## UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

# MEDIÇÃO DE MICRODESLOCAMENTO TRIDIMENSIONAIS E DEFORMAÇÕES PELA HOLOGRAFIA INTERFEROMÉTRICA AUTOCALIBRADA

TESE SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM ENGENHARIA MECÂNICA

ARMANDO ALBERTAZZI GONÇALVES JÚNIOR

FLORIANOPOLIS, ABRIL DE 1989

MEDIÇÃO DE MICRODESLOCAMENTOS TRIDIMENSIONAIS

E DEFORMAÇÕES PELA

HOLOGRAFIA INTERFEROMÉTRICA AUTOCALIBRADA

ARMANDO ALBERTAZZI GONÇALVES JÚNIOR

ESTA TESE FOI JULGADA ADEQUADA PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE

DOUTOR EM ENGENHARIA

ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA, ĂREA DE CONCENTRAÇÃO SÓLIDOS, APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. CARLOS ALBERTO SCHNEIDER, Dr.Ing. Orientador

Prof. ARNO BLASS, Ph.D. Coordenador do Curso

BANCA EXAMINADORA

lui Prof. CARLOS ALBERTO SCHNEIDER, Dr.Ing. Presidente TILO PFEIFER, Dr.Ing., Dr.H.( Prof. ALBERTO COMIDE, Ph.D. HENN FRANÇA FREIRE, Ph.D. Prof DE こく Prof. HERMANN ADOLF HARRY LÜCKE, Dr.Ing.

à minha filha à minha esposa aos meus pais ao meu país

### AGRADECIMENTOS

a minha filha e a minha esposa pelo apoio e compreensão
aos acadêmicos Walter Antônio Kapp, André Manzolli e Alice Kawasaki pelo grande apoio na parte experimental
ao Prof. Carlos Alberto Schneider por sua contribuição na qualidade de orientador e amigo
ao CNPq pela concessão da bolsa no período de 1984 a 1987
a todos os amigos, colegas e colaboradores do

CERTI/Labmetro que direta ou indiretamente contribuiram para a realização deste trabalho

# SUMÁRIO

Simbologia	ii.
Biografia	ii
Resumo :	іx
Abstract	ж
1 - Introdução	- 1
1 1 - Situação do trabalho no contexto mundial	- 2
1.2 - Relevância	4
1 3 - Apresentação do trabalho	4
2 - Holografia Interferometrica	6
2.1 - Principios basicos	6
2.2 - Holografia interferometrica	7.
2.3 - Equação fundamental	11
2.4 - Calculo de detormações	14
2.5 - Tendencias futuras	16
3 - Autocalibração Aplicada à Holografia	18
3.1 — Calibração	18
3.2 - Calibração multidimensional	18
3.3 - Autocalibração aplicada à holografia	19
3.4 - Solução do problema inverso	50
3.5 - Dinâmica do método	24
2.4 Padrão do doclosamentos 20	05
3.6 - Faurau ue uestocamentos 3D	
4 - Cálculo de Deformações	31
4.1 - Função ordem de franja (FOF)	33
4 2 - Derivadas do deslocamento	34
4 3 - Casos particulares	37
4.4 — UDLENÇAU UA TUNÇAU UTUEM DE TTANJA	44

5 - Análise de erros 49
5.1 - Considerações preliminares 49
5.2 - Simulação do método da autocalibração
5.3 - Análise de erros no cálculo de deslocamentos e
deformações partindo da FDF
5 4 - Análise dos erros introduzidos pela interpolação
da ordem de franja
6 - Verificação Experimental 81
6.1 - Autocalibração
6.2 - Deslocamentos e deformações em uma placa circular
com carregamento uniformemente distribuído 89
7 - Discussão dos Resultados
7.1 - Autocalibração
7.2 - Deslocamentos e deformações pela função ordem
de franja
8 - Conclusões
8.1 - Método da autocalibração
8.2 - Deslocamentos e deformações pela função ordem
de franja
9 — Referências Bibliográficas

## SIMBOLOGIA

d ≡	vetor deslocamento ( $\mu$ m)
F <u>,</u> ≡	ponto da fonte de iluminação
FOF =	função ordem de franja
FOFi _ ≡	função ordem de franja a partir do i-ésimo ponto de
	observação
MMC =	abreviatura de máquina de medir por coordenadas
MMQ ≡	abreviatura de método dos mínimos quadrados
OF ≡	abreviatura de ordem de franja
0i <u></u> ≡	i-ésimo ponto de observação
P. 5 ≡	ponto considerado sobre a peça
₽ Ξ	vetor sensibilidade
PD ≘	abreviatura de padrão de deslocamentos
РХ, РУ Е	pz ≡ componentes do vetor sensibilidade
рхі, руі	e pzi ≡ componentes do vetor sensibilidade escrito para
	o i-ésimo ponto de observação
SM =	abreviatura de sistema de medição
t ≡	espessura da placa (mm)
U, Vew	≅ componentes do vetor deslocamento nas direções x, y e
	z respectivamente
x, y e z	≡ coordenadas do ponto sobre a peça (mm)
xk, yk e	zk ≡ coordenadas do k-ésimo ponto sobre a peça (mm)
хо, уо е	z∘ ≡ coordenadas do ponto de iluminação F (mm)
хі, уі е	zi ≡ coordenadas do i~ésimo ponto de observação Di (mm)
Ex e Ey	≡ deformações normais nas direções x e y respectivamente
	(µm/m)
<i>€</i> 1 e <i>€</i> 2 :	Ξ deformações principais (μm/m)
үху	≡ deformação de cisalhamento em relação aos eixos x e y
ан сарана. Ал	(µm/m)
λ	$\equiv$ comprimento de onda do laser utilizado ( $\mu$ m)
ox e oy	≡ tensões normais nas direções x e y respectivamente
~ ~ ~ ~ ~	(N/B)
	= tensoes Principals (N/mm)
(XY	= tensau de cisainamento (N/MM /

do Autor

Armando Albertazzi Gonçalves Júnior nasceu em Salvador, no dia 16 de junho de 1959, filho de Armando Albertazzi Gonçalves e Dóra Helena Simões Gonçalves

Estudou em Salvador no Colégio Antônio Vieira no período de 1965 a 1977, onde cursou regularmente o primeiro e segundo graus

Em 1978 ingressou na Escola Politécnica da Universidade Federal da Bahia para o curso de Engenharia Mecânica, que conclui já em 1981. Neste período foi monitor de uma disciplina na área de física experimental e outra na área de projeto de elementos de máquinas. Estagiou na área de projeto em duas empresas locais.

Em início de 1982 foi selecionado e ingressou no curso de mestrado em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina. Obteve o título de Mestre defendendo em maio de 1984 a dissertação intitulada "Automatização da Medição de Deslocamentos pela Holografia Interferométrica" sob orientação do Prof. Carlos Alberto Schneider.

Foi aceito para o curso de Doutorado, também na UFSC, em marco de 1984. Em paràlelo com as atividades do seu doutorado, concluiu o mestrado, participou de diversos ensaios e trabalhos tecnico-científicos como Engenheiro do Labmetro, foi Superintendente de Ciência e Tecnologia do CERTI, coordenou três projetos de pesquisa e desenvolvimento, dos quais destaca-se **O** sistema MICROLASER, colecionou cerca de vinte trabalhos e publicações nacionais e internacionais, quatro patentes de invenção, e dois prêmios científicos de âmbito nacional. Também ingressou no corpo docente da UFSC em 1987, onde vem atuando em dedicação exclusiva nos cursos de graduação e pós-graduação.

#### RESUMO

Este trabalho desenvolve, analisa e experimenta dois novos artifícios para melhorar a qualidade da medição de deslocamentos e deformações pela holografia interferométrica.

O método da autocalibração consiste em uma sistemática desenvolvida para simplificar a tarefa de medição das coordenadas de pontos notáveis de uma montagem holográfica, e, ao mesmo tempo, minimizar os erros sitemáticos daí decorrentes. Seus pricípios básicos são apresentados, seu equacionamento matemático e encaminhamento para a solução do problema numérico são discutidos. Complementarmente, é efetuada uma análise de erros e uma verificação e avaliação experimental de seus resultados.

A determinação simultânea de deslocamentos e deformações pela derivação da Função Ordem de Franja é uma nova formulação para o problema da medição simultânea de deslocamentos e deformações em um mesmo ponto. Aspectos e considerações teóricas são discutidos e a dedução das novas equações é detalhada. Uma ampla análise de erros é efetuada nos diversos parâmetros e etapas envovidos. Um experimento final é efetuado como ferramenta para avaliar o desempeho deste novo método.

Uma nova técnica de digitalização de mapas de franjas e um novo método de interpolação de funções bidimensionais são desenvolvidos como ferramentas necessárias ao trabalho.

Os resultados finais apontaram como viáveis e, sobre alguns aspectos, vantajosas as teorias defendidas neste trabalho, e identificaram suas principais limitações e aplicações típicas

тV

### ABSTRACT

Two new approaches to increase the accuracy of measurement of displacements and strains by holographic interferometry are developed, analysed and experimented.

A self-calibration method was developed in order to make easer the spacial coordinate measurement of key points in an holographic set-up, and, at the same time, to minimize such sistematic errors due that wrong coordinate measuremet. There are presented its basics principles, its mathematic developemet and the proposed numerical approach to find the solution. Additionally, a complete error analisys is done and the method's performance is experimentaly verifyed.

The simultaneus determiation of displacements and strains from the Fringe Order Function is a new developed approach to solve this experimetal stress analysis problem. Theoretical considerations are discussed, and the new equations are step by step developed. A complete error source analysis and numerical error evaluation is done in several parameters and steps of the algorithm. A final experiment is done as a way to evaluate the performance of the developed aproach.

A new fringe pattern digitazing method called tracing method and a new 2D interpolation algorithm are developed as a necessary tool

The final results show that the two approaches are useful and have some advantages. The principal limitations are discussed and recommended tipical problems are sugested. 1

T

# INTRODUÇÃO

Até o presente, inúmeros trabalhos têm sido publicados em revistas e congressos especializados envolvendo aplicações da holografia interferométrica nos mais diversos campos dentro da mecânica experimental /1 a 4, 8 a 18, 23 e 24/. Seus resultados podem abranger toda uma região e não apenas dados de um ponto, podem trazer uma série de informações de caráter qualitativo e quantitativo sobre a região analisada. Entretanto, com freqüência, estes trabalhos, além do próprio tema principal, sempre relatam o considerável esforço adicional despreendido para a obtenção destes resultados. Não existe ainda uma sistemática universal que possa ser seguida para todas as aplicações, sendo necessário o uso de técnicas especiais para cada caso 🔅

Sem a ambição de chegar a uma solução ampla e universal, a proposta deste trabalho consiste no equacionamento, desenvolvimento, implementação e testes de novas técnicas de determinação simultânea de deslocamentos e deformações, que sistematizem, facilitem e melhorem a qualidade dos resultados e tornem mais prática a utilização da holografia interferométrica para medição de deslocamentos, deformações e tensões.

Como primeiro passo neste sentido, desenvolve-se uma metodologia de calibração de montágens holográficas, teoricamente fundamentada no método da calibração pela comparação, aqui denominada de "autocalibração". Este método facilita o alinhamento e ajuste de montagens holográficas, evitando a medição das coordenadas espaciais dos pontos de observação, e leva a uma redução dos erros presentes na medição de deslocamentos e de deformações.

Deformações mecânicas são matematicamente definidas pela teoria da elasticidade em função das derivadas espaciais do campo de deslocamentos /22/. Na análise experimental com holografia, este procedimento normalmente é efetuado partindo-se do cálculo da derivadas a partir dos valores discretos de deslocamentos medidos na região analisada. Para que medições confiáveis e detalhadas sejam obtidas, é necessária a determinação do vetor deslocamento em um grande número de pontos discretos, ou a utilização de trabalhosas técnicas locais de interpolação /15/.

Como uma segunda técnica, este trabalho propõe, uma formulação alternativa para a determinação das deformações mecânicas sobre a superfície de uma peça plana, partindo da derivada da função ordem de franja (FOF) determinada experimentalmente para cada ponto de observação. Embutida nos procedimentos necessários para a obtenção da FOF, desenvolve-se o método do rastreamento para a digitalização mais eficiente dos mapas de franjas, e um método de interpolação bidimensional.

Estas duas técnicas, separadamente ou em conjunto, tornam a aplicação da holografia interferométrica bastante atrativa para a solução de uma certa gama de problemas típicos. Embora as técnicas aqui apresentadas não sejam ainda uma solução definitiva, válida para qualquer caso, as linhas aqui traçadas podem ser extrapoladas para situações ainda mais gerais.

1.1 Situação do trabalho no contexto mundial

Somente após o advento do laser, no início da década de 60, a holografia interferométrica ganhou um notável impulso dentro do campo da mecânica experimental Desde então, inúmeros trabalhos têm sido publicados acerca da sua utilização como ferramenta em diversos campos /1 a 4, 8 a 18, 23 e 24/. Dentre estes, pode-se destacar o controle de qualidade e pesquisas na de elasticidade, plasticidade, termoelasticidade, área fotoelasticidade, mecânica da fratura e fadiga e dentro da experimental de tensões Aplicações de caráter análise qualitativo exigem do experimentalista uma ampla capacitação para interpretar corretamente as informações contidas nos mapas de franjas. Pouco ou nenhum processamento óptico ou eletrônico sobre a imagem holográfica é requerido para tal Portanto, não existem dificuldades técnicas expressivas a serem vencidas, apenas requer-se uma certa experiência. Hoje pode-se afirmar que esta modalidade de análise encontra-se praticamente dominada.

Entretanto, para aplicações de caráter quantitativo, pode-se afirmar que este problema ainda não está satisfatória e definitivamente resolvido. Dentro de todas as aplicações de cunho quantitativo, é necessário que a medição do campo de deslocamentos seja afetada de erros bastante reduzidos, para tornar viável a determinação das deformações partindo das derivadas dos deslocamentos.

aprimoramento de modernos sistemas Com 0 de processamento de imágens, as soluções para o problema da quantificação com holografia têm buscado apoio nesta direção. Alguns trabalhos têm apresentado o uso destes sistemas para realizar tal tarefa em situações comprovadamente mais simples como por exemplo a análise da deformações numa situação onde a é conhecida - com direção do deslocamento resultados satisfatórios para estes casos /1 a 3/

Já nas situações de maior complexidade, requer-se a digitalização de, no mínimo, três mapas de franjas da mesma peça, obtidos de distintos pontos de observação /9 a 11/ As vistas auxiliares necessárias para a determinação do vetor deslocamento, neste casos, têm sido obtidas ou por hologramas múltiplos ou através do uso de espelhos planos auxiliares para promover vistas oblíguas da peca estudada. A primeira solução, além de elevar consideravelmente os custos envolvidos, aumenta significativamente a complexidade da montagem experimental. A segunda é mais simples, barata e interessante, porém introduz algumas limitações adicionais, como será discutido em detalhes oportunamente, que uma vez resolvidas, a tornam bastante atrativa.

De forma geral, os trabalhos que focalizam aplicações da holografia interferométrica dentro da Análise Experimental de Tensões (AET), seguem praticamente o mesmo caminho para o cálculo das deformações. Calculam as deformações e tensões partindo do conhecimento de valores discretos do campo de deslocamentos medido experimentalmente na superfície da própria peça analisada /1 a 4/.

Neste trabalho introduz-se um novo conceito: a derivação das equações fundamentais da holografia para determinação das deformações. Pelas informações que se dispõe

através da literatura técnica e dados levantados junto ao XI IMEKO (Houston - outubro de 1988), este tipo de formulação ainda não foi explorada

Todos os indícios apontam no sentido em que o tema deste trabalho é inteiramente novo, em ambos aspectos que explora, dentro do contexto mundial do estado da técnica

1.2-Relevância

Este trabalho propõe a solução de um problema difícil a quantificação de deslocamentos e deformações por meio da holografia interferométrica. A solução proposta é de certa forma prática, acessível e pode apresentar resultados bastante bons, ao mesmo tempo que é apropriada para utilização com os modernos recursos de processamento de dados e imágem. Esta característica é um passo importante para a difusão desta técnica, retirando-a exclusivamente do ambiente científico e acadêmico, para integra-la ao meio industrial.

Os recursos desenvolvidos neste trabalho, são os passos iniciais que possibilitarão a concepção de uma estação automática para medição de deslocamentos, deformações e tensões

1.3 - Apresentação do trabalho

O capítulo 2 deste trabalho apresenta uma breve revisão sobre os conceitos básicos da holografia interferométrica, enfocando aspectos relevantes para o tema do trabalho Procurou-se buscar informações bastante atualizadas sobre o tema em questão, a partir da pesquisa em artigos especializados em periódicos e consultas a anais de congressos internacionais.

O capítulo 3 apresenta o Método da Autocalibração Aspectos teóricos sobre o problema da determinação dos pontos de observação, seu equacionamento, as tecnicas de solução empregadas e aspectos de carater prático sobre a aplicação deste método, são abordadas

O desenvolvimento da formulação para o cálculo simultâneo de deslocamentos e deformações a partir da Função Ordem de Franja (FOF) é apresentado no capítulo 4 Algumas

simplificações, casos particulares e limitações são discutidas em detalhes

O capitulo 5 apresenta os resultados de uma ampla análise de erros para os métodos envolvidos, a partir de análise numérica efetuada em diversos módulos e etapas nos algorítmos de cálculo.

O capítulo 6 deste trabalho, consiste na avaliação experimental das metodologias desenvolvidas. Para tal, efetuam-se alguns experimentos controlados, sendo seus resultados analisados e discutidos. Aspectos quanto à validade e eficiência dos princípios desenvolvidos e implementados são enfocados no capítulo 7. As conclusões globais do trabalho são finalmente apresentadas no capítulo 8.

Adicionalmente, este trabalho apoia e tem apoio do projeto intitulado "Desenvolvimento de uma Estação Automática para Medição de Deslocamentos, Deformações e Tensões por Principios Holográficos", executado e gerido pelo CERTI, financiado pelo programa PADCT via Finep. Um apoio parcial também foi obtido do projeto departamental FINEP/EMC/LABMETRO, intitulado: "Sistemas Eletro-ópticos para Medição e Controle".

### HOLOGRAFIA INTERFEROMETRICA

Dennis Gabor publicou em 1948 um trabalho no qual apresentava os princípios de uma nova técnica capaz de reconstruir frentes de onda /5/. Inicialmente concebido: como um novo princípio para ser aplicado na microscopia, este trabalho permaneceu por mais de uma dezena de anos como uma curiosidade da física, por não existir ainda uma fonte de luz monocromática com as características necessárias. Gabor batizou esta técnica de holografia: holos, do grego, quer dizer todo, uma vez que toda а natureza vetorial da frente de onda é reconstruída.

Somente no início da década de 1960, com o advento do laser, começaram a aparecer os primeiros trabalhos envolvendo holografia /6 a 9/. As primeiras aplicações desta nova técnica na engenharia reportam dos anos 1962 e 63. Neste período, inúmeros trabalhos foram iniciados simultaneamente em diversos centros de renome, envolvendo aplicações da holografia nas diferentes áreas da mecânica experimental: medição de deslocamentos, deformações, tensões, vibrações, controle de qualidade, etc.

Ainda hoje, consideráveis esforços estão sendo desprendidos em diversas partes do mundo, no sentido de melhorar e enriquecer as potencialidades desta técnica /1 a 3 e 17/

2.1-Princípios Básicos

Holografia é uma técnica através da qual é possível gravar e reconstruir uma dada frente de onda monocromática. Esta frente de onda pode ser simples ou de elevadíssima complexidade Tanto pode ser originada a partir da difração sofrida pela luz ao atravessar um meio transparente opticamente ativo, quanto ser a frente de onda proveniente da reflexão difusa da luz por um corpo tridimensional qualquer. O processo em si é totalmente independente da qualidade de qualquer sistema e/ou componentes ópticos envolvidos, portanto não está sujeita a suas influências. Como resultado, a frente de onda reconstruída apresenta uma notável fidelidade em relação à onda original, sendo mesmo considerada indistinguível da primeira.

7

A figura 2.1 ilustra o processo de gravação de 110 holograma. O raio emitido pela fonte de luz monocromática, normalmente um laser, é inicialmente dividido em duas partes pelo divisor de feixe. Um dos raios, depois de expandido, ė direcionado para o objeto tridimensional que reflete luz formando uma frente de onda de elevada complexidade, que 50 propaga na direção do filme fotossensivel H. Esta frente de onda é denominada de onda do objeto. A outra parte do feixe do laser é, depois de expandida, direcionada para este mesmo filme Н. е recebe a denominação de onda de referência. A interferência entre as ondas do objeto e de referência impressiona fotograficamente o filme H.

Este filme, assim exposto, após o processamento fotográfico, é denominado de holograma. O holograma possui certas propriedades especiais /10 e 11/. é possível demonstrar que uma das ordens de difração do feixe de referência quando atravessa o holograma, gera uma frente de onda de mesmas características da onda original do objeto. Esta frente de onda quando atinge um observador, provoca neste o mesmo efeito que a frente de onda original, dando-lhe a perfeita noção de tridimensionalidade da imagem reconstruída. (fig. 2.2)

#### 2.E-Holografia Interferométrica

O grau de fidelidade com o qual a frente de onda é reconstruída é tão elevado, que esta pode ser comparada interferometricamente com a própria frente de onda do objeto original. Para tal, estas são superpostas e interferem entre si Caso estas duas frentes de onda sejam perfeitamente coincidentes, isto é, possuam a mesma origem e forma, o efeito resultante será



Figura 2.1 - Gravação de um holograma.





o reforço mútuo, onde um observador enxergará um brilho mais intenso na imagem final obtida

Considere-se a situação onde é gravada e reconstruida a frente de onda de um objeto em uma condição inicial. Neste caso, se houver um rigoroso reposicionamento, haverá uma perfeita coincidência entre a frente de onda reconstruída pela holografia e a própria frente de onda original. Em um segundo passo, n objeto é então submetido a um campo de deslocamentos provocado por um efeito externo. Neste caso, não mais haverá perfeita coincidência entre a frente de onda inicialmente gravada e a do objeto no estado final. Cómo resultado, a diferença entre estas manifesta-se na forma de franjas de interferência, caracterizando regiões onde ocorreram interferência construtivas ou destrutivas.

O mapa de franjas de inteferência assim formado, contém informações acerca da diferença entre as duas frentes de onda comparadas. A análise apropriada das franjas de interferência permite a quantificação do campo de deslocamentos sofrido pelo objeto entre os dois estados comparados. Desta forma, é possível deslocamentos, e, com estes, medir calcular deformações е tensões /9 a 11/ Esta modalidade de holografia é denominada holografia interferométrica.

Existem basicamente três modos de operacionalização da holografia interferométrica: em tempo real, em dupla exposição е em tempo médio /9 a 11/. Holografia em tempo real, consiste na comparação interferométrica da frente de onda gravada e reconstruída naturalmente pela holografia e a própria frente de onda original do objeto em tempo real. À medida em que o objeto é gradativamente deformado pela ação de um efeito externo, sua frente de onda é também alterada e interfere com a frente de onda inicial do objeto gravada pela holografia. As franjas de interferência trazem informações acerca da diferença entre а condição atual do objeto em relação à sua condição inicial. Esta modalidade encontra aplicações típicas na análise qualitativa, de fenômenos dinâmicos, ou em situações estáticas com carregamento múltiplo.

A holografia interferométrica de dupla exposição é

caracterizada pela reconstrução simultânea de duas frentes de onda correspondentes ao mesmo objeto nos dois estados a comparar interferometricamente As duas frentes de onda são sequencialmente gravadas no mesmo holograma É efetuada uma gravação convencional da condição inicial do objeto e o filme não é removido. No passo seguinte, efetua-se uma nova exposição sobre o mesmo filme com o objeto na condição final a comparar Depois de revelado, o holograma é iluminado pela onda de referência, e a frente de onda reconstruída corresponde diretamente à resultante da interferência entre as duas condições do objeto comparadas. Α dupla exposição é preferida em aplicações onde se desejam informações quantitativas com mínimos erros, uma vez que não há necessidade de remover e reposicionar criteriosamente o filme holográfico.

A holografia em tempo médio é a modalidade aplicável а fenômenos periódicos, tipicamente no caso de vibrações. O objeto em vibração é continuamente exposto na gravação do holograma... Como a posição do objeto é função do tempo, sua frente de onda também o será. A frente de onda gravada pela holografia corresponde à integração ao longo de um certo período frente da de onda dependente do tempo. No processo de integração, as posições do objeto correspondentes aos limites extremos do movimento serão reconstruídas com maior intensidade que as demais, uma vez que nestas posições a velocidade é temporariamente nula, e estas são expostas por um período de tempo maior que as demais. O mapa de franjas de interferência obtido, corresponde à diferença entre as duas posições extremas do movimento, 0 que corresponde ao dobro da própria amplitude. Por meio desta modalidade, determina-se, com grande facilidade, a amplitude de vibração de qualquer ponto sobre a peça. É particularmente atrativo para determinação das formas dos modos de vibração em pecas complexas

2.3-Equação Fundamental

O princípio de Huygens afirma que cada ponto iluminado de um objeto porta-se como se fosse uma fonte puntual de luz /12/. Com isto, pode-se afirmar que a frente de onda de um objeto qualquer corresponde à soma vetorial da influência de cada um dos seus pontos iluminados, tratado como uma fonte infinitesimal de luz.

A figura 2.3 mostra o mecanismo pelo qual as franjas de interferência são formadas, baseado no princípio de Huygens: Seja P um ponto pertencente à superfície do objeto analisado na condição inicial e P' a sua posição na condição final. O ponto P descreve o deslocamento  $ec{\mathbf{d}}$ . O raio de luz que sai da fonte, atinge o ponto P e se propaga até atingir o observador O, situado atraz do holograma H, é descrito por FPO na condição inicial, е na condição final por FP'O. A diferença entre o comprimento do caminho óptico total percorrido pelo raio entre cada caso varia em função de  $\vec{d}$ . Se estas duas situações são reconstruídas simultaneamente, através, por exemplo, de uma dupla exposição, esta diferença de caminho provoca uma diferença de fase entre estes dois raios que atingem o observador. Esta diferença de fase pode resultar em reforço total, cancelamento total ou qualquer situação intermediária, determinando a intensidade luminosa com a qual o observador vê este ponto.

Esta mesma análise pode ser repetida para cada ponto visível da superficie do objeto. Como o vetor deslocamento varia de uma forma contínua de ponto para ponto, a intensidade luminosa também mantém esta característica, gerando regiões onde há cancelamento de luz, denominadas de franjas escuras, e regiões onde há predominância de reforço denominadas de franjas claras. As franjas são numeradas seqüencialmente a partir de um certo ponto de referência, onde, previamente sabe-se que o deslocamento é zero. Por este ponto passa a franja clara de ordem zero. As demais franjas são numeradas de modo que sempre correspondem às números inteiros, às franjas escuras franias claras corresponderão números inteiros mais meio (± 0.5, ± 1.5, ± 2.5





) e às regiões intermediárias, números não inteiros. Portanto, para cada ponto da superfície, associa-se um número conhecido como or*dem de franja* (OF).

A ordem de franja (OF) está relacionada com a diferença de fase (δ) por:

$$\mathsf{OF} = \frac{1}{2\pi} \,\delta$$

O deslocamento  $\vec{d}$  sofrido pelo ponto P pode ser determinado a partir da sua ordem de franja, do comprimento de onda  $\lambda$  e do vetor sensibilidade  $\vec{p}$  /9 a 13/. A equação 2.1 exprime a relação entre estas quantidades:

$$\vec{P}_i \circ \vec{d} = \lambda OF_i$$
 (2.1)

onde:

 $\vec{d} = (U, V, W)$  é o vetor deslocamentos  $\vec{p}_i$  é o vetor sensibilidade, escrito para o ponto de observação "i".

ou, na sua forma explícita:

$$U P_{xi} + V P_{yi} + W P_{zi} = \lambda OF_{i}$$
 (2.2)

onde:

$$P_{xi} = \frac{(xo - x)}{FP} + \frac{(xi - x)}{OiP}$$

$$P_{yi} = \frac{(yo - y)}{FP} + \frac{(yi - y)}{OiP}$$

$$P_{zi} = \frac{(zo - z)}{FP} + \frac{(zi - z)}{OiP}$$

$$FP = \sqrt{(xo - x)^{2} + (yo - y)^{2} + (zo - z)^{2}}$$

$$O_{i}P = \sqrt{(xi - x)^{2} + (yi - y)^{2} + (zi - z)^{2}}$$

- U, V, W são as componentes cartesianas do vetor deslocamento
- xi,yi,zi são as coordenadas cartesianas do i-ésimo ponto de observação
- xo,yo,zo são as coordenadas cartesianas do ponto de iluminação
- x, y, z são as coordenadas cartesianas de um ponto

qualquer sobre a peça considerada.

ordem de franja em relação ao i-ésimo ponto de observação

comprimento de onda das luz considerada

nenhuma informação é conhecida Quando acerca da natureza do campo de deslocamentos, são requeridas, no minimo, três equações 2 1, escritas para pontos de observação diferentes, para a determinação das três componentes do deslocamento U, ρ W é necessária então a obtenção de multiplos hologramas, ou а utilização de espelhos obliguos para levantar 05 dados necessários

A técnica do uso de espelhos oblíquos /9/, consiste na introdução de um certo número de espelhos planos para promover vistas oblíguas do objeto, segundo diferentes ângulos de observação. A figura 2.4 ilustra esta situação. Através de apenas um ponto de observação real é possível obter diversos pontos de observação virtuais. As ordens de franja determinadas para o ponto considerado por cada ponto de observação, bem como a 5 coordenadas de cada ponto de observação, (virtuais e real) são usadas para a determinação do as componentes do respectivo vetor deslocamento. Esta técnica evita a necessidade de exposições multiplas, porém introduz a dificuldade adicional da determinação da posição dos pontos de observação virtuais.

A equação 2.1 é aqui denominada de equação fundamental da holografia interferométrica. Por meio desta equação, é possível determinar o deslocamento de qualquer ponto por meio da holografia interferométrica. As equações 2.1 e 2.2 serão bastante referenciadas em todo o restante deste trabalho.

2.4 - Cálculo de Deformações

A determinação de deformações por meio da holografia interferométrica, tem sido quase que exclusivamente realizada indiretamente por meio de diferenciação numérica sobre o campo de deslocamentos levantado em pontos discretos. Determinam-se as

OFi

λ



E1 e E2 = espelhos planos

Figura 2.4 - Observação do corpo via espelhos planos



E1,E2,E3 e E4 = espelhos planos Figura 2.5 - Aspecto da cena observada via espelhos planos componentes do vetor deslocamento em pontos suficientemente próximos de modo que suas derivadas espaciais possam ser calculadas por técnicas convencionais de diferenciação numérica, como por exemplo, diferenças finitas /9, 10, 14/

As deformações calculadas por este procedimento podem levar a resultados satisfatórios em situações bem comportadas. De uma forma geral, os deslocamentos determinados pela holografia são afetados de um certo nível de erros aleatórios que são significativamente amplificados no cálculo das primeiras derivadas e assumem níveis drásticos no cálculo da segunda derivada.

A interpolação das componentes do deslocamento por meio de funções de interpolação locais tem sido proposta como uma técnica interessante para minimizar este problema. Basicamente a "spline" cúbica tem sido preferida para a interpolação de cada componente do deslocamento separadamente. Resultados bastante satisfatórios têm sido obtidos por meio desta técnica./15/.

Técnicas de diferenciação óptica por franjas de Moiré tem sido propostas como uma solução alternativa para este problema /13/. Esta técnica presta-se muito bem para uma rápida análise qualitativa do campo de deformações, porém não leva a bons resultados de cunho quantitativo.

O tensor deformações (no estado plano de deformações apenas) pode ser totalmente determinado por meio de uma técnica desenvolvida por Stetson, conhecida como vetor franja /16/ Esta técnica é baseada na análise da função de localização das franjas no espaço tridimensional é um método muito complexo, porém leva a resultados bastante bons.

2.5 - Tendências Futuras

Trabalhos mais recentes têm sido direcionados para a exploração do uso de técnicas de processamento de imagens dentro da holografia. Com as potencialidades dos modernos sistemas hoje disponíveis, é possível efetuar uma série de operações na imagem do mapa de franjas digitalizado, como por exemplo: a

intensificação do contraste, filtragem óptica para eliminação de ruídos e "spekler" do laser. Os avanços mais significantes são na interpolação da ordem de franja, com resoluções cada vez melhores através de duas técnicas: por meio da transformada óptica de Fourier /17/ ou da técnica de deslocamento de fase com imagens multiplas /18/.

11

Estes recursos são hoje possíveis graças aos novos microprocessadores e as novas câmeras tipo CCD (Charge-coupled devices) que estão ficando cada vez mais poderosos, rápidos compactos e baratos. Técnicas que há algum tempo eram consideradas muito morosas, ou mesmo praticamente inviáveis, estão sendo hoje olhadas de uma outra forma, como é o caso típico da transformada óptica de Fourier. Dentro deste prisma, a expectativa é de que se exija cada vez mais do "hardware" como forma de aprimorar o resultdo final. Desta forma, é de se esperar que algorítmos cada vez mais complexos e sofisticados, que levem a resultados cada vez mais confiáveis, tomem gradativamente o lugar dos hoje utilizados.

O tema proposto para este trabalho, enquadra-se perfeitamente dentro desta nova filosofia

## AUTOCALIBRACAO APLICADA A HOLOGRAFIA

#### 3.1 - Calibração

A calibração é um procedimento básico na metrologia, através do qual são determinados e quantificados os parâmetros de desempenho de um sistema de medição (SM). É através da calibração que se determinam as leis e parâmetros característicos que relacionam a leitura obtida no SM com o correspondente valor da grandeza a medir. Desta forma, o valor indicado pelo SM (leitura) pode ser associado a uma quantidade física.

Em sua forma mais convencional, consiste em submeter o SM a calibrar a uma grandeza padrão conhecida em diversos pontos dentro da faixa de operação. É recomendável que os erros presentes no sistema/grandeza padrão não sejam superiores a 1/10 dos erros admissíveis no SM a calibrar. A operação consiste em comparar sistematicamente as leituras obtidas do SM com os valores correspondentes da grandeza padrão, em um certo número de pontos ao longo da faixa de operação deste.

Ao término do processo de calibração, determina-se o desempenho do SM em toda a sua faixa de operação, obtendo-se, além de sua função transferência nominal, a sua curva de erros: um verdadeiro "mapa" onde se identificam os erros sistemáticos e aleatórios deste ao longo de sua faixa de operação. Com estes dados, é possível efetuar correções no momento da utilização do SM, aumentando em muito a sua confiabilidade em medições críticas ou de grande responsabilidade.

3.2-Calibração Multidimensional

O processo de calibração pode também ser extendido para grandezas multidimensionais, ou seja, na situação em que a grandeza medida deve necessariamente ser expressa através de dois ou mais parâmetros. Nestes casos, quando é possível, uma

3

calibração é efetuada separadamente para cada componente da grandeza medida. Durante a operação do SM, as medidas de cada componente são corrigidas a partir de cada curva de calibração individual, e a grandeza global é composta a posteriori. Esta estratégia é tipicamente empregada no caso dos apalpadores medidores 3D, ou no caso de fotodiodos de posição 2D, onde efetua-se uma calibração independente para cada eixo.

Existem casos, entretanto, onde não é significativo, ou possivel, separar as componentes mesmo da grandeza multidimensional, e a calibração deve necessariamente Ser efetuada simultaneamente. Um exemplo típico é o caso de máquinas de medir por coordenadas, quando se leva em conta erros de segunda ordem, como por exemplo os provocados pela rigidez finita da sua estrutura. Nestas situações, é necessário ter um grande controle sobre todas as componentes desta grandeza, ρ dispor de algorítmos matemáticos mais complexos para determinar a função transferência composta.

3.3-Autocalibração Aplicada à Holografia

As equações fundamentais da holografia interferométrica permitem o cálculo do vetor deslocamento em qualquer ponto visível de uma superfície que sofreu um deslocamento entre dois estados de referência: inicial e final. Como visto no capítulo anterior, a determinação do vetor delocamento é relativamente simples quando se conhece sua direção. Entretanto, no caso em que nada se sabe sobre esta, é preciso analisar, de forma combinada, dados de, no mínimo, três pontos de observação diferentes.

É, neste caso, necessário conhecer bem as coordenadas espaciais destes pontos de observação, sejam estes obtidos ou não por intermédio da reflexão em espelhos planos. Se estão presentes erros na determinação das coordenadas dos pontos de observação, podem ser introduzidos erros sistemáticos significativos no processo de quantificação de deslocamentos, deformações e tensões por meio da holografia interferométrica.

Este trabalho propõe uma particularização do método de calibração multidimensional simultânea, aplicável à holografia interferométrica. Neste caso, a grandeza padrão é um campo de

deslocamentos tridimensional, gerado por um dispositivo especial, aqui denominado de padrão de deslocamentos. Os deslocamentos conhecidos, são utilizados para a determinação indireta das coordenads espaciais do(s) pontos(s) de observação. Com este procedimento, pretende-se minimizar erros sistemáticos, na determinação destas coordenadas, como será visto no ítem 3.5.

3.4-Solução do problema inverso

Como visto no capítulo 2, o vetor deslocamento em um ponto sobre a superfície de uma peça, é função de:

.\* suas coordenadas espaciais,

- \* da posição do ponto de iluminação,
- \* das posições dos pontos de observação e
- \* das ordens de franja determinadas para cada ponto de observação.

O uso de espelhos oblíquos para obtenção de vistas auxiliares, elimina a necessidade de multiplos hologramas, uma vez que um único holograma é suficiente. Porém, introduz uma dificuldade adicional: a determinação das posições dos pontos de observação virtuais para cada espelho.

Partindo do conhecimento das coordenadas do ponto de observação real, e determinando-se a posição e orientação espacial de cada espelho plano oblíquo, é possível calcular as coordenadas espaciais de cada ponto de observação virtual Entretanto, a medição da posição destes espelhos é um processo bastante moroso e pode levar a erros significativos, uma vez que é difícil medir precisamente os cinco parâmetros que especificam a posição de cada espelho plano no espaço. O uso de dispositivos para pré-alinhamento dos espelhos minimiza este problema, mas restringe significativamente a flexibilidade no ajuste destes, uma vez que geralmente inibem alguns graus de liberdade.

Através do método proposto, elimina-se a necessidade do cálculo e medição indireta das posições dos pontos de observação virtuais, refletidos através de cada espelho oblíquo. Através do uso de um padrão de deslocamentos (PD), a montagem experimental é autocalibrada como meio de determinar precisamente a posição de todos os pontos de observação, tanto os virtuais, quanto o real

Ω método consiste em considerar as equações fundamentais da holografia interferométrica de uma forma inversa. Normalmente o campo de deslocamentos é a quantidade desconhecida. e é determinado partindo-se do conhecimento das ordens de franja e dos demais parâmetros, inclusive a posição dos pontos de observação. O método proposto considera o campo de deslocamentos como uma quantidade conhecida, gerada por meio de um dispositivo padrão de deslocamentos, e trata as coordenadas dos pontos de observação como as variáveis do problema.

Os espelhos planos são posicionados de modo a garantir a visibilidade integral do PD por cada espelho. Determina-se por medição direta, sem maiores dificuldades, a posição do ponto de iluminação e de pontos de referência do próprio PD, que deve possuir uma geometria conhecida. O deslocamento padrão é aplicado no PD e uma dupla exposição é efetuada São definidos pontos discretos ao longo das superfícies de referência do PD. As franjas de interferência, vistas diretamente pelo observador por cada espelho, são determinadas para estes mesmos pontos discretos. Assim, supondo conhecidos, para cada ponto selecionado sobre o PD, suas coordenadas, seus vetores deslocamento, SUAS respectivas ordens de franja, e ainda as coordenadas do ponto de iluminação, o sistema de equações 2.2 pode ser resolvido agora em relação às únicas incógnitas xi, yi e zi: as coordenadas do i-ésimo ponto de observação.

O conhecimento das ordens de franja para apenas três pontos sobre o PD é matematicamente suficiente para determinar as coordenadas espaciais do ponto de observação "i" Entretanto, este sistema é escrito a partir de uma série de parâmetros determinados experimentalmente, que, certamente, são afetados por erros aleatórios. A propagação destes erros pode levar a um erro final expressivo, para xi, yi e zi.

Um número maior de pontos discretos sobre o PD deve ser utilizado para determinar as coordenadas de cada ponto de observação, através do método dos mínimos quadrados (MMQ) Para tal, considere-se a equação 2.2 reescrita da forma mostrada na equação 3.1:

 $Ek^2 = (Uk \cdot pxi + Vk \cdot pyi + Wk \cdot pzi - \lambda OFik)$  (3.1)

onde:

e

$$pxi = \frac{xo - xk}{FP} + \frac{xi - xk}{OiP}$$

$$pyi = \frac{yo - yk}{FP} + \frac{yi - yk}{OiP}$$

$$pzi = \frac{zo - zk}{FP} + \frac{zi - zk}{OiP}$$

$$FP = [(xo - xk)^{2} + (yo - yk)^{2} + (zo - zk)^{2}]^{1/2}$$

$$OiP = [(xi - xk)^{2} + (yi - yk)^{2} + (zi - zk)^{2}]^{1/2}$$

(Uk, Vk e Zk) são as componentes cartesianas do vetor deslocamento do k-ésimo ponto sobre o PD;

(xk, yk e zk) são as coordenadas cartesianas do k-ésimo ponto sobre o PD;

Ofik é a ordem de franja do k-ésimo ponto quando visto a partir do i-ésimo ponto de observação;

 $\lambda$  é o comprimento de onda do laser utilizado (632,8 nm)

A equação 3.1 é escrita para um certo número n de pontos discretos sobre o PD. Se os valores-solução xi, yi e zi satisfizerem ao mesmo tempo exatamente todas as n equações 3.1, todas estas serão nulas ao mesmo tempo. No caso desta condição não se verificar plenamente, o que é bastante provável, cada equação 3.1 representa um erro quadrático. O somatório dos erros quadráticos é uma função estritamente positiva. Os valores de xi, yi e zi que tornam este somatório mínimo são assumidos como a solução deste problema. Este procedimento minimiza erros de caráter aleatório, desde que um número suficientemente grande de pontos/equações seja considerado.

Como o sistema 3.1 é não linear em xi, yi e zi, não pode ser diretamente resolvido por técnicas elementares. Uma possível alternativa é a minimização do erro quadrático Ek<sup>2</sup>, onde técnicas de programação não linear podem ser usadas para determinar este ponto de mínimo, isto é, a solução. Os métodos de otimização irrestrita de Newton modificado ou Fletcher & Powell podem ser usados para tal finalidade /19 e 20/. Entretanto, após sua implementação computacional, testes preliminares mostraram que, ao contrário do que aponta a literatura, a convergência com estes métodos é curiosamente bastante lenta, portanto, estes não se mostraram eficientes para este tipo de problema

O somatório dos erros quadráticos pode ser derivado com respeito a xi, yi e zi, e igualado a zero. As três equações daí resultantes formam um sistema não linear, cuja solução não é trivial

Uma alternativa que se mostrou bastante atrativa para a solução matemática deste sistema de equações não lineares, é a solução iterativa de um sistema linear aproximado. A não linearidade deste sistema (equação 3 1) está contida nos termos FP e OiP, que dependem da raiz quadrada da soma dos quadrados de xi, yi e zi. Considerando estes termos como temporariamente constantes, obtém-se um sistema linear aproximado (equação 3.2 escrita para cada ponto k):

$$Uk \quad xi + Vk \quad yi + Wk \quad zi = OiP \quad \left\{ \lambda \ OF - Uk \left( \frac{xO - xk}{FP} \right) - \frac{xk}{OiP} \right\} \quad (3.2)$$

A dinâmica do método aqui proposto consiste no seguinte algorítmo:

- a fazer uma estimativa inicial para xi, yi e zi ;
- b com estes dados, calcular FP e OiP;
- c resolver o sistema aproximado 3.2;
- d com os novos valores obtidos para xi, yi e zi, voltar ao passo b até que a convergência seja atingida;

Normalmente a convergência se dá em apenas poucos passos (cerca de 3 a 4). Curiosamente, este algorítmo é bastante eficiente e supera os métodos de otimização para este problema específico.

Esta mesma mecânica pode também ser usada para resolver o sistema 3.2 para um grande número de pontos conhecidos pelo MMQ, para tal, considera-se que no passo "b" acima resolve-se o sistema não linear obtido após a aplicação do MMQ.

Como será visto no capítulo 5, este último método é

preferido, pois sua convergência é muito mais rápida para um conjunto de pontos que contenha deslocamentos em direções linearmente independentes.

3.5-Dinâmica do método

Passa-se, a seguir, a descrever aspectos de carater prático e operacional do método de autocalibração proposto. Existem uma série de pontos positivos do método no que tange ao prealinhamento da montagem holográfica, e de cunho metrológico

A dinâmica do método consiste em inicialmente efetuar uma montagem holográfica otimizada para medição do tipo de deslocamentos esperado. Nesta montagem, incluem-se espelhos planos dispostos obliguamente para promover as vistas auxiliares necessárias ao problema da medição de campos de deslocamentos tridimensionais. Estes espelhos podem ser livremente ajustados, sem que nenhuma preocupação com a medição de sua orientação ou posição seja necessária. Desta forma, a visualização do objeto a analisar pelos espelhos não é comprometida.

Em um passo seguinte, o padrão de deslocamentos é posicionado na montagem holográfica em uma posição conhecida em relação ao sistema de coordenadas adotado, de modo que seja visível por todos os espelhos, como deve ocorrer com o objeto. Se necessário, o próprio objeto deve ser removido

O padrão de deslocamentos previamente calibrado gera um campo de deslocamentos conhecido, e uma dupla exposição é efetuada com a própria montagem holográfica. As franjas obtidas por cada imagem são digitalizadas. De posse do valor do campo de deslocamentos para cada ponto de interesse, das ordens de franja digitalizadas para os mesmos pontos discretos sobre o padrão de deslocamentos, e das coordenadas do ponto de iluminação (previamente medidas), aplica-se o método da autocalibração.

As coordenadas dos pontos de observação virtuais, e também do real, são então determinadas. Estes pontos são característicos da montagem holográfica, e não dependem em nada do objeto

O padrão de deslocamentos é então removido (ou não) da montagem, porém as coordenadas dos pontos de observação já foram determinadas. Nesta condição, diz-se que a montagem está calibrada

Neste estágio, o objeto a medir é agora analisado pela mesma montagem, através de uma dupla exposição, análise em tempo real ou análise em tempo médio. As franjas obtidas são digitalizadas e os deslocamentos, deformações e tensões são determinados utilizando as coordenadas já conhecidas para os pontos de observação.

processo apresenta algumas Este vantágens. Inicialmente, o trabalho de alinhamento e/ou medição da posição e orientação dos espelhos planos oblíguos é completamente eliminado. Esta operação frequentemente é bastante difícil, e pode levar a erros sistemáticos expressivos. Em segundo lugar, uma grande flexibilidade é deixada ao usuário no que tange ao posicionamento dos espelhos, uma vez que nenhum cuidado ou pré-alinhamento é necessário. Em terceiro lugar, espera-se que os deslocamentos determinados a partir da montagem calibrada não seiam afetados de erros sistemáticos expressivos, pois. metrologicamente falando, pode-se afirmar que trata-se de um método de calibração por substituição, portanto, bastante natural e confiável.

3.6-Padrão de deslocamentos 3D

O dispositivo denominado de "padrão de deslocamentos" deve reunir uma série de requisitos metrológicos e funcionais básicos, estabelecidos em função das características específicas do método de autocalibração. Estas características são fortemente influenciadas por conveniências matemáticas, questões metrológicas e operacionais.

é necessário conhecer muito bem o campo de deslocamentos gerado pelo padrão de deslocamentos, tanto em direção, quanto em valor absoluto, pois trata-se de uma quantidade vetorial, bem como sua repetibilidade. Se 05 deslocamentos ocorrem em direções mutuamente ortogonais, Ο resultante é sistema de equações matematicamente melhor condicionado. Oportunamente será comprovado que se o deslocamento se dá em direções quase paralelas, o valor absoluto do

determinante da matriz do sistema é quase nulo. Nesta última condição, a sensibilidade da solução do sistema aos erros aleatórios presentes nos parâmetros determinados experimentalmente é mais elevada

Para que o mapa de franjas de interferência obtido possua densidade suficiente para que possa ser convenientemente digitalizado, os deslocamentos envolvidos devem ser cerca de 5  $\mu$ m (cerca de 7 a 15 franjas são geradas). A incerteza de posicionamento de ± 0.01  $\mu$ m é especificada em função da resolução usual das técnicas de digitalização de franjas holográficas, que raramente permitem determinar frações menores que 1/10 da ordem de franja /1, 3 e 17/, a menos que técnicas

é necessário assegurar que o padrão de deslocamentos possua excelente estabilidade ao longo do tempo e temperatura, para reduzir a necessidade de uma nova calibração deste.

O padrão de deslocamentos, preferencialmente, não deve apresentar histerese, portanto não deve apresentar folgas, partes móveis, nem atrito. Deve ser portátil e de fácil operação para assegurar boa mobilidade ao longo de qualquer tipo de montágem experimental

De uma forma geral, as características desejáveis do padrão de deslocamentos são enumeradas abaixo:

- \* direções dos campos de deslocamentos conhecidas, e em três direções mutuamente ortogonais;
- \* deslocamentos em torno de 5  $\mu$ m, conhecido com repetibilidade de ± 0.01  $\mu$ m nas três direções;
- \* boa estabilidade com o tempo (a calibração deve ser válida por pelo menos algumas semanas);
- \* boa estabilidade com a temperatura (dentro de  $\pm 2^{\circ}C$ ),
- \*leveza e mobilidade;

\*facilidade de operação no escuro;

A figura 3.1 ilustra a concepção básica do padrão de deslocamentos idealizado. Uma viga engastada de material não ferroso é esculpida em um bloco maciço deste mesmo material. Na extremidade desta, aloja-se um par de eletroimãs, construidos
com núcleos de materiais magneticamente bastante estáveis, como por exemplo o ferrite, sendo um solidário à viga, e o outro, fixo à carcaça. Estes eletroímãns, quando acionados, exercem entre si uma pequena força eletromagnética que desloca levemente a viga. O campo de deslocamentos da superfície anterior (externa) da viga é tomado como padrão.

Este sistema não possui nenhuma parte móvel, portanto não possui histerese mecânica considerável. O uso de eletroímãs de elevada eficiência, onde circulam correntes elétricas de reduzida intensidade, asseguram boa estabilidade da força eletromagnética, e não aquecem excessivamente o sistema.

A constante de mola do sistema é dada pelo módulo de elasticidade do material e pela sua forma geometrica. sistema ainda está vulnerável à Entretanto, o efeitos da temperatura, que influencia principalmente na resistividade do material do fio dos eletroímãs, e secundariamente, nas dimensões da viga, no módulo de elasticidade do material e também pela dilatação diferencial dos diversos materiais envolvidos. O uso de uma fonte de corrente estabilizada, e não de tensão, para alimentar os eletroimãs, tende a minimizar estes efeitos Δ limitação da faixa de temperatura de operação é a alternativa sugerida para minimizar os efeitos secundários descritos.

Três destes módulos são espacialmente agrupados de modo a proporcionar campos de deslocamentos nas três direções ortogonais (Fig. 3.2). O conjunto resultante é bastante compacto e ainda portátil. A operação deste sistema é bastante simples: uma chave elétrica de boa qualidade aciona simultaneamente todos os eletroímãs que levam o sistema para a condição deformada e o desligamento desta traz o padrão de deslocamentos para a condição inicial de repouso.

O uso de material não ferroso, embora geralmente com maior coeficiente de dilatação térmica, é justificado em função de não acumular gradativamente propriedades magnéticas, o que influiria sobre a estabilidade do sistema ao longo do tempo.

O campo de deslocamentos gerado em cada direção não é uma função linear da posição sobre a viga. Pela teoria de vigas é possível estimar, ponto a ponto, o deslocamento na superfície externa da viga, desde que se conheça muito bem o valor da força



Figura 3.2 - Configuração 3D do padrão de deslocamentos

aplicada, o seu ponto de aplicação a geometria da peça e as propriedades do material Entretanto, como geralmente estas informações não são disponíveis com a indeterminação do resultado requerida, faz-se necessário efetuar uma calibração experimental

A determinação da repetibilidade do deslocamento gerado por cada viga do PD, será efetuada por meio do laser interferométrico em uma montagem especial, com estabilidade otimizada e com sensibilidade amplificada por meio de um interferômetro linear duplo, como será detalhadamente descrito no capítulo 6.

Um espelho plano de qualidade apropriada é fixo na viga do padrão de deslocamentos, e seu deslocamento é medido diversas vezes dentro da faixa de temperatura de operação recomendada, com o intúito de determinar a repetibilidade global do padrão de deslocamentos. Estas informações são válidas apenas para o ponto efetivo correspondente ao ponto de colagem do espelho na viga do PD. Porém, assume-se aqui a hipótese que, em função destes erros, a forma do campo de deslocamentos, em toda a superfície do PD. deve variar qualitativamente, isto é, o campo de não deslocamentos deve ser apenas alterado quantitativamente em função de um fator de proporcionalidade, sendo que sua forma permanece inalterada. Portanto, os erros relativos nos deslocamentos ao longo de toda a superfície de referência do PD serão assumidos como da mesma ordem dos erros encontrados para o ponto efetivo medido por meio do interferômetro.

A calibração propriamente dita, consiste na medição do deslocamento da superfície de referência do PD (superfície externa da viga) em um número suficiente de pontos discretos. Com estes dados, uma função de interpolação conveniente (polinômio) será ajustado, de modo a representar bastante bem todo o campo de deslocamentos sobre esta superfície de referência. Posteriormente o deslocamento de referência em qualquer ponto válido do PD será diretamente determinado por meio desta função.

A técnica mais apropriada para determinar de forma completa todo o campo de deslocamentos, é a própria holografia inteferométrica. Foi selecionada por permitir uma medição completa de toda a região de interesse, sem contato, portanto

sem provocar retroação sobre o PD, e por possuir sensibilidade suficiente para tal. Será utilizada uma montagem 1D especial para maximizar a sensibilidade na direção do deslocamento (conhecida), e com isso, reduzir significativamente a incerteza de medição da técnica. O uso do MMQ nesta condição particular e muito bem controlada deve levar a resultados bastante satisfatórios.

No capítulo 6 são descritas em detalhes estas montagens e discutidos e apresentados os resultados pertinentes.

# CALCULO DE DEFORMACOES

As deformações mecânicas são definidas pelas teorias da elasticidade a partir das derivadas do campo de deslocamentos Para o caso de pequenos deslocamentos e deformações é suficiente apenas considerar os termos de primeira ordem. Para este caso, as relações deformações-deslocamentos são dadas por:

$$\varepsilon_{X} = \frac{\partial U}{\partial x}$$

$$\varepsilon_{Y} = \frac{\partial V}{\partial y}$$

$$\varepsilon_{Z} = \frac{\partial W}{\partial z}$$

$$\gamma_{XY} = \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x}$$

$$\gamma_{YZ} = \frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial y}$$

$$\gamma_{ZX} = \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial z}$$

No estado plano de tensões (EPT), a situação presente na superfície livre de um corpo, as equações 4.1 reduzem-se a:

$$\varepsilon_{x} = \frac{\partial U}{\partial x}$$

$$\varepsilon_{y} = \frac{\partial V}{\partial y}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x}$$
(4.2)

onde os eixos x e y são tangentes à superfície no ponto considerado.

Embora a tensão  $\sigma_z$  seja nula na superfície da região considerada, a deformação  $\varepsilon_z$  não é nula. Esta pode ser determinada em função de  $\varepsilon_z$  e  $\varepsilon_c$  por

$$\varepsilon_{z} = \frac{-\nu}{1-\nu} (\varepsilon_{x} + \varepsilon_{y})$$

4

31

(4.1)

As equações acima mostram a forma pela qual as deformações podem ser calculadas a partir do campo de deslocamentos de uma superfície paralela ao plano definido pelos eixos x e y.

Como visto no capítulo 2, o campo de deslocamentos sofrido por um corpo devido ao efeito de um carregamento externo, pode ser calculado através da equação fundamental da holografia:

U 
$$pxi + V$$
  $pyi + W$   $pzi = \lambda$  OFi (4.3)

onde estes termos já foram definidos no capítulo 2.

Esta equação, entretanto, fornece as componentes do vetor deslocamento apenas para pontos discretos sobre a superfície analisada. Para que uma análise mais ampla e detalhada possa ser efetuada, torna-se necessária a determinação deste vetor para um grande número de pontos discretos.

A equação 4 3 não fornece diretamente as derivadas das componentes do deslocamento em relação às coordenadas espaciais x e y Entretanto, estas podem ser aproximadamente calculadas a partir de pontos discretos sobre a superfície da peça por:

$$\frac{\partial f}{\partial x} \cong \frac{f(x+\Delta, y) - f(x-\Delta, y)}{2\Delta}$$
(4.4)

De fato, esta forma de cálculo tem sido usada por diversos autores para efetuar análises quantitativas de deformações por meio da holografia interferométrica /23 e 24/. Os resultados atingidos são normalmente bons em casos onde o campo de deslocamentos é relativamente bem comportado, mas tendem a piorar introduzir dificuldades adicionais quando aumenta a e complexidade deste, em face do grande montante de dados experimentais necessários para levantar o campo de deslocamentos com a resolução necessária.

Alguns autores têm usado métodos de interpolação sobre pontos discretos do campo de deslocamentos determinados experimentalmente, para reduzir a influência dos erros aleatórios /25/ Tipicamente, uma "spline" cúbica é ajustada para os

deslocamentos medidos experimentalmente ao longo de uma linha, e tanto os deslocamentos quanto as deformações podem ser comodamente calculados para toda esta linha.

#### 4 1 - Função Ordem de Franja (FOF)

O campo de deslocamentos na superfície livre de um corpo formado de material contínuo, submetido à ação de um carregamento externo, será também contínuo. Isto quer dizer que a variação do deslocamento se dá sempre de forma suave e contínua de ponto para ponto.

Considerando este fato, e pela equação 4.3, é óbvio observar que a ordem de franja associada a este campo de deslocamentos será também contínua em todo o domínio situado sobre a superfície do corpo. Portanto, existe uma função bidimensional também contínua que descreve a ordem de franja em toda a superfície visível da peça. Neste trabalho, esta função de duas variáveis espaciais é aqui denominada de função ordem de franja (FOF).

No caso de peças planas, a FOF é descrita em função de duas coordenadas retilíneas contidas sobre a superfície. Em superfícies não planas, coordenadas curvilíneas naturais devem ser usadas para descreve-la.

Uma vez tendo sido determinada a FOF para no mínimo três pontos de observação, é possível calcular o vetor deslocamento no espaço 3D para qualquer ponto sobre a região analisada Torna-se então possível a determinação natural das derivadas espaciais do deslocamento, partindo da equação 4 5:

 $U(\alpha,\beta) = pxi + V(\alpha,\beta) = pyi + W(\alpha,\beta) = pzi = \lambda FOF(\alpha,\beta) \qquad (4.5)$ 

onde  $\alpha$  e  $\beta$  são as coordenadas naturais da superfície em questão.

## 4 2 - Derivadas do Deslocamento

Uma vez que as componentes do deslocamento podem ser determinadas para qualquer ponto, é agora bastante imediato determinar suas derivadas aplicando as equações 4.5 e 4.4. O incremento Δ pode ser pequeno o suficiente para atingir a resolução requerida em função da existência de elevados gradientes de deformações. Este procedimento implica que para cada derivada espacial, o sistema 4.5 deve ser resolvido duas vezes.

34

A solução proposta neste trabalho para este problema, consiste em obter diretamente as derivadas do deslocamento a partir de certas transformações na equação 4 5. Este procedimento possui algumas vantágens que serão discutidas oportunamente.

## 4.2.1 - Caso geral

Seja, inicialmente, o caso de uma superfície plana onde se conhece a FOF(x,y) em todo o dominio e para todos os pontos de observação considerados. A equação 4.5 pode ser derivada em relação x, obtendo-se:

pxi 
$$\frac{\partial}{\partial x}$$
 U + U  $\frac{\partial}{\partial x}$  pxi + pyi  $\frac{\partial}{\partial x}$  V + V  $\frac{\partial}{\partial x}$  pyi +  
+ pzi  $\frac{\partial}{\partial x}$  W + W  $\frac{\partial}{\partial x}$  pzi =  $\lambda \frac{\partial}{\partial x}$  FOF (4.6)

que pode ser simbolicamente reescrita como:

$$\frac{\partial}{\partial_{X}} \left\{ Pi \right\}^{t} \left\{ \begin{array}{c} U \\ V \\ W \end{array} \right\} + \left\{ Pi \right\}^{t} \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial}{\partial_{X}} & U \\ \frac{\partial}{\partial_{X}} & V \\ \frac{\partial}{\partial_{X}} & W \end{array} \right\} = \lambda \frac{\partial}{\partial_{X}} \text{ FDF} \qquad (4.7)$$

$$\frac{\partial}{\partial_{X}} \left\{ Pi \right\}^{t} = \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial}{\partial_{X}} & pxi & \frac{\partial}{\partial_{X}} & pyi & \frac{\partial}{\partial_{X}} & pzi \end{array} \right\}$$

$$\left\{ Pi \right\}^{t} = \left\{ \begin{array}{c} pxi & pyi & pzi \end{array} \right\}$$

onde

e

onde i varia de 1 a n, sendo n o número de pontos de observação. De forma análoga, a equação 4 5 pode ser derivada com respeito a y, obtendo-se:

$$\frac{\partial}{\partial \gamma} \left\{ Pi \right\}^{\mathsf{t}} \left\{ \begin{array}{c} \mathsf{U} \\ \mathsf{v} \\ \mathsf{W} \end{array} \right\} + \left\{ Pi \right\}^{\mathsf{t}} \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial}{\partial \gamma} \mathsf{U} \\ \frac{\partial}{\partial \gamma} \mathsf{V} \\ \frac{\partial}{\partial \gamma} \mathsf{W} \end{array} \right\} = \lambda \frac{\partial}{\partial \gamma} \mathsf{FOF}$$

(4.8)

As equações 4.5, 4.7 e 4.8, quando resolvidas simultaneamente, levam ao seguinte sistema:



onde

$$\begin{bmatrix} P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Pxi & Pyi & Pzi \\ px2 & Py2 & Pz2 \\ \vdots \\ Pxn & Pyn & Pzn \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} Pxi & \frac{\partial}{\partial x} Pyi & \frac{\partial}{\partial x} Pzi \\ \frac{\partial}{\partial x} Px2 & \frac{\partial}{\partial x} Py2 & \frac{\partial}{\partial x} Pzi \\ \frac{\partial}{\partial x} Pxn & \frac{\partial}{\partial x} Pyn & \frac{\partial}{\partial x} Pzn \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial y} Pxi & \frac{\partial}{\partial y} Pyi & \frac{\partial}{\partial y} Pzi \\ \frac{\partial}{\partial y} Px2 & \frac{\partial}{\partial y} Py2 & \frac{\partial}{\partial y} Pzi \\ \frac{\partial}{\partial y} Pxn & \frac{\partial}{\partial y} Pyn & \frac{\partial}{\partial y} Pzn \end{bmatrix}$$
$$(FOF) = \begin{cases} FOFi \\ FOF2 \\ \vdots \\ FOFn \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} FOF1 \\ \frac{\partial}{\partial x} FOF2 \\ \frac{\partial}{\partial x} FOFn \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial y} FOF1 \\ \frac{\partial}{\partial y} FOF2 \\ \frac{\partial}{\partial y} FOFn \end{bmatrix}$$

sendo n o número de pontos de observação.

.

O sistema 4.9,quando resolvido simultaneamente, fornece os deslocamentos U, V e W e suas derivadas  $\frac{\partial}{\partial x}$  U,  $\frac{\partial}{\partial x}$  V,  $\frac{\partial}{\partial x}$  W,  $\frac{\partial}{\partial y}$ U,  $\frac{\partial}{\partial y}$  V e  $\frac{\partial}{\partial y}$  W. Estas quantidades são mais que suficientes para o cálculo das deformações  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$  e  $\gamma_{xy}$ . Adicionalmente,  $\frac{\partial}{\partial x}$  W e  $\frac{\partial}{\partial y}$  W permitem o cálculo das rotações sofridas pela superfície.

Se o número de pontos de observação n é 3, o sistema 4.9 fornece 9 equações para o cálculo das 9 incognitas, e pode ser resolvido por técnicas convencionais. Nesta condição, os resultados são fortemente dependentes dos erros nos parâmetros determinados experimentalmente.

No caso em que n>3, o sistema 4.9 apresenta um número de equações maior que o de incógnitas, e pode ser resolvido pelo método dos mínimos quadrados (MMQ). Este procedimento torna os resultados mais confiáveis e menos expostos à ação dos erros aleatórios

4.3 - Casos Particulares

A equação 4.9 fornece as três componentes do deslocamento e suas respectivas derivadas em relação a x e y Este sistema vale para o caso geral, tratando-se de superfícies planas, entretanto pode ser simplificado para as situações particulares vistas a seguir:

4.3.1 - Iluminação paralela e observador distante

No caso em que tanto o observador e a posição da fonte de iluminação se situem a uma distância do ponto analisado superior a 10 vezes as dimensões da região analisada, de modo que o vetor sensibilidade  $(\vec{p})$  possa ser assumido constante ao longo da superfície analisada, o sistema 4.9 pode ser drasticamente simplificado.

Sendo 
$$\vec{p}$$
 dado por:  

$$pxi = \frac{x \circ - x}{FP} + \frac{xi - x}{0iP}$$

$$pyi = \frac{y \circ - y}{FP} + \frac{yi - y}{0iP}$$

$$pzi = \frac{z \circ - z}{FP} + \frac{zi - z}{0iP}$$

$$FP = \sqrt{(x \circ - x)^{2} + (y \circ - y)^{2} + (z \circ - z)^{2}}$$

$$OiP = \sqrt{(xi - x)^{2} + (yi - y)^{2} + (zi - z)^{2}}$$

onde

As hipóteses acima permitem considerar que FP e DiP sejam praticamente constantes ao longo da superfíicie analisada, uma vez que variações de x, y ou z pouco alteram estas quantidades. Do mesmo modo, pxi, pyi e pzi podem também ser considerados constantes, já que FP e DiP são bem maiores que as variações em x, y e z sobre a superfície analisada. Assim:

$$\frac{\partial}{\partial x} \operatorname{pxi} \cong \frac{\partial}{\partial x} \operatorname{pyi} \cong \frac{\partial}{\partial x} \operatorname{pzi} \cong 0$$
$$\frac{\partial}{\partial y} \operatorname{pxi} \cong \frac{\partial}{\partial y} \operatorname{pyi} \cong \frac{\partial}{\partial y} \operatorname{pzi} \cong 0$$

Neste caso, o sistema 4 9 reduz-se a:

$$\begin{bmatrix} & P & \\ & P & \\ & & & \\ &$$

(4.11)

O sistema 4.12 pode ser desmembrado em três sistemas menores, uma vez que estas equações são desacopladas:

$$P \qquad \left| \begin{array}{c} U \\ V \\ W \end{array} \right|^{2} = \lambda \left\{ FOF \right\}$$

$$P \qquad \left| \begin{array}{c} \frac{\partial}{\partial \chi} U \\ \frac{\partial}{\partial \chi} V \\ \frac{\partial}{\partial \chi} W \end{array} \right|^{2} = \lambda \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial}{\partial \chi} FOF \\ \frac{\partial}{\partial \chi} FOF \end{array} \right\}$$

$$P \qquad \left| \begin{array}{c} \frac{\partial}{\partial \chi} U \\ \frac{\partial}{\partial \chi} V \\ \frac{\partial}{\partial \chi} W \end{array} \right|^{2} = \lambda \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial}{\partial \chi} FOF \\ \frac{\partial}{\partial \chi} FOF \end{array} \right\}$$

A solução das equações 4.13, fornece as derivadas das componentes do deslocamento necessárias para o cálculo das deformações na superfície. Do ponto de vista matemático, podem ser indiferentemente empregadas para o caso onde predominam deslocamentos no plano (tensões de membrana) ou onde predominam deslocamentos fora do plano (tensões de flexão)

As duas últimas equações 4.13 para as derivadas do campo de deslocamentos não dependem do valor absoluto da FOF, apenas de suas derivadas. Este fato é bastante interessante por permitir a determinação das deformações sobre a superfície analisada sem a necessidade do conhecimento da ordem de franja absoluta, isto é, sem a necessidade de determinar a posição da ordem de franja zero. Esta característica é especialmente atrativa em problemas mais complexos, onde a determinação da franja de ordem zero é difícil e trabalhosa.

Nas situações onde existe uma das componentes do deslocamento predominante em relação às demais, a determinação experimental das componentes menos intensas torna-se fortemente

(4.13)

influenciável pelos erros experimentais. Este efeito tende a ser mais intenso ainda na determinação das derivadas a partir de deslocamentos medidos em pontos discretos. O método proposto para a determinação das derivadas, em princípio, está menos exposto à ação dos erros aleatórios, mas também é fortemente influenciado pelos erros sistemáticos.

Tratando-se de placas ou cascas finas, onde predominam tensões de flexão, a elasticidade fornece meios mais apropriados para o cálculo das deformações no plano ( xy ). Considerando o caso de placas finas e pequenas deformações, no caso de flexão, as deformações podem ser calculadas por: /22/

$$\varepsilon_{x} = \frac{t}{2} \quad \frac{\partial^{2} W}{\partial x^{2}}$$
$$\varepsilon_{y} = \frac{t}{2} \quad \frac{\partial^{2} W}{\partial y^{2}}$$
$$\gamma_{xy} = \frac{t}{2} \quad \frac{\partial^{2} W}{\partial x \partial y}$$

(4:14)

onde

W(x,y) é a componente do deslocamento fora do plano; t é a espessura da placa considerada

As equações 4 13 podem ser novamente derivadas para a obtenção das derivadas de segunda ordem do deslocamento:

$$P \qquad \left[ \begin{array}{c} \left\{ \frac{\partial^{2} U}{\partial x^{2}} \\ \frac{\partial^{2} V}{\partial x^{2}} \\ \frac{\partial^{2} W}{\partial x^{2}} \\ \frac{\partial^{2} W}{\partial x^{2}} \end{array} \right\} = \lambda \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial^{2}}{\partial x^{2}} \text{ FOF} \\ \frac{\partial^{2} U}{\partial y^{2}} \\ \frac{\partial^{2} V}{\partial y^{2}} \\ \frac{\partial^{2} V}{\partial y^{2}} \\ \frac{\partial^{2} W}{\partial y^{2}} \end{array} \right\} = \lambda \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial^{2}}{\partial y^{2}} \text{ FOF} \\ \frac{\partial^{2}}{\partial y^{2}} \text{ FOF} \\ \frac{\partial^{2}}{\partial y^{2}} \text{ FOF} \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{c} \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial^{2} U}{\partial_{X} \partial_{Y}} \\ \frac{\partial^{2} V}{\partial_{X} \partial_{Y}} \\ \frac{\partial^{2} W}{\partial_{X} \partial_{Y}} \end{array} \right\} = \lambda \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial^{2}}{\partial_{X} \partial_{Y}} \\ \frac{\partial^{2} W}{\partial_{X} \partial_{Y}} \end{array} \right\}$$

A solução dos sistemas 4.15 fornece os dados necessários para o cálculo das deformações de flexão. Seis destes termos não são empregados para o cálculo das deformações, o que reduz a eficiência do método, neste caso.

Sabendo-se previamente que a componente do deslocamento fora do plano (W) é realmente dominante, em relação às demais, como geralmente é o caso da situação de flexão, isto é:

 $U(x,y) \ll W(x,y) \in V(x,y) \ll W(x,y)$ 

Þ

Р

е

em toda a região analisada, logo, U e V variam pouco nesta região, e suas derivadas espaciais são pequenas e também variam pouco, de modo que:

$$\frac{\partial^{2} U}{\partial x^{2}} = \frac{\partial^{2} V}{\partial x^{2}} \ll \frac{\partial^{2} W}{\partial x^{2}}, \qquad \frac{\partial^{2} U}{\partial y^{2}} = \frac{\partial^{2} V}{\partial y^{2}} \ll \frac{\partial^{2} W}{\partial y^{2}}$$
  
ainda
$$\frac{\partial^{2} U}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^{2} V}{\partial x \partial y} \ll \frac{\partial^{2} W}{\partial x \partial y}$$

Neste caso, as equações 4 14 são simplificadas para:

piz 
$$\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = \lambda \frac{\partial^2}{\partial x^2}$$
 FOFi  
piz  $\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} = \lambda \frac{\partial^2}{\partial y^2}$  FOFi  
piz  $\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} = \lambda \frac{\partial^2}{\partial x \partial y}$  FOFi

o que leva a:

$$\varepsilon_{x} = \frac{\lambda t}{2 \text{ piz}} \quad \frac{\partial}{\partial_{x}^{2}} \text{ FOFi}$$

$$\varepsilon_{y} = \frac{\lambda t}{2 \text{ piz}} \quad \frac{\partial^{2}}{\partial_{y}^{2}} \text{ FOFi}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\lambda t}{2 \text{ piz}} \quad \frac{\partial^{2}}{\partial_{x} \partial_{y}} \text{ FOFi}$$

Esta simplificação também pode ser efetuada quando a posição relativa entre o observador, fonte de iluminação e a peça for tal que resulte no vetor sensibilidade praticamente colinear com a direção do deslocamento W. Neste caso, pix e piy « piz, e as equações 4.16 e 4.17 são válidas, independentemente da proporção entre U, V e W.

O tensor deformações na superfície da placa fina é perfeitamente caracterizado pelas equações 4.17. Depende do valor da espessura da placa (t), da componenete em z do vetor sensibilidade (piz)e das segundas derivadas da função ordem de franja

4.3.2 - Iluminação e observador próximos

As simplificações anteriores não são válidas no caso em que o observador ou o ponto de iluminação estejam próximos da superfície analisada. Neste caso, a equação 4.9 deve ser usada.

Na situação onde a componente do deslocamento fora do plano for sensivelmente dominante em relação às demais, e estas puderem ser consideradas nulas, bem como suas primeiras e segundas derivadas, é, ainda neste caso, possível determinar as

(4.17)

(4.16)

deformações partindo das expressões 4.14. Neste caso tem-se:

$$piz W = \lambda FOFi$$
(4.18)

derivando 4.18 em relação a x:

$$J = \frac{\partial}{\partial x} piz + piz = \frac{\partial}{\partial x} W = \lambda \frac{\partial}{\partial x} FDFi \qquad (4.19)$$

substituindo o valor de W de 4.18 em 4.19, chega-se a:

piz 
$$\frac{\partial}{\partial x} W = -\lambda \frac{FOFi}{piz} \frac{\partial}{\partial x} piz + \lambda \frac{\partial}{\partial x} FOFi$$
 (4.20)

derivando 4 19 mais uma vez, chega-se a:

$$W = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \operatorname{piz} + 2 \frac{\partial}{\partial x} \operatorname{piz} - \frac{\partial}{\partial x} W + \operatorname{piz} - \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} =$$
$$= \lambda \frac{\partial^2}{\partial x^2} \operatorname{FOFi} \qquad (4.21)$$

substituindo os valores de W e  $\frac{\partial}{\partial x}$  W de 4.18 e 4.20 em 4.21, chega-se finalmente a:

$$\frac{\partial^{2} W}{\partial x^{2}} = \frac{\lambda}{\text{piz}} \left\{ \left[ 2 \left[ \frac{1}{\text{piz}} \quad \frac{\partial}{\partial x} \text{piz} \right]^{2} - \frac{1}{\text{piz}} \quad \frac{\partial^{2}}{\partial x^{2}} \text{piz} \right] \text{FOFi} - 2 \left[ \frac{\partial}{\partial x} \text{piz} \quad \frac{\partial}{\partial x} \text{FOFi} + \frac{\partial^{2}}{\partial x^{2}} \text{FOFi} \right] \right\}$$
(4.22)

de modo semelhante, chega-se nas expressões para  $\frac{\partial^2 W}{\partial y^2}$  e  $\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y}$ 

$$\frac{\partial^{2} W}{\partial \gamma^{2}} = \frac{\lambda}{\text{piz}} \left\{ \left[ 2 \left( \frac{1}{\text{piz}} - \frac{\partial}{\partial \gamma} \text{piz} \right)^{2} - \frac{1}{\text{piz}} - \frac{\partial^{2}}{\partial \gamma^{2}} \text{piz} \right] \text{FOFi} - 2 \cdot \frac{\partial}{\partial \gamma} \text{piz} - \frac{\partial}{\partial \gamma} \text{FOFi} + \frac{\partial^{2}}{\partial \gamma^{2}} \text{FOFi} \right\}$$
(4.23)

$$\frac{\partial^{2} W}{\partial x \partial y} = \frac{\lambda}{\text{piz}} \left\{ \left[ \frac{2}{(\text{piz.})^{2}} \quad \frac{\partial}{\partial x} \text{piz} \quad \frac{\partial}{\partial y} \text{piz} - \frac{1}{\text{piz}} \quad \frac{\partial^{2}}{\partial x \partial y} \text{piz} \right] \text{FOFi} - \frac{\partial}{\partial y} \text{piz} \quad \frac{\partial}{\partial x} \text{FOFi} - \frac{\partial}{\partial x} \text{piz} \quad \frac{\partial}{\partial y} \text{FOFi} + \frac{\partial^{2}}{\partial x \partial y} \text{FOFi} \right\}$$

$$(4.24)$$

As equações 4.22 a 4.24 permitem o cálculo das deformações de flexão quando o observador e o ponto de iluminação encontram-se próximos á peça.

O conjunto de equações desenvolvido neste capítulo constitue uma nova forma de cálculo simultâneo dos deslocamentos e das deformações na superfície de uma peça plana

A extensão da formulação acima para o caso geral de superfícies não planas segue esta mesma linha e não será abordada neste trabalho. Para tal, é necessário escrever as expressões para o cálculo das derivadas e deformações em termos das coordenadas curvilíneas da superfície analisada levando em conta seus respectivos parâmetros geométricos.

4.4 - Obtenção da Função Ordem de Franja (FOF)

Para tornar operacional o método proposto para a determinação dos deslocamentos e deformações, é necessário exprimir a ordem de franja em todo o domínio por meio de uma função bidimensional, contínua, derivável e com derivadas contínuas: a função ordem de franja (FOF).

A literatura aponta diversos métodos para interpolação bidimensional de funções, como por exemplo, o método de Coons, Bezièr ou a "b-spline" cúbica. Entretanto, estes são aplicáveis em domínios regulares, e em situações onde os pontos discretos conhecidos estão situados ordenadamente em uma malha regular sobre a superfície analisada.

Tratando-se da interpolação de mapas de franjas de inteferência, cujas franjas podem assumir formas arbitrárias e imprevisíveis, não é possível conviver com a restrição da

disposição regular dos pontos discretos. Através de técnicas de varredura de imagem, é possível prever algum tipo de ordenação para os dados adquiridos, porém não ampla o suficiente

Neste trabalho propõe-se o uso de dois métodos especialmente desenvolvidos para esta finalidade: o Método do Rastreamento (MR), para aquisição do mapa de franjas, em conjunto com a técnica de Interpolação por Funções Ponderadas (IFP), para a obtenção da função de interpolação da FOF /25 a 27/.

A idéia básica do Método do Rastreamento (MR) consiste em seguir cada uma das franjas de interferência ao longo de todo o domínio bidimensional de trabalho (fig. 4.1). À medida que o cursor percorre cada franja, as coordenadas dos pontos sobre estas são adquiridos. O processo tem fim quando todas as franjas são rastreadas, tendo sido determinado um grande número de coordenadas de pontos interpolados sobre o mapa de franjas, COM ordens de franja conhecidas automaticamente, ou informadas pelo operador. Esta operação foi sempre efetuada neste trabalho, por meio da projeção de um diapositivo sobre a região de trabalho de uma mesa digitalizadora, e o seu rastreamento, a mão (fig. 4.2). Esta operação pode ser efetuada com muito mais vantagem, rapidez e facilidade pelos modernos sistemas de processamento de imagens.

estes dados, Uma vez levantados efetua-se а interpolação pelo método de interpolação por funções ponderadas (IFP). Consiste em subdividir o domínio de trabalho em um certo número de regiões interpenetrantes. Partindo dos dados do ratreamento, para cada região ajusta-se individualmente uma equação de grau selecionável pelo usuário. Em uma etapa aplica-se uma função de "blending" bidimensional posterior, para tornar contínua a equação resultante da apropriada composição das funções ajustadas para cada região. Como resultado, a função obtida é contínua em todo o domínio, bem como suas primeiras e segundas derivadas em relação a x e y.

O uso de recursos estatísticos através do método dos mínimos quadrados para o ajuste das equações de interpolação locais para cada região, reduz a sensibilidade do método aos erros aleatórios localizados introduzidos pela digitalização.

A figura 4.3 apresenta o resultado da interpolação de um mapa de franjas por meio da IFP. Na parte superior da figura nota-se os pontos discretos conhecidos sobre as franjas e a malha de elementos 2D utilizada. Na parte inferior da figura, nota-se uma representação 3D em perspectiva da função obtida.

 	, , , , , , , , , , , , , , , , , , ,	۰ ډ ډ		3 3 3 3 3	, , , , , , , , , , , , , , , , , , ,		· · · · · ·			0 0 5 0 0 3 0 3 0 3 0 3 0 3 0 3 0 3 0 3 0 3 0	<pre>&lt; &lt; &gt; &gt; &gt; &gt; </pre>	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0		<pre></pre>	2 0 0		ر د د د د		;	22	) ; ; ;
			• •					2 C C C C C C C C C C C C C C C C C C C				° ° ° ° ° °				  	3 3 3 3 2 2 0 2 0 2 0 2 0 2 0 2 0 2 0 2			) ) ; ;	°
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·						 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	5 5 5 5	<sup>م</sup> م م	0 2 0	بر موط می	Q(	° ° ° ° °	00000	<del>م</del> د د د د		000000			2	: c o	0 C C 0
c 2 0 2 0 2 0 2						د د د ک	د د د د د د	C C CC24 O D	000 020 020 020		ی به د به د		 					د. د د د	0 0 0		2
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	, , , , , , , , , , , , , , , , , , ,		°°,	• •			° c c c c c c c c c c c c c c c c c c c	2 C 2 2 C 2 C 0 C 0 C 0	6 8 0 0 0 0 0 0 0 0				6 7 7 6 6 7 7 6			ن ب د		2	۰ ۲	:	2 2 2 2

47

(b)

(a)

Figura 4.3 - Interpolação de um MF pela técnica de funções ponderadas

- (a) Pontos discretos considerados
- (b) Representação 3D da função obtida



Figura 4.1 - Rastreamento de franjas



Figura 4.2 - Digitalização de um MF com mesa digitalizadora

# ANALISE DE ERROS

Neste capítulo são abordados aspectos relacionados com a avaliação dos erros e sua propagação nos métodos desenvolvidos neste trabalho. Inicialmente são efetuadas algumas considerações acerca do procedimento empregado para sua determinação. Na seqüência, são avaliados os erros da autocalibração e no cálculo de deslocamentos e deformações pela metodologia desenvolvida.

5.1 - Considerações Preliminares

A forma clássica de estudar a propagação de erros em uma grandeza determinada indiretamente por meio de uma expressão, baseada na medição de uma série de outras grandezas primitivas, é através da diferencial total desta expressão /32/. Seja G uma grandeza determinada

por:

$$G = f(x_1, x_2, x_3)$$

G

Os erros máximos possíveis serão calculados por meio de sua diferencial total, isto é:

$$\Delta G = \left| \frac{\partial}{\partial x_1} f \right| \Delta x_1 + \left| \frac{\partial}{\partial x_2} f \right| \Delta x_2 + \left| \frac{\partial}{\partial x_3} f \right| \Delta x_3 \quad (5.1)$$

x1, x2 e x3 são as grandezas primitivas medidas individualmente;

 $\Delta x_1$ ,  $\Delta x_2$  e  $\Delta x_3$  são as incertezas inerentes a cada medição individual de x1, x2 e x3;

ΔG é a incerteza resultante na determinação da grandeza

A expressão 5.1 é apropriada para o cálculo do erro máximo em uma grande parte das aplicações de ordem prática que envolvem a medição indireta de grandezas. Entretanto, nos casos autocalibração e na determinação da de deslocamentos è deformações pela holografia, o cálculo destas grandezas não aparece naturalmente de forma explícita, sendo necessária a solução de um sistema de equações. Esta restrição torna pouco atrativo o uso direto da expressão 5.1 para o cálculo da propagação de erros, principalmente quando se leva em conta que o uso do método dos mínimos quadrados para a solução deste sistema aumentaria consideravelmente a complexidade das expressões explicitadas para o cálculo das coordenadas, deslocamentos ρ deformações.

Para avaliar a incerteza do método da autocalibração e da determinação dos deslocamentos, deformações e tensões, foi empregada uma forma de simulação numérica: Um erro aleatório de magnitude típica foi introduzido em cada variável independente, isto é, em cada variável que seria diretamente medida. Por meio de recursos estatísticos, a dispersão resultante da grandeza dependente foi quantificada. Desta forma, é possível determinar numericamente a incerteza das coordenadas na autocalibração, e da determinação de deslocamentos e deformações.

5.2 - Simulação do Método da Autocalibração

Com o propósito de comprovar a validade dos princípios formulados para o método da autocalibração, testar sua eficiência e avaliar o nível de erros envolvidos, apresenta-se um exemplo simulado numericamente, e discute-se os resultados alcançados. Em uma primeira etapa, são simulados dados livres de erros e o enfoque é concentrado sobre a eficiência da convergência do método e o nível de erros atingido. Na etapa subsequente, são também simulados erros aleatórios nos próprios dados e os erros totais do método são novamente avaliados /28/



5.2.1 - Simulação do campo de deslocamentos

A figura 5.1 ilustra a situação selecionada para simulação. O padrão de deslocamentos é aqui representado por meio de um cubo de 200 mm de lado, onde sobre três de suas arestas simulam-se três deslocamentos 👘 triangulares campos de orientados unidirecionais, segundo direcões mutuamente ortogonais. A forma triangular foi escolhida apenas POr simplificar a simulação, embora qualquer outra forma pudesse ser selecionada.

O deslocamento nas arestas ativas é nulo no ponto A, e linearmente quando se avança na direção cresce da outra extremidade, ate o valor máximo de 5  $\mu$ m. Esta forma espacial do padrão de deslocamentos foi adotada em função de certas facilidades construtivas tendo em vista a materialização física protótipo. Adicionalmente, esta disposição de um gera deslocamentos em direções ortogonais, o que favorece a solução matemática equacionada para o método da autocalibração.

O campo de deslocamentos esquematizado na figura 51, pode ser simulado por meio das expressões abaixo: (todas expressas em mm)

ao	longo	da linha AB:	
	× =	0 a 200	U = 0
	y =	200	$V = (200 - x) 2,5 10^{-5}$
	z =	200	ω = 0
ao	longo	da linha AC:	
•	х =	200	U = 0
	у =	0 a 200	V = 0
	- z =	0	$W = (200 - y) 2.5 10^{-5}$
ao	longo	da linha AD:	
	× =	200	$U = (200 - z) 2,5 10^{-5}$
	у =	200	V = 0
	, z =	0 a 200	ω = Ο

5.2.2 - Disposição espacial da montagem

O padrão de deslocamentos simulado foi posicionado de modo alinhado com os eixos coordenados, como mostra a figura 5.1. As disposições aqui assumidas aproximam-se bastante de valores típicos de uma montagem holográfica real. As coordenadas do ponto de iluminação foram assumidas em toda a simulação como invariavelmente sendo:

> xo = 500 mm yo = 700 mm zo = 100 mm

A posição simulada para o ponto de observação foi: xi = 400 mm yi = 800 mm zi = 600 mm

5.2.3 - Determinação da ordem de franja

Em um problema típico, as coordenadas do ponto de observação são as incógnitas a determinar pelo método da autocalibração. No passo inicial da simulação, entretanto, esta posição é assumida como conhecida e, em função desta, são calculados no sentido inverso os demais dados relacionados. Na etapa final, as coordenadas do ponto de observação são consideradas como se fossem desconhecidas, e como resultado final desta simulação, estas mesmas coordenadas devem ser recuperadas, tendo-se assim uma medida dos erros do método

Na primeira etapa da simulação, a ordem de franja é calculada em função do campo de deslocamentos conhecido, das posições da fonte de iluminação e do observador e do comprimento de onda do laser utilizado ( $\lambda = 0,6328 \ \mu m$ ), para qualquer ponto sobre o padrão de deslocamentos, por meio da expressão 2.2, reescrita para um ponto k genérico na forma:

 $OF(k) = \frac{1}{\lambda} \left[ Uk \quad Pxik + Vk \quad Pyik + Wk \quad Pzik \right] (5.1)$ 

#### 5.2.4 - Resultados da simulação

Os dados e a disposição espacial acima apresentados foram utilizados para esta simulação do método da autocalibração. O método de solução empregado em todos os casos foi o da aproximação interativa do sistema original por um sistema linear, até que a convergência final seja atingida. Este processo foi descrito em mais detalhes no capítulo 3.

Em todos os casos, o ponto de partida, isto é, a estimativa inicial para as coordenadas do ponto de observação, foi de (500, 500, 500) Diversos casos foram avaliados, onde procurou-se simular condições bastante realísticas:

## a)Dados livres de erros

Um total de sessenta pontos regularmente distribuídos ao longo do padrão de deslocamentos, sendo vinte em cada aresta ativa, foram usados para o cálculo das respectivas ordens de franja. Estes cálculos foram efetuados usando-se um có-processador matemático de 80 bit, de forma que pode-se afirmar que os dados gerados e os cálculos efetuados apresentam erros numéricos desprezíveis.

Apenas três passos foram suficientes para que o algorítmo atingisse o erro quadrático de 10<sup>-20</sup> mm<sup>2</sup>, quando comparado com a solução exata:

> xi = 400yi = 800zi = 600

## b)Erros aleatórios na ordem de franja

Com a finalidade de simular os erros aleatórios normalmente presentes na aquisição das ordens de franja, um erro aleatório, com desvio padrão de 0.05 da ordem de franja, foi introduzido em cada ordem de franja calculada para os mesmos sessenta pontos. Este nível de erro foi considerado bastante realístico e compatível com os métodos de digitalização de imagens /1 e 3/

Neste caso, o método convergiu em quatro passos, levando ao resultado:

> xi = 401,8 yi = 797,2 zi = 603,0

Este ponto encontra-se a uma distância de 4,5 mm (0,4% da sua distância à orígem) do ponto teoricamente esperado, formando um ângulo com a solução teoricamente esperada de apenas 14', o que para fins práticos, não é nada significativo.

c)Deslocamento ao longo de uma única direção

Vinte pontos ao longo da mesma aresta ativa (AB) do padrão de deslocamento foram utilizados nesta situação. Nenhum erro aleatório foi simulado nos dados gerados. Devido ao péssimo condicionamento matemático do sistema neste caso (sistema quase singular), não foi atingida covergência em 25 passos.

d)Deslocamentos ao longo de duas direções ortogonais

Quarenta pontos foram utilizados ao longo de duas arestas ativas (AB e AC); correspondendo a deslocamentos nas direções y e z respectivamente, o resultado obtido foi bastante bom para duas coordenadas, e completamente errado para a coordenada z:

> xi = 400,0 yi = 799,8 zi = 153512

e)Deslocamentos em apenas três pontos

Apenas três pontos foram usados, porém um em cada direção (x, y e z), e não foram considerados erros aleatórios. A convergência não foi tão rápida, mas os resultados corretos foram atingidos em cinco passos, com níveis de erro desprezíveis.

f)Erro no padrão de deslocamentos de + 1%

Um erro sistemático de + 1% foi introduzido no deslocamento gerado pelo padrão de deslocamentos em todos os 60 pontos considerados no caso a A convergência se deu em três passos para o ponto:

> xi = 396 yi = 792 zi = 594

Este ponto situa-se a uma distância de 10,6 mm da posição nominal (0,9 % da sua distância até a orígem), porém situa-se exatamente sobre a reta que passa pela origem e pela solução nominal. Isto é, estes dois vetores são colineares, formando um ângulo nulo entre si, o que não altera o vetor sensibilidade por eles determinado.

5.2.5 - Conclusão

O método apresenta uma boa convergência matemática desde que os pontos considerados sejam suficientemente separados no espaço, de modo a resultar em vetores sensibilidade não todos paralelos, ou quase paralelos, ao mesmo tempo. Vetores sensibilidade paralelos tornariam o sistema 2.2 indeterminado, uma vez que a matriz seria singular. No caso de vetores quase paralelos, a matriz do sistema seria quase singular, levando a um resultado fortemente influenciável por erros numéricos.

A proposta da figura 5 1 pode ser adotada, uma vez que sua forma espacial fornece a condição requerida, isto é, os pontos sobre o padrão de deslocamentos são suficientemente espalhados, quando comparados com as dimensões típicas de uma montagem holográfica.

Os testes simulados mostraram que é possível determinar indiretamente as posições dos pontos de observação real e virtuais através do método proposto. Os resultados atingidos nesta simulação foram considerados bastante bons. Para dados espacialmente separados e sem erros, os resultados coincidiram com os teoricamnete esperados. No caso em que erros aleatórios estejam presentes, o erro na determinação do ponto de observação tende a crescer, porém espera-se que este seja drasticamente reduzido quando forem considerados um número maior de pontos sobre o padrão de deslocamentos.

O método comprovadamente não leva a bons resultados quando os dados disponíveis não forem suficientemente separados, como mostra os casos c e d. A situação f mostra que erros sistemáticos no padrão de deslocamentos, desde que de mesmo valor em cada direção, provocam erros na determinação da posição do vetor que caracteriza o ponto de observação, mas não alteram a sua direção. Esta propriedade assegura que bons resultados serão ainda atingidos mesmo quando erros desta natureza ocorram.

Conclui-se então que, o método em si leva a resultados bastante satisfatórios e apresenta rápida convergência matemática

53 - Análise de Erros no Cálculo de Deslocamentos e Deformações Partindo da FOF

No Capítulo 4 foram desenvolvidas as expressões para o cálculo dos deslocamentos e deformações partindo da Função Ordem de Franja (FOF). A solução do sistema 4.12 determina os valores para U, V e W e as suas derivadas em relação a X e Y. O cálculo da propagação dos erros neste procedimento é de natureza bastante complexa, face às inúmeras variáveis envolvidas e à forma algébrica deste sistema de equações.

A análise da propagação de erros na determinação do vetor deslocamentos e suas derivadas foi efetuada numericamente Valores típicos para as incertezas de cada variável independente /9/ foram introduzidos na forma de uma distribuição. Gaussiana Foram então efetuadas análises em diferentes situações, conforme detalhado na seqüência.

Adicionalmente, a análise dos erros introduzidos nas expressões 4.17 para o cálculo de ɛ×, ɛy e ɣ×y foi também efetuada, sendo seus resultados simultaneamente comparados com os das expressões 4.12.

5.3.1 - Modelo Simulado

O campo de deslocamentos simulado consiste de uma placa circular rigidamente engastada nas bordas, com espessura constante, e submetida a uma carga uniformemente distribuída como mostra a figura 5.2. As dimensões adotadas e as expressões para o cálculo dos deslocamentos U, V e W estão também representados nesta figura. As expressões para U e V foram determinadas a partir de W, considerando a teoria das placas /22, 34 e 35/:

$$U = 10 [1 - (\frac{x^{2} + y^{2}}{R^{2}})] \frac{x e}{R^{2}}$$
$$V = 10 [1 - (\frac{x^{2} + y^{2}}{R^{2}})] \frac{y e}{R^{2}}$$
$$W = 5 [1 - (\frac{x^{2} + y^{2}}{R^{2}})]^{2}$$

(5.2)

onde:

x, y e z: são as coordenadas espaciais (mm) R é o raio da placa (mm) e é a espessura da placa (mm)

U, V e W são as componentes do vetor deslocamento ( $\mu$ m) Neste caso, o deslocamento máximo no centro é de 5  $\mu$ m

Para os fins desta simulação, foi escolhida uma montagem holográfica considerada típica. A origem do sistema de coordenadas global foi situado sobre o centro da placa circular A disposição geral e as coordenadas do ponto de iluminação, bem como de cada um dos quatro pontos de observação estão representadas na figura 5.3.



59

Figura 5.3 - Disposição espacial da simulação.

A ordem de franja e suas derivadas foram calculadas a partir da expressão:

 $FOF(x,y) = \frac{1}{\lambda} \left[ U(x,y) \quad pxi(x,y) + V(x,y) \quad pyi(x,y) + W(x,y) \quad pzi(x,y) \right]$ (5.3)

Todos os resultados obtidos neste item foram calculados a partir de uma análise estatística efetuada diretamente sobre as soluções obtidas por meio das equações 4.12 e 4.17, quando aplicados sobre suas variáveis independentes erros distribuidos de forma Gaussiana com magnitude típica. Para cada parâmetro de interesse, foram determinadas as médias e quantificadas as respectivas dispersões. Para todos os casos desta simulação, estas análises estatísticas foram efetuadas sobre um total de 100 amostras, numero constatado como representativo para esta situação, face a excelente repetibilidade dos resultados.

5.3.2 - Dados sem erros aleatórios

Nesta condição, nenhum tipo de incerteza foi artificialmente introduzida sobre os dados primitivos, isto é, não foi simulado nenhum tipo de distribuição sobre as variáveis independentes. Os resultados obtidos das equações 4.12 e 4.17 devem reproduzir com certa fidelidade a solução analítica do problema. O ponto selecionado para a análise foi x = -25 e y = -15 (mm), escolhido por apresentar valores médios e não nulos para as diversas grandezas envolvidas.

A coluna (a) da tabela 5.1 apresenta os valores calculados analiticamente para os deslocamentos, suas derivadas e para as deformações  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$  e  $\gamma_{xy}$ , no ponto acima citado.

Os valores determinados para este ponto, nestas condições para U, V, W,  $\frac{\partial}{\partial x}$  U,  $\frac{\partial}{\partial x}$  V,  $\frac{\partial}{\partial x}$  W,  $\frac{\partial}{\partial y}$  U,  $\frac{\partial}{\partial y}$  V,  $\frac{\partial}{\partial y}$  W,  $\varepsilon_{\rm Xm}$ ,  $\varepsilon_{\rm Ym}$  e  $\gamma_{\rm Xym}$ , calculados a partir das equações 4.12, e para  $\varepsilon_{\rm Xf}$ ,  $\varepsilon_{\rm Yf}$  e  $\gamma_{\rm Xyf}$  (deformações calculadas a partir da curvatura) determinados a partir de 4.17, estão listados na tabela 5.1, na coluna (b).

Tabela 5.1 - Resultados da análise numérica de erros:

(a) - Solucão analítica

(b) - Solucão numérica

(c) - Pontos de observação e iluminação ( $2\sigma = 10 \text{ mm}$ )

(d) - Funcão ordem de franja ( $2\sigma = 0.2 \text{ DF}$ )

(e) - Translacão da funcão ordem de franja em X e Y ( 20 = 0 5 mm)

(f) - Combinação de erros

	-		r	1	T	1			T T	1			T			
	ا ۴	-0.24±0.08	-0.15±0.15	1.69±0.03	-0.5±1.0	-6.0±2.0	143.2±0.5	-6.0±1.5	5 5 1 1 2 1 2	86.0±0.7	-0.5±1.0	5.5±2.5	-12.0±2.5	-1.00±0.25	5.60±0.15	-11.85±0.15
×	Ð	-0.25±0.10	-0.15±0.20	1.68±0.05	-0.5±2.5	-5.5±5.0	143±1	-6.0±3.5	5.0±6.5	86±2	-0.5±2.5	5.0±6.5	-12.0±6.0	-1.1±0.6	5.6±0.4	-11.9±0.5
-	q	-0.24±0.06	-0 15±0 09	1.68±0.02	-0.58±0.01	-5.85±0.02	143.3±0.06	-5.850±0.004	5.66±0.04	85.9±0.1	-0.57±0.01	5.66±0.04	-11 70±0.01	-0.970±0.001	5.620±0.001	-11.88±0.001
	U	-0.228±0.004	-0.138±0.007	1.683±0.003	-0.50±0.35	-5,85±0.55	143.3±0.2	-5.8±0.2	5.65±0.30	B5.9±0.2	-0.50±0.35	5 65±0 30	-11.70±0.60	-0.97±0.01	5.619±0.006	-11.88±0.01
•	p	-0.229	-0.138	1.683	-0.58	-5.85	143.3	-5.85	5,65	86.0	-0.58	5.66	-11.71	-0.97	5.62	-11 88
	T	-0.229	-0.138	1.683	-0.59	-5.85	143.3	-5.85	5.65	86.0	-0.58	5.66	-11.70	-0.58	5 66	-11.70
		Þ	>	з	S §	s ş	s ×	୶୲ୢ୕୶	<u>s</u> S	<u>Me</u>	¥ پ×	× E K	Y XY	L V V	¢ F	Y × Y

Praticamente não se nota diferenças nos deslocamentos e suas derivadas calculados pelo método proposto em relação à solução analítica. Uma certa diferença é encontrada no cálculo das deformações calculadas a partir da curvatura ( $\varepsilon_{xf}$ ,  $\varepsilon_{yf}$  e  $\gamma_{xyf}$ ) pela expressão 4.17, uma vez que as hipóteses pertinentes à esta formulação não são perfeitamente válidas neste caso, isto é, as componentes do deslocamento no plano não são praticamente nulas, e nem a iluminação é paralela e o observador é considerado distante. Porém, em termos qualitativos esta diferença não é tão significativa, como será visto mais adiante.

5.3.3 - Coordenadas dos pontos de observação e iluminação com erros aleatórios

Um erro com distribuição Gaussiana foi introduzido m cada uma das coordenadas dos pontos de observação, e, ao mesmo tempo, nas coordenadas do ponto de iluminação. Um desvio padrão de 5 mm (±  $2\sigma$  = ± 10 mm) foi introduzido em cada variável. Nestas condições, os deslocamentos, derivadas e deformações foram calculados num total de 100 vezes, e sua distribuição estatística analisada, levando aos resultados listados na tabela 5.1 na coluna (c). O resultado base corresponde à média dos 100 valores, enquanto que a dispersão corresponde à faixa com 95% de probalidade de enguadramento  $(1,96 \circ)$ .

Estes resultados permitem concluir que uma incerteza no conhecimento das coordenadas do ponto de iluminação e dos pontos de iluminação da ordem de ± 10 mm não afeta significativamente o valor calculado para os deslocamentos. Seu efeito sobre as derivadas com respeito a x e y é sensilvemente maior, o que consequentemente refleie sobre as deformações calculadas a partir das derivadas de U e V ( $\varepsilon_{xm}$ ,  $\varepsilon_{ym}$  e  $\gamma_{xym}$ ). Como a componente normal do deslocamento (W) é significativamente maior que as demais, o efeito desta incerteza sobre suas derivadas não se mostra tão pronunciado.

As deformações calculadas a partir da curvatura, calculadas pela 4.17, continuam apresentando o msmo erro
sistemático em relação ao valor analítico, porém sua dispersão mostrou-se sensivelmente menor

5.3.4 - Erro aleatório na Função Ordem de Franja (FOF)

Devido a circunstâncias experimentais, é provável determinar a FOF dentro de uma certa incerteza. Esta indeterminação se propaga e vem refletir-se sobre o cálculo dos deslocamentos e deformações.

Neste ponto, um erro com distribuição Gaussiana de magnitude  $\pm$  0.2 ordens de franja ( $\pm$  2 $\sigma$  =  $\pm$  0.2 OF) foi artificialmente introduzido na FOF. Nestas condições, avaliou-se as médias e dispersões nos deslocamentos, derivadas e deformações, sendo encontrados os valores listados na tabela 5.1 na coluna (d).

Nota-se que, neste caso, praticamente mesma а influência é sofrida pelos deslocamentos, e suas derivadas e deformações calculadas a partir das derivadas de U e V, embora as dispersões não sejam tão elevadas. Como fica evidenciado neste exemplo, as deformações calculadas a partir da curvatura não são afetadas em função de um erro absoluto na ordem de franja, isto. quer dizer que, por este método, não há necessidade do conhecimento da ordem de franja absoluta para a sua determinação. Esta é uma característica interessante da holografia.

5.3.5 - Erro na posição do ponto medido sobre a superfície

Em função de erros introduzidos pelos processos de digitalização de imagens, casualmente por um erro de definição dos limites da região de interesse, ou mesmo em funcão dos próprios erros introduzidos pela distorção causada pelà perspectiva, o mapa de franjas é digitalizado deslocado em relação ao sistema de coordenadas considerado, isto é, um erro de translação no plano é introduzido na FOF. Este erro pode assumir valores diversos para cada imagem digitalizada por um ponto de observação diferente.

A simulação deste erro foi aqui efetuada e estudada. Um erro aleatório de dispersão ± 0,5mm (cerca de 0,5%) foi introduzido nas posições x e y do ponto sobre a peça, possibilitando que sua ordem de franja e derivadas fossem determinadas de forma transladada. Este erro foi simulado de forma independente para cada ponto de observação.

A coluna (e) da tabela 5 1 traz os valores encontrados para as componentes do deslocamento, suas derivadas e deformações. A dispersão sobre os deslocamentos é sensivelmente maior que no caso anterior, porém assume proporções drásticas para suas derivadas e, conseqüentemente, para as deformações calculadas a partir das derivadas de U e V.

Embora ainda apresentando um erro sistemático em relação ao valor analítico, as deformações calculadas a partir da curvatura ( $\varepsilon \times f$ ,  $\varepsilon y f$  e  $\gamma \times y f$ ) foram sensivelmente menos afetadas pelo erro de translação da FOF, especialmente do ponto de vista qualitativo. Esta característica torna esta forma de cálculo de deformações bastante interessante para problemas que envolvam uma grande componente de flexão.

5.3.6 - Simulação combinada

Os diversos erros anteriormente estudados provocam efeitos de natureza diversa sobre os deslocamentos e deformações. Na presente simulação, valores considerados típicos para estes erros foram simultaneamente introduzidos em cada variável independente. Estuda-se a influência da combinação destas incertezas sobre os deslocamentos, derivadas e deformações.

Neste caso, foram consideradas as seguintes magnitudes (20) de erros com distribuição Gaussiana:

- posição dos pontos de observação: ± 10 mm em cada coordenada
- posição da fonte de iluminação: ± 1 mm em cada coordenada
- erro absoluto de ± 0,2 ordens de franja na FDF
- erro de translação na FOF de ± 0,4 mm

Os dados referentes à esta simulação estão listados na tabela 5.1 na coluna (f). As dispersões encontradas na determinação do deslocamento assumiram valores ainda toleráveis as dispersões sobre as derivadas, principalmente Porém respeito a x e y, apresentaram-se excessivamente elevádas, o que é diretamente refletido sobre as deformações calculadas a partir destas derivadas. Tais dispersões não se manifestam de forma tãn intensa nas deformações calculadas a partir da curvatura, determinadas pela expressão 4.17.

5.3.7 - Análise comparativa das deformações

A tabela 5.2 mostra uma análise comparativa entre às deformações calculadas de diversas maneiras e em diversas posições sobre a superfície da placa. Além das coordenadas x e y do ponto sobre a placa, a tabela 5.2 traz as componentes do deslocamento U, V e W, as deformações calculadas a partir das derivadas de U e V ( $\varepsilon_{xm}$ ,  $\varepsilon_{ym}$  e  $\gamma_{xym}$ ), calculadas pelas equações 4 12, as deformações calculadas a partir da curvatura para observador no infinito  $\varepsilon_x^{\infty}$ ,  $\varepsilon_y^{\infty}$  e  $\gamma_{xy}^{\infty}$ , determinadas por 4.17, e as deformações calculadas a partir da curvatura para o observador próximo  $\varepsilon_x^{T}$ ,  $\varepsilon_y^{T} = \gamma_{xy}^{T}$  determinadas por 4.22, 4.23 e 4.24 respectivamente.

Da análise da tabela 5.2, conclui-se que existe um erro sistemático no cálculo das deformações calculadas a partir da curvatura, principalmente quando as componentes do deslocamento no plano (U e V) são mais intensas, situação onde as hipóteses consideradas na expressão 4.17 não são mais válidas. Entretanto, este erro sistemático não se mostrou superior a 0,5  $\mu$ m/m em nenhum ponto analisado.

A análise comparativa entre as deformações calculadas a partir da curvaturapara o observador no infinito em relação às calculadas para um observador próximo, mostrou que, de fato, há uma melhora quando se consideram os termos adicionais das equações 4 22 a 4 24. Contudo esta diferença não é significativa,

Placa circular sobre carga uniforme distribuida ł ດ ເມ Tabela

Análise comparativa de deformações

พ/พศ m∕m4 พ/พศ m∕mน w∕шr1 m∕шr พ/พศ พ/พฑ พ/พศ Ē E Ē En Е 80 . -3.96 -19.72 -19.83 -3,80 -19.51 0.73 -3.70 -0.15 -0.15 -3.70 67.E-រា ល -រក ល 4 -11.88 -0.80 -11.80 -11.71 -0.97 -0.58 5.62 5.60 **1**.68 5.66 -0.23 -0.14 រា ខ្លាំ រព ល រ 3.02 В.79 8.79 -7.20 8.72 8.59 80 -0.18 -0.18 -7.02 B 77 -7.09 -15 57 ŝ 00.00 3.95 00.00 14.05 14.12 10.63 -0.03 10.54 -0.17 14.11 10.59 -0.21 -15 Ö 00'0 00.00 3.95 14.05 0.06 0.01 14.05 10 33 10.54 10.48 14.04 -0.21 -15 0 00.00 00.00 5.00 00.00 15.88 15.80 15.80 00.00 00.00 15.86 15.86 15.87 0 Ò 8 X \* ارخ بخ × ا× × ار× 8 X X 8 ×. د \* \* ر×۱ <sub>ట</sub>> ر ک w<sup>×</sup>, ر سک × ⊃ > × З

podendo mesmo ser desprezada neste caso: isto é, pode-se afirmar que praticamente não compensa aumentar drasticamente a complexidade dos cálculos necessários para o observador próximo em função de uma melhora não superior a 0,3 µm/m.

Neste exemplo, foram usados valores típicos para as posições dos observadores e do ponto de iluminação /9/. Nestas condições, não parece vantagem efetuar a compensação para o observador próximo. Entretanto, esta conclusão não pode ser generalizada para qualquer situação. Tratando-se de peças a medir relativamente grandes, ou observador ou iluminação muito próximos, é necessário rever estas considerações.

5.3.8 - Conclusões

A principal fonte de erros na determinação dos deslocamentos e deformações calculadas a partir das derivadas de U e V é a translação da função ordem de franja, seja provocada por erros na definição dos limites da região a digitalizar, ou seja provocada pelos erros de distorção introduzidos pela perspectiva. Em decorrência destes erros, os resultados calculados para estas deformações podem apresentar dispersões da ordem de até ± 3 μm/m. Nestas condições, as dispersões encontradas nas deformações calculadas a partir da curvatura - são sensivelmente menores, atingindo níveis da ordem de  $\pm$  0,3  $\mu$ m/m, embora estejam presentes erros sistemáticos quando existem componentes do deslocamento no plano.

Os erros introduzidos nas expressões 4.12 e 4.17 para o cálculo de deslocamentos, derivadas e deformações são relativamente pouco influenciados pelos erros nas coordenadas do ponto de iluminação e nas coordenadas dos pontos de observação. Seu efeito manifesta-se principalmente sobre as derivadas com respeito a x e y, e é muito menos crítico sobre as deformações calculadas a partir da curvatura.

O nível das indeterminações introduzidas pela autocalibração, desde que mantido dentro dos valores considerados no ítem 5.2, não deverão provocar erros expressivos sobre as

deformações calculadas a partir da curvatura.

Em condições típicas de montagens holográficas, pouco se ganha ao compensar a proximidade do observador ou da iluminação por meio das expressões 4.22 a 4.24.

5.4 - Análise dos Erros Introduzidos pela Interpolação da Ordem de Franja

Para interpolação efetuar uma bidimensional Função Ordem de Frania (FOF) satisfatória da sobre toda a superfície analisada, procurou-se aplicar diversos métodos convencionais de interpolação, como a Spline cúbica 2D, o método de Coons e Bezier /36 e 37/. Entretanto, nenhum método pesquisado atendeu plenamente as exigências requeridas para a interpolação seguintes condições devem da FDF, tendo em vista que as ser obedecidas:

- a FDF deve ser contínua em todo o domínio;

 as primeiras e segundas derivadas da FOF também devem ser contínuas no domínio;

 a disposição dos pontos experimentais sobre o domínio não deve obedecer nenhum tipo de restrição, isto é, os pontos não precisam estar necessariamente dispostos sobre uma malha regular;

- a função resultante deve ser suficientemente flexível a ponto de representar bem qualquer tipo de FOF

Para atender plenamente esta finalidade, foi desenvolvido um novo método de interpolação denominado de "Método de Interpolação por Funções Ponderadas" /27/

Para caracterizar de forma quantitativa e qualitativa o desempenho deste método, é efetuada uma avaliação para uma condição simulada. A avaliação consiste em partir de um campo de deslocamentos analiticamente descrito, e, através de um algorítmo apropriado, simular as posições das franjas de interferência para cada um dos quatro pontos de observação considerados. Cada mapa de franjas é interpolado a partir das coordenadas de pontos situados nos centros das franjas, ou seja, da mesma forma como seria efetuado em uma situação experimental. Após montada a função de interpolação, para cada mapa correspondente a cada ponto de observação, são comparados os valores calculados para o deslocamento pelas equações 4.12 e 4.17 com os valores analíticos do campo de deslocamento considerado.

Para esta simulação foi escolhida a mesma situação estudada no ítem 5.3, isto é, a placa circular engastada submetida a um carregamento uniforme, e os mesmos pontos de observação e iluminação (fig. 5.2 e 5.3). A região de 90 x 70 mm simétrica e alinhada com o centro da placa foi considerada em todos os casos a seguir analisados (fig. 5.3).

5.4.1 - Solução analítica do problema

A solução analítica deste problema (equações 5.2) está graficamente representada na forma de curvas de deslocamentos constantes, derivadas constantes e deformações constantes, como mostram as figuras 5.4, 5.5 e 5.6. Estas curvas foram traçadas por um mesmo algorítmo de curvas de nível que será usado nos demais ítens. Os numeros assinalados sobre as linhas correspondem ao deslocamento em  $\mu$ m, às derivadas expressas em  $\mu$ m/m, e as deformações expressas em  $\mu$ m/m ( $\mu$  $\varepsilon$ ).

5.4.2 - Deslocamentos e deformações calculadas a partir das derivadas de U e V

Os mapas de franja gerados e interpolados para o presente exemplo foram empregados juntamente com as equações 4.12 e as coordenadas dos pontos de observação e iluminação. Cada mapa foi interpolado segundo uma malha de 7 x 7 elementos de grau 3 pelo método de interpolação por funções ponderadas /27/.

Os deslocamentos, derivadas e deformações determinadas a partir das derivadas, foram calculados para um certo número de pontos sobre o domínio, sobre os quais foram traçadas as curvas



Fig. 5.4 - Placa circular ~ Solução analítica /34/

- (a) deslocamento U ( $\mu$ m)
- (b) deslocamento V ( $\mu$ m)
- (c) deslocamento W ( $\mu$ m)



Fig. 5.5 - Placa circular - Solução analítica /34/

(a)	derivada	0 W 0 x	(µm/m)
(Ь)	derivada	<del>d</del> W dy	(µm/m)



(,b,)



(a)	deformação	Ех	(µm/m)
(ь)	deformação	εγ	(µm/m)
(c)	deformação	үху	(µm/m)

de deslocamentos, derivadas ou deformações constantes ilustradas nas figuras 5.7 a 5.9.

A interpolação destas funções introduziu um determinado nível de erro nestes resultados. Qualitativamente nota-se que em função dos erros introduzidos pela interpolação por funções ponderadas, as componentes U, V e W do deslocamento foram muito pouco afetadas (fig. 5.7). Também são bastante reduzidos os erros introduzidos nas derivadas da componente W em relação a x e y (fig. 5.8), uma vez que esta grandeza assume níveis proporcionalmente mais elevados neste caso.

As derivadas das componentes U e V em relação a x e y sofreram maior perturbação, principalmente próximo ao contorno do domínio (fig. 5.9). Este comportamento em parte pode ser explicado por se tratarem de regiões extremas, onde a interpolação não se dá de forma muito eficiente. Estes erros se refletem diretamente sobre as deformações calculadas a partir das derivadas.

5.4.3 - Deformações calculadas a partir da curvatura

No caso da determinação das deformações calculadas a partir da curvatura, isto é, da segunda derivada da FOF, ficou evidente a grande sensibilidade do método de interpolação com relação à discretização do domínio. A segunda derivada da função ordem de franja interpolada pela técnica de IPF é fortemente influenciada pelo número e grau dos elementos empregados.

Inicialmente as deformações calculadas a partir da curvatura foram determinadas pelas equações 4.17 com uma malha de 4 x 4 elementos de terceiro grau (FOF 443) /27/. Os resultados das deformações  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$  e  $\gamma_{xy}$  são mostrados na figura 5.10 Nota-se que o aspecto qualitativo destas curvas sofreu distorções expressivas.

O uso de uma discretização de 4 x 4 elementos de quarto grau (FOF 444) levou a resultados excelentes, como mostra a figura 5.11. A semelhança destas curvas com a solução analítica é muito acentuada, e quantitativamente há excelente concordância.



Fig. 5.7 - Placa circular - Simulação

- (a) deslocamento U ( $\mu$ m)
- (b) deslocamento V ( $\mu$ m)
- (c) deslocamento W ( $\mu$ m)

/4



Fig. 5.8 - Placa círcular - Simulação

(a) derivada  $rac{\partial W}{\partial x}$  (μm/m) (b) derivada  $rac{\partial W}{\partial y}$  (μm/m)



Fig.	5.9	-	P1a	aca	circular		Simulação
		(	a)	de	formação	Ex.	(µm/m)

- (b) deformação  $\varepsilon_y$  ( $\mu$ m/m)
- (c) deformação  $\gamma xy$  ( $\mu$ m/m)



Fig. 5.10 -

Placa circular (FDF 443)

(a) deformação εx

(b) deformação  $\varepsilon$ y

(c) deformação  $\gamma \times y$ 

- Deformação

(µm/m)

 $(\mu m/m)$ 

 $(\mu m/m)$ 

ão devido

curvatura

à

Porém o uso de 7 x 7 elementos de quarto grau (FOF 774) levou a resultados bastante distorcidos, principalmente na região central. Este fato deve-se à ocorrência de um reduzido número de franjas e, consequentemente, dos pontos discretos considerados na interpolação para esta região.

Em função dos resultados obtidos, evidencia-se a necessidade de, ao se usar a técnica de IPF, escolher a discretização de forma cuidadosa e compatível com o tipo de mapa de franjas a interpolar. Mediante uma certa experiência, é possível atingir resultados excelentes, porém deve-se, sempre que possível, verificar esta escolha, por exemplo, variando a discretização do domínio e observando a repetibilidade ou não da FOF e suas derivadas em um certo número de pontos

5.4.4 - Conclusões

De posse das informações aqui levantadas, é possível concluir que a interpolação da FOF com a técnica de funções ponderadas /27/ é conveniente para a determinação do campo de deslocamentos. Para as derivadas das componentes não dominantes do deslocamento, os resultados podem apresentar certos erros, principalmente próximo às bordas do domínio. Para o cálculo das deformações a partir das derivadas de U e V, valem as mesmas observações anteriores.

Estes erros são muito menores para as derivadas da deformações componente dominante do deslocamento. Para as a partir da curvatura, os`résultados podem ser calculadas excelentes, desde que a escolha da discretização do domínio seia efetuada com um certo cuidado, procurando observar sua compatibilidade com a complexidade e forma do mapa de franjas em questão



Placa Fig. 5.11 -

circular (FOF 444)

Deformação devido à curvatura

(µm/m) (a) deformação εx (b) deformação Ey (µm/m) (c) deformação γ×y (µm/m)



Fig. 5.12 - Placa circular - Deformação devido (FOF 774)

(a)	deformação	Ex	(µm/m)
(Ь)	deformação	€у	(µm/m)
(° )	deformação	γ×y	(µm/m)

à

curvatura

## VERIFICACAO EXPERIMENTAL

Neste capítulo são avaliados através de experimentos o desempenho do método da autocalibração, e os erros encontrados na determinação de deslocamentos, derivadas e deformações a partir da FOF e suas derivadas.

Dois experimentos foram realizados com esta finalidade, sendo as grandezas envolvidas sempre determinadas por meio de um segundo sistema de medição convencional, para fins de comparação com os resultados experimentais.

Um primeiro experimento foi realizado com o auxílio de uma máquina de medir por coordenadas e teve por finalidade avaliar o desempenho do método de autocalibração aplicado à holografia. Este experimento é descrito no ítem 6.1.

Um segundo experimento foi realizado em duas étapas sobre uma mesma placa circular, engastada e submetida a uma pressão uniforme em uma das faces. Inicialmente, três pontos de observação foram considerados e nenhuma suposição foi feita acerca da direção dos deslocamentos presentes na superfície da placa. As deformações nesta placa foram medidas simultaneamente por extensômetros de resitência e pela holografia, calculadas а partir das derivadas do deslocamento no plano. Posteriormente, as deformações nesta placa foram também medidas pela holografia, apenas as deformações calculadas a partir considerando da curvatura, sendo a direção do deslocamento assumida conhecida. Este experimento é descrito em detalhes no ítem 6.2. 6.1 - Autocalibração

Para testar o método da autocalibração, é necessário o uso de uma montagem holográfica, cuja posição dos componentes e dos pontos de iluminação e observação estejam bem caracterizados e conhecidos. Como forma de avaliação global do método, são

comparadas as coordenadas dos pontos de observação determinadas pelo método da autocalibração, com o valor das coordenadas efetivamente medidas por um sistema de medição que possa ser considerada como padrão

6.1.1 - Repetibilidade do Padrão de Deslocamentos

O dispositivo padrão de deslocamentos, descrito no capítulo 3, deve ter seu campo de deslocamentos determinado com erro não superior a 0,02  $\mu$ m. Para assegurar tal característica, foram efetuados testes de repetibilidade e uma medição criteriosa de todo o campo de deslocamentos gerado em cada uma de suas vigas /43/.

Para determinar a repetibilidade do padrão de deslocamentos (PD), um experimento especial foi montado, como mostra a figura 6.1. Um espelho de planicidade adequada /44/ foi cuidadosamente colado na superfície externa de uma das vigas do Um interférômetro linear foi com PÐ. montado Ο Laser Interferométrico da Hewlett Packard, munido de uma placa de quarto de onda para dobrar a sensibilidade do sistema. Através do uso do modo alta resolução do cartão eletrônico do sistema /44/, foi possível finalmente atingir a resolução de 0,008  $\mu$ m.

Para elevar a estabilidade do PD, foi empregada uma fonte de corrente estabilizada, também da Hewlett Packard /45/, como forma de minimizar a influência da variação da resistência elétrica dos fios dos eletroímãs com a temperatura. Contatos elétricos de elevada qualidade foram utilizados para acionar os eletroímãs.

Este experimento foi realizado em uma sala com temperatura relativamente estável em  $22 \pm 1$  °C, e sobre uma mesa com isolamento contra vibrações. Uma série de cuidados adicionais foram tomados no sentido de favorecer as condições de desempenho do laser interferométrico, como por exemplo, fixação rígida de todos os componentes ópticos, minimização dos caminhos ópticos, redução da circulação do ar no ambiente e utilização de recursos computacionais para redução dos erros aleatórios /43/. Tais



Figura 6.1.a - Esquema do laser interferométrico (LI) para obter resolução de 8nm



Figura 6.1.b - Detalhe do interferometro (observar a polarização do prisma:  $\emptyset$  = Polarização vertical - feixe reflete  $\theta$  = Polarização horizontal - feixe passa.

recursos resultaram em uma excelente estabilidade para o sistema de medição

A existência de eventuais erros sistemáticos - como por exemplo o erro de cosseno em relação ao eixo definido pelo laser interferométrico, o erro na determinação do local de incidência do laser sobre o espelho colado na viga, ou influência das desde que constantes e estáveis condições ambientais, não invalida os resultados obtidos para a repetibilidade. Para as mesmas condições ambientais, o acionamento da viga do PD foi repetido cerca de trinta vezes. Os deslocamentos medidos levaram à dispersão de  $\pm$  0,006  $\mu$ m para 95% de probabilidade de enguadramento /43/.

6.1.2 - Calibração do Padrão de Deslocamentos

Para determinar todo o campo de deslocamentos sobre cada viga do padrão de deslocamentos, as vigas foram montadas paralelamente, e uma montagem holográfica especial foi efetuada, como mostra a figura 6.2. A disposição do ponto de iluminação e do ponto de observação em relação às vigas, foi selecionada de forma a proporcionar máxima sensibilidade da montagem holográfica na direção do deslocamento.

Esta montagem foi efetuada sobre o desempeno da Máquina de Medir por Coordenadas (MMC) Zeiss ZMC 550 CAA, e sobre condições de temperatura controladas em 20,0 ± 0,2 <sup>°</sup>C. As coordenadas dos pontos de iluminação, posição do holograma e posição da viga, foram determinadas pela MMC.

Uma vez obtida a holografia de dupla exposição, esta imagem foi fotografada (figura 6.3). Após revelada, e ampliada com o auxílio de um projetor de diapositivos, esta imagem foi digitalizada manualmente COM Ο auxílio de . uma mesa digitalizadora. Estes dados alimentaram um programa de computador que, partindo destes dados e da montagem holográfica, determinou forma o deslocamento em pontos discretos da viga. Estes dados postériormente empregados para interpolar polinômio um de terceiro grau que descreve o campo de deslocamentos para cada



Figura 6.2 - Montagem holográfica otimizada para calibração do padrão de microdeslocamentos



a) Digitalizapao da HOLOGRAFIA (ampliapao 1,769×)

Figura 6.3 - Calibração do padrão de deslocamentos

viga, com erro não superior a  $\pm$  0,02  $\mu$ m em relação aos dados disponíveis em cada ponto discreto sobre a viga.

Os polinômios que descrevem o deslocamento de cada viga foram introduzidos no programa de autocalibração.

6.1.3 - Verificação da Autocalibração

Para verificar a autocalibração, as vigas foram novamente montadas na disposição original, devidamente medidas em relação à montagem holográfica, e um segundo holograma foi obtido. Um espelho oblíquo foi usado para promover uma vista lateral do PD. Após a revelação do holograma, sua imagem foi fotografada, e foi também manualmente digitalizada, para as duas vistas.

Os dados referentes às posições e orientações das vigas e das direções do deslocamento e posição do ponto de iluminação, foram embutidos dentro do programa de autocalibração. As posições dos pontos de iluminação e central do padrão são:

ponto de iluminação:	(198 4,	-447.2,	-99.7)
ponto central do PD:	(276.9,	-6.2,	-214 1)

De posse destas informações, as coordenadas dos pontos de observação foram calculadas pela autocalibração e comparadas com as posições reais medidas pela MMQ:

ponto	de	observação	frontal:	(277.8,	-501.4,	-217.8)
ponto	de	observação	lateral:	(-80.5,	-510.6,	-181.3)

Após o processamento, verificou-se que em ambos os casos o algorítmo de autocalibração não convergiu. Erros aleatórios e sistemáticos no processo de digitalização da imagem, foram provavelmente as principais causas deste resultado.

Entretanto, observou-se que, igualmente em cada caso, as coordenadas divergiam migrando sempre sobre uma reta bem caracterizada:

para o ponto frontal:

	ſ	้ห	Ŧ	279.46	t	+	279.03	(1		t)
reta	{	У	=	-725.03	t	-	867.04	(1	-	t)
	l	z	=	-226.19	t	-	229.44	(1	_	t)

para o ponto lateral:

	ſ	х	Ŧ	-129.38	t		147.52	(1	- t)
reta	ł	У	=	-562.66	t	-	586 92	(1	- t)
	l	z	=	-182.76	ť	-	181.41	(1	- t)

Após uma análise mais criteriosa, verificou-se 50 tratar da reta que representa o lugar geométrico para ο qual o ponto de observação poderia se situar sem que Ο vetor sensibilidade fosse significativamente alterado. Em outras palavras, se o ponto de observação estiver em qualquer ponto desta reta. a medição do deslocamento será pouco ou nada alterada.

88

Considerando o ponto médio do PD e a posição do ponto de iluminação, verifica-se que um deslocamento no ponto de observação de 100 mm sobre as respectivas retas não causa uma variação angular superior a  $0.04^{\circ}$ na direção do vetor sensibilidade p. Esta condição praticamente assegura que qualquer ponto situado sobre esta reta e distante da solução exata de ± 100 mm não gera erros significativos sobre a medição de desloamentos e deformações pela holografia.

Verificou-se também que a distância destas retas aos respectivos pontos medidos pela MMC não são elevadas. O ponto de observação lateral, analiticamente determinado pela reflexão de um ponto medido sobre a superfície do espelho oblíquo, dista 9.2 mm desta reta. O ponto de observação frontal está a apenas 4.0 mm da respectiva reta.

Estes resultados foram considerados satisfatórios, uma vez que um erro na posiçãodos pontos de observação da ordem de 9 mm não afeta significativamente os deslocamentos e deformações, como visto no capítulo 5 6.2 - Deslocamentos e deformações em uma placa circular com carregamento uniformemente distribuído.

Uma placa circular de  $3.0 \pm 0.1$  mm de espessura foi fixa nas extremidades por meio de 6 parafusos, como mostra as figuras 6.4 e 6.5. Uma pressão de 0,250 ± 0,001 bar /38/ foi aplicada no interior do reservatório por meio de ar comprimido. Como resultado, uma campo de deslocamentos e deformações se desenvolveu na superfície externa da placa, o que foi medido e analisado neste experimento.

Quatro extensômetros de resistência foram instalados em determinadas posições da placa, com a finalidade de medir as componenetes radiais e tangenciais da deformação. Uma montagem holográfica com três espelhos oblíquos foi efetuada. Depois de empregada a autocalibração nesta montagem, foram medidas as deformações em um trecho da superfície da placa. As deformações determinadas a partir das expressões 4.12 e 4.17 foram comparadas com os resultados obtidos pelos extensômetros:

6.2.1 - Medição das deformações com extensômetros de resistência

Um extensômetro de resistência HBM tipo diafragma /39/, autocompensado para o aço, foi instalado na região central da placa, como mostra a figura 6.6. Uma roseta XY Kratos /40/, também autocompensada para o aço, foi instalada a 22 mm da região central, conforme iustrado na mesma figura.

A ponte amplificadora HBM KWS 3080 /41/, com incerteza de medição de ± 0.1%, foi empregada para medição destas deformações. Após devidamente instalados e testados, estes extensômetros foram zerados com o reservatório despressurizado. Após a pressurização, as deformações foram determinadas individualmente para cada extensômetro. Após cinco cilclos para cada extensômetro, as deformações foram determinadas como sendo:

UЭ



Figura 6.4 - Esquema geral do experimento



Figura 6.5 - Dimensões da placa circular

£1	=	11,1	±	0,7	$\mu$ m/m
E2	.=	12,7	· ±	0,7	µm/m
£3	=	0,6	t	0,7	µm∕m
84	Ξ	8,4	Ŧ	0,7	$\mu$ m/m

6.2.2 - Montagem holográfica

As figuras 6.4 e 6.7 mostram a disposição básica da montagem holográfica utilizada neste caso. Os dois espelhos laterais foram empregados com a finalidade de elevar a sensibilidade da medição na direção do eixo x. Similarmente, o espelho superior foi empregado para favorecer a medição da componente do deslocamento na direção do eixo vertical (y)

As posições do holograma, da fonte de iluminação, e da própria peca foram cuidadosamente medidas em relação às coordenadas definidas pela furação da própria mesa

Uma dupla exposição foi efetuada Durante a primeira exposição, o reservatório foi mantido pressurizado com 0,250 ± 0,001 bar. Na segunda exposição a pressão relativa no interior foi mantida em zero. Como resultado, franjas de interferência foram obtidas sobre toda a superfície da placa.

Os mapas de franjas de interferência obtidos (fig 6.8), correspondentes às vistas segundo cada um dos três espelho, foram individualmente fotografados na forma de diapositivos Estes mapas de franjas foram manualmente digitalizados, projetando-se sua imagem sobre uma mesa digitalizadora DIGIGRAF tamanho A2 /42/. Um algorítmo de correção da perspectiva foi empregado com a intenção de minimizar a distorção provocada por este efeito /9/.

6.2.3 - Autocalibração

Após efetuada a dupla exposição da placa, esta foi removida da montagem, e foi cuidadosamente substituída pelo dispositivo padrão de deslocamentos Nenhuma outra alteração foi efetuada na montagem. Novamente uma dupla exposição foi efetuada,

91

(centro na direção x) (centro na direção y) (lateral na direção x) (lateral na direção y)





Figura 6.8 – Mapa de franjas sobre a placa circular

e mapas de franjas obtidos.

AS padrão de imagens do deslocamentos foram fotografadas de forma alternada com as imagens da placa circular. A câmera fotográfica foi posicionada apenas uma vez para cada vista e, tanto a placa quanto o padrão foram fotografados sem а remoção da câmera da sua posição, havendo apenas a troca do holograma. Este procedimento assegura que os dados obtidos pela autocalibração referem-se ao mesmo ponto de observação pelo qual foi efetuada a fotografia do mapa de franjas da placa.

Os dados destas imagens também foram manualmente adquiridos por meio de projeção sobre uma mesa digitalizadora

Estes dados, juntamente com as posições da fonte de iluminação e da peça, alimentaram o algorítmo de autocalibração Neste caso, este método convergiu apenas para a vista frontal Para as demais vistas, somente as retas que contém o ponto de observação foram determinadas. Neste último caso, a determinação completa dos pontos de observação se deu baseada em informações adicionais acerca da coordenada z de cada ponto.

6.2.4 - Medição de deformações de flexão

Para a medição das deformações por meio das expressões 4.17, assume-se que as componentes U e V do deslocamento são desprezíveis em relação à W. Neste caso as deformações são calculadas a partir das segundas derivadas de W e da espessura da chapa. Como visto no capítulo 5, esta hipótese não é perfeitamente válida para este problema, porém a diferença não é muito acentuada na região central da placa, onde a componente W do deslocamento é dominante em relação às demais.

O encaminhamento natural para a análise deste problema sugere o uso de coordenadas polares. Entretanto, propositalmente este problema foi equacionado em coordenadas retangulares com a intenção de avaliar o desempenho do método em uma situação considerada difícil é natural esperar que em situações mais favoráveis os resultados sejam, no mínimo, melhores.

Através das imagens superior e laterais, foram



Fig. 6.9 - Placa circular sob pressão Deformação devido à curvatura (a) deformação ε× (μm/m) (b) deformação εy (μm/m) (c) deformação γ×y (μm/m) 95 :





Fig 6.10 - Placa circular sob pressão Deformação devido à curvatura (a) deformação ε1 (μm/m) (b) deformação ε2- (μm/m)

determinados os campos de deformações na placa na região estudada de 70 x 90 mm (fig. 6.6). A espessura da placa foi assumida como constante em toda a sua extensão

As figuras 6.9 e 6.10 mostram o campo de deformações determinado experimentalmente para a região estudada na superfície da placa. A figura 6.9 mostra as deformações segundo os eixos coordenados x e y, ou seja,  $\varepsilon_{x}$ ,  $\varepsilon_{y}$  e  $\gamma_{xy}$ . A figura 6.10 representa as curvas de deformações constantes para as deformações principais ɛ1 (máxima) e ɛ2 (mínima). Nota-se uma semelhanca qualitativa destas curvas com a figura 5.6, porém tendem a diferir nos extremos da região analisada, em função, principalmente, da presença dos parafusos de engaste, e do fato de haver uma menor densidade de franjas nesta região, o que não proporciona condições muito favoráveis para a interpolação da FOF.

As deformações calculadas para o ponto central (coordenadas 0 e 0) e para o ponto correspondente aos extensômetros 3 e 4, foram determinadas de forma totalmente independente e são mostradas na tabela 6.1. Mesmo após diversas tentativas, não se consegiu fotografar a imagem frontal da placa com a devida qualidade, não sendo portanto possível analisar quantitativamente seus dados.

Tabela 6.1 - Análise comparativa das deformações determinadas pela extensometria e por holografia para cada vista

Origem da medição	Ex*(0,0)	Ey*(0,0)	Ex*(-22,0)	£y(-22,0)
Extensômetro	11,1±0,7	12,7±0,7	0,0 ± 0,7	8,4 ± 0,7
Vista superior	12,8	14,8	3.2	9.4
Vista lat. esq.	12,2	12,3	4.6	10,3
Vista lat. dir.	12,9	13,7	3.9	10,4

deformações em  $\mu$ m/m

ace

O extensômetro central tipo diafrágma fornece a deformação radial media a cerca de 4 mm do ponto central

(extensômetro 1)e o extensômetro 2 a deformação tangencial media a cerca de 1.5 mm da região central. Estes dados não são diretamente comparaveis com os dados obtidos com a holografia, que, neste caso, determinou as deformações segundo os eixos x e y no ponto central. Porém, estes dados dão uma idéia bastante aproximada dos valores de deformações presentes na região, que, segundo a solução analítica para este problema, resultaria praticamente nos mesmos valores para estas quatro deformações, por se tratar de um estado isotrópico de tensões.

Mesmo com a consideração acima, os resultados obtidos foram considerados bons quando comparados com os extensômetros no ponto central As diferenças encontradas em relação aos extensômetros entre as deformações εx determinadas pela holografia, foram não superiores a 3%, porém chegaram a 18% nö caso de  $\varepsilon_y$ . Levando em conta que existem erros introduzidos pela digitalização manual e, principalmentepela distorção das imagens provocadas pela perspectiva (especialmente das imagens laterais) e os erros introduzidos pelas formas e posições . dos extensômetros, os resultados foram bastante razoáveis

Para o ponto (-22, 0) as diferenças encontradas foram maiores que no ponto central. Mesmo os resultados obtidos com holografia entre si apresentaram uma certa dispersão. Esta dispersão é bastante influenciada pelos erros introduzidos com la digitalização manual do mapa de franjas, que nesta região apresentava uma densidade de franjas bastante elevada. Adicionalmente, nesta região as componentes no plano do deslocamento são expressivas quando comparada com a componente normal, estando mais distante das hipóteses consideradas na dedução das equações 4.17.

6.2.5 - Medição de deslocamentos tridimensionais e deformações

As três vistas da placa: pelo ponto de observação superior e pelos pontos laterais, foram utilizadas para o cálculo do deslocamento e suas derivadas e as respectivas deformações, através das equações 4.12. As coordenadas do ponto de iluminação


Fig. 6.11 - Placa circular sob pressão

- (a) deslocamento U ( $\mu_{
  m M}$ )
- (b) deslocamento V ( $\mu$ m)
- (c) deslocamento W ( $\mu$ m)

e da posição da peça, medidas diretamente na montagem, e as coordenadas dos pontos de observação, determinadas através da autocalibração, foram consideradas neste cálculo

A figura 6.11 mostra as componentes do deslocamento U, V e W determinadas experimentalmente. A forma das curvas de deslocamento constante para a componente W mostra uma excelente concordância com as curvas da figura 5.4 para a solução analítica deste problema.

Entretanto, tanto para a componente U quanto para a V nota-se uma certa diferença, mais pronunciada quantitativamente do que qualitativamente. Estas duas componenetes não são dominantes neste problema, isto é, seu valor é sensivelmente menor que a componente W. A própria disposição dos espelhos e da montagem holográfica proporciona maior sensibilidade para a componente W. A existência de erros sistemáticos em qualquer etapa do processo manifesta-se de forma mais intensa nestas componentes, o que parece ser a provável explicação para este resultado.

As deformações no plano são determinadas em função das derivads dos deslocamentos U e V. É de certa forma esperável que os resulatdos obtidos para estas deformações apresentem também uma certa diferença, como confirma a figura 6.12. As inclinações definidas por  $\frac{\partial W}{\partial x}$   $\frac{\partial W}{\partial y}$ apresentam uma forma muito próxima da prevista analiticamente, como mostra a figura 6.13.

Os deslocamentos, derivadas e deformações calculados para os pontos de interesse, levaram aos resultados mostrados na tabela 6.2

Os erros sistemáticos sobre as componentes U e V, amplificados pela reduzida sensibilidade da montagem holográfica a estas componentes, tornou inviável a determinação de deformações nesta placa, sendo obtidas diferenças notáveis em relação às deformações determinadas pelos extensômetros



Fig. 6.12 - Placa circular sob pressão Deformação calculada a partir das derivadas

(a) deformação ε× (μm/m) (b) deformação εγ (μm/m)

101



(b)

Fig. 6.13 - Placa circular sob pressão

(a)	derivada	<u> </u>	(µm/m)
(ь)	derivada	0 W	(µm/m)

102.

Tabela	6.2		Resultados	da	holografia	obtidos	а	partir	de	três
	Ň	∕i≘	stas oblíqua	as.						

Componente	Ponto (0,0)	Ponto (-22,0)
U	-0,33 µm	-1,18 µm
V	,-0,36 µm	-0.89 µm
W	5,45 <i>µ</i> m	3,23 µm
$\frac{\partial}{\partial x}$ U	23,3 µm/m	26,9 µm/m
$\frac{\partial}{\partial x} \vee$	69,6 µm/m	38,1 µm∕m
$\frac{\partial}{\partial x}$ W	13,2 µm∕m	141,7 µm/m
$\frac{\partial}{\partial \gamma}$ U	-16,1 µm/m	11,3 µm∕m
$\frac{\partial}{\partial y} \vee$	~4,3 µm/m	7,2 µm/m
$\frac{\partial}{\partial y}$ W	4,4 µm/m	-5,2 µm/m
£x	23,3 µm/m	26,9 µm/m
Еу	-4,3 µm/m	7,2 µm/m
үху	53,5 µm/m	49,4 µm/m

6.2.6 - Deformações na placa fixa por três parafusos

A mesma placa circular foi fixada apenas por meio de três parafusos, como mostra a figura 6.14 e submetida à mesma variação de pressão de 0,250 ± 0,001 bar. Também neste caso, as deformações na placa foram medidas por meio de quatro extensômetros de resistência e por meio da holografia.

A placa não foi removida em relação à sua posição inicial, de modo que os mesmos pontos de observação já determinados, foram adotados.

Somente a vista superior da placa foi analisada, e as deformações determinadas pelas equações 4.17. Comparando os dados determinados pela extensometria e pela holografia, chega-se aos resultados mostrados na tabela 6.3:

Tabela 6.3 - Deformações medidas na placa fixa por três parafusos

Origem	Ex*(0,0)	·Ey*(0,0)	Ex*(-22,0)	* Ey(-22,0)
Extensômetro	13,9±0,7	14,2±0,7	2,9 ± 0,7	2,2 ± 0,7
Vista superior	17,0	14,4	3,4	3,3

 $^{\circ}$  deformações em  $\mu$ m/m

Estes resultados apresentam uma certa coerência com os resultados medidos com os extensômetros. Nota-se uma diferença acentuada na deformação  $\varepsilon_{x}$ , provavelmente originada por alguma distorção provocada na digitalização manual da imagem. Os demais resultados apresentam uma boa coerência.

A figura 6.15 mostra a distribuição das deformações  $\varepsilon_X$ e  $\varepsilon_Y$ . As deformações principais  $\varepsilon_1$  e  $\varepsilon_2$  sobre toda a região analisada são mostradas na figura 6.16 Nota-se com bastante clareza a pertubação provocada pela presença dos três parafusos nas bordas.



τυυ



Fig. 6.15 - Placa circular sob pressão fixa por três parafusos

- Deformação devido à curvatura
- (a) deformação  $\varepsilon_{x}$  ( $\mu$ m/m)
- (b) deformação  $\varepsilon_y$  ( $\mu$ m/m)
- (c) deformação  $\gamma \times y$  ( $\mu$ m/m)

106





107

Fig. 6.16 - Placa circular sob pressão fixa por três parafusos

Deformação	devido	à curvatura	
(a) deforma	ção <i>s</i> i	(µm/m)	
(b) deforma	ção <i>e</i> z	(µm/m)	

## DISCUSSAO DOS RESULTADOS

Este capítulo apresenta uma série de considerações acerca do desempenho, aspectos operacionais, características e limitações dos métodos desenvolvidos neste trabalho, obtidas a partir de uma ampla análise dos resultados e em função dos problemas detectados.

7.1 - Autocalibração

A análise efetuada sobre o método da autocalibração está baseada nos resultados obtidos na simulação numérica apresentada no ítem 5.2 e nas verificações experimentais descritas no ítem 6.1

7.1.1 - Análise da simulação numérica

A análise de erros efetuada no capítulo 5 permite avaliar o desempenho do método e sua sensibilidade à erros, tanto do ponto de vista metrológico, quanto matemático. O método apresentou boa convergência matemática quando duas condições foram simultaneamente cumpridas:

a) Os pontos considerados sobre o padrão de deslocamentos (PD) apresentavam-se suficientemente separados no espaço, de modo que os vetores sensibilidade não resultem todos paralelos, ou quase paralelos ao mesmo tempo, o que faz com que o sistema 2.2 seja singular, ou quase singular, respectivamente;

b) Os deslocamentos dos pontos sobre o PD devem se dar em três direções linearmente independentes, ou, também neste caso, o sistema poderá resultar em singular.

A solução matemática de um sistema de equações quase singular é de difícil convergência, e o resultado apresenta uma

elevada sensibilidade a erros numéricos Levando em conta ainda que no sistema 2.2 existem diversos parâmetros que são determinados experimentalmente, portanto sujeitos a erros, ocorre uma propagação destes, intensificada pela condição de quase singularidade do sistema de equações.

Todas as simulações apresentadas no capitulo 5 referem-se à condição onde os pontos sobre O PD estão suficientemente separados em relação às dimensões da montagem holográfica. Para a situação onde foram considerados pontos sobre o PD se deslocando em três direções ortogonais, a convergência foi rápida e resultados sem erros sistemáticos foram atingidos. Mesmo na presenca de erros aleatórios na determinação de ordem de franja dos pontos sobre o PD, os resultados ainda foram bons, especialmente quando um número de pontos considerados cresceu.

O método não levou a bons resultados quando foram considerados pontos sobre o PD se deslocando em apenas duas direções linearmente independentes. O método nem mesmo convergiu quando os pontos se deslocaram apenas em uma única direção.

A presença de erros sistemáticos proporcionais em cada elemento do PD leva a um erro na posição do ponto de observação de uma tal forma que não acarreta erro na direção do vetor sensibilidade, portanto praticamente não introduz erros na quantificação de deslocamentos e deformações com a holografia.

7.1.2 - Análise dos resultados experimentais

Os resultados do ensaio efetuado sobre o padrão de deslocamentos (PD) mostraram sua excelente repetibilidade em um intervalo de tempo curto. Os níveis de repetibilidade constatados foram considerados excelentes para a aplicação pretendida. A determinação e equacionamento do campo de deslocamentos foi considerada satisfatória para os fins propostos. Entretanto, a estabilidade do PD a médio e longo prazo não foi exaustivamente avaliada.

O experimento montado na MMC Zeiss reuniu condições extremamente favoráveis para a medição dos parâmetros relevantes da montagem holográfica: as posições espaciais do ponto de iluminação, dos pontos de observação, do espelho, da posição do PD, etc. Porém, a mesma afirmação não é válida para o caso da digitalização da imagem dos mapas de franjas sobre o PD, devido, principalmente, à dificuldade em visualizar os limites das imágens das vigas oblíquas, e, à digitalização manual, uma vez que este processo com mesa digitalizadora é bastante precário. levar a erros consideráveis provocados pelos erros podendo sitemáticos da mesa, pela distorção provocada pela perspectiva P pelos erros e limitações introduzidos pela operação manual.

Não se obteve convergência para o ponto de observação frontal nem para o lateral. Porém, observou-se que, em ambos os casos, a solução divergia lentamente, descrevendo uma reta que se aproximava bastante da respectiva posição medida na MMC. Também foi possível observar que estas retas representam, em cada caso, o lugar geométrico para os pontos de observação que resultam praticamente em um mesmo vetor sensibilidade. Portanto, duas características do método devem ser evidenciadas:

a) há necessidade de usar um recurso auxiliar para quando for imprescindível determinar explicitamente as coordenadas do ponto de observação;

b) a determinação da reta que contém o ponto de observação já pode ser suficiente para um grande número de aplicações, uma vez que o vetor sensibilidade já está caracterizado

7.2 - Deslocamentos e Deformações pela Função Ordem de Franja

A análise aqui efetuada para a formulação desenvolvida para a determinação de deslocamentos e deformações a partir da função ordem de franja, é baseada nas simulações apresentadas no ítem 5.3, e nos resultados experimentais descritos no ítem 6.2

7.2.1 Análise da simulação numérica

A análise de erros apresentada no capítulo 5 mostrou que o método funciona. Levou a resultados considerados bastante

satisfatórios para a determinação dos deslocamentos pelo método proposto. Apontou também para a sensibilidade dos erros inerentes a alguns parâmetros sobre os erros globais do sistema.

A tabela 5.1 sintetiza os resultados obtidos. Quando nenhuma incerteza é simulada nos dados considerados, os resultados do método praticamente coincidem com os da solução analítica. Apenas uma reduzida diferença é encontrada na deformação calculada em função da curvatura, explicada em função das hipóteses consideradas na dedução das equações 4.17 não serem perfeitamente cumpridas neste caso.

O efeito de um erro de até  $\pm$  10 mm na posição do ponto de iluminação, ou nas posições dos pontos de observação, praticamente não afeta os deslocamentos determinados, nem as deformações calculadas a partir da curvatura. Porém, tanto as derivadas do deslocamento quanto as deformações calculadas a partir destas, sofrem uma pequena perturbação que não passa de  $\pm$  0.6 µm/m.

O efeito de um erro aleatório de ± 0 2 ordens de franja é completamente desprezível sobre a determinação dos deslocamentos e deformações.

Ao contrário dos demais parâmetros, um erro de translação da FOF pode assumir proporções drásticas, chegando mesmo a inviabilizar a medição. Seu efeito é muito intenso sobre as derivadas e as deformações calculadas a partir destas, porém assume um valor cerca de dez vezes menor nas deformações calculadas a partir da curvatura.

A análise comparativa de deformações apresentada na tabela 5.2 revelou alguns aspectos característicos. Um certo erro sistemático foi detectado nas deformações calculadas a partir da curvatura, sendo mais intenso onde a componente W não é sensivelmente dominante em relação às demais, onde, mais uma vez, as hipóteses consideradas na dedução das equações 4.17 não são perfeitamente observadas. Porém, a diferença foi não superior a  $0.5 \ \mu m/m$ .

Praticamente não se constatou vantagens significativas ao se considerar os demais termos das equações 4.22 a 4.24 em

relação ao considerado nas equações 4.17 para as deformações determinadas a partir da curvatura. O ganho por considerar o observador próximo, em relação à formulação para o observador no infinito, é muito reduzido em função do esforço adicional necessário.

Desde que corretamente dimensionada, a interpolação da função ordem de franja pela técnica de funções ponderadas não introduz erros significativos sobre os deslocamentos e deformações determinados. Apenas em regiões onde existem poucas franjas, ou onde a forma destas franjas é bastante irregular, há necessidade de dimensionar mais cuidadosamente esta função, para evitar o surgimento de erros sistemáticos.

7.2.2 - Análise dos resultados experimentais

O experimento efetuado sobre a placa circular sob pressão interna trouxe uma série de informações sobre O desempenho do método em termos práticos. Embora a natureza do problema estudado fosse melhor descrita por meio de coordenadas as coordenadas retangulares foram propositalmente polares, empregadas para avaliar o desempenho do método em condições não muito favoráveis.

A medição de níveis de deformações tão reduzidos por meio de extensômetros de resistência elétricos, não é apropriada para ser usada como valor de referência para comparação Entretanto, não se dispunha de um sistema de medição de deformações que apresentasse melhores resultados

Estes dois aspectos devem ser levados em conta na avaliação dos resultados experimentais.

O experimento realizado com a placa circular sobre pressão uniforme levou a resultados considerados bons para as deformações calculadas a partir da curvatura. 0 fato do deslocamento não ser exclusivamente na direção à normal superfície, aliado ao fato das derivadas do vetor sensibilidade serem não nulas ao longo da região analisada, introduziu certos erros sistemáticos de maginitude variável, dependentes da

112

sok

orientação do ponto de observação. Este efeito manifestou-se mais intensamente no ponto (-22, 0), onde as componentes do deslocamento no plano são proporcionalmente mais pronunciadas.

Os deslocamentos tridimensionais, derivadas е deformações determinadas a partir das três vistas digitalizadas neste experimento, apresentaram erros significativos. As ðΨ ðω componentes dominantes do problema, isto é, ω, dy' <del>d</del>x apresentaram valores e forma bastante consistentes COM Ο esperado, porém as demais, diferiram do que seria teoricamente esperado e dos valores medidos por meio dos extensômetros.

As componentes não dominantes neste tipo de ensaio: U e V, bem como suas derivadas, sofreram erros acentuados. O fato dos vetores sensibilidade para as diversas vistas não estarem favoravelmente orientados segundo as direções destas componentes, agravado pelas dificuldades em visualizar claramente os limites da região analisada na imagem holográfica, principalmente nas vistas mais oblíquas (o que pode provocar um forte erro de translação da FOF), devem ter contribuido para este mau resultado. A aquisição manual e os erros sistemáticos da mesa digitalizadora também foram somados aos primeiros, aumentando o erro de translação da FOF.

## CONCLUSOES

As metodologias de autocalibração e cálculo de deslocamentos e deformações pela função ordem de franja desenvolvidas neste trabalho, representam uma contribuição às aplicações da holografia interferométrica na mecânica experimental

Seus princípios básicos foram apresentados e desenvolvidos nos capítulos 3 e 4 respectivamente, a análise de propagação de errros foi efetuada no capítulo 5, sua verificação experimental teve lugar no capítulo 6 e ambos os resultados foram discutidos no capítulo 7.

Apresenta-se a seguir as conclusões e os comentários gerais do trabalho para as metodologias desenvolvidas

8 1 - Método da autocalibração

8.1.1 - Vantagens

A sistemática de autocalibração apresenta alguns pontos positivos de caráter prático e operacional:

 não há necessidade de alinhamento rigoroso nem medição da orientação dos espelhos planos oblíquos auxiliares na montagem holográfica;

- simplificação do posicionamento e da determinação das coordenadas dos pontos de observação das montagens holográficas;

- aumento da versatilidade, flexibilidade e eficiência da montagem em função da liberdade de posicionamento dos espelhos;

 – é possível a determinação do vetor sensibilidade com erros reduzidos, mesmo que não exista convergência;

## 8.1.2 - Limitações

Algumas dificuldades de caráter experimental foram enfrentadas:

 o processo é sempre determinado em duas etapas, portanto pode ser lento;

 - o nível de confiabilidade e estabilidade exigido para o padrão de deslocamentos (PD) é bastante elevado, tornando este um elemento crítico;

a visualização dos limites da imagem holográfica do PD
 ficou em parte a desejar, especialmente nas vistas mais oblíguas;

- processo de digitalização manual da imagem com mesa digitalizadora é bastante precário, e pode levar a erros consideráveis;

8 1.3 - Recomendações

Algumas medidas de caráter prático podem ser tomadas no sentido de melhorar o desempenho da metodologia:

 otimização da forma do padrão de deslocamentos de modo a melhorar a capacidade de visualização dos limites das vigas, e aumentar a sua versatilidade de posicionamento;

 usar materiais magneticamente mais estáveis para a construção dos eletroímãs, ou mesmo, usar microposicionadores piezoelétricos como microatuadores;

- se necessário, usar um recurso auxiliar para determinar a posição do ponto de observação sobre a reta quando não houver convergência. Técnicas baseadas em triangulação, por exemplo, poderiam ser utilizadas;

- empregar um sistema de processamento de imagens para a aquisição dos dados da imagem holográfica;

- usar algorítmos mais inteligentes para a digitalização das imagens do PD, contendo inclusive dados sobre sua forma geométrica , visando identificação mais fácil dos limites de cada viga e para melhorar a correção da perspectiva. 8.2 - Deslocamentos e Deformações pela Função Ordem de Franja

8.2.1 - Vantagens

A formulação desenvolvida para a determinação de deslocamentos e deformações pela função ordem de franja, apresenta alguns aspectos bastante positivos:

- a medição é efetuada literalmente para toda a região analisada, e não somente para um certo número de pontos discretos. Determina-se, de fato, todo o campo de deslocamentos, deformações e inclinações apresentados pela região analisada;

 - a determinação simultânea de deslocamentos, deformações e inclinações minimiza os cálculos indiretos;

- os deslocamentos, deformações e inclinações determinados correspondem ao ponto considerado, e não ao valor médio em torno deste;

- desde que a função ordem de franja seja bem representada analiticamente, grandes gradientes de deformações podem ser medidos sem maiores dificuldades;

 a determinação das deformações e inclinações em certas situações não requer o conhecimento da ordem de franja absoluta;
 o cálculo das deformações a partir da curvatura é, de forma geral, menos sensível a erros;

 o método desenvolvido presta-se de forma bastante apropriada para ser integrado com pacotes comerciais de análise de franjas interferométricas.

8.2.2 - Limitações

Os principais aspectos detectados que restringem a aplicação do método proposto para a determinação de deslocamentos, deformações, inclinações e tensões, foram:

\_ elevado esforço computacional para obter a FOF;

- elevada sensibilidade do método a erros originados pela translação da FOF;

- erros expressivos podem aparecer na medição das

componentes do deslocamento no plano, em suas derivadas e nas deformações quando a montagem holográfica não proporcionar sensibilidade suficiente nestas direções;

- erros sistemáticos podem aparecer nas deformações devido à curvatura caso as componentes do deslocamento no plano sejam expressivas ou o observador e a lluminação estejam muito próximos da peça considerada.

8.2.3 - Recomendações

Para minimizar certos erros e efeitos indesejáveis, e melhorar a performance do método, algumas medidas podem ser tomadas:

 usar iluminação paralela e posicionar o observador mais distante para minimizar o erro sistemático na determinação das deformações calculadas a partir da curvatura;

- usar sistemas e técnicas de aquisição e processamento de imagens como forma de reduzir os erros de aquisição, aumentar o número de pontos disponíveis para o cálculo da FDF e ainda reduzir drasticamente o tempo de aquisição;

- usar câmeras de elevada sensibilidade para permitir a melhor determinação dos limites da região analisada;

- empregar algorítmos mais eficientes para a correção da perspectiva, minimizando as distorções e os consequentes erros localizados de translação da FOF;

- o uso de técnicas de projeção de franjas sobre a própria superfície da peça analisada pode reduzir significativamente os erros devido à distorção provocada pela perspectiva

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

/1 / HARIHARAN, P. OREBI, P. F. BROWN, N.

/2/ HARIHARAN, P.
OREBI, P. F.
BROWN, N.

/3/ ROBINSON, D. W.

/4/ ENOS, A

/5/ GABOR, D. -

/6/ LEITH, E. UPTANIEKS,

J.

/7/ LEITH, E. UPTANIEKS, J. "A Digital Fase-measurement System for Real Time Holographic Interferometry" Opt. Commun. 14, 393 (1982)

118

"Real Time Holographic Interferometry: a Microcomputer System for the Measurement of Vector Displacement" Appl. Opt 22, 876 (1983)

"Automatic Fringe Analysis with a Computer Image-processing System" Appl. Opt. 22, 2169 (1983)

"Measurement of In-plane Surface Strain by Holographic Interferometry" J. Sci. Instr. 1, 731-4 - 1968

"A New Microscopic Principle" Nature 161, 177-8 mai/48

"Wavefront Reconstruction with Diffused Illumination and Three-dimensional Object" J. Opt. Soc. Am. 54, 1292-301 - nov 1964

"Wavefront Reconstruction with Continuos Objects"

J. Op. Soc. Am - 53, 1377-81 , dez 1963

/8/ ENNOS, A.

/9/ ALBERTAZZI JR, A

"Automatização da Medição de Deslocamentos pela Holografia Inteferométrica"

"Holography and Its Applications"

Contemporary Phisics 8, n 2 mar 1967

Dissertação de Mestrado - CPGEM/UFSC 1984

/10/ VEST, C.

"Holographic Interferometry" John Wiley & Sons - 1979

New York, Acad. Press. - 1971

"Optical Holography"

"Optics"

/11/ COLLIER, R. J.

∕12∕ HECHT, E. ZAJAC, A.

/13/ DHIR, S. K.
SIKORA, G. P.

/14/ ABRAMSON, N.

/15/ TAYLOR, H. BRANDT, G. B. Massachuscetts, Addison-Wesley - 1979

"An Improved Method for Obtaining the General-displacement Field from Holographic Interferogram" Exp. Mec. 323-7 - ago 1972

"The Making and Evaluation of a Hologram" Addison-Wesley Pu. Co. - 1982

"An Error Analysis of Holographic Strains Determined by Cubic Splines" Exp. Mec.,12,543-48,1972

/16/ STETSON, K. A.

"Homogeneous Deformations: Determination by Fringe Vectors in Hologram Interferometry" Appl. Opt., 14,2256-59 - 1975 /17/ T.KREISS, T. JUPTNER, W. "Digital Processing of Holographic Interference Pattern Using Fourier-transform Methods J. of the IMEKO, vol 6, 1, 37-40, jan-mar 1988

~18/KUJAWINSKA, M. ROBINSOSN, D. W.

/19/ALBERTAZZI JR,A DE BASTOS, F.

/20/GERALD, C. F.

"Multi Chanel Phase Steped Holographic Interferometry" Appl. Opt. - p312-20 - jan 1988

"Medição de Microdeslocamentos com o Interferômetro de Michelson Multiplo" Relatório Interno - LABMETRO - 1985

Applied Numerical Analysis" Addison-Wesley Pu. Co. - 1978

/21/FRI TZSCHE, H.

"Programação não Linear: Análise e Métodos" Edgard Blücher Ltda - 1978

-22-BORESI, A. P. LYNN, P. P. "Elasticity in Engeneering Mechanics" Prentice-Hall Inc. - 1974

23/SCI AMMARELLA, C. A. GILBERT, J. A.

"Strain Analysis of a Disk Subjected a Diametral Compression by Means of Holographic Interferometry" Appl. Opt. - Jul 1973

/24/SOLID, J. E. STETSON, K. A. "Strains from Holographic Data" Exp. Mec. 208-14 - jun 1978 /26/ALBERTAZZI JR,A MANZOLLI, A

/27/ALBERTAZZI JR, A

/28/ALBERTAZZI JR, A SCHNEIDER, C. A.

/29/ALBERTAZZI JR, A SCHNEIDER, C.A.

/30/ALBERTAZZI JR, A. SCHNEIDER, C. A.

/31/DA ROSA, E. ALBERTAZZI JR,

Α.

"Digitalização de Mapa de Franjas pelo Método do Rastreamento II Reunião de Trabalho do Projeto ESTRA -SID INFORMÁTICA - São paulo - Outubro -1987

"Simulação Matemática do Método do Rastreamento" Painel exposto na Feira Nacional da Mecânica São Paulo - abril de 1988

"Interpolação por Ponderação de Funções" Anais do I Simpósio Brasileiro de Computação Gráfica e Processamento de Imagem - PUC RJ - Abril de 1988

"The Use of a Self-calibration Method to Increase Accuracy in 3D Holographic Interferometry Measurement" - XI IMEKO Houston - Outubro de 1988

"Measurement of the Tridirectional Displacement Field with Holographic Interferometry"

X IMEKO - Praga - 1985

"Medição do Campo de Deslocamentos em um Flange Cego por meio da Holografia Interferométrica."

Anais do III SIBRAT - Salvador 1984

"Analise Teorico Experimental de Deformações e Tensões em Juntas Aparafusadas." - I FIXASUL - Porto Alegre 1986 /32/SCHNEIDER, C. A.

/33/DRNOVŠEK, J. ot Alli

/34/ALVES, D. B.

/35/LANGHAAR, H. L.

/36/TOZZI,C. L.

/37/MAGALHÄES, L. P.

/38/WALLACE & TIERNAN

/39/KRATOS

/40/HBM

/41 /HBM

/42/DI GI GRAF

"Técnicas da Pesquisa Experimental" Apostila do curso de pós-graduação em Engenharia Mecânica da UFSC

"A Numerical Approach to Stability and Accuracy" - Anais do XI IMEKO - 1988

"Placas e Cascas" Apostila do curso de pós-graduação em Engenharia Mecânica da UFSC

Energy Methods in Applied Mechanics" Ed John Wiley and Sons - USA 1962

"Projeto Auxiliado por Computador" Ed Papirus/UNICAMP 1986

"Computação Gráfica" Ed Papirus/UNICAMP 1986

Manômetro modelo Ü - 62 - A, série 1500 Faixa de Operação O a 1,40 bar Resolução 0.001 bar.

Extensômetro de resistência tipo roseta XY autocompensado para o aço R = 350  $\Omega$  e K = 2.00 ± 1%

Extensômetro de resistência tipo diafrágma autocompensado para o aço modelo XG 11 3/120 R = 120  $\Omega$  e K = 1.99 ± 0.5%

Ponte amplificadora modelo KWS 3406 B Incerteza de medição  $\pm$  0.1 %

Mesa digitalizadora A2 - modelo Renoir

/43/ALBERTAZZI JR, A. KAWASAKI, A. I. KAPP, W. A.

Dispositivo Padrão de Microdeslocamentos" Trabalho vencedor do Prêmio Yeaham Numata de Tecnologia - 1988

/44/HEWLETT PACKARD

Laser interferométrico modelo HP 5501A Multiprogrammer modelo HP 6942A

/45/HEWLETT PACKARD