

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE ENGENHARIAS DA MOBILIDADE
CURSO DE ENGENHARIA NAVAL

ANDRESSA BECKERT OTTO

ANÁLISE MODAL PARAMÉTRICA PARA O DIMENSIONAMENTO
ESTRUTURAL DE UM TANQUE DE REBOQUE FABRICADO EM AÇO

Joinville, 2015

ANDRESSA BECKERT OTTO

ANÁLISE MODAL PARAMÉTRICA PARA O DIMENSIONAMENTO
ESTRUTURAL DE UM TANQUE DE REBOQUE FABRICADO EM AÇO

Trabalho de conclusão de curso
apresentado como requisito parcial para
obtenção do título de bacharel em
Engenharia Naval no curso de
Engenharia Naval da Universidade
Federal de Santa Catarina, Campus
Joinville.

Orientador: Dr. Thiago Pontin Tancredi

Joinville, 2015

ANDRESSA BECKERT OTTO

**ANÁLISE MODAL PARAMÉTRICA PARA O DIMENSIONAMENTO
ESTRUTURAL DE UM TANQUE DE REBOQUE FABRICADO EM AÇO**

Este trabalho de conclusão de curso foi julgado adequado para obtenção do Título de Engenheira Naval e aprovado em sua forma final pelo Programa de Graduação em Engenharia Naval da Universidade Federal de Santa Catarina.

Joinville, 8 de julho de 2015.

Prof. Thiago Pontin Tancredi, Dr. Eng.
Coordenador do Curso

Banca examinadora:

Prof. Thiago Pontin Tancredi, Dr. Eng.
Orientador
Universidade de São Paulo

Prof. Luís Fernando Peres Calil, Dr. Eng.
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Thiago Antonio Fiorentin, Dr. Eng.
Universidade Federal de Santa Catarina

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, Thiago Pontin Tancredi, por toda a sua paciência, apoio e principalmente, o seu incentivo durante a orientação deste trabalho.

À minha mãe, Jane Beckert, por acreditar em mim e não medir esforços em me ver bem. O seu colo e o seu carinho foram essenciais para eu ter conseguido chegar até aqui. É um exemplo de mulher batalhadora a qual eu me espelho.

Ao meu irmão, Thiago Beckert Otto, e à minha cunhada, Rafaela Ventura Bairos, por sempre estarem dispostos a me ajudar. Vocês também são responsáveis por eu estar aqui hoje.

Ao meu namorado, Pedro Palma Pastorelli, por ser a pessoa que me acalma, me apoia e por simplesmente ser o meu melhor amigo. O seu amor e a sua amizade foram essenciais para eu vencer esta etapa.

Aos meus colegas e amigos, Camila Mori de Oliveira e André Luiz Artmann, por terem me acompanhado durante toda essa trajetória e pela parceria durante estes anos. As noites longas de estudos valeram a pena. Vocês são especiais.

RESUMO

Os ensaios em tanques de reboque, a partir de um modelo em escala reduzida, são utilizados para a determinação de diversos parâmetros e coeficientes para o estudo da resistência ao avanço e do comportamento no mar de uma embarcação. Por meio dos ensaios, é possível aprimorar o projeto com a eventual redução de custos de operação. Este trabalho tem como principal objetivo o dimensionamento estrutural de um tanque de provas de reboque fabricado em aço. Serão avaliados os modos de vibração e a resistência da estrutura, a fim de minimizar a interferência desses efeitos com os ensaios a serem realizados, pois, vibrações com amplitudes muito elevadas, interfeririam nos resultados dos testes, além de diminuir a vida útil da estrutura, levando a trincas e vazamentos. Serão realizados cálculos analíticos e simulações em programas de elementos finitos para o estudo das vibrações e otimização do projeto estrutural do tanque.

Palavras chaves: Tanque de reboque, Vibrações, Análise Estrutural, Elementos Finitos.

ABSTRACT

Tests performed in a towing tank using a reduced scale model are often used for the analysis of the parameters and coefficients in order to determine the resistance and the ship's behavior at sea. These tests also make it possible to optimize the design for reduced operational costs. This study's main objective is to provide the dimensioning of the towing tank's structure, which will be made of steel. The vibration modes will be analyzed together with the structure's strength, in order to minimize the interference with test results. High amplitude vibrations can produce noise in the tests, and can also reduce the life of the tank by creating fractures and leaks. Analytical calculations and simulations will be used to study the vibrations and to optimize the design of the tank's structure.

Keywords: Towing tank, Vibrations, Structural Analysis, Finite Element Analysis.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1. Vistas de um tanque de reboque.	20
Figura 2. Carro dinamométrico de um tanque de reboque.	20
Figura 3. Ensaio em túnel de cavitação.	21
Figura 4. Tanque oceânico.	21
Figura 5. Túnel de vento.	22
Figura 6. Gráfico Amplitude de vibração x Frequência de excitação externa.	27
Figura 7. Frequência do primeiro modo de vibração em função do comprimento do elemento: viga bi-engastada.	34
Figura 8. Tempo de processamento em função do comprimento do elemento: viga bi- engastada.	34
Figura 9. Frequência do primeiro modo de vibração em função do comprimento do elemento: viga bi-apoiada.	35
Figura 10. Tempo de processamento em função do comprimento do elemento: viga bi- apoiada.	35
Figura 11. Frequência do primeiro modo de vibração em função do comprimento do elemento: viga livre-livre.	36
Figura 12. Tempo de processamento em função do comprimento do elemento: viga livre-livre.	36
Figura 13. Placa retangular.	39
Figura 14. Deflexão máxima e placas retangulares sob pressão uniforme.	43
Figura 15. Primeiro modo de vibração de uma placa com as extremidades apoiadas.	46
Figura 16. Comparação entre os resultados analítico e computacional para uma placa com os lados apoiados.	46
Figura 17. Erro relativo entre os métodos analítico e computacional para uma placa com os lados apoiados.	48
Figura 18. Placa retangular com os quatro lados engastados.	49
Figura 19. Deflexão máxima e placas retangulares sob pressão uniforme.	51

Figura 20. Primeiro modo de vibração de uma placa com as extremidades engastadas.	53
Figura 21. Comparação entre os resultados analítico e computacional para uma placa com os lados engastados.....	54
Figura 22. Erro relativo entre os métodos analítico e computacional para uma placa com os lados engastados.....	56
Figura 23. Configuração do tanque.	57
Figura 24. Processo de parametrização das dimensões do tanque utilizado pelo programa Ansys.....	58
Figura 25. Condição de contorno do tanque de reboque.	58
Figura 26. Oito primeiros modos de vibração de um tanque com $L = 22$ m, $B = 2$ m, $H = 1$ m e espessuras = 30 cm.....	60
Figura 27. Variação do comprimento do tanque. (a) Sem pressão. (b) Com pressão.	64
Figura 28. Variação da boca do tanque. (a) Sem pressão. (b) Com pressão.	65
Figura 29. Variação da espessura do fundo do tanque. (a) Sem pressão. (b) Com pressão.	66
Figura 30. Variação da espessura das paredes do tanque. (a) Sem pressão. (b) Com pressão.	67
Figura 31. Variação da profundidade do tanque. (a) Sem pressão. (b) Com pressão.....	68
Figura 32. Parede do tanque de reboque.....	69
Figura 33. Tanque com reforçadores transversais.	72
Figura 34. Oito primeiros modos de vibração de um tanque com reforçadores transversais com $L = 22$ m, $B = 2$ m, $H = 1$ m e espessuras = 30 cm.	73
Figura 35. Variação do comprimento do tanque com reforçadores transversais.....	77
Figura 36. Variação da boca do tanque com reforçadores transversais.....	77
Figura 37. Variação da espessura do fundo do tanque com reforçadores transversais.	78
Figura 38. Variação da espessura das paredes do tanque com reforçadores transversais.	78
Figura 39. Variação da profundidade do tanque com reforçadores transversais.....	79
Figura 40. Comparação entre tanque com e sem reforçadores para diferentes valores de comprimento.	79

Figura 41. Comparação entre tanque com e sem reforçadores para diferentes valores de boca.	80
Figura 42. Comparação entre tanque com e sem reforçadores para diferentes valores de espessura do fundo.....	81
Figura 43. Comparação entre tanque com e sem reforçadores para diferentes valores de espessura das paredes.	81
Figura 44. Comparação entre tanque com e sem reforçadores para diferentes valores de profundidade.....	82
Figura 45. Variação do espaçamento entre reforçadores.	83
Figura 46. Variação da altura da alma dos reforçadores transversais.....	83
Figura 47. Primeiro modo de vibração de uma placa com razão de aspecto “a/b” = 1.....	85
Figura 48. Vistas laterais dos modos de vibração de um tanque com reforçadores transversais e extremidades livres para razão “a/b” = 1.....	85
Figura 49. Vistas isométricas dos modos de vibração de um tanque com reforçadores transversais e extremidades livres para razão “a/b” = 1.....	86
Figura 50. Primeiro modo de vibração de uma placa com razão de aspecto “a/b” = 1.....	87
Figura 51. Vistas laterais dos modos de vibração de um tanque com reforçadores transversais e extremidades fixas para razão “a/b” = 1.....	88
Figura 52. Vistas isométricas dos modos de vibração de um tanque com reforçadores transversais e extremidades fixas para razão “a/b” = 1.....	89
Figura 53. Relação L/B de navios semelhantes.	94
Figura 54. Relação L/B de navios semelhantes.	95
Figura 55. Considerações a serem levadas para a determinação do comprimento do tanque de reboque.	103
Figura 56. Diagrama de resistência ao avanço em função da força e tempo.	103

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Parâmetros utilizados para os cálculos analíticos dos modos de vibração de uma viga.....	32
Tabela 2. Condições de contorno para a vibração transversal de uma viga.	32
Tabela 3. Resultados analíticos do primeiro modo de vibração transversal de uma viga.	33
Tabela 4. Condições de contorno clássicas de viga.	37
Tabela 5. Oito primeiros modos de vibração de uma viga.	38
Tabela 6. Comparação entre resultados analíticos e simulações computacionais das vigas para $L_e = 1$ m.	39
Tabela 7. Deflexão e momentos fletores de uma placa retangular com lados apoiados, com $\nu = 0,3$	42
Tabela 8. Valores analíticos de frequência natural e deflexão de uma placa com lados apoiados para diferentes razões "a/b" ($h = 0,015$ m).	44
Tabela 9. Valores analíticos de frequência natural e deflexão de uma placa com lados apoiados para diferentes razões "a/b" ($h = 0,03$ m).	45
Tabela 10. Deflexões e momentos fletores em uma placa retangular com lados engastados, com $\nu = 0,3$	50
Tabela 11. Valores analíticos de frequência natural e deflexão de uma placa com lados engastados para diferentes razões "a/b" ($h = 0,015$ m).	52
Tabela 12. Valores analíticos de frequência natural e deflexão de uma placa com os lados engastados para diferentes razões "a/b" ($h = 0,03$ m).	52
Tabela 13. Frequência e tempo de processamento dos oito primeiros modos de vibração para diferentes tamanhos de elemento.	59
Tabela 14. Dimensões padrões utilizadas na análise paramétrica.	63
Tabela 15. Comparação de valores de frequência entre placas e tanque com reforçadores transversais: extremidade livre.	87
Tabela 16. Comparação de valores de frequência entre placas e tanque com reforçadores transversais: extremidade fixa.	89
Tabela 17. Fator de escala relacionado à semelhança geométrica entre modelo e embarcação.	93

Tabela 18. Fator de escala relacionado à semelhança cinemática entre modelo e embarcação.	93
Tabela 19. Fator de escala relacionado à semelhança dinâmica entre modelo e embarcação..	94
Tabela 20. Dimensões de alguns tanques de reboque do mundo.	100
Tabela 21. Requisitos de projeto para a construção do tanque de reboque da UFSC.	101
Tabela 22. Testes realizados para o dimensionamento do tanque de reboque	101
Tabela 23. Resultado do dimensionamento do tanque de reboque.....	102
Tabela 24. Características de carros dinamométricos da ITTC.....	105
Tabela 25. Dimensões do tanque de reboque.	107

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Área da seção transversal (m ²)
a	Lado de maior comprimento de uma placa retangular (m)
A _{x_m}	Área máxima da seção transversal do modelo em escala reduzida (m ²)
A _{x_{tanque}}	Área máxima da seção transversal do tanque de reboque (m ²)
b	Lado de menor comprimento de uma placa retangular (m)
B _m	Boca do modelo em escala reduzida (m)
B _{tanque}	Boca do tanque de reboque (m)
c	Coefficiente de amortecimento (N.s/m)
c ₁	Constante que depende das condições de contorno de uma placa (m ⁻²)
c ₂	Constante utilizada para a análise da frequência natural de um tanque
D	Rigidez à flexão de uma placa retangular (N.m)
E	Módulo de elasticidade do material (Pa)
E _{total}	Energia total de um sistema (J)
F	Força aplicada ao sistema (N)
F _d	Força de amortecimento (N)
F _r	Número de Froude
F _{r_h}	Número de Froude de profundidade
F _s	Força elástica (N)
h	Espessura de uma placa (m)
H _m	Calado do modelo em escala reduzida (m)
H _{tanque}	Profundidade do tanque de reboque (m)
I	Momento de inércia da seção transversal (m ⁴)
k	Rigidez de um sistema (N/m)
k ₁	Constante para calcular deformação de uma placa (lados apoiados)
k ₂	Constante para calcular deformação de uma placa (lados engastados)
L	Comprimento total de uma viga (m)
L _e	Comprimento do elemento de malha (m)
L _m	Comprimento do modelo em escala reduzida (m)
L _s	Comprimento do navio em escala real (m)
L _{tanque}	Comprimento do tanque de reboque (m)

M	Momento fletor (N.m)
m	Massa total de um sistema (kg)
n	Modo de vibração
p	Pressão uniforme (Pa)
T	Energia cinética (J)
t_{fundo}	Espessura do fundo do tanque (m)
$T_{\text{onda, modelo}}$	Período das ondas geradas no tanque (s)
$T_{\text{onda, real}}$	Período das ondas geradas do mar na região a ser estudada (s)
t_{parede}	Espessura das paredes do tanque de reboque (m)
U	Energia potencial (J)
V	Velocidade de um sistema (m/s)
V_{crit}	Velocidade crítica do modelo (m/s)
V_{m}	Velocidade do modelo em escala reduzida (m/s)
V_{s}	Velocidade da embarcação em escala real (m/s)
w	Deformação na direção “z” (m)
\dot{x}	Velocidade de um sistema (m/s)
\ddot{x}	Aceleração de um sistema (m/s ²)
α	Fator de escala
β_n	Constante utilizada para o cálculo da vibração longitudinal de vigas
$\frac{\Delta V_L}{V}$	Correção devido ao efeito de blocagem lateral
$\frac{\Delta V_V}{V}$	Correção devido ao efeito de blocagem vertical
δ	Deformação ou flexibilidade de uma mola (m)
ζ	Fator de amortecimento
ρ	Densidade do material (kg/m ³)
ν	Coefficiente de Poisson do material
ω_d	Frequência de vibração amortecida (rad/s)
ω_{encontro}	Frequência de encontro do modelo em relação às ondas do tanque (rad/s)
ω_n	Frequência natural de um determinado modo de vibração (rad/s)
$\omega_{\text{onda, modelo}}$	Frequência das ondas geradas no tanque (rad/s)
$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$	Deflexão do elemento (ângulo, graus)

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	16
2. ENSAIOS EM MODELOS PARA O PROJETO DE NAVIOS	19
2.1. TANQUES DE REBOQUE	19
2.2. TÚNEIS DE CAVITAÇÃO	20
2.3. TANQUES OCEÂNICOS.....	21
2.4. TÚNEIS DE VENTO	22
3. FUNDAMENTOS SOBRE VIBRAÇÃO	22
3.1. BALANÇO ENERGÉTICO	23
3.2. FREQUÊNCIA NATURAL.....	24
3.3. RIGIDEZ DE UM SISTEMA	25
3.4. RESSONÂNCIA	25
3.5. SISTEMA AMORTECIDO	26
3.6. MASSA ADICIONAL	27
4. ESTUDO DE ELEMENTOS ESTRUTURAIS FUNDAMENTAIS	29
4.1. ANÁLISE DE VIBRAÇÃO EM VIGAS.....	29
4.1.1. Modelo analítico	29
4.1.2. Modelo numérico	33
4.2. ANÁLISE DE VIBRAÇÃO EM PLACAS RETANGULARES.....	39
4.2.1. Teoria de placas	40
4.2.2. Placa retangular com os quatro lados apoiados	41
4.2.2.1. <i>Análise analítica</i>	42
4.2.2.2. <i>Análise computacional</i>	45
4.2.3. Placa retangular com os quatro lados engastados	49
4.2.3.1. <i>Análise analítica</i>	50
4.2.3.2. <i>Análise computacional</i>	53
5. ANÁLISE DE VIBRAÇÃO EM TANQUES	57
5.1. CONSTRUÇÃO DO MODELO PARAMÉTRICO.....	57
5.2. ANÁLISE DE CONVERGÊNCIA	59
5.3. INFLUÊNCIA DA VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS	63
5.3.1. Variação do comprimento	64
5.3.2. Variação da boca	65
5.3.3. Variação da espessura do fundo	66

5.3.4. Variação da espessura das paredes	67
5.3.5. Variação da profundidade	68
5.4. ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	69
6. ANÁLISE DE VIBRAÇÃO EM TANQUES COM ADIÇÃO DE REFORÇADORES TRANSVERSAIS	72
6.1. INFLUÊNCIA DA VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS DO TANQUE.....	77
6.2. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS.....	79
6.3. INFLUÊNCIA DA VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS DOS REFORÇADORES.....	83
6.4.COMPARAÇÃO ENTRE PLACAS RETANGULARES E TANQUE COM REFORÇADORES TRANSVERSAIS.....	84
6.4.1. Tanque com extremidade livre	84
6.4.2. Tanque com extremidade fixa	87
7. DIMENSIONAMENTO DO TANQUE DE REBOQUE	90
7.1. PARÂMETROS E CONSIDERAÇÕES PARA O DIMENSIONAMENTO DE UM TANQUE DE REBOQUE.....	90
7.1.1. Número de Froude	91
<i>7.1.1.1. Número de Froude de profundidade</i>	92
7.1.2. Leis da semelhança	92
<i>7.1.2.1. Semelhança geométrica</i>	92
<i>7.1.2.2. Semelhança cinemática</i>	93
<i>7.1.2.3. Semelhança dinâmica</i>	94
7.1.3. Boca e calado do modelo em escala reduzida	94
7.1.4. Profundidade do tanque de reboque	95
7.1.5. Frequência de encontro e comprimento de onda	96
7.1.6. Correções devido a águas restritas	97
<i>7.1.6.1. Blocagem vertical</i>	98
<i>7.1.6.2. Blocagem lateral</i>	98
7.1.7. Velocidade crítica	99
7.2. CÁLCULOS DOS PARÂMETROS DO TANQUE DE REBOQUE.....	99
7.2.1. Comprimento do tanque de reboque	102
<i>7.2.1.1. Comprimento da zona de velocidade constante</i>	104
<i>7.2.1.2. Comprimento das zonas de aceleração e desaceleração</i>	105
<i>7.2.1.3. Comprimento total do tanque</i>	106
7.2.2. Borda livre	107

7.3. RESULTADOS DO DIMENSIONAMENTO DO TANQUE.....	107
8. CONCLUSÕES.....	108
REFERÊNCIAS	110
APÊNDICE A – Valores analíticos de frequência natural e deflexão de uma placa com lados apoiados para diferentes razões "a/b"	112
APÊNDICE A – Valores analíticos de frequência natural e deflexão de uma placa com lados apoiados para diferentes razões "a/b"	113
APÊNDICE B – Dez primeiros modos de vibração de uma placa quadrada de espessura igual a 30 centímetros com lados apoiados.....	114
APÊNDICE C – Valores analíticos de frequência natural e deflexão de uma placa com lados engastados para diferentes razões "a/b"	115
APÊNDICE C – Valores analíticos de frequência natural e deflexão de uma placa com lados engastados para diferentes razões "a/b"	116
APÊNDICE D – Dez primeiros modos de vibração de uma placa quadrada de espessura igual a 30 centímetros com lados engastados	117
APÊNDICE E – Variáveis e restrições para o dimensionamento do tanque de reboque	118
ANEXO A – Condições de contorno de vigas sujeitas a vibrações transversais.....	120

1. INTRODUÇÃO

Um tanque de provas de reboque pode ser entendido como um local para a realização de ensaios hidrodinâmicos usando modelos em escala reduzida, a fim de simular o comportamento do mar e a dinâmica da embarcação, visando à determinação de coeficientes hidrodinâmicos que, em seguida, são extrapolados para parâmetros correspondentes à embarcação em tamanho real (MUÑOZ, 2011).

Entre os diferentes tipos de tanques de prova, o tanque de reboque é, em geral, constituído por um canal suficientemente longo para a aplicação de testes com modelos, um carro dinamométrico que controla os movimentos do modelo ao mesmo tempo em que mede os esforços existentes e, por fim, um gerador de ondas que tem o intuito de reproduzir a natureza irregular das ondas do mar. Além disso, segundo Garcia (2014), muitos tanques de reboque são equipados também com dispositivos dissipadores, os quais são localizados no extremo oposto do gerador, e visam absorver as ondas geradas, evitando, assim, a reflexão das mesmas e a distorção dos resultados do experimento.

Um importante parâmetro no dimensionamento do tanque e nos ensaios realizados é o fator de escala. Trata-se de uma constante que relaciona as dimensões do modelo ensaiado e da embarcação real. Essa relação pode representar semelhança geométrica (forma da embarcação), cinemática (velocidade e aceleração) e/ou dinâmica (pressão, gravidade, viscosidade e elasticidade) (GARCIA, 2014, p. 62).

Por essa razão, é importante o correto dimensionamento do tanque, pois tanques de pequenas dimensões exigem modelos menores, o que resulta em uma maior dificuldade de compatibilizar os efeitos potenciais e viscosos que ocorrem durante um ensaio com escala reduzida. Por outro lado, tanques de grandes dimensões representam elevados custos operacionais e de manutenção.

O presente trabalho se propõe a desenvolver o projeto de um tanque de reboque didático. É importante observar que uma das premissas do projeto é que o tanque seja construído em aço, não sendo oportuna a discussão sobre outras técnicas de fabricação.

Para o dimensionamento estrutural do tanque, além da análise de resistência, é necessário o estudo dos modos de vibrar as quais a estrutura eventualmente estará submetida. Rao (2008, p. 5) relata a importância do estudo da vibração:

A maioria das atividades humanas envolve vibração de uma forma ou de outra [...] Em todas as situações, a estrutura ou componente da máquina pode falhar devido à fadiga do material, resultante da variação cíclica da tensão induzida [...] Sempre que a frequência natural de vibração de uma máquina ou estrutura coincidir com a frequência de excitação externa, ocorre o fenômeno conhecido como ressonância [...] A vibração de painéis de instrumentos pode provocar mau funcionamento ou dificultar a leitura dos medidores.

Como o tanque de reboque é suscetível a excitações periódicas oriundas da geração de ondas e do movimento do carro dinamométrico, é importante uma análise detalhada dos modos de vibrar da estrutura do tanque ainda na fase de projeto, a fim de obter um controle de vibração e, com isso, evitar ressonâncias que podem, eventualmente, influenciar os resultados dos ensaios.

É importante observar que a vibração ressonante em estruturas metálicas, além de influenciar as medidas realizadas pelos sensores, pode ainda causar fadiga¹ das juntas soldadas, que eventualmente vão resultar em vazamentos, interrompendo os experimentos e exigindo elevado custo de manutenção.

OBJETIVO GERAL

O objetivo do presente trabalho é propor o dimensionamento da estrutura de um tanque de reboque didático fabricado em aço, utilizando a análise de vibrações mecânicas como critério de projeto.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- ✓ Estabelecer requisitos de projeto para a construção de um tanque de reboque didático;
- ✓ Construir um modelo paramétrico computacional que represente a dinâmica do tanque de provas fabricado em aço;
- ✓ Fazer simulações da estrutura do tanque, utilizando o Método dos Elementos Finitos para a determinação das frequências naturais de vibração estrutural;
- ✓ Estudar a influência dos parâmetros do projeto estrutural nos modos de vibração do tanque;
- ✓ Determinar o arranjo estrutural que resulte em menor nível de vibração da estrutura ao ser excitada pelo gerador de ondas e pelo carro dinamométrico;
- ✓ Determinar as dimensões do tanque que atendam aos requisitos de projeto;

¹ Quando um material é submetido a ciclos repetidos de tensão ou deformação, levando à ruptura (HIBBELER,

- ✓ Avaliar os resultados, buscando a diminuição da ocorrência de vibrações ao longo da estrutura do tanque.

2. ENSAIOS EM MODELOS PARA O PROJETO DE NAVIOS

Para um estudo mais aprofundado da estrutura a ser construída, tem-se a opção de realizar ensaios em modelos com escala reduzida. Através destes ensaios, é possível observar com mais clareza o efeito a ser estudado e, com isso, tirar conclusões mais seguras em relação ao projeto.

Na área naval, para esta etapa de testes, utilizam-se tanques de reboque, túneis de cavitação, tanques oceânicos ou túneis de vento, dependendo do objetivo do estudo.

Dentre os objetivos de ensaios em modelo em escala reduzida, destacam-se:

- Validação de modelos empíricos;
- Validação de previsões feitas na fase de projeto;
- Comparação de diferentes soluções;
- Predição do desempenho da embarcação;
- Melhoria quanto ao consumo de combustível de uma embarcação;
- Levantamento de esforços para o projeto estrutural;
- Levantamento de acelerações para o estudo de vibração e limite de operação de equipamentos.

2.1. TANQUES DE REBOQUE

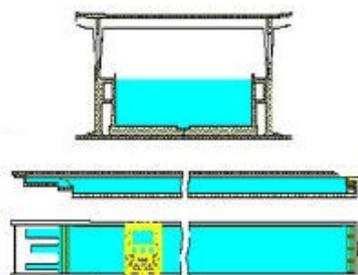
O tanque de reboque é o foco deste trabalho, portanto será estudado com mais detalhe nos próximos capítulos. Trata-se de um tanque com comprimento muito maior que a largura, com o intuito de realizar testes em modelos em escala reduzida de embarcações, sendo uma de suas finalidades descobrir a resistência ao avanço em diversas velocidades destes modelos e, em seguida, extrapolar para a escala do navio.

É constituído, tipicamente, por um gerador de ondas em uma extremidade e, em outra, por uma praia ou outro dispositivo equivalente, a fim de absorver a energia destas ondas. Possui, também, um espaço para simular a estabilidade e um carro dinamométrico, que tem a função de controlar os movimentos do modelo e de medir os esforços existentes.

Segundo Garcia (2014, p. 59), as dimensões deste tanque dependem do tipo da estrutura a ser testada, da velocidade de avanço e do fator de escala.

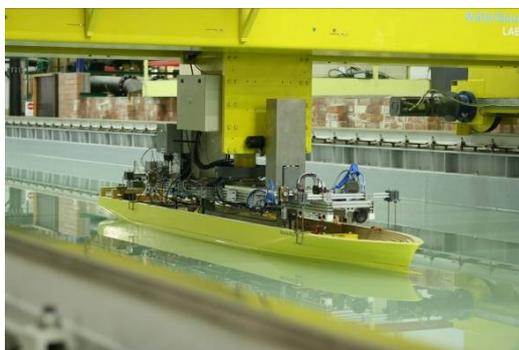
A Figura 1 ilustra um esboço das vistas do tanque, onde o objeto em amarelo representa o carro dinamométrico. Já a Figura 2 mostra com mais detalhes o carro dinamométrico e a sua conexão com o modelo em escala reduzida.

Figura 1. Vistas de um tanque de reboque.



Fonte: *Bulgarian Ship Hydrodynamics Centre*.

Figura 2. Carro dinamométrico de um tanque de reboque.



Fonte: *Ghent University*.

2.2. TÚNEIS DE CAVITAÇÃO

Padovezic (2010) esclarece que

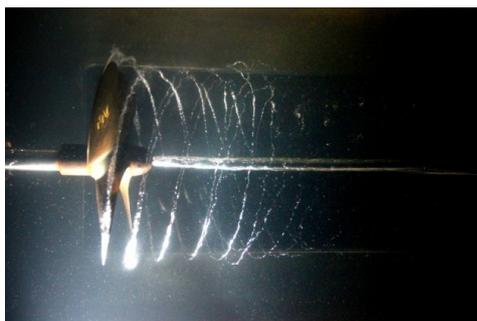
Os propulsores de embarcações recebem muita potência para produzir alto empuxo em áreas de pás relativamente reduzidas. Portanto, são propulsores que convivem com grandes diferenciais de pressões em suas pás, com baixas eficiências finais e com possibilidade de ocorrência de cavitação e de vibrações induzidas.

Dentro deste contexto, a ideia dos túneis de cavitação é realizar testes, tipicamente, em escalas reduzidas. Para o caso da engenharia naval, a finalidade é analisar cavitação no hélice a partir do movimento da água pela estrutura, regulando também a pressão. Busca-se,

no entanto, reduzir a atuação deste fenômeno, pois ele é responsável pela implosão de bolhas nas pás do propulsor, gerando vibrações, erosão do material e ruídos, além de diminuir a eficiência propulsiva.

A Figura 3 ilustra um caso de ensaio no túnel de cavitação do Instituto de Pesquisas Tecnológicas (IPT).

Figura 3. Ensaio em túnel de cavitação



Fonte: IPT.

2.3. TANQUES OCEÂNICOS

Os tanques oceânicos realizam testes de manobrabilidade e comportamento no mar em modelos com escala reduzida. Em geral, possuem grande profundidade para sistemas de ancoragem e também para testes de submarinos, além de comprimento e largura de dimensões similares.

Estes tanques são equipados com sistemas de geração de ondas, vento e correnteza multidirecional, no entanto, possui uma boa aproximação com o mar (GARCIA, 2014, p. 60).

A Figura 4 ilustra o tanque oceânico da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ).

Figura 4. Tanque oceânico.



Fonte: UFRJ.

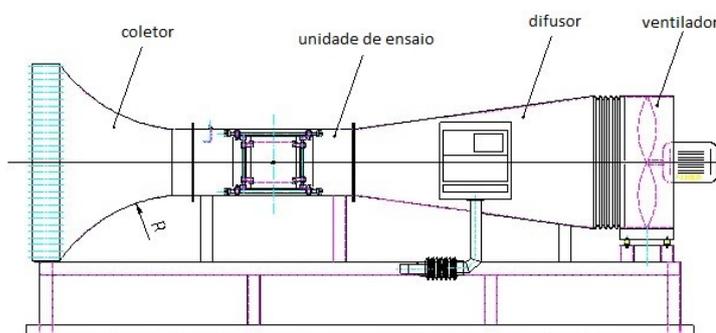
2.4. TÚNEIS DE VENTO

Os túneis de vento tem como objetivo executar os ensaios aerodinâmicos em modelos com escala reduzida através da passagem de vento ao redor do modelo testado.

De acordo com Chakrabarti, conforme indicado por Garcia (2014, p. 60), são utilizados para simular o comportamento do ar, geralmente em superestruturas de embarcações e de plataformas de petróleo, para o caso da engenharia naval.

Na Figura 5, tem-se a configuração básica de um túnel de vento.

Figura 5. Túnel de vento.



Fonte: Roda et al.

3. FUNDAMENTOS SOBRE VIBRAÇÃO

A importância do estudo de vibrações está diretamente ligada ao tempo de vida útil e ao desempenho de uma estrutura ou sistema. Ou seja, a consequência de muita vibração em algum componente pode levar à falha do mesmo devido à fadiga do material resultante da variação cíclica de tensão induzida (RAO, 2009).

Em uma embarcação, por exemplo, a vibração excessiva de sua estrutura gera desconforto para os tripulantes e, as excitações periódicas oriundas das ondas do mar podem resultar na falha estrutural. Para o caso dos motores, ocorre a perda de eficiência, além de ruído, sendo este também um desconforto para as pessoas. Já em painéis de instrumentos de medição, as consequências são o mau funcionamento (medição incorreta devido à vibração) e a dificuldade na leitura dos medidores.

Além dos exemplos citados anteriormente, há vários outros casos relacionados à vibração em sistemas. Nos equipamentos, de modo geral, este fenômeno não é desejado, exceto aqueles que dependem da vibração para o seu funcionamento, como, por exemplo, britadeira. Mas, geralmente, busca-se diminuir este efeito.

Para o tanque de reboque, a preocupação está realizar o seu dimensionamento estrutural visando o menor nível de vibração, de modo que não haja falha estrutural nem interferência nos resultados de medição das forças.

3.1. BALANÇO ENERGÉTICO

A equação do movimento de um sistema pode ser expressa através do princípio da conservação de energia. Um sistema é conservativo se nenhuma energia for perdida devido ao atrito ou devido a alguma outra fonte que dissipe energia (RAO, 2009, p. 52).

De acordo com Nabarrete (2005), a energia de um sistema vibratório é parcialmente potencial (mola ou elasticidade dos materiais) e parcialmente cinética (inércia). No entanto, a vibração de um sistema conservativo é caracterizada pela transformação de energia potencial em cinética e de energia cinética em potencial, alternadamente, descrita pela equação (1).

$$E_{\text{total}} = T + U = \text{constante} \quad (1)$$

Onde:

E_{total} é a energia total de um sistema, em Joule;
 T é a energia cinética, em Joule;
 U é a energia potencial, em Joule.

As energias cinética e potencial são representadas pelas equações (2) e (4).

$$T = \frac{1}{2} mV^2 = \frac{1}{2} m\dot{x}^2 \quad (2)$$

$$U = \frac{1}{2} kx^2 \quad (3)$$

Onde:

m é a massa total de um sistema, em kg;
 V, \dot{x} é a velocidade a qual se encontra o sistema, em m/s;
 k é a constante de mola, ou rigidez de uma mola, em N/m ou N/mm;
 x é a deformação ou deslocamento, em metros.

3.2. FREQUÊNCIA NATURAL

Frequência natural é a frequência na qual o sistema vibra livremente. Entende-se por vibração livre quando este sistema, após uma perturbação inicial, continua a vibrar por conta própria, sem nenhuma força externa agindo sobre ele (RAO, 2009, p. 8).

Através do princípio de conservação de energia, tem-se que a energia total (cinética + potencial) não varia com o tempo, ou seja:

$$\frac{d(T + U)}{dt} = 0 \quad (4)$$

Onde:

t é o tempo, em s.

Substituindo as equações (2) e (3) na equação (4) e derivando, é possível chegar à equação de movimento de um sistema não amortecido com um grau de liberdade:

$$m\ddot{x} + kx = 0 \quad (5)$$

Onde:

\ddot{x} é a aceleração, em m/s^2 ;

Através da equação (5), tem-se a frequência natural de vibração de um sistema massa-mola não amortecido, ou seja:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (6)$$

Onde:

n é um índice que se refere ao modo de vibração;

ω_n é a frequência natural de determinado modo de vibração, em rad/s

3.3. RIGIDEZ DE UM SISTEMA

Segundo Gonçalves e Carvalho (2007, p. 4), a rigidez de um sistema é uma característica mecânica que descreve o comportamento de uma estrutura sujeita a forças estáticas, ou seja, é a força requerida para produzir um deslocamento unitário na mola.

Esta descrição pode melhor ser entendida através da Lei de Hooke, que determina o comportamento de um sistema no seu regime elástico, onde a força elástica (força necessária para esticar ou comprimir uma mola) é diretamente proporcional ao deslocamento da mola em relação à sua posição de equilíbrio, através de uma constante de proporcionalidade (constante de mola ou rigidez). (BAUER; WESTFALL; DIAS, 2012).

A Lei de Hooke é descrita na equação (7):

$$F_s = kx \quad (7)$$

Onde:

F_s é a força elástica, em N;

3.4. RESSONÂNCIA

Ressonância é uma condição que ocorre em uma vibração forçada², onde a frequência da força externa coincide com uma das frequências naturais do sistema, resultando em altas amplitudes de vibração (RAO, 2009).

Devido a essa aproximação da frequência de excitação com uma das frequências naturais da estrutura, a amplitude de vibração assume valores altos e, com isso, a tensão atuante na estrutura se eleva proporcionalmente, podendo levar a ruptura³, flambagem⁴ ou fadiga da estrutura (KOGISHI ET AL.).

Neste trabalho, como objetivo específico, buscou-se realizar o estudo das vibrações livres do tanque de reboque para evitar que ocorra a ressonância devido à excitação forçada do carro dinamométrico e dos impactos das ondas sobre as paredes do tanque.

² Quando um sistema está sujeito a uma força externa, sendo, muitas vezes, uma força repetitiva (RAO, 2009).

³ Associada à tensão de escoamento do material, determinada através de ensaios experimentais (Kogishi et al.).

⁴ Deflexão lateral que ocorre devido à força de compressão axial agindo sobre o sistema (Hibbeler, 2009).

3.5. SISTEMA AMORTECIDO

Em um sistema amortecido, parte da energia total é dissipada ao longo do tempo, seja por atrito ou por outra fonte de dissipação, convertendo esta energia em calor ou som. Devido a isso, a resposta, tal como deslocamento do sistema, diminui gradativamente.

Dentre os tipos de amortecimentos, tem-se o amortecimento viscoso, devido ao à vibração do sistema em um meio fluido, por exemplo, ar, gás, água e óleo. Com isso, a resistência oferecida pelo fluido ao corpo em movimento faz com que a energia seja dissipada. (RAO, 2009, p. 18).

Dentro deste contexto, a força de amortecimento (força dissipativa) é proporcional à velocidade do corpo vibratório, através de uma constante de amortecimento, ou coeficiente de amortecimento viscoso, de acordo com a equação (8).

$$F_d = c\dot{x} \quad (8)$$

Onde:

d é um índice que se refere a um sistema amortecido;

F_d é a força de amortecimento, em N;

c é coeficiente de amortecimento, em N.s/m.

A equação do movimento para um sistema amortecido em vibração livre pode ser descrita considerando o amortecimento na equação (5), ou seja:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (9)$$

A frequência de vibração amortecida é calculada como:

$$\omega_d = \sqrt{(1 - \zeta^2)} \cdot \omega_n \quad (10)$$

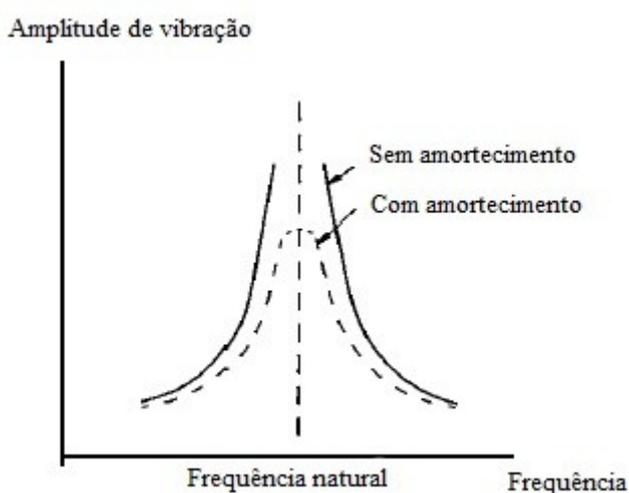
Onde:

ω_d é a frequência de vibração amortecida, em rad/s;

ζ é o fator de amortecimento, adimensional.

A partir da equação (10), nota-se que a frequência de vibração amortecida, ω_d , é sempre menor que a frequência natural não amortecida, ω_n . De acordo com Rao (2009, p. 68), há redução na amplitude de vibração livre quando o sistema é amortecido, diminuindo, no entanto, o efeito de ressonância. Este caso pode ser melhor analisado através da Figura 6, onde a curva contínua ilustra a condição de ressonância de um sistema não amortecido e a curva tracejada se refere a um sistema amortecido (diminuição da amplitude de vibração). A reta vertical tracejada é a frequência natural do sistema, onde, coincidindo com a frequência de excitação externa, tende a elevar a amplitude de vibração a um valor infinito (caso do sistema sem amortecimento).

Figura 6. Gráfico Amplitude de vibração x Frequência de excitação externa.



Fonte: Kogishi et al.

3.6. MASSA ADICIONAL

A massa adicional de um sistema está relacionada à interação de um corpo submerso com o fluido junto a ele. Isto se deve ao acoplamento dinâmico entre corpo e fluido, onde as partículas próximas ao corpo exercem certa resistência inercial quando este acelera ou desacelera (SILVA, 2013).

Kogishi et al. realizam uma analogia da massa adicional com a movimentação de uma garrafa em duas diferentes situações, relatando que movimentar a garrafa lateralmente dentro deste tanque requer uma força maior do que movimentá-la no ar, devido à inércia adicional causada pela água.

Além disso, vale ressaltar que a massa adicional depende da área de contato com o corpo, ou seja, uma movimentação do mesmo na direção de maior área requer mais força do que na direção de menor área devido ao maior volume deslocado no primeiro caso.

Na análise de vibração, a massa adicional pode ser modelada como uma quantidade de massa a mais a ser movimentada durante a vibração, aumentando a inércia do sistema.

4. ESTUDO DE ELEMENTOS ESTRUTURAIS FUNDAMENTAIS

Para a análise dos modos de vibração da estrutura do tanque de reboque como um todo, deve-se, primeiramente fazer um estudo dos elementos fundamentais, ou seja, das vigas e placas, para, posteriormente, realizar comparações com a estrutura do tanque.

Portanto, serão realizadas, neste capítulo, análises de vibrações em vigas e, em seguida, em placas.

4.1. ANÁLISE DE VIBRAÇÃO EM VIGAS

Nesta seção, será apresentada a análise da vibração livre em vigas sujeitas a diferentes condições de contorno (bi-engastada, bi-apoiada e livre-livre). Inicialmente são apresentadas as soluções analíticas que são então comparadas às soluções obtidas em simulações computacionais utilizando o Método dos Elementos Finitos.

A viga utilizada nas análises é feita de aço e possui seção transversal circular, portanto, os dados de entrada utilizados neste capítulo são listados abaixo.

- Raio da seção transversal = 1 m;
- Comprimento da viga = 100 m;
- Módulo de elasticidade = 210 GPa;
- Densidade do material = 7860 kg/m³

As dimensões da viga estudada foram definidas apenas para que a geometria pudesse ser considerada uma viga. Na literatura, considera-se que elementos com L/B maiores que oito podem ser considerados como vigas perfeitas.

4.1.1. Modelo analítico

Inman (2001, p. 462) fornece a seguinte equação de vibração transversal em vigas:

$$\omega_n = (\beta_n \cdot L)^2 \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I}{\rho \cdot A \cdot L^4}} \quad (11)$$

Onde:

- E é o módulo de elasticidade do material, em Pa;
 I é o momento de inércia da seção transversal da viga ($I = \pi \cdot R^4 / 4$), em m⁴;
 ρ é a densidade do material, em kg/m³;
 A é a área da seção transversal da viga ($A = \pi \cdot R^2$), em m²;
 L é o comprimento total da viga, em metros;
 β_n é uma constante utilizada para o cálculo da vibração longitudinal de vigas e depende das condições de contorno do sistema, sendo um valor tabelado, apresentado em Inman (2001).

Pode-se deduzir a equação (11) através da equação (6), descrita na seção 3.2, que relaciona a frequência natural de um sistema massa-mola.

De acordo com Filho⁵, a flexibilidade, ou deformação, de um sistema é o deslocamento produzido pela aplicação de uma força de valor unitário, ou seja:

$$\delta = \frac{F}{k} = \frac{1}{k} \quad (12)$$

Onde:

- δ é a deformação, ou flexibilidade, de uma mola, em m ou mm;
 F é a força aplicada ao sistema, em N.

Substituindo a mola por um elemento de viga, a rigidez do sistema já não é mais representada apenas por uma constante de mola, k. No entanto, para este caso, utiliza-se a Teoria de Euler-Bernoulli, descrita na equação (13), fornecida por Rao (2009, p. 282). Tal equação relaciona o momento fletor com a deflexão.

$$M(x,t) = E \cdot I(x) \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(x,t) \quad (13)$$

Onde:

- M é o momento fletor, em N.m;
 $\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$ é a deflexão do elemento, medida em ângulo (graus).

⁵ Notas de aula: Curso de Análise Modal de Estruturas. FILHO, Luiz A. C. Moniz de Aragão.

Comparando as Equações (13) e (7), pode-se concluir que a rigidez de uma viga é o parâmetro que está multiplicando a deflexão na equação (13), ou seja:

$$k = E.I \quad (14)$$

Tem-se, ainda, a seguinte relação de densidade e massa:

$$m = \rho.Volume = \rho.A.L \quad (15)$$

Substituindo as equações (14) e (15) na equação (6) da frequência natural de um sistema-massa mola, é possível chegar a uma relação de frequência natural de uma viga:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{E.I}{\rho.A.L}} \quad (16)$$

Como a frequência natural de uma viga varia de acordo com a sua condição de contorno, deve-se considerar este caso. Devido a isso, deve-se multiplicar a equação acima por um parâmetro (β_n^2), a fim de representar as condições de contorno do sistema. Os valores deste parâmetro são disponibilizados em uma tabela, disponível no Anexo A. Note que, nesta tabela, os valores fornecidos são em função de $(\beta_n L)^2$.

Manipulando a equação (16), tem-se uma relação semelhante àquela disponível no início desta seção:

$$\omega_n = (\beta_n.L)^2 \cdot \sqrt{\frac{E.I}{\rho.A.L^4}} \quad (17)$$

Para os cálculos analíticos do primeiro modo de vibração das condições bi-engastada, bi-apoiada e livre-livre, os parâmetros utilizados estão organizados na Tabela 1.

Tabela 1. Parâmetros utilizados para os cálculos analíticos dos modos de vibração de uma viga.

Material: aço		
Raio	1	m
Comprimento	100	m
Módulo de elasticidade	210	GPa
Densidade do material	7860	kg/m ³
Momento de inércia	0,7854	m ⁴
Área seção transversal	3,1416	m ²
$\sqrt{E \cdot I / \rho \cdot A \cdot L^4}$	0,2524	

Fonte: Autora.

A Tabela 2 foi utilizada como referência para o cálculo das frequências naturais da viga, para todas as condições de contorno consideradas neste capítulo, onde se tem os valores de β_n já multiplicado pelo comprimento total da viga para cada modo de vibração. Como dito anteriormente, a tabela original, dada por Inman (2001, p. 465), é apresentada no Anexo A.

Tabela 2. Condições de contorno para a vibração longitudinal de uma viga.

Condição de contorno	$\beta_1 L$
Viga bi-engastada	4,73004074
Viga bi-apoiada	3,14159265
Viga livre-livre	4,73004074

Fonte: Autora, adaptado de Inman (2001).

As frequências naturais da viga foram calculadas de acordo com a equação (17), substituindo os valores de $\beta_n L$ para cada condição de contorno. Os resultados obtidos são listados na

Tabela 3.

Vale lembrar que, para o cálculo da frequência em Hz, tem-se:

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} \quad (18)$$

Tabela 3. Resultados analíticos do primeiro modo de vibração longitudinal de uma viga (L = 100 m).

Condição de contorno	Resultados 1º modo
Bi-engastada	0,89867 Hz
Bi-apoiada	0,39643 Hz
Livre-livre	0,89867 Hz

Fonte: Autora.

4.1.2. Modelo numérico

Segundo Logan (2012), o Método dos Elementos Finitos transforma um sistema contínuo em um discreto, ou seja, modela o corpo, dividindo-o em um sistema equivalente de pequenos corpos ou unidades (elementos finitos,) interconectados por nós; em um processo conhecido como discretização.

É importante observar que existem diferentes formulações as quais correspondem a diferentes tipos de elementos. De maneira geral, quanto maior a complexidade do elemento, maior o número de efeitos considerados e, portanto, mais próximo é o comportamento da simulação em relação ao comportamento real da estrutura.

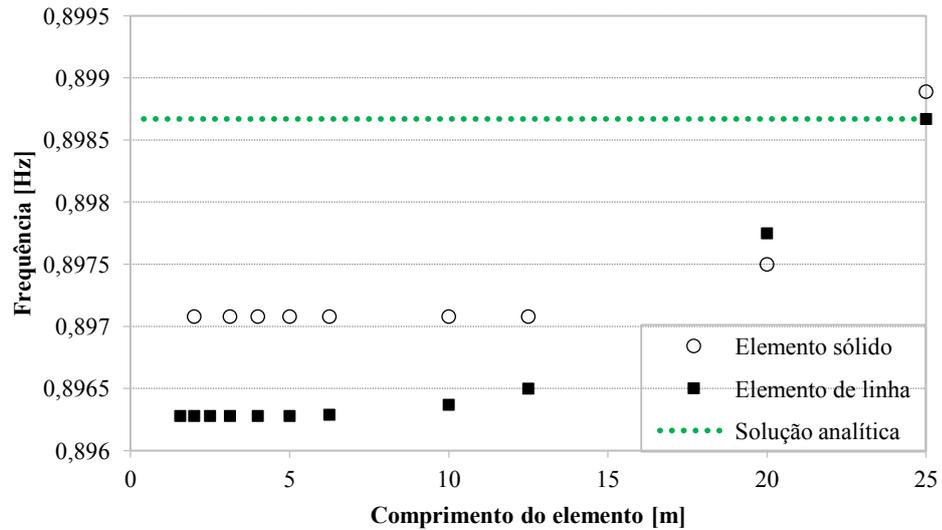
Embora não seja objetivo do trabalho, neste capítulo são estudados dois níveis hierárquicos de elementos: os elementos do tipo viga e do tipo sólido, sendo o primeiro caracterizado por uma linha e, o segundo, por um sólido extrudado. Foram feitas simulações para os oito primeiros modos de vibração para cada condição de contorno. Além disso, observou-se o tempo de processamento (*computational time*) para cada caso.

Primeiramente, realizou-se uma análise de convergência através da variação do tamanho dos elementos, a fim de verificar a influência da discretização nos resultados finais, bem como no tempo de processamento. Em seguida, foram analisadas as respostas para cada condição de contorno da viga.

4.1.2.1. Análise de convergência

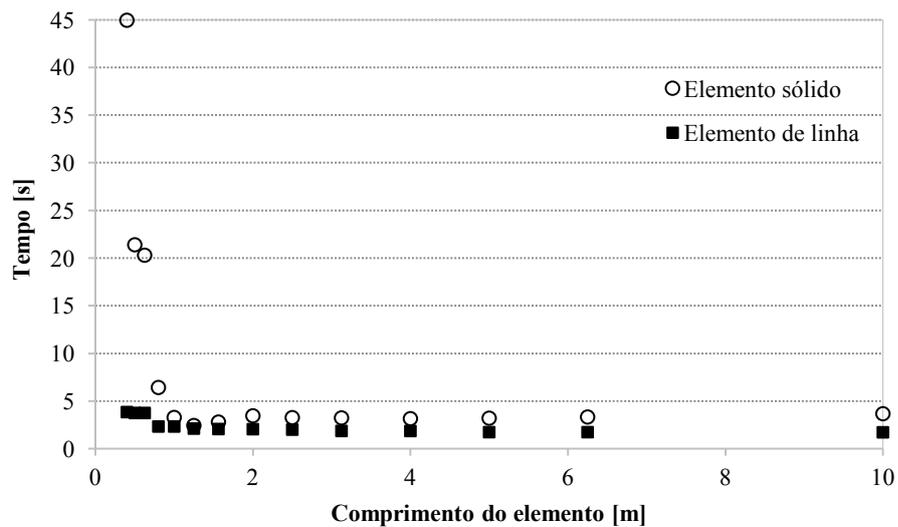
Analisando as respostas da frequência e o tempo de processamento de acordo com a variação do comprimento dos elementos, os seguintes gráficos exibidos nas Figuras 7 a 12 foram construídos para as condições de viga bi-engastada, bi-apoiada e livre-livre.

Figura 7. Frequência do primeiro modo de vibração em função do comprimento do elemento: viga bi-engastada.



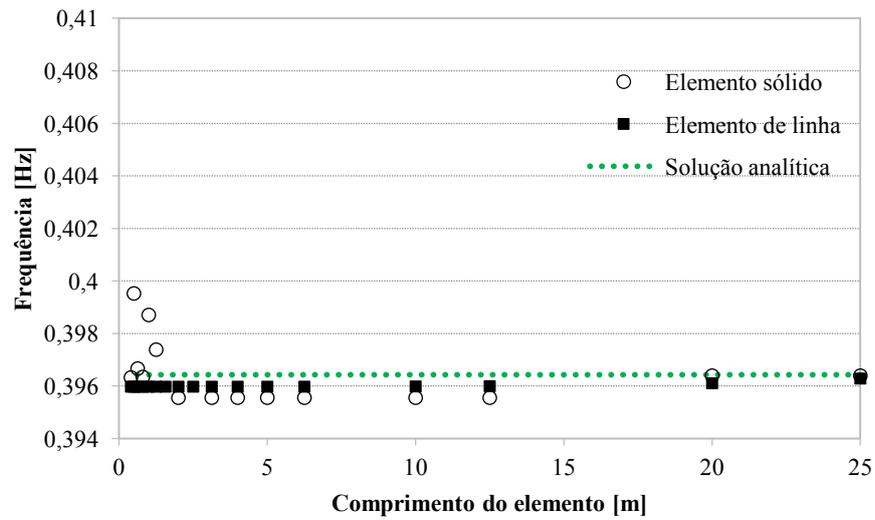
Fonte: Autora.

Figura 8. Tempo de processamento em função do comprimento do elemento: viga bi-engastada.



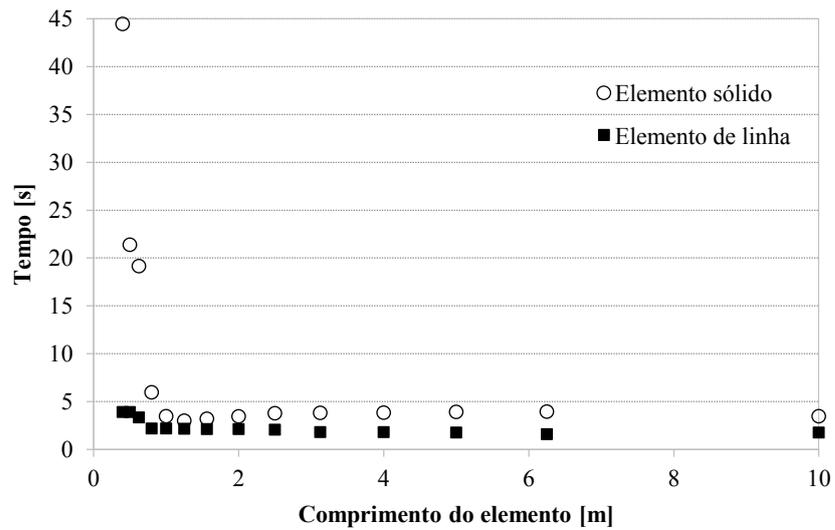
Fonte: Autora.

Figura 9. Frequência do primeiro modo de vibração em função do comprimento do elemento: viga bi-apoiada.



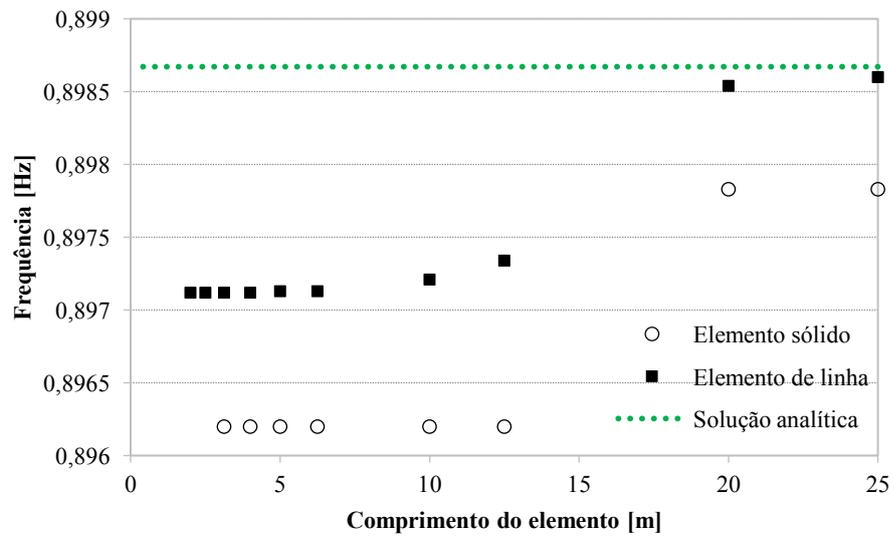
Fonte: Autora.

Figura 10. Tempo de processamento em função do comprimento do elemento: viga bi-apoiada.



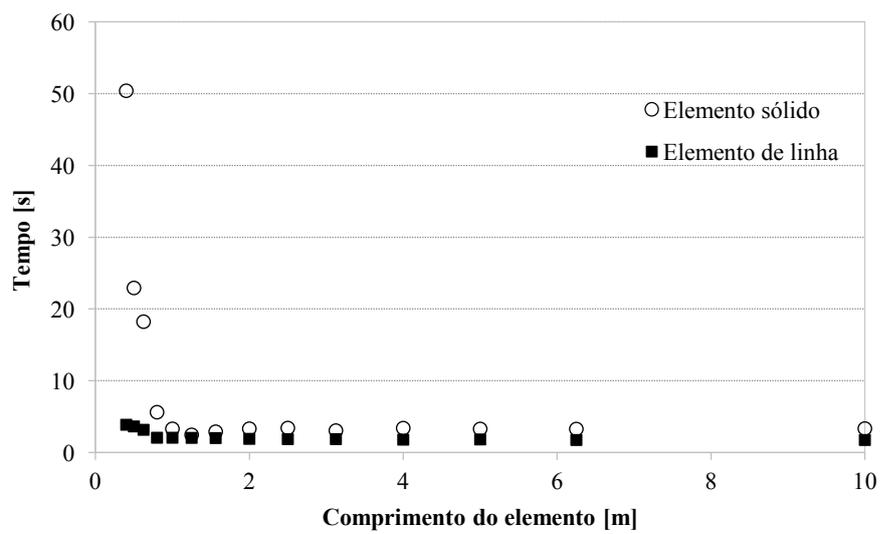
Fonte: Autora.

Figura 11. Frequência do primeiro modo de vibração em função do comprimento do elemento: viga livre-livre.



Fonte: Autora.

Figura 12. Tempo de processamento em função do comprimento do elemento: viga livre-livre.



Fonte: Autora.

Com os gráficos apresentados nas Figuras 7 até 12, é possível notar que, para todas as condições de contorno analisadas, as frequências naturais estão variando de acordo com o comprimento do elemento, até chegar a um valor de comprimento mínimo, onde essa variação é pouco significativa ou não ocorre.

De acordo com Souza (2003), a quantidade e o tamanho dos elementos da malha determinam a precisão dos resultados, ou seja, quanto menor for o tamanho dos elementos e, portanto, maior o número destes, o resultado da simulação tende a convergir para a resposta real do problema. Isto se deve ao fato de que, com o aumento do número de elementos, o elemento discreto, caracterizado pelo modelo computacional, tende cada vez mais a se aproximar do modelo contínuo, ou seja, da resposta analítica.

A diferença entre o elemento de viga e o elemento sólido é que, considerando o elemento como uma linha, a oscilação, a partir de um valor mínimo de comprimento de elemento, é muito menor, por se tratar de uma topologia menos complexa do que o elemento sólido, submetendo-se, portanto, a erros menores.

No entanto, pode-se observar que, uma maior discretização das vigas resulta em um aumento no tempo de processamento, principalmente quando se utiliza o elemento sólido para elementos pequenos, onde o tempo de processamento é consideravelmente maior devido à sua maior complexidade. Isto se deve ao fato de que, quanto maior a discretização, mais elementos são analisados e maior é a complexidade matemática do problema a ser resolvido.

A análise de convergência é de extrema importância, pois, a partir dela, é possível observar a variação dos resultados e, com isso, optar por um tamanho de elemento com menor custo computacional, mas que traga uma resposta com a precisão adequada ao problema proposto. Para o caso de uma viga, por ser uma estrutura simples de modelar, a análise considerando o elemento de viga se torna mais atrativa.

De acordo com os gráficos anteriores, será considerado, em todas as simulações desta seção, ou seja, para o caso da viga, o comprimento de elemento igual a um metro.

4.1.2.2. Análise modal

Para melhor entender a análise modal, é importante saber o que acontece nas condições de contorno da viga para todos os casos que estão sendo estudados. Migotto (2010) fornece estas condições, sendo estas ilustradas na Tabela 4

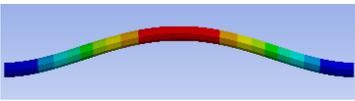
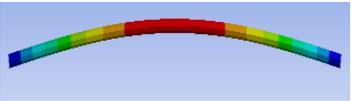
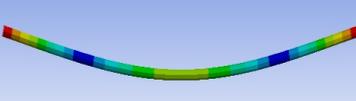
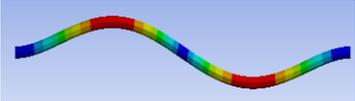
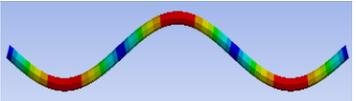
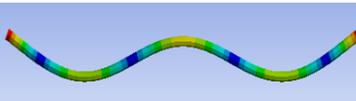
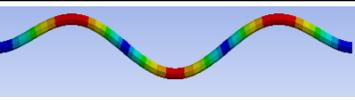
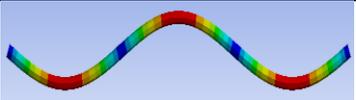
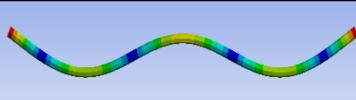
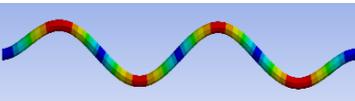
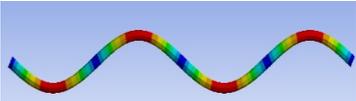
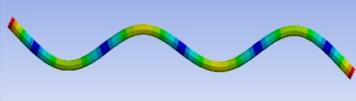
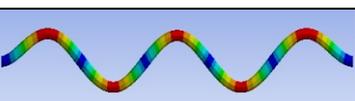
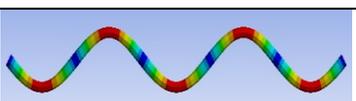
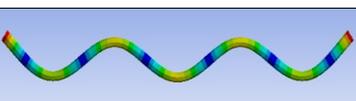
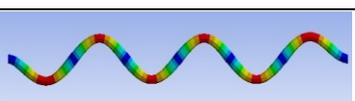
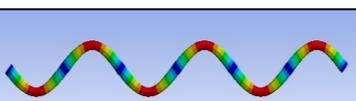
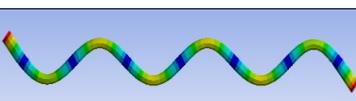
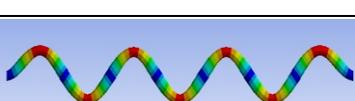
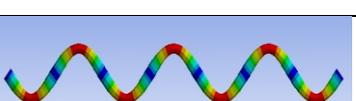
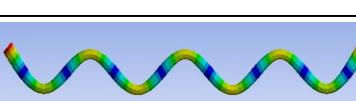
Tabela 4. Condições de contorno clássicas de viga.

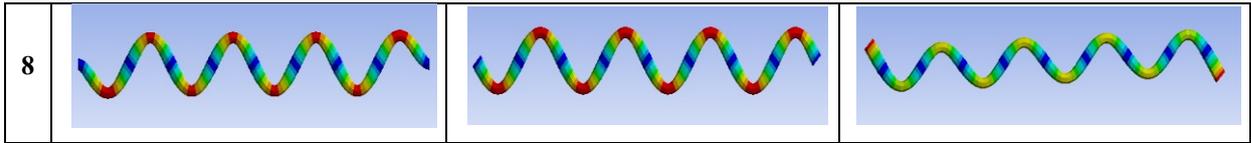
Condição de contorno	Deflexão $w(x,t) \rightarrow w(0,t) \text{ e } w(L,t)$	Rotação $\frac{\partial w}{\partial x}(x,t) \rightarrow \frac{\partial w}{\partial x}(0,t) \text{ e } \frac{\partial w}{\partial x}(L,t)$
Extremidade fixa	0	0
Extremidade apoiada	0	Livre
Extremidade livre	Livre	Livre

Fonte: Migotto (2011).

Na Tabela 5 estão algumas imagens da simulação realizada para os oito primeiros modos de vibração das condições de viga bi-engastada, bi-apoiada e livre-livre. Nota-se que, em uma viga livre-livre, os deslocamentos máximos se encontram nas extremidades livres, pois não há restrição de deslocamento e giro nestes locais. Já nas vigas bi-engastada e bi-apoiada, os deslocamentos máximos estão nos nós devido às suas restrições de contorno (Tabela). Também é possível notar a diferença de contorno de uma viga bi-engastada e bi-apoiada, onde, esta permite giro em suas extremidades.

Tabela 5. Oito primeiros modos de vibração de uma viga.

	Viga bi-engastada	Viga bi-apoiada	Viga livre-livre
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			



Fonte: Autora.

A Tabela 6 faz a comparação entre os resultados obtidos analiticamente e computacional, para as condições de contorno consideradas. Vale lembrar que está sendo considerado o comprimento igual a um metro.

Tabela 6. Comparação entre resultados analíticos e simulações computacionais das vigas para $L_e = 1$ m.

1º modo de vibração			
Condição de contorno	Analítica	MEF	
		Sólido	Viga
Viga bi-engastada	0,89867	0,89891	0,89628
Viga bi-apoiada	0,396433	0,39871	0,39598
Viga livre-livre	0,89867	0,89778	0,89712

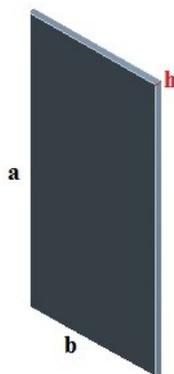
Fonte: Autora.

4.2. ANÁLISE DE VIBRAÇÃO EM PLACAS RETANGULARES

Continuando com o estudo de simulação dos elementos estruturais básicos, neste capítulo serão feitas análises computacionais da vibração de placas retangulares.

Considera-se uma placa retangular com espessura constante, “h”, lado de maior comprimento igual a “a” e lado de menor comprimento igual a “b”, de acordo com a Figura 13.

Figura 13. Placa retangular.



Fonte: Autora

Neste estudo, considera-se a placa com os quatro lados apoiados e também com os quatro lados engastados. A finalidade deste capítulo é fazer a comparação do primeiro modo de vibrar da placa nestas condições com o correspondente modo de vibração do tanque com reforçadores transversais. Esta comparação será abordada com mais detalhes no capítulo 6 (seção 6.4).

4.2.1. Teoria de placas

Entende-se por placas finas nas quais a espessura é muito menor que o comprimento e a largura. Lagrange desenvolveu, em 1811, a Teoria de Placas Finas, sendo esta uma extensão da Teoria de Viga Euler-Bernoulli.

É importante destacar as hipóteses básicas da Teoria de Placas Finas, tais hipóteses são fornecidas por Junior e Melo⁶, dadas a seguir:

- 1) O material da placa é homogêneo, isotrópico e elástico linear;
- 2) Para pequenas deflexões, os deslocamentos são pequenos, comparados com a espessura “h”;
- 3) A placa pode ser considerada fina quando $\frac{\text{Menor lado da placa (b)}}{h} > 20$

De acordo com Timoshenko (1987), as propriedades de flexão de uma placa dependem mais da espessura do que das outras dimensões e, no caso de placas finas com pequenas deflexões, tem-se as seguintes suposições:

⁶ Notas de aula - Universidade Federal do Ceará, Departamento de Engenharia Estrutural e Construção Civil.

- 4) Não há deformação no plano médio⁷ da placa. Este plano permanece neutro durante a flexão;
- 5) Pontos que se encontram inicialmente ortogonais ao plano médio permanecerão ortogonais à sua superfície média⁸ após a flexão.
- 6) As tensões normais na direção normal da superfície da placa podem ser desconsideradas.

De acordo com a teoria de Kirchhoff, a rigidez à flexão de uma placa retangular pode ser calculada da seguinte maneira:

$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (19)$$

Onde:

- D é a rigidez à flexão de uma placa retangular, em N.m;
 h é a espessura, em metros;
 ν é o coeficiente de Poisson do material, adimensional.

Para este capítulo, também será utilizado o aço, com as seguintes propriedades:

$$E_{\text{aço}} = 210 \text{ GPa e } \nu_{\text{aço}} = 0,3$$

4.2.2. Placa retangular com os quatro lados apoiados

Para placas com os quatro lados apoiados, a deflexão nas extremidades é zero, mas a rotação é livre, ou seja, não há momento ao longo das extremidades que impeçam a rotação.

Sabendo que o momento em relação ao eixo “x” é calculado como $M_x = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$ e o momento em relação ao eixo “y” é $M_y = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$, tem-se as seguintes condições de contorno:

$$i) \quad \text{Quando } x = -a/2 \text{ e } x = a/2: w = 0 \text{ e } \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0$$

⁷ Plano equidistante das superfícies planas externas da placa, sendo considerado o plano xy antes de ocorrer a flexão (TIMOSHENKO, 1987, p. 33).

⁸ Formada pelas posições finais das partículas da placa, que estavam inicialmente no plano xy e que, após a deformação, sofreram pequenos deslocamentos “w” (TIMOSHENKO, 1987, p. 33).

ii) Quando $y = -b/2$ e $y = b/2$: $w = 0$ e $\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0$

4.2.2.1. Análise analítica

Timoshenko (1987, p. 120) fornece uma tabela para a deflexão e momentos máximos em função da razão “a/b” de uma placa com as extremidades apoiadas.

Tabela 7. Deflexão e momentos fletores de uma placa retangular com lados apoiados, com $\nu = 0,3$.

a/b	$w_{\text{máx}} = \alpha \frac{qb^4}{D}$	$(M_x)_{\text{máx}} = \beta \cdot q \cdot b^2$	$(M_y)_{\text{máx}} = \beta_1 \cdot q \cdot b^2$
	α	β	β_1
1,0	0,00406	0,0479	0,0479
1,1	0,00485	0,0554	0,0493
1,2	0,00564	0,0627	0,0501
1,3	0,00638	0,0694	0,0503
1,4	0,00705	0,0755	0,0502
1,5	0,00772	0,0812	0,0498
1,6	0,00830	0,0862	0,0492
1,7	0,00883	0,0908	0,0486
1,8	0,00931	0,0948	0,0479
1,9	0,00974	0,0985	0,0471
2,0	0,01013	0,1017	0,0464

Fonte: Timoshenko (1998).

Outra maneira de analisar a deflexão de uma placa para esta condição de contorno é de forma gráfica. Augusto (2004, p. 19) fornece a seguinte equação para este caso:

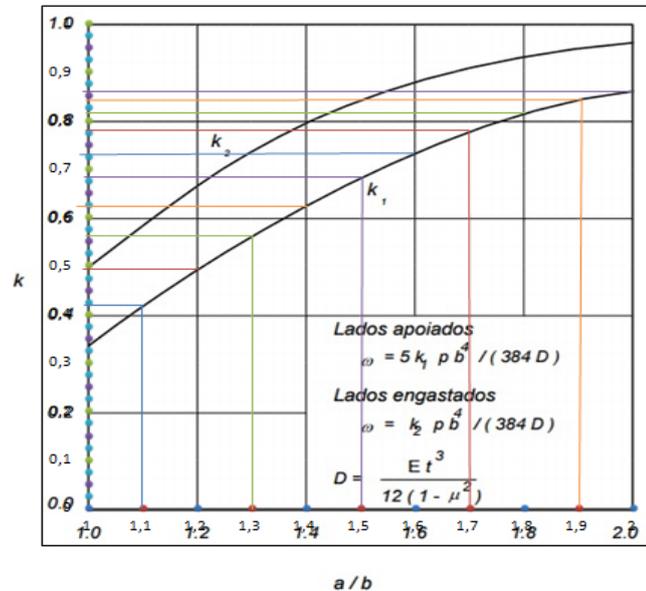
$$w = \frac{5 \cdot k_1 \cdot p \cdot b^4}{384 \cdot D} \quad (20)$$

Onde:

- k_1 é uma constante utilizada para os lados apoiados na interpretação gráfica, adimensional;
- p é a pressão uniforme em que a placa está submetida, em Pa;
- b é o lado de menor comprimento da placa, em metros.

O valor de “ k_1 ” é encontrado na Figura 14, através da intersecção da curva “ k_1 ” com a razão “ a/b ” desejada. As mesmas razões de “ a/b ”, dadas por Timoshenko na Tabela 7, foram utilizadas para a análise gráfica.

Figura 14. Deflexão máxima e placas retangulares sob pressão uniforme.



Fonte: Augusto (2004).

Já para o cálculo da frequência natural de uma placa com os quatro lados apoiados, Leissa (1969, p. 62), fornece a seguinte equação:

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \left[\left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right] \quad (21)$$

Onde:

m, n são números inteiros (para o primeiro modo de vibração, considera-se $m = n = 1$);
 a é o lado de maior comprimento da placa, em metros.

É importante analisar que, quando $\frac{b}{a} \rightarrow 0$, o coeficiente de Poisson, ν , é igual a zero, pois ele relaciona a deformação transversal com a deformação longitudinal ($\nu = -\frac{\epsilon_x}{\epsilon_z} = -\frac{\epsilon_y}{\epsilon_z}$). Com isso, a equação (21) passa a descrever a frequência natural de uma viga bi-apoiada.

$$\left\{ \frac{b}{a} \rightarrow 0, \nu = 0 \right\} \implies D = \frac{Eh^3}{12} e a = L \quad (22)$$

O momento de inércia de uma viga, para este caso, é:

$$I = \frac{h^4}{12} \quad (23)$$

Substituindo as relações (22) e (23) na equação (21), chega-se à seguinte configuração:

$$\omega_n = \left(\frac{m\pi}{L}\right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho AL^4}} \quad (24)$$

Nota-se que a equação acima é a mesma equação da frequência natural de uma viga vista na seção 3.2. para a condição bi-apoiada, com o valor de $(\beta_n \cdot L)^2$ já substituído.

As tabelas a seguir fornecem as frequências naturais obtidas pela equação (21) e as deflexões obtidas pela equação (20) e pela Figura 14, com os valores de “a/b” variando de 1 a 2, para espessuras iguais a 0,015 e 0,03 metros⁹.

Tabela 8. Valores analíticos de frequência natural e deflexão de uma placa com lados apoiados para diferentes razões "a/b" (h = 0,015 m).

a [m]	b [m]	a/b	Timoshenko	Solução gráfica	Frequência natural (1° modo de vibração)
			w _{máx} [m]	w _{máx} [m]	f _n [Hz]
1	1	1	6,25x10 ⁻⁸	6,77x10 ⁻⁸	73,71
1,1	1	1,1	7,47x10 ⁻⁸	8,32x10 ⁻⁸	67,31
1,2	1	1,2	8,69x10 ⁻⁸	9,73x10 ⁻⁸	62,45
1,3	1	1,3	9,83x10 ⁻⁸	1,12x10 ⁻⁷	58,66
1,4	1	1,4	1,09x10 ⁻⁷	1,25x10 ⁻⁷	55,66
1,5	1	1,5	1,19x10 ⁻⁷	1,36x10 ⁻⁷	53,23
1,6	1	1,6	1,28x10 ⁻⁷	1,46x10 ⁻⁷	51,25
1,7	1	1,7	1,36x10 ⁻⁷	1,55x10 ⁻⁷	49,61
1,8	1	1,8	1,43x10 ⁻⁷	1,63x10 ⁻⁷	48,23

⁹ As tabelas com os resultados analíticos de uma placa com os lados apoiados referentes a valores de espessura iguais a 0,05; 0,1 e 0,2 metros estão no Apêndice A.

1,9	1	1,9	$1,50 \times 10^{-7}$	$1,68 \times 10^{-7}$	47,06
2	1	2	$1,56 \times 10^{-7}$	$1,72 \times 10^{-7}$	46,07

Fonte: Autora.

Tabela 9. Valores analíticos de frequência natural e deflexão de uma placa com lados apoiados para diferentes razões "a/b" (h = 0,03 m).

a [m]	b [m]	a/b	Timoshenko	Solução gráfica	Frequência natural (1° modo de vibração)
			$w_{\text{máx}}$ [m]	$w_{\text{máx}}$ [m]	f_n [Hz]
1	1	1	$7,82 \times 10^{-9}$	$8,46 \times 10^{-9}$	147,42
1,1	1	1,1	$9,34 \times 10^{-9}$	$1,04 \times 10^{-9}$	134,63
1,2	1	1,2	$1,09 \times 10^{-8}$	$1,22 \times 10^{-8}$	124,90
1,3	1	1,3	$1,23 \times 10^{-8}$	$1,40 \times 10^{-8}$	117,32
1,4	1	1,4	$1,36 \times 10^{-8}$	$1,57 \times 10^{-8}$	111,32
1,5	1	1,5	$1,49 \times 10^{-8}$	$1,71 \times 10^{-8}$	106,47
1,6	1	1,6	$1,60 \times 10^{-8}$	$1,83 \times 10^{-8}$	102,50
1,7	1	1,7	$1,70 \times 10^{-8}$	$1,94 \times 10^{-8}$	99,21
1,8	1	1,8	$1,79 \times 10^{-8}$	$2,04 \times 10^{-8}$	96,46
1,9	1	1,9	$1,87 \times 10^{-8}$	$2,11 \times 10^{-8}$	94,13
2	1	2	$1,95 \times 10^{-8}$	$2,16 \times 10^{-8}$	92,14

Fonte: Autora.

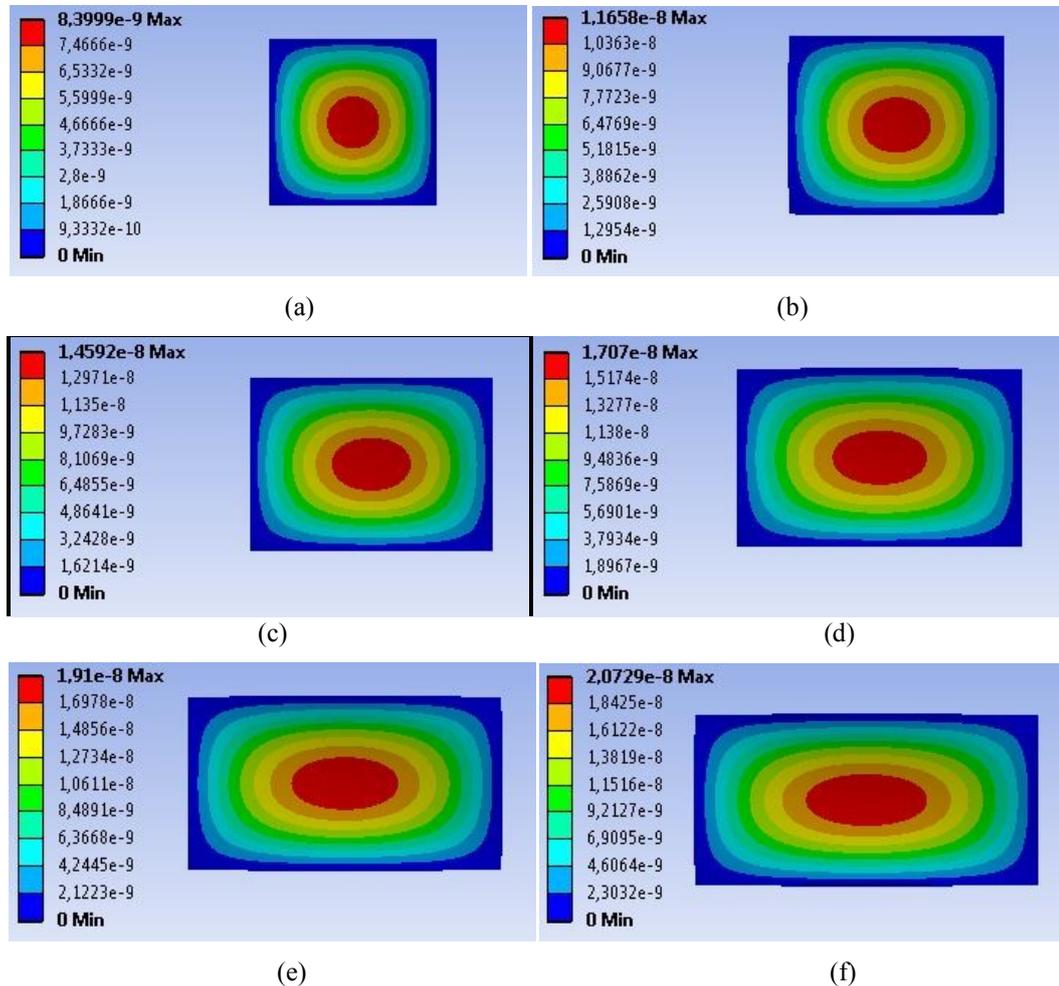
4.2.2.2. Análise computacional

A exemplo da seção 4.1, utilizando o Método dos Elementos Finitos, foram realizadas análises modais para as mesmas razões "a/b" e espessuras "h" consideradas na análise analítica. Os dados obtidos nesta etapa foram o deslocamento e a frequência natural do primeiro modo de vibração de cada placa, a fim de comparar com os resultados obtidos analiticamente.

Na Figura 15 são mostradas as deformações referentes ao primeiro modo de vibração¹⁰ de placas com diferentes razões "a/b", considerando a espessura igual a 0,03 metros. A legenda ao lado de cada imagem refere-se ao gradiente de deformação da placa.

¹⁰ Deformações de uma placa com os lados apoiados referentes a outros modos de vibração se encontram no Apêndice B.

Figura 15. Primeiro modo de vibração de uma placa com as extremidades apoiadas. (a) $a/b = 1$. (b) $a/b = 1,2$. (c) $a/b = 1,4$. (d) $a/b = 1,6$. (e) $a/b = 1,8$ (f) $a/b = 2$.

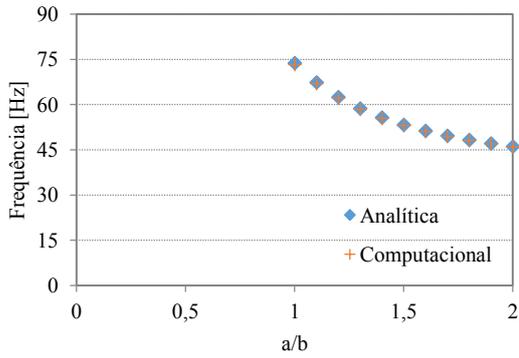


Fonte: Autora.

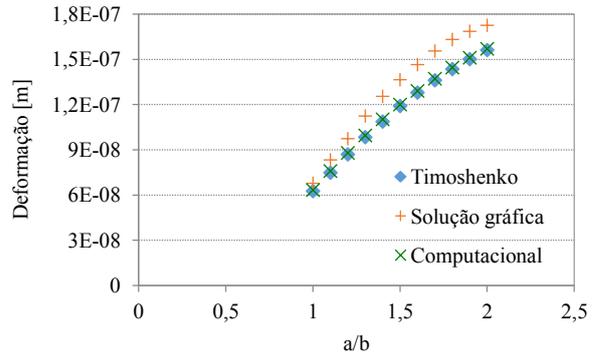
As comparações entre os resultados analíticos e computacionais foram organizadas graficamente e são apresentadas na Figura 16. A partir desses resultados, é possível notar que, com o aumento da espessura, as respostas passam a divergir. Isto ocorre porque a análise analítica se baseia em placas finas, portanto, o erro tende a aumentar para maiores valores de espessura.

Figura 16. Comparação entre os resultados analítico e computacional para uma placa com os lados apoiados.

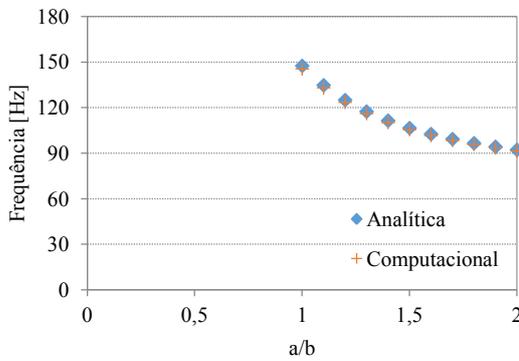
Frequência natural (h = 0,015 m)



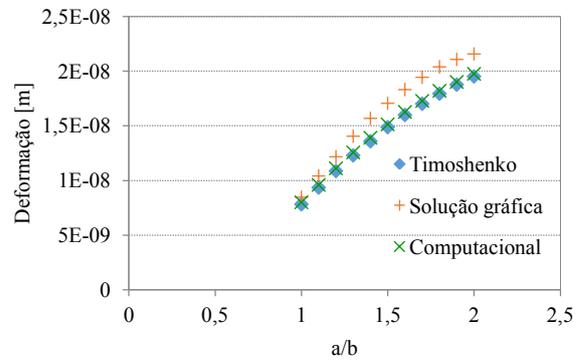
Deformação máxima (h = 0,015 m)



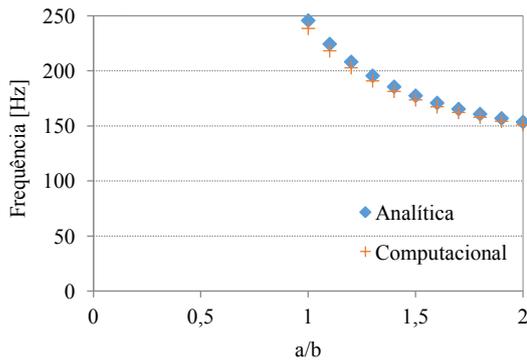
Frequência natural (h = 0,03 m)



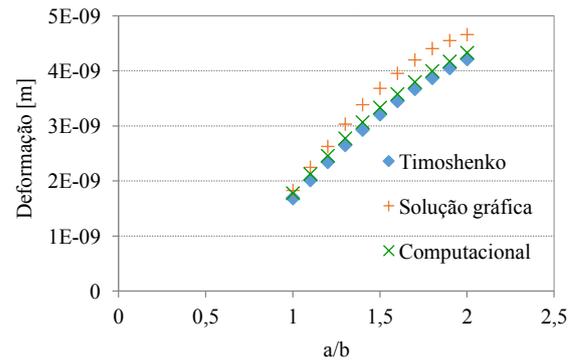
Deformação máxima (h = 0,03 m)

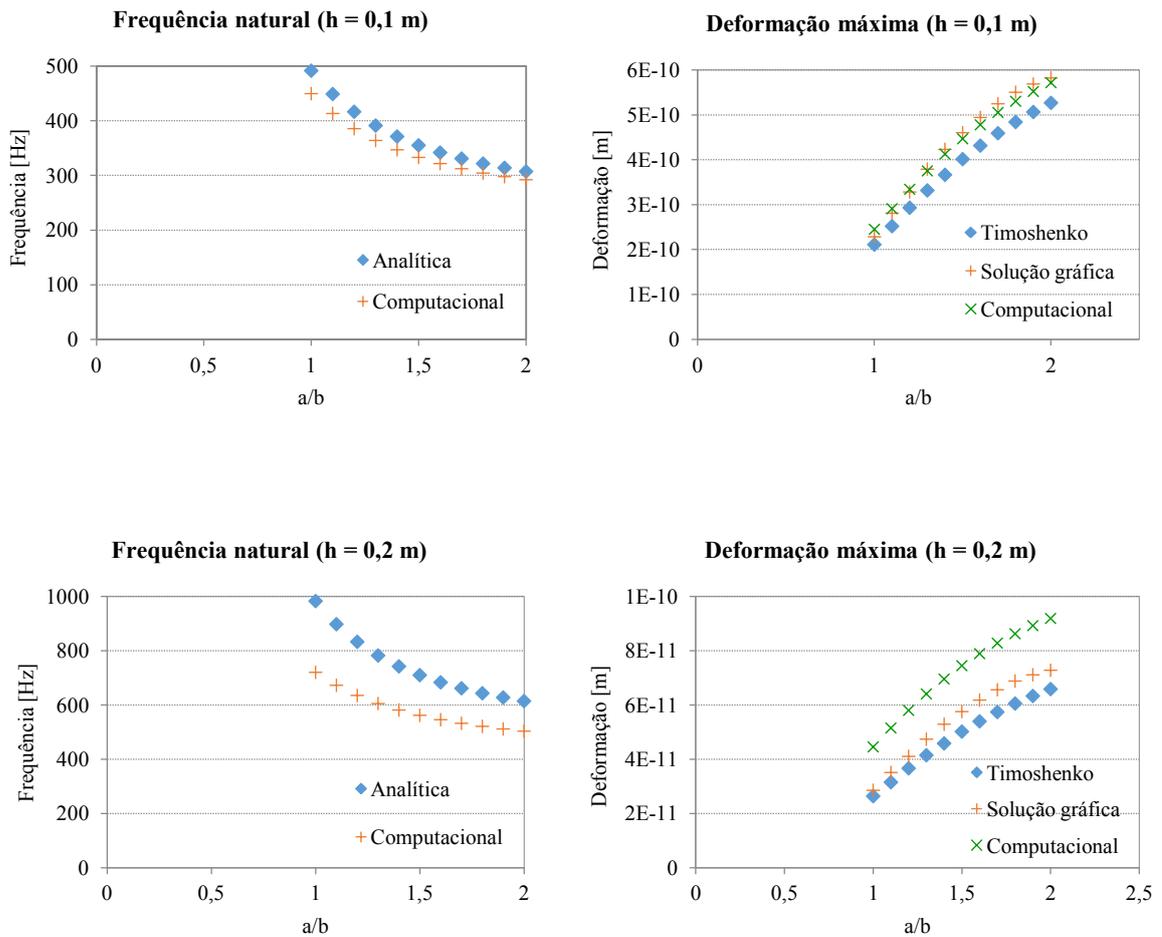


Frequência natural (h = 0,05 m)



Deformação máxima (h = 0,05 m)

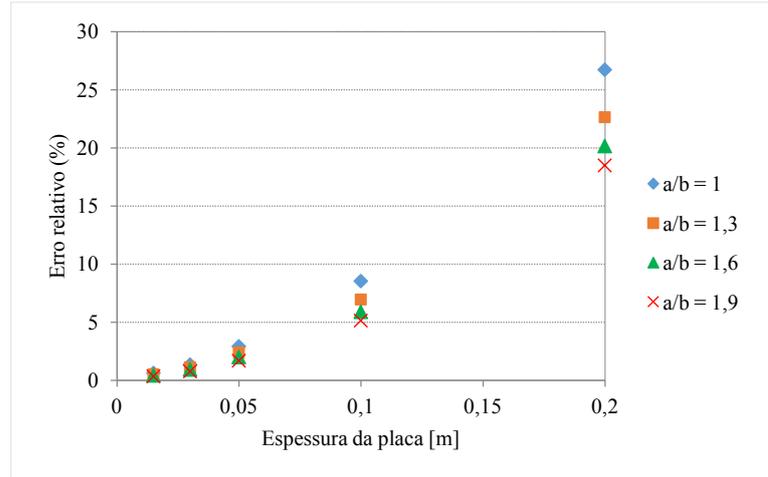




Fonte: Autora.

Na Figura 17 é mostrado o aumento da diferença de resultados das frequências naturais entre os métodos analítico e computacional em função do aumento espessura para diferentes razões de lados “a/b”.

Figura 17. Erro relativo das frequências naturais entre os métodos analítico e computacional para uma placa com os lados apoiados.

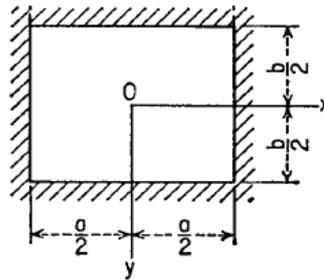


Fonte: Autora.

4.2.3. Placa retangular com os quatro lados engastados

A seguir, é analisada a configuração de uma placa com os quatro lados engastados, considerando o seu eixo de coordenadas no centro, conforme mostrado na Figura 18.

Figura 18. Placa retangular com os quatro lados engastados.



Fonte: Timoshenko (1987)

Para este caso, tem-se deflexões e momentos simétricos em relação à origem, obtendo-se, para o primeiro modo de vibrar, a deformação máxima no centro da placa.

Devido ao engaste, a deflexão e a rotação ao longo das extremidades são zero. Portanto, as condições de contorno para este caso são:

- i) Quando $x = 0$ e $x = a$: $w = 0$ e $\frac{\partial w}{\partial x} = 0$
- ii) Quando $y = 0$ e $y = b$: $w = 0$ e $\frac{\partial w}{\partial x} = 0$

4.2.3.1. Análise analítica

Timoshenko (1987) fornece a equação geral da deflexão de uma placa com os quatro lados engastados:

$$w = \frac{4qa^4}{\pi^5} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{(-1)^{(m-1)/2}}{m^5} \cos \frac{m\pi x}{a} \left(1 - \frac{\alpha_m \tanh(\alpha_m) + 2}{2 \cosh(\alpha_m)} \cosh \frac{m\pi y}{a} + \frac{1}{2 \cosh(\alpha_m)} \frac{m\pi y}{a} \sinh \frac{m\pi y}{a} \right) \quad (25)$$

$$\text{Sendo } \alpha_m = \frac{m\pi b}{2a}$$

Na Tabela 10 são apresentadas formulações para a deflexão máxima, ou seja, quando $x = y = 0$ e para os respectivos momentos nas extremidades ($x = \pm a/2$ e $y = \pm b/2$), considerando diferentes razões “a/b” variando entre 1,0 e 2,0.

Tabela 10. Deflexões e momentos fletores em uma placa retangular com lados engastados, com $\nu = 0,3$.

a/b	(w) _{x=0,y=0}	(M _x) _{x=a/2,y=0}	(M _y) _{x=0,y=b/2}	(M _x) _{x=0,y=0}	(M _y) _{x=0,y=0}
1,0	0,00126qa ⁴ /D	- 0,0513qa ²	- 0,0513qa ²	0,0231qa ²	0,0231qa ²
1,1	0,00150qa ⁴ /D	- 0,0581qa ²	- 0,0538qa ²	0,0264qa ²	0,0231qa ²
1,2	0,00172qa ⁴ /D	- 0,0639qa ²	- 0,0554qa ²	0,0299qa ²	0,0228qa ²
1,3	0,00191qa ⁴ /D	- 0,0687qa ²	- 0,0563qa ²	0,0327qa ²	0,0222qa ²
1,4	0,00207qa ⁴ /D	- 0,0726qa ²	- 0,0568qa ²	0,0349qa ²	0,0212qa ²
1,5	0,00220qa ⁴ /D	- 0,0757qa ²	- 0,0570qa ²	0,0368qa ²	0,0203qa ²
1,6	0,00230qa ⁴ /D	- 0,0780qa ²	- 0,0571qa ²	0,0381qa ²	0,0193qa ²
1,7	0,00238qa ⁴ /D	- 0,0799qa ²	- 0,0571qa ²	0,0392qa ²	0,0182qa ²
1,8	0,00245qa ⁴ /D	- 0,0812qa ²	- 0,0571qa ²	0,0401qa ²	0,0174qa ²
1,9	0,00249qa ⁴ /D	- 0,0822qa ²	- 0,0571qa ²	0,0407qa ²	0,0165qa ²
2,0	0,00254qa ⁴ /D	- 0,0829qa ²	- 0,0571qa ²	0,0412qa ²	0,0158qa ²

Fonte: Timoshenko (1987)

De maneira análoga ao que foi feito para o caso da placa com os quatro lados apoiados, a deflexão também foi calculada de forma gráfica. Para esta condição de contorno, Augusto (2004, p. 19) fornece a seguinte equação:

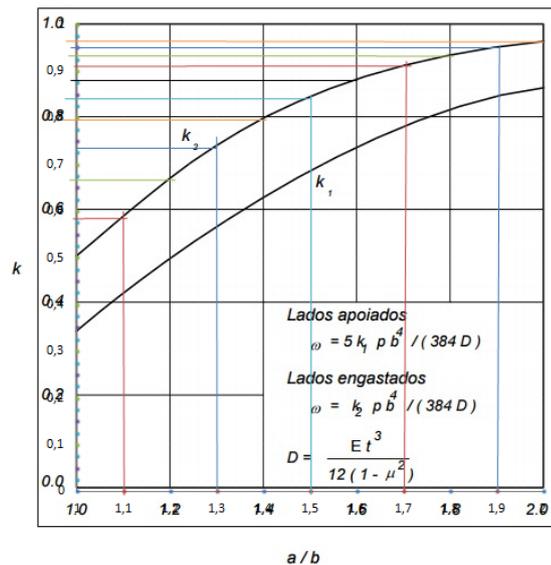
$$w = \frac{k_2 \cdot p \cdot b^4}{384 \cdot D} \quad (26)$$

Onde:

k_2 é uma constante utilizada para os lados engastados na interpretação gráfica, adimensional;

Os valores de “ k_2 ”, utilizando as mesmas razões de lados “ a/b ” da seção anterior, podem ser encontrados na Figura 19.

Figura 19. Deflexão máxima e placas retangulares sob pressão uniforme.



Fonte: Augusto (2004)

Para Galin, conforme indicado por Leissa (1969, p. 62), a frequência natural de uma placa com os quatro lados engastados é calculada da seguinte maneira:

$$\omega = 12 \sqrt{\frac{7}{2} \left(\frac{1}{a^4} + \frac{4}{7a^2b^2} + \frac{1}{b^4} \right)} \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \quad (27)$$

Com isso, tendo em vista as equações (26) e (27) e a Figura 19, as tabelas a seguir mostram os resultados de deflexão e frequência natural para uma placa com os quatro lados engastados, com o parâmetro “a” variando entre 1 e 2 e “b” igual a 1, considerando valores de espessura “h” da placa de 0,015 e 0,03 metros¹¹

Tabela 11. Valores analíticos de frequência natural e deflexão de uma placa com lados engastados para diferentes razões "a/b" (h = 0,015 m).

a [m]	b [m]	a/b	Timoshenko	Solução gráfica	Frequência natural
			$w_{m\acute{a}x}$ [m]	$w_{m\acute{a}x}$ [m]	f_n [Hz]
1	1	1	$1,94 \times 10^{-8}$	$1,97 \times 10^{-8}$	134,43
1,1	1	1,1	$2,31 \times 10^{-8}$	$2,31 \times 10^{-8}$	123,07
1,2	1	1,2	$2,65 \times 10^{-8}$	$2,65 \times 10^{-8}$	114,92
1,3	1	1,3	$2,94 \times 10^{-8}$	$2,91 \times 10^{-8}$	108,93
1,4	1	1,4	$3,19 \times 10^{-8}$	$3,17 \times 10^{-8}$	104,43
1,5	1	1,5	$3,39 \times 10^{-8}$	$3,36 \times 10^{-8}$	101
1,6	1	1,6	$3,54 \times 10^{-8}$	$3,51 \times 10^{-8}$	98,33
1,7	1	1,7	$3,67 \times 10^{-8}$	$3,65 \times 10^{-8}$	96,22
1,8	1	1,8	$3,77 \times 10^{-8}$	$3,73 \times 10^{-8}$	94,53
1,9	1	1,9	$3,84 \times 10^{-8}$	$3,81 \times 10^{-8}$	93,16
2	1	2	$3,91 \times 10^{-8}$	$3,86 \times 10^{-8}$	92,04

Fonte: Autora.

Tabela 12. Valores analíticos de frequência natural e deflexão de uma placa com os lados engastados para diferentes razões "a/b" (h = 0,03 m).

a [m]	b [m]	a/b	Timoshenko	Solução gráfica	Frequência natural
			$w_{m\acute{a}x}$ [m]	$w_{m\acute{a}x}$ [m]	f_n [Hz]
1	1	1	$2,43 \times 10^{-9}$	$2,46 \times 10^{-9}$	268,86
1,1	1	1,1	$2,89 \times 10^{-9}$	$2,88 \times 10^{-9}$	246,15
1,2	1	1,2	$3,31 \times 10^{-9}$	$3,31 \times 10^{-9}$	229,83
1,3	1	1,3	$3,68 \times 10^{-9}$	$3,64 \times 10^{-9}$	217,85

¹¹ As tabelas com os resultados analíticos de uma placa com os lados engastados referentes a valores de espessura iguais a 0,05; 0,1 e 0,2 metros estão no Apêndice C.

1,4	1	1,4	$3,99 \times 10^{-9}$	$3,96 \times 10^{-9}$	208,87
1,5	1	1,5	$4,24 \times 10^{-9}$	$4,20 \times 10^{-9}$	202
1,6	1	1,6	$4,43 \times 10^{-9}$	$4,39 \times 10^{-9}$	196,66
1,7	1	1,7	$4,58 \times 10^{-9}$	$4,56 \times 10^{-9}$	192,45
1,8	1	1,8	$4,72 \times 10^{-9}$	$4,66 \times 10^{-9}$	189,07
1,9	1	1,9	$4,80 \times 10^{-9}$	$4,76 \times 10^{-9}$	186,33
2	1	2	$4,89 \times 10^{-8}$	$4,83 \times 10^{-9}$	184,08

Fonte: Autora.

Com as tabelas anteriores, é possível observar que as soluções por Timoshenko e gráfica obtiveram valores de deflexão muito próximos, conforme esperado.

4.2.3.2. Análise computacional

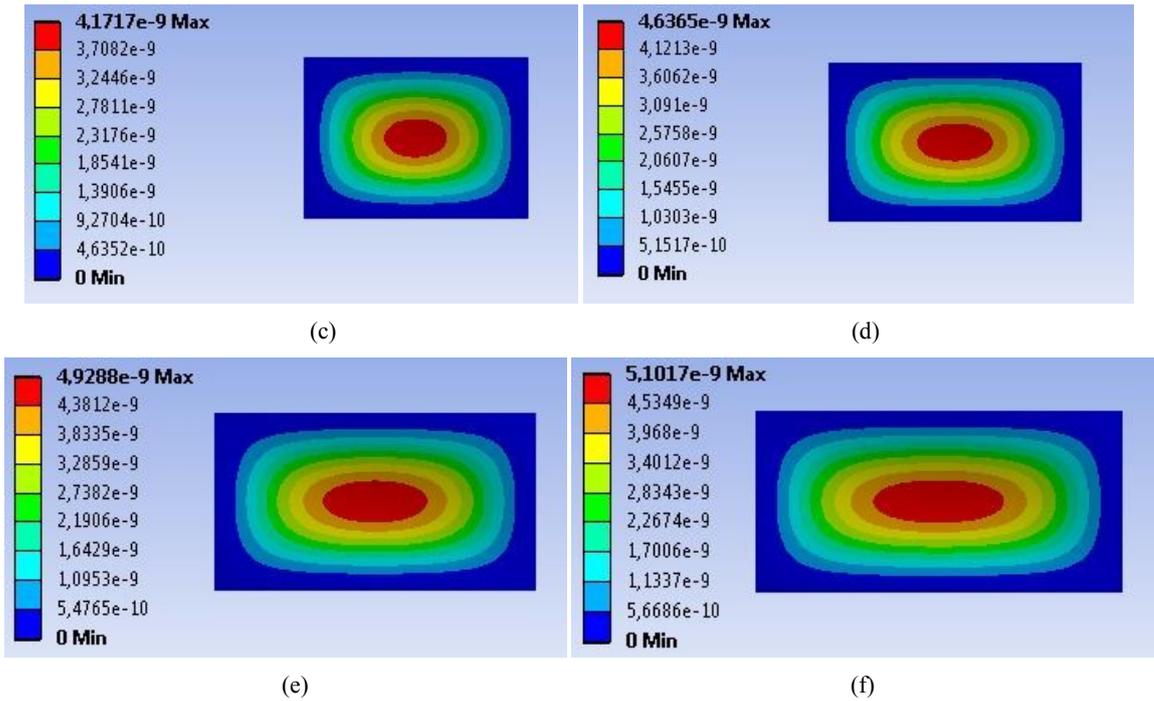
Esta etapa foi feita de maneira análoga ao caso da placa com os quatro lados apoiados, ou seja, foram feitas simulações computacionais utilizando o Método dos Elementos Finitos para a determinação das frequências naturais de vibração de placas com os quatro lados engastados. As dimensões utilizadas para as placas foram as mesmas que as utilizadas na solução analítica.

Na Figura 20 são mostrados o primeiro modo de vibração¹² para diferentes razões “a/b”, considerando a espessura “h” igual a 0,03 metros. Para este caso, a legenda ao lado também se refere ao gradiente de deformação da placa.

Figura 20. Primeiro modo de vibração de uma placa com as extremidades engastadas. (a) a/b = 1. (b) a/b = 1,2. (c) a/b = 1,4. (d) a/b = 1,6. (e) a/b = 1,8 (f) a/b = 2.



¹² Deformações de uma placa com os lados engastados referentes a outros modos de vibração se encontram no Apêndice D.

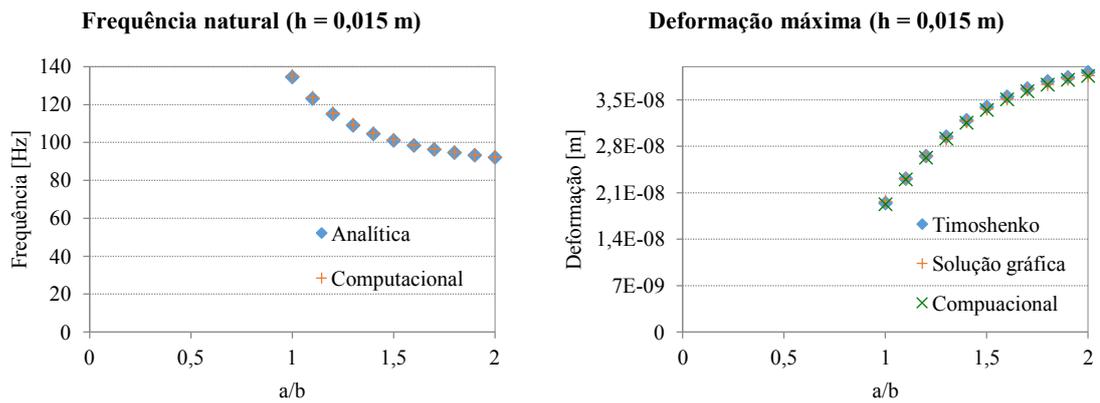


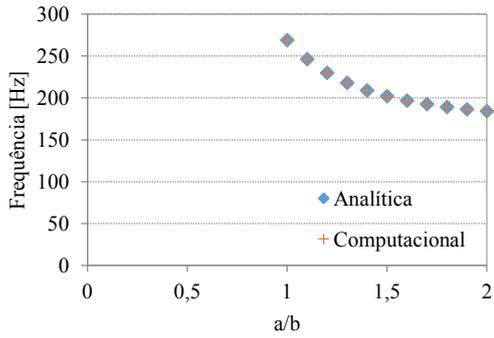
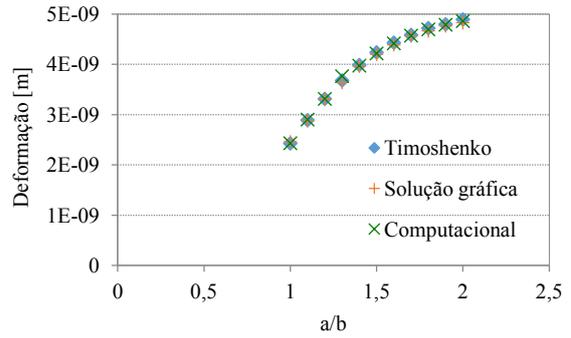
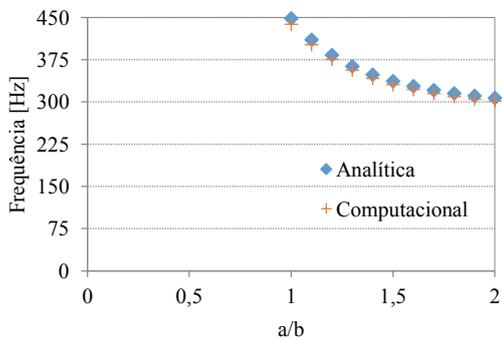
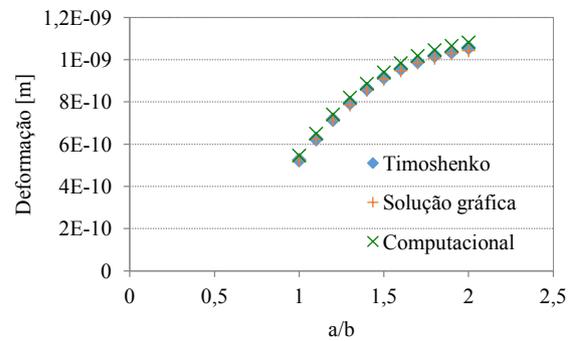
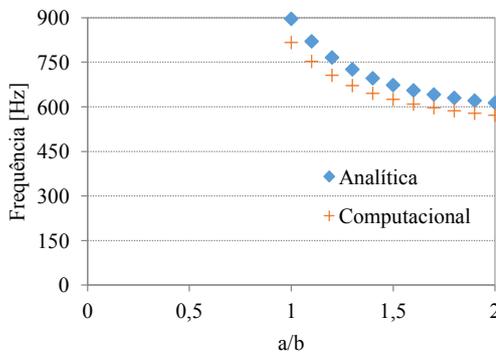
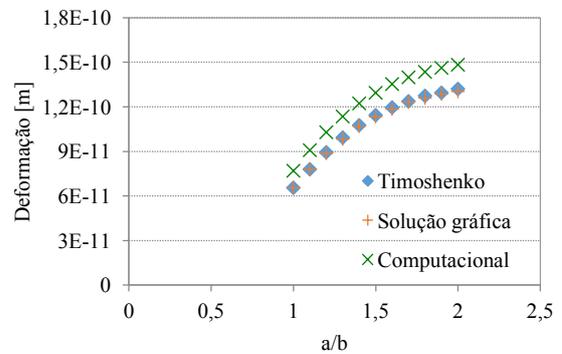
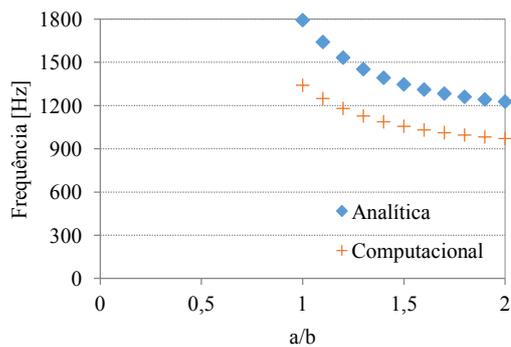
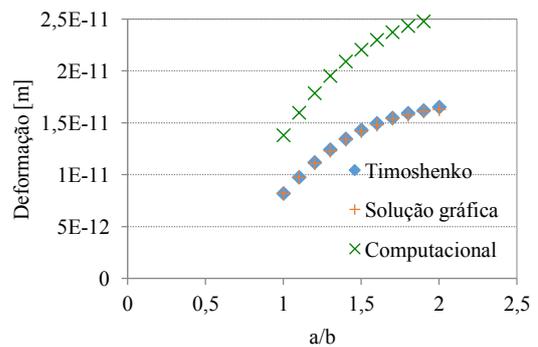
Fonte: Autora.

Com os resultados de deflexão e frequência natural obtidos analiticamente, o próximo passo é fazer análise computacional para a posterior comparação entre os métodos.

Graficamente, tem-se a seguinte comparação entre os resultados analíticos e aqueles obtidos por simulação computacional, dada na Figura 21.

Figura 21. Comparação entre os resultados analítico e computacional para uma placa com os lados engastados.



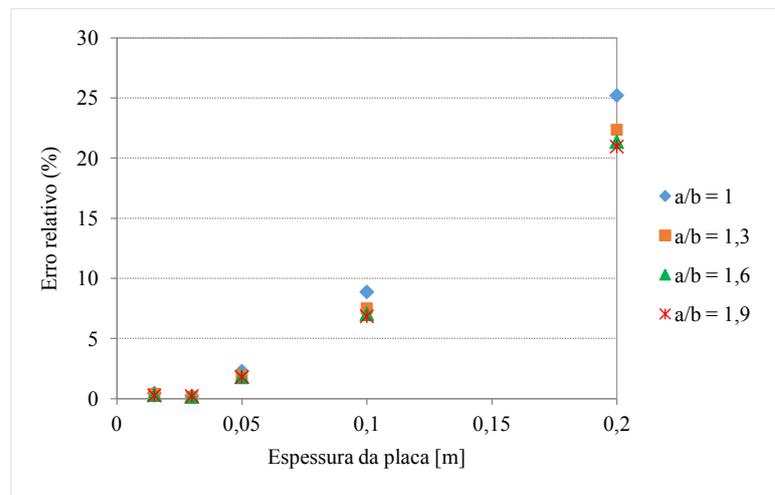
Frequência natural ($h = 0,03$ m)Deformação máxima ($h = 0,03$ m)Frequência natural ($h = 0,05$ m)Deformação máxima ($h = 0,05$ m)Frequência natural ($h = 0,1$ m)Deformação máxima ($h = 0,1$ m)Frequência natural ($h = 0,2$ m)Deformação máxima ($h = 0,2$ m)

Fonte: Autora.

Novamente, observa-se que, com o aumento da espessura, os resultados das análises analítica e computacional se distanciam mais, como visto para o caso de uma placa com os lados apoiados. Da mesma maneira, as formulações analíticas para a deflexão e a frequência são restritas a placas finas, distanciando do resultado esperado com o aumento da espessura.

O gráfico do erro relativo em relação ao aumento da espessura da placa é apresentado na Figura 22.

Figura 22. Erro relativo entre os métodos analítico e computacional para uma placa com os lados engastados



Fonte: Autora.

5. ANÁLISE DE VIBRAÇÃO EM TANQUES

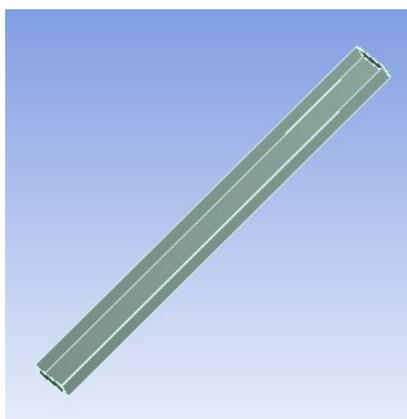
Neste capítulo, será apresentado o estudo de vibrações utilizando simulações computacionais realizadas no programa *Ansys*, aplicando o Método dos Elementos Finitos.

Primeiramente, será apresentado um estudo de convergência de malha, buscando um comprimento de elemento mínimo que resulte em uma precisão adequada de resultados e baixo tempo computacional. Essa discretização será então utilizada nas simulações posteriores. Após esta análise, será apresentado um estudo da influência dos parâmetros que descrevem a geometria do tanque, como comprimento, boca, profundidade e espessuras, através de uma variação sistemática destes parâmetros.

5.1. CONSTRUÇÃO DO MODELO PARAMÉTRICO

A Figura 23 ilustra a configuração do tanque utilizada para este e os próximos estudos. Nota-se que o seu comprimento é muito maior que a sua largura, por tratar-se de um tanque de reboque.

Figura 23. Configuração do tanque.



Fonte: Autora.

O comprimento do tanque utilizado para este estudo foi de 22 metros, boca de 2 metros, profundidade de 1 metro e espessuras das paredes e do fundo foram de 3 centímetros, sendo estas as dimensões padrões. Porém, no programa *Ansys*, estes parâmetros foram

organizados de uma maneira que possam ser facilmente variados para este estudo, ou seja, foram parametrizados. Através desta parametrização, o programa cria uma tabela, onde é possível modificar tais valores de maneira fácil, sem precisar mexer diretamente no desenho. A Figura 24 ilustra este caso.

Figura 24. Processo de parametrização das dimensões do tanque utilizado pelo programa Ansys.

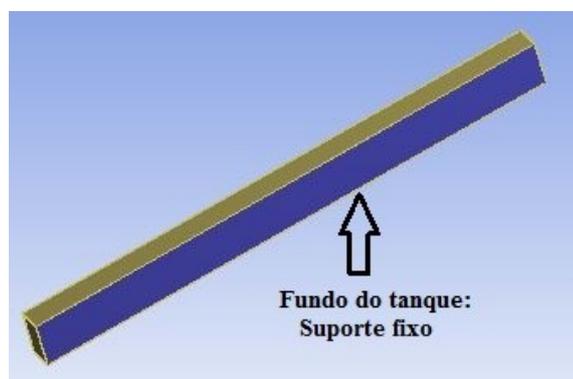
	A	B	C
1	ID	Parameter Name	Value
2	Input Parameters		
3	Tanque com pressão		
4	P1	Boca_Tanque	2
5	P2	Comprimento_Tanque	22
6	P3	Espessura_Parede1	0,03
7	P4	Espessura_Parede2	0,03
8	P5	Espessura_Parede3	0,03
9	P6	Espessura_Parede4	0,03
10	P7	Profundidade_Tanque	1
11	P8	Prof+Espessura_Fundo	1,03

Fonte: Autora.

As dimensões relativamente pequenas utilizadas no estudo paramétrico da geometria do tanque devem-se à ausência de recursos computacionais para a simulação dos modelos em tamanho real.

Foi feito um suporte fixo na parte inferior externa do tanque, de modo que esteja preso ao chão, como mostra a Figura 25.

Figura 25. Condição de contorno do tanque de reboque.



Fonte: Autora.

Vale destacar que os valores dos parâmetros utilizados neste e nos seguintes capítulos não se referem ao dimensionamento do tanque de reboque didático. Neste estudo

foram utilizadas dimensões menores, pois ainda não havia sido definido o tamanho do tanque a ser construído. Por essa razão, o objetivo nesta etapa é estabelecer a metodologia de estudo e estudar apenas a influência que cada parâmetro possui nas frequências naturais do tanque. O dimensionamento do tanque será realizado a partir do Capítulo 7.

5.2. ANÁLISE DE CONVERGÊNCIA

Conforme descrito anteriormente, nesta seção é realizado o estudo de convergência de malha para determinar o tamanho de malha que apresente uma precisão aceitável dos resultados com o menor tempo computacional possível. Nessa análise, os tamanhos de elemento foram variados desde 20 até 0,02 metros, onde foram utilizados elementos do tipo sólido, com geração de malha automática no programa. É importante observar que esse estudo foi realizado desconsiderando-se a pressão no tanque.

Vale ressaltar que o material utilizado para este estudo foi o aço, ou seja, as mesmas propriedades do material utilizadas para as análises de vibração em vigas foram utilizadas neste capítulo, ou seja:

- Módulo de elasticidade = 210 GPa
- Densidade do material = 7860 kg/m³
- Coeficiente de Poisson = 0,3

Através da simulação utilizando o Método dos Elementos Finitos no programa Ansys, foi possível obter os resultados dos oito primeiros modos de vibração, em Hz, e o tempo de processamento, em segundos, para cada tamanho de elemento considerado. Tais resultados estão descritos na Tabela 13.

Tabela 13. Frequência e tempo de processamento dos oito primeiros modos de vibração para diferentes tamanhos de elemento.

Le [m]	10	8	5	1	0,7	0,5	0,3	0,15	0,1	0,05	0,035	0,03	0,025	0,02
1° modo	46,409	46,409	48,48	46,387	32,695	32,074	30,466	26,189	26,955	25,499	25,258	25,23	25,185	25,16
2° modo	63,667	63,667	63,567	48,056	34,724	32,986	30,612	26,215	27,002	25,509	25,261	25,232	25,186	25,162
3° modo	95,181	95,181	98,325	61,195	35,896	36,239	32,191	26,606	27,448	25,892	25,653	25,621	25,578	25,552

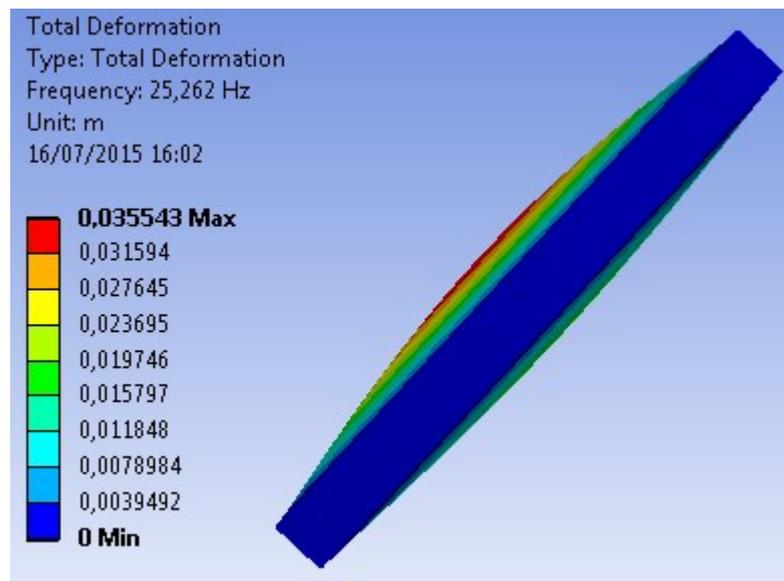
4° modo	111,18	111,18	105,43	64,838	38,93	40,26	32,278	26,63	27,537	25,903	25,658	25,627	25,583	25,557
5° modo	155,32	155,32	157,73	82,862	54,97	46,235	34,753	27,299	28,177	26,548	26,308	26,277	26,232	26,206
6° modo	164,76	164,76	159,58	88,502	56,27	47,48	35,373	27,313	28,248	26,568	26,32	26,289	26,244	26,218
7° modo	188,93	188,93	184,19	108,73	62,391	53,205	37,924	28,258	29,227	27,472	27,23	27,196	27,151	27,125
8° modo	213,8	213,8	199,96	114,05	67,514	63,997	38,252	28,283	29,227	27,498	27,252	27,218	27,172	27,147
Tempo proces. [s]	1,794	1,966	1,966	2,855	3,869	4,836	9,656	23,26	36,582	201,631	390,736	405,67	465,117	466,18

Fonte: Autora.

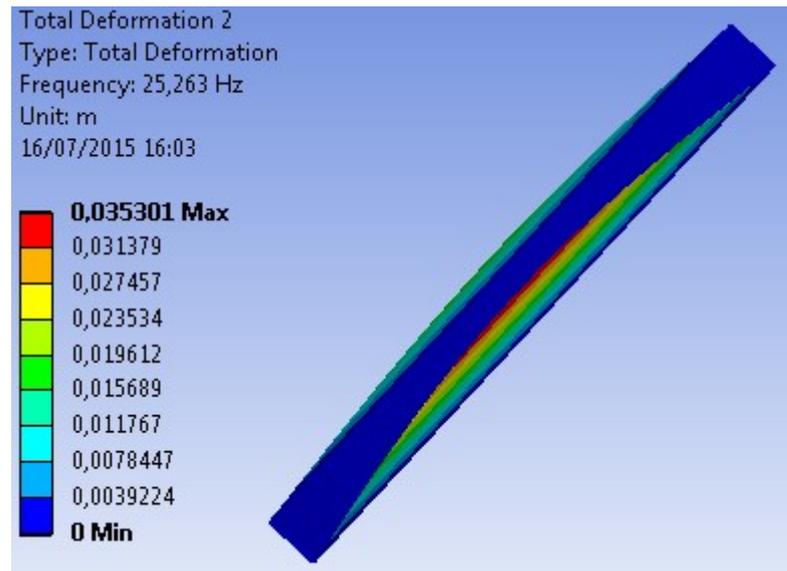
Nota-se que, a partir do comprimento de elemento igual a 0,05 metros, a variação das frequências de vibração foi mínima, ou seja, menor que 1 Hz. Portanto, para obter resultados confiáveis, as simulações deste trabalho foram realizadas para um tamanho de elemento igual a 0,035 metros.

Na Figura 26 são mostrados os oito primeiros modos de vibração da estrutura do tanque, considerando o tamanho do elemento igual a 0,035 metros.

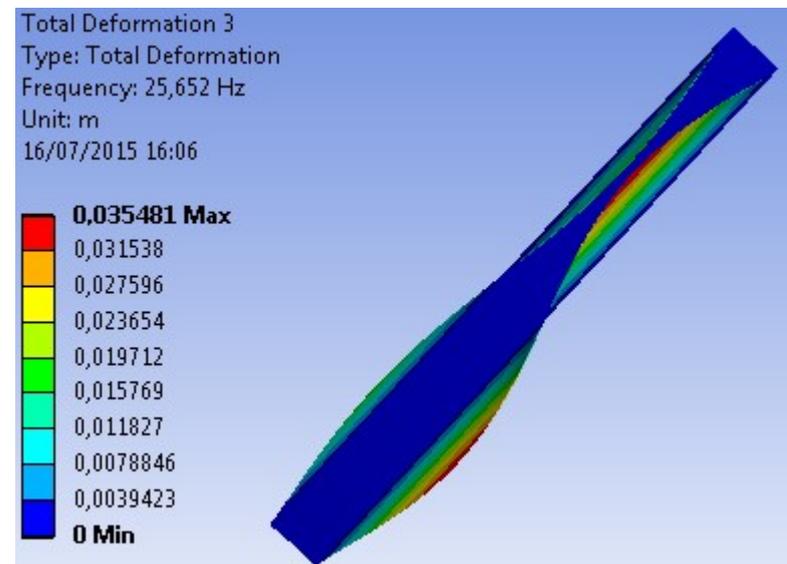
Figura 26. Oito primeiros modos de vibração de um tanque com $L = 22$ m, $B = 2$ m, $H = 1$ m e espessuras = 30 cm. (a) 1° modo. (b) 2° modo. (c) 3° modo. (d) 4° modo. (e) 5° modo. (f) 6° modo. (g) 7° modo. (h) 8° modo.



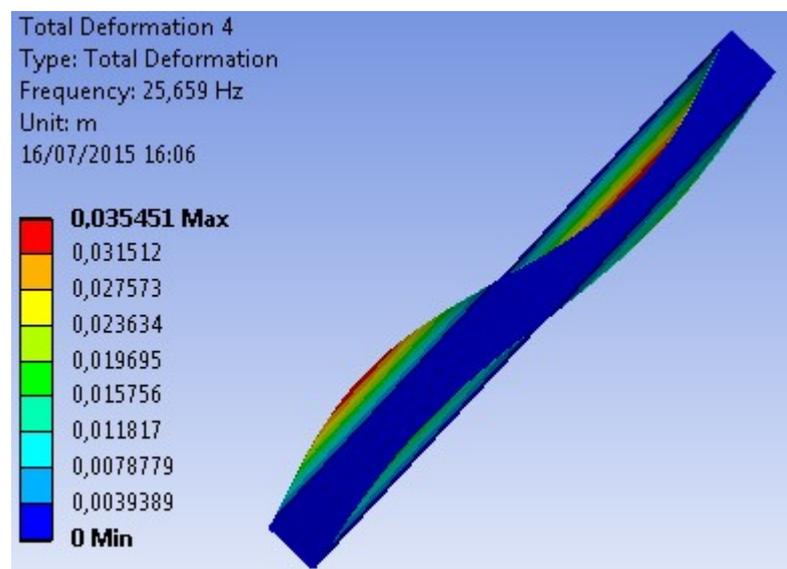
(a)



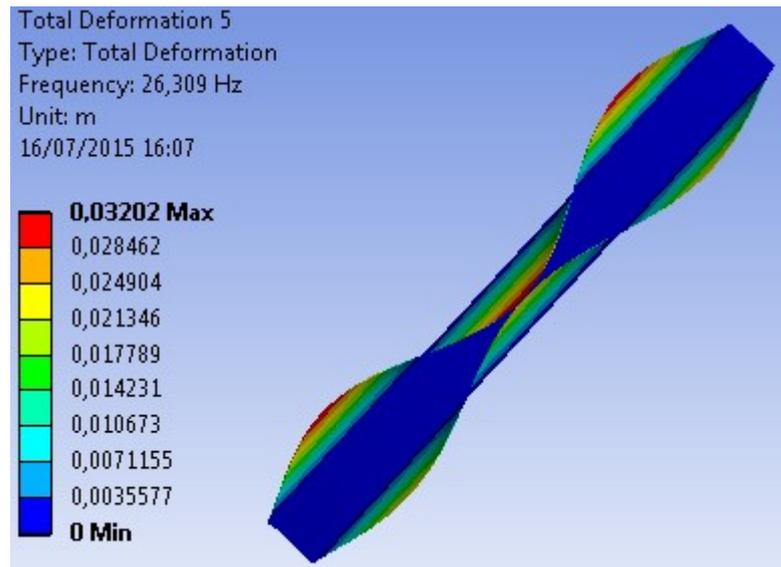
(b)



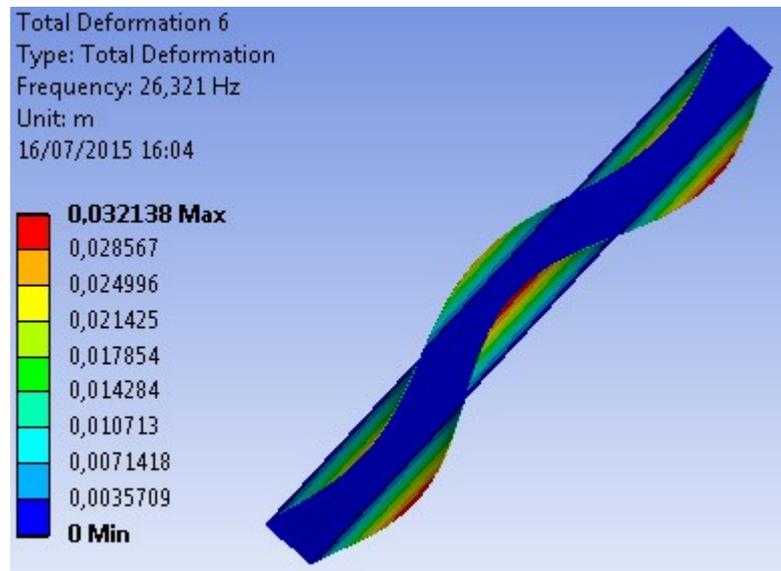
(c)



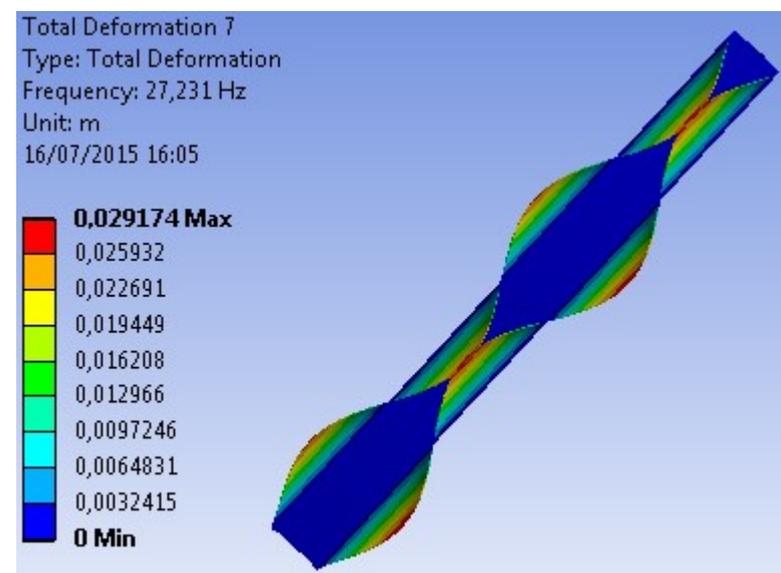
(d)



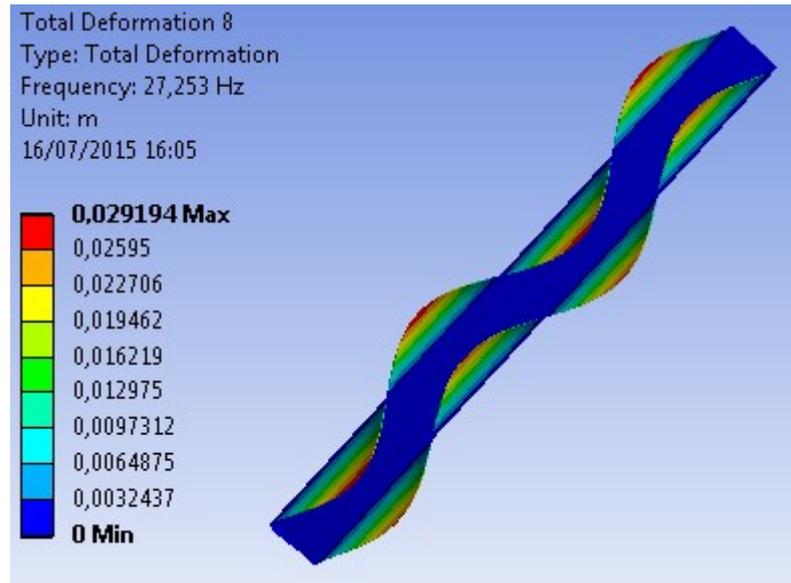
(e)



(f)



(g)



(h)

5.3. INFLUÊNCIA DA VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS

Nesta seção, foi realizada uma análise paramétrica visando determinar a influência das dimensões principais do tanque nas frequências naturais de vibração.

Os valores do comprimento, da boca, da profundidade e das espessuras das paredes e do fundo foram variados sistematicamente, a fim de analisar a influência destes parâmetros nos resultados finais. As dimensões básicas utilizadas na análise paramétrica apresentada nesta seção são descritas na Tabela 14.

Tabela 14. Dimensões padrões utilizadas na análise paramétrica.

Parâmetro	Dimensão padrão [m]
Comprimento	22
Boca	2
Profundidade	1
Espessura das paredes	0,03
Espessura do fundo	0,03

Fonte: Autora.

Vale destacar que, em todas as análises realizadas, serão duas condições de carga: desconsiderando a pressão da coluna de água no interior do tanque e considerando a pressão de água. A consideração da pressão devido à água no interior do tanque utiliza a hipótese de

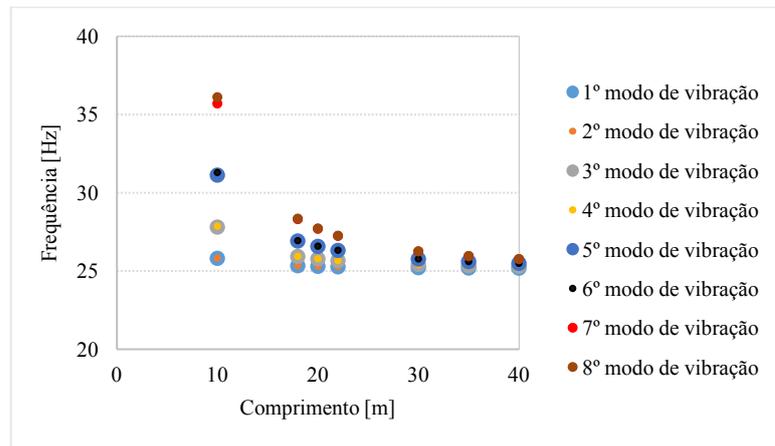
que a altura da coluna de água é igual à metade da profundidade do tanque. Essa hipótese, além de simples, não garante que as ondas geradas fiquem contidas no interior do tanque, mas, no entanto, é suficiente para o estudo proposto nesta fase do trabalho.

5.3.1. Variação do comprimento

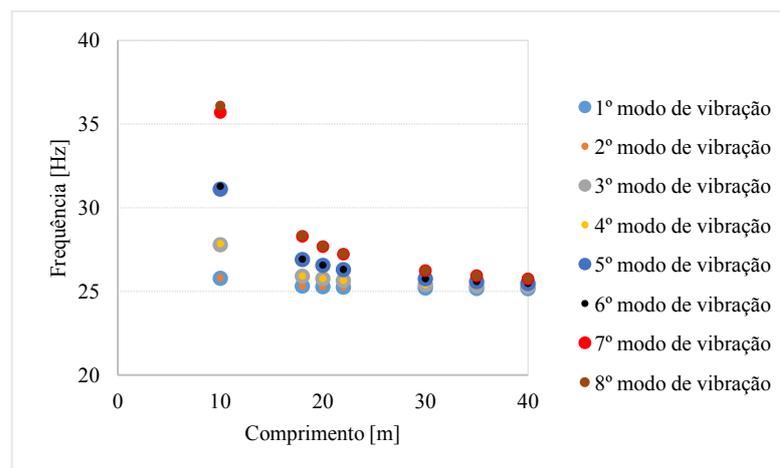
Nesta etapa, variou-se o comprimento do tanque e foram considerados valores entre 10 e 40 metros, mantendo os demais parâmetros constantes e iguais aos valores da Tabela 14.

Na Figura 27 é mostrada a variação da frequência dos oito primeiros modos de vibração em função do comprimento do tanque.

Figura 27. Variação do comprimento do tanque. (a) Sem pressão. (b) Com pressão.



(a)



(b)

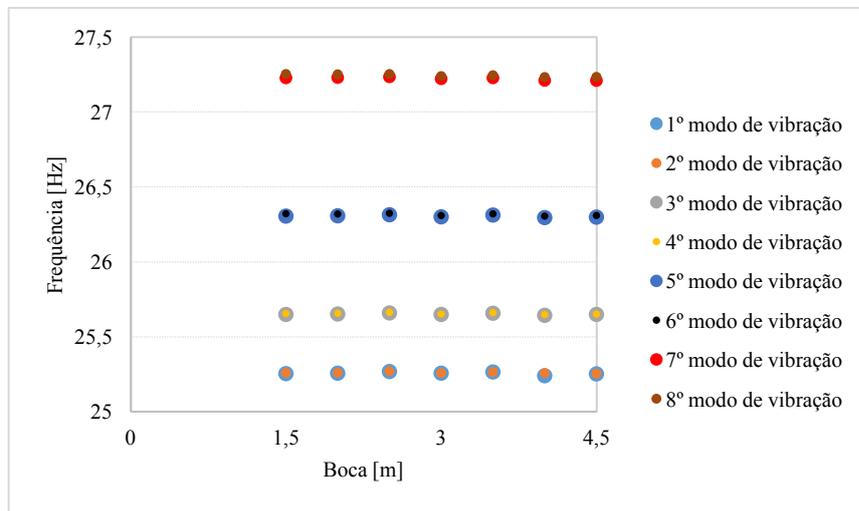
Fonte: Autora

Nota-se, através dos gráficos, que, com o aumento do comprimento, a frequência de vibração tende a diminuir, aproximando os valores dos oito primeiros modos de vibração.

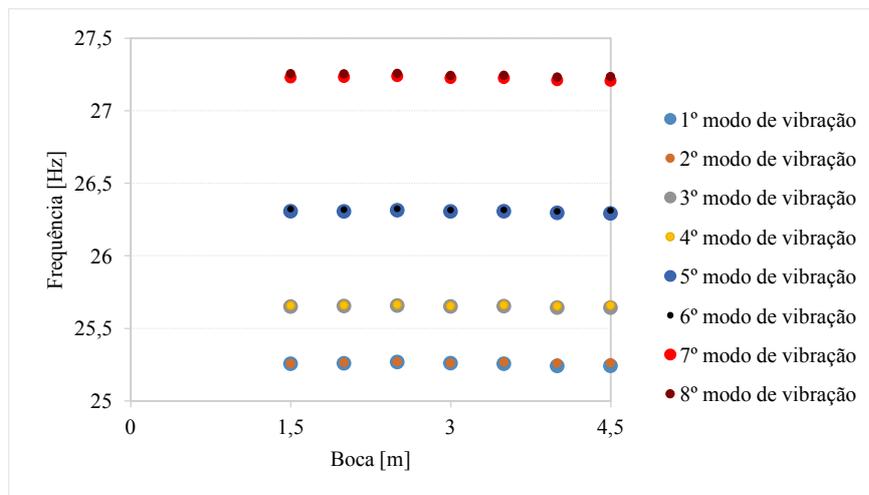
5.3.2. Variação da boca

Nesta etapa, variou-se a boca do tanque e foram considerados valores entre 1,5 e 4,5 metros, mantendo os outros parâmetros constantes e iguais aos valores da Tabela 14. Na Figura 28 é mostrada a variação da frequência dos oito primeiros modos de vibração em função da boca do tanque.

Figura 28. Variação da boca do tanque. (a) Sem pressão. (b) Com pressão.



(a)



(b)

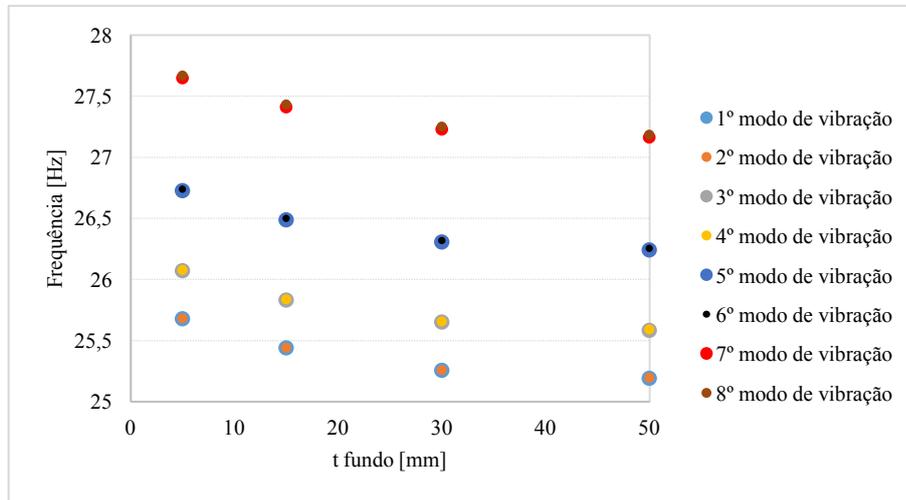
Fonte: Autora.

Observa-se que a variação da boca não influencia de maneira significativa os valores de frequência natural de nenhum dos modos de vibrar estudados.

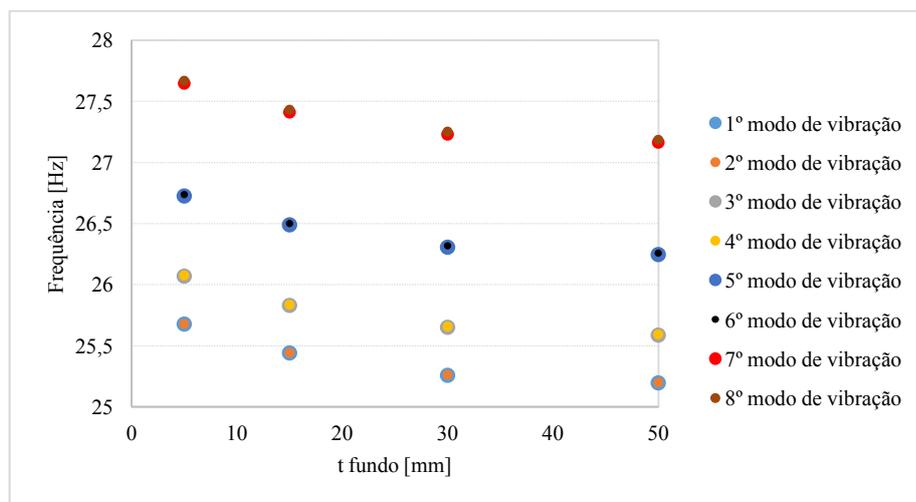
5.3.3. Variação da espessura do fundo

Nesta etapa, variou-se a espessura do fundo do tanque e foram considerados valores entre 5 e 50 milímetros, mantendo os demais parâmetros constantes e iguais aos valores da Tabela 14. Na Figura 29 é mostrada a variação da frequência dos oito primeiros modos de vibração em função da espessura do fundo.

Figura 29. Variação da espessura do fundo do tanque. (a) Sem pressão. (b) Com pressão.



(a)



(b)

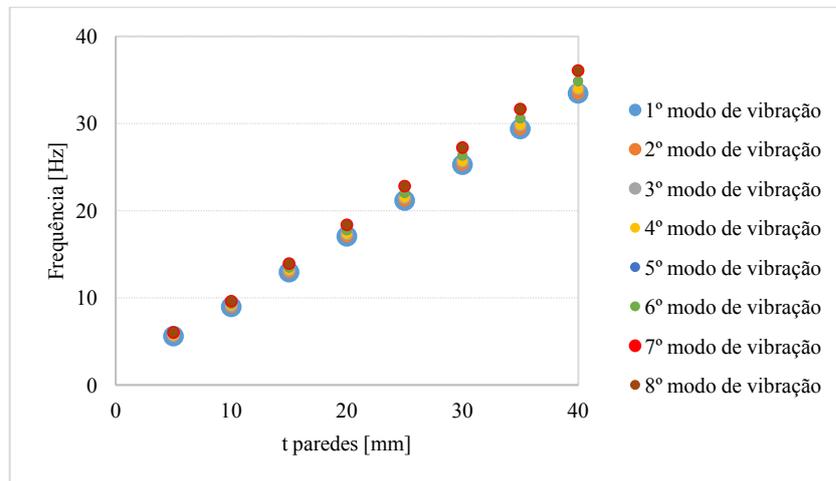
Fonte: Autora.

Observa-se que, embora ocorra redução das frequências de vibração com o aumento da espessura do fundo, essa redução é pequena quando comparada, por exemplo, com a influência do comprimento do tanque.

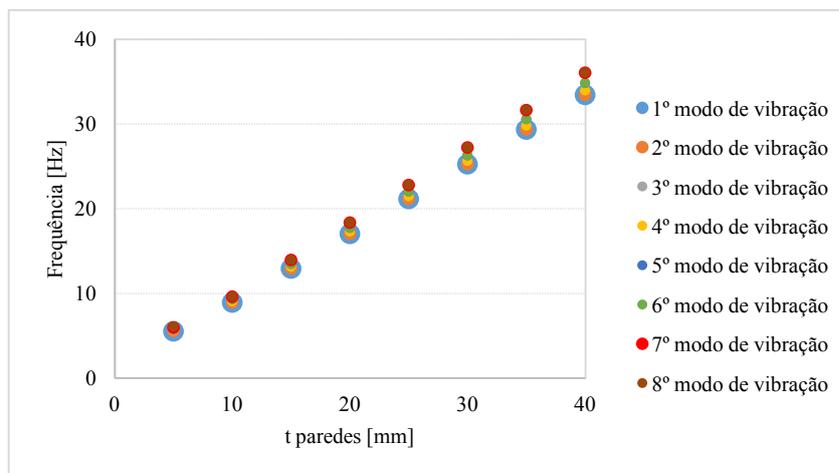
5.3.4. Variação da espessura das paredes

Nesta etapa, variou-se a espessura das paredes do tanque e foram considerados valores entre 5 e 40 milímetros, mantendo os demais parâmetros constantes e iguais aos valores da Tabela 14. Na Figura 30 é mostrada a variação da frequência dos oito primeiros modos de vibração em função da espessura das paredes do tanque.

Figura 30. Variação da espessura das paredes do tanque. (a) Sem pressão. (b) Com pressão.



(a)



(b)

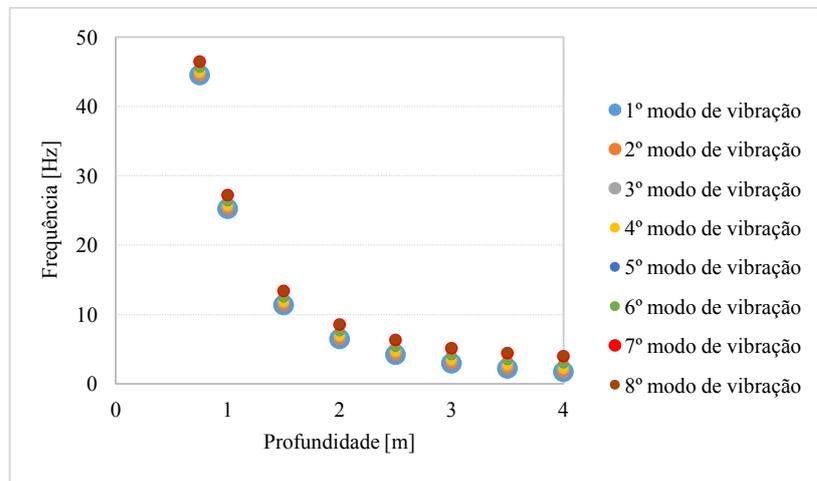
Fonte: Autora.

A partir das análises acima, nota-se uma grande influência da variação da espessura das paredes do tanque nas frequências naturais de vibração da estrutura do tanque.

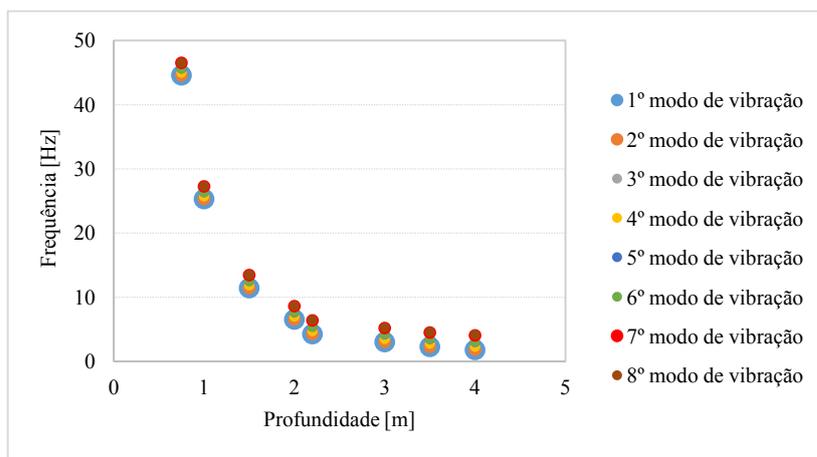
5.3.5. Variação da profundidade

Nesta etapa, variou-se a profundidade do tanque e foram considerados valores entre 0,75 e 4,0 metros, mantendo os demais parâmetros constantes e iguais aos valores da Tabela 14. Na Figura 31 é mostrada a variação da frequência dos oito primeiros modos de vibração em função da profundidade do tanque.

Figura 31. Variação da profundidade do tanque. (a) Sem pressão. (b) Com pressão.



(a)



(b)

Fonte: Autora.

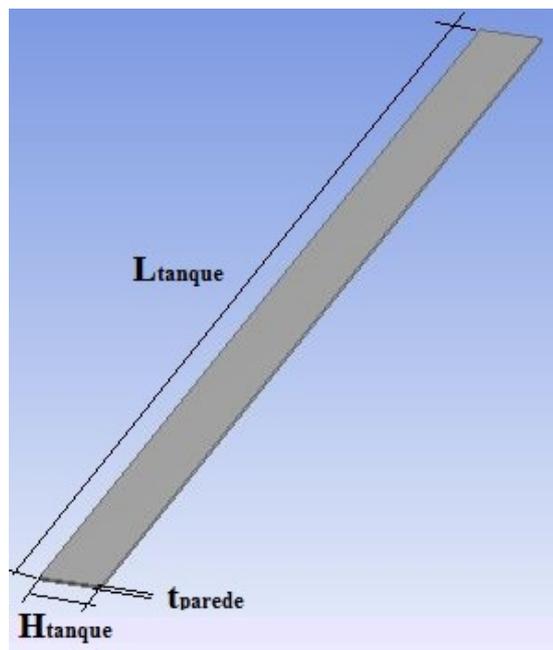
É possível observar que, com o aumento da profundidade, a frequência natural tende a diminuir, para todos os modos de vibração, sendo este parâmetro, portanto, bastante influenciável nos resultados finais.

5.4. ANÁLISE DOS RESULTADOS

De acordo com os estudos realizados na seção anterior, notou-se que os parâmetros que influenciam de maneira significativa nas frequências naturais do tanque são o comprimento, a espessura das paredes e a profundidade do tanque. Com o aumento da espessura das paredes, tem-se um aumento das frequências naturais de maneira linear. Já com o aumento do comprimento e da profundidade, as frequências naturais da estrutura diminuem.

Como comentado no Capítulo 3, seção 3.2, a frequência natural de um sistema depende da rigidez e da massa da estrutura (equação 6). Além disso, como a parte inferior externa do tanque é fixa, tem-se uma maior preocupação com as paredes deste tanque, pois é onde ocorrem as vibrações (Figura 26). No entanto, a vibração de cada parede pode ser simplificada como sendo de uma chapa de comprimento " L_{tanque} ", altura " H_{tanque} " e espessura " t_{parede} ", de acordo com a Figura 32.

Figura 32. Parede do tanque de reboque.



Fonte: Autora.

Onde:

t_{parede} é a espessura da parede do tanque, em metros;

H_{tanque} é a profundidade do tanque, em metros;

L_{tanque} é o comprimento do tanque, em metros.

A equação (6) foi reescrita nesta seção, pois ela é fundamental para a análise dos resultados.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (28)$$

A frequência natural de uma placa depende da sua rigidez à flexão, D , e das condições de contorno analisadas. Vale lembrar que o objetivo nesta seção não é determinar a frequência natural analiticamente, mas sim apenas analisar a influência que cada parâmetro tem na vibração da estrutura. Portanto, a rigidez “ k ” da equação (28) foi substituída pela rigidez à flexão de uma placa vezes uma constante. Tal constante determina a condição de contorno desta chapa, que não será entrada em detalhes. Ou seja:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{c_1 \cdot D}{m}} \quad (29)$$

Onde:

c_1 é uma constante que depende da condição de contorno em que se encontra a chapa, em m^{-2} .

A equação (19), que determina a rigidez à flexão de uma placa, também foi reescrita, porém utilizando os parâmetros do tanque, como mostra a equação (30).

$$D = \frac{E \cdot t_{\text{parede}}^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (30)$$

Substituindo a relação de massa (equação 15) e a equação (30) na equação (29), tem-se:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{c_1 \cdot E \cdot t_{\text{parede}}^3}{12 \cdot (1 - \nu^2) \cdot \rho \cdot A \cdot L_{\text{tanque}}}} \quad (31)$$

A área da seção transversal, para este caso, é:

$$A = t_{\text{parede}} \cdot H_{\text{tanque}} \quad (32)$$

Substituindo a equação (32) na equação (31) e incluindo todas as constantes em um só parâmetro (c_2), tem-se a seguinte relação de frequência natural:

$$\omega_n = c_2 \cdot t_{\text{parede}} \sqrt{\frac{1}{H_{\text{tanque}} \cdot L_{\text{tanque}}}} \quad (33)$$

Onde:

$$c_2 \quad \text{é uma constante} \left(c_2 = \sqrt{\frac{c_1 \cdot E}{12 \cdot (1 - \nu^2) \cdot \rho}} \right).$$

Com a equação (33), nota-se que a frequência natural da estrutura do tanque e a espessura das paredes são diretamente proporcionais, explicando a linearidade da Figura 30. Já a profundidade e o comprimento do tanque são inversamente proporcionais à frequência natural da estrutura, de maneira quadrática, exatamente como mostram as Figuras 27 e 31.

6. ANÁLISE DE VIBRAÇÃO EM TANQUES COM ADIÇÃO DE REFORÇADORES TRANSVERSAIS

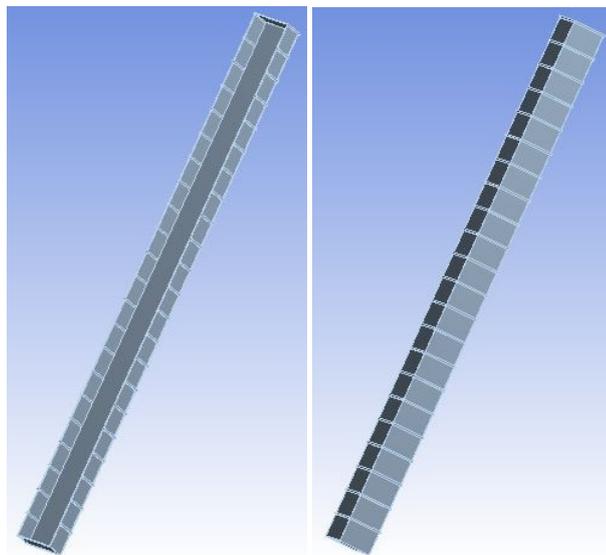
A exemplo do capítulo anterior, neste capítulo será apresentado o estudo de vibrações utilizando simulações computacionais realizadas no programa Ansys, aplicando o Método dos Elementos Finitos, porém, no projeto estrutural do tanque de reboque, considerou-se a adição de reforçadores transversais.

Sabe-se que a fabricação de estruturas de grande porte (como navios e aviões) utilizando, unicamente, chapas de aço, exige espessuras de chapeamento que são proibitivas seja por questões de custo e/ou fabricação. A solução usualmente empregada é o enrijecimento dessa estrutura utilizando reforçadores ortogonais.

Neste capítulo estuda-se a influência que as características dos reforçadores externos tem na frequências naturais de vibração da estrutura do tanque de reboque.

É importante observar que as nervuras foram posicionadas externamente ao chapeamento do tanque para não provocar interferência nos ensaios que ocorrem no interior do tanque. Inicialmente os reforçadores foram posicionados ao longo do comprimento do tanque, a cada 1 metro, de acordo com a Figura 33.

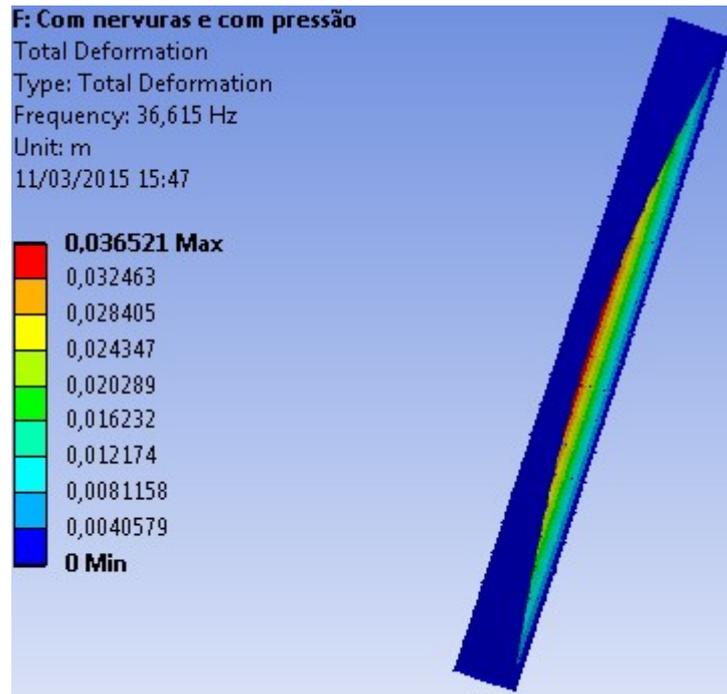
Figura 33. Tanque com reforçadores transversais.



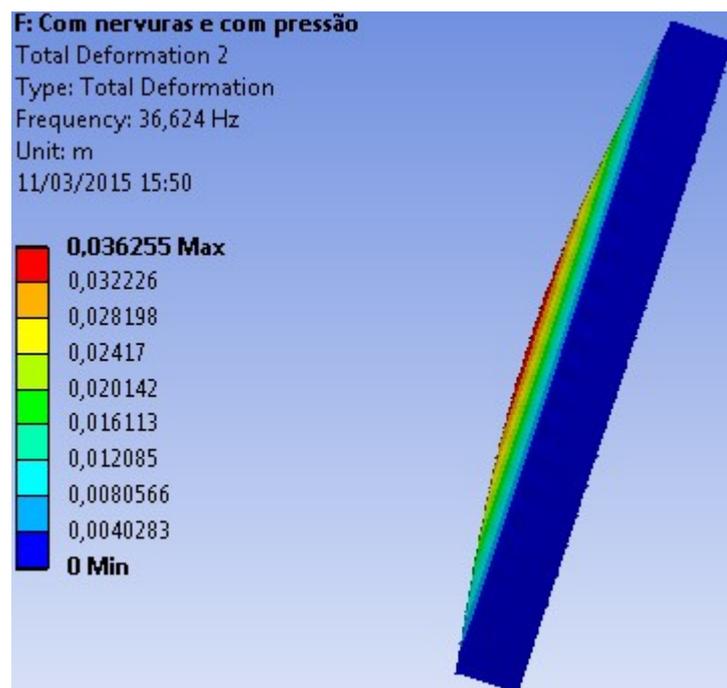
Fonte: Autora.

Na Figura 34 são mostrados os oito primeiros modos de vibração da estrutura do tanque com reforçadores transversais, também considerando o tamanho do elemento igual a 0,035 metros para este caso.

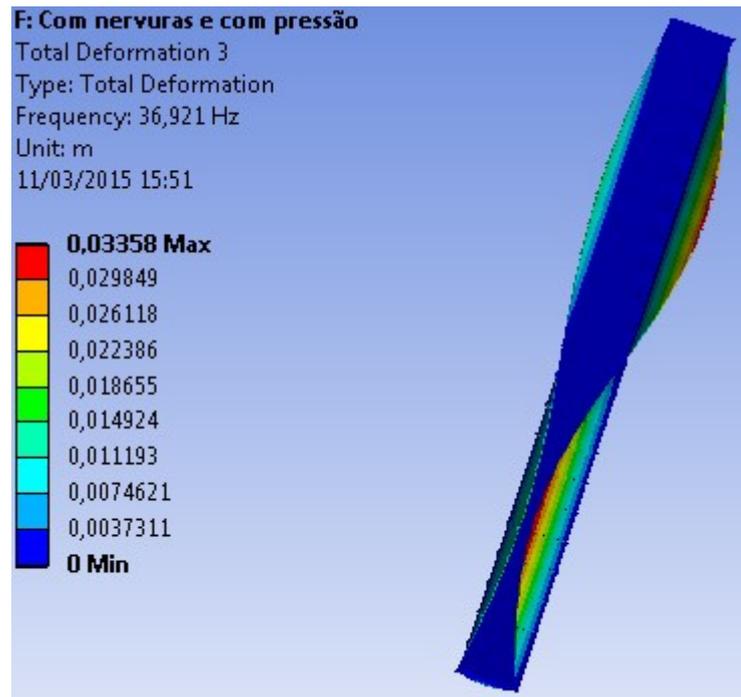
Figura 34. Oito primeiros modos de vibração de um tanque com reforçadores transversais com $L = 22$ m, $B = 2$ m, $H = 1$ m e espessuras = 30 cm. (a) 1º modo. (b) 2º modo. (c) 3º modo. (d) 4º modo. (e) 5º modo. (f) 6º modo. (g) 7º modo. (h) 8º modo.



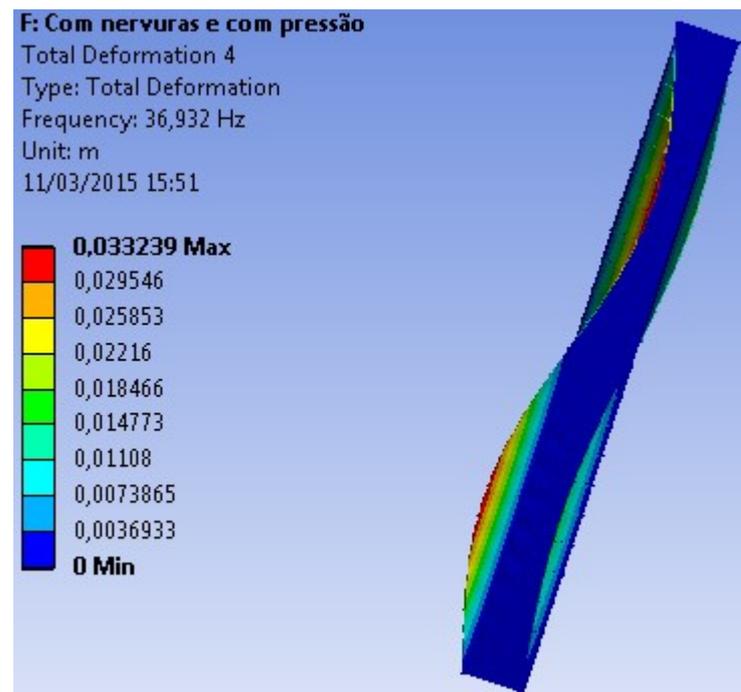
(a)



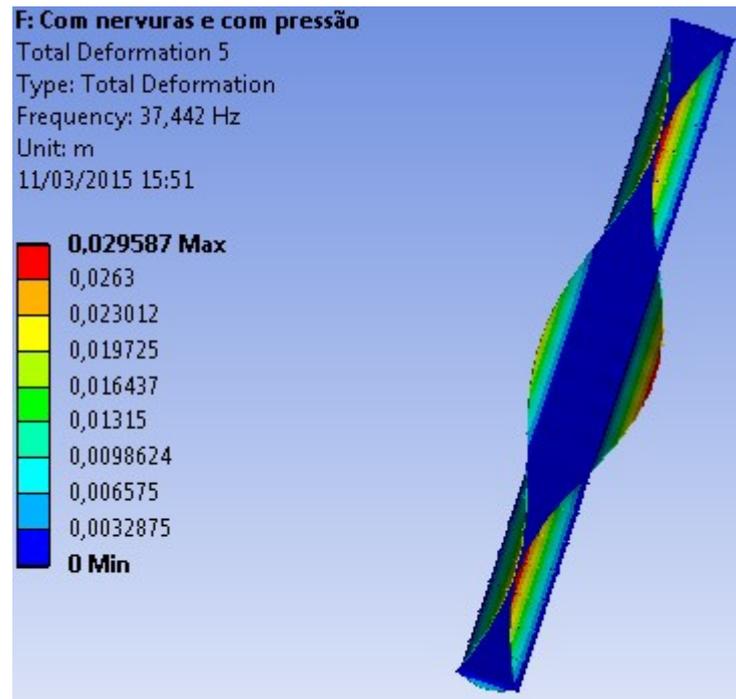
(b)



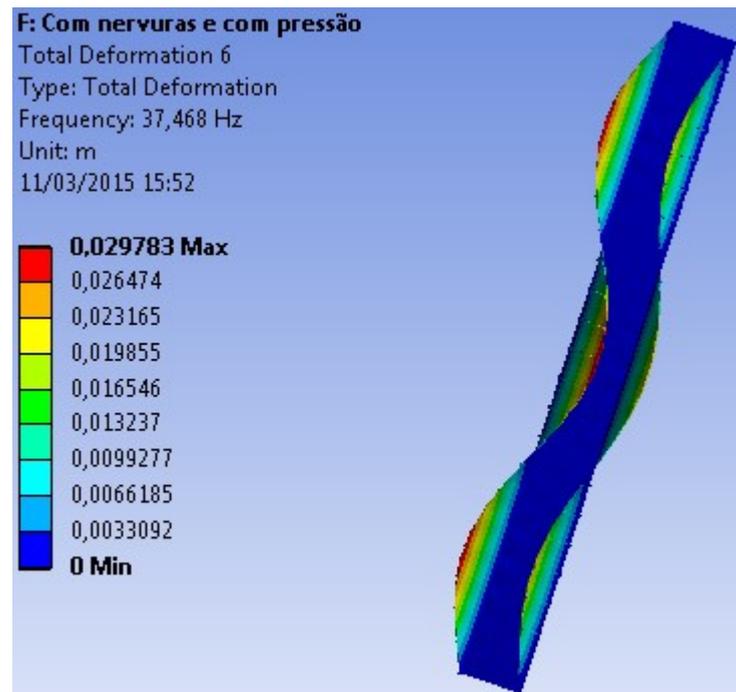
(c)



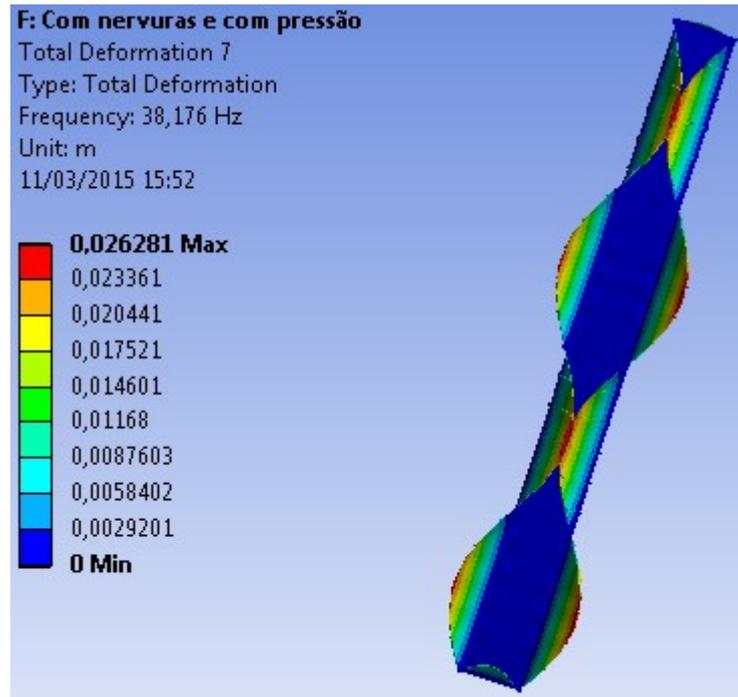
(d)



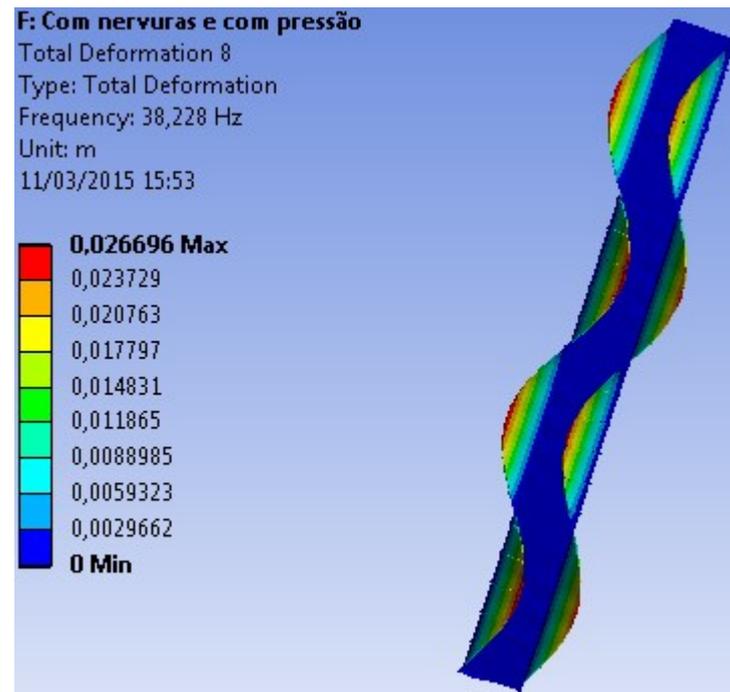
(e)



(f)



(g)



(h)

Fonte: Autora

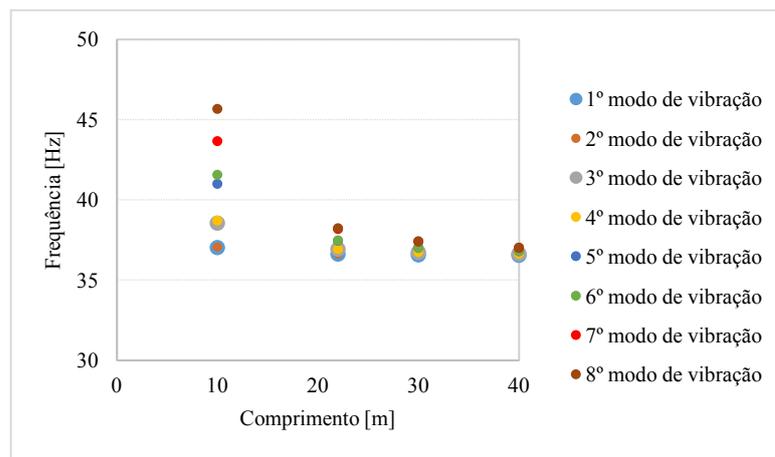
6.1. INFLUÊNCIA DA VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS DO TANQUE

De maneira semelhante ao Capítulo 5, variou-se os parâmetros do tanque separadamente para, em seguida, realizar uma comparação de frequências com e sem nervuras. É importante ressaltar que, neste caso, foi considerada a pressão da coluna de água.

Quanto à influência da variação dos parâmetros nas frequências naturais, o resultado se mantém para o caso do tanque com nervuras, ou seja, os parâmetros que mais influenciaram foram a espessura das paredes e a profundidade do tanque. O tempo de processamento aumentou de maneira significativa devido à geração de uma geometria com um número maior de elementos.

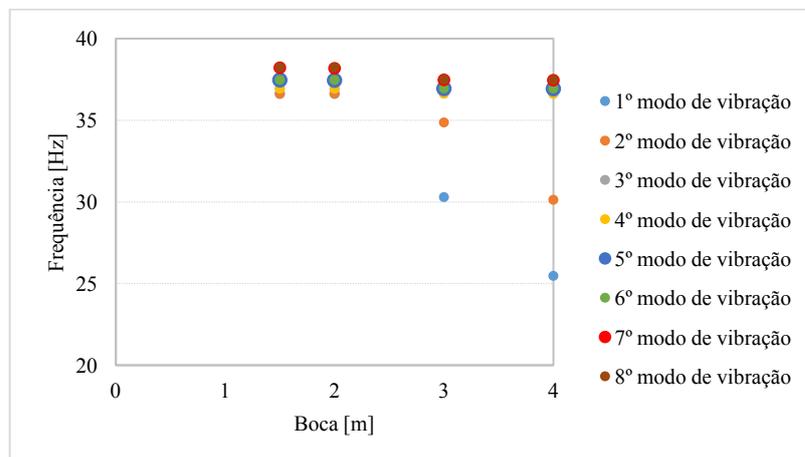
Nos gráficos a seguir é mostrada a influência da variação de cada parâmetro do considerado nas frequências naturais dos oito primeiros modos de vibração.

Figura 35. Variação do comprimento do tanque com reforçadores transversais.



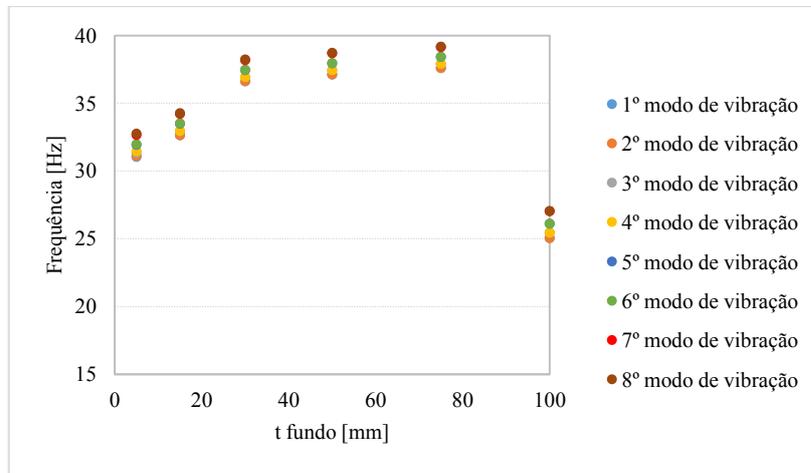
Fonte: Autora.

Figura 36. Variação da boca do tanque com reforçadores transversais.



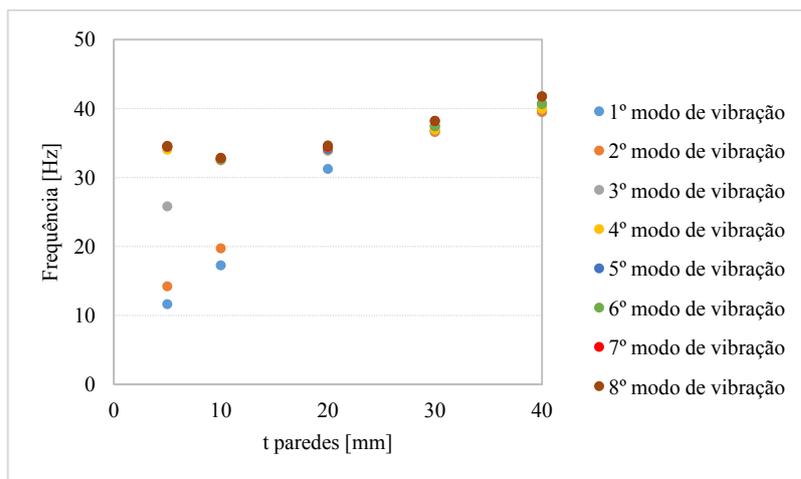
Fonte: Autora.

Figura 37. Variação da espessura do fundo do tanque com reforçadores transversais.



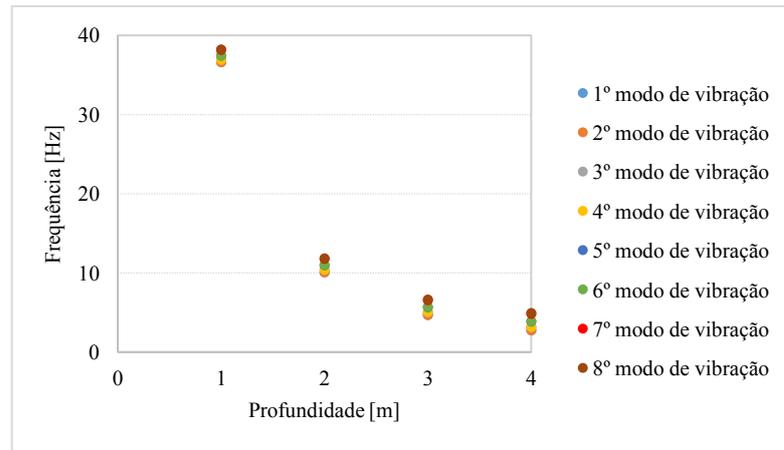
Fonte: Autora.

Figura 38. Variação da espessura das paredes do tanque com reforçadores transversais.



Fonte: Autora.

Figura 39. Variação da profundidade do tanque com reforçadores transversais.

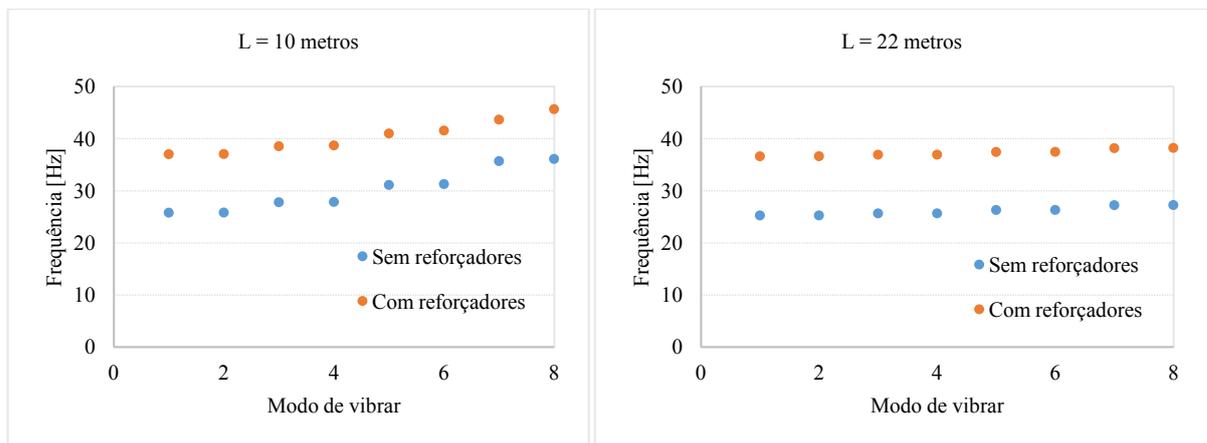


Fonte: Autora.

6.2. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS

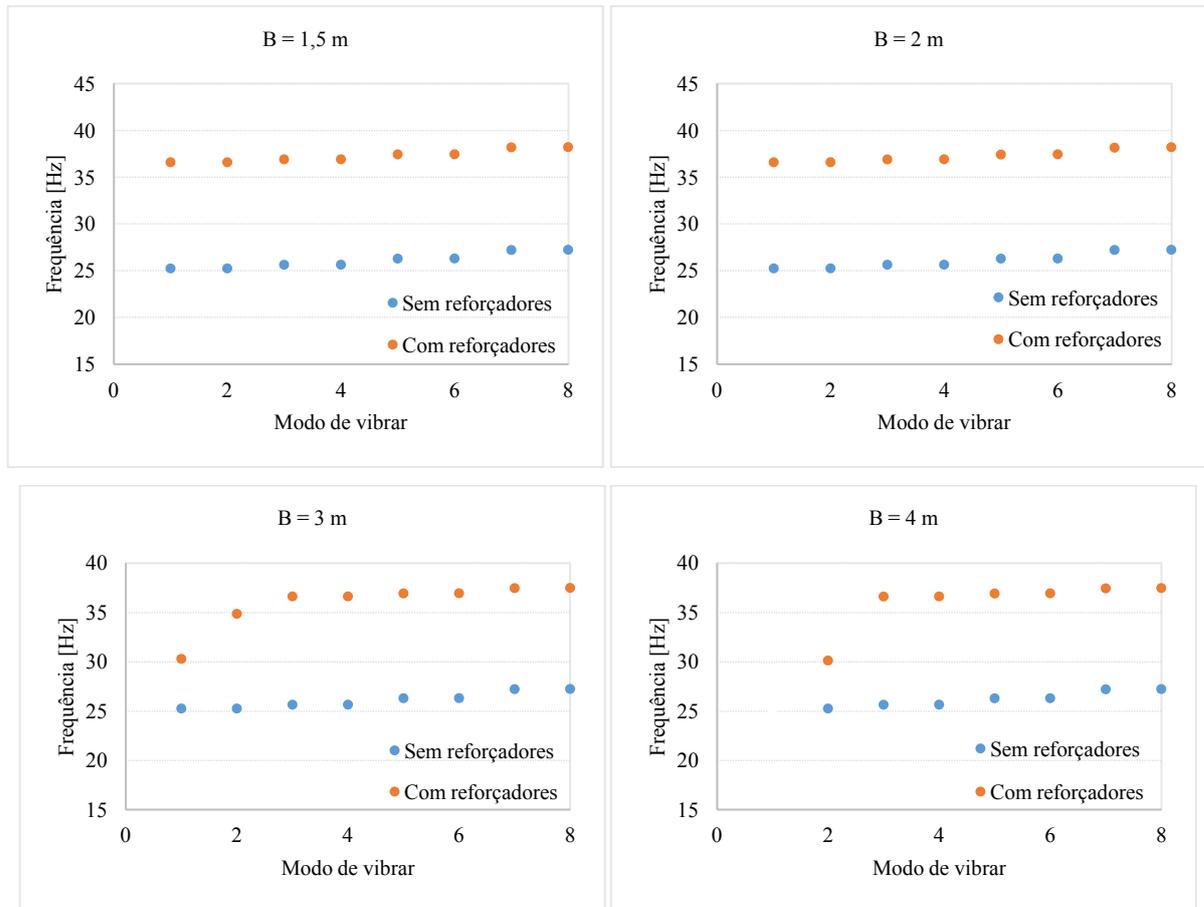
Nesta seção, são apresentadas comparações das frequências naturais de vibração do tanque com e sem os reforçadores transversais. É possível observar, a partir dos gráficos a seguir, que a adição de reforçadores na estrutura do tanque resultou em um aumento de rigidez e, por consequência, maiores valores de frequências naturais de vibração.

Figura 40. Comparação entre tanque com e sem reforçadores para diferentes valores de comprimento.



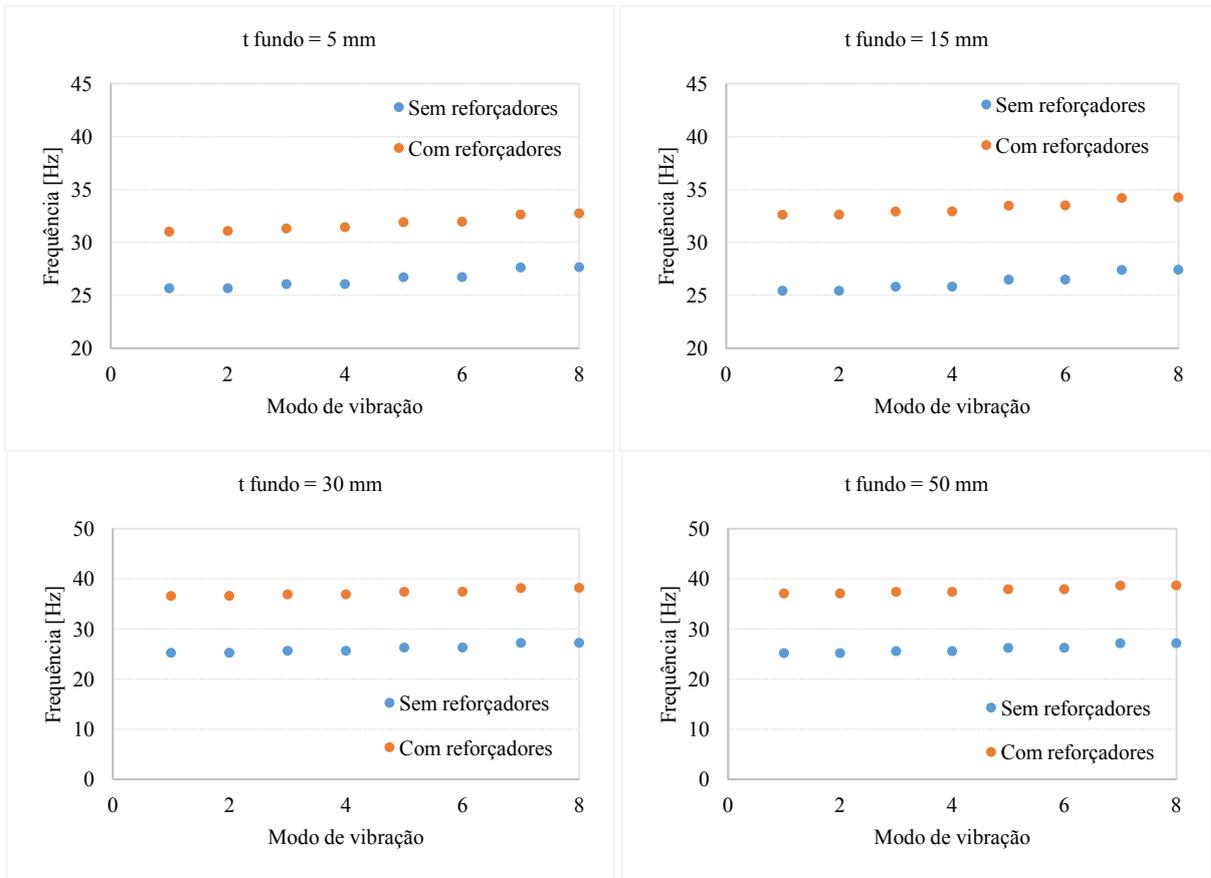
Fonte: Autora.

Figura 41. Comparação entre tanque com e sem reforçadores para diferentes valores de boca.



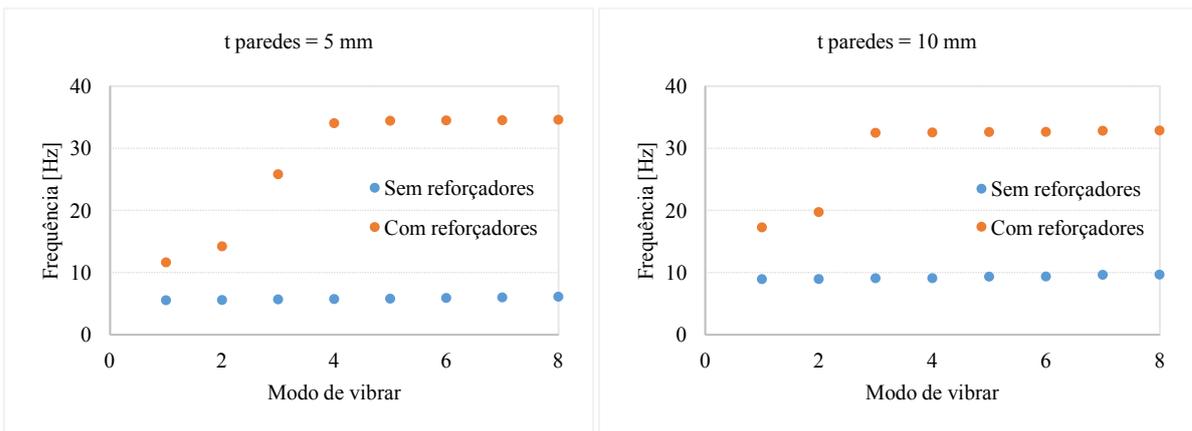
Fonte: Autora.

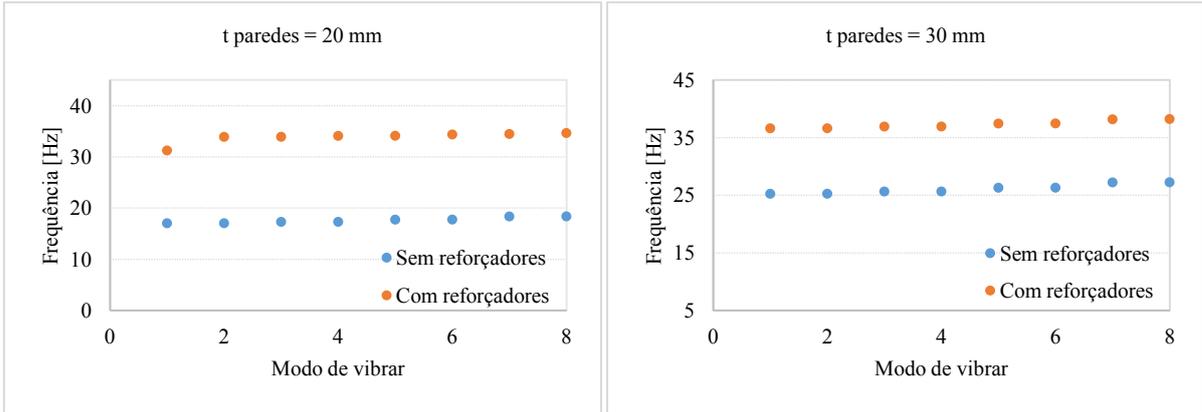
Figura 42. Comparação entre tanque com e sem reforçadores para diferentes valores de espessura do fundo.



Fonte: Autora.

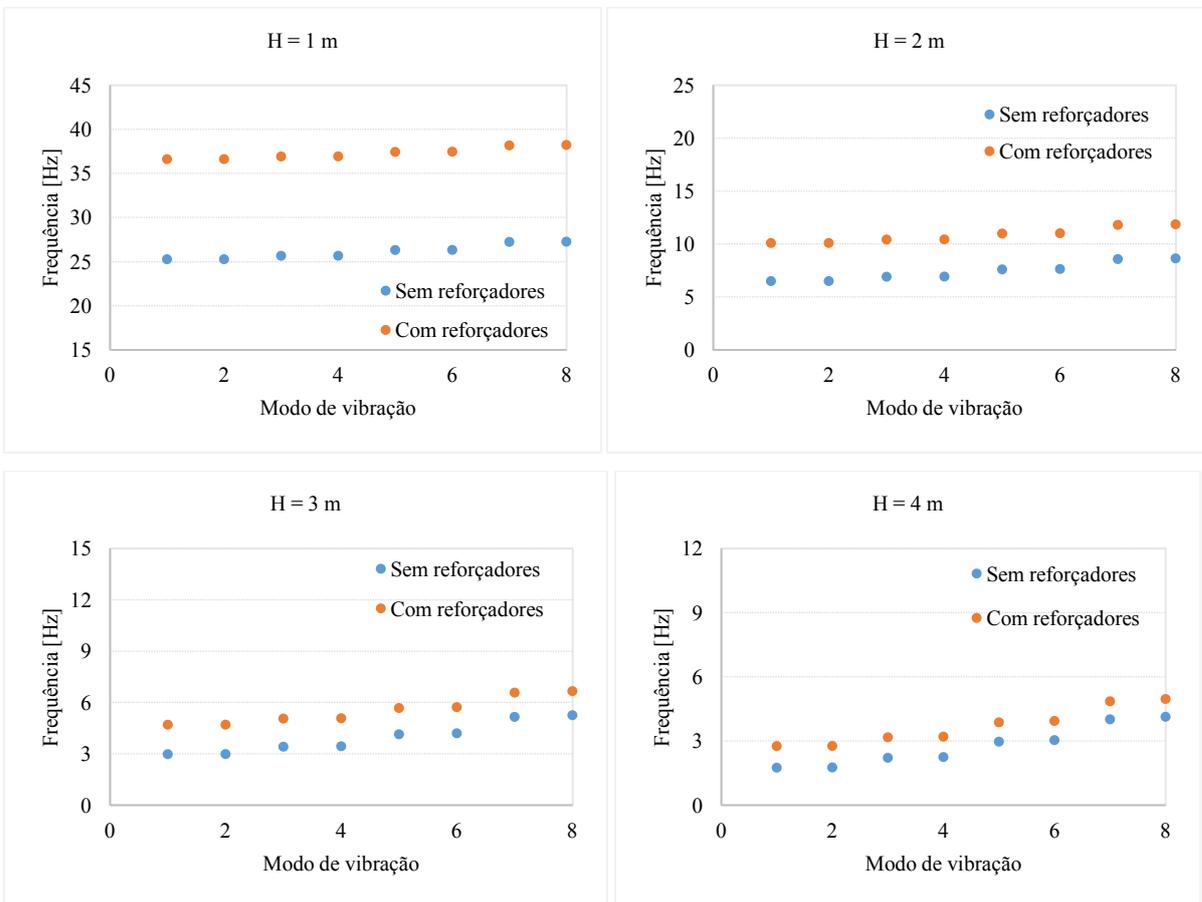
Figura 43. Comparação entre tanque com e sem reforçadores para diferentes valores de espessura das paredes.





Fonte: Autora.

Figura 44. Comparação entre tanque com e sem reforçadores para diferentes valores de profundidade.



Fonte: Autora.

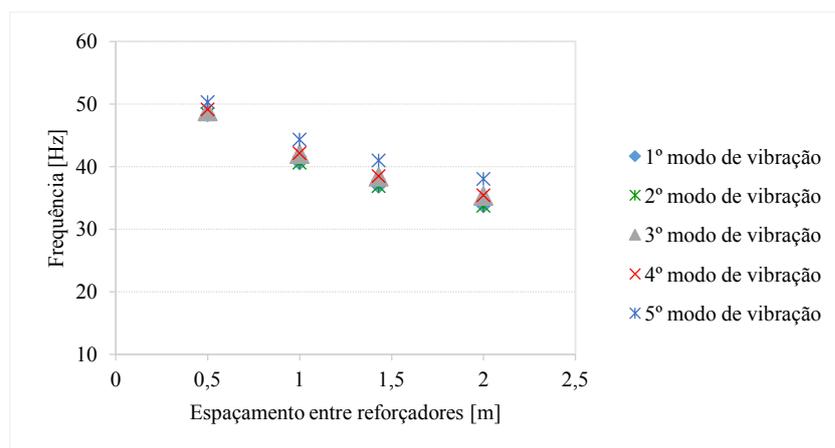
6.3. INFLUÊNCIA DA VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS DOS REFORÇADORES

Nesta seção é discutida a influência que os parâmetros que definem os reforçadores apresentam nas frequências naturais de vibração da estrutura do tanque de reboque. Para este estudo, foram consideradas variações no espaçamento entre os reforçadores transversais e variações na altura da alma do reforçador.

É intuitivo que, com a diminuição do espaçamento entre reforçadores transversais e com o acréscimo da altura da alma, haverá um aumento na rigidez dos elementos que constituem a estrutura do tanque de reboque.

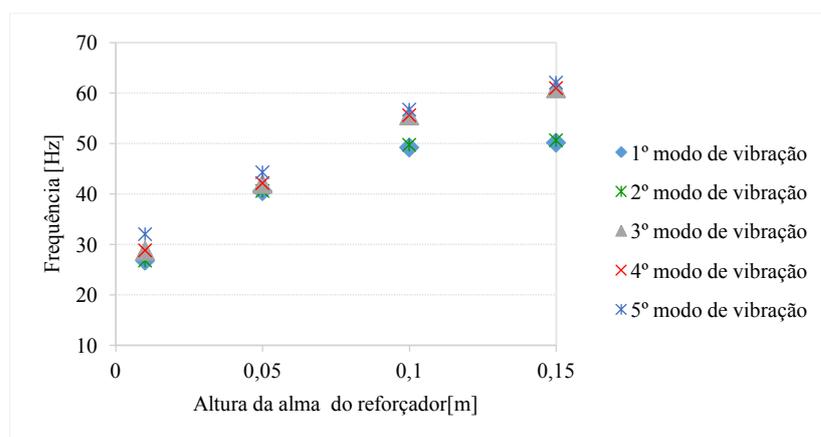
Nas Figuras 45 e 46 é mostrado o comportamento dos resultados da frequência natural dos primeiros oito modos de vibração em função da variação dos parâmetros estudados, considerando o tanque sujeito à pressão hidrostática.

Figura 45. Variação do espaçamento entre reforçadores.



Fonte: Autora

Figura 46. Variação da altura da alma dos reforçadores transversais.



Fonte: Autora

Como esperado, os valores de frequência natural do tanque crescem com a diminuição do espaçamento entre reforçadores e com o aumento da altura da alma, devido à elevação da rigidez do sistema e baixa variação da massa estrutural.

6.4. COMPARAÇÃO ENTRE PLACAS RETANGULARES E TANQUE COM REFORÇADORES TRANSVERSAIS

Nesta seção, será apresentada uma comparação da frequência natural de vibração de uma placa analisada isoladamente e a mesma placa localizada na estrutura do tanque fabricado com reforçadores transversais. A finalidade desta comparação é avaliar a condição de contorno mais apropriada na modelagem por unidade de chapeamento localizada entre dois reforçadores transversais que se encontram ao longo do tanque de reboque.

Esta comparação será feita para duas condições de contorno para extremidade do tanque: livre e engastada, pois existe a possibilidade do projeto adicionar um reforçador longitudinal no extremo superior de cada lado do tanque, sobre os quais correrá o carro dinamométrico. Cada condição de contorno será analisada para chapas com razão de aspecto “a/b” igual a 1, além de espessura igual a 30 milímetros. Vale ressaltar que os resultados da frequência natural das placas e do tanque foram obtidos através da simulação computacional.

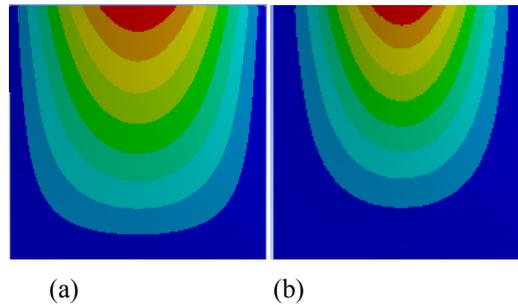
6.4.1. Tanque com extremidade livre

Utilizando o modelo computacional descrito no Capítulo 4 (seção 4.2 de análise de vibração em placas retangulares), foram obtidas as frequências do primeiro modo de vibração de placas com duas condições de contorno distintas:

- 1) 3 lados apoiados e 1 livre;
- 2) 3 lados engastados e 1 livre.

Os resultados são mostrados na Figura 47.

Figura 47. Primeiro modo de vibração de uma placa com razão de aspecto “a/b” = 1. (a) 3 lados apoiados e 1 livre: $f_n = 84,32$ Hz. (b) 3 lados engastados e 1 livre: $f_n = 339,87$ Hz.

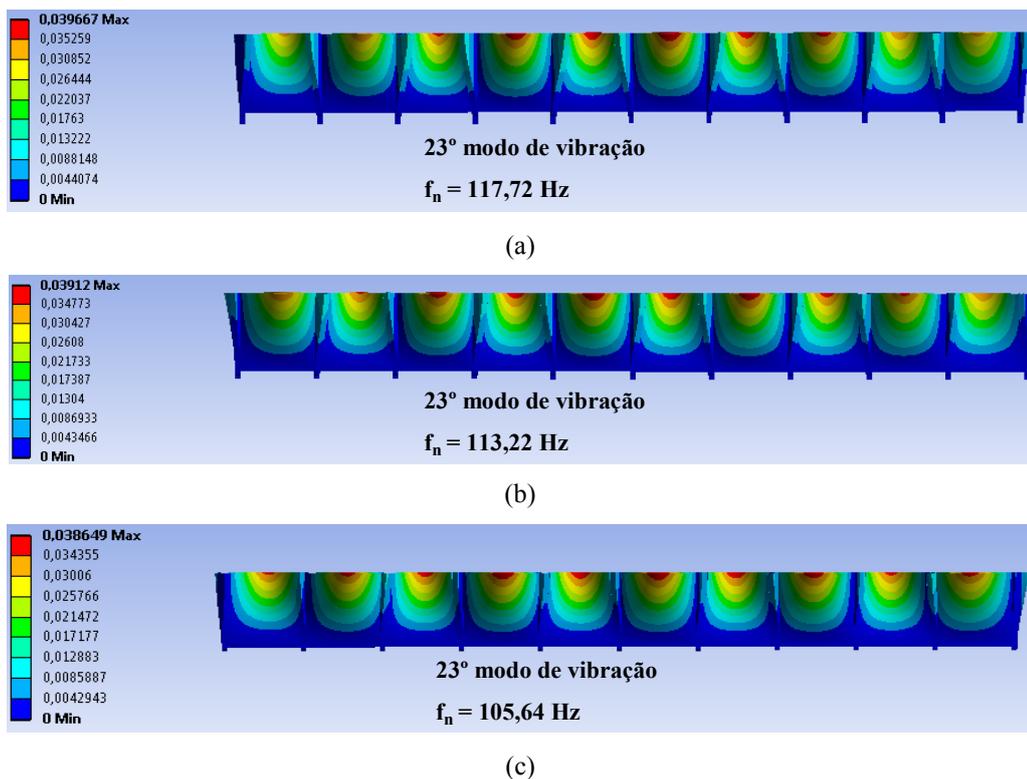


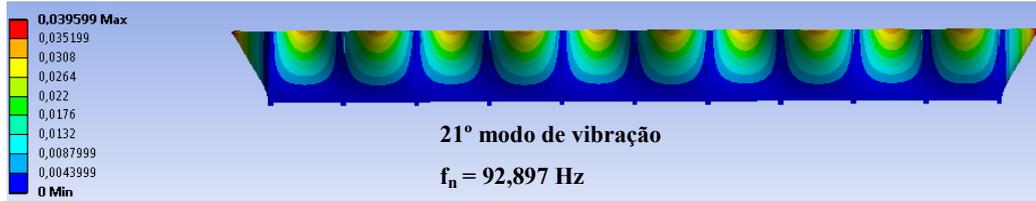
Fonte: Autora.

Usando o modelo paramétrico descrito no Capítulo 5 (seção 5.1), mas considerando o tanque com reforçadores transversais, foram analisados os modos de vibração global do tanque, onde, a configuração entre as unidades de chapeamento, ou seja, entre dois reforçadores, se aproxime de uma vibração de uma placa analisada isoladamente.

Os resultados podem ser visualizados nas figuras a seguir, onde a Figura 48 representa as vistas laterais dos modos de vibração da estrutura estudada para diferentes alturas da alma dos reforçadores transversais e na Figura 49 estão as vistas isométricas.

Figura 48. Vistas laterais dos modos de vibração de um tanque com reforçadores transversais e extremidades livres para razão “a/b” = 1. (a) Altura da alma = 0,15 m. (b) Altura da alma = 0,1 m. (c) Altura da alma = 0,05 m. (d) Altura da alma = 0,01 m.

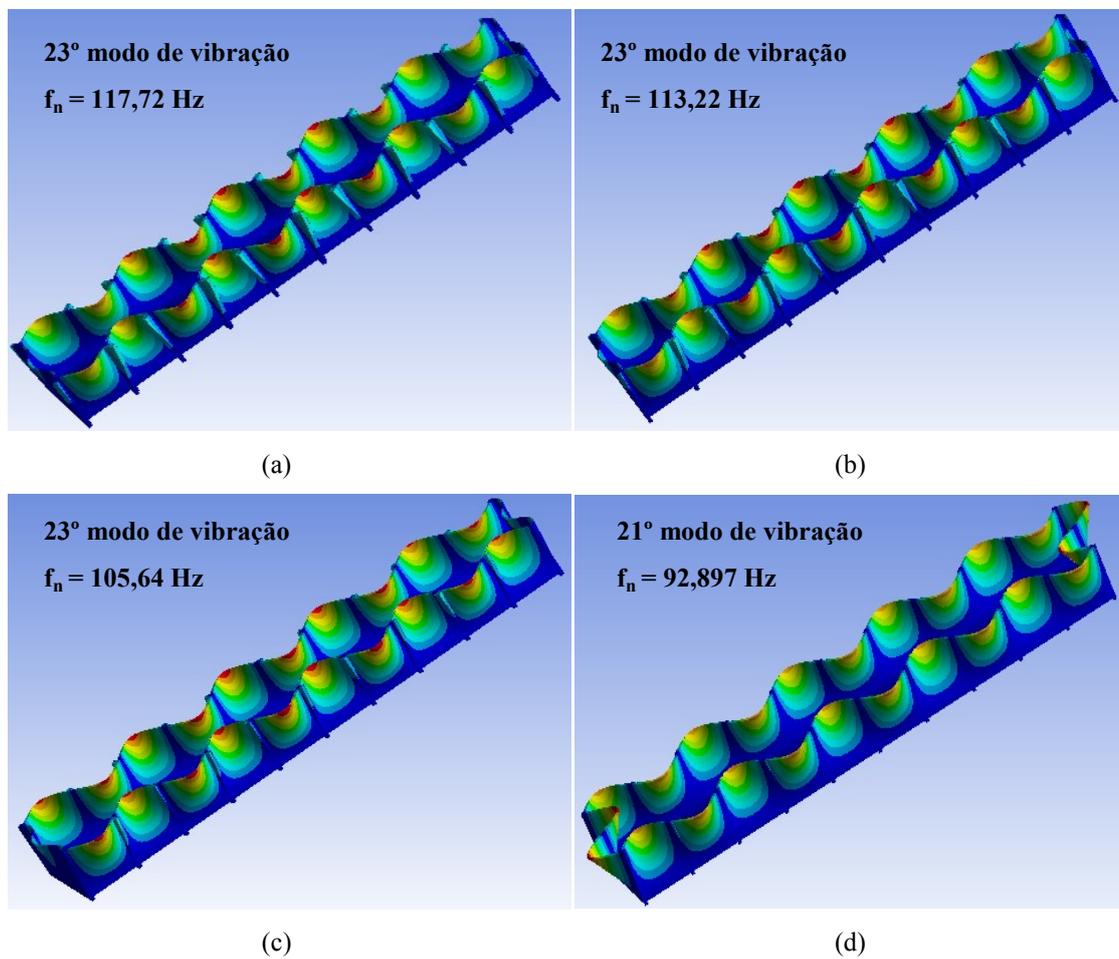




(d)

Fonte: Autora

Figura 49. Vistas isométricas dos modos de vibração de um tanque com reforçadores transversais e extremidades livres para razão “a/b” = 1. (a) Altura da alma = 0,15 m. (b) Altura da alma = 0,1 m. (c) Altura da alma = 0,05 m. (d) Altura da alma = 0,01 m.



Fonte: Autora.

Os valores de frequência encontrados na análise do tanque foram extraídos e adicionados na Tabela 15, onde são comparados com as frequências obtidas na simulação da placa com os três lados apoiados e também com a simulação da placa com os três lados engastados.

Tabela 15. Comparação de valores de frequência entre placas e tanque com reforçadores transversais: extremidade livre.

	Placa		Tanque			
	3 lados apoiados e 1 livre	3 lados engastados e 1 livre	h = 0,15 m	h = 0,1 m	h = 0,05 m	h = 0,01 m
Frequência [Hz]	84,32	339,87	117,22	113,22	105,64	96,925

Fonte: Autora.

A partir da Tabela 15, observa-se uma maior similaridade da frequência obtida na simulação do tanque com a frequência natural da placa com três lados apoiados e um livre. Nota-se, também, que, com a diminuição da altura da alma do reforçador transversal este resultado se aproxima cada vez mais ao da placa com três lados apoiados e um livre. Isto ocorre, pois a redução da altura da alma do reforçador transversal implica em uma menor rigidez torcional do reforçador e, assim, menor restrição à rotação, tendendo à condição de apoio simples.

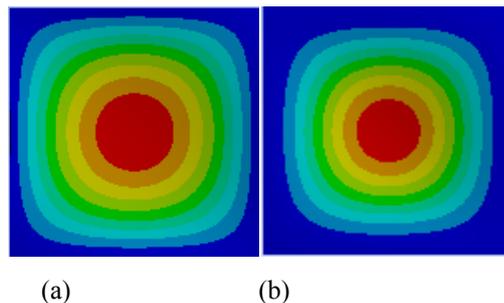
6.4.2. Tanque com extremidade fixa

De maneira análoga ao que foi apresentado na seção anterior, para esta seção foram consideradas placas em duas condições de contorno:

- 1) 4 lados engastados;
- 2) 4 lados apoiados.

Na Figura 50 são mostradas as simulações das placas isoladas, considerando a mesma razão de aspecto da seção anterior ($a/b = 1$).

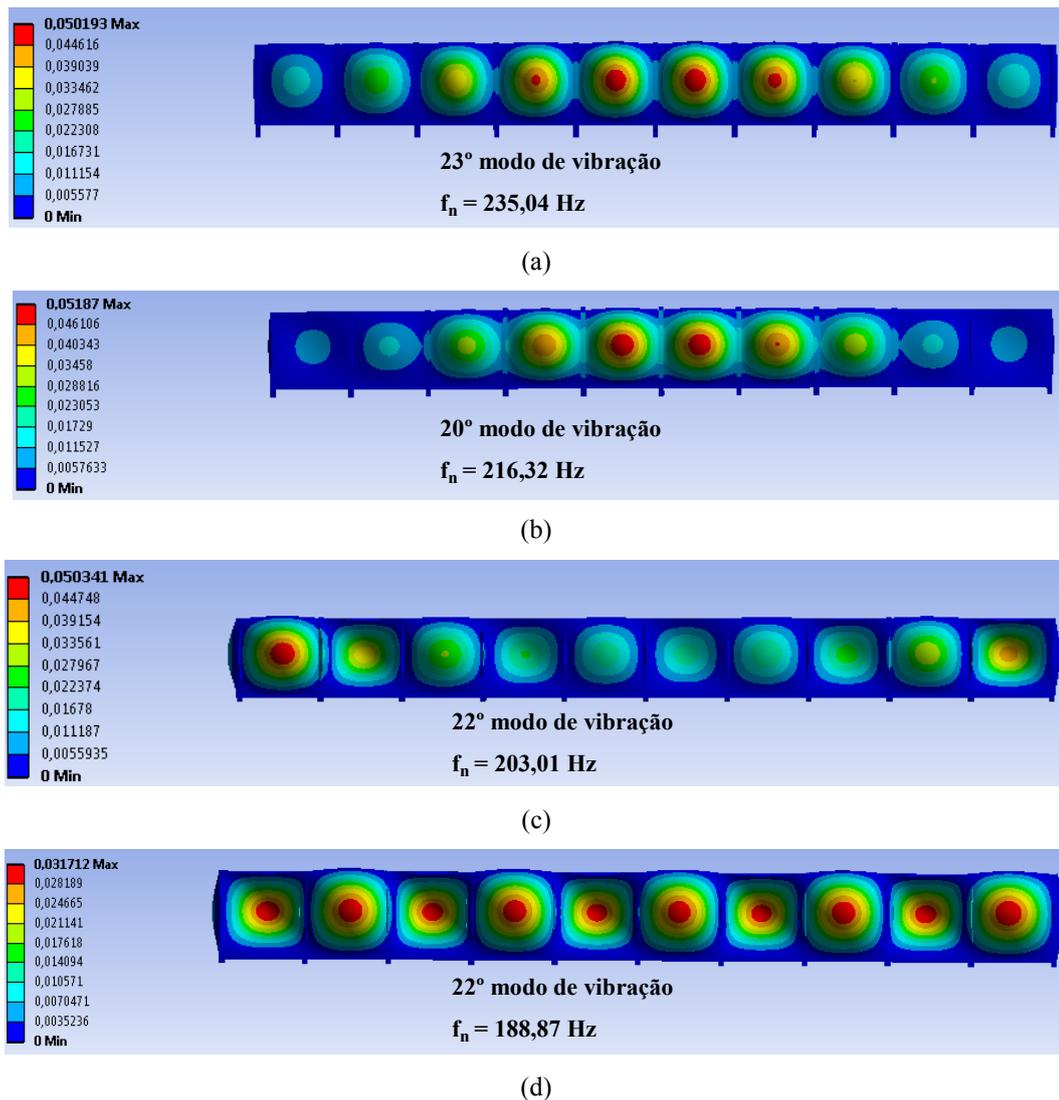
Figura 50. Primeiro modo de vibração de uma placa com razão de aspecto “a/b” = 1. (a) 4 apoiados: $f_n = 145,43$ Hz. (b) 4 lados engastados: $f_n = 268,3$ Hz.



Fonte: Autora.

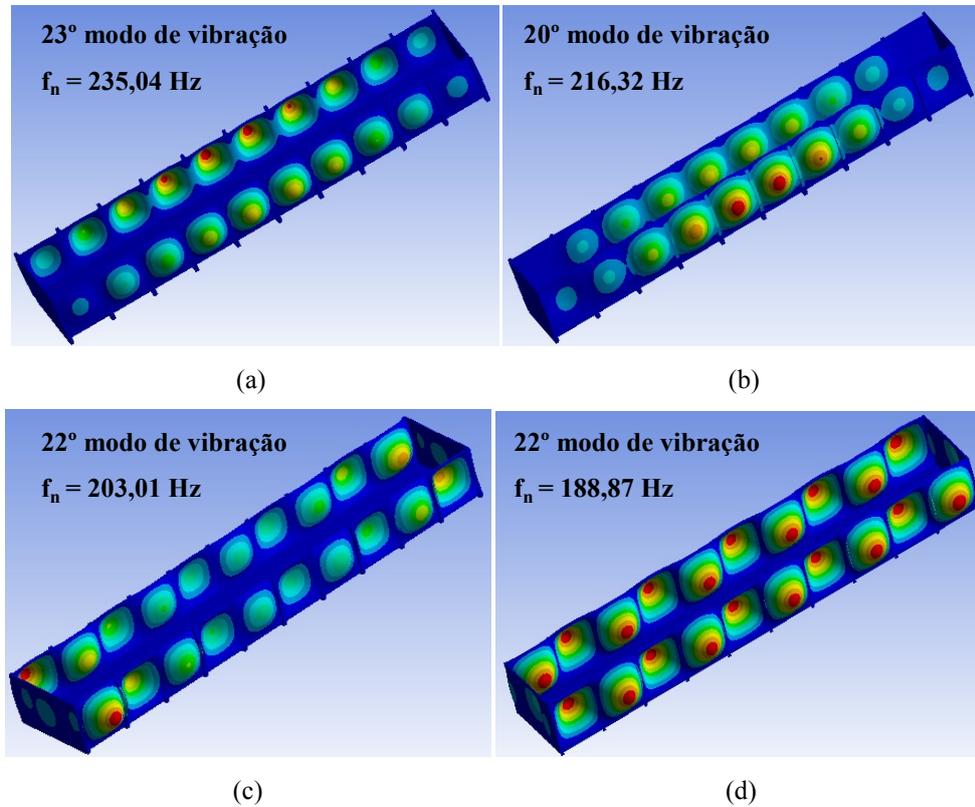
Por fim, nas figuras a seguir é mostrada a simulação computacional do modo de vibrar que melhor descreve a vibração isolada das unidades de chapeamento da estrutura do tanque de reboque, sendo a Figura 51 referente às vistas laterais e a Figura 52 referente às vistas isométricas do tanque.

Figura 51. Vistas laterais dos modos de vibração de um tanque com reforçadores transversais e extremidades fixas para razão “a/b” = 1. (a) Altura da alma = 0,15 m. (b) Altura da alma = 0,1 m. (c) Altura da alma = 0,05 m. (d) Altura da alma = 0,01 m.



Fonte: Autora

Figura 52. Vistas isométricas dos modos de vibração de um tanque com reforçadores transversais e extremidades fixas para razão “a/b” = 1. (a) Altura da alma = 0,15 m. (b) Altura da alma = 0,1 m. (c) Altura da alma = 0,05 m. (d) Altura da alma = 0,01 m.



Fonte: Autora.

Os valores de frequência encontrados na análise do tanque foram extraídos e adicionados na Tabela 16, onde são comparados com as frequências obtidas na simulação das placas com quatro lados apoiados e também com a simulação das placas com quatro lados engastados.

Tabela 16. Comparação de valores de frequência entre placas e tanque com reforçadores transversais: extremidade fixa.

	Placa		Tanque			
	4 lados apoiados	4 lados engastados	h = 0,15 m	h = 0,1 m	h = 0,05 m	h = 0,01 m
Frequência [Hz]	145,43	268,3	235,22	216,32	203,01	188,87

Fonte: Autora.

Novamente, observa-se que, com a diminuição da altura da alma dos reforçadores transversais, este resultado se aproxima cada vez mais da frequência natural de uma placa com quatro lados apoiados, visto a menor rigidez torcional dos reforçadores.

7. DIMENSIONAMENTO DO TANQUE DE REBOQUE

Neste capítulo é descrito o processo de dimensionamento de um tanque de reboque didático. O dimensionamento, construção e operação de um tanque de reboque é um assunto complexo que é amplamente estudado pela *International Towing Tank Conference* (ITTC). Este capítulo baseia-se fortemente nas recomendações da ITTC e em trabalhos de diversos autores que as discutem.

Na seção 7.1 serão discutidos os principais parâmetros associados ao dimensionamento do tanque de reboque. Tais parâmetros e considerações serão utilizados na seção 7.2, onde é realizado o dimensionamento do tanque.

7.1. PARÂMETROS E CONSIDERAÇÕES PARA O DIMENSIONAMENTO DE UM TANQUE DE REBOQUE

Sabe-se que, quanto maior for o tanque de reboque, maiores podem ser os modelos ensaiados, ou seja, menor o fator de escala e, portanto, mais perto da realidade os testes se encontram. Porém, tanques e modelos com dimensões muito grandes acarretam em altos custos de construção, operação e manutenção.

Sabendo disso, o objetivo do projeto de um tanque de reboque é determinar as menores dimensões do tanque que viabilizam a realização dos ensaios planejados. Muñoz (2011, p. 73) estabelece algumas recomendações para o dimensionamento correto de um tanque de reboque, indicadas a seguir.

- 1) O tanque tem que ser suficientemente longo para obter resultados claros e satisfatórios do comportamento hidrodinâmico de embarcações navegando em velocidades constantes e sujeitas a ação de ondas;
- 2) A ITTC (1975) relata que o tanque deve ter uma profundidade mínima de modo a evitar os efeitos causados por pouca profundidade, tais como variações nos resultados finais da resistência ao avanço, decrescimento de velocidade e perda de manobrabilidade;

3) As dimensões do tanque devem ser suficientes para que não ocorra o efeito de águas restritas ou *blockage*¹³. Para Muñoz, conforme indicado por Scott (1976), se as dimensões do tanque não atenderem a este requisito, haverá um aumento dos esforços cortantes tangenciais sobre a superfície do modelo devido ao incremento de velocidade do fluxo, elevando a resistência devido ao atrito e os efeitos da viscosidade de esteira na popa do modelo;

4) O tanque deve possuir uma largura suficiente de modo que a reflexão das ondas devido à parede não afete no desempenho e deslocamento do modelo.

7.1.1. Número de Froude

O número de Froude relaciona as forças de inércia (associadas à aceleração do fluido) com a força gravitacional (peso do fluido devido à gravidade). No entanto o número de Froude é calculado de acordo com a equação (34), sendo um coeficiente da ITTC.

$$F_r = \frac{V}{\sqrt{gL}} \quad (34)$$

Onde:

- V é a velocidade (do modelo ou da embarcação), em m/s;
- g é a aceleração da gravidade, em m/s²;
- L é o comprimento (do modelo ou da embarcação), em m.

Para o projeto do tanque de reboque, serão utilizados os parâmetros do modelo e este valor deve ser menor que 0,7, caso contrário, segundo Calil, Tancredi e Fajarra (2014), os valores medidos de resistência ao avanço serão diferentes daqueles apropriados para a caracterização em águas profundas

Vale destacar que os números de Froude do modelo e da embarcação devem ser iguais durante um ensaio de modelo reduzido, sendo uma condição fundamental para o estabelecimento das leis de semelhança, as quais serão abordadas na seção.

¹³ Efeito que ocorre quando um modelo de embarcação é grande para as dimensões do tanque, onde as paredes e o fundo deste tanque impedem o fluxo em torno do modelo, obtendo resultados diferentes daqueles que seriam obtidos em águas infinitas (TAMURA, 1972).

7.1.1.1. Número de Froude de profundidade

O número de Froude de profundidade está relacionado à profundidade do ambiente que, neste caso, é a do tanque (H_{tanque}). De acordo com Molland, Turnock e Hudson (2011 p. 26), este parâmetro é calculado como:

$$F_{rh} = \frac{V}{\sqrt{gH}} \quad (35)$$

Da mesma maneira, o parâmetro “V” é a velocidade da embarcação ou do modelo. Para o projeto do tanque, utiliza-se a velocidade do modelo e a profundidade do tanque.

7.1.2. Leis da semelhança

Para o dimensionamento de um tanque de provas de reboque, é necessário o conhecimento sobre os critérios de semelhanças utilizados entre o modelo e o navio. Nos testes em modelos, procura-se obter semelhanças geométrica, cinemática e dinâmica em relação à embarcação em escala real. Garcia (2014 p. 62) fornece uma breve explicação sobre as leis da semelhança, indicadas a seguir.

7.1.2.1. Semelhança geométrica

A semelhança geométrica é determinada através do fator de escala, caracterizado pela razão entre os comprimentos do modelo e da embarcação, de acordo com a equação a seguir.

$$\alpha = \frac{L_s}{L_m} \quad (36)$$

Onde:

- α é o fator de escala;
- L_s é o comprimento do navio, em metros;
- L_m é o comprimento do modelo, em metros.

Este fator deve se manter constante para a determinação de outros parâmetros relacionados à geometria do modelo e da embarcação, de acordo com a Tabela 17.

Tabela 17. Fator de escala relacionado à semelhança geométrica entre modelo e embarcação.

Semelhança geométrica		
Variável	Unidade	Fator de escala
Comprimento	L	α
Área	L^2	α^2
Volume	L^3	α^3
Raio de giração	L	α
Área do momento de inércia	L^4	α^4
Massa do momento de inércia	ML^2	α^5
Centro de gravidade	L	α

Fonte: Garcia, 2014.

7.1.2.2. Semelhança cinemática

A semelhança cinemática está associada à movimentação, ou seja, deve haver semelhança de velocidade e aceleração entre o modelo em escala reduzida e o navio em escala real. Os fatores de semelhança cinemática são mostrados na Tabela 18.

Tabela 18. Fator de escala relacionado à semelhança cinemática entre modelo e embarcação.

Semelhança cinemática		
Variável	Unidade	Fator de escala
Tempo	T	$\alpha^{1/2}$
Deslocamento	L	α
Velocidade	LT^{-1}	$\alpha^{1/2}$
Aceleração	LT^{-2}	1
Velocidade angular	T^{-1}	$\alpha^{1/2}$
Aceleração angular	T^{-2}	α^{-1}

Fonte: Garcia, 2014.

7.1.2.3. Semelhança dinâmica

A semelhança dinâmica está relacionada às forças atuantes no sistema. Para obter esta semelhança, as proporções de contribuição da pressão, gravidade, viscosidade e elasticidade do modelo e da embarcação devem ser iguais. Os fatores de semelhança dinâmica são mostrados na Tabela 19.

Tabela 19. Fator de escala relacionado à semelhança dinâmica entre modelo e embarcação.

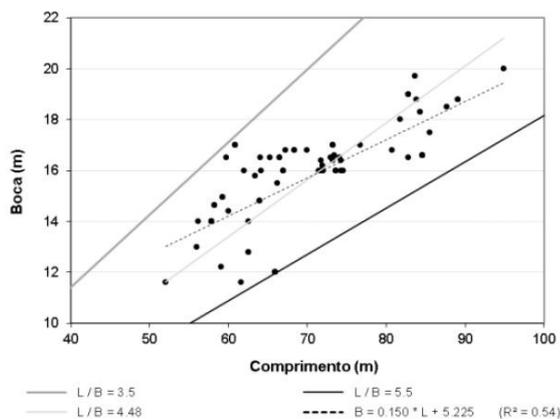
Semelhança dinâmica		
Variável	Unidade	Fator de escala
Torque	ML^2T^{-2}	α^4
Potência	ML^2T^{-3}	$\alpha^{7/2}$
Força	MLT^{-2}	α^3

Fonte: Garcia, 2014.

7.1.3. Boca e calado do modelo em escala reduzida

Weiss et al. (2014) realizaram alguns estudos para o projeto de uma plataforma *offshore* de apoio à exploração de petróleo (PSV¹⁴). Nestes estudos, eles fizeram um levantamento de relações adimensionais de PSVs através da análise de navios semelhantes. Os gráficos que relacionam as razões L/B e L/D de navios semelhantes foram utilizados para este capítulo, sendo “D” o pontal, porém, o interesse neste presente trabalho é encontrar o calado do modelo. As Figuras 52 e 53 mostram estes gráficos.

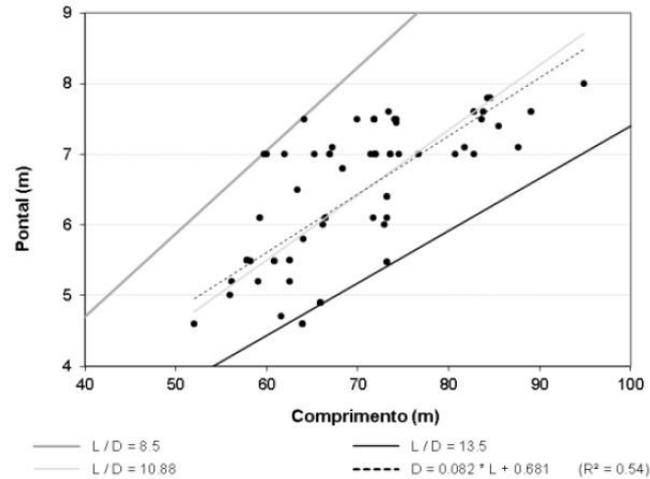
Figura 53. Relação L/B de navios semelhantes.



Fonte: Weiss et al., 2014

¹⁴ Platform Supply Vessels.

Figura 54. Relação L/B de navios semelhantes.



Fonte: Weiss et al., 2014

Tendo as relações acima, as regressões com melhor ajuste para a boca e o calado do modelo são apresentadas nas equações (37) e (38).

$$B_m = \frac{L_m}{3,5} \quad (37)$$

$$H_m = \frac{L_m}{8,5} \quad (38)$$

Onde:

B_m é a boca do modelo, em metros;

H_m é o calado do modelo, em metros.

7.1.4. Profundidade do tanque de reboque

Para o tanque de reboque, definiu-se que a profundidade do tanque deve ser igual à metade da boca do mesmo mais 0,5, como mostra a Equação 39.

$$H_{\text{tanque}} = \frac{B_{\text{tanque}}}{2} + 0,5 \quad (39)$$

De acordo com a ITTC (1999)¹⁵, a profundidade mínima aceitável deve atender os dois casos da equação (40).

$$H_{\text{tanque}} > 3 \cdot \sqrt{B_m \cdot H_m} \text{ e } H_{\text{tanque}} > \frac{2,75 \cdot V_m^2}{g} \quad (40)$$

7.1.5. Frequência de encontro e comprimento de onda

Fujarra (2009, p.75) afirma que:

[...] a velocidade de avanço tem influência direta sobre a maneira como as ondas são percebidas a partir de um referencial solidário à embarcação. Neste caso, suas frequências características são afetadas pela velocidade relativa entre a embarcação e a frente de ondas incidente.

No entanto, um modelo em escala reduzida, sendo rebocado em direção às ondas geradas no tanque de reboque, terá uma frequência de encontro em relação a essas ondas de acordo com a seguinte equação:

$$\omega_{\text{encontro}} = \omega_{\text{onda, modelo}} + \frac{(\omega_{\text{onda, modelo}})^2 \cdot V_m}{g} \quad (41)$$

Onde:

ω_{encontro} é a frequência de encontro do modelo em escala reduzida em relação às ondas geradas no tanque, em rad/s;
 $\omega_{\text{onda, modelo}}$ é a frequência das ondas geradas no tanque, em rad/s;
 V_m é a velocidade de reboque do modelo.

A frequência da onda do modelo pode ser calculada de acordo a relação dada pela equação (18), ou seja:

$$\omega_{\text{onda, modelo}} = \frac{2\pi}{T_{\text{onda, modelo}}} \quad (42)$$

Onde:

$T_{\text{onda, modelo}}$ é o período das ondas geradas no tanque, em segundos.

¹⁵ *The Specialist Committee on Trials and Monitoring – Final Report and Recommendations to the 22nd ITTC, Seul and Xangai, 1999.*

O período das ondas geradas no tanque e a velocidade de reboque do modelo dependem dos valores na escala real e do fator de escala, de acordo com a Tabela 18, podendo ser então calculados como:

$$V_m = \frac{V_s}{\sqrt{\alpha}} \quad (43)$$

$$T_{\text{onda, modelo}} = \frac{T_{\text{onda, real}}}{\sqrt{\alpha}} \quad (44)$$

Onde:

V_m é a velocidade da embarcação em escala real, em m/s;
 $T_{\text{onda, real}}$ é o período das ondas do mar na região a ser estudada, em segundos.

O período de onda do modelo deve estar entre 0,5 e 2,5 segundos. Este requisito é devido ao gerador de ondas e deve ser atendido.

Ainda, a partir da frequência da onda gerada no tanque, é possível encontrar o comprimento desta onda através da equação (45), dada por Muñoz (2011, p. 84).

$$L_{\text{onda, modelo}} = \frac{2\pi}{(\omega_{\text{onda, modelo}})^2} \quad (45)$$

Onde:

$L_{\text{onda, modelo}}$ é o comprimento da onda gerada no tanque, em metros.

7.1.6. Correções devido a águas restritas

Como comentado no início deste capítulo, as dimensões do tanque devem ser grandes o suficiente para evitar os efeitos devido a águas restritas. Uma das informações que deve constar na documentação do teste é a dimensão do tanque. (ITTC, 2002).

A correção devido a águas restritas relaciona as correções devido à blocagem vertical e à blocagem lateral. A primeira é uma consequência da pouca profundidade do tanque e, a segunda, devido à sua largura insuficiente.

7.1.6.1. Blocagem vertical

Há algumas formulações para a correção devido ao efeito de blocagem vertical, ou seja, devido ao efeito de águas restritas em função da profundidade do tanque. A ITTC (2011)¹⁶ fornece a seguinte equação, dada por Tamura:

$$\frac{\Delta V_v}{V} = 0,67 \cdot \left(\frac{A_{x_m}}{A_{x_{\text{tanque}}}} \right) \cdot \left(\frac{L_m}{B_{\text{tanque}}} \right)^{0,75} \cdot \frac{1}{(1 - F_{rh}^2)} \quad (46)$$

Onde:

A_{x_m} é a área máxima da seção transversal do modelo, em m²;

$A_{x_{\text{tanque}}}$ é a área máxima da seção transversal do tanque, em m².

O resultado da equação (46) deve ser menor do que 0,02 para evitar o efeito da blocagem vertical no tanque.

As formulações para as áreas da seção transversal do tanque e do modelo são dadas a seguir:

$$A_{x_m} = B_m \cdot H_m \quad (47)$$

$$A_{x_{\text{tanque}}} = B_{\text{tanque}} \cdot H_{\text{tanque}} \quad (48)$$

7.1.6.2. Blocagem lateral

A correção da perda de velocidade devido ao efeito de blocagem lateral, ou seja, devido a um tanque estreito, também é dada por Tamura, fornecida pela ITTC (2011):

$$\frac{\Delta V_L}{V} = 1,1 \cdot \left(\frac{A_{x_m}}{A_{x_{\text{tanque}}}} \right) \cdot \left(\frac{L_m}{B_{\text{tanque}}} \right)^{0,75} \quad (49)$$

Para que não ocorra a blocagem lateral, o resultado da equação (49) também deve ser menor que 0,02.

¹⁶ ITTC Recommended Procedure and Guidelines – Resistance Test, Venice, 2011.

Além disso, Ueno e Nagamatsu (1971) afirmam que o efeito de água restrita pode ser desprezado quando a largura e a profundidade do tanque atendem as condições dadas pelas equações (50) e (51).

$$B_{\text{tanque}} > \frac{3}{2}L_m \quad (50)$$

$$H_{\text{tanque}} > \frac{3}{4}L_m \quad (51)$$

7.1.7. Velocidade crítica

Para que não ocorra interferência da parede nos resultados experimentais, a velocidade do modelo deve ser maior do que a velocidade crítica (CALIL; TANCREDI; FUJARRA, 2014). A equação (52) mostra este caso.

$$V_m > V_{\text{crít}} = \left(\frac{g}{2 \cdot \omega_{\text{onda, modelo}}} \right) \cdot \sqrt{1 + 2 \frac{L_m}{B_{\text{tanque}}} - 1} \quad (52)$$

7.2. CÁLCULOS DOS PARÂMETROS DO TANQUE DE REBOQUE

Com base nas equações da seção 7.1, neste estudo será feito o dimensionamento de um tanque de reboque didático.

Antes de realizar o dimensionamento do tanque, é importante ter o conhecimento das dimensões de tanques de reboque já existentes. Na Tabela 20 são listados alguns tanques com seus respectivos dimensionamentos.

Tabela 20. Dimensões de alguns tanques de reboque do mundo.

Organização	País	Comprimento do tanque [m]	Largura (Boca) [m]	Profundidade [m]	Faixa de tamanho dos modelos [m]	Máxima altura de ondas [m]
<i>National Maritime Research Institute</i> ¹⁷	Japão	400	18	8	-	0,5
		150	7,5	3,5		
<i>Hamburg Ship Model Basin (HSVA)</i>	Alemanha	300	18	6	2 – 12	0,5
Instituto de Pesquisas Tecnológicas	Brasil	280	6,6	4	2 - 6	-
<i>MARINTEK</i>	Noruega	260	10,5	10	Máx. 8	0,9
<i>Maritime Research Institute Netherlands</i>	Holanda	250	10,5	5,5	1,5 – 8,5	-
<i>Iowa Institute of Hydraulic Research</i>	Estados Unidos	100	3	3	-	-
<i>Osaka University</i>	Japão	100	7,8	4,35	-	-
<i>Australian Maritime College</i>	Austrália	100	3,55	1,6	1 – 2,5	-
<i>University of Ghent Department of Applied Mechanics Naval Architecture</i>	Bélgica	88	7	0,5	3,5 – 4,5	-
<i>Indian Institute of Technology Madras Department of Naval Architecture</i>	Índia	85	3,2	2,8	-	-

Fonte: ITTC.

Para o tanque de reboque, foram atribuídas algumas faixas de atuação, tanto em relação à velocidade, comprimento e período de onda em escala real quanto à faixa de tamanho dos modelos que poderão ser testados neste tanque. Tais requisitos de projeto são mostrados na Tabela 21.

¹⁷ 1ª linha se refere ao tanque de reboque maior deste instituto e a segunda linha se refere ao tanque médio.

Tabela 21. Requisitos de projeto para a construção do tanque de reboque da UFSC.

Parâmetro	Escala	Faixa de atuação
V_s	Real	2 – 16 nós ¹⁸
L_s	Real	30 – 100 m
$T_{\text{onda, real}}$	Real	2 – 12 s
L_m	Reduzida	0,5 – 4 m

Fonte: Autora.

Tendo em vista as equações da seção 7.1, utilizou-se o programa *Mode Frontier* para o dimensionamento do tanque¹⁹. Nota-se que nenhuma equação para a boca do tanque foi abordada, sendo seus valores foram gerados de maneira aleatória. O objetivo desta etapa é encontrar um valor mínimo da boca do tanque que atenda a todas as restrições do projeto.

Os parâmetros de entrada foram aqueles que constam na Tabela 21 mais a aceleração da gravidade ($\cong 9,81 \text{ m/s}^2$), onde foram feitas várias combinações das faixas de atuação de cada parâmetro, utilizando os valores extremos, que são os casos críticos. Todas as condições iniciais dos testes realizados estão na Tabela 22. Os dados de saída se baseiam nos parâmetros contemplados na seção 7.1.

Tabela 22. Testes realizados para o dimensionamento do tanque de reboque

Teste	V_s	$T_{\text{onda, real}}$	L_s	L_m
1	2	2	100	4
2	16	2	100	4
3	2	12	100	4
4	2	2	30	4
5	2	2	100	0,5
6	16	12	100	4
7	16	2	30	4
8	16	2	100	0,5
9	2	12	30	4
10	2	12	100	0,5

¹⁸ 1 nó $\cong 0,5144 \text{ m/s}$.¹⁹ Todas as equações estão resumidas em uma tabela no Apêndice E.

11	2	2	30	0,5
12	16	2	30	0,5
13	16	12	30	0,5
14	2	12	30	0,5
15	16	12	100	0,5
16	16	12	30	4

Fonte: Autora.

Através da simulação no *Mode Frontier*, foi encontrado um valor mínimo de boca que atenda aos dezesseis testes (Tabela 22) e, com isso, obteve-se os valores dos outros parâmetros. Os resultados com os valores finais estão na Tabela 23.

Tabela 23. Resultado do dimensionamento do tanque de reboque.

Parâmetro	Descrição	Resultado
B_{tanque}	Boca do tanque	6,33 m
H_{tanque}	Profundidade do tanque ²⁰	3,66 m
$A_{\text{onda, modelo}}$	Amplitude de onda no tanque	0,642 m
V_m	Velocidade do modelo	3 m/s

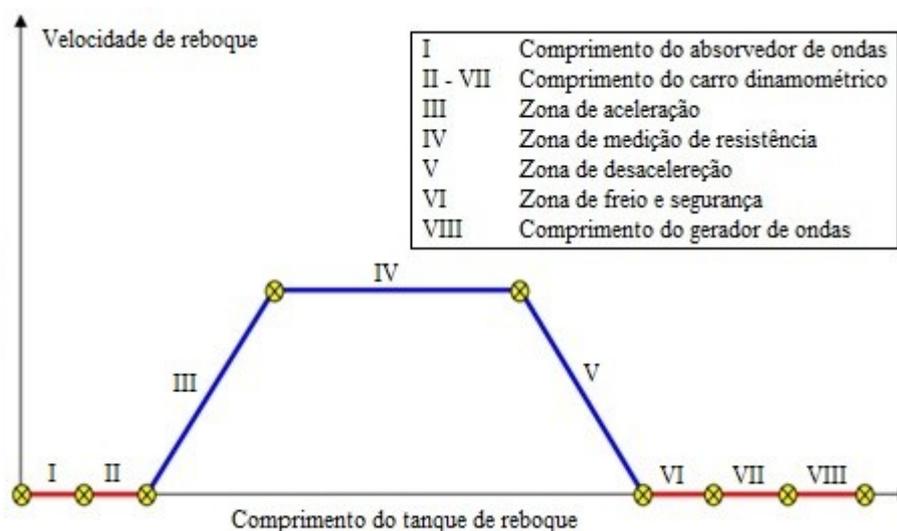
Fonte: Autora.

7.2.1. Comprimento do tanque de reboque

De acordo com Muñoz (2011, p. 74), o comprimento do tanque de reboque é dividido entre os comprimentos do absorvedor e do gerador de ondas, o tamanho do carro dinamométrico e as zonas de aceleração, de velocidade constante (medição da resistência), de desaceleração e de freio e segurança, como mostra a Figura 55.

²⁰ Este valor não está considerando a borda livre do tanque, que será calculada posteriormente, na seção 6.2.2.

Figura 55. Considerações a serem levadas para a determinação do comprimento do tanque de reboque.

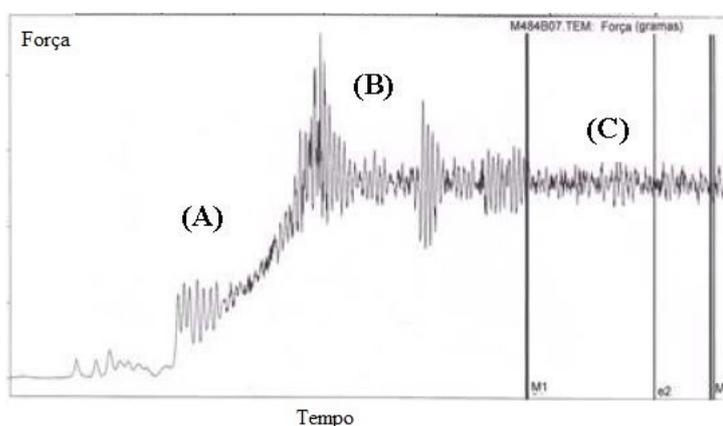


Fonte: Muñoz, 2011.

No entanto, não é apenas a zona de medição de resistência (zona de velocidade constante) que deve ser levada em consideração na determinação do comprimento do tanque de reboque. Ou seja, as etapas de um ensaio englobam desde a posição imóvel do carro dinamométrico, período de aceleração, estabilização do sinal (velocidade constante para medição) e frenagem.

De acordo com Muñoz (2011, p. 76), através de um ensaio no IPT, quando terminada a zona de aceleração do carro dinamométrico, ainda há oscilações na medição de força, até se estabilizar. A Figura 56 mostra este caso, onde a zona A representa a aceleração do carro dinamométrico, a zona B são as oscilações do sistema após cessada a aceleração e a zona C é a zona estável de medição de forças.

Figura 56. Diagrama de resistência ao avanço em função da força e tempo.



Fonte: Muñoz, 2011.

Já na zona de freio e segurança, deve-se ter um espaço adicional por questão de segurança dos equipamentos e do pessoal, caso haja uma falha no sistema de freio do carro dinamométrico. Com isso, é possível a aplicação de freio manual em um tempo suficiente para efetuar a parada em segurança.

Neste trabalho, o comprimento do tanque foi dividido entre zonas de aceleração, de velocidade constante e desaceleração.

7.2.1.1. Comprimento da zona de velocidade constante

Para obter resultados precisos em um ensaio de resistência ao avanço, a ITTC recomenda que o modelo encontre trinta ondas durante a zona de medição de resistência, de acordo com a equação (53).

$$L_{\text{constante}} = 30 \cdot T_{\text{encontro}} \cdot V_m \quad (53)$$

Onde:

$L_{\text{constante}}$ é o comprimento da zona do tanque de velocidade constante, em m;
 T_{encontro} é o período de encontro, em s;

Sendo o período de encontro calculado através da equação (54).

$$T_{\text{encontro}} = \frac{2\pi}{\omega_{\text{encontro}}} \quad (54)$$

A frequência de encontro foi retirada das condições dadas pela Tabela 21 e pela equação (41). Tal equação foi reescrita nesta seção para facilitar a análise:

$$\omega_{\text{encontro}} = \omega_{\text{onda, modelo}} + \frac{(\omega_{\text{onda, modelo}})^2 \cdot V_m}{g} \quad (55)$$

Sabe-se que a frequência da onda do modelo e a velocidade do modelo dependem do comprimento e da velocidade da embarcação a ser testada, do fator de escala e do período das ondas do mar (equações (42) e (43)). Analisando estes parâmetros de acordo com as condições dadas pela Tabela 21, buscou-se uma frequência de encontro que atendesse aos

requisitos de projeto. Esta etapa foi feita analiticamente, portanto, buscou-se um comprimento que esteja de acordo com a proposta de construção do tanque.

Os dados de entrada foram os valores críticos propostos (Tabela 21), ou seja:

$$V_s = 16 \text{ nós}$$

$$T_s = 12 \text{ s}$$

Utilizando um fator de escala igual a 16, resulta em uma velocidade do modelo de aproximadamente 2 m/s para a zona de medição de resistência.

O tamanho encontrado para a zona de velocidade constante foi de 128 metros.

7.2.1.2. Comprimento das zonas de aceleração e desaceleração

As zonas de aceleração e desaceleração foram baseadas em alguns tanques de reboque conhecidos. Na Tabela 24 estão as acelerações do carro dinamométrico de alguns tanques de reboque da ITTC. Estes dados serão utilizados como referência para o cálculo das zonas de aceleração e desaceleração do tanque.

Tabela 24. Características de carros dinamométricos da ITTC.

Organização	País	Velocidade máxima [m/s]	Aceleração [m/s²]
<i>MARINTEK</i>	Noruega	8	1
<i>Indian Institute of Technology Madras Department of Naval Architecture</i>	Índia	5	0,3
<i>University of Ghent Department of Applied Mechanics Naval Architecture</i>	Bélgica	2	0,4
<i>Brodarski Institute</i>	Croácia	14	1
<i>Canal de Experiencias Hidrodinâmicas De El Pardo</i>	Espanha	10	1
<i>Australian Maritime College</i>	Austrália	4,6	-
<i>Osaka University</i>	Japão	3,5	-

Fonte: Muñoz (2011), adaptado pela autora.

Para o comprimento da zona de aceleração e desaceleração, por questão de segurança, utilizou-se uma velocidade crítica do modelo de 3 m/s, que foi o máximo encontrado nos dezesseis testes realizados para o dimensionamento do tanque de reboque, estando dentro da faixa de velocidades utilizadas pelos carros dinamométricos da ITTC. A aceleração do carro foi baseada nas acelerações dos tanques de reboque da Tabela 24, ou seja, utilizou-se um valor aproximado de 0,4 m/s.

Com isso, o comprimento da zona de aceleração foi encontrado pela equação de Torricelli, ou seja:

$$L_{\text{aceleração}} = \frac{V_m^2}{2a} \quad (56)$$

Onde:

$L_{\text{aceleração}}$ é o comprimento da zona de aceleração, em metros;
 a é a aceleração do carro dinamométrico, em m/s²

O comprimento da zona de aceleração, para uma velocidade do modelo de 3 m/s e aceleração de 0,4 m/s, é de 11,25 metros.

Como, geralmente, a taxa de desaceleração é maior que a de aceleração, portanto, por questão de segurança, o comprimento da zona de desaceleração foi considerado o mesmo que o da zona de aceleração.

7.2.1.3. Comprimento total do tanque

De acordo com o que foi comentado no início desta seção, o comprimento total do tanque pode ser compreendido como sendo a soma das zonas de aceleração, velocidade constante e desaceleração. Ou seja:

$$L_{\text{tanque}} = L_{\text{aceleração}} + L_{\text{constante}} + L_{\text{desaceleração}} \quad (57)$$

Onde:

$L_{\text{desaceleração}}$ é o comprimento da zona de desaceleração, em metros;

Substituindo os valores encontrados nas seções 6.2.1.1 e 6.2.1.2, tem-se um comprimento total do tanque de aproximadamente 150 metros.

7.2.2. Borda livre

A borda livre no tanque reboque é a distância vertical entre a linha d'água e extremidade superior do tanque. Para o cálculo deste parâmetro, a ITTC considera uma declividade de onda medida experimentalmente em ensaios de tanque de reboque, de acordo com a equação (58).

$$\text{Borda livre} = 0,15 \cdot L_{\text{onda, modelo}} = 0,15 \cdot \left(\frac{2\pi g}{\omega_{\text{onda, modelo}}^2} \right) \quad (58)$$

De acordo com o que foi visto na seção 7.1.5, um dos requisitos do projeto do tanque de reboque é que o período das ondas produzidas no tanque não devem ultrapassar de 2,5 segundos, sendo este valor considerado extremo para o cálculo da borda livre. No entanto, para um período de ondas no tanque de 2,5 segundos, tem-se uma frequência de ondas de 2,51 rad/s (equação (42)). Com isso, o valor encontrado de borda livre é de 0,99 metros, ou, aproximadamente, 1 metro.

7.3. RESULTADOS DO DIMENSIONAMENTO DO TANQUE

Na Tabela 25 estão todos os resultados referentes ao dimensionamento do tanque de reboque.

Tabela 25. Análise estrutural do tanque proposto.

Boca	Calado	Comprimento	Borda livre
6,33 m	3,66 m	150 m	1 m

Fonte: Autora.

8. CONCLUSÕES

O presente trabalho apresenta um estudo para o dimensionamento de um tanque de reboque didático fabricado em aço.

Em se tratando de uma estrutura fabricada em aço e sujeita a forças excitatórias (geração de ondas e arrasto de modelos) é imprescindível uma análise modal (estudo das frequências naturais de vibração), buscando minimizar efeitos de vibração que podem influenciar nos resultados obtidos além de causar fadiga da estrutura.

Antes de analisar os modos de vibração da estrutura como um todo foi realizado um estudo dos elementos fundamentais (vigas e placas) que constituem a estrutura do tanque, buscando validar o procedimento de análise utilizado. Na análise computacional destes elementos as respostas se mostraram eficazes, ou seja, bem próximas das respostas obtidas utilizando modelos analíticos clássicos disponíveis na literatura referenciada.

Através das simulações computacionais, notou-se que os parâmetros do tanque que mais influenciaram nas frequências naturais de vibração da estrutura foram o comprimento, a espessura das paredes e a profundidade. Destaca-se que, enquanto o aumento do comprimento e da profundidade resulta em uma redução das frequências naturais, o aumento da espessura resulta em um aumento de tais frequências.

Além disso, se a parte inferior externa do tanque for considerada fixa ao chão (engastada), observa-se que as vibrações predominantes se encontram nas paredes. Neste caso, estas vibrações podem ser representadas através de elementos de placas finas, explicando o porquê da influência de tais parâmetros.

Sabe-se que a fabricação de navios e outras estruturas de grande porte envolve unidades de chapas de aço. Tais chapas devem ter espessura suficiente para suportar determinadas cargas. Com isso, buscando menores custos de material e fabricação, a solução empregada para atender aos requisitos de espessura é o enrijecimento das chapas através de reforçadores ortogonais. Portanto, foram realizadas simulações computacionais do tanque de reboque com reforçadores transversais, resultando em um aumento na rigidez global do tanque, como o esperado.

Os parâmetros dos reforçadores também influenciaram nas frequências de vibração da estrutura, ou seja, a diminuição da distância entre reforçadores e o aumento da altura da alma, resulta em um aumento nas frequências naturais.

Para a determinação das dimensões do tanque de reboque buscou-se um tamanho de tanque mínimo que tivesse a capacidade de realizar os ensaios pretendidos, afinal, tanques de grandes dimensões representam elevados custos operacionais e de manutenção. A análise realizada determinou que o menor tanque capaz de atender a matriz de ensaios planejada possui 3.7 metros de calado, 1.0 metro de borda livre, 6.4 metros de largura e 150 metros de comprimento.

Como recomendação para trabalho futuro, deve-se empregar o procedimento apresentado neste trabalho para a determinação do projeto estrutural do tanque dimensionado que possua a menor probabilidade de vibração nas frequências de excitação ocorrentes durante os ensaios realizados.

REFERÊNCIAS

AUGUSTO, Oscar Brito. **A estrutura terciária do navio**: Introdução à teoria de placas. 2004. 51 p. Departamento de Engenharia Naval e Oceânica, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2004.

BAUER, Wolfgang; WESTFALL, Gary D.; DIAS, Helio. **Física para universitários**. Tradução de Manuel Almeida Andrade Neto; Trieste dos Santos Freire Ricci; Iuri Duquia Abreu. São Paulo, SP: Mc-Graw Hill, 2013.

CALIL, Luís Fernando Peres; TANCREDI, Thiago Pontin; FUJARRA, André Luís Condino. **Tanque de Provas da UFSC Campus Joinville**: Projeto básico. Centro de Engenharias da Mobilidade, Universidade Federal de Santa Catarina. Joinville, 2014.

FILHO, Luiz A. C. Moniz de Aragão. **Curso de Análise Modal de Estruturas**. Notas de aula. Disponível em < <http://aquarius.ime.eb.br/~moniz/pdf/matr01.pdf> >. Acesso em: 14 maio. 2015.

FUJARRA, André Luís Condino. **Dinâmica de sistemas II**: Material de apoio. 124 p. Departamento de Engenharia Naval e Oceânica, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2009.

GARCIA, Edgard Enrique Mulford. **Procedimento para determinação experimental de carregamentos externos para o projeto estrutural de uma plataforma semi-submersível**. 195 p. Dissertação (Mestrado) Programa de Pós-Graduação em Engenharia Naval e Oceânica, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2014.

GONÇALVES, Rogério Sales; CARVALHO, João Carlos Mendes. **Estudo da rigidez de sistemas multicorpos**. In: 17º SIMPÓSIO DE PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA. Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia, MG.

HIBBELER, R. C. **Resistência dos materiais**. Tradução de Arlete Smille Marques. 7. ed. São Paulo, SP: Pearson, 2009.

INMAN, Daniel J. **Engineering Vibration**. 2nd ed. New Jersey, NJ: Pearson Education International, 2001.

International Towing Tank Conference – 22nd International Towing Tank Conference, Recommended Procedure and Guidelines, **The Specialist Committee on Trials and Monitoring**, Seul e Xangai, 1999.

International Towing Tank Conference – 26th International Towing Tank Conference, Recommended Procedure and Guidelines, **Resistance Test**, Venice, 2011.

LEISSA, Arthur W. **Vibration of plates**. Ohio State University. Washington, DC: National Aeronautics and Space Administration, 1969.

LOGAN, Daryl L. **A first course in the finite element method**. 5th ed. United States of America. USA: Cengage Learning, 2012.

MUÑOZ, Jaime Miguel Mariano Saldarriaga. **Estudo da metodologia para o dimensionamento de um tanque de provas do tipo reboque**. 2011. 156 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Naval e Oceânica, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2011.

NABARRETE, Airton. **Vibrações em sistemas mecânicos**. 4. ed. Notas de aula. Centro Universitário da FEI. 2005.

PADOVEZI, Carlos Daher. **Projeto Especial de Propulsores de Embarcações Fluviais**. 15 p. Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo, São Paulo.

RAO, Singiresu. **Vibrações mecânicas**. Tradução de Arlete Simille Marques. 4. ed. São Paulo, SP: Pearson Prentice Hall, 2008.

TIMOSHENKO, S.; WOINOWSKY-KRIEGER, S. **Theory of plates and shells**. 2nd ed. New York: McGraw-Hill, 1959.

UENO, Keizo; NAGAMATSU, Tetsuro. **Effect of restricted water on wave-making resistance**. 18 p. In: THE JAPAN SOCIETY OF NAVAL ARCHITECTS AND OCEAN ENGINEERS.

WEISS, James M. G. et al. **Projeto de Platform Supply Boats baseado em otimização multiobjetivo**. In: 25º CONGRESSO NACIONAL DE TRANSPORTE AQUAVIÁRIO, CONSTRUÇÃO NAVAL E OFFSHORE, 2014, Rio de Janeiro, RJ.

ZULETA, Wilson Toncel; CABRERA T., Jairo. **Design model of a hydrodynamic towing tank for Colombia**. Ship Science & Technology, v. 7, n. 14, 2014. Cartagena, Colombia.

**APÊNDICE A – Valores analíticos de frequência natural e deflexão de uma placa com
lados apoiados para diferentes razões "a/b"**

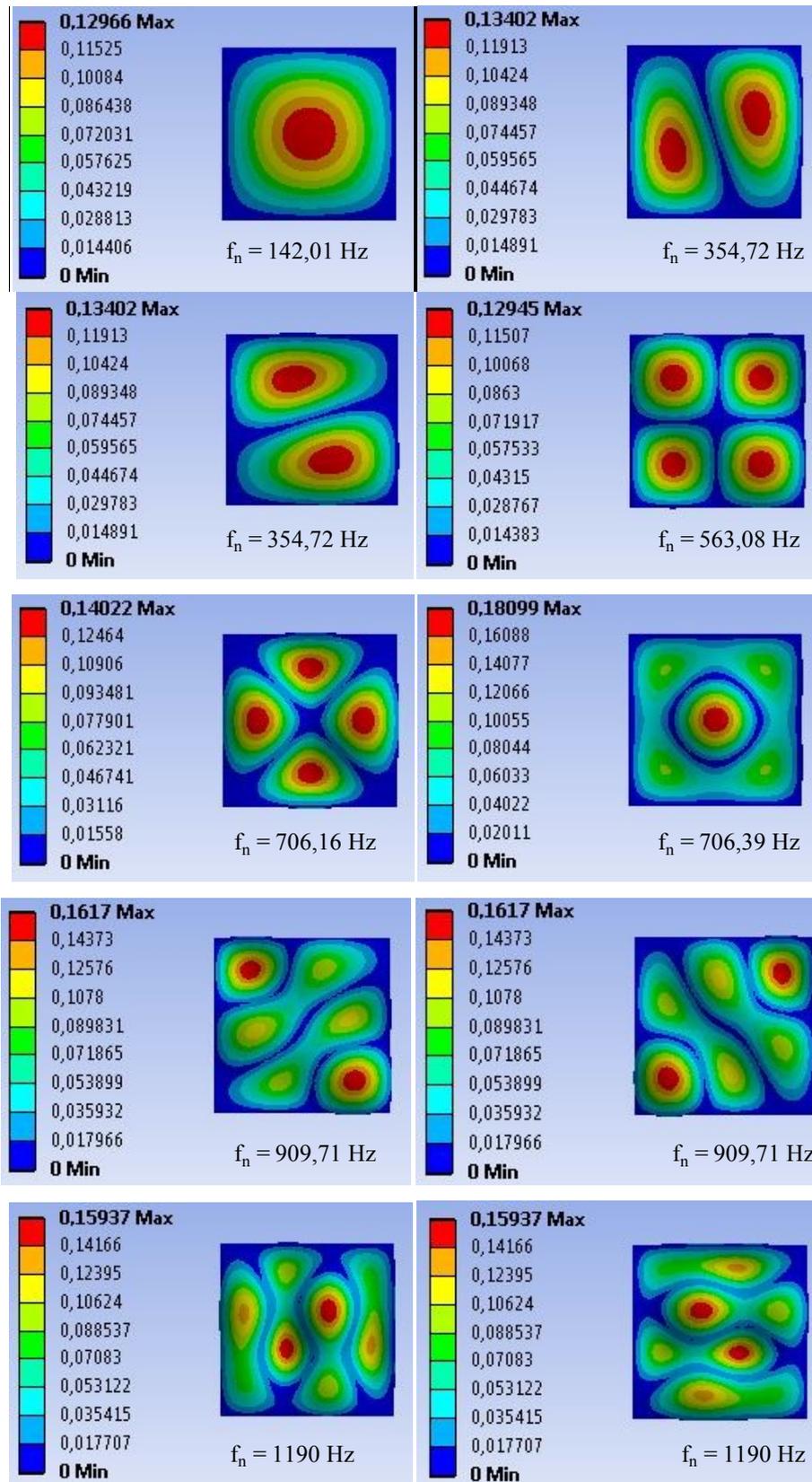
h = 0,05 m					
a [m]	b [m]	a/b	Timoshenko	Solução gráfica	Frequência natural
			w_{máx} [m]	w_{máx} [m]	f_n [Hz]
1	1	1	1,69x10 ⁻⁹	1,83x10 ⁻⁹	245,70
1,1	1	1,1	2,02x10 ⁻⁹	2,25x10 ⁻⁹	224,38
1,2	1	1,2	2,35x10 ⁻⁹	2,63x10 ⁻⁹	208,16
1,3	1	1,3	2,65x10 ⁻⁹	3,03x10 ⁻⁹	195,54
1,4	1	1,4	2,93x10 ⁻⁹	3,39x10 ⁻⁹	185,53
1,5	1	1,5	3,21x10 ⁻⁹	3,68x10 ⁻⁹	177,45
1,6	1	1,6	3,45x10 ⁻⁹	3,95x10 ⁻⁹	170,84
1,7	1	1,7	3,67x10 ⁻⁹	4,2x10 ⁻⁹	165,36
1,8	1	1,8	3,87x10 ⁻⁹	4,4x10 ⁻⁹	160,77
1,9	1	1,9	4,05x10 ⁻⁹	4,55x10 ⁻⁹	156,88
2	1	2	4,21x10 ⁻⁹	4,66x10 ⁻⁹	153,56

h = 0,1 m					
a [m]	b [m]	a/b	Timoshenko	Solução gráfica	Frequência natural
			w_{máx} [m]	w_{máx} [m]	f_n [Hz]
1	1	1	2,11x10 ⁻¹⁰	2,29x10 ⁻¹⁰	491,40
1,1	1	1,1	2,52x10 ⁻¹⁰	2,81x10 ⁻¹⁰	448,76
1,2	1	1,2	2,93x10 ⁻¹⁰	3,28x10 ⁻¹⁰	416,33
1,3	1	1,3	3,32x10 ⁻¹⁰	3,79x10 ⁻¹⁰	391,09
1,4	1	1,4	3,67x10 ⁻¹⁰	4,23x10 ⁻¹⁰	371,06
1,5	1	1,5	4,01x10 ⁻¹⁰	4,6x10 ⁻¹⁰	354,90
1,6	1	1,6	4,32x10 ⁻¹⁰	4,94x10 ⁻¹⁰	341,68
1,7	1	1,7	4,59x10 ⁻¹⁰	5,25x10 ⁻¹⁰	330,72
1,8	1	1,8	4,84x10 ⁻¹⁰	5,5x10 ⁻¹⁰	321,53
1,9	1	1,9	5,06x10 ⁻¹⁰	5,69x10 ⁻¹⁰	313,76
2	1	2	5,27x10 ⁻¹⁰	5,82x10 ⁻¹⁰	307,12

**APÊNDICE A – Valores analíticos de frequência natural e deflexão de uma placa com
lados apoiados para diferentes razões "a/b"**

h = 0,2 m					
a [m]	b [m]	a/b	Timoshenko	Solução gráfica	Frequência natural
			w_{máx} [m]	w_{máx} [m]	f_n [Hz]
1	1	1	2,64x10 ⁻¹¹	2,86x10 ⁻¹¹	982,80
1,1	1	1,1	3,15x10 ⁻¹¹	3,51x10 ⁻¹¹	897,52
1,2	1	1,2	3,67x10 ⁻¹¹	4,1x10 ⁻¹¹	832,65
1,3	1	1,3	4,15x10 ⁻¹¹	4,74x10 ⁻¹¹	782,17
1,4	1	1,4	4,58x10 ⁻¹¹	5,29x10 ⁻¹¹	742,12
1,5	1	1,5	5,02Ex10 ⁻¹¹	5,76x10 ⁻¹¹	709,80
1,6	1	1,6	5,4Ex10 ⁻¹¹	6,18x10 ⁻¹¹	683,35
1,7	1	1,7	5,74x10 ⁻¹¹	6,56x10 ⁻¹¹	661,44
1,8	1	1,8	6,05x10 ⁻¹¹	6,88x10 ⁻¹¹	643,07
1,9	1	1,9	6,33x10 ⁻¹¹	7,11x10 ⁻¹¹	627,52
2	1	2	6,58x10 ⁻¹¹	7,28x10 ⁻¹¹	614,25

APÊNDICE B – Dez primeiros modos de vibração de uma placa quadrada de espessura igual a 30 centímetros com lados apoiados



**APÊNDICE C – Valores analíticos de frequência natural e deflexão de uma placa com
lados engastados para diferentes razões "a/b"**

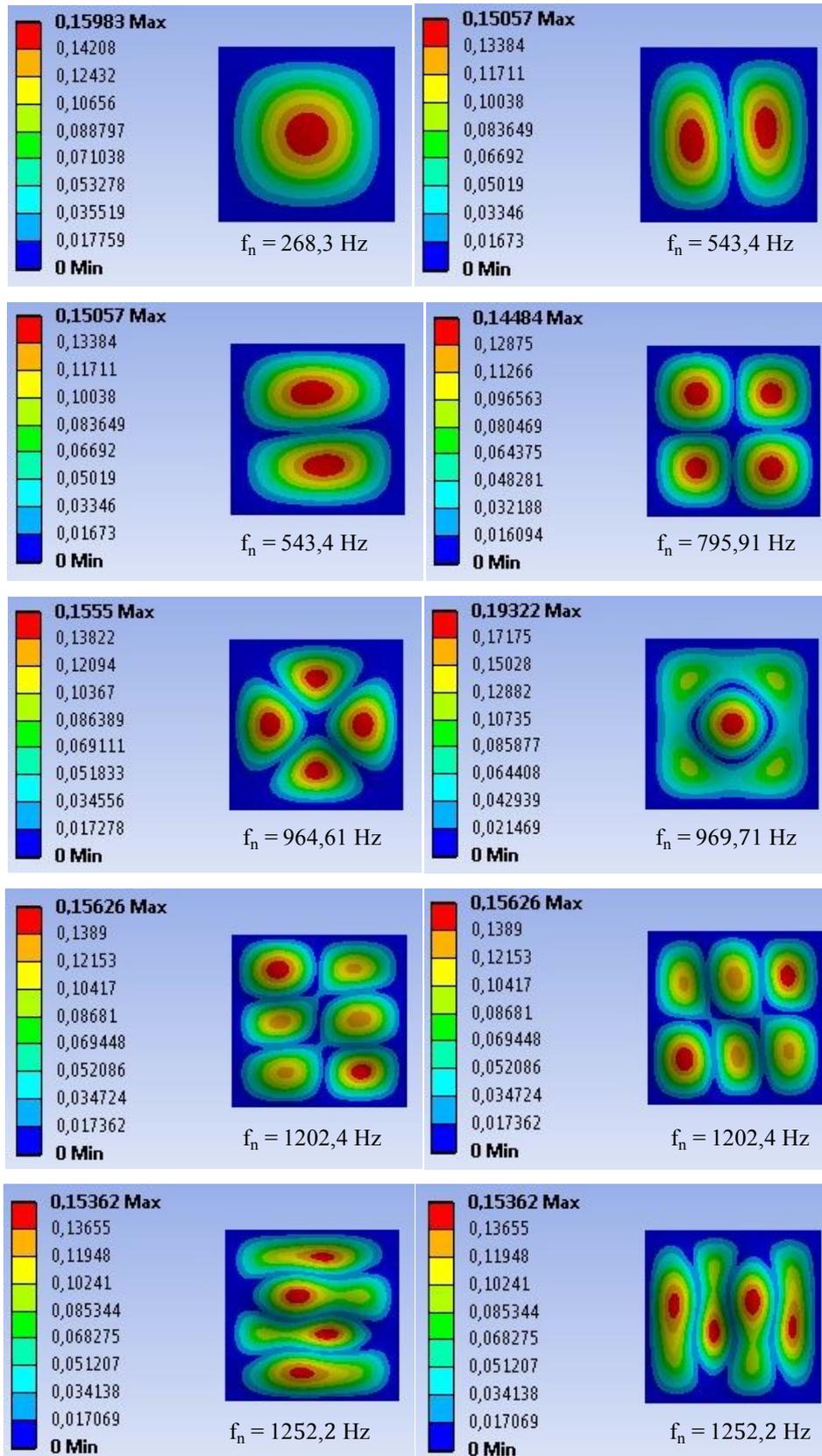
h = 0,05 m					
a [m]	b [m]	a/b	Timoshenko	Solução gráfica	Frequência natural
			w_{máx} [m]	w_{máx} [m]	f_n [Hz]
1	1	1	5,24x10 ⁻¹⁰	5,24x10 ⁻¹⁰	448,10
1,1	1	1,1	6,24x10 ⁻¹⁰	6,23x10 ⁻¹⁰	410,24
1,2	1	1,2	7,16x10 ⁻¹⁰	7,15x10 ⁻¹⁰	383,06
1,3	1	1,3	7,95x10 ⁻¹⁰	7,87x10 ⁻¹⁰	363,09
1,4	1	1,4	8,61x10 ⁻¹⁰	8,56x10 ⁻¹⁰	348,11
1,5	1	1,5	9,15x10 ⁻¹⁰	9,07x10 ⁻¹⁰	336,67
1,6	1	1,6	9,57x10 ⁻¹⁰	9,48x10 ⁻¹⁰	327,77
1,7	1	1,7	9,9x10 ⁻¹⁰	9,86x10 ⁻¹⁰	320,75
1,8	1	1,8	1,02x10 ⁻⁹	1,01x10 ⁻⁹	315,12
1,9	1	1,9	1,04x10 ⁻⁹	1,03x10 ⁻⁹	310,55
2	1	2	1,06x10 ⁻⁹	1,04x10 ⁻⁹	306,80

h = 0,1 m					
a [m]	b [m]	a/b	Timoshenko	Solução gráfica	Frequência natural
			w_{máx} [m]	w_{máx} [m]	f_n [Hz]
1	1	1	6,55x10 ⁻¹¹	6,55x10 ⁻¹¹	896,21
1,1	1	1,1	7,8x10 ⁻¹¹	7,79x10 ⁻¹¹	820,49
1,2	1	1,2	8,94x10 ⁻¹¹	8,87x10 ⁻¹¹	766,12
1,3	1	1,3	9,93x10 ⁻¹¹	9,83x10 ⁻¹¹	726,17
1,4	1	1,4	1,08x10 ⁻¹⁰	1,07x10 ⁻¹¹	696,22
1,5	1	1,5	1,14x10 ⁻¹⁰	1,13x10 ⁻¹¹	673,33
1,6	1	1,6	1,2x10 ⁻¹⁰	1,18x10 ⁻¹⁰	655,54
1,7	1	1,7	1,24x10 ⁻¹⁰	1,23x10 ⁻¹⁰	641,49
1,8	1	1,8	1,27x10 ⁻¹⁰	1,26x10 ⁻¹⁰	630,23
1,9	1	1,9	1,29x10 ⁻¹⁰	1,29x10 ⁻¹⁰	621,10
2	1	2	1,32x10 ⁻¹⁰	1,3x10 ⁻¹⁰	613,59

**APÊNDICE C – Valores analíticos de frequência natural e deflexão de uma placa com
lados engastados para diferentes razões "a/b"**

h = 0,2 m						
a [m]	b [m]	a/b	Timoshenko	Solução gráfica	Frequência natural	
			w_{máx} [m]	w_{máx} [m]	f_n [Hz]	
1	1	1	8,19x10 ⁻¹²	8,19x10 ⁻¹²	1792,42	
1,1	1	1,1	9,75x10 ⁻¹²	9,73x10 ⁻¹²	1640,98	
1,2	1	1,2	1,12x10 ⁻¹¹	1,11x10 ⁻¹¹	1532,23	
1,3	1	1,3	1,24x10 ⁻¹¹	1,23x10 ⁻¹¹	1452,35	
1,4	1	1,4	1,35x10 ⁻¹¹	1,34x10 ⁻¹¹	1392,44	
1,5	1	1,5	1,43x10 ⁻¹¹	1,42x10 ⁻¹¹	1346,67	
1,6	1	1,6	1,5x10 ⁻¹¹	1,48x10 ⁻¹¹	1311,08	
1,7	1	1,7	1,55x10 ⁻¹¹	1,54x10 ⁻¹¹	1282,98	
1,8	1	1,8	1,59x10 ⁻¹¹	1,57x10 ⁻¹¹	1260,47	
1,9	1	1,9	1,62x10 ⁻¹¹	1,61x10 ⁻¹¹	1242,20	
2	1	2	1,65x10 ⁻¹¹	1,63x10 ⁻¹¹	1227,19	

APÊNDICE D – Dez primeiros modos de vibração de uma placa quadrada de espessura igual a 30 centímetros com lados engastados



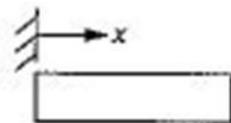
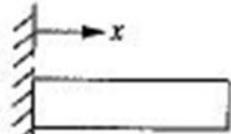
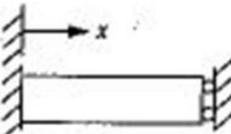
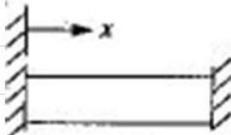
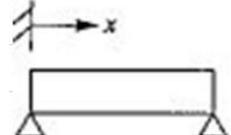
APÊNDICE E – Variáveis e restrições para o dimensionamento do tanque de reboque

Parâmetro	Equação	Restrição
Fator de escala	$\alpha = \frac{L_s}{L_m}$	-
Número de Froude	$F_r = \frac{V_m}{\sqrt{g \cdot L_m}}$	$F_r < 0,7$
Boca do modelo	$B_m = \frac{L_m}{3,5}$	-
Calado do modelo	$H_m = \frac{L_m}{8,5}$	-
Área da seção transversal do modelo	$A_{x,m} = B_m \cdot H_m$	-
Período de ondas no tanque	$T_{\text{onda, modelo}} = \frac{T_{\text{onda, real}}}{\sqrt{\alpha}}$	$0,5 < T_{\text{onda, modelo}} < 2,5^{21}$
Frequência das ondas no tanque	$\omega_{\text{onda, modelo}} = \frac{2\pi}{T_{\text{onda, modelo}}}$	-
Comprimento da onda no tanque	$L_{\text{onda, modelo}} = \frac{2\pi g}{(\omega_{\text{onda, modelo}})^2}$	-
Velocidade crítica do modelo	$V_{\text{crit}} = \left(\frac{g}{2 \cdot \omega_{\text{onda, modelo}}} \right) \cdot \sqrt{1 + 2 \frac{L_m}{B_{\text{tanque}}}} - 1$	-
Velocidade do modelo	$V_m = \frac{0,5144 \cdot V_s}{\sqrt{\alpha}}$	$V_m > V_{\text{crit}}$
Profundidade do tanque	$H_{\text{tanque}} = \frac{B_{\text{tanque}}}{2} + 0,5$	$H_{\text{tanque}} > 3 \cdot \sqrt{B_m \cdot H_m}$ e $H_{\text{tanque}} > \frac{2,75 \cdot V_m^2}{g}$

²¹ Restrição devido ao gerador de ondas.

Boca do tanque	Dimensão variável: encontrada com base nas restrições de projeto.	$B_{\text{tanque}} > \frac{3}{2}L_m$
Froude de profundidade do modelo	$F_{rh} = \frac{V_m}{\sqrt{g \cdot H_{\text{tanque}}}}$	-
Área da seção transversal do tanque	$A_{x,\text{tanque}} = B_{\text{tanque}} \cdot H_{\text{tanque}}$	-
Amplitude de ondas do modelo	$A_{\text{onda, modelo}} = \frac{L_{\text{onda, modelo}}}{14}$	-
Frequência de encontro	$\omega_{\text{encontro}} = \omega_{\text{onda, modelo}} + \frac{(\omega_{\text{onda, modelo}})^2 \cdot V_m}{g}$	-
Blocagem vertical	$\frac{\Delta V_v}{V} = 0,67 \cdot \left(\frac{A_{x_m}}{A_{x_{\text{tanque}}}} \right) \cdot \left(\frac{L_m}{B_{\text{tanque}}} \right)^{0,75} \cdot \frac{1}{(1 - F_{rh}^2)}$	$\frac{\Delta V_v}{V} < 0,02$
Blocagem lateral	$\frac{\Delta V_L}{V} = 1,1 \cdot \left(\frac{A_{x_m}}{A_{x_{\text{tanque}}}} \right) \cdot \left(\frac{L_m}{B_{\text{tanque}}} \right)^{0,75}$	$\frac{\Delta V_L}{V} < 0,02$

ANEXO A – Condições de contorno de vigas sujeitas a vibrações transversais

Condição	Configuração	n	$\beta_n L$
Livre-livre		1	4,73004074
		2	7,85320462
		3	10,9956078
		4	14,1371655
		5	17,2787597
		n > 5	$\frac{(2n + 1)\pi}{2}$
Engastada - livre		1	1,87510407
		2	4,69409113
		3	7,85475744
		4	10,99554073
		5	14,13716839
		n > 5	$\frac{(2n + 1)\pi}{2}$
Engastada - apoiada		1	3,92660231
		2	7,06858275
		3	10,21017612
		4	13,35176878
		5	16,49336143
		n > 5	$\frac{(4n + 1)\pi}{4}$
Engastada - rolete		1	2,36502037
		2	5,49780392
		3	8,63937983
		4	11,78097245
		5	14,92256510
		n > 5	$\frac{(4n + 1)\pi}{4}$
Bi-engastada		1	4,73004074
		2	7,85320462
		3	10,9956078
		4	14,1371655
		5	17,2787597
		n > 5	$\frac{(2n + 1)\pi}{2}$
Bi-apoiada		-	$n\pi$

Fonte: Inman (2001)