabalhando no regime de Forchheimer, determinaram valores de  $c_1$  variando de 140 para esferas com diâmetro constante até 216 para partículas planas com razão espessura/largura da ordem de 0,1. Assim, para meios formados por partículas que não sejam esféricas não conhece-se o desvio entre os resultados previstos pela Eq. (6.15) e os valores reais. Todavia pode-se esperar desvios de algumas ordens de grandeza.

O modelo de Kozeny-Carmam para leitos de esferas, Eq. (6.15), utilizando-se os valores de  $c_1$  e  $d_p$  conforme Fand et alli e conforme MacDonald et alli, foi utilizado para prever a permeabilidade do backfill e os resultados estão na Tabela 6.1. A função  $f(\phi)$  foi tratada de maneira discreta e obtida a partir da curva granulométrica mostrada no Capítulo 4, utilizando-se 10 pontos. Encontram-se tabelados também um resultado previsto pelo método desenvolvido por Horn (1971) baseado na classificação granulométrica do solo e informações sobre a sua textura.

Observando-se a Tabela 6.1 nota-se uma diferença de uma ordem de grandeza entre os modelos dependendo das hipóteses assumidas no cálculo de  $d_p$ . A estimativa de Horn forneceu um valor de  $k$  maior que os previstos pelos outros modelos. Para os solos naturais de um modo geral, a permeabilidade varia de  $10^{-10}$  a  $10^{-17} \text{ m}^2$  sendo o limite superior característicos de areias grossas (De Wiest, 1969, pg 80). Os solos naturais, na sua maioria, apresentam grãos arredondados ou subarredondados. Assim, pode-se admitir que a permeabilidade do backfill é menor que a fornecida pela estimativa de Horn, que é baseada em

TABELA 6.1: Estimativas da permeabilidade de saturação.

MODELOS	$k$ ( $\text{m}^2$ )
Fand (Eq. 6.16 e $c_1 = 190$ ) $d_p = 0,046 \text{ mm}$	$4 \cdot 10^{-13}$
McDonald (Eq. 6.17 e $c_1 = 180$ ) $M_2/M_1 = 0,012 \text{ mm}$	$3 \cdot 10^{-14}$
Horn (1971) Areia Siltosa: 93% areia 4% silte 1% argila } $d_p = 0,28 \text{ mm}$	$5 \cdot 10^{-12}$

valores médios encontrados para solos naturais. Com relação aos modelos que utilizam a Eq. (6.15),  $d_p$  é calculado como alguma média dos valores fornecidos pela curva granulométrica (Eqs. 6.16 ou 6.17). A curva granulométrica fornece a menor dimensão dos grãos, assim, pode-se admitir que o diâmetro médio dos grãos é maior que o fornecido pelas estimativas de  $d_p$ . Assim, a permeabilidade real deve ser maior que a calculada pelos modelos. Estes argumentos permitem concluir que a Tabela 1 fornece valores limites para a permeabilidade do backfill. Portanto, admite-se que a permeabilidade do backfill está entre  $10^{-14}$  e  $10^{-12} \text{ m}^2$ .

A seguir passa-se à apresentação da bancada e do método experimental para a medição da permeabilidade de saturação.

### 6.2.3 Medição da Permeabilidade de Saturação

#### Métodos de Medição

Para a medição da permeabilidade de saturação à água existem basicamente dois métodos: o Permeâmetro de Nível Constante e o Permeâmetro de Nível Decrescente (Hillel, 1980). O permeâmetro de nível constante foi padronizado pela ASTM com a norma ANSI/ASTM D2434-68 (1974) - "Test for Permeability of Granular Soils (Constant Head)". Uma montagem experimental para o permeâmetro de nível decrescente pode ser encontrada em Gordon e Forrest (1989). A figura 6.2 mostra esquematicamente montagens experimentais dos métodos a nível constante e a nível decrescente.

No permeâmetro a nível constante, submete-se a amostra a um gradiente de pressão constante e mede-se a vazão obtida. A figura 6.1 é um exemplo de permeâmetro de nível constante. No permeâmetro a nível decrescente o gradiente de pressão através da amostra decresce com o tempo a medida que o nível no reservatório de alimentação diminui. Para solos finos as vazões geradas em permeâmetros de nível constante podem ser muito pequenas. Dessa forma, normalmente utiliza-se o permeâmetro de nível constante para solos grossos e o permeâmetro de nível decrescente para solos finos. Recomenda-se determinar uma série de valores de vazão versus gradiente de pressão, para uma mesma amostra, de forma a detectar possíveis desvios em relação à Lei de Darcy.

Neste trabalho utilizou-se um permeâmetro de nível constante. A seguir descreve-se o equipamento e o método utilizado e os resultados obtidos.

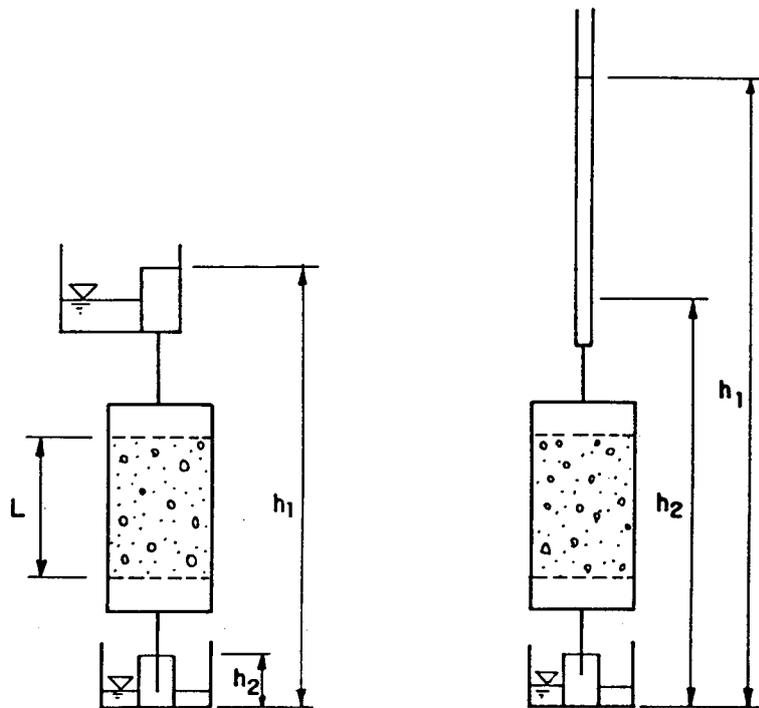


Figura 6.2: Permeômetros a nível constante (a) e a nível decrescente (b).

#### Medição da Permeabilidade à Água

O procedimento detalhado de montagem da bancada e execução dos testes encontra-se em Furukawa (1989). A seguir, apresenta-se sucintamente o método de medição e discute-se os resultados obtidos.

Equipamento e Método. A figura 6.3 apresenta um esquema da bancada utilizada no presente trabalho para a medição da permeabilidade de saturação. A bancada compõe-se do tubo de Mariotte, da seção de teste, em cujo interior compacta-se a amostra, do reservatório de saída, do manômetro e da balança digital para medição da vazão.

A diferença de pressão na amostra foi mantida constante por intermédio do tubo de Mariotte na alimentação, e de um reservatório de nível constante na descarga. Embora o Tubo de Mariotte permita a medida da vazão, optou-se por efetuá-la através de uma balança com incremento digital de 0,01 g e dispersão de medição, na faixa utilizada, de  $\pm 0,02$  g. Variando-se a altura do tubo de Mariotte em relação ao reservatório de saída, consegue-se diferentes níveis de pressão na amostra. A pressão diferencial na amostra foi obtida por intermédio de um manômetro que determinava a pressão absoluta em cada extremidade da seção de testes.

A seção de testes pode ser vista na figura 6.4. Ela foi confeccionada em

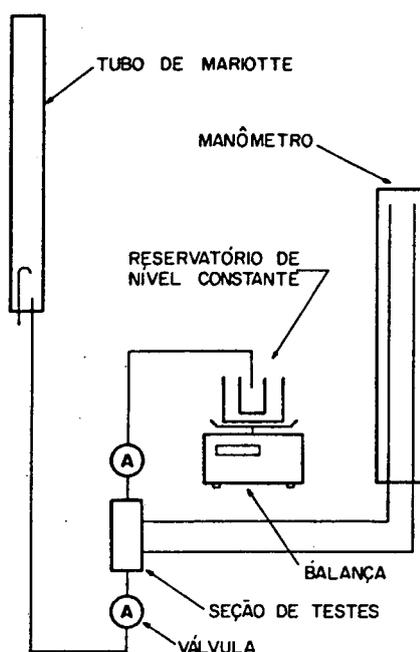


Figura 6.3: Esquema da bancada experimental utilizada na medição da permeabilidade à água.

latão e compõe-se basicamente de três partes desmontáveis. Na parte central é compactada a amostra de solo. Então coloca-se em ambas as faces um filtro de papel e um disco poroso de bronze sinterizado. Nas partes laterais estão as tomadas de pressão. A vedação entre a parte central e as laterais é feita com o auxílio de dois anéis de borracha. Externamente, existem duas placas de alumínio com quatro parafusos responsáveis pelo fechamento da seção de testes.

Para a colocação da amostra na seção de testes, inicialmente monta-se a sua parte inferior, posicionando a placa porosa inferior e colocando sobre ela um disco de papel filtro (não indicado na figura 6.4). Então efetua-se a compactação à seco do solo dentro da câmara da amostra, de forma a atingir-se a densidade desejada. Após, coloca-se um novo disco de papel filtro na parte superior da amostra e a seção de testes é finalmente fechada através dos quatro parafusos de fixação.

Na forma em que foi projetada a seção de testes, observa-se que a medição de pressão envolve a perda de carga devido à amostra e a perda de carga devido aos filtros e placas porosas. Para descontar a parcela devido às placas porosas e aos filtros, deve-se realizar medições sem a amostra e calcular a permeabilidade da seção de testes. Desta forma pode-se corrigir os valores de permeabilidade medidos para a amostra.

A forma construtiva da seção de testes deve-se ao objetivo de utilizá-la

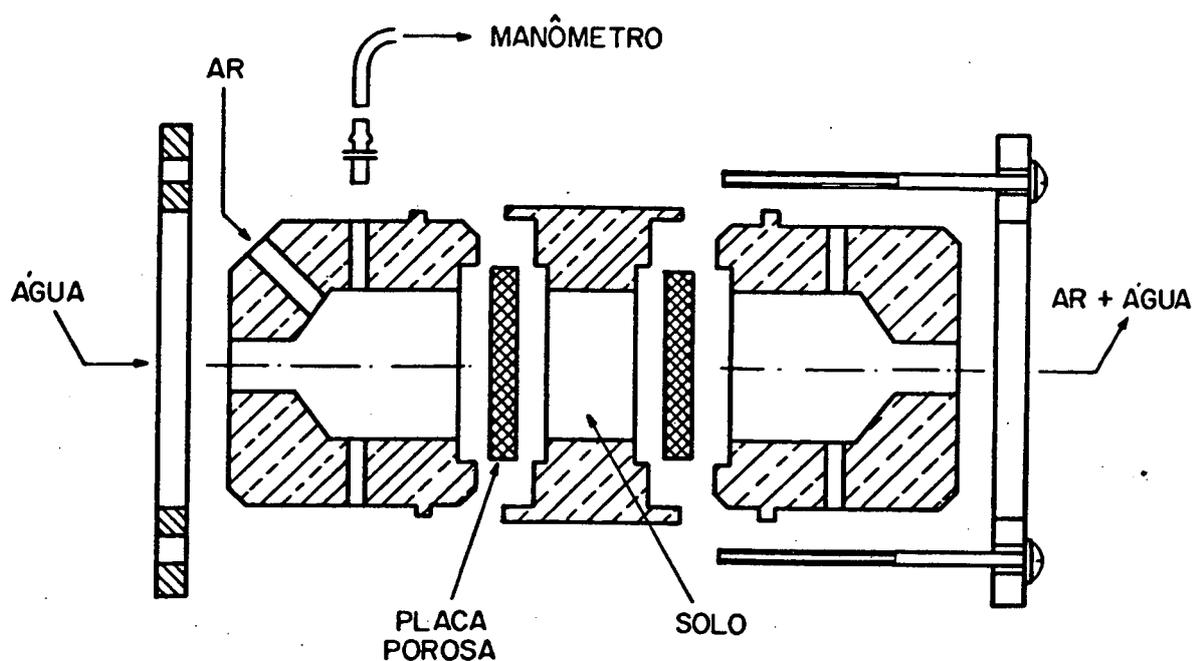


Figura 6.4: Esquema da seção de testes. As dimensões encontram-se em mm.

posteriormente (não faz parte deste trabalho) na determinação da permeabilidade relativa através do escoamento simultâneo de água e ar no meio poroso (ver Osoba et alli, 1950).

Saturação das Amostras. Para saturar a amostra com água, utilizou-se um método proposto por Christiansen (1964) e utilizado também por McNeal e Coleman (1966). Neste método, inicialmente, satura-se a amostra com  $\text{CO}_2$ , para que este expulse o ar contido nos poros e, a seguir, percola-se a água a vazões baixas por alguns minutos. Como a solubilidade do  $\text{CO}_2$  na água é cerca de 50 vezes maior do que a solubilidade do ar na água (Hillel, 1980, pg 35), a saturação é mais eficiente, permitindo que a água atinja os poros menores da amostra. A utilização do  $\text{CO}_2$  permitiu uma saturação rápida das amostras economizando o tempo necessário para cada teste.

O procedimento utilizado por Christiansen consistiu em escoar  $\text{CO}_2$  através das amostras a uma vazão de 150 ml/min (9 litros/hora) durante 4 min. Isto representa um escoamento de aproximadamente 500 ml de  $\text{CO}_2$  através das amostras. Após este período, era admitida água através da amostra e os testes de permeabilidade imediatamente começaram.

Nos testes realizados com o backfill, o  $\text{CO}_2$  era escoado através da amostra, já montada na seção de testes, durante cerca de 15 minutos a uma

vazão aproximada de 2 litros/hora. Isto representa o escoamento de 500 ml de  $\text{CO}_2$  através das amostras. Então, ligava-se a amostra no tubo de Mariotte e permitia-se o escoamento de água a uma vazão baixa por cerca de 20 min. Após este período começava-se o teste.

Execução dos Testes. Inicialmente, monta-se a bancada conforme a figura 6.3 e preenche-se todos os tubos com água destilada deaerada. Cuidados especiais são necessários no sentido de preencher-se totalmente as câmaras da seção de testes com água e evitar-se a prisão de bolhas de ar nos tubos de ligação.

O tubo de Mariotte é posicionado de forma a aplicar-se um pequeno gradiente hidráulico na amostra. A válvula do tubo de Mariotte é aberta e permite-se que ocorra o escoamento através da amostra. O nível de água nos tubos do manômetro estabilizam-se e o escoamento entra em regime permanente em poucos minutos.

A medição de vazão é feita da seguinte forma. O reservatório de saída é colocado dentro de outro reservatório maior e ambos são colocados sobre o prato da balança. O tubo de saída da seção de testes é preso em uma haste colocada ao lado da balança e sua extremidade é mergulhada dentro do reservatório de saída. Após o escoamento atingir o regime permanente, anota-se a massa registrada pela balança em função do tempo. Se a vazão for constante, a contribuição do momento linear do escoamento na medida de massa da balança é constante e assim, a variação da massa indicada pela balança com o tempo é igual à vazão mássica que escoar na seção de testes. A leitura de massa na balança era feita a cada intervalo de 1 min e com 5 pontos obtia-se a vazão no sistema. Em todos os testes realizados a correlação obtida nestas 5 medidas foi de 100 %.

Após, varia-se a posição do tubo de Mariotte e um novo ponto é obtido. O processo foi continuado até atingir-se gradientes de pressão na amostra da ordem de  $50 \text{ cmH}_2\text{O/cm}$ .

Terminado o teste, retira-se a amostra da seção de testes e a mesma é lavada à estufa para secagem e determinação da saturação.

Tratamento dos Resultados. Chamando de  $\Delta h$  a diferença de pressão acusada pelos manômetros, medida em  $\text{cmH}_2\text{O}$ , e  $Q$  a vazão resultante, medida em  $\text{cm}^3/\text{s}$ , a permeabilidade do conjunto formado pela amostra e pelas placas porosas ( $k_w$ ), das Eqs. (6.1) e (6.4), é dada por,

$$k_M = \frac{Q/A}{\Delta h/(L+2l)} \frac{\mu}{\rho g} \quad (6.19)$$

onde A é a área transversal da amostra, L é a espessura da amostra e l é a espessura das placas porosas. No cálculo das propriedades da água deve-se levar em conta a temperatura ambiente durante o teste.

Para obter-se a permeabilidade da amostra precisa-se corrigir a influência dos filtros. Foram feitos experimentos para determinar a permeabilidade dos filtros,  $k_F$ , e os resultados estão na figura 6.5. O procedimento experimental foi o mesmo apresentado anteriormente. Neste caso porém adotou-se um cuidado adicional na montagem da seção de testes. Verificou-se em testes preliminares que era comum o rompimento do filtro colocado na entrada da câmara da amostra. Assim, para a medição da permeabilidade das placas porosas e dos filtros, o filtro da entrada foi colocado antes da placa porosa e isto evitou o seu rompimento.

Aos resultados de vazão versus gradiente de pressão, obtidos nos testes sem amostra, ajustou-se duas retas e destas obteve-se os seguintes valores de permeabilidade:

Vazões baixas :  $Q/A < 0,004 \text{ cm/s} \rightarrow k_F = 1620 \cdot 10^{-13} \text{ m}^2$

Vazões altas :  $Q/A > 0,004 \text{ cm/s} \rightarrow k_F = 800 \cdot 10^{-13} \text{ m}^2$

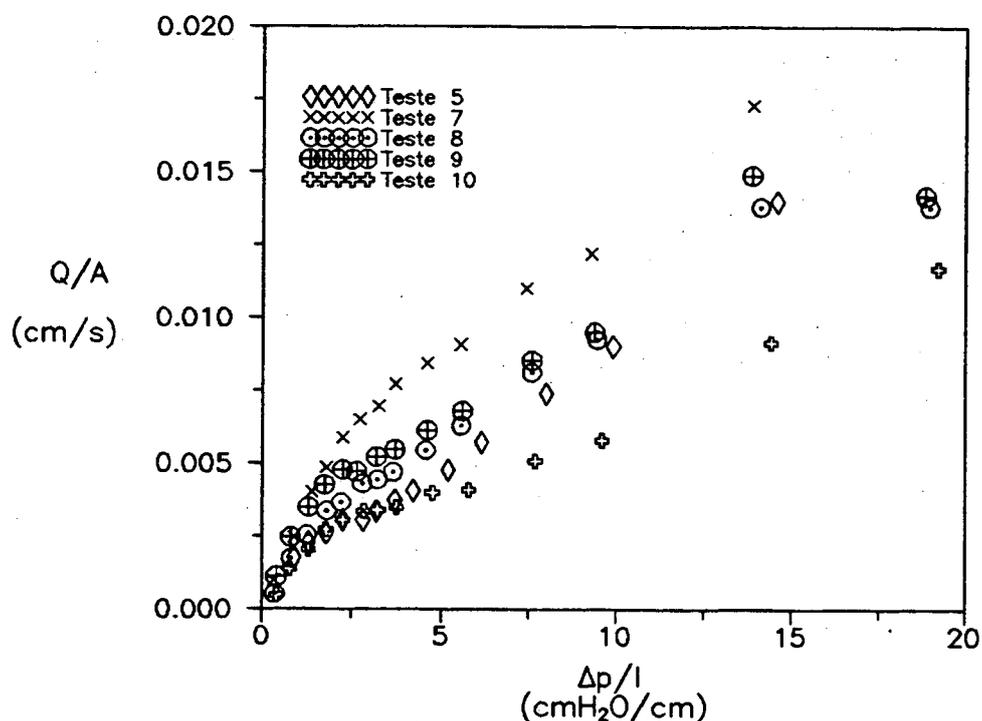


Figura 6.5: Curva de gradiente de pressão versus vazão para os filtros.

A grande dispersão dos resultados e a tendência a não linearidade parece ser uma característica do papel filtro. Como o interesse é a medição da permeabilidade na faixa de vazões inferiores a 0,004 cm/s e nesta faixa os resultados experimentais apresentam menor dispersão, adotou-se o valor  $1620 \cdot 10^{-13} \text{ m}^2$  para a permeabilidade do conjunto formado pelos filtros de papel e pelas placas porosas.

Com estes valores e considerando uma associação de resistências em série, pode-se determinar a permeabilidade da amostra,  $k$ , em função da permeabilidade do conjunto formado pela amostra e placas porosas,  $k_T$ , e da permeabilidade do filtro,  $k_F$ , por,

$$k = \frac{k_F k_T}{\frac{(2l+L)}{L} k_F - \frac{2l}{L} k_T} \quad (6.20)$$

Para a seção de testes,  $L = 20 \text{ mm}$  e  $l = 5 \text{ mm}$  ( $2l+L/L = 1,5$  e  $2l/L = 0,5$ ). A seguir apresenta-se os resultados obtidos para o backfill.

Resultados e Análise. Inicialmente, apresenta-se alguns aspectos observados que possuem relação com o método de saturação utilizando  $\text{CO}_2$ .

A figura 6.6 apresenta um teste em que a diferença de pressão através da amostra foi fixada em 15  $\text{cmH}_2\text{O}$  e a vazão resultante foi medida em função do tempo de escoamento. A vazão inicial era de 0,002 cm/s. Constatou-se uma queda na vazão da ordem de 50 % nas primeiras 6 horas de teste e uma vazão final menor do que 20 % da inicial após 40 horas de teste. Este fato também foi observado por Christiansen (1944). Acredita-se que isto ocorra porque a solução ácida formada pela reação entre o  $\text{CO}_2$  e a água, em contato com as paredes dos poros, dissolve alguns sais tornando a estrutura porosa mais frágil. Com o escoamento, algumas paredes desmoronam e obstruem os canais diminuindo a permeabilidade. Ainda, o desprendimento de partículas coloidais do solo tende a obstruir a malha do filtro de papel alterando a sua permeabilidade. Christiansen observou que as amostras saturadas sem  $\text{CO}_2$  apresentavam uma permeabilidade, após a sua saturação, essencialmente constante com o tempo de escoamento. Ao que parece, quando permite-se que a amostra se sature lentamente a partir de sua imersão em um banho, as paredes dos poros se estabilizam e resistem melhor ao escoamento. Christiansen mostrou que a permeabilidade medida no início do teste com amostra saturada com  $\text{CO}_2$ , é a mesma medida para a amostra saturada sem a utilização de  $\text{CO}_2$ . Porém, a saturação da amostra sem a utilização de  $\text{CO}_2$  levava um tempo muito maior.

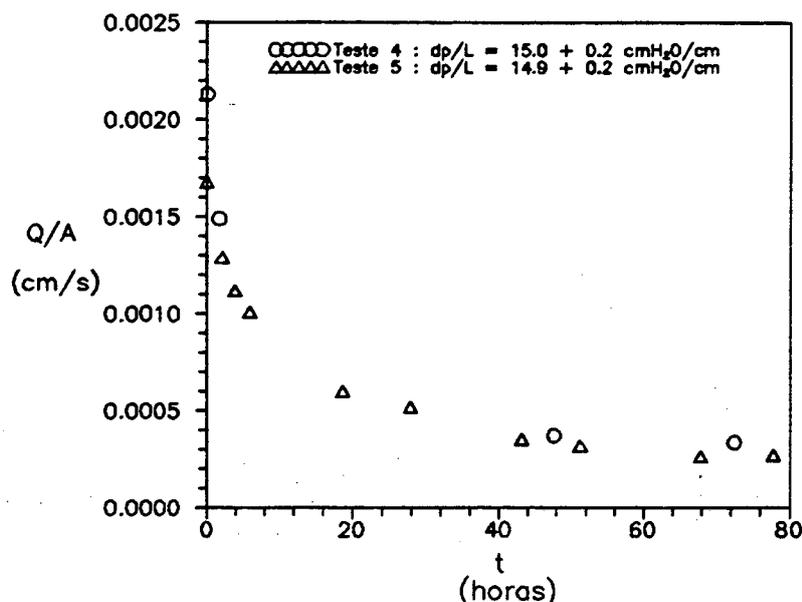


Figura 6.6: Variação da vazão com o tempo de teste.

Outro aspecto interessante ocorre quando não se começa o teste imediatamente após a saturação da amostra. A saturação da amostra consiste em aplicar o  $\text{CO}_2$  e então escoar água por 20 min. Alguns testes foram começados imediatamente à saturação. Para outros, porém, interrompeu-se o escoamento e deixou-se a amostra com água no seu interior até o dia seguinte, quando o teste foi iniciado. Para os testes iniciados imediatamente após a saturação, a relação vazão versus gradiente de pressão era linear desde o início do teste. Entretanto, para as amostras que eram deixadas para o dia seguinte, para os pontos determinados logo no início do teste, a relação vazão versus gradiente de pressão não era linear. Todavia, a medida que o teste prosseguia, a relação vazão versus gradiente de pressão tornava-se linear. Portanto, o contato da solução ácida com o meio poroso por um longo período, mudava o comportamento do meio para os primeiros instantes do teste e, mantendo-se o escoamento, este comportamento torna-se idêntico aos das outras amostras. A figura 6.7 mostra um resultado obtido para dois testes mostrando a ocorrência do efeito discutido. Para todos os testes realizados, após um certo período de escoamento, observava-se uma queda de vazão.

A figura 6.8 mostra os resultados obtidos para os testes realizados. A legenda da figura indica as condições em que foram realizados os testes. Considerou-se que o valor real de permeabilidade do solo era aquele fornecido pelo trecho reto da curva vazão versus gradiente de pressão.

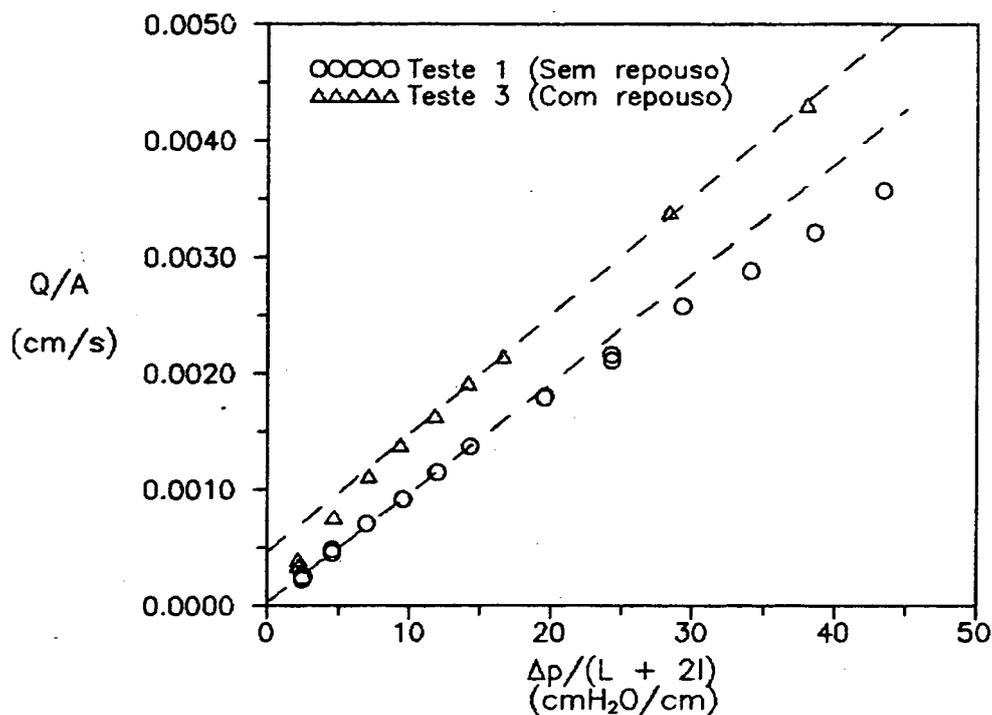


Figura 6.7: Variação do comportamento de duas amostras conforme o teste era executado imediatamente ou um dia depois.

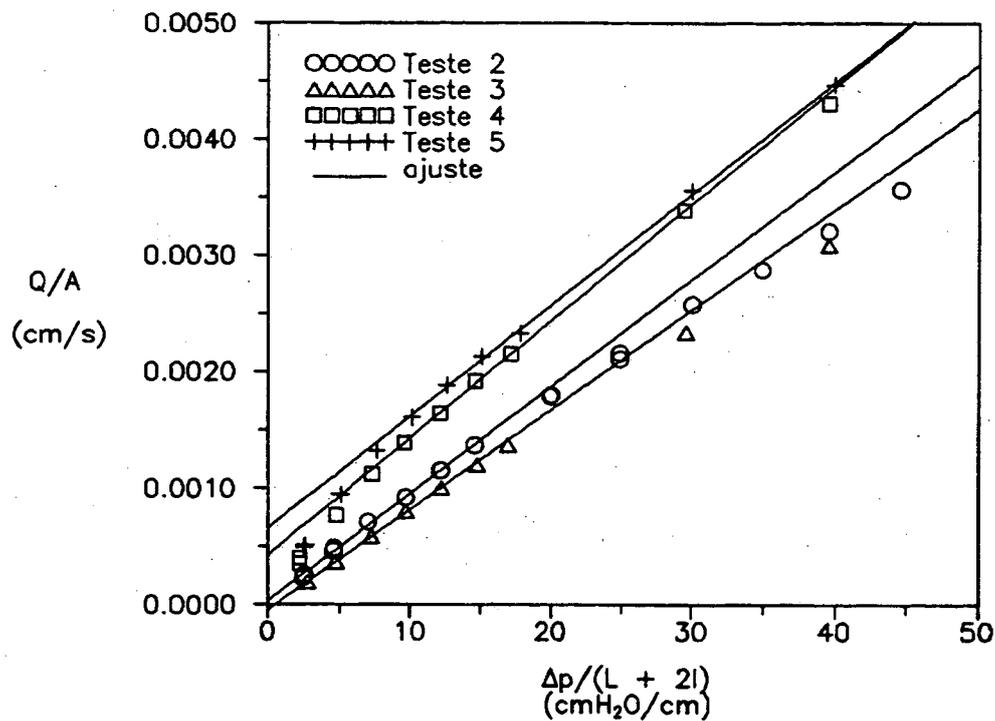


Figura 6.8: Curva de gradiente de pressão versus vazão para os testes executados.

Na Tabela 6.2 apresenta-se os valores de permeabilidade ( $k_T$ ) obtidos nos testes e os valores de permeabilidade para as amostras ( $k$ ), conforme calculados pela Eq. (6.20). Na última coluna está a saturação medida para as amostras considerando a densidade real de cada uma delas. Nota-se que os valores obtidos para a permeabilidade encontram-se dentro da faixa estimada inicialmente e apresentada na Tabela 6.1. Entretanto, deve-se lembrar que estes correspondem a uma saturação média de 84 %.

Apesar dos esforços empreendidos, observa-se que a amostra não foi completamente saturada em nenhum dos testes feitos. Isto indicou a ineficiência do procedimento utilizado ou do método de saturação para o tipo de solo estudado. Christiansen (1944) relata que a saturação das amostras praticamente não se alterava quando escoava-se volumes de  $\text{CO}_2$  variando de 200 a 2000  $\text{cm}^3$ . Provavelmente, a invasão dos poros menores por  $\text{CO}_2$  se dá por difusão que requer um tempo muito maior que o tempo necessário para escoar 2000  $\text{cm}^3$ . Assim, a fim de melhorar a saturação por  $\text{CO}_2$  poderia-se utilizar saídas: escoar  $\text{CO}_2$  a uma vazão muito maior, forçando o escoamento nos poros menores, ou deixar a amostra em repouso após o escoamento com  $\text{CO}_2$  a fim de que ocorra a difusão de  $\text{CO}_2$  nos poros menores. Neste último caso, perde-se as vantagens propiciadas por um método rápido de saturação.

A fim de determinar-se a permeabilidade de saturação, utilizou-se, então, outro método, baseado no escoamento de ar através do solo.

TABELA 6.2: Resultados das medições com permeâmetro de nível constante:

teste	$d_s$ ( $\text{g}/\text{cm}^3$ )	T (C)	$k_T$ ( $\times 10^{13} \text{ m}^2$ )	$k$ ( $\times 10^{13} \text{ m}^2$ )	S (%)
1	1,98	19	1,38	1,50	86
2	1,99	22	1,29	1,30	84
3	1,98	23	1,51	1,50	81
4	1,99	23	1,44	1,43	81
5	1,98	21	1,48	1,54	85

### Medição de Permeabilidade ao Ar

Equipamento e Método. Conforme foi verificado anteriormente, a permeabilidade de saturação obtida com um gás é normalmente maior que a obtida com um líquido. Este fenômeno está relacionado com o escorregamento das moléculas do gás nas paredes dos poros. A relação entre a permeabilidade aparente, medida com um gás, e a permeabilidade medida com um líquido pode ser

expressa pela Eq. (6.11). Tal equação pode ser utilizada para determinar-se a permeabilidade de saturação do meio a partir da permeabilidade aparente.

Para a medição da permeabilidade aparente montou-se o experimento mostrado na figura 6.9. Neste experimento utilizou-se a mesma seção de testes usada para nos experimentos com água. O ar foi alimentado a partir de um tanque de ar-comprimado com grande capacidade. Do tanque o ar passava por uma válvula reguladora de pressão que reduzia a pressão para cerca de 2 bar (efetivos). A vazão de ar foi controlada por uma válvula do tipo agulha de alta precisão e medida por um rotâmetro com incerteza de medição da ordem de  $\pm 5\%$  do valor medido instalado na saída da seção de testes. Dada a variação de temperatura e umidade do ar no rotâmetro entre cada teste em relação às condições de calibração, utilizou-se uma equação de correção que depende somente da relação entre as densidades do ar na calibrações e no teste (ASME, 1971) (ver Apêndice A). A pressão no rotâmetro era a pressão atmosférica. A queda de pressão na amostra era determinada por um manômetro de mercúrio inclinado em  $15^\circ$  para ter-se maior sensibilidade. A pressão na saída foi

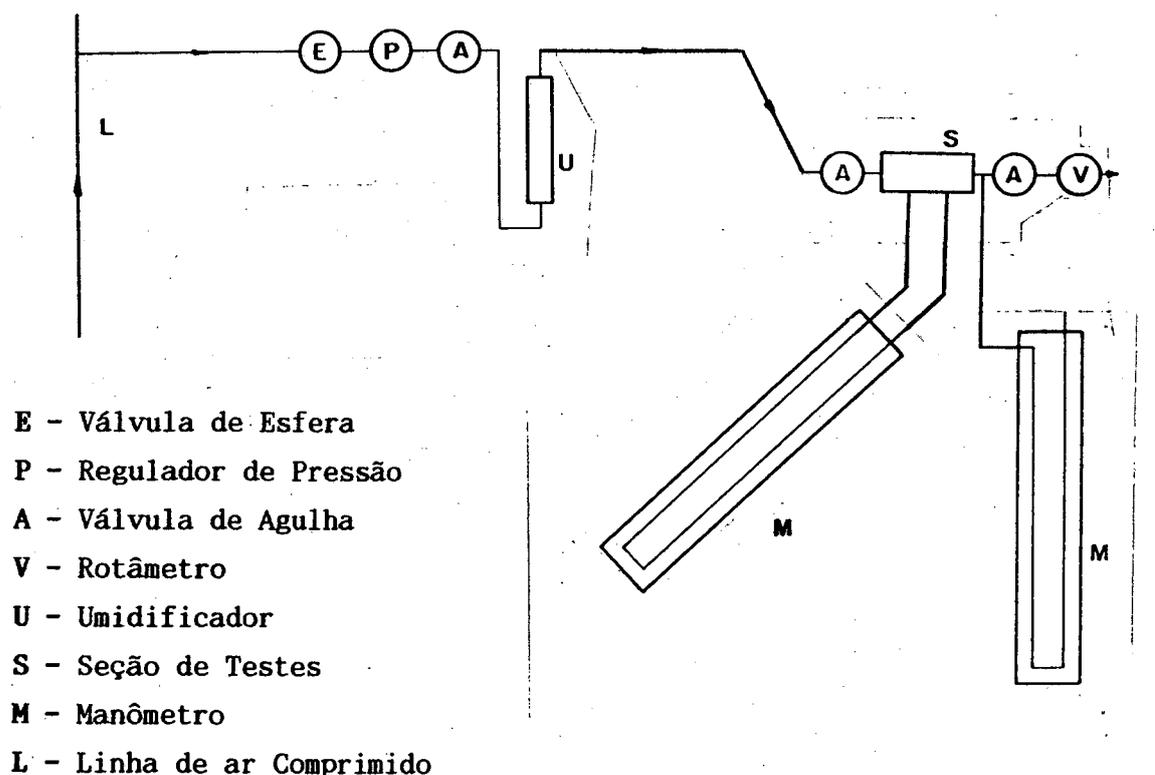


Figura 6.9: Esquema da bancada experimental utilizada para a determinação da permeabilidade ao ar.

determinada por outro manômetro de mercúrio este em posição vertical. Ainda, na saída da seção de testes colocou-se uma válvula de agulha que tinha a função de aumentar a pressão média do escoamento.

Procedimento Experimental. Dois tipos de testes foram realizados. No primeiro teste variou-se a vazão através da amostra e mediu-se a perda de carga resultante. No segundo teste, manteve-se constante a vazão e variou-se a pressão média através da amostra. O intuito deste último teste é verificar a influência da pressão média do escoamento na permeabilidade de saturação do ar.

Com o objetivo de verificar a influência da umidade do ar escoando na permeabilidade de saturação colocou-se no sistema uma coluna de água destilada com 80 cm de altura e 4,5 cm de diâmetro interno (umidificador) cuja função era umedecer o ar antes que ele atravessasse a amostra. A finalidade da colocação de um sistema de umedecimento do ar e realização de testes para verificar-se a influência da umidade do ar na permeabilidade relaciona-se com a determinação da permeabilidade relativa através do escoamento simultâneo de água e ar. A saturação de ar é um procedimento comum em tais experimentos (Osoba et alli, 1950, Corey, 1954).

Em dois testes não utilizou-se o humidificador e no terceiro este foi utilizado. A fim de levar-se em conta o efeito da umidade do ar no cálculo da vazão mássica utilizou-se o seguinte procedimento. Foram feitos dois testes preliminares sem a presença da amostra. No teste sem humidificador mediu-se na saída uma umidade relativa de 60 % para uma temperatura de bulbo seco de 21 °C o que implica em uma umidade absoluta de 0,0093 kgv/kg<sub>a</sub> (massa de vapor por unidade de massa de ar seco). Com humidificador realizou-se dois testes. Um na vazão mínima que o rotâmetro pode medir, aproximadamente 15 litros/hora, e o outro na vazão máxima que o rotâmetro pode medir, aproximadamente 100 litros/hora. Em ambos os testes mediu-se  $\phi = 95 \%$  e  $T = 21 \text{ }^\circ\text{C}$  o que implica em  $w = 0,015 \text{ kgv/kg}_a$ . O que se conclui dos testes é que a utilização do humidificador praticamente satura o ar que está escoando, o que confere com uma estimativa feita inicialmente (Apêndice B). Assim, o procedimento adotado para determinar-se a umidade do ar no rotâmetro foi considerar que este sai do humidificador, na temperatura do teste e pressão igual à pressão na entrada da amostra, com umidade relativa  $\phi = 95 \%$ . Destes valores calcula-se a umidade absoluta do ar e com a umidade absoluta, a pressão e a temperatura no rotâmetro calcula-se a massa específica do ar úmido no rotâmetro. Com a massa específica do ar úmido no rotâmetro e a vazão volumétrica medida, calcula-se o

valor de  $\dot{m}/A$ . Este procedimento, conforme a análise de erros vai mostrar, é satisfatório.

Verificação da Validade da Lei de Darcy. Para os testes iniciais, variou-se a vazão de ar através da amostra, mantendo-se a pressão de saída constante, e mediu-se a perda de carga. Os limites de vazão dos testes eram determinados pelas limitações do rotâmetro. Também neste caso foi necessário fazer-se a correção dos valores medidos devido ao efeito do filtro na perda de carga total.

Para o escoamento de gases no meio poroso é conveniente escrever a Lei de Darcy em termos de fluxo mássico  $\dot{m}$ . Considerando o ar como gás perfeito, tem-se, a partir da Eq. (6.7), ignorando os efeitos gravitacionais,

$$-\frac{dp_g}{dx} = \frac{\mu R T}{k_g' p_g} \frac{\dot{m}}{A} \quad (6.21)$$

onde  $T$  é a temperatura absoluta,  $p_g$  é a pressão absoluta,  $R$  é a constante dos gases para o ar e  $k_g'$  é a permeabilidade aparente do ar na pressão média do teste. Desconsiderou-se a presença do vapor no cálculo de  $\mu$  e  $R$ .

Considerando que  $k_g$  é constante ao longo da amostra e integrando a Eq. (6.21) entre as faces da amostra, obtém-se,

$$\frac{p_{g1}^2 - p_{g2}^2}{2 R T L} = \frac{\mu}{k_g'} \frac{\dot{m}}{A} \quad (6.22)$$

onde  $p_{g1}$  é a pressão na entrada da amostra e  $p_{g2}$  é a pressão na saída da amostra.

Na figura 6.10 plotou-se  $Z = (p_{g1}^2 - p_{g2}^2)/2RTL$  versus  $\dot{m}/A$  para os testes iniciais. Segundo a Eq. (6.22) obteve-se a permeabilidade aparente ao ar através da inclinação das retas e os valores estão mostrados na Tabela 6.3 (teste 1, 2 e 3). A correlação é superior a 0,9999 o que implica que, nestas curvas, não pode-se verificar a existência de nenhum comportamento não-darciniano. Calculou-se a permeabilidade aparente para cada teste e os resultados encontram-se na Tabela 6.3. Nesta tabela,  $k_{gT}'$  são os valores obtidos dos testes e  $k_g'$  são os valores após correção referente ao efeito dos filtros. Testes feitos com os filtros indicaram que, para  $0,005 < \dot{m}/A < 0,05$ ,  $k_{gT}' = 11 \cdot 10^{-13} \text{ m}^2$ . Este valor mostrou-se insensível à variação da umidade do ar e à variação da pressão média do escoamento. Porém, observa-se que é sensivelmente menor que o valor obtido nos testes com água ( $80 \cdot 10^{-13} \text{ m}^2$ ).

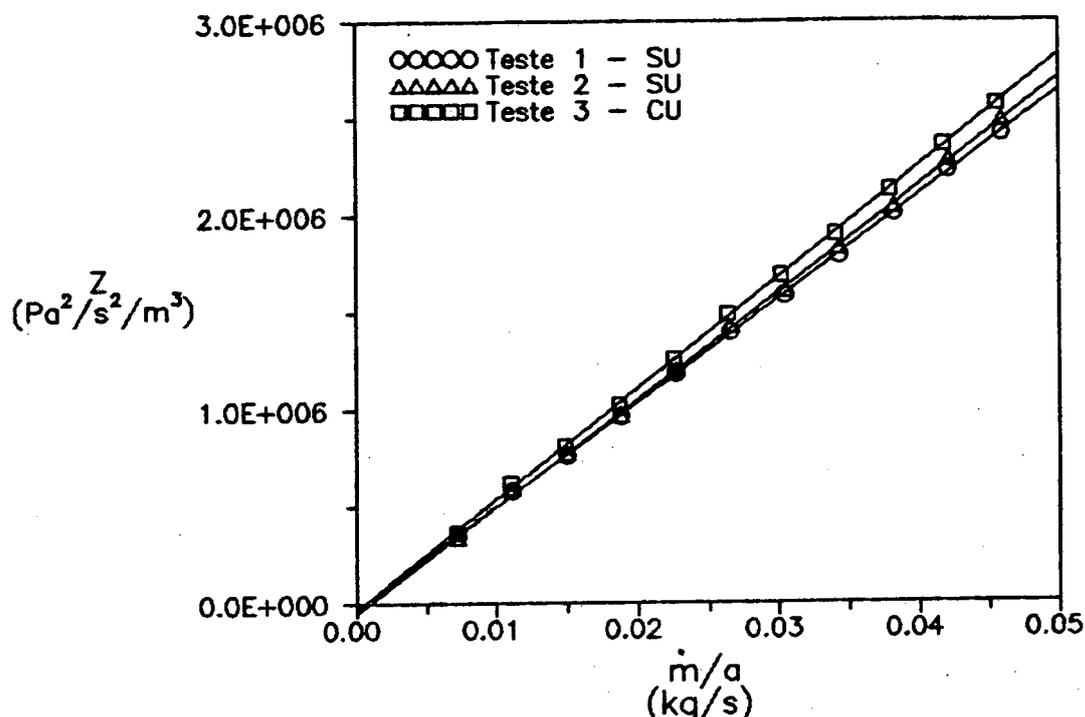


Figura 6.10: Curva de gradiente de pressão versus vazão para os testes com escoamento de ar.

Conforme a análise de erros apresentada no Apêndice C, verificou-se que a incerteza de medição em  $Z$  é da ordem de  $\pm 5\%$  e a incerteza de medição em  $\dot{m}/A$  é da ordem de  $\pm 3\%$ . Com estes valores, obtém-se para  $k_{gr}'$  uma incerteza de  $\pm 6\%$  do valor medido.

Embora seja observado um pequeno decréscimo no valor da permeabilidade para o teste realizado com o umidificador, esta pequena diminuição está dentro da incerteza experimental.

TABELA 6.3: Resultados das medições de permeabilidade ao ar.

teste	amostra	$d_s$ (g/cm <sup>3</sup> )	T (C)	umidificador	$k_{gr}'$ ( $\times 10^{19}$ m <sup>2</sup> )	$k_g'$ ( $\times 10^{19}$ m <sup>2</sup> )
1	1	1,98	25	S	3,46	2,58
2	2	1,99	25	S	3,35	2,49
3	2	1,99	28	C	3,27	2,42
4	1	1,98	26	C	5,26	4,17
5	2	1,99	25	S	5,32	4,23
6	2	1,99	28	S	4,03	3,06

Com o objetivo de verificar-se o efeito da pressão média do escoamento na valor da permeabilidade ao ar em um teste mais severo, realizou-se uma nova sequência de testes.

Verificação do Efeito da Pressão Média. A fim de verificar a influência da pressão média do escoamento na permeabilidade aparente  $k_g'$  foram realizados mais três testes em que, mantendo-se a vazão constante, variava-se a pressão de saída e, portanto, a pressão média do escoamento, e mediu-se o gradiente de pressão na seção de testes. A vazão utilizada foi de 24 litros/hora. Utilizou-se um valor baixo de vazão para que, em pressões mais altas, a perda de carga na amostra fosse pequena em relação à pressão média do escoamento.

Substituindo-se a equação de Klinkenberg na Eq. (6.21) obtém-se a seguinte expressão para  $k_g'$ ,

$$k_g' = \frac{k_g}{\bar{p}_g} + b \quad (6.23)$$

onde  $k_g$  é a permeabilidade do ar (corrigida do efeito da pressão),  $b$  é a constante de Klinkenberg e  $\bar{p}_g$  é uma pressão média do escoamento calculada por,

$$\bar{p}_g = \frac{P_1 + P_2}{2} \quad (6.24)$$

A Eq. (6.23) diz que a permeabilidade aparente diminui com o aumento da pressão do gás. A figura 6.11 mostra a variação de  $Z$  com  $\bar{p}_g$  para os testes realizados. Verificou-se que a vazão dos três testes variou em menos que 3 %. Ainda, verifica-se que as dispersões de medição em  $Z$  e  $\bar{p}_g$  são da ordem de, respectivamente,  $\pm 3 \%$  e  $\pm 2 \%$ . Assim, verifica-se que a variação de  $Z$  com  $\bar{p}_g$  mostrada na figura 6.11 é maior que a variação prevista pela dispersão nas medições. Os testes 4 e 5, realizados com a utilização do umidificador, apresentaram perda de carga maior que o teste 6, realizado sem o umidificador. Estes testes confirmam a existência de influência da pressão média na amostra no escoamento de ar úmido através dela. Esta influência neste caso, entretanto, não é prevista pelo modelo de Klinkenberg. A figura 6.12 mostra a variação de  $k_g'$ , calculado com a Eq. (6.22), com  $1/\bar{p}_g$  para os três testes realizados. Verifica-se que  $k_g'$  aumenta com o aumento de  $\bar{p}_g$ . Este efeito talvez se deva a alguma condensação capilar diferenciada na amostra dependendo da pressão total do ar úmido. Porém, presentemente, não se tem nenhuma explicação para o ocorrido.

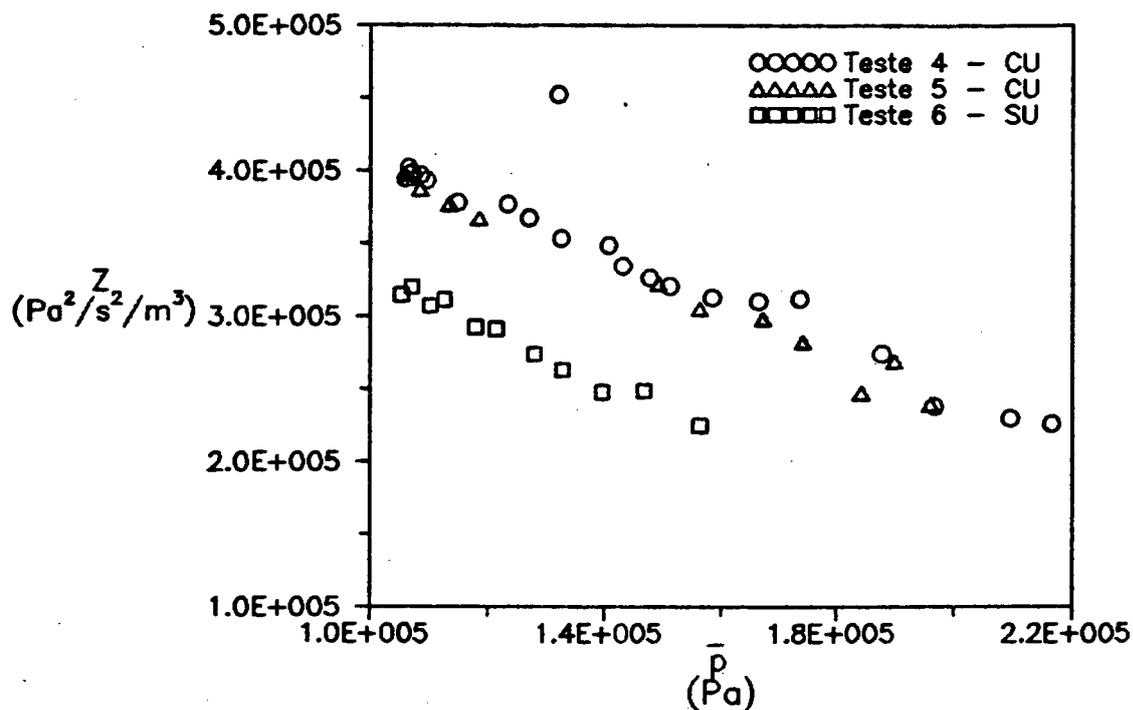


Figura 6.11: Variação do gradiente de pressão através da amostra com a pressão média.

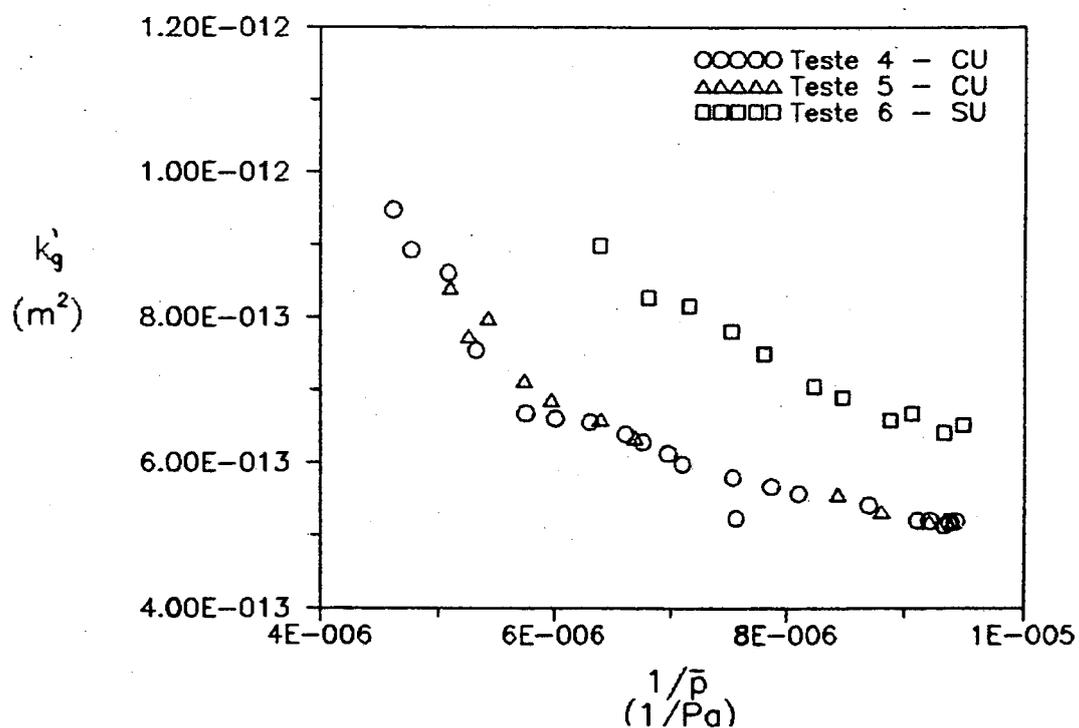


Figura 6.12: Variação da permeabilidade aparente em função da pressão média.

Na Tabela 6.3 apresenta-se os resultados obtidos para os valores médios de  $k_v'$  calculados para valores de  $\bar{p}_v$  da ordem dos valores encontrados nos testes do Grupo 1 ( $\bar{p}_v < 1,26 \cdot 10^5$  Pa). Observa-se que estes valores são maiores que os obtidos para os testes do Grupo 1, indicando claramente que a relação  $Z$  versus  $\dot{m}/A$  não passa linearmente por zero.

#### 6.2.4 Resultados Finais

Dos testes com água obteve-se valores de  $k$  para  $S$  da ordem de 0,83. Da média dos valores da Tabela 6.2 obtém-se  $k(0,83) = 1,5 \cdot 10^{-13} \text{ m}^2$  com desvio padrão de  $\sigma = 0,09 \cdot 10^{-13} \text{ m}^2$ .

Dos testes com ar, embora ocorra algum efeito não-darciniano quando a pressão média do escoamento sobe, obteve-se valores de  $k_v$  para os quais os desvios da Lei de Darcy são menores que os erros experimentais. Estes valores, Testes 1, 2 e 3 na Tabela 6.3, serão assumidos como permeabilidade de saturação do Backfill. A média dos valores da Tabela 6.3 fornece  $k_{sat} = 2,5 \cdot 10^{-13} \text{ m}^2$  com desvio padrão  $\sigma = 0,08 \cdot 10^{-13} \text{ m}^2$ .

Posteriormente, estes resultados serão utilizados em modelos associados à permeabilidade relativa do solo.

### 6.3 PERMEABILIDADE RELATIVA

O conceito de permeabilidade relativa foi discutido no início deste capítulo. Da extensão da Lei de Darcy para solos insaturados obteve-se a Eq. (6.6) que é transcrita abaixo,

$$\frac{j_l}{\rho_l} = \frac{-k_{sat} k_{rl}}{\mu_l} \nabla(\rho_l - \rho_l g z) \quad (6.25)$$

onde  $z$  é a coordenada apontada na direção de  $\vec{g}$ .

Usando o conceito de condutividade hidráulica ( $K$ ) e potencial de sucção ( $\psi$ ) a Eq. (6.25) pode ser reescrita como,

$$\frac{j_l}{\rho_l} = -K \nabla(\psi - z) \quad (6.26)$$

A Eq. (6.26) tem sido utilizada na descrição dos processos de migração de umidade em solos quando o potencial de sucção e a gravidade são as forças motrizes do escoamento. Nestes casos normalmente assume-se que a fase gasosa é imóvel e a sua pressão é constante em todo o meio. Isto implica em que todos os poros que contém ar são conectados entre si e com as faces externas do meio. Tal hipótes é boa a menos que a saturação do meio exceda o valor correspondente à saturação irreduzível do ar onde a fase gasosa perde a continuidade através do meio (Capítulo 5). A Eq. (6.25) é mais genérica, pois permite que se desenvolva uma equação semelhante para o fluxo da fase gasosa. Este tipo de formulação tem sido utilizada na análise dos processos de deslocamento de um fluido por outro no interior de meios porosos, como, por exemplo, os problemas ligados à extração de petróleo. Para os problemas de escoamento em solos insaturados, onde a fase gasosa é praticamente estacionária, tem sido mostrado (ver por exemplo Arastoopour e Semrau, 1990) que formulações com as Eq. (6.25) e (6.26) fornecem resultados equivalentes quando comparadas a dados experimentais.

Deve-se lembrar ainda que a permeabilidade, assim como o potencial de sucção, é uma função histerética e, portanto, depende do processo que o solo está sofrendo, se de secagem ou de umedecimento.

Na análise dos experimentos que seguem, utilizar-se-á alternadamente formulações com as Eq. (6.25) e (6.26), conforme a conveniência. Inicialmente, entretanto, abordar-se-á alguns modelos teóricos para a determinação da permeabilidade relativa.

### 6.3.1 Modelos de Feixes de Capilares para a Permeabilidade Relativa

A previsão teórica de  $k_r$ , basicamente, depende do conhecimento de dois aspectos: (a) Quais canais do meio estão conectados em cada saturação e (b) Como se comporta o escoamento através deste conjunto de canais. Assim, para o desenvolvimento de um modelo realista, é necessário o conhecimento detalhado da estrutura do meio e da interação entre as fases molhante (água) e não-molhante (ar + vapor) com esta estrutura. A permeabilidade relativa está sujeita às mesmas limitações discutidas para a permeabilidade de saturação, acrescidas de outras inerentes à extensão da Lei de Darcy nos moldes das Eq. (6.25) e (6.26).

Para o cálculo da função  $k_r$ , os modelos mais simples são os modelos de feixes de capilares. Estes modelos podem ser desenvolvidos com base na Teoria do Raio Hidráulico ou com base em considerações estatísticas a respeito da distribuição de diâmetros e interconectividade dos poros. Todos estes modelos tem em comum algumas hipóteses básicas, quais sejam:

- (i) Assume-se que os poros podem ser modelados como capilares com área transversal constante e comprimento definido. O escoamento nestes capilares é viscoso e plenamente desenvolvido podendo ser aproximado por um escoamento do tipo Poiseuille.
- (ii) O raio efetivo dos capilares preenchidos por água em cada saturação pode ser obtido com base na curva de potencial de sucção e a Lei de Laplace.
- (ii) O comprimento médio dos capilares em cada saturação pode ser aproximado pelo produto entre um comprimento efetivo e uma tortuosidade calculada como uma potência da saturação do meio.

Os modelos desenvolvidos com base na Teoria do Raio Hidráulico são o que se pode chamar de generalização da Teoria de Kozeny. Assume-se que todos os capilares encontram-se conectados com as faces externas do meio e atuam como resistências ao escoamento associadas em paralelo. Para os capilares que encontram-se cheios com água em cada saturação (S) pode-se calcular um raio hidráulico ao quadrado médio ( $\bar{R}^2$ ) e uma tortuosidade média (T). Assim,  $\bar{R}^2$  e T são funções da saturação e a permeabilidade intrínseca do líquido ( $k_l = k_{sat} k_{rl}$ ) é dada por,

$$k_l = \frac{\epsilon S \bar{R}^2}{a_1 T} \quad (6.27)$$

onde,  $a_1$  é um fator que depende da forma do poros.

Admitindo-se que o raio hidráulico de cada capilar seja aquele fornecido pela Lei de Laplace,  $\bar{R}^2$  pode ser calculado por,

$$\bar{R}^2 = \frac{\sigma^2 \cos^2 \Theta}{\rho_l S} \int_0^S \frac{dS}{\psi^2} \quad (6.28)$$

onde  $\sigma$  é a tensão superficial ar-água e  $\Theta$  é o ângulo de contato.

A tortuosidade, para um meio isotrópico, é admitida inversamente proporcional a alguma potência da saturação do meio na forma (Corey, 1977, pp 92),

$$\frac{T_o}{T} \sim S_e^p \sim \left( \frac{S - S_r}{1 - S_r} \right)^p \quad (6.29)$$

onde  $T_o$  é a tortuosidade na saturação e  $S_e$  é a saturação efetiva.

Assim, das Eqs. (6.27), (6.28) e (6.29) obtém-se que a permeabilidade relativa é dada por,

$$k_{rl} = S_e^p \frac{\int_0^S \frac{dS}{\psi^2}}{\int_0^1 \frac{dS}{\psi^2}} \quad (6.30)$$

A Eq. (6.30), assumindo-se  $p = 2$ , é conhecida como Eq. de Burdine (Bear, 1972).

A curva de potencial de sucção relaciona-se com a distribuição de diâmetros de poros do meio. Para um meio uniforme, cuja distribuição de diâmetros de poros assemelha-se a função delta de Dirac, obtém-se  $\psi = \psi_b$  para  $S_r < S < 1$ . Assim, a Eq. (6.30) pode ser integrada obtendo-se,

$$k_{rl} = S_e^{p+1} \quad (6.31)$$

A Eq. (6.31), para  $p = 2$ , é conhecida como Eq. de Irmay.

O expoente  $p$  na Eq. (6.30) depende da estrutura do meio. Aplicando-se a Eq. de Brooks e Corey para o potencial de sucção (Eq. 5.11) na Eq. (6.30) obtém-se,

$$k_{rl} = S_e^{(2/m + p + 1)} \quad ; \text{ para } \psi > \psi_b \quad (6.32)$$

onde, para Brooks e Corey (1966),  $p = 2$ .

Para meios uniformes, conforme visto no Capítulo 5,  $m \rightarrow \infty$  e dessa forma o expoente da Eq. (6.32) torna-se  $(p + 1)$ . Para meios que apresentam uma distribuição de diâmetro de poros aberta,  $m \rightarrow 0$  e, neste caso, o expoente tende ao infinito. Sendo  $k_{rt}$  variável entre 0 e 1,  $p$  depende do valor de  $m$ , ou seja, é uma função da estrutura do meio. A Eq. (6.31) tem sido utilizada, para solos e rochas, com expoentes variando de 2 a 4 (Bear, 1972).

Wyllie e Gardner (Bear, 1972) desenvolveram a Eq. (6.30) utilizando considerações estatísticas. O desenvolvimento assume que os diâmetros dos poros possuem uma distribuição  $f(\phi)$  calculada a partir da curva de  $\psi$ . A conexão entre os poros é modelada assumindo que o feixe de capilares pode ser cortado em inúmeras fatias e estas fatias posicionadas face a face de maneira randômica. Assim, partes dos canais de uma fatia estarão em contato com partes dos canais das outras fatias. Nestes contatos, assume-se que novos canais são formados, canais estes cujos diâmetros são previstos pela curva de  $\psi$ . Bear (1972, pg 463) apresenta o desenvolvimento utilizado por Wyllie e Gardner e mostra que se obtém uma equação idêntica à Eq. (6.30). A Eq. (6.30) será denominada Modelo de Wyllie e Gardner.

Na mesma linha de desenvolvimento está o modelo de Childs e Collis-George que foi posteriormente modificado por Marshall e por Millington e Quirk. O modelo de Millington e Quirk, conforme apresentado por Mualem (1976), é dado por,

$$k_{rt} = S_o^p \frac{\int_0^S \frac{(S-u) du}{\psi^2}}{\int_0^1 \frac{(S-u) du}{\psi^2}} \quad (6.33)$$

onde  $u$  é uma variável de integração e  $p$  possui o mesmo sentido que o existente na Eq. (6.30). Millington e Quirk adotaram  $p = 4/3$ .

Mualem (1976) desenvolveu um modelo estatístico na mesma linha dos modelos de Wyllie e Gardner e Millington e Quirk. A diferença está na adoção da hipótese de que os poros de uma fatia são parcialmente correlacionados com os poros da outra fatia e que esta função de correlação é proporcional a alguma potência da saturação. Ainda, assume-se que o comprimento dos capilares é proporcional ao seu diâmetro e não existe compartilhamento de um capilar por outros dois na fatia adjacente. O Modelo de Mualem é dado por,

$$k_{rl} = S_e^p \left[ \frac{\int_0^{S_e} \frac{dS_e}{\psi}}{\int_0^1 \frac{dS_e}{\psi}} \right]^2 \quad (6.34)$$

Mualem aplicou o modelo a diversos tipos de solos e calculou o valor de  $p$  que fornece o menor desvio entre os dados experimentais e os calculados pelo modelo. Para os 45 solos utilizados, ele obteve  $p = 0,5$ .

Os Modelos de Wyllie e Gardner, Millington e Quirk e Mualem (Eqs. 6.30, 6.33 e 6.34) foram utilizados por diversos autores e comparados com dados experimentais para vários tipos de solos. A Tabela 6.4 apresenta um resumo das conclusões de alguns trabalhos. Observa-se que o valor de  $p$  varia entre 0 e 2 dependendo do modelo e do solo em consideração.

Utilizando-se a equação ajustada para o potencial de sucção do backfill (Equação de van Genuchten com peso  $w_i = 1/\psi_i$ ), verificou-se o comportamento dos modelos de Wyllie e Gardner ( $p = 2$ ), Millington e Quirk ( $p = 4/3$ ) e Mualem ( $p = 0,5$ ) e os resultados estão na figura 6.14. Observa-se que o modelo de Millington e Quirk fornece valores intermediários entre os modelos de Mualem e Wyllie e Gardner. Na realidade, para este tipo de solo, os três modelos fornecem resultados bastante próximos.

A fim de testar-se a influência de  $p$ , calculou-se valores de  $k_{rl}$  para os três modelos para valores de  $p = 0, 1$  e  $2$ . A figura 6.15 mostra o comportamento do modelo de Mualem em função do valor de  $p$ . Os outros modelos apresentam comportamentos qualitativamente semelhantes. Observa-se que a variação de  $k_{rl}$  com  $p$  é maior para saturações menores. Assim, o ajuste do valor de  $p$  para um dado solo requer medições precisas na faixa de saturações altas e, se possível, medições para saturações baixas. Outro fato que se observa das figuras 6.14 e 6.15, é que o modelo de Mualem, dependendo do valor de  $p$ , pode reproduzir convenientemente os outros dois modelos. Assim, pode-se adotar o modelo de Mualem para a previsão da curva de  $k_{rl}$  para o backfill. A principal vantagem é que o modelo de Van Genuchten permite a obtenção de uma função fechada para  $k_{rl}$  quando aplicada ao modelo de Mualem.

A fim de testar-se a sensibilidade do modelo de Mualem à curva de potencial de sucção, calculou-se a curva de  $k_{rl}$  para cada uma das funções ajustadas aos dados do potencial de sucção do backfill (Capítulo 5). As funções utilizadas foram a equação de Su e Brooks, e a equação de Van Genuchten com pesos  $w = 1$  e  $w = 1/\psi$ . A figura 6.16 mostra os resultados obtidos. Observa-se uma dependência maior para valores de  $S$  menores. A curva

TABELA 6.4: Modelos de Wyllie e Gardner (WG), Millington e Quirk (MQ) e Mualem (M) conforme utilizados por diversos autores.

Autor	Equação	p	Solos testados com bons resultados
Lalibert et alli (1968)	WG	2	areia, lemo-arenoso, lemo-siltoso. Curva de k obtida com ajuste em $S = 1$ .
Kunze et alli (1968)	MQ	1	areno-siltoso, silto-arenoso Curva de k obtida com ajuste em S intermediário
Green e Corey (1971)	MQ	1	lemo
		4/3	Melhor resultado obtido com $p = 2$
Jackson (1972)	MQ	2	Curva de k obtida de ajuste em $S = 1$
		0	areia, lemo
Ragab et alli (1982)	MQ	1	Melhor resultado obtido com $p = 1$
		4/3	Curva de k obtida de ajuste em $S = 1$
Mualem (1976)	M	0,5	areia, lemo
		2	Melhor resultado obtido com $p = 0,5$
		4/3	Comparação apenas de $k_{r1}$ .

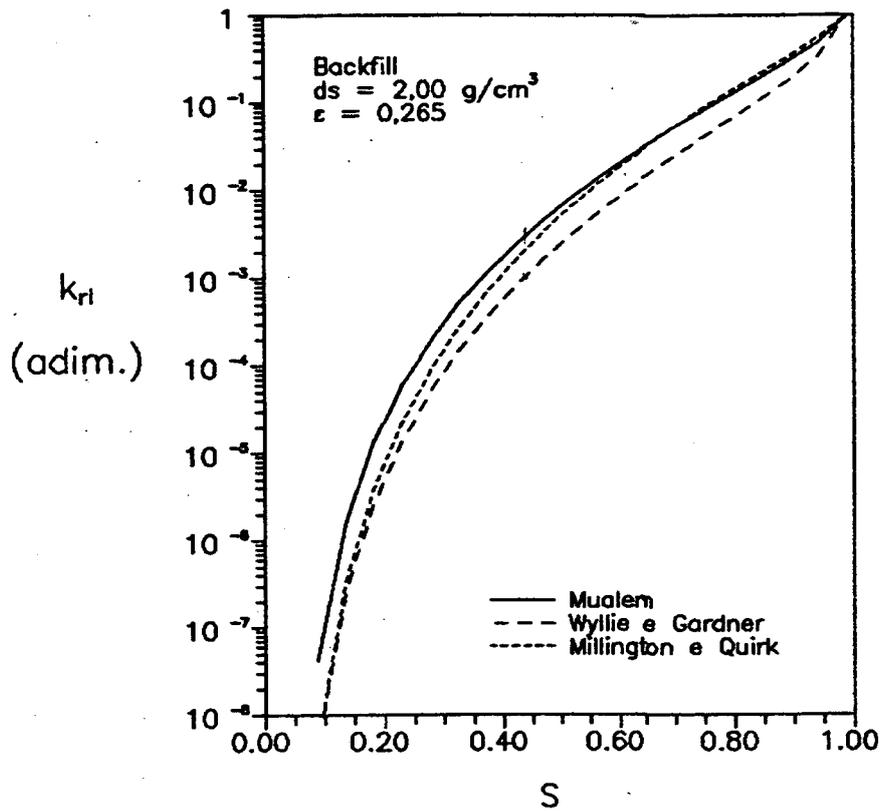


Figura 6.14: Comportamento dos valores de  $k_{rl}$  calculados pelos modelos de Wyllie e Gardner, Millington e Quirk e Mualem.

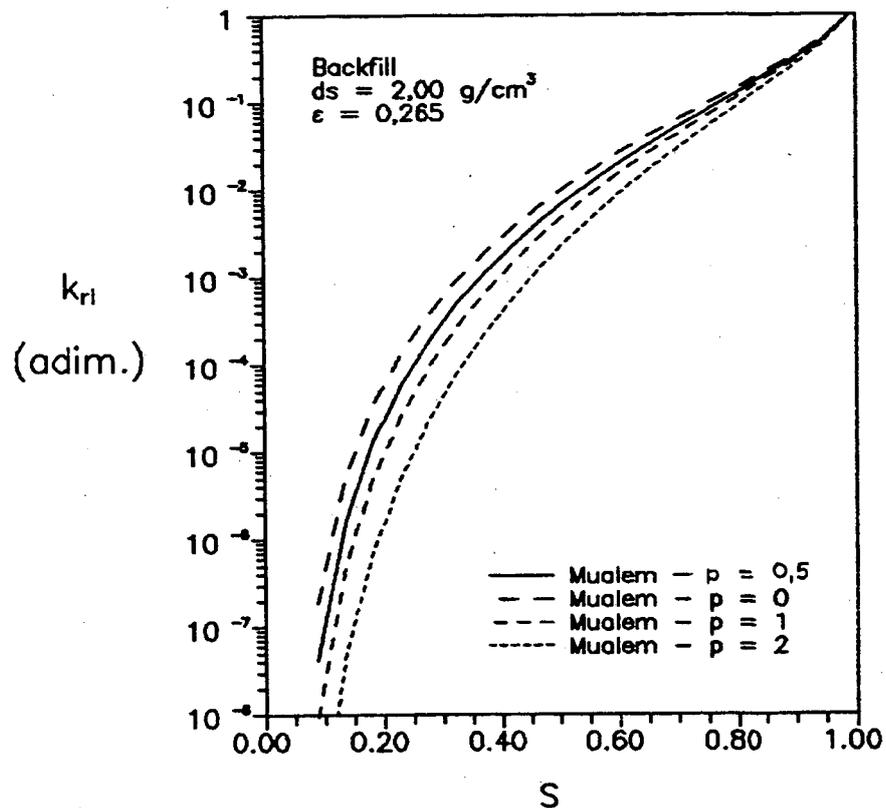


Figura 6.15: Comportamento do modelo de Mualem para valores de  $p = 0, 0,5, 1$  e  $2$ .

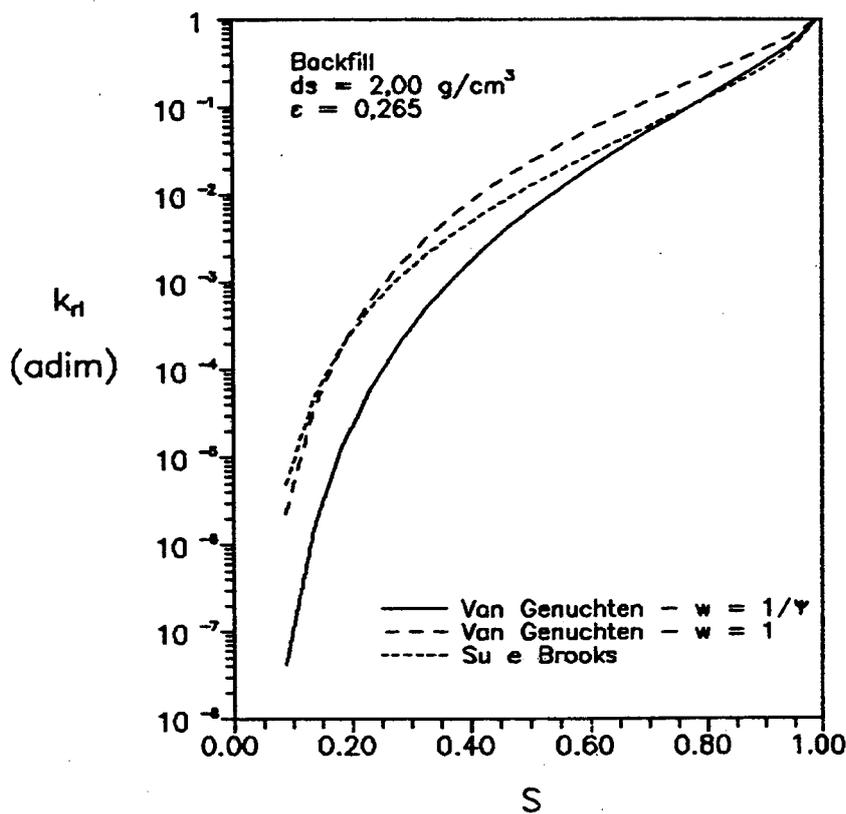


Figura 6.16: Comportamento do modelo de Mualem ( $p = 0,5$ ) para as três curvas de potencial de sucção ajustadas no Capítulo 5.

de Su e Brooks, conforme esperado, forneceu valores intermediários com relação às outras duas funções. A curva obtida com a equação de Van Genuchten ajustada com pesos variáveis apresentou valores de  $k_r$  mais baixos que as outras duas para  $S < 0,7$ . Isto mostra que a porção extrapolada da curva de potencial de sucção apresenta uma forte influência na curva calculada de  $k_r$ . Posteriormente, as curvas mostradas na figura 6.16 serão comparadas com os dados experimentais de permeabilidade.

A seguir, apresenta-se o método utilizado e os resultados obtidos na medição da permeabilidade do backfill.

### 6.3.2 Medição da Permeabilidade Relativa

Os métodos de medição de permeabilidade relativa empregam o escoamento simultâneo de água e ar através do meio poroso ou somente o escoamento de água. Podem ser realizados em regime permanente ou em regime transiente e em processos de umedecimento ou drenagem do meio poroso.

Os métodos que empregam escoamento simultâneo de água e ar através do

meio poroso são normalmente utilizados nas pesquisas referentes à extração de petróleo. Dentre estes métodos estão o método de Weldge, que é um método transiente baseado na expulsão da fase molhante de uma amostra de meio poroso quando a fase não-molhante é bombeada por uma face, e os métodos derivados do método de Hassler, que são métodos em regime permanente no qual força-se o escoamento simultâneo em regime permanente de água e ar através de uma amostra de meio poroso. Variações do método de Hassler incluem o escoamento de apenas uma fase, sendo a outra estacionária (método do ar estacionário e método da água estacionária), escoamento de ar e água através de uma amostra "protegida" por duas outras amostras do mesmo material (método Penn-State) e o escoamento de água em altas vazões sendo o ar mantido sob pressão (método da amostra única). Descrições detalhadas destes métodos podem ser encontradas em Scheidegger (1974), Bear (1972), Osoba et alli (1950) e Richardson et alli (1951).

Os métodos que empregam somente o escoamento de água são normalmente utilizados nas pesquisas relacionadas à física dos solos. Nestes métodos o escoamento pode se processar em regime permanente ou em regime transiente. Nos métodos em regime permanente, permite-se que a água escoe através da amostra insaturada e mede-se o gradiente hidráulico aplicado e a vazão resultante. Eventualmente, pode-se fazer medições locais de potencial de sucção, utilizando-se um tensiômetro por exemplo, ou medições locais de conteúdo de umidade através de um método não destrutivo. Estes métodos permitem a medição simultânea de potencial de sucção e permeabilidade. Dentre os métodos em regime permanente, estão o método da coluna curta, na qual o escoamento processa-se em uma amostra curta retida entre duas barreiras capilares, e o método da coluna longa, no qual alimenta-se com água a vazão constante a extremidade superior de uma coluna de solo saturada e em posição vertical e mede-se o conteúdo de umidade de equilíbrio na parte superior da coluna. Pode-se acoplar tensiômetros ao longo da coluna e medir-se simultaneamente valores de potencial de sucção. Os métodos em regime permanente são normalmente métodos demorados e requerem cuidados especiais na manutenção das condições de contorno na amostra.

Os métodos em regime transiente tem sido mais empregados principalmente pela relativa rapidez de execução. Dentre estes métodos estão os métodos baseados na análise da infiltração ou drenagem em colunas longas de solo e os métodos baseados na análise da resposta de uma amostra curta a uma variação brusca da condição de contorno. Nestes últimos, uma amostra curta é colocada em contato com uma placa porosa e varia-se a condição de sucção na placa

porosa. Desta forma a amostra é drenada ou umedecida através da placa e mede-se a variação da massa de água que deixa ou entra na amostra. Através do ajuste da solução teórica do problema aos dados obtidos, determina-se a permeabilidade da amostra. Estes métodos normalmente empregam uma câmara de pressão e podem ser feitos juntos com a determinação do potencial de sucção. Nos métodos que empregam colunas longas, mede-se, durante um processo de umedecimento ou drenagem, o volume total de água infiltrado no solo e o perfil de umidade em um ou vários intervalos de tempo ou outra característica do problema, como por exemplo, a progressão da frente de molhamento. Estes testes baseiam-se na solução da equação do transporte isotérmico de umidade para o problema em questão. De interesse especial são o método do perfil instantâneo, o método de Bruce e Klute e o método de Youngs. No método do perfil instantâneo mede-se perfis de umidade ou de potencial de sucção ou ambos em função do tempo e obtém-se a permeabilidade através da aplicação da Lei de Darcy para cada ponto no solo. O método de medição de umidade ou potencial de sucção deve ser não destrutivo, como por exemplo, o método de atenuação de raios gama. O método de Bruce e Klute emprega a infiltração em colunas horizontais e necessita da medição do perfil de umidade na coluna em apenas um instante de tempo ou da medição em vários instantes de tempo em uma única posição. Da solução da equação da infiltração, obtém-se valores de difusividade isotérmica. Com o conhecimento da curva de potencial de sucção pode-se calcular a permeabilidade. O método de Youngs, emprega a infiltração em colunas verticais e obtém a permeabilidade de medições em função do tempo do volume total infiltrado e da progressão da frente de molhamento. Revisões destes vários métodos podem ser encontradas em Klute (1972), Corey (1977) e Hillel (1980).

O método empregado neste trabalho foi o método de Youngs. A seguir passa-se à sua descrição e à apresentação da bancada utilizada e dos resultados obtidos.

### Equipamento e Método

O método de Youngs (Youngs, 1964, Quadri, 1988), fundamenta-se no problema da infiltração unidimensional vertical de cima para baixo de água em colunas de material poroso de seção transversal constante e comprimento semi-infinito. A coluna possui um conteúdo inicial de água  $\theta_0$  constante e uniforme. A partir do instante  $t = 0$  é aplicado e mantido na extremidade superior da coluna (convencionada como posição  $z = 0$ ) um potencial de sucção

$\psi_1$ . Estando o solo com um conteúdo de umidade menor que o correspondente à condição de contorno, ele succionará água a partir da extremidade superior.

Para o sistema mostrado na figura 6.17 a Eq. (6.26) pode ser reescrita como,

$$\frac{j_l}{\rho_l} = -K \left[ \frac{\partial \psi}{\partial z} + 1 \right] \quad (6.35)$$

Integrando a Eq. (6.35) na posição  $z = 0$  sobre um intervalo de tempo de 0 a  $t$  obtém-se,

$$\int_0^t \frac{j_l}{\rho_l} \Big|_{z=0} dt = \int_0^t -K \left[ \frac{\partial \psi}{\partial z} + 1 \right]_{z=0} dt \quad (6.36)$$

Para um tempo  $t$  suficientemente longo,

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} \Big|_{z=0} \rightarrow 0 \quad (6.37)$$

e a Eq. (6.36) torna-se,

$$\frac{V}{A} = K(\theta) \Big|_{z=0} t + C \quad (6.38)$$

onde  $V/A$  é o volume total infiltrado até o tempo  $t$  dividido pela área da coluna de solo e  $K(\theta)$  é a condutividade hidráulica do solo em  $z = 0$  onde a umidade é constante e igual à  $\theta$ . Observa-se, pela análise anterior, que estando a frente de umidade afastada da extremidade de infiltração (tempo longo), o deslocamento da água próximo à extremidade da coluna é devido somente ao efeito da gravidade.

Portanto, plotando-se  $(V/A \times t)$  obtém-se, a partir de tempos suficientemente grandes, pontos cuja assíntota tende a uma reta. A condutividade hidráulica é dada pela inclinação da reta. Para a obtenção de  $\theta$  considera-se que a frente de molhamento é abrupta e que a imprecisão na sua determinação diminui com o aumento de  $t$ . Assim, o conteúdo de umidade em  $z = 0$  é avaliado pela inclinação da reta  $V/A$  versus posição da frente de molhamento.

O equipamento utilizado é aquele mostrado na figura (6.18). O solo é compactado dentro de um tubo de acrílico cuja extremidade inferior possui um tampão de nylon com orifícios abertos à atmosfera. Na extremidade superior do tubo acopla-se um outro tampão de nylon que possui a placa porosa e

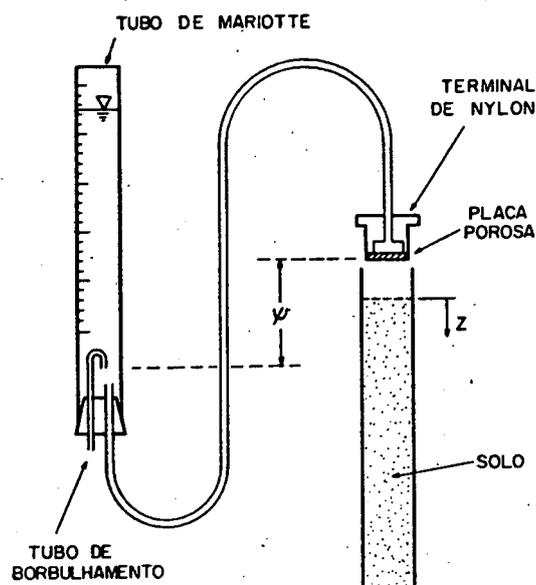


Figura 6.17: Sistema físico equivalente ao método de Youngs.

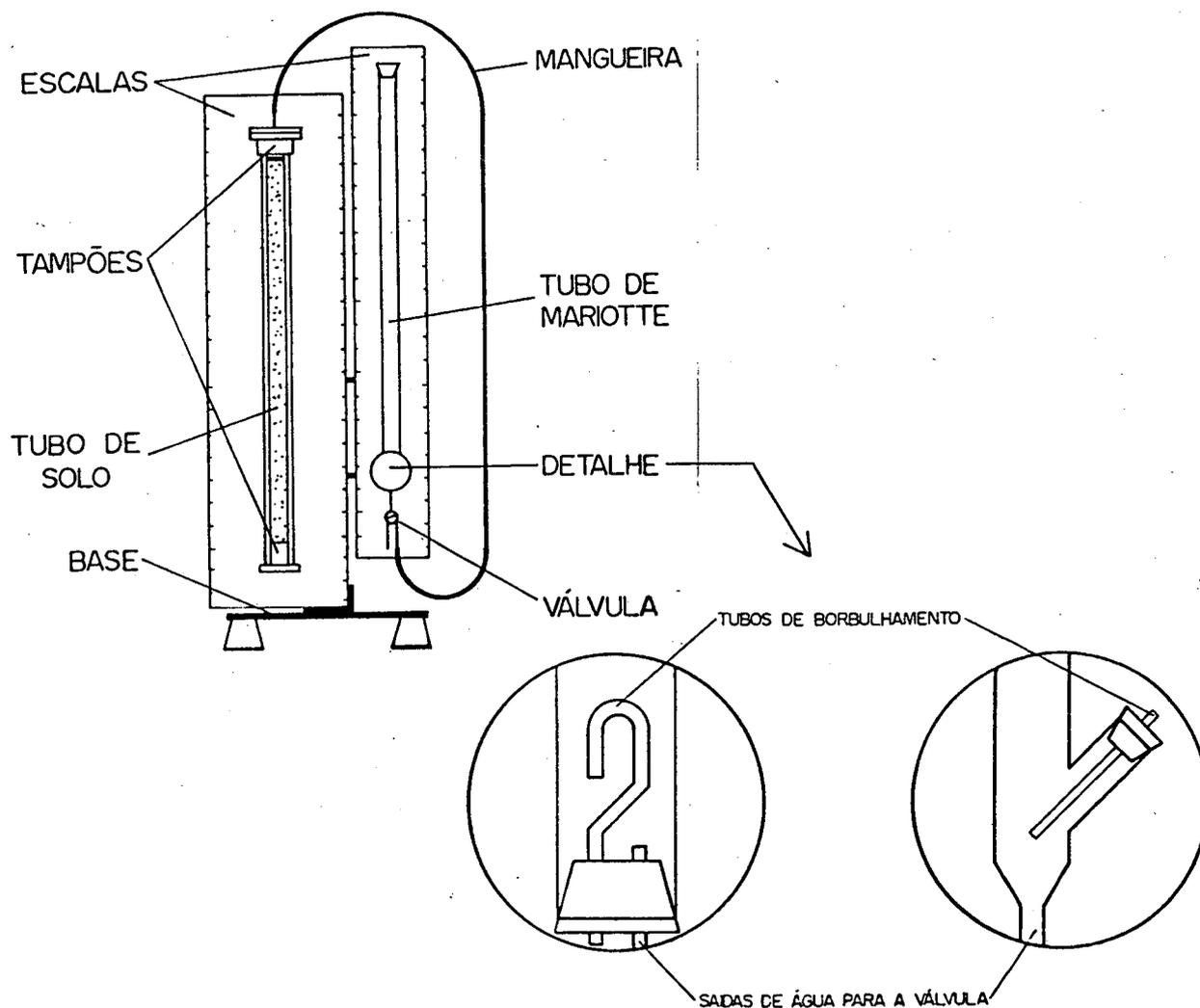


Figura 6.18: Esquema da bancada experimental utilizada.

comunica-se com o tubo de Mariotte. O tubo de Mariotte tem como função fornecer água a uma sucção constante. A placa porosa realiza o contato hidráulico entre o meio poroso e o tubo de Mariotte e funciona como barreira capilar. Com a variação da altura do tubo de Mariotte em relação à extremidade de infiltração consegue-se diferentes valores de  $\theta$  no solo e conseqüentemente mede-se diferentes valores de  $K(\theta)$ . A Tabela 6.5 apresenta as dimensões básicas dos componentes da bancada.

A existência da placa porosa, imprescindível à realização do teste, modifica o comportamento do sistema e origina problemas que dificultam a execução dos testes. A fim de tornar este aspecto claro é conveniente discutir-se do ponto de vista físico o mecanismo de infiltração na amostra.

No procedimento utilizado, inicialmente, satura-se a placa porosa e liga-se ela ao tubo de Mariotte. Antes de iniciar-se o teste, coloca-se a placa porosa na posição em que está o tubo de solo, sem, no entanto deixá-la entrar em contato com a amostra. Assim, com a aplicação de uma sucção na face interna da placa porosa (ligada ao tubo de Mariotte) modifica-se a sua condição de equilíbrio. Os meniscos na face externa deformam-se de forma a equilibrar-se com o potencial imposto. No tempo  $t = 0$  coloca-se a placa porosa em contato com o meio poroso. Imediatamente, a superfície externa da placa entra em equilíbrio de potencial de sucção com a superfície externa do meio poroso e assume um valor intermediário entre o potencial de sucção aplicado pelo tubo de Mariotte e o potencial de sucção existente no solo. O gradiente de potencial de sucção através da placa porosa é capaz de manter o fluxo de água succionado pelo solo. Dentro do solo a frente de umidade avança e atrás da frente de umidade o gradiente de potencial de sucção tende a zero. Quanto maior for o tempo de teste maior a influência da gravidade no escoamento atrás da frente de umidade até que este escoamento passa a ser inteiramente devido à ela. A vazão de líquido succionada pelo solo vai diminuindo, desde o início do teste, e tende a um valor constante. Assim, sendo mantido fixa a condição na face externa da amostra, o potencial de sucção na interface entre a placa porosa e a amostra varia com o tempo. Embora dentro da amostra o gradiente de potencial de sucção tenda a zero, na placa porosa ele tende a um valor constante correspondente ao fluxo em tempo infinito. Assim, o potencial na interface tende a um valor constante. Este valor "de equilíbrio" depende do potencial aplicado na face externa da placa, do potencial do solo, de propriedades da placa e do solo e das condições no contato entre a placa e o solo. As propriedades do solo referem-se à camada superficial. As condições desta camada, como porosidade, distribuição de poros, uniformidade, etc,

TABELA 6.5: Dimensões básicas dos componentes da bancada.

Tubo do solo: Diâmetro interno	: 3,3 cm
Área interna com manga:	8,47 cm <sup>2</sup>
Comprimento	: 87 cm
Volume interno	: 737 cm <sup>3</sup>
Tubo de Mariotte maior: Diâmetro interno:	2,2 cm
Área interna	: 3,77 cm <sup>2</sup>
Comprimento	: 150 cm
Volume interno	: 566 cm <sup>3</sup>
Tubo de borbulhamento: Diâmetro interno	: 0,2 cm
Diâmetro externo	: 0,4 cm
Tubo de saída: Diâmetro interno	: 0,3 cm
Diâmetro externo	: 0,5 cm
Tubo de Mariotte menor: Diâmetro interno:	1,49 cm
Área interna	: 3,74 cm <sup>2</sup>
Comprimento	: 58 cm
Volume interno	: 98 cm <sup>3</sup>
Tubo de borbulhamento: Diâmetro interno	: 0,2 cm
Diâmetro externo	: 0,3 cm
Tubo de saída: Diâmetro interno	: 0,7 cm
Diâmetro externo	: 1,0 cm
Placa porosa de bronze: Espessura	: 0,5 cm
Diâmetro	: 3,2 cm
Placa porosa de cerâmica: Espessura	: 0,3 cm
Diâmetro	: 3,2 cm
Máxima sucção possível de ser aplicada	: 200 cmH <sub>2</sub> O

variam fortemente de teste para teste. Este fato explica porque, aplicando-se a mesma condição na face externa da amostra pode-se obter condições de saturação diferentes na coluna de solo. Portanto, dificilmente consegue-se controlar e saber de antemão a saturação média final da coluna. Isto dificulta a obtenção de valores predeterminados de saturação.

Em virtude do exposto observa-se que a placa porosa deve ter a maior

permeabilidade possível em relação ao seu potencial de borbulhamento.

No presente trabalho foram utilizadas duas placas porosas diferentes. Uma feita de bronze sinterizado e a outra feita de cerâmica. A pastilha de bronze mostrou-se menos adequada devido à variação da sua permeabilidade com o tempo de utilização, um aspecto já observado por Quadri (1988).

Ao final dos testes procedia-se ao fracionamento da coluna em fatias com 2 cm de espessura. A finalidade do fracionamento é checar o valor da umidade média na amostra e permitir, se necessário, a simulação do experimento. Uma dificuldade encontrada no fracionamento deste material (backfill) encontra-se na existência de pedregulhos. Estes impedem que as fatias tenham a superfície uniforme dificultando um cálculo adequado do volume e assim o conhecimento da densidade local. Os resultados mostrados apresentam uma forte dispersão devido a esta característica. Em virtude do fracionamento, o tubo da amostra foi revestido internamente por uma manga de plástico e a amostra compactada dentro desta manga. Ao final dos testes, sacava-se a manga e cortava-se a amostra em fatias.

A seguir verifica-se o procedimento experimental empregado.

### Procedimento Experimental

O procedimento empregado pode ser encontrado detalhadamente em Barros (1992). A seguir descreve-se sucintamente o processo.

Compactação. A compactação dos tubos de solo seguiu as seguintes etapas:

(a) Prepara-se uma manga de plástico e faz-se marcações de 2 em 2 cm.  
(b) Ajusta-se a manga no interior do tubo de solo e fixa-se o terminal de nylon com a placa porosa de forma que a placa porosa fique introduzida dentro da manga.

(c) Procede-se à compactação alimentando-se o tubo de solo pela extremidade inferior (oposta à placa porosa). A compactação é efetuada em camadas sucessivas de 2 cm visando minimizar variações de densidade ao longo da coluna.

(d) Completada a compactação, fecha-se a extremidade inferior da coluna e fixa-se a mesma ao suporte.

Pronta a compactação passa-se ao teste.

Execução do Teste. A execução dos testes obedeceu as seguintes etapas:

(a) Retira-se o tampão de nylon com a placa porosa do tubo de solo e

realiza-se a sua saturação, colocando-a em ebulição por cerca de 10 minutos. Após, deixa-se esfriar imergindo o conjunto em água fria.

(b) Mantendo a placa porosa sempre dentro d'água, adapta-se a extremidade da mangueira do tubo de Mariotte ao tampão de nylon.

(c) O enchimento do tubo de Mariotte faz-se pela própria mangueira de descarga. Anota-se a posição inicial da superfície do líquido no tubo de Mariotte.

(d) Cuidadosamente, adapta-se o tampão superior, junto com a placa porosa, no tubo de solo. No instante em que esta toca a amostra, dispara-se o cronômetro.

(e) Nos tempos iniciais, nos quais a velocidade de infiltração é alta, faz-se leituras em intervalos de 1 min. Posteriormente, com a diminuição da taxa de infiltração, faz-se as leituras em intervalos de tempo maiores.

(f) Os ensaios são encerrados quando a frente de molhamento atinge o final do tubo de solo.

Após encerrado cada teste, desmonta-se a coluna e procede-se ao fracionamento.

Fracionamento. O objetivo do fracionamento é determinar o perfil de umidade ao longo da coluna no instante do término do ensaio. Assim é necessário que ele seja realizado o mais rapidamente possível para que não haja redistribuição de umidade.

O procedimento do fracionamento é o seguinte:

(a) Antes de iniciar o fracionamento, prepara-se uma série de folhas de papel de alumínio e determina-se a massa de cada uma.

(b) Com uma lâmina afiada corta-se o plástico que envolve a amostra. Após, destaca-se a camada do corpo da amostra quebrando-a, retira-se o plástico, envolve-se a mesma no papel alumínio e procede-se a sua pesagem.

(c) Terminada a última camada leva-se o material à estufa e seca-se por 24 horas a 110 C. Após a secagem determina-se a massa a seco e com isto a umidade de cada camada.

(d) Conhecendo-se a massa a seco, estima-se o volume de cada camada e calcula-se uma densidade a seco.

### Resultados e Análise

Para cada ensaio fez-se 3 gráficos:

-Gráfico A: Volume infiltrado (V/A) em função do tempo (t);

- Gráfico B: Volume infiltrado ( $V/A$ ) em função da posição da frente de molhamento ( $z_{fm}$ );
- Gráfico C: Conteúdo de umidade ( $\theta$ ) em função da posição na coluna de solo ( $z$ ).

No gráfico A, verifica-se a assíntota dos pontos obtidos e ajusta-se uma reta. O coeficiente angular da reta é a condutividade hidráulica ( $K$ ) da amostra. No gráfico B, verifica-se a assíntota e ajusta-se uma reta. O coeficiente angular da reta é o conteúdo de umidade ( $\theta$ ) médio da porção molhada da amostra.

Os resultados finais de cada ensaio são os valores de  $K$  e  $\theta$  e a correspondente temperatura ambiente durante o teste.

No gráfico 3 apresenta-se o perfil de umidade ao longo da amostra. O patamar de umidade constante deve corresponder à umidade determinada no gráfico 2.

As figuras 6.19 a 6.28, apresentam os resultados obtidos nos testes. A Tabela 6.6 apresenta as condições de cada teste e os resultados obtidos. A Tabela 6.7 condensa os resultados finais das medições.

Com relação aos testes executados pode-se fazer as observações que se seguem.

O teste 1 foi realizado sem a utilização da manga de plástico. Assim, a retirada da amostra de dentro do tubo de solo foi demorada e alterou o perfil de umidade do final do teste.

O teste 2 já foi realizado com a manga de plástico e observa-se uma melhor homogeneidade no perfil de umidade. Observa-se uma boa concordância entre os valores de umidade determinados dos gráficos B e C. Ainda, observa-se que mesmo o teste 2 sendo realizado à uma condição de sucção idêntica à do teste 1, os valores de umidade na coluna variaram em 10 %.

Os testes de 1 a 7 foram realizados com um tubo de Mariotte com volume total de 600 ml. Os testes de 8 a 10 foram realizados com um tubo de Mariotte com 50 ml de capacidade. Observou-se, na utilização do tubo maior, que a partir do teste 3, quando a vazão já era menor, o borbulhamento era bastante instável. O teste 4 não apresenta a curva do perfil de umidade porque o tubo de borbulhamento colapsou antes do término do teste. Entende-se por colapso do tubo de borbulhamento, a sua invasão completa por água e a conseqüente interrupção da alimentação de água à amostra. Os testes 5 e 7 também sofreram colapso antes do término previsto. Para os testes 8, 9 e 10 passou-se a utilizar um tubo de Mariotte menor. Este tubo apresentou-se mais estável e os

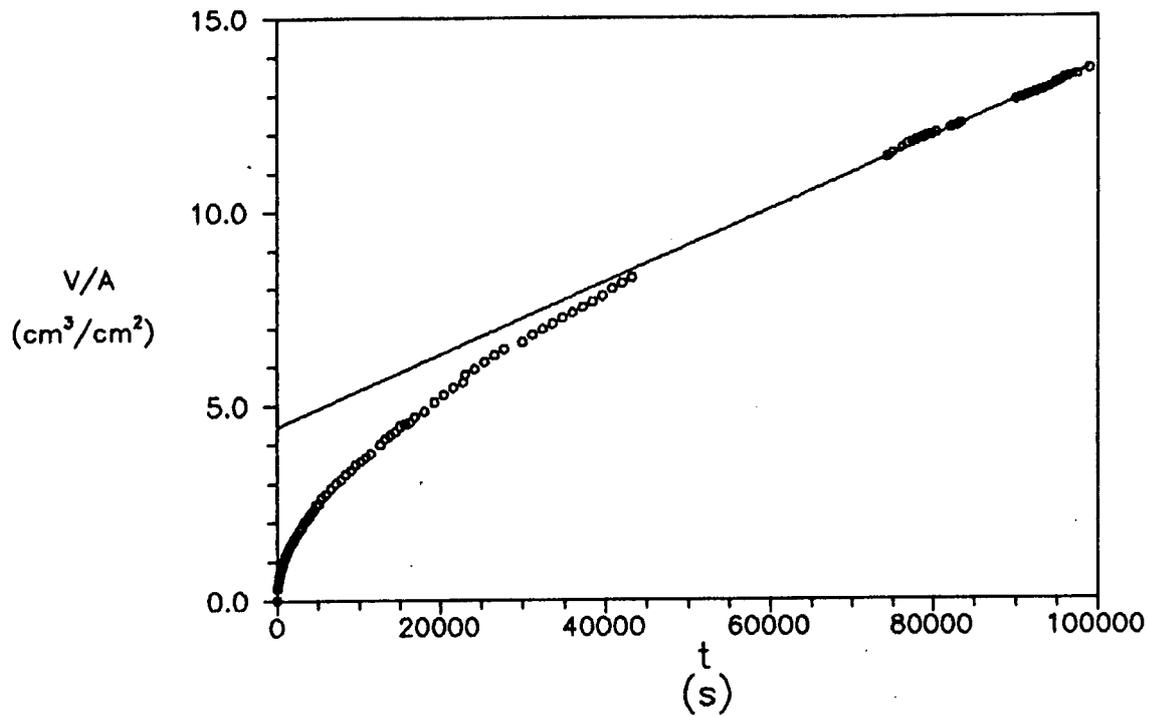
testes ocorreram de maneira correta.

Os testes de 1 a 4 foram realizados com a placa de bronze e os testes restantes com a placa de cerâmica. Os testes realizados com a placa de cerâmica apresentam uma variação inicial do volume infiltrado, de modo geral, menor que a observada nos testes iniciais. Em particular, os 4 últimos testes apresentaram resultados muito bons. Não se pode afirmar se isto se deve apenas à placa cerâmica ou se existe outro fator envolvido.

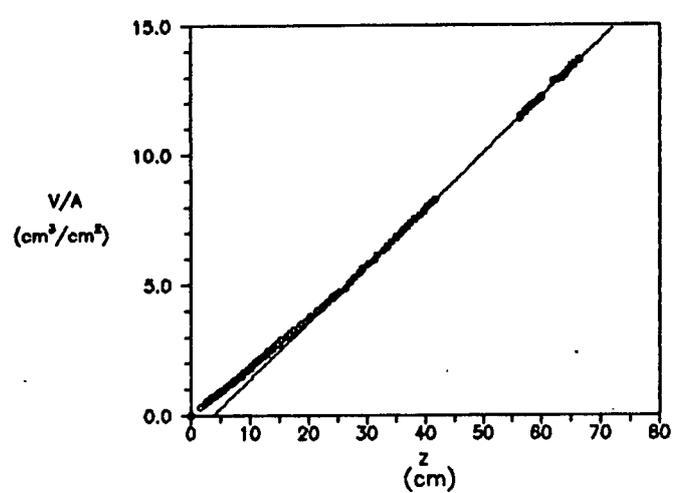
Finalmente, ressalta-se que, de modo geral, a determinação da assíntota dos pontos no gráfico A apresenta uma variação da ordem de  $\pm 50\%$  dependendo do ponto tomado para o início do ajuste. Isto indica que a falta de um critério exato para a obtenção dos resultados do teste, aumenta a dispersão dos valores obtidos. A maneira correta de proceder-se ao tratamento dos resultados acredita-se que seja através do ajuste de um modelo de infiltração capaz de prever a curva completa.

TABELA 6.6: Condições de cada teste e resultados obtidos.

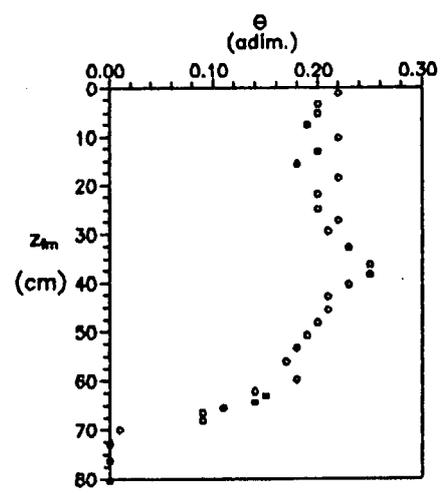
Teste	Sucção (cmH <sub>2</sub> O)	Placa	Mariotte	T (C)	V/A=a.t+b		V/A=c.z <sub>f</sub> m+d		d <sub>s</sub>	S	k
					a.10 <sup>5</sup>	b	c	d	(g/cm <sup>3</sup> )		(×10 <sup>13</sup> m <sup>2</sup> )
1	-5,4	1	1	20	9,33	4,45	0,218	-0,81	1,99	0,81	0,997
2	-5,5	1	1	21	7,65	3,28	0,193	-0,64	2,00	0,73	0,759
3	-10,7	1	1	27	5,73	5,71	0,200	-0,71	2,08	0,85	0,500
4	-19,7	1	1	25	2,57	8,52	0,188	-0,07	2,07	0,79	0,234
5	-41,8	2	1	26	5,14	4,78	0,185	0,15	2,05	0,75	0,458
6	-59,6	2	1	25	4,20	3,76	0,212	-0,75	2,05	0,86	0,382
7	-98,7	2	1	22	1,07	2,60	0,119	0,32	2,07	0,50	0,104
8	-102	2	2	25	0,636	1,21	0,148	-0,39	2,03	0,58	0,0579
9	-99,4	2	2	24	0,769	1,68	0,155	0,011	2,04	0,62	0,0715
10	-131	2	2	26	0,695	1,36	0,142	-0,18	2,07	0,62	0,0620



A

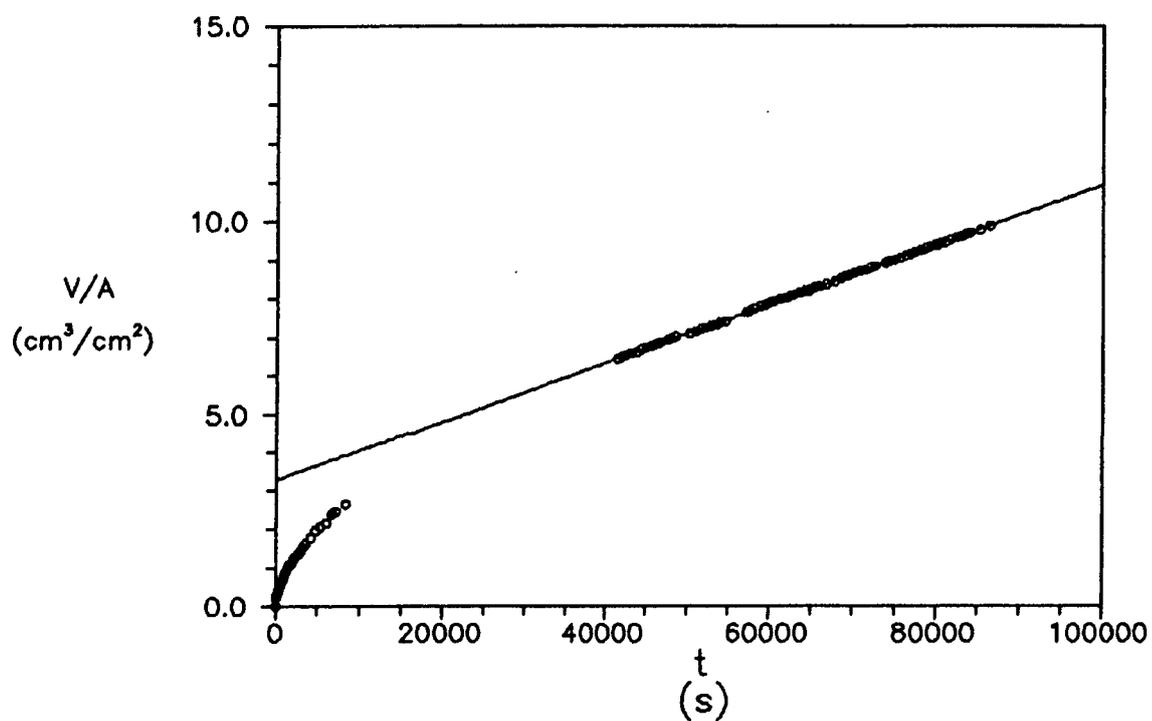


B

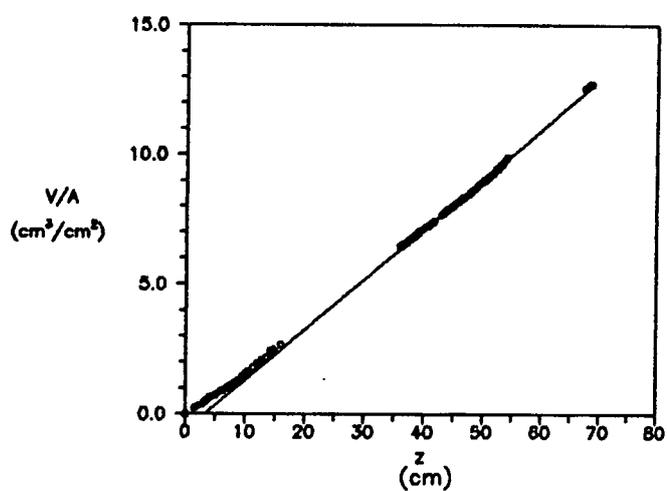


C

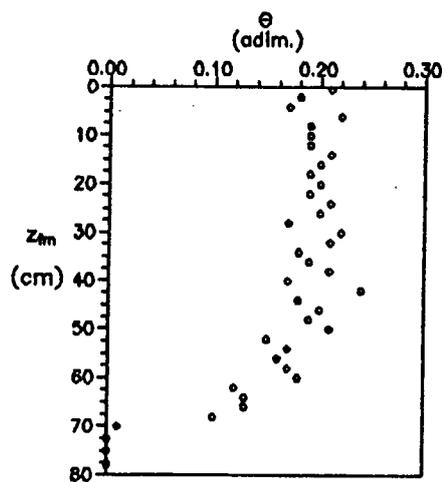
Figura 6.19: Resultados do teste 1.



A

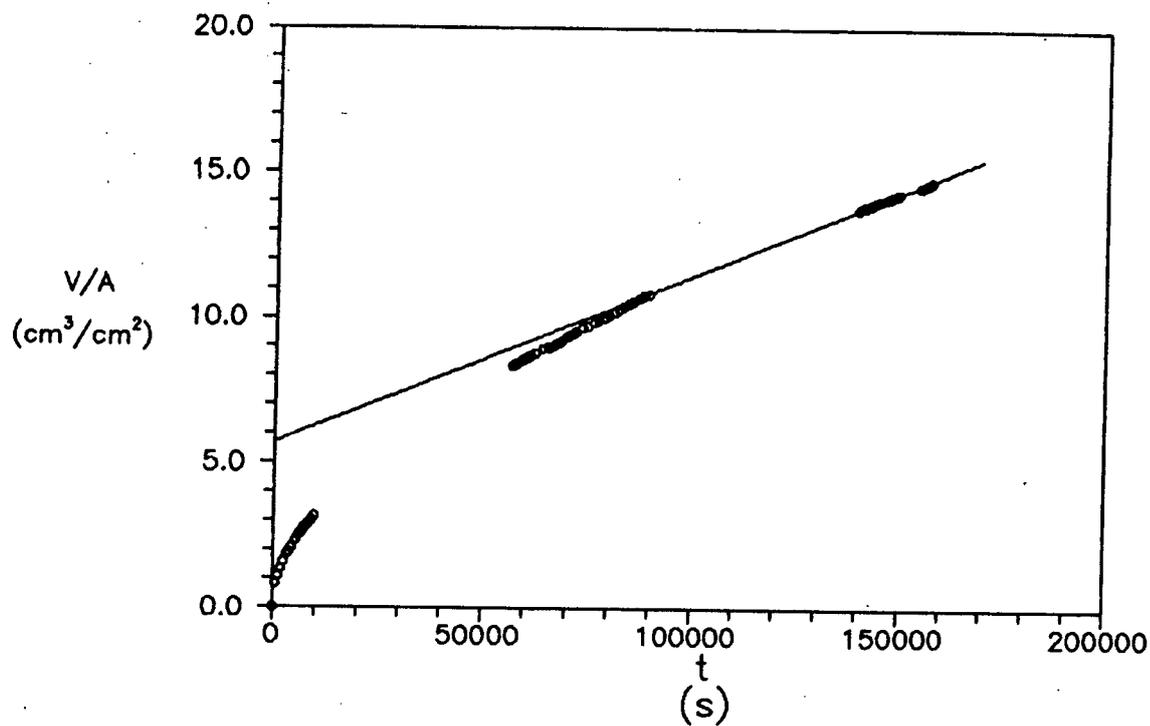


B

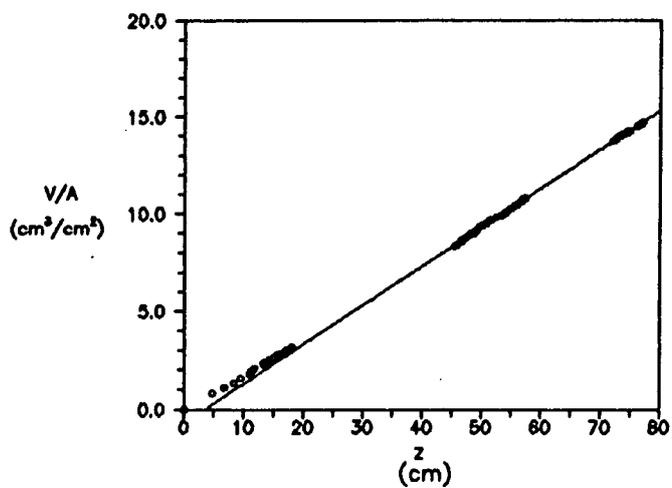


C

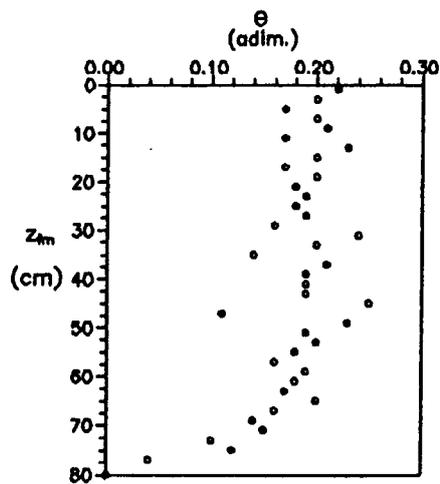
Figura 6.20: Resultados do teste 2.



A

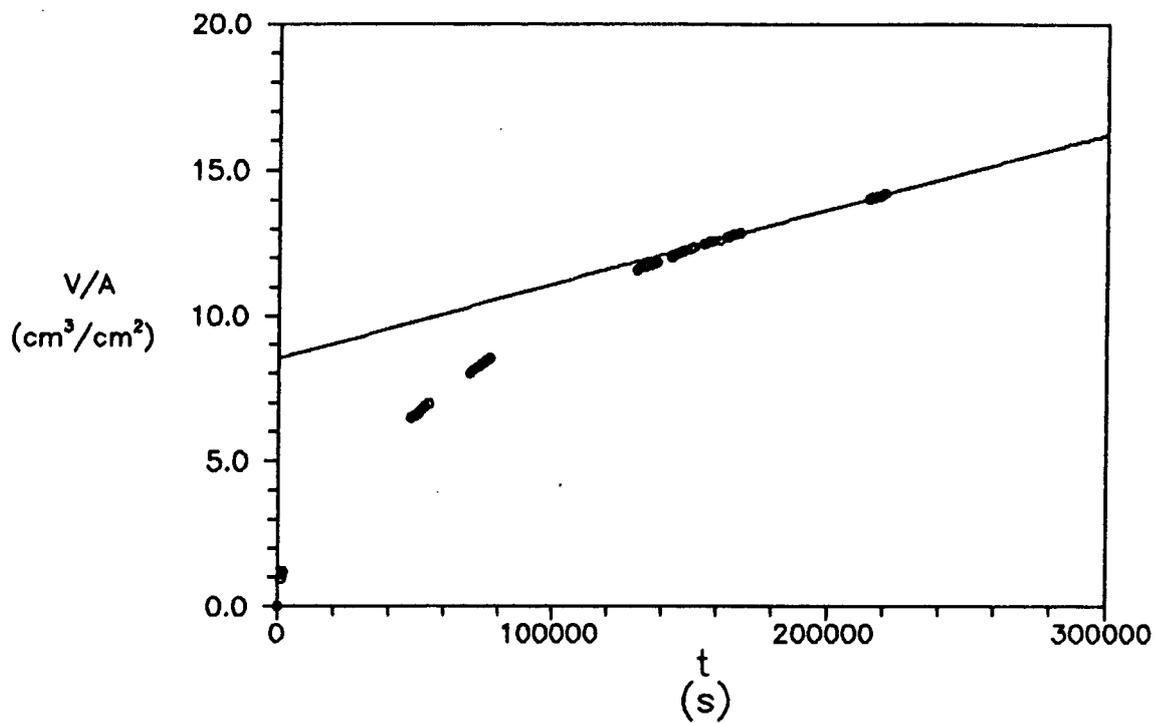


B

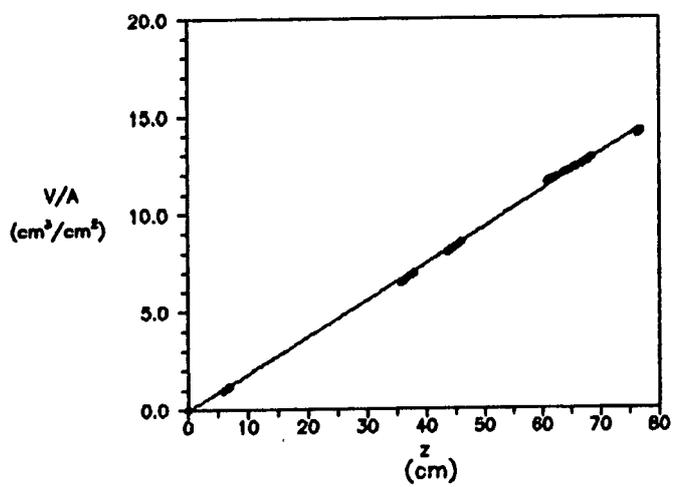


C

Figura 6.21: Resultados do teste 3.

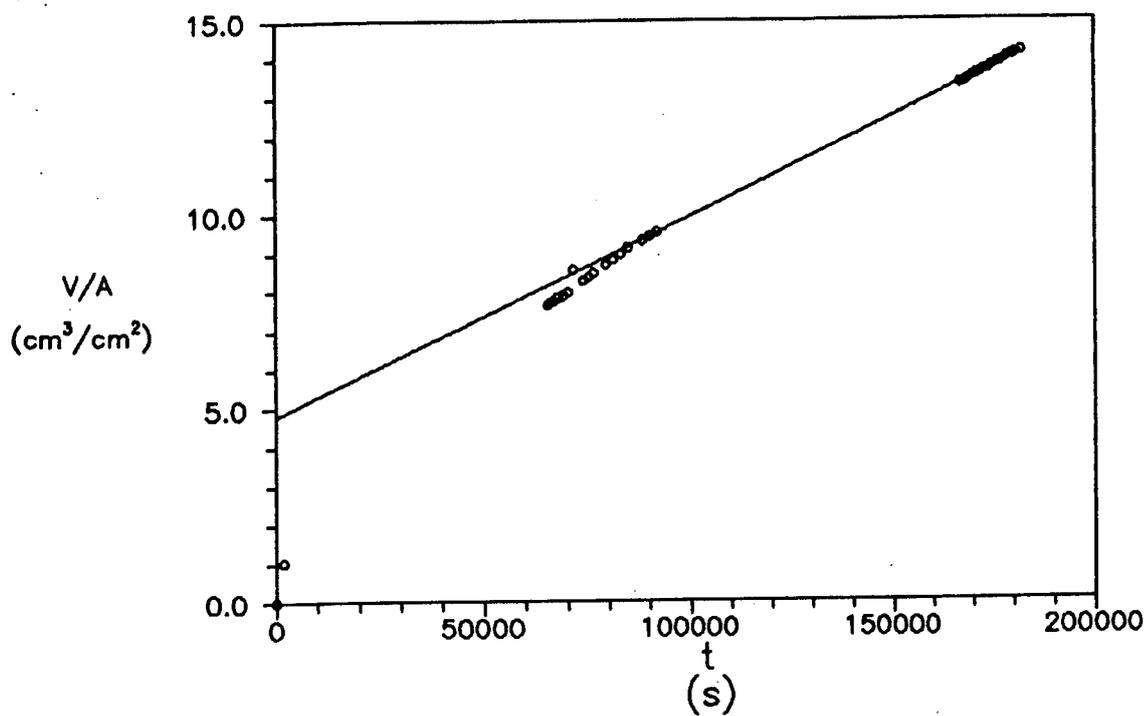


A

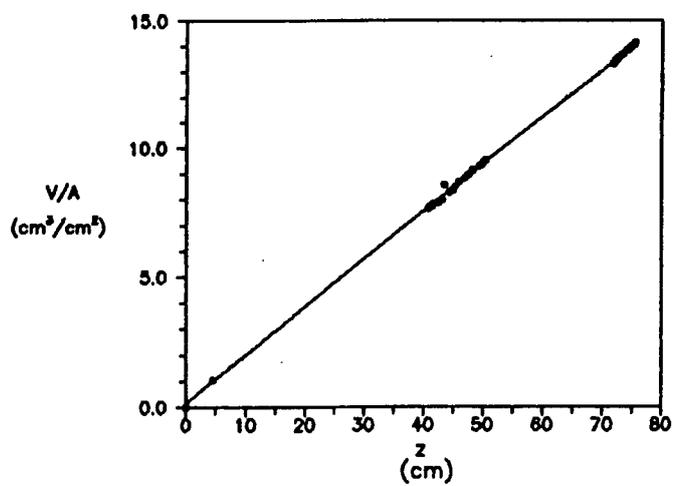


B

Figura 6.22: Resultados do teste 4.

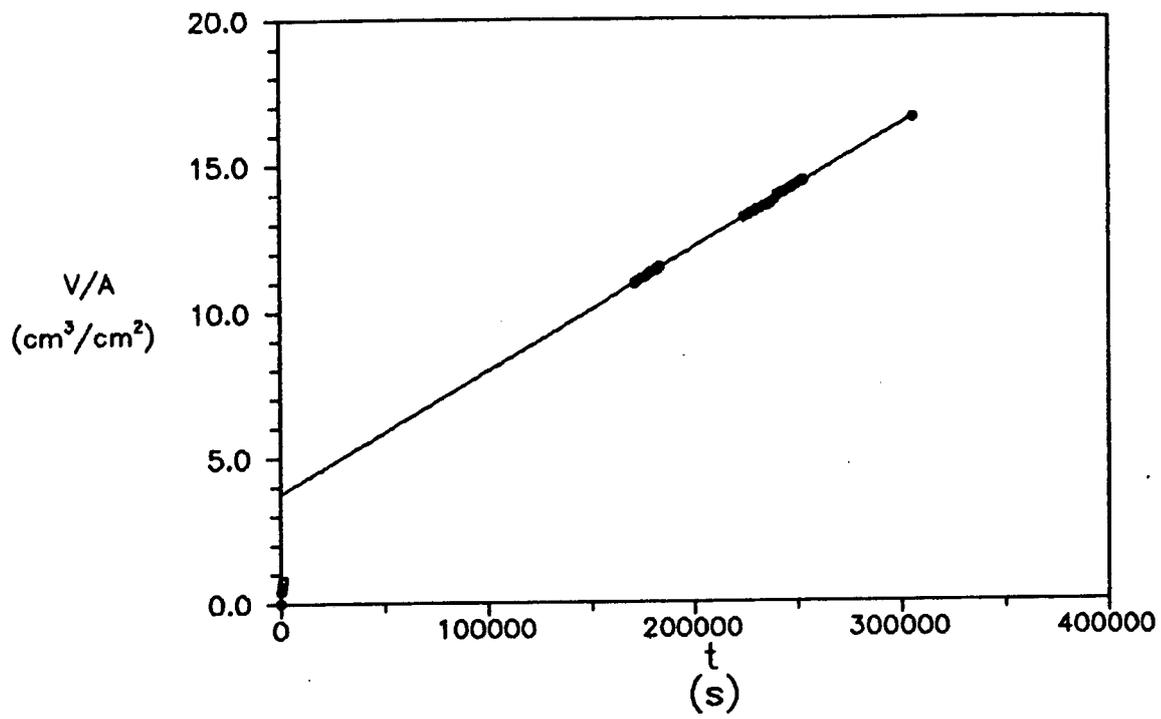


A

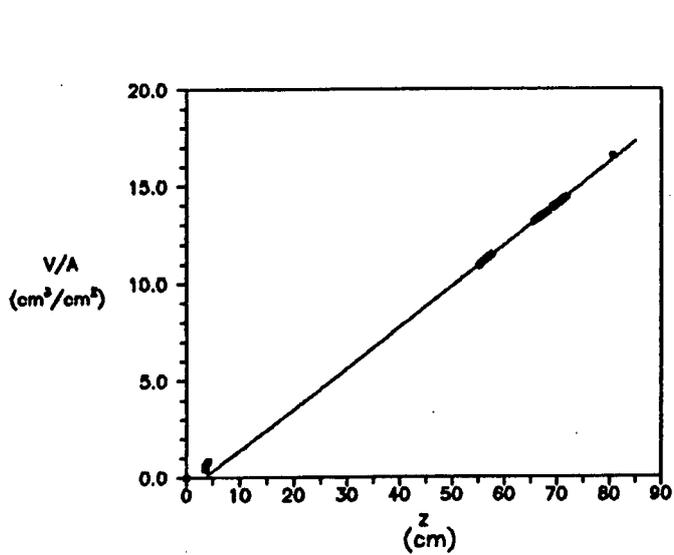


B

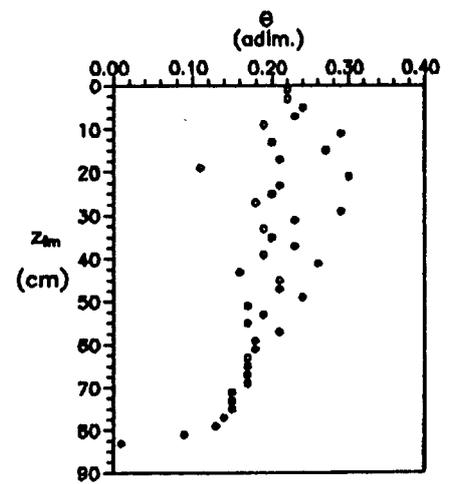
Figura 6.23: Resultados do teste 5.



A

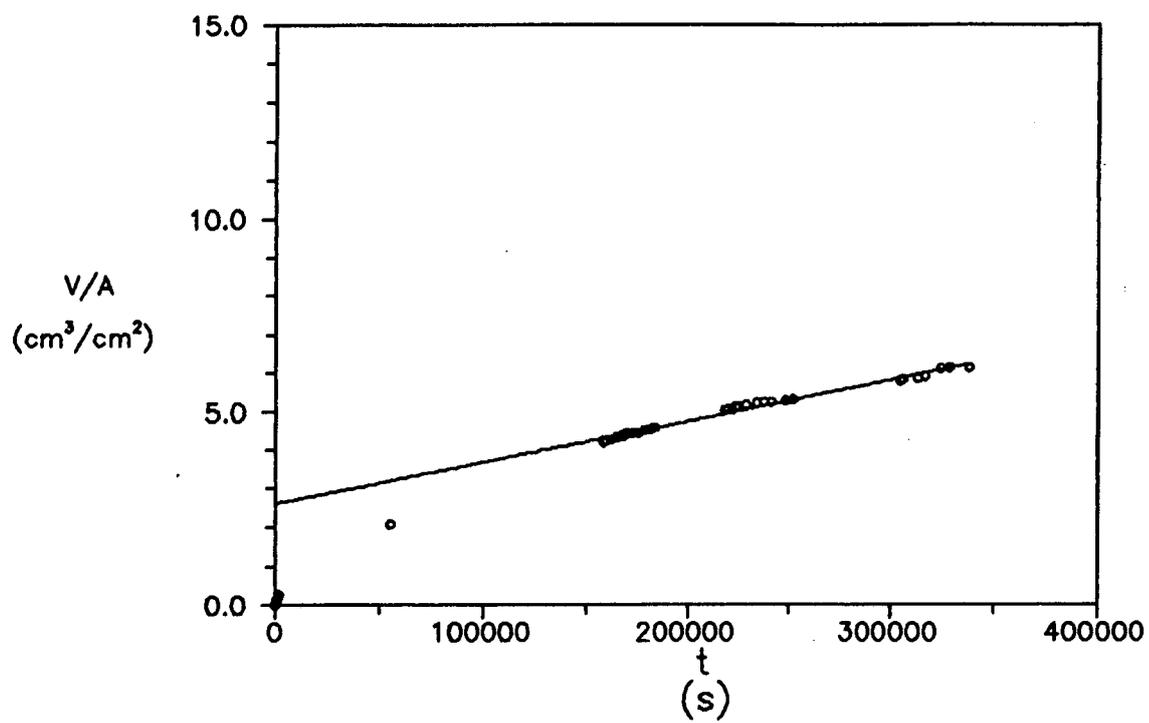


B

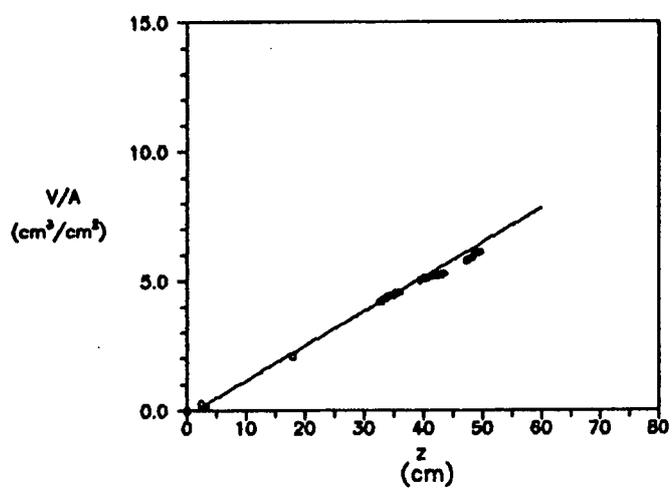


C

Figura 6.24: Resultados do teste 6.

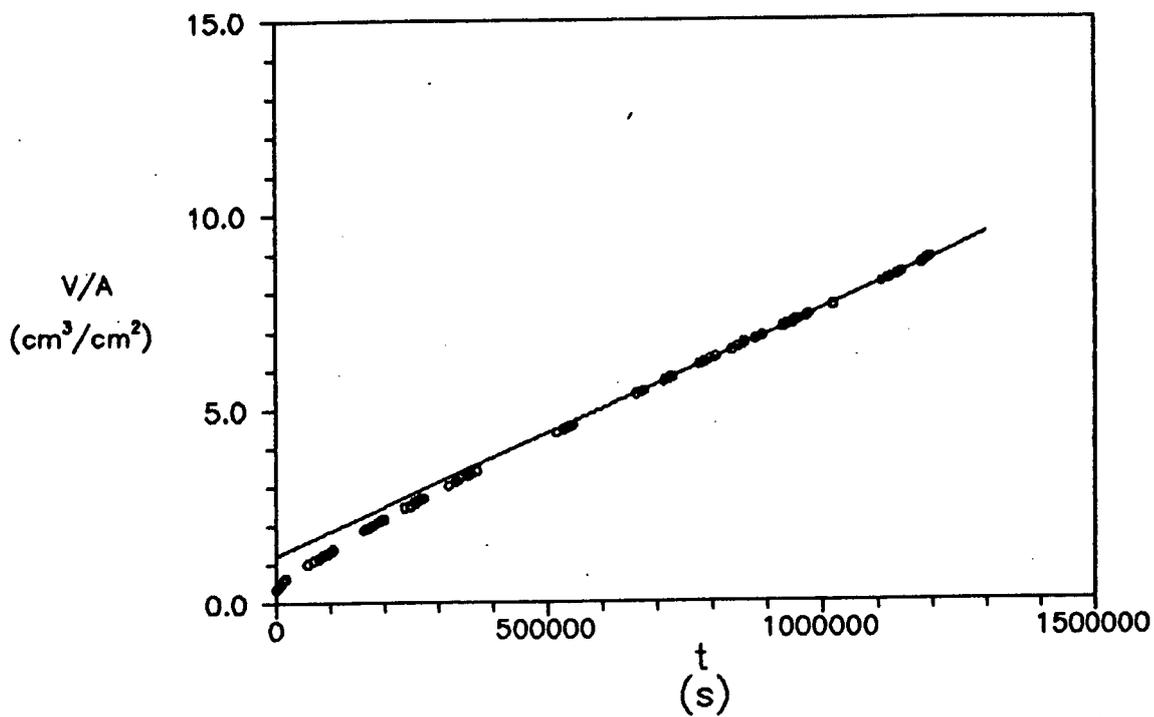


A

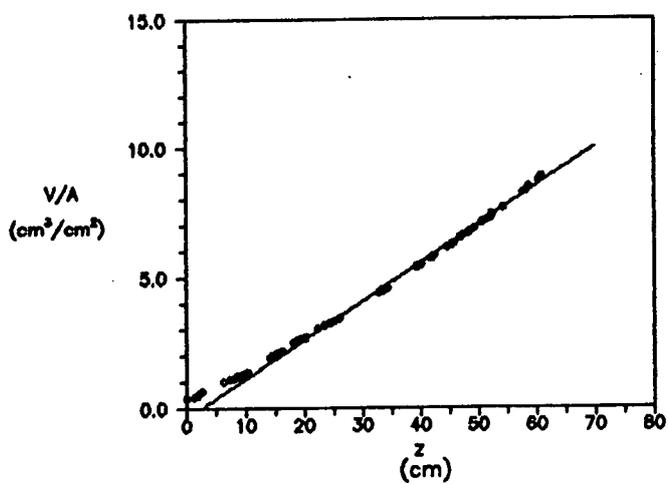


B

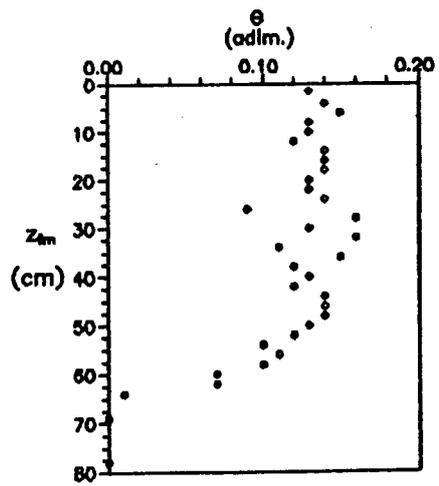
Figura 6.25: Resultados do teste 7.



A

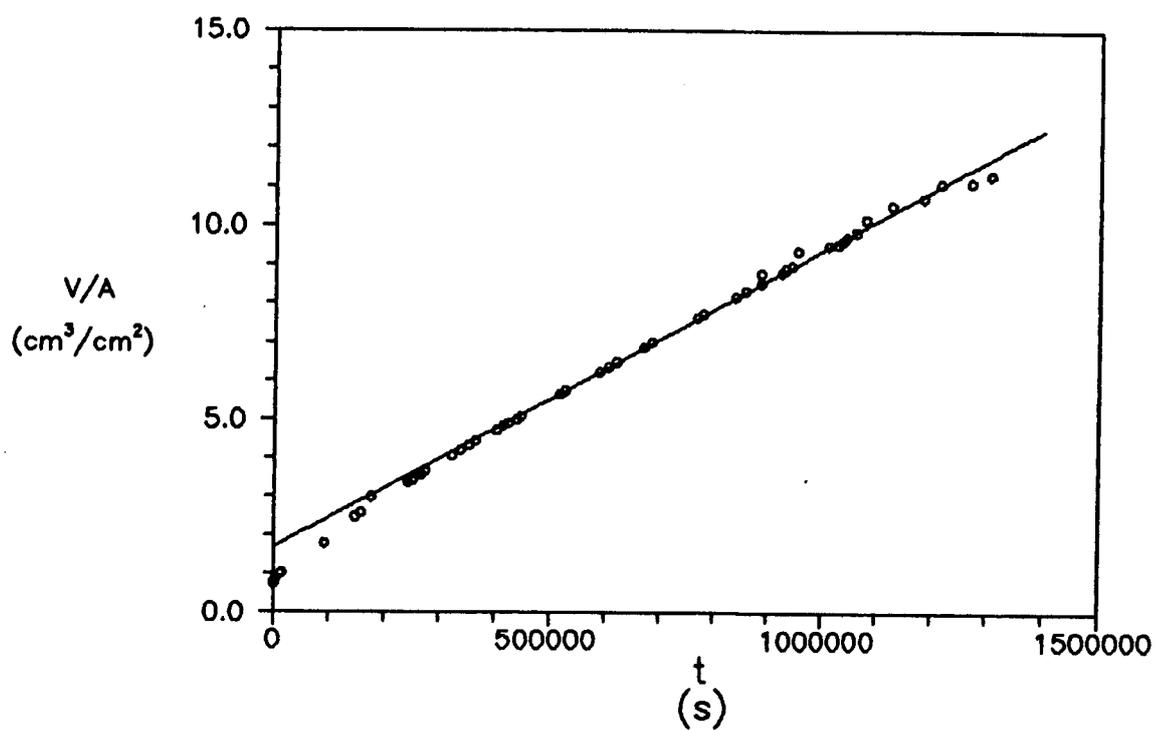


B

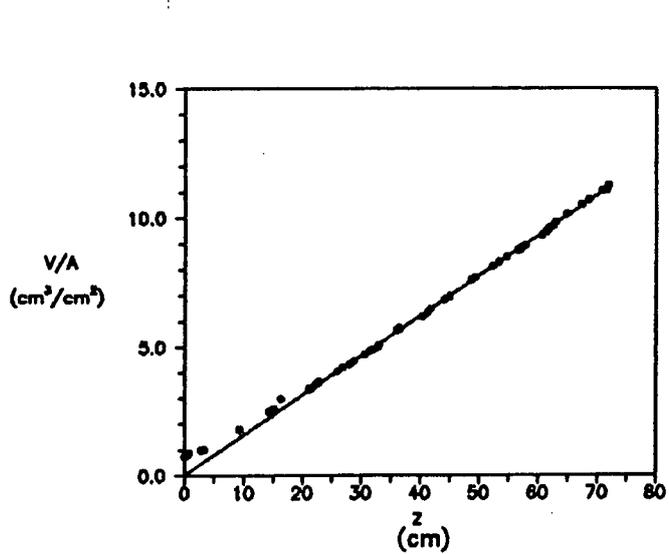


C

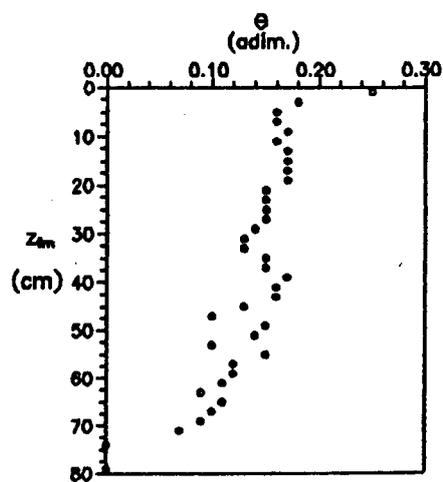
Figura 6.26: Resultados do teste 8.



A

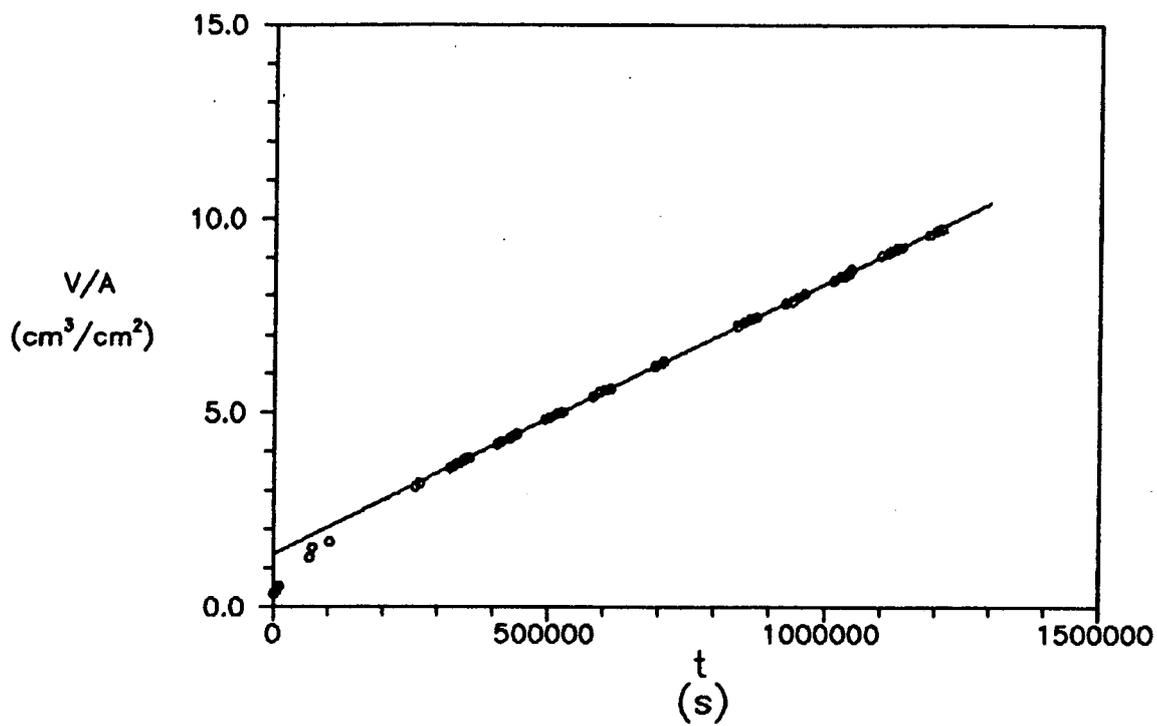


B

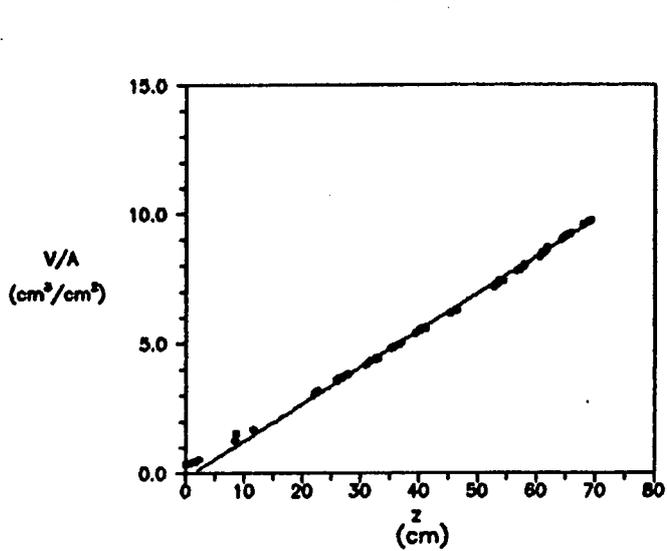


C

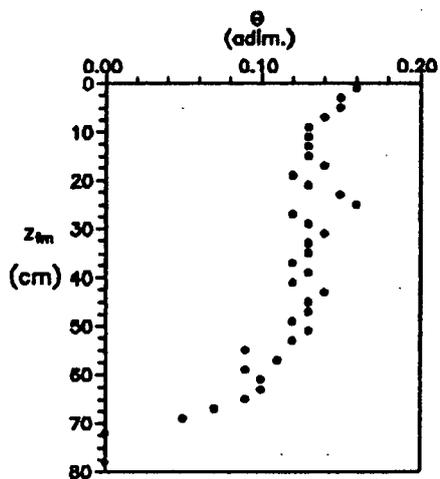
Figura 6.27: Resultados do teste 9.



A



B



C

Figura 6.28: Resultados do teste 10.

TABELA 6.7: Resultados finais dos testes de infiltração:

Teste	$d_s$ (g/cm <sup>3</sup> )	$\epsilon$ (adim.)	$\theta$ (adim.)	S (adim.)	K ( $\times 10^5$ cm/s)	k ( $\times 10^{19}$ m <sup>2</sup> )
1	1,99	0,268	0,218	0,81	9,3	1,0
2	2,00	0,264	0,193	0,73	7,7	0,76
3	2,08	0,235	0,200	0,85	5,7	0,50
4	2,07	0,239	0,188	0,79	2,6	0,23
5	2,05	0,246	0,185	0,75	5,1	0,46
6	2,05	0,246	0,212	0,86	3,8	0,38
7	2,07	0,239	0,119	0,50	1,1	0,10
8	2,03	0,254	0,148	0,58	0,64	0,058
9	2,04	0,250	0,155	0,62	0,77	0,072
10	2,07	0,239	0,142	0,59	0,70	0,062

### 6.3.3 Resultados Finais

A figura 6.29 apresenta os valores da Tabela 6.7. Observa-se uma forte dispersão dos resultados medidos que dificulta a identificação de uma curva média.

Este resultados, em conjunto com os resultados da medição com permeâmetro e das medições com ar, serão utilizados para testar-se os modelos de feixes de capilares. Ao final será ajustada uma equação para a permeabilidade relativa do backfill.

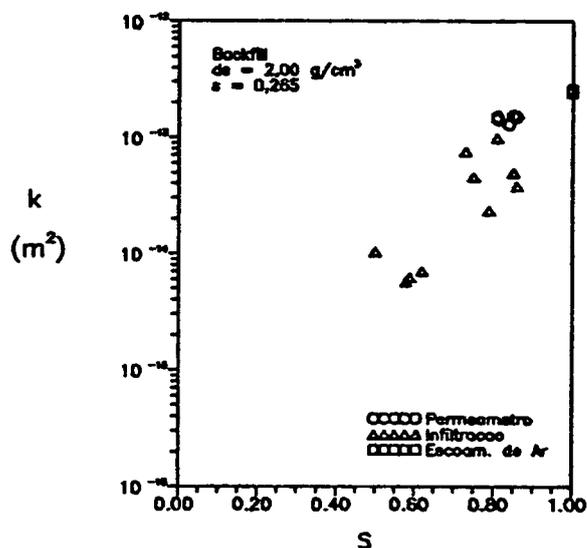


Figura 6.29: Resultados finais dos testes de infiltração.

#### 6.4 AJUSTE DE EQUAÇÕES

A partir do valor de  $k_{sat}$  obtido da medição com ar pode-se transformar os dados obtidos do permeâmetro (Tabela 6.1) e os dados obtidos do método de infiltração (Tabela 6.7) em valores de permeabilidade relativa. Estes valores podem então ser comparados às previsões obtidas com os modelos de feixes capilares.

A figura 6.30 compara os dados experimentais com os resultados obtidos do modelo de Mualem, para  $p$  variando de 0 a 2, utilizando a equação de Van Genuchten com pesos  $1/\psi$ . Observa-se que todas as curvas subestimam os dados experimentais obtidos em umidades altas.

A figura 6.31 compara os resultados obtidos com o modelo de Mualem com  $p = 0,5$  e utilizando-se as funções ajustadas no Capítulo 5. Observa-se que nenhuma das curvas comporta-se bem em toda a faixa de valores medidos.

A fim de utilizar-se um procedimento alternativo, calculou-se curvas de permeabilidade intrínseca ajustando os modelos aos valores obtidos com o permeâmetro. A figura 6.32 mostra os resultados obtidos com o modelo de Mualem para valores de  $p = 0,5$ ; 2 e 3. Observa-se que o modelo com  $p = 3$  fornece o melhor ajuste em umidade baixas e intermediárias, porém, a permeabilidade de saturação prevista pelo modelo é demasiadamente alta.

Na figura 6.32 encontra-se plotada também uma equação empírica proposta por Gardner (Hillel, 1980, pp 200) e largamente empregada devido a sua simplicidade e facilidade de manipulação em modelos analíticos de infiltração (Bear, 1972, Ragab et alli, 1982). Observa-se que entre os modelos disponíveis e frente às limitações oferecidas pelos dados experimentais disponíveis, a equação de Gardner fornece o melhor ajuste.

A equação de Gardner, mostrada na figura 6.32, é

$$k = A S^B \quad (6.39)$$

onde  $A = 3,72 \cdot 10^{-13}$  e  $B = 7,58$ .

A permeabilidade de saturação prevista pela Eq. (6.39) é, portanto,  $k_{sat} = 3,72 \cdot 10^{-13} \text{ m}^2$  um valor bastante próximo dos resultados obtidos com o escoamento de ar ( $k_{sat} = 2,5 \cdot 10^{-13} \text{ m}^2$ ). Assim, observa-se que a permeabilidade relativa é convenientemente descrita por um modelo do tipo de Burdine.

Em face dos resultados, adota-se a Eq. (6.39) para descrever a permeabilidade relativa do backfill.

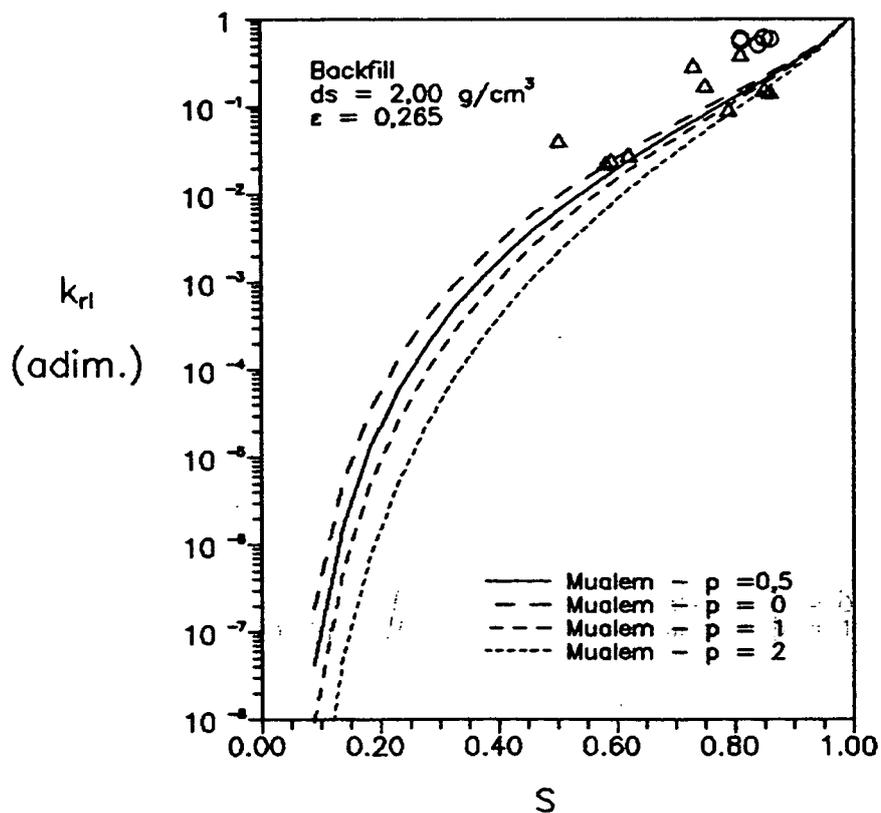


Figura 6.30: Comparação entre os dados experimentais e os resultados obtidos do modelo de Mualem, para  $p$  variando de 0 a 2, utilizando a equação de Van Genuchten com pesos  $1/\psi$ .

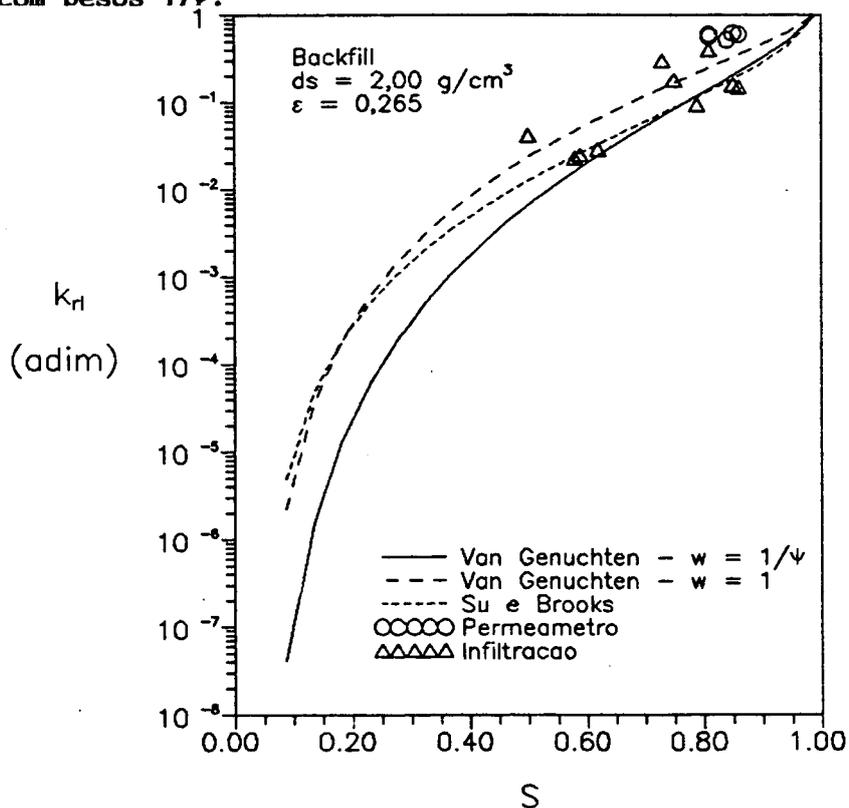


Figura 6.31: Comparação entre os dados experimentais e os resultados obtidos com o modelo de Mualem com  $p = 0,5$  e utilizando-se as funções ajustadas no Capítulo 5.

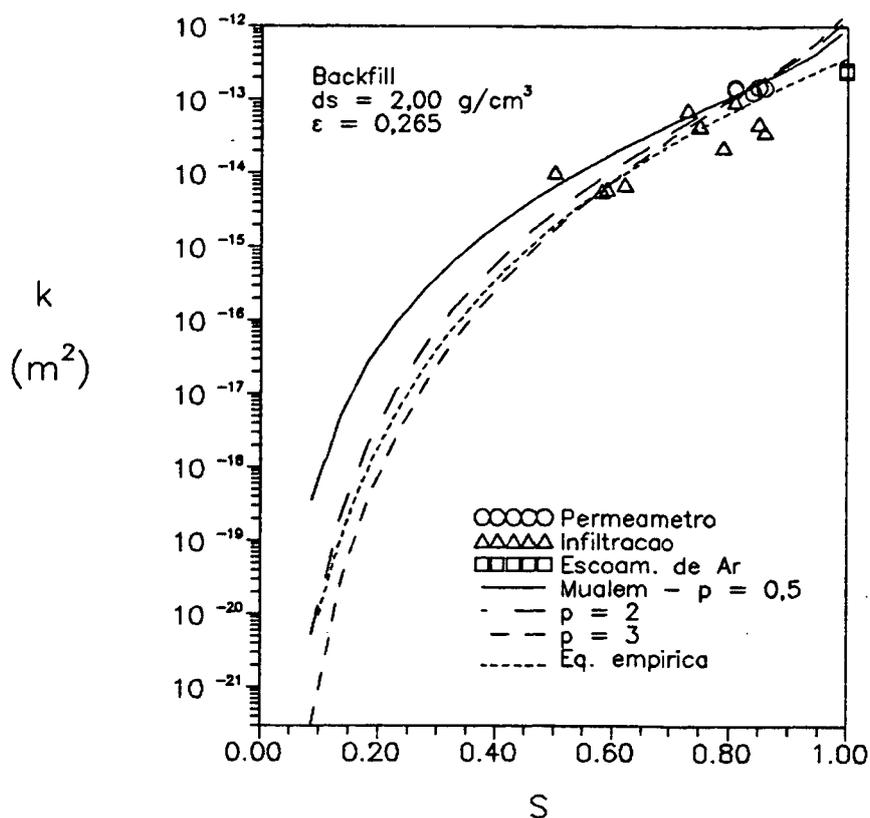


Figura 6.32: Comparação entre os dados experimentais e os resultados obtidos com o modelo de Mualem para valores de  $p = 0,5$ ; 2 e 3. Também está plotado o resultado da equação de Gardner (eq. 6.39).

## 6.5 CONCLUSÕES

Neste Capítulo apresentou-se os resultados obtidos da medição da permeabilidade para o backfill. A curva completa foi obtida através de três experimentos. Inicialmente, determinou-se a permeabilidade do backfill através do escoamento de água utilizando um permeâmetro de nível constante. Nestes testes a saturação das amostras variou entre 0,81 e 0,86. Observou-se que o método de saturação empregado, baseado no escoamento de  $\text{CO}_2$  através da amostra, além de não ter sido eficiente, tornou o escoamento não-darciniano. Este efeito foi relacionado à dissolução de sais pela solução ácida formada do contato com o  $\text{CO}_2$  e a água destilada. Acredita-se que a dissolução de sais da superfície dos grãos finos, desestabilizou a matriz porosa e permitiu o deslocamento de partículas coloidais obstruindo os poros do meio e dos filtros existentes na seção de testes.

Com o intuito de obter-se a permeabilidade de saturação, realizou-se experimentos de escoamento de ar através da amostra seca. Estes experimentos mostraram que a permeabilidade aparente do ar é influenciada pela pressão média do escoamento e pela umidade do ar. A variação da permeabilidade aparente com a pressão média foi diferente da prevista pelo modelo de Klinkenberg, baseado no escoamento molecular (com escorregamento) em capilares. Esta variação não pode ser totalmente creditada à incerteza experimental. A influência da umidade do ar na permeabilidade aparente cresce com a pressão média. Este efeito, embora possa ser relacionado à condensação capilar da umidade na amostra (Sheidegger, 1974), permanece sem uma explicação satisfatória. Os valores de permeabilidade aparente medidos em pressões baixas mostraram-se independentes da umidade do ar e da pressão média do escoamento. Este valores foram assumidos, então, como equivalentes à permeabilidade de saturação do backfill.

O rotâmetro mostrou-se adequado para medições de vazão de ar somente à pressão atmosférica. Quando colocado antes da seção de testes a vazão medida sofria influência da pressão não possível de ser corrigida somente pela variação da massa específica. Ao que parece a modificação do número de Reynolds no flutuador altera o seu padrão de sustentação.

A fim de obter valores de permeabilidade em função da saturação, utilizou-se um método de infiltração denominado método de Youngs. Este método baseia-se na análise dos resultados obtidos em um experimento de infiltração unidimensional de cima para baixo em uma coluna de solo. O experimento é de execução relativamente fácil, comparado à outros métodos de determinação da permeabilidade, porém, os resultados obtidos apresentaram uma forte dispersão. Esta dispersão é ocasionada pela falta de um critério exato no ajuste das curvas obtidas do experimento. Ainda, devido às suas características, não é possível relacionar-se diretamente a condição de sucção imposta à amostra com o conteúdo de umidade final na coluna. Isto impede que se realize experimentos sistemáticos para determinados valores de umidade.

Aos resultados obtidos dos três tipos de testes realizados, ajustou-se modelos de permeabilidade. Foram utilizados os modelo de Wyllie e Gardner, Millington e Quirk e Mualem que são modelos de feixes de capilares e mais adequados para a previsão da permeabilidade de solos uniformes. Os resultados obtidos dos modelos não previram os dados experimentais de maneira satisfatória. Um procedimento alternativo utilizado consistiu em ajustar os modelos aos dados obtidos do permeâmetro. Com este ajuste, os valores experimentais passaram a ser melhor previstos pelos modelos, porém a

permeabilidade de saturação calculada pelos modelos foi maior que o valor medido com o escoamento de ar. O modelo que apresentou o melhor comportamento foi o modelo de Mualem com expoente  $p = 3$ . Os modelos de feixes de capilares são adequados para previsões da curva de  $k_{rt}$  e em especial para extrapolar os valores de  $k_{rt}$  para umidades menores quando conhece-se alguns valores em umidades intermediárias.

Foi testada também uma equação empírica proposta por Gardner (Hillel, 1980) que é bastante simples e tem sido utilizada em simulações de processos de migração isotérmica devido ao fato de ser facilmente tratada analiticamente. Esta equação apresentou comportamento semelhante ao modelo de Mualem na região de umidades intermediárias e baixas. Porém previu com boa aproximação o valor da permeabilidade de saturação medida do escoamento de ar. Assim, a equação de Gardner será utilizada para prever a permeabilidade do backfill.

Com relação às bancadas experimentais a aos experimentos executados pode-se fazer as seguintes sugestões:

1. Saturar as amostras para os ensaios de permeabilidade utilizando vácuo. O procedimento pode ser colocar a amostra compactada dentro de um dessecador com uma lâmina de água ao fundo. Aplicar o vácuo no dessecador e deixar sob vácuo por 24 horas. Este procedimento pode ser testado verificando-se a variação da saturação da amostra com o tempo de repouso sob vácuo.
2. Utilizar na seção de testes placas de cerâmica ao invés dos filtros de bronze. As placas de cerâmica apresentam propriedades relativamente constantes e poder-se-ia desta forma eliminar os filtros de papel.
3. Nos testes com ar, repetir os experimentos utilizando ar completamente seco. A secagem do ar poderia ser feita com a sua passagem através de um leito de sílica gel ou através de algum dispositivo em temperatura baixa. Verificar se com o ar seco a dependência entre a permeabilidade aparente e a pressão média do escoamento é a mesma verificada neste trabalho.
4. Desenvolver um novo sistema de medição de vazão de ar para baixas vazões. Este sistema pode ser baseado no deslocamento de uma bolha de sabão através de um tubo graduado (Corey, 1977, 1954). Este sistema permitiria a execução de testes com gradientes de pressão menores e permitiria a sua colocação na entrada da seção de testes visto que a correção com o efeito da pressão seria facilmente efetuada.
5. Com relação ao tratamento dos resultados dos testes de infiltração recomenda-se utilizar uma solução completa para o fenômeno e ajustar esta solução aos dados medidos. Este procedimento apresenta algumas dificuldades no

que se refere ao tratamento da influência da placa porosa nos resultados. Assim, parece ser possível somente numericamente. Soluções analíticas para problemas de infiltração podem ser encontradas em Bear (1972), Phillip (1972) e Parlange et alli (1982,a,b).

6. A bancada experimental pode ser modificada no sentido de utilizar-se placas de cerâmica mais finas e tubos de Mariotte pequenos.

7. A bancada utilizada na medição de permeabilidade à água e ao ar, com algumas modificações pode ser utilizada para a medição da permeabilidade relativa através do método de Hafford (Sheidegger, 1974, Richardson, 1951). Este método é uma variação do método de Hassler, porém não exige um controle apurado das pressões nas fases líquida e gasosa.

No capítulo seguinte, passa-se a abordar a medição da condutividade térmica efetiva do backfill.

## CAPÍTULO 7

### Condutividade Térmica Efetiva

#### 7.1. INTRODUÇÃO

A condutividade térmica efetiva de um meio poroso depende das propriedades termo-físicas dos constituintes do meio, das proporções de cada constituinte e da distribuição e interação existente entre eles. Com relação aos solos naturais ou artificiais, de um ponto de vista prático, são variáveis importantes as propriedades físicas, a forma, o tamanho e o arranjo em que se encontram as partículas sólidas, o conteúdo de umidade e a temperatura. A determinação teórica da influência de cada um destes parâmetros é bastante complicada e a solução adotada normalmente é a medição em laboratório da condutividade térmica para o solo de interesse.

Dentre os métodos de medição existentes, o método da Sonda Térmica tem sido bastante utilizado devido à sua relativa facilidade de execução e rapidez na obtenção dos resultados. Este método consiste em submeter o meio poroso a um fluxo de calor conhecido e constante gerado a partir de uma sonda aguiforme. Através da evolução da temperatura da sonda com o tempo determina-se a condutividade térmica efetiva do material poroso. Esta condutividade térmica medida com a sonda térmica carrega com ela a influência que o transporte de vapor, induzido pelo aquecimento gerado pela sonda, exerce no fluxo de calor através do solo. Este fenômeno, embora não possa ser eliminado das medições, pode ser minimizado através da utilização de sondas suficientemente finas e densidades de fluxo de calor baixas.

Nas medições realizadas no backfill utilizou-se um equipamento comercialmente vendido com o nome de "Thermal Property Analyzer - TPA 5000".

Este aparelho foi emprestado pela Pirelli Cabos SA para a realização deste trabalho. O aparelho permite através de "software" a regulação dos parâmetros e a execução de até 10 testes simultâneos. Permite também o tratamento dos resultados, segundo moldes pre-estabelecidos, e fornece instantaneamente o valor da condutividade térmica do material testado.

Determinou-se a condutividade térmica do backfill, na densidade a seco de  $2 \text{ g/cm}^3$ , em função do conteúdo de umidade. O aparelho demonstrou possuir uma baixa resolução na medição de temperatura. Ainda, o procedimento de análise programado no equipamento, mostrou-se limitado e foi, então, necessário, desenvolver-se um procedimento próprio de análise dos resultados.

Após a medição da condutividade térmica do backfill, realizou-se uma revisão dos modelos teóricos para previsão da condutividade térmica efetiva existentes. Destes modelos, o modelo de De Vries (1952) mostrou-se mais adequado e foi ajustado aos dados obtidos. A partir deste modelo, pôde-se prever a influência do fluxo de vapor na condutividade térmica efetiva do backfill e descontar a sua influência dos dados medidos, obtendo assim a condutividade térmica "pura" do meio. Aos dados fornecidos pelo modelo, ajustou-se, então, funções empíricas de forma a tornar possível a utilização destes resultados por programas computacionais de simulação do problema de instalação do cabo elétrico.

A seguir, apresenta-se, inicialmente, os aspectos relacionados à medição da condutividade térmica efetiva do backfill. Posteriormente, apresenta-se os modelos para previsão teórica e a função ajustada aos dados obtidos.

## 7.2. DEFINIÇÃO DA CONDUTIVIDADE TÉRMICA EFETIVA

A condutividade térmica efetiva de um meio granular insaturado depende das propriedades físicas e geométricas do meio e do conteúdo de umidade. Considerando que os grãos possuem dimensões pequenas e que as temperaturas impostas ao meio são baixas, pode-se desconsiderar efeitos de convecção natural e radiação nos poros. Sob estas condições, a condutividade térmica efetiva é uma função dos seguintes parâmetros:

1. Das condutividades térmicas das fases sólida ( $\lambda_s$ ), líquida ( $\lambda_l$ ) e gasosa ( $\lambda_g$ ).
2. Do conteúdo de umidade presente no meio.
3. Da estrutura da matriz sólida, a qual determina a continuidade e

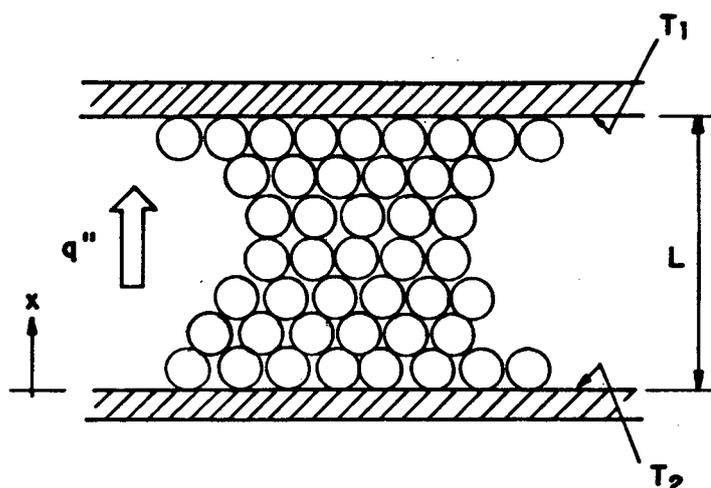


Figura 7.1 : Experimento em regime permanente para determinação da condutividade térmica efetiva de materiais porosos saturados.

concentração das fase sólida e líquida em cada ponto do meio.

4. Da resistência térmica de contato entre as partículas, que depende da estrutura do meio, da forma e tamanho das partículas e das características e estado das superfícies.

A fim de definir-se a condutividade térmica efetiva de um meio poroso é conveniente considerar um experimento clássico para determinação de condutividade térmica de materiais. Nesta análise, não será considerada a existência de transporte de vapor através do meio, um fenômeno que, como se verá posteriormente, estará sempre presente em um experimento de condução de calor em meios insaturados.

O experimento em questão consiste em submeter o meio poroso a um gradiente térmico constante ou a um fluxo de calor constante, conforme mostrado na figura 7.1. O aparato experimental pode ser constituído por duas placas planas paralelas com anéis de guarda sendo uma placa aquecida por resistências elétricas e a outra resfriada por um fluxo de água. Sendo as placas suficientemente grandes, o fluxo de calor no meio poroso pode ser considerado unidimensional. A temperatura é medida em cada placa através de termopares e podem ser feitas medidas de temperatura no interior do meio. O fluxo de calor pode ser determinado através da potência elétrica gasta para aquecer a placa quente ou medido através de um transdutor com propriedades conhecidas.

Sendo  $L$  a espessura do meio na direção do fluxo de calor dado em  $m$ ,  $q''$  a densidade de fluxo de calor expressa em  $W/m^2$  e  $(T_2 - T_1)$  a diferença de

temperatura entre as placas quente e fria respectivamente dado em  $K$ , a condutividade térmica efetiva do meio  $\lambda_o$  em  $W/mK$  é calculada por,

$$\lambda_o = \frac{q''}{(T_2 - T_1)/L} \quad (7.1)$$

Sendo  $T_2$  e  $T_1$  medidos nas placas quente e fria, respectivamente, ficam incorporados em  $\lambda_o$  a influência que a placa exerce na estrutura do meio. Esta influência normalmente é considerada como uma resistência térmica de contato entre o meio contínuo efetivo e as placas (Melanson e Dixson, 1985). Porém, a medida que  $L$  aumenta, diminui a influência destas resistências de contato na resistência térmica global e, se  $L$  for suficientemente grande, este efeito pode ser negligenciado.

A fim de determinar-se a ordem de grandeza de  $L$  necessária para que se possa negligenciar a influência das paredes na condutividade térmica efetiva do meio, pode-se utilizar um modelo bastante simplificado. Neste modelo assume-se que existe uma resistência térmica de contato entre o meio e cada placa,  $R_c$ , em série com a resistência térmica efetiva do meio sem a influência das placas,  $R_o^\circ$ . Assim, a resistência térmica global,  $\bar{R}_o$  é dada por,

$$\bar{R}_o = 2 R_c + R_o^\circ \quad (7.2)$$

Considerando que a resistência de contato é devido a uma condutividade de contato  $\lambda_c$  que atua até uma distância  $l_c$  das paredes, pode-se escrever,

$$\frac{L}{\bar{\lambda}_o} = \frac{2 l_c}{\lambda_c} + \frac{L - 2 l_c}{\lambda_o^\circ} \quad (7.3)$$

onde  $\lambda_o^\circ$  é a condutividade térmica efetiva do meio sem a influência das paredes e  $\bar{\lambda}_o$  é a condutividade térmica efetiva calculada pela Eq. (7.1).

Assume-se que  $\lambda_c \sim \lambda_f$  e que  $l \sim 0,5 D$ , onde  $D$  é o diâmetro efetivo das partículas do meio. Esta hipótese não é válida para  $L/D \rightarrow 1$ , mas é razoável para valores de  $L > 3 D$ , onde, excluindo-se a região de contato ( $l_c$ ) já verifica-se a existência de um meio poroso. Assim, a partir da Eq. (7.3) determina-se que para poder-se negligenciar a influência das paredes é necessário que,

$$\frac{L/D - 1}{\lambda_o^\circ / \lambda_f} \gg 1 \quad (7.4)$$

A análise de ordem de grandeza efetuada permite extrair-se algumas conclusões sobre os valores mínimos de  $L/D$  necessários a cada experimento. Para uma areia composto por grãos de quartzo e saturada,  $\lambda_o^\circ/\lambda_f \approx 3$  e para este caso é necessário que  $L/D > 10$ . Para o caso do solo estar seco, entretanto,  $\lambda_o^\circ/\lambda_f \approx 30$  e portanto  $L/D > 100$ .

Com estas limitações em mente, pode-se assumir que o valor de  $\lambda_o$  fornecido pela Eq. (7.1) é igual ao valor de  $\lambda_o$  para o meio infinito desde que  $L/D$  seja suficientemente grande.

As placas quente e fria, para o caso mais geral, estão em contato simultaneamente com parcelas de sólido e fluido. Neste caso, é razoável considerar que tanto  $T_2$  como  $T_1$  representam temperaturas médias do sólido e do fluido em regiões muito próximas à placa. Usando o formalismo de Slattery (1967) e Whitaker (1969), pode-se considerar  $T_2$  e  $T_1$  como a média global da temperatura em um volume de controle elementar suficientemente grande e bastante próximo às placas. Desta forma,

$$T_2 = \langle T \rangle|_2 = \left[ \frac{1}{V} \int_V T \, dV \right]_2 \quad (7.5)$$

onde  $V$  é o volume elementar representativo (VER) para o meio em questão e  $T$  é a temperatura de cada ponto dentro de  $V$ .

Uma equação semelhante é válida para  $T_1$  e, assim, a Eq. (7.1) pode ser reescrita como,

$$\langle q_x \rangle = \lambda_o \frac{\langle T \rangle|_2 - \langle T \rangle|_1}{L} \quad (7.6)$$

onde  $\langle q_x \rangle$  é a média do fluxo de calor na direção  $x$  avaliada num volume elementar representativo que envolve a fase sólida e a fase fluida.

A Eq. (7.6), sendo válida para o experimento em questão, deve ser aplicável para o caso mais genérico onde o fluxo de calor é tridimensional e proporcional aos gradientes de temperaturas médias. Assim, pode-se escrever,

$$\langle \vec{q} \rangle = -\lambda_o \nabla \langle T \rangle \quad (7.7)$$

onde  $\langle \vec{q} \rangle$  é a média global do fluxo de calor definido em cada ponto dentro do VER,  $\langle T \rangle$  é a média global da temperatura dentro do VER e  $\nabla$  é o operador

gradiente. A Eq. (7.7) pode ser considerada como uma equação constitutiva para o meio contínuo efetivo cujo comportamento macroscópico é idêntico ao comportamento macroscópico do meio poroso real. A Eq. (7.7) é, ainda, a própria definição da condutividade térmica efetiva  $\lambda_e$ .

Na Eq. (7.7) está implícita a hipótese de que não existe troca térmica entre as fases sólida e fluida dentro do VER. Chamando  $\Delta T_d$  a diferença de temperatura entre o sólido e o fluido a nível de poro,  $\Delta T_l$  a diferença de temperatura a nível de VER e  $\Delta T_L$  a diferença global de temperatura através do meio, a hipótese de equilíbrio térmico local requer que,

$$\Delta T_d < \Delta T_l \ll \Delta T_L \quad (7.8)$$

Através de uma análise de ordem de grandeza, para um meio bifásico (meio poroso saturado), Carbonell e Whitaker (1984), determinaram que para ser válida a hipótese de equilíbrio térmico local devem ser satisfeitas as seguintes escalas de comprimento,

$$\frac{\varepsilon \omega \lambda_f l}{A^\infty L^2} \left[ \frac{1}{\lambda_f} + \frac{1}{\lambda_s} \right] \ll 1 \quad (7.9)$$

$$\frac{(1-\varepsilon \omega) \lambda_s l}{A^\infty L^2} \left[ \frac{1}{\lambda_f} + \frac{1}{\lambda_s} \right] \ll 1$$

onde  $A^\infty$  é a área superficial interna específica do meio poroso e  $l$  é a dimensão característica do VER..

As escalas de comprimento fornecidas pelas Eq. (7.9) indicam que quanto mais finos os grãos do meio, mais se pode reduzir o valor de  $l$  e, sendo  $A^\infty$  um valor grande, pode-se utilizar  $L$  menor e trabalhar com razões  $\lambda_s/\lambda_f$  maiores. Por outro lado, para  $\lambda_s/\lambda_f$  altos (solo seco) e partículas relativamente grandes deve-se utilizar um experimento com dimensão total  $L$  suficientemente grande.

Para experimentos realizados em regime transiente, como o método da Sonda Térmica que será abordado posteriormente, para que se possa considerar válida a hipótese de equilíbrio térmico total, existem escalas de tempo que devem ser satisfeitas. Carbonell e Whitaker (1984) mostraram que, para ser válida a hipótese de equilíbrio térmico local, é necessário que,

$$\frac{\varepsilon \omega (\rho c)_f l^2}{t} \left[ \frac{1}{\lambda_f} + \frac{1}{\lambda_s} \right] \ll 1$$

$$\frac{(1-\varepsilon \omega) (\rho c)_s l^2}{t} \left[ \frac{1}{\lambda_f} + \frac{1}{\lambda_s} \right] \ll 1 \quad (7.10)$$

Glatzmaier e Ramirez (1988) resolveram o problema da medição da condutividade térmica em meios bifásicos sem utilizar a hipótese de equilíbrio térmico local e obtiveram resultados mostrando que para valores pequenos de  $t$ , não existe equilíbrio térmico local e é necessário tratar-se o problema considerando as duas fases separadamente.

Os resultados obtidos para meios de esferas de vidro saturados por  $N_2$  ( $D_p \sim 50 \mu\text{m}$ ,  $\epsilon \sim 0,40$ ) permitiram concluir que a hipótese de equilíbrio térmico local passa a ser aceitável para  $Fo = 4 \alpha t/R^2 > 1$ , onde  $\alpha$  é a difusividade efetiva do meio bifásico e  $R$  é o raio da sonda. Para os experimentos de Glatzmaier e Ramirez,  $\alpha \sim 3 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$  e  $R \sim 0,35 \text{ mm}$ ).

Utilizando os dados de Glatzmaier e Ramirez,  $\lambda_s = 0,96 \text{ W/mC}$ ,  $\lambda_f = 0,026 \text{ W/mC}$ ,  $(\rho C)_s = 1,6 \cdot 10^6 \text{ J/m}^2\text{C}$ ,  $(\rho C)_f = 1,17 \cdot 10^3 \text{ J/m}^3\text{C}$  e considerando  $l \sim 150 \mu\text{m}$ , obtém-se, da eq. (7.10.b),  $t \gg 0,85 \text{ s}$  o que implica em  $Fo > 1$ . Desta forma as escalas de tempo de Carbonell e Whitaker concordam com os dados obtidos por Ramirez.

O que se conclui é a possibilidade de utilização da sonda térmica nos experimentos que se seguem.

Na condição de não equilíbrio local, é necessário o tratamento do problema considerando as duas fases separadamente e assim não é possível a definição de uma condutividade térmica efetiva que dependa somente de propriedades físicas e estruturais do meio. Para meios porosos saturados tal abordagem pode ser encontrada na dissertação de Freitas (1991).

A seguir, verifica-se o método de medição e os resultados obtidos na medição da condutividade térmica efetiva do backfill.

### 7.3. MEDIÇÃO DA CONDUTIVIDADE TÉRMICA EFETIVA

A medição da condutividade térmica efetiva, baseia-se na aplicação da Eq. (7.7). Sendo válidas as hipóteses de equilíbrio térmico local, assume-se que a Eq. (7.7) é uma equação constitutiva válida para o meio poroso. Desta forma, este pode ser considerado contínuo e tratado de uma maneira clássica.

#### 7.3.1 MÉTODO DA SONDA TÉRMICA

Para a medição da condutividade térmica utilizou-se o método da sonda térmica que consiste, basicamente, em dissipar calor a uma taxa constante, a partir de uma sonda cilíndrica, para um meio homogêneo e isotrópico e medir a variação com o tempo da temperatura da sonda. Para um tempo suficientemente longo, função do raio da sonda e das propriedades do meio, a temperatura varia linearmente com o logaritmo natural do tempo e a inclinação da reta fornece o valor da condutividade térmica efetiva do meio. Em se tratando de meios porosos não saturados a condutividade térmica efetiva envolve parcelas de calor latente decorrentes do aquecimento gerado pela sonda. O fato de ser um método transiente e de se utilizar potências baixas minimizam os efeitos de evaporação e transporte de vapor durante o teste. Sendo pequena a elevação de temperatura imposta ao meio são minimizados, também, os efeitos da temperatura na variação das propriedades físicas dos constituintes do solo. Os erros associados a este método decorrem basicamente de problemas no posicionamento da sonda, compactação não uniforme, que origina problemas de contato e não uniformidade nas propriedades térmicas do meio, e gradientes de temperatura e umidade ao longo da amostra no instante do teste. Ressalta-se, ainda, a necessidade da sonda ser suficientemente fina em relação às dimensões do recipiente que condiciona a amostra.

A seguir, analisa-se a teoria da linha fonte e modelos mais completos para a sonda térmica e verifica-se a influência dos parâmetros geométricos da sonda e dos procedimentos de teste nos resultados obtidos.

#### Teoria da Linha Fonte.

Na sua forma mais simples, a teoria que fundamenta a utilização de sondas térmicas na medição de condutividade térmica de meios homogêneos e isotrópicos, considera que a sonda comporta-se como uma fonte de calor linear (dimensão radial infinitesimal) imersa em um meio infinito. Para este caso, a equação da condução de calor unidimensional, em coordenadas cilíndricas e propriedades constantes adquire a seguinte forma,

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \right] \quad (7.11)$$

sendo  $T$  é a temperatura,  $r$  a posição radial a partir da linha fonte e  $\alpha$  a difusividade térmica do material.

As condições inicial e de contorno são as seguintes:

$$\begin{aligned}
t = 0; 0 \leq r \leq \infty &\rightarrow T(r,0) = T_0 \\
t > 0; r \rightarrow \infty &\rightarrow T(\infty,t) = T_0 \\
t > 0; r \rightarrow 0 &\rightarrow Q = - \lim_{r \rightarrow 0} 2 \pi \lambda r \frac{\partial T}{\partial r}
\end{aligned} \tag{7.12}$$

onde,  $T_0$  é a temperatura inicial do sistema,  $\lambda$  é a condutividade térmica do material e  $Q$  é o fluxo de calor por unidade de comprimento da linha fonte (W/m).

A solução da Eq. (7.11) com condições de contorno dadas pelas Eqs. (7.12) é (Carslaw e Jaeger, 1959, pp 261 e 345),

$$T(r,t) - T_0 = \frac{-Q}{4 \pi \lambda} E_i \left( \frac{-r^2}{4 \alpha t} \right) \tag{7.13}$$

onde  $E_i(x)$  é a integral exponencial calculada por,

$$E_i(x) = \int_x^\infty \frac{e^{-u}}{u} du \tag{7.14}$$

Expandindo a Eq. (7.14) em série de potência, obtém-se,

$$-E_i(-x) = -\gamma - \ln x + \frac{x}{1.1!} - \frac{x^2}{2.2!} + O(x^3) \tag{7.15}$$

onde  $\gamma = 0,5772$  é a constante de Euler.

Assim, para  $4\alpha t/r^2 \gg 1$ , obtém-se uma aproximação da ordem de  $(r^2/4\alpha t)$ ,

$$T(r,t) - T_0 = \frac{Q}{4 \pi \lambda} \left[ -\gamma + \ln t + \ln 4\alpha/r^2 \right] \tag{7.16}$$

Portanto, plotando-se  $(T - T_0)$  versus  $\ln t$  obtém-se, para  $4\alpha t/r^2 \gg 1$ , uma reta cuja inclinação é  $Q/4\pi\lambda$ .

Quanto menor for o diâmetro da sonda em relação às dimensões do meio e quanto maior for o tempo de teste mais uma sonda cilíndrica aproxima-se da linha fonte.

Na realidade, uma sonda térmica cilíndrica apresenta as seguintes diferenças em relação à linha fonte:

- A sonda cilíndrica apresenta uma certa massa e portanto uma certa inércia

térmica caracterizada pela sua difusividade térmica.

- Entre a sonda e o meio sempre existe uma resistência térmica de contato, mesmo que o meio seja compactado ao redor da sonda. Esta resistência térmica varia ao longo do teste.

- O aquecimento não se dá homogeneamente no material da sonda. Normalmente, estas são construídas com um fio interno de forma que o calor tem que vencer a resistência térmica imposta pelo material em que a sonda é construída.

Além destes problemas, em se tratando da medição da condutividade térmica em solos insaturados, o calor gerado pela sonda induz migração de vapor. Esta migração altera as propriedades do meio que deixa de ser homogêneo. A fim de minimizar este problema, o calor dissipado pela sonda não pode ser alto e o tempo de teste tem que ser o menor possível. Observa-se que a existência de resistência de contato entre a sonda e o meio e da inércia térmica na sonda, contribuem para elevar o tempo de teste. Ainda, é necessário que, para uma determinada sonda, o meio comporte-se como infinito, ou seja, o recipiente que contém a amostra durante o teste deve ter uma dimensão mínima necessária.

Havendo a necessidade de se analisar o efeito dos parâmetros citados acima, é necessário desenvolver-se modelos mais completos para a sonda térmica, considerando-a não mais uma linha fonte, mas um cilindro com dimensões finitas. Dentre os modelos existentes, destacam-se o modelo de Blackwell (1954) e o modelo de De Vries e Peck (1958).

#### Sonda Cilíndrica - Modelo de Blackwell (1954)

Este modelo considera que a sonda comporta-se como um cilindro com raio interno  $a$  e raio externo  $b$  aquecido na sua superfície interna por um fluxo de calor uniforme. A figura 7.2 apresenta a geometria do problema. A sonda possui massa específica  $\rho_s$ , calor específico  $c_s$  e condutividade térmica infinita. Entre a superfície externa da sonda e o meio existe um coeficiente de troca de calor  $H$ . Neste caso, aplica-se a Eq. (7.11) com as seguintes condições inicial e de contorno:

$$t = 0; a \leq r \leq \infty \Rightarrow T(r,0) = T_0$$

$$t > 0; r \rightarrow \infty \Rightarrow T(\infty, t) = T_0$$

$$t > 0; r = b \Rightarrow -\lambda 2 \pi b \frac{\partial T(b,t)}{\partial r} = Q - \pi(b^2 - a^2) \rho_s c_s \frac{\partial T_s(t)}{\partial t} \quad (7.17)$$

$$t > 0; r = b \Rightarrow -\lambda \frac{\partial T(b,t)}{\partial r} = H [T_s(t) - T(b,t)]$$

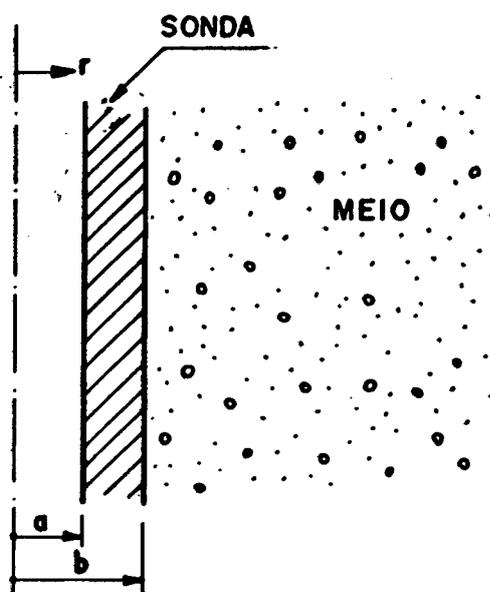


Figura 7.2: Geometria da sonda térmica modelada por Blackwell.

onde  $T$  é a temperatura no meio e  $T_s$  é a temperatura da sonda. O coeficiente de troca  $H$  tem unidades de  $(W/m^2C)$ .

Adimensionalizando a Eq (7.11) obtém-se,

$$\frac{\partial \theta}{\partial Fo} = \left[ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{\partial \theta}{\partial R} \right) \right] \quad (7.18)$$

onde  $\theta = T - T_o$ ,  $Fo$  é o número de Fourier,

$$Fo = \frac{\alpha t}{(b/2)^2} \quad (7.19)$$

e  $R$  é uma coordenada adimensional dada por,

$$R = \frac{r}{(b/2)} \quad (7.20)$$

As condições de contorno (Eq. 7.17) adimensionalizadas são,

$$Fo = 0; a/(b/2) \leq R \leq \infty \Rightarrow \theta(R,0) = 0$$

$$Fo > 0; R \rightarrow \infty \Rightarrow \theta(\infty, Fo) = 0$$

$$Fo > 0; R = 2 \Rightarrow -\frac{\partial \theta(2, Fo)}{\partial R} = Qt - \phi \frac{\partial \theta_s(Fo)}{\partial Fo} \quad (7.21)$$

$$Fo > 0; R = 2 \Rightarrow -\frac{\partial \theta(2, Fo)}{\partial R} = Bi [\theta_s(Fo) - \theta(2, Fo)]$$

onde,  $Qt$  e  $\phi$  são calculados por,

$$Qt = \frac{Q}{4 \pi \lambda} \quad (7.22)$$

$$\phi = \frac{\rho_s c_s}{\rho c} \left[ 1 - \left( \frac{a}{b} \right) \right] \quad (7.23)$$

e  $Bi$  é o número de Biot calculado por,

$$Bi = \frac{H (b/2)}{\lambda} \quad (7.24)$$

Blackwell resolveu este problema através do método da Transformada de Laplace e obteve, para a temperatura na sonda, uma expansão válida para tempos suficientemente longos na forma,

$$\theta_s(Fo) = \frac{Q}{4 \pi \lambda} G_1(Fo, Bi, \rho_s c_s / \rho c, a/b) \quad (7.25)$$

onde  $G_1$  é dado por,

$$G_1 = \ln Fo - \gamma + \frac{1}{Bi} + \frac{2}{Fo} \left[ \ln Fo - \gamma + 1 - \frac{1}{2} \left[ \ln Fo - \gamma + \frac{1}{Bi} \right] \right]$$

sendo,  $\frac{1}{2} = [1 - (a/b)^2] \rho_s c_s / \rho c$ .

A Eq. (7.25), conforme apresentada por Blackwell, é uma aproximação da ordem de  $(1/Fo^2)$ .

A partir do modelo de Blackwell, pode-se calcular a inclinação da curva  $\theta$  versus  $\ln T$  e expressar o resultado como,

$$\frac{\partial \theta / \partial (\ln t)}{Q/4 \pi \lambda} = G_2(Fo, Bi, \rho_s c_s / \rho c, a/b) \quad (7.26)$$

A Eq. (7.26) fornece o desvio que existe entre os resultados previstos pelo modelo de Blackwell e aqueles previstos pela teoria da Linha Fonte na forma simplificada. Com isto, pode-se avaliar a influência dos parâmetros  $Fo$ ,

(Fo no início da parte reta), Bi,  $\rho_s c_s / \rho c$  e  $a/b$  nos resultados obtidos em um teste com uma sonda térmica.

A figura 7.3 mostra uma curva  $\theta$  versus  $\ln(\text{Fo})$  para valores de Bi =  $\infty$ ; 10, 1, 0,1;  $(\rho c)_s / (\rho c) = 0,052$  e  $a/b = 0,67$ . Valores típicos para um teste de laboratório em um meio saturado são: sonda com raio externo  $b = 1,5$  mm; raio interno  $a = 1$  mm e capacidade calorífica  $(\rho c)_s = 1,4 \cdot 10^5$  W/m<sup>3</sup>C; meio com  $\lambda = 2$  W/mC e  $(\rho c) = 2,7 \cdot 10^6$  W/m<sup>3</sup>C ( $\alpha = 7,4 \cdot 10^7$  m<sup>2</sup>/s) e coeficiente de troca entre a sonda e o meio  $H = 2600$  W/m<sup>2</sup>C. Para estes valores tem-se, Bi = 0,975;  $(\rho_s c_s) / (\rho c) = 0,052$  e  $a/b = 0,67$ . A figura 7.4 mostra o resultado previsto pela Eq. (7.26) nestas condições. Nota-se que para  $\text{Fo}_t = 100$ , que para o caso típico corresponde a  $t = 76$  s, o desvio entre os resultados previstos com o modelo de Blackwell e aqueles previstos pela teoria da Linha Fonte simplificada é menor que 10 %.

#### Sonda Cilíndrica - Modelo de De Vries e Peck (1957)

A fim de considerar a influência da condutividade térmica da sonda nos resultados obtidos e utilizando uma configuração diferente para a sonda

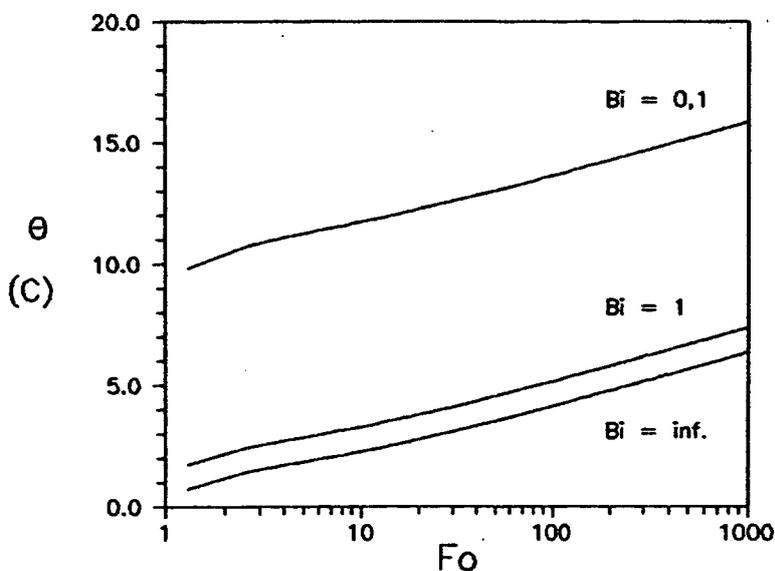


Figura 7.3: Resultados do modelo de Blackwell para Bi =  $\infty$ , 1 e 0,1 e  $Q/4\pi\lambda = 1$ .

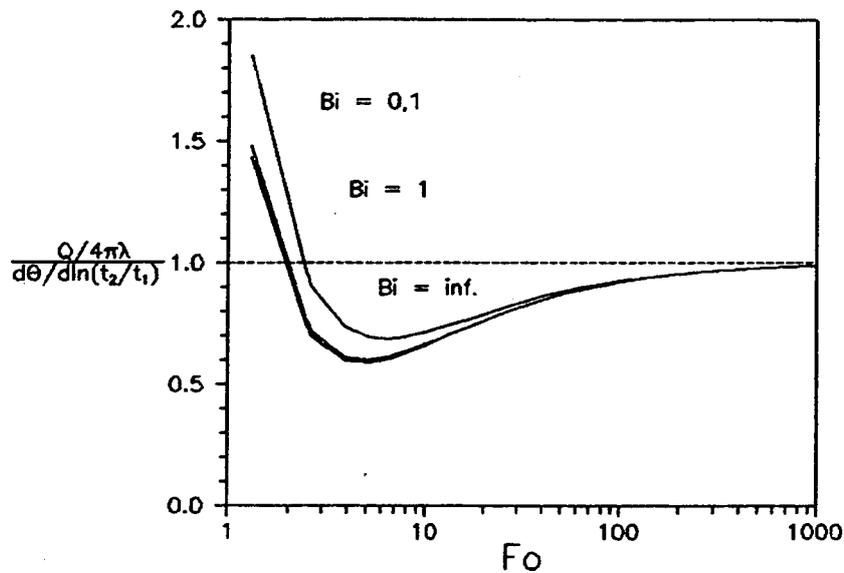


Figura 7.4: Desvio entre os resultados do modelo de Blackwell e os resultados da linha fonte para  $Bi = \infty, 1$  e  $0,1$ .

térmica, De Vries e Peck (1957) desenvolveram um modelo para uma sonda cilíndrica com aquecimento na sua linha de centro e condutividade finita (figura 7.5). O modelo considera ainda que existe resistência de contato entre a sonda e o meio. Para este caso, o problema da condução de calor tem que ser resolvido em dois domínios. Sendo  $R$  o raio da sonda e denotando com o subscrito \* as variáveis referentes à sonda, tem-se:

Para  $r < R$ ,

$$\frac{\partial T_*}{\partial t} = \alpha_* \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T_*}{\partial r} \right) \right] \quad (7.27)$$

Para  $r > R$ ,

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \right] \quad (7.28)$$

As condições inicial e de contorno são,

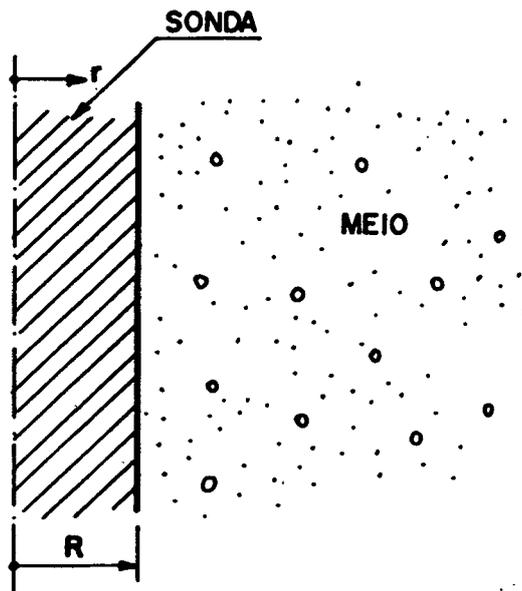


Figura 7.5: Geometria do problema resolvido por De Vries e Peck.

$$t = 0; 0 \leq r \leq \infty \Rightarrow T_s(r,0) = T(r,0) = T_0$$

$$t > 0; r \rightarrow \infty \Rightarrow T(\infty, t) = T_0$$

$$t > 0; r \rightarrow 0 \Rightarrow Q = - \lim_{r \rightarrow 0} 2 \pi \lambda_s r \frac{\partial T_s}{\partial r} \quad (7.29)$$

$$t > 0; r = R \Rightarrow H (T_s - T) = -\lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial r} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial r}$$

Adimensionalizando as Eq. (7.27) e (7.28) obtém-se,

$$\frac{\partial \theta_s}{\partial Fo} = \frac{\alpha_s}{\alpha} \left[ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{\partial \theta_s}{\partial R} \right) \right] \quad (7.30)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial Fo} = \left[ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{\partial \theta}{\partial R} \right) \right] \quad (7.31)$$

onde  $\theta = T - T_0$  e as condições inicial e de contorno são,

$$Fo = 0; 0 \leq R \leq \infty \Rightarrow \theta_s(R,0) = \theta(r,0) = 0$$

$$Fo > 0; R \rightarrow \infty \Rightarrow \theta(\infty, t) = 0$$

$$Fo > 0; R \rightarrow 0 \Rightarrow Qt = - \lim_{R \rightarrow 0} \frac{R \lambda_s}{2 \lambda} \frac{\partial \theta_s}{\partial R} \quad (7.32)$$

$$Fo > 0; R = 2 \Rightarrow Bi (\theta_s - \theta) = - \frac{\lambda_s}{\lambda} \frac{\partial \theta_s}{\partial R} = - \frac{\partial \theta}{\partial R}$$

onde,

$$Fo = \frac{\alpha t}{(R/2)} \quad (7.33)$$

$$Bi = \frac{H (R/2)}{\lambda} \quad (7.34)$$

$$R = \frac{r}{(R/2)} \quad (7.35)$$

$$Qt = \frac{Q}{4 \pi \lambda} \quad (7.36)$$

De Vries e Peck (1957) resolveram este problema com o método da transformada de Laplace, nos moldes de Blackwell (1954), e obtiveram uma solução válida para tempos longos conforme mostrada no Apêndice A. A solução para a temperatura da sonda numa certa posição  $r$  pode ser expressa como,

$$\theta_s(r, Fo) = \frac{Q}{4 \pi \lambda} G_3(Fo, Bi, \lambda/\lambda_s, \alpha/\alpha_s, r/R) \quad (7.37)$$

onde

$$G_3 = \ln Fo - \gamma + \frac{1}{Bi} - 2 \frac{\lambda}{\lambda_s} \ln \left( \frac{r}{R} \right) + \frac{C_{11}}{Fo}$$

$$C_{11} = 2 \left[ 1 - \frac{\alpha}{\alpha_s} \frac{\lambda_s}{\lambda} \right] (\ln Fo - \gamma) + 2 - \frac{2}{Bi} \frac{\alpha}{\alpha_s} \frac{\lambda_s}{\lambda} - 2 \frac{\alpha}{\alpha_s} + \frac{\alpha}{\alpha_s} \left( \frac{r}{R} \right)^2$$

A Eq. (7.37) é uma aproximação da ordem de  $(\ln Fo)^2/Fo^2$ .

Para este modelo pode-se calcular o desvio em relação aos resultados da teoria da linha fonte simplificada por,

$$\frac{\partial \theta / \partial (\ln t)}{Q/4 \pi \lambda} = G_4(Fo, Bi, \lambda/\lambda_s, \alpha/\alpha_s, r/R) \quad (7.39)$$

A figura 7.6 mostra o resultado fornecido pela Eq. (7.22) para o mesmo caso da figura 7.3. Observa-se um pequeno atraso no resultado da Eq. (7.37) em relação ao resultado da Eq. (7.25). Nesta figura, além do caso com  $\lambda/\lambda_s = 0$ , estão plotados os casos correspondentes a  $\lambda/\lambda_s = 0,02$ ;  $0,2$ . Com isto verifica-se um aquecimento menor no meio e um transiente inicial maior. A figura 7.7 mostra o desvio em relação à linha fonte para esta situação. Para o caso em que  $\lambda_s = \infty$ , tem-se, para  $Fo_i = 100$  ( $t = 76$  s para o caso típico), um desvio de menos de 10 %. Para  $\lambda_s = 10$  W/mC, verifica-se um desvio menor que 10 % somente para  $Fo_i > 500$  ( $t = 380$  s para o caso típico).

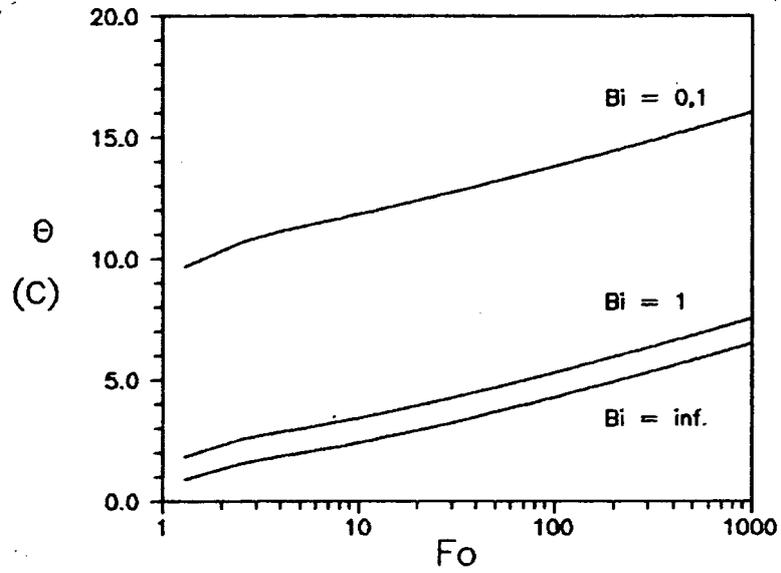


Figura 7.6: Resultados do modelo de De Vries e Peck para  $Bi = \infty, 1$  e  $0,1$  e  $Q/4\pi\lambda = 1$

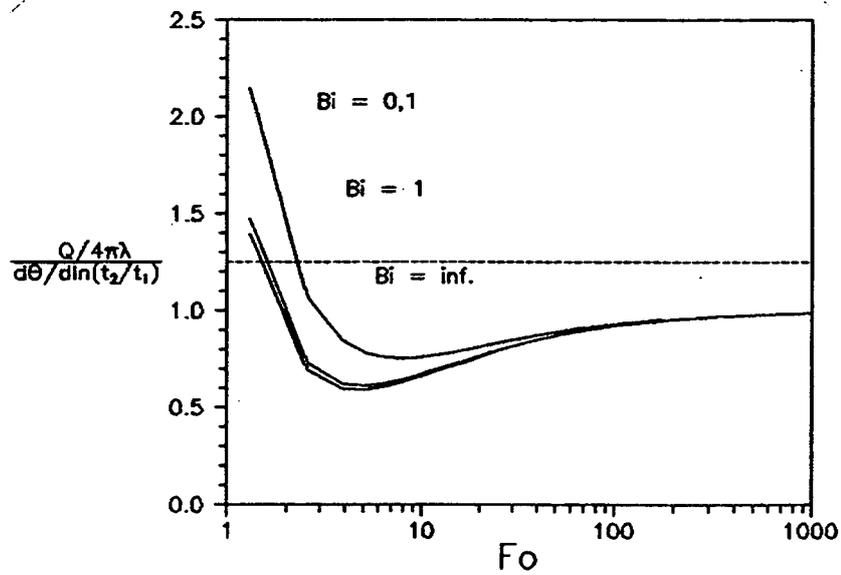


Figura 7.7: Desvio entre os resultados do modelo de De Vries e Peck e os resultados da linha fonte para  $Bi = \infty, 1$  e  $0,1$ .

### Sonda Cilíndrica - Modelo Numérico

Os modelos analíticos mostrados permitem uma análise dos parâmetros mais importantes. Entretanto, existem outros efeitos. O efeito do comprimento da sonda foi analisado por Blackwell (1956) que apresentou uma equação simplificada para calcular-se o comprimento mínimo necessário para o fenômeno poder ser considerado unidimensional. Além deste, existe a influência das dimensões externas do recipiente que contém a amostra e efeitos adicionais no contato entre a sonda e o meio. O contato entre a sonda e o meio pode ser modelado como uma folga anular com uma condutividade térmica constante  $\lambda_a$  e difusividade térmica  $\alpha_a$ . Desta forma, o problema deve ser formulado em três domínios. A solução analítica deste problema é bastante complexa. Assim, optou-se por uma solução numérica pelo método dos volumes finitos. A solução numérica, além de mais simples de ser obtida, é válida para qualquer valor de  $Fo$ .

A geometria do problema pode ser vista na figura 7.8. O raio da sonda é  $R$ , a folga anular entre a sonda e o meio é caracterizada por uma dimensão  $\delta$  e a dimensão externa do meio é denotada  $R_{ext}$ , o qual pode ser feito tão grande quanto se queira.

O problema foi formulado em um domínio. A Eq. na forma conservativa é,

$$\frac{\partial(\rho c \theta)}{\partial t} = \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \lambda \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) \right] \quad (7.40)$$

e as propriedades de cada volume de controle variam conforme este esteja na

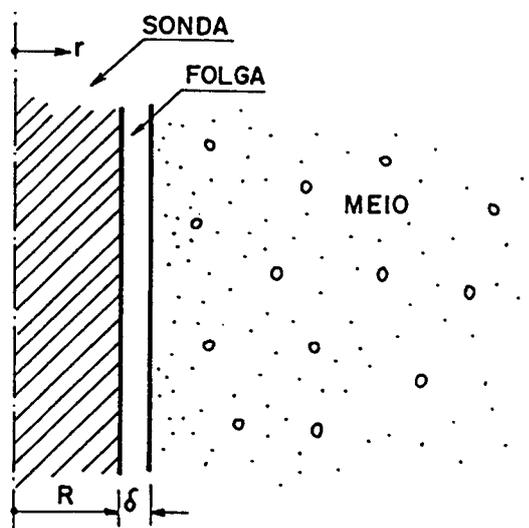


Figura 7.8: Geometria da sonda no modelo numérico.

sonda, na folga anular ou no meio. A dimensão externa pode ser variada assim como as dimensões da sonda e da folga anular. Neste caso, para o meio infinito a solução para a temperatura na sonda pode ser expressa como,

$$\theta_s(R, Fo) = \frac{Q}{4 \pi \lambda} G_s(Fo, Bi, \lambda/\lambda_s, \alpha/\alpha_s, R, \lambda_a, \alpha_a, \delta) \quad (7.41)$$

onde  $G_s$  é obtido da solução numérica. Para este caso, Bi pode ser calculado por,

$$Bi = \frac{\lambda_a R}{\lambda \delta} \quad (7.42)$$

Entretanto, neste caso, a adimensionalização em termos de Bi não é suficiente para reduzir-se o efeito da folga anular ao de um parâmetro apenas. Porém, permite uma comparação com as funções analíticas mostradas anteriormente.

Para este modelo pode-se ainda calcular,

$$\frac{\partial \theta / \partial (\ln t)}{Q/4 \pi \lambda} = G_s(Fo, Bi, \lambda/\lambda_s, \alpha/\alpha_s, R, \lambda_a, \alpha_a, \delta) \quad (7.43)$$

Para o caso do meio com dimensões finitas, aplica-se na face externa do meio,  $r = R_{ext}$  uma condição de contorno de terceira ordem,

$$- \frac{\partial \theta(R_{ext}, t)}{\partial r} = Bi_{\infty} [\theta(R_{ext}, t) - \theta_{\infty}] \quad (7.44)$$

onde  $\theta_{\infty}$  é a temperatura ambiente em relação à temperatura inicial do meio (C),  $Bi_{\infty} = h_{\infty} (R/2) / \lambda$  é o número de Biot para a superfície externa e  $h_{\infty}$  é o coeficiente de convecção externo ( $W/m^2C$ ).

### Resultados do Modelo Numérico

Para a validação do código numérico e para a análise da convergência da malha utilizou-se as soluções analíticas de Blackwell e de De Vries e Peck. Para tanto, reproduziu-se a geometria e condições de contorno específicas de cada problema.

Para a validação do problema o raio da sonda foi fixado em 3 mm e utilizou-se os seguintes valores:  $\lambda/\lambda_s = 0,2$ ,  $\alpha/\alpha_s = 0,0102$ ,  $Q/4\pi\lambda = 1$ ,  $Bi = 1$  e  $r/R = a/b = 0,667$ . A figura 7.9 mostra os resultados calculados pelo

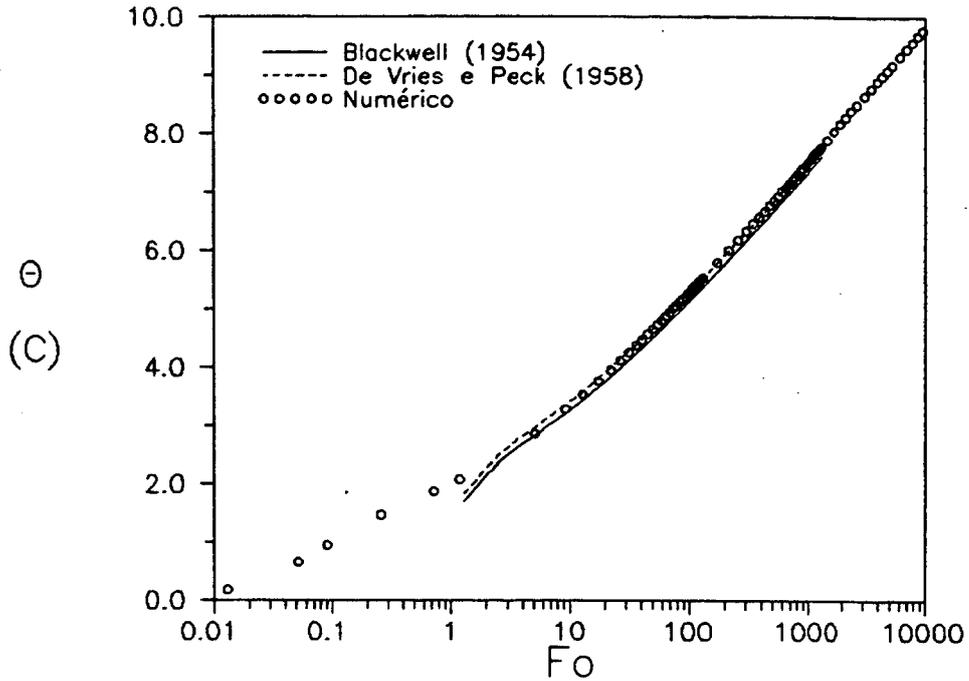


Figura 7.9: Resultados previstos pelos modelos de Blackwell e De Vries e Peck e pelo programa numérico.

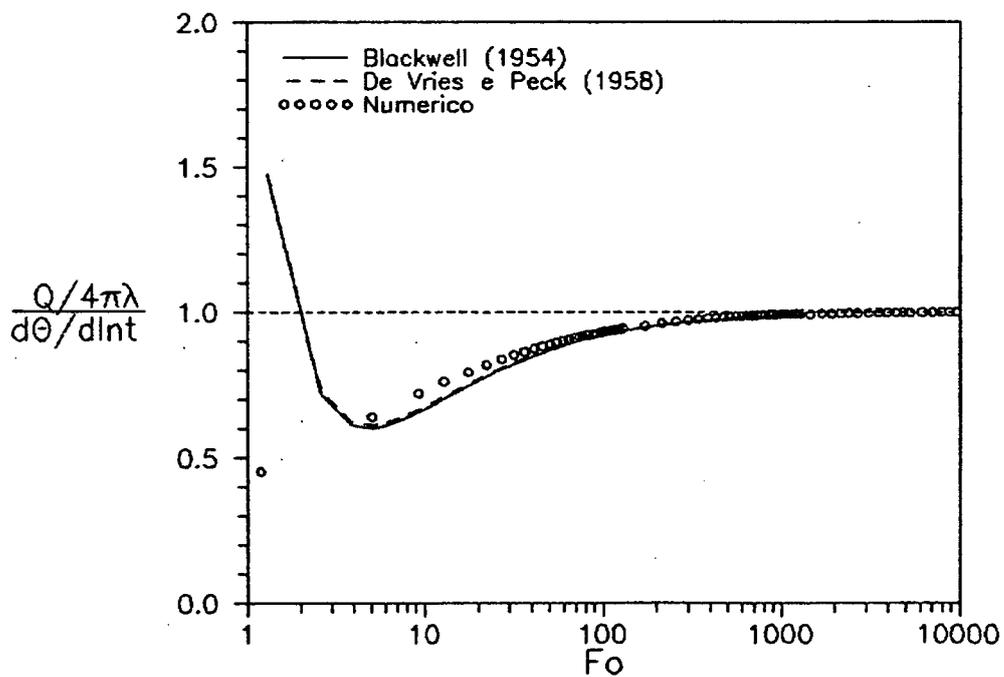


Figura 7.10: Desvio em relação à linha fonte, previsto pelos modelos de Blackwell e De Vries e Peck e pelo programa numérico.

programa desenvolvido e pelos modelos de Blackwell e De Vries e Peck. A malha utilizada foi de 148 pontos nodais. Utilizando um malha com 380 pontos os resultados praticamente não variaram em relação ao mostrado na figura 7.9. A figura 7.10 mostra o desvio entre os modelos de Blackwell, De Vries e Peck e numérico em relação à teoria da linha fonte. Observa-se que o modelo numérico concorda bem com os modelos analíticos. Testes com outras soluções analíticas disponíveis em coordenadas cilíndricas confirmaram o bom desempenho do programa.

Assim, utilizou-se o programa para verificar o comportamento dos resultados da sonda térmica em função dos parâmetros do problema.

A figura 7.11 mostra a variação da temperatura da sonda em função do número de  $Fo$ , conforme calculados pelo programa numérico, para situações em que existe resistência de contato, modelada como uma folga de ar e modelada como uma condutância térmica de contato. Utilizou-se nesta simulação  $\lambda/\lambda_s = 0,02$ ,  $C_s/C = 1$ ,  $Q/4\pi\lambda = 0,5$ . Observa-se que a existência de uma folga entre a sonda e o meio origina um desvio na temperatura da sonda não previsto pelo modelo com condutância de contato. A figura 7.12 mostra a diferença entre estes resultados e os previstos pela teoria da Linha Fonte.

A figura 7.13 mostra a influência das dimensões externas do recipiente na resposta da sonda térmica. Para a geração da figura 7.13 assumiu-se um raio externo de 50 mm,  $\lambda/\lambda_s = 0,1$ ,  $C_s/C = 1$  e  $Q/4\pi\lambda = 0,5$ . Verifica-se que para  $Fo > 1000$  a fronteira externa exerce uma forte influência na temperatura da sonda térmica. O problema se torna crítico se incluir-se a existência de uma folga. Como pode-se observar na figura 7.14, a folga diminui drasticamente o trecho da curva de temperatura versus logaritmo natural do tempo disponível para o ajuste e obtenção de  $\lambda$ . Como a dimensão externa das amostras normalmente é fixa, deve-se trabalhar no sentido de minimizar a resistência térmica de contato.

A seguir, passa-se a apresentar o equipamento e procedimento de medição utilizados.

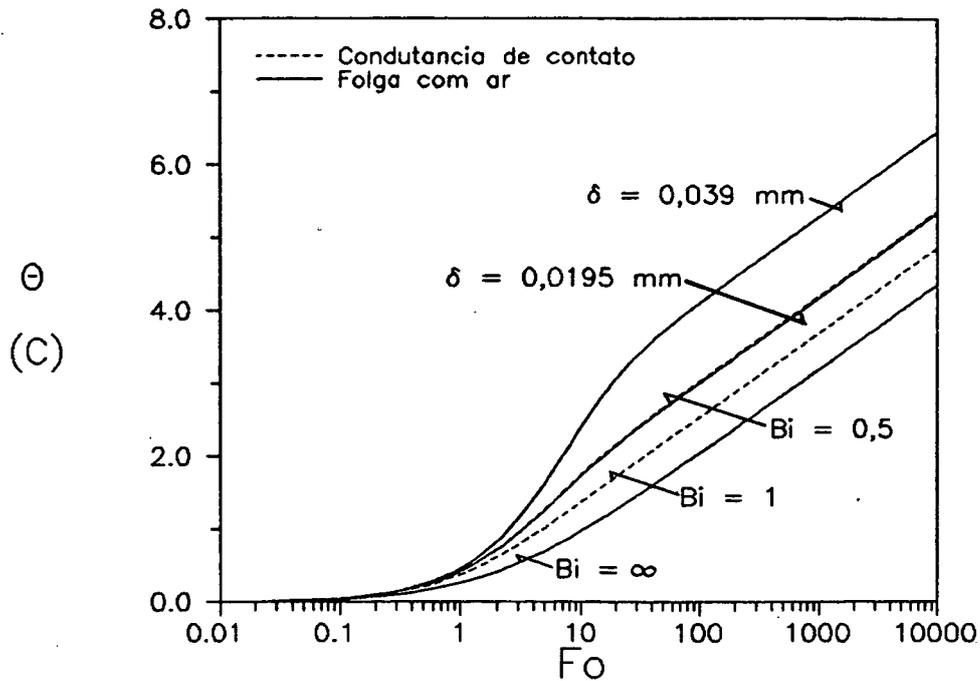


Figura 7.11: Resultados previstos pelo programa para situações com existência de resistência de contato, modeladas como uma folga de ar entre a sonda e o meio e como uma condutância de contato.

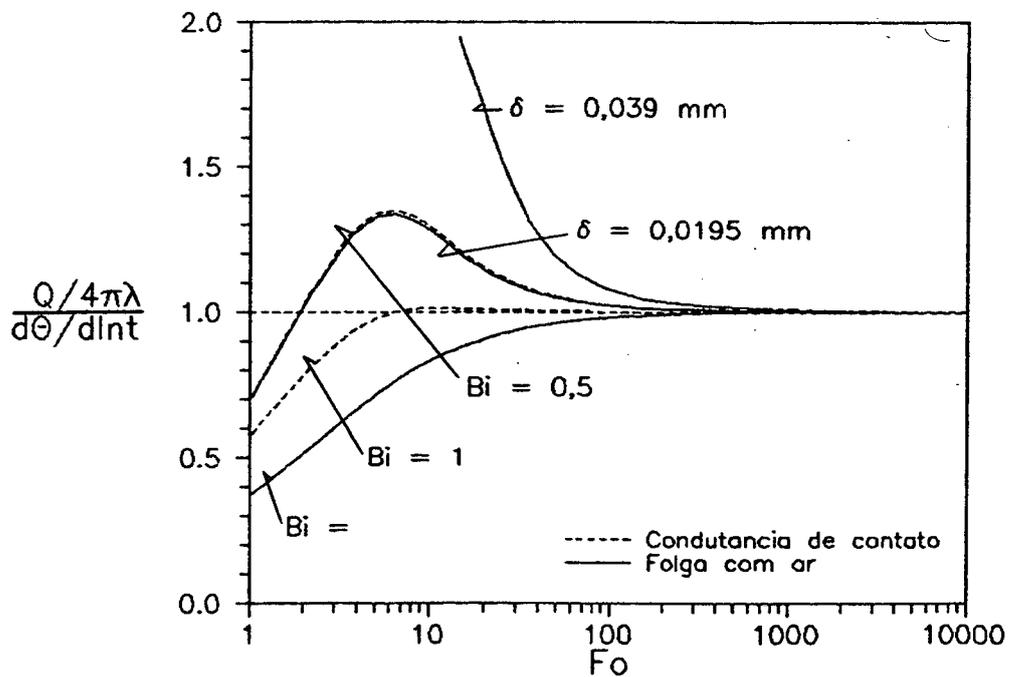


Figura 7.12: Desvio em relação a linha fonte para os casos da figura 7.11.

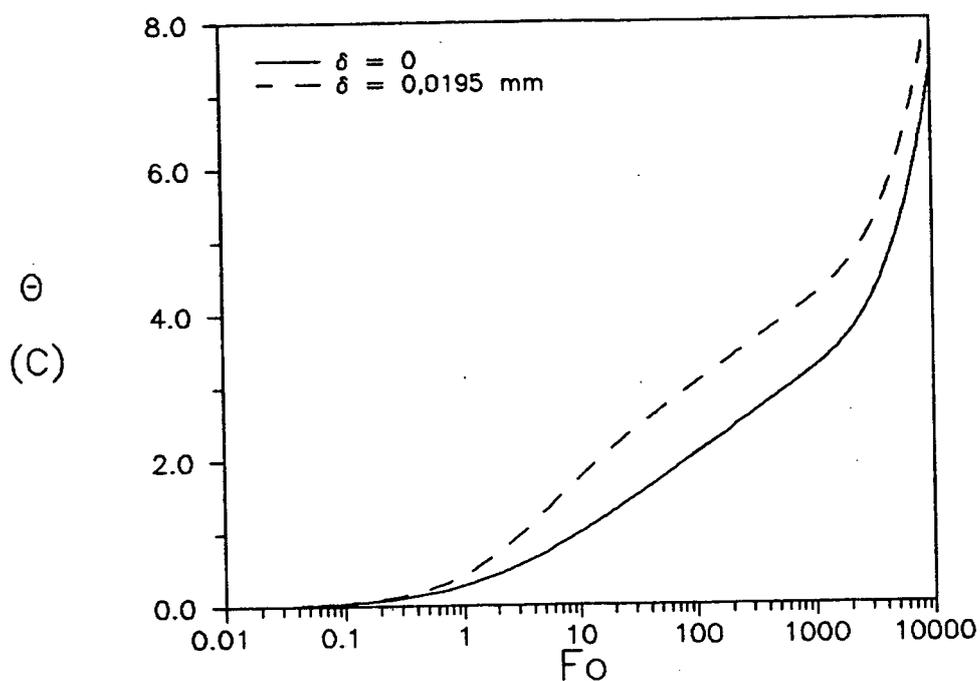


Figura 7.13: Influência das dimensões externas do recipiente na resposta da sonda térmica.

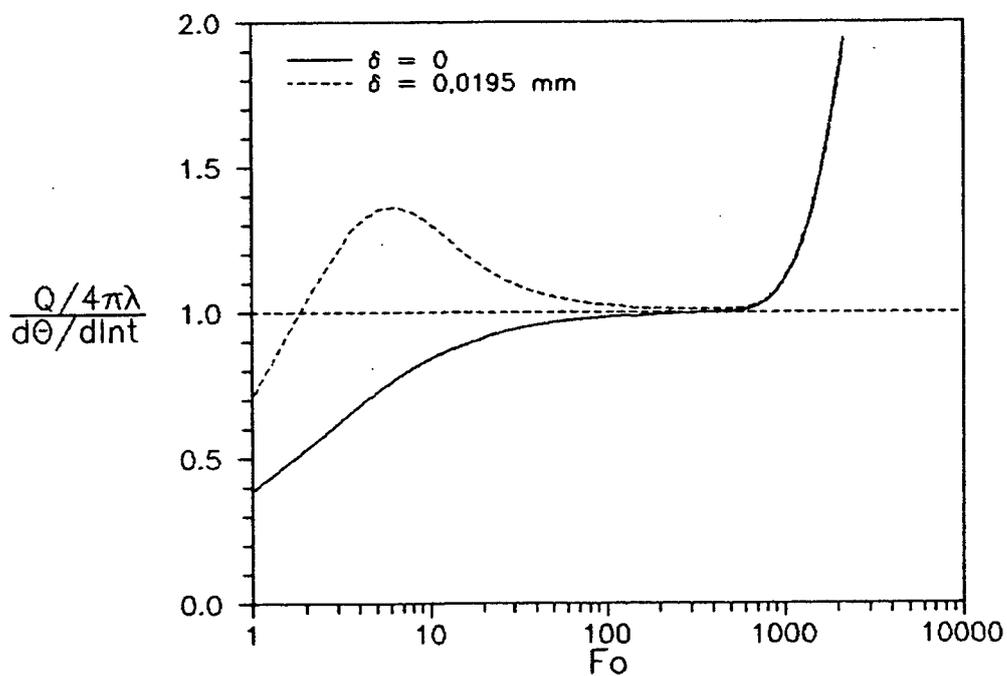


Figura 7.14: Desvio em relação à linha fonte para os casos da figura 7.13.

### 7.3.2 EQUIPAMENTO UTILIZADO

O equipamento utilizado na medição da condutividade térmica é um sistema de medição de resistividade térmica e outras propriedades térmicas de solos fabricado pela empresa canadense Geotherm Inc. e denominado "Thermal Property Analyzer" modelo TPA-5000.

O sistema é composto por uma fonte de tensão regulável (corrente contínua), um microvoltímetro, um sistema de aquisição de sinais com chaveamento eletrônico e diversas sondas térmicas. Possui 2 sondas térmicas com 10 cm de comprimento e 1 sonda térmica com 15 cm. O diâmetro de todas as sondas é de 3 mm. As sondas são equipadas com um fio de constantan para o aquecimento e um termopar tipo T (cobre-constantan) com resolução de  $40 \mu\text{V} / \text{K}$ . A incerteza de medição de temperatura é de  $\pm 0,15 \text{ }^\circ\text{C}$ . A incerteza de medição de corrente é de  $\pm 25 \text{ mA}$  e o sistema de medição de tensão tinha uma incerteza de  $\pm 15 \text{ mV}$ . A figura 7.15 mostra um desenho esquemático do sistema de medição e a figura 7.16 mostra o aspecto das sondas térmicas. As sondas térmicas tem uma resistividade elétrica de  $45,6 \Omega/\text{m}$ .

A seguir apresenta-se o procedimento de medição e tratamento dos resultados.

### 7.3.3 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Os métodos de medição com sonda térmica que tem sido utilizados são todos iguais em essência. O que distingue os diversos procedimentos são as formas de inserção da sonda e as maneiras de efetuar e controlar a compactação. Um dos procedimentos utilizados (Salomone et al., 1982), consiste em controlar a compactação dividindo a amostra em camadas e aplicando o mesmo esforço de compactação em cada camada não importando o conteúdo de umidade do meio, de modo semelhante ao ensaio de compactação. Entretanto, para cada conteúdo de umidade utilizado o meio pode resultar com uma densidade a seco diferente e os resultados podem ser fortemente influenciados por estas mudanças na densidade.

Os procedimentos utilizados neste trabalho visam manter a densidade a seco constante ao longo de todas as medições e variar apenas o conteúdo de umidade. Numa primeira série de testes, as amostras foram compactadas na umidade desejada, estando as sondas previamente fixadas nos recipientes, e foi feita uma medida de resistividade térmica para cada amostra. Como resultado

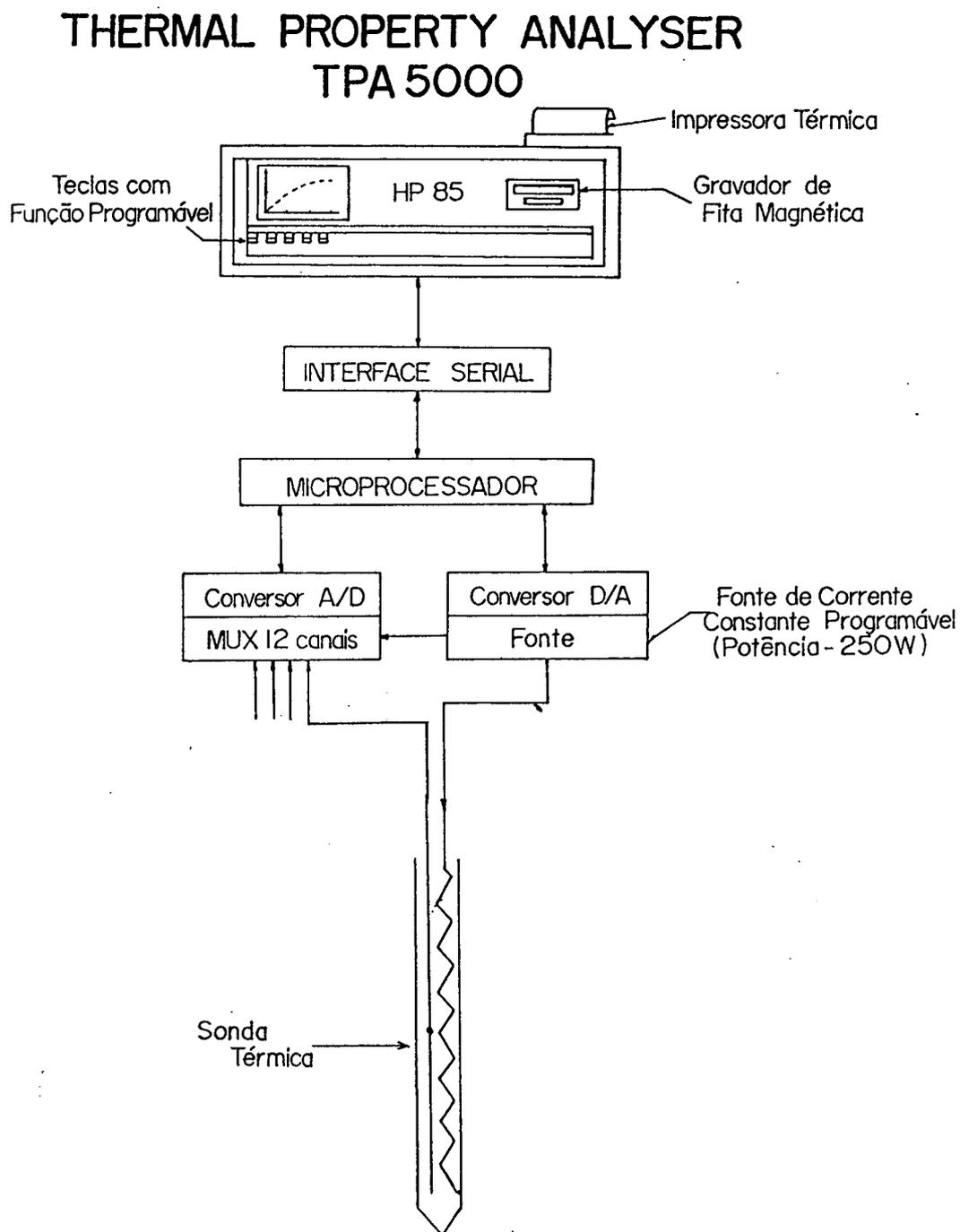


Figura 7.15: Esquema do sistema de medição de condutividade térmica efetiva.

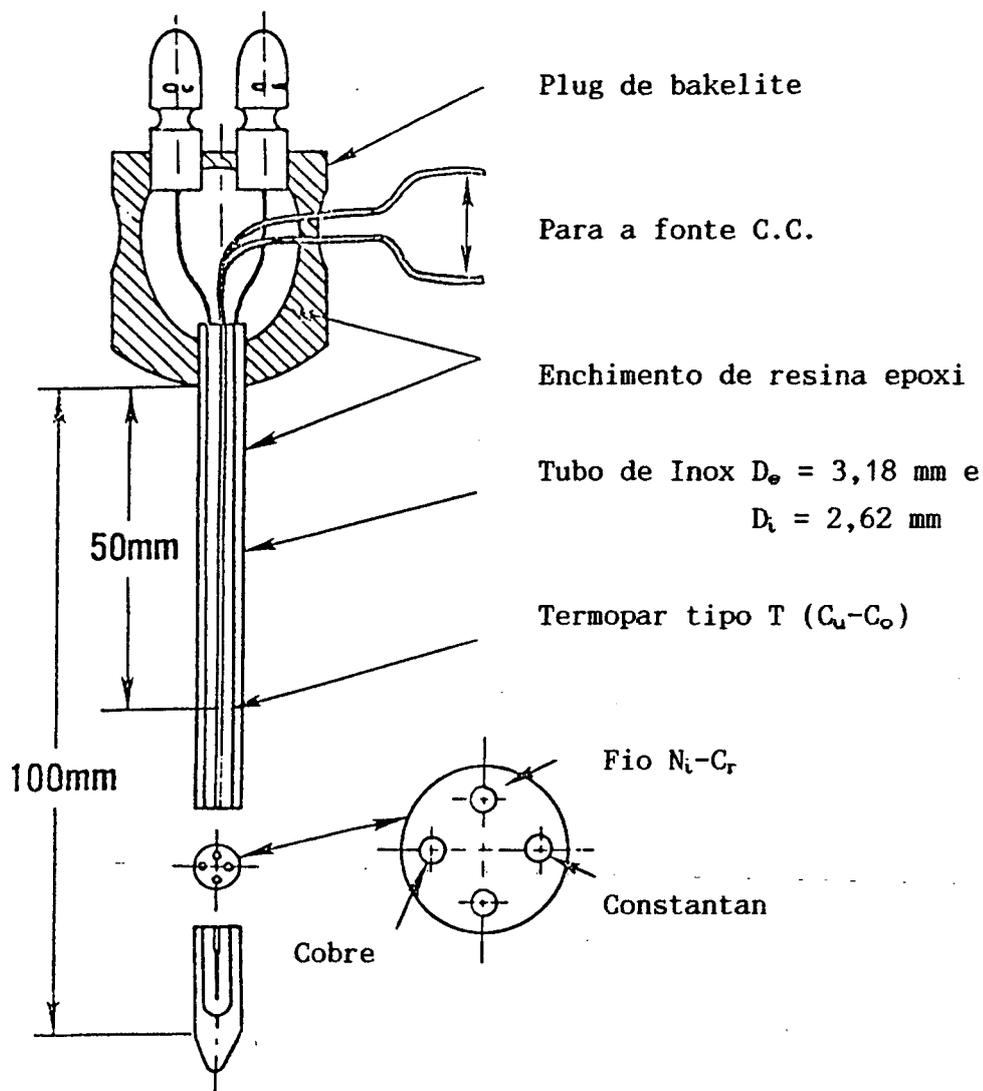


Figura 7.16: Esquema da sonda térmica utilizada (Boggs et alli, 1981).

obteve-se uma curva de condutividade térmica em função da umidade para uma densidade a seco constante. Na segunda série de testes a amostra foi compactada com cerca de 15% de umidade (mássica) e a sua condutividade térmica foi sendo determinada a medida que a mesma ia sendo secada em uma estufa com temperatura controlada em 40 C. Escolheu-se este nível de temperatura para as secagens parciais visando evitar a danificação das sondas térmicas. Para ambas séries de medidas foram utilizados os mesmos recipientes. A seguir relata-se a montagem dos experimentos e os procedimentos de forma detalhada.

### Recipientes de Teste

Utilizou-se tubos de PVC rígido com diâmetro 100 mm e altura média de 150 mm. Uma das extremidades foi vedada por uma tampa de 100 mm com um orifício central de diâmetro 3,1 mm para inserção da sonda. A fixação da sonda foi feita externamente mediante a colocação de cola de silicone, e o seu correto posicionamento foi garantido com a colocação, internamente ao tubo, de um disco de papelão com um orifício central onde a mesma era encaixada. O conjunto era então adaptado sobre uma base tubular feita com uma chapa de PVC arqueada e colada e tendo um diâmetro ligeiramente maior que o diâmetro externo da tampa de 100 mm. Assim, durante a compactação e os testes as sondas ficavam fixas ao recipiente com as saídas do termopar e do aquecedor por baixo do tubo.

Após as amostras serem compactadas os recipientes eram tampados por folhas de plástico presas aos tubos por braçadeiras de 100 mm. O volume interno, a massa e demais dimensões de cada recipiente foram determinadas cuidadosamente e constam da Tabela 7.1. O volume interno foi determinado medindo-se a massa de água que cabia no seu interior. Colocava-se sobre os recipientes uma folha de acrílico de forma a que o nível da água fosse exatamente o nível das beiradas dos recipientes. Após a secagem na estufa das amostras úmidas, notou-se, além da mudança de coloração do PVC, uma diminuição do volume interno, no pior dos casos, da ordem de 2 % . Nenhuma variação significativa de massa foi detectada. Com a estufa a 110 °C ocorria o amolecimento do PVC que, ao resfriar-se, reobtinha um aspecto resistente, entretanto, mais frágil que o PVC original.

A figura 7.17 mostra um esquema dos recipientes e da bancada de suporte.

### Procedimento de Compactação

O processo de compactação em camadas consiste nas seguintes etapas:

(a) Divide-se a altura do recipiente em 6 camadas e assume-se como valor nominal da espessura o resultado com precisão em milímetros. O volume de cada camada é calculado e a diferença entre o volume total e o volume de 5 camadas é assumido como o volume da primeira camada (camada do fundo do recipiente). Calcula-se as cotas do topo de cada camada até o topo do recipiente e os volumes individuais, anotando- os.

(b) Conhecendo a densidade a seco desejada, calcula-se a massa de backfill necessária para o preenchimento da primeira camada e separa- se em uma bandeja

TABELA 7.3: Caracterização dos recipientes usados nos testes.

RECIP.	VOLUME (cm <sup>3</sup> )	MASSA (g)	DIAMETRO <sup>1</sup> (cm)	ALTURA <sup>2</sup> (cm)
1	1128 ± 3	239,89 ± 0,05	9,8 ± 0,1	15,1 ± 0,1
2	1170 ± 5	245,24 ± 0,05	9,7 ± 0,1	15,70 ± 0,05
3	1170 ± 4	245,02 ± 0,05	9,7 ± 0,1	15,70 ± 0,05
4	1185 ± 5	242,35 ± 0,05	9,9 ± 0,2	15,4 ± 0,1
5	1146 ± 3	241,29 ± 0,05	9,6 ± 0,1	15,85 ± 0,05
6	1118 ± 5	242,29 ± 0,05	9,7 ± 0,1	15,00 ± 0,05
7	1116 ± 5	237,70 ± 0,05	9,6 ± 0,2	15,4 ± 0,1
8	1122 ± 4	239,30 ± 0,05	9,8 ± 0,1	15,00 ± 0,05

Obs.: 1. Diâmetro interno médio calculado a partir do volume e da altura interna; 2. Altura interna.

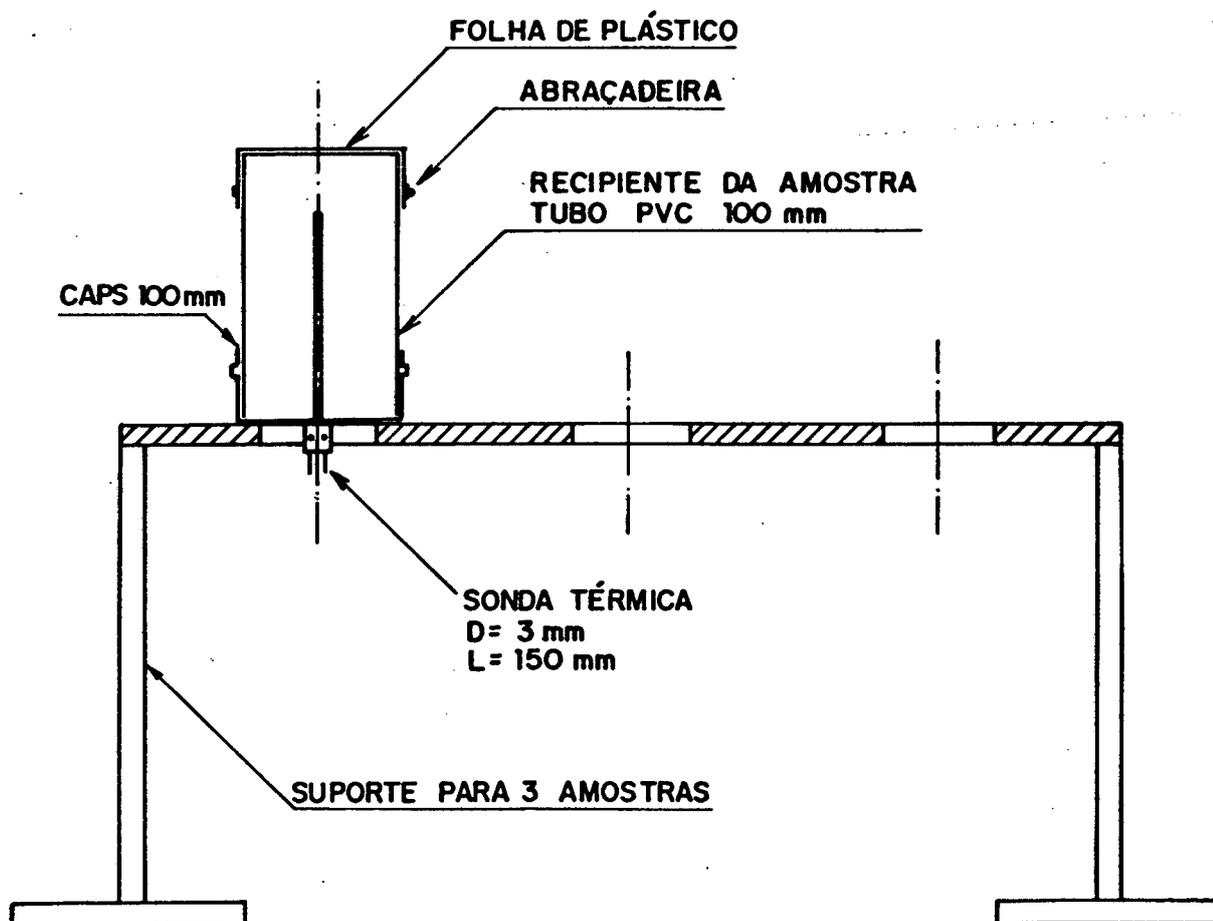


Figura 7.17: Esquema dos recipientes de teste e da bancada de suporte.

limpa.

(c) Conhecendo a umidade desejada calcula-se a massa de água necessária para o umedecimento da primeira camada e faz-se a mistura com o backfill seco. Deve-se misturar o backfill úmido até conseguir um aspecto homogêneo tomando o cuidado de destorroá-lo antes de passar à compactação. Num processo de mistura manual é muito difícil evitar que ocorra evaporação durante os processos de mistura e compactação e, em alguns casos detectou-se perda de 0.5% de umidade (em relação à massa seca) por evaporação.

(d) Coloca-se o backfill úmido dentro do recipiente em quantidades pequenas, distribuindo-o de maneira homogênea no volume disponível.

(e) Com um compactador de superfície plana (usou-se um ttarugo de aço com 400 mm de comprimento e 20 mm de diâmetro) compacta-se a primeira camada até atingir a cota previamente calculada. A medição da cota internamente ao cilindro foi feita com uma escala de metal (300 mm). Presa à escala, em posição transversal, havia uma régua com liberdade para deslocar-se longitudinalmente sobre a escala, a qual, tocando o topo do cilindro, estabelecia a cota desejada com precisão.

(f) Terminada a compactação, desagrega-se levemente a superfície da camada compactada utilizando-se uma haste com ponta fina com o intuito de melhorar o contato entre camadas.

(g) Para as camadas subsequentes, repete-se o procedimento a partir do item b.

(h) Para a última camada, deve-se compactar em pequenas parcelas para que não haja perda excessiva de material. Recomenda-se que esta última etapa seja feita sobre uma bandeja limpa para permitir a reposição do material derrubado. A superfície desta camada deve ficar plana em relação às bordas do recipiente.

(i) Terminada a compactação tampa-se o recipiente utilizando-se uma folha de plástico e abraçadeira.

#### Procedimento de Medição

Com o término da compactação, leva-se o recipiente para a sala onde são feitas as medições, efetua-se as conexões elétricas no equipamento de medição e espera-se um tempo de 6 a 12 horas para que haja homogeneização de temperatura e umidade. Na primeira sequência de testes, após a medição ser efetuada e os dados analisados, leva-se a amostra à estufa, com temperatura controlada em  $110 \pm 5$  °C, para secagem durante 24 horas a fim de determinar-se com exatidão o conteúdo de umidade. Nesta primeira série de testes a sonda era retirada da amostra logo que terminava a medição e após a secagem do backfill

o mesmo era desmoldado.

Na segunda sequência de testes, após a primeira medição, destampava-se a amostra, pesava-se e levava-se o recipiente à estufa a  $40 \pm 2 \text{ }^\circ\text{C}$ , secando o backfill por um período variável de acordo com a amostra. A figura 7.18 mostra uma curva de secagem característica para o backfill compactado com 10 % de umidade inicial (mássica) e densidade a seco  $1,94 \text{ g/cm}^3$ . Após esta secagem parcial, deixava-se a amostra repousar de 24 a 95 horas (Tabela 7.8) para homogeneização de temperatura e redistribuição de umidade e efetuava-se, então, uma nova medida.

O processo foi repetido até percentuais de umidade difíceis de serem diminuídos a  $40 \text{ }^\circ\text{C}$ . Neste ponto, retirava-se a sonda e levava-se a amostra para uma secagem final durante 24 horas em estufa a  $110 \pm 5 \text{ }^\circ\text{C}$ .

#### Procedimento de Análise dos Resultados

Devido às diversas fontes de erro existentes no processo de medição com a sonda térmica e aos desvios gerados pelo próprio equipamento, foi necessária uma análise cuidadosa da curva de temperatura versus  $\ln(\text{tempo})$  visando eliminar as perturbações mais visíveis e extrair o trecho da curva de interesse.

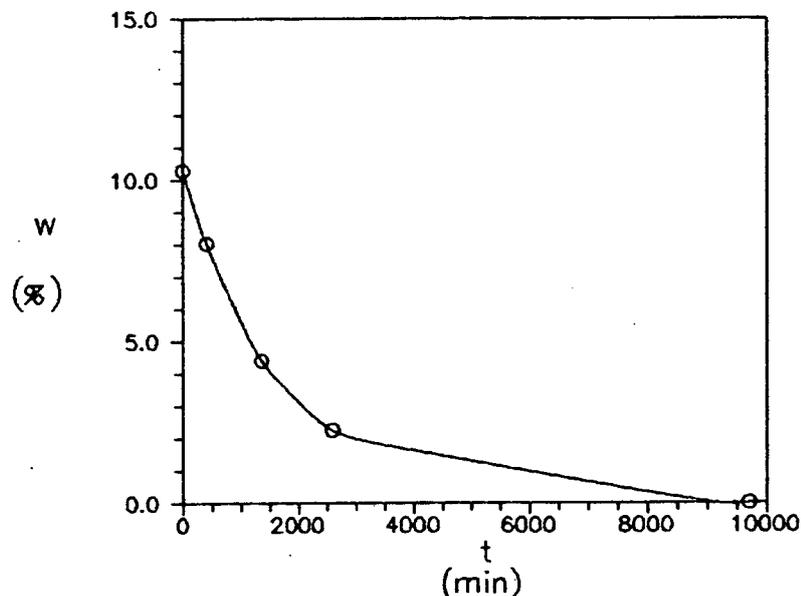


Figura 7.18: Curva de secagem para uma amostra compactada a 10 % de umidade mássica e secada em estufa ventilada a  $41 \pm 1 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Dois métodos de análise foram empregados: O primeiro verifica graficamente o aspecto da curva e isola o trecho de interesse e o segundo, ajusta sucessivas retas aos pontos experimentais e analisa o comportamento dos coeficientes angulares obtidos. Na realidade, o primeiro método, apesar de demorado, é o mais indicado e o segundo apenas complementa as informações obtidas no primeiro. Chamar-se-á o primeiro método de análise qualitativa e o segundo, de análise quantitativa.

Análise Qualitativa. Consiste na análise gráfica da curva de temperatura versus  $\ln(\text{tempo})$  para os dados do teste. Para tal análise, plota-se a curva temperatura versus  $\ln(\text{tempo})$  e determina-se o início e o final da parte reta. Deve-se verificar a existência de problemas na parte inicial e na parte final do teste. No Apêndice B fornece o resultado de alguns testes e a respectiva análise.

Análise Quantitativa. Depois de observar-se o comportamento da curva, parte-se para a análise do trecho reto e determinação do seu coeficiente angular. Esta análise baseia-se na observação da variação do coeficiente angular de uma reta ajustada aos pontos da curva à medida que, fixado o ponto final da reta no final da faixa de medição, varia-se o seu ponto inicial. A escolha da melhor reta é feita observando a partir de que ponto o coeficiente angular deixa de variar ou passa a oscilar em torno de um valor constante. Nesta região procura-se, então, o valor mais representativo do coeficiente angular.

Nota-se, ainda, que a medida que o número de pontos da reta torna-se menor, as variações do coeficiente angular aumentam, pois a dispersão dos pontos da curva torna-se mais influente à medida que o número de pontos da reta é reduzido.

O coeficiente de correlação não é tomado como um fator decisivo na escolha da melhor reta. Na verdade ele apenas indica se a correlação que existe entre os valores de temperatura e  $\ln(\text{tempo})$  é linear ou se não existe uma correlação deste tipo. O caso onde encontra-se coeficientes de correlação baixos tanto pode significar que existe uma correlação diferente entre os pontos, uma correlação não linear, como, também, indicar uma dispersão grande dos valores de temperatura ao longo da reta. Portanto, para identificar-se a causa de um coeficiente de correlação baixo, deve-se traçar a curva e observar o seu comportamento.

Para alguns autores (Boggs et al., 1981, Salomone et al., 1982) um valor baixo do coeficiente de correlação pode invalidar um teste (por exemplo,  $CC < 0.92$ ). A sistemática adotada neste trabalho consistiu em considerar inclusive os casos em que o  $CC$  é baixo.

No Apêndice D estão as análises para alguns testes característicos.

#### 7.3.4 RESULTADOS E ANÁLISE

A Tabela 7.2 apresenta os resultados da primeira sequência de testes. A porosidade de cada amostra foi calculada a partir da medição da densidade a seco utilizando o valor da densidade do granito determinada experimentalmente conforme o Capítulo 4. Esta tabela apresenta para cada amostra os valores de umidade percentual ( $w$ ), conteúdo de umidade ( $\theta$ ), saturação ( $S$ ), densidade a seco ( $d_s$ ), porosidade ( $\epsilon$ ), temperatura ambiente ( $T_a$ ) e o acréscimo de temperatura na sonda durante o teste ( $\Delta T$ ). Na Tabela 7.3 estão os dados detalhados da medição com a sonda térmica. Nesta tabela,  $I$  e  $P$  são, respectivamente, a corrente e a potência dissipada na sonda,  $t_i$  e  $t_f$  são os valores de tempo no início e final da parte reta da curva,  $T_i$  e  $T_f$  as temperaturas correspondentes a  $t_i$  e  $t_f$ ,  $a$  é a inclinação da reta e  $CC$  é o coeficiente de correlação dos pontos medidos em relação à reta.

A figura 7.19 apresenta a resistividade térmica do backfill em função da umidade percentual para uma densidade a seco de  $2,00 \text{ g/cm}^3$ . O comportamento da curva é o mesmo apresentado por Bartolli (1988), mas os valores são 30 a 60 % maiores. Bartolli utilizou um outro sistema de medição com sondas de diâmetro 66 mm e comprimento 600 mm para obter a condutividade térmica do backfill. O equipamento possuía menores facilidades de "hardware". A metodologia de preparação das amostras foi basicamente a mesma empregada neste trabalho.

A Tabela 7.4 apresenta os resultados obtidos na segunda série de medições, onde as amostras eram secadas parcialmente em estufa. Utilizou-se duas amostras compactadas a 15 % de umidade (recipientes 2 e 3), um percentual de umidade correspondente à saturação. Ressalta-se que após a compactação, cada amostra foi submetida a uma secagem rápida antes que a primeira medida fosse efetuada. O objetivo desta secagem inicial era eliminar o excesso de água que transbordava do recipiente da amostra. Após a secagem inicial a amostra era deixada esfriar. A Tabela 7.5 apresenta os resultados das medições com a sonda térmica. A Tabela 7.6 fornece os resultados das secagens parciais das amostras. Nota-se que os testes 3 e 4 do grupo 2 (Tabela 7.5) foram feitos com as amostras utilizadas nos testes 1 e 2 sem que ocorresse qualquer

secagem, apenas aguardando-se um certo tempo de homogeneização de temperatura e umidade. Houve variação da umidade em parte devido às trocas com o ambiente. A figura 7.24 compara os resultados da segunda série com os da primeira série de medições e nota-se uma pequena tendência de que os valores de condutividade térmica do grupo 2 sejam maiores que os do grupo 1. Esta tendência, entretanto, fica mascarada pela diferença nos valores da densidade a seco e pela dispersão obtida nos resultados. Uma das causas prováveis da dispersão observada nas medições para pequenos percentuais de umidade no grupo 2 pode estar relacionada com a não uniformidade da umidade no instante do teste. Tal problema pode ser ocasionado pela insuficiência no tempo esperado para homogeneização da umidade na amostra ou pela presença de histerese no meio. A histerese ocasionaria o aparecimento de um gradiente de umidade na amostra quando esta, após secagem parcial, é removida da estufa para a homogeneização da sua temperatura e umidade. Se a histerese for considerável, o conteúdo de umidade na nova situação de equilíbrio será menor que o conteúdo de umidade inicial e a diferença aumenta quanto mais forte for o gradiente de umidade imposto ao meio pela secagem dentro da estufa. A avaliação da histerese do backfill necessita de medições do potencial de sucção para drenagem e umedecimento do meio. Tal medição não foi realizada neste trabalho.

Da Tabela 7.1 pode-se determinar valores para a condutividade térmica efetiva do meio nos estados seco e saturado utilizando o procedimento descrito no Apêndice F. Para o estado seco, obtém-se  $\lambda_{seco} = 0,53 \pm 0,02$  W/mC. Para o estado saturado obtém-se  $\lambda_{sat} = 1,92 \pm 0,09$  W/mC. Os valores de  $\lambda_{seco}$  e  $\lambda_{sat}$  foram determinados, portanto, com incertezas da ordem de  $\pm 5\%$ .

TABELA 7.2: Resultados da primeira série de testes.

Teste	Recip.	$d_s$ (g/cm <sup>3</sup> )	$\epsilon$ (adm)	w (%)	$\theta$ (adm)	S (adm)	$\lambda$ (W/mK)	$T_a$ (°C)	$\Delta T$ (°C)
1	1	2,00	0,265	0	0	0	0,55	22,0	7,4
2	2	2,00	0,265	0	0	0	0,53	22,0	8,1
3	3	2,00	0,265	0	0	0	0,50	23,0	8,7
4	5	2,00	0,265	11,0	0,221	0,83	2,07	22,0	6,5
5	1	1,99	0,268	10,6	0,212	0,79	1,86	22,5	6,3
6	6	1,99	0,268	11,4	0,228	0,85	1,90	22,0	6,5
7	3	2,00	0,265	8,4	0,168	0,63	1,82	21,5	5,5
8	2	1,94	0,287	4,3	0,083	0,29	1,44	22,0	3,0
9	8	1,96	0,279	2,5	0,049	0,18	1,26	22,5	3,1
10	1	1,99	0,268	1,5	0,030	0,11	1,06	22,5	4,0
11	3	1,98	0,272	8,9	0,176	0,65	1,96	22,0	10,3
12	2	2,00	0,265	0	0	0	0,52	23,0	8,7

TABELA 7.3: Resultados da medição com sonda térmica para o primeiro grupo de testes. As sondas identificadas de 1 a 3 são: sonda 1: l = 10 cm, n° 1; sonda 2: l = 10 cm, n° 2; sonda 3: l = 15 cm.

TESTE	RECIP.	SONDA	I (A)	P (W/m)	t <sub>i</sub> (s)	t <sub>f</sub> (s)	T <sub>i</sub> (C)	T <sub>f</sub> (C)	a (C)	CC
1	1	3	0,3856	0,06780	40	1000	25,9	29,0	0,9890	0,9945
2	2	2	0,3856	0,06780	100	1000	26,8	29,2	1,0224	0,9944
3	3	1	0,3760	0,06446	140	1000	28,6	30,7	1,0326	0,9914
4	5	2	0,6568	0,19671	40	1000	26,1	28,5	0,7545	0,9932
5	1	3	0,6568	0,19671	10	1000	23,6	27,5	0,8406	0,9984
6	6	3	0,6568	0,19671	30	1000	25,4	28,4	0,8249	0,9936
7	3	1	0,5547	0,15403	50	1000	24,2	26,3	0,6717	0,9909
8	2	2	0,3832	0,06696	20	1000	22,8	24,3	0,3693	0,9810
9	8	3	0,3808	0,06612	80	1000	24,5	25,6	0,4188	0,9699
10	1	1	0,3808	0,06612	20	1000	23,9	25,7	0,4967	0,9911
11	3	1	0,8104	0,29947	10	1000	27,1	32,9	1,2178	0,9979
12	2	1	0,3856	0,06780	80	1000	29,0	31,5	1,0316	0,9966

TABELA 7.4: Resultados da segunda série de testes.

TESTE	RECIP.	ds (g/cm <sup>3</sup> )	$\epsilon$ (adm)	w (%)	$\theta$ (adm)	S (adm)	$\lambda$ (W/mK)	T <sub>a</sub> (°C)	$\Delta T$ (°C)
1	2	1,93	0,290	0,119	0,230	0,79	1,86	26	6,4
2	3	1,94	0,287	0,110	0,213	0,74	1,86	26	5,8
3	2	1,93	0,290	0,120	0,232	0,80	1,96	26	8,2
4	3	1,94	0,287	0,122	0,237	0,83	1,89	26	6,2
5	2	1,93	0,290	0,101	0,195	0,67	1,98	22	5,3
6	3	1,94	0,287	0,092	0,178	0,62	1,77	22	7,1
7	2	1,93	0,290	0,033	0,064	0,22	1,82	26	4,5
8	3	1,94	0,287	0,030	0,058	0,20	1,11	26	6,5
9	2	1,93	0,290	0,0	0,0	0,0	0,64	26	11,2
10	3	1,94	0,287	0,0	0,0	0,0	0,64	26	11,8

TABELA 7.5: Resultados da medição com sonda térmica para o segundo grupo de testes.

TESTE	RECIP	SONDA	I (A)	P (W/m)	t <sub>i</sub> (s)	t <sub>f</sub> (s)	T <sub>i</sub> (C)	T <sub>f</sub> (C)	a (C)	CC
1	2	1	0,6568	0,19671	20	360	28,7	31,2	0,8503	0,9964
2	3	2	0,6568	0,19671	20	360	27,6	30,1	0,8495	0,9977
3	2	1	0,6568	0,19671	30	590	27,6	30,0	0,8046	0,9965
4	3	2	0,6568	0,19671	30	530	25,2	27,7	0,8352	0,9955
5	2	1	0,59	0,1587	10	900	23,7	26,7	0,6393	0,9950
6	3	2	0,59	0,1587	40	500	25,5	27,4	0,7153	0,9921
7	2	1	0,3856	0,06780	150	500	26,4	27,0	0,2967	0,8980
8	3	2	0,3856	0,06780	110	1000	27,8	28,8	0,4879	0,9853
9	2	1	0,3856	0,06780	230	1000	33,7	34,9	0,8416	0,9892
10	3	2	0,3856	0,06780	290	1000	34,2	35,2	0,8390	0,9829

TABELA 7.8: Resultados das secagens feitas na segunda série de testes.

TESTE	RECIP	$t_{\text{secagem}}$ (min)	Testufa (C)	$w_I$ (%)	$w_F$ (%)	$t_{\text{homog}}$ (min)	$T_{\text{amb}}$ (C)
1	2	-	41,0	15,0	11,9	5700	26
2	3	-	41,0	15,0	11,0	5700	26
3	2	-	-	-	12,0	2640	26
4	3	-	-	-	12,2	2640	26
5	2	350	41,0	12,0	10,1	5220	22
6	3	350	41,0	12,2	9,2	5220	22
7	2	1730	41,0	10,1	3,3	2930	26
8	3	1730	41,0	9,2	3,0	2930	26
9	2	1237	107,0	3,3	0,0	2615	26
10	3	1237	107,0	3,0	0,0	2615	26
-	2	1450	107,0	0,0	0,0	-	-
-	3	1440	107,0	0,0	0,0	-	-

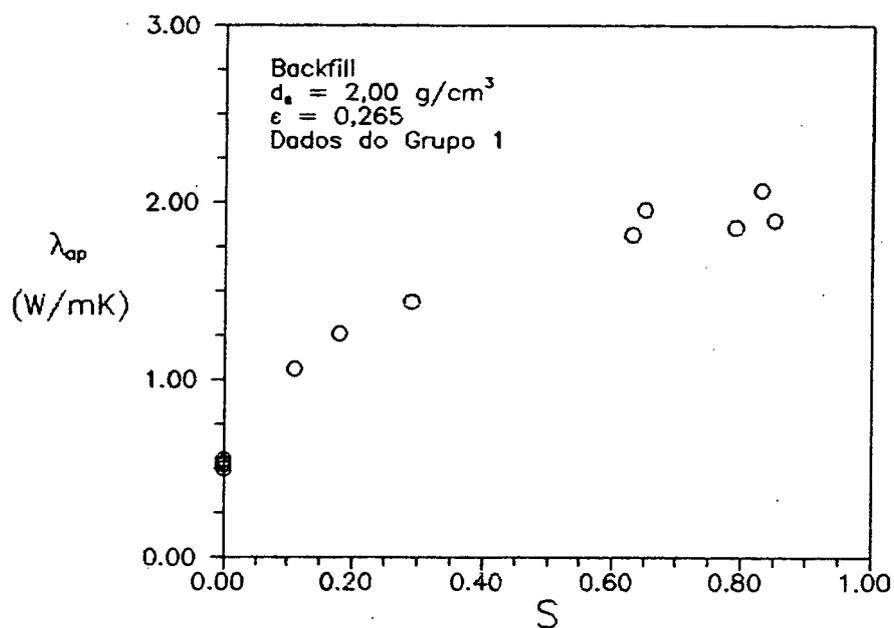


Figura 7.19: Condutividade térmica em função do conteúdo de umidade para os dados do grupo 1 (Tabela 7.2). A condutividade térmica a seco é  $0,53 \pm 0,02 \text{ W/m K}$  e na saturação é  $1,92 \pm 0,09 \text{ W/m K}$ .

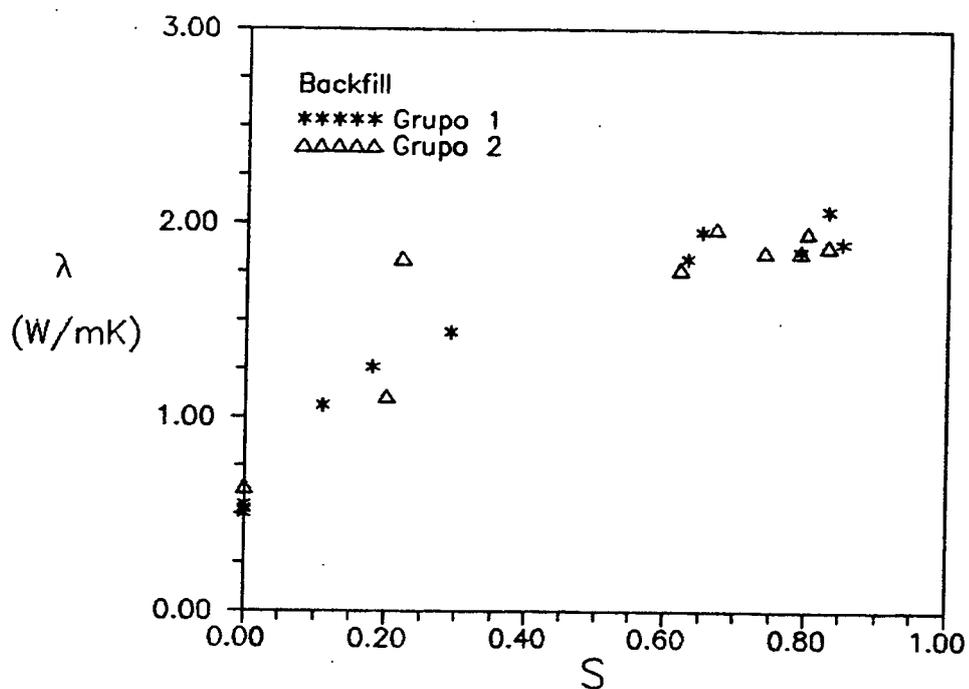


Figura 7.20: Comparação entre os resultados dos grupos 1 e 2: compactado a  $w = 15\%$ ,  $d_s = 1,93 \text{ g/cm}^3$ . resultados do grupo 1.

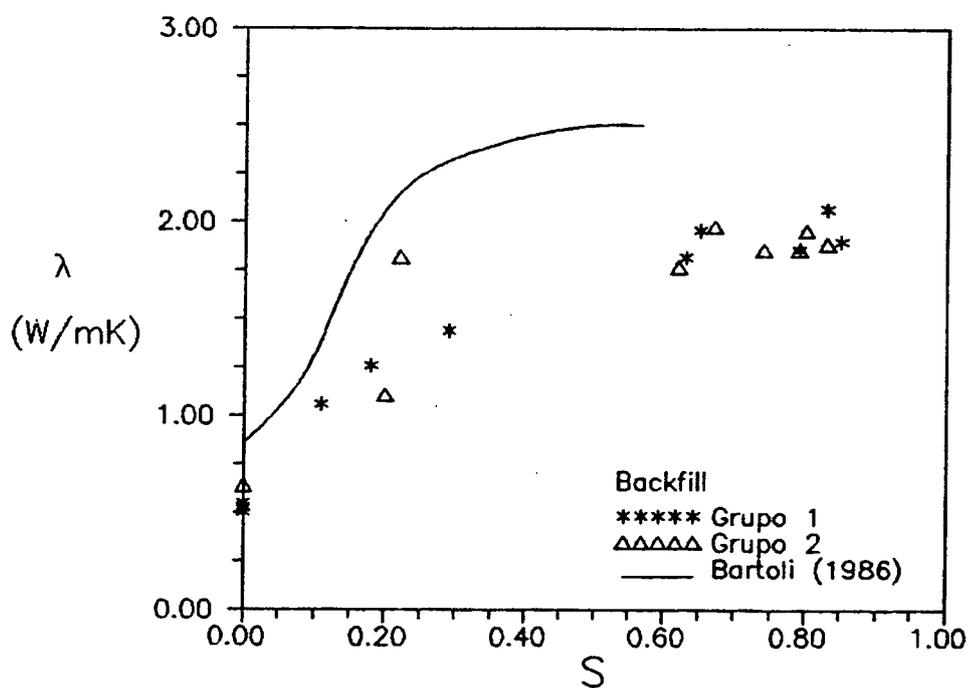


Figura 7.21: Valores de condutividade térmica medidos por Bartolli (1988).

### 7.3.5 CONCLUSÕES

Com relação à medição experimental da condutividade térmica efetiva do backfill pode-se concluir o seguinte:

1. A dispersão observada nos resultados, em parte, pode ser creditada ao equipamento de medição e estimada em 5 % do valor medido. Outra causa da dispersão encontrada nas medidas é a baixa resolução na medição de temperatura que não possibilita a medição da condutividade térmica utilizando-se pequenos aumentos de temperatura ( $\Delta T$ ). As melhores correlações foram obtidas com  $\Delta T$  da ordem de 10 °C.
2. Acredita-se que a diferença entre os valores de condutividade térmica medidos no presente trabalho e os medidos por Bartolli (1988) seja devida a presença de erros sistemáticos nas medidas de temperatura e corrente na sonda. Internamente ao software do equipamento utilizado no presente trabalho existe a possibilidade da correção dos valores de temperatura medidos e tais fatores de correção devem ser levantados, para cada sonda e cada canal, mediante calibração na faixa de temperatura usual (20 a 40 °C). A corrente e a tensão para cada sonda devem também ser calibradas, na faixa de corrente de 0.3 a 0.9 A, e a correção dos valores indicados durante um teste pode ser feita manualmente.
3. Deve haver a tendência de que os valores de condutividade térmica com o meio compactado a seco sejam menores que os medidos em meios compactados a úmido e secados em estufa. A dificuldade da medição de condutividade térmica com o meio secado em estufa pode estar relacionada à histerese capilar. Neste caso, a secagem com baixas temperaturas minimiza o problema.
4. O método de preparação das amostras do grupo 1 mostrou-se adequado para medições de condutividade térmica em função da umidade e pode ser utilizado para porosidades variáveis. O controle da densidade a seco é eficiente e como melhoramentos poder-se-ia citar a utilização de recipientes com altura igual a da sonda utilizada, fabricação dos recipientes em metal e com fechamento hermético, melhora do sistema de fixação da sonda no recipiente e a adoção de um anel extensor para facilitar o último estágio da compactação.
5. Em alguns testes, verificou-se distorções na resposta da sonda que, provavelmente, foram ocasionadas por gradientes térmicos existentes no meio induzidos por variações da temperatura ambiente no período de homogeneização da amostra. O laboratório utilizado para as medições não possuía controle de temperatura ambiente.

#### 7.4 MODELOS TEÓRICOS PARA A PREVISÃO DA CONDUTIVIDADE TÉRMICA EFETIVA DE MEIOS GRANULARES INSATURADOS

A determinação teórica da condutividade térmica efetiva de meios porosos insaturados envolve dois problemas. Inicialmente, precisa-se modelar a condutividade térmica efetiva do meio poroso no seu estado seco e saturado. Neste caso, o meio é bifásico, ora saturado por ar e ora saturado por água.

A condutividade térmica efetiva de um meio granular saturado depende das condutividades térmicas da fase fluida e da fase sólida, da estrutura do meio, a qual é uma função da forma, tamanho e do empacotamento das partículas, e das condições no contato entre as partículas, condições estas que definirão uma resistência térmica de contato. Este problema por si só é bastante complicado e as soluções disponíveis atualmente são válidas somente para meios randômicos de esferas de diâmetro constante e porosidade alta. Uma revisão sobre o assunto pode ser encontrada em Oliveira e Prata (1992).

Para o meio poroso insaturado surge uma complicação adicional que é a interação entre as fases líquida sólida e suas influências na condução de calor através do meio.

A fase líquida, devido à presença de forças capilares e de adsorção, irá recobrir a superfície dos grãos e se concentrar nos pontos de contato e poros de menor dimensão. Assim, uma pequena quantidade de líquido presente no meio pode alterar significativamente a sua condutividade térmica efetiva.

A presença das fases líquida e sólida ocasiona o aparecimento de um fenômeno adicional. Os métodos de medição da condutividade térmica efetiva de meios porosos insaturados, conforme mostrado no início deste capítulo, consistem em submeter o meio poroso a um fluxo de calor conhecido e medir o gradiente de temperatura ocasionado ou vice-versa. Tais experimentos, portanto, sempre geram um gradiente de temperatura através do meio e, conforme mostrado no Capítulo 3, este gradiente induz um fluxo de vapor no sentido das regiões mais quentes para as mais frias. Este fluxo de vapor termoinduzido depende da magnitude do gradiente térmico e das propriedades difusivas do meio, em especial, da difusividade térmica do vapor ( $D_{Tv}$ ). O valor de  $D_{Tv}$  é significativo na região de umidade próxima à residual e nesta faixa o termo  $\rho_l h_v D_{Tv}$  pode corresponder a 60 % do valor de  $\lambda$  (ver Eq. 3.51).

Assim, o valor de condutividade térmica efetiva determinado experimentalmente, sempre será influenciado por uma parcela de calor devido ao fluxo de vapor. Os métodos transientes, como o método da sonda térmica, visam

minimizar a migração de vapor durante o teste, através da utilização de pequenos gradientes de temperatura e tempos de teste pequenos. O significado do valor de  $\lambda$  medido experimentalmente foi discutido por diversos autores, entre os quais cita-se Degiovanni e Moyne (1987), Azizi et alli (1988), Moyne et alli (1988), Sepaskhah e Boersma (1979), Moench e Evans (1980), Jury (1973,1974), Glatzmaier e Ramirez (1988), Jackson e Black (1983), De Vries (1952,1963,1987,1990) e Hartley (1986). Estes trabalhos na sua grande maioria confrontam valores de  $\lambda$  medidos experimentalmente com resultados previstos teoricamente. Porém, teoricamente, encontra-se dificuldades tanto em simular a condução de calor pura através do meio como a influência da migração de vapor nos valores medidos de condutividade térmica efetiva.

A dificuldade maior no modelamento da condutividade térmica efetiva reside na complexidade da geometria dos domínios ocupados pelas diversas fases. A um nível microscópico, a irregularidade das formas dos grãos e dos poros dificulta a aplicação de condições de contorno. Ainda, as partículas sólidas e os poros encontram-se conectados das mais diversas maneiras possíveis formando estruturas difíceis de serem modeladas deterministicamente.

Neste sentido, os modelos desenvolvidos para o cálculo da condutividade térmica efetiva utilizam duas metodologias. Uma metodologia consiste em tratar a complexidade estrutural do meio de uma forma estatística calculando as propriedades médias em cada ponto, sejam estas médias volumétricas ("Volume Averaging Methods") ou médias amostrais ("Ensemble Averaging Methods") (Furmanski, 1992). Neste métodos, considera-se que cada fase é contínua e elas coexistem em cada ponto do domínio. As equações médias são obtidas a partir das equações microscópicas válidas para cada fase. Como exemplo de métodos que utilizam médias volumétricas estão os empregados por Nozad et alli (1986), Glatzmaier e Ramirez (1988) e Moyne et alli (1988).

Outra metodologia utilizada consiste em adotar-se um modelo estrutural simplificado para o meio poroso e resolver as equações de transporte para este modelo, analiticamente ou numericamente. Neste sentido, estão os modelos de Jackson e Black (1983) e De Vries (1952,1963). Estes modelos, embora na maioria das vezes sejam simples e de fácil aplicação, sendo estruturalmente simplificados, permitem um tratamento completo do fenômeno físico. Observe-se, por exemplo, o trabalho de Luikov et alli (1968).

A seguir, utilizando alguns modelos teóricos disponíveis, analisa-se o efeito do fluxo de vapor na condutividade aparente. Nesta análise serão utilizados os modelos de De Vries (1952,1963), o modelo de Phillip e De Vries (1958), conforme discutido por De Vries (1987,1990) e Moyne e co-autores, e um

modelo proposto por Hartley (1986) baseado também na teoria clássica de Phillip e De Vries. Pretende-se com esta análise verificar a possibilidade de eliminar o efeito do fluxo de vapor dos valores medidos e com isso obter o valor da condutividade térmica "real" conforme requerida pela Eq. (3.7).

Inicialmente, discute-se o modelo de Jackson e Black (1983) e a sua aplicabilidade ao backfill.

#### 7.4.1 MODELO DE JACKSON E BLACK (1983)

Jackson e Black (1983) desenvolveram um modelo de célula unitária para o cálculo da condutividade térmica efetiva de meios trifásicos composto por uma fase sólida ( $\alpha$ ), uma fase líquida ( $\beta$ ) e uma fase gasosa ( $\gamma$ ). A fase líquida é considerada molhante., ou seja, apresenta-se recobrando os grãos sólidos e concentrada nos pontos de contato. O modelo de Jackson e Black permite o cálculo da condutividade térmica efetiva ( $\lambda_e$ ) em função das condutividades térmicas das fases ( $\lambda_\alpha, \lambda_\beta, \lambda_\gamma$ ), das respectivas frações volumétricas ( $\phi_\alpha, \phi_\beta, \phi_\gamma$ ) e da condutividade térmica efetiva do meio seco ( $\lambda_{seco}$ ).

O modelo desenvolvido baseia-se em uma análise da interação entre partículas vizinhas. Esta análise requer uma descrição quantitativa das condições interfaciais entre as fases que compõe o meio. Os autores consideram que o parâmetro estrutural dominante é a área interfacial entre as fases. Esta área interfacial pode ser caracterizada por uma variável denominada contiguidade. A contiguidade  $C_{ij}$  da fase  $i$  com a fase  $j$  é definida como a fração da área interfacial total do componente  $i$  que é compartilhada pelo componente  $j$ . Denominando  $S_{ij}$  como a area interfacial entre as fases  $i$  e  $j$  por unidade de volume, as contiguidades necessárias para caracterizar-se um meio trifásico são,

$$C_{\alpha\alpha} = \frac{2 S_{\alpha\alpha}}{2 S_{\alpha\alpha} + S_{\alpha\beta} + S_{\alpha\gamma}} \quad (7.45)$$

$$C_{\alpha\beta} = \frac{2 S_{\alpha\beta}}{2 S_{\alpha\alpha} + S_{\alpha\beta} + S_{\alpha\gamma}} \quad (7.46)$$

$$C_{\alpha\gamma} = \frac{2 S_{\alpha\gamma}}{2 S_{\alpha\alpha} + S_{\alpha\beta} + S_{\alpha\gamma}} \quad (7.47)$$

$$C_{\beta\gamma} = \frac{S_{\beta\gamma}}{S_{\beta\alpha} + S_{\beta\gamma}} \quad (7.48)$$

onde  $C_{\alpha\alpha} + C_{\alpha\beta} + C_{\alpha\gamma} = 1$  e  $C_{ij} = C_{ji}$ .

O valor 2 aparece nas Eqs. (7.45) a (7.47) porque, com referência à fase  $\alpha$ , os contatos sólido-sólido são contados duas vezes. As contiguidades são parâmetros estatísticos relacionados às superfícies de troca existentes entre as fases.

Com as Eq. (7.45) a (7.48), pode-se expressar a condutividade térmica efetiva como uma função dos seguintes parâmetros,

$$\lambda_e/\lambda_\alpha = f(\lambda_\beta/\lambda_\alpha, \lambda_\gamma/\lambda_\alpha, \phi_\alpha, \phi_\beta, C_{\alpha\alpha}, C_{\alpha\beta}, C_{\beta\gamma}) \quad (7.49)$$

onde,  $\phi_\alpha + \phi_\beta + \phi_\gamma = 1$ .

Para o cálculo das contiguidades, Jackson e Black desenvolveram um modelo físico para o comportamento do meio poroso frente à variação no conteúdo volumétrico da fase molhante ( $\phi_\beta$ ).

Os autores consideraram que, dependendo do conteúdo volumétrico da fase molhante  $\phi_\beta$ , a microestrutura do meio pode assumir quatro configurações diferentes. Estas configurações são denominadas estrutura seca, estrutura de filme, estrutura de menisco e estrutura saturada (figura 7.22).

Para  $\phi_\beta = 0$ , a condução de calor através do meio se dá preferencialmente no contato entre as partículas e na região próxima ao contato, pois apresenta menor resistência térmica. Esta estrutura é denominada estrutura seca. A área real de contato é menor que a área aparente de contato entre as partículas e a contiguidade  $C_{\alpha\alpha}$  fornece uma medida da área aparente de contato.

A adição de uma pequena quantidade da fase molhante ( $\beta$ ), resulta na formação de um filme recobrendo as partículas sólidas. Chamando de  $t_f$  a espessura deste filme e de  $S_\alpha$  a superfície específica das partículas, a fração volumétrica da fase  $\alpha$  é  $\phi_\beta = t_f S_\alpha$ . Esta estrutura é denominada estrutura de filme e existe até que ocorra significativa formação de meniscos no contato dos grãos. Para a estrutura de filme, a condutividade térmica do sistema é basicamente igual à do meio seco. A partir do instante em que começa a ocorrer formação de meniscos no contato dos grãos, a uma fração  $\phi_\beta = \phi_f$ , a condutividade térmica passa a ser fortemente afetada por  $\phi_\beta$ . O valor de  $\phi_f$  depende de características superficiais das partículas, de características geométricas do meio, como distribuição porosa e conectividade dos poros, e da afinidade entre as fases  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$ .

A partir de  $\phi_f$  surge a estrutura de meniscos. Nesta estrutura, existe a formação de pontes de fase molhante unindo os grãos adjacentes. No caso de

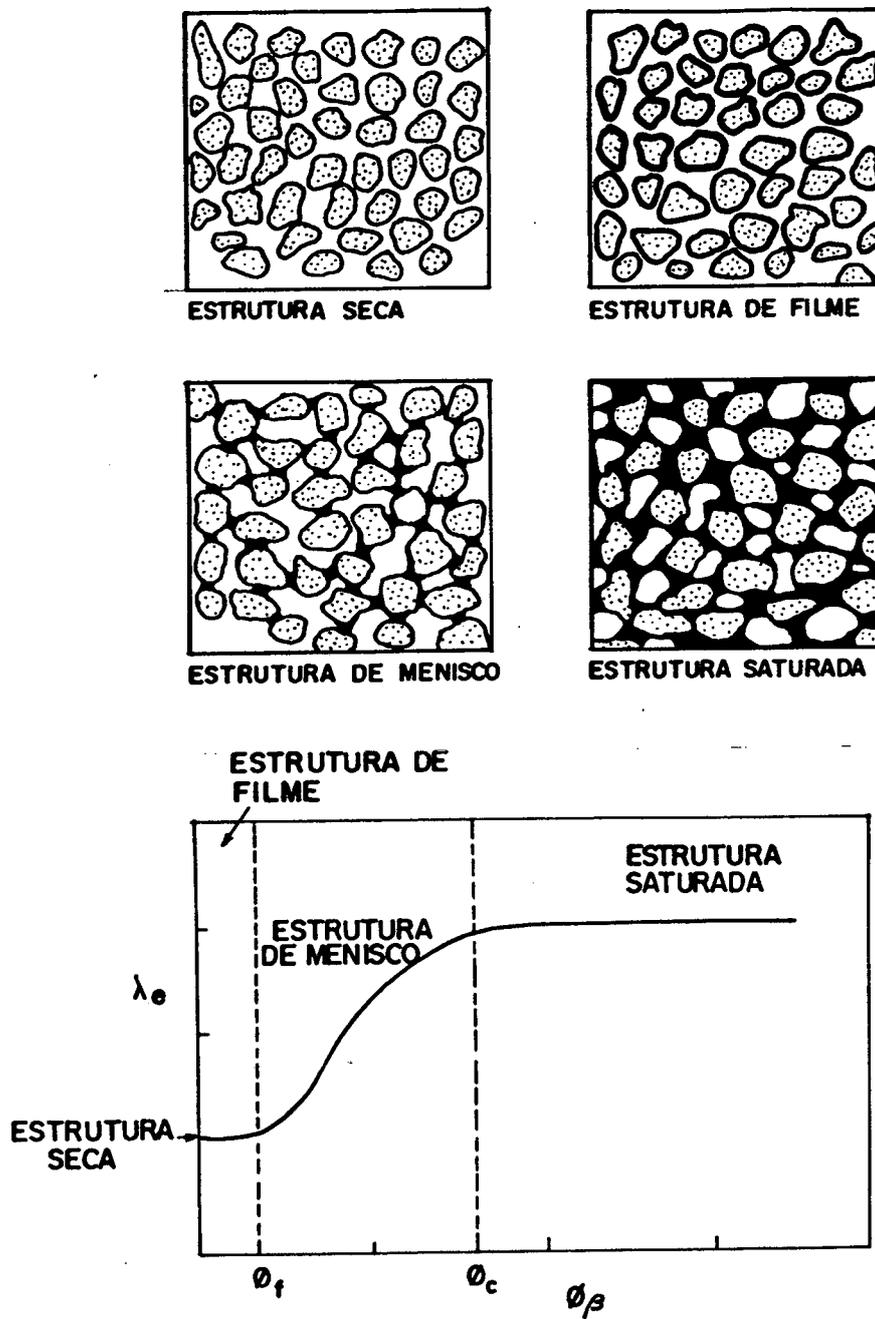


Figura 7.22: Modelo físico de Jackson para a condutividade térmica efetiva.

$\lambda_\beta > \lambda_\gamma$ , a formação de pontes de fase molhante aumenta significativamente o valor de  $\lambda_o$ . A eficiência do acoplamento das fases  $\alpha$  e  $\beta$  aumenta com a condutividade da fase  $\beta$  e com a contiguidade das fases  $\alpha$  e  $\beta$ . Esta estrutura de meniscos existe até que a fase  $\alpha$  esteja completamente conectada à fase  $\beta$ , de forma que  $C_{\alpha\beta} + C_{\alpha\alpha} = 1$ . Este limite é denominado  $\phi_c$ . Acima de  $\phi_c$ ,  $\lambda_o$  é pouco afetado com  $\phi_\beta$ .

É na estrutura de meniscos que ocorre a maior variação de  $\lambda_o$ . Jackson e Black concentraram sua atenção no modelamento da região em que  $\theta_f \leq \phi_\beta \leq \phi_c$ . Para tanto, consideraram as seguintes hipóteses:

1.  $\lambda_o$  na fase seca e na fase de filme é determinada pela área de contato efetiva entre as partículas, caracterizada por  $C_{\alpha\alpha}$ .
2. Na fase de menisco e saturada,  $\lambda_o$  é determinada pela condutividade da fase molhante e pela área interfacial  $\alpha$ - $\beta$ , caracterizada por  $C_{\alpha\beta}$ .
3. A transferência de calor nas interfaces  $\alpha$ - $\gamma$  e  $\beta$ - $\gamma$  exercem efeitos de segunda e terceira ordens respectivamente.

Com estas hipóteses, desenvolveram a célula unitária mostrada na figura 7.23. Esta célula unitária procura reproduzir o comportamento global do meio poroso. Ela consiste de três resistências térmicas em paralelo,  $k_{\alpha\alpha}$ ,  $k_{\alpha\beta}$  e  $k_{\alpha\gamma}$  relacionadas, respectivamente, aos fluxos de calor nas interfaces  $\alpha$ - $\alpha$ ,  $\alpha$ - $\beta$  e  $\alpha$ - $\gamma$ . Observa-se que, se  $\lambda_\gamma \sim \lambda_\beta$ , em face da hipótese 3, invalida-se o procedimento sugerido por Jackson e Black.

Para a célula unitária da figura 7.23, pode-se calcular a condutividade térmica efetiva por,

$$\frac{\lambda_e}{\lambda_\gamma} = \frac{X_3}{X} + \frac{\left(\frac{X_2}{X}\right)^2}{\frac{X_2}{X} - \phi_\beta \left(1 - \frac{\lambda_\alpha}{\lambda_\beta}\right)} + \frac{\left(\frac{X_1}{X}\right)^2}{\frac{X_1}{X} - \phi_\gamma^* \left(1 - \frac{\lambda_\alpha}{\lambda_\gamma}\right)} \quad (7.50)$$

onde  $\phi_\gamma^*$  é a fração volumétrica de ar em série com a fase sólida.

Utilizando-se o conceito de contiguidade, Eqs. (7.45) a (7.48), a Eq. (7.50) torna-se,

$$\frac{\lambda_e}{\lambda_\gamma} = C_{\alpha\alpha} + \frac{C_{\alpha\beta}^2}{C_{\alpha\beta} - \phi_\beta \left(1 - \frac{\lambda_\alpha}{\lambda_\beta}\right)} + \frac{C_{\alpha\gamma}^2}{C_{\alpha\gamma} - \phi_\gamma^* \left(1 - \frac{\lambda_\alpha}{\lambda_\gamma}\right)} \quad (7.51)$$

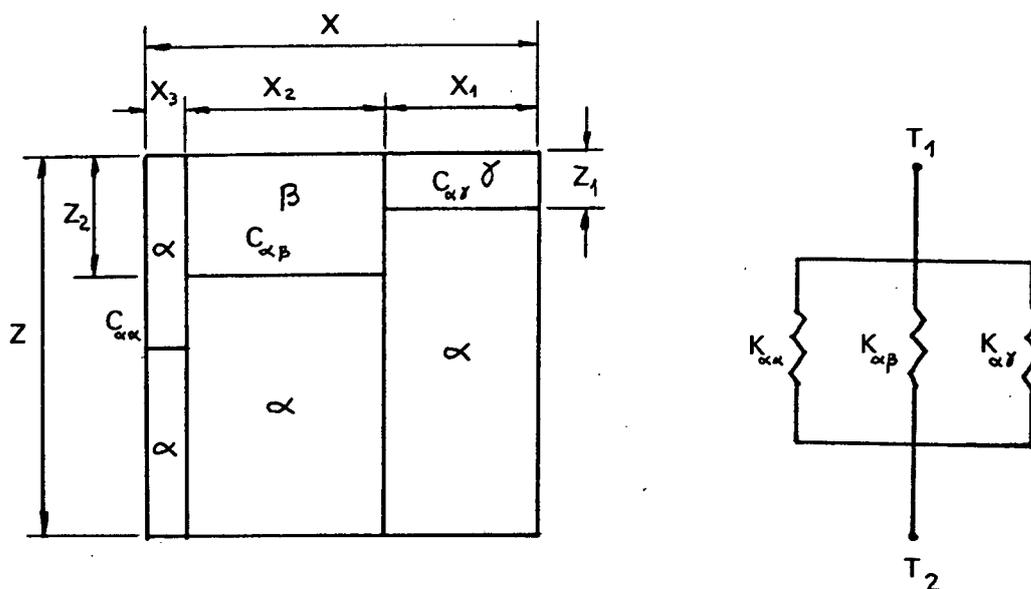


Figura 7.23: Célula unitária de Jackson.

Para calcular-se  $\phi_y^*$  considera-se que, quando  $C_{\alpha\beta} = 0 \Rightarrow \phi_y^* = \phi_y$  e quando  $C_{\alpha\beta} = 1 - C_{\alpha\alpha} \Rightarrow \phi_y^* = 0$ . Interpolando-se linearmente entre estes dois limites obtém-se,

$$\phi_y^* = \phi_y \left( 1 - \frac{C_{\alpha\beta}}{1 - C_{\alpha\alpha}} \right) \quad (7.52)$$

A Eq. (7.51) deve satisfazer dois limites. Para  $\phi_\beta \rightarrow 0$ , obtém-se  $\lambda_{seco}$ . Neste caso, explicitando  $C_{\alpha\alpha}$  na Eq. (7.51), obtém-se,

$$C_{\alpha\alpha} = \frac{\frac{\lambda_{seco}}{\lambda_\alpha} \left( 1 - \phi_y + \frac{\lambda_\alpha}{\lambda_\gamma} \phi_y \right) - 1}{\frac{\lambda_{seco}}{\lambda_\alpha} - 1 - \phi_y + \frac{\lambda_\alpha}{\lambda_\gamma} \phi_y} \quad (7.53)$$

que é obtido a partir do valor, calculado ou medido, de  $\lambda_{seco}$ .

Para o caso em que  $\lambda_\beta$  tende a  $\lambda_\gamma$ ,  $\lambda_e$  tende a  $\lambda_{seco}$ . A Eq. (7.51) não satisfaz exatamente esta condição. A fim de melhorar o seu comportamento, substitui-se  $\lambda_\beta$  por  $\lambda_\beta - \lambda_\gamma$ . Assim, obtém-se,

$$\frac{\lambda_\alpha}{\lambda_\gamma} = C_{\alpha\alpha} + \frac{C_{\alpha\beta}^2}{C_{\alpha\beta} - \phi_\beta \left(1 - \frac{\lambda_\alpha}{\lambda_\beta - \lambda_\gamma}\right)} + \frac{C_{\alpha\gamma}^2}{C_{\alpha\gamma} - \phi_\gamma^* \left(1 - \frac{\lambda_\alpha}{\lambda_\gamma}\right)} \quad (7.54)$$

Para o fechamento do modelo, resta determinar uma função para  $C_{\alpha\beta}$ .

O procedimento adotado por Jackson, consistiu em calcular  $C_{\alpha\beta}$  a partir de um modelo simplificado para o contato entre duas partículas, semelhante ao modelo utilizado por Gemant (1950). Neste modelo as partículas são consideradas esféricas com raio  $r_\alpha$  e possuem uma área efetiva de contato com raio  $r_c$ . A fase molhante é suposta recobrando as partículas, com uma espessura de filme  $t_f$ , e formando um anel circular com raio  $r_2$  ao redor da região de contato entre as partículas. A adoção de uma aproximação de menisco plano é boa em 1,5 % para ângulo de contato  $\beta-\alpha$  igual a zero. A partir deste modelo simplificado, calcula-se  $C_{\alpha\beta}$  por,

$$C_{\alpha\beta} = \frac{N}{2} \left\{ \left[ 1 - \left( \frac{r_c}{r_\alpha} \right)^2 \right]^{1/2} - \cos(\theta) \right\} \quad (7.55)$$

onde,  $N$  é o número de pontos de contato por partícula e  $\theta$  é ângulo formado entre o centro da partícula esférica e o raio externo do menisco plano.

A partir dos valores  $\phi_\alpha$  e  $N$  para os arranjos cúbico simples (0,52;8), cúbico de corpo centrado (0,68;8) e cúbico de face centrada (0,74;12), Jackson ajustou a seguinte função para o cálculo de  $N$ ,

$$N = \frac{\phi_\alpha - \pi/6}{0,5550 - 0,7017 \phi_\alpha} + 6 \quad (7.56)$$

$\theta$  é calculado implicitamente a partir de,

$$\frac{4 \phi_\beta}{3 N \phi_\alpha} = \cos(\theta_0) \left\{ \left[ \frac{\cos(\theta_0)}{\cos(\theta)} - 1 \right]^2 \left[ 1 - \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right) \tan(\theta) \right] \right\} \quad (7.57)$$

onde,

$$\theta_0 = \sin^{-1} \left( \frac{r_c}{r_\alpha} \right) \quad (7.58)$$

$$\frac{r_c}{r_\alpha} = \left( \frac{4 C_{\alpha\alpha}}{N} \right)^{1/2} \quad (7.59)$$

Portanto, observa-se que  $C_{\alpha\beta} = f(\phi_\alpha, \phi_\beta, C_{\alpha\alpha})$ .

Com o cálculo de  $C_{\alpha\beta}$  completa-se o modelo para  $\lambda_e$ . Observa-se que  $\lambda_e$  fica definido por  $\lambda_\beta/\lambda_\alpha$ ,  $\lambda_\gamma/\lambda_\alpha$ ,  $\phi_\alpha$ ,  $\phi_\beta$  e  $\lambda_{seco}/\lambda_\alpha$ .

As figuras 7.24, 7.25 e 7.26 mostram a relação entre  $C_{\alpha\beta}$  e  $\phi_\alpha$ ,  $\phi_\beta$  e  $C_{\alpha\alpha}$ . Observa-se que  $C_{\alpha\beta}$  varia pouco com  $\phi_\alpha$  e  $C_{\alpha\alpha}$ . A variação mais significativa ocorre com  $\phi_\beta$ . O limite teórico para  $C_{\alpha\beta}$  é  $C_{\alpha\beta} = 1 - C_{\alpha\alpha}$ . Este limite expressa a máxima conectividade possível entre as fases  $\alpha$  e  $\beta$ . Este limite ocorre para  $\phi_\beta \sim 0,10$ . A partir deste valor interrompe-se o cálculo de  $\lambda_e$ .

Aplicou-se o modelo de Jackson para os dados do Backfill e os resultados são mostrados a seguir.

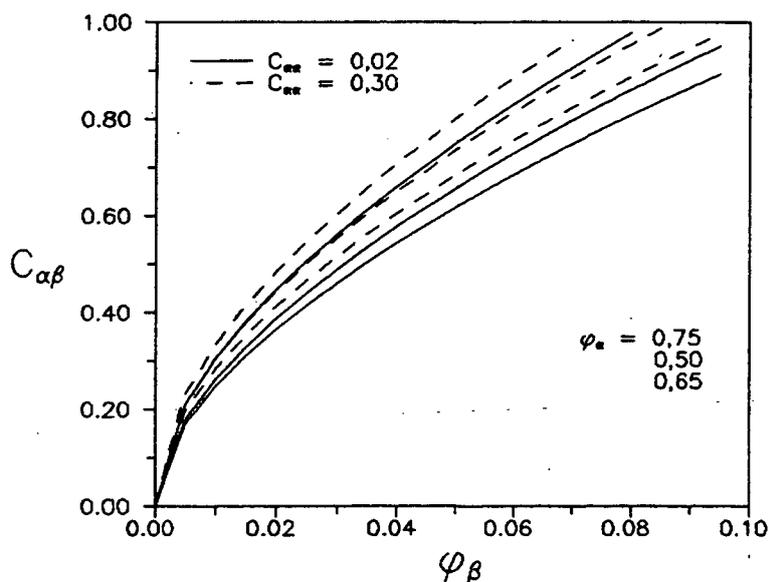


Figura 7.24: Relação entre  $C_{\alpha\beta}$  e  $\phi_\beta$  para valores de  $C_{\alpha\alpha}$  e  $\phi_\alpha$ .

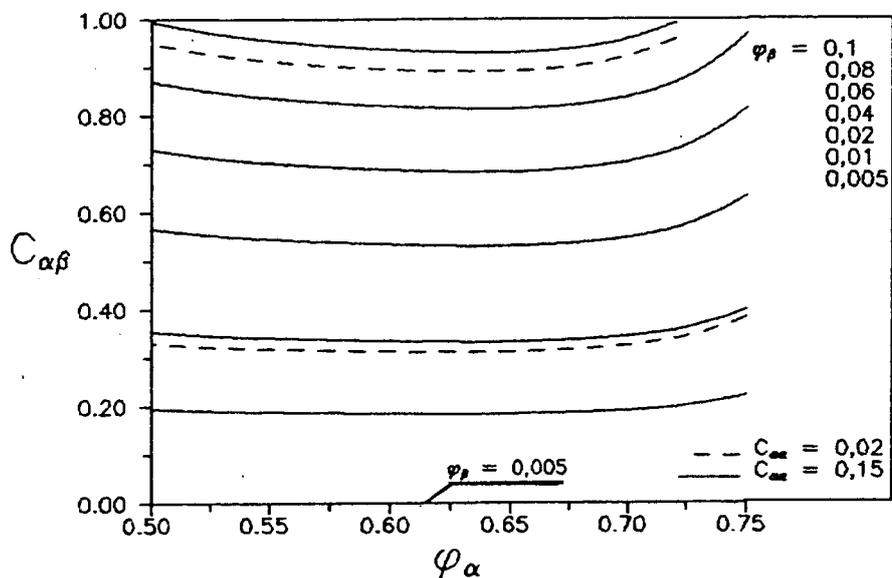


Figura 7.25: Relação entre  $C_{\alpha\beta}$  e  $\phi_\alpha$  para valores de  $C_{\alpha\alpha}$  e  $\phi_\beta$ .

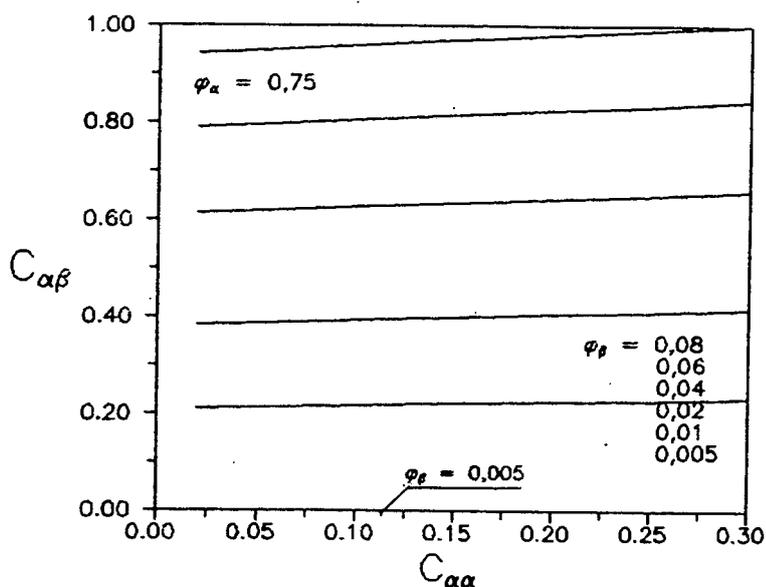


Figura 7.26: Relação entre  $C_{\alpha\beta}$  e  $C_{\alpha\alpha}$  para valores de  $\phi_{\beta}$  e  $\phi_{\alpha} = 0,77$ .

#### Aplicação do Modelo aos Dados do Backfill

Para o backfill tem-se os seguintes dados:

$$\lambda_{\alpha} = 3,3 \text{ W/mC}$$

$$\lambda_{\beta} = 0,611 \text{ W/mC}$$

$$\lambda_{\gamma} = 0,026 \text{ W/mC}$$

$$\lambda_{\text{seco}} = 0,546 \text{ W/mC}$$

$$\epsilon = 0,265$$

A condutividade térmica do granito foi obtida a partir de um experimento independente mostrado no Apêndice C. Os valores de condutividade térmica da água e do ar foram obtidos de tabela para a temperatura de 25 °C. A porosidade utilizada corresponde a  $d_s = 2 \text{ g/cm}^3$ .

Dos valores acima calcula-se,

$$\lambda_{\text{seco}}/\lambda_{\alpha} = 0,165$$

$$\lambda_{\beta}/\lambda_{\alpha} = 0,185$$

$$\lambda_{\gamma}/\lambda_{\alpha} = 0,00788$$

$$\phi_{\alpha} = 0,735$$

Através da Eq. (7.53) calcula-se  $C_{\alpha\alpha} = 0,144$ . Com a Eq. (7.56) calcula-se  $N = 11,39$ . A partir da Eq. (7.59) calcula-se  $r_c/r_\alpha = 0,225$  e da Eq. (7.58) obtém-se  $\theta_0 = 0,2269$ . A partir destes valores calcula-se os valores de  $\theta$ ,  $C_{\alpha\beta}$  e  $\lambda_e$  para cada valor de  $\phi_\beta$ .

A partir dos valores de  $\phi_\beta$ ,  $\phi_\alpha$ ,  $N$  e  $\theta_0$  obtém-se o valor de  $\theta$ , a partir da Eq. (7.57). Para isso, utilizou-se o método de Newton e Raphson. Com os valores de  $\theta$ ,  $C_{\alpha\alpha}$  e  $N$  calcula-se o valor de  $C_{\alpha\beta}$  através da Eq. (7.55). Finalmente, através da Eq. (7.54) obtém-se o valor de  $\lambda_e$  correspondente a  $\phi_\beta$ . O processo é repetido para até que  $C_{\alpha\beta} = 1 - C_{\alpha\alpha}$ . Neste instante interrompe-se os cálculos.

A figura 7.27 mostra os resultados obtidos para o backfill comparados com os resultados experimentais obtidos nos testes do grupo 1 (Tabela 7.4). Observa-se que o modelo de Jackson superestima os valores de condutividade térmica efetiva. Isto indica que o modelo prevê uma variação de  $C_{\alpha\beta}$  maior do que a variação real para este meio. O modelo de Jackson mostrou-se adequado para solos uniformes onde uma pequena variação de umidade é capaz de saturar todos os poros do meio e altera significativamente suas propriedades. O que se supõe para o backfill é a existência de uma distribuição de diâmetro de poros

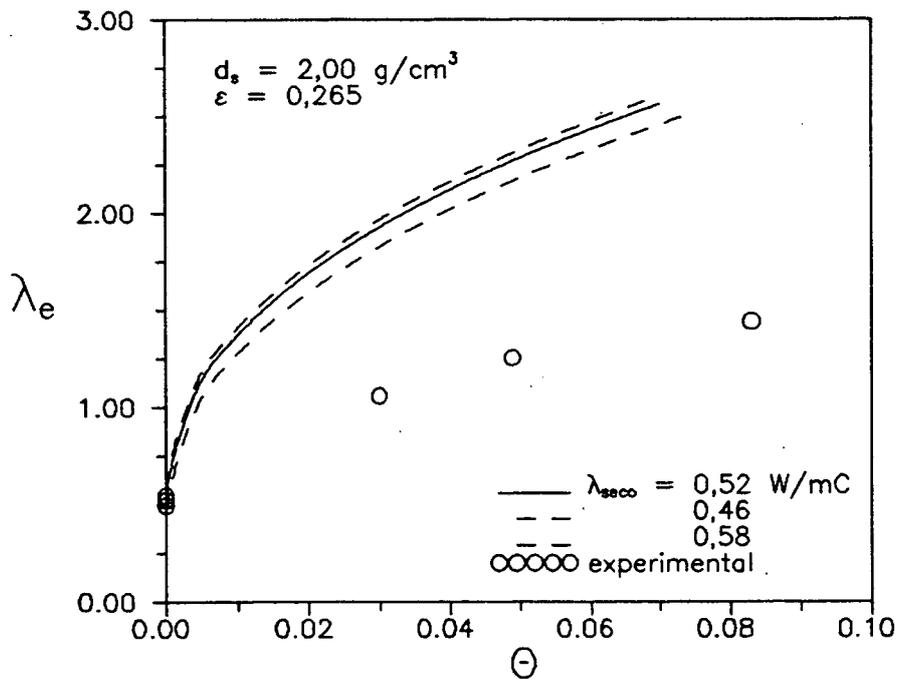


Figura 7.27: Comparação entre os valores previstos pelo modelo de Jackson e os valores medidos para o backfill

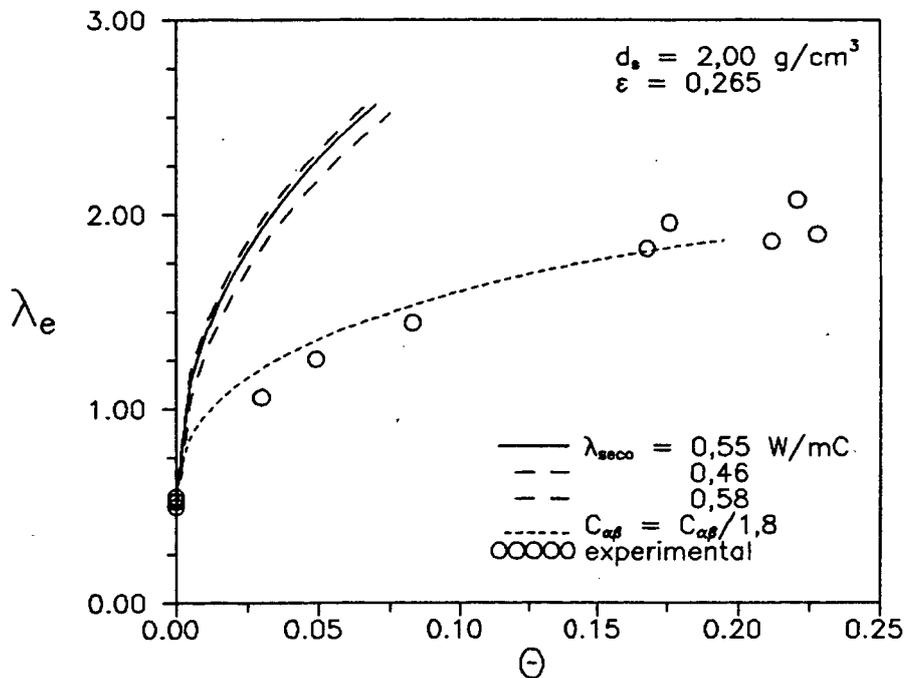


Figura 7.28: Ajuste do modelo de Jackson aos valores medidos para o backfill.

larga fazendo com que a sua saturação não ocorra em um patamar definido, mas gradualmente a medida que  $\phi_\beta$  aumenta. Assim, para um dado valor de  $\phi_\beta$  a variação de  $C_{\alpha\beta}$  é menor que a prevista por Jackson. Na figura 7.2 mostra-se os resultados experimentais para o backfill e um resultado obtido com o modelo de Jackson fazendo-se  $C_{\alpha\beta} = C_{\alpha\beta calc} / 1,8$ . Nota-se que a concordância melhora, indicando que a modificação no cálculo de  $C_{\alpha\beta}$  é capaz de ajustar o modelo aos dados experimentais.

Em face do exposto, não se recomenda a utilização do modelo da Jackson no cálculo do fator de intensificação do fluxo de calor ( $\xi$ ) mostrado no Capítulo 3. A seguir analisa-se o modelo de De Vries e verifica-se que as suas hipóteses são mais consistentes com o meio poroso tratado.

#### 7.4.2 MODELO DE DE VRIES (1952)

O modelo de De Vries (1952,1965) para a condutividade térmica efetiva de solos é uma extensão do modelo de Maxwell (Hadley, 1986), desenvolvido para meios bifásicos.

Inicialmente, considerar-se-á o modelo desenvolvido para sistemas bifásicos multicomponentes, o qual aplica-se para solos nos estados seco e saturado. Para solos insaturados adota-se um tratamento que, embora baseado no modelo geral, possui algumas particularidades.

##### Modelo para o Meio Saturado

Considere um sistema multifásico composto por  $n$  fases distintas. Neste sistema multifásico, define-se um volume elementar representativo (VER) grande o suficiente para conter parcelas representativas das  $n$  fases e pequeno em relação às dimensões externas do meio.

Neste VER, pode-se calcular uma média volumétrica da temperatura na fase  $i$  por,

$$\langle T_i \rangle = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} T \, dV \quad (7.60)$$

onde  $T$  é a temperatura local definida em cada ponto do VER e  $V_i$  é o volume ocupado pela fase  $i$  dentro do VER.

Analogamente, pode-se calcular uma média intrínseca da temperatura na fase  $i$  por,

$$\langle T_i \rangle^i = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} T \, dV \quad (7.61)$$

Das Eq. (7.60) e (7.61) verifica-se que a média intrínseca relaciona-se à média global por,

$$\langle T_i \rangle = x_i \langle T_i \rangle^i \quad (7.62)$$

onde  $x_i$  é a fração volumétrica da fase  $i$ .

Ainda, pode-se calcular uma média de  $T$  sobre todas as fases por,

$$\langle T \rangle = \frac{1}{V} \int_V T \, dV \quad (7.63)$$

Das Eq. (7.60) e (7.63), sendo  $V = \sum V_i$ , observa-se que,

$$\langle T \rangle = \sum_{i=0}^n \langle T_i \rangle \quad (7.64)$$

O fluxo de calor  $q_i$  na fase  $i$  é dado por,

$$q_i = -\lambda_i \nabla T_i \quad (7.65)$$

A média intrínseca do fluxo de calor na fase  $i$ , considerando que  $\lambda_i$  é constante na fase  $i$ , é calculada por,

$$\langle q_i \rangle^i = -\lambda_i \langle \nabla T_i \rangle^i \quad (7.66)$$

e a média global de  $q$  pode então ser escrita como,

$$\langle q \rangle = \sum_{i=0}^n -\lambda_i \langle \nabla T_i \rangle \quad (7.67)$$

Conforme a Eq. (7.7), define-se a condutividade térmica efetiva por,

$$\langle q \rangle = -\lambda_e \nabla \langle T \rangle \quad (7.68)$$

Para expressar  $\nabla \langle T \rangle$  em termos de  $\langle \nabla T \rangle$  utiliza-se um teorema desenvolvido por Slattery (1972) que relaciona gradientes de médias com médias de gradientes. Para a temperatura obtém-se,

$$\nabla \langle T \rangle = \langle \nabla T \rangle - \sum_{i=0}^n \frac{1}{V} \int_{A_{iS}} -T n_i \cdot dA \quad (7.69)$$

onde  $A_{iS}$  é a área superficial da fase  $i$ , excluindo as porções coincidentes com a fronteira do VER, e  $n_i$  é a normal unitária apontada para fora da fase  $i$ .

Na hipótese de equilíbrio térmico local, discutida no início do capítulo, a Eq. (7.69) torna-se,

$$\nabla \langle T \rangle = \langle \nabla T \rangle \quad (7.70)$$

Das Eqs. (7.62) e (7.64) obtém-se,

$$\nabla \langle T \rangle = \sum_{i=0}^n x_i \langle \nabla T_i \rangle^i \quad (7.71)$$

Das Eqs. (7.67), (7.68) e (7.71) obtém-se, então, o seguinte sistema de equações:

$$\lambda_o \nabla \langle T \rangle = \sum_{i=0}^n \lambda_i x_i \langle \nabla T_i \rangle^i \quad (7.72)$$

$$\nabla \langle T \rangle = \sum_{i=0}^n x_i \langle \nabla T_i \rangle^i$$

Das Eqs. (7.72) pode-se, então, calcular a condutividade térmica efetiva por,

$$\lambda_o = \frac{x_o \lambda_o + \sum_{i=1}^n x_i k_i \lambda_i}{x_o + \sum_{i=1}^n x_i k_i} \quad (7.73)$$

onde o subscrito  $o$  indica uma das fases do meio. No caso do sistema partículas sólidas - fluido saturante, o subscrito  $o$  indica o fluido (fase contínua).

Considerando o fluido a fase contínua,  $k_i$  é a razão entre o gradiente de temperatura médio na fase  $i$  e o gradiente de temperatura médio na fase fluida,

$$k_i = \frac{\langle \nabla T \rangle^i}{\langle \nabla T \rangle^o} \quad (7.74)$$

Para o cálculo da condutividade térmica efetiva é necessário determinar-se os valores de  $k_i$ . Estes dependem das condutividades térmicas  $\lambda_i$  e  $\lambda_o$  e da forma, tamanho e arranjo dos grãos.

Como exemplo, considere um meio bifásico composto por uma fase fluida contínua  $o$  e uma fase sólida  $1$ . Assumindo-se que  $\langle q \rangle^o = \langle q \rangle^1$  obtém-se,  $k_1 = \lambda_o/\lambda_1$  e assim, a condutividade térmica efetiva é,

$$\frac{\lambda_e}{\lambda_o} = \frac{\lambda_s/\lambda_f}{1 + \left( \frac{\lambda_s}{\lambda_f} - 1 \right) \varepsilon} \quad (7.75)$$

onde  $\varepsilon$  é a porosidade do meio.

A Eq. (7.75) é uma média harmônica das condutividades do sólido e do

fluido e representa uma associação em série de resistências térmicas de sólido e de fluido.

Por outro lado, considerando que  $\langle \nabla T \rangle^0 = \langle \nabla T \rangle^1$ , obtém-se  $k_1 = 1$  e dessa forma  $\lambda_e$  é calculado por,

$$\frac{\lambda_e}{\lambda_0} = \epsilon + (1 - \epsilon) \frac{\lambda_1}{\lambda_0} \quad (7.76)$$

que é uma média aritmética das condutividades térmicas do sólido e do fluido representando uma associação em paralelo de resistências térmicas de sólido e de fluido.

As Eqs. (7.75) e (7.76) são os limites teóricos mínimo e máximo, respectivamente, para a condutividade térmica efetiva de um meio poroso granular. O que se observa, ainda, é que, para um meio poroso bifásico,  $\lambda_0/\lambda_1 < k_1 < 1$ .

O cálculo exato de  $k_1$  para um meio poroso real é bastante complexo. A solução adotada por alguns autores (De Vries, 1952) tem sido calcular  $k_1$  para um modelo simplificado da geometria e extrapolar os resultados para o meio poroso real. Da maneira como é feita esta extrapolação, surgem diversos modelos, entre os quais está o adotado por De Vries.

As hipóteses adotadas por De Vries são:

1. Os grãos estão suficientemente afastados de tal forma que não há influência mútua dos seus campos térmicos.
2. Os grãos possuem forma elipsoidal definida pelas dimensões  $a, b$  e  $c$  dos seus semi-eixos principais.
3. Os grãos são orientados aleatoriamente.

A partir destas hipóteses,  $k_1$  é obtido da solução da Eq. de Laplace para uma única partícula elipsoidal, com condutividade térmica  $\lambda_1$ , imersa em um fluido infinito, com condutividade  $\lambda_0$ , e sujeito a uma campo térmico uniforme, constante e igual ao campo térmico imposto ao meio real. Considerando ainda que as partículas são orientadas aleatoriamente, obtém-se,

$$k_1 = \frac{1}{3} \sum_{j=a,b,c} \left[ 1 + \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_0} - 1 \right) g_j \right]^{-1} \quad (7.77)$$

onde  $g_\alpha$  é um fator de forma do elipsóide calculado para cada um dos seus semi-eixos principais.

$g_\alpha$  é calculado por,

$$g_a = \frac{1}{2} a b c \int_0^{\infty} \frac{du}{(a^2+u)^{3/2} (b^2+u)^{1/2} (c^2+u)^{1/2}} \quad (7.78)$$

e  $g_b$  e  $g_c$  são calculados de forma análoga.

$g_a$  depende apenas da relação entre as dimensões do grão. Quanto maior a relação entre o eixo  $a$  e os outros eixos, menor o valor de  $g_a$ . Ainda,  $g_a$ ,  $g_b$  e  $g_c$  satisfazem a seguinte relação,

$$g_a + g_b + g_c = 1 \quad (7.79)$$

A Eq. (7.78) é facilmente resolvida para o caso especial em que o grão possui forma esferoidal, com dois dos seus semi-eixos iguais,  $a = b = n c$ . Para este caso obtém-se,

$$\begin{aligned} n < 1 &\Rightarrow g_a = \frac{1}{2(1-n^2)} + \frac{n^2}{4(1-n^2)^{3/2}} \ln \left[ \frac{1 - (1-n^2)^{1/2}}{1 + (1-n^2)^{1/2}} \right] \\ n > 1 &\Rightarrow g_a = \frac{1}{2(1-n^2)} + \frac{n^2}{2(n^2-1)^{3/2}} \left[ \frac{\pi}{2} - \arctg \left[ \frac{1}{n^2-1} \right] \right] \end{aligned} \quad (7.80)$$

e, para  $n = 1$ ,  $g_a = 1/3$ . Ainda,  $g_a = g_b$  e  $g_c$  é obtido da Eq. (7.79).

Alguns casos particulares derivados da forma geral do esferóide são:

- (a) Grãos esféricos:  $a = b = c$  e  $g_a = g_b = g_c = 1/3$ .
- (b) Grãos fibrosos:  $n \rightarrow 0$ ,  $g_a = g_b = 1/2$  e  $g_c = 0$ .
- (c) Grãos lamelares:  $n \rightarrow \infty$ ,  $g_a = g_b = 0$  e  $g_c = 1$ .

Para um meio composto por apenas um tipo de grão com  $\lambda_1 > \lambda_0$ , o máximo valor de condutividade térmica efetiva é conseguido com grãos lamelares ( $g_a = g_b = 0$ ) e o mínimo valor é conseguido com grãos esféricos ( $g_a = g_b = 1/3$ ). Estes dois casos conduzem aos chamados limites de Maxwell (Hadley, 1986). O limite inferior consiste de uma dispersão de partículas sólidas em um fluido contínuo. Para este limite,

$$k_1 = \frac{3}{2 + \lambda_1/\lambda_0} \quad (7.81)$$

O limite superior, conseguido com  $g_a = g_b = 0$ , é análogo à condutividade térmica de uma suspensão de bolhas esféricas de fluido dispersas em um sólido contínuo. Para este caso, obtém-se,

$$k_1 = \frac{2 \lambda_1 / \lambda_0 + 1}{3 \lambda_1 / \lambda_0} \quad (7.82)$$

Assim, observa-se que os valores de  $k_1$  para um meio granular real devem satisfazer,

$$\frac{3}{2 + \lambda_1 / \lambda_0} < k_1 < \frac{2 \lambda_1 / \lambda_0 + 1}{3 \lambda_1 / \lambda_0} \quad (7.83)$$

De Vries assumiu como hipótese que o comportamento de um solo real está entre o comportamento calculado para um elipsóide inscrito no grão e o comportamento calculado para um elipsóide circunscrito no grão. Dessa forma, estimada a relação entre as dimensões dos grãos, pode-se calcular os fatores de forma pelas Eq. (7.80) e (7.79), os valores de  $k_i$  pela Eq. (7.77) e a condutividade térmica efetiva pela Eq. (7.73).

Para meios compostos por mais de um tipo de partícula, sejam estas partículas com forma ou propriedades diferentes, utiliza-se as equações genéricas do modelo, Eqs. (7.73) e (7.77). Entretanto, Hadley (1986) mostrou que o tratamento de um meio composto por  $n$  fases diferentes pode ser decomposto no tratamento de  $n - 1$  meios bifásicos.

Considere um meio formado por três fases com concentrações  $x_0$ ,  $x_1$  e  $x_2$  e propriedades  $\lambda_0$ ,  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$ . Para este caso, das Eqs. (7.72) tem-se,

$$\lambda_0 \nabla \langle T \rangle = x_0 \lambda_0 \langle \nabla T_0 \rangle^0 + x_1 \lambda_1 \langle \nabla T \rangle^1 + x_2 \lambda_2 \langle \nabla T \rangle^2 \quad (7.84)$$

$$\nabla \langle T \rangle = x_0 \langle \nabla T_0 \rangle^0 + x_1 \langle \nabla T \rangle^1 + x_2 \langle \nabla T \rangle^2$$

Este meio pode ser decomposto em dois meios bifásicos da seguinte forma. Inicialmente, trata-se a mistura das fases 0 e 1. Neste caso, pode-se calcular uma condutividade térmica intermediária  $\lambda^I$  por,

$$\lambda^I \nabla \langle T_I \rangle^I = \frac{x_0}{x_0 + x_1} \lambda_0 \langle \nabla T_0 \rangle^0 + \frac{x_1}{x_0 + x_1} \lambda_1 \langle \nabla T \rangle^1 \quad (7.85)$$

$$\nabla \langle T_I \rangle^I = \frac{x_0}{x_0 + x_1} \langle \nabla T_0 \rangle^0 + \frac{x_1}{x_0 + x_1} \langle \nabla T \rangle^1$$

A seguir, resolve-se o problema da mistura do meio intermediário com a fase 2,

$$\lambda_e \nabla \langle T \rangle = (x_0 + x_1) \lambda^I \langle \nabla T_I \rangle^I + x_2 \lambda_2 \langle \nabla T \rangle^2 \quad (7.86)$$

$$\nabla \langle T \rangle = (x_0 + x_1) \langle \nabla T_I \rangle^I + x_2 \langle \nabla T \rangle^2$$

Substituindo-se recursivamente a Eq. (7.86) na Eq. (7.87) obtém-se a Eq. (7.84).

O procedimento genérico pode ser descrito como segue.

Para o sistema com  $n$  fases, parte-se da Eq. (7.72) e define-se,

$$\phi_j = \sum_{i=1}^{j+1} x_i \quad (7.87)$$

onde  $j$  varia de 1 a  $n - 1$ . A seguir calcula-se as  $n - 1$  condutividades térmicas dos meios intermediários,

$$\begin{aligned} \lambda_{n-1}^I \phi_1 \langle \nabla T_I \rangle_{n-1}^I &= x_1 \lambda_1 \langle \nabla T_1 \rangle^1 + x_2 \lambda_2 \langle \nabla T_2 \rangle^2 \\ \phi_1 \langle \nabla T_I \rangle_{n-1}^I &= x_1 \langle \nabla T_1 \rangle^1 + x_2 \langle \nabla T_2 \rangle^2 \\ \\ \lambda_{n-2}^I \phi_2 \langle \nabla T_I \rangle_{n-2}^I &= \phi_1 \lambda_{n-1}^I \langle \nabla T_I \rangle_{n-1}^I + x_3 \lambda_3 \langle \nabla T_3 \rangle^3 \\ \phi_2 \langle \nabla T_I \rangle_{n-2}^I &= \phi_1 \langle \nabla T_I \rangle_{n-1}^I + x_3 \langle \nabla T_3 \rangle^3 \\ &\vdots \\ \lambda_{n-1}^I \phi_{n-1} \langle \nabla T_I \rangle_{n-1}^I &= \phi_{n-2} \lambda_{n-2}^I \langle \nabla T_I \rangle_{n-2}^I + x_n \lambda_n \langle \nabla T_n \rangle^n \\ \phi_{n-1} \langle \nabla T_I \rangle_{n-1}^I &= \phi_{n-2} \langle \nabla T_I \rangle_{n-2}^I + x_n \langle \nabla T_n \rangle^n \end{aligned} \quad (5,88)$$

onde  $\lambda_e = \lambda_{n-1}^I$  e  $\phi_{n-1} = 1 - \epsilon$ .

Esta decomposição só é possível porque, na hipótese de equilíbrio térmico local,  $\nabla \langle T \rangle = \langle \nabla T \rangle$ . Desta forma, pode-se concentrar a análise do modelo na verificação do seu comportamento para meios bifásicos.

A figura 7.29 mostra a variação hipotética de  $\lambda_e$  com o valor de  $g_a$  para grãos elipsoidais. Observa-se que a região de valores possíveis para  $\lambda_e$  é limitada superiormente pelos valores correspondentes a  $a = m b$ ;  $c = \infty$  com  $m$  variando de 1, para grãos cilíndricos, até  $\infty$ , para grãos planos. Inferiormente tal região é limitada para meios com partículas onde  $a = b = n c$ .

A hipótese de que os grãos encontram-se suficientemente afastados não é verdadeira para as porosidades encontradas nos solos naturais. Tal hipótese seria rigorosamente válida somente para dispersões diluídas. Porém, no caso em que  $\lambda_1/\lambda_0 \sim 1$ , o distúrbio causado no campo térmico dentro do fluido pela

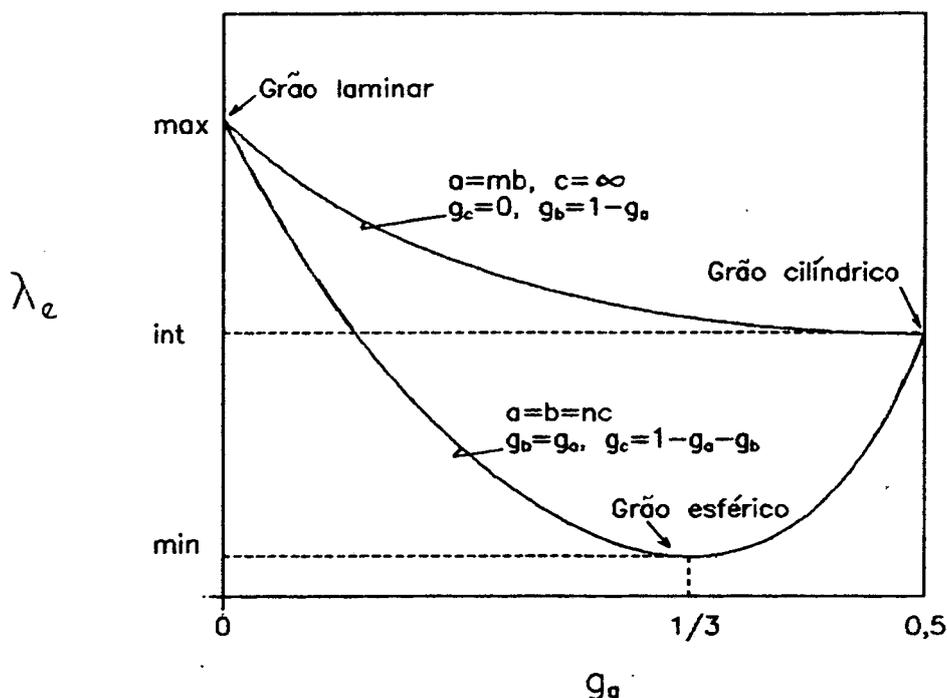


Figura 7.29: Variação de  $\lambda_e$  com  $g_a$  para grãos elipsoidais ( $a = b = n c$ ).

presença dos grãos é pequeno e restrito à região muito próxima aos grãos. Nestes casos, então, a hipótese de solução diluída é uma boa aproximação. Assim, comparando-se os resultados obtidos pela teoria com resultados medidos para solos saturados, onde  $\lambda_i/\lambda_o < 10$ , observa-se uma boa concordância dentro de uma faixa de dispersão de  $\pm 10 \%$ . Porém, para solos secos,  $\lambda_i/\lambda_o \sim 100$  e neste caso tem-se observado discrepâncias entre os resultados da teoria e os medidos da ordem de 25 %.

A solução encontrada por De Vries, consiste em, na previsão da condutividade térmica efetiva dos solos secos, multiplicar os valores obtidos pela teoria por 1,25 a fim de efetuar a correção necessária.

Nos solos insaturados, existe uma dispersão de grãos sólidos e bolhas de ar na fase líquida. Neste caso, como a água possui condutividade térmica intermediária entre o ar e o sólido, existe uma compensação nos erros da teoria. Neste caso, De Vries, não usa a correção utilizada para solos secos.

Calculada a condutividade térmica efetiva para os solo nos estados seco e saturado, passa-se ao cálculo da condutividade térmica na região de umidade variável. Para tanto, adota-se algumas hipóteses acerca do comportamento da água nos poros do meio e em especial, sobre a influência do gradiente de temperatura no transporte de vapor.

### Modelo para o Meio Insaturado

As hipóteses adotadas pelo modelo de De Vries para meios insaturado<sup>s</sup> são as seguintes:

1. No valor correspondente à umidade residual ( $\theta_r$ ) a água passa do estado funicular para o estado pendular. Para valores de  $\theta < \theta_r$ , o ar é o meio contínuo onde estão dispersos a água e as partículas sólidas. Para  $\theta > \theta_r$ , a água é o meio contínuo e esta transição ocorre uniformemente em todo o meio poroso em  $\theta = \theta_r$ .
2. Para  $\theta > \theta_r$ , o ar encontra-se aprisionado em forma de bolhas dispersas uniformemente no meio poroso. Da mesma forma que é feito para os grãos sólidos, pode-se caracterizar a forma média das bolhas de ar através de um fator de forma  $g_{Aa}$  e incluir o seu efeito no cálculo da condutividade térmica como se fosse uma nova partícula. Assim, as hipóteses assumidas para estimar  $k_i$  para cada partícula são estendidas às bolhas de ar.
3. O transporte de calor através do ar dentro de um poro é influenciado pelo transporte de vapor e pode-se definir uma condutividade térmica aparente do ar ( $\lambda_a^*$ ) que leva em consideração o efeito do transporte de vapor no fluxo de calor através de um poro com ar. A contribuição do fluxo de vapor é zero em  $\theta = 0$ .

Com base nestas hipóteses, para a determinação da condutividade térmica efetiva na região de umidade variável é necessário conhecer-se:

1. A influência do transporte de vapor na condutividade térmica aparente do ar dentro dos poros.
2. A variação da forma média das bolhas de ar a medida que  $\theta$  varia.

A primeira questão foi resolvida de forma aproximada por Krischer e Rohnalter (De Vries, 1975) e adotada por De Vries. Considerando que a pressão total é constante e uniforme dentro de um poro, que o ar e o vapor comportam-se como gás perfeito e que o ar encontra-se parado ( $v_a = 0$ ), partindo-se da Lei de Fick, o fluxo de vapor por difusão é proporcional ao gradiente de pressão de vapor conforme,

$$j_v = -D_o \frac{p_t}{p_t - p_v} \frac{M_v}{R T} \nabla p_v \quad (7.89)$$

onde,  $D_o$  é o coeficiente de difusão do vapor no ar,  $p_t$  é a pressão total,  $p_v$  é a pressão parcial do vapor,  $M_v$  é a massa molecular do vapor,  $R$  é a constante universal dos gases e  $T$  a temperatura.

Pode-se expressar a pressão parcial do vapor por  $p_v = \phi p_{sat}$  onde  $\phi$  é a umidade relativa e  $p_{sat}$  é a pressão de saturação do vapor na temperatura  $T$ . Assim,

$$\nabla p_v = \phi \frac{dp_{sat}}{dT} \nabla T + p_{sat} \frac{\partial \phi}{\partial T} \nabla T + p_{sat} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \nabla \theta \quad (7.90)$$

Através do discutido no Capítulo 3 verifica-se que o segundo termo da Eq. (7.90) é usualmente pequeno, mas que o último termo pode ser significativo em umidades baixas. De Vries assumiu que para umidades acima da umidade conhecida como capacidade de campo ( $\theta_c$ ) a umidade relativa nos poros é aproximadamente 1 e a Eq. (7.90) pode ser simplificada como,

$$\nabla p_v = \phi \frac{dp_{sat}}{dT} \nabla T = \frac{dp_{sat}}{dT} \nabla T \quad (7.91)$$

A capacidade de campo é um conceito ambíguo. Corresponde ao valor de umidade, característico para cada solo, no qual cessa de haver transporte devido ao potencial gravitacional. De Vries assumiu que este valor corresponde ao valor de umidade em que a curva de potencial de sucção sofre uma inflexão e torna-se ascendente. Para areias uniformes este ponto é bastante característico, porém, para solos argilosos ou misturas bem graduadas, não há a presença de um patamar definido na curva de potencial de sucção. Portanto, a capacidade de campo é um valor arbitrário. Alguns autores, como Parland et al. (1988), assumem que  $\theta_c$  é o valor de  $\theta$  para o qual  $\Psi = 100 \text{ cmH}_2\text{O}$ .

De acordo com a Eq. (7.91), o fluxo de vapor para umidades suficientemente altas é proporcional ao gradiente de temperatura. Ocorrerá evaporação em um lado do poro e condensação no outro transferindo calor latente. Assim, admitindo-se que estas parcelas de fluxo de calor possam ser somadas (De Vries, 1987), o fluxo de calor total dentro do poro é,

$$q = -\lambda_a \nabla T + h_v j_v \quad (7.92)$$

onde  $h_v$  é o calor latente de vaporização da água.

Substituindo-se a Eq. (7.91) na Eq. (7.89) e o resultado na Eq. (7.92) obtém-se,

$$q = -\lambda_a^* \nabla T \quad (7.93)$$

onde  $\lambda_a^*$  é uma condutividade térmica aparente do ar calculada por,

$$\lambda_a^* = \lambda_a + \lambda_v^s \quad (7.94)$$

onde  $\lambda_v^s$  é uma condutividade térmica equivalente devido ao fluxo de vapor, calculada por,

$$\lambda_v^s = h_v D_o \frac{p_l}{p_l - p_v^s} \frac{M_v}{R T} \frac{dp_v^s}{dT} \quad (7.95)$$

onde  $p_v^s$  é a pressão de saturação do vapor.

O valor de  $D_o$  pode ser calculado pela Eq. (3.50) (Capítulo 3). A figura 7.30 mostra a variação de  $\lambda_l$ ,  $\lambda_a$  e  $\lambda_v^s$  com a temperatura. Observa-se que  $\lambda_v^s$ , para  $T > 60$  C, torna-se maior que  $\lambda_l$ , dessa forma, influenciando significativamente o fluxo de calor através do meio poroso.

De Vries assumiu que a Eq. (7.95) é válida para  $\theta_c < \theta < \theta_{sat}$ . Para  $\theta < \theta_c$  o autor sugere que o valor da condutividade térmica do ar seja interpolado entre o valor de  $\lambda_a^*$  para  $\theta_c$  e o valor de  $\lambda_a$  para  $\theta = 0$ .

A seguir é necessário estabelecer-se o procedimento de cálculo do fator de forma médio dos poros com ar.

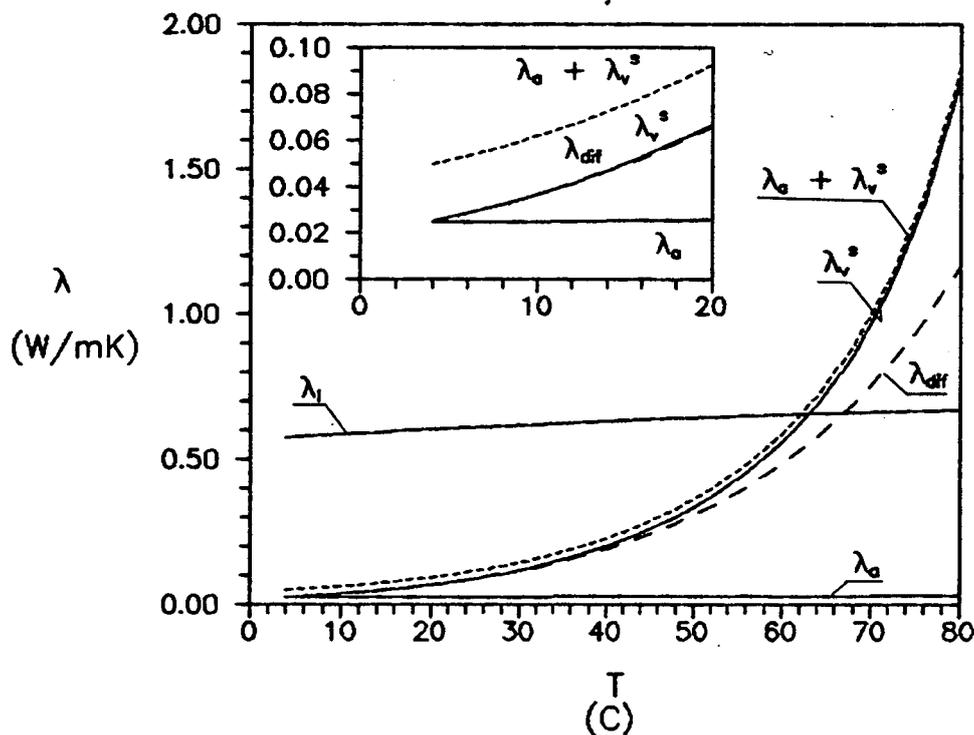


Figura 7.30: Variação de  $\lambda_a$ ,  $\lambda_l$ ,  $\lambda_v^s$ ,  $\lambda_a^*$  e  $\lambda_{dif}$  com a temperatura.

Para o cálculo de  $g_{\alpha A}$  utiliza-se duas funções lineares: uma válida para  $\theta_c < \theta < \theta_{\text{sat}}$  e outra para  $\theta_r < \theta < \theta_c$ . As duas funções são obtidas de maneira semelhante.

Em  $\theta_{\text{sat}}$  todos os poros do meio encontram-se preenchidos por água. Com o abaixamento da umidade o ar invade os poros maiores do meio. Assume-se que em  $\theta = \theta_{\text{sat}}$  o ar surge na forma de bolhas esféricas, e desta forma  $g_{\alpha A} = 1/3$ . Com o contínuo abaixamento da umidade, a forma média das bolhas de ar varia até que  $g_{\alpha A}$  atinge um mínimo em  $\theta = 0$ .

Para  $\theta$  próximo a zero, o ar ocupa a maioria dos poros do meio e a água encontra-se recobrando a superfície dos grãos na forma de água adsorvida. Conhecendo-se o fator de forma médio dos grãos do solo ( $g_{sA}$ ), utiliza-se um procedimento hipotético para o cálculo de  $g_{\alpha A}$  em  $\theta = 0$ . Este procedimento consiste em:

1. Para  $\theta = 0$ , assume-se que existam bolhas de água, com fator de forma  $g_{sA}$ , dispersas em um meio de ar contínuo. Nesta situação,

$\lambda_0$  = condutividade térmica aparente do ar =  $\lambda_{\alpha}^*$

$\lambda_1$  = condutividade térmica da água =  $\lambda_l$

$x_0$  = fração volumétrica de ar =  $\epsilon$

$x_1$  = fração volumétrica de água =  $(1 - \epsilon)$

Assim, com a Eq. (7.25), calcula-se,

$$k_1^l = k_1^l (\lambda_{\alpha}^*, \lambda_l, g_{sA}) = \frac{1}{3} \sum_{j=A,B,C} \left[ 1 + \left( \frac{\lambda_l}{\lambda_{\alpha}^*} - 1 \right) g_{s_j} \right]^{-1} \quad (7.96)$$

e,

$$\lambda^l = \frac{x_0 \lambda_0 + k_1^l x_1 \lambda_1}{x_0 + k_1^l x_1} = \frac{\epsilon \lambda_{\alpha}^* + k_1^l (1 - \epsilon) \lambda_l}{\epsilon + k_1^l (1 - \epsilon)} \quad (7.97)$$

2. De forma análoga, considerando que o meio seja formado por uma fase líquida contínua ocupando o lugar dos grãos sólidos na qual estão dispersas bolhas de ar com fator de forma  $g_{\alpha A}$ , tem-se,

$\lambda_0$  = condutividade térmica da água =  $\lambda_l$

$\lambda_1$  = condutividade térmica aparente do ar =  $\lambda_{\alpha}^*$

$x_0$  = fração volumétrica de água =  $(1 - \epsilon)$

$x_1$  = fração volumétrica de ar =  $\epsilon$

Assim, com a Eq. (7.77), calcula-se,

$$k_1^a = k_1^a(\lambda_a^*, \lambda_l, g_{aA}) = \frac{1}{3} \sum_{j=A,B,C} \left[ 1 + \left( \frac{\lambda_a^*}{\lambda_l} - 1 \right) g_{aj} \right]^{-1} \quad (7.98)$$

onde deseja-se conhecer  $g_{aA}$ . Porém,

$$\lambda^a = \frac{x_0 \lambda_0 + k_1 x_1 \lambda_1}{x_0 + k_1 x_1} = \frac{(1 - \varepsilon) \lambda_l + k_1^a \varepsilon \lambda_a^*}{(1 - \varepsilon) + k_1^a \varepsilon} \quad (7.99)$$

e sendo  $\lambda^a = \lambda^l$ , pois basicamente representam o mesmo meio, obtém-se,

$$k_1^a = \frac{1}{k_1^l} \quad (7.100)$$

Portanto, a partir das Eqs. (7.96), (7.100) e (7.98), calcula-se  $g_{aA}$  como uma função de  $\lambda_a^*$ ,  $\lambda_l$  e  $g_{aA}$ . Assim, para cada solo existe um valor característico de  $g_{aA}$  em  $\theta = 0$ , função da temperatura do meio e da forma dos grãos.

A seguir, considerando que  $g_{aA}$  varia linearmente entre  $\theta_{sat}$  e  $\theta = 0$ , obtém-se o valor de  $g_{aA}$  em  $\theta_c$ . A função utilizada para o cálculo de  $g_{aA}$  para  $\theta_c < \theta < \theta_{sat}$  pode ser expressa por,

$$g_{aA}(\theta) = \left( \frac{1}{3} - g_{aA}(\theta_c) \right) \frac{\theta - \theta_c}{\theta_{sat} - \theta_c} + g_{aA}(\theta_c) \quad (7.101)$$

Resta calcular a variação de  $g_{aA}$  para  $0 < \theta < \theta_c$ .

Para tanto, utiliza-se o mesmo procedimento mostrado acima. A única diferença consiste em assumir para a condutividade térmica do ar o valor para o ar seco ( $\lambda_a$ ) ao invés da condutividade térmica aparente ( $\lambda_a^*$ ).

Desta forma, calcula-se um novo valor para  $g_{aA}$  em  $\theta = 0$  e, através de uma aproximação linear entre este novo valor e o valor de  $g_{aA}$  em  $\theta_c$ , obtido anteriormente, obtém-se a função para o cálculo de  $g_{aA}$  para  $\theta < \theta_c$ . A figura 7.31 mostra o comportamento de  $\lambda_a$  e  $g_{aA}$  em função de  $\theta$ .

Observa-se que o cálculo de  $\lambda_e$  é interrompido em  $\theta_r$ . Para  $\theta < \theta_r$ , De Vries considera que as hipóteses assumidas no cálculo de  $\lambda_a^*$  e, portanto, no de  $g_{aA}$ , não são mais válidas. Para  $\theta < \theta_r$ , o autor sugere que o valor de  $\lambda_e$  seja interpolado entre o valor calculado em  $\theta_r$  e o valor calculado para o meio seco.

Com o procedimento sugerido, a curva de condutividade térmica efetiva em função da umidade pode ser calculada para qualquer temperatura visto que  $\lambda_a^*$  é uma função da temperatura. Este modelo prevê que a dependência de  $\lambda_e$  com T é

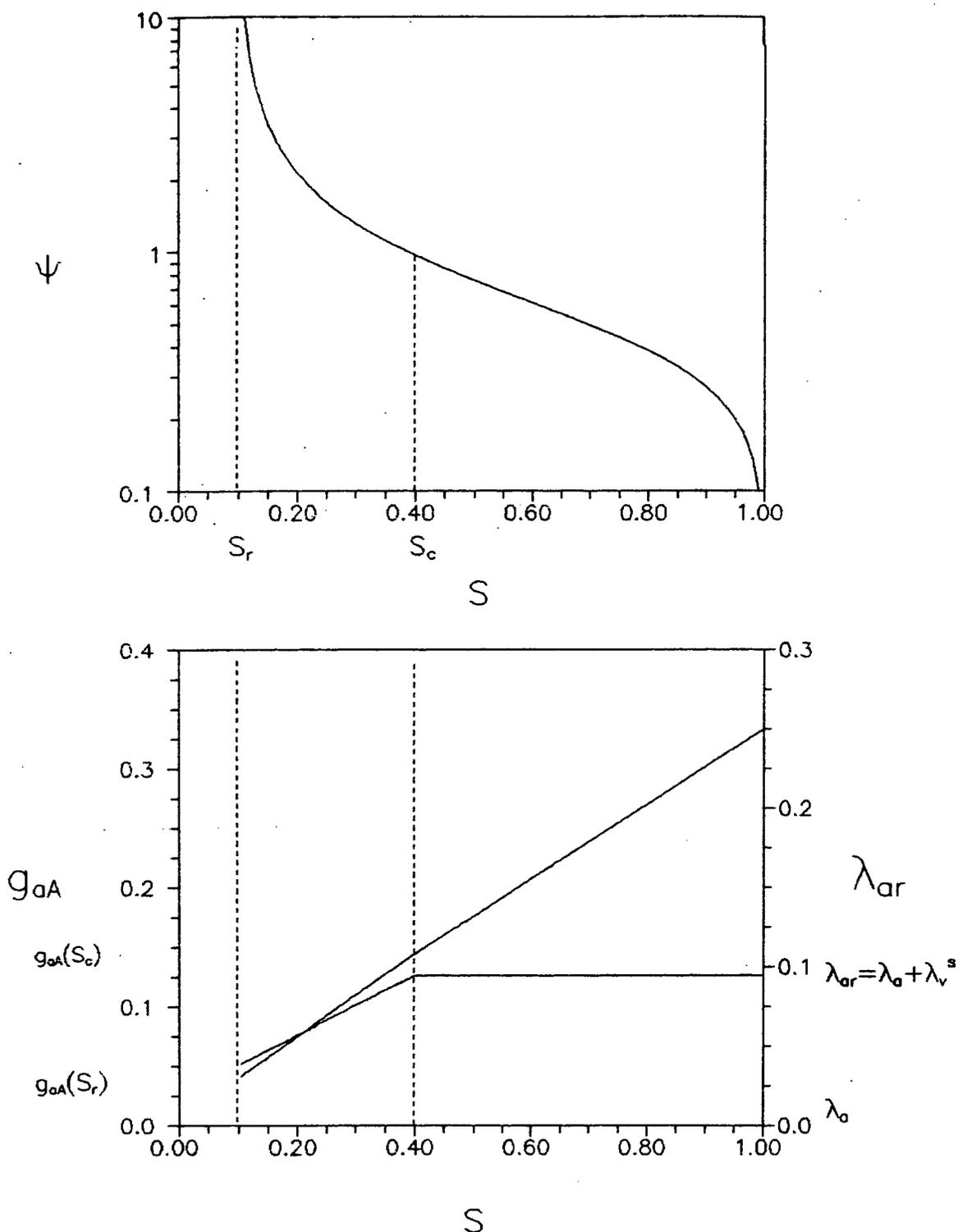


Figura 7.31: Comportamento de  $g_{aA}$  e  $\lambda_a$  com  $\theta$  para um solo hipotético.

devido somente à influência de  $T$  no fluxo de vapor nos poros com ar. Nenhuma referência é feita à variação na distribuição da fase líquida no meio com a variação de  $T$  (ver discussão da variação de  $\psi$  com  $T$  no Capítulo 3).

O comportamento do modelo de De Vries quando comparado a dados experimentais para areias de graduação uniforme, conforme mostrado em De Vries (1963), é satisfatório. O autor apresenta curvas para  $T$  variando de 20 a 70 C.

A concordância com dados experimentais piora quando compara-se com resultados obtidos para solos bem graduados, especialmente, para  $\theta$  na vizinhança de  $\theta_r$ . De Vries sugere ainda que para melhorar a função na região de  $\theta < \theta_r$ , esta seja ajustada a algum valor conhecido de  $\lambda_e$  para umidade baixa. Este ajuste pode ser feito para  $T = 20$  C, por exemplo, e extrapolado para outras temperaturas.

Inicialmente, o modelo de De Vries será aplicado ao backfill com a intenção de reproduzir-se os valores medidos. Para tanto, os valores de  $g_{sA}$  serão obtidos a partir dos valores médios medidos para o meio seco e saturado.

Para que seja possível a aplicação do modelo de De Vries ao backfill efetuou-se a medição da condutividade térmica do granito utilizando-se o método da sonda térmica e os resultados estão mostrados no Apêndice C. O valor médio obtido para o granito foi de  $3,3 \pm 0,1$  W/mC.

#### Aplicação do Modelo de De Vries aos Dados para o Backfill

Inicialmente, serão tratados os meios seco e saturado. Será assumido que o comportamento dos grãos que compõe o backfill possa ser aproximado pelo comportamento de um elipsóide de revolução com semi-eixos  $A = B = n C$ . A rigor cada grão possui um fator de forma  $g_A$  próprio. Porém, como todos possuem a mesma condutividade térmica ( $\lambda_s$ ), a adoção de um fator de forma para cada grão é equivalente à utilização de um fator de forma médio  $g_{sA}$  tal que  $k_s$  calculado para este fator de forma  $g_{sA}$  é dado por,

$$k_s = \frac{1}{1 - \epsilon} \sum x_{si} k_{si} \quad (7.102)$$

onde  $x_{si}$  é a fração volumétrica correspondente a cada classe de grãos com fator de forma  $g_{sAi}$  e  $k_{si}$  é calculado a partir de  $g_{sAi}$ .

Assim, o procedimento adotado consiste em, conhecidas as condutividades térmicas para o meio seco ( $\lambda_{seco}$ ) e para o meio saturado ( $\lambda_{sat}$ ), determinar o valor de  $g_{sA}$  que reproduza as condutividades  $\lambda_{seco}$  e  $\lambda_{sat}$ .

A figura 7.32 mostra a região de valores possíveis de  $\lambda_e$  para um meio com  $\lambda_1 = 3,3$  W/mC e  $\lambda_0 = 0,026$  W/mC em função de  $g_{sA}$ . Este caso corresponde ao backfill seco. Na figura 7.33 tem-se a mesma situação para  $\lambda_0 = 0,611$  W/mC, que corresponde ao backfill saturado. Observa-se que a condutividade para o meio seco é mais sensível aos valores de  $g_{sA}$ . Observa-se ainda, que embora a região possível para a condutividade do meio seco englobe o valor experimental obtido,  $\lambda_{seco} = 0,53$  W/mC, o mesmo não acontece para o meio saturado. O valor

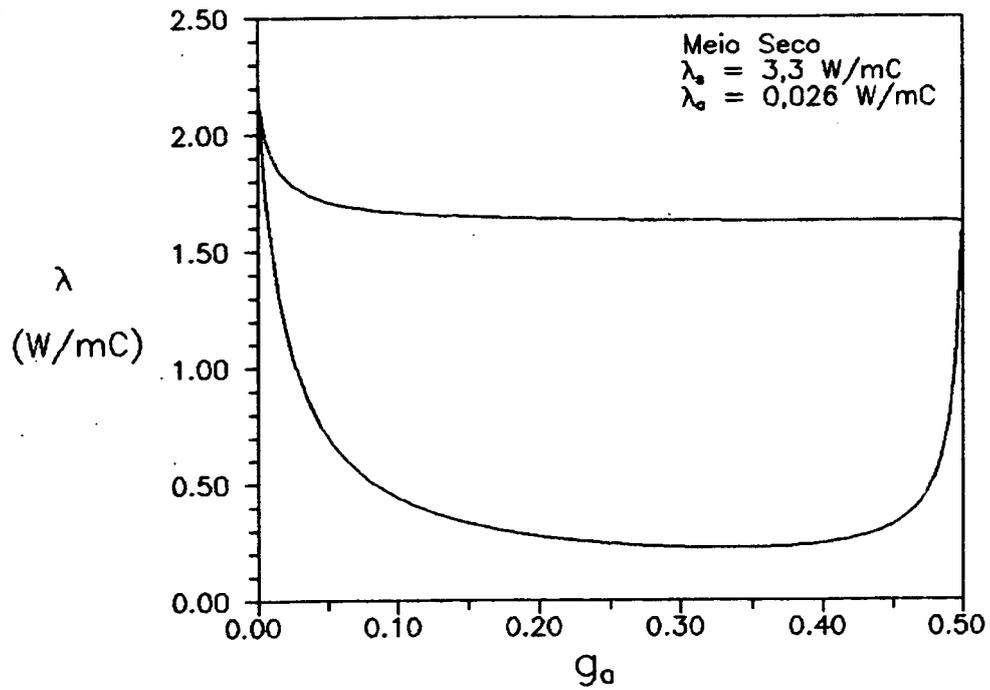


Figura 7.32: Região de valores possíveis para  $\lambda_o$  para o meio seco conforme prevista pelo modelo de De Vries.

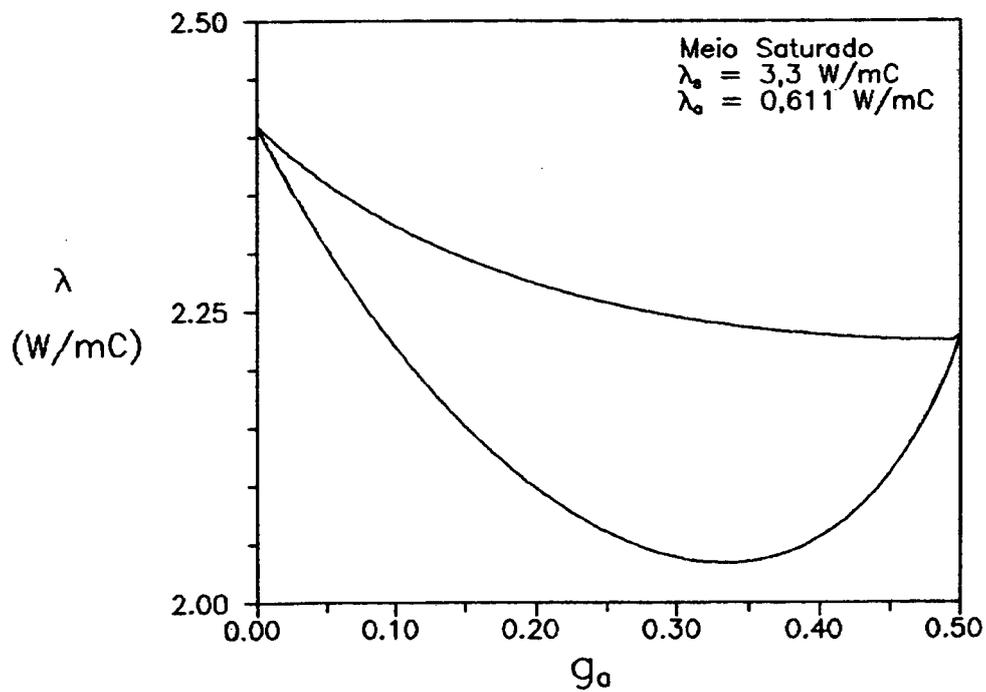


Figura 7.33: Região de valores possíveis de  $\lambda_o$  para o meio saturado conforme prevista pelo modelo de De Vries.

obtido experimentalmente,  $\lambda_{sat} = 1,91$  W/mC, não está contido na região mostrada na figura 7.33.

O procedimento adotado consistiu em obter  $g_{SA}$  através do ajuste do valor calculado ao valor experimental para o meio, utilizando a correção de 1,25 conforme sugerida por de Vries.

Para o meio seco tem-se ( $T = 25$  C),

$$\lambda_0 = 0,026 \text{ W/mC}$$

$$\lambda_1 = 3,3 \text{ W/mC}$$

$$\lambda_{seco} = 0,53 \text{ W/mC}$$

de onde calcula-se,

$$\lambda_{seco}/1,25 \lambda_0 = 16,308$$

$$\lambda_1/\lambda_0 = 126,92$$

Utilizando-se a Eq. (7.73), obtém-se,

$$k_e = 0,0499 \sim 0,05$$

Este valor de  $k_e$  fornece, da Eq. (7.77), sendo  $A = B = n^c$ ,  $g_{SA} \sim 0,11$  o que corresponde a  $n = 5,6$ .

Utilizando-se  $g_{SA} = 0,11$  obtém-se, para o meio saturado,  $\lambda_{satcalc} = 2,22$  W/mC o que representa uma diferença de 16 % em relação aos valores experimentais. Com o valor de  $g_{SA}$  conhecido, passou-se ao cálculo do modelo para a região insaturada, conforme o procedimento detalhado anteriormente. Adotou-se  $\theta_c = 0,212$  ( $S_c = 0,8$ ) que é o valor de  $\theta$  para  $\psi = -1$  mH<sub>2</sub>O. Observa-se que os valores de  $\lambda$  são pouco sensíveis ao valor de  $\theta_c$  adotado. A figura 7.34 mostra a variação de  $F = \lambda_{exp}/\lambda_{calc}$  em função da saturação. Observa-se que, para  $S = 0$ ,  $F = 1,25$ , conforme utilizado no modelo. Para a região de umidade alta,  $F \sim 0,88$ . Assim, o procedimento adotado consiste em, para  $\theta > \theta_r$ , multiplicar os valores calculados pelo modelo por  $F = 0,88$  e para  $0 < \theta < \theta_r$ , interpolar entre os valores de  $\lambda_{seco}$  e  $\lambda_{calc}(\theta_r)$ .

Dessa forma, obtém-se os valores listados na Tabela 7.9. A nomenclatura é a mesma utilizada no texto. A curva de  $\lambda$  versus  $S$  prevista pelo modelo, doravante denominada  $\lambda_{apDV}$ , está mostrada na figura 7.35 junto aos dados experimentais.

Utilizando-se a correção  $F = 0,88$  a concordância é bastante boa. A figura 7.36 mostra os valores de  $\lambda$  previstos pelo modelo para temperaturas variando de 25 a 75 C. O comportamento exibido pelo modelo é o mesmo apresentado pelos dados experimentais de Sepaskhah e Boersma (1979) e Azizi et alli (1988).

A fim de calcular-se a condutividade térmica real ( $\lambda$ ) do solo, basta que se utilize a condutividade térmica real do ar ( $\lambda_a$ ) ao invés da condutividade aparente do ar ( $\lambda_a^*$ ). A figura 3.38 mostra os valores de  $\lambda$  e  $\lambda_{apDV}$  conforme

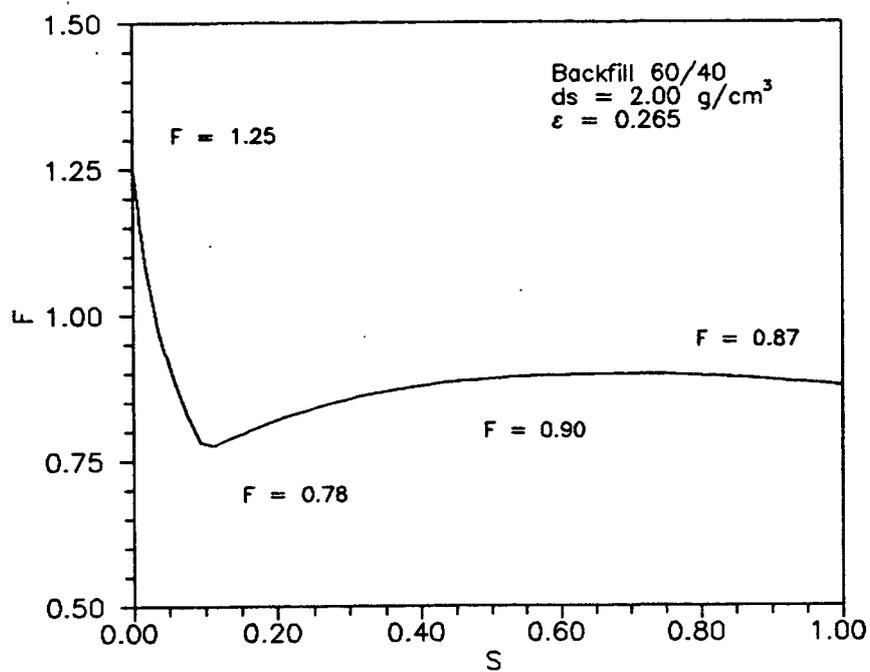


Figura 7.34: Variação de  $F = \lambda_{\text{exp}}/\lambda_{\text{calc}}$  em função de S.

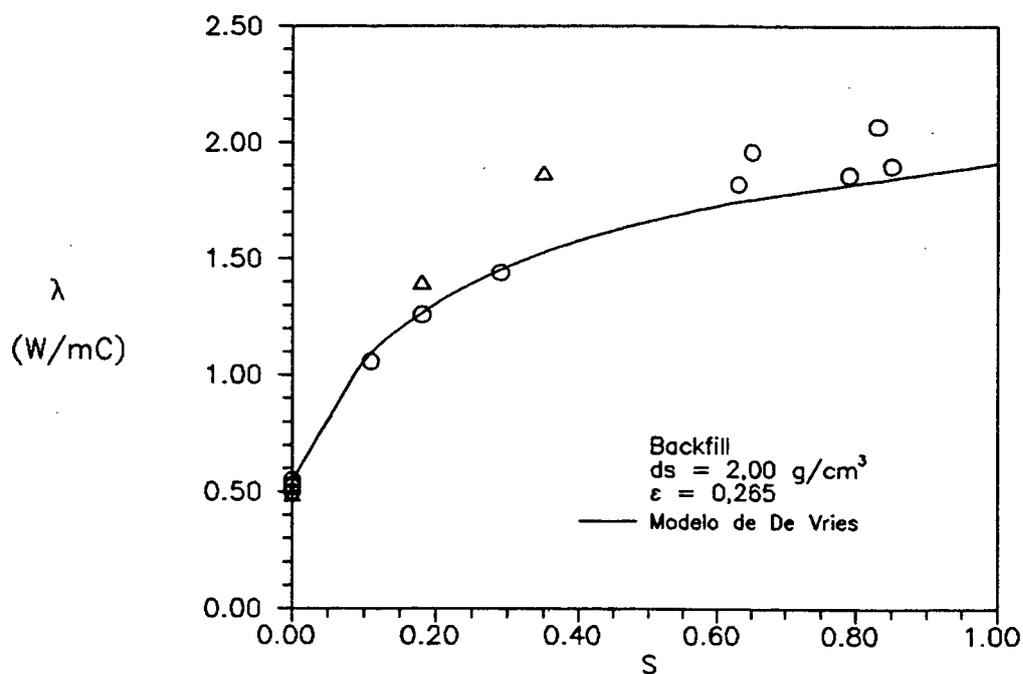


Figura 7.35: Comparação dos valores de  $\lambda$  previstos pelo modelo de De Vries e os dados experimentais.

TABELA 7.9: Resultados do ajuste do modelo de De Vries ao backfill.

Backfill: $d_s = 2,00 \text{ g/cm}^3$ ; $\epsilon = 0,265$ ; $\theta_c = 0,212$ ( $S_c = 0,8$ )		
T = 25 C: $\lambda_s = 3,3 \text{ W/mC}$		
$\lambda_l = 0,611 \text{ W/mC}$		
$\lambda_a = 0,026 \text{ W/mC}$		
$\lambda_v^a = 0,089 \text{ W/mC}$		
Cálculo de $k_s$ :		
$g_{sA} = 0,11$		
$g_{sB} = g_{sA} = 0,11$		
$g_{sC} = 1 - g_{sA} - g_{sB} = 0,78$		
$k_s(\text{ar seco}) = 0,04825$ $k_s(\text{água}) = 0,5244$		
Fatores de ajuste: $F_{seco} = 1,25$		
$F_{insat} = 0,88$		
Cálculo de $k_a$ :		
$\theta_c \leq \theta \leq \theta_{sat}$ : $k_1^l = 0,5288$		
$k_1^a = 1/k_1^l = 1,8910$		
$g_{aA}(\theta=0) = 0,05612$		
$g_{aA}(\theta_c) = 0,2779$		
$g_{aA}(\theta) = 1,0461 \theta + 0,05612$		
$\lambda_{ar} = 0,1151$		
$\theta_r \leq \theta < \theta_c$ : $k_1^l = 0,2103$		
$k_1^a = 1/k_1^l = 4,775$		
$g_{aA}(\theta=0) = 0,02043$		
$g_{aA}(\theta_r) = 0,03330$		
$g_{aA}(\theta) = 1,2144 \theta + 0,02043$		
$\lambda_{ar} = 0,4198 \theta + 0,026$		
Alguns Valores de $\lambda_{apDV}$ :		
$\theta$	S	$\lambda_{apDV}$
(adim.)	(adim.)	(W/mC)
0,265	1	1,95
0,159	0,6	1,75
0,106	0,4	1,59
0,053	0,2	1,32
0	0	0,52

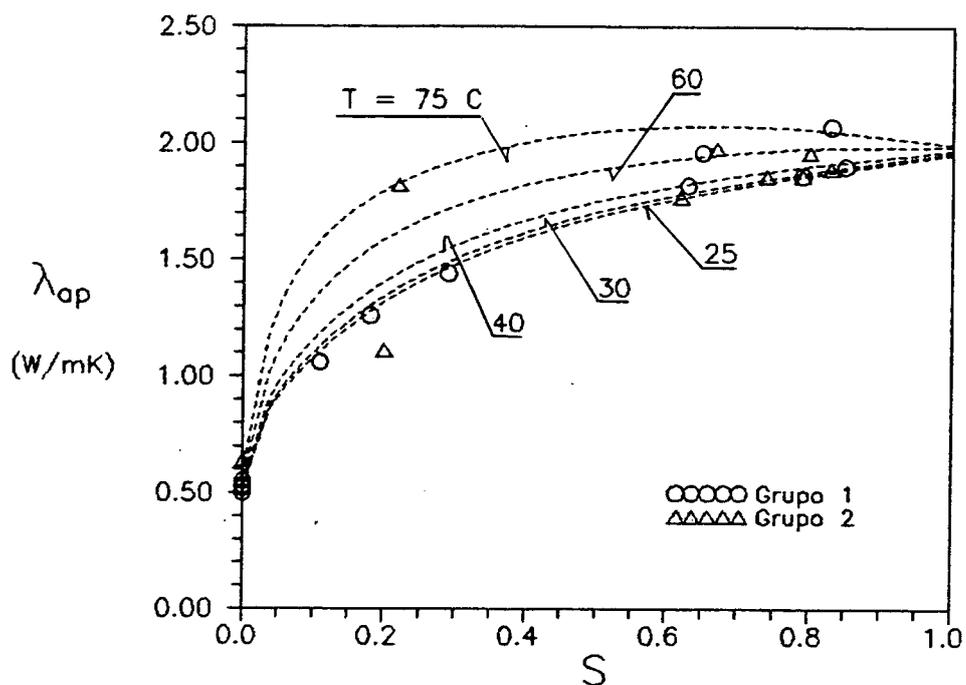


Figura 7.36: Variação de  $\lambda$  com  $S$ , conforme prevista pelo modelo de De Vries, para temperaturas variando de 25 a 75 C.

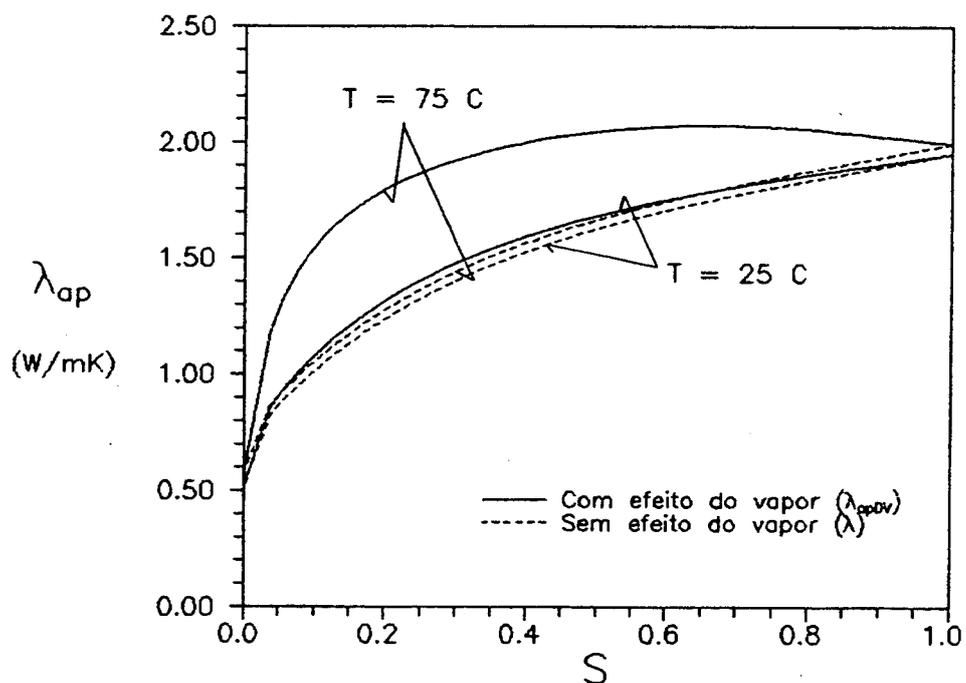


Figura 7.37: Curvas de condutividade aparente  $\lambda_{apDV}$  e condutividade real  $\lambda$  em função de  $S$  para  $T$  igual a 25 e 75 C.

calculados pelo modelo. Observa-se que para  $T = 25\text{ C}$  a diferença entre as duas curvas é muito pequena.

A seguir serão apresentados dos modelos derivados da teoria clássica de Phillip e De Vries (Capítulo 3).

#### 7.4.3 MODELOS BASEADOS NA TEORIA DE PHILLIP E DE VRIES (1957)

##### Modelo de Phillip e De Vries (1957) Conforme Moyne et alli (1988)

Considerando que durante a medição da condutividade térmica efetiva o campo de umidade na amostra permaneça constante,  $\nabla\theta \sim 0$ , e que a elevação de temperatura seja baixa de forma que as propriedades permaneçam constantes, da Eq. (3.51) verifica-se que a condutividade térmica efetiva é dada por,

$$\lambda_{\text{opPDV}} = \lambda + \rho_l h_{lv} D_{TV} \quad (7.103)$$

Partindo-se da Eq. (3.32), considerando que na região de umidade funicular ( $\theta < \theta_r$ ) a umidade relativa é praticamente 1, a Eq. (7.103) pode ser reescrita como,

$$\lambda_{\text{opPDV}} = \lambda + f_{\text{PDV}} \lambda_{\text{dif}} \quad (7.104)$$

onde,

$$f_{\text{PDV}} = f(\theta) \zeta \quad (7.105)$$

sendo  $f(\theta)$  fornecido pela Eq (3.61) e  $\zeta$  fornecido pela Eq. (3.70).

$\lambda_{\text{dif}}$  é uma condutividade equivalente ao fluxo de vapor dada por,

$$\lambda_{\text{dif}} = \frac{D}{R T} h_{lv} \frac{M_v M_a}{M_g} \frac{dp_v^s}{dT} \quad (7.106)$$

De Vries (1958) sugeriu que, ao invés de  $\lambda_{\text{dif}}$ , na Eq. (7.104), fosse utilizado  $\lambda_v^s$ , conforme calculado pela Eq. (7.95). A diferença entre  $\lambda_{\text{dif}}$  e  $\lambda_v^s$  é que no desenvolvimento de  $\lambda_{\text{dif}}$  considerou-se que a fase gasosa é estagnante ( $V_g = 0$ ) e, no desenvolvimento de  $\lambda_v^s$  considerou-se que somente o ar está parado ( $v_a = 0$ ). A hipótese adotada para  $\lambda_{\text{dif}}$  implica em que a difusão do vapor seja compensada por um movimento de ar em sentido contrário de forma que o centro de massa da mistura permaneça parado. Degiovanni e Moyne (1987),

utilizando as equações de transporte de calor e umidade na forma completa, demonstraram que ambas situações são possíveis dependendo da condição de contorno assumida no problema. Para uma condição de contorno de pressão total prescrita ( $P_g = 0$ ) foi mostrado que o gradiente de pressão através da amostra durante o teste é aproximadamente zero e o valor "medido" de  $\lambda$  é equivalente a  $\lambda_{opPDV}$ . Para uma condição de contorno de fronteira impermeável ao fluxo de ar ( $j_a = 0$ ), foi mostrado que  $\lambda$  "medido" é aproximadamente igual a  $\lambda_{opPDV}^*$  (calculado com  $\lambda_v^g$ ). Os autores concluíram também que para medições com métodos transientes, sendo que a frente de calor não atinge o perímetro da amostra é possível considerar-se que a amostra permanece impermeável ao fluxo de umidade ( $j_l + j_v = 0$ ) e que a pressão total permanece constante ( $P = \text{conste}$ ). Assim, em experimentos transientes é provável que  $\lambda$  medido seja igual a  $\lambda_{opPDV}$ , conforme a Eq. (7.104).

Moyne et alli (1988) discutem, com base na teoria das Médias Volumétricas, o significado de  $\lambda_{opPDV}$  e do fator  $f_{PDV}$  que aparece na Eq. (7.104). Partindo das equações válidas em escala microscópica, formula-se equações de conservação da massa e energia em termos de variáveis médias. Estas equações, com hipóteses adequadas, tornam-se semelhantes às equações de Phillip e De Vries e assim, pode-se verificar o significado das variáveis e coeficientes do modelo clássico. Os resultados obtidos por Moyne et alli indicam que tanto  $\lambda$  quanto  $f_{PDV}$  dependem de  $\lambda_{dif}$ . Esta conclusão, derivada das hipóteses adotadas no modelo de Moyne, uma das quais que o líquido é imóvel, é coerente, qualitativamente, com o modelo de Phillip e De Vries quanto a  $f_{PDV}$ , mas não quanto a  $\lambda$ . Observa-se que  $f_{PDV}$  depende de  $\zeta$  e  $\zeta$  é calculado considerando-se a condutividade aparente dos poros com ar ( $\lambda_a^*$ ) que é uma função de  $\lambda_{dif}$ . Entretanto,  $\lambda$  é a condutividade "real" do solo e portanto não pode depender de  $\lambda_{dif}$ .

O modelo de Moyne foi aplicado a dois casos geometricamente simples. O primeiro, para um modelo unidimensional, mostrou que  $f_M$ , calculado pelo modelo de Moyne, está em perfeito acordo com  $f_{PDV}$ . Para o caso bidimensional, não fica clara a concordância entre  $f_M$  e  $f_{PDV}$ . No modelo bidimensional foram analisados dois casos: Um caso denominado poro com paredes secas e outro denominado poro com paredes úmidas. No primeiro caso, na parede do poro existe uma condição de contorno de fluxo de vapor nulo ( $j_v = 0$ ). No segundo, existe uma condição de pressão de vapor prescrita ( $p_v = p_v^g$ ). Da análise destes dois casos mostrou-se que  $\lambda$  é pouco variável com  $\lambda_{dif}$  e que os resultados experimentais de Azizi et alli são melhor previstos pelo modelo com paredes molhadas. De Vries (1990) cita que mesmo no caso bidimensional a adoção de  $f =$

$f_{PDV}$  é uma boa aproximação. Com base nestes argumentos, considera-se que a Eq. (7.104) pode ser aplicada ao experimento com o backfill.

A Eq. (7.104) será posteriormente comparada com os dados experimentais para o backfill e com o modelo de De Vries.

A seguir aborda-se um modelo proposto por Hartley (1986).

#### Modelo de Phillip e De Vries (1957) Conforme Hartley (1986)

Hartley resolveu o problema da sonda térmica com o modelo de Phillip e De Vries na hipótese de que as propriedades difusivas são constantes. Usando o método proposto por Smirnov (1982), Hartley determinou que os valores de condutividade térmica aparente medidos pela sonda térmica são dados por,

$$\lambda_{\text{apH}} = \lambda + \rho_l h_{lv} D_{TV} \left[ 1 - \frac{D_{\theta v}}{D_{\theta}} \frac{D_T}{D_{TV}} \right] \quad (7.107)$$

A Eq. (7.107) pode ser reescrita como,

$$\lambda_{\text{apH}} = \lambda + f_H \lambda_{\text{dif}} \quad (7.108)$$

onde,

$$f_H = f(\theta) \zeta \delta; \quad \delta = \left[ 1 - \frac{D_{\theta v}}{D_{TV}} \frac{D_T}{D_{\theta}} \right] \quad (7.109)$$

e  $\lambda_{\text{dif}}$  é calculado pela Eq. (7.106).

Da Eq. (7.108) pode-se concluir que:

1. Para  $\theta$  altos:  $D_{\theta v} \ll D_{TV}$  e  $D_T \ll D_{\theta}$  o que implica em  $\delta \sim 1$  e  $f_H \sim f_{PDV}$ .
2. Para  $\theta$  baixos:  $D_{\theta} \sim D_{\theta v}$  e  $D_T \sim D_{TV}$  o que implica em  $\delta \sim 0$  e  $\lambda_{\text{apH}} \sim \lambda$ .
3. Para  $\theta$  intermediários:  $D_T \sim D_{TV}$  o que implica em  $\delta \sim 1 - D_{\theta v}/D_{\theta}$ .

Observa-se que, sendo  $\delta$  dependente das difusividades,  $f_H$  depende de  $\lambda_{\text{dif}}$ , conforme os modelos anteriores.

Conhecendo-se as curvas de potencial de sucção e permeabilidade (Capítulos 5 e 6) pode-se calcular os valores de  $\delta$  e aplicar o modelo de Hartley ao backfill.

#### Aplicação dos Modelos aos Dados do Backfill

A fim de verificar o comportamento dos modelos de Phillip e De Vries e de Hartley em diferentes temperaturas utilizou-se o seguinte procedimento.

Valores de  $\lambda$  foram calculados com o modelo de De Vries utilizando  $\lambda_a^* = \lambda_a$ , ou seja, desconsiderando o efeito do fluxo de vapor em  $\lambda_a^*$ . Estes valores foram colocados nas Eq. (7.104) e (7.107) e os outros parâmetros foram calculados a partir dos dados disponíveis. A figura 7.30 mostra os valores de  $\lambda_{dir}$  em função da temperatura.

O fator de intensificação térmico  $\zeta$  presente tanto na Eq. (7.104) como na Eq. (7.107) é mostrado na figura 7.38. Este fator foi calculado utilizando o modelo de De Vries conforme apresentado no Capítulo 3 e detalhado no item anterior. Observa-se que para o backfill o seu valor varia entre 3 e 4, diferentemente do comportamento verificado para o solo de Couvillion (1981) apresentado no Capítulo 3. O fator  $\zeta$  é dado por  $\langle \nabla T_a \rangle^a / \langle \nabla T \rangle$ . Como a condutividade térmica do ar leva em consideração o efeito do fluxo de vapor e este aumenta com T,  $\zeta$  diminui com T.

Com base nas curvas de  $\psi(S)$  e  $k_{rl}(S)$ , mostradas nos Capítulos 5 e 6, e usando as equações detalhadas no Capítulo 3, calculou-se os valores das difusividades para o backfill. As figuras 7.39 e 7.40 mostram os valores das difusividades nas temperaturas de 25 e 75 C. Observa-se um comportamento qualitativamente semelhante ao obtido para o solo de Couvillion, porém verifica-se uma maior influência de  $D_{TV}$  na região de umidades próximas a  $S_r$ . Observa-se que os cálculos foram interrompidos em  $S = 0,04$ . As difusividades a 75 C são maiores que a 25 C; especialmente  $D_{TV}$ , o qual aumenta em uma ordem de grandeza.

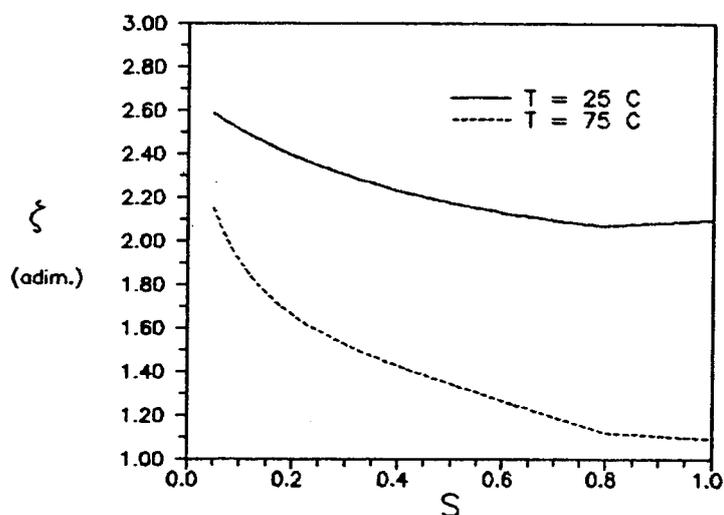


Figura 7.38: Fator de intensificação térmica para o backfill calculado pelo modelo de De Vries para as temperaturas de 25 e 75 C.

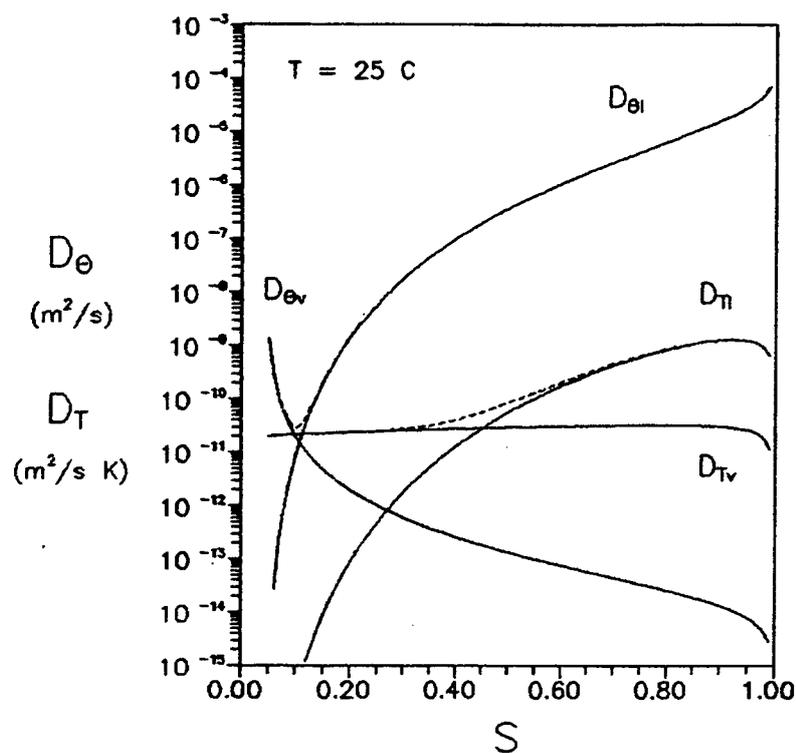


Figura 7.39: Difusividades térmicas e isotérmicas para o backfill calculadas conforme o modelo de Phillip e De Vries para  $T = 25 \text{ C}$ .

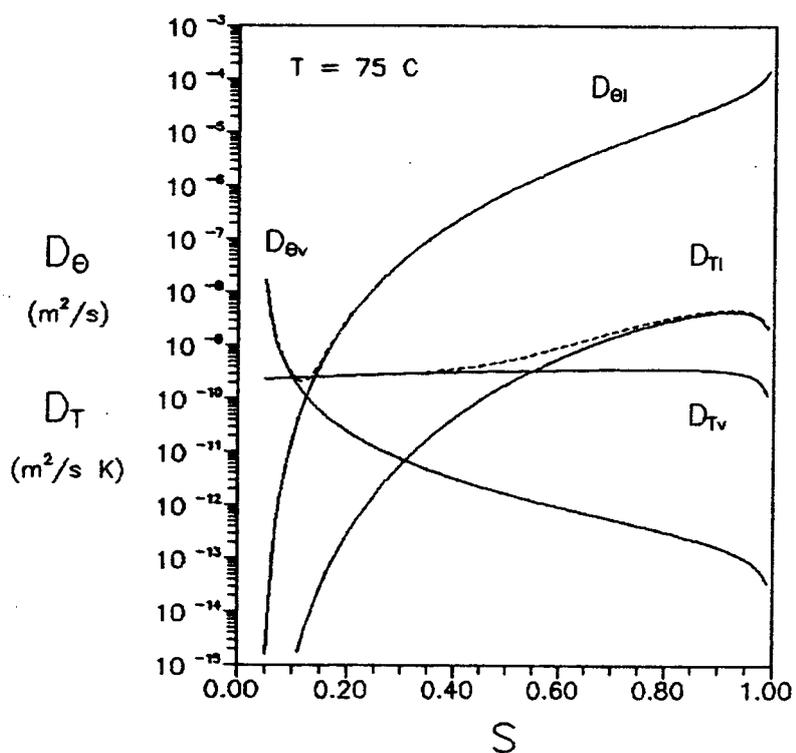


Figura 7.40: Difusividades térmicas e isotérmicas para o backfill calculadas conforme o modelo de Phillip e De Vries para  $T = 75 \text{ C}$ .

Com as difusividades pode-se calcular o comportamento do parâmetro  $\delta$  do modelo de Hartley. Conforme visto anteriormente,  $\delta$  varia de 0 a 1 e pode ser visto na figura 7.41 para  $T = 25$  C e  $T = 75$  C. A queda brusca de  $\delta$  nas proximidades de  $S \sim 0,15$  relaciona-se com a queda brusca de  $D_{0l}$  e  $D_{Tl}$ . Observa-se que  $\delta$  diminui com a temperatura.

Com base nas Eqs. (7.105) e (7.109) calculou-se os valores de  $f_{DVP}$  e  $f_H$  e os resultados estão na figura 7.42. O cálculo de  $f_{DVP}$  foi interrompido em  $S = 0,04$ , entretanto, fisicamente,  $f_{DVP}$  cai a zero para  $S = 0$ . Do modelo de Hartley, a queda em  $f_H$  é mais brusca. Para  $S > 0,20$ ,  $\delta$  é igual a 1 e  $f_H$  torna-se igual a  $f_{DVP}$ .

As figuras 7.43 e 7.44 apresentam os valores de  $\lambda$  conforme calculados pelos modelos de De Vries, Phillip e De Vries e Hartley. A 25 C observa-se que os modelos fornecem valores idênticos de  $\lambda$  explicitando a pequena influência que o transporte de vapor exerce em  $\lambda_{op}$  para temperaturas baixas. Este fato, observado por Azizi et alli (1987), permitiu a definição do fator  $f_{exp}$  de Moyne, como a diferença entre  $\lambda_{op}$ , medido em temperaturas altas, e  $\lambda_{op}$  medido para temperaturas baixas. Porém, sendo  $f_{exp}$  dependente do fluxo de vapor, ele é uma função de  $T$ .

Na figura 7.44, observa-se os valores de  $\lambda_{op}$  calculados para  $T = 75$  C. Do modelo de De Vries observa-se a grande influência que o fluxo de vapor exerce

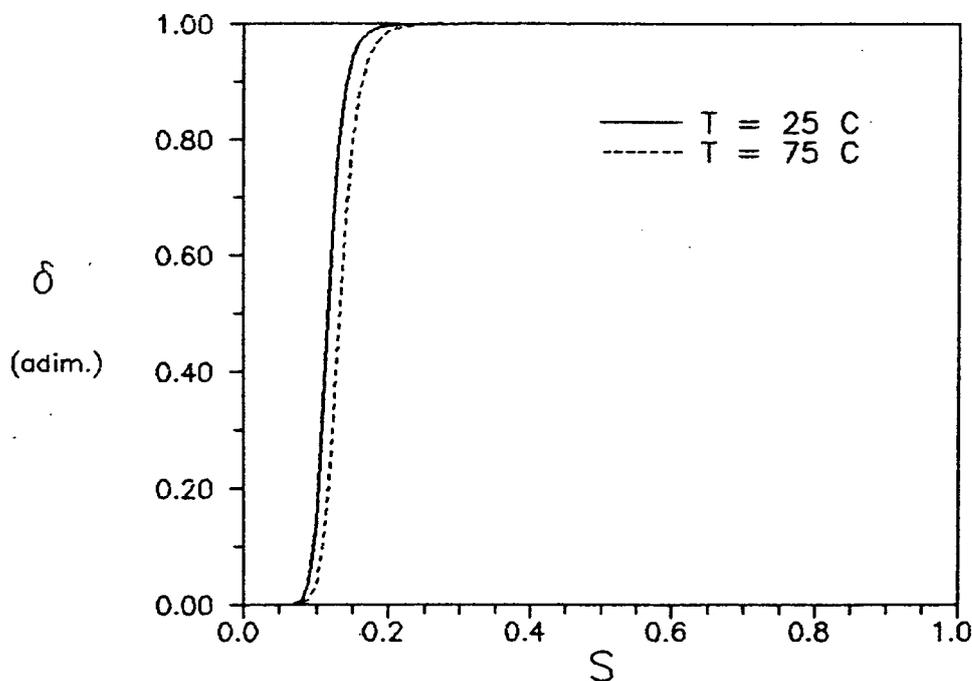


Figura 7.41: Valores de  $\delta$  do modelo de Hartley para  $T = 25$  C e  $T = 75$  C.

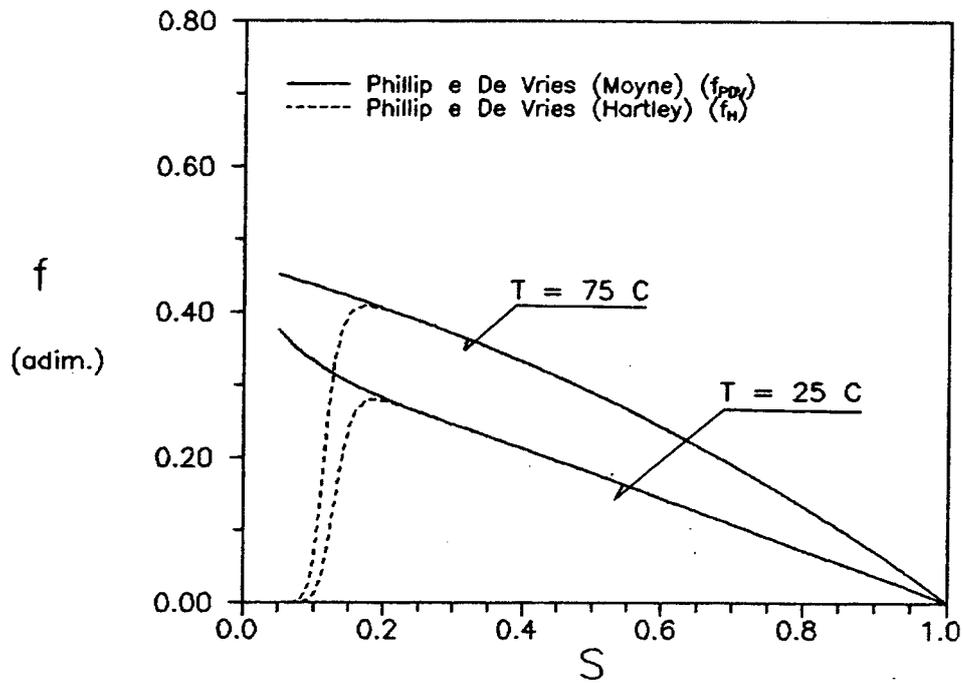


Figura 7.42: Valores dos fatores  $f_{PDV}$  e  $f_H$  calculados para  $T = 25\text{ C}$  e  $T = 75\text{ C}$ .

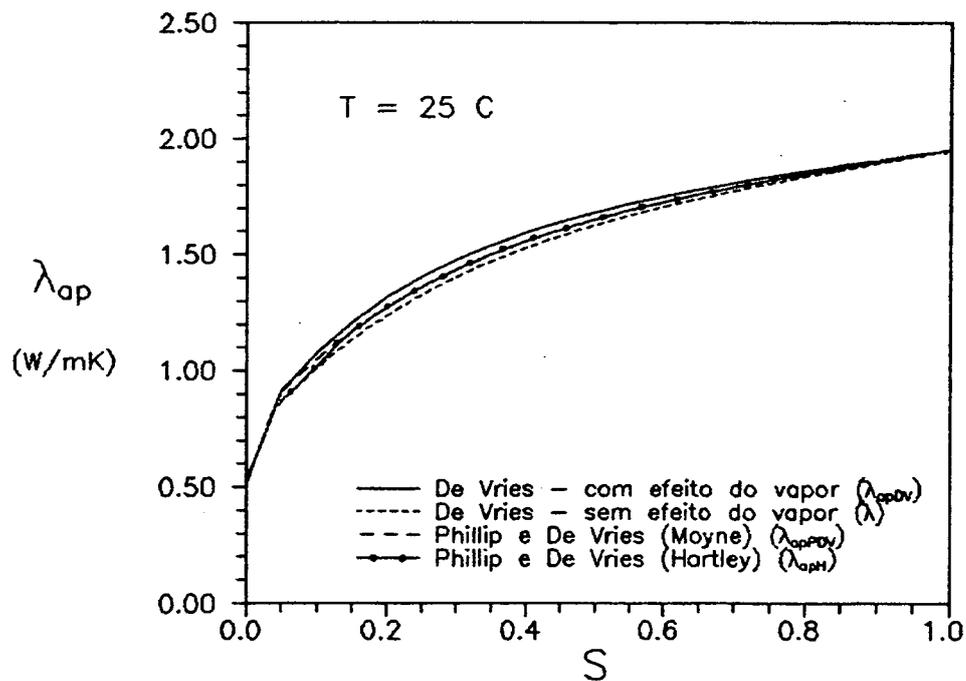


Figura 7.43: Valores de condutividade térmica aparente calculadas pelos modelos de De Vries, Phillip e De Vries e Hartley para  $T = 25\text{ C}$ .

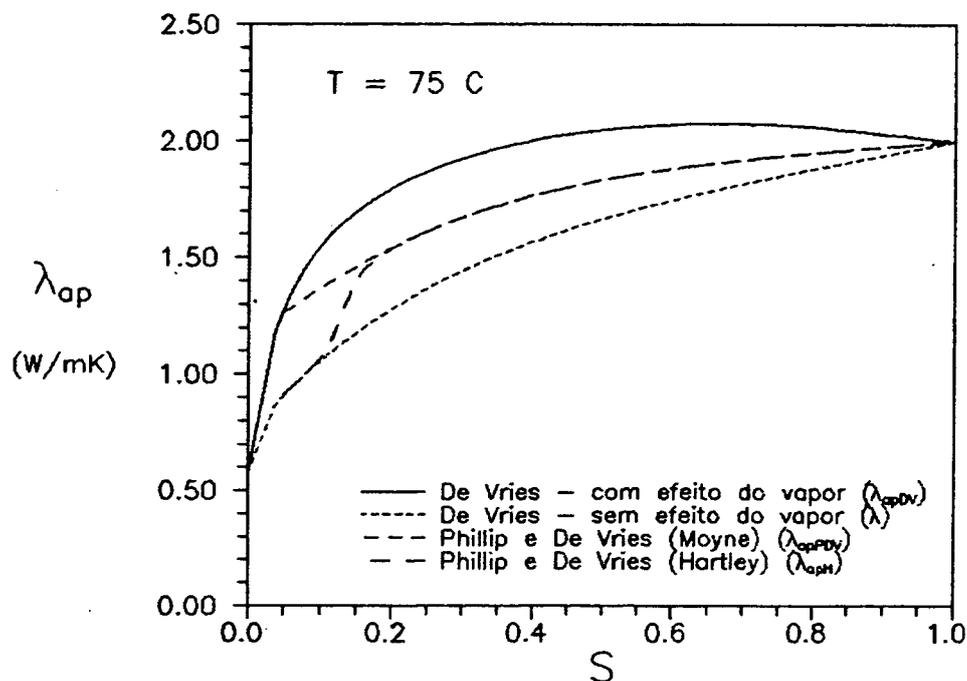


Figura 7.44: Valores de condutividade térmica aparente calculadas pelos modelos de De Vries, Phillip e De Vries e Hartley para  $T = 75 \text{ C}$ .

na condutividade aparente. Os modelos de Phillip e De Vries e Hartley fornecem valores menores que os fornecidos pelo modelo de De Vries e apresentam uma forte discrepância para  $S < 0,15$ . Enquanto o modelo de Hartley tende rapidamente a  $\lambda$ , o modelo de Phillip e De Vries torna-se igual a  $\lambda$  somente em  $S = 0$ .

A falta de dados experimentais em temperaturas mais elevadas impede que se determine qual modelo reproduz melhor os valores medidos. Porém a análise das figuras 7.43 e 7.44 permite concluir que a condutividade aparente do meio poroso é fortemente influenciada pelo fluxo de vapor. Sua previsão teórica depende fortemente das hipóteses assumidas no modelo. Verifica-se que os modelos de Hartley e Phillip e De Vries, aparentemente semelhantes, apresentam resultados discrepantes para  $S < 0,15$ .

Em face do exposto, decidiu-se adotar para o backfill o modelo de De Vries, para calcular os valores de  $\lambda$  requeridos pela Eq. (3.50) (Capítulo 3).

A seguir apresenta-se equações para o cálculo de  $\lambda$ .

## 7.5 Equação para a Condutividade Térmica Efetiva

Do modelo de De Vries, desconsiderando a influência do fluxo de vapor no cálculo da condutividade térmica aparente do ar, calcula-se a curva de  $\lambda(S)$ . Resumidamente, o procedimento é o seguinte:

Adota-se  $g_{sA} = g_{sB} = 0,11$ . Calcula-se  $g_{sC} = 1 - g_{sA} - g_{sB}$ . Da Eq. (7.77), considerando-se  $\lambda_o = \lambda_l$  e  $\lambda_i = \lambda_s$ , calcula-se  $k_s$ . Para o cálculo de  $k_a$ , Calcula-se  $g_{oA}$  por  $g_{oA} = 1,18 \theta + 0,021$ . Os valores 1,18 e 0,021 são valores médios para  $25 \text{ C} < T < 75 \text{ C}$ . Observa-se que estes valores variam pouco com T. Da Eq. (7.77) considerando-se  $\lambda_o = \lambda_l$  e  $\lambda_i = \lambda_a$ , calcula-se os valores de  $k_a$ . Finalmente, os valores de  $\lambda$  são obtidos da Eq. (7.73) que pode ser reescrita como,

$$\lambda = 0,88 \frac{\theta \lambda_l + (1 - \epsilon) k_s \lambda_s + (\epsilon - \theta) k_a \lambda_a}{\theta + (1 - \epsilon) k_s + (\epsilon - \theta) k_a} \quad (7.110)$$

Na Eq. (7.110),  $\lambda_a = f(T)$  e  $\lambda_l = f(T)$ .

Embora a Eq. (7.110) seja de fácil utilização, pode-se utilizar no cálculo de  $\lambda$  uma equação empírica proposta por Ewen (1988) ajustada aos dados fornecidos pela Eq. (7.110). A Eq. de Ewen é,

$$\lambda = A + B [1 - \exp(C S)] \quad (7.111)$$

Ajustando-se esta equação aos dados fornecidos pela Eq. (7.110) obtém-se,  $A = 0,53$ ,  $B = 1,44$  e  $C = -3,24$  e  $\sigma = 0,1007 \text{ W/m C}$ .

A figura 7.45 mostra os valores calculados pelas Eqs. (7.110) e (7.111) e os dados experimentais. Observa-se uma boa concordância entre a Eq. de Ewen e os dados fornecidos pelo modelo de De Vries. Sendo pequena a influência da temperatura em  $\lambda$ , recomenda-se a utilização da Eq. (7.111) no cálculo da condutividade térmica efetiva do backfill.

## 7.6 CONCLUSÕES

Mediu-se a condutividade térmica do backfill utilizando o método da Sonda Térmica. O equipamento utilizado permitia a aquisição automática dos valores de temperatura versus tempo e possuía um software interno para tratamento dos dados. A pouca resolução na medição de temperatura e as dimensões da sonda

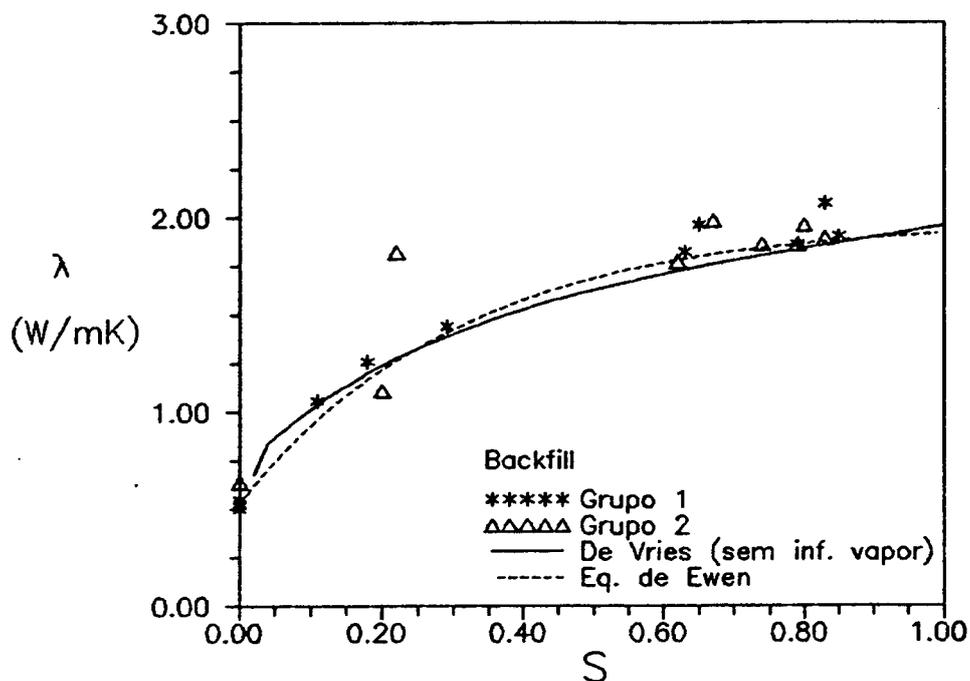


Figura 7.45: Valores de condutividade térmica "real" calculados pelo modelo de De Vries para  $T = 25$  C e ajustados pela Equação de Ewen.

obrigaram a realização de testes com potência dissipada relativamente alta e com tempos de teste relativamente longos. Os testes duravam em média 1000 segundos e a elevação de temperatura era em torno de 10 C. Somando-se a isto os efeitos de influência do meio ambiente e de variação da densidade das amostras obteve-se resultados com acentuada dispersão. Embora o equipamento permitisse o tratamento dos dados internamente, optou-se por fazê-lo em separado observando aspectos qualitativos e quantitativos. Porém, ressalta-se que o valor de condutividade térmica obtida a partir dos dados fornecidos pela sonda térmica é fortemente influenciado pelo erro na determinação da potência dissipada na sonda. O erro decorrente do cálculo do coeficiente angular da reta temperatura versus logaritmo natural do tempo possui uma influência menor. Com base em uma análise de propagação de erros de medição (Apêndice D) pode-se assumir um erro de medição nos valores individuais de  $\lambda$  de  $\pm 5$  % do valor medido. Porém, da análise dos desvios entre os valores medidos e a reta de regressão empregada (Eq. 7.111) (Apêndice G) estima-se que os valores de  $\lambda$  podem ser previstos dentro de uma faixa de  $\pm 20$  %.

Foram feitos dois grupos de testes. No testes do grupo 1, as amostras

eram compactadas na umidade desejada e, após um certo período de repouso, media-se a condutividade térmica efetiva. Nos testes do grupo 2, as amostras eram compactadas com 15 % de umidade (mássica) e eram secadas até que a umidade atingisse o valor desejado. Então, esperava-se um tempo necessário para que houvesse homogeneização da umidade e realizava-se a medição. O comportamento geral dos valores medidos nos testes com o grupo 2 é o mesmo dos valores medidos nos testes do grupo 1. Observa-se porém, uma tendência de que os valores de condutividade térmica dos testes do grupo 2 sejam maiores que os valores obtidos nos testes do grupo 1. As medições no grupo 2 indicam que, em umidade baixas, a homogeneização da umidade é bastante lenta e influencia a medição da condutividade térmica efetiva.

Com o objetivo de determinar-se os valores de  $\lambda$  requeridos pela Eq. (3.50), comparou-se os resultados fornecidos por modelos teóricos disponíveis na literatura com os valores medidos para o backfill. Os modelos utilizados foram o modelo de De Vries (1952), o modelo de Phillip e De Vries, conforme discutido por DeGiovanni et alli (1987), e o modelo de Hartley (1986), derivado do modelo de Phillip e De Vries. Verificou-se que os modelos fornecem valores semelhantes de condutividade térmica aparente ( $\lambda_{ap}$ ) para  $T = 25$  e valores discrepantes para  $T = 75$  C. Em virtude de não possuir-se valores medidos em temperaturas altas não pode-se determinar qual modelo apresenta o melhor comportamento. Dessa forma, decidiu-se adotar os valores de  $\lambda$  calculados pelo modelo de De Vries, sem a influência do fluxo de vapor, como sendo os valores de condutividade "real" do meio requeridos pela Eq. (3.50).

Aos valores fornecidos pelo modelo de De Vries, ajustou-se uma equação empírica proposta por Ewen (1988). Esta equação é simples e permite a obtenção de  $\lambda$  para qualquer valor de umidade, e, por aproximação, para valores de  $T$  variando de 25 a 75 C.

## Capítulo 8

### Sumário de Propriedades do Backfill

#### 8.1 CARACTERIZAÇÃO

O backfill é formado pela mistura de 60 % em massa de grãos com dimensão da ordem de 5 mm e 40 % em massa de grãos com dimensão da ordem de 0,15 mm obtidos da moagem de rochas graníticas.

As figuras 8.1 a 8.3 apresentam, respectivamente, a curva granulométrica do backfill, o resultado do ensaio de compactação com o método Proctor normal e a relação entre a densidade a seco e a fração de finos para diferentes misturas de finos e grossos.

A caracterização e classificação deste material é a seguinte:

- a. Material: backfill - mistura bimodal de granito moído
- b. Classificação Granulométrica: Areia
- c. Classificação Geotécnica: Solo Areno-Siltoso  
Não apresenta plasticidade
- d. Densidade a seco e umidade ótima (ensaio Proctor normal):  $d_s = 2,1 \text{ g/cm}^3$   
 $w = 9 \%$
- f. Densidade dos grãos:  $d_g = 2,72 \text{ g/cm}^3$
- g. Classificação morfológica dos grãos: Grãos angulares e subangulares.

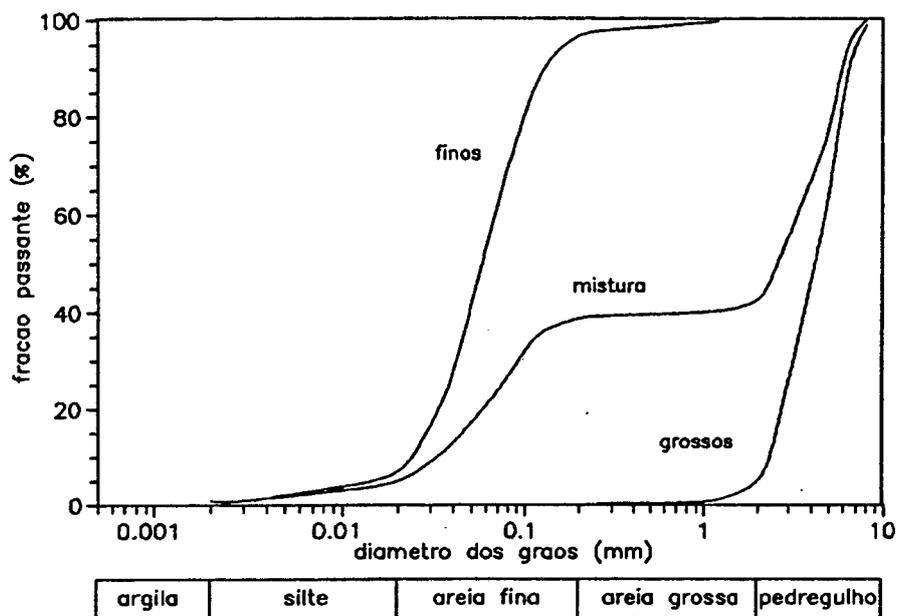


Figura 8.1: Curva granulométrica do backfill e das frações fina e grossa que o formam.

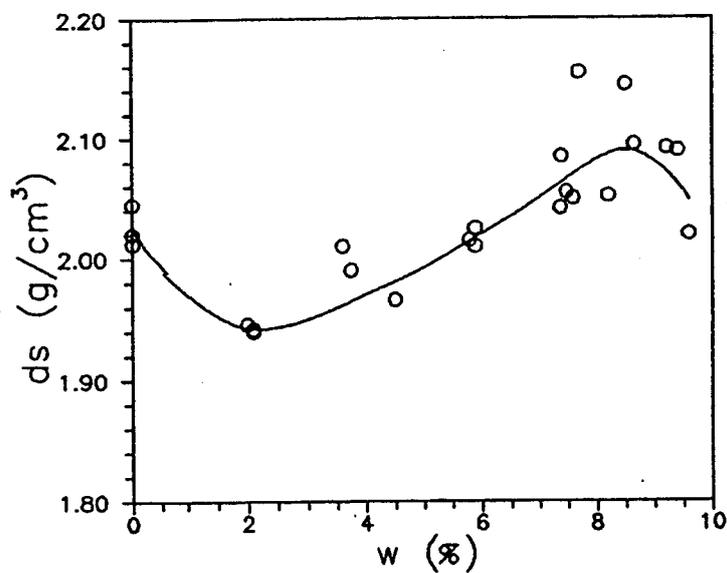


Figura 8.2: Resultados do ensaio de compactação Proctor normal.

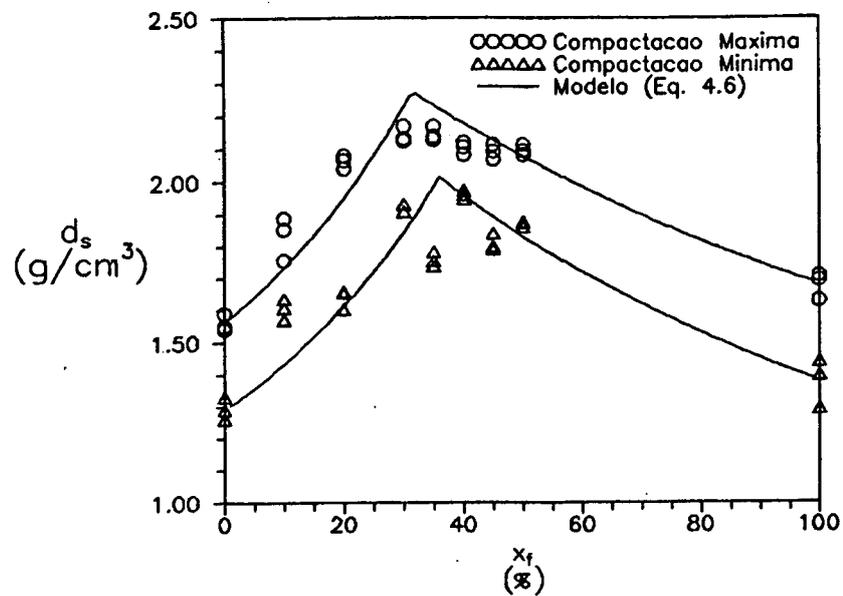


Figura 8.3: Relação entre densidade a seco e proporção de finos para diferentes misturas de finos e grossos.

## 8.2 POTENCIAL DE SUÇÃO

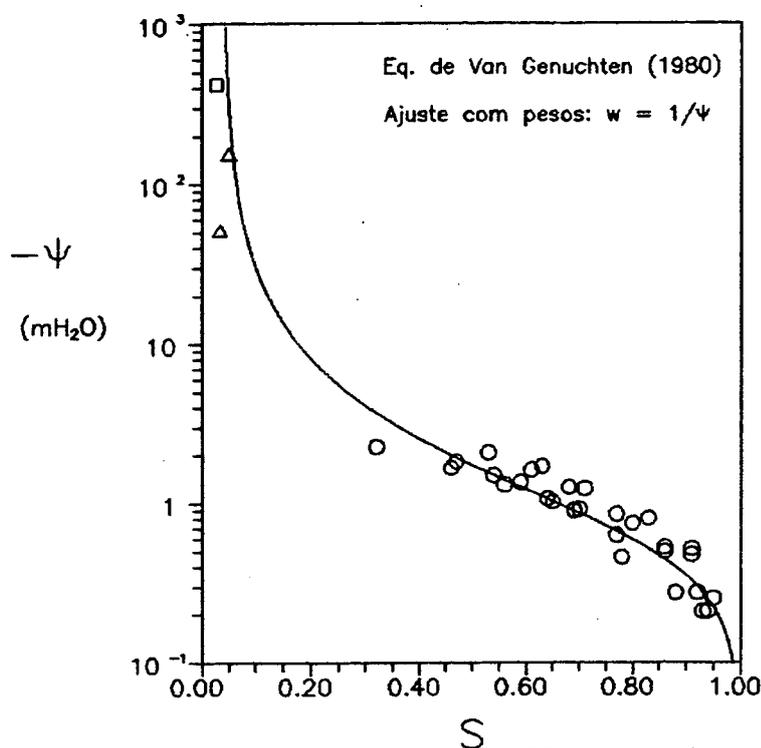


Figura 8.4: Curva de potencial de sucção para o backfill.

Os pontos experimentais foram obtidos com o método da câmara de sucção. A curva contínua é o resultado fornecido por um modelo proposto por Van Genuchten (1980) ajustado aos dados experimentais. A equação que representa o comportamento do backfill é a seguinte:

$$\psi = \frac{1}{\alpha} \left[ \text{Se}^{-1/\eta} - 1 \right]^{1/\beta} \quad (8.1)$$

onde  $\alpha = 1,407$ ,  $\beta = 1,728$  e  $\eta = 0,421$ .

$\psi$  é dado em mH<sub>2</sub>O, e Se é a saturação efetiva dada por,

$$\text{Se} = \left( \frac{S - S_r}{1 - S_r} \right) \quad (8.2)$$

onde  $S_r = 0,04$  é a saturação residual.

A Eq. (8.1) é válida para  $0,04 < S \leq 1$ .

## 8.3 PERMEABILIDADE

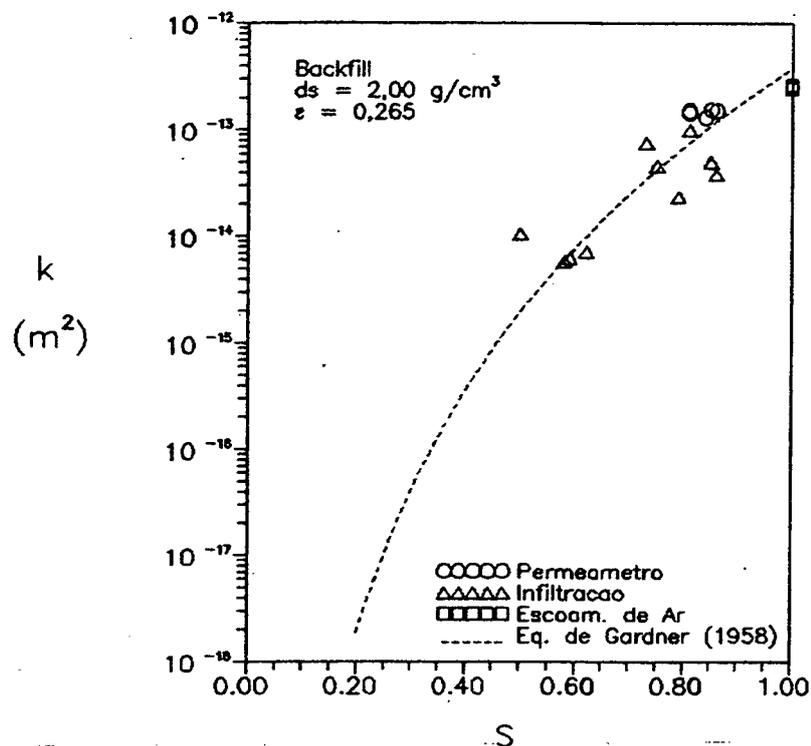


Figura 8.5: Permeabilidade em função da saturação.

Os pontos experimentais foram obtidos com um permeâmetro de nível constante, um método de escoamento de ar em amostras secas e um método de infiltração. Finalmente, aos valores medidos ajustou-se uma curva empírica proposta por Gardner (1958). A equação recomendada para o cálculo de permeabilidade do Backfill é a seguinte:

$$k = A S^B \quad (8.4)$$

onde  $A = 3,72 \cdot 10^{-13}$  e  $B = 7,58$ .

Na Eq. (8.4)  $k$  tem unidade de  $\text{m}^2$  e é válida para  $0,1 < S < 1$ .

Observa-se, da Eq. 8.4, que a permeabilidade de saturação do backfill é  $k_{\text{sat}} = 3,72 \cdot 10^{-13} \text{ m}^2$ .

## 8.4 CONDUTIVIDADE TÉRMICA EFETIVA

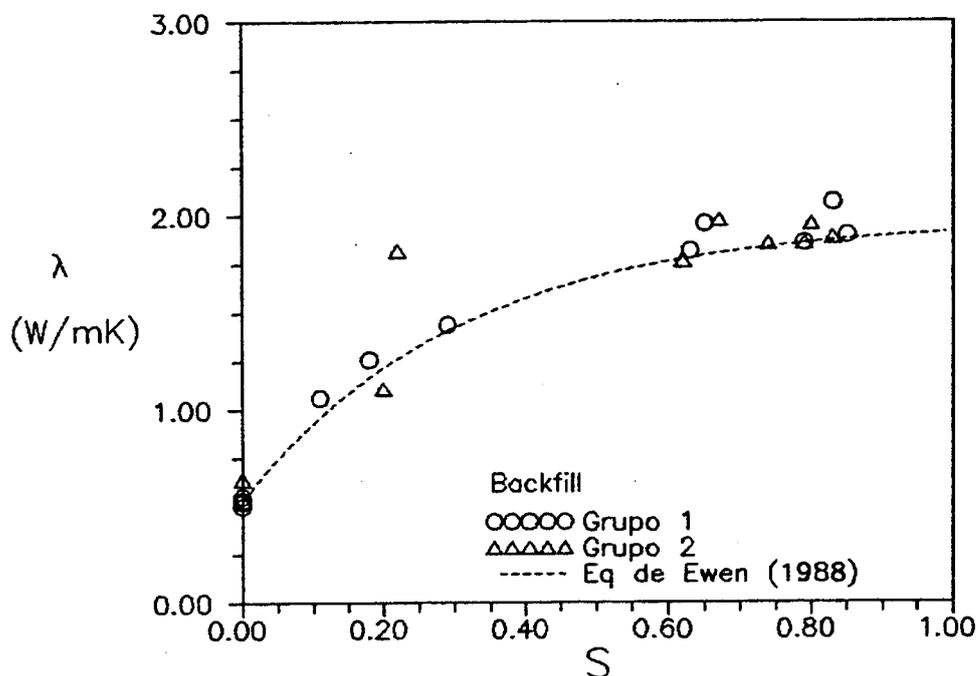


Figura 8.6: Condutividade térmica efetiva em função da saturação.

Os pontos experimentais foram medidos com o método da sonda térmica em amostras compactadas diretamente na umidade desejada e amostras compactadas a 15 % de umidade. Utilizou-se o modelo de De Vries (1952) para reproduzir os dados experimentais e para calcular a condutividade térmica "real" do solo ( $\lambda$ ). A curva contínua é o resultado fornecido por uma equação empírica proposta por Ewen (1988) ajustada aos dados fornecidos pelo modelo de De Vries. A equação que representa o comportamento da condutividade térmica "real" do backfill é a seguinte:

$$\lambda = A + B [1 - \exp( C S ) ] \quad (8.5)$$

onde  $A = 0,53$ ,  $B = 1,441$  e  $C = -3,238$ .

A condutividade térmica efetiva na Eq. (8.5) tem unidades de W/mC.

## 8.5 DIFUSIVIDADES DO MODELO DE PHILLIP E DE VRIES CALCULADAS PARA O BACKFILL

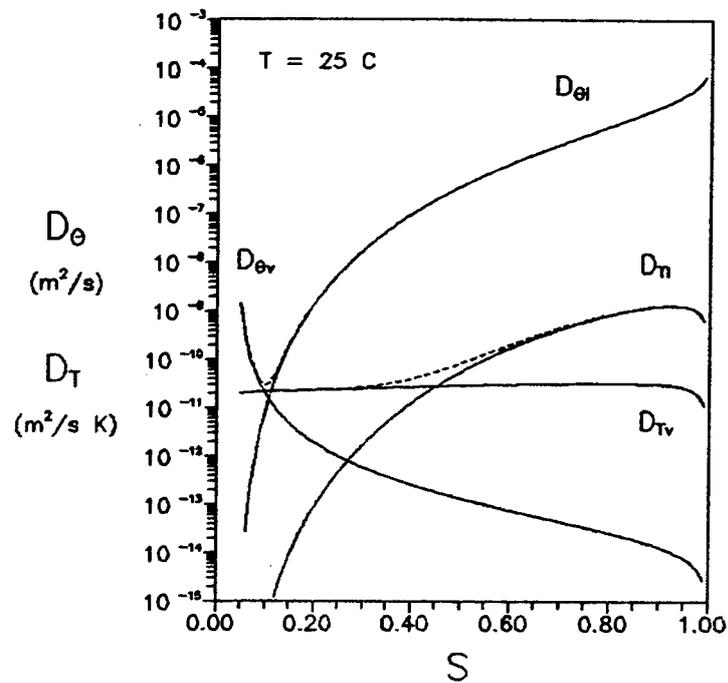


Figura 8.7: Difusividades térmicas e isotérmicas para o backfill calculadas para  $T = 25$  C.

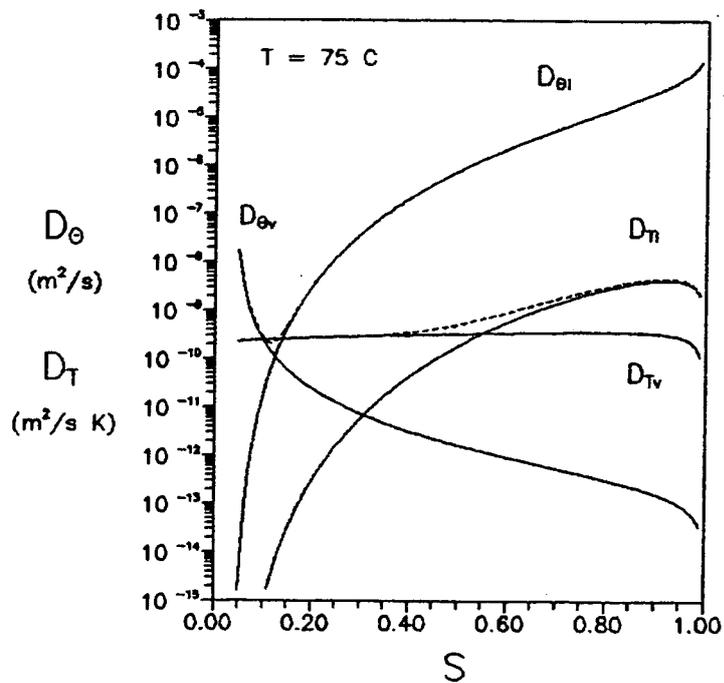


Figura 8.8: Difusividades térmicas e isotérmicas para o backfill calculadas para  $T = 75$  C.

## Capítulo 9

### Conclusões Gerais

Os cabos elétricos de alta tensão, em centros urbanos, são normalmente enterrados, por motivos estéticos e de segurança. A transmissão de energia nestes cabos causa o seu aquecimento, e para que estes cabos trabalhem em temperaturas adequadas, é necessário que o calor gerado seja dissipado pelo solo que o envolve.

Porém, ocorre frequentemente que o solo natural da região, devido às suas propriedades ou às condições do ambiente, não é capaz de promover a necessária troca térmica com o cabo. Nestas situações, normalmente utiliza-se métodos artificiais para promover a refrigeração do cabo elétrico e um destes métodos consiste na substituição do solo natural por outro com melhores propriedades. O solo substituto, denominado backfill pelo pessoal da área de transmissão de energia, tanto pode ser um solo natural como um solo artificial produzido para esta finalidade. Os principais critérios de seleção do solo substituto são: propriedades adequadas, baixo custo de extração ou produção, e disponibilidade próxima à obra nas quantidades necessárias.

No processo de seleção destes materiais é necessário conhecer-se o processo de transferência de calor em solos úmidos de forma a desenvolver-se os testes e parâmetros que permitam comparar o desempenho dos materiais disponíveis e transformar este desempenho em indicadores econômicos. Ainda, optando-se pela utilização destes materiais, deve-se desenvolver um método de projeto eficiente e deve-se ser capaz de prever o comportamento do material em condições de operação.

A transferência de calor em solos úmidos é um processo acoplado ao processo de migração de umidade. Os fluxos de calor e umidade dependem dos gradientes de temperatura e umidade e das propriedades térmicas e hidrológicas do solo. Tais propriedades por sua vez dependem fortemente da umidade e temperatura locais e são características individuais de cada solo. Um dos

modelos atualmente mais utilizados na análise dos fenômenos de transporte de calor e umidade em solos úmidos advém da teoria de Phillip e De Vries (1957). O modelo de Phillip e De Vries é um modelo fenomenológico que estabelece uma relação de proporcionalidade entre os fluxos de calor e massa e os gradientes de temperatura e umidade. No entanto, estas relações dependem de coeficientes, denominados difusividades, os quais por sua vez dependem de propriedades mais fundamentais do meio. Estas propriedades são características de cada solo em particular e dependentes da temperatura e umidade do solo. Para analisar-se o comportamento térmico e hidrológico de um solo é necessário, portanto, determinar as suas propriedades térmicas e hidrológicas e a dependência destas propriedades com a temperatura e umidade.

O presente trabalho objetivou determinar três propriedades termo-hidrológicas de um material artificial que tem sido utilizado no reaterramento de cabos de potência. Estas propriedades são a condutividade térmica efetiva, o potencial de sucção ou potencial matricial e a condutividade hidráulica. A partir destas propriedades básicas pode-se calcular as difusividades requeridas pelo modelo de Phillip e De Vries. Aliado à determinação das propriedades de um solo em particular, analisou-se os métodos de medição existentes e estabeleceu-se procedimentos experimentais.

O solo estudado é uma mistura contendo 60 % em massa de grãos com dimensão da ordem de 5 mm e 40 % em massa de grãos com dimensão da ordem de 0,15 mm obtidos da moagem de rochas graníticas. A escolha deste material foi motivada por um convênio existente entre a UFSC e a PIRELLI Cabos S.A. sediada em Santo André (SP). Este material, de propriedade da PIRELLI, tem sido utilizado em linhas de transmissão no estado de São Paulo.

Inicialmente, apresentou-se conceitos introdutórios relacionados à Física e à Mecânica dos Solos. Os objetivos deste capítulo foram dois. Inicialmente, objetivou-se definir com clareza os termos relacionados à descrição e classificação dos solos a fim de permitir a sua utilização no decorrer do trabalho. O segundo objetivo foi estabelecer um procedimento geral de identificação e classificação de solos, com vistas à sua caracterização térmica e hidrológica. A classificação do solo é importante no sentido de prever-se o seu comportamento físico, o que auxilia a especificação e o projeto de experimentos, e no sentido de situar-se os resultados obtidos dentro do que existe na bibliografia referente a solos. A seguir, apresentou-se a Teoria de Phillip e De Vries que é um modelo para o transporte de calor e umidade em solos úmidos. O objetivo deste capítulo foi apresentar as propriedades de interesse, o significado físico destas propriedades e as

hipóteses embutidas no modelo. Adicionalmente, discutiu-se de uma maneira qualitativa o comportamento de um solo úmido quando sujeito à um campo térmico, como por exemplo, o campo térmico gerado ao redor de um cabo elétrico subterrâneo em operação.

Na sequência do trabalho, descreveu-se o material utilizado e apresentou-se os métodos, experimentos e resultados obtidos na medição de cada uma das propriedades termo-hidráulicas de interesse.

O potencial de sucção foi determinado através de um método proposto por Su e Brooks (1980). Mediu-se valores de potencial de sucção em função da saturação para sucções até 2,5 mH<sub>2</sub>O. Neste valor de sucção o material apresentou uma saturação da ordem de 0,4.

A fim de completar os dados de potencial de sucção obtidos com o método de Su e Brooks realizou-se duas estimativas da umidade de equilíbrio do backfill em sucções elevadas. As medições foram feitas somente na parcela de finos da mistura e utilizou-se para isto uma câmara de pressão com membrana porosa e um método de adsorção de vapor. As estimativas permitiram aproximar-se o valor de  $S_r$  para o backfill e assim ajustar uma função empírica aos dados disponíveis. Ajustou-se uma função devida a Van Genuchten (1980) a qual permite o cálculo do potencial de sucção do backfill em função da umidade em toda a faixa de umidade funicular.

A curva de permeabilidade do backfill foi obtida através de três experimentos. Inicialmente, determinou-se a permeabilidade do backfill através do escoamento de água utilizando um permeâmetro de nível constante. Nestes testes a saturação das amostras variou entre 0,81 e 0,86. Observou-se que o método de saturação empregado, baseado no escoamento de CO<sub>2</sub> através da amostra, além de não ter sido eficiente, tornou o escoamento não-darciniano. Este efeito foi relacionado à dissolução de sais pela solução ácida formada do contato com o CO<sub>2</sub> e a água destilada. A dissolução de sais da superfície dos grãos finos, desestabilizou a matriz porosa e permitiu o deslocamento de partículas coloidais obstruindo os poros do meio e dos filtros existentes na seção de testes.

Com o intuito de obter-se a permeabilidade de saturação, realizou-se experimentos de escoamento de ar através da amostra seca. Estes experimentos mostraram que a permeabilidade aparente do ar é influenciada pela pressão média do escoamento e pela umidade do ar. A variação da permeabilidade aparente com a pressão média foi diferente da prevista pelo modelo de Klinkenberg, baseado no escoamento molecular (com escorregamento) em capilares. Esta variação não pode ser totalmente creditada à incerteza

experimental. A influência da umidade do ar na permeabilidade aparente cresce com a pressão média. Este efeito, embora possa ser relacionado à condensação capilar da umidade na amostra (Sheidegger, 1974), permanece sem uma explicação satisfatória. Os valores de permeabilidade aparente medidos em pressões baixas mostraram-se independentes da umidade do ar e da pressão média do escoamento. Estes valores foram assumidos, então, como equivalentes à permeabilidade de saturação do backfill.

A fim de obter valores de permeabilidade em função da saturação, utilizou-se um método de infiltração denominado método de Youngs. Este método baseia-se na análise dos resultados obtidos em um experimento de infiltração unidimensional de cima para baixo em uma coluna de solo. O experimento é de execução relativamente fácil, comparado à outros métodos de determinação da permeabilidade, porém, os resultados obtidos apresentaram uma forte dispersão. Esta dispersão é ocasionada pela falta de um critério exato no ajuste das curvas obtidas do experimento. Ainda, devido às suas características, não é possível relacionar-se diretamente a condição de sucção imposta à amostra com o conteúdo de umidade final na coluna. Isto impede que se realize experimentos sistemáticos para determinados valores de umidade.

Aos resultados obtidos dos três tipos de testes realizados, ajustou-se modelos de permeabilidade. Foram utilizados os modelos de Wyllie e Gardner, Millington e Quirk e Mualem que são modelos de feixes de capilares e mais adequados para a previsão da permeabilidade de solos uniformes. Os resultados obtidos dos modelos não previram os dados experimentais de maneira satisfatória. Um procedimento alternativo utilizado consistiu em ajustar os modelos aos dados obtidos do permeâmetro. Com este ajuste, os valores experimentais passaram a ser melhor previstos pelos modelos, porém a permeabilidade de saturação calculada pelos modelos foi maior que o valor medido com o escoamento de ar. O modelo que apresentou o melhor comportamento foi o modelo de Mualem com expoente  $p = 3$ . Os modelos de feixes de capilares são adequados para previsões da curva de  $k_{r1}$  e em especial para extrapolar os valores de  $k_{r1}$  para umidades menores quando conhece-se alguns valores em umidades intermediárias.

Foi testada também uma equação empírica proposta por Gardner (Hillel, 1980) que é bastante simples e tem sido utilizada em simulações de processos de migração isotérmica devido ao fato de ser facilmente tratada analiticamente. Esta equação apresentou comportamento semelhante ao modelo de Mualem na região de umidades intermediárias e baixas. Porém previu com boa aproximação o valor da permeabilidade de saturação medida do escoamento de ar.

A condutividade térmica do backfill foi medida utilizando o método da Sonda Térmica. O equipamento utilizado permitia a aquisição automática dos valores de temperatura versus tempo e possuía um software interno para tratamento dos dados. A pouca resolução na medição de temperatura e as dimensões da sonda obrigaram a realização de testes com potência dissipada relativamente alta e com tempos de teste relativamente longos. Os testes duravam em média 1000 segundos e a elevação de temperatura era em torno de 10 C. Somando-se a isto os efeitos de influência do meio ambiente e de variação da densidade das amostras obteve-se resultados com acentuada dispersão. Embora o equipamento permitisse o tratamento dos dados internamente, optou-se por fazê-lo em separado observando aspectos qualitativos e quantitativos. Porém, ressalta-se que o valor de condutividade térmica obtida a partir dos dados fornecidos pela sonda térmica é fortemente influenciado pelo erro na determinação da potência dissipada na sonda. O erro decorrente do cálculo do coeficiente angular da reta temperatura versus logaritmo natural do tempo possui uma influência menor. Com base em uma análise de propagação de erros de medição pode-se assumir um erro de medição em  $\lambda$  de  $\pm 20\%$  do valor medido.

Foram feitos dois grupos de testes. Nos testes do grupo 1, as amostras eram compactadas na umidade desejada e, após um certo período de repouso, media-se a condutividade térmica efetiva. Nos testes do grupo 2, as amostras eram compactadas com 15 % de umidade (mássica) e eram secadas até que a umidade atingisse o valor desejado. Então, esperava-se um tempo necessário para que houvesse homogeneização da umidade e realizava-se a medição. O comportamento geral dos valores medidos nos testes com o grupo 2 é o mesmo dos valores medidos nos testes do grupo 1. Observa-se porém, uma tendência de que os valores de condutividade térmica dos testes do grupo 2 sejam maiores que os valores obtidos nos testes do grupo 1. As medições no grupo 2 indicam que, em umidade baixas, a homogeneização da umidade é bastante lenta e influencia a medição da condutividade térmica efetiva.

Com o objetivo de determinar-se os valores de  $\lambda$  requeridos pela Eq. (3.50), comparou-se os resultados fornecidos por modelos teóricos disponíveis na literatura com os valores medidos para o backfill. Os modelos utilizados foram o modelo de De Vries (1952), o modelo de Phillip e De Vries, conforme discutido por DeGiovanni (1987), e o modelo de Hartley (1986), derivado do modelo de Phillip e De Vries. Verificou-se que os modelos fornecem valores semelhantes de condutividade térmica aparente ( $\lambda_{op}$ ) para  $T = 25$  C e valores discrepantes para  $T = 75$  C. Em virtude de não possuir-se valores medidos em

temperaturas altas não se pode determinar qual modelo apresenta o melhor comportamento. Dessa forma, decidiu-se adotar os valores de  $\lambda$  calculados pelo modelo de De Vries, sem a influência do fluxo de vapor, como sendo os valores de condutividade "real" do meio requeridos pela Eq. (3.50).

Aos valores fornecidos pelo modelo de De Vries, ajustou-se uma equação empírica proposta por Ewen (1988). Esta equação é simples e permite a obtenção de  $\lambda$  para qualquer valor de umidade, e, por aproximação, para valores de T variando de 25 a 75 C.

Ao final do trabalho, apresentou-se um resumo contendo as propriedades do backfill e as equações para o cálculo do potencial de sucção, da permeabilidade e da condutividade hidráulica. Adicionalmente, apresentou-se figuras comparando as equações ajustadas aos dados experimentais e figuras mostrando os valores das difusividades do modelo de Phillip e De Vries calculadas a partir das propriedades medidas.

## Referências

---

- ADAMSON, A.W. *Physical Chemistry of Surfaces*. John Wiley and Sons, 4<sup>th</sup> Ed., 1982.
- ARASTOPOUR, H. e SEMRAU, J. Mathematical Analysis of Two-Phase Flow in Low Permeability Porous Media. *AIChE J.*, vol 35, n 10, pp 1710-1718.
- ASME: *Fluid Meters, Their Theory and Application*. 6<sup>th</sup> Ed., ASME, New York, 1971.
- ASTM *Annual Book of ASTM Standards, Part 19: Soil, Rock and Building Stones*. American Society for Testing and Materials, Philadelphia, PA, 1980.
- ASTM - STP 746: *Permeability and Groundwater Contaminant Transport*. American Society for Testing and Materials, Zimmie e Rigs Eds., Philadelphia, PA, 1981.
- AZIZI, S., MOYNE, C. e DEGIOVANNI, A. Approche Expérimentale et Théorique de la Conduktivité Thermique des Milieux Poreux Humides- I. Expérimentation. *Int. J. H. M. Transfer*, vol 31, n 11, pp 2305-2317, 1988.
- BARROS, J.R. Medição da Condutividade Hidráulica do Backfill. *Relatório Técnico*, Convênio UFSC-PIRELLI em Cabos Elétricos Subterrâneos, Depto. Eng Mecânica, UFSC, 1992.
- BARTOLLI, J.R. *Materiais Artificiais como Solução para Backfill - 2ª Fase*. Relatório Técnico RT-353/081(2), CEC/GLP, Pirelli Cabos S.A., Santo André, S.P., 1986.
- BEAR, J. *Dynamics of Fluids in Porous Media*. American Elsevier Publishing Co., New York, 462 p, 1972.

- BLACKWELL, J.H. A Transient-Flow Method for Determination of Thermal Constants of Insulating Materials in Bulk. *J. Appl. Physics*, vol 25, pp 137-144, 1954.
- BLACKWELL, J.H. The Axial-Flow Error in the Thermal Conductivity Probe. *Can. J. Physics*, vol 34, pp 412-417, 1956.
- BOGGS, S.A. e RADHAKRISHNA, H.S. *Soil Thermal Resistivity and Thermal Stability Measuring Instrument. Volume 1: Determination of Soil Thermal Stability and Other Soil Thermal Properties*. EPRI EL-2128, Research Project 7861, Electric Power Research Institute, november, 1981.
- BOGGS, S.A. e RADHAKRISHNA, H.S. *Soil Thermal Resistivity and Thermal Stability Measuring Instrument. Volume 2: Manual for Operation and Use of the Thermal Property Analyzer and Statistical Weather Analysis Program to Determine Thermal Design Parameters*. EPRI EL-2128, Research Project 7861, Electric Power Research Institute, november, 1981.
- BROOKS, R.H. e COREY, A.T. Properties of Porous Media Affecting Fluid Flow. *Journal of the Irrigation and Drainage Division, ASCE*, vol 106, pp 61-88, 1965.
- BRUCE, R.R. Hydraulic Conductivity Evaluation of the Soil Profile from Soil Water Retention Relations. *Soil Science Society of America Proceedings*, vol 36, pp. 555-561, 1972.
- BRUCE, R.R. e KLUTE, A. The Measurement of Soil Moisture Diffusivity. *Soil Sci. Soc. Amer. Proc.*, vol 20, pp 458-462, 1956.
- BURDINE, N.T. Relative Permeability Calculations from Pore-Size Distribution Data. *Trans. A.I.M.E.*, vol 198, pp 71-77, 1953.
- CARBONELL, R.G. e WHITAKER, S. Heat and Mass Transfer in Porous Media. In: *Fundamentals of Transport in Porous Media* (Edited by J. Bear and M. Y. Corapocioglu), NATO ASI Series, Martinus Nijhoff, pp 121-198, 1984.
- CARSLAW, H.S. e JAEGER, J.C. *Conduction of Heat in Solids*, Oxford University Press, London, 1947.

- CARY, J. W. Soil Moisture Transport Due to Thermal Gradients: Practical Aspects. *Soil Sci. Soc. of Am. Proc.*, vol 30, pp 428-433, 1966.
- CARY, J. W. Experimental Measurements of Soil-Moisture Hysteresis and Entrapped Air. *Soil Science*, vol 104, no 2, pp 174-180, 1967.
- CHAHAL, R. S. Effect of Temperature and Trapped Air on Matric Suction. *Soil Science*, vol 100, pp 262-266, 1965.
- CHRISTIANSEN, J E., FIREMAN, M. e ALLISON, L. E. Displacement of Soil Air by CO<sub>2</sub> for Permeability Tests. *Soil Science*, vol 59, pp 355-360, 1945.
- COMITI, J. e RENAUD, M. A New Model for Determining Mean Structure Parameters of Fixed Beds from Pressure Drop Measurements: Application to Beds Packed with Parallelepipedal Particles. *Chemical Eng. Sci.*, vol 44, n 7, pp 1539-1545, 1989.
- COREY, A.T. Measurement of Water and Air Permeability in Unsaturated Soil. *Soil Science Society of America Proceedings*, vol 21, pp 7-10, 1957.
- COREY, A.T. *Mechanics of Heterogeneous Fluids in Porous Media*. Water Resources Publications, Fort Collins, Colorado, 1977.
- COREY, A. T. e BROOKS, R. H. Drainage Characteristics of Soils. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.* vol 39, pp 251-255, 1975.
- COUVILLION, R.J. *Heat and mass Transfer in a Semi-Infinite Moist Soil with a Drying Front Present*. Ph. D. Thesis, Georgia Institute of Technology, 1981.
- DAIAN, J. F. *Processus de Condensation et de Transfert d'Eau dans un Materiau Meso et Macroporeux. Etude Experimentale du Mortier de Ciment*. These Docteur Es-Sciences Physiques, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1986.
- DANE, J. H. e KLUTE, A. Salt Effects on the Hydraulic Properties of a Swelling Soil. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, vol 41, pp 1043-1049, 1977.

- DANIEL, D.E., HAMILTON, J.M. e OLSON, R.E. Suitability of Thermocouple Psychrometers for Studying Moisture Movement in Unsaturated Soils. In: *Permeability and Ground Water Contaminant Transport*, ASTM STP 746, T. F. Zimmie and C. O. Riggs, Eds., ASTM, pp 84-100, 1981.
- DE GIOVANNI, A. e MOYNE, C. Conductivité Thermique de Matériaux Poreux Humidés: Évaluation Théorique et Possibilité de Mesure. *Int. J. H. M. Transfer*, vol 30, n 11, pp 2225-2245, 1987.
- DE VRIES, D. A. The Thermal Conductivity of Granular Materials. *Bull. Inst. Intern. du Froid*, anexe 1952-I, pp 115-131, 1952.
- DE VRIES, D.A. Simultaneous Transfer of Heat and Moisture in Porous Media. *Trans. Am. Geophys. Union*, vol 39, no 5, pp 909-916, 1958.
- DE VRIES, D.A. Thermal Properties of Soils. In: *Physics of Plant Environment*. W. E. Van Wijk (coord.), North-Holland Publishing Co., Amsterdam, Ch. 7, pp 210-235, 1963.
- DE VRIES, D. A. Heat Transfer in Soil. In: *Heat and Mass Transfer in Biosphere*. Scripta, Washington, pp 1-28, 1975.
- DE VRIES, D.A. The Theory of Heat and Moisture Transfer in Porous Media Revisited. *Int. J. H. M. Transfer*, vol 30, n 7, pp 1343-1350, 1987.
- DE VRIES, D.A. Discussion of "Approche Expérimentale et Théorique de la Conductivité Thermique des Milieux Poreux Humides". *Int. J. H. Mass Transfer*, vol 33, n 8, pp 1777-1779, 1990.
- DE VRIES, D.A. e PECK, A.J. On the Cylindrical Probe Method of Measuring Thermal Conductivity with Special Reference to Soils. *Australian J. of Physics*, vol 2, n 2, pp 255-271, 1958.
- DE WIEST, R.J. *Flow Trough Porous Media*. Academic Press, New York, 1969.
- DUARTE, R. N. C. Isotermas de sorção e dessorção. *Comunicação ao Prof. Álvaro T. Prata*, Agosto, 1991.

- ELZEFTAWY, A. e MANSELL, R. S. Hydraulic Conductivity Calculations for Unsaturated Steady-State and Transient-State Flow in Sand. *Soil Sci. Soc. Amer. Proc.*, vol 39, pp 599-603, 1975.
- EVERETT, D. H. A General Approach to Hysteresis. Part 3: A Formal Treatment of the Independent Domain Model of Hysteresis. *Trans. Faraday Society*, vol 50, pp 1077-1096, 1954.
- EWEN, J. Thermal Instability in Gently Heated Unsaturated Sand. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol 31, no 8, pp 1701-1710, 1988.
- EWEN, J. Susceptibility to Drying of Unsaturated Soil Near a Warm Impermeable Surface. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol 33, no 2, pp. 359-366, 1990.
- FAND, R.M., KIM, B.Y.K., LAM, A.C.C. e PHAN, R.T. Resistance to the Flow of Fluids Through Simple and Complex Porous Media Whose Matrices are Composed of Randomly Packed Spheres. *Journal of Fluids Engineering, ASME*, vol 109, pp 268-274, 1987.
- FERNANDES, C.P. *Estudo dos Problemas de Condensação e Migração de Umidade em Meios Porosos Consolidados. Análise de uma Argamassa de Cal e Cimento.* Dissertação de Mestrado, UFSC, 1990.
- FERREIRA, L.S.D. *Migração de Umidade Causada por Gradientes Térmicos entre Duas Fronteiras Impermeáveis Contendo um Meio Poroso Não Saturado.* Dissertação de Mestrado, UFSC, 1987.
- FERREIRA, L.S.D. *Medição da Curva de Potencial de Sucção em Função da Saturação.* Relatório Técnico, Convênio UFSC-PIRELLI em Cabos Elétricos Subterrâneos, Depto. Eng Mecânica, UFSC, 1989.
- FREITAS, D.S. *Transporte Convectivo de Calor e Massa em Meios Porosos Saturados.* Dissertação de Mestrado, UFSC, 1991.
- FURMANSKI, P. Effective Macroscopic Description for Heat Conduction in Heterogeneous Materials. *Int. J. H. Mass Transfer*, vol 35, n 11, pp 3047-3058, 1992.

- FURUKAWA, E. Medição da Permeabilidade de Saturação do Backfill. *Relatório Técnico*, Convênio UFSC-PIRELLI em Cabos Elétricos Subterrâneos, Depto. Eng Mecânica, UFSC, 1990.
- GARDNER, R. Relation of Temperature to Moisture Tension of Soil. *Soil Science*, vol 79, pp 257-264, 1955.
- GARDNER, W. R. Calculation of Capillary Conductivity from Pressure-Plate Outflow Data. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.* vol 20, pp 317-320, 1956.
- GEMANT, A. The Thermal Conductivity of Soils. *Journal of Applied Physics*, vol 21, pp 750-752, 1950.
- GLATZMAIER, G.C. e RAMIREZ, W.F. Use of Volume Averaging for the Modeling of Thermal Properties of Porous Materials. *Chemical Eng. Sciences*, vol 43, n 12, pp 3157-3169, 1988.
- GOLDEN, J. M. Percolation Theory and Models of Unsaturated Porous Media. *Water Resources Research*, vol 16, no 1, pp 201-209, 1980.
- GORDON, B.B. e FORREST, M. Permeability of Soils Using Contaminated Permeant. In: *Permeability and Ground Water Contaminant Transport*, ASTM STP 746, T. F. Zimmie and C. O. Riggs, Eds., ASTM, pp 101-120, 1981.
- GREEN, R.E. e COREY, J.C. Calculation of Hydraulic Conductivity: A Further Evaluation of Some Predictive Methods. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, vol 35, pp 3 - 9, 1971.
- HADLEY, G.R. Thermal Conductivity of Packed Metal Powders. *Int. J. H. Mass Transfer*, vol 29, n 6, pp 909-920, 1986.
- HARIDASAN, M. e JENSEN, R. D. Effect of Temperature on Pressure Head-Water Content Relationship and Conductivity of Two Soils. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.* vol 36, pp 703-708. 1972.
- HARTLEY, J.G. *An Analysis of the Thermal Stability of the Soil Environment of Underground Electrical Cables*. Ph. D. Thesis, Georgia Institute of Technology, 1977.

- HARTLEY, J.G. Coupled Heat and Moisture Transfer in Soils: A Review. In: *Advances in Drying*, Hemisphere Publishing Co., 1987.
- HEAD, K. H. *Manual of Soil Laboratory Testing. Vol 1: Soil Classification and Compaction Tests*. ELE International Limited, London, 1984.
- HILLEL, D. *Fundamentals of Soil Physics*. Academic Press, New York, 1980.
- HORN, M.E. Estimating Soil Permeability Rates. *J. of the Irrigation and Drainage Division*, june, pp 263-274, 1971.
- JACKSON, K.W. *Enhancement of Thermal Energy Transport Through Granular Media*. Ph. D. Thesis, Georgia Institute of Technology, 1980.
- JACKSON, K.W. e BLACK, W.Z. A Unit-Cell Model for Predicting the Thermal Conductivity of a Granular Medium Containing an Adhesive Binder. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol 26, no 1, pp 87-99, 1983.
- JACKSON, R. D. Water Vapor Diffusion in Relatively Dry Soil: I. Theoretical Considerations and Sorption Experiments. *Soil Science Society Proceedings*, vol 28, pp 172-176, 1964.
- JACKSON, R. D. On the Calculation of Hydraulic Conductivity. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, vol 36, pp 380-383, 1972.
- JACKSON, R. D., VAN BAVEL, C. H. M. e REGINATO, R. J. Examination of the Pressure-Plate Outflow Method for Measuring Capillary Conductivity. *Soil Science*. vol 96, pp 249-256, 1963.
- JURY, W.A. *Simultaneous Transport of Heat and Moisture Through a Medium Sand*. Ph. D. Thesis, Univ. of Wisconsin, 1973.
- JURY, W.A. e MILLER, E.E. Measurement of the Transport Coefficients for Coupled Flow of Heat and Moisture in a Medium Sand. *Soil Sci. Soc. of Am. Proc.*, vol 38, pp 551-557, 1974.
- KING, S.Y. e HALFTER, N.A. *Underground Power Cables*. Longman, New York, 1982.

- KLUTE, A. The Determination of the Hydraulic Conductivity and Diffusivity of Unsaturated Soils. *Soil Science*, vol 113, pp 264-276, 1972.
- KLUTE, A. Water Retention: Laboratory Methods, In: *Methods of Soil Analysis, Part I: Physical and Mineralogical Methods*, American Society of Agronomy-Soil Science Society of America, Madison, 2<sup>nd</sup> Ed., chap 26, 1986.
- KUNZE, R.J., UEHARA, G. e GRAHAM, K. Factors Important in the Calculation of Hydraulic Conductivity. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, vol 32, pp 760-765, 1968.
- LAGERWERFF, J.V., NAKAYAMA, F.S. e FRERE, M.H. Hydraulic Conductivity Related to Porosity and Swelling of Soil. *Soil Sci. Soc. Am. Proc. J.*, vol 33, pp 3-11, 1969.
- LALIBERT, G.E., BROOKS, R.H. e COREY, A.T. Permeability Calculated from Desaturation Data. *J. Irrigation and Drainage Division*, march, pp 57-71, 1968.
- LAPIERRE, C., LERROUEIL, S. e LOCAT, J. Mercury Intrusion and Permeability of Louiseville Clay. *Can. Geotechnical J.*, vol 27, pp 761-773, 1990.
- LAURINDO, J.B. *Um Estudo Fundamental do Processo de Secagem em Meios Porosos Insaturados*. Dissertação de Mestrado, UNICAMP, 1989.
- LEINZ, V. e AMARAL, S.E. *Geologia Geral*. Companhia Editora Nacional, São Paulo, 1989.
- LUIKOV, A.V., SHASHIKOV, A.V., VASILIEV, L.L. e FRAIMAM, Y.E. Thermal Conductivity of Porous Systems. *Int. J. H. Mass Transfer*, vol 11, pp 117-140, 1968.
- MCDONALD, M.J., CHU, C.-F., GUILLOIT, P.P. e NG, K.M. A Generalized Blake-Kozeny Equation for Multisized Spherical Particles. *AIChE J.*, vol 37, n 10, pp 1583-1588, 1991.
- McNEAL, B.L. e COLEMAM, N.T. Effect of Solution Composition on Soil Hydraulic Conductivity. *Soil Sci. Soc. Am. Proc. J.*, vol 30, pp 308-312, 1966.

- MARSHALL, T.J. A Relation Between Permeability and Size Distribution of Pores. *J. of Soil Science*, vol 9, n 1, 1958.
- MELANSON, M.M. e DIXSON, A.G. Solid Conduction in Low Dt/Dp Beds of Spheres, Pellets and Rings. *I. J. H. Mass Transfer*, vol 28, pp 283-394, 1985.
- MILLINGTON, R.J. e QUIRK, J.P. Permeability of Porous Media. *Nature*, vol 183, pp. 378-388, 1959.
- MILLER, R.J. e LOW, P.F. Threshold Gradient for Water Flow in Clay Systems. *Soil Sci. Soc. Am. Proc. J.*, vol 27, n 6, pp 605-609, 1963.
- MITCHELL, J.K., KAO, T.-C. e ABDEL-HADI, O.N. *Backfill Materials for Underground Power Cables - Phase 1*, EPRI EL-506, Research Project 7841-1, Electric Power Research Institute, junho, 1977.
- MOENCH, A.F. e EVANS, D.D. Thermal Conductivity and Diffusivity of Soil Using a Cylindrical Heat Source. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, vol 34, n 3, pp 377-381, 1970.
- MOFFAT, R.J. Using Uncertainty Analysis in the Planning of an Experiment. *J. Fluids Engineering*, vol 107, pp 173-178, 1985.
- MOLEND, C. H. A. *Analyse des Phenomenes D'Hysteresis en Milieu Poreux non Sature- Etude Bibliographique et Modele Mathematique*. Université Paul Sabatier, Toulouse, Juillet, 1988.
- MOYNE, C., BATSALÉ, J.C. e DEGIOVANNI, A. Approche Expérimentale et Théorique de la Conduktivité Thermique des Milieux Poreux Humides - II. Théorie. *Int. J. H. M. Transfer*, vol 31, n 11, 2319-2330, 1988.
- MUALEM, Y. A Conceptual Model of Hysteresis. *Water Resources Research*, vol 10, no 3, pp 514-520, 1974.
- MUALEM, Y. A New Model for Predicting the Hydraulic Conductivity of Unsaturated Porous Media. *Water Resources Research*, vol 12, no 3, pp 513-522, 1976.

- OLIVEIRA, A.A.M. e PRATA, A.T. Condutividade Térmica Efetiva de Leitos Granulares Saturados: Leitos de Esferas em Empacotamento Randômico. *Relatório Técnico*, Depto. de Eng. Mecânica, UFSC, 1992.
- OLSEN, H.W. Deviations from Darcy's Law in Saturated Clays'. *Soil Sci. Soc. Am. Proc. J.*, vol 29, pp 135-140, 1965.
- OSOBA, J.S., RICHARDSON, J.G., KERVER, J.K., HAFFORD, J.A. e BLAIR, P.M. Laboratory Measurements of Relative Permeability. *Petroleum Transactions, AIME*, vol 192, pp 47-56, 1951.
- PARLANGE, J.-Y., LISLE, I., BRADDOCK, R. D. e SMITH, R. E. The Three-Parameter Infiltration Equation. *Soil Science*. vol 133, pp 337-341, 1982.
- PENNMAN, H.L. Gas and Vapor Movement in Soil Water. *J. of Agr. Sci.*, vol 30, pp 437-462, 1940.
- PHILLIP, J.R. The Theory of Infiltration: 6. Effect of Water Depth Over Soil. *Soil Science*, vol 85, pp 278-286, 1958.
- PHILLIP, J.R. e DE VRIES, D.A. Moisture Movement in Porous Media Under Temperature Gradients. *Trans. Am. Geophysical Union*, vol 38, pp 222-232, 1957.
- PREECE, R.J. The Measurement and Calculation of Physical Properties of a Cable Bedding Sand, Part 1: Suction and Hydraulic Conductivity. *Technical Report*, Central Electricity Research Laboratories, 1975.
- PULKRABEK, W.W. e IBELE, W.E. The Effect of Temperature on the Permeability of a Porous Material. *Int. J. H. Mass Transfer*, vol 30, n 6, pp 1103-1109, 1989.
- QUADRI, M. *Dinâmica de Resposta de Tensiômetros: Desenvolvimento Experimental e Modelação Numérica*. Dissertação de Mestrado, UFSC, 1988.
- RAGAB, R., FEYEN, J. e HILLEL, D. Comparison of Experimental and Simulated Infiltration Profiles in Sand. *Soil Science*. vol 133, pp 61-64, 1982.

- RAGAB, R., FEYEN, J. e HILLEL, D. Effect of the Method for Determining Pore Size Distribution on Prediction of the Hydraulic Conductivity Function and of Infiltration. *Soil Science*. vol 134, pp 141-145, 1982.
- RICHARDSON, J.G., KERVER, J.K., HAFFORD, J.A. e OSOBA, J.S. Laboratory Determinations of Relative Permeability. *Trans. AIME*, vol 195, pp 187-196, 1952.
- SALLAM, A., JURY, W.A. e LETEY, J. Measurement of Gas Diffusion Coefficient Under Relatively Low Air-Filled Porosity. *Soil Sci. Soc. Amer. Proc.*, vol 48, pp 3-6, 1984.
- SALOMONE, L.A. , KOVACS, W.D. e WECHSLER, H. *Thermal Behaviour of Fine-Grained Soils*. NBS Building Science Series BSS 149, National Bureau of Standards, U.S. Department of Commerce, november, 1982.
- SCHEIDEGGER, A. E. *The Physics of Flow Through Porous Media*. University of Toronto Press, Canada, 2<sup>nd</sup> Edition, 1960.
- SEPASKHAH, A.R. e BOERSMA, L. Thermal Conductivity of Soils as a Function of Temperature and Water Content. *Soil Science Society of America Proc.*, vol 43, pp 439-444, 1979.
- SLATTERY, J.C. Flow of Viscoelastic Fluid Through Porous Media. *AIChE J.*, vol 13, pp 1066-1071, 1967.
- STEINMANIS, J.E. Thermal Property Measurements Using a Thermal Probe. In: *Underground Cable Thermal Backfill*, S. A. Boggs et alli (eds.), Pergamon Press, Toronto, pp 72-85, 1982.
- SU, C. e BROOKS, R. H. Soil Hydraulic Properties from Infiltration Tests. *Watershed Management Proceedings, Irrigation and Drainage Division*, ASCE, pp 11-13, August, 1975.
- SU, C. e BROOKS, R.H. Water Retention Measurement for Soils. *Journal of the Irrigation and Drainage Division*, ASCE, vol 106, pp 105-112, 1980.

- TANNER, C. B. e ELRICK, D. E. Volumetric Porous (Pressure) Plate Apparatus for Moisture Hysteresis Measurements. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, vol 22, pp 575-576, 1958.
- TAYLOR, S. A. e CARY, J. W. Analysis of the Simultaneous Flow of Water and Heat or Electricity with the Thermodynamics of Irreversible Processes. *Transactions of the 7<sup>th</sup> Int. Congress of Soil Science*, Madison, WI, vol 1, pp 80-90, 1960.
- TORQUATO, S. Random Heterogeneous Media: Microstructure and Improved Bounds on Effective Properties. *Applied Mechanics Review*, vol 44, n 2, pp 37-76, 1991.
- VACHAUD, G. Determination of the Hydraulic Conductivity of Unsaturated Soils from an Analysis of Transient Flow Data. *Water Resources Res.*, vol 3, pp 697-705, 1967.
- VAN BRAKEL, J., MODRY, S. e SVATA, M. Mercury Porosimetry: State of the Art. *Powder Technology*. vol 29, pp 1-12, 1981.
- VAN GENUCHTEN, M. Th. A Closed-Form Equation for Predicting the Hydraulic Conductivity of Unsaturated Soils. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, vol 44, pp 892-898, 1980.
- VARGAS, M. *Introdução à Mecânica dos Solos*. McGraw-Hill, São Paulo, 1978.
- VOGEL, T. e CISLEROVA, M. On the Reliability of Unsaturated Hydraulic Conductivity from the Moisture Retention Curve. *Transport in Porous Media*, vol 3, pp 1-15, 1988.
- WHISLER, F.D., KLUTE, A. e PETERS, D.B. Soil Water Diffusivity from Horizontal Infiltration. *Soil Sci. Soc. Amer. Proc.*, vol 32, pp 6-11, 1968.
- WHITAKER, S. Advances in the Theory of Fluid Motion in Porous Media. *Ind. Eng. Chem.*, vol 61, pp 14-28, 1969.

WHITAKER, S. Simultaneous Heat, Mass and Momentum Transfer in Porous Media: A Theory of Drying. In: *Advances in Heat Transfer*, vol 13, Academic Press, New York, 1977.

WHITE, N.F., DUKE, H.R., SUNADA, D.K., COREY, A.T. Physics of Desaturation in Porous Materials. *Journal of the Irrigation and Drainage Division, ASCE*, vol 111, pp 165-191, 1970.

WHITE, N.F., SUNADA, D.K. DUKE, H.R. e COREY, A.T. Boundary Effects in Desaturation of Porous Media. *Soil Science*, vol 113, pp 7-12, 1972.

YOUNGS, E.G. An Infiltration Method of Measuring the Hydraulic Conductivity of Unsaturated Porous Materials. *Soil Science*, vol 109, pp 307-311, 1964.

YUNES, P.R. *Determinação da Distribuição de Poros de uma Argamassa de Cimento e Cal Usando as Isotermas de Equilíbrio e Dados da Microscopia Eletrônica*. Dissertação de Mestrado, UFSC, 1992.

## Apêndice A

### Calibração do Rotâmetro

#### A.1 IDENTIFICAÇÃO DO EQUIPAMENTO

Nome : Rotâmetro de Laboratório MLW tipo LD

Fabricante : VEB Kombinat Medizin und Labortechnik Leipzig

Prufgerate-Werk Medingen

Sitz Freital

DDR - 8210 - Freital

Modelo : LD

Número : 07562

Tubo de Medição : G11

Fluido de Trabalho : água

Condições de Calibração : T = 15 °C , p = 101325 Pa.

Responsável : Laboratório de Metrologia - UFSC

Reg. N°. RL 545

#### A.2 EQUAÇÕES PARA A VAZÃO NO ROTÂMETRO

##### A.2.1 Equação para Líquidos

O rotâmetro é constituído por um tubo cônico e um flutuador que move-se livremente dentro do tubo. Com o escoamento do fluido, o flutuador move-se para uma determinada posição do tubo onde existe equilíbrio entre a força de arraste no flutuador e as forças de peso e de flutuação.

Nesta posição um balanço de forças fornece,

$$F_a + \rho_l V_f = V_f \quad (A.1)$$

onde  $F_a$  é a força de arraste no flutuador,  $\rho_l$  e  $\rho_f$  são, respectivamente, as

massas específicas do líquido e do flutuador e  $V_f$  é o volume do flutuador.

A força de arraste é dada por,

$$F_a = C_d A_f \frac{\rho_f u_m^2}{2 g_c} \quad (A.2)$$

onde  $u_m$  é a velocidade média ao redor do flutuador e  $C_d$  é um coeficiente de arraste do flutuador, que depende da forma do flutuador e do número de Reynolds do escoamento.

Normalmente, o flutuador é fabricado de forma que o coeficiente de arraste não dependa da velocidade do escoamento, dentro de uma pequena faixa de vazão. Dessa forma, ele pode ser considerado constante com  $u_m$ .

Substituindo a Eq. (A.2) na Eq. (A.1) e arrumando os termos obtém-se,

$$Q_v = C_l A_a \left( \frac{2 g m_f}{A_f} \right) \left( \frac{\rho_f - \rho_l}{\rho_f \rho_l} \right)^{1/2} \quad (A.3)$$

onde,  $Q_v$  é a vazão volumétrica no rotâmetro,  $C_l$  é constante,  $g$  é a aceleração da gravidade,  $A_f$  é a área do flutuador,  $A_a$  é a área anular entre o flutuador e o tubo e  $m_f$  é a massa do flutuador.

A constante  $C_l$  da Eq. (A.3) inclui o coeficiente de arraste e qualquer efeito adicional que não foi levado em conta na análise. Essencialmente,  $C_l$  é uma constante determinada através da calibração do instrumento.

A conversão de escala de um líquido para outro pode ser feita com base na Eq. (A.3). Denominando  $(Q_v)_{cal}$  a vazão determinada para o líquido usado na calibração, a vazão para outro líquido  $(Q_v)_{tes}$  pode ser calculada por,

$$(Q_v)_{tes} = F_{cv} (Q_v)_{cal} \quad (A.4)$$

onde,  $F_{cv}$  é o fator de correção da escala calculado por,

$$F_{cv} = \left[ \frac{(\rho_f - (\rho_l)_{tes})}{(\rho_f - (\rho_l)_{cal})} \frac{(\rho_l)_{cal}}{(\rho_l)_{tes}} \right]^{1/2} \quad (A.5)$$

onde as condições na calibração são conhecidas.

Se a diferença de viscosidade de um fluido para outro for grande, a Eq. (A.5) pode não ser válida. Em particular ela é adequada para correções da vazão quando a temperatura de trabalho for diferente da temperatura de calibração para um mesmo líquido.

### A.2.2 Equação para Gases

Um desenvolvimento semelhante pode ser utilizado no caso do escoamento de gases. Entretanto, deve-se levar em consideração a compressibilidade do gás (ASME, 1971).

Neste caso, obtém-se,

$$Q_v = C_g C_{cg} A_a \left( \frac{2 g m_f}{A_f} \right) \left( \frac{\rho_f - \rho_l}{\rho_f \rho_l} \right)^{1/2} \quad (A.6)$$

onde  $C_{cg}$  corrige a equação devido à compressibilidade do gás e é uma função das propriedades do gás e da pressão no rotâmetro.

Normalmente,  $\epsilon$  pode ser considerado igual a 1. Entretanto, os valores de  $C_l$  e  $C_g$  podem ser bastante diferentes o que impede uma transformação de escala de líquido para gás nos moldes da Eq. (A.5).

De qualquer forma, para uma mudança de escala de gás para gás ou para uma correção devido à temperatura pode-se utilizar,

$$(Q_v)_{tes} = F_{CV} (Q_v)_{cal} \quad (A.7)$$

onde,

$$F_{CV} = \left[ \frac{(\rho_f - (\rho_g)_{tes})}{(\rho_f - (\rho_g)_{cal})} \frac{(\rho_g)_{cal}}{(\rho_g)_{tes}} \right]^{1/2} \quad (A.8)$$

sendo conhecidas as condições de calibração.

## A.3 CALIBRAÇÃO COM ÁGUA

### A.3.1 Montagem experimental

A montagem experimental pode ser vista na figura A.1. Os principais componentes da bancada são uma balança digital (ID = 0,01 g, IM =  $\pm$  0,02 g), um tubo de Mariotte, uma válvula de agulha e um tubo cilíndrico com a função de reservatório de nível constante.

### A.3.2 Procedimento

O procedimento consiste em escoar a água através do rotâmetro e

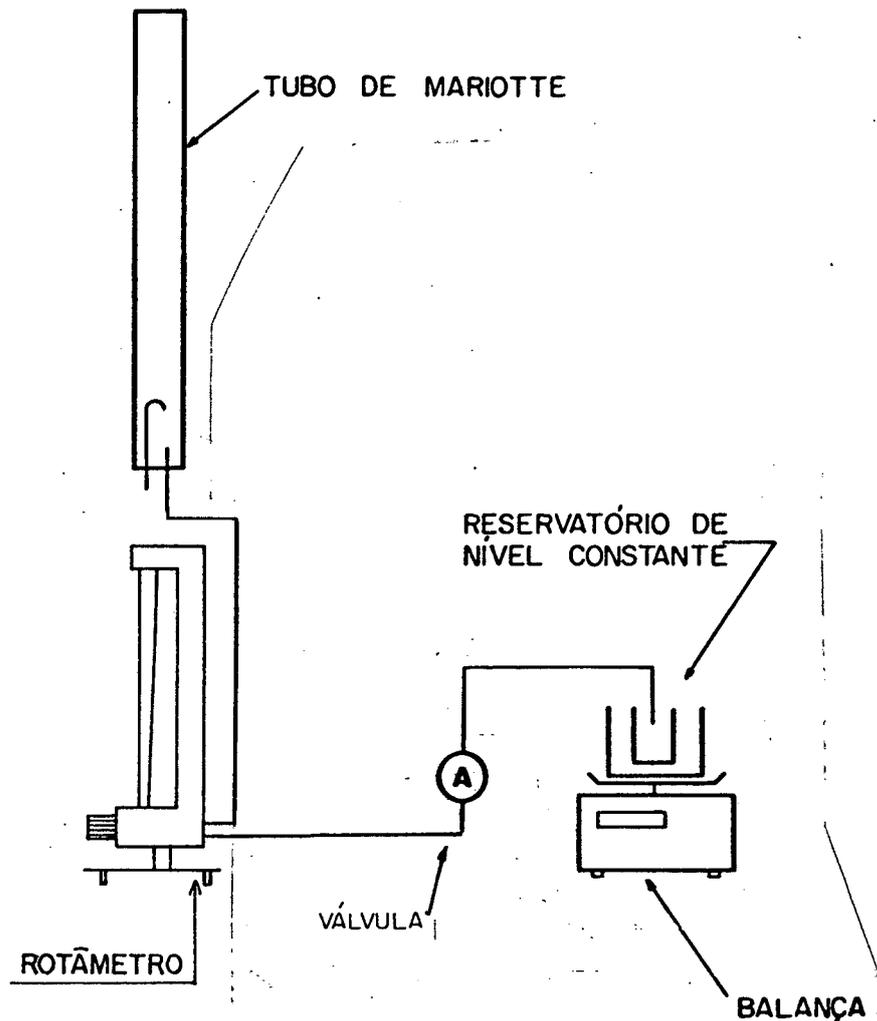


Figura A.1: Montagem experimental para a calibração da escala de água.

determinar a vazão real por intermédio da balança.

A diferença de pressão no rotâmetro é mantida constante durante o escoamento por intermédio do Tubo de Mariotte e do reservatório de nível constante sobre a balança.

A vazão é regulada pela válvula de agulha e uma vez ajustada faz-se três medidas. As medidas são feitas com vazões crescentes e decrescentes a fim de avaliar a histerese do equipamento.

A temperatura ambiente é medida ao longo do experimento e não foi determinada a pressão no rotâmetro.

A medição de vazão com a balança consiste em disparar o cronômetro e anotar massa e tempo em intervalos regulares. Com os pontos obtidos, determina-se o coeficiente angular que é a própria vazão mássica. Considerações simples permitem verificar que a vazão no rotâmetro é igual à taxa de variação da massa de água no becker e igual à variação da indicação na balança.

As fontes de erro do experimento, relacionadas à balança, são devidas à sua incerteza de medição e ao tempo de resposta a uma certa variação de massa.

Entretanto, se considerarmos que a vazão durante a medição é constante e que o tempo de resposta independe do acréscimo, para pequenos acréscimos de massa, pode-se assumir que os erros sistemáticos no tempo de resposta repetem-se em todos os pontos medidos sobrando somente as parcelas aleatórias. Analogamente, os erros sistemáticos, que são uma parcela da incerteza de medição, se forem constantes, não influenciarão a medida de vazão. Os erros aleatórios terminam repercutindo no desvio padrão dos pontos.

### A.3.3 Condições do Teste

Temperatura ambiente :  $24 \pm 1$  °C

### A.3.4 Resultados

Foram determinados valores de vazão reais, na temperatura de 24 °C, e relacionados aos valores marcados na escala, correspondentes a 15 °C. A estes valores ajustou-se uma função do segundo grau de forma que a vazão real no rotâmetro  $Q(24)_R$  é dada por,

$$Q(24)_R = A_0 + A_1 Q(15)_I + A_2 Q(15)_I^2 \quad (\text{A.9})$$

onde,  $A_0 = 0,1006$ ,  $A_1 = 0,5663$  e  $A_2 = 0,1929$  e as vazões tem unidades de litros/hora (l/h).

Como a temperatura de calibração é diferente da temperatura indicada na escala, é necessária uma correção. Utilizando a Eq. (A.5) e considerando a massa específica do flutuador como 7817 kg/m<sup>3</sup> (INOX 316), calculou-se  $F_{cv} = 1,001$ , o que corresponde a uma correção de 0,1 % aos valores medidos.

Aplicando esta correção aos coeficientes da Eq. (A.8) obtém-se,

$$Q(15)_R = 0,1005 + 0,5658 Q(15)_I + 0,1927 Q(15)_I^2 \quad (\text{A.10})$$

onde as vazões tem unidades de litros/hora (l/h).

A figura A.2 apresenta a função transferência (Eq. A.10) e a figura A.3 apresenta a curva de erros aleatórios do rotâmetro. A dispersão de medição que aparece na figura A.3 é calculada por,

$$D_m = \pm t \frac{S}{(n - 1)^{1/2}} \quad (\text{A.11})$$

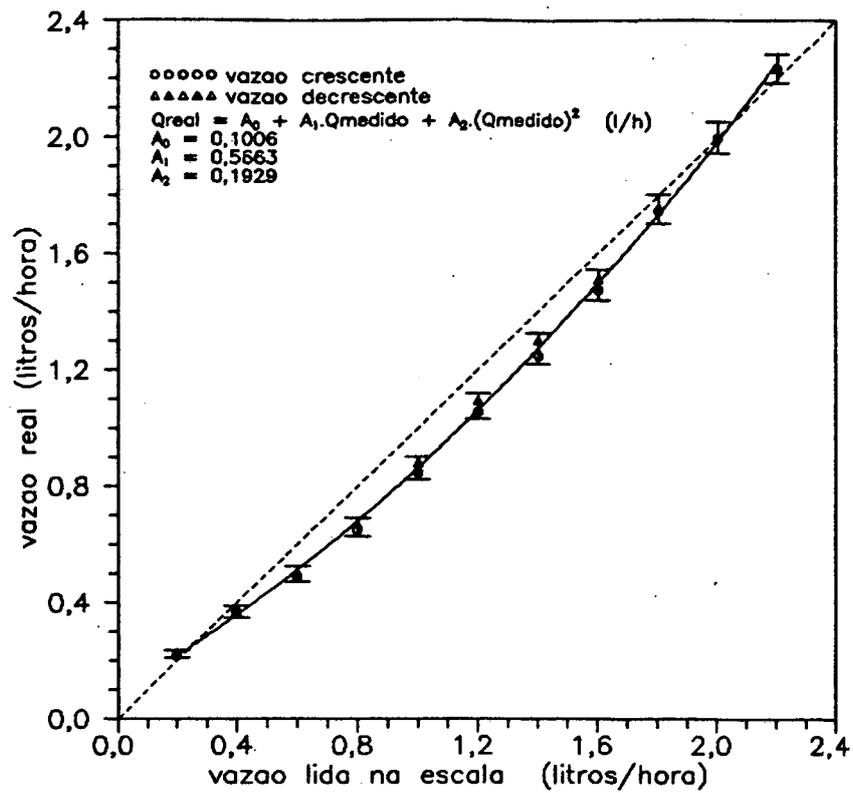


Figura A.2: Função de transferência para a medição de vazão de água.

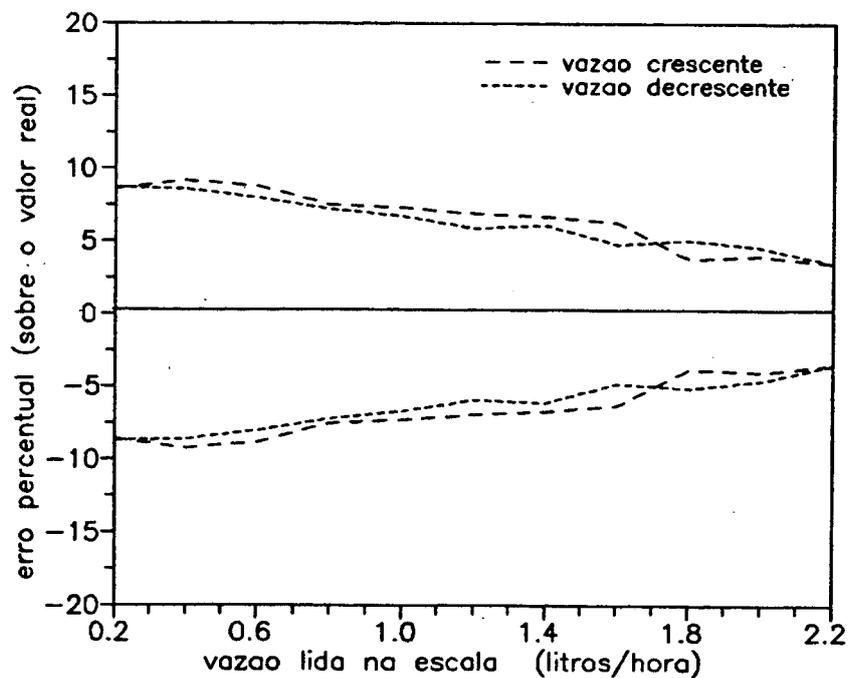


Figura A.3: Curva de erros aleatórios para a medição de vazão de água.

onde,  $s$  é o desvio padrão das medidas em relação à média,  $n$  é o número de medidas em cada ponto da escala do rotâmetro e  $t$  é o fator de Student para  $n = 3$  e 95% de probabilidade de enquadramento

Utilizando a Eq. (A.10) para corrigir os erros sistemáticos a incerteza de medição do equipamento pode ser considerada  $\pm 10\%$  do valor medido em toda a faixa de operação.

#### A.4 CALIBRAÇÃO COM AR

##### A.4.1 Montagem experimental

A figura A.4 apresenta um esquema da montagem experimental. Os principais componentes da bancada são uma balança digital ( $ID = 0,01$  g,  $IM = \pm 0,02$  g), dois reservatórios, um de alta capacidade e aberto e o outro de menor capacidade e hermeticamente fechado, uma válvula globo e uma válvula esfera, termômetro para a temperatura ambiente e psicrômetro para medição da umidade relativa do ar.

##### A.4.2 Procedimento

O método utilizado é semelhante ao proposto por Kawakita e Pereira (1987). Consiste em escoar água a uma vazão constante para dentro de um recipiente hermeticamente fechado forçando o ar dentro do recipiente a escoar pelo rotâmetro. Em regime permanente, a vazão volumétrica de água é igual à vazão volumétrica de ar que passa pelo rotâmetro. A vazão de água é determinada pela balança de maneira semelhante à mostrada no item anterior. O método proposto por Kawakita e Pereira consiste em aspirar o ar pelo rotâmetro e a medição de vazão é feita desviando-se para a balança a massa de água que escoou em um determinado tempo. Assim, a medição de massa é estática. Adotou-se o primeiro método por ser de construção mais simples e porque as vazões envolvidas são pequenas.

A pressão na saída do rotâmetro era a própria pressão atmosférica, conforme seria utilizado no experimento. Ainda, anotou-se a pressão na entrada do rotâmetro.

Em se tratando do escoamento de ar, fez-se necessária, além da medição da temperatura ambiente, a medição da umidade relativa.

O procedimento de medição foi o seguinte (as referências relacionam-se à figura A.4):

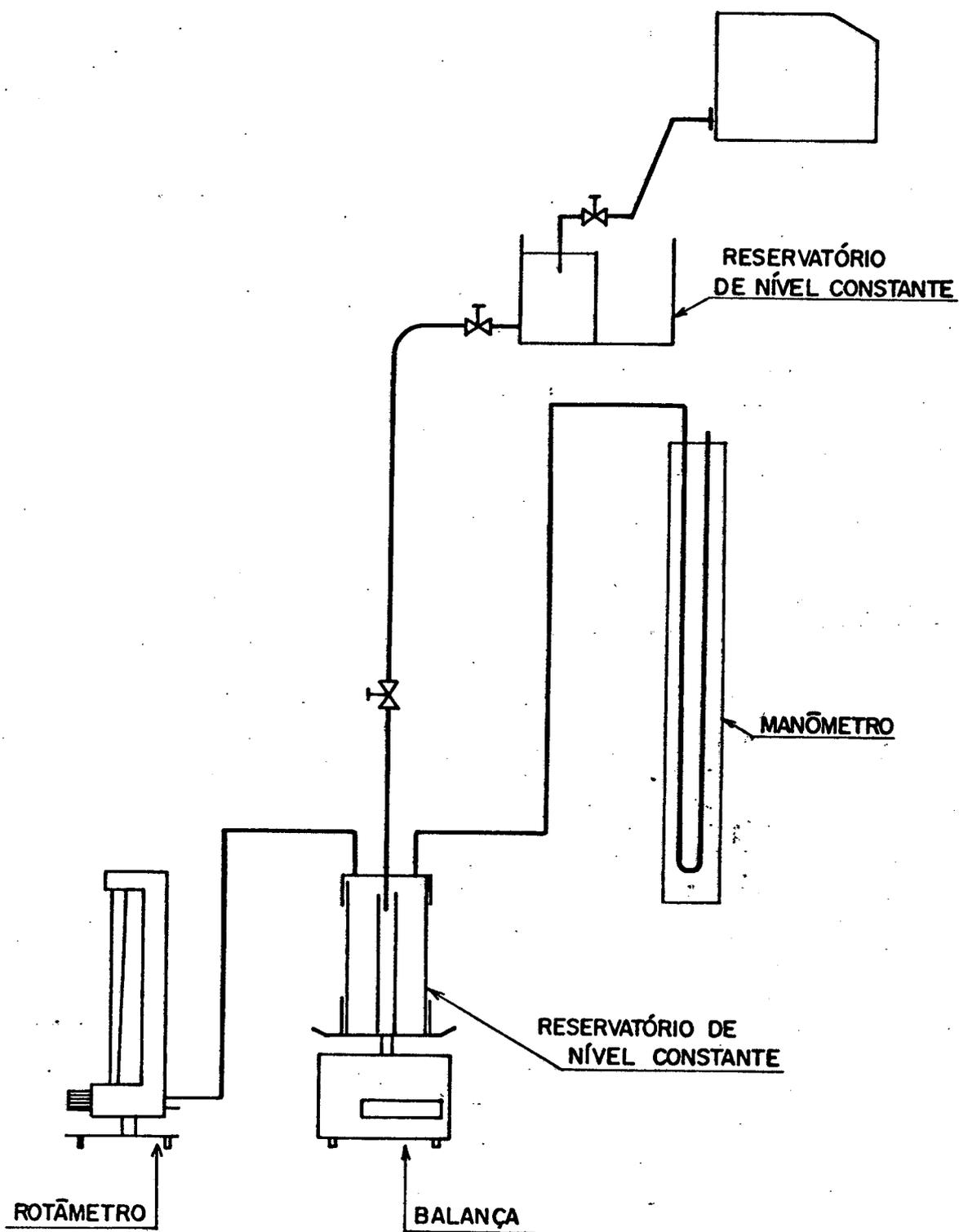


Figura A.4: Esquema da bancada para calibração com ar.

- (a) Abre-se a válvula globo (6) e regula-se a vazão correspondente ao primeiro ponto de calibração. A torneira de plástico (8) é regulada de forma a fornecer ao reservatório de nível constante uma vazão maior que a requerida no rotâmetro.
- (b) Fecha-se a válvula de esfera (7), esvazia-se o reservatório inferior e repõe-se a água na bombona de plástico.
- (c) Abre-se a válvula de esfera e faz-se a primeira medição. Ao final da medição, retorna-se ao item (b) e obtém-se um novo ponto para o mesmo valor de vazão. Ao final, obtém-se três pontos na mesma vazão.
- (d) Regula-se uma nova vazão e obtém-se novo conjunto de pontos. Dessa forma, cobre-se toda a faixa de operação do rotâmetro.

#### A.4.3 Condições do Teste

Temperatura ambiente :  $28 \pm 1$  °C

Umidade relativa :  $80 \pm 5$  %

#### A.4.4 Resultados

Foram realizados três testes:

Teste 1 : realizado de 0,3 a 1,4 l/h.

Teste 2 : realizado de 0,2 a 1,8 l/h.

Teste 3 : realizado de 1,8 a 2,2 l/h.

O teste 1 apresentou maior dispersão dos pontos devido a menor perícia na realização do experimento. Assim, foram considerados somente os resultados dos teste 2 e 3. Fez-se a média dos valores obtidos nos testes 2 e 3 para cada vazão e aos valores de vazão média e vazão lida no rotâmetro ajustou-se uma reta obtendo-se,

$$Q(28)_R = A_0 + A_1 Q(15)_I \quad (A.12)$$

onde,  $A_0 = 7,37705$ ,  $A_1 = 42,1575$  e as unidades de vazão são litros/hora (l/h). A figura A.5 mostra a função transferência e os resultados da Eq. (A.12).

O desvio padrão dos pontos em relação à reta foi de 1,08 l/h e o coeficiente de correlação foi de 0,9991 para um total de 14 pontos.

Para os dados dos testes 2 e 3 calculou-se o desvio padrão para cada vazão e os resultados encontram-se plotados na figura A.6.

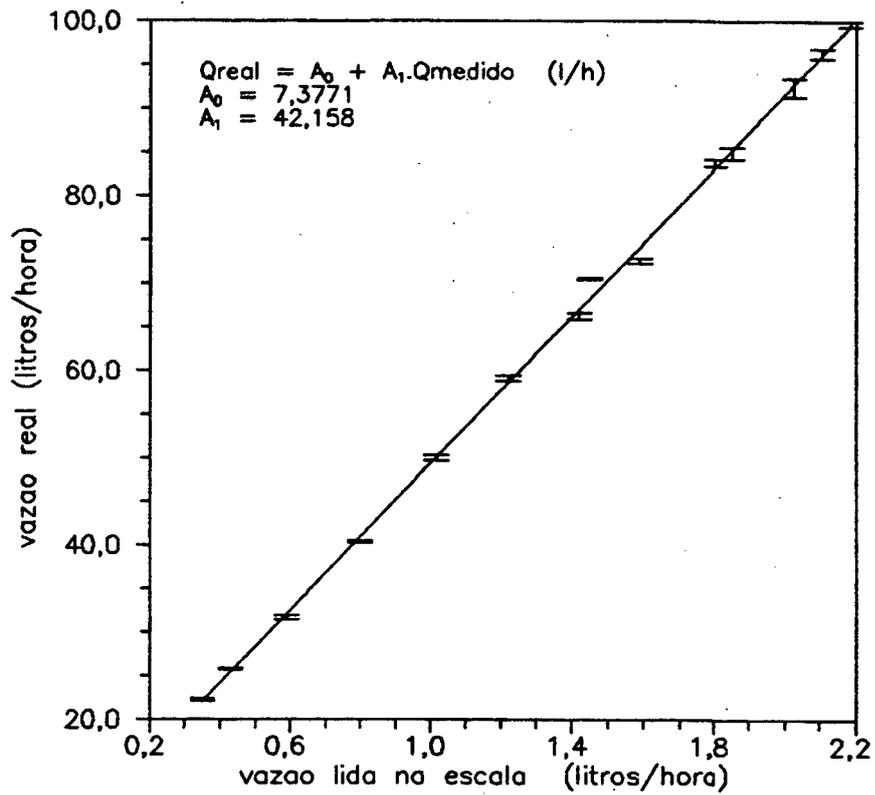


Figura A.5: Curva de transferência para a medição de vazão de ar.

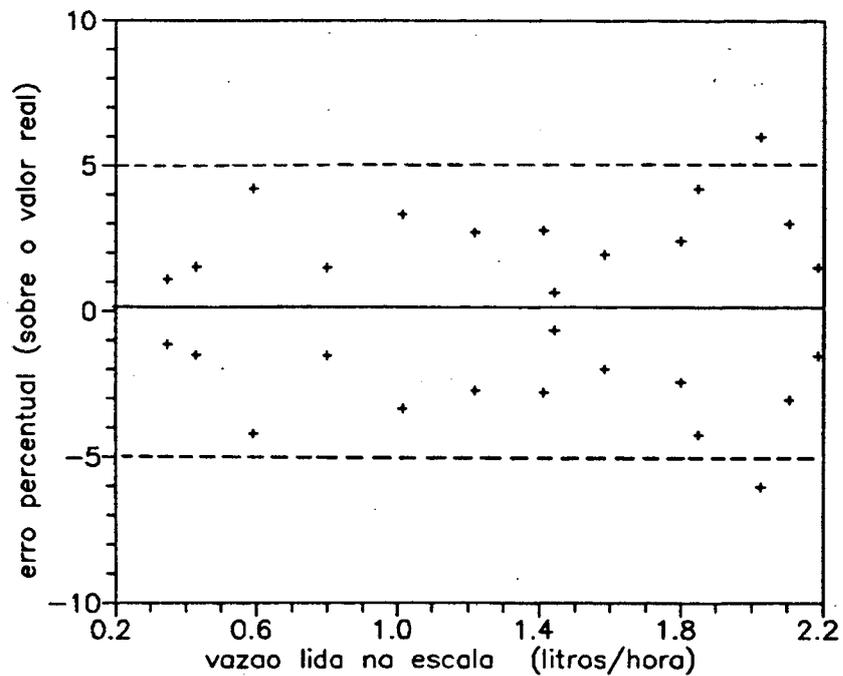


Figura A.6: Curva de erros aleatórios para a medição de vazão de ar.

Será adotada umidade relativa de 80 % e temperatura de bulbo seco de 15 °C como condição padrão. Assim, é necessário fazer-se uma correção devido ao efeito da temperatura somente. Adotando a Eq. (A.8) obtém-se  $F_{cv} = 1,025$ , indicando uma correção de 2,5%, mais expressiva, portanto, que no caso da calibração com água. Finalmente a função transferência do rotâmetro torna-se,

$$Q(15)_R = 7,20062 + 41,1493 Q(15)_I \quad (A.13)$$

Corrigindo-se os erros sistemáticos através da Equação (A.13), pode-se assumir para a medição de vazão de ar uma incerteza de medição correspondente a 5% do valor medido com 95% de enquadramento dos valores experimentais.

#### A.5 CONCLUSÕES

Os métodos de calibração utilizados mostraram-se bastante eficientes.

Apesar do catálogo do rotâmetro indicar uma incerteza de medição de 2,5% do fundo de escala, os resultados da calibração com água mostram que esta é maior para os valores mais altos de vazão e menor para os valores menores de vazão. Como resultados finais, pode-se resumir:

##### 1. Medição de vazão de água :

Condição padrão :  $T = 15 \text{ }^\circ\text{C}$

Função transferência:  $Q(15)_R = 0,1005 + 0,5658 Q(15)_I + 0,1927 Q(15)_I^2$

$Q \rightarrow$  litro/hora

Incerteza de medição : 10% do valor medido.

##### 2. Medição de vazão de ar :

Condição padrão :  $T = 15 \text{ }^\circ\text{C}$ , umidade relativa 80 %

Função transferência :  $Q(15)_R = 7,20062 + 41,1493 Q(15)_I$

$Q \rightarrow$  litro/hora

Incerteza de medição : 5 % do valor medido.

## A.6 REFERÊNCIAS

ASME - *Fluid Meters: Their Theory and Application*. American Society of Mechanical Engineers, 1971.

KAWAKITA, K. e PEREIRA, M. T. Projeto e Construção de Sistema de Aferição de Medidores de Vazão de Gás por Aspiração. *Anais do IX Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, Vol I, Florianópolis, S.C., Dezembro, 1987.

## Apêndice B

### Umificador de Ar

#### B.1 INTRODUÇÃO

Nos experimentos de medição da permeabilidade de saturação através do escoamento de ar utilizou-se uma coluna com água destilada para umidificar o ar antes que este escoasse através da amostra. A necessidade de umidificar o ar decorreu do desejo de se utilizar o mesmo aparato experimental, mostrado no Capítulo 6, na medição da permeabilidade relativa com um método que emprega escoamento simultâneo de ar e água através da amostra. No escoamento de ar em solos úmidos, é necessário que este esteja saturado a fim de não provocar a secagem da amostra.

O umificador compõe-se de um tubo de acrílico com 1 m de comprimento e 45 mm de diâmetro. A tampa inferior é provida com 16 agulhas com diâmetro interno de 0,8 mm pelas quais borbulha o ar. Um orifício na tampa superior conduz o ar úmido para a amostra.

Neste apêndice verifica-se qual é a umidade relativa do ar após a sua passagem pelo umificador de ar.

#### B.2 TESTES DE UMIDIFICAÇÃO DO AR

A fim de determinar-se a eficiência do saturador de ar realizaram-se dois testes nos quais permitia-se que o ar escoasse através do borbulhador a uma vazão conhecida e media-se a sua umidade e temperatura na saída. A pressão na saída do borbulhador era a pressão atmosférica. As vazões utilizadas foram respectivamente as vazões máxima e mínima permitida pelo rotâmetro (Apêndice A). O equipamento utilizado para a medição das condições do ar na saída do umificador foi um "Indoor Climate Analyzer Type 1213" (Bruel e Kjaer, Dinamarca) destinado à medição das condições ambientais relacionadas ao conforto térmico em ambientes. Este equipamento apresenta uma incerteza de medição na temperatura de bulbo seco de  $\pm 0,2$  C e na medição de umidade relativa de  $\pm 2,5$  %.

No teste com a vazão mínima, verificou-se na saída do umidificador  $\phi = 95$  % e  $T = 21,5$  °C. Nestas condições a densidade do ar úmido é  $1,1857$  kg/m<sup>3</sup> e a vazão volumétrica é  $4,34 \cdot 10^{-6}$  m<sup>3</sup>/s. Ainda, o ar borbulhava através de apenas 1 agulha. No teste com a vazão máxima, verificou-se  $\phi = 93$  % e  $T = 22,5$  °C e o ar borbulhava através de 4 agulhas. Nestas condições, a densidade do ar úmido é  $1,1804$  kg/m<sup>3</sup> e a vazão volumétrica por agulha é  $6,88 \cdot 10^{-6}$  m<sup>3</sup>/s. O fato do ar não borbulhar em todas as agulhas deve-se a pequenas diferenças locais de comprimento, área transversal e rugosidade entre estas.

Observou-se, portanto, um desempenho aceitável em ambas as vazões. A variação na umidade relativa do ar pode ser devido à variação da vazão, ou, mais provavelmente, à problemas relacionados ao emprego deste equipamento na medição de umidades relativas altas.

A fim de verificar-se a validade dos valores medidos, calculou-se a umidade relativa do ar na saída do umidificador através de um modelo simplificado.

### B.3 CÁLCULO DA UMIDADE RELATIVA DO AR NA SAÍDA DO UMIDIFICADOR

#### B.3.1 Cálculo do Diâmetro da Bolhas de Ar no Umidificador

O diâmetro das bolhas de ar formadas na saída das agulhas pode ser calculado assumindo-se as seguintes hipóteses:

- (i) A turbulência gerada no líquido é devida somente ao movimento das bolhas de ar.
- (ii) Os orifícios estão afastados a pelo menos  $3 d_p$ , onde  $d_p$  é o diâmetro das bolhas.

Considerando a situação mais desfavorável para a umidificação (vazão máxima) admite-se que a vazão por agulha é  $7 \cdot 10^{-6}$  m<sup>3</sup>/s. Nesta vazão, (Treybal, 1980, pg 140) as bolhas são aproximadamente uniformes e se formam em cadeias. Calculando-se o número de Reynolds do ar baseado no diâmetro dos orifícios ( $d_o = 0,8$  mm) obtém-se  $Re_o = 718$  e assim, calcula-se o diâmetro das bolhas por,

$$d_p = 0,0287 d_o^{1/2} Re_o^{1/3} \quad (B.1)$$

Desta forma, obtém-se  $d_p = 6$  mm.

#### B.3.2 Velocidade de Subida das Bolhas

As bolhas pequenas possuem forma esférica e assim, a sua velocidade de subida pode ser prevista pela Lei de Stokes. A medida que o diâmetro aumenta, as bolhas deixam de ser esféricas e o seu movimento através da coluna de líquido torna-se oscilante. As bolhas com diâmetro da ordem de 6 mm sobem fazendo um movimento de "zig-zag". Para estas bolhas, pode-se calcular a velocidade de subida por,

$$V_s = \left( \frac{2 \sigma}{d_p \rho_l} + \frac{g d_p}{2} \right)^{1/2} \quad (\text{B.2})$$

onde  $\sigma = 72,8 \text{ N/m}$  é a tensão superficial da água.

Da Eq. (B.2) obtém-se,  $V_s = 0,24 \text{ m/s}$

### B.3.3 Umedecimento das Bolhas de Ar

Para o cálculo da umidade relativa nas bolhas de ar considera-se o caso mais desfavorável. Assume-se que a bolha tem forma esférica e que a umidificação do ar dentro da bolha se dá por difusão de vapor. Através da Lei de Fick e da Equação da Conservação da Massa de Vapor em coordenadas esféricas pode-se determinar o tempo necessário para que a umidade no centro da esfera atinja o valor correspondente à saturação ( $\phi = 1$ ). Crank, 1960, na pg 90, apresenta curvas onde para  $\phi = 1$  tem-se,

$$\left( \frac{D t}{r_p^2} \right)^{1/2} = 0,8 \quad (\text{B.3})$$

onde  $D = 0,256 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$  é o coeficiente de difusão do vapor no ar e  $r_p$  é o raio das bolhas.

Assim, para  $r_p = 4 \text{ mm}$ , obtém-se  $t = 0,4 \text{ s}$ . Sendo a velocidade de subida ds bolhas  $V_s = 0,24 \text{ m/s}$ , são necessários apenas 10 cm de coluna para saturar uma bolha de ar.

## B.4 CONCLUSÕES

As condições reais dentro das bolhas incluem trocas de massa por convecção e provavelmente turbulência. A forma das bolhas varia continuamente e estas coalescem à medida que sobem pela coluna de água. Assim, é razoável admitir-se que as condições de troca de massa entre o ar e a coluna de líquido são maiores que as previstas pelo modelo. Dessa forma, em uma coluna com 1 m

de líquido pode-se assumir que há completa saturação do ar que está escoando.

#### B.5 REFERÊNCIAS

CRANK, J. *The Mathematics of Diffusion*. Oxford Press, 1961.

TREYBAL, R. E. *Mass-Transfer Operations*. McGraw-Hill International Book Company, 1980.

## Apêndice C

### Medição da Permeabilidade de Saturação das Placas Porosas Utilizadas nos Experimentos de Medição da Condutividade Hidráulica

#### C.1 INTRODUÇÃO

As placas porosas utilizadas como barreira capilar nos testes para medição da condutividade hidráulica (Capítulo 6) permanecem saturadas durante a execução dos testes. Assim, o escoamento através delas pode ser previsto pela Lei de Darcy (Capítulo 6),

$$\frac{j_l}{\rho_l} = \frac{k_l}{\mu_l} \frac{dp_l}{dz} \quad (C.1)$$

onde,  $j_l$  é o fluxo mássico em  $\text{kg/s/m}^2$ ,  $k_l$  é a permeabilidade de saturação da placa porosa em  $\text{m}^2$ , e  $p_l$  é a pressão do líquido escoando através da placa, dada em Pa.

A Eq. (C.1) pode ser utilizada para determinar-se o valor de  $k_l$ .

#### C.2 MÉTODO UTILIZADO

O experimento consistiu em submeter a placa porosa à uma sucessão de gradientes de pressão  $\Delta p/\Delta x$  e medir, para cada um deles, a vazão resultante. Com os valores obtidos, plotou-se um gráfico  $j_l/\rho_l$  versus  $\Delta p/\Delta x$  e calculou-se o coeficiente angular pelo ajuste de uma equação linear utilizando o método dos mínimos quadrados (Apêndice G).

Da Eq. (C.1), obtém-se que o coeficiente angular da reta ajustada é igual à razão entre a permeabilidade da placa porosa e a viscosidade dinâmica da água.

#### C.3 MONTAGEM EXPERIMENTAL E PROCEDIMENTO

A figura C.1 mostra um esquema da montagem experimental com a identificação dos componentes.

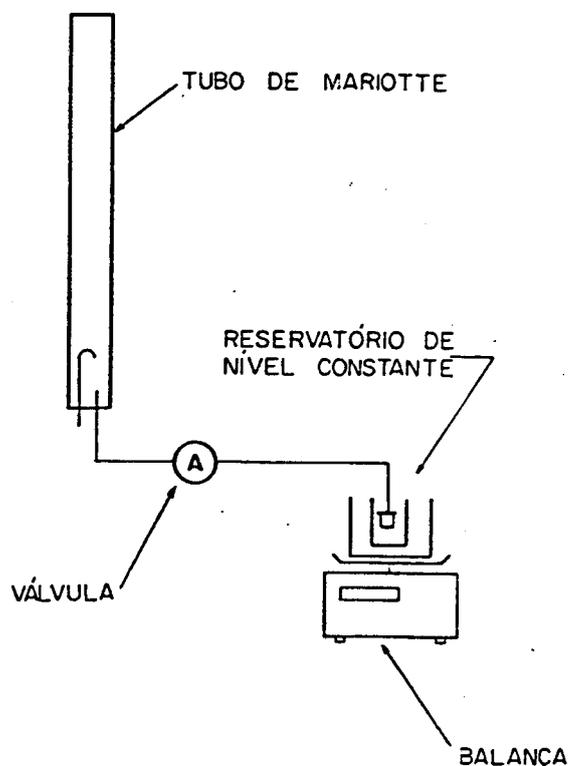


Figura C.1. Dispositivo para a medida da permeabilidade de saturação das placas porosas.

Após preparado o experimento conforme a figura C.1, abriu-se a torneira do tubo de Mariotte e registrou-se o tempo e a massa indicada pela balança. A variação da massa indicada pela balança é praticamente igual à vazão volumétrica que escoou pela placa porosa. A diferença de pressão era dada pela diferença de altura entre a extremidade de borbulhamento do tubo de Mariotte e a superfície da água no becker. Assim, determina-se um ponto da reta  $j_1/\rho_1$  versus  $\Delta p/\Delta x$ .

Na sequência, completava-se o tubo de Mariotte, aumentava-se a diferença de pressão na placa porosa e fazia-se uma nova medida e assim sucessivamente até a obtenção da curva completa.

Ao final do teste anotava-se a temperatura ambiente.

### C.3.1 SATURAÇÃO DAS PLACAS POROSAS

Um cuidado especial tomado no experimento foi garantir a saturação da placa porosa, antes de iniciar o teste .

Como procedimento de saturação ferveu-se a placa porosa, já colada ao terminal de nylon (utilizou-se borracha de silicone), em água destilada durante 10 minutos. Assim visava-se a eliminação das bolhas de ar presas no interior da placa porosa. Deixava-se esfriar até a temperatura ambiente antes de se iniciar o teste.

## C.4 RESULTADOS E ANÁLISE

Foram medidas as permeabilidades da placa porosa de bronze sinterizado (PP1) e da placa porosa de cerâmica (PP2).

A placa porosa de bronze sinterizado possui espessura média de 0,5 cm e área transversal média de 7,55 cm<sup>2</sup>. A placa de cerâmica possui espessura de 0,3 cm e área transversal média de 8,04 cm<sup>2</sup>.

As curvas  $j_1/\rho_1$  versus  $\Delta p/\Delta x$  obtidas do permeâmetro de nível constante estão mostradas nas figuras C.2 e C.3. Para facilitar a comparação com os testes do Capítulo 6, expressou-se a vazão em cm/s e o gradiente de pressão em cmH<sub>2</sub>O/cm.

Observa-se uma boa linearidade dos pontos em ambas as curvas. Ajustando-se uma linha reta aos pontos das figuras C.2 e C.3, conforme o Apêndice G, obteve-se os seguintes valores de permeabilidade de saturação:

- Placa de bronze sinterizado (PP1):

$$k_{sat} = (1,26 \pm 0,05) \times 10^{-12} \text{ m}^2$$

- Placa de cerâmica (PP2):

$$k_{sat} = (2,01 \pm 0,01) \times 10^{-13} \text{ m}^2$$

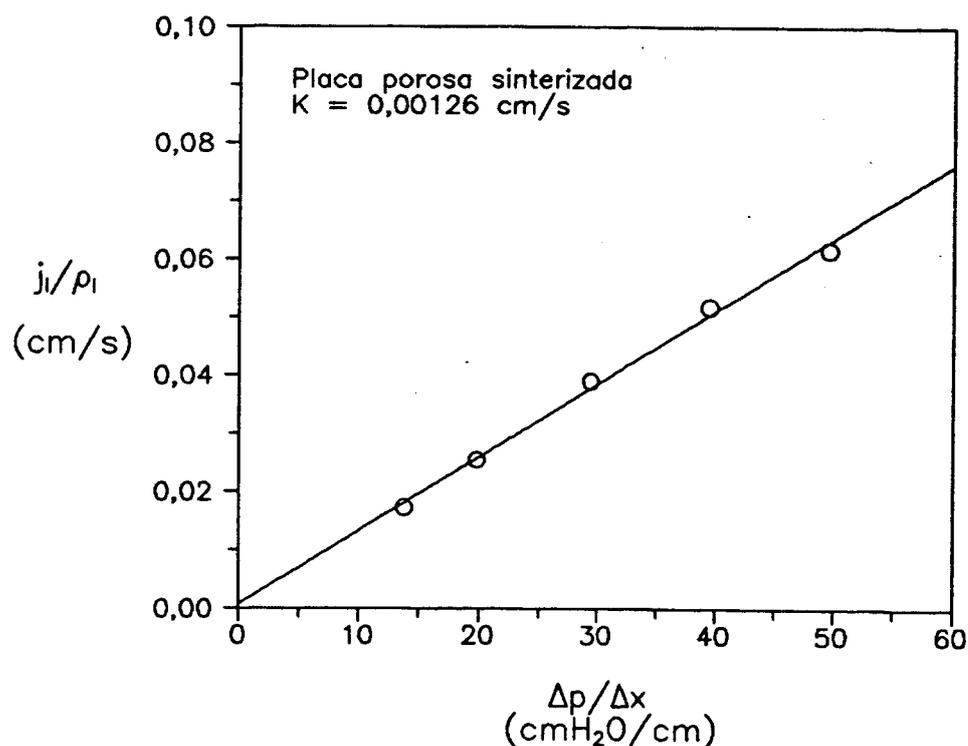


Figura C.2: Curva do gradiente de pressão em função do volume de água infiltrado para a placa porosa de bronze sinterizado (PP1).

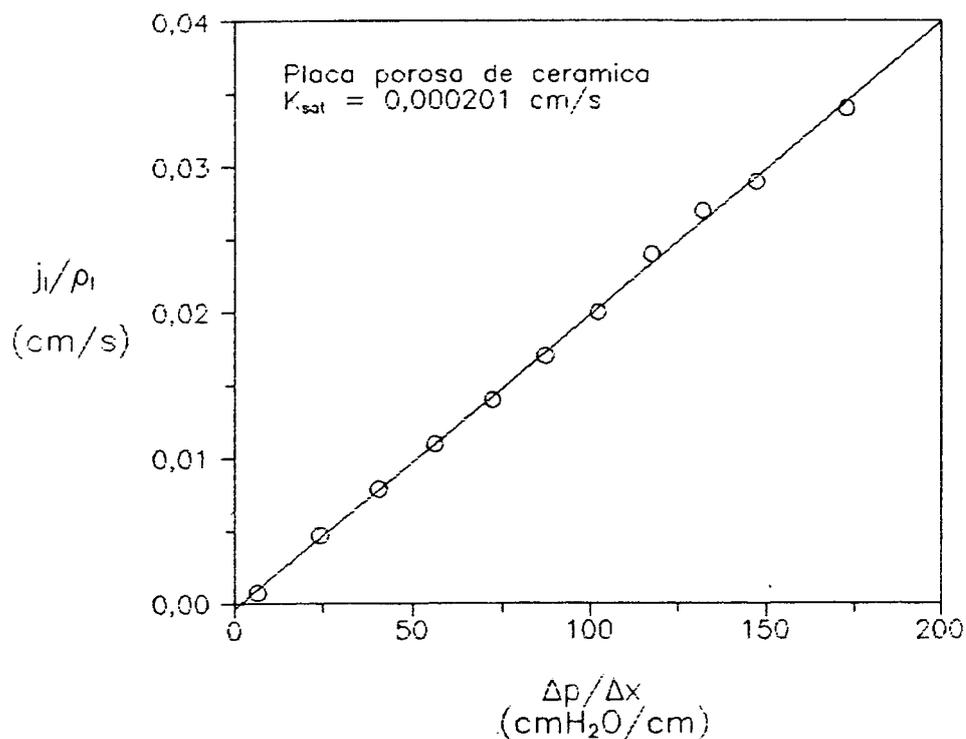


Figura C.3: Curva do gradiente de pressão em função do volume de água infiltrado para a placa porosa de cerâmica (PP2).

### C.5 CONCLUSÕES

Para as placas porosas utilizadas, o permeâmetro de nível constante mostrou-se adequado. A linearidade das curvas de vazão versus gradiente de pressão é boa indicando, assim, a existência de escoamento darciniano na faixa de vazões utilizadas.

A vazão mínima verificada nos testes de condutividade hidráulica é da ordem de  $1 \times 10^{-5}$  cm/s. Para a placa cerâmica, a vazão mínima medida (figura C.3) foi de  $1 \times 10^{-3}$  cm/s. Para vazões menores que esta, não pode-se garantir que o escoamento satisfaça a Lei de Darcy. Porém, pode-se utilizar os valores medidos como aproximação.

## Apêndice D

### Análise dos Dados da Sonda Térmica

#### D.1 INTRODUÇÃO

Com o intuito de descobrir-se o trecho reto da curva temperatura versus logaritmo natural do tempo e calcular-se o seu coeficiente angular, utilizou-se dois métodos de análise: no primeiro, chamado análise qualitativa, verifica-se graficamente o aspecto da curva e isola-se o trecho de interesse e no segundo, chamado análise quantitativa, ajusta-se sucessivas retas aos pontos experimentais e analisa-se o comportamento dos coeficientes angulares obtidos.

A seguir apresenta-se exemplos da aplicação do método em resultados característicos obtidos para o backfill.

#### D.2 ANÁLISE QUALITATIVA

A figura D.1 foi obtida dos dados correspondentes ao Teste 10 da segunda série de medidas (Tabela 7.4). Pela curva apresentada, nota-se que existe uma resistência de contato entre a sonda e o meio caracterizada pela forte não linearidade nos primeiros segundos do teste. Esta resistência de contato é devida aos espaços com ar existentes entre a sonda e a amostra (ver análise numérica no Capítulo 7), que se originaram na inserção da sonda na amostra já compactada e secada em estufa. Entretanto, mesmo com a existência da resistência de contato, a partir de um certo instante de tempo, a sua influência torna-se desprezível e o aquecimento da sonda passa a depender somente da resistividade térmica do meio, caracterizando a região reta da curva.

A figura D.2 apresenta o teste 6 do grupo 2 (Tabela 7.4). Nota-se uma forte dispersão em toda a faixa, originada, provavelmente, por gradiente de umidade ao longo da amostra. Esta amostra era a mesma utilizada, depois de seca, no teste 10 (figura D.1) e percebe-se que a não uniformidade na compactação é pequena.

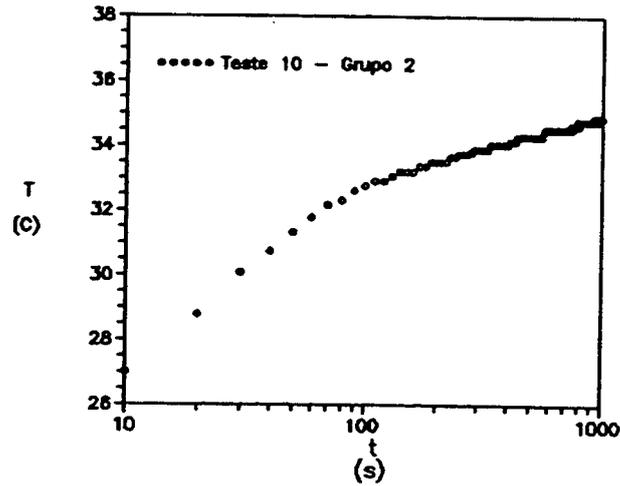


Figura D.1 : Dados da sonda térmica para o teste 10 do grupo 2 (Tabela 7.4).

( $q_{\text{dissipado}} = 6,78 \text{ W/m}$ ,  $S_{\text{amostra}} = 0$ ,  $\lambda_{\text{amostra}} = 0,64 \text{ W/mC}$ )

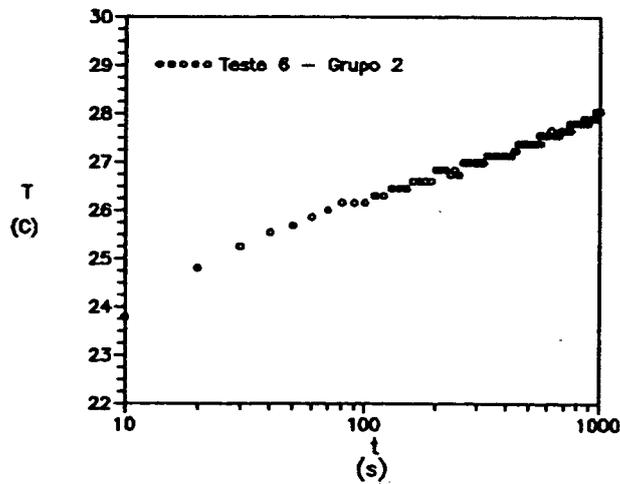


Figura D.2 : Dados da sonda térmica para o teste 6 do grupo 2 (Tabela 7.4).

( $q_{\text{dissipado}} = 15,87 \text{ W/m}$ ,  $S_{\text{amostra}} = 62 \%$ ,  $\lambda_{\text{amostra}} = 1,77 \text{ W/mC}$ )

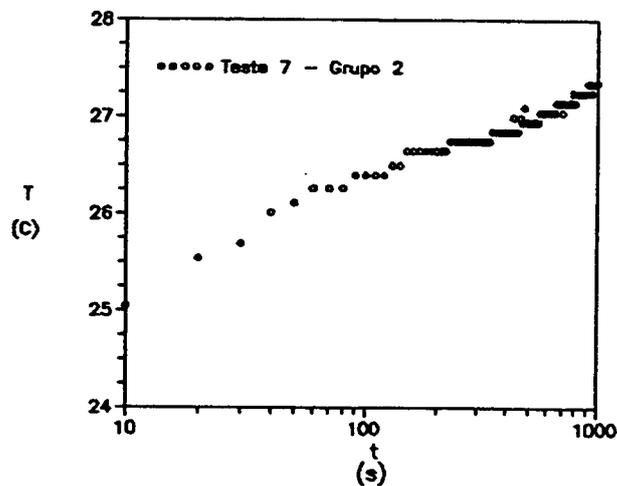


Figura D.3 : Dados da sonda térmica para o teste 7 do grupo 2 (Tabela 7.4).

( $q_{\text{dissipado}} = 6,78 \text{ W/m}$ ,  $S_{\text{amostra}} = 22 \%$ ,  $\lambda_{\text{amostra}} = 1,82 \text{ W/mC}$ )

Outro aspecto a observar é a resolução do sistema de medição de temperatura a qual impede a realização de medidas com pequenos  $\Delta T$ . A figura D.3 mostra o Teste 7 do grupo 2 (Tabela 7.4) onde o pequeno  $\Delta T$  resultante aumentou a dispersão dos valores de temperatura. O desvio dos pontos ao final do teste pode dever-se à variações na temperatura ambiente antes da realização do teste, ou mais provavelmente, pode ser devido à existência de gradiente de umidade através da amostra.

## D.2. ANÁLISE QUANTITATIVA

Depois de observar-se o comportamento da curva, parte-se para a análise do trecho reto e determinação do seu coeficiente angular. Para uma curva do tipo da figura D.1 a análise é mais simples e baseia-se na observação da variação do coeficiente angular de uma reta ajustada aos pontos da curva a medida que, fixado o ponto final da reta no final da faixa de medição, varia-se o seu ponto inicial. A Tabela D.1 mostra os resultados obtidos para os dados da figura D.1. Nesta tabela,  $t_i$  e  $t_f$  são respectivamente os valores de tempo no início e no final do trecho ajustado,  $n$  é o número de pontos no trecho ajustado,  $A_1$  é o coeficiente angular da reta ajustada,  $r$  é o coeficiente de correlação dos pontos em relação à reta,  $\sigma$  é o desvio padrão de um ponto em relação à reta,  $\sigma_{A_1}$  é o desvio padrão do coeficiente angular da reta e  $\lambda$  é a condutividade térmica obtida de cada reta ajustada. Sobre o ajuste linear de uma reta aos pontos experimentais, deve-se consultar o Apêndice G. A escolha da melhor reta foi feita observando a partir de que ponto o coeficiente angular deixa de variar ou passa a oscilar em torno de um valor constante. Nesta região procura-se, então, este valor mais representativo.

Para os resultados da Tabela D.1, escolheu-se a reta ajustada de 290 s a 1000 s que fornece um coeficiente angular  $A_1 = 0,8390$  com coeficiente de correlação  $r = 0,9829$ . Nota-se, ainda, que a medida que o número de pontos da reta torna-se menor, as variações do coeficiente angular aumentam, pois a dispersão dos pontos da curva torna-se mais influente a medida que o número de pontos da reta é reduzido.

A análise dos dados do tipo da figura D.2 parte da definição de um ponto final da reta, a partir da observação da curva. Para estes dados, escolheu-se 400 s como ponto final. A definição da melhor reta, segue, então, os moldes que já foram descritos, conforme a Tabela D.2. Os dados da figura D.3 são analisados de forma semelhante, conforme mostra a Tabela D.3.

As figuras D.4 a D.23 mostram as curvas de temperatura versus logaritmo

TABELA D.1: Análise dos dados do Teste 10 do Grupo 2 (Figura D.1).

	$t_i$ (s)	$t_f$ (s)	$n$	$A_1$ (°C)	$r$	$\sigma$ (°C)	$\sigma_{A_1}$ (°C)	$\lambda$ (W/m°C)
1	10	1000	100	1,38375	0,94492	0,44709	0,04842	0,390
2	20	1000	99	1,24262	0,95601	0,32826	0,03871	0,434
3	30	1000	98	1,14263	0,96860	0,23745	0,02993	0,472
4	40	1000	97	1,07570	0,97686	0,18091	0,02416	0,502
5	50	1000	96	1,02289	0,98440	0,13402	0,01886	0,527
6	60	1000	95	0,98691	0,98851	0,10596	0,01565	0,547
7	70	1000	94	0,95973	0,99119	0,08652	0,01337	0,562
8	80	1000	93	0,94093	0,99236	0,07596	0,01226	0,573
9	90	1000	92	0,92847	0,99259	0,07120	0,01198	0,581
10	100	1000	91	0,91604	0,99293	0,06628	0,01161	0,589
11	110	1000	90	0,90489	0,99317	0,06224	0,01133	0,596
12	120	1000	89	0,89527	0,99325	0,05925	0,01120	0,603
13	130	1000	88	0,88846	0,99303	0,05792	0,01137	0,607
14	140	1000	87	0,88639	0,99252	0,05812	0,01183	0,609
15	150	1000	86	0,88030	0,99220	0,05721	0,01207	0,613
16	160	1000	85	0,87819	0,99164	0,05741	0,01254	0,614
17	170	1000	84	0,87239	0,99125	0,05672	0,01283	0,618
18	180	1000	83	0,87200	0,99063	0,05706	0,01336	0,619
19	190	1000	82	0,86835	0,99003	0,05704	0,01381	0,621
20	200	1000	81	0,87047	0,98944	0,05728	0,01435	0,620
21	210	1000	80	0,86977	0,98871	0,05763	0,01492	0,620
22	220	1000	79	0,86600	0,98799	0,05766	0,01544	0,623
23	230	1000	78	0,85885	0,98749	0,05684	0,01573	0,628
24	240	1000	77	0,84801	0,98755	0,05453	0,01559	0,636
25	250	1000	76	0,84474	0,98674	0,05466	0,01615	0,639
26	260	1000	75	0,84632	0,98594	0,05498	0,01679	0,638
27	270	1000	74	0,84535	0,98499	0,05534	0,01746	0,638
28	280	1000	73	0,84154	0,98401	0,05546	0,01808	0,641
29	290	1000	72	0,83899	0,98293	0,05573	0,01877	0,643
30	300	1000	71	0,84257	0,98209	0,05592	0,01946	0,640
31	310	1000	70	0,84388	0,98099	0,05630	0,02025	0,639
32	320	1000	69	0,84265	0,97970	0,05670	0,02107	0,640
33	330	1000	68	0,83858	0,97833	0,05689	0,02185	0,643
34	340	1000	67	0,83131	0,97707	0,05662	0,02247	0,649
35	350	1000	66	0,83561	0,97599	0,05682	0,02331	0,646

TABELA D.2: Análise dos dados do Teste 6 do Grupo 2 (Figura D.2).

	$t_i$	$t_f$	$n$	$A_1$	$r$	$\sigma$	$\sigma A_1$	$\lambda$
	(s)	(s)		(°C)		(°C)	(°C)	(W/m°C)
1	10	500	50	0,79603	0,98838	0,10998	0,01767	1,587
2	20	500	49	0,74289	0,99339	0,06826	0,01252	1,700
3	30	500	48	0,72431	0,99319	0,06160	0,01253	1,744
4	40	500	47	0,71528	0,99212	0,06048	0,01347	1,766
5	50	500	46	0,71258	0,99069	0,06101	0,01476	1,772
6	60	500	45	0,70821	0,98915	0,06135	0,01604	1,783
7	70	500	44	0,70738	0,98744	0,06206	0,01747	1,785
8	80	500	43	0,71124	0,98582	0,06258	0,01891	1,776
9	90	500	42	0,72299	0,98525	0,06131	0,01985	1,747
10	100	500	41	0,72623	0,98339	0,06195	0,02146	1,739
11	110	500	40	0,71944	0,98108	0,06219	0,02303	1,755
12	120	500	39	0,72172	0,97867	0,06297	0,02491	1,750
13	130	500	38	0,71453	0,97571	0,06332	0,02674	1,768
14	140	500	37	0,72137	0,97331	0,06379	0,02875	1,751
15	150	500	36	0,72019	0,96969	0,06471	0,03112	1,754
16	160	500	35	0,70907	0,96556	0,06480	0,03326	1,781
17	170	500	34	0,71680	0,96224	0,06541	0,03585	1,762
18	180	500	33	0,71682	0,95726	0,06646	0,03890	1,762
19	190	500	32	0,70705	0,95102	0,06707	0,04196	1,786
20	200	500	31	0,68478	0,94472	0,06596	0,04413	1,844
21	210	500	30	0,71343	0,94723	0,06370	0,04563	1,770
22	220	500	29	0,73963	0,94802	0,06224	0,04778	1,708
23	230	500	28	0,76216	0,94681	0,06168	0,05080	1,657
24	240	500	27	0,74392	0,93845	0,06188	0,05476	1,698
25	250	500	26	0,74650	0,93019	0,06314	0,06013	1,692
26	260	500	25	0,69486	0,92476	0,05807	0,05962	1,818
27	270	500	24	0,72942	0,92704	0,05672	0,06290	1,731
28	280	500	23	0,76164	0,92701	0,05600	0,06724	1,658
29	290	500	22	0,78959	0,92408	0,05604	0,07303	1,599
30	300	500	21	0,81050	0,91747	0,05686	0,08063	1,558
31	310	500	20	0,82034	0,90617	0,05829	0,09024	1,540
32	320	500	19	0,81319	0,88893	0,05993	0,10162	1,553
33	330	500	18	0,78041	0,86439	0,06087	0,11349	1,618
34	340	500	17	0,85814	0,87846	0,05852	0,12052	1,472
35	350	500	16	0,94373	0,89169	0,05601	0,12804	1,338

TABELA D.3: Análise dos dados do Teste 7 do Grupo 2 (Figura D.3).

	$t_i$	$t_f$	$n$	$A_1$	$r$	$\sigma$	$\sigma_{A_1}$	$\lambda$
	(s)	(s)		(°C)		(°C)	(°C)	(W/m°C)
1	10	500	50	0,42421	0,97603	0,08499	0,01365	1,272
2	20	500	49	0,39376	0,97616	0,06964	0,01277	1,370
3	30	500	48	0,37597	0,97368	0,06378	0,01298	1,435
4	40	500	47	0,35301	0,97638	0,05229	0,01165	1,528
5	50	500	46	0,34662	0,97234	0,05189	0,01255	1,557
6	60	500	45	0,34102	0,96776	0,05178	0,01354	1,582
7	70	500	44	0,34399	0,96376	0,05221	0,01469	1,569
8	80	500	43	0,34135	0,95815	0,05271	0,01593	1,581
9	90	500	42	0,33231	0,95242	0,05193	0,01682	1,624
10	100	500	41	0,33454	0,94688	0,05251	0,01819	1,613
11	110	500	40	0,33232	0,93939	0,05313	0,01967	1,624
12	120	500	39	0,32480	0,93060	0,05310	0,02100	1,661
13	130	500	38	0,31092	0,92209	0,05151	0,02175	1,735
14	140	500	37	0,30642	0,91105	0,05201	0,02344	1,761
15	150	500	36	0,29668	0,89804	0,05182	0,02492	1,819
16	160	500	35	0,30964	0,89927	0,05108	0,02622	1,743
17	170	500	34	0,32175	0,89868	0,05066	0,02776	1,677
18	180	500	33	0,33263	0,89601	0,05058	0,02961	1,622
19	190	500	32	0,34183	0,89094	0,05085	0,03181	1,578
20	200	500	31	0,34872	0,88303	0,05144	0,03442	1,547
21	210	500	30	0,35252	0,87175	0,05227	0,03744	1,531
22	220	500	29	0,35222	0,85643	0,05323	0,04086	1,532
23	230	500	28	0,34648	0,83617	0,05412	0,04457	1,557
24	240	500	27	0,36902	0,84215	0,05340	0,04726	1,462
25	250	500	26	0,39236	0,84693	0,05280	0,05028	1,375
26	260	500	25	0,41627	0,85024	0,05234	0,05374	1,296
27	270	500	24	0,44042	0,85170	0,05209	0,05777	1,225
28	280	500	23	0,46425	0,85084	0,05210	0,06256	1,162
29	290	500	22	0,48696	0,84702	0,05244	0,06833	1,108
30	300	500	21	0,50732	0,83936	0,05315	0,07537	1,064
31	310	500	20	0,52353	0,82666	0,05426	0,08399	1,031
32	320	500	19	0,53290	0,80721	0,05574	0,09451	1,012
33	330	500	18	0,53140	0,77845	0,05745	0,10712	1,015
34	340	500	17	0,51299	0,73642	0,05908	0,12168	1,052
35	350	500	16	0,46844	0,67437	0,05997	0,13708	1,152

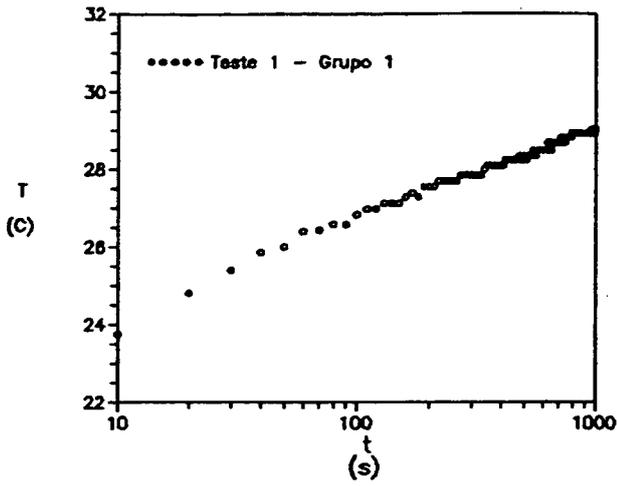


Figura D.4: Teste 1, Grupo 1

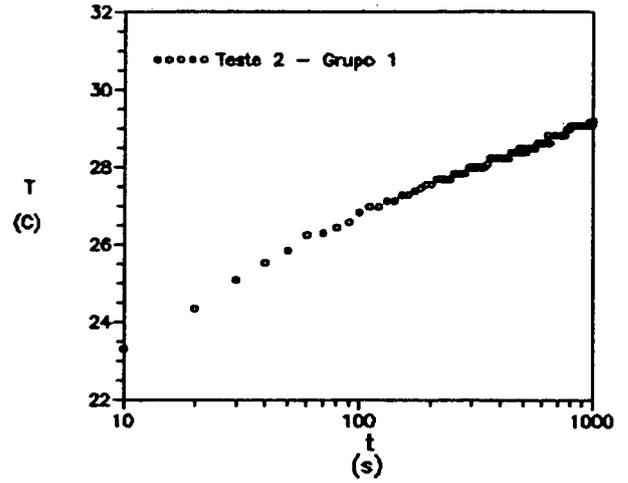


Figura D.5: Teste 2, Grupo 1

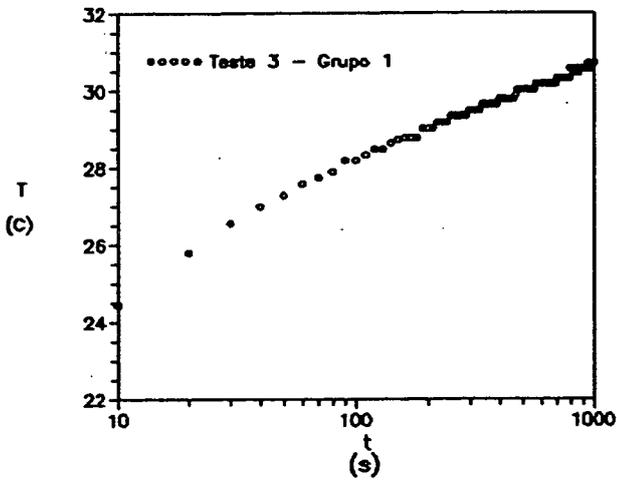


Figura D.6: Teste 3, Grupo 1

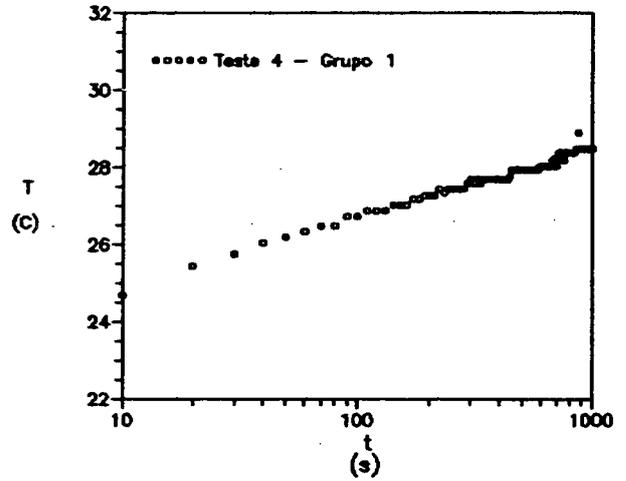


Figura D.7: Teste 4, Grupo 1

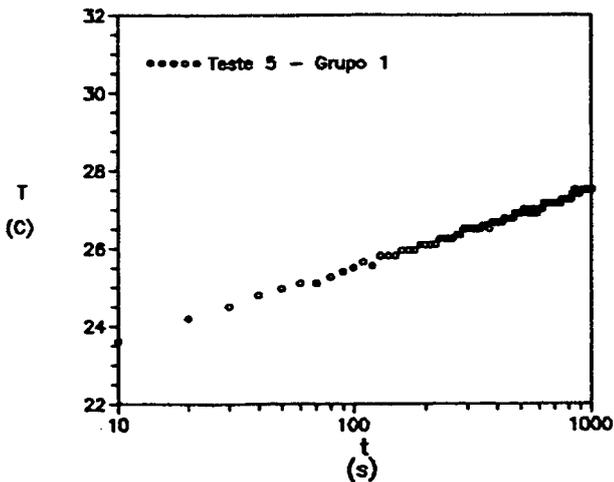


Figura D.8: Teste 5, Grupo 1

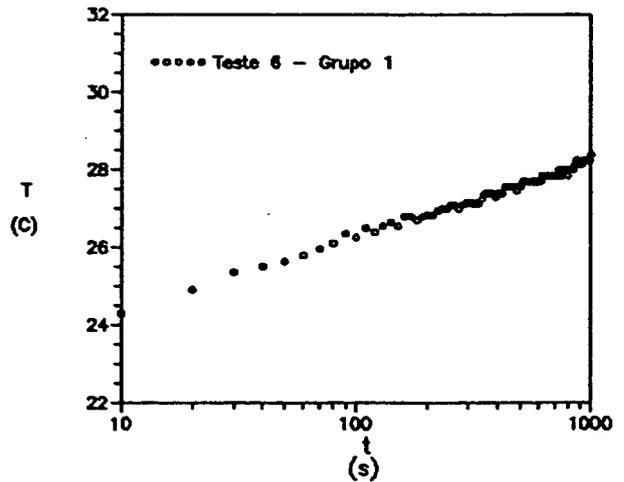


Figura D.9: Teste 6, Grupo 1

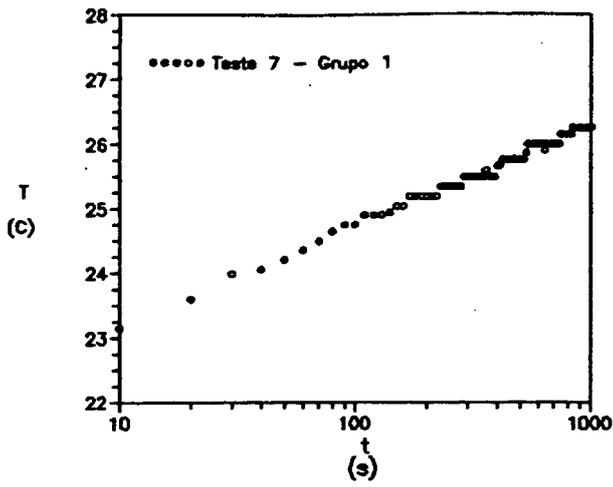


Figura D.10: Teste 7, Grupo 1

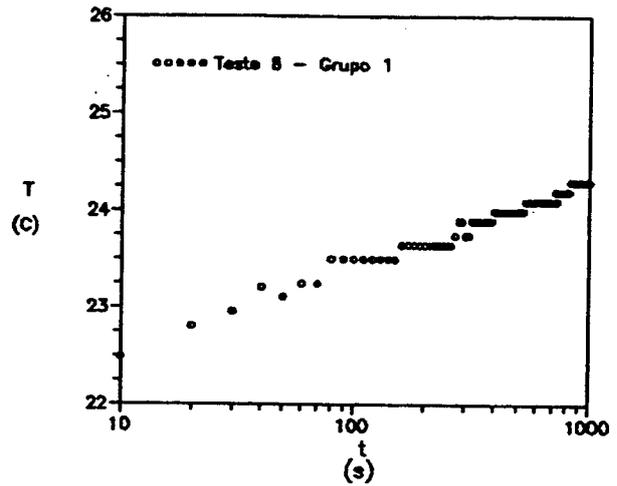


Figura D.11: Teste 8, Grupo 1

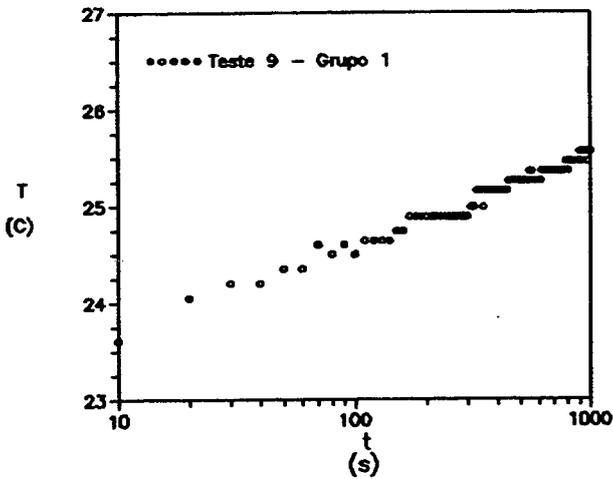


Figura D.12: Teste 9, Grupo 1

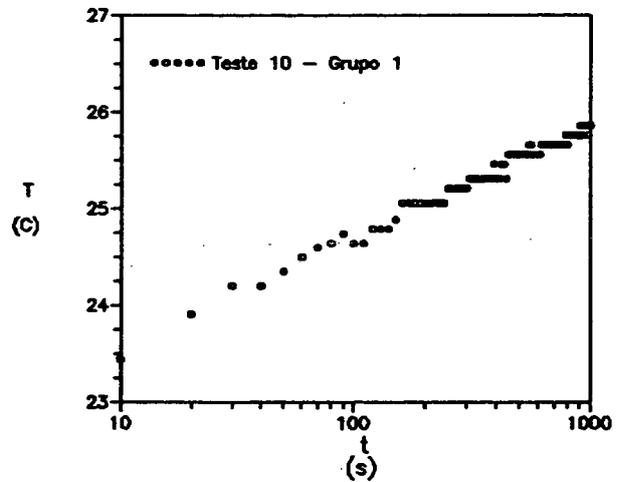


Figura D.13: Teste 10, Grupo 1

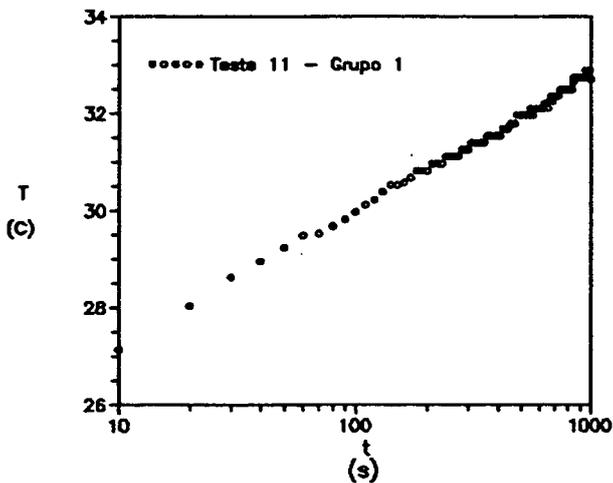


Figura D.14: Teste 11, Grupo 1

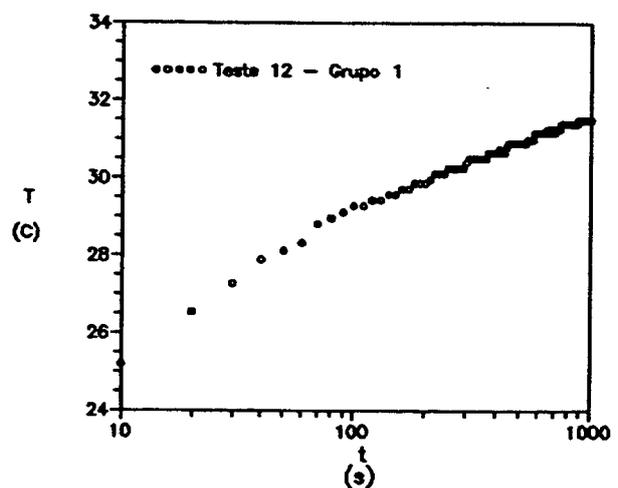


Figura D.15: Teste 12, Grupo 1

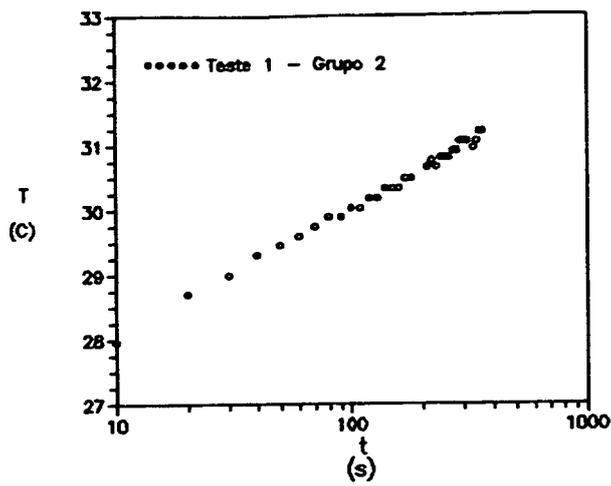


Figura D.16: Teste 1, Grupo 2

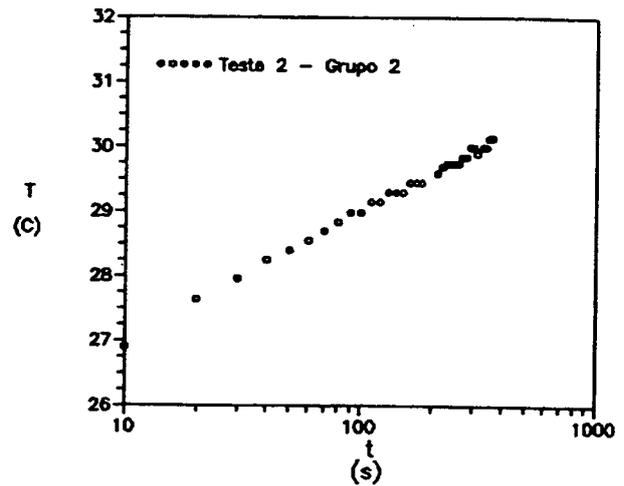


Figura D.17: Teste 2, Grupo 2

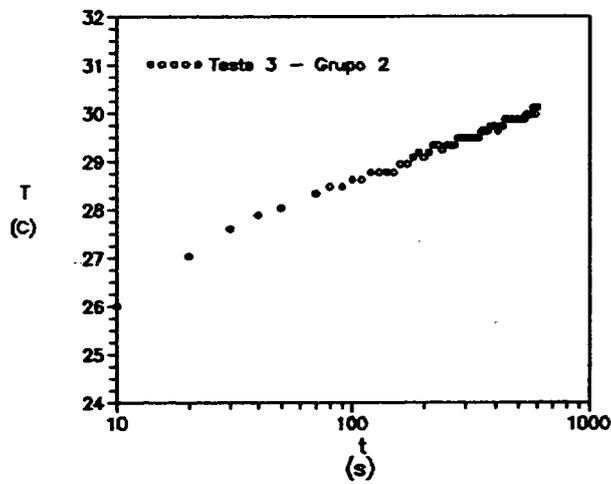


Figura D.18: Teste 3, Grupo 2

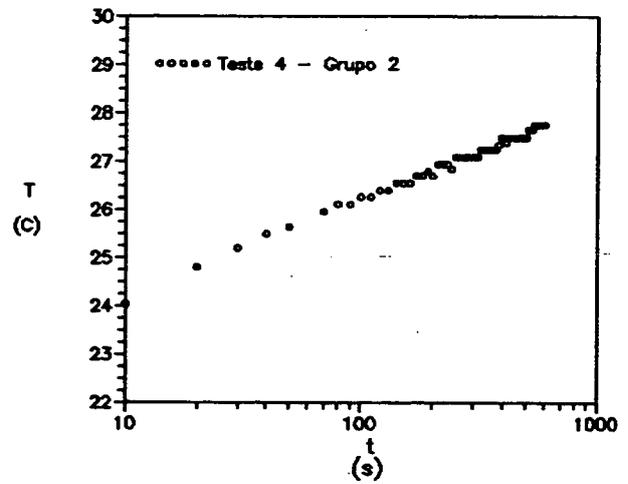


Figura D.19: Teste 4, Grupo 2

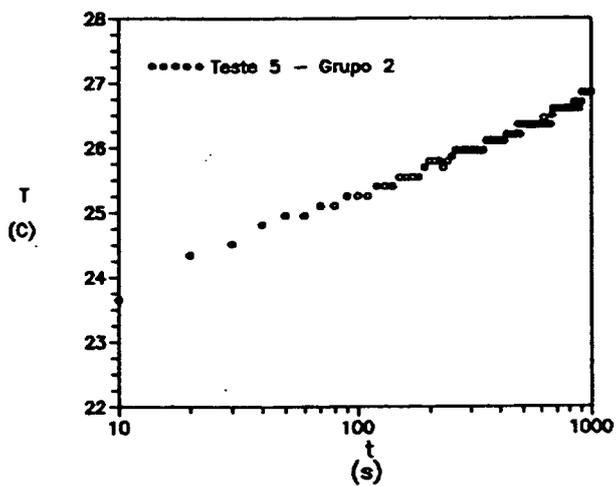


Figura D.20: Teste 5, Grupo 2

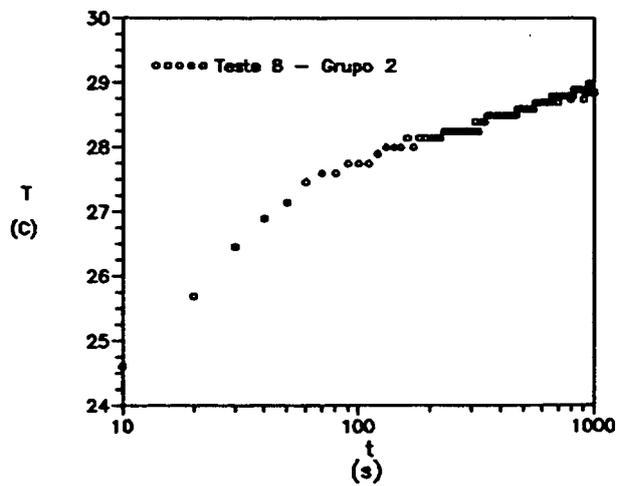


Figura D.21: Teste 8, Grupo 2

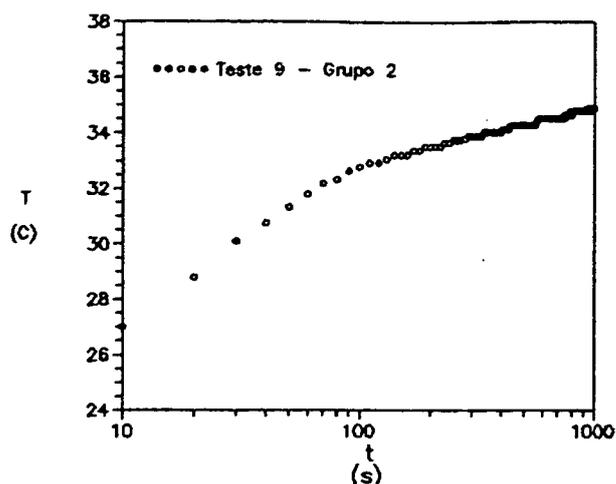


Figura D.22: Teste 9, Grupo 2

natural do tempo para os demais testes dos grupos 1 e 2, conforme as Tabelas 7.2 e 7.4. A análise quantitativa destes testes foi omitida, porém, segue os moldes dos exemplos dados.

### D.3 CONCLUSÕES

A análise qualitativa, apesar de demorada, é extremamente importante quando existem problemas na medição com a sonda térmica, e estes problemas somente podem ser detectados observando a curva gerada pela sonda.

Em uma sequência de medições, deve-se analisar graficamente alguns resultados e detectar a existência ou não de problemas. Se os dados se comportarem de maneira adequada, a análise quantitativa é suficiente para extrair a melhor reta. Caso contrário, cada teste deve ser analisado graficamente antes de passar-se a análise quantitativa.

A resolução da sonda é uma forte fonte de erro quando mede-se com  $\Delta T$  pequeno. Para a sonda utilizada, verificou-se a necessidade de utilizar-se um  $\Delta T$  mínimo da ordem de 10 °C. Alguns testes do grupo 2 possuem uma pequena confiabilidade devido a problemas na medição, principalmente, gradiente de umidade e  $\Delta T$  pequeno. São eles os testes 7 e 8.

## Apêndice E

### Medição da Condutividade Térmica do Granito

#### E.1 INTRODUÇÃO

Para a utilização de modelos teóricos na previsão da condutividade térmica do backfill é necessário conhecer-se a condutividade térmica da fase sólida.

Este apêndice apresenta o método de medição empregado e os resultados obtidos na medição da condutividade térmica da rocha granítica que forma o backfill.

#### E.2 MÉTODO DE MEDIÇÃO

Utilizou-se o método da sonda térmica, conforme descrito no Capítulo 7. O equipamento utilizado foi um "Thermal Property Analyzer TPA-5000" de propriedade da Eletropaulo com características semelhantes ao equipamento da Pirelli. Todas as medições foram feitas com uma única sonda (n. 1), com comprimento de 10 cm e diâmetro de 3 mm, ligada ao canal 1 do equipamento. A resistência elétrica do fio de aquecimento da sonda é 45,6  $\Omega/m$ .

#### E.3 PREPARAÇÃO DAS AMOSTRAS

Foram preparadas três peças de granito a partir de amostras apanhadas aleatoriamente na pedreira da Reago em Cumbica (SP). Cada peça de granito foi cortada e aplainada em dois lados de forma a adquirir o aspecto de um prisma com pequena espessura e faces planas (figura E.1). Em cada peça foi localizado e usinado um furo passante com diâmetro 4 mm. Os cortes nas peças foram efetuados com discos de corte adiamantados específicos para o corte de rochas. Os furos foram feitos com brocas de aço carbono, com pastilhas de carboneto de tungstênio embutidas em sua extremidade (brocas comerciais para furação em concreto), e utilizou-se uma furadeira manual de impacto. Cada peça preparada apresentou espessura e seção conforme apresentado na Tabela E.1.

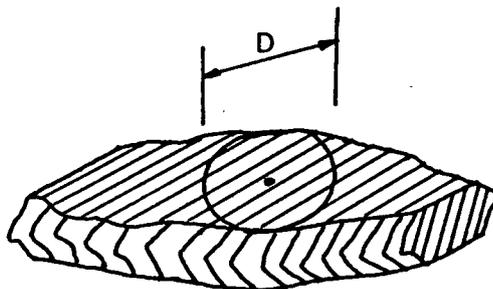


Figura E.1: Aspecto das peças de granito após preparo onde, D é o diâmetro útil.

TABELA E.1: Dimensões das peças de granito após preparo.

Peça	espessura (mm)	diâmetro útil (mm)
A	30	208
B	64	190
C	61	160

Entende-se como diâmetro útil o diâmetro de uma circunferência, com centro no furo da peça, e que pode ser inscrita em ambas as faces de forma que o seu contorno toque a borda mais próxima ao orifício central (figura E.1). A teoria da sonda térmica parte da hipótese que o meio comporta-se como um sólido infinito. Durante um teste tal hipótese é válida até que a frente de calor atinja a borda mais próxima ao furo onde localiza-se a sonda. Assim, o diâmetro útil é a dimensão característica de cada peça de granito e limita o tempo de execução do teste.

O diâmetro útil mínimo necessário foi avaliado previamente utilizando-se o modelo numérico do Capítulo 7. Nesta avaliação utilizou-se propriedades tabeladas para o granito e considerou-se que o interstício entre a sonda e o granito estaria preenchido por mercúrio, com propriedades obtidas também de tabelas (Holman, 1983). A Tabela E.2 resume os dados utilizados.

Com o programa numérico foi possível reproduzir-se o comportamento da sonda durante uma medição e determinar o tempo mínimo necessário para que a condutividade térmica do granito fosse avaliada com, no máximo, 5% de

TABELA E.2: Propriedades térmicas dos materiais envolvidos na simulação da medição com a sonda térmica.

material	$\lambda$ (W/mC)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	c (J/kgK)
granito	1,7 - 4	2640	820
sonda	50	2200	460
mercúrio	9	13500	139

diferença.

Na figura E.2 apresenta-se dois resultados típicos com a identificação dos tempos mínimos. Obtido este valor de tempo mínimo, determinou-se o diâmetro mínimo útil necessário à peça de granito utilizada no teste. Na figura E.3 apresenta-se o perfil de temperatura versus raio do meio para os tempos marcados na figura E.2 e identifica-se o diâmetro útil mínimo em cada caso.

As variáveis mais importantes no cálculo são a condutividade térmica do granito e o diâmetro do furo. Como os valores de condutividade térmica do granito na Tabela E.2 variam de 1,7 a 4 W/mC optou-se por rodar uma série de testes para condutividade de 3,5 W/mC e diâmetros de furo de 3, 5, 7, 10 e 15 mm e calculou-se o diâmetro mínimo necessário à peça de granito sendo a potência dissipada 0,35 W/cm. Ainda, para o diâmetro de furo de 10 mm, calculou-se o diâmetro útil mínimo para as condutividades de 2,0 e 2,5 W/mC, com a mesma potência de 0,35 W/cm. Os resultados estão resumidos na Tabela E.3 e, com base nestes resultados, foram preparadas as faces e os furos das peças de granito de forma a obter o maior diâmetro útil possível.

#### E.4 PROCEDIMENTO DE MEDIÇÃO

Utilizou-se em todas as medições uma sonda de 10 cm. Com as dimensões dadas na Tabela E.1 observa-se que a sonda tem comprimento suficiente para transpassar a peça A e a peça B (ou C) e penetrar um pouco na restante. Como é necessário para as medições que a sonda fique completamente imersa no meio e que o termopar localizado na metade da sonda não fique de frente para uma interface entre duas pedras, foi necessário montar-se as peças uma sobre a outra de forma a ter-se um meio presumivelmente homogêneo. Para avaliar-se a homogeneidade e isotropia do meio, características fundamentais na teoria da

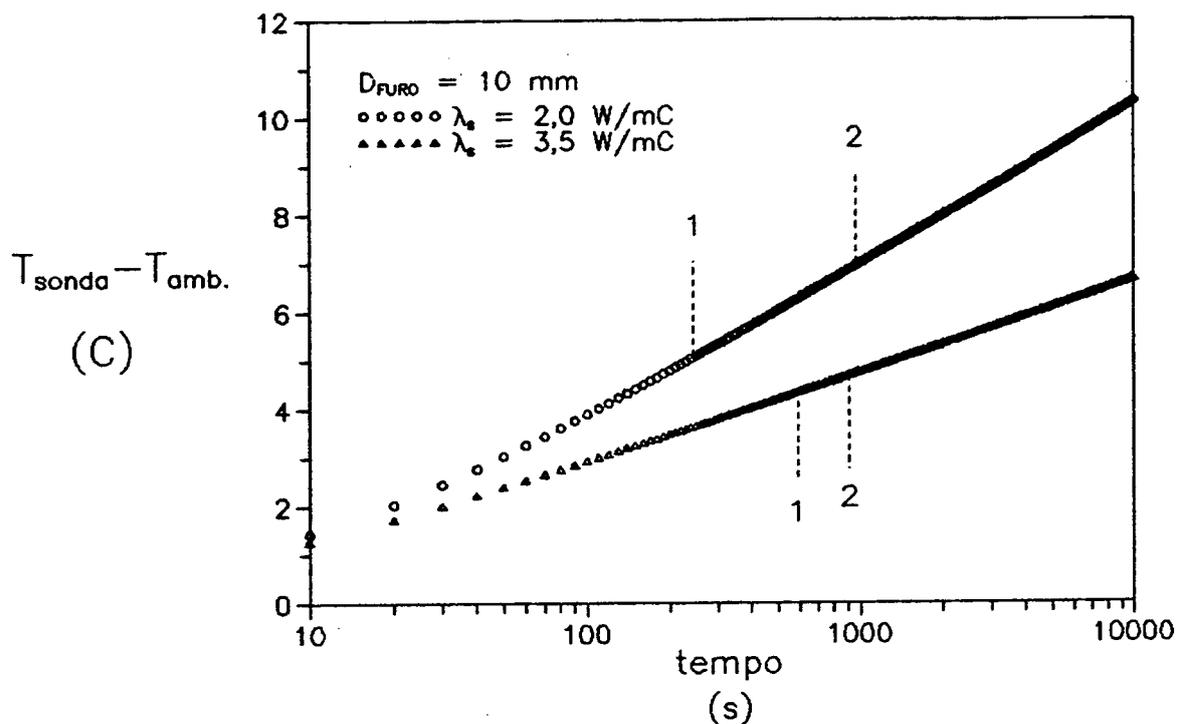


Figura E.2: Curva de aquecimento da sonda térmica obtida numericamente para  $D_{\text{FURO}} = 10 \text{ mm}$  indicando o início da parte reta (1) e o final da parte reta (2).

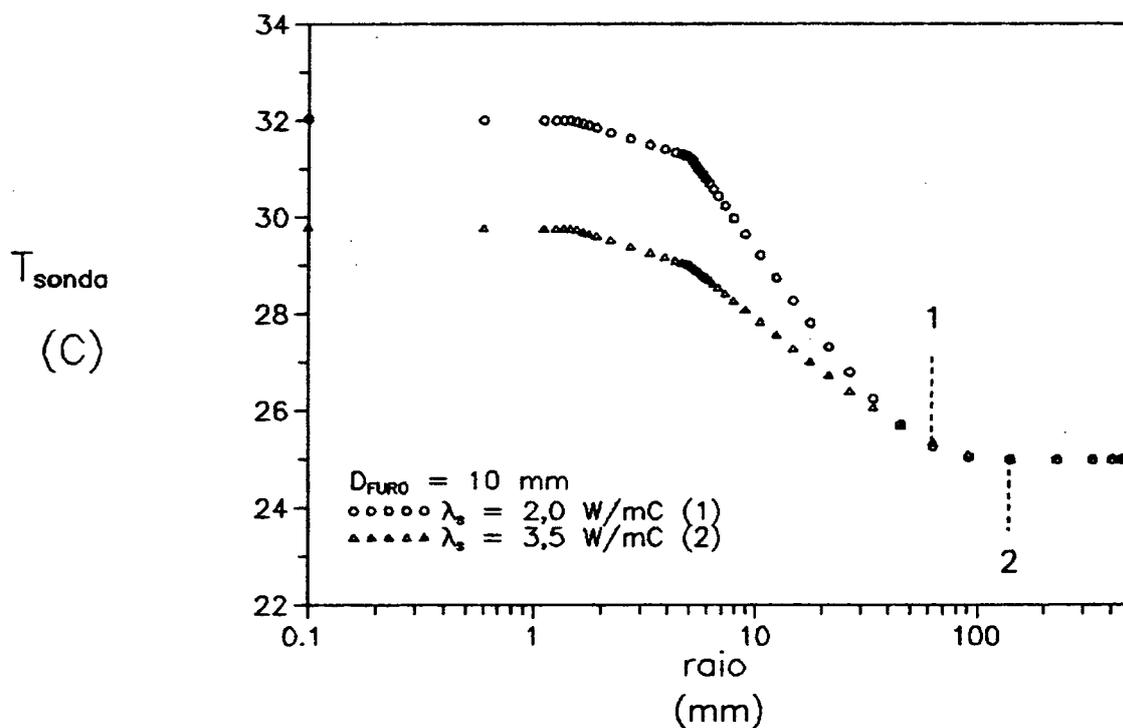


Figura E.3: Perfil de temperatura para a sonda, furo e granito, para  $D_{\text{FURO}} = 10 \text{ mm}$ , indicando (1) o raio útil para o caso em que  $\lambda_s = 2,0 \text{ W/mC}$  e (2) o raio útil para  $\lambda_s = 3,5 \text{ W/mC}$ .

TABELA E.3: Estimativa do diâmetro útil mínimo em função da condutividade térmica do granito e do diâmetro do furo.

D <sub>furo</sub> (mm)	$\lambda$ (granito) (W/mC)								
	3,5			2,5			2,0		
	D <sub>min</sub> (mm)	$\lambda_{calc}$ (W/mC)	Er (%)	D <sub>min</sub> (mm)	$\lambda_{calc}$ (W/mC)	Er (%)	D <sub>min</sub> (mm)	$\lambda_{calc}$ (W/mC)	Er (%)
3	190	3,39	3,0						
5	270	3,41	2,4						
7	450	3,41	2,6						
10	460	3,42	2,5	280	2,50	0	182	2,01	0,5
15	460	3,49	0,3						

sonda térmica, durante as medidas variou-se a posição relativa entre as peças, para cada posição, girava-se as peças umas em relação às outras. Para isso, identificou-se em cada peça os seus lados com números de 1 a 4. Nos resultados dados a seguir, em cada medição é identificada a posição das peças entre si e identificados os lados que ficam alinhados.

Para eliminar a resistência de contato entre a sonda e o granito, empregou-se mercúrio e pasta térmica que eram colocados no furo das peças de granito antes da inserção da sonda. A pasta térmica mostrou-se de manuseio mais simples e mais seguro.

## E.5 RESULTADOS

A Tabela E.4 mostra os resultados obtidos na medição da condutividade térmica do granito. Nesta tabela,  $t_i$  e  $t_f$  são respectivamente os tempos inicial e final do trecho reta da curva de temperatura versus logaritmo natural do tempo,  $A$  é o coeficiente angular da reta ajustada,  $\sigma_A$  é o desvio padrão do coeficiente angular calculado conforme o Apêndice G,  $\Delta T$  é a elevação total de temperatura na amostra acima da temperatura ambiente,  $T_{amb}$  é a temperatura ambiente,  $n$  é o número de pontos no trecho reto da curva de temperatura versus logaritmo natural do tempo,  $r$  é o coeficiente de correlação dos pontos em relação à reta ajustada e  $I$  é a corrente elétrica no fio de aquecimento da sonda térmica.

Os testes de 1 a 7 foram feitos com pasta térmica e os testes 8 e 9 foram feitos com mercúrio. O teste 6 apresenta a mais baixa correlação e o maior

TABELA E.4 : Resultados da medição no granito.

TESTE	POSICÃO	ti (s)	tf (s)	n	$\Delta T$ (C)	$T_{amb}$ (C)	r	$\sigma_A$ (C)	A (C)	I (A)	$\lambda$ (W/mC)
1	A1B1C1	160	1000	85	11,8	23,4	0,9928	0,01195	0,9031	0,8644	3,00
2	A1B2C1	160	1000	85	11,4	23,8	0,9914	0,01167	0,8036	0,8644	3,38
3	A1B3C1	120	1000	89	12,7	24,1	0,9936	0,00947	0,7745	0,8644	3,50
4	A1C1B1	70	1000	94	10,3	24,7	0,9945	0,00869	0,7925	0,8644	3,42
5	A1B1C1B	50	300	26	14,1	23,4	0,9924	0,02093	0,8253	0,8644	3,29
6	A1B1C1C	170	300	14	24,2	22,7	0,9326	0,10039	0,8986	0,8644	3,02
7	A1B1C1D	60	300	25	13,2	24,7	0,9964	0,01951	1,0930	1,020	3,46
8	A1B1C1E	20	300	29	6,5	25,5	0,9959	0,01420	0,8090	0,8644	3,35
9	A1B1C1F	20	300	29	6,5	25,4	0,9978	0,01044	0,8249	0,8644	3,29

desvio padrão (11 %). O teste 1, foi feito com a mesma posição para as amostras que os testes 5 a 9 e verifica-se que o valor de  $\lambda$  dado pelo teste 1 é 10 % maior que os valores dados pelos testes 5 a 9. As figuras E.5 a E.14 mostram as curvas de temperatura da sonda em função do tempo para os testes apresentados na Tabela E.4.

A fim de verificar-se a consistência dos resultados obtidos e em especial verificar a consistência do resultado do teste 1, utilizou-se o procedimento descrito no Apêndice F (item F.3).

A média do valor de  $\lambda_G$  utilizando os resultados de todos os testes é  $\lambda_G = 3,30$  W/mC. Calculando-se o desvio padrão da média utilizando as hipóteses de consistência interna e externa, obtém-se,

$$C.I.: \sigma = \pm 5 \% \Rightarrow \sigma\lambda_G = \pm 0,017 \text{ W/mC}$$

$$C.E.: n = 9 \Rightarrow \sigma\lambda_G = \pm 0,18/\sqrt{9} = \pm 0,06 \text{ W/mC}$$

Como o valor de  $\sigma\lambda_G$  obtido por C.E. é maior que o obtido por C.I., pode-se considerar que as medições referem-se a amostras diferentes ou que houveram interferências nos testes que variaram de amostra para amostra.

Considerando que o teste 6 obteve a menor correlação e o maior desvio padrão, este será descartado. Com relação ao teste 1, pode-se fazer uma análise baseada nos testes que tinham a mesma amostra, os testes 1,5,7,8 e 9. Destes testes, obtém-se,  $\lambda_G = 3,28$  W/mC e, usando C.E.,  $\sigma\lambda_G = \pm 0,08$  W/mC. Dos testes 5,7,8 e 9, obtém-se,  $\lambda_G = 3,35$  W/mC e, usando C.E.,  $\sigma\lambda_G = \pm 0,04$  W/mC.

Observa-se que ambos os valores de  $\sigma\lambda_G$  são maiores que o valor obtido por C.I., porém, descartando-se o teste 1, obtém-se um desvio padrão substancialmente menor.

Assim, utilizando-se os testes 2,3,4,5,7,8 e 9 obtém-se,

$$\lambda_G = 3,38$$

$$\sigma\lambda_G = \pm 0,079/\sqrt{7} = \pm 0,03 \text{ W/mC}$$

O resultado da medição de condutividade térmica, com base em uma análise estatística, pode ser dado por,

$$\lambda_G = \bar{\lambda} \pm (D_m/n^{1/2}) \quad (\text{E.1})$$

onde  $D_m$  é a dispersão de medição dada por,

$$D_m = \pm t \sigma \quad (\text{E.2})$$

onde  $t$  é o fator de Student.

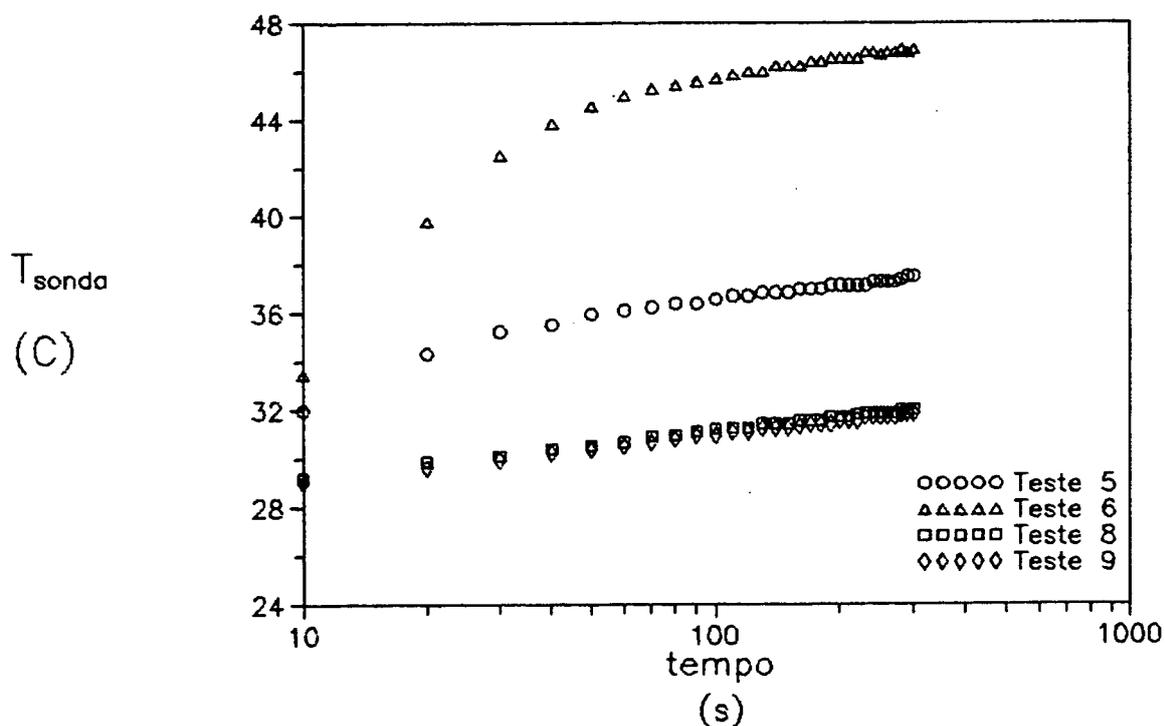


Figura E.4: Curvas de Temperatura em função do tempo para os testes 5,6,8 e 9.

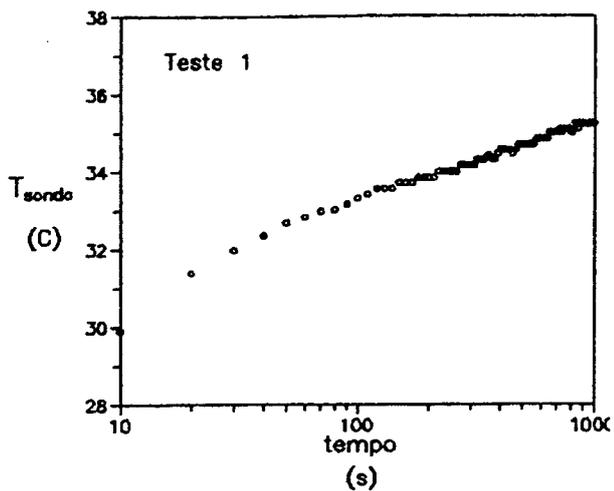


Figura E.5: Teste 1

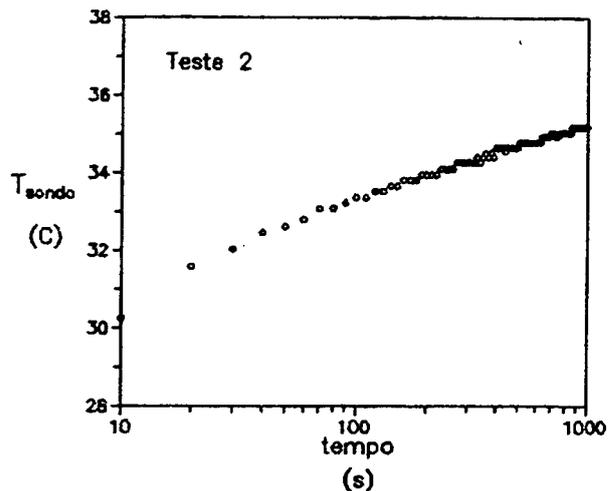


Figura E.6: Teste 2

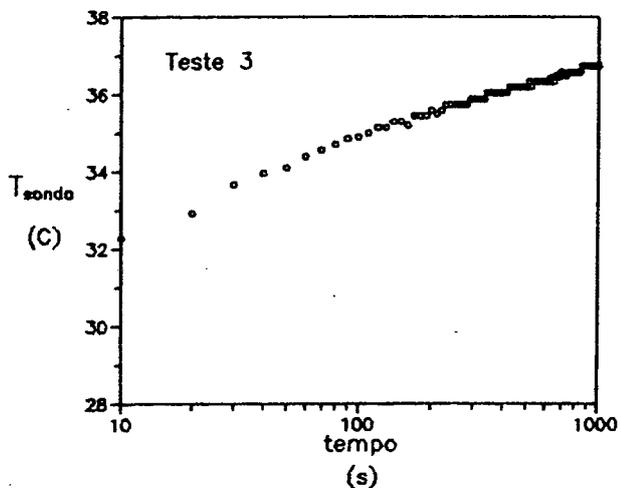


Figura E.7: Teste 3

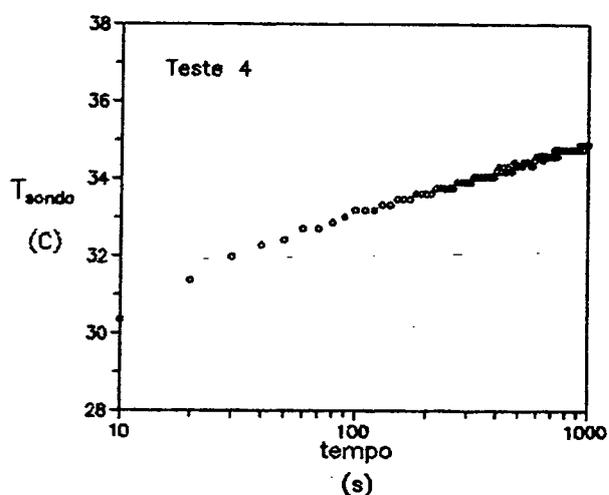


Figura E.8: Teste 4

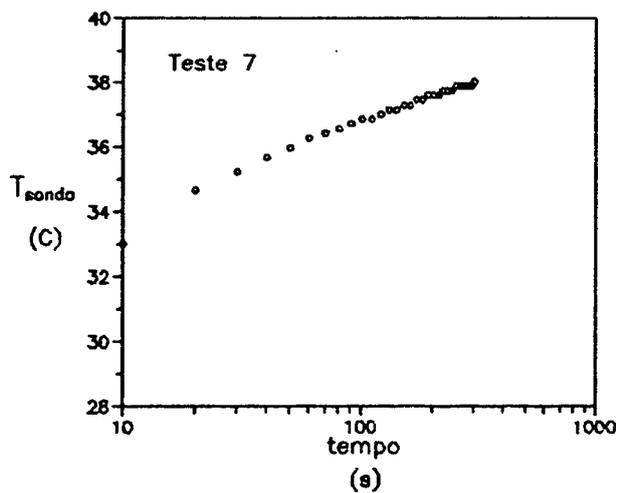


Figura E.9: Teste 7

Para  $n = 7$  medidas e enquadramento de 95 %, tem-se  $t = 2,6$ . Assim, a condutividade térmica do granito pode ser expressa por,

$$\lambda_G = 3,4 \pm 0,1 \text{ W/mC}$$

Finalmente, um último aspecto a observar é a maior eficiência do mercúrio em eliminar a resistência de contato entre a sonda e o meio. A figura E.4 mostra as curvas Temperatura versus  $\ln(\text{tempo})$  para os testes 5,6,8 e 9 e observa-se que as curvas para os testes 8 e 9 estão praticamente superpostas e que a 10 s de teste já se define uma reta.

#### E.5 CONCLUSÕES

A medição da condutividade térmica do granito, do qual se constitui o backfill Pirelli, foi feita a partir de três amostras obtidas na pedreira da Reago em Cumbica (SP). As amostras foram preparadas de maneira a possibilitar a medição com uma sonda de 10 cm de comprimento e 3 mm de diâmetro utilizando-se um equipamento da Eletropaulo idêntico ao equipamento da Pirelli.

Nas medições realizadas utilizou-se mercúrio e pasta térmica para reduzir a resistência de contato entre a sonda e a amostra, sendo que os resultados mostraram que o mercúrio é mais eficiente nesta finalidade.

As medições realizadas não permitiram detectar uma eventual anisotropia nas amostras de granito. A variação detectada nas medições encontra-se dentro da incerteza de medição estimada para o equipamento ( $\pm 5 \%$ ).

A condutividade térmica do granito pode ser avaliada, com bastante segurança, dentro de uma margem de erro de  $\pm 3 \%$ .

## Apêndice F

### Procedimentos de Análise de Erros

#### F.1 ANÁLISE DOS EXPERIMENTOS DE MEDIÇÃO DE PERMEABILIDADE DE SATURAÇÃO

##### F.1.1 Erros na Medição de Pressão Absoluta

Os experimentos com escoamento de ar através do meio poroso empregavam dois manômetros: um manômetro vertical para a medição da pressão de saída e um manômetro inclinado para a medição da pressão diferencial através da amostra. Considera-se um erro de leitura nas escalas dos manômetros de  $\pm 2$  mmHg. Este erro deve-se à variação da posição do contato do menisco com o tubo de vidro e com variações na avaliação da posição do menisco por parte do operador do teste. Desta forma, para o manômetro vertical assume-se um erro de leitura de  $\pm 280$  Pa e para o manômetro inclinado, sendo o ângulo de inclinação igual a  $15^\circ$ ,  $\text{sen}(15^\circ) = 0,26$ , um erro de leitura de  $\pm 70$  Pa.

Erro de Medição na Pressão de Saída. A pressão absoluta na saída da seção de testes é calculada por,

$$p_s = p_s(\text{man}) + p_{\text{atm}} \quad (\text{F.1})$$

onde  $p_s(\text{man})$  é a pressão lida no manômetro, em relação à pressão atmosférica.

O erro de medição na pressão de saída é,

$$\sigma_{p_s} = \sigma_{p_s(\text{man})} + \sigma_{p_{\text{atm}}} \quad (\text{F.2})$$

A pressão atmosférica varia pouco durante um mesmo teste de permeabilidade. Porém, de um dia para o outro foram detectadas no laboratório variações máximas da ordem de  $\pm 2\%$  (as leituras foram feitas no período de fevereiro a maio de 1992). Assumindo  $\pm 2\%$  como a variação máxima da pressão atmosférica,  $\sigma_{p_{\text{atm}}} \sim \pm 2000$  Pa. Desta forma, da Eq. (F.2), obtém-se,  $\sigma_{p_s} \sim \pm 2300$  Pa.

Erro de Medição na Diferença de Pressão Através da Amostra. A medição de  $\Delta p$  não é influenciada pela pressão atmosférica. Assim, o erro em  $\Delta p$  é o próprio erro de medição no manômetro inclinado, ou seja,  $\sigma_{\Delta p} \sim \pm 70$  Pa.

Com os erros de medição em  $p_s$  e  $\Delta p$  pode-se calcular os erros em  $\bar{p}$  e no parâmetro  $Z$  (ver Capítulo 6).

Erro de Medição em  $\bar{p}$ . A equação para o cálculo de  $\bar{p}$  pode ser expressa como segue,

$$\bar{p} = \frac{P_s - P_s}{2} = p_s + \frac{\Delta p}{2} \quad (\text{F.3})$$

Assim, o erro de medição relativo em  $\bar{p}$  pode ser calculado por (Pugh e Winslow, 1960),

$$\left(\frac{\sigma_{\bar{p}}}{\bar{p}}\right)^2 = \left(\frac{P_s}{\bar{p}} \frac{\sigma_{P_s}}{P_s}\right)^2 + \left(\frac{\Delta p}{2\bar{p}} \frac{\sigma_{\Delta p}}{\Delta p}\right)^2 \quad (\text{F.4})$$

Assume-se como valores típicos para os testes realizados:

$$\bar{p} = 1,1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$p_s = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$\Delta p = 0,1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Da Eq. (F.4) pode-se calcular o erro em  $\bar{p}$  considerando dois casos:

(a) A variação da pressão atmosférica influencia o erro em  $\bar{p}$ . Neste caso, obtém-se,

$$\left(\frac{\sigma_{\bar{p}}}{\bar{p}}\right)^2 = (0,91 \cdot 0,023)^2 + (0,045 \cdot 0,007)^2 = 0,021^2 + 0,00032^2 = 0,0004$$

o que implica em um erro relativo de  $\pm 2$  %, ou,  $\sigma_{\bar{p}} \sim \pm 2300$  Pa.

(b) Desconsidera-se a influência da variação da pressão atmosférica. Neste caso, obtém-se,

$$\left(\frac{\sigma_{\bar{p}}}{\bar{p}}\right)^2 = (0,91 \cdot 0,0028)^2 + (0,045 \cdot 0,007)^2 = 0,0025^2 + 0,00032^2 = 6 \cdot 10^{-6}$$

o que corresponde a um erro relativo em  $\bar{p}$  da ordem de  $\pm 0,3$  %, ou seja,  $\sigma_{\bar{p}} \sim \pm 300$  Pa.

Observa-se que, considerando a influência da variação de  $p_{atm}$ , esta

predomina no cálculo do erro em  $\bar{p}$ . No decorrer de um teste, a pressão atmosférica é praticamente constante e pode-se desconsiderar a sua influência no cálculo do erro em  $\bar{p}$ .

Dessa forma, na análise do comportamento de um teste, assume-se  $\sigma_{\bar{p}} \sim \pm 300$  Pa e na comparação dos resultados entre dois ou mais testes, assume-se  $\sigma_{\bar{p}} \sim \pm 2300$  Pa.

Erro de Medição no Parâmetro Z. O parâmetro Z obtido da Lei de Darcy para o escoamento de um gás perfeito, é dado por,

$$Z = \frac{p_s^2 - p_e^2}{2 R T L} = \frac{(p_s + \Delta p)^2 - p_s^2}{2 R T L} \quad (\text{F.5})$$

O erro de medição relativo em Z pode ser calculado por,

$$\left(\frac{\sigma Z}{Z}\right)^2 = \left(\frac{\Delta p}{R T L} \frac{p_s}{Z} \frac{\sigma p_s}{p_s}\right)^2 + \left(\frac{(p_s + \Delta p)}{R T L} \frac{\Delta p}{Z} \frac{\sigma \Delta p}{\Delta p}\right)^2 \quad (\text{F.6})$$

Assume-se como valores típicos para os testes realizados:

$$Z = 4 \cdot 10^5 \text{ Pa}^2/\text{m}^3\text{s}^2$$

$$p_s = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$\Delta p = 0,1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$R T L = 2570 \text{ Pa m}^4/\text{kg}$$

Da Eq. (F.6) obtém-se:

(a) Considerando a variação em  $p_{atm}$ :

$$\left(\frac{\sigma Z}{Z}\right)^2 = (0,97 \cdot 0,023)^2 + (1,068 \cdot 0,007)^2 = (0,022)^2 + (0,0075)^2 = 0,0005$$

o que implica em um erro relativo de  $\pm 2,2$  %, ou,  $\sigma Z \sim \pm 9000$  Pa.

(b) Desconsiderando a variação em  $p_{atm}$ :

$$\left(\frac{\sigma Z}{Z}\right)^2 = (0,97 \cdot 0,0028)^2 + (1,068 \cdot 0,007)^2 = (0,0027)^2 + (0,0075)^2 = 6 \cdot 10^{-5}$$

o que corresponde a um erro relativo de  $\pm 0,8$  %, ou seja,  $\sigma Z \sim \pm 3000$  Pa.

Para a análise do comportamento de um teste, assume-se, portanto,  $\sigma Z \sim \pm 3000$  Pa e na comparação dos resultados entre dois ou mais testes, assume-se  $\sigma Z \sim \pm 9000$  Pa.

## F.1.2 Erros na Medição do Fluxo Mássico

A partir da vazão volumétrica medida pelo rotâmetro ( $Q$ ) e da massa específica do ar úmido nas condições do teste ( $\rho$ ) obtém-se o fluxo mássico ( $j$ ) por,

$$j = \frac{\dot{m}}{A} = \frac{\rho \cdot Q}{A} \quad (\text{F.7})$$

Assim, o erro na determinação do fluxo mássico é dado por,

$$\left(\frac{\sigma_j}{j}\right)^2 = \left(\frac{\sigma\rho}{\rho}\right)^2 + \left(\frac{\sigma Q}{Q}\right)^2 + \left(\frac{\sigma A}{A}\right)^2 \quad (\text{F.8})$$

Da calibração do rotâmetro, obteve-se que a sua incerteza de medição é da ordem de  $\pm 5\%$  do valor medido. A área transversal da seção de testes foi obtida através de medidas de diâmetro feitas com um paquímetro com resolução de 0,2 mm. Assim pode-se assumir  $\sigma A/A \sim \pm 1\%$ . A obtenção do erro em  $\rho$  demanda um pouco mais de cuidado.

A Eq. (F.7) requer o valor de massa específica do ar úmido no rotâmetro. A massa específica do ar úmido é uma função da pressão total e da umidade absoluta da mistura ar+vapor. A pressão total é a própria pressão atmosférica, pois o rotâmetro tem sua saída aberta para a atmosfera. A umidade absoluta da mistura ar+vapor depende da umidade relativa e da pressão na saída do borbulhador. Desta forma, pode-se assumir que o erro máximo cometido na avaliação de  $\rho$  é igual à variação de  $\rho$  entre as duas condições mais extremas, o menor  $\rho$  e o maior  $\rho$  possível. Para  $\phi = 1$  e pressão de entrada na amostra  $p_e = 1,1 \cdot 10^5$  Pa obtém-se  $\rho = 1,16$  kg/m<sup>3</sup>. Para  $\phi = 0,5$  e  $p_e = 2,2 \cdot 10^5$  Pa, obtém-se  $\rho = 1,18$  kg/m<sup>3</sup>. Dessa forma, assume-se  $\sigma\rho/\rho \sim \pm 0,5\%$ .

Assim, da Eq. (F.8) obtém-se,

$$\left(\frac{\sigma_j}{j}\right)^2 = (0,005)^2 + (0,05)^2 + (0,01)^2 = 0,0026$$

que corresponde a um erro relativo da ordem de  $\pm 5\%$ . Considerando um valor típico de fluxo mássico,  $j = 0,011$  kg/sm<sup>2</sup>, obtém-se  $\sigma j \sim \pm 0,006$  kg/sm<sup>2</sup>.

F.1.3 Erros na Obtenção de  $k_g$ 

A partir do parâmetro  $Z$  e do fluxo mássico  $j$  obtém-se a permeabilidade aparente por,

$$k_g = \mu \frac{j}{Z} \quad (\text{F.9})$$

Assim, o erro associado aos valores de  $k_g$  pode ser calculado por,

$$\left(\frac{\sigma k_g}{k_g}\right)^2 = \left(\frac{\sigma j}{j}\right)^2 + \left(\frac{\sigma Z}{Z}\right)^2 \quad (\text{F.10})$$

Os erros relativos no fluxo mássico e no parâmetro de pressão são, respectivamente,  $\pm 5\%$  e  $\pm 3\%$ . Assim, da Eq. (F.10) obtém-se que o erro relativo nos valores de  $k_g$  é da ordem de  $\pm 6\%$ .

## F.2 ANÁLISE DOS RESULTADOS DA MEDIÇÃO DA CONDUTIVIDADE TÉRMICA

A condutividade térmica foi medida com o método da sonda térmica. Neste método ajusta-se uma reta à curva de temperatura da sonda versus logaritmo natural do tempo para valores de tempo suficientemente longos. Com o coeficiente angular desta reta (A) e o valor da potência dissipada (q) calcula-se a condutividade térmica por,

$$\lambda = \frac{q}{4 \pi A} \quad (\text{F.11})$$

A sonda térmica é aquecida através da geração de calor por efeito Joule em um fio com resistência elétrica R. Sendo I a corrente que passa na sonda a Eq. (F.11) pode ser reescrita como,

$$\lambda = \frac{R I^2}{4 \pi A} \quad (\text{F.12})$$

Considerando que o erro na determinação de R é menor que os erros de medição em I e de determinação de A, o erro relativo em  $\lambda$  pode ser calculado por,

$$\left(\frac{\sigma \lambda}{\lambda}\right)^2 = \left(2 \frac{\sigma I}{I}\right)^2 + \left(\frac{\sigma A}{A}\right)^2 \quad (\text{F.13})$$

A incerteza de medição de corrente no equipamento é de  $\pm 2,5\%$ . Dos testes realizados pode-se assumir, no caso mais desfavorável,  $\sigma A/A \sim \pm 2\%$  (ver Apêndice G para a determinação de  $\sigma A$ ). Assim, da Eq. (F.13) obtém-se,

$$\left(\frac{\sigma\lambda}{\lambda}\right)^2 = (0,05)^2 + (0,02)^2 = 0,003$$

o que corresponde a um erro de medição relativo em  $\lambda$  da ordem de  $\pm 5\%$ .

Observa-se que os erros de medição em  $I$  são preponderantes perto dos erros na avaliação de  $A$ . Para que o erro de avaliação de  $A$  torne-se expressivo com relação ao erro de medição em  $I$ , da Eq. (F.13), é necessário que,

$$\sigma_A \sim \frac{2A}{I} \sigma_I \quad (\text{F.14})$$

Valores típicos, para uma situação com resistência de contato entre a sonda e o meio nula e aquecimento máximo na sonda igual a  $10^\circ\text{C}$  (ver resultados do modelo numérico no Capítulo 7), são  $A = q/4\pi\lambda \sim 1^\circ\text{C}$  e  $I \sim 1\text{ A}$ . Assim, para que  $\sigma_A$  tenha influência em  $\sigma\lambda$  é necessário que  $\sigma_A \sim 2\sigma_I$ . Para um valor típico de  $\sigma_A$ ,  $\sigma_A \sim \pm 0,02^\circ\text{C}$ , é necessário que a medição de corrente tenha uma incerteza da ordem de  $\pm 1\%$  ou menor.

### F.3 OBTENÇÃO DO ERRO ASSOCIADO A VALORES MÉDIOS DE VARIÁVEIS EXPERIMENTAIS

Na medição da condutividade térmica do granito é necessário caracterizar-se um valor médio para a condutividade térmica e uma incerteza de medição associada. O mesmo acontece quando deseja-se caracterizar uma condutividade térmica para o backfill no estado seco ou saturado ou quando deseja-se calcular valores médios de permeabilidade.

O caso mais genérico é aquele onde se tem métodos experimentais diferentes, ou equipamentos diferentes, ou operadores diferentes, ou amostras ou condições ambientais diferentes. Neste caso, cada valor medido pode estar associado a uma dispersão de medição diferente. Dessa forma, dado um grupo de  $n$  valores medidos  $Y_i$  o valor médio  $Y$  é dado por,

$$Y = \frac{[wY]}{[w]} \quad (\text{F.15})$$

onde  $[Y] = \sum_{i=1}^n Y_i$  e  $w_i$  é o peso de cada valor medido  $Y_i$ .

Para calcular-se  $w_i$  considera-se que a medição com maior valor de desvio padrão  $\sigma_i$  possui peso  $w_i = 1$  e os pesos das demais medidas é dado por,

$$w_i = \left( \frac{\sigma_{max}}{\sigma_i} \right)^2 \quad (F.16)$$

A pergunta que se coloca é se a diferença existente entre os valores medidos encontra-se dentro da dispersão esperada ou se existem fatores que não foram levados em conta. Para isto, calcula-se o desvio padrão associado à média assumindo-se duas hipóteses, denominadas hipótese de consistência interna (C.I.) e hipótese de consistência externa (C.E.) (Pugh e Winslow, 1960, pg 127).

(a) Na hipótese de consistência interna, assume-se que todas as medições são amostras de um mesmo universo (caracterizado por uma distribuição de erros com um dado desvio padrão). Isto implica em admitir-se que as amostras e condições dos testes são iguais e que, assim, a dispersão dos valores medidos depende somente do equipamento utilizado. Desta forma calcula-se o desvio padrão da média por (Pugh e Winslow, 1960, pg 104),

$$\sigma_o = \left( \frac{\sigma^2}{[w]} \right)^{1/2} \quad (F.17)$$

onde  $\sigma$  é o desvio padrão das medições, ou seja, é a própria incerteza de medição do equipamento utilizado ou é o erro obtido por propagação a partir das incertezas dos equipamentos utilizados.

Se os pesos das medições forem unitários,

$$\sigma_o = \left( \frac{\sigma^2}{n} \right)^{1/2} \quad (F.18)$$

onde  $n$  é o número de medidas.

(b) Na hipótese de consistência externa, considera-se também que as medições são amostras do mesmo universo, porém, calcula-se o desvio padrão da média por,

$$\sigma_o = \left( \frac{[wv]}{(n-1)[w]} \right)^{1/2} \quad (F.19)$$

onde  $v_i = Y_i - Y$ .

Se os pesos forem unitários,

$$\sigma_o = \left( \frac{[vv]}{(n-1)n} \right)^{1/2} \quad (F.20)$$

Observa-se que neste caso o desvio padrão calculado depende dos desvios de cada medição e dos valores destas medições.

Com os valores calculados pelas Eqs. (F.17) e (F.20) podem ocorrer as seguintes situações:

(a)  $\sigma_o$  calculado com C.E. e  $\sigma_o$  calculado com C.I. são da mesma ordem de grandeza. Neste caso, confirma-se a hipótese de que todas as medidas provém do mesmo universo e diz-se que os valores medidos possuem consistência completa. Isto indica que o procedimento utilizado e as amostras são estatisticamente idênticas.

(b)  $\sigma_o$  calculado com C.E. é menor que  $\sigma_o$  calculado com C.I. Neste caso, admite-se que o valor de incerteza de medição associada ao equipamento foi superestimada.

(c)  $\sigma_o$  calculado com C.E. é maior que  $\sigma_o$  calculado com C.I. Neste caso, houveram variações expressivas nas amostras ou no procedimento de um testes para o outro. Isto pode indicar, por exemplo, que as propriedades das amostras eram diferentes ou que o modelo utilizado para determinar a propriedade medida não era adequado às condições de teste.

Em ambos os casos (b) e (c) diz-se que existe consistência incompleta entre os valores medidos. Nestes casos é usual assumir-se o valor de  $\sigma_o$  calculado por C.E., considerando os pesos como unitários, como o valor adequado para expressar o erro de medição. Na existência de informações adicionais sobre as medições feitas, pode-se também decidir pelo descarte de um ou mais valores medidos.

## Apêndice G

### Ajuste Linear por Mínimos Quadrados

#### G.1 OBTENÇÃO DOS COEFICIENTES LINEAR E ANGULAR DA RETA AJUSTADA

Os testes com a sonda térmica fornecem a variação da temperatura da sonda com o tempo. Para tempos suficientemente longos, o gráfico temperatura versus logaritmo natural do tempo tende a uma linha reta e o coeficiente angular desta linha reta relaciona-se com a condutividade térmica do meio. Analogamente, na determinação da permeabilidade de saturação utiliza-se a Lei de Darcy, que estabelece uma relação linear entre o gradiente de pressão aplicado no solo e a vazão resultante, sendo o coeficiente angular relacionado com a permeabilidade de saturação.

Nestes dois casos, pode-se escrever genericamente a relação entre as variáveis observadas como,

$$M = A a + B b \quad (G.1)$$

onde, M é a variável dependente, a e b são as variáveis independentes e A e B são os parâmetros da equação.

Os erros na medição de a e b são considerados muito pequenos frente aos erros na medição de M. Os erros de medição de M podem ser constantes em toda a faixa de medição ou podem variar. No caso mais genérico, onde os erros em M não são constantes, assume-se que o valor de M com o maior desvio padrão ( $\sigma$ ) tem peso unitário e calcula-se os pesos dos outros valores de M por,

$$w_i = \frac{\sigma^2}{\sigma_i^2} \quad (G.2)$$

O ajuste da Eq. (G.1) aos valores observados através do método dos mínimos quadrados fornece (Pugh e Winslow, 1960),

$$A = \frac{[wM] [wbb] - [wbM] [wb]}{[w] [wbb] - [wb] [wb]} \quad (G.3.a)$$

$$B = \frac{[w] [wbM] - [wb] [wM]}{[w] [wbb] - [wb] [wb]} \quad (G.3.b)$$

onde  $[b] = \sum_{i=1}^n b_i$ .

Se os pesos forem unitários obtém-se,

$$A = \frac{[M] [bb] - [bM] [b]}{n [bb] - [b] [b]} \quad (G.4.a)$$

$$B = \frac{n [bM] - [b] [M]}{n [bb] - [b] [b]} \quad (G.4.b)$$

onde  $n$  é o número de pontos experimentais.

Observa-se que os valores calculados de  $A$  e  $B$  são tais que a função ajustada (Eq. G.1) fornece os valores médios mais prováveis de  $M$  para cada valor de  $a$  e  $b$ .

## G.2 OBTENÇÃO DOS DESVIOS ASSOCIADOS AOS COEFICIENTES LINEAR E ANGULAR

Sendo  $M$  o valor médio mais provável, dado um conjunto de dados experimentais, existe uma probabilidade de que um dado valor de  $M$  medido esteja próximo de  $M$  calculado pela Eq. (G.1). Desta forma, pode-se calcular um valor de desvio padrão dos pontos em relação à função ajustada. Analogamente, dado que os pontos experimentais encontram-se espalhados em torno da função ajustada, pode-se determinar o desvio padrão associado aos valores de  $A$  e  $B$ , obtidos do ajuste da Eq. (G.1).

Um outro aspecto pode ser analisado tomando-se por exemplo as medições com a sonda térmica. Neste caso, como as medições de temperatura em um teste são feitas com o mesmo instrumento e na mesma amostra, espera-se que todos os valores de  $M$  possuam a mesma incerteza. Porém, a amostra pode variar de propriedades ao longo do teste ou o modelo da sonda térmica pode não ser adequado aos resultados obtidos. Este último aspecto pode ocorrer se tomar-se pontos para tempos muito baixos ou se houverem distúrbios na temperatura da sonda para tempos altos, causados por influência do ambiente ou por migração de umidade.

A fim de verificar se existe consistência entre os valores de temperatura da sonda obtidos para um mesmo teste, calcula-se os desvios padrões dos coeficientes  $A$  e  $B$  utilizando-se alternadamente duas hipóteses, denominadas hipótese de consistência externa e hipótese de consistência interna (Pugh e Winslow, 1960, pg 132).

Cálculo Considerando Consistência Interna (C.I.). Neste caso considera-se que todas as medidas  $M$  são amostras de um mesmo universo. No caso da sonda

térmica significa que as condições da amostra não variam com o decorrer do tempo de forma que a variação da temperatura da sonda é prevista pelo modelo da sonda térmica (puramente condutivo). Neste caso, a dispersão dos pontos experimentais em torno da função ajustada deve-se somente aos erros aleatórios gerados pelo processo de medição, dependentes basicamente do equipamento utilizado. Assim, o desvio padrão dos pontos em relação à função é a própria incerteza de medição do equipamento utilizado.

Denominando  $\sigma_{\max}$  a incerteza de medição nos valores de M, o desvio padrão de cada valor de M em relação à função ajustada é,

$$\sigma = \sigma_{\max} \quad (\text{G.5})$$

A partir da Eq. G.5 calcula-se os desvios padrões dos valores de A e B por (Pugh e Winslow, 1960, pp 133),

$$\sigma_A = \sigma \left( \frac{[bb]}{\Delta} \right)^{1/2} \quad (\text{G.6.a})$$

$$\sigma_B = \sigma \left( \frac{n}{\Delta} \right)^{1/2} \quad (\text{G.6.b})$$

onde  $\Delta = n [bb] - [b] [b]$ .

No caso mais genérico, as medições M podem ter desvios padrões diferentes e assim, pesos diferentes. Neste caso, assume-se  $\sigma$  como o desvio padrão da medição com peso igual a 1 (maior desvio padrão) e calcula-se  $\sigma_A$  e  $\sigma_B$  por,

$$\sigma_A = \sigma \left( \frac{[wbb]}{\Delta} \right)^{1/2} \quad (\text{G.7.a})$$

$$\sigma_B = \sigma \left( \frac{[w]}{\Delta} \right)^{1/2} \quad (\text{G.7.b})$$

onde  $\Delta = [w] [wbb] - [wb] [wb]$ .

Cálculo Considerando Consistência Externa (C.E.). Neste caso, considera-se também que cada valor de M é uma amostra do mesmo universo, porém, calcula-se  $\sigma$  por,

$$\sigma = \left( \frac{[wv]}{n - q} \right)^{1/2} \quad (\text{G.8})$$

onde  $v_i = M_i - (A a_i + B b_i)$  é o desvio de cada valor medido em relação aos

valores médios, fornecidos pela Eq. (G.1), e  $q$  é o número de parâmetros da equação ajustada, ou seja,  $q = 2$ . Eq. (G.2), possui  $(n - q)$  graus de liberdade.

O cálculo dos desvios em A e B é dado pelas Eqs. (G.6) calculando-se  $\sigma$  pela Eq. (G.7). Observa-se, neste caso, que o valor de  $\sigma$  depende não somente dos pesos de cada medição como também do seu valor.

Consistência Completa ou Incompleta. Calculando-se para um mesmo grupo de pontos os erros em A e B com as hipóteses de consistência externa e consistência interna, podem ocorrer os seguintes casos:

(a) Se  $\sigma_A$  e  $\sigma_B$  calculados por C.E. e C.I. forem da mesma ordem confirma-se a hipótese de que as medições pertencem a um mesmo universo e diz-se que os valores de M possuem consistência completa. Isto indica que o modelo utilizado (Eq. G.1) satisfaz os dados obtidos e a dispersão obtida é igual à dispersão prevista com base nos erros de medição ocasionados pelo equipamento utilizado.

(b) Se  $\sigma_A$  e  $\sigma_B$  calculados por C.E. forem menores que os calculados por C.I. indica que os erros de medição do equipamento utilizado foram superestimados e que os valores experimentais obtidos possuem uma dispersão menor.

(c) Se  $\sigma_A$  e  $\sigma_B$  calculados por C.I. forem menores que os calculados por C.E. indica que os experimentos foram afetados por fatores não previstos pelo modelo utilizado, Eq. (G.1), ou que os erros de medição do equipamento utilizado foram subestimados.

Em ambos os casos (b) e (c) diz-se que existe consistência incompleta. Nestes casos, é usual assumir-se os desvios calculados por C.E., considerando os pesos unitários, para caracterizar os resultados obtidos.

### G.3 CÁLCULO DO COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO

Considere o caso particularizado da Eq. G.1 onde  $a = 1$ ,  $b = x$ ,  $M = y$  e os pesos são unitários. Para o cálculo do coeficiente de correlação linear entre  $x$  e  $y$  assume-se as hipóteses que ambas as variáveis possuem erros de medição expressivos, ou seja, para cada valor de  $y$  existe uma distribuição normal de  $x$  com média  $\mu_x$  e desvio padrão  $\sigma_x$  e que para cada valor de  $x$  existe uma correspondente distribuição normal de  $Y$  com média  $\mu_y$  e desvio padrão  $\sigma_y$ .

As equações para  $\mu_x$  e  $\mu_y$  são dadas por,

$$\mu_y = A + B \mu_x \quad (G.9.a)$$

$$\mu_x = A' + B' \mu_y \quad (\text{G.9.b})$$

O coeficiente de correlação entre  $\mu_x$  e  $\mu_y$  é dado por,

$$\rho^2 = A.A' \quad (\text{G.10})$$

Se as Eqs. (G.9) são satisfeitas exatamente,  $\rho = 1$ . Se não houver correlação entre  $\mu_x$  e  $\mu_y$ ,  $\rho = 0$ .

Para uma amostra com  $n$  pontos o coeficiente de correlação da amostra ( $r$ ) em relação à reta ajustada é calculado por,

$$r = \frac{n [xy] - [x] [y]}{\left[ \left( n [xx] - ([x])^2 \right) \left( n [yy] - ([y])^2 \right) \right]^{1/2}} \quad (\text{G.11})$$

Para uma amostra  $n$  a correlação pode variar entre 0 e 1. Para pontos muito dispersos é necessário aplicar-se um teste de correlação para determinar-se a probabilidade de ocorrência de um certo valor de  $r$  (Pugh e Winslow, 1960, pp 197). No caso dos resultados da sonda térmica os valores de  $r$  são altos, indicando sempre uma probabilidade maior que 99 % de existência de correlação linear entre  $T$  e  $\ln(t)$ .

#### G.4 EXCLUSÃO DE PONTOS E MELHORA NOS VALORES DE DESVIO PADRÃO

Os valores de desvio padrão em  $\sigma_A$  e  $\sigma_B$  podem ser melhorados se forem excluídos os pontos cuja probabilidade de ocorrência for menor que um certo valor estabelecido.

A probabilidade limite pode ser simplesmente adotada como 5 % ou 1 % ou então pode ser calculada pelo chamado Critério de Chauvenet (Pugh e Winslow, 1960, pp 109). Pelo critério de Chauvenet, um ponto medido é descartado quando a sua probabilidade de ocorrência for menor que uma probabilidade limite  $P_{lim}$  calculada por,

$$P_{lim} = \frac{2 n - 1}{4 n} \quad (\text{G.12})$$

onde  $n$  é o número de pontos da amostra.

A partir do valor de  $P_{lim}$ , e considerando uma distribuição normal para os erros aleatórios do valor medido, calcula-se o valor da ordenada da curva normal ( $t$ ) que corresponde ao valor de  $P_{lim}$ . Observa-se que  $t$  é tal que a área sob a curva normal de 0 até  $t$  é igual a  $P_{lim}$ .

Conhecendo-se o desvio padrão dos pontos em relação à reta ajustada ( $\sigma$ ), calculado por C.E., uma medição  $M_i$  é descartada se (Pugh e Winslow, 1960, pg 136),

$$v_i = |M_i - (A a_i + B b_i)| > t \cdot \sigma \quad (G.13)$$

Para cada ponto excluído, deve-se recalculer os valores de  $P_{lim}$  e  $\sigma$  antes de excluir-se outros pontos. O processo de exclusão é feito até que não haja mais nenhum ponto com possibilidade de ser excluído.

O que se observa dos testes com sonda térmica (Apêndice F) é que os erros de medição da potência dissipada são maiores que os erros na avaliação do coeficiente angular da reta T versus  $\ln(t)$  e desta forma qualquer melhora no desvio padrão e nos valores de A torna-se desnecessária.

No caso da corrente ser medida com maior precisão, o critério de Chauvenet pode ser utilizado para melhorar o valor de A obtido dos pontos experimentais.