

ESTUDO SOBRE MÉTODOS DE ESTIMAÇÃO DE $F(t)$ PARA O CÁLCULO DOS PARÂMETROS DE DISTRIBUIÇÕES WEIBULL COM A APLICAÇÃO EM UMA ANÁLISE DE FALHAS DE GARRAFAS PET

Rodrigo José Rocha*

RESUMO

A distribuição de Weibull, desenvolvida inicialmente durante as décadas de 1920 a 1950, ficou famosa com um trabalho publicado por W. Weibull (1951) sobre a tensão de escoamento de aços. Neste presente estudo, será analisado a aplicação de diferentes métodos para se estimar $F(t)$ para o cálculo dos parâmetros de uma distribuição Weibull, aplicando-os em resultados experimentais de testes de fadiga com Garrafas PET. Os ensaios de fadiga foram realizados em amostras de garrafas PET de 1 litro, feitas com preformas de 48g, com 1 litro de água alcalina (pH 12), escolhidas aleatoriamente e colocadas em um dispositivo de testes para realizar ciclos de pressurização a 600 kPa (6 bar). Os resultados obtidos mostram valores muito próximos, porém ao serem aplicados em cálculos de probabilidade os resultados podem divergir em até 10%. Logo, nota-se a importância de validar o método de estimação antes que seja aplicado em análises de confiabilidade.

Palavra-chave: Determinação de parâmetros. Estimação de distribuição acumulada de falha. Distribuição de Weibull. Polímeros. PET. Fadiga.

* Graduando no Bacharelado Interdisciplinar em Mobilidade na Universidade Federal de Santa Catarina. Bacharel em Engenharia Mecânica na Universidade do Estado de Santa Catarina. E-mail: rjrocha@hotmail.com

1. INTRODUÇÃO

Os esforços na área de confiabilidade de produto resultam no desenvolvimento de métodos probabilísticos e estatísticos para o tratamento prático das questões industriais. Nesta área a distribuição mais empregada é a Weibull, que propõe uma função empírica de distribuição de probabilidade acumulada de falha e o tempo de vida para equipamentos. (BRANCO FILHO, 2006, p. 83).

O levantamento de dados sobre um produto e o seu tratamento estatístico, quando analisados corretamente, contribuem para estimar a sua vida e o seu comportamento. Entretanto quando não se sabe qual a distribuição mais apropriada a ser aplicada, pode-se optar pelo uso da distribuição de Weibull, que se corretamente empregada, fornecerá – na maioria das vezes – uma expressão apropriada para a análise. (BRANCO FILHO, 2006, p. 84).

A expressão da distribuição Weibull é bem simples, pois o seu cálculo apresenta resultados diretos, porém a maior dificuldade é de determinar os parâmetros da distribuição para o sistema ou o produto que está sendo analisado.

Com valores experimentais, os parâmetros da distribuição podem ser obtidos através de diferentes métodos que estimam a probabilidade acumulada de falha – $F(t)$, sendo eles alocados principalmente em três categorias: Métodos Gráficos, Métodos Estatísticos e de uma combinação entre as duas categorias mencionadas (JIANG; MURTHY; XIE, 2004, p. 61). Hoje existem algumas expressões que estimam os parâmetros de Weibull, cada uma com as suas vantagens e desvantagens, cada expressão com um valor diferente e sem ter um método que seja o melhor para descrever todas características definidas para mensurar o comportamento da distribuição. (RINNE, 2008, p. 313).

Mesmo em análises de ensaios de fadiga, são comumente usados métodos gráficos para interpretar os dados dos ensaios. Por exemplo, tanto a norma extinta NBR 6.742 (ABNT, 1987) quanto a NBR 15.794 (ABNT, 2010) fixam procedimentos com diferentes estimadores de $F(t)$ para a determinação dos parâmetros e definição da confiabilidade do projeto por meio de métodos gráficos.

Devido à diversidade de estimadores de $F(t)$ no emprego de métodos gráficos, este trabalho tem como objetivo estudar a aplicação desses estimadores para avaliar a diferença nos resultados provenientes de cada estimador. Para tanto, seguindo o padrão das normas brasileiras, será estudada a aplicação de métodos gráficos na obtenção dos parâmetros da distribuição bi-paramétrica de Weibull, junto com cinco diferentes estimadores da probabilidade acumulada de falha. A fim de simular a aplicação de Weibull, serão usados dados experimentais de Garrafas PET, escolhidas

aleatoriamente, sendo sujeitas a falhas por fadiga, com ciclos de pressurização de 600 kPa (6 bar) e contendo 1 litro de água alcalina (pH 12).

As condições de testes das amostras foram definidas com o intuito de colocá-las em um estado crítico para avaliar a aplicação da distribuição de probabilidade acumulada de Weibull em falhas de garrafas PET, sem a necessidade de se fazer suspensão¹.

2. DISTRIBUIÇÃO DE WEIBULL

A distribuição de Weibull atrai a atenção em muitos campos de estudos estatísticos, tem sido geradas diversas publicações a respeito, e junto com algumas distribuições estatísticas o modelo de Weibull é o mais conhecido dentro da estatística moderna (RINNE, 2008, p. 3).

O modelo proposto originalmente por W. Weibull (1951), assim como a distribuição gamma e a lognormal, não tem um formato definido. Na verdade, a distribuição pode assumir um formato que se adequa melhor aos dados experimentais, de acordo com os parâmetros definidos. Logo, a distribuição de Weibull tem um papel muito importante dentro do campo de análise estatística de dados experimentais e a sua grande adaptabilidade tem sido aproveitada para aplicar o modelo em diversos campos de estudo (ALLAN; BILLINTON, 1992, p. 187).

Durante as últimas décadas, têm sido propostos diversos modelos estatísticos para a distribuição de Weibull, contudo inicialmente W. Weibull publicou a distribuição tri-paramétrica que é dada pela Equação 1 abaixo (RINNE, 2008, p. 30).

$$f(t) = \frac{\beta}{\alpha} \cdot \left(\frac{t-\theta}{\alpha}\right)^{\beta-1} \cdot \exp\left[-\left(\frac{t-\theta}{\alpha}\right)^{\beta}\right] \quad (1)$$

O parâmetro θ , conhecido como parâmetro de posição, é um número real e possui a mesma unidade que o parâmetro t . Para os casos em que θ representar duração, seu domínio estará em um intervalo menor $[0, +\infty)$. O segundo parâmetro α , conhecido como parâmetro de escala, tem o domínio definido em $(0, +\infty)$ e possui a mesma unidade que t . Já o terceiro parâmetro β , conhecido como parâmetro de forma, possui o domínio $(0, +\infty)$ e não possui dimensão. (RINNE, 2008, p. 30).

Um outro modelo, é um caso especial da Equação 1, pois ao considerar $\theta = 0$ a função densidade de falha da distribuição de Weibull é definida pela Equação 2 (ALLAN; BILLINTON, 1992, p. 188).

$$f(t) = \frac{\beta \cdot t^{\beta-1}}{\alpha^{\beta}} \cdot \exp\left[-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta}\right] \quad (2)$$

¹ A suspensão corresponde ao caso da variável sob investigação que não apresenta falha ou o modo de falha não corresponde àquele de interesse na análise, assim sendo retirado definitivamente do ensaio (RINNE, 2008, p. 291).

A distribuição bi-paramétrica, que é referenciada como o modelo padrão de Weibull, foi usada como base para desenvolver outros diversos modelos; (JIANG; MURTHY; XIE, 2004, p. 11) contudo, neste trabalho, optou-se por restringir a aplicação do modelo bi-paramétrico por ser comumente empregado e adotado pela norma ABNT NBR 15.794 e pela extinta ABNT NBR 6.742.

Segundo Allan e Billinton (1992), a partir da função densidade de falha bi-paramétrica (Equação 2), a função confiabilidade (Equação 4) pode ser definida utilizando a Equação 3.

$$R(t) = \int_t^{\infty} f(t) dt \quad (3)$$

$$R(t) = \exp\left[-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta}\right] \quad (4)$$

A distribuição acumulada de falha (Equação 6) pode, então, ser delineada pela Equação 5.

$$F(t) = 1 - R(t) \quad (5)$$

$$F(t) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta}\right] \quad (6)$$

E a função da taxa de falha, ou *hazard function*, definida pela Equação 8, pode ser obtida pela relação descrita na Equação 7. (ALLAN; BILLINTON, 1992, p. 188).

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} \quad (7)$$

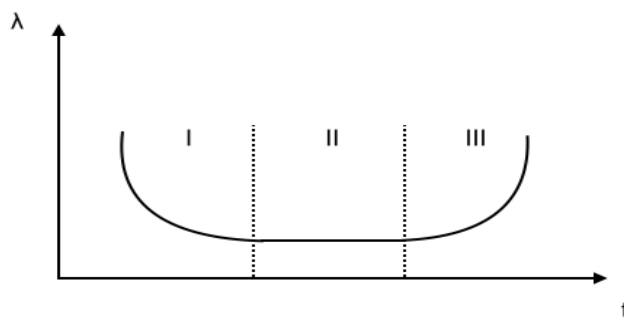
$$\lambda(t) = \frac{\beta \cdot t^{\beta-1}}{\alpha^{\beta}} \quad (8)$$

Note-se que a função da taxa de falhas, assim como a função densidade, também depende do parâmetro de forma β e pode se comportar de três formas diferentes:

- Quando $\beta < 1$, a função taxa de falha é decrescente;
- Quando $\beta = 1$, a função taxa de falha é constante;
- Quando $\beta > 1$, a função taxa de falha é crescente;

A combinação dessas três formas, resulta em um perfil conhecido como curva da banheira que possui três regiões bem distintas. O Gráfico 1 exemplifica a curva da banheira de forma ilustrativa.

Gráfico 1 - Curva da banheira



Fonte: Própria autoria

A região I, onde a taxa de falha é decrescente, é conhecida por existirem falhas prematuras, tipicamente geradas por erros de projetos ou de manufatura. A região II é conhecida como a região de operação normal, com taxa de falha constante e, conseqüentemente, se caracteriza pela ocorrência de falhas aleatórias. A região III, conhecida como a fase de envelhecimento, possui uma taxa de falha crescente com o tempo. Embora a curva da taxa de falha mostrada acima represente muitos casos reais, diferentes tipos de componentes podem exibir variações significativas no formato básico da curva da banheira. (ALLAN; BILLINTON, 1992, p. 165)

Conforme comentado anteriormente sobre a versatilidade da distribuição de Weibull, o modelo apresenta alguns casos particulares; por exemplo, quando o parâmetro β é igual a 1, a distribuição (Equação 2) assume a forma da distribuição exponencial apresentada na Equação 9.

$$f(t) = \frac{1}{\alpha} \cdot \exp\left[-\frac{t}{\alpha}\right] \quad (9)$$

$$\text{com } \lambda(t) = \frac{1}{\alpha} \quad (10)$$

Quando o parâmetro β é igual a 2, a distribuição de Weibull assume uma forma idêntica a distribuição de Rayleigh. Logo, a função de densidade de falha (Equação 2) assume a forma da Equação 11 (ALLAN; BILLINTON, 1992, p. 189).

$$f(t) = \frac{2 \cdot t}{\alpha^2} \cdot \exp\left[-\frac{t^2}{\alpha^2}\right] \quad (11)$$

$$\text{e } \lambda(t) = \frac{2 \cdot t}{\alpha^2} \quad (12)$$

Além da distribuição de Rayleigh e Exponencial, a distribuição bi-paramétrica também pode se aproximar de uma distribuição normal quando o parâmetro β for de aproximadamente 3,6 (RINNE, 2008, p. 112).

Acima foram apresentadas as expressões que regem o modelo estatístico de Weibull, porém quando se aplica em dados experimentais, que a priori não se sabem os parâmetros que modelam o

comportamento amostral, é necessário aplicar algumas técnicas de estimação dos parâmetros. Neste trabalho, o estudo ficará restrito a aplicação de métodos gráficos, que tipicamente pode ser aplicado em duas etapas: na primeira, elabora-se o gráfico linearizado dos dados amostrais; e, na segunda, etapa encontra-se uma equação de reta que represente os valores amostrais para que se possam estimar os parâmetros da distribuição Weibull.

Assim, primeiramente, deve-se obter a curva linearizada da distribuição acumulada de falha de Weibull. Para tanto, aplicam-se transformadores na Equação 6, iniciando por isolar o fator exponencial, conforme apresentado na Equação 13. (JIANG; MURTHY; XIE, 2004, p. 66).

$$1 - F(t) = \exp\left[-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta\right] \quad (13)$$

Extraíndo o logaritmo desta equação por duas vezes seguidas, têm-se as Equações 14 e 15.

$$\ln(1 - F(t)) = -\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta \quad (14)$$

$$\ln(-\ln(1 - F(t))) = \beta \cdot \ln(t) + \beta \cdot \ln\left(\frac{1}{\alpha}\right) \quad (15)$$

Sendo a última, a equação da reta que pode ser reescrita conforme Equação 16.

$$Y = Ca \cdot x + Cl \quad (16)$$

Onde:

$$x = \ln(t) \quad (17)$$

$$y = \ln(-\ln(1 - F(t))) \quad (18)$$

$$Ca = \beta \quad (19)$$

$$Cl = \beta \cdot \ln\left(\frac{1}{\alpha}\right) \quad (20)$$

Desta forma, tem-se uma expressão linearizada para se aplicar nos tempos “ t ” em que ocorrem as falhas, porém ainda não se sabe a probabilidade acumulada de falha $F(t)$ de cada um desses tempos. Para isso, há muitas propostas que estimam $F(t)$ através de uma função de distribuição empírica $S(t)$, entre elas Jiang, Murthy e Xie (2004) relatam as cinco alternativas a seguir:

$$\bullet \quad S(t) = \frac{j}{N} \quad (21)$$

$$\bullet \quad S(t) = \frac{j}{N + 1} \quad (22)$$

$$\bullet \quad S(t) = \frac{j - 0,5}{N} \quad (23)$$

$$\bullet \quad S(t) = \frac{j - 0,3}{N + 0,4} \quad (24)$$

$$\bullet \quad S(t) = \frac{j - 0,375}{N + 0,25} \quad (25)$$

Sendo j o número de ordem da falha e N a quantidade amostral.

Sobre as alternativas mencionadas acima, em muitos casos aplicados os resultados obtidos entre elas não possuem tanta diferença e podem mostrar diferenças significativas em apenas situações específicas. Contudo, mesmo se houver diferenças, ao linearizar os resultados as diferenças podem ser minimizadas. (RINNE, 2008, p. 329).

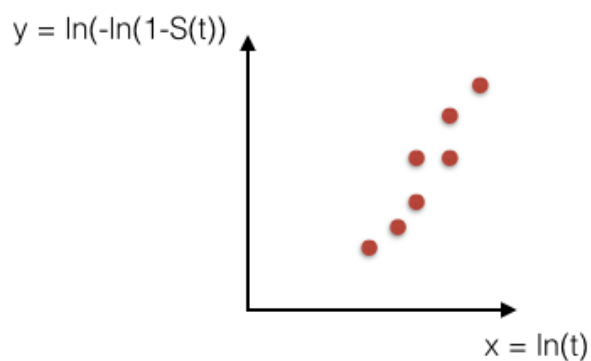
Na extinta norma NBR 6.742, comenta-se que a Equação 24 calcula a porcentagem de falhas com uma precisão regular, porém a Equação 23 ela comenta que possui uma precisão menor ao comparar com a Equação 24. Contudo na NBR 15.794, sem mencionar precisão, ela adota a Equação 23 no cálculo dos estimadores dos parâmetros da distribuição Weibull.

Assim, com os métodos que estimam $F(t)$, atualiza-se a expressão linearizada (Equação 15) e se obtém a Equação 26.

$$\ln(-\ln(1 - S(t))) = \beta \cdot \ln(t) + \beta \cdot \ln\left(\frac{1}{\alpha}\right) \quad (26)$$

Antes de gerar o gráfico, precisa-se ordenar os dados experimentais de forma crescente e, assim, aplicar na expressão linearizada acima. De forma ilustrativa, o gráfico pode assumir o formato abaixo, conforme Gráfico 2.

Gráfico 2 - Dados experimentais linearizados



Fonte: Própria autoria

Na segunda etapa, pode ser usado o método dos mínimos quadrados para encontrar a reta que se ajusta melhor aos dados (JIANG; MURTHY; XIE, 2004, p. 66).

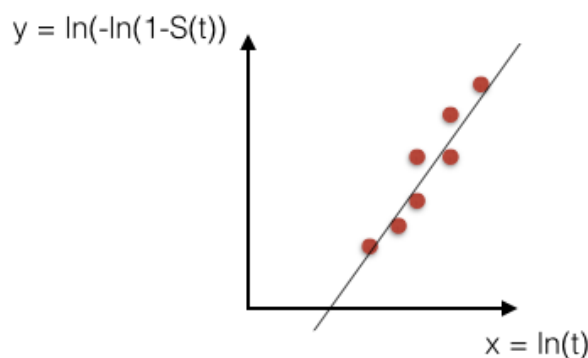
Assim, as variáveis Ca e Cl podem ser obtidos pelas Equações 27 e 28.

$$Ca = \frac{n \cdot \sum (xi \cdot yi) - \sum xi \cdot \sum yi}{n \cdot \sum xi^2 - (\sum xi)^2} \quad (27)$$

$$Cl = \frac{\sum yi - Ca \cdot \sum xi}{n} \quad (28)$$

Desta forma, com os coeficientes angulares e lineares da reta definidos, pode-se definir a reta que melhor se ajusta aos dados. A seguir de forma ilustrativa no Gráfico 3, está a reta linearizada:

Gráfico 3 - Dados experimentais com reta linearizada



Fonte: Própria autoria

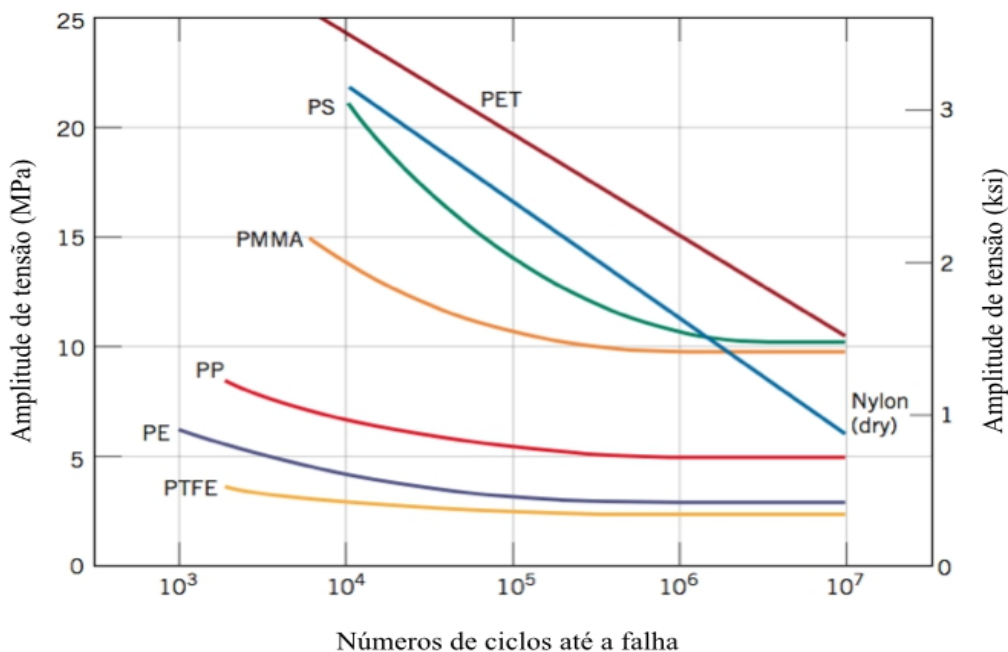
Com a reta linearizada, sabemos o valor de $Ca = \beta$ e, assim, podemos encontrar o parâmetro α através da expressão a seguir (Equação 29).

$$\alpha = \exp\left[\frac{-Cl}{\beta}\right] \quad (29)$$

3. FADIGA DE POLÍMEROS

Assim como os metais, os polímeros podem sofrer falhas por fadiga com carregamentos cíclicos e com esforços relativamente mais baixos que a tensão de escoamento do material. Alguns polímeros possuem limites claros para resistência a fadiga, porém outros não aparentam possuir tal limite. O Gráfico 4 representa bem a resistência de fadiga de alguns polímeros (CALLISTER, 2007, p. 534):

Gráfico 4 - Relação entre tensão versus número de ciclos



Fonte: Callister (2007, p. 534)

Comparando com metais em geral, a resistência a fadiga dos polímeros com carregamentos cíclicos é muito mais sensível e quando são em alta frequência ou com tensões relativamente altas, conseqüentemente podem ocorrer falhas de fadiga devido a aquecimentos localizados que acabam amolecendo o material (CALLISTER, 2007, p. 534).

Além do PET possuir uma alta resistência a fadiga em relação a outros polímeros, evidenciado no Gráfico 4, ele também é conhecido por ter uma alta resistência a ácidos, umidade, graxas, óleos e solventes. Devido a sua alta resistência a inúmeros materiais ele é utilizado de forma abrangente em roupas, embalagem de bebidas, etc. (CALLISTER, 2007, p. 551)

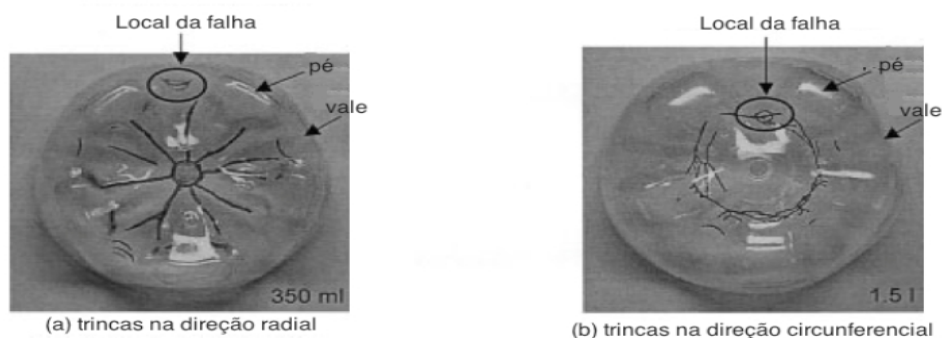
Embora o PET tenha uma ótima resistência, quando ele é aplicado em garrafas ele é suscetível a falhas aleatórias relacionadas a um fenômeno de ruptura do material decorrente da formação de fissuras resultantes de tensões residuais, comumente chamadas por *stress-cracking* (MIRANDA, 2011, p. 31).

O *stress-cracking* é bem conhecido e geralmente ocorre com a mobilidade das cadeias do polímero junto com o enfraquecimento das forças intermoleculares. Na Figura 1 pode ser observado como ocorre o tipo de falha por *stress-cracking*.

O efeito pode ser intensificado quando as garrafas PET estão em contato com líquidos carbonatados, agentes químicos, sabões, etc. Esses efeitos podem chegar a ser perceptíveis de forma macroscópica e a ocorrer na base da garrafa onde não ocorreram deformações consideráveis de

estiramento e apresentando acúmulo de material na fase amorfa. (MIRANDA, 2011, p. 32).

Figura 1 - Falhas por stress-cracking observadas na base petalóide em garrafas PET.



Fonte: Lyu e Pae (2003, p. 1145 – 1152)

4. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Neste estudo, para a análise de diferentes alternativas para estimar $F(t)$ e por consequência os parâmetros da distribuição Weibull, os ensaios de fadiga foram estruturados de forma que simulassem um estado crítico de trabalho e que reproduzissem, idealmente, um comportamento de falha aleatório.

Para a condução dos testes em laboratório, foi necessário contar com o suporte de um laboratorista para o preparo do dispositivo de testes e monitoramento das amostras durante os ensaios.

Lista de materiais para o teste:

1. Cabine de segurança para as amostras
2. Controlador Lógico Programável (CLP);
3. Água destilada;
4. Hidróxido de Sódio (NaOH);
5. Ar comprimido;
6. Válvula solenóide;
7. Válvula reguladora de pressão;
8. Manômetro;
9. Mangueiras pneumáticas;

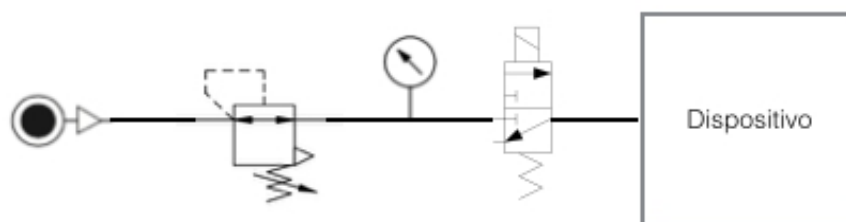
10. Medidor de pH;

11. Garrafas PET de 1 litro feitas com preformas de 48g;

Preparação:

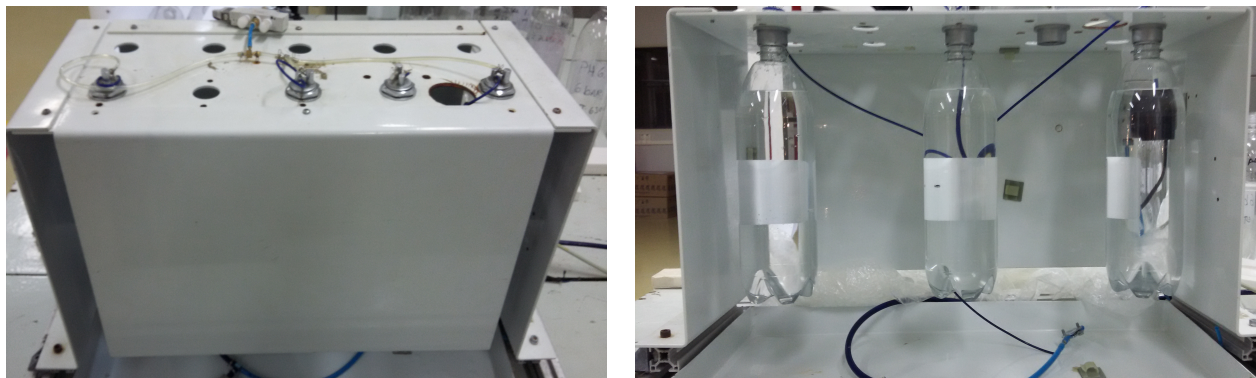
1. Com a água destilada e hidróxido de sódio, preparar uma solução de 0,20% de hidróxido de sódio de pH 12. Para tanto, deve-se adicionar dois gramas de NaOH para cada 1 litro de água destilada;
2. Medir o pH da solução e conferir se ela está com pH 12;
3. Encher cada garrafa PET com 1 litro da solução de 0,20% de hidróxido de sódio;
4. Preparar dispositivo de teste composto por 1 manômetro, mangueiras pneumáticas, válvula reguladora de pressão, válvula solenóide e uma fonte de ar comprimido, conforme ilustrado nas Figuras 3 e 4;

Figura 3 – Esquema pneumático do dispositivo



Fonte: Própria autoria

Figura 4 - Dispositivo de teste



Fonte: Própria autoria

5. Configurar o CLP para que mantenha o sistema pressurizado por 30 s e despressurizado por 15 s;
6. Ajustar a válvula reguladora para que a saída de ar comprimido seja de 6 bar;

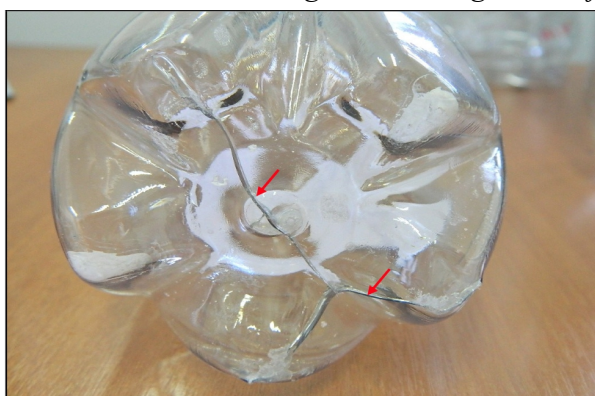
Procedimento:

1. Primeiramente, as garrafas devem ser analisadas para verificar se não há nenhuma imperfeição ou falha que possa comprometer os resultados dos ensaios;
2. As amostras devem ser identificadas;
3. Colocar as garrafas no dispositivo de teste;
4. Fechar a tampa adequadamente por motivos de segurança;
5. Acionar o CLP para iniciar o teste de fadiga;
6. Quando ocorrer a falha de uma garrafa, deve-se anotar o nº de ciclos e substituir por outra amostra;
7. Finalizar o teste apenas quando todas as amostras tiverem falhado.

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os testes foram conduzidos conforme o procedimento descrito na seção anterior e somente pararam quando todas as amostras falharam. As falhas se caracterizaram por trincas na base das garrafas, onde é uma região, tipicamente, caracterizada por ter tensões residuais. As trincas, que podem ser observadas na Figura 5, desenvolveram-se radialmente e diagonalmente no centro da base.

Figura 5 – Imagens das falhas das garrafas de 1 litro



Fonte: Própria autoria

Devido a característica de falhas por fadiga, espera-se que os valores apresentem uma dispersão aleatória e não sigam uma tendência. O resultado do ensaio está apresentado a seguir na Tabela 1 com os valores ordenados de forma crescente.

Tabela 1 - Resultados experimentais

J [n° de ordem]	t [n° de ciclos]
1	182
2	256
3	783
4	889
5	1.131
6	1.131
7	1.297
8	1.480
9	1.507
10	2.229
11	3.096
12	8.350
Média	1.861
Desvio Padrão	2.193

Fonte: Própria autoria

Aplicando as Equações 21, 22, 23, 24 e 25 nos dados da Tabela 1, obtém-se estimadores de $F(t)$, conforme apresentado na Tabela 2:

Tabela 2 - Resultados experimentais com a aplicação de estimadores

j [N° de ordem]	t [ciclos]	$S(t) = \frac{j}{N}$	$S(t) = \frac{j}{N+1}$	$S(t) = \frac{j-0,5}{N}$	$S(t) = \frac{j-0,3}{N+0,4}$	$S(t) = \frac{j-0,375}{N+0,25}$
1	182	8,33%	7,69%	4,17%	5,65%	5,10%
2	256	16,67%	15,38%	12,50%	13,71%	13,27%
3	783	25,00%	23,08%	20,83%	21,77%	21,43%
4	889	33,33%	30,77%	29,17%	29,84%	29,59%
5	1131	41,67%	38,46%	37,50%	37,90%	37,76%
6	1131	50,00%	46,15%	45,83%	45,97%	45,92%
7	1297	58,33%	53,85%	54,17%	54,03%	54,08%
8	1480	66,67%	61,54%	62,50%	62,10%	62,24%
9	1507	75,00%	69,23%	70,83%	70,16%	70,41%
10	2229	83,33%	76,92%	79,17%	78,23%	78,57%
11	3096	91,67%	84,62%	87,50%	86,29%	86,73%
12	8350	100,00%	92,31%	95,83%	94,35%	94,90%

Fonte: Própria autoria

Após o cálculo de $S(t)$, encontra-se a reta que melhor se ajusta aos dados com as Equações 27 e 28 e se cria um gráfico com os resultados. A Tabela 3 apresenta os valores de Ca e Cl para as 5 alternativas de estimação de $F(t)$, bem como o coeficiente de determinação “ R^2 ”.

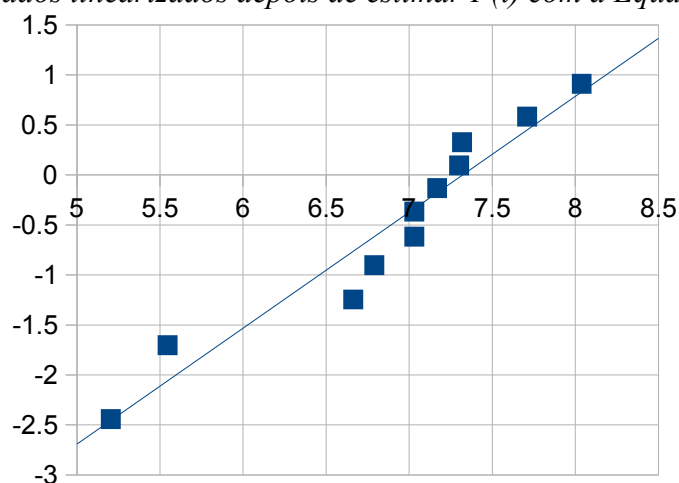
Tabela 3 – Comparação do resultado das regressões

	$S(t)=\frac{j}{N}$	$S(t)=\frac{j}{N+1}$	$S(t)=\frac{j-0,5}{N}$	$S(t)=\frac{j-0,3}{N+0,4}$	$S(t)=\frac{j-0,375}{N+0,25}$
<i>Ca</i>	1,1587	0,9686	1,1595	1,0691	1,1000
<i>Cl</i>	8,4838	-7,3505	-8,7508	-8,0871	-8,3141
R^2	0,9347	0,9191	0,9222	0,9218	0,9222

Fonte: Própria autoria

De acordo com o coeficiente de determinação², a expressão que melhor se ajusta aos valores experimentais é a Equação 21, pois o seu R^2 está mais próximo de 1.

Abaixo, no Gráfico 5, pode-se observar os dados linearizados depois de estimar $F(t)$ usando a Equação 21.

Gráfico 5 - Dados linearizados depois de estimar $F(t)$ com a Equação 21

$$f(x) = 1.16x - 8.48$$

$$R^2 = 0.93$$

Fonte: Própria autoria

A partir dos dados da Tabela 3, obtém-se os estimadores de β e de α de cada alternativa para estimação de $F(t)$, conforme apresentado na Tabela 4.

Tabela 4 – Parâmetros obtidos através de estimadores de $F(t)$

Parâmetros	$S(t)=\frac{j}{N}$	$S(t)=\frac{j}{N+1}$	$S(t)=\frac{j-0,5}{N}$	$S(t)=\frac{j-0,3}{N+0,4}$	$S(t)=\frac{j-0,375}{N+0,25}$
β	1,1597	0,9686	1,1595	1,0691	1,1000
α	1512,92	1975,77	1895,23	1928,16	1915,99

Fonte: Própria autoria

2 O coeficiente de determinação R^2 assume valores entre 0 e 1 e indica quanto a equação determinada se ajusta aos pontos dados. Quanto mais próximo da unidade, melhor será o ajuste. (MARTINS, 2002, p.319).

Implementando na Equação 6 os estimadores dos parâmetros apresentados na Tabela 4, obtêm-se as seguintes equações.

$$F(t) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{t}{1512,92} \right)^{1,1597} \right] \quad (30)$$

$$F(t) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{t}{1975,77} \right)^{0,9686} \right] \quad (31)$$

$$F(t) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{t}{1895,23} \right)^{1,1595} \right] \quad (32)$$

$$F(t) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{t}{1928,16} \right)^{1,0691} \right] \quad (33)$$

$$F(t) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{t}{1915,99} \right)^{1,1000} \right] \quad (34)$$

Observa-se que a Equação 30, que possui a curva mais adequada para os dados experimentais (maior R^2), destacou-se das demais por apresentar um valor de estimador de α significativamente menor. Porém os valores de α nas outras expressões são maiores e possuem pouca variação entre si.

Nota-se que na primeira alternativa (com melhor R^2) resultou em um $\beta > 1$, o que implica em uma função taxa de falha crescente. Caso fossem utilizados os estimadores dos parâmetros obtidos pelas outras alternativas, a função taxa de falha assumiria outros comportamentos. Porém os estimadores do parâmetro β obtidos se encontram muito próximos de 1, o que corresponde a uma modelagem do tempo até a falha aproximadamente aleatória.

Entretanto, mesmo que os estimadores dos parâmetros obtidos tenham ficado muito próximos, é importante avaliar o impacto que as diferenças entre os parâmetros calculados possam acarretar. Por exemplo, ao se calcular a probabilidade de uma garrafa PET de durar no mínimo 1.500 ciclos no mesmo estado criado para o ensaio, aplica-se a Equação 4 usando os dados da Tabela 4, assim gerando os dados da Tabela 5.

Tabela 5 – Probabilidade de as Garrafas PET durarem no mínimo 1.500 ciclos

	$S(t) = \frac{j}{N}$	$S(t) = \frac{j}{N+1}$	$S(t) = \frac{j-0,5}{N}$	$S(t) = \frac{j-0,3}{N+0,4}$	$S(t) = \frac{j-0,375}{N+0,25}$
$R(t)$	37,15%	46,51%	46,65%	46,56%	46,58%

Fonte: Própria autoria

Nota-se que a probabilidade calculada com dados originados através da Equação 30, que possui a curva mais adequada para os dados experimentais, apresenta uma probabilidade mais baixa

que as demais, pois a probabilidade de as Garrafas PET durarem no mínimo 1.500 ciclos é de apenas 37,15% enquanto as demais expressões mostram uma probabilidade superior a 46%. Entretanto, devido a incerteza existente nos cálculos de probabilidade, ao ser aplicado métodos de estimação se sugere o uso do método mais conservador para que haja mais segurança no emprego da análise de confiabilidade.

6. CONCLUSÕES

Esse trabalho teve como objetivo estudar a aplicação de estimadores de $F(t)$ no cálculo dos estimadores da distribuição Weibull.

Com a aplicação dos estimadores nos dados experimentais de falhas em Garrafas PET, os resultados mostraram que o cálculo dos parâmetros com os dados originados pelos estimadores apresentam, com excessão da Equação 21, resultados muito próximos. Esse comportamento era esperado, pois segundo Rinne (2008) os resultados obtidos com os estimadores não possuem tanta diferença. Contudo, mesmo que os estimadores possam propiciar valores de parâmetros próximos um do outro, ao se calcular a probabilidade o resultado pode variar 10% com apenas uma diferença de 0,01 no coeficiente de determinação (R^2) dos modelos aplicados.

Quanto às alternativas de estimação de $F(t)$, a com melhor R^2 para esse caso de Garrafas PET divergiu das alternativas empregadas na NBR 15.794 e na antiga norma NBR 6.742 (Equações 23 e 24, respectivamente).

Devido a característica de falha aleatória que se objetivou criar com as condições do teste, esperava-se que o valor de β realmente atingisse valores próximos de 1. A Equação 22 teve o valor de β mais próximo de 1; porém, dentre as alternativas apresentadas, não foi a que teve melhor R^2 .

Por fim, os resultados obtidos com esse trabalho mostram que dependendo da análise em que os estimadores forem aplicados, podem haver variações significativas no cálculo de probabilidade, que certamente devem ser consideradas antes de qualquer decisão com base nos resultados, pois em análises que requerem precisões altas não se recomenda a escolha de um estimador sem que seja avaliado se a curva resultante tem a melhor aproximação dos dados experimentais. Além disso, devido as incertezas existentes na aplicação dos estimadores, recomenda-se o uso do estimador que apresentar um valor mais conservador para aumentar a segurança da análise de confiabilidade.

STUDY ABOUT ESTIMATION METHODS OF $F(t)$ TO CALCULATE THE PARAMETERS OF WEIBULL DISTRIBUTION APPLYING IN AN ANALYSIS OF PET BOTTLES FAULT

ABSTRACT

The Weibull distribution, first developed during the decades of 1920 to 1950, became famous with a paper published by W. Weibull (1951) about the steel yield stress. In this study, the analysis will focus on different methods for estimating $F(t)$ to calculate the parameters of a Weibull distribution, applying in experimental data of fatigue tests with PET bottles. The fatigue tests were performed on samples of 1 liter PET bottles, made with 48g preforms, using 1 liter of alkaline water (pH 12), randomly selected and placed into a testing device to perform cycles of pressurization of 600 kPa (6 bar). The results showed values very similar, but when applied to probability calculations the results may differ by up to 10%. Therefore, it is clear the importance of validating the estimation method before it is applied to reliability analysis.

Keywords: Parameters determination. Estimation of cumulative distribution failure. Weibull distribution. Polymers. PET. Fatigue.

REFERÊNCIAS

- ALLAN, Ronald N.; BILLINTON, Roy. **Reliability Evaluation of Engineering Systems: concepts and techniques**. 2 ed. New York: Plenum Press, 1992. 453 p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 15.794**: Fibras Ópticas - Determinação dos parâmetros de resistência dinâmica de ruptura e de suscetibilidade à fadiga dinâmica. Rio de Janeiro, 2010. 42 p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6.742**: Utilização da distribuição de Weibull para interpretação dos ensaios de durabilidade por fadiga. Rio de Janeiro, 1987. 18 p.
- BRANCO FILHO, Gil. **Indicadores e Índices de Manutenção**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2006. 148 p.
- CALLISTER, William D. Jr. **Materials Science and Engineering**. 7th ed. New York: Wiley-Interscience, 2007. 951 p.
- JIANG, Renyan; MURTHY, D. N. Prabhakar; XIE, Min. **Weibull Models**. New Jersey: Wiley-Interscience, 2004. 383 p.
- KOCH, M. **Two-stage injection stretch blow moulding**. In **PET Packaging Technologies**. Sheffield Academic Press Ltd. Cap. 8, 2002, p. 223-278. Sheffield, UK.
- LYU, Min-Young; PAE, Youlee. **Bottom Design of Carbonated Soft Drink Poly(ethylene terephthalate) Bottle to Prevent Solvent Cracking**, Journal of Applied Polymer Science, Vol. 88, 2003, 1145 – 1152 p.
- MARTINS, Gilberto de Andrade. **Estatística Geral e Aplicada**. 2ª ed. São Paulo: Editora Atlas S.A, 2002. 417 p.
- MIRANDA, Carlos Alberto Silva de. **Simulação do processo de sopro de garrafas de poli(tereftalato de etileno) a partir de preformas disponíveis através do método de elementos finitos**. Ouro Preto: UFOP/REDEMAT, 2011. 138 p. Tese de Doutorado.
- RINNE, Horst. **The Weibull Distribution: A Handbook**. Boca Raton: Chapman & Hall/CRC, 2008. 784 p.