

# Modelo para programación de operaciones en la fabricación de cajas de cartón corrugado\*

Norberto Acevedo Lizarazo\*\*, Alexandra Carrillo Barrios\*\*\*,  
Carlos D. Paternina-Arboleda\*\*\*\*,  
Jorge Raish Castilla\*\*\*\*\*

Grupo de Investigación en Sistemas Inteligentes  
Departamento de Ingeniería Industrial  
Universidad del Norte, Barranquilla (Colombia)

---

## Resumen

*En este trabajo se presenta un nuevo acercamiento al problema del refile o desperdicio, con el objetivo primordial de programar la producción de cajas corrugadas teniendo en cuenta el desperdicio generado y la utilización del corrugador. Como complemento a la programación del corrugador se implementa un heurístico de despacho para programación de máquinas restrictivas, con el fin de lograr un modelo global que involucre todas las máquinas que intervienen en el proceso de producción. En la primera etapa de la investigación se formuló y validó un modelo no-lineal que resuelve el problema del desperdicio por refile al encontrar las mejores combinaciones de pedidos a ser acomodados en la lámina de cartón. En la segunda etapa se implementó un heurístico de despacho, con el fin de obtener un programa de las operaciones de acabado.*

*Como resultado de esta integración se obtuvo un modelo global de programación que reduce la incertidumbre del desperdicio derivado de conformar combinaciones de pedidos para aprovechar el ancho de la lámina de cartón, durante la programación del corrugador, y permite integrar la programación de éste con las operaciones de acabado al utilizar el heurístico de despacho. Esto último garantiza un flujo de materiales en función de la máquina restrictiva teniendo como objetivo la fecha de entrega de un pedido.*

**Palabras clave:** Programación de la producción, desperdicio por refile, máquina restrictiva, programación no-lineal, industria de papel.

## Abstract

*In this paper a new approach to the trim waste problem is presented, where the primary objective is to schedule the production of card boxes based on the trim waste and the*

Fecha de recepción: 22 de julio de 2002

---

\* Este artículo forma parte de los resultados de la investigación «Software genérico de operaciones con base en algoritmos heurísticos de inteligencia computacional». Universidad del Norte.

\*\* Ingeniero Industrial, Universidad del Norte.

\*\*\* Ingeniero Industrial, Universidad del Norte.

\*\*\*\* Director del Centro de investigación y desarrollo tecnológico en diseño y producción integrada, Universidad del Norte, Barranquilla (Colombia). [cpaterni@uninorte.edu.co](mailto:cpaterni@uninorte.edu.co)

\*\*\*\*\* Director de planta de Empaques Industriales S.A., Parque Industrial Malambo S.A., Malambo (Atlántico).

*corrugator's utilization. As a complement to the corrugator's schedule a dispatch heuristic for constrained machines is implemented in order to accomplish a global model that involves every machine in the production process. A first stage research phase shows a non-linear model validated to solve the trim waste problem by finding the best arrangement of customer orders to be placed in the cardboard. On a second stage, the dispatch heuristic is implemented in order to obtain the schedule for the finishing operations.*

*As a result of this integration, a global scheduling model is obtained which reduces the uncertainty of the waste derived from the process of combining orders in the cardboard. It integrates the scheduling process of the finishing operations by means of a dispatch heuristic. This last component guarantees the flow material as a function of the constrained machine with delivery dates as the main goal.*

**Key words:** Production Scheduling, Trim Waste, constrained machine, non-linear programming, Paper industry.

---

## INTRODUCCIÓN

En los últimos 50 años las empresas productoras se han visto en la necesidad de generar cambios tecnológicos que sirvan para crecer y desarrollarse en un mercado específico con el fin de ir un paso adelante y ser más competitivas. Este es el caso de la industria del cartón corrugado, donde un sinnúmero de intentos han sido desarrollados para crear un modelo computarizado que ayude a resolver el problema del Trim en el proceso de producción.

El punto inicial de estos esfuerzos puede ser trazado desde las investigaciones realizadas por Paull, Walter[7] y Eisemann, quienes describieron formulaciones de programación lineal para el problema general de residuos en la industria del papel. Luego estos algoritmos fueron modificados y mejorados por Gilmore y Gomory[3]. De cualquier forma fue fácil reconocer que debido a la naturaleza del corrugador podía ser un problema no lineal. Esto llevó a desarrollar procedimientos heurísticos, y en este campo uno de los más destacados fue Van Worner[8]. Particularmente el problema radica en la inestabilidad de relacionar y considerar tratados económicos de manera sistemática.

### 1. Planteamiento de un modelo global de programación

Dadas las características del proceso de producción de cajas de cartón, en el cual todos los productos parten de la misma operación para luego tomar una ruta de operación según características finales del producto, es indispensable reconocer y diferenciar los tipos de procesos que se realizan en la fabricación de las cajas. Por un lado se encuentra el proceso de corrugación, que corresponde a la producción de láminas corrugadas, y que se caracteriza por ser un proceso continuo; por otro lado, las operaciones de acabado, que son propias de talleres de manufactura y donde no todos los productos visitan todas las máquinas. Un producto visitará una máquina según sea su ruta de proceso, hasta completar su ciclo de operaciones.

El modelo para realizar la programación de operaciones consta de dos partes secuenciales. En la primera parte se utiliza un modelo que selecciona, de un grupo de posibilidades, cuáles deben ser los patrones de cortes y anchos de rollo en el material que se debe utilizar, de tal forma que se puedan minimizar los costos de fabricación al programar el corrugador. En la segunda parte se utiliza un heurístico de despacho para la programación de las operaciones subsecuentes a la corrugación, partiendo de los datos obtenidos en el programa del corrugador y los pedidos disponibles en cada una de las máquinas.

## 2. Antecedentes del Problema de desperdicio en el Corrugador

El proceso de corrugación se logra a partir de un papel medio y dos liner al pasar a través del corrugador. La capacidad productiva del corrugador depende de su velocidad y de la cantidad de materia prima que pueda ser alistada (ancho de rollo de papel) para elaborar la lámina continua de cartón corrugado; así, mientras más ancho sea el rollo que se utilice mayor será la productividad, ya que se está procesando más material en un menor tiempo.

Partiendo de este punto, para programar los pedidos al realizar los patrones de cortes se hace necesario que se maximice la utilización del corrugador al seleccionar el rollo más ancho, y reducir al mínimo valor los desperdicios por refile y demás variables controlables. En esencia, el problema radica en la selección de los pedidos que irán en el patrón de corte y cuánto producir, para formar patrones que permitan aumentar la utilización del corrugador y minimizar los refiles.

Existen factores que giran en torno a la programación de pedidos, y hay que tenerlos en cuenta al programar los pedidos disponibles. Estos factores tienen una influencia directa o indirecta en la utilización del corrugador. Se pueden presentar como:

- *La cantidad de pedidos disponibles para ser procesados*

En este tipo de industria se hace costoso el mantenimiento de unidades de stock o inventario, debido a las condiciones necesarias para que el producto mantenga sus características intrínsecas, tales como la resistencia a la compresión vertical y horizontal. Por esto al momento de producir se asignan los patrones de cortes tomando los pedidos disponibles y complementando los incompletos, cuando sea necesario, con el mínimo número de unidades en stock de otro producto. Para asegurar esto se hacen corridas frecuentes y se mantiene una variedad de pedidos, de tal forma que se aumentan las posibilidades al momento de hacer los patrones de cortes.

- *Las dimensiones de la lámina rectangular para cada pedido*

Con la medida del ancho se determina cuál debe ser el patrón de corte, y debe encontrarse el par de pedidos y el número de cortes que se realizará para cada pedido. Con el largo se encuentran los metros lineales que se deben producir en cada patrón de corte, tomando como referencia las unidades que se van a producir y un 10% de tolerancia permitida. Este factor representa especial interés, pues determina las posibilidades que se pueden presentar para cubrir un ancho de rollo y aprovechar al máximo el espacio disponible. Tiene una influencia directa en la utilización al determinar el ancho de rollo que se debe emplear. Para un caso trabajado se encontraron alrededor de 1.700 referencias diferentes para la producción de cajas, cada una con características diferentes, ya sea en el tipo de material, geometría, colores y características particulares.

- *La fecha de entrega*

Determina cuáles van a ser los pedidos que se van a procesar para cumplir con los requerimientos de los clientes, tomando la fecha acordada para la entrega. Además, también es determinante para aquellos pedidos que van a ser despachados fuera del área local, ya que en el momento de despacho se deben tener unidades suficientes para completar una unidad de transporte, y de esta forma evitar problemas de envío tratando de garantizar un flujo continuo, de este tipo de pedidos, a través de resto de máquinas.

- *La utilización del corrugador*

Es determinante al momento de realizar los patrones de cortes por dos razones: la primera se refiere al ancho de rollo que se debe utilizar. Al hacer uso de anchos de rollo mayor se está aprovechando mejor la capacidad productiva, debido al cubrimiento de una mayor área de material en un menor tiempo. La segunda se refiere a las claves que se van a producir. Debe existir un balance entre el tiempo destinado a la producción de una clave específica y el tiempo disponible para la entrega de un pedido en el momento acordado, de manera que el tiempo de corrida para un pedido en una clave determinada no genere retrasos en los otros pedidos que se encuentran en espera, ni tampoco mucha improductividad en el resto de máquinas.

- *Desperdicios controlables por refiles*

Es una causal de costos controlable por consumo de material, y varía según se produzca la clave y el área desperdiciada. La empresa tiene la posibilidad de tener diversos anchos de rollo para la conformación de las diversas claves, lo que le permite disminuir el margen de costo al alternar el ancho para una serie de pedidos disponibles. Sin embargo, la empresa se penaliza con un costo de oportunidad al

utilizar anchos que disminuyen considerablemente la productividad del corrugador. Las tolerancias permitidas, o desperdicios no controlables, son refiles  $\geq 2$  y  $\leq 3$  cm. Esta tolerancia representa un costo fijo por metro lineal producido para cada clave.

- *Los niveles de inventario de materia prima*

Determinan los metros lineales que pueden ser producidos en un ancho dado. Por esto al momento de programar el corrugador debe existir un balance entre los inventarios de los diferentes rollos, para poder disponer de una mayor variedad al momento de realizar los patrones de cortes y poder así disminuir los costos por refile.

- *Alistamiento del corrugador*

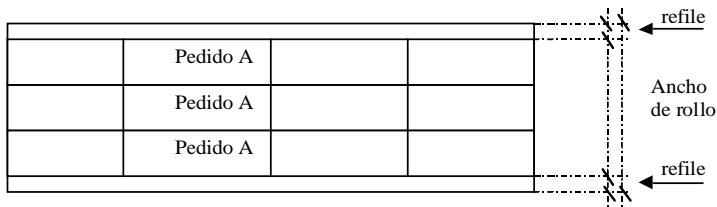
Se refiere al montaje, desmontaje de materia prima y alistamiento de máquina en el corrugador. Esta operación representa un costo asociado al tiempo de operación, durante la producción de una misma clave, al momento de cambiar el ancho de rollo que se debe utilizar.

### 3. **Formulación del modelo**

En principio, el problema se origina cuando se produce un pedido, o un par de pedidos, de cierta referencia tal que sus anchos de lámina ocupen el máximo de un espacio limitado por el ancho de rollo y las tolerancias permitidas para el refile. Tomando en cuenta este elemento y los factores anteriormente mencionados, se formula el modelo partiendo de todas las posibles soluciones que surgen a partir de las combinaciones de uno o más referencias.

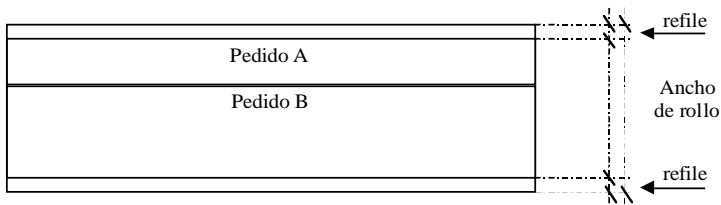
La función del modelo está dirigida hacia los resultados que se obtienen al hacer corridas con un patrón de corte específico. Estos resultados son medidos con costos, y su definición hace que se discrimine un patrón de corte determinado. El modelo parte de un conjunto de elementos solución que representan todas las posibles combinaciones aceptables para la conformación de los patrones de cortes y su relación en costos. Se pueden definir en cuatro tipos de soluciones al momento de producir pedidos completos:

- 1) Producir un pedido en varios cortes hasta que el patrón de corte en uno o más anchos diferentes de rollo complete el total de unidades requeridas por el pedido.



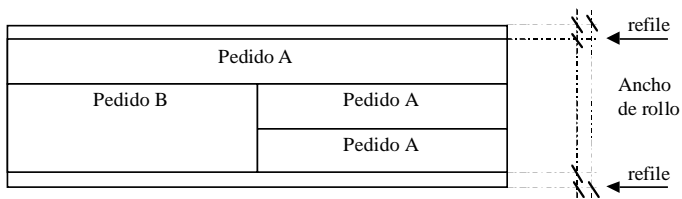
**Figura 1.** Vista superior de las láminas de un mismo pedido acomodadas sobre la cortadora giratoria en varios cortes. *Solución Tipo I*

II) Producir la totalidad de dos pedidos en un patrón de corte para un ancho de rollo específico, teniendo en cuenta que terminan simultáneamente y con una tolerancia máxima del 10% de unidades en cada uno de los pedidos.



**Figura 2.** Vista superior de las láminas del pedido principal acompañado de un pedido secundario acomodadas sobre la cortadora giratoria en dos cortes. *Solución Tipo II*

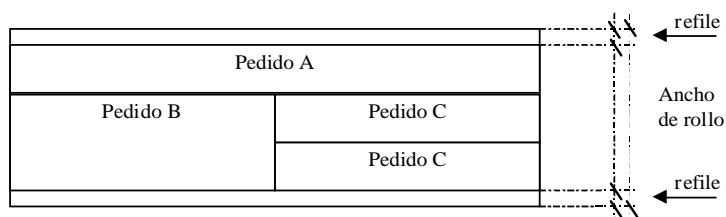
III) Producir dos o más pedidos en varios patrones de cortes de tal forma que al terminar con las unidades de uno se siguen produciendo las del otro con el mismo ancho de rollo, pero en varios cortes. En este tipo de solución existe un pedido principal y una variedad de pedidos secundarios, que actúan como complementos para completar el pedido principal.



**Figura 3.** Vista superior de las láminas del pedido principal acompañado de un pedido secundario, donde el pedido principal tiene mayor número de unidades que se deben producir y una vez finalizada las unidades del pedido secundario la corrida finalizará sólo con unidades del pedido principal. *Solución Tipo III*

IV) En este tipo de solución el pedido principal se complementa con pedidos secundarios para todos los patrones de cortes necesarios para completar los pedidos. Producir tres pedidos en dos patrones de cortes, de tal forma que al

terminar con las unidades de uno de los pedidos en el primer patrón de corte, creo otro patrón de corte con un tercer pedido para completar los dos últimos pedidos, esto teniendo en cuenta la tolerancia del 10% para cada pedido y un mismo ancho de rollo.



**Figura 4.** Vista superior de las láminas del pedido principal A acompañado de un pedido secundario, donde el pedido secundario B posee menor número de unidades que el pedido principal A, y donde éste será complementado por un tercer pedido C para finalizar la corrida. *Solución Tipo IV*

Si un mismo pedido posee patrones de cortes diferentes para anchos de rollo distintos, entonces cada uno de esos patrones de cortes define un elemento solución diferente.

Un elemento solución está conformado por el patrón de corte y todos los costos que se desprenden de éste, y representa una de las decisiones que se puede tomar al momento de producir láminas de cartón. En principio, si un elemento solución es seleccionado al momento de tomar la decisión de cuál patrón de corte se va a producir, se originan unos costos directos. Estos costos variarán según el refile, el tiempo de operación en el corrugador, el ancho de rollo que se ha seleccionado, y tomando como base que se originan como resultado de la combinación de pedidos, y la liquidación de los metros lineales necesarios para completar los pedidos.

En definitiva, cada elemento solución posee como criterios para la producción de láminas, un patrón de corte establecido y unos costos asociados a ese patrón de corte que determinan cuál va a ser la incidencia de tomar esa solución como una decisión válida y con repercusiones favorables o relativamente favorables. Esto último se tiene en cuenta partiendo de que no se desea producir stock; es decir, una solución será considerada relativamente favorable en la medida en que permita completar los pedidos y reducir al máximo los costos por baja productividad del corrugador y por exceso de unidades de stock.

La formulación del modelo planteado por Haessler y Talbot [4], y que es un acercamiento real a la problemática planteada, toma cada elemento solución definido según los tipos de soluciones para producir pedidos completos, y existe una

variable de asignación  $x_j$  que selecciona la mejor solución para completar el pedido. Sin embargo, al plantear las soluciones de esta forma, el modelo se hace más complejo, pues se está aumentando el número de posibilidades y, por ende, el número de variables de decisión.

Ahora, si se analizan los tipos de solución III y IV, notamos que resultan de la combinación de las soluciones tipo I y II; así, la solución tipo III resulta de la combinación de la tipo I con la tipo II, y la solución tipo IV resulta de la combinación de dos tipo II utilizando 3 o más pedidos diferentes. Suponiendo que todos los pedidos tienen por lo menos una combinación con los otros pedidos, y una consigo mismo, para un problema con 23 pedidos se tienen:

1. 23 soluciones Tipo I, que resultan de multiplicar el número de pedidos por el número de combinaciones por pedido.
2. 253 soluciones Tipo II, que resultan de combinaciones de 2 en 23 ( $23C_2$ ). En este punto se utilizan combinaciones, pues el orden en que estén configurados los pedidos no tiene relevancia en el resultado.
3. 5.819 soluciones Tipo III, que resultan de multiplicar  $23 \times 253$ , es decir, la combinación de soluciones Tipo I y Tipo II.
4. 31.878 soluciones Tipo IV, que resultan de combinaciones de 2 en 253 ( $253C_2$ ). En este punto se están combinando las posibles soluciones generadas en el Tipo II.

Siendo 37.973 el total de posibles soluciones que se tienen que explorar al momento de determinar cuáles serán tomados como elementos solución para el modelo, resulta un problema bastante complejo. Es necesario determinar cuáles son todos los posibles elementos solución para poder encontrar una solución óptima, y con este fin se origina un problema de búsqueda exhaustiva dentro de las 37.973 posibles soluciones, de tal forma que todas las posibilidades en la toma de decisiones queden cubiertas.

En virtud de este último elemento y para enfrentar el problema de la complejidad por el número de variables, se ha optado por cambiar la naturaleza de la variable de asignación para que tome valores entre 0 y 1. Esto significa que la variable  $X_j$  estará definida así:  $X_j =$  proporción del elemento  $j$  que se va a producir para completar los pedidos.

De esta forma se logra disminuir la complejidad entera a las soluciones generadas del tipo I y II. Así la búsqueda exhaustiva de los elementos solución se reduce considerablemente, puesto que sólo se tendrán en cuenta posibles soluciones Tipo I y Tipo II; para el caso anteriormente mencionado con 23 pedidos, serán 276 posibles



soluciones, de las cuales no todas podrán ser consideradas como elementos solución.

La respuesta a este modelo dará como resultado las cantidades que se deben producir en varios elementos solución, de tal forma que se logre completar las unidades de un pedido. Múltiples elementos serán seleccionados, y de la combinación de varios de ellos resultarán los tipos de soluciones anteriormente definidos. Teniendo en cuenta las consideraciones presentadas, la formulación del modelo se realizará como se presenta a continuación:

$$f(\min) = \sum_j (C_{oj} + C_{mj}) X_j + Ccp_j + \sum_k Cs_k Y_k$$

Sujeto a las siguientes restricciones:

$$\sum_j \mu_{kj} X_j \leq A_k Y_k \quad \text{para todo } k = 1 \dots K \quad \text{[Ecuación 1]}$$

$$\sum_j a_{ij} X_j \geq PLI_i \quad \text{para todo } i = 1 \dots I \quad \text{[Ecuación 2]}$$

$$\sum_j a_{ij} X_j \leq PLS_i \quad \text{para todo } i = 1 \dots I \quad \text{[Ecuación 3]}$$

$$X_j \geq 0 \quad ; \quad Y_k \geq 0 \quad \text{[Ecuación 4]}$$

De donde:

$X_j$  : es una variable que representa la proporción del elemento  $j$  que se producirá.  
Toma valores entre 0 y 1

$j$  : elemento de solución disponible

$Y_k$  : toma el valor de 1 cuando se utiliza un ancho de rollo  $k$ , y 0 en cualquier otro caso

$I$  : es la cantidad de pedidos disponibles a programar

$K$  : es la cantidad de anchos de rollo diferentes por material

$Co_j$  : es el costo de operación del corrugador por solución

$Cm_j$  : es el costo por desperdicio de material por solución

$Ccp_j$  : es el costo por cambio de patrón de corte por solución

$Cs_k$  : equivale al costo de selección de un ancho determinado  $k$

$a_{ij}$  : son los metros lineales que se van a producir del pedido  $i$  en el elemento  $j$ .

$\square_{ki}$  : son los metros lineales requeridos del rollo  $k$  por el elemento  $j$

$PLI_i$  : Es el límite inferior de los metros lineales requeridos para completar el pedido  $i$  en un corte

$PLS_i$  : Es el límite superior de los metros lineales requeridos para completar el pedido  $i$  en un corte

$A_k$  : son los metros lineales disponibles en inventario de un ancho de rollo  $k$

En esta formulación, la función objetivo simboliza el costo total en el que se incurre al momento de tomar la decisión de qué patrones de cortes se van a producir. Su objetivo es reducir al mínimo este costo.

Los elementos solución necesarios para esta nueva formulación partirán de la base de las soluciones Tipo I y Tipo II luego de ser seleccionados mediante una búsqueda exhaustiva. Cada elemento tiene definido un patrón de corte, es decir, un pedido principal y un pedido secundario, cada uno con el número de cortes que se va a producir; el ancho de rollo que se selecciona para ese corte teniendo en cuenta las tolerancias establecidas por diseño de máquina; la cantidad de metros lineales que se deben producir por pedido, que corresponde a una equivalencia con las unidades que se deben producir. Además de lo anterior, cada elemento solución determina la cantidad de metros lineales de material para el ancho de rollo seleccionado que se consumirá.

#### 4. Solución y validación del modelo

Para resolver el modelo se utilizó una hoja de cálculo de Microsoft Excel[5] con el propósito de obtener los valores requeridos para solucionar un problema en específico. El problema se soluciona utilizando Microsoft Excel Solver, que cuenta con una capacidad para resolver problemas hasta con 200 variables y 200 restricciones; además de esto utiliza el código de optimización no lineal (GRG2) desarrollado por León Lasdon y Allan Waren<sup>1</sup>.

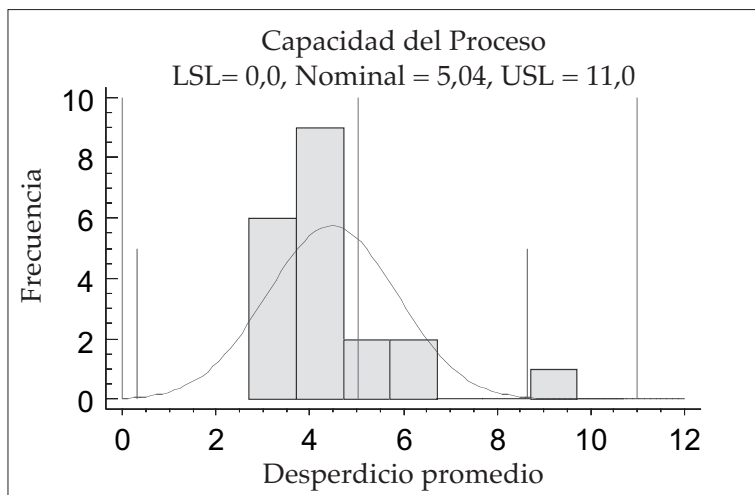
Dado que el modelo tiene una forma no-lineal, para encontrar un óptimo local el programa se inicializa desde diversos puntos. Como una solución computacional para optimizar la búsqueda de resultados óptimos, los problemas propuestos se resuelven optimizando la solución y utilizando la opción de búsqueda multi-inicio que ofrece el programa Premium Solver Platform v3.5[2], que es una extensión para Microsoft Excel Solver. En este tipo de búsqueda, el programa inicializa el Solver desde diferentes puntos de inicio, seleccionados aleatoriamente, con el fin de encontrar la mejor solución óptima local, lo que se podría considerar idealmente como el óptimo global. En problemas en los que el número de variables no es mayor que 30 se ha observado que el modelo posee una única solución.

En pruebas realizadas con el modelo y un grupo de lista de pedidos seleccionados se encontró evidencia estadística que afirma que la media del desperdicio promedio por lista de pedido programado, entre los resultados obtenidos en una primera programación de la muestra de control y los obtenidos en la implementación del modelo, son iguales. Sin embargo, la evidencia estadística encontrada en una prueba de tasa de varianza afirma que el valor de la desviación estándar es menor que el

---

<sup>1</sup> [En línea] <http://www.optimalmethods.com/>

obtenido por la primera programación; es decir, la precisión en la toma de decisiones para conformación de patrones de corte que minimicen el desperdicio aumentó, lo que generó una menor dispersión en el desperdicio promedio y, por ende, una mayor capacidad de tener valores muy cercanos a la media. Aun cuando la media no haya disminuido, el modelo implementado bajo las condiciones establecidas tiene una mayor precisión para encontrar resultados, lo que a la larga minimiza el desperdicio, puesto que se ha reducido el rango en el cual se encuentran los valores para refiles. La figura 5 muestra la capacidad que tiene el modelo de obtener resultados en el proceso de decisión, tomando los límites de fluctuación y el valor nominal de lo encontrado en el primer programa.



**Figura 5.** Diagrama de frecuencia para el desperdicio promedio obtenido en la implementación del modelo

Como resultado de este efecto se obtuvo un ahorro de material del 66.16% en peso y de 65.17% en área sobre el consumo total obtenido en el programa inicial.

Como un criterio de validación se encuentra el mínimo de unidades que se va a producir por patrón de corte para cumplir con un tiempo mínimo de corrida y reducir los alistamientos de máquina. Aun cuando este elemento no se plantea como una restricción formal, en las pruebas realizadas al modelo se encontró que para la mayoría de conformaciones de listas de pedidos que se van a producir se logra alcanzar un mínimo de unidades por patrón de corte o par de pedidos que se deben producir. Esto se debe a que en el momento de generar los elementos solución y resolver el problema es posible encontrar una combinación de patrones de cortes tal que se logre un resultado óptimo, que cumpla con las restricciones y que entregue un mínimo de unidades esperado a producir por patrón de corte. Para manejar este suceso, la generación de los elementos solución se puede controlar variando los

anchos de rollo disponible y la conformación de la lista de pedidos que se va a producir, de tal forma que al resolver el modelo se puedan obtener resultados válidos.

## 5. Heurístico de despacho para programar máquinas de acabado [6]

En cualquier proceso de fabricación, la máquina cuello de botella debe, por su condición, determinar el programa para toda la planta. En el siguiente heurístico se procede a programar dicha máquina de manera efectiva y dando cabida a que el resto de maquinarias se podrán ajustar teniendo en cuenta los resultados obtenidos en la máquina cuello de botella. En primera instancia hay que identificar cuál es la máquina cuello de botella; para ello existen varias alternativas: Una de ellas es identificar de manera visual cuál es la máquina en la que se acumulan montones de trabajo en proceso, apilados; y la segunda es estimar la carga de trabajo de todas las máquinas, una simple estimación que consiste en sumar los tiempos de proceso de todos los trabajos en cada una de las máquinas para llegar al trabajo total realizado por la máquina, luego al dividir entre el horizonte de programación se obtiene un porcentaje. La máquina cuello de botella será aquella que tenga el mayor porcentaje de carga de trabajo.

Luego de identificar cuál es la máquina cuello de botella procedemos a programarla de la siguiente forma:

Sea

$b$  = máquina cuello de botella

$j(b)$  = Operación del trabajo  $i$  hecho en  $b$

$P_{ij}$  = Tiempo de procesado del trabajo  $i$  en la máquina  $b$

$r_i^b$  = Tiempo de liberación (tiempo en el que el trabajo  $i$  llega a la máquina  $b$ ); este es el tiempo en el que se libera el trabajo  $i$  más el tiempo que tarda en llegar a la máquina cuello de botella; esto incluye el procesado y tiempos de espera para las operaciones anteriores.

Suponiendo que no existan esperas, entonces se tiene que:

$$r_i^b = r_i + \sum_{j=1}^{j(b)-1} P_{ij}$$

Es necesario para el heurístico definir una fecha de entrega del cuello de botella para el trabajo  $i$ ,  $d_i^b$ , el cual refleje cuándo debe terminar la operación en el cuello de botella. Para complementar el trabajo  $i$  en su fecha de entrega, debe estar terminado un tiempo antes de la fecha de entrega al menos igual a la suma de los tiempos de procesado en las operaciones posteriores.

Suponiendo que no hay esperas hacia abajo del cuello de botella teniendo:

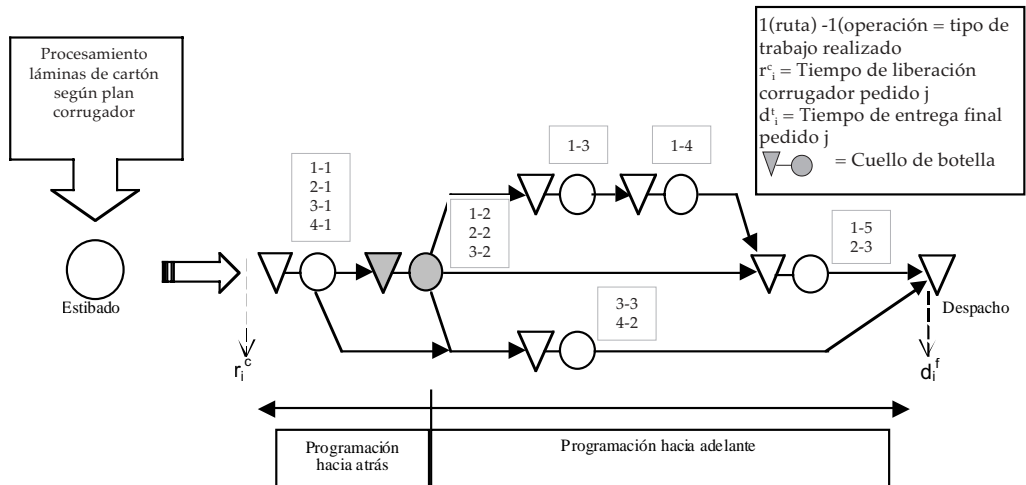
$$d_i^b = d_i - \sum_{j=1}^{j(b)-1} P_{ij}$$

Primero se programa el cuello de botella como una sola máquina con tiempos de liberación distintos a cero. Sea: U el conjunto de trabajos no programados y t el tiempo actual; para esto el procedimiento es el siguiente:

1. Sea  $U = [1, 2, 3, \dots, n]$ ;  $P'_i = P_{ij}$ ;  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ , y  $t = \min_{i \in U} r_i^b$ . De los trabajos no programados con un tiempo t tomo el menor ( $r_i$ ), el que esté disponible más pronto.
2. Sea  $S = \{i \mid r_i^b \leq t, i \in U\}$  los trabajos disponibles. Se programa el trabajo  $i^*$  (trabajo programado) en b, donde  $i^*$  tiene la mejor prioridad entre los trabajos de S; en este caso la prioridad es el menor tiempo de entrega.
3. Sea  $U \leftarrow U - (i^*)$ . Si  $U = \emptyset$ , se detiene; todos los trabajos están programados. De otra manera, se hace  $t = \max(\min_{i \in U} r_i^b, t + p'_{i^*})$ , es decir, se escogerá el máximo valor entre el mínimo tiempo de liberación y el tiempo de culminación del proceso para el trabajo anterior.

Para este heurístico se utilizan varias medidas para establecer prioridad o realizar desempates. Si la medida es el lapso ( $C_{\max}$ ), se elige el trabajo disponible al que le falte más proceso. Para el tiempo de flujo se elige el trabajo al que le falta menos procesado. Para minimizar la tardanza máxima  $T_{\max}$  se elige el trabajo de cuello de botella con la fecha de entrega más cercana.

Primero se suman los tiempos de cada trabajo en cada máquina. Las sumas de los trabajos consisten en la cantidad total de procesado que debe realizarse. Si no existe algún tipo de espera, el trabajo se terminara en el tiempo acordado. Cuando existe un cierto número de trabajos que son procesados en máquinas diferentes, se procede a sumar los tiempos totales de cada trabajo al pasar por todas las máquinas que requiere dicho trabajo. Se escoge el trabajo que toma mayor número de minutos, de tal forma que el lapso sea al menos ese número de minutos. Después de identificada la máquina cuello de botella se procede a calcular las fechas de entregas y los tiempos de liberación. Los tiempos de proceso que se deben tener en cuenta serán los de la máquina cuello de botella. Se clasifican las máquinas que se van a programar hacia delante y hacia atrás (ver figura 6). Luego de programar esa máquina se tiene en cuenta que los trabajos disponibles son aquellos con tiempos de liberación tan largos como el tiempo actual. El trabajo disponible será programado con la fecha de entrega más corta, con el fin de empezar lo más pronto posible.



**Figura 6.** Diagrama de flujo para cuatro rutas de operación

Siempre para programar se utilizará  $t_0=0$  (supone que todos los trabajos están disponibles para programación). El siguiente renglón comienza con  $t$  igual al tiempo actual.  $U$  es el conjunto de trabajos disponibles, y en la tabla se tendrá en cuenta el tiempo de inicio ( $s$ ) y terminación del trabajo programado( $c$ ). Para el siguiente renglón se tendrá que comenzar con el tiempo de terminación del trabajo programado anterior. Luego todas las máquinas se programarán alrededor del cuello de botella.

El tiempo de terminación de un trabajo en el cuello de botella determinará el tiempo de llegada para las operaciones posteriores inmediatas al cuello de botella; de igual manera, los tiempos de inicio del trabajo en el cuello de botella determinará la fecha de entrega para las operaciones procedentes de él. Para un trabajo en una máquina específica, los tiempos de liberación y las fechas de entrega se determinarán a partir de la programación del cuello de botella. Inmediatamente después se tomará cada máquina para ser programada de manera independiente. Para programar la máquina se elige el trabajo con la menor prioridad. Si la máquina cuello de botella es extremadamente fuerte, o sea que domina al resto, las otras deberán tener la capacidad suficiente como para realizar el trabajo en el tiempo requerido.

En la programación hacia atrás, la fecha de entrega equivale al tiempo en el que inicia el trabajo en la cuello de botella menos la suma del tiempo de procesamiento de operaciones realizadas entre la máquina cuello de botella y la máquina que se va a programar. El tiempo de liberación se halla de la misma forma que para la cuello de botella.

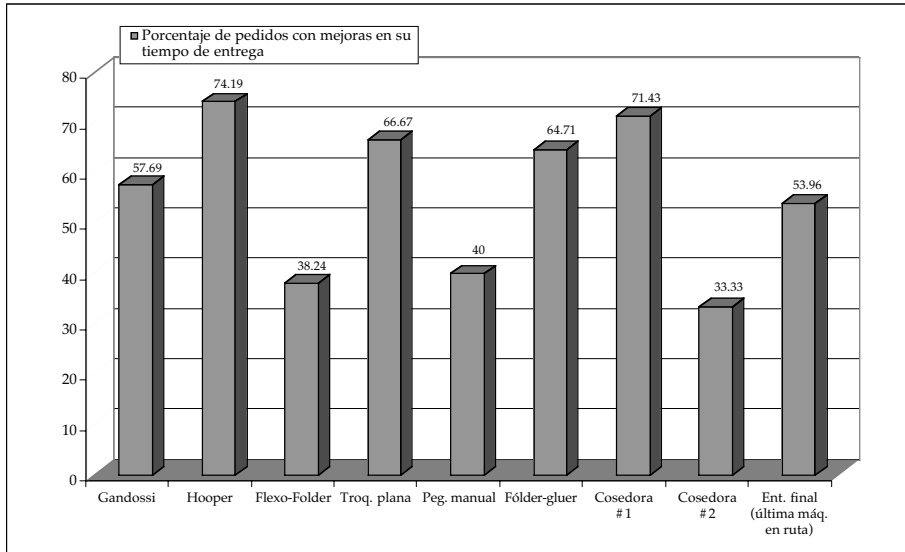
En la programación hacia delante, el tiempo de liberación equivale al tiempo en el que se termina el trabajo en la máquina cuello de botella más la sumatoria del tiempo de procesamiento de operaciones realizadas entre la máquina cuello de botella y la máquina que se va a programar. La fecha de entrega se calcula igual que con la máquina cuello de botella, pero teniendo en cuenta si hubo un cambio en el lapso asumido.

Para programar hacia atrás, se programa para que termine lo más tarde posible y a tiempo, ya que pueden existir otras operaciones del mismo trabajo que deban hacerse antes. Aquí en este heurístico se aplica la filosofía del *Just in Time*. Debe intentarse crear suficiente tiempo ocioso comenzando los trabajos programados más pronto sin violar los tiempos de liberación, o retrasando el inicio del trabajo ya programado con la obligación de no violar su fecha de entrega. En caso de un posible fracaso se creará un período ocioso en el que se pueda programar el trabajo actual. Si esto no es posible, se programará en manera de tardanza; sólo si es necesario.

Un trabajo programado hacia delante debe comenzar lo más pronto posible, porque quizá tenga operaciones que le sigan. Si es posible, éste debería iniciar en su tiempo de liberación, si no ésta se retrasaría por completo. Cuando en una máquina los trabajos tienen tiempo de liberación igual a cero se escoge el trabajo con la fecha más temprana. Aquí el  $t$  se determina por los tiempos de inicio y terminación de cada trabajo.

Ahora, a raíz de que no todas las referencias pasan por la máquina cuello de botella, se hace necesario que éstos sean programados aparte, y una vez se finalice el programa de las referencias que visitan el cuello de botella. Para resolver esto se utilizan las reglas propuestas, para programación y establecimiento de prioridad, en el heurístico y la programación hacia delante; esto en virtud de que todos los pedidos sean programados bajo los mismos criterios, exceptuando el componente de *justo a tiempo* al realizar la programación hacia atrás en los pedidos que sí pasan por el cuello de botella.

Con la implementación del heurístico en la industria durante un período de operación, se logró disminuir los tiempos de entrega de diversos pedidos en las máquinas utilizadas. La figura 7 muestra la proporción de pedidos con disminución en sus tiempos de entrega.



**Figura 7.** Resultados de cambios en tiempos de entrega (%) para condiciones reales

## CONCLUSIONES

El problema de desperdicio no sólo se presenta como una función de la geometría de los pedidos que se van a producir, sino también de factores como los montajes para cambio de rollo, cambio de patrón de corte y utilización del corrugador. Por esto hacen parte de la formulación del problema como elementos de juicio para la toma de decisiones. Para las máquinas de acabado resulta imprescindible que se realice la programación del corrugador de tal forma que se garantice el flujo de material para la programación por medio del heurístico despacho.

La utilización del modelo propuesto para la programación del corrugador permite la posibilidad de encontrar una solución al problema de desperdicio partiendo del espacio total de soluciones y llegando a una buena solución, que aunque no siempre cumple con el criterio de unidades mínimas que se deben producir, obtiene el mínimo refile. Para encontrar una buena solución es necesario que en el planteamiento de un problema específico se reduzca al mínimo el número de restricciones. Además de esto es indispensable tomar diferentes puntos de partida en el momento de resolver el problema, puesto que su condición como modelo no-lineal no ofrece garantías de que se ha encontrado un óptimo.

Se ha encontrado una forma de resolver el problema, desde la toma de decisiones por el programador, para encontrar soluciones satisfactorias. Sin embargo, puesto que la selección de los miembros de la lista de pedidos que van a conformar los



elementos solución del problema determina la variedad en magnitud del refile, estableciendo parámetros de selección se podría lograr generar elementos solución con un refile menor y llevar los resultados a un nivel óptimo.

La integración entre la programación del corrugador y las máquinas de acabado por medio del heurístico de despacho permite proyectar la fecha de entrega de un pedido específico y las unidades que se deben producir. Al lograr esto es posible determinar el estado del pedido dentro de la ruta de proceso que sigue y definir la condición de acabado.

## Referencias

- [1] EISEMANN, K., «The Trim Problem». *Management Science*, vol. 3 (1957), p. 279-284.
- [2] Front Line Systems, inc, Premium Solver Platform. Ver 3.5. 1995.
- [3] GILMORE, P. C., & GOMORY, R. E., «A Linear Programming Approach to the Cutting Stock Problem». *Oper. Res.*, Col. 9 (1961), p. 848-859.
- [4] HAESSLER, R.W., & TALBOT, F.B. «A 0 –1 model for solving the corrugator trim problem». *Management science*, vol. 9, N° 2, 1983, p. 200-209.
- [5] Microsoft, Microsoft Excel Solver. Ver 9.0. 1985-1999.
- [6] SIPPER, D. & BULFIN, R., Jr., *Planeación y Control de la Producción*, 2ª ed. McGraw-Hill.
- [7] PAULL, A. E. & WALTER, J. R., «The Trim problem – an application of linear programming to The manufacture of newsprint». Trabajo presentado en la reunión anual de the Econometric Society. Montreal (septiembre de 1954).
- [8] VAN WORMER. T., «The Trimmer: A heuristic solution to the Trim Problem in the corrugated Container industry». Desertion Ph.D no publicada. Carnegie Institute of Technology (1963).
- [9] ASKIN, R.G. & STANBRIDGE, C.R., *Modeling and Analysis of Manufacturing System*, 1993.
- [10] HILLIER, F. & LIEBERMAN, G., *Introducción a La Investigación de operaciones*, 6ª ed. McGraw-Hill, 1997.