



Perbandingan Model ARCH (1) dan GARCH (1,1) Ditinjau dari Perilaku Kurtosis dan Fungsi Autokorelasi

Isran K. Hasan^{1*}, Ismail Djakaria², Demas Novaleda Abdul Karim³

^{1,2,3} Jurusan Matematika, Fakultas MIPA, Universitas Negeri Gorontalo,
Jl. Jenderal Sudirman No. 06, Kota Gorontalo 96128, Gorontalo, Indonesia

* Penulis Korespondensi. Email: isran.hasan@ung.ac.id

ABSTRAK

Tulisan ini membahas tentang perbandingan model ARCH (1) dan GARCH (1,1) dengan melihat perilaku kurtosis dan fungsi autokorelasi baik secara analitik maupun menggunakan simulasi. Metode yang digunakan adalah studi literatur. Hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa secara analitik kedua model memiliki kurtosis lebih dari tiga yang berarti model tersebut merupakan model dengan distribusi ekor tebal serta kedua model tersebut mempunyai fungsi autokorelasi return kuadrat yang turun secara perlahan. Hasil simulasi numerik perbandingan MSE nilai kurtosis data dan kurtosis model menunjukkan bahwa model GARCH (1,1) memiliki MSE terkecil dengan nilai 3,702. Selanjutnya, hasil numerik perbandingan MSE untuk fungsi autokorelasi diperoleh GARCH (1,1) memiliki MSE terkecil pada dua data yaitu SMGR.JK dan JMSR.JK masing masing memiliki nilai 0,0025 dan 0,0015, sedangkan untuk data MNCN.JK MSE terkecilnya adalah model ARCH (1) dengan distribusi t dengan nilai 0,0048.

Kata Kunci:

Fungsi Autokorelasi; Heterokedastik; Kurtosis; Model ARCH; Model GARCH

ABSTRACT

This paper discusses the comparison of ARCH (1) and GARCH (1,1) models by looking at the behavior of kurtosis and autocorrelation functions both analytically and using simulations. The method used is the study of literature. The results obtained show that analytically both models have a kurtosis of more than three, which means that the model is a model with a thick tail distribution and both models have the slow decay of autocorrelation function of quadratic return. The numerical simulation results of the MSE comparison of the data kurtosis and kurtosis of the model show that the GARCH (1,1) model has the smallest MSE with a value of 3.702. Furthermore, the numerical results of the MSE comparison for the autocorrelation function obtained by GARCH (1,1) have the smallest MSE in the two data, namely SMGR.JK and JMSR.JK, respectively having values of 0.0025 and 0.0015, while for MNCN.JK MSE the smallest is the ARCH model (the ARCH model) 1) with a t distribution with a value of 0.0048.

Keywords:

ARCH Model; Autocorrelation Function; GARCH Model; Heteroscedasticity; Kurtosis

Format Sitasi:

I. K. Hasan, I. Djakaria, and D. N. A. Karim, "Perbandingan Model ARCH (1) dan GARCH (1,1) Ditinjau dari Perilaku Kurtosis dan Fungsi Autokorelasi," *Jambura J. Math.*, vol. 2, no. 2, pp.97-107, 2020.

1. Pendahuluan

Pemodelan volatilitas pada return saham adalah sesuatu yang umum dipakai oleh para investor untuk meramalkan data pada masa yang akan datang. Pemodelan volatilitas dapat digunakan untuk menghitung kerugian maksimum dari suatu return saham dalam periode tertentu [1]. Terdapat berbagai jenis model volatilitas diantaranya model ARCH (1) dan Model GARCH (1,1). Model ini pertama kali diperkenalkan oleh Engle [2] dan Bollerslev [3] dalam bentuk umum ARCH (p) dan GARCH (p, q). Pemilihan Orde 1 pada disebabkan oleh dua hal, yaitu model dengan orde 1 adalah model yang paling banyak di gunakan, dan model dengan orde 1 memberikan parameter yang lebih simple (*parsimony*) sehingga memudahkan dalam komputasi [4].

Beberapa tulisan yang mengkaji tentang peramalan dan perbandingan menggunakan model ARCH (1) dan GARCH (1,1) terdapat pada [5][6][7]. Tulisan tersebut membahas mengenai perbandingan serta peramalan data atau volatilitas data saham menggunakan model-model heteroskedastik melalui prosedur yang telah lazim digunakan dengan merekonstruksi kondisi datanya.

Pada makalah ini, diambil sudut pandang yang berbeda yaitu dengan melihat perilaku kurtosis dan fungsi autokorelasi. Hal ini disebabkan karena model volatilitas yang baik adalah model volatilitas yang dapat mengakomodasi fakta - fakta empiris dari return saham [8]. Adapun yang dimaksud dengan fakta empiris ini adalah kurtosis yang tinggi, fungsi autokorelasi return kuadrat turun secara perlahan, *volatility clustering*, efek *leverage*, asimetris dll [9]. Selanjutnya pada makalah ini, diambil kurtosis dan fungsi autokorelasi, karena dapat terukur dengan memanfaatkan sifat-sifat statistika dari model.

Secara lebih spesifik, pada makalah ini dibahas perbandingan model ARCH (1) dan GARCH (1,1) masing-masing dengan berbagai variasi distribusi galat ditinjau dari perilaku kurtosis dan fungsi autokorelasi.

2. Metode

Metode yang digunakan pada penulisan makalah ini adalah studi literatur dengan menelusuri jurnal-jurnal dan buku teks yang terkait dengan kurtosis dan fungsi autokorelasi dari model runtun waktu heteroskedastik. Adapun tahapan-tahapan yang dilakukan adalah sebagai berikut,

- a. Tahapan pertama adalah modifikasi teorema-teorema terkait dengan kurtosis dan fungsi autokorelasi dari model ARCH (1) dan GARCH (1,1) dalam bentuk umum serta menganalisis teorema-teorema tersebut.
- b. Tahapan kedua adalah menganalisis kurtosis dan fungsi autokorelasi dari model ARCH (1) dan GARCH (1,1) dengan variabilitas pada distribusi galat.
- c. Tahapan ketiga adalah melakukan simulasi menggunakan data real untuk membandingkan perilaku kurtosis dan autokorelasi dari model ARCH (1) dan GARCH (1,1) dengan variasi pada distribusi galat yang mana distribusi galat yang digunakan pada makalah ini adalah distribusi normal dan distribusi *student's t*. Adapun data yang digunakan adalah data sekunder return harga penutupan saham harian dari tiga saham LQ45 yang memiliki PER (*Price Earning Ratio*) tinggi berdasarkan data dari pada periode Januari 2019 sampai pada Desember 2019. [10]

Selanjutnya disajikan beberapa definisi dasar yang digunakan pada makalah ini.

Definisi 1 (Model ARCH (1)) [11] Misalkan $X_t = R_t - \mu_t$ menyatakan proses stokastik dari return suatu aset pada waktu t dengan R_t adalah Return Saham. X_t , dengan $t \geq 0$ dikatakan mengikuti model ARCH(1) jika,

$$X_t = \sigma_t \cdot \varepsilon_t, \quad \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot X_{t-1}^2 \quad (1)$$

dengan asumsi,

1. ε_t adalah barisan peubah acak yang IID dengan *zero mean* dan variansinya terbatas.
2. σ_t dan ε_t saling bebas.
3. X_{t-1} dan ε_t saling bebas.
4. Untuk menjamin variansi (σ_t) positif maka parameter harus dibatasi yaitu $\alpha_0 > 0, \alpha_1 \geq 0, \beta_1 \geq 0$ dan $0 \leq \alpha_1 < 1$.

Definisi 2 (Model GARCH (1,1)) [11] Misalkan $X_t = R_t - \mu_t$ menyatakan proses stokastik dari return suatu aset pada waktu t dengan R_t adalah Return Saham. X_t , dengan $t \geq 0$ dikatakan mengikuti model GARCH(1,1) jika,

$$X_t = \sigma_t \cdot \varepsilon_t, \quad \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot X_{t-1}^2 + \beta_1 \cdot \sigma_{t-1}^2 \quad (2)$$

dengan asumsi:

1. ε_t adalah barisan peubah acak yang IID dengan *zero mean* dan variansinya terbatas
2. σ_t dan ε_t saling bebas
3. X_{t-1} dan ε_t saling bebas
4. Untuk menjamin variansi (σ_t) positif maka parameter harus dibatasi yaitu $\alpha_0 > 0, \alpha_1 \geq 0, \beta_1 \geq 0$ dan $(\alpha_1 + \beta_1) < 1$

3. Hasil dan Pembahasan

3.1. Kurtosis Model ARCH (1) dan Model GARCH (1,1)

Kurtosis GARCH (1,1) sebelumnya telah dijabarkan dengan menggunakan fungsi nonlinier dari $\gamma_{i1} = \beta_i + \alpha_i m_2$ serta memanfaatkan fungsi Gamma [12]. Adapun pada tulisan ini, kami menentukan dengan cara berbeda yaitu dengan memanfaatkan sifat-sifat ekspektasi dan asumsi pada persamaan (2). Hasilnya dinyatakan pada Teorema 1.

Teorema 1. Misalkan X_t memenuhi persamaan (2) maka kurtosis X_t adalah:

$$\kappa = \frac{\kappa_\varepsilon \cdot (1 - (\alpha_1 m_2 + \beta_1))^2}{1 - (\alpha_1^2 m_4 + 2\alpha_1 \beta_1 m_2 + \beta_1^2)} \quad (3)$$

dengan κ_ε adalah kurtosis dari ε_t dan m_2 dan m_4 masing-masing adalah $E(\varepsilon_t^2)$ dan $E(\varepsilon_t^4)$.

Bukti. Perhatikan bahwa

$$\kappa = \frac{E(X_t^4)}{[E(X_t^2)]^2} = \frac{\kappa_\varepsilon E(\sigma_t^4)}{[E(X_t^2)]^2}$$

dengan κ_ε adalah kurtosis dari ε_t , sehingga

$$\begin{aligned} E(\sigma_t^4) &= E[(\alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2)^2] \\ &= E[\alpha_0^2 + \alpha_1^2 X_{t-1}^4 + \beta_1^2 \sigma_{t-1}^4 + 2\alpha_0 \alpha_1 X_{t-1}^2 + 2\alpha_0 \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + 2\alpha_1 \beta_1 X_{t-1}^2 \sigma_{t-1}^2] \\ &= \alpha_0^2 + \alpha_1^2 E(X_{t-1}^4) + \beta_1^2 E(\sigma_{t-1}^4) + 2\alpha_0 \alpha_1 E(X_{t-1}^2) + 2\alpha_0 \beta_1 E(\sigma_{t-1}^2) \\ &\quad + 2\alpha_1 \beta_1 E(X_{t-1}^2 \sigma_{t-1}^2) \end{aligned}$$

Perhatikan bahwa untuk proses stasioner berlaku

$$E(\sigma_t^4) = E(\sigma_{t-1}^4)$$

Karena $X_t = \sigma_t \varepsilon_t$ maka

$$\begin{aligned} E(X_t^4) &= E(\sigma_t^4)E(\varepsilon_t^4) = m_4 E(\sigma_t^4) \\ E(X_{t-1}^2 \sigma_{t-1}^2) &= E(\sigma_{t-1}^4)E(\varepsilon_t^2) = m_2 E(\sigma_{t-1}^4) \\ E(X_{t-1}^2) &= \frac{\alpha_0 m_2}{1 - \alpha_1 m_2 - \beta_1} \\ E(\sigma_{t-1}^2) &= \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1 m_2 - \beta_1} \end{aligned}$$

Dengan $m_2 = E(\varepsilon_t^2)$ dan $m_4 = E(\varepsilon_t^4)$. Dari sini diperoleh

$$E(\sigma_t^4) = \frac{\alpha_0^2 (1 + \alpha_1 m_2 + \beta_1) / (1 - \alpha_1 m_2 - \beta_1)}{1 - \alpha_1 m_4 - 2\alpha_1 \beta_1 m_2 - \beta_1^2}$$

sehingga diperoleh kurtosis untuk model GARCH (1,1) adalah

$$\begin{aligned} \kappa &= \frac{\frac{\alpha_0^2 (1 + \alpha_1 m_2 + \beta_1)}{1 - \alpha_1 m_2 - \beta_1}}{1 - \alpha_1 m_4 - 2\alpha_1 \beta_1 m_2 - \beta_1^2} \times \frac{(1 - \alpha_1 m_2 - \beta_1)^2}{\alpha_0^2} \\ &= \frac{\kappa_\varepsilon (1 - (\alpha_1 m_2 + \beta_1))^2}{1 - (\alpha_1^2 m_4 + 2\alpha_1 \beta_1 m_2 + \beta_1^2)}. \end{aligned}$$

■

Persamaan (3) ini memberikan nilai kurtosis yang sama dengan [12]. Persamaan (3) akan memenuhi kondisi jika,

$$(\alpha_1^2 m_4 + 2\alpha_1 \beta_1 m_2 + \beta_1^2) < 1 \tag{4}$$

Selanjutnya, untuk kurtosis model ARCH (1) dapat diperoleh dengan menetapkan nilai $\beta_1 = 0$ sehingga diperoleh,

$$\kappa = \frac{\kappa_\varepsilon \cdot (1 - (\alpha_1 m_2))^2}{1 - (\alpha_1^2 m_4)} \quad (5)$$

Dari persamaan (3) dan persamaan (4) terlihat bahwa jika parameter model memenuhi asumsi dan persamaan (4) terpenuhi maka nilai $\kappa > \kappa_\varepsilon$. Oleh karena itu, jika $\varepsilon_t \sim N(0,1)$ maka nilai $\kappa > 3$. Akibatnya, baik model ARCH (1) maupun GARCH(1,1) adalah model yang memiliki kurtosis yang tinggi meskipun distribusi galatnya bukan distribusi ekor tebal. Sehingga, secara analitik kita tidak bisa melihat model mana yang terbaik karena kedua model dapat mengakomodasi sifat distribusi ekor tebal dari return.

Meskipun model ARCH (1) dan GARCH (1,1) dengan galat berdistribusi normal mampu mengakomodasi sifat ekor tebal, menurut [13], dalam banyak aplikasinya dalam data finansial distribusi normal belum cukup untuk mengakomodasi distribusi return. Salah satu solusi dari masalah ini adalah dengan mengadopsi distribusi ε_t dengan distribusi yang memiliki ekor yang lebih tebal dibandingkan distribusi normal. Distribusi ε_t dengan distribusi *student's t* diperoleh bahwa model dapat mendeskripsikan dengan baik perilaku data return. Hasil ini diperoleh dengan mengadopsi cara yang digunakan pada [14]. Jika diperhatikan untuk distribusi ε_t dengan distribusi *student's t* dengan $\nu > 4$ dan menggunakan persamaan (3) dan (4), maka kurtosisnya dari model tersebut akan lebih besar dari tiga.

3.2. Fungsi Autokorelasi Model ARCH (1) dan Model GARCH (1,1)

Pada bagian ini kami menentukan autokorelasi dengan menggunakan fakta bahwa model GARCH (p,q) dapat direpresentasikan sebagai model ARMA $(\max(p,q), p)$ dalam bentuk X_t^2 [15]. Hasil ini lebih lanjut dinyatakan pada Teorema 2.

Teorema 2. Misalkan X_t memenuhi persamaan (2) dan l menyatakan banyaknya langkah (*lag*) maka fungsi autokorelasi return kuadrat X_t^2 dan X_{t-l}^2 adalah,

$$\rho_l = \begin{cases} 1, & l = 0 \\ \frac{\alpha_1(1 - \alpha_1\beta_1 - \beta_1^2)}{(1 - 2\alpha_1\beta_1 - \beta_1^2)}, & l = 1 \\ (\alpha_1 + \beta_1)^{l-1}\rho_1, & l > 1 \end{cases} \quad (6)$$

Bukti. Misalkan X_t memenuhi persamaan (2) maka

$$X_t^2 = \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta_1)X_{t-1}^2 - \beta_1\eta_{t-1} + \eta_t \quad (7)$$

Dengan η_t adalah proses *white noise*. Perhatikan bahwa

$$E(X_t^2) = \mu = \frac{\alpha_0}{1 - (\alpha_1 + \beta_1)}$$

Sehingga dengan menggunakan manipulasi aljabar maka persamaan (7) dapat ditulis kembali menjadi,

$$X_t^2 - \mu = (\alpha_1 + \beta_1)(X_{t-1} - \mu) - \beta_1\eta_{t-1} + \eta_t$$

Jika kedua ruas dikalikan dengan $X_{t-l}^2 - \mu$ kemudian diekspektasikan maka diperoleh

- Untuk $l = 0$

$$E[(X_t^2 - \mu)(X_t^2 - \mu)] = (\alpha_1 + \beta_1)E[(X_{t-1}^2 - \mu)(X_t^2 - \mu)] - \beta_1 E[\eta_{t-1}(X_t^2 - \mu)] + E[\eta_t(X_t^2 - \mu)]$$

$$\gamma_0 = (\alpha_1 + \beta_1)\gamma_1 - \beta_1 E[\eta_{t-1}(X_t^2 - \mu)] + E[\eta_t(X_t^2 - \mu)]$$

Perhatikan bahwa

$$E[\eta_t(X_t^2 - \mu)] = E[\eta_t((\alpha_1 + \beta_1)(X_t^2 - \mu) - \beta_1\eta_{t-1} + \eta_t) = \sigma_\eta^2$$

$$E[\eta_{t-1}(X_t^2 - \mu)] = E[\eta_{t-1}((\alpha_1 + \beta_1)(X_{t-1}^2 - \mu)) - \beta_1\eta_{t-1} + \eta_t = \alpha_1\sigma_\eta^2$$

Dari sini diperoleh

$$\gamma_0 = (\alpha_1 + \beta_1)\gamma_1 + (1 - \alpha_1\beta_1)\sigma_\eta^2 \quad (8)$$

- Untuk $l = 1$

$$\begin{aligned} E[(X_t^2 - \mu)(X_{t-1}^2 - \mu)] &= (\alpha_1 + \beta_1)E[(X_{t-1}^2 - \mu)(X_{t-1}^2 - \mu)] - \beta_1 E[(\eta_{t-1}(X_{t-1}^2 - \mu)] \\ &\quad + E[\eta_t(X_{t-1}^2 - \mu)] \end{aligned}$$

Dari sini diperoleh

$$\gamma_1 = (\alpha_1 + \beta_1)\gamma_0 - \beta_1\sigma_\eta^2 \quad (9)$$

- Untuk $l \geq 2$

$$\begin{aligned} E[(X_t^2 - \mu)(X_{t-l}^2 - \mu)] &= (\alpha_1 + \beta_1) E[(X_{t-l}^2 - \mu)(X_{t-l}^2 - \mu)] - \beta_1 E[(\eta_{t-1}(X_{t-l}^2 - \mu)] \\ &\quad + E[\eta_t(X_{t-l}^2 - \mu)] \end{aligned}$$

Dari sini dapat diperoleh

$$\gamma_l = (\alpha_1 + \beta_1)\gamma_{l-1}$$

Selanjutnya dengan menyelesaikan persamaan (8) dan persamaan (9) diperoleh

$$\begin{aligned} \gamma_0 &= \frac{(1 - 2\alpha_1\beta_1 - \beta_1^2)\sigma_\eta^2}{1 - (\alpha_1 + \beta_1)^2} \\ \gamma_1 &= \frac{[\alpha_1(1 - \alpha_1\beta_1 - \beta_1^2)]\sigma_\eta^2}{1 - (\alpha_1 + \beta_1)^2} \end{aligned}$$

Dari hasil sebelumnya diperoleh

$$\rho_1 = \frac{\gamma_1}{\gamma_0} = \frac{\alpha_1(1 - \alpha_1\beta_1 - \beta_1^2)}{1 - 2\alpha_1\beta_1 - \beta_1^2}$$

Dengan meneruskan proses ini diperoleh fungsi autokorelasi dari ρ_l untuk $l \geq 2$ yaitu

$$\rho_l = (\alpha_1 + \beta_1)^{l-1} \rho_1$$

■

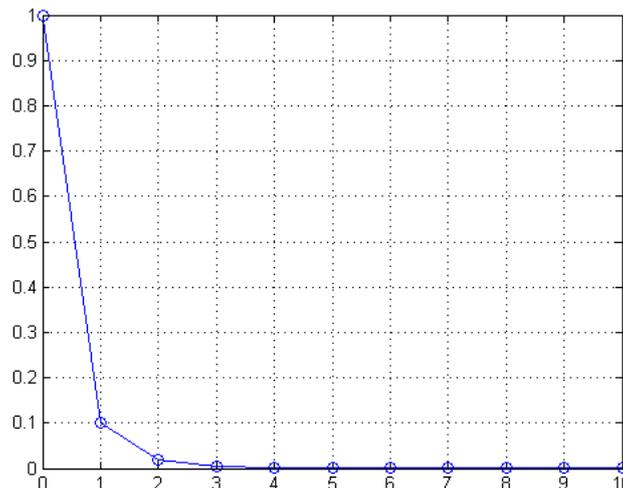
Cara ini memiliki kekurangan yaitu hanya bisa digunakan pada asumsi galat berdistribusi normal oleh karena itu, persamaan (6) hanya memenuhi jika $\varepsilon_t \sim N(0,1)$. Secara umum [12] menuliskan persamaan fungsi autokorelasi dari model GARCH (1,1) pada persamaan (10)

$$\rho_l = \begin{cases} 0 & , \quad l = 0 \\ (\alpha_1 m_2 + \beta_1)^{l-1} \cdot \frac{\alpha_1 m_2 (1 - \alpha_1 \beta_1 m_2 - \beta_1^2)}{(1 - 2\alpha_1 \beta_1 - \beta_1^2)} & , \quad l \geq 1 \end{cases} \quad (10)$$

Selanjutnya, untuk model ARCH (1) dapat diperoleh fungsi autokorelasinya dengan menetapkan nilai $\beta_1 = 0$ sehingga diperoleh hasil sebagai berikut,

$$\rho_l = \begin{cases} 0 & , \quad l = 0 \\ (\alpha_1 m_2)^l & , \quad l \geq 1 \end{cases} \quad (11)$$

Pada persamaan (6) dan (7) terlihat jelas bahwa jika parameter model ARCH (1) dan GARCH (1,1) memenuhi definisi (1) maka jelas bahwa $\rho_1 > \rho_2 > \dots > \rho_l$. Hal ini berarti bahwa fungsi autokorelasinya akan selalu turun secara perlahan. Hal ini dapat dilihat pada gambar (1)



Gambar 1. Plot perilaku fungsi autokorelasi X_t^2 dari model GARCH (1,1)

Gambar 1 merupakan gambar dari persamaan (6) dengan *fixed parameter*. Dari Gambar (1) terlihat bahwa fungsi autokorelasi X_t^2 akan turun secara perlahan. Hal ini sesuai dengan sifat empiris fungsi autokorelasi yang terdapat pada [9]. Fungsi autokorelasi dari return kuadrat akan perlahan turun (*slowly decay of autocorrelation*). Hal ini berarti baik model ARCH (1) dan GARCH (1,1) memiliki fungsi autokorelasi turun secara perlahan.

3.3. Simulasi

Simulasi pada bab ini bertujuan untuk melihat seberapa besar perbedaan antara kurtosis dan fungsi autokorelasi data aktual dibandingkan dengan kurtosis dan

autokorelasi model ARCH (1) dan GARCH (1,1). Seperti yang telah dijelaskan sebelumnya bahwa data yang digunakan pada simulasi ini adalah data sekunder return harga penutupan saham harian dari 3 saham LQ45 yang memiliki PER tinggi berdasarkan data dari [10] pada periode Januari 2019 sampai pada Desember 2019 yaitu:

1. PT. Semen Indonesia, Tbk (SMGR.JK).
2. PT. Jasa Marga (Persero), Tbk (JSMR.JK).
3. PT. Media Nusantara Citra, Tbk (MNCN).

Dari data diatas selanjutnya dihitung return harga saham dengan menggunakan formulasi $r_t = (\ln P_t - \ln P_{t-1}) \times 100$ dengan r_t dan P_t masing masing menyatakan return dan harga saham pada saat t . Selanjutnya dihitung menggunakan software *MATLAB R2015a* statistik deskriptifnya dan estimasi parameter dari model ARCH(1) dan GARCH (1,1) dengan distribusi galat yang digunakan adalah distribusi normal dan distribusi *student's t* dengan derajat bebas sepuluh. Hasilnya dapat dilihat pada tabel (1).

Table 1. Statistik deskriptif dan hasil estimasi parameter

	SMGR	JMSR	MNCN
Skewness	-0,037373	0,272976	0,615828
Kurtosis	15,939440	3,990510	6,267070
Model ARCH (1) dengan distribusi Normal			
α_0	0,0004451	0,00038	0,000792
α_1	0,1939264	0,159169	0,433845
Model ARCH (1) dengan distribusi <i>student's t</i>			
α_0	0,000410	0,000383	0,000763
α_1	0,203941	0,170211	0,108818
Model GARCH (1,1) dengan distribusi Normal			
α_0	0,000155	0,000227	0,000565
α_1	0,582522	0,330528	0,148459
β_1	0,137646	0,167851	0,495621
Model GARCH (1,1) dengan distribusi <i>student's t</i>			
α_0	$8,63 \times 10^{-5}$	$2,39 \times 10^{-4}$	0,000106
α_1	0,691533	0,308618	0,783344
β_1	0,136671	0,176535	0,079701

Nilai-nilai yang terdapat dari tabel (1) diperoleh dengan melakukan prosedur pemodelan runtun waktu heteroskedastik. Nilai - nilai ini kemudian disubtitusikan pada persamaan (7) dan (8) untuk memperoleh nilai kurtosis model. Selanjutnya dibandingkan hasil antara kurtosis data dan kurtosis model untuk melihat hasil yang paling baik diukur dengan menggunakan MSE sehingga diperoleh hasil yang disajikan pada Tabel 2.

Table 2. Perbandingan Nilai MSE kurtosis data dan kurtosis model

Data	Kurtosis Data	Kurtosis ARCH (1)	Kurtosis ARCH (1)-t	Kurtosis GARCH (1,1)	Kurtosis GARCH (1,1)-t
SMGR.JK	4,575900	3,254340	5,923795	3,256341	14,783750
JMSR.JK	3,527936	3,164511	4,532963	3,243130	5,698164
MNCN.JK	21,746160	5,594140	3,469072	18,698920	4,381430
MSE		87,58878	1,1697*10 ¹³	3,70267401	136,814650

Tabel 2 menunjukkan bahwa nilai kurtosis yang memiliki MSE terkecil adalah model GARCH (1,1) sehingga dapat disimpulkan pada kumpulan data ini model GARCH (1,1) memberikan nilai terbaik dalam mengakomodasi nilai kurtosis pada data real. Hal ini juga terlihat pada data MNCN.JK yang memiliki kurtosis yang sangat tinggi dapat didekati dengan baik oleh model GARCH (1,1).

Jika nilai-nilai parameter pada tabel (1) disubstitusikan pada persamaan (7) dan (8) maka akan diperoleh juga nilai-nilai fungsi autokorelasi model. Selanjutnya, nilai-nilai ini akan dibandingkan dengan fungsi autokorelasi data yaitu dengan melihat MSE. Nilai-nilai fungsi autokorelasi ini akan dibatasi pada 5 lag pertama karena persamaan (7) dan (8) akan konvergen ke nol, jika lagnya semakin besar. Hasil perbandingan antara fungsi autokorelasi data dan fungsi autokorelasi model yang disajikan pada Tabel 3.

Table 3. Perbandingan Nilai MSE fungsi autokorelasi data dan fungsi autokorelasi model

Emiten	Lag	ρ_{data}	$\rho_{arch(1)}$	$\rho_{arch(1)-t}$	$\rho_{garch(1,1)}$	$\rho_{garch(1,1)-t}$
SMGR	0	1	1	1	1	1
	1	0,243552	0,19392643	0,203940615	0,159706	0,241532554
	2	0,141246	0,03760746	0,041591774	0,1150151	0,208290956
	3	0,050043	0,00729308	0,008482252	0,0828302	0,179624326
	4	0,000422	0,00141432	0,001729876	0,0596517	0,154903022
	MSE		0,00300644	0,002645812	0,0024603	0,009030941
JMSR	0	1	1	1	1	1
	1	0,230484	0,15916862	0,170211382	0,1797936	0,240222308
	2	0,064633	0,02533465	0,028971915	0,0896054	0,127146363
	3	0,038561	0,00403248	0,00493135	0,0446575	0,06729682
	4	-0,04602	0,00064184	0,000839372	0,0222564	0,035619281
	MSE		0,00199991	0,001646201	0,0015783	0,002298604
MNCN	0	1	1	1	1	1
	1	0,23621	0,43384473	0,108817567	0,539515	0,133389227
	2	0,010375	0,18822125	0,011841263	0,3474908	0,117778824
	3	0,088068	0,0816588	0,001288537	0,2238118	0,103995289
	4	-0,01065	0,03542724	0,000140216	0,1441527	0,091824828
	MSE		0,01457055	0,004775623	0,0496061	0,006572378

Dari Tabel 3 dapat dilihat bahwa nilai fungsi autokorelasi model GARCH (1,1) memiliki MSE terkecil untuk dua data return saham yaitu SMGR.JK dan JMSR.JK. Untuk MNCN.JK, nilai fungsi autokorelasi model ARCH (1) dengan distribusi t memiliki nilai MSE terkecil. Oleh

karena itu dapat disimpulkan bahwa dalam fungsi autokorelasi model GARCH (1,1) dapat mengakomodasi dengan baik sifat fungsi autokorelasi return kuadrat turun secara perlahan (*slowly decay of autocorrelation*) untuk data data ini.

4. Kesimpulan

Secara analitik, Model ARCH (1) dan GARCH (1,1) memiliki kurtosis yang tinggi yaitu lebih dari tiga yang berarti kedua model tersebut memiliki distribusi ekor tebal dan fungsi autokorelasi yang turun secara perlahan. Hasil simulasi numerik perbandingan MSE nilai kurtosis data dan kurtosis model diperoleh bahwa model GARCH(1,1) memiliki MSE terkecil dengan nilai 3,702. Selanjutnya, hasil numerik perbandingan MSE untuk fungsi autokorelasi diperoleh GARCH (1,1) memiliki MSE terkecil pada dua data yaitu SMGR.JK dan JMSR.JK masing masing memiliki nilai 0,0025 dan 0,0015. Selanjutnya untuk data MNCN.JK MSE terkecilnya adalah model ARCH (1) dengan distribusi t dengan nilai 0,0048.

Referensi

- [1] R. S. Tsay, *Analysis of financial time series*. New York: Wiley, 2002.
- [2] R. F. Engle, "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation," *Econometrica*, vol. 50, no. 4, p. 987, Jul. 1982, doi: 10.2307/1912773.
- [3] T. Bollerslev, "Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity," *J. Econom.*, vol. 31, no. 3, pp. 307-327, Apr. 1986, doi: 10.1016/0304-4076(86)90063-1.
- [4] H. Malmsten and T. Teräsvirta, "Stylized Facts of Financial Time Series and Three Popular Models of Volatility," *Eur J Pure Appl Math*, p. 35, 2010.
- [5] R. Bilondatu, N. Nurwan, and D. R. Isa, "A Model ARCH (1) dan GARCH (1,1) pada Peramalan Harga Saham PT. Cowell Development Tbk.," *BAREKENG J. Ilmu Mat. Dan Terap.*, vol. 13, no. 1, pp. 009-018, Mar. 2019, doi: 10.30598/barekengvol13iss1pp009-018ar676.
- [6] C. M. Lim and S. K. Sek, "Comparing the Performances of GARCH-type Models in Capturing the Stock Market Volatility in Malaysia," *Procedia Econ. Finance*, vol. 5, pp. 478-487, 2013, doi: 10.1016/S2212-5671(13)00056-7.
- [7] H. Herwartz, "Stock return prediction under GARCH – An empirical assessment," *Int. J. Forecast.*, vol. 33, no. 3, pp. 569-580, Jul. 2017, doi: 10.1016/j.ijforecast.2017.01.002.
- [8] R. F. Engle and A. J. Patton, "What good is a volatility model?," *Quant. Finance*, vol. 1, no. 2, pp. 237-245, Feb. 2001, doi: 10.1088/1469-7688/1/2/305.

- [9] R. Cont, "Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues," *Quant. Finance*, vol. 1, no. 2, pp. 223-236, Feb. 2001, doi: 10.1080/713665670.
- [10] D. Ayuningtyas, "5 Saham LQ45 Beri Cuan di Atas 20%, Mari Simak Kinerjanya," *market*. <https://www.cnbcindonesia.com/market/20191104102926-17-112353/5-saham-lq45-beri-cuan-di-atas-20-mari-simak-kinerjanya> (accessed Feb. 27, 2020).
- [11] E. Zivot and J. Wang, *Modeling financial time series with S-plus*, 2nd ed. New York, NY: Springer, 2006.
- [12] C. He and T. Teräsvirta, "Fourth Moment Structure of The GARCH (p , q) PROCESS," *Econom. Theory*, vol. 15, no. 6, pp. 824-846, Dec. 1999, doi: 10.1017/S0266466699156032.
- [13] T. Bollerslev, R. Y. Chou, and K. F. Kroner, "ARCH modeling in finance," *J. Econom.*, vol. 52, no. 1-2, pp. 5-59, Apr. 1992, doi: 10.1016/0304-4076(92)90064-X.
- [14] X. Bai, J. R. Russell, and G. C. Tiao, "Kurtosis of GARCH and stochastic volatility models with non-normal innovations," *J. Econom.*, vol. 114, no. 2, pp. 349-360, Jun. 2003, doi: 10.1016/S0304-4076(03)00088-5.
- [15] C. Francq and J.-M. Zakoian, *GARCH models: structure, statistical inference, and financial applications*. Chichester, West Sussex: Wiley, 2010.