

Diseño de un experimento para evaluar el uso de la carta EWMA con predicción en el monitoreo de procesos correlacionados*

Rita Patricia Peña-Baena Niebles**
Marco E. Sanjuán Mejía***

Resumen

En la industria química y los procesos de manufactura flexible, con pruebas automatizadas, las características de calidad del producto o del proceso con frecuencia están altamente correlacionadas. El uso de cartas convencionales de control en este tipo de procesos puede generar de muchas falsas alarmas y la detección no temprana de cambios en el proceso.

Con esta investigación se quiere diseñar un experimento que permita evaluar, desde un punto de vista económico, la utilización de la Carta de control de promedio móvil exponencialmente ponderado (EWMA) en la predicción obtenida a partir de los datos generados de un proceso y la aplicación de varias reglas de detección definidas previamente.

Palabras clave: Control de calidad, EWMA, series de tiempo, diseño económico de cartas de control.

Abstract

In the process (chemical) industry and in flexible manufacturing systems with automated tests, the quality characteristics of the product or process are frequently correlated. The use of conventional control charts in these types of processes could result in a series of false alarms and delayed detection of changes or variations in the process.

This investigation aims to evaluate, from an economical point of view, the use of the Exponentially Weighted Moving Average Control Chart (Ewma) in the forecast obtained from data generated from a process and the application of various rules of detection defined earlier

Key words: Control Charts, EWMA, Time Series, Economic Design of Control Charts.

Fecha de recepción: 1 de noviembre de 2003
Fecha de aceptación: 4 de marzo de 2004

* Este artículo forma parte de los resultados de la investigación «Diseño económico de cartas de control para el monitoreo de procesos de producción».

** Ingeniera Industrial Universidad del Norte; Maestría en Ingeniería Industrial de la misma universidad. Grupo de Investigación de Productividad y Competitividad. rpena@uinorte.edu.co.

*** Ingeniero Mecánico Universidad del Norte; Doctorado en Ciencias de la Ingeniería, University South Florida. msanjuan@uinorte.edu.co.

1. INTRODUCCIÓN

Usualmente, cuando se lleva a cabo un monitoreo de un proceso se asume que los datos son independientes y se encuentran normalmente distribuidos. En realidad, esto no siempre sucede. Ejemplo de esto se encuentra en los procesos químicos, en los que las medias consecutivas del proceso o las características del producto están altamente correlacionadas.

En este tipo de procesos es indispensable monitorear el estado de variables críticas para garantizar que se cumplan los estándares establecidos, donde se cuenta con sistemas de monitoreo que controlan y evalúan la calidad. Este monitoreo realizado a través del Control Estadístico de Procesos (CEP) permite detectar cambios en el proceso atribuibles a causas externas, pero estos cambios son detectados con base en la salida del proceso, lo cual conlleva a pérdidas para la empresa, debido a los lotes defectuosos arrojados por el proceso antes de que la falla fuera detectada y a las bajas en los niveles de producción a causa del tiempo que toma corregir la falla y durante el cual no hay producción. Es por esto que es necesario aplicar metodologías de control distintas a las convencionales si se desea alcanzar resultados confiables [17].

Una de las propuestas establecidas por muchos autores como Alvan [1] Atienza *et al.* [2], Luy Reynolds [14] y Mongotmery [17] es tratar la autocorrelación de datos definiendo una estructura correlativa de datos mediante el uso de un modelo apropiado de series de tiempo.

Por otra parte, las reglas de detección que usualmente se han utilizado para señalar y detectar patrones inusuales en las cartas, se han propuesto como métodos para mejorar la sensibilidad hacia cambios pequeños moderados en la media; sin embargo, en la mayoría de los casos, el uso de estas reglas, además de aumentar la sensibilidad a los patrones de cambio del proceso, también aumenta el número de falsas alarmas.

Debido a lo anterior se hace necesario hacer un estudio en el que se trate el caso de las cartas de control estadístico para procesos de producción autocorrelacionados, y además se establezcan reglas de detección de cambios, de tal forma que se garantice un sistema de cartas de control que minimice los costos asociados a las falsas alarmas y la producción de piezas disconformes.

La propuesta desarrollada en esta investigación consiste en diseñar un experimento que permita evaluar desde un punto de vista económico la utilización de la Carta de control de promedio móvil exponencialmente ponderado

(EWMA) en la predicción obtenida a partir de los datos generados de un proceso y la aplicación de varias reglas de detección definidas previamente.

2. CARTAS DE CONTROL EWMA

Para esta investigación se utilizaron las cartas EWMA, pues éstas son útiles para detectar pequeños cambios en la media del proceso y porque su uso disminuye el efecto de las perturbaciones conocidas y no controlables de los datos propias de los procesos químicos y procesos automatizados, además de su facilidad de interpretación [15].

Para definir los valores que toma la EWMA, el estimador se define por la siguiente ecuación:

$$z_i = \lambda x_i + (1 - \lambda) z_{i-1} \quad (1)$$

donde $0 < \lambda < 1$ se toma como una constante y su valor inicial es el valor objetivo del proceso, es decir, $z_0 = \mu_0$.

De esta manera, la carta EWMA se construye a partir de la graficación de z_i versus el número de la muestra i . La línea central y los límites de control superior e inferior para la carta EWMA están dados por

$$LSC = \mu_0 + L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)} \left[1 - (1-\lambda)^{2i} \right]} \quad (2)$$

$$\text{Línea central} = \mu_0 \quad (3)$$

$$LIC = \mu_0 - L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)} \left[1 - (1-\lambda)^{2i} \right]} \quad (4)$$

Las cartas de control EWMA utilizadas en esta investigación representan medidas individuales, en las que se supone se aplican a procesos químicos y los procesos de manufactura flexible, con pruebas automatizadas en las que las características de calidad son medidas en cada unidad de tiempo para todas las órdenes de producción.

Los parámetros que se deben tener en cuenta para el diseño de estas cartas son el múltiplo de sigma en los límites de control (L) y el valor de λ .

En relación con los parámetros de la carta EWMA que se deben utilizar, son muchos los estudios que se han realizado sobre este tema; de hecho, la gran mayoría de estudios sobre diseño económico de cartas de control están relacionados con la determinación de los parámetros óptimos que se deben usar en estas cartas para obtener los mejores costos asociados a la calidad. Algunos de los autores que han investigado estos temas son Bannerjee y Rahim [3], Chen y Tirupati [5], Duncan [6], Ho y Case [9][10], Jones [11], Liderman [12][13], Lucas y Saccucci [16] y Montgomery [17][18].

Teniendo en cuenta lo establecido por Montgomery [17], que dice que en general los estudios determinan qué valores de λ en el intervalo $0.05 \leq \lambda \leq 0.25$ tienen un buen desempeño, una buena regla es utilizar pequeños valores de λ para detectar pequeños cambios. Los estudios determinan que para un $L=3$ (el usual límite de tres sigma) resulta útil trabajar con grandes valores de λ . Sin embargo, cuando $\lambda \leq 0.1$ es ventajoso reducir el ancho de límites utilizando valores de L entre 2.6 y 2.8.

Teniendo en cuenta lo anterior, para este estudio se decidió utilizar un $\lambda = 0.1$ y $L=2.7$, los cuales han demostrado ser unos buenos parámetros para las cartas EWMA [17].

3. MONITOREO DE UN PROCESO CON DATOS CORRELACIONADOS

Se quiere determinar las mejores condiciones de un sistema de cartas de control para procesos con correlación entre datos, que permitan obtener resultados efectivos desde el punto de vista económico.

Así, para establecer la conveniencia de la aplicación de cartas de control EWMA, con predicción o sin ellas, y evaluar el uso de diferentes reglas de detección, se desarrolla una simulación que permite, además de generar bajo unas condiciones específicas los datos del proceso, aplicar la metodología Box-Jenkins para la predicción, y así finalmente graficar cartas de control EWMA a las cuales se les aplica unas reglas de detección.

La simulación se hace con la herramienta Simulink, asociada a la versión profesional del *software* Matlab 6.5.

El modelo desarrollado para la simulación es el que se describe en al figura 1.

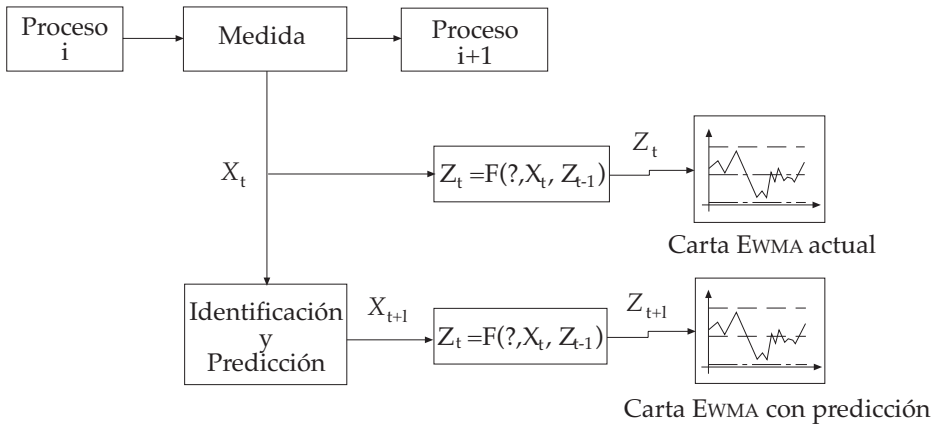


Figura 1. Monitoreo de un proceso con cartas de predicción

La etapa de identificación del modelo de serie de tiempo y predicción se realiza como lo ilustra la figura 2. Es importante resaltar que los 10 primeros datos de la simulación son almacenados y servirán de datos históricos iniciales para realizar la identificación del modelo.

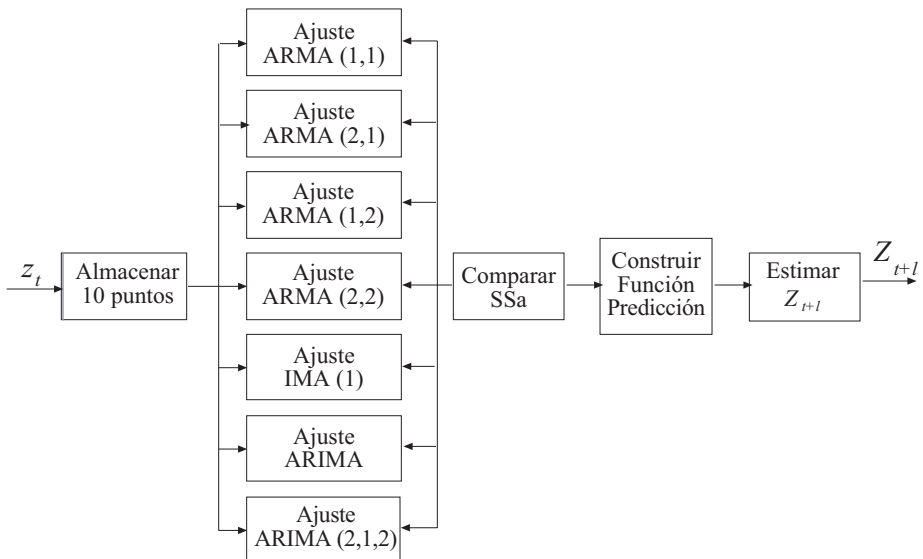


Figura 2. Identificación de un modelo de serie de tiempo y predicción

La identificación se realizará a partir del modelo general de un proceso ARIMA, el cual está definido por la siguiente ecuación:

$$\phi(B)(1 - B)^d z_t = \theta_0 + \theta(B)a_t \quad (5)$$

Donde $\phi(B)$ y $\theta(B)$ son operadores en B de grado p y q respectivamente.

Teniendo en cuenta que la mayoría de los procesos de la industria son ARMA del tipo 1 y 2, se trabajará con este tipo de modelos, así como los modelos con grado de diferenciación uno (ARIMA), para así determinar posibles cambios en la media del proceso.

Establecidos los tipos de modelos, se estimará para cada uno de ellos los posibles parámetros iniciales del mismo; para esto se desarrolla la ecuación general (1) según los orden p y q del modelo y se establecen los p parámetros ϕ y los q parámetros θ de la siguiente forma:

- Los Parámetros Autorregresivos $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ son estimados a partir de la autocovarianzas $c_{q-p+1}, \dots, c_{q+1}, c_{q+2}, \dots, c_{q+p}$.

Para realizar estas estimaciones se hace necesario resolver un sistema de p ecuaciones lineales que resultan de la definición de la autocorrelación así :

$$\begin{aligned} c_{q+1} &= \phi_1 c_q + \phi_2 c_{q-1} + \dots + \phi_p c_{q-p+1} \\ c_{q+2} &= \phi_1 c_{q+1} + \phi_2 c_q + \dots + \phi_p c_{q-p+2} \\ &\quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ &\quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ &\quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \end{aligned} \quad (6)$$

$$c_{q+p} = \phi_1 c_{q+p-1} + \phi_2 c_{q+p-2} + \dots + \phi_p c_q$$

A partir de los datos históricos se conocen las covarianzas C_j y se resuelve el sistema de ecuación lineal definido por (2), y así se obtienen los diferentes coeficientes ϕ_p .

- Autocovarianza usando las estimaciones de ϕ_p obtenidas en el paso anterior. Se obtiene las primeras q+1 autocovarianzas c_j ($j=0,1,\dots,q$) de la serie, las cuales se expresan de la siguiente forma:

$$c_j = \sum_{i=0}^p \phi_i^2 c_j + \sum_{i=1}^p (\phi_0 \phi_i + \phi_1 \phi_{i+1} + \dots + \phi_{p-i} \phi_p)(c_{j+i} + c_{j-i}) \quad (7)$$

para $j = 0, 1, \dots, q$, donde $\phi_0 = -1$.

- Parámetro de Promedio Móvil. Para estimar estos parámetros se utiliza el método de convergencia cuadrático, que se basa en el algoritmo de Newton-Raphson y que tiene propiedades de convergencia superiores [4].

3.1. Determinación del Modelo de mejor ajuste

Con los pasos anteriores se obtiene para cada modelo unos parámetros iniciales, pero no necesariamente éstos son los valores más eficientes para los parámetros, pero son una buena aproximación a partir de los cuales se puede ajustar el modelo.

Para lograr la optimización de los parámetros del modelo se utiliza la herramienta de optimización de Matlab, mediante la función `fmincom`, que busca el valor mínimo que puede tomar una función a partir de los valores iniciales estimados y dentro del rango de factibilidad establecido para cada modelo.

En este caso particular se quiere encontrar los valores de ϕ y θ que hacen mínimo el valor de la función de suma de cuadrados (SS) para cada modelo, y que permitirán establecer el nivel de variabilidad de los datos.

La forma de determinar el modelo de mejor ajuste se hace también a partir de la determinación de la suma de cuadrados asociada a cada tipo de modelo y que nos garantiza una menor variabilidad entre los datos obtenidos por el modelo y los datos históricos. Así, a menores valores de suma de cuadrados mejor ajuste.

3.2. Predicción con el Modelo

Una vez se encuentra el modelo de mejor ajuste, a partir de éste se puede generar la predicción de datos futuros para uno o varios períodos.

Dado un modelo general ARIMA, denotado como

$$\varphi(B)z_t = \theta(B)a_t \quad (8)$$

Donde $\varphi(B) = \phi(B)\nabla^d$. El pronóstico se denota como z_{t+l} , donde t es el origen o tiempo actual y l es el paso de tiempo y es un entero mayor que uno. Así, z_{t+2} es la predicción a tres pasos por encima del origen o tiempo desde donde se empieza a realizar la predicción.

En esta investigación, el pronóstico se realiza como el peso promedio de previas observaciones:

$$\hat{z}(l) = \sum_{j=1}^{\infty} \pi_j \hat{z}(l-j) \quad (9)$$

Una vez determinados los valores de la predicción, el siguiente paso consiste en graficar en cartas de control de promedio móvil exponencialmente ponderado (EWMA), los datos reales del proceso que se van generando en cada unidad de tiempo y los datos de la predicción a uno, dos, tres y cuatro pasos de tiempo. Es decir, se desarrollarán 5 cartas de control EWMA, las cuales a cada instante de tiempo en la simulación llevarán registros diferentes.

4. DISEÑO DEL EXPERIMENTO

Una vez establecidos los lineamientos que se deben tener en cuenta para la simulación y que permiten establecer las posibles alternativas para el sistema de cartas de control que se va a proponer, el siguiente paso consiste en diseñar el experimento que proporcione un análisis estadístico de las condiciones que se desea evaluar y brinde los elementos de juicio para definir las mejores opciones para el sistema de control de calidad.

El diseño de experimento se realizará siguiendo el modelo general de un proceso, el cual se describe en la figura 3.

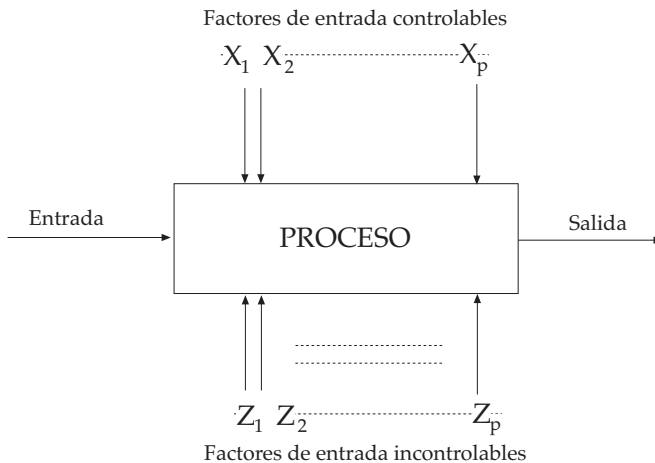


Figura 3. Modelo general de un proceso

En el caso en estudio, la entrada será los datos que genera la simulación, o lo que es lo mismo, la medida de la característica de calidad, el proceso que en la grafica está representado por el cuadro, lo constituyen las funciones de la simulación: identificación de serie, pronóstico, cartas EWMA y reglas. En este proceso, las variables de entrada controlables son el tipo de carta que se desea aplicar y la regla de detección aplicadas, ya que éstas pueden variar y pueden ser controladas a través del experimento; por otra parte, el experimento estará sujeto a los factores de ruido propios de todo sistema de control de calidad. La variable respuesta para este caso será el costo asociado al sistema de calidad determinado por el tipo de carta que se use y por la aplicación de cada una de las reglas en uso.

4.1. Definición de la situación y objetivo del experimento

La situación en estudio está definida como un proceso de producción, en el que una característica de calidad es medida para todas las órdenes de producción y se desea conocer el efecto que sobre los costos de calidad del proceso, la utilización de cartas de control EWMA, con y sin predicción, y la aplicación de cada en cada una de éstas de un número predeterminado de reglas de detección.

Las condiciones en las que se basa el experimento son:

- Las medidas de las características de calidad del proceso son datos que están correlacionados.
- El tamaño de la muestra es de uno.
- El proceso en sus condiciones iniciales se encuentra en estado estable o bajo control.
- Transcurrido un tiempo y de forma aleatoria cambiarán las condiciones del proceso, es decir, en un intervalo de tiempo según un proceso o distribución de Poisson, se introducirá una falla o causa asignable.
- El proceso no puede corregirse por sí solo, es decir, una vez ocurrida una transición hacia un estado fuera de control, sólo se puede regresar al estado bajo control con intervención externa.

El objetivo del experimento es determinar qué reglas de detección y qué tipo de carta o combinación de éstas tiene un efecto positivo sobre los costos de calidad del proceso, asociados al uso de los diagramas de control.

4.2. Definición de los factores y niveles del experimento

Para este experimento se han definido tres factores que se deben tener en cuenta:

- *Factor 1:* Este factor lo determina la utilización de la carta de control EWMA real del proceso.

Este factor está constituido por dos niveles:

- Nivel 0: se refiere a la condición del experimento donde la carta de control EWMA real no está activa, es decir, no está funcionando.
- Nivel 1: se refiere a la condición del experimento donde la carta de control EWMA real está activa, es decir, está funcionando y sobre ella se está controlando la calidad del proceso.

- *Factor 2:* Se refiere a la utilización de las cartas de Control EWMA de predicción.

Este factor está constituido por cinco niveles de la siguiente forma:

- Nivel 0: se refiere a la condición del experimento donde ninguna carta de control EWMA de predicción está funcionando.
- Nivel 1: se refiere a la condición del experimento donde la carta de control EWMA de predicción de un paso está activa, es decir, está funcionando y sobre ella se está controlando la calidad del proceso.
- Nivel 2: se refiere a la condición del experimento donde la carta de control EWMA de predicción de dos pasos está activa, es decir, está funcionando y sobre ella se está controlando la calidad del proceso.
- Nivel 3: se refiere a la condición del experimento donde la carta de control EWMA de predicción de tres pasos está activa, es decir, está funcionando y sobre ella se está controlando la calidad del proceso.
- Nivel 4: se refiere a la condición del experimento donde la carta de control EWMA de predicción de cuatro pasos está activa, es decir, está funcionando y sobre ella se está controlando la calidad del proceso.

- *Factor 3*: Este factor se refiere a la regla de detección que se va aplicar a cada una de las cartas en estudio.

Este factor lo constituyen 20 diferentes reglas de detección diseñadas de acuerdo con la bibliografía consultada en los autores de Duncan [7] y Montgomery [17] entre otros, las cuales se definieron como se describe en la tabla 1:

Tabla 1
Reglas de detección

(1) Un punto por fuera de los límites	(6) 10 de 11 observaciones consecutivas aparecen a un mismo lado de la línea central	(11) 4 de 5 puntos consecutivos fuera de los un sigma	(16) 8 de 10 observaciones consecutivas aparecen a un mismo lado de la línea central
(2) Dos puntos consecutivos por fuera de los límites	(7) 12 de 14 observaciones consecutivas aparecen a un mismo lado de la línea central	(12) 15 puntos consecutivos dentro de un sigma	(17) 12 de 16 observaciones consecutivas aparecen a un mismo lado de la línea central
(3) Tres puntos consecutivos por fuera de los límites	(8) 16 de 20 observaciones consecutivas aparecen a un mismo lado de la línea central	(13) 8 puntos consecutivos a uno y otro lado de la región comprendida entre los dos y tres sigma	(18) 10 de 14 observaciones consecutivas aparecen a un mismo lado de la línea central
(4) 7 observaciones consecutivas aparecen a un mismo lado de la línea central	(9) 6 Observaciones con tendencias ascendente o descendente.	(14) 5 observaciones consecutivas aparecen a un mismo lado de la línea central	(19) 5 Observaciones con tendencias ascendente o descendente.
(5) 8 observaciones consecutivas aparecen a un mismo lado de la línea central	(10) 2 de 3 puntos consecutivos fuera de los dos sigma.	(15) 6 observaciones consecutivas aparecen a un mismo lado de la línea central	(20) 10 puntos consecutivos dentro de un sigma

4.3. Selección de la Variable Respuesta

La variable respuesta que medirá el experimento será el costo asociado al uso de cada una de las cartas y la aplicación de las reglas de detección en cada una de éstas.

En el diseño de un diagrama de cartas de control existen implicaciones de tipo económico, porque de la selección de éstas dependen los costos de muestreo, los costos asociados a la investigación de señales de fuera de control y a la posible corrección de las causas atribuibles y los costos de permitir que los artículos disconformes lleguen al consumidor.

Desde ese punto de vista se centrará la atención en los componentes de la ecuación de costo que pueden introducir cambios sustanciales de acuerdo con el tipo de carta y de regla que se estén usando. Estos componentes son:

- Los costos asociados a la investigación de una falsa alarma
- Los costos relacionados con la fabricación de productos disconformes
- Los costos asociados al muestreo

4.4. Escogencia del diseño de experimento que se va a utilizar

El experimento que se va a utilizar para esta investigación será un diseño factorial, para determinar los efectos producidos sobre el costo asociado a la utilización de cartas de control por los tres factores anteriormente descritos.

En general se ha demostrado que los diseños factoriales son los más eficientes para este tipo de experimento. Por diseño factorial se entiende aquel en el que se investigan todas las posibles combinaciones de los niveles de los factores en cada ensayo completo o réplica del experimento [16].

Así, en este experimento existen 2 niveles para el factor 1, 5 para el factor 2 y 20 para el factor 3. Entonces para cada réplica del experimento, que en este caso serán 5, todas las $2 \cdot 5 \cdot 20$ combinaciones posibles, es decir, en cada una de las 5 repeticiones se correrán los 200 casos posibles de la combinación de los diferentes niveles de los factores en estudio; es decir que en el experimento se realizarán 1.000 corridas de la simulación.

En este experimento, el número de réplicas que se va a utilizar es de 5, teniendo en cuenta que deben recopilarse al menos dos réplicas ($n \geq 2$) para poder determinar la suma de cuadrados del error para que todas las posibles interacciones del modelo sean incluidas [16].

5. ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE LOS RESULTADOS

Con los datos generados por la simulación y utilizando el software *Statgraphics* se realizan los cálculos para el análisis de varianza (ANOVA), el cual se resume en la tabla 3, donde se puede analizar que el Factor 1, o carta real, por sí solo no es significativo a un nivel de confianza del 95%; es decir que no es evidente una influencia o un efecto en el costo con la utilización o no de la carta EWMA real únicamente.

Además se puede destacar los efectos principales del Factor 2 y Factor 3 en el costo, lo cual quiere decir que existe evidencia estadística de que el cambio en el nivel de la carta de predicción y el cambio en el tipo de regla de detección va a tener un efecto sobre el costo.

Al hacer el análisis del efecto de las interacciones entre los factores se nota un alta interacción entre el Factor 1 y el Factor 2, es decir, el efecto combinado de usar la carta real en todos sus niveles y la carta de predicción en sus diferentes modelos tiene un efecto sobre el costo. Aquí se observa nuevamente que al menos una de las medias de la interacción entre estos tratamientos difiere de la demás.

Tabla 2
ANOVA del experimento

Analysis of Variance for Costo - Type III Sums of Squares					
Source	Sum of Square	Df	Mean Square	F-Ratio	P-Value
MAIN EFFECTS					
A: Factor 1	798063,0	1	798063,0	0,79	0,3751
B: Factor 2	3,08589E7	4	7,71472E6	7,61	0,0000
C:Factor 3	5,89612E8	19	2,10322R7	30,59	0,0000
INTERACTIONS					
AB	9,16586E7	4	2,29147E7	22,59	0,0000
AC	5,80985E7	19	3,05782E6	3,01	0,0000
BC	2,87931E8	76	3,78856E6	3,74	0,0000
ABC	3,68097E8	76	4,84338E6	4,78	0,0000
RESIDUAL	8,11452E8	800	1,01431E6		
TOTAL(CORRECTED)	2,2385E9	999			

Teniendo en cuenta la prueba de intervalos múltiples para el factor 2 y 3, las cuales se resumen en las tabla 3 y tabla 4, se puede concluir que en el Factor 2 los niveles 3 y 0 tienen un efecto diferente sobre el costo, y que para los niveles 1,2 y 4 tienen efectos similares, y en lo referente al Factor 3 se conformaron 9 grupos homogéneos, es decir, 9 grupos de niveles que presentan a su interior efectos similares en el costo, pero que entre ellos mismos existen diferencias.

De estos 9 grupos homogéneos se hace énfasis en el grupo de reglas cuyo efecto sobre el costo es positivo, donde se destacan las reglas 19, 9, 1 y 11.

Tabla 3
Prueba de Duncan del Factor 2

Multiple Tange Tests for Costo by Factor 2						
Method: 95,0 percent Duncan						
Factor 2	Count	LS Mean	LS Sigma	Homogeneous Groups	Contrast	Difference
3	200	2065,0	0,0	X	0-1	*328,0
1	200	2288,5	0,0	X	0-2	*311,75
2	200	2304,75	0,0	X	0-3	**551,5
4	200	2305,0	0,0	X	0-4	*311,0
0	200	2616,5	0,0	X	1-2	-16,25
					1-3	*223,5
					1-4	-17,0
					2-3	*239,75
					2-4	-0,75
					3-4	*-240,5

* denotes a statistically significant difference.

Tabla 4
Prueba de Duncan del Factor 3

Multiple Tange Tests for Costo by Factor 3				
Method: 95,0 percent Duncan				
Factor 3	Count	LS Mean	LS Sigma	Homogeneous Groups
19	50	1133,0	0,0	X
9	50	1287,0	0,0	XX
1	50	1297,0	0,0	XX
11	50	1524,0	0,0	XXX
13	50	1692,0	0,0	XXX
4	50	1802,0	0,0	XXX
14	50	1904,0	0,0	XXX
3	50	2002,0	0,0	XXXX
16	50	2192,0	0,0	XXXX
6	50	2224,0	0,0	XXX
17	50	2263,0	0,0	XXX
8	50	2449,0	0,0	XX
7	50	2523,0	0,0	X
2	50	2533,0	0,0	X
15	50	2534,0	0,0	X
18	50	2712,0	0,0	X
10	50	3245,0	0,0	X
20	50	3473,0	0,0	XX
5	50	3743,0	0,0	X
12	50	3789,0	0,0	X

La interacción de los factores 1 y 2 dio significativamente diferente. Entonces se hace necesario identificar las diferencias en el efecto sobre el costo, y de esta forma definir la combinación o combinaciones de cartas que reducen la suma de los costos por falsas alarmas y por piezas disconformes. La tabla 5 muestra el resultado de la diferencia de medias para esta interacción, donde se puede observar que los menores costos están asociados al no uso de la carta real, es decir, cuando sólo se usa las cartas de predicción. En este caso, el costo más bajo se asocia al uso de la carta de predicción a tres pasos.

Tabla 5
Prueba de Duncan Interacción Factor 1 y Factor 2

Table of Least Squares Means for Costo with 95,0 Percent Confidence Intervals						
Level	Count	Std. error	Lower Limit	Upper Limit	Limit	
GRAND MEAN 1000 2316,05						
Factor 1 by Factor 2						
0	0	100	3132,0	116,04	2904,57	3359,43
0	1	100	1947,5	116,04	1729,07	2174,93
0	2	100	2376,5	116,04	2149,07	2603,93
0	3	100	1875,5	116,04	1648,07	2102,93
0	4	100	2107,5	116,04	1880,07	2334,93
1	0	100	2101,0	116,04	1873,57	2328,43
1	1	100	2629,5	116,04	2402,07	2856,93
1	2	100	2233,0	116,04	2005,57	2460,43
1	3	100	2254,5	116,04	2027,07	2481,93
1	4	100	2503,5	116,04	2276,07	2730,93

Analizando el caso cuando se usa la carta real con las cartas de predicción se puede observar que el mínimo costo se obtiene cuando se usa la carta real sola, es decir, sin predicción, seguido después por el uso de la real con la carta de predicción a tres pasos.

CONCLUSIONES

Establecidos los resultados anteriores, donde se determina que bajos costos producto de falsas alarmas y piezas disconformes están asociados a la utilización de la carta de predicción de tres pasos sin la carta real, por un lado, y por otro, a la utilización de la carta real con la carta de predicción de tres pasos comportándose de forma homogénea con el uso de la carta real sin carta de

predicción, es decir que para garantizar bajos costos de calidad es recomendable utilizar cualquiera de las combinaciones anteriormente establecidas.

De igual forma, se concluyó que las reglas de detección que ocasionaron menores costos de calidad fueron respectivamente las reglas asociadas a los niveles 19, 9, 1 y 11.

Referencias

- [1] ALWAN, C. & ROBERTS, H. V., Time Series Modeling for Statistical Process Control. *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 6.
- [2] ATIENZA, Orlando O., TANGA, L.C. & ANG, B.W. A., CUSUM Scheme for Autocorrelated Observations. *Journal of Quality Technology*, Vol. 34, N° 2, April 2002, p. 187-199.
- [3] BANERJEE, P. K. & RAHIM, M. A., Economic Design of \bar{X} Control Charts Under Weibull Shock Models. *Technometrics*, Vol. 30, 1988, p. 407-414.
- [4] BOX, George E.P., JENKINS, Gwilym & REINSEL, Gregory, *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, 3ª ed. New Jersey, Prentice-Hall, 1994. p. 164-268, 371-400.
- [5] CHEN, Wen - Hsien & TIRUPATI, Devanath, Economic Design of \bar{X} - Control Charts†: Insights on Design Variables. *The International Journal of Quality & Reliability Management*, Vol. 14, N° 3, Bradford, 1997, p. 234 - 259.
- [6] DUNCAN, A. J., The Economic Design of \bar{X} Charts used to Mantain Current Control of a Process. *Journal of the American Statistical Association*, Vol 51, 1956.
- [7] DUNCAN, Acheson J., *Control de calidad y producción industrial*, tomo III. Editorial Alfaomega, 1990.
- [8] HANKE, John & REITSCH, Arthur, *Pronósticos en los negocios*, 5ª ed. México, Prentice-Hall, 1996, p. 431.
- [9] HO, C. & CASE, K.E., Economic Design of Control Chart: A Literatura Review for 1981 - 1991. *Journal of Quality Technology*, Vol. 26, N° 1, January 1994, p. 39 - 53.
- [10] Ho, C. & CASE, K.E., The Economically - Based EWMA Control Chart. *International Journal of Production Research*, Vol. 32, N° 9, 1994, p. 2179-2186.
- [11] JONES, L. Allison, The Statistical Desing of EWMA Control Charts with Estimated Parameters. *Journal of Quality Technology*, Vol. 34, N° 3, January 2002, p. 277-288.
- [12] LINDERMAN, Kevin & LOVE, Thomas E., Economic and Economic Statistical Designs for MEWMA Control Charts. *Journal of Quality Technology*, Vol 32, N° 4, Octubre de 2000, p. 410 - 417.
- [13] LINDERMAN, Kevin & LOVE, Thomas E., Implementing Economic and Economic Statistical Designs for EWMA Charts. *Journal of Quality Technology*, Vol 32, N° 4, Octubre de 2000, p. 457 - 462.
- [14] LU, C.W. & REYNOLDS Jr., M.R., Control Charts for Monitoring the mean and variance of Autocorrelated Proceses. *Journal of Quality Technology*, Vol. 31, N° 3.
- [15] LU, Chao-Wen & REYNOLDS, Marion R., EWMA Control Charts for Monitoring the Mean of Autocorrelated Processes. *Journal of Quality Technology*, Vol. 31, N° 2, Abril de 1999, p. 166 - 188.
- [16] LUCAS, J.M. & SACCUCCI, M.S., Exponentially Weighted Moving Average Control Schemes: Properties and Enhancements. *Technometrics*, Vol. 32.

- [17] MONTGOMERY, Douglas C., *Introduction to Statistical Quality Control*, 4^a ed. Nueva York, John Wiley and Sons, 2001.
- [18] MONTGOMERY, Douglas C., TORNG, James C.C., COCHRAN, Jeffery K. & LAWRENCE, Frederick P., Statistically Constrained Economic Design of the EWMA Control Chart. *Journal of Quality Technology*, Vol. 27, N^o 3, Julio 1995, p. 250-256.
- [19] MONTGOMERY, Douglas C., *Design and Analysis of Experiments*, 5^a ed. Nueva York, John Wiley and Sons, 2001.