

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

Daniel Alejandro Ponce Saldías

**MODELAGEM DA ARTICULAÇÃO DO JOELHO HUMANO
VISANDO APOIO AO PLANEJAMENTO PRÉ-OPERATÓRIO**

Florianópolis

2014

Daniel Alejandro Ponce Saldías

**MODELAGEM DA ARTICULAÇÃO DO JOELHO HUMANO
VISANDO APOIO AO PLANEJAMENTO PRÉ-OPERATÓRIO**

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Mecânica para a obtenção
do Grau de Doutor em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Daniel Martins, Dr. Eng.

Coorientador: Prof. Carlos Rodrigo de Mello
Roesler, Dr. Eng.

Florianópolis

2014

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Ponce Saldias, Daniel Alejandro

Modelagem da articulação do joelho humano visando apoio ao planejamento pré-operatório / Daniel Alejandro Ponce Saldias ; orientador, Daniel Martins ; coorientador, Carlos Rodrigo de Mello Roesler. - Florianópolis, SC, 2014. 258 p.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Inclui referências

1. Engenharia mecânica. 2. Biomecânica. 3. Modelagem computacional do joelho. 4. Método de Davies. 5. Otimização. I. Martins, Daniel. II. de Mello Roesler, Carlos Rodrigo. III. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. IV. Título.

Daniel Alejandro Ponce Saldías

**MODELAGEM DA ARTICULAÇÃO DO JOELHO HUMANO
VISANDO APOIO AO PLANEJAMENTO PRÉ-OPERATÓRIO**

Esta Tese foi julgada aprovada para a obtenção do Título de “Doutor em Engenharia Mecânica”, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Florianópolis, 25 de junho 2014.

Prof. Armando Albertazzi Gonçalves Jr. Dr. Eng.
Coordenador do Curso

Prof. Daniel Martins, Dr. Eng.
Orientador

Prof. Carlos Rodrigo de Mello Roesler, Dr. Eng.
Coorientador

Banca Examinadora:

Prof. Daniel Martins, Dr. Eng.
Universidade Federal de Santa Catarina
Presidente

Prof. Luciano Luporini Menegaldo, Dr. Eng.
Universidade Federal do Rio de Janeiro

Banca Examinadora (continuação):

Prof. Arturo Forner-Cordero, Dr. Eng.
Universidade de São Paulo

Prof. Aníbal Alexandre Campos Bonilla, Dr. Eng.
Universidade do Estado de Santa Catarina

Prof. Henrique Simas, Dr. Eng.
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Eduardo Alberto Fancello, Dr. Eng.
Universidade Federal de Santa Catarina

A minha família e a Thalita.

AGRADECIMENTOS

À CAPES pelo apoio financeiro e a pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina, PósMec.

Ao Professor Daniel Martins pelo respeito e amizade. A sua valiosa orientação me permitiu crescer como pesquisador e acadêmico.

Ao Professor Rodrigo Roesler pelas sugestões e conversações, que sempre foram motivadoras e tiveram um efeito positivo sobre mim e meus trabalhos.

Aos meus pais e irmão, sempre presentes durante as horas mais difíceis.

À Thalita, pela constante alegria e paciência, principalmente nos tempos turbulentos de final de doutorado.

À todos meus colegas e amigos pela companhia e parceria no percurso do doutorado.

À Deus, fonte de toda fortaleza e sabedoria.

RESUMO

A articulação do joelho humano é submetida a uma elevada demanda no desempenho da sua função biomecânica e lesões são frequentes. A ruptura do ligamento cruzado anterior (LCA) é a lesão mais comum do joelho humano e proporciona importante instabilidade ao joelho, diminuição da habilidade funcional, além da degeneração dos meniscos e da cartilagem articular adjacente. Lesões ligamentares e problemas na cartilagem articular são problemas tratados cirurgicamente com a utilização de enxertos substitutos dos ligamentos, no caso da reconstrução ligamentar, ou utilizando próteses no caso de artrose.

Os tratamentos de lesões no joelho envolvem o ato operatório, protocolos de fisioterapia e reeducação do paciente para recuperar as habilidades funcionais. Para a intervenção cirúrgica, cabe ao cirurgião ortopedista planejar a cirurgia de modo a obter melhores resultados no pós-operatório. O planejamento pré-operatório é um passo crítico na seleção da técnica cirúrgica e definição de parâmetros a serem empregados na cirurgia de cada paciente e, assim, pode afetar diretamente os resultados da cirurgia.

Para obter um planejamento pré-operatório adequado, o médico ortopedista precisa conhecer exatamente o problema a resolver, as possíveis soluções cirúrgicas e as consequências esperadas para cada solução.

Na presente tese é proposta uma metodologia para a modelagem mecânica computacional do joelho com base na teoria de mecanismos, método de Davies e otimização, com a finalidade apoiar ao planejamento pré-operatório, auxiliando ao cirurgião ortopedista na decisão médica com informações objetivas simuladas pelo modelo.

A metodologia proposta apresenta contribuições inéditas e vantagens em relação às atuais técnicas de modelagem do joelho humano, baseadas em teoria de mecanismos, tais como: a abordagem sequencial da modelagem mecânica preliminar, a realização completa do movimento, o uso de álgebra de quatérnions, a otimização geométrica por Evolução Diferencial, a aplicação do método de Davies, o cálculo da força *in situ* no LCA e a facilidade para interpretação de resultados de força quando aplicadas variações nas cargas externas e nas posições de ligamentos ou enxertos.

A metodologia proposta tem aplicação na estimação de forças internas do joelho, na reconstrução de superfícies articulares, no projeto de próteses e síntese de órteses, apresentando ênfase no projeto de reconstrução de ligamentos.

Palavras-chave: Biomecânica, Modelagem computacional do joelho, Planejamento pré-operatório, Mecanismos, Método de Davies, Otimização.

ABSTRACT

The human knee joint is subjected to a high demand when performing its biomechanical function and is a place where injuries are frequent. Rupture of the anterior cruciate ligament (ACL) is the most common injury of the human knee and causes great instability, decreased functional ability as well as degeneration of the menisci and adjacent articular cartilage. Cartilage problems and ligament injuries are treated surgically using grafts in replacement of the ligaments, in case of ligament reconstruction, or using prosthesis, in case of arthrosis.

The surgical treatment for injuries involves the knee joint surgery, physiotherapy and rehabilitation procedures to restore the patient's functional abilities of the knee.

For the surgery, the orthopedic surgeon must plan the surgery in order to obtain better results postoperatively. The preoperative planning is a critical step in selecting the surgical technique and definition of parameters to be used in surgery for each patient and thus can directly affect the results of surgery.

For an appropriate preoperative planning, the orthopedic surgeon needs to know the exact problem to be solved, possible surgical solutions and the expected consequences for each solution.

This thesis propose a methodology for computational mechanical modeling of the knee based on the theory of mechanisms, the Davies method and optimization, in order to assist the preoperative planning and provide to the orthopedic surgeon objective information simulated by model that assist in medical decision making.

The proposed methodology presents novel contributions and advantages regarding current techniques for modeling the human knee, based on mechanisms theory, such as: the systematic approach of the preliminary modeling, the achievement of the complete movement of the knee, the use of quaternion algebra, the geometrical optimization by Differential Evolution, the application of the Davies' method, the calculation of the *in situ* force in the ACL and the easiness to interpretation of results when applied changes in external loads and positions of ligaments or grafts.

The proposed methodology is applicable for the estimation of internal forces of the knee, reconstruction of articular surfaces, prosthetic design and knee brace synthesis, with an emphasis on ligament reconstruction.

Keywords: Biomechanics, computational modeling of the knee, preoperative planning, Mechanisms, Davies method, Optimization.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1	Principais aspectos de um planejamento pré-operatório satisfatório, baseado em (SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2010; OLANLOKUN; WILLS, 2002; SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2011b).	36
Figura 1.2	Esquema de estudo biomecânico integrado, como futuro da biomecânica, baseado em (WOO et al., 2006, 2006a).	38
Figura 2.1	Planos anatômicos do corpo humano. Adaptado de Pavan (2010).	48
Figura 2.2	Eixos anatômicos e posições relativas. Adaptado de (HAMILL; KNUTZEN, 2009).	49
Figura 2.3	Planos e eixos do joelho direito. Adaptado de (HAMILL; KNUTZEN, 2009; PAVAN, 2010).	50
Figura 2.4	Joelho direito com suas três articulações. Adaptado de (PUTZ et al., 2008; PAVAN, 2010).	50
Figura 2.5	Vista inferior da extremidade distal do fêmur direito. Adaptado de (PUTZ et al., 2008; PAVAN, 2010).	51
Figura 2.6	Vista lateral da extremidade distal do fêmur direito. Adaptado de (PUTZ et al., 2008; PAVAN, 2010).	51
Figura 2.7	Vista frontal da extremidade proximal da tíbia direita. Adaptado de (PUTZ et al., 2008).	52
Figura 2.8	Vista superior da extremidade proximal da tíbia direita. Adaptado de (PUTZ et al., 2008).	52
Figura 2.9	Regiões de inserção dos ligamentos LCP, LCA e meniscos na tíbia direita. Adaptado de (NETTER, 1996).	53
Figura 2.10	Vista anterior e posterior da patela.	53
Figura 2.11	Músculos anteriores da perna: superiores e inferiores, modificado de (PUTZ et al., 2008; PAVAN, 2010).	55
Figura 2.12	Músculos extensores do joelho: quatro corpos musculares que formam o quadríceps femoral, modificado de (PUTZ et al., 2008; KAPANDJI et al., 2000; PAVAN, 2010).	56
Figura 2.13	Músculos flexores do joelho ou ísquio-tibiais, adaptado de (PUTZ et al., 2008; KAPANDJI et al., 2000; PAVAN, 2010).	57
Figura 2.14	Músculos rotadores internos (RI) e externos (RE) do joelho, adaptado de (KAPANDJI et al., 2000).	59

Figura 2.15	Músculos adutores do joelho. Na esquerda: vista anterior adutor curto (AC). Na direita: vista anterior e posterior do adutor magno (ADM). Adaptado de (NETTER, 1996).	60
Figura 2.16	Vista lateral (com tecido muscular) e posterior (sem tecido muscular) da cápsula ligamentar do joelho. Adaptado de (NETTER, 1996).	60
Figura 2.17	Vista anterior e posterior dos ligamentos colaterais e cruzados do joelho direito. Adaptado de (NETTER, 1996).	61
Figura 2.18	Vista anterior da articulação aberta do joelho direito semiflexionado. Podem se ver os meniscos, os platôs tibiais e os côndilos femorais. Adaptado de (NETTER, 1996).	62
Figura 2.19	Analogia da geometria do menisco, intersectando um cilindro (C) entre uma esfera (F) e um plano (P). Adaptado de (KAPANDJI et al., 2000).	63
Figura 2.20	Borda externa e interna do menisco, no corte sagital do joelho. Adaptado de (NETTER, 1996).	64
Figura 2.21	Vista superior interna dos meniscos. Adaptado de (NETTER, 1996).	64
Figura 2.22	Três translações e três rotações do joelho.	65
Figura 2.23	Movimentos do joelho: a) movimentação ativa e b) movimentação passiva.	66
Figura 2.24	Movimento <i>screw-home</i>	67
Figura 2.25	Movimento <i>rollback</i>	67
Figura 2.26	Tendão patelar (BPTB) utilizado como enxerto para substituição do LCA. Adaptado de (INSTITUTE, 2010).	70
Figura 2.27	Tendões semitendinoso e grácil utilizados como enxertos (QSTG) para substituição do LCA. Adaptado de (KIRITSIS, 2001).	70
Figura 2.28	Tendão do quadríceps utilizado como enxerto para substituição do LCA. Adaptado de (NETTER, 1996).	70
Figura 2.29	Artroscopia do joelho. Adaptado de (GOLLOGLY et al., 2011).	71
Figura 2.30	Remoção do LCA lesado. Adaptado de (GOLLOGLY et al., 2011).	71
Figura 2.31	Túneis são realizados no joelho e posteriormente o enxerto é fixado. Adaptado de (GOLLOGLY et al., 2011).	72
Figura 2.32	Sequência lógica dos fatores a ser considerados na reconstrução do LCA em ordem a obter um resultado satisfatório. Adaptado de (WOO et al., 2006a).	73

Figura 2.33	Posições das 10 e 11 horas do relógio para ser realizado o túnel femoral no joelho direito.	75
Figura 2.34	Determinação da posição e orientação do túnel tibial usando o instrumento <i>Acuflex director</i> . Modificado de (PLAWESKI, 2009).	76
Figura 2.35	Parafusos de interferência no joelho esquerdo. Adaptado de (MEDICAL, 2012).	76
Figura 2.36	Fixação com botão do enxerto: <i>Endobutton and endotape</i> . Adaptado de (SPORTKLINIK, 2012).	78
Figura 2.37	Fixação de pino transverso. Adaptado de (WILLIAMSIII et al., 2004)	78
Figura 2.38	De esquerda a direita: a) LCA com a banda anteromedial (AM) e posterolateral (PL); b) técnica de reconstrução de banda única; c) técnica de reconstrução de banda dupla. Adaptado de (KORDAY, 2010).	80
Figura 3.1	a) Plataforma de <i>Stewart-Gough</i> (6 – <i>DOF</i>), adaptada de Tsai (1999). b) Plataforma paralela de 1 – <i>DOF</i> , adaptada de Sancisi e Parenti-Castelli (2011b)	85
Figura 3.2	Mecanismo de Orientação Espacial ou <i>Spatial Orientation Mechanism</i> . Adaptado de (TSAI, 1999).	91
Figura 3.3	Mecanismo de busca da Evolução Diferencial. Adaptado de Storn e Price (1997) e Weihmann (2011).	94
Figura 3.4	Mecanismo de geração do vetor teste na Evolução Diferencial. Adaptado de Storn e Price (1997) e Weihmann (2011).	95
Figura 3.5	Heliforça de um corpo rígido (CAMPOS, 2004).	99
Figura 4.1	Mecanismo de quatro barras superposto no plano sagital do joelho esquerdo. Modificado de (O’CONNOR et al., 1989).	106
Figura 4.2	Valores experimentais e valores simulados para a força <i>in situ</i> no LCA (PONCE-SALDIAS et al., 2013).	108
Figura 4.3	Seis movimentos do joelho (JUNIOR et al., 2009).	109
Figura 4.4	Primeira modelagem de joelho baseado em mecanismos paralelos (WILSON, 1995; WILSON; O’CONNOR, 1997; FEIKES, 1999). Esquerda: Esboço do joelho humano direito com a sobreposição do mecanismo. Direita: mecanismo paralelo equivalente <i>ESM-1</i>	110
Figura 4.5	Modelagem cinemática M1 (WILSON et al., 1998): os contatos entre esferas e superfícies planas do ESM-1 foram substituídas por juntas esféricas e pares prismáticos.	111

Figura 4.6	Mecanismo paralelo ESM-2 (PARENTI-CASTELLI; DI-GREGORIO, 2000): os contatos condilares foram assumidos como o contato entre esferas.	112
Figura 4.7	Mecanismo paralelo ESM-3 (FEIKES, 1999; PARENTI-CASTELLI; DI-GREGORIO, 2000; DI-GREGORIO; PARENTI-CASTELLI, 2003): os c�ndilos foram representados como superfícies complexas.	113
Figura 4.8	Aplica�o do mecanismo paralelo ESM-3 (FEIKES, 1999; PARENTI-CASTELLI; DI-GREGORIO, 2000; DI-GREGORIO; PARENTI-CASTELLI, 2003): os c�ndilos foram representados como superfícies parametrizadas por esferas e elipsóides.	114
Figura 4.9	Traj�t�ria de rota�o interno-externa e abdu�o-adu�o dos modelos ESM-1, ESM-2 e ESM-3, em rela�o a uma trajetória de um joelho real (exp. data) (OTTOBONI et al., 2005a).	114
Figura 4.10	Mecanismo paralelo 1-DOF 5-5 (SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2010).	115
Figura 4.11	Processo de modelagem cinemática do modelo proposto por Sancisi e Parenti-Castelli (2010).	119
Figura 4.12	Mecanismo paralelo como punho esférico denominado SPM (SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2010; SANCISI et al., 2011).	120
Figura 4.13	Orienta�o do f�mur em rela�o � tíbia (SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2010). Linha de pontos= dados experimentais; linha tracejado= 1-DOF 5-5; linha cont�nua= SPM.	120
Figura 4.14	Posi�o do f�mur em rela�o � tíbia (SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2010). Linha de pontos= dados experimentais; linha tracejado= 1-DOF 5-5; linha cont�nua= SPM.	121
Figura 5.1	Metodologia proposta para modelagem cinemática e estática do joelho, constituído por 4 etapas sequenciais.	126
Figura 5.2	Aproxima�o sequencial para obten�o do modelo mecânico preliminar do joelho.	128
Figura 5.3	Se�o experimental: a) Digitaliza�o por nuvem de pontos, b) Determina�o dos <i>domínios de busca</i> e c) Determina�o dos <i>parâmetros geométricos (PG)</i>	130
Figura 5.4	Superfícies condilares e áreas de inser�o ligamentar capturados como nuvem de pontos. X_t , Y_t e Z_t s�o os eixos coordenados em rela�o ao sistema de referência tibial S_t	131

Figura 5.5	Domínio de busca para: a) côndilos femorais e b) côndilos tibiais.	132
Figura 5.6	Domínio de busca para as áreas de inserção ligamentar (baseado em dados experimentais de Parenti-Castelli e Sancisi (2013)).	133
Figura 5.7	<i>Parâmetros geométricos PG</i> : A_i , B_i e L_i ($i = 1, \dots, 5$). As coordenadas de A_i têm referência em S_t , e as coordenadas de B_i têm referência em S_f	134
Figura 5.8	<i>Parâmetros cinemáticos experimentais PC*</i> obtidos por sistema opto-eletrônico, onde p e v correspondem respectivamente à posição e orientação da postura instantânea do fêmur em relação à tibia; e m é o número de capturas realizadas pelo sistema no percurso da flexão passiva.	137
Figura 5.9	Translações e rotações do joelho, seguindo a convenção proposta por Grood e Suntay (1983).	138
Figura 5.10	Processo de modelagem cinemática, onde o processo de quantificação do erro é similar ao proposto por Parenti-Castelli e Sancisi (2013).	141
Figura 5.11	Modelo mecânico preliminar provido dos <i>PG</i>	144
Figura 5.12	Processo para obtenção dos <i>PC</i> para uma postura do modelo.	145
Figura 5.13	Processo para obtenção dos <i>PC</i> para o movimento do modelo.	146
Figura 5.14	Processo de <i>Quantificação do Erro</i> para cada um das 12 posturas.	146
Figura 5.15	Orientação do fêmur em relação à tibia.	148
Figura 5.16	Posição do fêmur em relação à tibia.	149
Figura 5.17	Erro absoluto <i>EA</i> do movimento do modelo proposto.	150
Figura 5.18	Processo sequencial para modelagem estática composto de passos principais divididos em etapas.	155
Figura 5.19	Duas configurações para a descrição do movimento dos elementos anatômicos do joelho: a) com referência na tibia S_t e b) com referência no fêmur S_f	157
Figura 5.20	Rede de acoplamentos do modelo.	158
Figura 5.21	Grafo de acoplamentos G_C do modelo.	159
Figura 5.22	a) Procedimento experimental proposto por Woo et al. (1998, 2006b) para conhecer a força <i>in situ</i> . b) Modelagem estática do procedimento experimental.	160
Figura 5.23	Ações internalizadas nos acoplamentos do modelo proposto.	163

Figura 5.24	Grafo das ações G_A	164
Figura 5.25	Resultado da simulação: forcas nos elementos anatômicos do modelo proposto, devido a uma carga anterior tibial $\vec{F}_x = 110$ N, ao longo do movimento de flexão do joelho.	171
Figura 5.26	Resultado da simulação: forcas nos elementos anatômicos do modelo 1-DOF 5-5 devido a uma carga anterior tibial $\vec{F}_x = 110$ N, ao longo do movimento de flexão do joelho.	172
Figura 5.27	validação dos resultados da força <i>in situ</i> no LCA.	173
Figura 5.28	Validação dos resultados da força <i>in situ</i> no LCA considerando a variação da carga externa F1, ao longo la flexão do joelho: a) Resultados da metodologia proposta, b) Resultados experimentais (WOO et al., 1998).	174
Figura 5.29	Geometria da reconstrução do LCA (painéis A e B) e <i>Slip Ratio</i> para a posição 2 e 4 (painéis C e D) (ZATSIORSKY, 1998). A localização do enxerto no ponto 6 causaria graves lesões na tibia.	176
Figura 5.30	Variação da força <i>in situ</i> no enxerto de LCA em relação à posição de inserção: para o ponto 2 e para o ponto 6. Linha preta contínua corresponde aos dados experimentais de um LCA intacto (WOO et al., 1998).	177
Figura 6.1	Representação mecânica e orgânica da dupla banda de um LCA intacto.	191
Figura 6.2	Representação mecânica e orgânica da reconstrução do LCA pela técnica cirúrgica de dupla banda.	191
Figura 6.3	Representação mecânica e orgânica do rompimento da banda anterior-medial (AM) do LCA.	192
Figura 6.4	Inclusão de cadeias virtuais para representação de cargas ativas ou para impor trajetórias.	192
Figura 6.5	Modelagem de estruturas variáveis, onde elementos específicos são ativados em tração ou compressão dependendo do ângulo de flexão.	193

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1	<i>Características da movimentação ativa e passiva.</i> . . .	66
Tabela 5.1	<i>Parâmetros geométricos PG.</i>	135
Tabela 5.2	<i>Parâmetros cinemáticos experimentais PC*:</i> Orientação v e posição p do fêmur S_f em relação à tíbia S_t (PARENTI-CASTELLI; SANCISI, 2013).	139
Tabela 5.3	<i>Parâmetros Geométricos finais PG</i> do modelo proposto, com A_i medidos em relação a S_t e B_i medidos em relação S_f , ($i = 1, \dots, 5$).	152
Tabela 5.4	<i>Parâmetros Geométricos PG</i> do modelo 1 – <i>DOF</i> 5 – 5, com A_i medidos em relação a S_t e B_i medidos em relação S_f , ($i = 1, \dots, 5$) (PARENTI-CASTELLI; SANCISI, 2013).	153
Tabela 5.5	Formulas úteis para a seção de modelagem estática. . .	156
Tabela 5.6	Comparação entre as principais metodologias de modelagem do joelho baseadas em teoria de mecanismos.	179
Tabela 5.7	Comparação entre as principais metodologias de modelagem do joelho (Continuação).	180
Tabela 5.8	Comparação entre as principais metodologias de modelagem do joelho (Continuação).	181

LISTA DE SÍMBOLOS

h : Passo do helicóide

$\$$: Helicóide

$\hat{\$}$: Helicóide normalizado

h : Passo do Helicóide

\mathbf{h} : Índice do indivíduo na população

t : Índice da geração do indivíduo

$\$$: Helicóide

$\hat{\$}$: Helicóide normalizado

\vec{S} : Vetor direção ao longo do eixo helicoidal

\vec{S}_0 : Vetor posição de um ponto sobre o eixo do helicóide

s_0 : Posição do eixo de rotação em álgebra de quatérnions

L, M, N, P^*, Q^*, R^* : Coordenadas homogêneas de Plücker

λ : Ordem do sistema ou do espaço de trabalho

l : Número de circuitos

C : Grau de restrição bruto da rede de acoplamentos

C_N : Grau de restrição líquido

C_a : Número total das ações ativas

C_p : Número total das ações passivas

Ψ : Magnitude do heliforça

$\{\vec{\Psi}_P\}_{C_N \times 1}$: Vetor das magnitudes das ações primárias

$\{\vec{\Psi}_S\}_{a \times 1}$: Vetor das magnitudes das ações secundárias

$\$^A = \$$: Heliforça

$\hat{\$}^A = \hat{\$}$: Heliforça normalizada

\vec{T} : Momento resultante de um corpo

\vec{T}_P : Momento em um ponto P de um corpo, em relação à origem

\vec{R} : Força resultante em um corpo

$[A_D]_{\lambda \times C}$: Matriz das Ações

$[\hat{A}_D]_{\lambda \times C}$: Matriz das Ações Unitárias

$[\hat{A}_N]_{\lambda, k \times C}$: Matriz das Ações Unitárias em Rede

$[\hat{A}_{NESC}]_{a \times C}$: Matriz das ações em rede unitária escalonada

$[\hat{A}_{NS}]_{a \times a}$: Matriz das variáveis secundárias

$[\hat{A}_{NP}]_{a \times C_N}$: Matriz das variáveis primárias

a : Posto da matriz

B_i : Posição da junta i da plataforma superior do mecanismo

A_i : Posição da junta i da plataforma inferior do mecanismo

L_i : comprimento do elo i do mecanismo

${}^A R_B$: Matriz de rotação da plataforma superior em relação à inferior

${}^B R_A$: Matriz de rotação da plataforma inferior em relação à superior

\mathbf{p} : Vetor posição

p : Vetor posição do fêmur em relação à tibia

v : Vetor orientação do fêmur em relação à tibia

α : Ângulo de flexão do joelho

β : Ângulo Varus-valgus do joelho

γ : Ângulo de rotação interna-externa do joelho

f : Valor da função objetivo a cada iteração, no modelo 1 – *DOF 5 – 5*

x_{ji} : Trajetória do modelo 1 – *DOF 5 – 5*

x_{ji}^* : Trajetória experimental

x_{jd} : Pesos utilizados na otimização do modelo 1 – *DOF 5 – 5*

S_f : Sistema de referência do fêmur

S_t : Sistema de referência da tibia

x_t, y_t, z_t : Coordenadas do sistema de referência da tibia

x_f, y_f, z_f : Coordenadas do sistema de referência do fêmur

i : Número de pernas ou elos do mecanismo

X_t : População de uma geração t

$x_{t,h}$: Indivíduo da população

$x_{t+1,h}$: Vetor mutante

$v_{t+1,h}$: Vetor teste

Np : Número da população

κ : Número de variáveis de decisão

$x_{t,h,\kappa}$: Variável de decisão do indivíduo $x_{t,h}$

$x_{t,h,n}$: Parâmetro geométrico do indivíduo $x_{t,h}$

n : Número de parâmetros geométricos

n : número de elos do mecanismo

j : Número de ângulos de flexão que o modelo é avaliado

ε_{nj} : Erro entre a j -ésimo postura calculada e experimental.

FP_{nj} : função peso para a função objetivo da metodologia proposta

\vec{S}_{0A_i} : Posição dos parâmetros geométricos da tíbia em relação a S_t

\vec{S}_{0B_i} : Posição dos parâmetros geométricos do fêmur em relação a S_f

${}^f\vec{S}_{0A_i}$: Posição dos parâmetros geométricos do fêmur em relação a S_f

${}^f\vec{S}_{0A_i}$: \vec{S}_{0A_i} medido em relação a S_f

G_C : Grafo de acoplamentos

G_A : Grafo das ações

v : Número de vértices do grafo

k : Número de cortes

e : Número de arestas do grafo de acoplamentos

F_x : Força anterior tibial

M_z : momento ao redor do eixo Z

F_{xr} : Força de reação no eixo X

M_{zr} : Torque de reação no eixo Z

RA_i : Ações passivas nas juntas A_i

RBi : Ações passivas nas juntas B_i

F_{LCA} : Força *in situ* no ligamento cruzado anterior

F_{LCP} : Força *in situ* no ligamento cruzado posterior

F_{LCM} : Força *in situ* no ligamento colateral medial

F_{CL} : Força nos côndilos laterais

F_{CM} : Força nos côndilos mediais

LISTA DE SIGLAS

AC: Adutor curto

ADM: Adutor magno

AM: Anterior medial

AL: Adutor longo

B: Bíceps femoral

BPTB: Bone patellar tendon bone

CAS: Computer Aided Surgery

CT: Tomografias computarizadas

DOF: *Degrees of freedom*

EA: Erro absoluto

ELD: Extensor longo dos dedos

ELH: Extensor longo do hálux

ED: Evolução diferencial

FEM: Finite elements method

FL: Fibular longo

FA: Fibular anterior

FO: Função Objetivo

G: Grácil

Ga: Gastrocnémio

I: Ilíaco

IM: Iliopsoas maior

IMU: Inertial measurement unit

LCA: Ligamento cruzado anterior

LCP: Ligamento cruzado posterior

LCL: Ligamento colateral lateral

LCM: Ligamento colateral medial

M.: Músculo(s)

MRI: Imagem por ressonância magnética

PC: Parâmetros cinemáticos do modelo

PC* : *Parmetroscinematicosexperimentais*

PG: Parâmetros geométricos

Pe: Pectíneo

Pop: Poplíteo

PL: Posterior lateral

PRP: Prismática rotativa prismática

QSTG: Semitendinosus and gracilis tendon graft

RE: Rotadores externos

RI: Rotadores internos

RF: Reto femoral

RPR: Rotativa prismática rotativa

S: Sóleo

SS: Junta do tipo esférico-esférico

Sa: Sartório

ST: Semitendinoso

SM: Semimembranoso

SPM: Modelo baseado em mecanismo de punho esférico

TFL: Tendão da fascia lata

TI: Trato iliotibial

UFS: *Universal Force Sensor*

VI: Vasto intermédio

VM: Vasto medial

VTR: *Value to reach*

1-DOF 5-5: Modelo de 1 grau de liberdade e 5 pernas

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	35
1.1	Contextualização do trabalho	35
1.2	Motivação	39
1.3	Descrição do Problema	39
1.4	Justificativa	43
1.5	Objetivos Gerais	43
1.6	Objetivos Específicos	44
1.7	Estrutura do Trabalho	44
2	FUNDAMENTOS TEÓRICOS BIOLÓGICOS	47
2.1	Fundamentos anatômicos gerais	47
2.2	Anatomia do joelho	49
2.2.1	Anatomia óssea do joelho	49
2.2.2	Anatomia muscular do joelho	54
2.2.3	Anatomia ligamentar do joelho	59
2.2.4	Anatomia interarticular do joelho: meniscos	61
2.3	Biomecânica do joelho	64
2.4	Técnicas cirúrgicas na reconstrução do LCA	68
2.4.1	Procedimento de reconstrução do LCA	69
2.4.2	Fatores que afetam o resultado da reconstrução do LCA	72
2.4.3	Últimas tendências na reconstrução do LCA	79
2.5	Considerações Finais	81
3	FUNDAMENTOS TEÓRICOS EM ROBÓTICA E MECANISMOS	83
3.1	Análise de plataformas paralelas adequadas à modelagem do joelho	83
3.1.1	Plataforma de Stewart-Gough: análise geral	84
3.1.2	Geometria e cinemática da Plataforma de Stewart-Gough	85
3.1.3	Plataforma <i>1-DOF 5-5</i> : análise geral	87
3.1.4	Geometria e cinemática da plataforma <i>1-DOF 5-5</i>	88
3.1.5	Álgebra de quatérnions aplicada a mecanismos paralelos	88
3.1.6	Outro manipulador paralelo que pode modelar o movimento do joelho	90
3.2	Fundamentos da Evolução Diferencial	91

3.2.1	Parâmetros de controle e a sua influência	96
3.3	Método de Davies	97
3.3.1	Teoria geral de helicoides	97
3.3.2	Helicoides na estática	98
3.4	Considerações Finais	102
4	ESTADO DA ARTE DA MODELAGEM DO JOELHO POR TEORIA DE MECANISMOS	105
4.1	Primeiros modelos mecânicos do joelho em 2-D	106
4.2	Evolução nos modelos mecânicos 3-D do joelho	108
4.2.1	Modelos baseados em mecanismos paralelos com su- perfícies esféricas e planas	109
4.2.2	Modelos baseados em mecanismos paralelos com jun- tas esféricas e prismáticas	111
4.2.3	Modelos baseados em mecanismos paralelos com su- perfícies esféricas	112
4.2.4	Modelos baseados em mecanismos paralelos com su- perfícies de formas complexas	112
4.2.5	Modelos baseados em mecanismos paralelos de elos rígidos unidos por juntas esféricas nos extremos . . .	115
4.2.6	Modelos baseados em mecanismos paralelos como punho esférico	119
4.3	Considerações finais	120
5	METODOLOGIA PROPOSTA PARA MODELAGEM ESPA- CIAL DO JOELHO HUMANO	123
5.1	Limitações das técnicas atuais	123
5.2	Descrição da metodologia	125
5.3	Modelagem mecânica preliminar	127
5.4	Seção experimental	129
5.4.1	Análise geométrica da articulação do joelho	130
5.4.2	Análise cinemática da articulação joelho	137
5.5	Modelagem cinemática	138
5.5.1	Passo a: Dados da seção experimental	142
5.5.2	Passo b: Otimização por Evolução Diferencial <i>ED</i>	142
5.5.3	Passo c: Entrada de <i>PG</i> no modelo mecânico preliminar	143
5.5.4	Passo d: Resolução das equações <i>vector-loop</i>	143
5.5.5	Passo e: Quantificação do erro	145
5.5.6	Resultados e validação da modelagem cinemática pro- posta	148
5.6	Modelagem estática	154

5.6.1	Passo a: Identificação das sucessivas posições dos elementos anatômicos	156
5.6.2	Passo b: Caracterização topológica do mecanismo .	158
5.6.3	Passo c: Caracterização estática dos acoplamentos do mecanismo	159
5.6.4	Passo d: Estabelecimento e solução do sistema de equações estáticas	165
5.6.5	Passo e: Resultados e validação	170
5.7	Exemplo de aplicação da metodologia proposta para o planejamento pré-operatório: Simulação da força <i>in situ</i> no enxerto de LCA considerando a variação do ponto de inserção	175
5.8	Discussão	177
5.8.1	Comentários relativos à síntese geométrica - Tabela 5.6	177
5.8.2	Comentários relativos à análise do movimento - Tabela 5.6	182
5.8.3	Comentários relativos à análise de velocidades - Tabela 5.6	182
5.8.4	Comentários relativos à análise de forças - Tabela 5.7 e 5.8	183
5.9	Considerações Finais	184
6	CONCLUSÕES	187
6.1	Trabalhos futuros	190
6.2	Aplicações que podem ser realizadas a partir da metodologia proposta	190
6.3	Trabalho em andamento: Aplicação médica	193
	REFERÊNCIAS	195
	ANEXO A – Glossário	213
	ANEXO B – Artigos publicados no percurso do doutorado	219

1 INTRODUÇÃO

Deficiências comuns do joelho são ocasionadas por lesões no Ligamento Cruzado Anterior (LCA), osteoartrite, inadequado controle muscular, e joelhos que foram submetidos a procedimentos médicos e que tiveram desfavoráveis resultados pós-operatórios .

Quando é indicada a intervenção cirúrgica, os médicos ortopedistas têm de planejar a maneira de proceder e o planejamento pré-operatório é um passo crítico no tratamento do joelho podendo afetar diretamente os resultados da cirurgia.

Especificamente no planejamento pré-operatório de reconstrução ligamentar, o conhecimento da força *in situ* pode ser de grande ajuda. A força *In Situ* é a força que é suportada pelo ligamento (ou enxerto) em resposta a uma carga aplicada no joelho, caracterizando a função do ligamento (WOO et al., 2006, 2006a).

Dados os recentes avanços em mecânica computacional, para seguir um planejamento pré-operatório satisfatório, o médico ortopedista pode empregar ferramentas tecnológicas para conhecer melhor o problema a resolver, as possíveis soluções cirúrgicas e as consequências esperadas para cada solução (técnica existente).

O principal objetivo de desta tese é o desenvolvimento de uma metodologia para modelagem do joelho humano com base na teoria de mecanismos, otimização e no método de Davies (DAVIES, 2006, 1995). Esta metodologia permitirá implementar modelagens com informações que auxiliem ao médico ortopedista na decisão médica.

A nova metodologia para modelagem do joelho humano deve permitir simular o movimento completo da articulação, simular as posições e as forças de cêndilos e ligamentos (forças *in situ*), e superar as limitações das metodologias já existentes, sobretudo no que concerne à aplicabilidade no planejamento pré-operatório.

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO DO TRABALHO

O alto número de operações e implantação de próteses de joelho realizadas cada ano (SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2010) e os dispêndios associados, torna o joelho uma das articulações do corpo humano mais estudada e por isto, nos últimos trinta anos vários estudos têm sido desenvolvidos para definir modelos mecânicos representativos do joelho.

Estes modelos fornecem informações adicionais aos médicos ortope-

distas em vários aspectos tanto do planejamento pré-operatório, quanto no diagnóstico (SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2010; OLANLOKUN; WILLS, 2002), na decisão da técnica cirúrgica específica a executar (SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2010; OLANLOKUN; WILLS, 2002), no conhecimento das consequências da aplicação da técnica cirúrgica (OLANLOKUN; WILLS, 2002) e no protocolo de fisioterapia no pós-operatório (SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2011b). A Figura 1.1 representa esquematicamente estes importantes aspectos do planejamento pré-operatório.

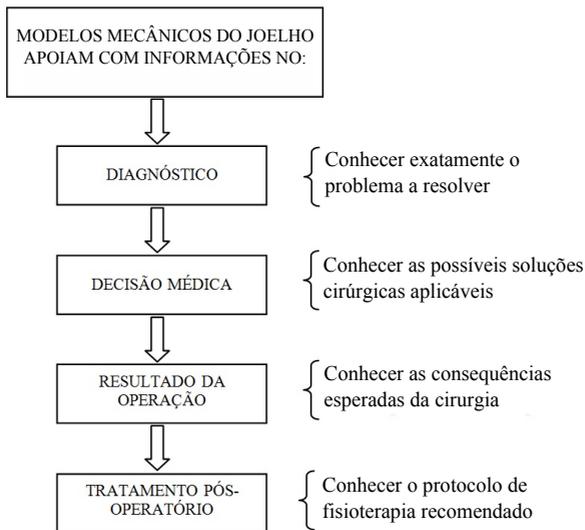


Figura 1.1 – Principais aspectos de um planejamento pré-operatório satisfatório, baseado em (SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2010; OLANLOKUN; WILLS, 2002; SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2011b).

Especificamente, os modelos de mecanismos de joelho podem ser aplicados no planejamento de reconstrução de ligamentos, projeto de reconstrução de superfícies articulares e cirurgia de osteotomia (OLANLOKUN; WILLS, 2002). Além disso são indispensáveis para o projeto de próteses (SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2010; OTTOBONI et al., 2005a; SANCISI et al., 2011), síntese de órteses (SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2010), e para estimar indiretamente forças não mensuráveis (SANCISI et al., 2011) que são internas à articulação.

Atualmente a literatura biomecânica apresenta vários modelos de joelho humano, desde os bidimensionais mais simples e mais antigos (HUSON

et al., 1989; STRASSER, 1908; FUSS, 1989; GOODFELLOW; O'CONNOR, 1978; O'CONNOR et al., 1989; ZAVATSKY; O'CONNOR, 1992a, 1992b; MENSCHIK, 1974), até os mais elaborados e modernos modelos tridimensionais, cuja precisão tem crescido continuamente no tempo (JIN et al., 2003; OLANLOKUN; WILLS, 2002; WILSON; O'CONNOR, 1997; WILSON et al., 1998; DI-GREGORIO; PARENTI-CASTELLI, 2006; PARENTI-CASTELLI et al., 2004; SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2010, 2011a, 2011b; SANCISI et al., 2011).

No âmbito da reconstrução de ligamentos e do projeto de dispositivos ortopédicos, alguns autores (WOO et al., 2006, 2006a) indicam que o futuro da biomecânica deve envolver estudos multidisciplinares integrados, baseados em condições de cargas e cinemáticas mais realistas. Vislumbram assim inovadoras práticas de pesquisa que envolvam paralelamente métodos experimentais e simulações com modelos computacionais de articulações. Na Figura 1.2, se representa esquematicamente esta visão do futuro da pesquisa biomecânica integrada.

Nos últimos tempos as medições *in vivo* da cinemática articular tem se desenvolvido rapidamente, permitindo realizar medições em atividades cotidianas com uma boa exatidão para posições e orientações, mediante métodos de fluoroscopia dual ortogonal ¹ (LI et al., 2009; TORRY et al., 2011), cinemetria (WOO et al., 2006, 2006a; WANG; ZHENG, 2010b) e por sistemas de medição do tipo *Inertial Measurement Unit* conhecidos também como IMU (MADGWICK, 2010; MADGWICK et al., 2011).

Dados cinemáticos reais de articulações são coletados e podem ser reproduzidos posteriormente em espécimes cadavéricos por sistemas de medição de força semiautomatizados e robóticos (Figura 1.2a). Estes sistemas de medição permitem obter experimentalmente as forças as quais são submetidas estruturas anatômicas articulares específicas em função de uma cinemática aplicada (WOO et al., 1998; HOWARD et al., 2007).

Em outra abordagem, constroem-se os modelos computacionais da articulação de um paciente específico, seja modelado por elementos finitos ou por teoria de mecanismos (Figura 1.2b). Estes modelos podem ser submetidos aos mesmos dados cinemáticos já reproduzidos nos sistemas de medição de força semi-automatizados e robóticos. Desta forma o modelo computacional fornece o resultado das forças de elementos anatômicos específicos em questão. Aprimora-se e valida-se o modelo computacional, comparando os próprios resultados com os resultados experimentais de forças, de maneira a fazer coincidir ambos os resultados.

O modelo validado permitiria prever forças internas e deformações nos enxertos, ligamentos e outras estruturas do joelho durante cargas mais

¹Técnica usada para obter imagens em tempo real das estruturas internas dos pacientes mediante uma fonte de raios X e uma tela fluorescente.

complexas que seriam difíceis de obter por procedimentos experimentais de laboratório (Figura 1.2c).

Finalmente pode ser possível desenvolver uma base de dados em relação ao funcionamento de enxertos, próteses e ligamentos de interesse no joelho; baseando-se em dados específicos do paciente (idade, gênero, geometria, etc.) para elucidar mecanismos de lesão das estruturas anatômicas, *customizar* um planejamento pré-operatório específico, e prescrever protocolos de reabilitação no pós-operatório (Figura 1.2d).

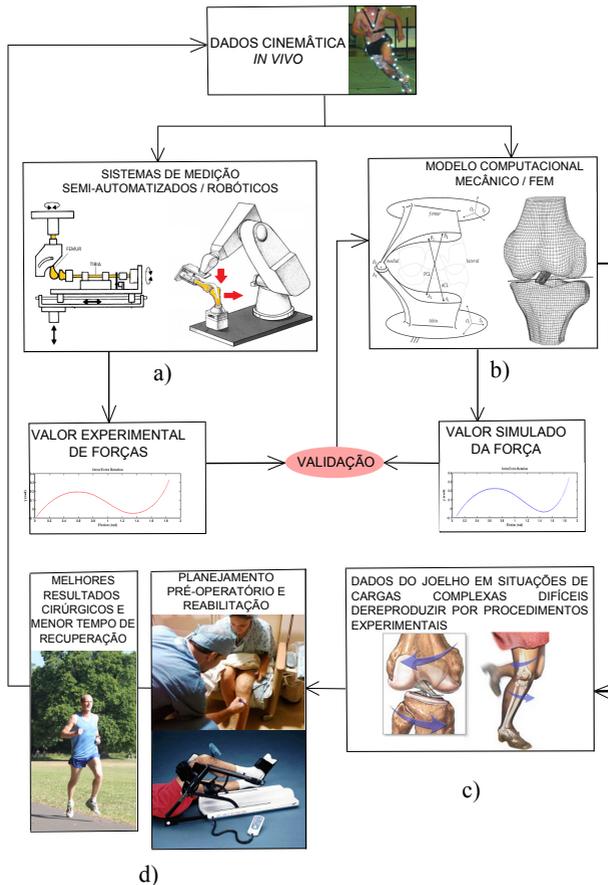


Figura 1.2 – Esquema de estudo biomecânico integrado, como futuro da biomecânica, baseado em (WOO et al., 2006, 2006a).

Acredita-se que os estudos biomecânicos integrados, que envolvam a utilização de modelos mecânicos computacionais validados por dados experimentais, forneceriam a médicos ortopedistas uma valiosa informação para o planejamento pré-operatório e prescrição de uma reabilitação adequada no pós-operatório. Estes estudos biomecânicos integrados contribuiriam para melhorar os resultados da cirurgia e diminuir o tempo de recuperação do paciente (WOO et al., 2006, 2006a).

1.2 MOTIVAÇÃO

Na cirurgia de substituição do Ligamento Cruzado Anterior (LCA) existe a necessidade, por parte dos médicos ortopedistas, de definir com base científica ponto preciso para realizar a inserção do novo enxerto que devolva a funcionalidade de um LCA intacto.

Caso o paciente apresente rompimento parcial do LCA, existe ainda uma grande questão na decisão cirúrgica: substituir totalmente ou manter o ligamento lesado.

- No caso de substituir totalmente o ligamento lesado, tem-se duas opções: pode-se aproveitar o ponto de inserção natural para colocar o novo enxerto, ou pode-se posicionar o enxerto em um ponto diferente ao de inserção natural.
- Manter o ligamento com rompimento parcial induz a colocação do enxerto em um ponto diferente ao de inserção natural, para o fortalecimento da estrutura danificada.

Além disso, no âmbito do planejamento pré-operatório existe a necessidade de determinar qual é a melhor pré-tensão com que deve ser fixado cirurgicamente o enxerto no osso.

As questões levantadas, podem ser analisadas e resolvidas considerando que para obter uma cirurgia satisfatória, o enxerto de LCA deve reproduzir a força *in situ* similar a um LCA intacto (WOO et al., 1998).

A busca da decisão mais correta para estas questões tendo em conta a especificidade de cada paciente, é a motivação que deu início a esta tese.

1.3 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

A determinação da melhor posição do túnel para inserção de enxerto de ligamento, ainda é uma controvérsia, principalmente na reconstrução do

LCA. Os túneis (femoral e tibial) são perfurações realizadas com furadeiras especiais. Cada túnel deve ter uma correta localização e orientação, pois será o lugar de posicionamento e fixação do enxerto de substituição no procedimento de reconstrução ligamentar. Peña et al (PENA et al., 2006) indicam que quando a localização do túnel de inserção do LCA se opõe à função do LCP, pode se produzir altas tensões nos ligamentos, inclusive lesões nos meniscos ². Dependendo também do ângulo de orientação espacial do túnel, determinou-se que podem ser obtidas altas ou baixas tensões. Especificamente, a variação do ângulo do túnel femoral afeta à pré-tensão do enxerto, e a variação do ângulo do túnel tibial afeta a frouxidão do enxerto; bem como os esforços e deformações sobre os meniscos. Au et al. (2005) evidenciam o aumento do fenômeno de *stress shielding*³ dependendo da localização do túnel, chegando a comprometer seriamente a reconstrução do LCA.

O local e tipo de fixação do enxerto dentro do mesmo túnel é um outro tema que tem incidência no resultado da operação, tendo em conta que o enxerto pode ser fixado na superfície do osso ou no interior do túnel. Assim, por exemplo, tem-se evidências de que esforços na superfície do fêmur, causados por fixação superficial do tipo botão ou suspensória (Figura 2.36, pág. 72) são relativamente baixos; mas a repetida aplicação destas cargas podem causar microfraturas e falhas por fadiga (AU et al., 2005).

Outro parâmetro que influencia fortemente o resultado da reconstrução ligamentar e que ainda é escopo de pesquisa (PREVIGLIANO, 2010; PIEDADE et al., 2006) é a magnitude da pré-tensão de fixação do enxerto, na hora de ser posicionado no fêmur e na tíbia. Altas tensões nos enxertos afetam a funcionalidade do enxerto e do joelho como sistema (PENA et al., 2006).

Visando elucidar estas questões, hoje são realizadas pesquisas baseadas em simulações computacionais para ajudar a determinar os parâmetros do projeto pré-operatório, mediante:

- modelagem por elementos finitos (PAVAN, 2010; JUNIOR, 2006; DONAHUE et al., 2002; HALLORAN et al., 2005; BENDJABALLAH et al., 1997; GARDINER; WEISS, 2003; GODEST et al., 2002; GUO et al., 2009; BAHRAMINASAB et al., 2010; HASHMI, 2007; INGRASSIA et al., 2011; TODO et al., 2007; WILLING, 2011; BOUGHERARA et al., 2009; SHI, 2007), e
- modelagens baseados em teoria de mecanismos (PARENTI-CASTELLI; SANCISI, 2013; WILSON; O'CONNOR, 1997; WILSON et al., 1998; HUSON et al., 1989; DI-GREGORIO; PARENTI-CASTELLI, 2006; PARENTI-CASTELLI

²Cartilagens presentes na articulação do joelho com a função de diminuir o impacto e promover a adaptação entre as faces articulares do fêmur e da tíbia.

³Redução da densidade do osso (osteopenia) em consequência da remoção do esforço normal do osso por um implante ou prótese.

et al., 2004; SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2011a, 2010, 2011b; SANCISI et al., 2011; ANDRIACCHI et al., 1983; WISMANS et al., 1980; ABDEL-RAHMAN; HEFZY, 1993; TUMER; ENGIN, 1993; OLANLOKUN; WILLS, 2002; SHELBURNE; PANDY, 1997).

A modelagem por elementos finitos tem a vantagem de representar em detalhe a anatomia do joelho, para análise cinemática, dinâmica e estática, mas perdem a função de restrição das estruturas anatômicas modeladas, devido a que os elementos e parâmetros do modelo tem uma sutil relação com a anatomia (PARENTI-CASTELLI; SANCISI, 2012). Se é considerada uma mesma trajetória realizada por dois modelos, um desenvolvido por elementos finitos e outro por teoria de mecanismos, o modelo de elementos finitos terá um maior número de elementos e parâmetros submetidos a diversas forças para desenvolver um mesmo movimento e, por tanto, vários elementos são responsáveis pela função de restrição de um movimento específico. Em contraste, um modelo desenvolvido por teoria de mecanismos permite que um único elemento seja responsável pela função de restrição de um determinado movimento. Além disso método dos elementos finitos inviabiliza a síntese geométrica por otimização devido ao alto número de elementos utilizados para representar uma única estrutura anatômica.

Na atualidade a modelagem computacional do joelho baseada em teoria de mecanismos é focada principalmente na cinemática de posição do joelho, de maneira a sintetizar e otimizar um mecanismo capaz de reproduzir uma trajetória muito próxima a de um joelho real (PARENTI-CASTELLI; SANCISI, 2013; WILSON; O'CONNOR, 1997; WILSON et al., 1998; HUSON et al., 1989; DI-GREGORIO; PARENTI-CASTELLI, 2006; PARENTI-CASTELLI et al., 2004; SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2011a, 2010; SANCISI et al., 2011). Devido ao fato que estas modelagens analisam unicamente a cinemática de posição, tendo foco no projeto de prótese e órtese, não fornecem informações das forças do sistema. Embora Sancisi e Parenti-Castelli (2011b) tenha mostrado um modelo de rigidez do joelho, é complexo para análise e os resultados ali apresentados correspondem a deslocamentos e rotações do joelho, e não das forças que ocorrem nos diversos elementos anatômicos durante o movimento. Estes métodos apresentam outras desvantagens, tais como:

- utilização de dois algoritmos de otimização para síntese geométrica: algoritmos genéticos e algoritmos de métodos numéricos de quase-Newton (para refinamento),
- resolução de um percurso limitado do movimento do joelho (5° a 112°), não incluindo o crítico ponto de extensão máxima (0° de flexão) nem o ângulo de flexão máxima (120°),

- exigência de uma extensa seção experimental: devendo identificar milhares de pontos de inserção ligamentar,
- não apresentação da análise das forças *in situ* dos ligamentos (para uma única posição do ligamento ou enxerto),
- não resolução das forças internas do joelho, em função da variação da posição de inserção de ligamentos ou enxertos.

Apesar de existirem outros modelos que são baseados em teoria de mecanismos e que incluem análise da dinâmica e das forças, com geometrias anatômicas complexas e estruturas viscoelásticas, como é o caso dos sistemas *multicorpos* (ANDRIACCHI et al., 1983; WISMANS et al., 1980; ABDEL-RAHMAN; HEFZY, 1993; TUMER; ENGIN, 1993; OLANLOKUN; WILLS, 2002; SHELBURNE; PANDY, 1997), estes possuem as seguintes desvantagens:

- alta demanda computacional (PARENTI-CASTELLI; SANCISI, 2013, 2012),
- perdem as funções de restrição das estruturas anatômicas devido à complexidade do modelo: os elementos e parâmetros do modelo tem uma sutil relação com a anatomia (PARENTI-CASTELLI; SANCISI, 2012),
- os modelos se ajustam a condições específicas e resultados experimentais específicos, dificultando a extrapolação para diversas condições de cargas (PARENTI-CASTELLI; SANCISI, 2012),
- os resultados são difíceis de interpretar para cirurgiões e projetistas de próteses, devido à complexidade do modelo (PARENTI-CASTELLI; SANCISI, 2012).

Embora exista uma grande pesquisa desenvolvida para apoio na decisão médica, entrevistas com especialistas evidenciaram que hoje são aplicadas técnicas cirúrgicas baseadas em experiências puramente empíricas, que demonstraram bons resultados para joelhos de uma população estatisticamente significativa. Mas os problemas persistem quando essas técnicas cirúrgicas são aplicadas em joelhos específicos ou que desviam da anatomia comum da população estudada. Em outras palavras, a falta de um modelo *customizado* (individualizado) que solucione os problemas de variação anatômica de cada sujeito é ainda um tema controverso e por resolver, pois o procedimento que teve sucesso em um paciente, não necessariamente terá sucesso em outro.

1.4 JUSTIFICATIVA

A vantagem do uso de modelagens baseadas em teoria de mecanismos baseia-se no fato de que: uma estrutura anatômica pode ser discretizada como um elo mecânico que compõe o mecanismo de modelagem, permitindo fazer uma correspondência dos resultados de força e cinemática entre o elemento mecânico e o elemento anatômico de interesse, apresentando poucos elementos mecânicos a serem analisados.

A modelagem baseada em teoria de mecanismos mantém a função de restrição das estruturas anatômicas, permitindo uma clara interpretação da função que desempenha cada elemento anatômico modelado.

A modelagem por teoria de mecanismos é uma técnica mecânica, geométrica e projetiva mais simples que o método dos elementos finitos.

Fica em evidência a vantagem da modelagem por teoria de mecanismos, quando assume-se que cada ligamento do joelho se comporta de forma isométrica, ou seja, o comprimento do ligamento praticamente não varia durante a flexão passiva do joelho (PARENTI-CASTELLI et al., 2004; SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2010, 2011a; SANCISI et al., 2011; KAPANDJI et al., 2000) o que facilita a modelagem deles como elos mecânicos rígidos. Quando aplicadas cargas na tíbia e no fêmur, o LCA pode ter um alongamento de até 2mm aproximadamente. Mas a consideração de este alongamento para a simulação da força in-situ traz resultados muito próximos das simulações que consideram os ligamentos como elos rígidos, como demonstrado em Ponce-Saldias et al. (2013).

Justifica-se deste modo o desenvolvimento de um modelo personalizado (customizado) de joelho que solucione os problemas de variação anatômica de cada paciente, utilizando a modelagem baseado em teoria de mecanismos e método de Davies, permitindo assim uma representação completa das posições e forças de cada estrutura anatômica, mantendo as vantagens de uma modelagem de processamento leve, mas sem deixar de representar cada estrutura anatômica do joelho.

1.5 OBJETIVOS GERAIS

O objetivo principal deste trabalho é propor e implementar uma metodologia para a modelagem computacional do joelho, para auxiliar a decisão médica no planejamento pré-operatório de reconstrução ligamentar de joelho, fornecendo informações da geometria e das forças dos elementos anatômicos, considerando a especificidade de cada paciente. Esta metodologia estará baseada em teoria de mecanismos, método de Davies e otimização.

1.6 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Fornecer uma abordagem unificada e sistematizada para a análise estática e cinemática do joelho; mediante a aplicação de ferramentas como o método de Davies.
- Fornecer dados das forças envolvidas nos elementos anatômicos modelados, durante a flexão do joelho, como a força *in situ* no LCA.
- Fornecer uma metodologia que permita a análise das forças *in situ* quando aplicadas: variações nas cargas externas do joelho e variações nas posições de ligamentos ou enxertos.
- Ampliar a aplicabilidade dos atuais modelos mecânicos 3-D, limitados unicamente à análise cinemática e ao projeto de prótese e órtese, possibilitando nesses modelos a análise de forças e a aplicação para o projeto de substituição ligamentar.
- Procurar novas técnicas de otimização geométrica em relação às aplicadas nas atuais metodologias de modelagem.
- Buscar vantagens em relação às metodologias já existentes, em termos de análise e qualidade das informações geradas, sobretudo no que concerne à aplicabilidade no planejamento pré-operatório.
- Deve ser simples de operar para cirurgiões, pesquisadores e projetistas de prótese, oferecendo uma boa representação das estruturas anatômicas e uma clara interpretação dos resultados.

1.7 ESTRUTURA DO TRABALHO

Por se tratar de um trabalho multidisciplinar, este estudo começa no capítulo 2 com os fundamentos teóricos biológicos, onde se aborda a anatomia do joelho, a biomecânica do joelho e as técnicas cirúrgicas aplicadas na reconstrução ligamentar do joelho. Com esta teoria tem-se conhecimento dos requisitos de projeto, e pode-se descrever e analisar em termos da engenharia os fenômenos que acontecem no joelho humano.

O capítulo 3 apresenta os fundamentos teóricos que dão o embasamento à metodologia proposta para modelagem do joelho. Esta seção é realizada uma revisão da geometria e da cinemática dos robôs paralelos que podem simular o movimento do joelho mediante duas abordagens: por métodos matriciais (tradicional) e por álgebra de quatérnions. A parte de fundamentos

teóricos contempla também a descrição do método de Davies, e uma breve revisão da técnica de otimização para ajuste geométrico do modelo. No âmbito das modelagens do joelho baseados em teoria de mecanismos, a utilização de quatérnions, algoritmos de Evolução Diferencial e a aplicação do método de Davies têm um caráter inédito.

O capítulo 4 apresenta o estado da arte em modelos da articulação do joelho humano, revisando desde os primeiros modelos mecânicos em 2-D, até chegar às mais avançadas e representativas modelagens mecânicas em 3-D, mostrando a evolução deles através do tempo.

O capítulo 5 apresenta a metodologia proposta para solucionar a problemática. Esta metodologia fornece uma abordagem unificada e sequencial para a modelagem espacial do joelho humano, incluindo a modelagem cinemática e estática. O método consiste em quatro passos fundamentais: (1) modelagem mecânica preliminar, (2) seção experimental, (3) modelagem cinemática e (4) modelagem estática. O modelo é validado confrontando os resultados obtidos computacionalmente e os dados experimentais, tanto cinemáticos quanto estáticos. Apresenta-se também um exemplo de aplicação da metodologia proposta para o planejamento pré-operatório de reconstrução do LCA.

Finalmente apresenta-se a conclusão do trabalho.

2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS BIOLÓGICOS

Este capítulo tem a finalidade de apresentar as características fisiológicas e funcionais do joelho humano que são fundamentais para a síntese e modelagem mecânica da articulação. São resumidos aqui conceitos de anatomia, biomecânica, técnicas cirúrgicas e planejamento pré-operatório da cirurgia de reconstrução ligamentar do joelho.

2.1 FUNDAMENTOS ANATÔMICOS GERAIS

Para o entendimento da posição relativa e movimentos entre as diferentes estruturas que formam o corpo humano, foram determinadas as posições anatômicas, os planos anatômicos e os eixos anatômicos. A posição anatômica é uma convenção adotada em anatomia para descrever as posições e movimentos dos componentes e segmentos do corpo humano. Para que o corpo humano assuma a posição anatômica o corpo estudado deve ficar de pé com os calcanhares unidos, com os olhos voltados para o horizonte, os pés também apontando para frente e perpendiculares ao corpo; os braços estendidos e com as palmas das mãos voltadas para frente (PAVAN, 2010; ZATSIORSKY, 1998) como mostrado na Figura 2.1. A posição relativa de cada plano esta mostrada na Figura 2.2. O corpo humano pode ser dividido em três planos (ZATSIORSKY, 1998) (Figura 2.1).

- Plano sagital: é o plano que divide ao corpo humano nas secções direita e esquerda. Este plano está posicionado em direção ântero-posterior. Se o plano divide ao corpo em duas metades simétricas, é chamado de plano sagital cardinal ou principal. O que quer que esteja localizado próximo a este plano é designado como medial, e o que está longe dele, lateral.
- Plano transversal: é o plano que atravessa o eixo menor do corpo, desde o dorso até o ventre, ou seja, desde a secção posterior para a anterior. Divide a estrutura transversalmente em porções superior e inferior. O plano transversal que passa pelo centro de massa do corpo é chamado de plano transversal cardinal ou principal.
- Plano frontal: ou coronal, é perpendicular aos planos sagital e transversal. O plano frontal divide o corpo nas secções anterior e posterior. Quando este plano passa pelo centro de massas é chamado de plano frontal cardinal ou principal.

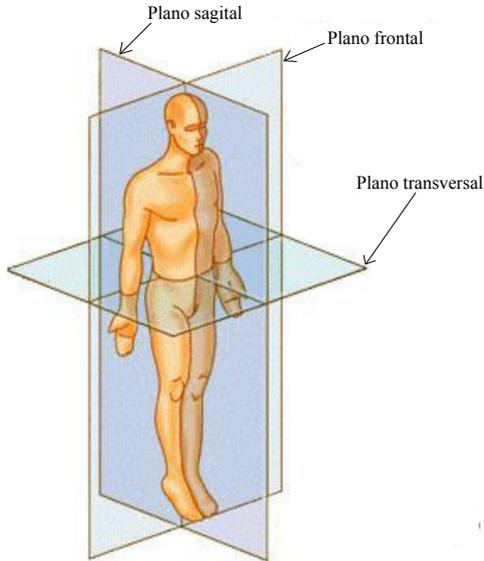


Figura 2.1 – Planos anatômicos do corpo humano. Adaptado de Pavan (2010).

Os eixos de intersecção dos planos estão apresentado na Figura 2.2 e são chamados de:

- Anterior-posterior: intersecção do plano sagital e transversal.
- Longitudinal: intersecção do plano sagital e frontal.
- Lateral-medial: intersecção do plano frontal e o transversal.

A posição anatômica e os eixos anatômicos não permitem a descrição de movimentos das articulações ou membros se a posição não é a anatômica, como por exemplo quando o tronco está torcido ou flexionado.

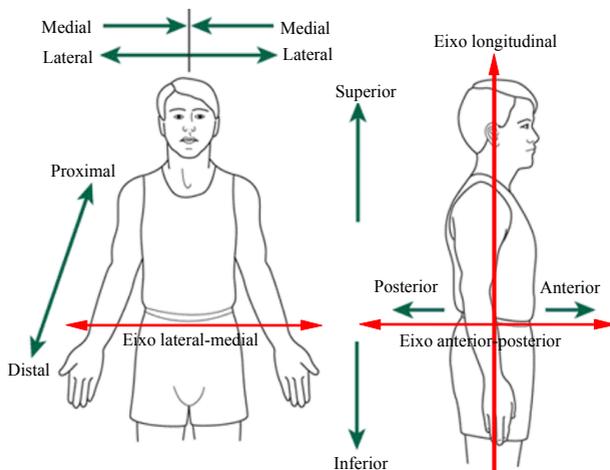


Figura 2.2 – Eixos anatômicos e posições relativas. Adaptado de (HAMILL; KNUTZEN, 2009).

2.2 ANATOMIA DO JOELHO

Analisando o joelho, especificamente na posição anatômica, definem-se os planos e eixos anatômicos como mostrado na Figura 2.3.

Para apresentar organizadamente a anatomia do joelho, divide-se esta em quatro partes fundamentais: anatomia óssea, anatomia muscular, anatomia ligamentar e meniscos.

2.2.1 Anatomia óssea do joelho

A articulação do joelho é formada pela extremidade distal ¹ do fêmur, extremidade proximal da tíbia e a patela (Figura 2.4).

A presença de meniscos interpostos ao fêmur e tíbia ajuda na lubrificação e fornece simetria à articulação. As superfícies ósseas do fêmur e da tíbia são não concordantes, pois ambas são convexas em certa faixa angular da flexão (KAPANDJI et al., 2000). Esta não concordância é compensada pela interposição dos meniscos, aumentando a superfície de contato e dando concavidade à superfície articular da tíbia.

¹Região mais afastada da origem do elemento anatômico. Contrário de proximal.

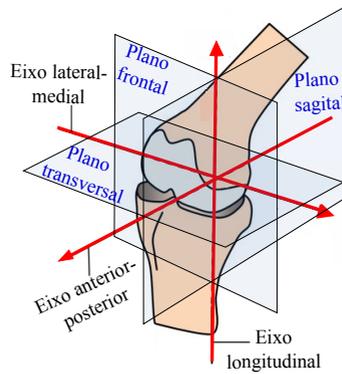


Figura 2.3 – Planos e eixos do joelho direito. Adaptado de (HAMILL; KNUTZEN, 2009; PAVAN, 2010).



Figura 2.4 – Joelho direito com suas três articulações. Adaptado de (PUTZ et al., 2008; PAVAN, 2010).

Além disso, a articulação é rodeada por ligamentos² e músculos (CAILLIET; DOLOROSAS, 1976; PAVAN, 2010) que completam sua estabilização. A articulação do joelho é formada por três articulações, a femoropatelar, a tibi-femoral e a tibiofibular. Assim é importante conhecer as estruturas anatômicas que compõem a região distal do fêmur, proximal da tibia e a patela. As estruturas ósseas do joelho podem ser observadas na Figura 2.4.

- A extremidade distal do fêmur.

A extremidade distal do fêmur consiste em dois côndilos recurvados, o medial e o lateral. O côndilo medial é maior e possui uma curvatura

²Um ligamento é um feixe de tecido fibroso que pode ligar dois ou mais ossos de uma articulação. Está constituído por fibras colágenas ordenadas em feixes compactos e paralelos, o que lhe constitui grande rigidez e resistência mecânica.

mais simétrica; na face interior dele, está a região de inserção do LCP (ligamento cruzado posterior). O côndilo lateral é menor e possui uma curvatura mais abrupta; na face interior dele está a região de inserção do LCA (ligamento cruzado anterior). Os côndilos estão separados por um profundo sulco em forma de U: a fossa intercondilar. A superfície femoral está em contato por duas articulações: anteriormente a femoropatelar e inferiormente a tibiofemoral. Esta estrutura anatômica pode ser observada na Figura 2.5 e 2.6.

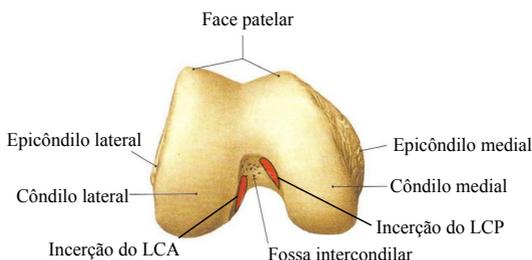


Figura 2.5 – Vista inferior da extremidade distal do fêmur direito. Adaptado de (PUTZ et al., 2008; PAVAN, 2010).

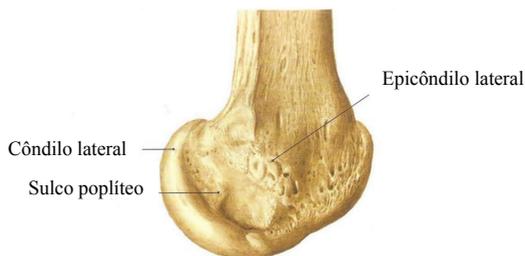


Figura 2.6 – Vista lateral da extremidade distal do fêmur direito. Adaptado de (PUTZ et al., 2008; PAVAN, 2010).

- A extremidade proximal da tíbia.

A extremidade proximal da tíbia (Figura 2.7) expande-se para construir uma plataforma destinada a articular-se com a extremidade distal do fêmur.

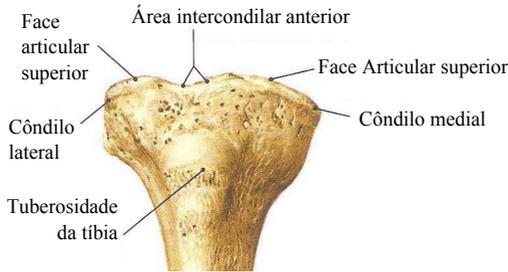


Figura 2.7 – Vista frontal da extremidade proximal da tíbia direita. Adaptado de (PUTZ et al., 2008).

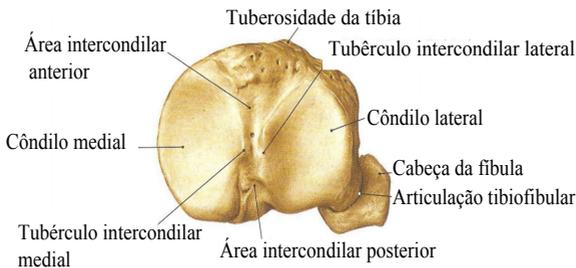


Figura 2.8 – Vista superior da extremidade proximal da tíbia direita. Adaptado de (PUTZ et al., 2008).

Esta plataforma está constituída pelos platôs medial e lateral da tíbia (Figura 2.8) que apresentam faces articulares na sua parte superior (DANGELO, 1984; PAVAN, 2010). Por sua vez, a Figura (2.9) apresenta as zonas de inserção do ligamento cruzado anterior (LCA), do ligamento cruzado posterior (LCP) e dos meniscos medial e lateral.

- A patela.

A patela é um osso sesamóide (nome dado a ossos inseridos em tendões) triangular, com cerca de 50 mm de diâmetro médio, que está incluído no tendão de inserção do músculo quadríceps da coxa (DANGELO, 1984). A superfície patelar tem a forma de sela e é assimétrica,

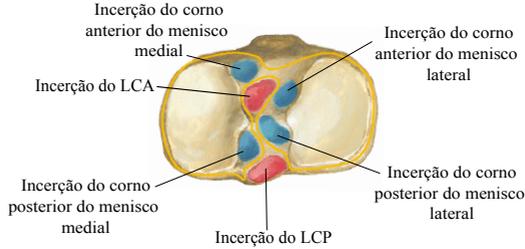


Figura 2.9 – Regiões de inserção dos ligamentos LCP, LCA e meniscos na tíbia direita. Adaptado de (NETTER, 1996).

com a face lateral maior e mais convexa que a face medial, sendo constituída pelas seguintes partes: base superior, ápice inferior, face articular medial e face articular lateral (DANGELO, 1984; PAVAN, 2010) como apresentado na Figura 2.10. Articula-se com a face patelar do fêmur, entre os côndilos femorais. Os movimentos da patela variam em relação à flexão e à extensão do joelho, basicamente em três partes:

- Extensão completa: as faces articulares medial e lateral da patela repousam na porção superior do sulco femoral.
- Flexão a 90 graus: as superfícies articulares articulam-se com seus respectivos côndilos femorais.
- Flexão máxima: a superfície articular ímpar (entre a zona medial e a lateral) faz contato com o fêmur.

A superfície máxima de contato é de 1/3 da superfície patelar quando o ângulo de flexão é de 45 graus.

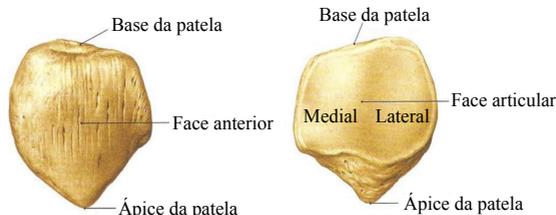


Figura 2.10 – Vista anterior e posterior da patela.

2.2.2 Anatomia muscular do joelho

O joelho é estabilizado e movimentado por músculos superiores que cruzam a articulação, originando-se acima da articulação do quadril, e por músculos inferiores da perna que se originam acima do joelho, Figura 2.11.

Os músculos anteriores que compõem o membro inferior podem ser observados na mesma Figura 2.11.

Assim, os grupos musculares do membro inferior podem ser classificados em extensores, flexores, adutores, abdutores (CAILLIET; DOLOROSAS, 1976; KAPANDJI et al., 2000) e rotadores (KAPANDJI et al., 2000).

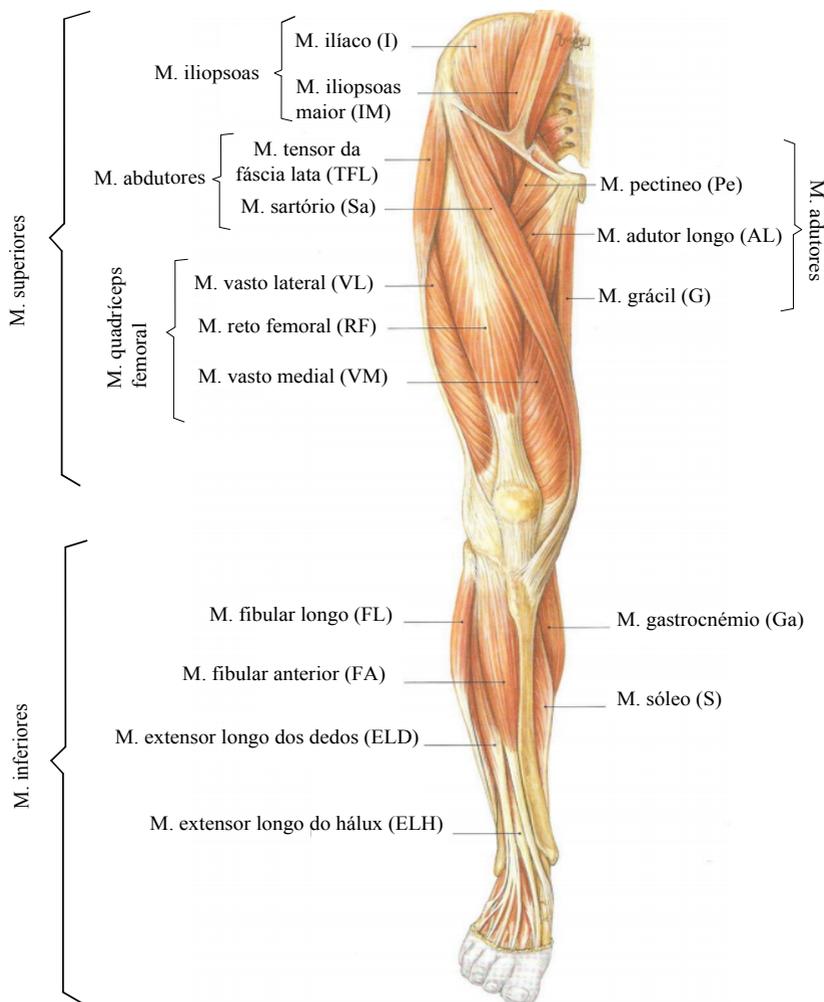


Figura 2.11 – Músculos anteriores da perna: superiores e inferiores, modificado de (PUTZ et al., 2008; PAVAN, 2010).

- Músculos extensores: O quadríceps é o principal grupo muscular encarregado da extensão do joelho. Trata-se de um grupo muscular potente, sua superfície de secção fisiológica é de 14800 mm^2 . O quadríceps pode chegar a desenvolver, no trajeto da extensão, aproximadamente

1300N. O quadríceps é três vezes mais potente do que os flexores. Entretanto, quando o joelho está em hiperextensão a ação do quadríceps não é necessária para manter a posição de pé; porém quando se inicia uma mínima flexão, uma intervenção enérgica do quadríceps é necessária para evitar a queda por flexão do joelho (KAPANDJI et al., 2000).

O quadríceps, apresentado na Figura 2.12 é constituído, como o seu nome indica, por quatro corpos musculares que se inserem na tíbia, (KAPANDJI et al., 2000):

- três músculos monoarticulares: o vasto intermédio (VI), o vasto lateral (VL) e o vasto medial (VM).
- um músculo biarticular: o reto femoral (RF).

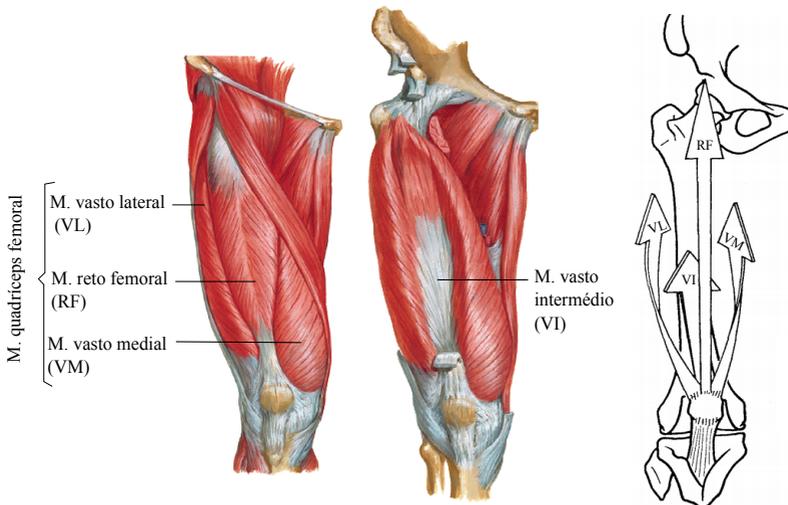


Figura 2.12 – Músculos extensores do joelho: quatro corpos musculares que formam o quadríceps femoral, modificado de (PUTZ et al., 2008; KAPANDJI et al., 2000; PAVAN, 2010).

Dentro dos músculos classificados como extensores, encontra-se o músculo tensor da fáscia latta (TFL), mas pode ser considerado também como flexor quando o joelho não está totalmente estendido.

- **Músculos flexores:** Os flexores do joelho formam parte do compartimento posterior da coxa, e podem ser divididos em músculos monoarticulares e biarticulares.
 - Os músculos flexores monoarticulares são (Figura 2.13): a cabeça curta do bíceps femoral e o poplíteo (Pop).
 - Os músculos flexores biarticulares possuem uma ação simultânea de flexão e extensão do quadril; portanto sua ação sobre o joelho depende da posição do quadril (KAPANDJI et al., 2000). Este grupo é chamado de ísquio-tibiais, e é formado pelos músculos: cabeça longa do bíceps femoral (B), semitendinoso (ST), semimembranoso (SM) e sartório (Sa), mostrados na Figura 2.13; e o músculo grácil (G) mostrado na Figura 2.11.

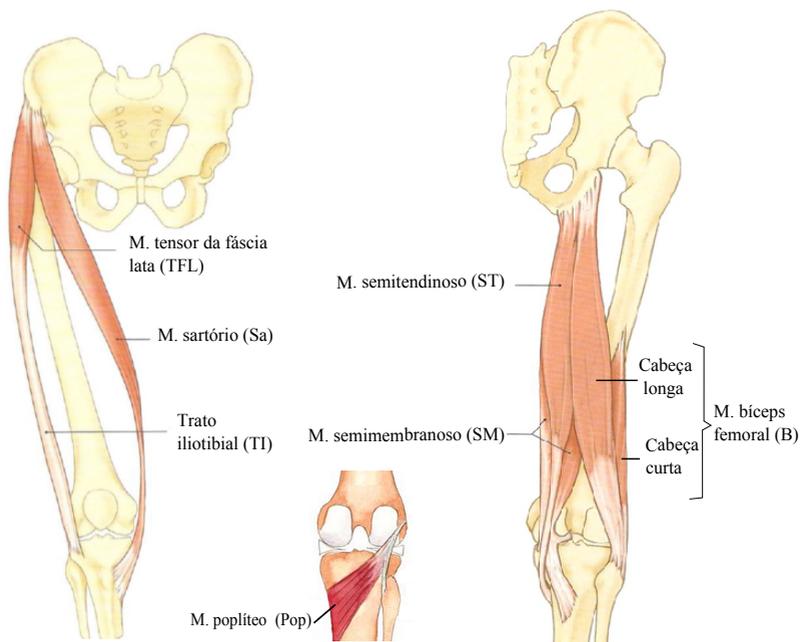


Figura 2.13 – Músculos flexores do joelho ou ísquio-tibiais, adaptado de (PUTZ et al., 2008; KAPANDJI et al., 2000; PAVAN, 2010).

- **Músculos rotadores:** Os flexores do joelho (e o flexor-extensor TFL)

são ao mesmo tempo os seus rotadores (KAPANDJI et al., 2000). Dividem-se em dois grupos dependendo do ponto de inserção no membro inferior (Figura 2.14).

- Por inserção lateral: são os músculos rotadores externos (RE), representados pelo bíceps femoral (B) e o tensor da fásia lata (TFL), nas Figuras 2.13 e 2.14. Quando ativados fazem o joelho girar de tal forma que a ponta do pé se dirige para fora. O tensor da fásia lata só age como flexor-rotador externo quando o joelho está flexionado. Pelo contrário, em um joelho totalmente estendido, perde a sua ação de rotação para transformar-se em extensor (KAPANDJI et al., 2000).
 - Por inserção medial: são os rotadores internos (RI), representados na Figura 2.14 pelo sartório (Sa), o semitendinoso (ST), o semimembranoso (SM), o vasto medial (VM) e o poplíteo (Figura 2.13). Quando estes músculos são ativados, o joelho gira de tal forma que a ponta do pé se dirige para dentro. Agem como freios da rotação externa com o joelho flexionado, de forma que protegem os elementos cápsulo-ligamentares quando estes são requeridos violentamente durante um giro inesperado da perna que suporta o peso (KAPANDJI et al., 2000).
- Músculos adutores ³: são os músculos que ao serem ativados, aproximam o membro inferior ao plano sagital. Este grupo muscular está formado pelos músculos (NETTER, 1996): grácil (G), adutor longo (AL), pectíneo (Pe), apresentados na Figura 2.11, e pelo adutor curto (AC) e adutor magno (ADM), mostrados na Figura 2.15. O músculo pectíneo além de aduzir a coxa, auxilia na flexão do quadril. O músculo grácil além de aduzir a coxa auxilia também na flexão e rotação medial (ou interna) do joelho, (NETTER, 1996).
 - Músculos abdutores ⁴: são os músculos que ao serem ativados, afastam o membro inferior do plano sagital. Este grupo muscular está formado pelos músculos (NETTER, 1996): tensor da fásia lata (TFL), sartório (Sa), apresentados na Figura 2.11. O músculo tensor da fásia lata abduz o quadril e auxilia na flexão e rotação medial (ou interna) do quadril; e na rotação lateral (ou externa) do joelho. O músculo sartório além de abduzir a coxa, auxilia na flexão e rotação lateral (ou externa) da coxa; e na flexão e rotação medial (ou interna) do joelho (NETTER, 1996).

³Adução: movimento do segmento aproximando-se ao plano sagital.

⁴Abdução: movimento do segmento afastando-se do plano sagital.

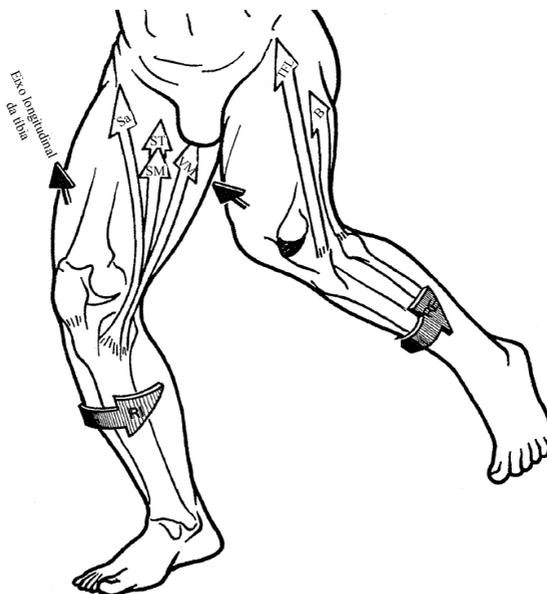


Figura 2.14 – Músculos rotadores internos (RI) e externos (RE) do joelho, adaptado de (KAPANDJI et al., 2000).

2.2.3 Anatomia ligamentar do joelho

Além do tecido ósseo a articulação do joelho é composta por tecidos fibrocartilaginosos na forma de ligamentos, meniscos e superfícies articulares sinoviais (cartilagem) (PAVAN, 2010). A cartilagem articular e os meniscos ajudam no amortecimento das forças suportadas pelo joelho, juntamente com o líquido sinovial que funciona como lubrificante. Os ligamentos atuam como estabilizadores e limitantes dos movimentos impostos pela ação dos músculos.

Os principais ligamentos que compõem o joelho são os capsulares, os colaterais (medial e lateral), e os cruzados (anterior e posterior). Na sequência faz-se uma descrição de cada uma destas estruturas.

- Ligamentos capsulares (Figura 2.16): estão formados por uma bainha fibrosa que contorna a extremidade inferior do fêmur e a extremidade superior da tíbia, mantendo-as em contato entre si e formando as paredes não ósseas da cavidade articular. A sua camada mais profunda está recoberta pelo líquido sinovial (KAPANDJI et al., 2000). Os ligamentos

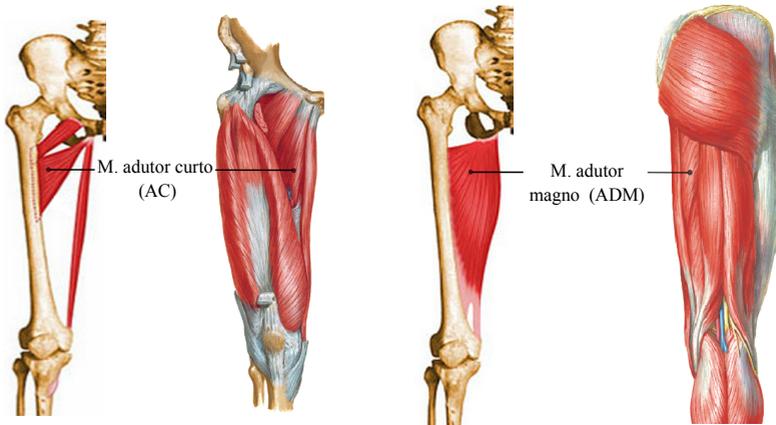


Figura 2.15 – Músculos adutores do joelho. Na esquerda: vista anterior adutor curto (AC). Na direita: vista anterior e posterior do adutor magno (ADM). Adaptado de (NETTER, 1996).

capsulares promovem secundariamente a estabilidade do joelho.

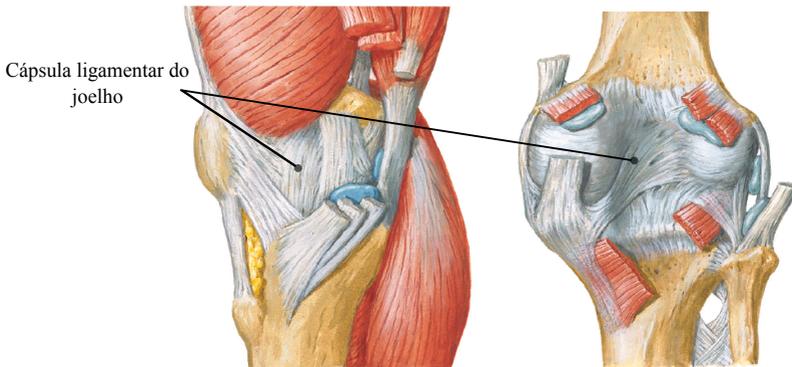


Figura 2.16 – Vista lateral (com tecido muscular) e posterior (sem tecido muscular) da cápsula ligamentar do joelho. Adaptado de (NETTER, 1996).

- Ligamentos colaterais (Figura 2.17): reforçam a cápsula articular pelo seu lado interno e externo, assegurando a estabilidade lateral do joelho

em extensão. O ligamento colateral medial estende-se da face cutânea do côndilo medial até a extremidade superior da tíbia, e o ligamento colateral lateral estende-se da face cutânea do côndilo lateral até a cabeça da fíbula (KAPANDJI et al., 2000; PAVAN, 2010).

- **Ligamentos cruzados:** Os ligamentos cruzados (Figura 2.17) atuam na restrição dos movimentos de flexão, extensão, rotação no eixo longitudinal e translações no eixo anteroposterior (Figura 2.3). O ligamento cruzado posterior (Figura 2.17) é tensionado em flexão e o ligamento cruzado anterior é tensionado em extensão. Desta forma os ligamentos cruzados atuam como principais limitadores dos movimentos de hiperflexão e hiperextensão no joelho (KAPANDJI et al., 2000; PAVAN, 2010). Outro importante papel do LCA é o impedimento da translação anterior da tíbia.

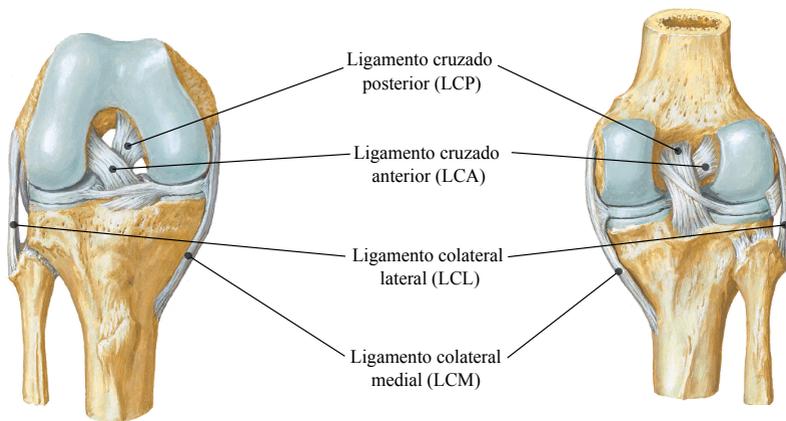


Figura 2.17 – Vista anterior e posterior dos ligamentos colaterais e cruzados do joelho direito. Adaptado de (NETTER, 1996).

2.2.4 Anatomia interarticular do joelho: meniscos

Os meniscos são placas semilunares de fibrocartilagem que repousam na face articular dos platôs da tíbia; cobrindo 2/3 da superfície articular. As suas principais funções são amortecer impactos e aprofundar a face de contato tibiofemoral, ou seja, compensar a não concordância destas superfícies articulares (KAPANDJI et al., 2000). Esta não concordância é devida a que a superfície óssea do platô tibial lateral é convexa sagitalmente (forma de sela

de cavalo), portanto o côndilo femoral lateral (também convexo) é instável sobre esta "lombada".

Em relação à forma dos meniscos, a superfície superior é côncava e está em contato com os côndilos femorais. A superfície inferior é plana e está em contato com os platôs tibiais (Figura 2.18).

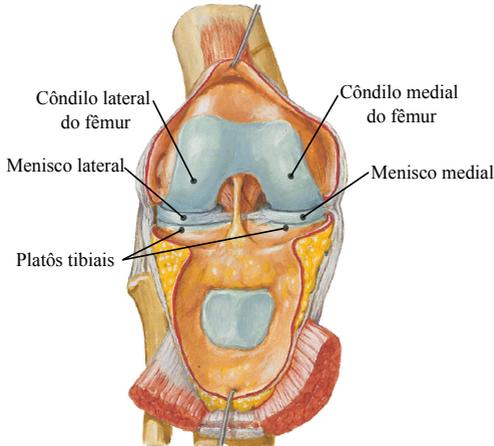


Figura 2.18 – Vista anterior da articulação aberta do joelho direito semiflexionado. Podem se ver os meniscos, os platôs tibiais e os côndilos femorais. Adaptado de (NETTER, 1996).

A forma dos meniscos é explicada na Figura 2.19: quando uma esfera (E) é colocada sobre um plano (P), existe contato através de um ponto tangencial. Para aumentar a superfície de contato entre (E) e (P), deve-se interpor um anel que represente o volume que existe entre o (P), (E) e o cilindro (C) tangencial à esfera. Este anel (de cor vermelho) tem a mesma forma de um menisco, possuindo uma secção é triangular. Cada uma das três faces do anel vermelho (Figura 2.19) tem as seguintes características:

- Face superior côncava, em contato com os côndilos.
- Face periférica cilíndrica, sobre a qual se fixa a cápsula articular do joelho.
- Face inferior quase plana, situada na periferia dos platôs tibiais.

Analisando o corte sagital do menisco, pode-se ver na Figura 2.20 que a borda externa é mais grossa e convexa, enquanto que a borda interna é

mais delgada e de forma geométrica livre. Os meniscos, em forma de anéis, estão interrompidos ao nível das espinhas tibiais (entre os platôs tibiais) com a forma de uma meia-lua, com um corno anterior e outro posterior.

Analisando os meniscos desde o plano transversal em forma superior, tem-se que (Figura 2.21):

- O menisco medial: tem formato semicircular, possui um diâmetro aproximado de 35 mm e está firmemente fixo à fossa intercondilar posterior. Fixa-se à cápsula articular por intermédio do ligamento medial profundo.
- O menisco lateral: tem forma quase circular, forma um anel quase completo (fechado) e se fixa firmemente às fossas intercondilares. Conecta-se posteriormente com o côndilo medial do fêmur e ao LCP por intermédio do ligamento meniscofemoral. O ligamento colateral lateral (LCL) está separado de seu menisco pelo tendão do músculo poplíteo (Pop), que envia uma expansão fibrosa à margem posterior deste menisco (KAPANDJI et al., 2000) como mostrado na Figura 2.21.

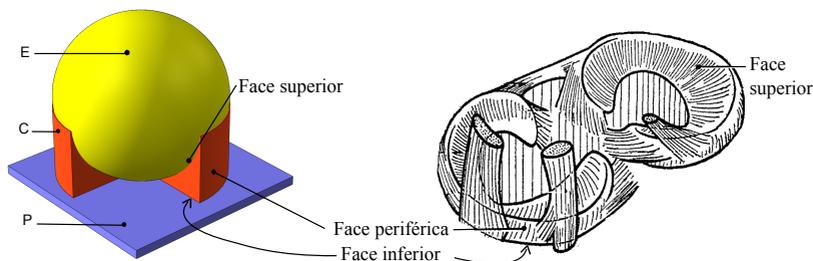


Figura 2.19 – Analogia da geometria do menisco, intersectando um cilindro (C) entre uma esfera (F) e um plano (P). Adaptado de (KAPANDJI et al., 2000).

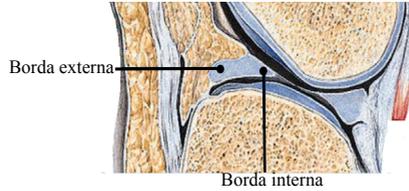


Figura 2.20 – Borda externa e interna do menisco, no corte sagital do joelho. Adaptado de (NETTER, 1996).

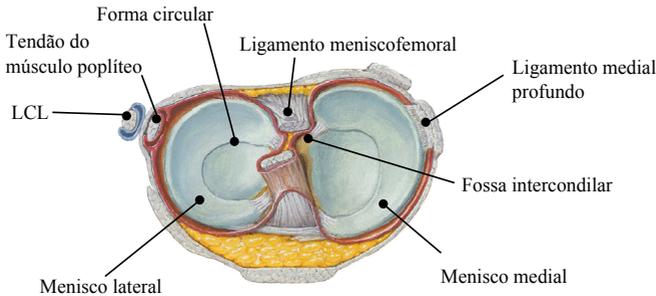


Figura 2.21 – Vista superior interna dos meniscos. Adaptado de (NETTER, 1996).

2.3 BIOMECÂNICA DO JOELHO

O movimento do fêmur em relação à tíbia é governado pelos ligamentos e restrições geométricas das superfícies articulares. A posição espacial da tíbia em relação ao fêmur pode ser descrita por três coordenadas que compõem o vetor $p=(x,y,z)$, enquanto a orientação espacial pode ser descrita por três ângulos que compõem o vetor $v=(\alpha, \beta, \gamma)$ (Figura 2.22). Os vetores p e v especificam o movimento do centro anatômico do fêmur S_f em relação ao centro anatômico da tíbia S_t , onde S_t é considerado como a origem do sistema coordenado. O centro anatômico do fêmur S_f está localizado no ponto médio entre os côndilos femorais, enquanto o centro anatômico da tíbia S_t está localizado no ponto médio entre os côndilos tibiais (platôs) (GROOD; SUNTAY, 1983). Como apresentado na Figura 2.22, as direções das translações p são definidas como: anterior-posterior x , proximal-distal (axial) y e medial-lateral z . As orientações dos ângulos que compõem v são definidas como: flexão-extensão α , varus-valgus β e rotação interna-externa γ .

3 Translações:

x = Anterior - Posterior (A-P)

y = Proximal - Distal (P-D)

z = Medial - Lateral (M-L)

3 Rotações:

γ = Interna - Externa (A-P)

β = Varus - Valgus (V-V)

α = Flexão - Extensão (F-E)

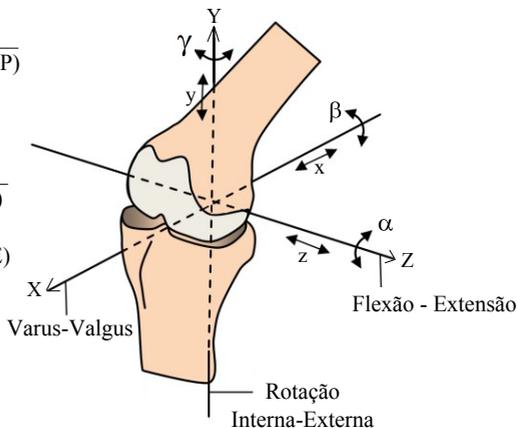


Figura 2.22 – Três translações e três rotações do joelho.

O joelho pode desenvolver dois tipos de movimentos: a movimentação ativa (Figura 2.23a) e a movimentação passiva (Figura 2.23b). É considerada movimentação ativa, quando o joelho está sujeito à própria ativação muscular ou a uma carga externa. A movimentação ativa possui seis graus de liberdade ($6 - DOF$) (WOO et al., 1999), isto significa que são necessárias seis variáveis independentes para descrever completamente a postura espacial instantânea do fêmur em relação à tíbia.

É considerada movimentação passiva, ou flexão passiva, quando o joelho não está sujeito a nenhuma ativação muscular ou carga externa. A movimentação passiva possui $1 - DOF$ (PARENTI-CASTELLI et al., 2004), isto significa que é necessária uma única variável independente para definir completamente a postura espacial instantânea do fêmur em relação à tíbia. Por exemplo, impondo um ângulo de flexão α para o fêmur, pode ser obtida uma posição e orientação unívoca para ele em relação à tíbia. Impondo vários ângulos de flexão α na movimentação passiva, obtém-se uma trajetória espacial unívoca e reproduzível. Na Tabela 5.2 são indicadas as características relevantes da movimentação ativa e passiva.

Além dos movimentos acima indicados, o joelho humano apresenta dois importantes movimentos no percurso da flexão extensão: o movimento *screw-home* e o movimento *rollback* (KAPANDJI et al., 2000). Em ambos os movimentos, a participação dos ligamentos cruzados é fundamental.

O movimento *screw-home* (Figura 2.24) é desenvolvido no plano transversal e corresponde à rotação interna-externa da tíbia nos primeiros 20° de flexão, desde a extensão máxima. Este movimento acontece tanto na mo-

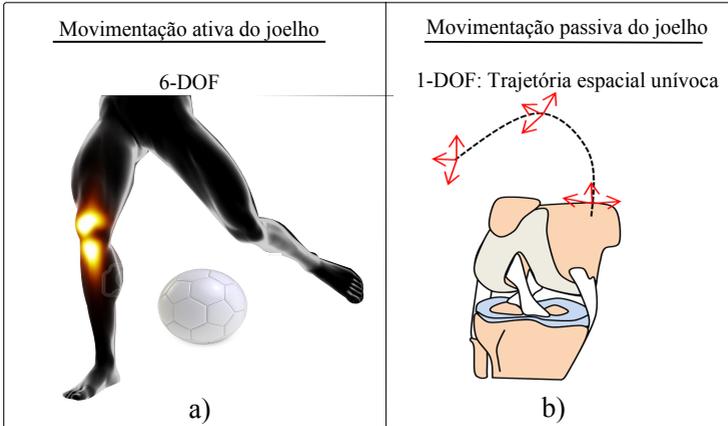


Figura 2.23 – Movimentos do joelho: a) movimentação ativa e b) movimentação passiva.

Tabela 2.1 – Características da movimentação ativa e passiva.

Movimentação ativa	Movimentação passiva
Produzida quando aplicada cargas externas e/ou ativação muscular.	Produzida em ausência de cargas externas ou ativação muscular.
Trajetória espacial de 6 – <i>DOF</i> .	Trajetória espacial de 1 – <i>DOF</i> , unívoca e reproduzível.
Para conhecer a posição p e orientação v é necessário definir seis variáveis independentes.	Para conhecer a posição p e orientação v é necessário definir uma única variável independente, por exemplo o ângulo de flexão α .
Depende das características hiperelásticas de ligamentos, meniscos, cartilagens, superfícies de contato, músculos, etc.	Depende de estruturas anatômicas fundamentais: ligamentos e superfícies articulares.

vimentação passiva quanto na ativa.

O movimento *rollback* (Figura 2.25) é o movimento do fêmur em relação à tíbia definido no plano sagital, onde a razão de deslizamento varia durante a flexão do joelho (KAPANDJI et al., 2000). O movimento *rollback* acontece tanto na movimentação passiva quanto na ativa. Autores como Kapandji et al. (2000) descrevem da seguinte maneira esse movimento: "A partir

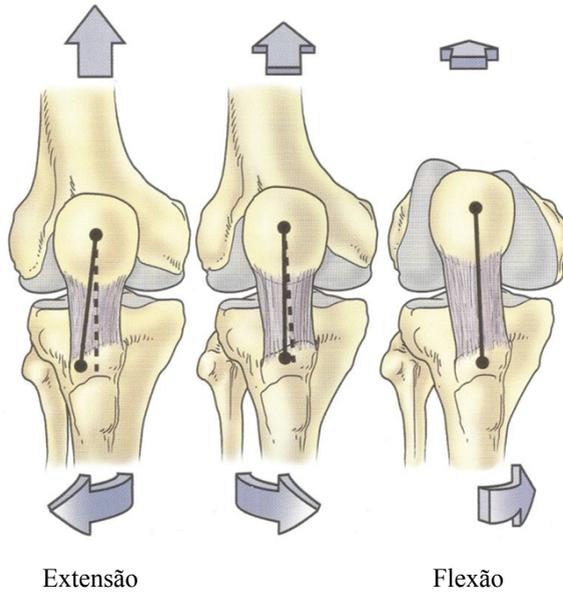


Figura 2.24 – Movimento *screw-home*.

de uma extensão máxima, o côndilo começa a rolar sem resvalar e depois o deslizamento começa progressivamente a predominar sobre o rolamento, de maneira que no fim da flexão o côndilo resvala sem rolar".

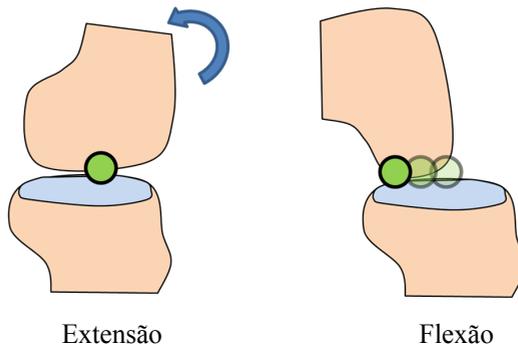


Figura 2.25 – Movimento *rollback*.

A análise da movimentação passiva é muito importante para a análise da estabilidade do joelho, o projeto de próteses e o planejamento pré-operatório (SANCISI et al., 2011), pois a movimentação passiva é determinada pelas estruturas anatômicas fundamentais do joelho (ligamentos e côndilos), permitindo identificar a função de restrição de cada uma dessas estruturas e analisar também a influência operacional que cada uma delas tem sobre a cinemática da articulação como um conjunto. Além disso o fato da movimentação passiva possuir 1 – *DOF* permite que a análise cinemática seja mais simples do que a movimentação ativa. Por estas razões a movimentação passiva é utilizada no método proposto desta tese.

2.4 TÉCNICAS CIRÚRGICAS NA RECONSTRUÇÃO DO LCA

Na maior parte das atividades corriqueiras e esportivas, tanto para jovens como para pessoas de idade média e avançada, os ligamentos mais susceptíveis de serem lesados são o ligamento cruzado anterior (LCA) e o ligamento colateral medial (LCM) (WOO et al., 2004). A frequência destas lesões equivalem a 90% do total das lesões do joelho (MIYASAKA et al., 1991). Estima-se que anualmente acontecem entre 150.000 e 200.000 novas lesões de LCA e 140.000 lesões combinadas de LCA e LCM nos Estados Unidos (MIYASAKA et al., 1991; BEATTY, 1999).

Pesquisas em animais têm demonstrado que o LCM pode reparar-se espontaneamente sem necessidade de procedimentos cirúrgicos, voltando satisfatoriamente ao seu funcionamento normal (WOO et al., 2004). Por outro lado, as lesões do LCA que apresentam ruptura parcial ou total, precisam de intervenção cirúrgica para sua reconstrução (FETTO; MARSHALL, 1980). Os resultados da cirurgia do LCA têm geralmente sucesso, podendo a maioria dos pacientes voltar às atividades cotidianas e esportivas.

Em vários casos de lesões combinadas de LCA e LCM, o processo de restauração do LCM leva mais tempo, pois a ausência do LCA saudável faz com que esforços adicionais sejam concentrados no LCM. Pesquisas revelaram que reconstruções satisfatórias do LCA derivam em efeitos benéficos na reparação natural do LCM por redução dos esforços nos ligamentos (MA et al., 2000). Embora os tratamentos de lesões combinadas de LCA e LCM estejam ainda em discussão, resultados de pesquisa indicam que os tratamentos que envolvem primeiro intervenções cirúrgicas para o LCA seguido de tratamentos não-cirúrgicas para o LCM são satisfatórios (SHELBOURNE et al., 1995; LARSON, 1980).

Fica em evidência a importância predominante da cirurgia do LCA em relação aos procedimentos de reconstrução dos demais ligamentos; por-

tanto se realizará uma revisão focada nos procedimentos de reconstrução do LCA, nos fatores que afetam os resultados da cirurgia do LCA, e também nas últimas tendências na reconstrução do LCA.

2.4.1 Procedimento de reconstrução do LCA

A primeira reconstrução intra-articular do LCA começou com Hey-Groves em 1917, mas foi dada a conhecer por O'Donoghue em 1950 (WOO et al., 2006a). A introdução do equipamento de artroscopia introduziu mudanças revolucionárias na cirurgia do LCA (SHELBOURNE; NITZ, 1990; BARTLETT, 1983; NOYES et al., 1987), e desde então (1970-1980) os procedimentos cirúrgicos no LCA têm tido um grande crescimento (BENNETT; CHEBLI, 2003).

O objetivo mais recente da reconstrução do LCA tem sido a restauração da função do joelho ao nível de um LCA intacto. Pesquisas em laboratório com equipamentos robóticos e automatizados estão sendo realizadas com a finalidade de avaliar a efetividade das técnicas cirúrgicas, demonstrando que ainda existem falhas em devolver uma ótima função rotatória ao joelho (YAGI et al., 2002; YOO et al., 2005).

Na hora da operação, o paciente normalmente recebe anestesia geral, embora sejam usadas outros tipos de anestesia.

O procedimento de reconstrução do LCA é baseado na substituição do LCA danificado por um enxerto. O tecido que substituirá o LCA lesado vem do próprio corpo ou de um doador (cadáver). O tecido coletado do próprio corpo é chamado de autoenxerto. O tecido coletado de um doador é chamado de aloenxerto. As estruturas anatômicas mais comuns para coletar o tecido de autoenxerto são: o tendão patelar (Figura 2.26), também conhecido como enxerto BPTB (*bone patellar tendon bone*); o tendão semitendinoso e o tendão grácil (Figura 2.27), que são enxertos também conhecidos como QSTG (*quadrupled semitendinosus and gracilis tendon grafts*); e os tendões dos quadríceps (Figura 2.28). Os lugares de coleta de aloenxertos são: tendão patelar, tendão de aquiles, semitendinoso e grácil.



Figura 2.26 – Tendão patelar (BPTB) utilizado como enxerto para substituição do LCA. Adaptado de (INSTITUTE, 2010).

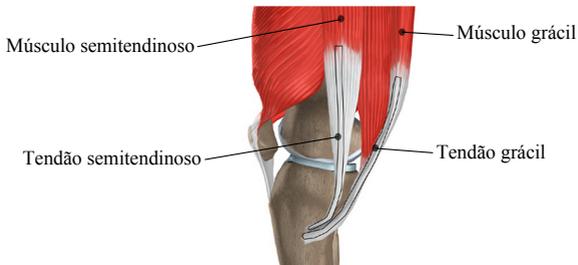


Figura 2.27 – Tendões semitendinoso e grácil utilizados como enxertos (QSTG) para substituição do LCA. Adaptado de (KIRITSIS, 2001).

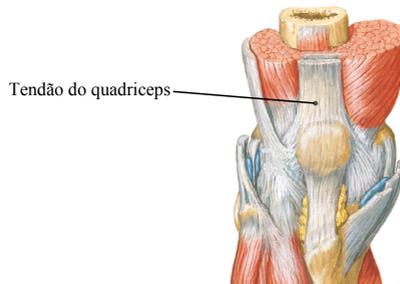


Figura 2.28 – Tendão do quadríceps utilizado como enxerto para substituição do LCA. Adaptado de (NETTER, 1996).

A cirurgia do LCA começa com um exame de artroscopia do interior do joelho (Figura 2.29). Esta técnica cirúrgica se realiza mediante três pe-

quenas incisões de aproximadamente 6 mm de comprimento para criar "entradas"no joelho. Uma luz de fibra óptica ilumina o interior do joelho e uma câmera de vídeo fornece as imagens a um monitor para que o cirurgião possa ver dentro da articulação. Uma solução salina estéril é continuamente bombeada até o joelho mediante uma cânula para manter a zona de operação sempre limpa.

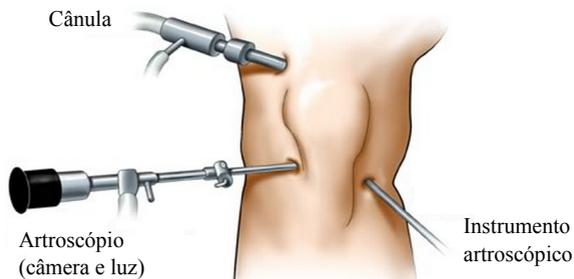


Figura 2.29 – Artroscopia do joelho. Adaptado de (GOLLOGLY et al., 2011).

Depois que os cirurgiões inspecionam o joelho, os restos de LCA lesado são removidos com instrumentos especiais, como apresentado na Figura 2.30. A superfície intercondilar onde está a inserção do LCA (normalmente a correspondente ao fêmur), é preparada com uma fresa de alta velocidade a modo que a localização do túnel para a fixação femoral seja pré-visualizado claramente.



Figura 2.30 – Remoção do LCA lesado. Adaptado de (GOLLOGLY et al., 2011).

Na sequência, são realizados os túneis no fêmur e na tíbia com furadeiras especiais (Figura 2.31), para que o enxerto possa ser colocado na mesma posição do LCA original. O enxerto coletado, é então passado pelo túnel, tensionado e fixado mediante estruturas mecânicas rígidas, como parafusos especiais, que ajudam a segurar o enxerto ao osso (Figura 2.31). Alguns cirurgiões trançam o enxerto antes de passá-los pelo túnel, para dar maior resistência. Uma grande variedade de técnicas de fixação tem sido desenvolvidas para ancorar o enxerto ao osso; assim, diferentes técnicas são usadas dependendo do tipo de enxerto.

Uma vez que o enxerto é fixado, as incisões são fechadas e cobertas com apósitos esterilizados sobre todo o joelho. Estes apósitos devem permanecer alguns dias até as feridas sararem. O retorno às atividades cotidianas ou esportivas normalmente leva de quatro a seis meses.

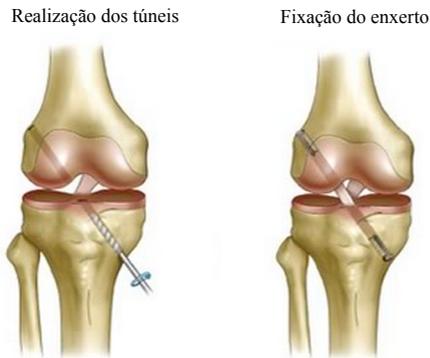


Figura 2.31 – Túneis são realizados no joelho e posteriormente o enxerto é fixado. Adaptado de (GOLLOGLY et al., 2011).

2.4.2 Fatores que afetam o resultado da reconstrução do LCA

Os fatores que podem alterar o resultado de uma reconstrução do LCA incluem a seleção do enxerto, a localização do túnel, a tensão inicial do enxerto (pré-tensão), o tipo de fixação do enxerto, o movimento do enxerto no túnel, e a cicatrização do enxerto e do túnel (WOO et al., 2006a; PENA et al., 2006; AU et al., 2005). O detalhamento de cada um destes fatores é apresentado a seguir (Figura 2.32).

- Seleção do enxerto: ao longo dos anos têm sido utilizada uma varie-

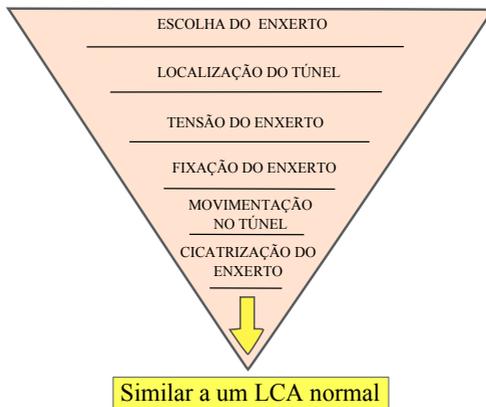


Figura 2.32 – Sequência lógica dos fatores a ser considerados na reconstrução do LCA em ordem a obter um resultado satisfatório. Adaptado de (WOO et al., 2006a).

dade de autoenxertos e aloenxertos na reconstrução do LCA. Também têm sido experimentados alguns enxertos sintéticos mas com resultados deficientes. Para os autoenxertos, o BPTB e QSTG são os mais comuns, embora alguns cirurgiões usem também o tendão do quadríceps ou do trato iliotibial (Figura 2.13). Atualmente os autoenxertos BPTB têm sido proclamados como os padrão ouro (*gold standard*) na reconstrução do LCA.

Recentemente, questões relacionadas à tendência de lesões e doenças no sítio de coleta, como artrofibrose, síndrome de dor patelo-femoral e fraqueza nos quadríceps, têm causado uma mudança no paradigma. Assim, têm aumentado significativamente o uso do enxerto de tendão semitendinoso e do tendão grácil (QSTG) (GOLDBLATT et al., 2005; FORSSBLAD et al., 2006). Um enxerto BPTB (patelar) de 10 mm de largura possui uma rigidez de 210 ± 65 N/mm e possui uma resistência máxima equivalente de 1784 ± 580 N (WILSON et al., 1999; WOO et al., 2006a). Estes valores são comparáveis aos apresentados pelo complexo *fêmur-LCA-tíbia* (FATC) de um indivíduo jovem: 242 ± 28 N/mm e 2160 ± 157 N, respectivamente (WILSON et al., 1999; WOO et al., 2006a). O enxerto BPTB tem também a vantagem de possuir ossos nos extremos, o que melhora a fixação aos túneis da tíbia e do fêmur, fornecendo maior estabilidade e um breve retorno às atividades esportivas. O autoenxerto QSTG possui uma grande rigidez, tendo um valor de 776 +/-

204 N/mm; e um alto limite de resistência máxima equivalente de 4090 \pm 295 N (L.H. et al., 1999). A seleção do enxerto incide diretamente em questões relacionadas com o movimento do enxerto no túnel, tempos de restauração do sistema osso-tendão, e também na correta função dos músculos isquiotibiais. Estas questões ainda são foco de pesquisa (WOO et al., 2006a).

- **Localização do túnel:** A localização do túnel femoral causa um profundo efeito na cinemática do joelho. Recentemente, muitos cirurgiões decidiram mudar a posição do túnel femoral para a zona de inserção da banda anteromedial do LCA (*AM bundle*)⁵ ou seja, para a posição das 11 horas do relógio, visto desde o plano sagital do joelho direcionado a 90° (Figura 2.33). Estudos biomecânicos indicam que esta localização do túnel femoral pode não fornecer uma estabilidade rotatória do joelho, enquanto que uma localização mais próxima à zona de inserção da banda posterolateral do LCA ou *PL bundle* (para a posição das 10 horas do relógio), forneceria melhores resultados (LOH et al., 2003). Além disso, deve-se tomar em conta o plano sagital do túnel (BERNARD et al., 1997), pois em uma revisão das cirurgias de reconstrução do LCA tem-se evidenciado que uma grande porcentagem de túneis foram realizadas de forma errada neste plano (SOMMER et al., 2000), embora alguns autores afirmam que não exista uma única localização do túnel que produz uma estabilidade rotatória do joelho, próxima à de um joelho intacto (LOH et al., 2003).

A determinação da posição do túnel tibial não é simples de estabelecer. Por isto se mantém a área nativa de inserção do LCA, pois se usa como uma posição de referência. Para auxiliar no posicionamento e orientação do túnel é usado um dispositivo chamado de *Acuflex director* (PLAWESKI, 2009), como mostrado nas Figura 2.34. Este dispositivo possui uma ponta guia, um braço horizontal e um pino guia onde ingressa a furadeira. O pino guia da cânula é aplicado em um ponto entre 30 a 40 mm abaixo do eixo lateral-medial da articulação, como mostrado na Figura 2.34 (direita), passando pelo meio da tuberosidade tibial. A ponta da guia se engancha às fibras posteriores da inserção do LCA na tibia. A ponta da guia deve estar localizada entre 20 a 30 mm em direção anterior, em relação à mais anterior das fibras do LCP. O pino guia deve estar sagitalmente, orientado a 45° em relação ao eixo longitudinal da tibia como apresentado na Figura 2.34 (esquerda); e no plano transversal deve-se cuidar para que: o ângulo entre o túnel ti-

⁵O LCA possui 2 bandas (Figura 2.38): a anteromedial (*AM bundle*) e a posterolateral (*PL bundle*).

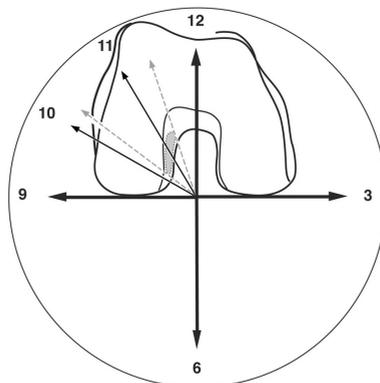


Figura 2.33 – Posições das 10 e 11 horas do relógio para ser realizado o túnel femoral no joelho direito.

bial e o braço horizontal da guia seja de 55° (PLAWESKI, 2009) como mostrado na Figura 2.34 (direita).

Se for desejado, a operação de furação do túnel femoral pode ser guiada e orientada mediante o uso do túnel tibial. O pino guia pode ser projetado alguns centímetros dentro da articulação com a finalidade de marcar o ponto de entrada do túnel femoral. Mediante uma inspeção por artroscopia se confere se a ponta do pino guia está situada corretamente no fêmur (círculo vermelho na Figura 2.34 (esquerda)). O túnel tibial é realizado mediante uma fresa especial cujo diâmetro deve coincidir com o diâmetro do enxerto.

- Pré-tensão do enxerto: Pesquisas em laboratório têm encontrado que uma pré-tensão do enxerto equivalente a 88 N resulta em joelhos com super restrições de movimento; enquanto uma baixa pré-tensão equivalente a 44 N poderia ser mais conveniente (MAE et al., 2001). Estudos relacionadas à viscoelasticidade do tecido revelam que a pré-tensão do enxerto diminui no máximo 50% dentro de um curto período de tempo depois da fixação, devido ao comportamento de relaxamento de tensões internas do tecido (BOYLAN et al., 2003; JOHNSON et al., 1994). Outras pesquisas (YASUDA et al., 1997) avaliaram pré-tensões nas faixas equivalentes a 20, 40, e 80 N, encontrando que a mais alta produz uma grande estabilidade no joelho. Assim, a literatura é ainda pouco clara neste assunto, permanecendo a controvérsia no tema da pré-tensão do enxerto (WOO et al., 2006a; PENA et al., 2006; AU et al., 2005).

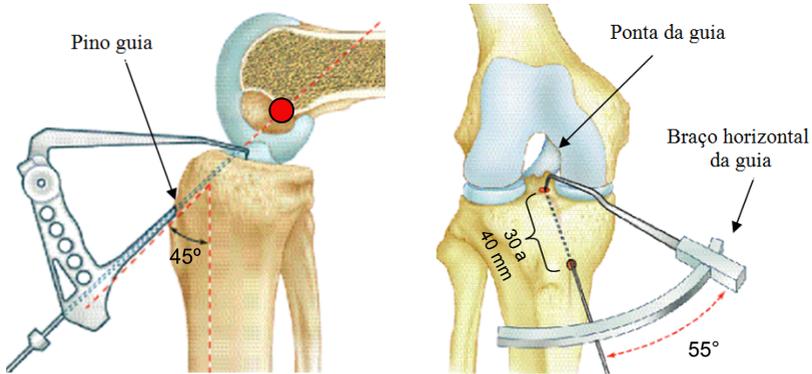


Figura 2.34 – Determinação da posição e orientação do túnel tibial usando o instrumento *Acuflex director*. Modificado de (PLAWESKI, 2009).

- Tipo de fixação do enxerto: Visando melhorar a funcionalidade do joelho, e assim um rápido retorno às atividades diárias ou esportivas, têm-se incrementado a resistência da fixação dos implantes, existindo uma grande variedade de dispositivos disponíveis para este fim. Em termos biomecânicos, para os enxertos de tendões com osso em um ou ambos extremos (tendão do quadríceps, tendão de aquiles, e BPTB), os implantes do tipo parafusos de interferência (Figura 2.35) tem tido grande sucesso (LAMBERT, 1983; KUROSAKA et al., 1987).



Figura 2.35 – Parafusos de interferência no joelho esquerdo. Adaptado de (MEDICAL, 2012).

Para enxertos do tipo BPTB, Rowden et al. (1997) encontrou que a fixação com parafusos de interferência tem uma rigidez inicial de 51 ± 17 N/mm, que é somente 25% da rigidez natural de fixação do LCA. Tais fixações podem ser feitas na superfície articular (área de inserção

natural do ligamento), podendo limitar a movimentação do enxerto no túnel e incrementar a estabilidade do joelho. Na pesquisa realizada por Rowden et al. (ROWDEN et al., 1997), foram reconstruídos os ligamentos cruzados anteriores de seis joelhos, mediante o enxerto do tipo BPTB, com parafusos de interferência fixados no fêmur e na tíbia.

Novos parafusos de interferência com o espiral sem fio *blunt threads* têm sido utilizados especialmente para que os tecidos moles não sofram danos no contato com o parafuso.

Também estão disponíveis os parafusos bioabsorvíveis, que segundo Walton (WALTON, 1999) possuem magnitudes de rigidez e resistência máxima de fixação comparáveis às magnitudes de fixação de parafusos metálicos. O procedimento da pesquisa de Walton (WALTON, 1999) foi realizado mediante a reconstrução do LCA por enxertos do tipo BPTB (patelar) de 71 ovelhas, para comparar a rigidez e resistência de fixação de parafusos de interferência bioabsorvíveis (polyglyconate) e de titânio. A vantagem destes parafusos bioabsorvíveis é que não precisam ser removidos no caso de revisão ou artroplastia, nem para exames de ressonância magnética. As desvantagens incluem possíveis rupturas durante o processo de inserção, resposta inflamatória do paciente, ou inadequada fixação devido à rápida degradação do implante antes da incorporação do enxerto no túnel femoral (WOO et al., 2006a).

Outro tipo de fixação é a chamada de fixação com botão (Figura 2.36), para fixar o enxerto ao córtex (superfície) femoral lateral. Honl et al. (2002) indicam que a rigidez de este tipo de fixação é de 61 ± 11 N/mm e suporta uma força limite de 572 ± 105 N. Para chegar a esse resultado, Honl et al. (2002) realizaram a reconstrução do LCA mediante o enxerto do tipo BTPB usando 48 joelhos de cadáveres humanos, onde três métodos de fixação foram comparados (fixação com botão, parafuso de interferência e sutura pós-fixação). Os três métodos foram submetidos a testes de resistência máxima e de resistência sub carregamento clínico.

A técnica de pino transverso (Figura 2.37) é outro método de fixação, e cuja rigidez de fixação segundo Brown et al. (2004), é de 240 ± 47 N/mm e suporta uma força limite de 934 ± 296 N. Na sua pesquisa, Brown et al. (2004) testou o complexo *fêmur-LCA-tíbia* (FATC) aplicando forças cíclicas entre 50 e 250 N a 1 Hz por 1000 ciclos, com a direção da força aplicada paralela ao eixo do túnel femoral.

Além de considerar esta variedade de dispositivos de fixação, é muito importante ter em conta o ângulo de flexão do joelho na hora da fixação do enxerto. Têm se demonstrado que uma fixação mediante extensão

total do joelho auxilia para aumentar a movimentação do joelho, enquanto uma fixação a 30 graus de flexão, incrementa a estabilidade do joelho (ASAHINA et al., 1996).

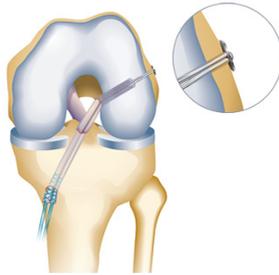


Figura 2.36 – Fixação com botão do enxerto: *Endobutton and endotape*. Adaptado de (SPORTKLINIK, 2012).

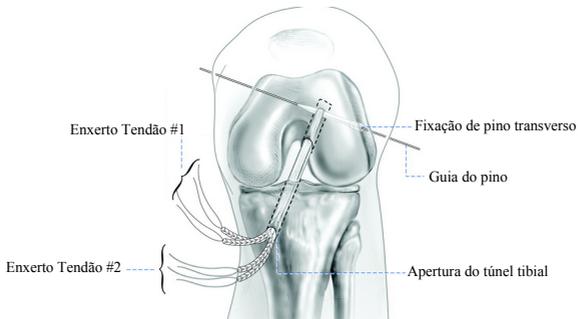


Figura 2.37 – Fixação de pino transverso. Adaptado de (WILLIAMSIII et al., 2004)

- Movimento do enxerto no túnel: O movimento do enxerto dentro do túnel ósseo é um efeito indesejado, pois pode produzir frouxidão e lassidão do enxerto. Pesquisas realizadas em cabras (WOO et al., 2006a), evidenciaram que a técnica de fixação com botão (*endobutton*) junto com fita de poliéster (*polyester tape* ou *endotape*) trançado no extremo do enxerto, causam uma movimentação longitudinal maior do enxerto dentro do túnel que a técnica de fixação por parafusos de interferência bioabsorvíveis. Além disso, a técnica de fixação com botão também teve resultados inferiores aos da técnica de fixação por parafusos de interferência bioabsorvíveis quando o joelho foi submetido a cargas ântero-posteriores (TSUDA et al., 2002). Outros pesquisadores (WOO et al., 2006a) demonstraram que com a técnica de fixação com botão acompanhada de fita de poliéster, a elongação do enxerto do tendão dos isquiotibiais sob uma força cíclica de 50 N, foi de 14 a 50% do total do movimento axial do enxerto no túnel, sugerindo que esta movimentação é devida principalmente à fita de poliéster.
- Cicatrização do enxerto e do túnel: uma rápida cicatrização do enxerto e do túnel ósseo é obviamente desejável. Enxertos que possuem osso nos extremos permitem uma cicatrização mais rápida, próxima a seis semanas. Ao contrário, enxertos sem ossos nos extremos precisam de dez até doze semanas (WOO et al., 2006a). Em pesquisas em animais têm sido usadas algumas substâncias biológicas para acelerar o processo de recuperação, incrementando a resistência no lugar de fixação do enxerto. Também estas substâncias têm sido aplicadas na estrutura do tendão (enxerto) e inseridas dentro do túnel ósseo, resultando em uma cicatrização mais forte e rápida (WOO et al., 2006a; VLADIMIR et al., 2002). Estas tentativas têm sido continuadas pesquisando fatores que ajudam ao crescimento, tempo de aplicação e níveis de dosagem, que permitam uma futura aplicação clínica.

2.4.3 Últimas tendências na reconstrução do LCA

Tradicionalmente a reconstrução do LCA tem se realizado mediante a técnica do banda única (*single bundle*), na qual utiliza-se um único enxerto para substituir o LCA lesado; mas esta técnica pode não restabelecer totalmente a estabilidade rotatória do joelho. Por esse motivo, pesquisas tem desenvolvido reconstruções anatômicas de banda dupla (*double bundle*) (ADACHI et al., 2004; BUONCRISTIANI et al., 2006), que utilizam dois enxertos para substituir o LCA lesado, como apresenta a Figura 2.38.

A reconstrução anatômica de banda dupla utiliza dois enxertos sepa-

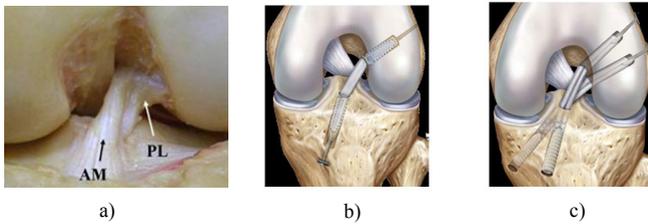


Figura 2.38 – De esquerda a direita: a) LCA com a banda anteromedial (AM) e posterolateral (PL); b) técnica de reconstrução de banda única; c) técnica de reconstrução de banda dupla. Adaptado de (KORDAY, 2010).

rados, um para substituir a banda anteromedial (*AM bundle*), e outro a banda posterolateral (*PL bundle*) do LCA.

Pesquisas biomecânicas têm demonstrado que a técnica de reconstrução anatômica de banda dupla possui grandes vantagens em termos de atingir uma cinemática ao nível de um joelho intacto, ao mesmo tempo que melhora as forças internas do LCA, aproximando-se também às que ocorrem no LCA intacto, mesmo quando o joelho é submetido a forças de torção (YAGI et al., 2002). Pesquisas realizadas em joelhos submetido a cargas combinadas rotacionais (abdução-adição e rotação interna-externa), indicam que a translação anterior tibial do joelho com reconstrução anatômica de banda dupla é 24% menor que o joelho com a técnica do banda única. Além disso, as forças internas do enxerto com banda dupla são 93% da força interna do LCA intacto, em contraste a 68% obtido com o enxerto de banda única (WOO et al., 2006a).

Uma reconstrução de banda dupla envolve um número maior de variáveis que afetam o resultado da operação. Uma variável de grande importância, dentre todas, é a distribuição de forças entre as duas bandas, existindo o perigo de sobrecarregar alguma delas (GABRIEL et al., 2004). A banda posterolateral (*PL bundle*), é mais curta e de um diâmetro menor, e por isto, corre o risco de sofrer alguma falha ou ruptura.

Para encontrar o ângulo de flexão do joelho que permita uma segura fixação de ambos os enxertos, Woo et al. (WOO et al., 2006a) têm realizado experimentos para descobrir quais ângulos são os mais apropriados. Têm-se encontrado que quando ambos enxertos são fixados a 30° de flexão do joelho, a força interna no enxerto posterolateral pode ser até 67% maior que o enxerto posterolateral intacto, em resposta a uma carga combinada (uma rotacional e outra de sentido anterior-posterior) (WOO et al., 2006a).

Quando o enxerto anteromedial é fixado a 60°, e o enxerto posterolateral fixado no joelho em extensão total, a força encontrada no enxerto an-

teromedial foi de 46% maior que no enxerto anteromedial intacto quando submetida a uma carga de sentido anterior-posterior. Uma outra pesquisa demonstrou que quando o enxerto posterolateral é fixo em 15° de flexão, e o enxerto anteromedial é fixo a 15° ou 45°, as forças internas nos enxertos diminuíram de modo que nenhum deles ficou sobrecarregado; assim estes ângulos de flexão são os mais seguros para a fixação dos enxertos usando a técnica de banda dupla (WOO et al., 2006a).

2.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este capítulo apresentou os fundamentos teóricos biológicos, incluindo:

- A anatomia do joelho.
- A biomecânica do joelho.
- As técnicas cirúrgicas de reconstrução do LCA.

Os fundamentos anatômicos e biomecânicos do joelho aqui revisados são importantes para o capítulo 5 de metodologia proposta da presente tese, porque fornecem clareza na definição dos requisitos que a modelagem deve satisfazer, relacionando cada estrutura anatômica do joelho à sua respectiva função mecânica. A revisão das técnicas cirúrgicas aqui apresentadas também é indispensável, porque incluiu a descrição do procedimento de reconstrução do LCA, os fatores que afetam o resultado da reconstrução do LCA e as últimas tendências nas técnicas de reconstrução do LCA. Estes fatores permitem definir quais devem ser as aplicações do modelo a ser proposto, definindo que informações são úteis para apoiar o planejamento pré-operatório.

No Capítulo seguinte são apresentados os fundamentos teóricos em robótica, os quais fornecem o embasamento à metodologia proposta para modelagem do joelho. Ali será realizada uma revisão da geometria e da cinemática dos robôs paralelos que podem simular o movimento do joelho. Contempla-se também a descrição do método de Davies, e uma breve revisão da técnica de otimização por Evolução Diferencial para ajuste geométrico do modelo.

3 FUNDAMENTOS TEÓRICOS EM ROBÓTICA E MECANISMOS

Para realizar uma modelagem do joelho, cada estrutura anatômica deve possuir uma representação completa do movimento e das forças que acontecem durante a flexão da articulação.

Para análise do movimento, a presente modelagem aproveita as similitudes existente entre a articulação do joelho e as plataformas paralelas, cujas análises geométricas e cinemáticas já tem sido propostas (TSAI, 1999), mediante as equações de vetor de malha fechada ou *vector-loop equations*. Neste capítulo, apresenta-se a descrição geométrica do manipulador paralelo conhecido como plataforma de *Stewart-Gough*, de cuja topologia são derivados os diversos modelos utilizados nas últimas modelagens de joelho baseadas em síntese de mecanismos (WILSON; O'CONNOR, 1997; WILSON et al., 1998; HUSON et al., 1989; DI-GREGORIO; PARENTI-CASTELLI, 2006; PARENTI-CASTELLI et al., 2004; SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2011a, 2010, 2011b; SANCISI et al., 2011). A descrição geométrica da plataforma de *Stewart-Gough* é realizada por duas abordagens: por métodos matriciais (tradicionais) e por álgebra de quatérnions (inédito).

Na metodologia é proposta a síntese do modelo por otimização, mediante algoritmos de Evolução Diferencial *ED*. Por isso são revisados os fundamentos teóricos de este tipo otimização. Autores como Parenti-Castelli et al. (2004) e Sancisi e Parenti-Castelli (2010, 2011a), Sancisi et al. (2011) utilizam modelagem por outras técnicas de otimização, como algoritmos genéticos e técnicas de quase-Newton.

Por último, a análise das forças dos elementos anatômicos modelados é formulado pelo método de Davies (DAVIES, 1981), cujo uso é possível apenas através do conhecimento da teoria dos helicoides.

No âmbito das modelagens do joelho baseados em teoria de mecanismos, a utilização de quatérnions, algoritmos de Evolução Diferencial e a aplicação do método de Davies têm um caráter inédito.

Para o entendimento da formulação do método proposto, todas as ferramentas teóricas mencionados acima serão revistas neste capítulo.

3.1 ANÁLISE DE PLATAFORMAS PARALELAS ADEQUADAS À MODELAGEM DO JOELHO

A análise da geometria de um manipulador paralelo contribui para modelar um joelho, pois possui uma base e uma plataforma móvel que servem

como analogia da tíbia e do fêmur, respectivamente. O manipulador paralelo possui também elos que permitem modelar as estruturas anatômicas do joelho cõndilos femorais, platôs tibiais e ligamentos seguindo a hipótese da isometria (PARENTI-CASTELLI et al., 2004; SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2010, 2011a; SANCISI et al., 2011; KAPANDJI et al., 2000). Esta consideração é importante porque implica que a modelagem pode ser simplificada, obtendo resultados satisfatórios.

Esta seção apresenta a descrição geométrica do manipulador paralelo conhecido como Plataforma de *Stewart-Gough*. Esta plataforma e sua geometria foram usadas como base para as últimas modelagens do joelho que utilizam teoria de mecanismos (WILSON; O'CONNOR, 1997; WILSON et al., 1998; HUSON et al., 1989; DI-GREGORIO; PARENTI-CASTELLI, 2006; PARENTI-CASTELLI et al., 2004; SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2011a, 2010, 2011b; SANCISI et al., 2011).

3.1.1 Plataforma de Stewart-Gough: análise geral

A plataforma de *Stewart-Gough* é um manipulador espacial de 6-DOF, formado por seis juntas do tipo *SPS* (*Spherical-Prismatic-Spherical*). É importante considerar que um joelho ativo possui também 6-DOF, assim este manipulador pode realizar todos os complexos movimentos de um joelho real. A Figura 3.1 apresenta uma plataforma de *Stewart-Gough*, que possui seis pernas idênticas com atuadores prismáticos, que unem a plataforma móvel com a base fixa, mediante juntas esféricas, desde os pontos B_i até os pontos A_i , com $i=1,2,\dots,6$.

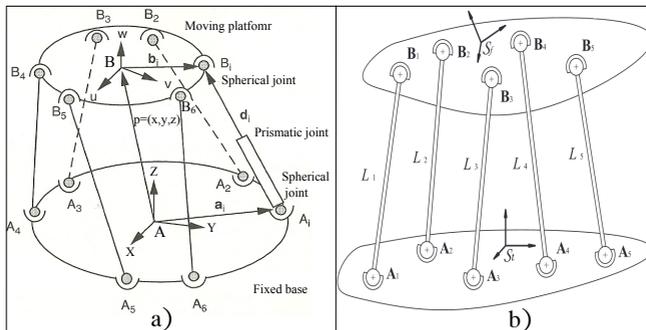


Figura 3.1 – a) Plataforma de *Stewart-Gough* (6 – DOF), adaptada de Tsai (1999). b) Plataforma paralela de 1 – DOF, adaptada de Sancisi e Parenti-Castelli (2011b)

Uma plataforma de *Stewart-Gough* possui 14 elos, conectados por 6 juntas prismáticas e 12 esféricas. Daqui pode-se calcular o número de DOF do mecanismo, seguindo o critério de *Grübler* ou *Kutzbach*, apresentado na eq. 3.1 (TSAI, 1999):

$$F = \lambda(\eta - j - 1) + \sum_i f_i = 6(14 - 18 - 1) + (6 + 3 \cdot 12) = 12 \quad (3.1)$$

onde λ são os graus de liberdade do espaço de trabalho, η é o número de elos do mecanismo, j é o número de juntas esféricas e f_i é o grau de movimento relativo permitido por cada junta i .

Deve-se ter presente que existem 6 graus de liberdade passivos associados às rotações axiais que produzem as juntas esféricas de cada perna. Daqui, a plataforma móvel possui 6 graus de liberdade efetivos e não 12 como apresentado na eq. (5.1).

3.1.2 Geometria e cinemática da Plataforma de Stewart-Gough

Com a finalidade de facilitar a análise, devem-se considerar dois sistemas coordenados: um sistema $A(X, Y, Z)$ posicionado no centroide da base fixa e um sistema $B(u, v, w)$ posicionado no centroide da plataforma móvel, como mostrado na Figura 3.1a. A transformação desde a plataforma móvel para a base fixa (B representado em A) pode ser descrita pela matriz de rotação ${}^A R_B$ e pelo vetor posição \mathbf{p} cuja origem está em A e chega até o B (TSAI,

1999). A matriz de rotação ${}^A R_B$ é função de α , β e γ , que são os ângulos que descrevem a orientação da plataforma móvel em torno aos eixos Z, X e Y, respectivamente.

Sejam \mathbf{u} , \mathbf{v} e \mathbf{w} três vetores unitários ortogonais definidos ao longo dos eixos u , v e w do sistema coordenado da plataforma móvel, então a matriz de rotação pode-se escrever como:

$${}^A \mathbf{R}_B = \begin{pmatrix} u_X & v_X & w_X \\ u_Y & v_Y & w_Y \\ u_Z & v_Z & w_Z \end{pmatrix}$$

onde os elementos de ${}^A R_B$ devem satisfazer as condições de ortogonalidade (TSAI, 1999).

Uma matriz de rotação ${}^A R_B$ adequada para descrição das rotações articulares humanas, é descrita por Parenti-Castelli e Di-Gregorio (2000) e é indicada na eq. 3.2:

$${}^A R_B = \begin{pmatrix} c_\alpha c_\gamma + s_\alpha s_\beta s_\gamma & -s_\alpha c_\gamma + c_\alpha s_\beta s_\gamma & -c_\beta s_\gamma \\ s_\alpha c_\beta & c_\alpha c_\beta & s_\beta \\ c_\alpha s_\gamma - s_\alpha s_\beta c_\gamma & -s_\alpha s_\gamma - c_\alpha s_\beta c_\gamma & c_\beta c_\gamma \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

onde $c = \cos$ e $s = \sin$. Esta matriz (eq. 3.2) está definida pela pós-multiplicação de matrizes de rotação seguindo a sequência $Z-X'-Y''$, por tanto os eixos X' e Y'' são móveis (correntes). Esta sequência é adotada como convenção na biomecânica pois apresenta uma forma conveniente e unívoca para definição do movimento articular. O ângulo α rotaciona ao redor do eixo Z, β rotaciona ao redor do eixo X e γ rotaciona ao redor do eixo Y. Tanto os eixos X, Y e Z, quanto os ângulos α , β e γ , são os mesmos adotados no capítulo de Fundamentos teóricos biológicos e apresentados na Figura 2.22.

Seguindo a Figura 3.1a, considera-se $\mathbf{a}_i = [a_{ix}, a_{iy}, a_{iz}]^T$ o vetor posição dos pontos A_i em relação à origem A da base fixa; e ${}^B \mathbf{b}_i = [b_{iu}, b_{iv}, b_{iw}]^T$ o vetor posição dos pontos B_i em relação à origem B da plataforma móvel. Assim pode-se escrever a equação do vetor de malha fechada ou *vector-loop equation* (TSAI, 1999) para a i-ésima perna do manipulador como segue:

$$\overline{A_i B_i} = \mathbf{p} + {}^A R_B {}^B \mathbf{b}_i - \mathbf{a}_i \quad (3.3)$$

O comprimento da i-ésima perna é obtido pelo produto ponto $\overline{A_i B_i}$ por

ele mesmo:

$$d_i^2 = [\mathbf{p} + {}^A R_B \cdot {}^B \mathbf{b}_i - \mathbf{a}_i]^T [\mathbf{p} + {}^A R_B \cdot {}^B \mathbf{b}_i - \mathbf{a}_i] \quad (3.4)$$

onde d_i expressa o comprimento da i -ésima perna. Expandindo a eq. 3.5, tem-se que:

$$d_i^2 = \mathbf{p}^T \mathbf{p} + [{}^B \mathbf{b}_i]^T [{}^B \mathbf{b}_i] + \mathbf{a}_i^T \mathbf{a}_i + 2\mathbf{p}^T [{}^A R_B \cdot {}^B \mathbf{b}_i] - 2\mathbf{p}^T \mathbf{a}_i - 2[{}^A R_B \cdot {}^B \mathbf{b}_i]^T \mathbf{a}_i \quad (3.5)$$

Escrevendo a eq. 3.5 para cada uma das seis pernas do manipulador, obtêm-se seis equações que descrevem a localização da posição $\mathbf{p}=(x,y,z)$ e orientação $v=(\alpha, \beta, \gamma)$ da plataforma móvel em relação a base fixa.

3.1.3 Plataforma 1-DOF 5-5: análise geral

Com a finalidade de obter uma plataforma paralela que permita modelar a movimentação passiva do joelho (1 – DOF), são realizadas algumas considerações em relação à geometria da plataforma de *Stewart-Gough*, como a eliminação das juntas prismáticas e a redução do número de pernas, de $i=6$ para $i=5$.

A plataforma paralela resultante é denominada por Sancisi e Parenti-Castelli (2011b) de 1-DOF 5-5 (Figura 3.1b). A plataforma possui:

- 7 elos: 1 base fixa, 1 móvel e 5 pernas de comprimento constante L_i , ($i = 1, \dots, 5$).
- 10 juntas esféricas: localizadas na plataforma base em A_1 , e na plataforma móvel em B_1 , ($i = 1, \dots, 5$).

Considerando o indicado acima, calcula-se o número de DOF do mecanismo, seguindo o critério de *Grübler* (Eq. 5.1):

$$F = \lambda(\eta - j - 1) + \sum_i f_i = 6(7 - 10 - 1) + (3 \cdot 10) = 6 \quad (3.6)$$

Deve-se observar que existem 5 graus de liberdade passivos associados às 10 juntas esféricas, portanto verifica-se que a plataforma paralela possui 1-DOF, assim como a movimentação passiva do joelho humano.

3.1.4 Geometria e cinemática da plataforma 1-DOF 5-5

Considerando o mecanismo *1-DOF 5-5* (Figura 3.1b), pode ser determinada a posição $\mathbf{p}=(x,y,z)$ e orientação $\mathbf{v}=(\alpha, \beta, \gamma)$ da plataforma móvel em relação à fixa, desde que:

- uma variável independente seja imposta (e.g. α =ângulo de flexão), e
- os comprimentos das pernas L_i e as coordenadas espaciais de das juntas esféricas A_i e B_i , ($i = 1, \dots, 5$), sejam conhecidas e fixas.

Isto se deve a que o mecanismo tem um movimento espacial caracterizado por $1 - DOF$ e possui $i=5$ pernas.

Desde que um sistema possui um movimento de $1 - DOF$, o número de variáveis independentes necessárias para determinar esse movimento é igual a 1.

O número de pernas $i=5$ do mecanismo, possibilita estabelecer um sistema de $i=5$ equações *vector-loop* (uma equação por cada perna), permitindo encontrar solução para as 5 incógnitas (β, γ, x, y, z) que determinam a posição \mathbf{p} e orientação \mathbf{v} da plataforma móvel em relação à fixa.

3.1.5 Álgebra de quatérnions aplicada a mecanismos paralelos

Os quatérnions apresentam-se como ferramentas matemáticas alternativas para o uso de matrizes, sendo muito eficientes na análise de problemas que envolvem rotações espaciais (KUIPERS, 1999).

A utilização dos quatérnions nos problemas cinemáticos em robótica, é relativamente recente (AZMY, 2012; GOUASMI; BRAHIM, 2012; RADAVELLI et al., 2012; WANG; ZHENG, 2010a; AYDIN; KUCUK, 2006; AKYAR, 2008).

Os quatérnions são elementos integrantes das álgebras de Clifford, neste contexto, autores (AKYAR, 2008; CHOU, 1992; HORN, 1987; SARIYILDIZ; TEMELTAS, 2009; WALKER; SHAO, 1991; GAN et al., 2008) apontam as álgebras de Clifford e quatérnions como forte concorrente à álgebra matricial, para a resolver a cinemática de robôs, possuindo mais eficiência computacional em relação às ferramentas matriciais.

Na sequência é realizada uma revisão conceitual de quatérnions, focando-se posteriormente na aplicado em mecanismos paralelos e na representação por quatérnions da equação de vetor de malha fechada (*vector-loop equation*), o qual é uma contribuição original no âmbito da modelagem mecânica do joelho.

Considere-se que $\{1, \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}\}$ seja uma base canônica de \mathbb{R}^4 . Os quatérnions são elementos da forma $q = w + x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$, onde $(w, x, y, z \in \mathbb{R})$ e $\mathbf{i}^2 = \mathbf{j}^2 = \mathbf{k}^2 = \mathbf{ijk} = -1$. O espaço dos quatérnions é denominado \mathbb{H} . Se $w = 0$, o quatérnion q corresponde a um vetor 3-D chamado de *quatérnion puro*. Sendo assim, considera-se o quatérnion como a soma de um escalar e um vetor, denotado por:

$$q = w + \vec{v} = Sc(q) + Ve(q), \quad w \in \mathbb{R}, \vec{v} \in \mathbb{R}^3.$$

Seja $q_1 = w_1 + x_1\mathbf{i} + y_1\mathbf{j} + z_1\mathbf{k} = w_1 + \vec{v}_1$ e $q_2 = w_2 + x_2\mathbf{i} + y_2\mathbf{j} + z_2\mathbf{k} = w_2 + \vec{v}_2$ dois quatérnions. Têm-se as seguintes operações:

$$q^* = w - \vec{v} \quad (3.7)$$

$$Sc(q) = \frac{q + q^*}{2} = w \quad (3.8)$$

$$Ve(q) = \frac{q - q^*}{2} = \vec{v} \quad (3.9)$$

$$q_1 + q_2 = (w_1 + w_2) + (\vec{v}_1 + \vec{v}_2) \quad (3.10)$$

$$\|q\|^2 = qq^* = q^*q \quad (3.11)$$

$$q_1 q_2 = (w_1 w_2 - \vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2) + (w_1 \vec{v}_2 + w_2 \vec{v}_1 + \vec{v}_1 \times \vec{v}_2) \quad (3.12)$$

Para quatérnions puros, tem-se que $q_1 q_2 = \vec{v}_1 \vec{v}_2 = -\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 + \vec{v}_1 \times \vec{v}_2$, o que estabelece a relação de produto interno e externo dos quatérnions em \mathbb{R}^3 . Também se estabelece para quatérnions puros a relação $\vec{v}_1 \vec{v}_2 + \vec{v}_2 \vec{v}_1 = -2(\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2)$ e $\vec{v}_1 \vec{v}_2 - \vec{v}_2 \vec{v}_1 = 2(\vec{v}_1 \times \vec{v}_2)$.

A rotação de um vetor \mathbf{a} (quatérnion puro) é dada por $\mathbf{a}' = q \mathbf{a} q^*$, onde $q = \cos(\theta/2) + s(\sin(\theta/2)) = q(\mathbf{s}, \theta)$ é o operador quatérnion que realiza a rotação ao redor de um eixo representado pelo vetor unitário \mathbf{s} e sua magnitude angular θ . Este operador quatérnion é denominado quatérnion rotador. Uma forma mais geral para descrever a rotação por quatérnions está dada por:

$$\mathbf{a}' = q(\mathbf{a} - \mathbf{s}_0) q^* + \mathbf{s}_0, \quad (3.13)$$

onde \mathbf{s}_0 é o vetor de posição do eixo de rotação¹. Para mais definições e pro-

¹ \mathbf{s}_0 é um ponto.

priedades de quatérnions, é sugerido Radavelli et al. (2012) e Kuipers (1999).

As equações vetoriais de malha fechada (*vector-loop equations*) 3.3 aplicadas na plataforma paralela *1-DOF 5-5* (Fig 3.1b) podem ser resolvidas por álgebra de quatérnions. Para isso a matriz de rotação ${}^A R_B$ é substituída pelo quatérnion rotador $q = q_z q_x q_y$, onde $q_x = q(\vec{i}, \beta)$, $q_y = q(\vec{j}, \gamma)$ e $q_z = q(\vec{k}, \alpha)$ são os quatérnions rotadores que rotacionam ao redor dos eixos *3-D*. Também os vetores \mathbf{p} , \mathbf{A}_i e \mathbf{B}_i devem ser transformados para quatérnions puros, como apresentado na sequência: $p = 0 + \mathbf{p}$, $a_i = 0 + \mathbf{A}_i$, $b_i = 0 + \mathbf{B}_i$.

Na álgebra de quatérnions, as equações de vetor de malha fechada (*vector-loop equations*) são reduzidas a:

$$\|p + qb_i q^* - a_i\| = \|L_i\|, \quad (i = 1, \dots, 5). \quad (3.14)$$

ou em termos dos seu componentes,

$$\sqrt{a_i^T a_i + b_i^T b_i + p^T p - 2a_i^T b_i + 2(p_i - a_i)^T (qb_i q^*)} = \|L_i\|, \quad (3.15)$$

para $i = 1, \dots, 5$.

Pela imposição de uma variável cinemática de posição e/ou orientação (e.g. o ângulo de flexão α), dos comprimentos L_i e as coordenadas espaciais de das juntas esféricas A_i e B_i , ($i = 1, \dots, 5$), o sistema de 5 equações vetoriais que descreve o mecanismo *1-DOF 5-5* pode ser resolvido, tanto por álgebra matricial 3.3 como por álgebra de quatérnions 3.14.

3.1.6 Outro manipulador paralelo que pode modelar o movimento do joelho

Existe também outro manipulador paralelo, cuja descrição geométrica foi aplicada no modelo de joelho utilizado por (SANCISI et al., 2011; SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2010, 2011a). Este manipulador é chamado de Mecanismo de Orientação Espacial ou *Spatial Orientation Mechanism* (1-DOF), cuja descrição geométrica e cinemática é muito similar à Plataforma de *Stewart-Gough* (3-DOF), embora tenha uma junta esférica O no centro, como origem do sistema coordenado de referência (Figura 3.2), o que faz que o vetor posição \mathbf{p} seja nulo.

Desta forma a equação do vetor de malha fechada ou *vector-loop equation* na forma matricial está apresentada na eq. 3.16 (TSAI, 1999). Por sua vez, a forma de essa equação por álgebra de quatérnions está apresentada na eq. 3.17, onde L_i varia para cada posição da plataforma móvel.

$$\overline{A_i B_i} = {}^A R_B {}^B \mathbf{b}_i - \mathbf{a}_i, \quad (i = 1, \dots, 3) \quad (3.16)$$

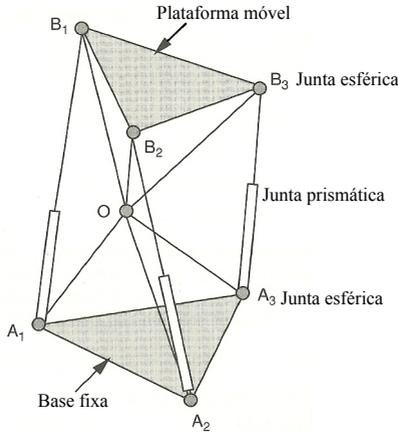


Figura 3.2 – Mecanismo de Orientação Espacial ou *Spatial Orientation Mechanism*. Adaptado de (TSAI, 1999).

$$\|L_i\| = \|qb_iq^* - a_i\|, \quad (i = 1, \dots, 3). \quad (3.17)$$

Uma análise mais detalhada de este manipulador pode ser encontrado em (TSAI, 1999).

No âmbito da modelagem espacial do joelho, as equações de vetor de malha fechada (*vector-loop equations*) (eq. 3.3) são tradicionalmente resolvidas por álgebra matricial (PARENTI-CASTELLI; SANCISI, 2013; WILSON; O'CONNOR, 1997; WILSON et al., 1998; HUSON et al., 1989; DI-GREGORIO; PARENTI-CASTELLI, 2006; PARENTI-CASTELLI et al., 2004; SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2011a, 2010; SANCISI et al., 2011). A aplicação de álgebra de quatérnions para resolução destas equações, no âmbito da modelagem do joelho humano, é um aporte inédito, apresentando uma diminuição de aproximadamente quatro vezes no tempo de resolução em comparação aos métodos matriciais. Este fato foi evidenciado em (PONCE-SALDIAS et al., 2014).

3.2 FUNDAMENTOS DA EVOLUÇÃO DIFERENCIAL

O procedimento de otimização a ser utilizado neste trabalho deve ajustar a geometria do mecanismo modelado para que possa reproduzir uma trajetória desejada mediante a minimização do erro entre as trajetórias do me-

canismo e de um joelho real. Nesse processo, a descrição matemática dos pontos geométricos do mecanismo não é trivial pois as equações que definem o espaço de busca são não lineares.

A metodologia proposta para modelagem, exige a aplicação de metodologias de otimização globais, pois mínimos locais, que não representam a melhor solução, poderiam ser adotadas como soluções válidas.

A metodologia de otimização por Evolução Diferencial (ED) satisfaz estas exigências, sendo utilizada em diversos trabalhos para resolver problemas relacionados com robôs paralelos (MEJIA et al., 2013; WEIHMANN, 2011; WEIHMANN et al., 2011a, 2011b).

Existem técnicas de otimização exatas e heurísticas, utilizadas para resolver o problema de otimização global.

As técnicas exatas apresentam uma metodologia rigorosa que garante que o mínimo (ou máximo) global seja alcançado, mas muitas vezes precisam de um elevado custo de processamento computacional ².

As técnicas heurísticas não garantem a convergência para o mínimo (ou máximo) global, mas conseguem lidar com problemas complexos que não podem ser abordados através das técnicas exatas (WEIHMANN, 2011). Exemplos de técnicas heurísticas, são os algoritmos genéticos (GOLDBERG, 1989), estratégias evolutivas (OSMAN; KELLY, 1996) e busca tabu (GLOVER; LAGUNA, 1998).

A Evolução Diferencial (ED) foi escolhido como o algoritmo de otimização a ser utilizado no presente trabalho, por apresentar as seguintes características:

- Comparada com a maioria das outras técnicas heurísticas, a ED é simples, direta e fácil de implementar. O código pode ser facilmente adaptado a problemas específicos.
- O desempenho geral da ED em termos de precisão, velocidade de convergência e robustez a torna atrativa para aplicação em problemas de engenharia, tendo resultados expressivos em competições de otimização organizadas durante as últimas Conferencias Internacionais em Computação Evolutiva (CEC).
- Possui unicamente três parâmetros de controle e a influência de estes parâmetros no desempenho do algoritmo é bem conhecida.
- Permite facilmente a implementação de diferentes possibilidades de recombinação para produção de novas gerações e vetores testes.

²Em geral menor que algoritmos genéticos.

A Evolução Diferencial é uma metodologia de otimização que busca sempre a minimização da função objetivo $f(x)$. Para maximizar uma função simplesmente se busca minimizar $-f(x)$. A Evolução Diferencial funciona fundamentalmente gerando aleatoriamente soluções candidatas para o problema. Cada uma das soluções candidatas é um indivíduo da população na geração atual. São geradas assim novas soluções, utilizando processos de mutação e recombinação da geração corrente. As soluções com melhor *fitness* permanecem na geração seguinte e o processo continua até que um critério de parada estabelecido seja alcançado. A solução de melhor *fitness* é a que apresenta função objetivo com menor valor.

Algoritmos evolutivos são classificados como métodos estocásticos de busca e otimização, baseados nos princípios da evolução biológica natural. Dentro dos algoritmos evolutivos está a Evolução Diferencial (STORN; PRICE, 1997) que permite operar com funções objetivo não-lineares, não convexas e não diferenciáveis com variáveis contínuas. A Evolução Diferencial não está baseada em uma inspiração biológica natural, embora esteja classificado dentro dos algoritmos evolutivos.

Considere um problema de otimização com κ variáveis de decisão, definido através de uma função objetivo e através de funções de restrição. Na Evolução Diferencial, os parâmetros de controle são o tamanho da população Np , o fator de escala F_s e o fator de recombinação CR (STORN; PRICE, 1997).

O processo de otimização inicia com a geração aleatória de Np indivíduos que formam a população inicial. Cada indivíduo da população é identificado por $x_{t,\mathbf{h}}$, onde \mathbf{h} é o índice do indivíduo na população, e t é o índice da geração ao qual o indivíduo pertence. Vetorialmente pode ser representado por:

$$x_{t,\mathbf{h}} = \begin{pmatrix} x_{t,\mathbf{h},1} \\ x_{t,\mathbf{h},2} \\ \vdots \\ x_{t,\mathbf{h},\kappa} \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

As variáveis de decisão de cada indivíduo são representadas por $x_{t,\mathbf{h},\kappa}$, onde o terceiro índice corresponde ao utilizado para diferenciar cada uma das κ variáveis de decisão presentes. A população X_t de uma dada geração t está representada por:

$$X_t = \{ x_{t,\mathbf{h}} \} \quad (3.19)$$

com $\mathbf{h} = 1, \dots, Np$.

A partir da população inicial é gerado para cada indivíduo $x_{t,\mathbf{h}}$, um vetor mutante $u_{t+1,\mathbf{h}}$. A equação que define este vetor mutante é (STORN; PRICE, 1997; WEIHMANN et al., 2011b):

$$u_{t+1,h} = x_{t,r_1} + F_s [x_{t,r_2} - x_{t,r_3}] \quad (3.20)$$

Os índices r_1 , r_2 e r_3 representam indivíduos da geração t escolhidos aleatoriamente, mas diferentes entre si e diferentes do indivíduo representado pelo índice h . Ao parâmetro F_s , ou fator de escala, deve ser atribuído algum valor entre $[0, 1]$. A eq. 3.20 justifica o nome de "Evolução Diferencial", devido a que o vetor mutante utiliza vetores diferenciais a partir de vetores da própria população. O vetor x_{t,r_1} é definido como vetor de base e o vetor mutante é gerado a partir deste vetor de base, somado à diferença entre dois vetores da população (WEIHMANN, 2011). A Figura 3.3 apresenta o mecanismo de geração de vetores mutantes no caso em que λ seja igual a dois. As variáveis de decisão são x_1 (eixo das abscissas) e x_2 (eixo das ordenadas).

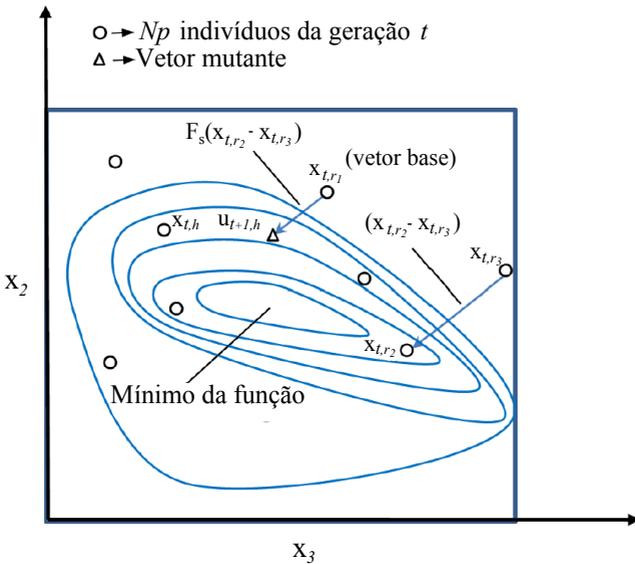


Figura 3.3 – Mecanismo de busca da Evolução Diferencial. Adaptado de Storn e Price (1997) e Weihmann (2011).

Uma vez determinados os vetores mutantes, o próximo passo do algoritmo é a recombinação entre os indivíduos $x_{t,h}$ e os indivíduos mutantes $u_{t+1,h}$, gerando os vetores teste $v_{t+1,h}$ através da eq. 3.21 (WEIHMANN et al.,

2011b):

$$v_{t+1,h,g} = \begin{cases} u_{t+1,h,g} & \text{se } randb(g) \leq CR \text{ ou } g = rnbr(\mathbf{h}) \\ x_{t,h,g} & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.21)$$

onde $g = 1, 2, \dots, \kappa$.

O parâmetro CR é uma valor constante no intervalo $[0, 1]$ definido pelo usuário. O termo $randb(g)$ define um número aleatório com distribuição uniforme no intervalo $[0, 1]$ gerado para cada g . O termo $rnbr(h)$ é um índice que assume um valor inteiro no intervalo $[1, \kappa]$. A recombinação para $\kappa = 7$ pode ser ilustrada na Figura 3.4.

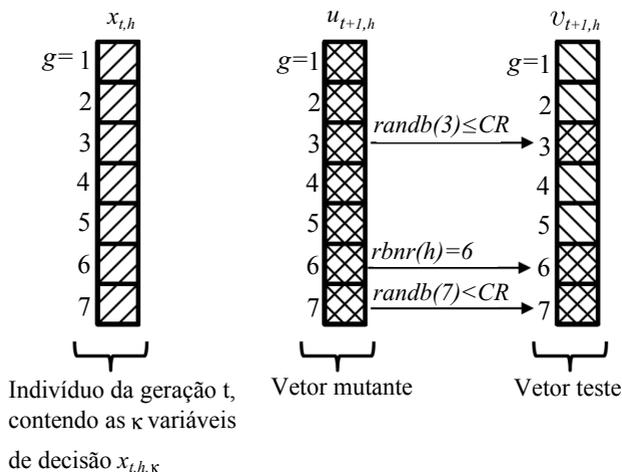


Figura 3.4 – Mecanismo de geração do vetor teste na Evolução Diferencial.
Adaptado de Storn e Price (1997) e Weihmann (2011).

No exemplo da Figura 3.4, o vetor teste $v_{t+1,h}$ possui três variáveis do vetor mutante $u_{t+1,h}$ e quatro variáveis do vetor original $x_{t,h}$. A condição $rnbr=g$ garante que pelo menos uma variável do vetor mutante esteja presente no vetor teste. O valor de CR tem influência no número de variáveis do vetor mutante a serem herdadas pelo vetor teste. No limite, quando $CR=1$, o vetor teste é igual ao vetor mutante.

O *fitness* de um indivíduo é o valor da função objetivo calculado a partir das suas variáveis de decisão.

No passo seguinte do algoritmo, é calculado o *fitness* dos vetores originais e dos vetores teste. O valor do *fitness* do vetor original é comparado

com o valor do seu vetor teste correspondente e aquele que tiver melhor *fitness* sobrevive, formando a próxima geração. O processo de geração de novas populações continua até que um critério de parada previamente estabelecido, seja satisfeito.

3.2.1 Parâmetros de controle e a sua influência

Os parâmetros de controle são o tamanho da população N_p , o fator de escala F_s . Estes parâmetros possuem valores recomendados em função da função objetivo a minimizar. Storn e Price (1997) e Weihmann (2011) recomendam valores de 5κ até 10κ para o tamanho de população N_p , onde κ é o número de variáveis de decisão.

Em relação à escolha do tamanho da população N_p , quanto maior a população, maior a probabilidade do algoritmo de encontrar o mínimo global, mas deve ser considerado que uma população muito grande implica em um alto tempo necessário para convergência.

Em relação ao fator de escala F_s , Weihmann (2011) indica que a velocidade de convergência é influenciada diretamente por este fator. Especificamente, valores pequenos na faixa entre 0,3 e 0,4, favorecem a uma rápida convergência, porém, o algoritmo pode ficar preso em mínimos locais. Por sua vez, valores maiores de F_s favorecem a que o algoritmo escape dos mínimos locais, mas podem prejudicar a convergência pois a distância desde vetor base pode ser maior que a distância necessária para chegar ao valor mínimo da função objetivo.

Valores típicos usados na ED estão entre $0,4 < F_s < 0,95$, sendo 0,9 uma boa escolha inicial. Também existe outra alternativa, fazendo com que F_s assuma valores distintos para cada geração, seguindo uma distribuição normal com média 0,5 e desvio padrão 0,3. Outra possibilidade, proposta por Weihmann (2011), é utilizar em cada geração valores de F_s randômicos (distribuição uniforme) entre 0,4 e 0,9. O valor de F_s é sempre positivo e estudos empíricos (STORN; PRICE, 1997) mostram que valores abaixo de 0,4 e acima de 1,0 são efetivos apenas em situações ocasionais, não sendo empregados.

O fator de recombinação CR pode assumir valores no intervalo $[0, 1]$. Para valores próximos de zero, o número de variáveis que passam do vetor mutante para o vetor teste é pequeno. Com CR próximo de um, o vetor teste é composto praticamente pelas variáveis do vetor mutante (ver eq. 3.21 e Figura 3.4).

Ainda que uma boa escolha para CR é 0,1, é também interessante utilizar como tentativa inicial um valor próximo de 0,9 devido a

que valores altos de CR aceleram a convergência (STORN; PRICE, 1997). Por último, Storn e Price (1997) recomenda valores de CR entre 0,9 e 1 para os casos que as funções apresentem vários mínimos locais e dependência entre as variáveis.

3.3 MÉTODO DE DAVIES

O método de Davies (DAVIES, 1995, 2006) adapta a lei de Kirchhoff para resolver a estática dos mecanismos. A lei das correntes de Kirchhoff diz que a soma algébrica das correntes que entram e saem de um nó é zero. De forma análoga para estática dos mecanismos, Davies estabelece que a soma algébrica dos heliforças (forças e torques) que pertencem a um mesmo corte, realizado em um subconjunto de acoplamentos, é zero, sendo esta chamada a *Lei dos Cortes*. Para finalizar a seção, são estabelecidos os sistemas de equações obtidos pelo Método de Davies.

Os parâmetros físicos como posição, orientação, força e torque, estão contemplados na representação por helicoides, que vem a ser explicada na sequência.

3.3.1 Teoria geral de helicoides

A teoria de helicoides foi formulada por Mozzi em 1763 (MOZZI, 1763) e sistematizada por Ball no ano 1900 (BALL, 1900). Esta teoria permite representar a cinemática e a estática de corpos rígidos no espaço.

Para poder entender o conceito de helicóide, emprega-se a analogia com um elemento geométrico. Assim como um ponto é um elemento geométrico que pode representar uma partícula de massa, e uma reta que é também um elemento geométrico pode ser usada para representar um momento; um helicóide é um elemento geométrico que é definido por uma reta direcionada (eixo) e um passo h associado, que pode servir para representar grandezas mecânicas (CAMPOS, 2004; CAZANGI, 2008). É dito *helicóide normalizado* § quando a reta direcionada é representada por um vetor normalizado.

Tendo presente este fato, no século XIX Julius Plücker considerou dar coordenadas próprias a estas retas chamadas *coordenadas de Plücker*, que servem para descrever o helicóide. O helicóide pode ser expressado convenientemente através das seis coordenadas homogêneas de Plücker, como segue:

$$\mathcal{S} = \begin{pmatrix} \vec{S} \\ \text{-----} \\ \vec{S}_0 \times \vec{S} + h\vec{S} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L \\ M \\ N \\ \text{-----} \\ P^* = P + hL \\ Q^* = Q + hM \\ R^* = R + hN \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

onde \vec{S} é o vetor direção ao longo do eixo helicoidal, \vec{S}_0 é o vetor posição de qualquer ponto do eixo helicoidal em relação à origem do sistema. L , M , N , P^* , Q^* e R^* são as coordenadas homogêneas de Plücker (CAMPOS, 2004).

3.3.2 Helicoides na estática

O estado de ações de um corpo rígido relativo a um sistema inercial, pode ser descrito por um helicóide chamado de heliforça ou helicóide de ação \mathcal{S}^A , constituído por duas componentes principais: um binário \vec{T} paralelo ao eixo ao eixo helicoidal, e um vetor força resultante \vec{R} , cuja linha de ação define o eixo helicoidal (BALL, 1900; CAZANGI, 2008).

O binário \vec{T} tem unidades de [força]x[comprimento] equivalente ao produto da força resultante \vec{R} com o passo h , como mostra a eq. 3.23.

$$\vec{T} = h\vec{R} \quad (3.23)$$

Em forma similar à cinemática, as coordenadas homogêneas de Plücker (eq. 3.22) podem ser reescritas como seis coordenadas de ação, como mostrado na eq. 3.24. Neste caso é adotada a formação radial, onde as coordenadas L , M e N se posicionam na parte inferior da matriz, (na cinemática foi usada a formação axial). O super-índice A em \mathcal{S}^A denota que o helicóide é de ação (estática).

$$\mathcal{S}^A = \begin{pmatrix} P^* = P + hL \\ Q^* = Q + hM \\ R^* = R + hN \\ \text{-----} \\ L \\ M \\ N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{S}_0 \times \vec{R} + h\vec{R} \\ \text{-----} \\ \vec{R} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{T}_P \\ \text{-----} \\ \vec{R} \end{pmatrix} \quad (3.24)$$

A Figura 3.5 apresenta as componentes \vec{T}_P e \vec{R} da eq. 3.24. As três primeiros componentes deste vetor, correspondem ao binário \vec{T}_P , e representa um vetor livre que age sobre o corpo rígido em um ponto P instantaneamente coincidente com a origem O . A força resultante \vec{R} é um vetor linha (CAZANGI, 2008) que atua sobre o eixo helicoidal, e corresponde às três últimas componentes do vetor da eq. 3.24.

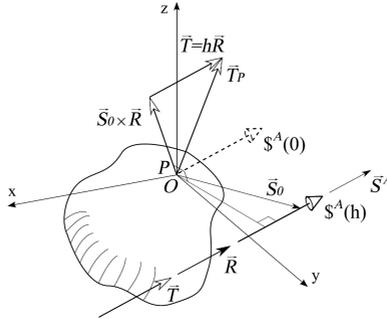


Figura 3.5 – Heliforça de um corpo rígido (CAMPOS, 2004).

Normalizando o heliforça S^A , é possível separá-lo em um elemento geométrico \hat{S}^A , sem nenhuma grandeza mecânica associada, e em uma magnitude Ψ com unidades de força, como mostrado na eq. 3.25.

$$S^A = \begin{pmatrix} \vec{S}_0 \times \vec{R} + h\vec{R} \\ \text{-----} \\ \vec{R} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\vec{S}_0 \times \vec{S}^A + h\vec{S}^A)\Psi \\ \text{-----} \\ \vec{S}^A\Psi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{S}_0 \times \vec{S}^A + h\vec{S}^A \\ \text{-----} \\ \vec{S}^A \end{pmatrix} \Psi \quad (3.25)$$

O helicoides pode assumir duas condições de acordo com o valor do passo. Quando o passo é nulo $h=0$, o Heliforça representa o estado de ações puramente de força, como mostrado na eq. 3.26:

$$\mathcal{S}^A = \begin{pmatrix} \vec{S}_0 \times \vec{R} \\ \text{-----} \\ \vec{R} \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

Quando o helicóide tem o passo $h = \infty$, significa que a força resultante \vec{R} é nula e o Heliforça representa o estado de ações puramente binário como mostrado na eq. 3.27.

$$\mathcal{S}^A = \begin{pmatrix} \vec{T} \\ \text{-----} \\ \vec{0} \end{pmatrix} \quad (3.27)$$

Considere um acoplamento a entre os corpos i e j , com uma força representado por um heliforça \mathcal{S}_a^A . Neste caso, as ações relativas transmitidas podem ser representadas pela soma dos heliforças \mathcal{S}_i^A e \mathcal{S}_j^A como mostrado na eq. 3.28.

$$\mathcal{S}_a^A = \mathcal{S}_{ij}^A = \mathcal{S}_i^A + \mathcal{S}_j^A \quad (3.28)$$

Assim, em um acoplamento, cada restrição unitária é representado por um heliforça ou heliforça unitário (CAZANGI, 2008). Também, todos os heliforças de um mecanismo podem ser dispostos na chamada matriz das Ações, que permite dar uma representação matricial da estática do sistema mecânico em estudo.

A matriz das Ações é denotada por $[A_D]_{\lambda \times C}$, mostrada na eq. 3.29; onde C é o grau de restrição bruto da rede de acoplamentos, equivalente à soma de todas as restrições unitárias c_p de cada acoplamento do circuito do mecanismo.

$$[A_D]_{\lambda \times C} = [\mathcal{S}_a^A \ \mathcal{S}_b^A \ \cdots \ \mathcal{S}_C^A] \quad (3.29)$$

A matriz das Ações Unitárias $[\hat{A}_D]_{\lambda \times C}$ está composta por heliforças normalizadas:

$$[\hat{A}_D]_{\lambda \times C} = [\hat{\$}_a^A \hat{\$}_b^A \dots \hat{\$}_C^A] \quad (3.30)$$

As magnitudes dispostas como matriz, compõem o vetor das magnitudes das ações $\{\vec{\Psi}\}_{C \times 1}$:

$$\{\vec{\Psi}\}_{C \times 1} = \begin{pmatrix} \Psi_a \\ \Psi_b \\ \vdots \\ \Psi_c \end{pmatrix} \quad (3.31)$$

A *Lei das Correntes* de Davies, estabelece que a soma algébrica dos heliforças que pertencem a um mesmo corte (realizado em um subconjunto de acoplamentos) é zero. Isto implica que para qualquer rede de corpos acoplados em equilíbrio, onde quer que exista um subconjunto de acoplamentos separados por um corte, a soma de cada coordenada de ação destes acoplamentos é zero. Assim um corte no espaço $\lambda=6$ pode ser representado pela notação matricial de helicoides como mostrado na eq. 3.32:

$$\sum \$^A = [A_D]_{\lambda \times C} = [\hat{A}_D]_{\lambda \times C} \{\vec{\Psi}\}_{C \times 1} = \{\vec{0}\}_{\lambda \times 1} \quad (3.32)$$

Cazangi (2008) apresenta de forma clara, como chegar à matriz de Ações Unitárias em Rede $[\hat{A}_N]_{\lambda.k \times C}$ a partir da matriz das Ações Unitárias $[\hat{A}_D]_{\lambda \times C}$, tendo em conta os grafos que determinam a relação topológica do mecanismo. Assim, para uma rede de acoplamentos com número de cortes k no espaço de ordem λ , podem ser escritas $\lambda.k$ equações que devem satisfazer as C incógnitas.

$$[\hat{A}_N]_{\lambda.k \times C} \{\vec{\Psi}\}_{C \times 1} = \{\vec{0}\}_{\lambda.k \times 1} \quad (3.33)$$

Por sua vez, se o sistema de $\lambda.k$ equações mostrada em 3.33 possui a equações independentes, então tem-se a seguinte notação para o sistema:

$$[\hat{A}_N]_{a \times C} \{\vec{\Psi}\}_{C \times 1} = \{\vec{0}\}_{a \times 1} \quad (3.34)$$

Onde as a equações independentes impõem a restrições sobre as C incógnitas de magnitudes de ação, permitindo obter o grau de restrição líquido (C_N) ou redundância da cadeia, através da equação:

$$C_N = C - a \quad (3.35)$$

A solução do sistema 3.34 depende da seleção apropriada das C_N variáveis primárias pertencentes ao vetor $\{\tilde{\Psi}\}_{C_N \times 1}$ que geralmente estão relacionadas aos atuadores, através de forças externas que foram internalizadas. Este sistema de equações pode ser particionado entre C_N variáveis primárias e a variáveis secundárias, rearranjando da seguinte forma:

$$\left[[\hat{A}_{NS}]_{a \times a} : [\hat{A}_{NP}]_{a \times C_N} \right] \left[[\tilde{\Psi}_S]_{a \times 1} : [\tilde{\Psi}_P]_{C_N \times 1} \right]^T = \{\vec{0}\}_{a \times 1} \quad (3.36)$$

Onde as variáveis secundárias levam o sub-índice S e as variáveis primárias levam o sub-índice P . O último passo é isolar o vetor das incógnitas $\{\Psi_S\}_{a \times 1}$, o que resulta na solução estática:

$$\{\tilde{\Psi}_S\}_{a \times 1} = -[\hat{A}_{NS}]_{a \times a}^{-1} [\hat{A}_{NP}]_{a \times C_N} \{\tilde{\Psi}_P\}_{C_N \times 1} \quad (3.37)$$

Atribuindo valores às variáveis primárias é possível obter a solução estática, correspondente ao sistema 3.37.

3.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este capítulo apresentou uma revisão dos fundamentos em robótica e em mecanismos que darão o embasamento teórico para a modelagem do Joelho a ser proposta na presente tese. A revisão incluiu: a análise das plataformas paralelas adequadas à modelagem do Joelho, os fundamentos de otimização por Evolução Diferencial e o método de Davies. Cada um dos itens que compõem esta revisão são fundamentais para a realização e compreensão dos capítulos de estado da arte e do método proposto, onde particularmente:

- A análise das plataformas paralelas adequadas à modelagem do Joelho: apresentou uma revisão da geometria e da cinemática dos robôs paralelos que podem simular o movimento do Joelho, mediante duas abordagens, por métodos matriciais (tradicional) e por álgebra de quatérnions. Em particular, a álgebra de quatérnions foi estudada para propor uma metodologia alternativa à álgebra matricial.
- Os fundamentos de Evolução Diferencial: apresentou uma metodologia de otimização para ajuste geométrico do modelo, com grande robustez e apresentando flexibilidade no ajuste de parâmetros de controle. Deve

ser destacado que métodos tradicionais de otimização geométrica de modelos de joelho apresentam duas técnicas de otimização deferentes, uma para obter uma solução aproximada e a outra, para refinamento.

- O método de Davies: apresentou uma metodologia unificada e organizada para análise da estática do modelo, sendo que a aplicação no âmbito da modelagem de articulações humanas tem um carácter inédito.

No seguinte capítulo será apresentado o estado da arte da modelagem do joelho por teoria de mecanismos. Ali serão abordados desde os modelos bidimensionais mais simples, até os mais elaborados modelos espaciais baseados em plataformas paralelas.

4 ESTADO DA ARTE DA MODELAGEM DO JOELHO POR TEORIA DE MECANISMOS

Nos últimos anos grandes esforços tem sido focados na modelagem de articulações humanas com a finalidade de apoiar o planejamento pré-operatório. O grande número de operações de reconstrução de ligamentos e substituições protéticas no joelho, fazem que esta articulação seja uma das mais estudadas. Estudos tem sido focados na definição dos modelos do joelho: começando desde as primeiras modelagens bidimensionais (HUSON et al., 1989; STRASSER, 1908; FUSS, 1989; GOODFELLOW; O'CONNOR, 1978; O'CONNOR et al., 1989; ZAVATSKY; O'CONNOR, 1992a, 1992b; MENSCHIK, 1974) chegando até as mais modernas modelagens tridimensionais (JIN et al., 2003; OLANLOKUN; WILLS, 2002; WILSON; O'CONNOR, 1997; WILSON et al., 1998; DI-GREGORIO; PARENTI-CASTELLI, 2006; PARENTI-CASTELLI et al., 2004; SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2010, 2011a, 2011b; SANCISI et al., 2011); fazendo com que a precisão da descrição mecânica desta articulação esteja em constante crescimento.

Uma importante parte dos pesquisadores estão focados ainda no estudo do movimento passivo do joelho, ou seja, a cinemática de posição sem cargas no joelho. O completo estudo deste aspecto é fundamental para conhecer todos os parâmetros associados à estabilidade do joelho (SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2010), e serve também como ponto de partida para as subsequentes modelagens e simulações que envolvem cargas externas e musculares sobre a articulação (PARENTI-CASTELLI, 2010).

Em relação ao estudo do movimento passivo do joelho, vários autores (WILSON; O'CONNOR, 1997; DI-GREGORIO; PARENTI-CASTELLI, 2006; PARENTI-CASTELLI; DI-GREGORIO, 2000; GOODFELLOW; O'CONNOR, 1978) demonstraram que o joelho segue uma trajetória de um grau de liberdade definido no espaço tridimensional isto significa desde um ponto de vista mecânico, que a trajetória pode ser reproduzida de modo apropriado por um mecanismo de 1-DOF. Os mecanismos que já foram propostos na literatura com este conceito (DI-GREGORIO; PARENTI-CASTELLI, 2006; PARENTI-CASTELLI et al., 2004; SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2010, 2011a, 2011b; SANCISI et al., 2011) baseiam-se na geometria de manipuladores paralelos como a plataforma de Stewart-Gough, onde os ligamentos e os cõndilos são substituídos por elos mecânicos rígidos. Também já foi realizada a substituição dos cõndilos por esferas, o qual ofereceu bons resultados (DI-GREGORIO; PARENTI-CASTELLI, 2006; PARENTI-CASTELLI et al., 2004), mas as esferas podem também ser trocadas por elos unidos com juntas esféricas nos extremos (que são elementos mais simples). Por sua vez, a substituição de esferas por superfícies mais complexas (PARENTI-CASTELLI et al., 2004; OLANLOKUN; WILLS, 2002) não demonstrou

benefícios, pelo contrário, o uso de *b-splines* acrescenta tempo de processamento e dificulta o processo de otimização.

O presente capítulo de estado da arte, apresenta uma revisão desde os primeiros modelos mecânicos de joelho em 2-D, relatando as contribuições à modelagem do joelho e ao projeto de próteses; até chegar às mais avançadas e representativas modelagens mecânicas em 3-D.

4.1 PRIMEIROS MODELOS MECÂNICOS DO JOELHO EM 2-D

Até anos recentes têm sido relatadas muitas contribuições a partir dos modelos de joelho baseados em mecanismos bidimensionais (HUSON et al., 1989; STRASSER, 1908; FUSS, 1989; GOODFELLOW; O'CONNOR, 1978; O'CONNOR et al., 1989; ZAVATSKY; O'CONNOR, 1992a, 1992b; MENSCHIK, 1974). A Figura 4.1 apresenta um joelho humano esquerdo com o côndilo lateral do fêmur removido, expondo os ligamentos cruzados. Sobre os ligamentos cruzados superpõe-se o diagrama equivalente a um mecanismo de quatro barras $ABCD$; sendo que AB representa o ligamento cruzado anterior e CD representa o ligamento cruzado posterior. AD é o elo correspondente à tíbia; e está unido com AB e CD nos pontos de inserção tibial dos ligamentos cruzados. BC é o elo correspondente ao fêmur, que por sua vez está unido com AB e CD nos pontos de inserção femoral dos ligamentos cruzados. O ângulo entre o elo da tíbia AD e o elo do fêmur BC muda conforme o ângulo de flexão. O ponto de intersecção I dos ligamentos cruzados corresponde ao centro instantâneo de rotação do movimento relativo tíbio-femoral, para todo o movimento de flexão. Este Ponto I é justamente o eixo de flexão do joelho, perpendicular ao plano sagital (O'CONNOR et al., 1989; ZAVATSKY; O'CONNOR, 1992a).

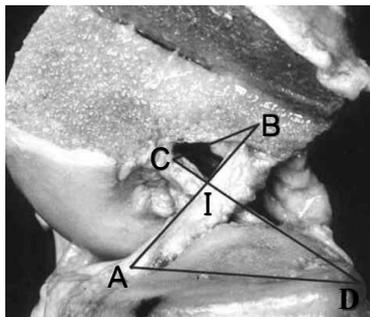


Figura 4.1 – Mecanismo de quatro barras superposto no plano sagital do joelho esquerdo. Modificado de (O'CONNOR et al., 1989).

A modelagem do joelho como mecanismo de quatro barras baseia-se no princípio que ligamentos e ossos são estruturas isométricas (KAPANDJI et al., 2000); sendo um modelo efetivo em várias aplicações (PARENTI-CASTELLI et al., 2004; KAPANDJI et al., 2000), pois descreve satisfatoriamente a relação entre a forma da superfície articular e a disposição geométrica dos ligamentos. Particularmente, tem provado ser de grande valor para o planejamento pré-operatório na reconstrução de superfícies articulares (GOODFELLOW; O'CONNOR, 1978). Pesquisadores como Goodfellow e O'Connor (GOODFELLOW; O'CONNOR, 1978) têm também deduzido princípios que servem como guia para o projeto de próteses, especificamente relacionados com o limite e controle do movimento do joelho, e fatores que determinam a transmissão de cargas entre o fêmur e a tíbia.

O'Connor et al. (CONNOR et al., 1990) acrescentaram alguns tendões e músculos do joelho ao já existente modelo cinemático de quatro barras, determinando a direção de forças e momentos em uma faixa angular de flexão. Incluíram-se posteriormente modelos bi-articulares, incorporando a articulação patelo-femoral (GILL; O'CONNOR, 1996). Estes pesquisadores usaram restrições geométricas e diagramas de equilíbrio de forças para calcular a posição e orientação da patela, tendão patelar e tendão do quadríceps, durante ângulos específicos de flexão.

Mediante o modelo bidimensional de quatro barras têm se estudado também o efeito das forças sobre a superfície articular e a estabilidade do joelho, como também a interação entre músculos e ligamentos (IMRAN et al., 2000). Neste âmbito Ponce-Saldias et al. (2013) e Ponce-Saldias et al. (2013) apresentam uma modelagem das forças *in situ* do LCA quando é aplicada uma carga anterior tibial de 110N ao longo da flexão do joelho. A Figura 4.2 apresenta os resultados simulados considerando comportamento elástico (quadrados pretos) e considerando os ligamentos como elos isométricos (círculos vermelhos). Os resultados experimentais estão apresentados como triângulos azuis. Também, Ponce-Saldias et al. (2013) apresentam a análise da cinemática diferencial interna do joelho pelo método de Davies.

Autores que modelam o joelho em três dimensões (PARENTI-CASTELLI; DI-GREGORIO, 2000), advertem que modelos bidimensionais não são representativos dos complexos efeitos que acontecem na articulação no espaço tridimensional, embora concordem que a modelagem por mecanismo de quatro barras sirva para fornecer um ponto de partida para o estudo do joelho em movimento com forças musculares e cargas externas (PARENTI-CASTELLI; DI-GREGORIO, 2000; HUSON et al., 1989).

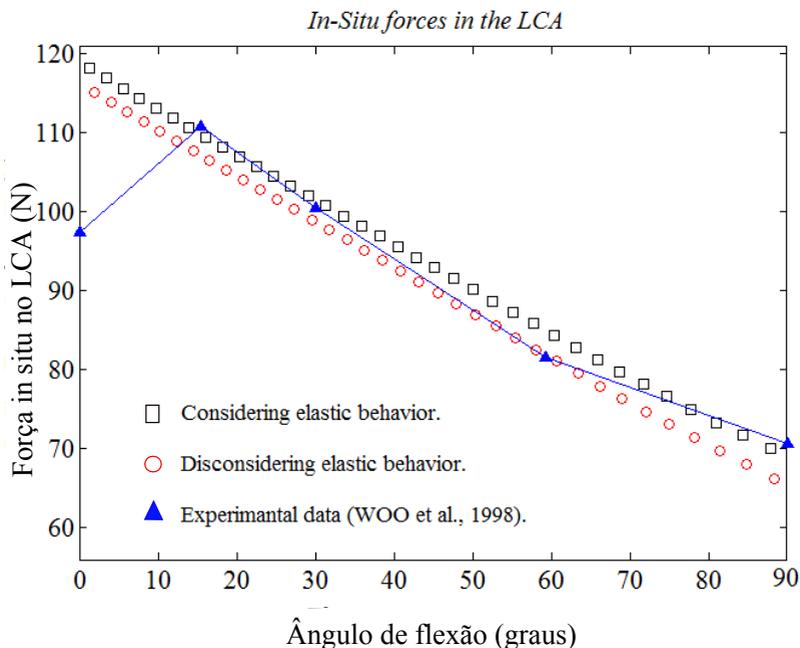


Figura 4.2 – Valores experimentais e valores simulados para a força *in situ* no LCA (PONCE-SALDIAS et al., 2013).

4.2 EVOLUÇÃO NOS MODELOS MECÂNICOS 3-D DO JOELHO

Embora os modelos de mecanismos bidimensionais do joelho provaram ser valiosos em termos dos dados fornecidos, não podem reproduzir todos os efeitos que acontecem no espaço tridimensional; pois a geometria e movimentos estão restritos unicamente ao plano sagital. Nesses modelos simplificados não é considerada a rotação interno-externa da tíbia que varia durante o movimento de flexão.

Desta maneira é requerido um modelo cinemático capaz de prever o movimento tridimensional do joelho em ausência de cargas, que leve em conta os três movimentos de rotação espacial: flexão, rotação interno-externa e abdução-adiução; como também as três translações no espaço: anterior-posterior, lateral-medial e superior-inferior, como apresentado nas Figuras 2.3 e 4.3.

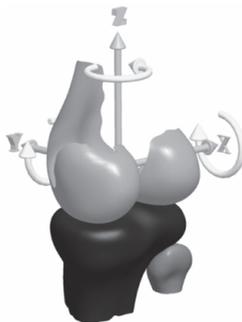


Figura 4.3 – Seis movimentos do joelho (JUNIOR et al., 2009).

A literatura já apresenta alguns modelos espaciais do joelho, onde mecanismos com vários DOF tem sido propostos (HEFZY; GROOD, 1988; OLAN-LOKUN; WILLS, 2002). Outros autores como (WILSON; O'CONNOR, 1997; WILSON et al., 1998; FEIKES et al., 2003) têm proposto os primeiros modelos tridimensionais de somente 1-DOF para movimentação passiva, com a finalidade de simplificar a modelagem e processamento computacional, mas mantendo resultados similares às modelagens mais complexas. Estas modelagens estão baseadas na geometria dos mecanismos paralelos apresentados na seção 3.1.

A seguir são apresentadas as primeiras modelagens tridimensionais de um DOF para movimentação passiva. A ordem em que são apresentados segue uma sequência evolutiva no tempo. Desta forma são descritos ordenadamente os modelos baseados em mecanismos paralelos com: superfícies esféricas e planas, juntas esféricas e prismáticas, superfícies esféricas, superfícies de formas complexas, elos unidos com juntas esféricas nos extremos, e punho esférico.

4.2.1 Modelos baseados em mecanismos paralelos com superfícies esféricas e planas

O primeiro modelo tridimensional baseado em mecanismos paralelos, foi inspirado em um mecanismo de quatro barras bidimensional. Esta modelagem tridimensional começou a ser desenvolvida pelo Centro de Engenharia Ortopédica de Oxford (WILSON, 1995; FEIKES, 1999). A análise da cinemática direta resolve a posição e orientação do fêmur em relação à tíbia para vários valores de flexão. Isto permitia estudar a mobilidade e estabilidade da articulação, considerando um único DOF. Os estudos incluíram experimentos

com espécimes cadavéricos e evidenciaram a teoria de que o joelho possui um único DOF ou uma trajetória unívoca em flexão e extensão passiva.

Em um aprimoramento deste primeiro modelo cinemático (WILSON, 1995) e (WILSON; O'CONNOR, 1997) desenvolveram um mecanismo espacial chamado de *ESM-1*, onde as superfícies articulares do fêmur estavam sendo representadas por esferas, e as superfícies tibiais, por superfícies planas. O contato entre esferas e superfícies planas era mantido durante toda a faixa de flexão. Os côndilos femorais e tibiais eram considerados rígidos e sem existência de atrito entre eles. A modelagem inclui elos rígidos binários que representam os ligamentos LCA, LCP e LCM. Com estas cinco restrições (três ligamentos e dois contatos ósseos) produzem um único grau de liberdade do mecanismo. O mecanismo resultante *ESM-1* (*equivalent spatial mechanism*) é apresentado na parte direita da Figura 4.4, onde os elos binários estão conectados ao fêmur e a tíbia, por juntas esféricas (S) e por juntas universais (U) respectivamente. O contacto entre côndilos femorais (σ_1) e (σ_2) e tibiais (π_1) e (π_2), foram modelados como pontos. Os centros dos côndilos femorais esféricos correspondem a (C_1) e C_2 . Na parte Esquerda da Figura 4.4 está o correspondente esboço do joelho direito humano com a sobreposição do mecanismo em forma de esferas, superfícies planas e elos. Ali o LCL está esboçado ilustrativamente, pois não tem representação mecânica no *ESM-1*.

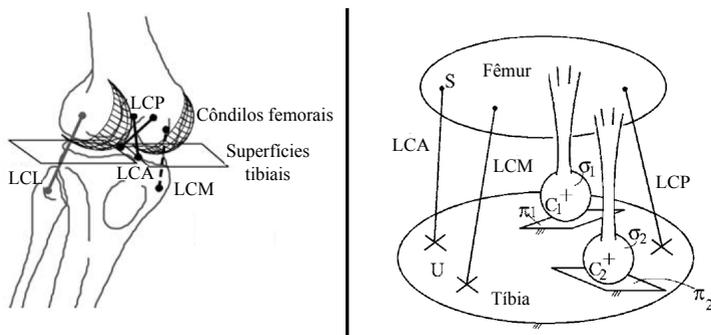


Figura 4.4 – Primeira modelagem de joelho baseado em mecanismos paralelos (WILSON, 1995; WILSON; O'CONNOR, 1997; FEIKES, 1999). Esquerda: Esboço do joelho humano direito com a sobreposição do mecanismo. Direita: mecanismo paralelo equivalente *ESM-1*.

O ESM-1 foi posteriormente reformulado e proposto um novo modelo matemático mais eficiente e simples. O novo modelo será apresentado na sequência.

4.2.2 Modelos baseados em mecanismos paralelos com juntas esféricas e prismáticas

Wilson et al. (WILSON et al., 1998) desenvolveram uma modelagem melhorada do ESM-1. O novo modelo cinemático foi obtido por substituição de cada esfera do ESM-1 por uma junta esférica S unida ao fêmur, e com o centro coincidente em C_1 e C_2 . Por sua vez, cada superfície plana foi substituída por duas juntas prismáticas P unidas serialmente à tibia, como apresentado na Figura 4.5. O modelo cinemático resolve também a posição e orientação do fêmur em relação à tibia, e possui uma matemática mais eficiente, permitindo maior facilidade na extrapolação desde parâmetros anatômicos de espécimes de joelho reais para parâmetros geométricos.

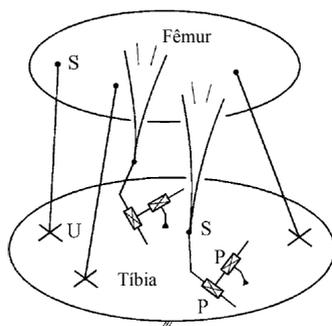


Figura 4.5 – Modelagem cinemática M1 (WILSON et al., 1998): os contatos entre esferas e superfícies planas do ESM-1 foram substituídas por juntas esféricas e pares prismáticos.

O principal inconveniente deste modelo era o elevado número de equações (24 equações não lineares para 24 incógnitas para cada ângulo de flexão). Esta condição estava possibilitando a aparição de singularidades. Outra limitação do modelo era a impossibilidade de substituir os dois côndilos tibiais por superfícies mais anatômicas. Estas limitações foram superadas em uma nova modelagem chamada de M2 desenvolvido por Feikes (FEIKES, 1998) e Feikes et al. (FEIKES et al., 2003), onde também foi reduzido o número de equações que descreviam o sistema. A seguir serão vistos os modelos posteriores ao M1.

4.2.3 Modelos baseados em mecanismos paralelos com superfícies esféricas

Uma evolução das modelagens ESM-1, M1 e M2, foi desenvolvido por Parenti-Castelli e Di-Gregorio (2000). Esta nova modelagem é chamado de ESM-2, e se caracteriza por possuir uma melhor representação dos côndilos mediante modelagem por esferas, como mostra a Figura 4.6; onde σ_i , ($i = 1, 2$), representa os côndilos femorais e δ_i ($i = 1, 2$), representa os côndilos tibiais. O modelo matemático do mecanismo paralelo tem um sistema de cinco equações não lineares e cinco incógnitas para cada ângulo de flexão. O sistemas de equações baseia-se na equação do vetor de malha fechada ou *vector-loop equation* (TSAI, 1999) vista no capítulo 3, e que por sua vez funciona assumindo que a distância entre os centros das esferas C_i e D_i , ($i = 1, 2$), mantêm-se constantes, igual às distâncias entre os elos A_i e B_i , ($i = 1, 2, 3$), para cada ângulo de flexão. Estes mecanismos produzem uma aproximação à cinemática de posição do joelho em movimento passivo.

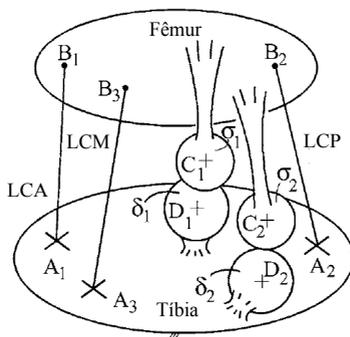


Figura 4.6 – Mecanismo paralelo ESM-2 (PARENTI-CASTELLI; DI-GREGORIO, 2000): os contatos condilares foram assumidos como o contato entre esferas.

4.2.4 Modelos baseados em mecanismos paralelos com superfícies de formas complexas

Os resultados obtidos no modelo ESM-2 encorajaram os pesquisadores a seguir estudos nessa direção (modelar côndilos como esferas ou esféroides). Assim modificações realizadas por Feikes (FEIKES, 1999) e Di Geor-

gio e Parenti-Castelli (PARENTI-CASTELLI; DI-GREGORIO, 2000; DI-GREGORIO; PARENTI-CASTELLI, 2003) levaram conceber um novo modelo chamado de ESM-3, no qual a representação dos côndilos foi feita por superfícies mais complexas, permitindo a customizaao delas. Este mecanismo de superfícies complexas é apresentado na Figura 4.7, onde o contato entre os côndilos femorais (σ_1) e (σ_2) e tibiais (δ_1) e (δ_2), foram modelados como pontos E_1 e E_2 .

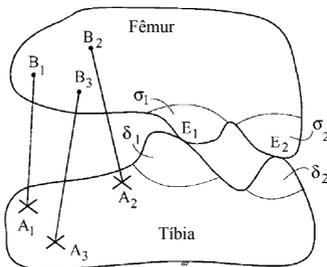


Figura 4.7 – Mecanismo paralelo ESM-3 (FEIKES, 1999; PARENTI-CASTELLI; DI-GREGORIO, 2000; DI-GREGORIO; PARENTI-CASTELLI, 2003): os côndilos foram representados como superfícies complexas.

Utilizando o modelo de superfícies complexas ESM3, realizaram-se análises experimentais adotando superfícies de formas paramétricas: duas esferas para os côndilos tibiais e dois elipsoides para os côndilos femorais, como apresentado na Figura 4.8.

Devido à variaao do raio de curvatura dos côndilos para cada ponto de contato, o modelo matemático desse mecanismo é mais complexo que seus predecessores pois incorpora mais variáveis ao sistema baseado na equaao de vetor de malha fechada ou *vector-loop equation* (TSAI, 1999). O modelo matemático do ESM-3 possui onze equaoes não lineares e onze incógnitas, enquanto a modelagem de superfícies parametrizadas por esferas e elipsoides, para o mesmo modelo, possui treze equaoes não lineares e treze incógnitas, para cada ângulo de flexão.

A modelagem por superfícies complexas demonstrou não produzir benefícios específicos (OTTOBONI et al., 2005a), pelo contrário, o uso de *b-splines* levou a instabilidades computacionais e de otimizaao, além do alto custo de processamento requerido pela alta ordem do problema. Na Figura 4.9 (OTTOBONI et al., 2005a), são apresentadas as curvas das trajetória dos modelos ESM-1, ESM-2 e ESM-3, em relaao a uma trajetória de um joelho real (dados experimentais). Na parte esquerda da Figura 4.9 está o movimento de

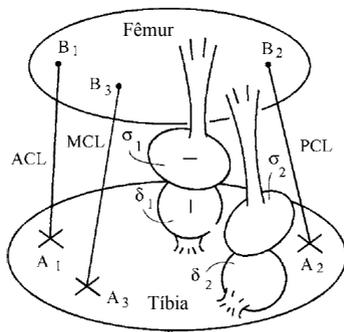


Figura 4.8 – Aplicação do mecanismo paralelo ESM-3 (FEIKES, 1999; PARENTI-CASTELLI; DI-GREGORIO, 2000; DI-GREGORIO; PARENTI-CASTELLI, 2003): os côndilos foram representados como superfícies parametrizadas por esferas e elipsóides.

rotação interno-externa em relação à flexão; e na parte direita da Figura está o movimento de abdução-adiução em relação à flexão. Aqui se evidencia que o modelo que produz a trajetória mais aproximada à experimental é o ESM-2.

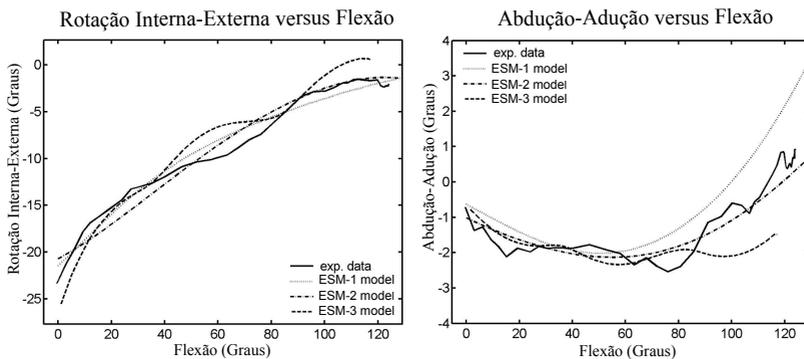


Figura 4.9 – Trajetória de rotação interno-externa e abdução-adiução dos modelos ESM-1, ESM-2 e ESM-3, em relação a uma trajetória de um joelho real (exp. data) (OTTOBONI et al., 2005a).

4.2.5 Modelos baseados em mecanismos paralelos de elos rígidos unidos por juntas esféricas nos extremos

Os autores que propuseram a modelagem ESM-2 (PARENTI-CASTELLI; DI-GREGORIO, 2000), representaram os ligamentos como elos rígidos, e os contatos entre os cêndilos por duas superfícies esféricas. Em particular a substituição de cêndilos por esferas mostrou ter um bom resultado e ser matematicamente mais simples que a modelagem por superfícies de formas complexas.

Seguindo esta direção, em um esforço por melhorar os modelos anteriores, Sancisi e Parenti-Castelli (2010) desenvolveram o que hoje é a mais moderna e eficiente modelagem cinemática de joelho baseada em mecanismos paralelos espaciais; onde três ligamentos (LCA, LCP e LCM) são substituídos por elos rígidos com juntas esféricas nos extremos (L_1 , L_2 e L_3) e os cêndilos são agora representados também como elos rígidos com juntas esféricas nos extremos (L_4 e L_5) como apresentado na Figura 4.10. É importante notar que a substituição das esferas por elos rígidos é cinematicamente equivalente, desde que o extremo de cada elo rígido seja coincidente com o centro de cada esfera. O modelo Sancisi e Parenti-Castelli (2010) é apresentado na Figura 4.10, e corresponde a um mecanismo paralelo de cinco elos e de 1 DOF, denominado 1-DOF 5-5.

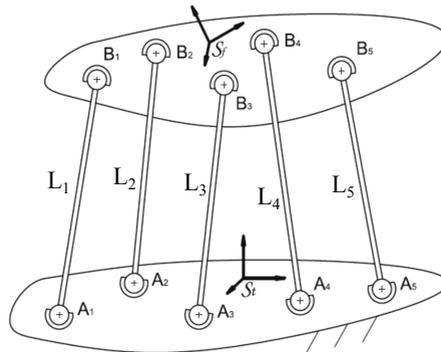


Figura 4.10 – Mecanismo paralelo 1-DOF 5-5 (SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2010).

Na sequência é relatada detalhadamente a metodologia que permitiu o desenvolvimento do modelo 1-DOF 5-5 por Sancisi e Parenti-Castelli (2010); partindo pela seção experimental onde é realizada a aquisição de dados a par-

tir de um espécime de joelho para ter uma primeira aproximação da geometria do mecanismo, seguido pela descrição da modelagem matemática do mecanismo paralelo, e terminando com a estratégia de otimização usada para obter uma geometria definitiva do mecanismo que permita reproduzir aproximadamente a trajetória de um joelho real.

- Aquisição de dados: para obter os dados físicos necessários para a síntese do mecanismo, foi analisada experimentalmente o movimento da tíbia e do fêmur durante a flexão passiva de um espécime saudável de joelho direito. As superfícies ósseas foram expostas e foram digitalizadas como nuvem de pontos por um sistema óptico eletrônico (SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2010, 2011b) (não é especificada a marca nem o tipo). Foram definidos também os sistemas de referência do fêmur S_f e da tíbia S_t (Figura 4.10), e identificadas as áreas de inserção dos ligamentos LCA, LCP e LCM. O mesmo sistema óptico eletrônico foi utilizado para salvar o movimentos da tíbia e do fêmur durante a flexão passiva. Detalhes da aquisição de dados podem ser encontrados em (SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2010, 2011b).
- Modelagem matemática do mecanismo paralelo: Uma primeira aproximação à geometria do mecanismo 1-DOF 5-5 foi deduzida a partir de dados experimentais adquiridos. Essa primeira aproximação consiste em substituir os três elos do modelo (L_1 , L_2 e L_3) com as fibras mais isométricas do ligamento correspondente e de assumir que essas fibras são realmente isométricas. Além disso, os côndilos são considerados como pares de esferas que se movimentam uma sobre a outra. De acordo com estas premissas, os ligamentos e côndilos são substituídos por elos binários rígidos, conectados por pares esféricos às inserções ligamentares da tíbia e do fêmur, e aos centros das esferas que melhor se aproximam às superfícies condilares.

Para obter as coordenadas dos pontos de inserção das fibras ligamentares isométricas na tíbia e no fêmur, e dos centros das esferas que se aproximam às superfícies condilares, realiza-se uma minuciosa e extensa seção experimental, que é explicada na sequência. Para determinar os pontos de inserção das fibras ligamentares isométricas analisaram-se as posições relativas das áreas de inserção de cada ligamento, no fêmur e na tíbia. As áreas de inserção dos ligamentos foram digitalizadas por computador como nuvens de pontos. Para cada ligamento foram avaliados os pares de pontos (um pertencente à área de inserção tibial e outro, à femoral) que apresentaram uma mínima variação de posição no percurso de flexão-extensão do joelho. Desta forma foram escolhidos três pares de pontos A_1 e B_1 ; A_2 e B_2 ; e A_3 e B_3 como mostra a Figura

4.10, onde cada par de pontos representa um elo rígido com juntas esféricas nos extremos, o comprimento de cada elo tem um valor constante de L_1 , L_2 e L_3 , que representam respectivamente os ligamentos LCA, LCP e LCM.

Para representar os quatro côndilos, foram analisados primeiramente as quatro esferas que melhor se adaptam  anatomia condilar, e cujos centros A_4 e A_5 estão sobre a tíbia, e B_4 e B_5 estão sobre o fêmur (Figura 4.10). Estas quatro esferas foram substituídas por dois elos unidos com juntas esféricas nos extremos. O centro destas juntas esféricas coincidem com o centro das esferas que melhor se adaptam  superfície condilar, mantendo uma restrição cinemática similar.

O comprimento de cada elo L_i , $i = (1, \dots, 5)$  a distância entre as juntas esféricas de cada elo definido na posiao inicial (máxima extensão).

A equaao do vetor de malha fechada ou *vector-loop equation* (TSAI, 1999) restringe cada par de pontos (A_i, B_i) ($i = 1, \dots, 5$) do mecanismo, mantendo a mesma distância L_i a cada ângulo de flexão imposto:

$$\| \mathbf{A}_i - {}^A R_B \cdot \mathbf{B}_i - \mathbf{P} \| = L_i, \quad (i = 1, \dots, 5) \quad (4.1)$$

onde os pontos \mathbf{A}_i e \mathbf{B}_i estão definidos em relaao a S_i e a S_f respectivamente, $\| \cdot \|$  a norma 2 do vetor, ${}^A R_B$  a matriz de 3×3 de rotaao para transformaao dos componentes vetoriais desde S_f para S_i , e \mathbf{P}  o vetor posiao da origem S_f em relaao a S_i . A matriz ${}^A R_B$ pode ser expressa como funao de três parâmetros de rotaao α , β e γ que representam os ângulos de flexão, abduao-aduao e rotaao interno-externa, respectivamente:

$$R = \begin{pmatrix} c_\alpha c_\gamma + s_\alpha s_\beta s_\gamma & -s_\alpha c_\gamma + c_\alpha s_\beta s_\gamma & -c_\beta s_\gamma \\ s_\alpha c_\beta & c_\alpha c_\beta & s_\beta \\ c_\alpha s_\gamma - s_\alpha s_\beta c_\gamma & -s_\alpha s_\gamma - c_\alpha s_\beta c_\gamma & c_\beta c_\gamma \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

A expressão 4.1  aplicada para joelhos direitos. Fixando o ângulo de flexão, as cinco equaoes do sistema 4.1 dependem somente de cinco incógnitas. Especificamente as três componentes do vetor posiao \mathbf{P} e os ângulos β e γ .

Para comparar experimentalmente as trajetórias do mecanismo paralelo com a do joelho real o sistema 4.1  resolvido para cada ângulo de flexão. A soluao do sistema para o movimento entre 5° e 112° de flexão foi resolvido por implementaao de uma rotina de otimizaao,

tornando possível o melhor ajuste para a geometria do mecanismo e chegar próximo ao movimento real do joelho.

- Otimização: para obter uma primeira aproximação da geometria do mecanismo foram utilizados dados experimentais, que devem ser otimizados para atingir um melhor ajuste dos parâmetros e aproximar a trajetória do mecanismo a do joelho real. O modelo 1-DOF 5-5 precisa de 35 parâmetros a ser otimizados: 10 posições tridimensionais das juntas esféricas e 5 comprimentos de elos.

Foram escolhidos 12 ângulos de flexão igualmente divididos entre o movimento de 5° e 112° de flexão. A cada iteração da otimização, a eq. 4.1 é resolvida para os 12 ângulos.

As posições e orientações relativas entre o fêmur e a tíbia do mecanismo são iterativamente comparadas com as posições e orientações experimentais: a soma dos quadrados dos erros, divididos por seus pesos, entre cada posição, constituem a função objetivo à qual tem que ser minimizada. Se para alguns ângulos de flexão o modelo não satisfizer a eq. 4.1, um valor arbitrariamente alto é designado para a função objetivo f :

$$f = \sum_{n=1}^5 \sum_{j=1}^{12} \frac{(x_{nj} - x_{nj}^*)^2}{x_{nd}^2} \quad \text{se satisfaz Eq. de malha fechada} \quad (4.3)$$

$$f = X \quad \text{se não satisfaz}$$

onde x_n corresponde às 5 incógnitas, x_n^* corresponde aos valores experimentais, x_{nd} são os pesos e X é um valor arbitrariamente alto. O problema 4.3 é resolvido inicialmente por um algoritmo genético, onde suas soluções são refinadas por um algoritmo de otimização baseado em métodos de cálculo numérico chamado de *quase-Newton*.

Em (SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2010) é apresentado um relatório dos erros final obtido no final do processo de otimização.

A Figura 4.11 apresenta esquematicamente o processo de modelagem geométrica do joelho que considera critérios cinemáticos na função objetivo. Este processo proposto por Sancisi e Parenti-Castelli (2010) é denominado de modelagem cinemática.

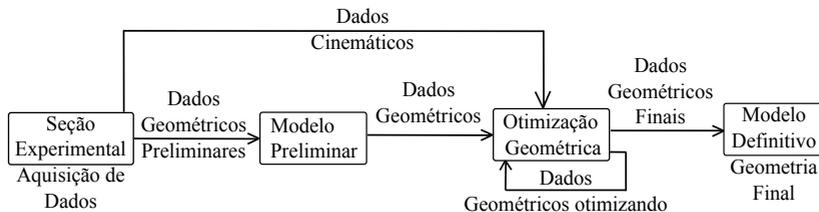


Figura 4.11 – Processo de modelagem cinemática do modelo proposto por Sancisi e Parenti-Castelli (2010).

4.2.6 Modelos baseados em mecanismos paralelos como punho esférico

A partir de observações experimentais, Sancisi e Parenti-Castelli (2010), Sancisi et al. (2011) indicam que a cinemática do joelho poderia ser aproximada por uma movimentação esférica, de modo que um mecanismo similar a um punho esférico foi desenvolvido. A vantagem deste modelo comparado com os antecessores, é o fato de ser mecanicamente mais simples e, conseqüentemente, matematicamente mais simples. A causa disto é o baixo número de pares cinemáticos e de elos envolvidos no mecanismo. O novo mecanismo é denominado de SPM, apresentado na Figura 4.12.

Em comparação com o modelo 1-DOF 5-5, que requer 35 parâmetros para serem otimizados, o novo modelo SPM precisa somente de 20 parâmetros para serem otimizados (6 posições tridimensionais de juntas esféricas e 2 comprimento de elos), o que diminui consideravelmente o tempo de processamento computacional. Embora o SPM possua estas vantagens, os resultados na trajetória desenvolvida não são tão satisfatórios. Uma análise das curvas da cinemática do modelo 1-DOF 5-5 (curva tracejada) versus o modelo SPM (curva contínua) deixa claro que o desempenho superior do 1-DOF 5-5, quando foram projetadas e otimizadas para seguir uma trajetória de um joelho real (curva pontilhada), como apresentado nas Figuras 4.13 e 4.14 (SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2010).

Em (SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2010) é apresentado uma tabela comparativa dos erros obtidos para os modelo 1-DOF 5-5 e o SPM, no final do processo de otimização.

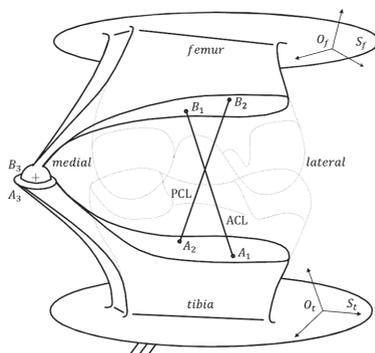


Figura 4.12 – Mecanismo paralelo como punho esférico denominado SPM (SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2010; SANCISI et al., 2011).

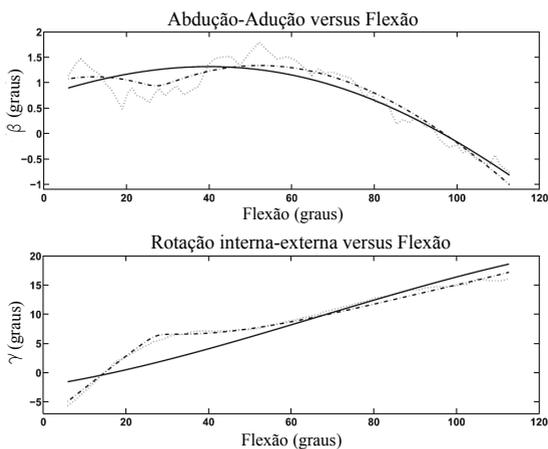


Figura 4.13 – Orientação do fêmur em relação à tíbia (SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2010). Linha de pontos= dados experimentais; linha tracejada= 1-DOF 5-5; linha contínua= SPM.

4.3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

No presente capítulo foi realizada a revisão do estado da arte dos atuais modelos de joelho baseados em teoria de mecanismos. Podem ser então levantadas algumas desvantagens presentes em estes modelos, como:

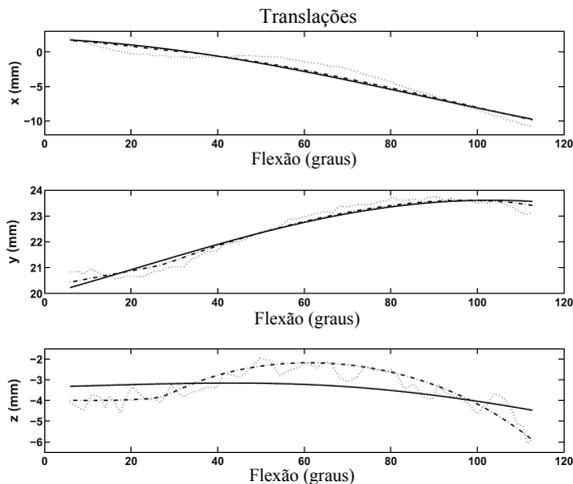


Figura 4.14 – Posição do fêmur em relação à tíbia (SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2010). Linha de pontos= dados experimentais; linha tracejado= 1-DOF 5-5; linha contínua= SPM.

- A análise do movimento é limitada: pois é realizado para um percurso limitado (5° a 112° de flexão).
- A análise mecânica é limitada: pois apresenta unicamente resultados cinemáticos e não apresenta resultados das forças envolvidas nos elementos anatômicos.
- A aplicação é limitada: tem foco unicamente no projeto de prótese.
- A seção experimental é extensa: pois para obter os dados de entrada para a síntese geométrica devem ser determinados os pontos específicos de inserção das fibras isométricas ligamentares.

Considerando as vantagens e desvantagens dos atuais modelos de joelhos aqui apresentados, propõe-se uma nova modelagem espacial do joelho utilizando teoria de mecanismos, otimização e o método de Davies. A presente modelagem reimplementa o mecanismo *1-DOF 5-5* originalmente proposto por Sancisi e Parenti-Castelli (2010), apresentando melhorias em vários aspectos, como:

- A análise do movimento é completa: realizado para o percurso completo (0° a 120° de flexão).

- A análise mecânica do modelo é completa: analisa e resolve a cinemática e as forças internas do joelho, como a força in-situ no LCA e forças condilares.
- A aplicação é abrangente: além de ter aplicação no projeto de prótese, pode ser útil no planejamento pré-operatório de substituição do ligamentar.
- A seção experimental é breve: pois não há necessidade de determinar os pontos específicos de inserção das fibras isométricas ligamentares. Os dados de entrada para a síntese geométrica são ingressados mediante amplos domínios de busca.

No capítulo subsequente é apresentada a metodologia proposta para modelagem do joelho humano.

5 METODOLOGIA PROPOSTA PARA MODELAGEM ESPACIAL DO JOELHO HUMANO

Uma vez realizada a revisão da problemática existente, como também das atuais ferramentas tecnológico-científicas para a modelagem de joelhos por mecanismos, propõe-se neste capítulo uma nova metodologia para a modelagem espacial do joelho utilizando teoria de mecanismos, otimização e o método de Davies, reimplimentando o mecanismo *1-DOF 5-5* originalmente proposto por Sancisi e Parenti-Castelli (2010). É escolhido o modelo *textit1-DOF 5-5* devido ao seu melhor desempenho em relação aos demais modelos baseados em mecanismos paralelos.

O capítulo apresenta a descrição do método proposto, precedido por uma breve enumeração das limitações das técnicas atuais.

5.1 LIMITAÇÕES DAS TÉCNICAS ATUAIS

As limitações das técnicas atuais baseadas em teoria de mecanismos, são indicadas a seguir:

- Modelagens mecânicas puramente cinemáticas (PARENTI-CASTELLI et al., 2004; WILSON; O'CONNOR, 1997; WILSON et al., 1998; HUSON et al., 1989; O'CONNOR et al., 1989; CONNOR et al., 1990; DI-GREGORIO; PARENTI-CASTELLI, 2006; PARENTI-CASTELLI et al., 2004; SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2011a, 2010; SANCISI et al., 2011): não determinam as forças envolvidas nos elementos anatômicos modelados. Para oferecer essas informações teriam de ser realizadas análises adicionais.
- Foco dos atuais modelos mecânicos está em obter dados da estabilidade do joelho (WILSON; O'CONNOR, 1997; WILSON et al., 1998; HUSON et al., 1989; O'CONNOR et al., 1989; CONNOR et al., 1990; DI-GREGORIO; PARENTI-CASTELLI, 2006; PARENTI-CASTELLI et al., 2004; SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2011a, 2010; SANCISI et al., 2011): A modelagem de um joelho passivo fornece informações em relação à sua estabilidade que é um requisito para o projeto de próteses. Isto faz que o foco não seja o planejamento pré-operatório para reconstrução de ligamentos, pois a reconstrução ligamentar precisa de informações de forças equivalentes da pré-tensão do enxerto, força *in situ* do ligamento, posição e orientação do túnel tibial e femoral.
- Apresentam pelo menos dois processo de otimização para síntese geométrica do modelo (PARENTI-CASTELLI et al., 2004; WILSON; O'CONNOR,

1997; WILSON et al., 1998; HUSON et al., 1989; O'CONNOR et al., 1989; CONNOR et al., 1990; DI-GREGORIO; PARENTI-CASTELLI, 2006; PARENTI-CASTELLI et al., 2004; SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2011a, 2010; SANCISI et al., 2011; SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2011b; PARENTI-CASTELLI; SANCISI, 2013): resolvem problemas globais por algoritmos genéticos e refinam a solução mediante algoritmos de quase-Newton. A existência de dois algoritmos de otimização pode produzir inconvenientes a nível operacional, pois na transição de um algoritmo para outro precisa-se de um especialista em programação, dificultando o uso direto para médicos ou projetistas de próteses. Além disso, nestas metodologias é necessário estimar pontos específicos (coordenadas de inserção de fibras isométricas e centros condilares) para começar o processo de busca na otimização. A determinação destes pontos precisa de uma extensa seção experimental.

- Apresentam resolução para um percurso limitado do movimento do joelho, não incluindo o crítico ponto de extensão máxima (0° de flexão).
- Exigem uma extensa seção experimental.
- Não apresentam análise das forças *in situ* dos ligamentos,
- Não resolvem as forças internas do joelho em função da variação da posição de inserção de ligamentos ou enxertos.

Em relação aos métodos baseados em *multicorpos* e elementos finitos:

- Método de multicorpos usa modelos dinâmicos com estruturas viscoelásticas que apresentam diversas desvantagens: estes modelos (OLAN-LOKUN; WILLS, 2002; SHELBURNE; PANDY, 1997) possuem uma abordagem simultânea da dinâmica, cinemática e estática que atribui uma alta demanda computacional. São perdidas as funções de restrição das estruturas anatómicas modeladas. Também os resultados destes modelos se ajustam unicamente a resultados experimentais dada uma condição de carga específica, o que dificulta extrapolar resultados para diferentes condições de carga ¹ (PARENTI-CASTELLI; SANCISI, 2012). Por último os resultados dos modelos dinâmicos são difíceis de interpretar e o próprio modelo é inútil para cirurgiões e projetistas de próteses (PARENTI-CASTELLI; SANCISI, 2013).

¹ Isso acontece por causa das constantes e parâmetros que são levantados sobre o modelo, em função de experimentos específicos que não permitem obter resultados satisfatórios para outras condições experimentais.

- Alta complexidade da modelagem pelo método dos elementos finitos (PAVAN, 2010; JUNIOR, 2006; DONAHUE et al., 2002; HALLORAN et al., 2005; BENDJABALLAH et al., 1997; GARDINER; WEISS, 2003; GODEST et al., 2002; GUO et al., 2009; BAHRAMINASAB et al., 2010; HASHMI, 2007; INGRASSIA et al., 2011; TODO et al., 2007; WILLING, 2011; BOUGHERARA et al., 2009; SHI, 2007): cada estrutura anatômica é representada e modelada por muitos elementos, enquanto o modelamento por mecanismos permite representar discretamente cada estrutura anatômica mediante um elo. A complexidade da modelagem por elementos finitos dificultaria a síntese por otimização.

5.2 DESCRIÇÃO DA METODOLOGIA

A metodologia proposta fornece uma abordagem única e sequencial para a modelagem espacial do joelho humano, incluindo a síntese cinemática e análise estática. O método consiste em quatro passos fundamentais (Figura 5.1): (1) modelagem mecânica preliminar, (2) seção experimental, (3) modelagem cinemática e (4) modelagem estática. Embora a metodologia aqui proposta é inédita, objetiva-se a reimplementação do modelo *1-DOF 5-5* originalmente proposto por Sancisi e Parenti-Castelli (2010). Além disso, a presente seção experimental (passo (2)) utiliza dados baseados em análises experimentais realizados por Parenti-Castelli e Sancisi (2013), com a finalidade de validar a metodologia proposta.

- O primeiro passo da metodologia proposta (modelagem mecânica preliminar) consiste na síntese de um mecanismo de 1-DOF, composto por elementos que representam as estruturas anatômicas fundamentais que realizam a movimentação passiva do joelho. Isto é efetuado mediante uma aproximação sequencial, onde cada movimento fundamental do joelho é associado a uma restrição cinemática equivalente. Neste processo é obtido um mecanismo preliminar representativo do joelho humano, com topologia similar ao mecanismo originalmente proposto por Sancisi e Parenti-Castelli (2010).
- segundo passo (seção experimental) consiste na obtenção de dados experimentais da geometria e da cinemática da articulação do joelho. Esses dados permitem ajustar a geometria do modelo nas subsequentes etapas de síntese da metodologia. Os dados experimentais foram obtidos de Parenti-Castelli e Sancisi (2013), para poder comparar os resultados do mesmo com obtidos na metodologia aqui proposta.
- terceiro passo reside na obtenção de um modelo cinemático do joelho,

Métodologia sequencial para modelagem espacial do joelho humano

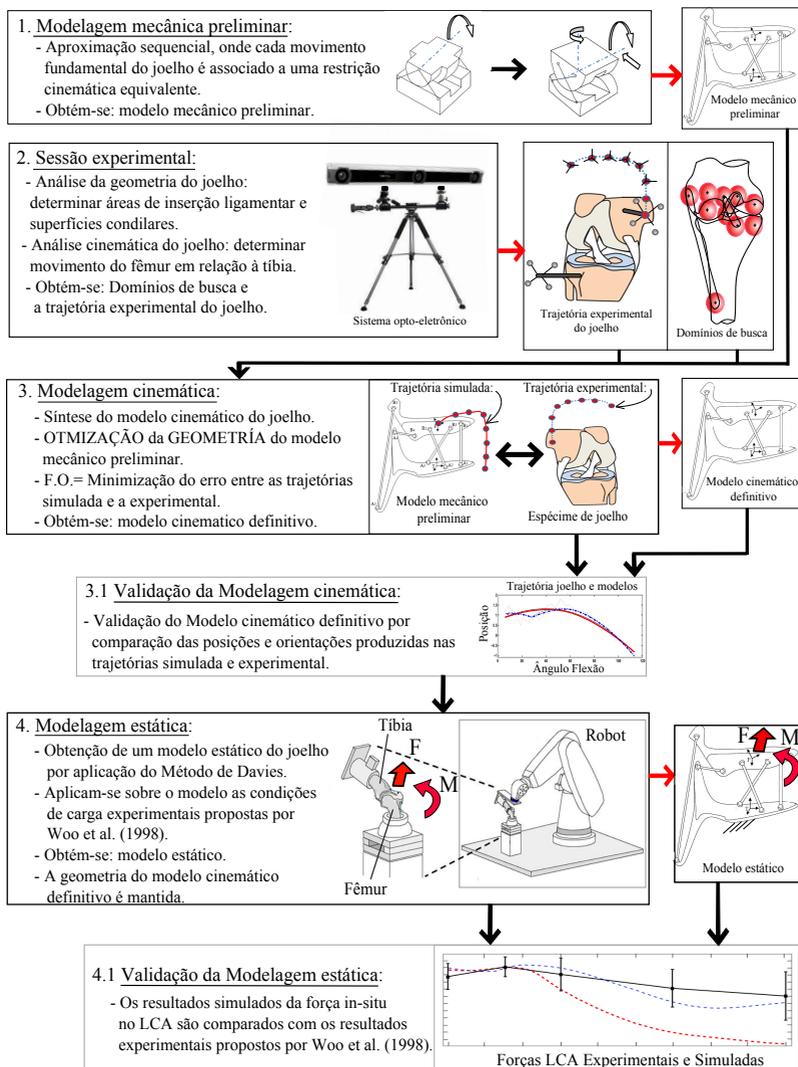


Figura 5.1 – Metodologia proposta para modelagem cinemática e estática do joelho, constituído por 4 etapas sequenciais.

por otimização da geometria do modelo mecânico preliminar obtido no

primeiro passo. A função objetivo (FO) da otimização minimiza a diferença entre duas trajetórias produzidas: a simulada e a experimental. A trajetória simulada é o movimento que produz o modelo mecânico preliminar. A trajetória experimental é o movimento passivo obtido de um joelho cadavérico, medido por Parenti-Castelli e Sancisi (2013), e por Sancisi e Parenti-Castelli (2010). Para um indivíduo vivo a realização da movimentação passiva implicaria a imposição do ângulo de flexão sem ativação muscular nem aplicação de cargas externas. O processo de otimização finaliza quando a FO atinge um valor muito pequeno (e definido). Em esse ponto é obtido um modelo cinemático definitivo, que na sequência é validado por comparação da sua trajetória (simulada) com a experimental.

- quarto passo tem como objetivo a obtenção de um modelo estático do joelho por aplicação do Método de Davies. Para isso são aplicadas, sobre o modelo obtido na etapa anterior, as condições de carga correspondentes ao processo experimental proposto por Woo et al. (1998); e realizadas a simulação e análise das forças envolvidas em cada estrutura anatômica modelada. Na sequência valida-se o modelo estático, por comparação dos resultados simulados da força *in situ* no LCA com os resultados experimentais obtidos por Woo et al. (1998), para várias condições de carga.

Os quatro passos da metodologia são detalhados na sequência.

5.3 MODELAGEM MECÂNICA PRELIMINAR

Este passo consiste na síntese de um mecanismo de 1 – DOF composto por elementos que representam as estruturas anatômicas fundamentais para a movimentação passiva do joelho. Para obtenção deste modelo, é realizada uma abordagem sequencial (Figura 5.2).

Na bordagem sequencial apresentada na (Figura 5.2), cada movimento fundamental do joelho é associado a uma restrição cinemática equivalente. No final deste processo é obtido, em forma preliminar, um mecanismo representativo do joelho humano.

Esta abordagem sequencial começa propondo um mecanismo básico, que possui uma articulação rotacional simples e com superfícies de contato cilíndrico congruentes (Figura 5.2a). Este mecanismo representa uma restrição cinemática que permite realizar unicamente a rotação pura em torno de um eixo, modelando *grosso modo* o principal movimento do joelho: a flexão.

Na sequência é incluída uma primeira modificação no mecanismo (Fi-

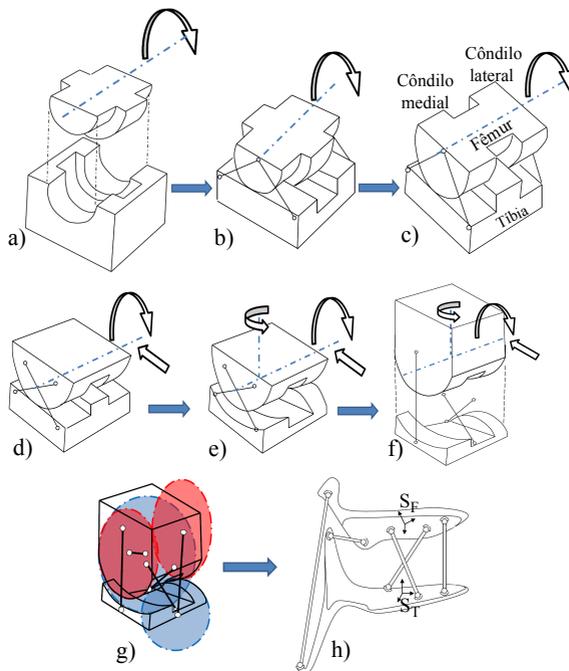


Figura 5.2 – Aproximação sequencial para obtenção do modelo mecânico preliminar do joelho.

Figura 5.2b): introdução de superfícies de contato incongruentes, e posicionamento de dois pares de elos com juntas esféricas nos extremos (juntas SS) em ambos os lados do mecanismo, permitindo ainda o movimento de rotação pura em torno de um eixo.

Segunda modificação (Figura 5.2c): mantendo o movimento de rotação pura, a configuração da superfície de contato é invertida, formando dois pares de côndilos (mediais e laterais), onde a parte superior do mecanismo representa o fêmur e a parte inferior representa a tíbia.

Terceira modificação (Figura 5.2d): um par de elos cruzados com juntas esféricas (juntas SS) é posicionado em cada lado do mecanismo, substituindo a anterior configuração de elos. Esta nova configuração permite os movimentos de *rollback* (rolamento e deslizamento).

Quarta modificação (Figura 5.2e): no mecanismo, a forma do côndilo medial tibial é modificada para uma forma concava, e a forma do côndilo lateral tibial é modificada para uma forma convexa (assim como as formas anatômicas).

micas). Seguindo a forma anatômica natural do joelho, o côndilo medial do modelo é ajustado para uma tamanho maior que o lateral, permitindo assim o movimento *screw-home* (rotação axial).

Quinta modificação (Figura 5.2f): é excluído um par de elos cruzados. Os elos cruzados com juntas esféricas que ainda permanecem, foram localizados aproximadamente na região de inserção natural dos ligamentos cruzados (no meio dos côndilos). Um elo de juntas esféricas nos extremos (junta *SS*) foi acrescentado no modelo e localizado do lado colateral medial do mecanismo, representando a função do ligamento colateral medial e fornecendo estabilidade lateral ao mecanismo.

Sexta modificação (Figura 5.2g): são aproximados os círculos que melhor se aproximam ao côndilo medial tibial (azul) e medial femoral (vermelho), então o centro de cada círculo é localizado. O centro de cada círculo é utilizados para posicionar uma junta esférica. Essas juntas esféricas são unidas por um elo. O mesmo procedimento é repetido para os côndilos laterais, resultando assim no modelo mecânico preliminar do joelho (Figura 5.2h), ao que é adicionado no meio dos côndilos tibiais e femorais, o sistema de referência anatômico da tibia S_t e do fêmur S_f . Este modelo preliminar corresponde a uma plataforma paralela composta por 5 pernas com juntas esféricas nos extremos (juntas *SS*), uma plataforma fixa e uma plataforma móvel. O modelo mecânico preliminar é topologicamente similar ao mecanismo originalmente proposto em (PARENTI-CASTELLI; SANCISI, 2013; PARENTI-CASTELLI, 2010; SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2011a, 2010; SANCISI et al., 2011; SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2011b) e possui $1 - DOF$ espacial em concordância com o critério de *Grübler* (eq. 5.1) (TSAI, 1999), onde λ são os graus de liberdade do espaço de trabalho, \mathbf{n} é o número de elos do mecanismo, j é o número de juntas esféricas e f_i é o grau de movimento relativo permitido por cada junta i .

$$F = \lambda(\mathbf{n} - j - 1) + \sum_i f_i = 6(7 - 10 - 1) + (3 \cdot 10) = 6 \quad (5.1)$$

Pode se observar que existem 5 graus de liberdade passivos associados às 5 juntas *SS*. Pode-se concluir que a plataforma paralela possui $1 - DOF$, assim como a movimentação passiva do joelho humano.

5.4 SEÇÃO EXPERIMENTAL

Os dados de entrada desta seção são obtidos mediante as duas análises experimentais realizadas por Parenti-Castelli e Sancisi (2013): a análise

tivas marcas de referência anatômica (*landmarks*). As marcas de referência anatômica foram usadas para definir os sistemas de referência da tíbia e do fêmur, S_f e S_f respectivamente, seguindo a convenção de eixos anatômicos adotada por Grood e Suntay (1983).

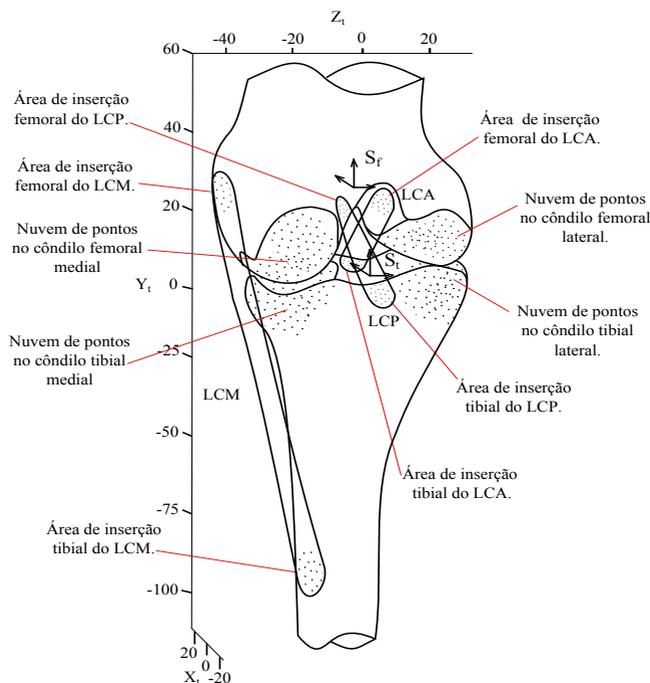


Figura 5.4 – Superfícies condilares e áreas de inserção ligamentar capturados como nuvem de pontos. X_t , Y_t e Z_t são os eixos coordenados em relação ao sistema de referência tibial S_t .

Utilizando a análise realizada por Parenti-Castelli e Sancisi (2013), são determinados neste trabalho os *domínios de busca* (esferas vermelhas da Figura 5.3b).

Dentro da seção experimental, é contribuição de este trabalho a determinação dos *domínios de busca* e os passos subsequentes.

Um *domínio de busca* é uma área esférica que delimita uma região anatômica de interesse. Os *domínios de busca* são utilizados no processo de otimização (modelagem cinemática), para a geração de populações na procura de uma solução que minimize a *FO*. Estes *domínios de busca* contém

as áreas de inserção ligamentar e os centróides dos côndilos (SOUDAN et al., 1979). Ao todo tem-se 10 *domínios de busca* (Figura 5.3b), cada um com raio 10 mm e centro baseado na análise experimental de Parenti-Castelli e Sancisi (2013). Em relação aos côndilos, os centros dos *domínios de busca* correspondem aos centros das esferas (azuis) que melhor se adaptam a cada superfície condilar (Figura 5.5). Para as áreas de inserção ligamentar, os centros dos *domínios de busca* estão posicionados em uma região central da área natural de inserção (Figura 5.6).

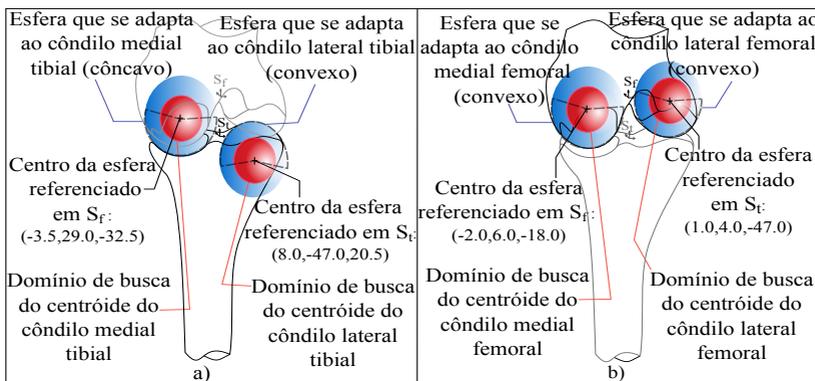


Figura 5.5 – Domínio de busca para: a) côndilos femorais e b) côndilos tibiais.

Os *domínios de busca* para os centróides condilares, permitem que as posições específicas dos centróides sejam determinados, na subseqüente etapa de modelagem cinemática. Na Figura 5.7 apresenta-se um exemplo esquemático de centróides condilares, indicados como os pontos A_i e B_i ($i = 4, 5$), que correspondem aos centros das esferas que melhor se adaptam aos côndilos femorais (azuis) e tibiais (roxas).

Os *domínios de busca* para as áreas de inserção ligamentar, abrangem os pontos de inserção das fibras isométricas ligamentares. As fibras isométricas ligamentares são aquelas fibras ligamentares que apresentam uma mínima variação de comprimento durante a movimentação passiva do joelho, podendo ser considerados como elos rígidos (PARENTI-CASTELLI; DI-GREGORIO, 2000). Exemplos esquemáticos de pontos de inserção das fibras isométricas ligamentares são os pontos A_i e B_i ($i = 1, 2, 3$) (Figura 5.7).

O comprimento L_i ($i = 1, \dots, 5$) corresponde à distância entre A_i e B_i com o joelho totalmente estendido. Os pontos A_i , B_i e L_i ($i = 1, \dots, 5$) denominam-se de *parâmetros geométricos (PG)* (Figura 5.3c e 5.7) e permi-

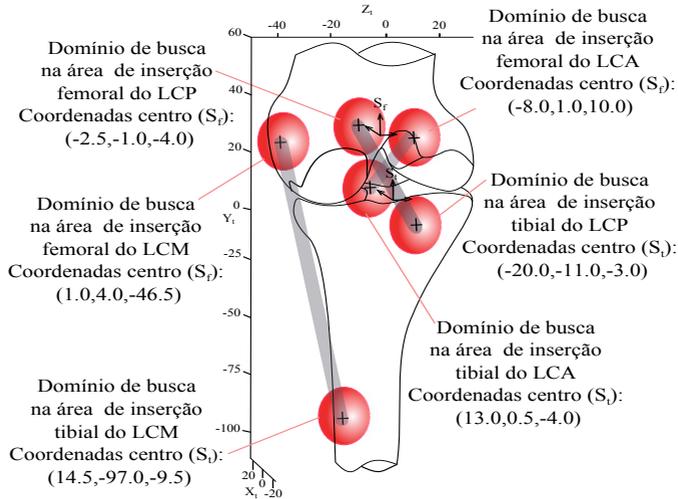


Figura 5.6 – Domínio de busca para as áreas de inserção ligamentar (baseado em dados experimentais de Parenti-Castelli e Sancisi (2013)).

tem obter, na etapa de modelagem cinemática, as coordenadas espaciais que definem preliminarmente a posição dos elos que compõem o modelo mecânico proposto. Os *PG* estão contidos dentro dos *domínios de busca* e devem ser refinados até obter um modelo mecânico definitivo (etapa de modelagem cinemática). Na Figura 5.7 e na Tabela 5.1 detalham-se cada um dos *PG* correspondentes às estruturas anatômicas de interesse, que são:

- A_1 , A_2 e A_3 : as posições espaciais dos pontos de inserção tibial das fibras isométricas do LCA, LCP e LCM, respectivamente.
- B_1 , B_2 e B_3 : as posições espaciais dos pontos de inserção femoral das fibras isométricas do LCA, LCP e LCM, respectivamente.
- A_3 e A_4 : as posições espaciais dos centróides do côndilo tibial medial e lateral, respectivamente.
- B_3 e B_4 : as posições espaciais dos centróides do côndilo femoral medial e lateral, respectivamente.
- L_1 , L_2 e L_3 : os comprimentos das fibras isométricas do LCA, LCP e LCM, respectivamente.

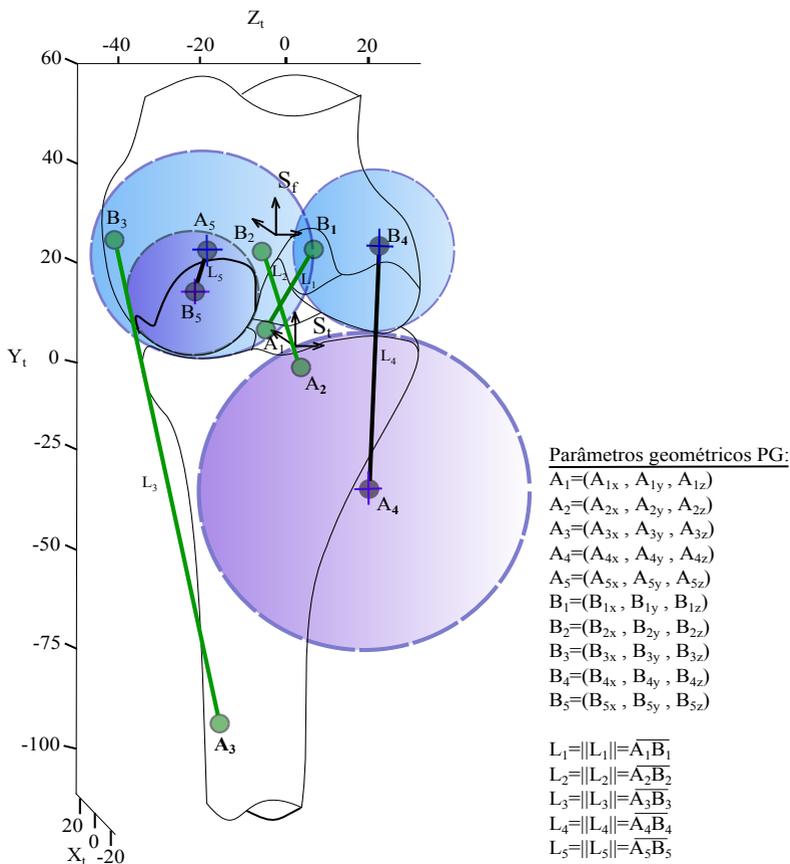


Figura 5.7 – Parâmetros geométricos PG: A_i , B_i e L_i ($i = 1, \dots, 5$). As coordenadas de A_i têm referência em S_t , e as coordenadas de B_i têm referência em S_f .

- L_4 e L_5 : as distâncias entre os centróides dos côndilos laterais e mediais, respectivamente.

Como pode-se verificar na Figura (5.7) e na Tabela 5.1, existem 35 PG, ou seja 10 pontos de coordenadas tridimensionais correspondentes às posições A_i e B_i e 5 comprimentos L_i , ($i = 1, \dots, 5$).

Dentro da seção experimental para análise geométrica do joelho, são contribuições de este trabalho a determinação dos domínios de busca e os demais passos subsequentes. Com a finalidade de validar resultados da meto-

Tabela 5.1 – Parâmetros geométricos PG.

PG	Elemento anatômico representado	Número de dimensões	Tipo de grandeza
A_1	Inserção tibial do LCA	$3 \Rightarrow (A_{1x}, A_{1y}, A_{1z})$	Vetorial
A_2	Inserção tibial do LCP	$3 \Rightarrow (A_{2x}, A_{2y}, A_{2z})$	Vetorial
A_3	Inserção tibial do LCM	$3 \Rightarrow (A_{3x}, A_{3y}, A_{3z})$	Vetorial
A_4	centróide do côndilo lateral tibial	$3 \Rightarrow (A_{4x}, A_{4y}, A_{4z})$	Vetorial
A_5	centróide do côndilo medial tibial	$3 \Rightarrow (A_{5x}, A_{5y}, A_{5z})$	Vetorial
B_1	Inserção femoral do LCA	$3 \Rightarrow (B_{1x}, B_{1y}, B_{1z})$	Vetorial
B_2	Inserção femoral do LCP	$3 \Rightarrow (B_{2x}, B_{2y}, B_{2z})$	Vetorial
B_3	Inserção femoral do LCM	$3 \Rightarrow (B_{3x}, B_{3y}, B_{3z})$	Vetorial
B_4	centróide do côndilo lateral femoral	$3 \Rightarrow (B_{4x}, B_{4y}, B_{4z})$	Vetorial
B_5	centróide do côndilo medial femoral	$3 \Rightarrow (B_{5x}, B_{5y}, B_{5z})$	Vetorial
L_1	Comprimento do LCA	$1 \Rightarrow \ L_1\ $	Escalar
L_2	Comprimento do LCP	$1 \Rightarrow \ L_2\ $	Escalar
L_3	Comprimento do LCM	$1 \Rightarrow \ L_3\ $	Escalar
L_4	Distância entre centróides dos côndilos laterais	$1 \Rightarrow \ L_4\ $	Escalar
L_5	Distância entre centróides dos côndilos mediais	$1 \Rightarrow \ L_5\ $	Escalar

dologia proposta, os centros dos *domínios de busca* foram aqui baseados em dados experimentais propostos por Parenti-Castelli e Sancisi (2013). Porém os raios dos *domínios de busca* foram originalmente ajustados no presente trabalho. Isto faz com que os PG preliminares sejam únicos e diferentes dos utilizados por Parenti-Castelli e Sancisi (2013). Além disso, a metodologia proposta permite que os *domínios de busca* possam ser determinados experimentalmente por dados obtidos desde ressonâncias magnéticas de joelhos de

indivíduos vivos. Isto é um grande aporte pois pouparia o processo de identificação da posição exata dos centroides condilares e de inserção ligamentar, permitindo uma sessão experimental mais rápida e permitiria também que a metodologia seja aplicada em pacientes (vivos) além de espécimes de joelho cadavérico.

5.4.2 Análise cinemática da articulação joelho

A análise cinemática do joelho permite adquirir dados do movimento na flexão passiva do joelho, obtendo-se as posições e orientações do fêmur em relação à tíbia. Parenti-Castelli e Sancisi (2013) obtiveram os dados cinemáticos do joelho mediante um sistema de captura de movimento opto-eletrônico e marcadores de diodos emissores de luz fixados no corpo da tíbia e do fêmur (Fig. 5.8). Parenti-Castelli e Sancisi (2013) não especificam a marca nem o tipo de sistema opto-eletrônico utilizado.

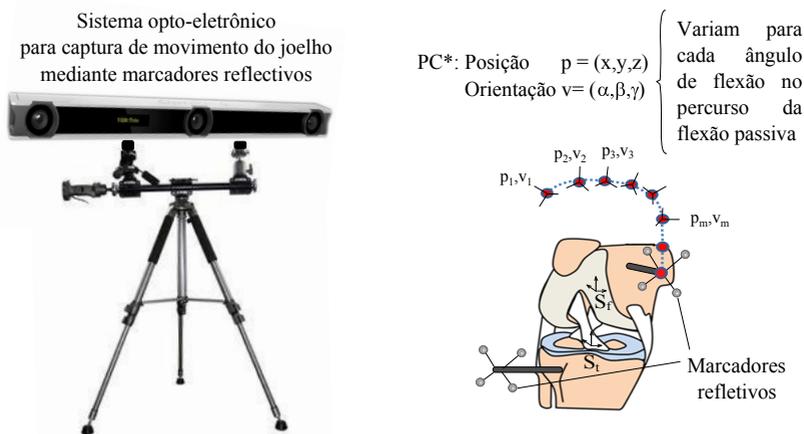


Figura 5.8 – *Parâmetros cinemáticos experimentais PC** obtidos por sistema opto-eletrônico, onde p e v correspondem respectivamente à posição e orientação da postura instantânea do fêmur em relação à tíbia; e m é o número de capturas realizadas pelo sistema no percurso da flexão passiva.

Manipulações algébricas dos dados cinemáticos capturados pelos marcadores de diodos emissores permitiram a Parenti-Castelli e Sancisi (2013) obter os *parâmetros cinemáticos experimentais (PC*)*. Os *PC** correspondem aos vetores posição p e orientação v medidos desde o centro anatômico do fêmur S_f em relação ao centro anatômico da tíbia S_t , onde S_t é considerada a origem fixa do sistema. O vetor p tem suas componentes definidas como: x a translação anterior-posterior, y a translação axial e z a translação lateral, como apresentadas na Figura (5.9), seguindo a convenção de eixos anatômicos adotada por Grood e Suntay (1983). O vetor v tem suas componentes definidas como: α o ângulo de flexão que acontece em torno do

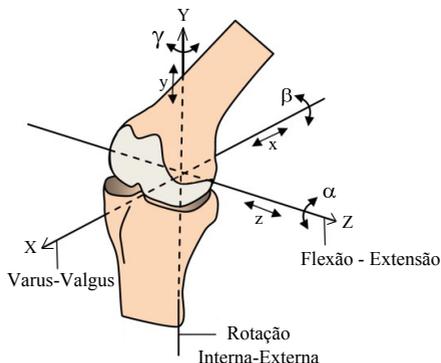


Figura 5.9 – Translações e rotações do joelho, seguindo a convenção proposta por Grood e Suntay (1983).

eixo Z , β o ângulo de varus-valgus que acontece em torno do eixo X ; e γ o ângulo de rotação interna-externa que acontece em torno do eixo Y do joelho, como apresentadas na Figura (5.9), seguindo a convenção proposta por Grood e Suntay (1983). Os vetores p e v variam para cada ângulo de flexão no percurso da flexão passiva, realizada desde a extensão máxima ($\alpha=0^\circ$) até a flexão máxima ($\alpha=120^\circ$). Na Tabela 5.2 são apresentados os PC^* obtidos de Parenti-Castelli e Sancisi (2013).

Os *parâmetros cinemáticos experimentais* PC^* são comparados com os *parâmetros cinemáticos do modelo mecânico* PC , na subseqüente etapa de modelagem cinemática, para otimização geométrica e verificação da exatidão do modelo. Os *parâmetros cinemáticos do modelo mecânico* PC são as posições e orientações que realiza o modelo no percurso da flexão, medidos desde S_f em relação a S_i (Figura 5.2h).

5.5 MODELAGEM CINEMÁTICA

Este passo está baseado em métodos encontrados na literatura (PARENTI-CASTELLI et al., 2004; SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2011a; PARENTI-CASTELLI; SANCISI, 2013; SANCISI et al., 2011), mas acrescentam-se duas novas contribuições:

- a resolução das equações cinemáticas por duas abordagens: por álgebra de quatérnions e álgebra matricial, e

Tabela 5.2 – *Parâmetros cinemáticos experimentais PC**: Orientação v e posição p do fêmur S_f em relação à tíbia S_t (PARENTI-CASTELLI; SANCISI, 2013).

Orientação v			Posição p		
α°	β°	γ°	$x(mm)$	$y(mm)$	$z(mm)$
5,80	1,16	-5,60	2,05	20,89	-4,11
12,90	1,15	-1,71	0,74	20,75	-3,95
19,80	0,81	3,00	-0,16	20,71	-3,35
30,00	0,76	6,75	-0,66	21,07	-3,48
39,00	1,41	7,11	-0,49	21,66	-3,39
50,00	1,75	7,83	-0,57	22,44	-1,94
60,00	1,51	9,09	-1,48	23,05	-2,28
70,00	1,18	10,99	-2,38	23,41	-3,07
80,00	0,62	13,15	-4,26	23,70	-2,51
90,00	0,25	14,32	-6,15	23,78	-3,42
100,00	-0,21	15,22	-8,28	23,58	-4,61
112,00	-0,75	16,03	-10,90	23,17	-5,81

- a otimização geométrica do modelo por uso de um algoritmo de evolução diferencial (*ED*), baseado no algoritmo proposto por Storn e Price (1997),

A cinemática dos modelos baseados em teoria de mecanismos é tradicionalmente resolvida por métodos matriciais (WILSON; O'CONNOR, 1997; WILSON et al., 1998; HUSON et al., 1989; DI-GREGORIO; PARENTI-CASTELLI, 2006; PARENTI-CASTELLI et al., 2004; SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2011a, 2010, 2011b; SANCISI et al., 2011). Os quatérnions apresentam-se como uma alternativa inovadora. Podem ser utilizados como ferramentas matemáticas alternativas para o uso de matrizes, sendo muito eficientes na análise de problemas que envolvem rotações espaciais (KUIPERS, 1999). Vários autores (AKYAR, 2008; CHOU, 1992; HORN, 1987; SARIYILDIZ; TEMELTAS, 2009; WALKER; SHAO, 1991; GAN et al., 2008) apontam ao uso de quatérnions como forte concorrente à álgebra matricial, para a resolver problemas de cinemática, permitindo um processamento computacional mais rápido em relação às ferramentas matriciais.

A otimização por evolução diferencial apresenta neste trabalho algumas vantagens em relação aos métodos existentes, como:

- Resolver o problema de otimização sem necessidade de processos adicionais para refinamento da solução.
- Não necessita da estimação (imposição) de um valor inicial para o pro-

cesso de procura da solução.

- Ajuste de um amplo domínio de busca.

Na literatura encontrada (PARENTI-CASTELLI et al., 2004; SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2011a; PARENTI-CASTELLI; SANCISI, 2013; SANCISI et al., 2011) no mínimo dois processos aninhados de otimização são usados. Além disso, é requisito a imposição de valores iniciais específicos para as variáveis de decisão para começar o processo de busca da solução.

Em contrapartida, o algoritmo de *ED* usado apresenta-se como um processo único de otimização, permitindo também que sejam selecionadas regiões em forma de domínios de busca, ao invés de valores específicos inicial para as variáveis de decisão.

No processo de modelagem cinemática, são otimizados os *PG* com a finalidade de obter *PC* similares aos experimentais *PC**. Como mostrado na Figura 5.10, o processo de modelagem cinemática consta de cinco passos: *a*) Dados da seção experimental, *b*) Otimização por Evolução Diferencial, *c*) Entrada de *PG* no modelo mecânico preliminar, *d*) Resolução das equações *vector-loop* e *e*) Quantificação do erro.

Na etapa inicial *a* são disponibilizados os dados obtidos na seção experimental, correspondentes aos *domínios de busca* e aos parâmetros cinemáticos experimentais *PC**.

Os *domínios de busca* correspondem aos dados de entrada para a etapa *b*: processo de otimização por *ED*. Com base nestes *domínios de busca* o algoritmo de *ED* determina, na sua primeira iteração, os 35 parâmetros geométricos (*PG*) para a posição de extensão máxima (0° de flexão). Para cada iteração subsequente, os *PG* são otimizados.

Na etapa *c* os *PG* A_i , B_i e L_i ($i = 1, \dots, 5$) são substituídos no modelo mecânico preliminar, dando as coordenadas de cada junta e comprimentos de cada elo, determinando uma primeira aproximação das dimensões e da geometria do modelo na posição de extensão máxima.

Tendo a descrição geométrica do modelo mecânico, resolve-se na etapa *d* as equações *vector-loop* do modelo mecânico para 12 posturas do fêmur em relação a tibia. Estas posturas são obtidas impondo 12 ângulos de flexão α uniformemente espaçados ao longo de toda a flexão passiva. As equações *Vector-Loop* permitem obter os parâmetros cinemáticos do modelo *PC*: $p=(x,y,z)$ e $v=(\alpha, \beta, \gamma)$, para cada uma das 12 posturas, simulando a movimentação do modelo em forma discreta.

Na etapa *e* são comparados os parâmetros cinemáticos do modelo (*PC*) com os parâmetros cinemáticos experimentais (*PC**), para cada um das 12 posturas. A comparação entre *PC* e *PC** gera a função denominada *Quantificação do Erro* (Figura 5.10).

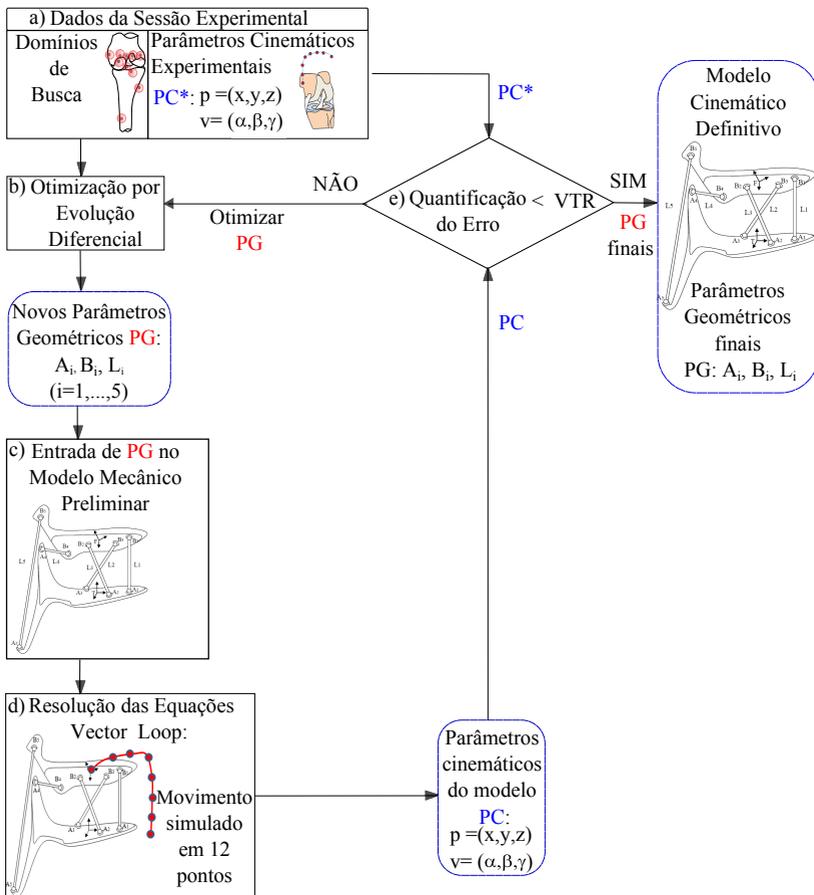


Figura 5.10 – Processo de modelagem cinemática, onde o processo de quantificação do erro é similar ao proposto por Parenti-Castelli e Sancisi (2013).

Se o valor da função *Quantificação do Erro* excede um pequeno valor (ajustado pelo usuário) denominado *VTR* ou *value to reach*, os *PG* são otimizados novamente na etapa *b*, de maneira de minimizar a diferença entre os *PC* e os *PC** na extensão máxima. Isto faz com que a postura do modelo se aproxime com a postura do joelho real.

O processo de otimização dos *PG* é repetido até que o valor da função *Quantificação do Erro* chega a ser menor ou igual ao valor *VTR*. Quando isso

acontece, significa que é obtido o modelo cinemático definitivo, cujos PG estão otimizados para produzir um movimento muito parecido com o movimento obtido experimentalmente em um joelho humano; em outras palavras, obtém-se um modelo com PC muito próximos aos PC^* .

Na sequência são detalhados cada um destas etapas.

5.5.1 Passo a: Dados da seção experimental

Neste primeiro passo são disponibilizados os dados de entrada para o processo de modelagem cinemática. Esses dados de entrada são os obtidos na seção experimental, correspondentes a: os *domínios de busca* e os parâmetros cinemáticos experimentais PC^* . Os *domínios de busca* ingressam diretamente no passo b do processo. Os parâmetros cinemáticos experimentais PC^* são utilizados no passo e) do processo para verificar a precisão do modelo sintetizado.

5.5.2 Passo b: Otimização por Evolução Diferencial ED

O algoritmo de ED determina, na sua primeira iteração, os parâmetros geométricos (PG) para a postura de extensão máxima da articulação.

O processo de otimização inicia com a geração uma população inicial de Np indivíduos, cada um deles com 35 PG produzidos aleatoriamente a partir do *domínio de busca* (Figura 5.10b). Cada um dos 35 PG correspondem a uma variável de decisão do processo.

Cada indivíduo é identificado por $x_{t,h}$, onde h é o índice do indivíduo, e t é o índice da geração ao qual o indivíduo pertence. Vetorialmente pode ser representado por:

$$x_{t,h} = \begin{pmatrix} x_{t,h,1} \\ x_{t,h,2} \\ \vdots \\ x_{t,h,35} \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

Os PG do indivíduo são representados por $x_{t,h,n}$, onde o terceiro índice n é utilizado para diferenciar cada PG presente.

A população X_t de uma dada geração t está representada por:

$$X_t = \{ x_{t,h} \} \quad (5.3)$$

com $h=1, \dots, Np$.

A partir da população inicial, é gerado para cada indivíduo $x_{t,h}$, um vetor mutante $x_{t+1,h}$ e um vetor teste $v_{t+1,h}$, definidos respectivamente pelas Equações (3.20 e 3.21) indicadas no capítulo de Fundamentos Teóricos.

No passo seguinte do algoritmo, é calculado o *fitness*¹ dos vetores originais e dos vetores teste. O valor do *fitness* do vetor original é comparado com o valor do seu vetor teste correspondente; e aquele que tiver melhor *fitness* sobrevive formando a próxima geração, que será avaliada na iteração subsequente.

O processo de geração de novas populações continua até que o número máximo de iterações preestabelecido é satisfeito, obtendo-se um indivíduo com *PG* específicos, que passa às seguintes etapas (*c*, *d* e *e*) para avaliação completa da trajetória produzida pelo mecanismo modelado.

O algoritmo de *ED* empregado está disponível em Storn e Price (1997).

5.5.3 Passo c: Entrada de *PG* no modelo mecânico preliminar

Aqui são substituídos os *PG* em relação às referências S_t e S_f no modelo mecânico preliminar, na sua postura de extensão máxima (0° de flexão). Os *PG* são fornecidos desde o passo *b*.

O modelo mecânico, provido dos *PG* (Figura 5.11), possibilita estabelecer *i* equações *vector-loop* por cada uma das $i=5$ pernas da sua topologia.

5.5.4 Passo d: Resolução das equações *vector-loop*

Tendo a topologia e os *PG* do modelo mecânico, neste passo são estabelecidas e resolvidas as equações *vector-loop* para 12 posturas do fêmur em relação a tibia modelada. Obtém-se nesta etapa os parâmetros cinemáticos do modelo *PC*: $p=(x,y,z)$ e $v=(\alpha, \beta, \gamma)$, para cada uma das 12 posturas, simulando a movimentação do modelo em forma discreta.

Para explicação deste procedimento, considere-se a princípio uma única postura do modelo (*e.g.* extensão máxima). Nesta postura estabelecem-se $i=5$ equações *vector-loop*, uma por cada *i*-perna do modelo mecânico, como apresentado na Figura 5.12. Considerando que as equações *vector-loop* estão configuradas para a topologia do modelo de *1-DOF*, a solução do sistema pode ser obtido pelo fornecimento do ângulo de flexão α , e pelos *PG* que vem do passo anterior. Obtém-se assim os *PC*: $p=(x,y,z)$ e $v=(\alpha, \beta, \gamma)$ para uma postura.

¹O *fitness* de um indivíduo é o valor da função objetivo calculado a partir das suas variáveis de decisão.

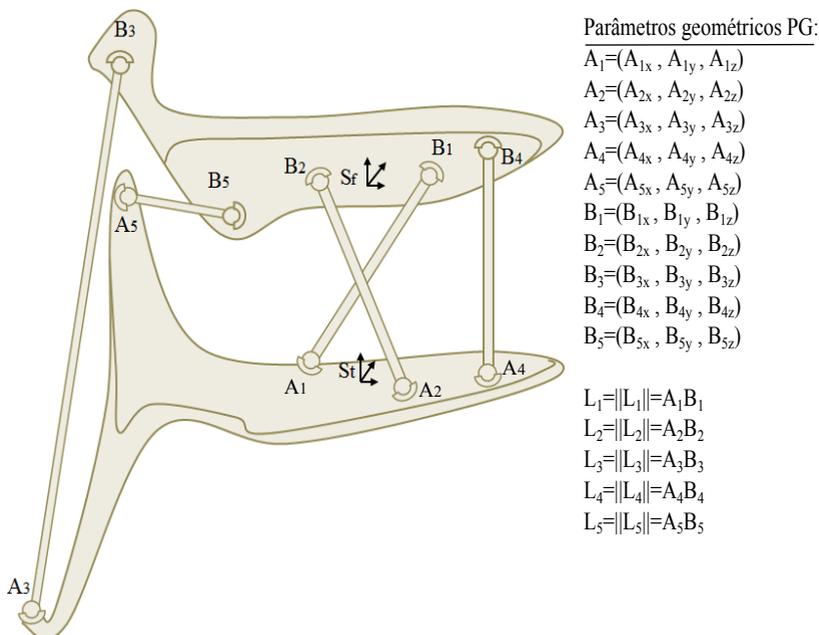


Figura 5.11 – Modelo mecânico preliminar provido dos PG.

Para obtenção da movimentação completa do modelo, são utilizados os 12 ângulos experimentais de flexão α apresentados na primeira coluna da Tabela 5.2. Esses ângulos α discretizam em 12 pontos o percurso completo da flexão do joelho. Avaliam-se as $i=5$ equações *vector-loop* para $j=12$ ângulos de flexão α , e são obtidos os PC para cada uma das 12 posturas, simulando a movimentação completa do modelo (Figura 5.13).

Neste âmbito, uma importante observação foi realizada: usando a álgebra de quatérnion é obtida a resolução das equações *vector-loop* aproximadamente quatro vezes mais rápido que utilizando a álgebra de matrizes. Este fato foi evidenciado em Ponce-Saldias et al. (2014). Para confirmar (e reproduzir) esta afirmação, basta estabelecer para um determinado ângulo de flexão α , um set de 5 equações *vector-loop* tanto para álgebra matricial (eq. 3.5) como para álgebra de quatérnions (eq. 3.15). Cada set de 5 equações possui 5 incógnitas, por tanto a resolução é direta. A resolução dos sistemas podem ser realizados em um programa de simulação numérica como *Matlab*, verificando os tempos de resolução.

O tempo de processamento por uso de quatérnions é menor em re-

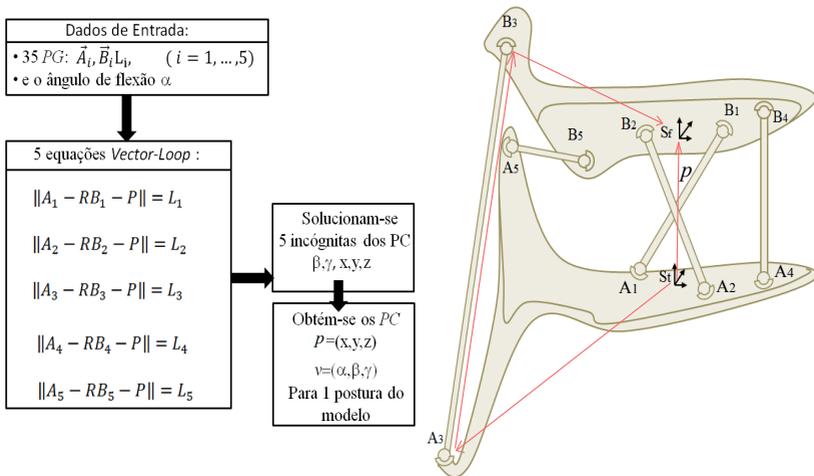


Figura 5.12 – Processo para obtenção dos PC para uma postura do modelo.

lação à álgebra matricial, pois os requisitos de armazenamento do operador de rotação são reduzidos de nove (matriz) a quatro (quatérnions) (KUIPERS, 1999). Deve-se considerar também que a composição de rotações por quatérnions requer de um menor número de operações (multiplicações e somas) em relação à representação matricial (KUIPERS, 1999; SALAMIN, 1979). Além disso, a identificação de parâmetros de rotação são facilmente obtidos a partir do operador quatérnion. Autores como (AKYAR, 2008; CHOU, 1992; HORN, 1987; SARIYILDIZ; TEMELTAS, 2009; WALKER; SHAO, 1991; GAN et al., 2008) já indicam a álgebra de quatérnions como um forte concorrente da álgebra matricial, apresentando um melhor desempenho computacional, principalmente na análise de problemas que envolvem rotações espaciais.

5.5.5 Passo e: Quantificação do erro

Nesta etapa (Figura 5.10) são comparados : os parâmetros cinemáticos experimentais PC^* (etapa a) com os parâmetros cinemáticos do modelo PC (passo d), para cada uma das 12 posturas, em forma sequencial (Figura 5.14).

A comparação entre PC e PC^* gera a função denominada *Quantificação do Erro* (eq. 5.4).

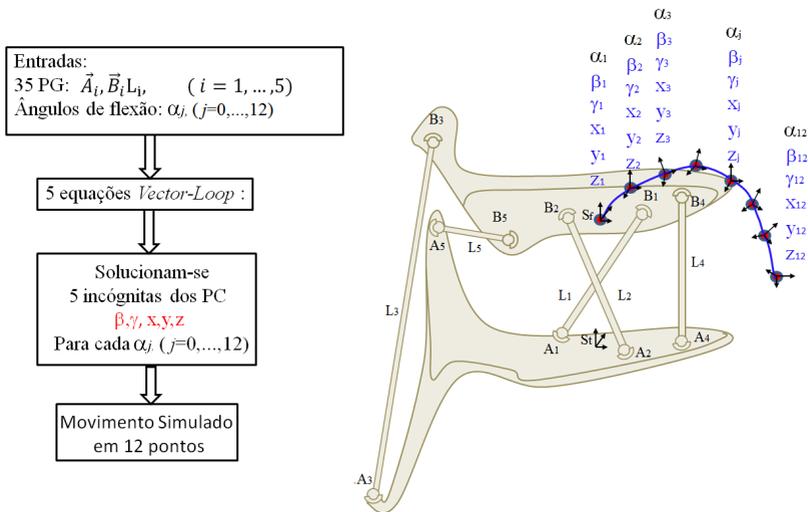


Figura 5.13 – Processo para obtenção dos *PC* para o movimento do modelo.

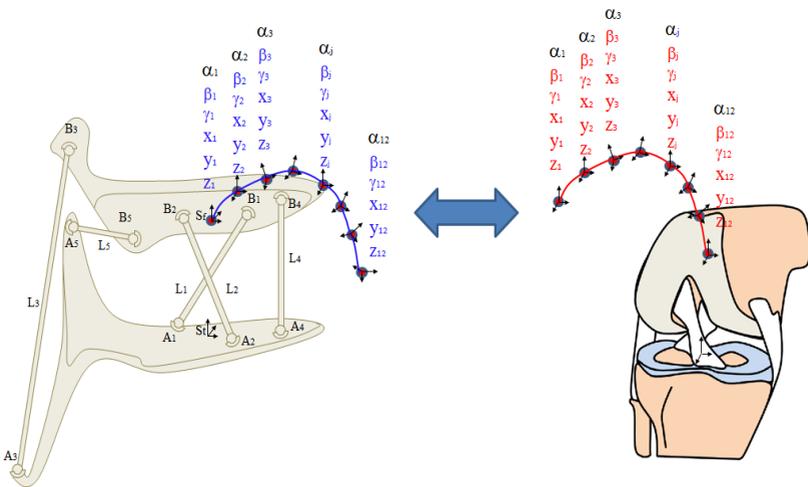


Figura 5.14 – Processo de *Quantificação do Erro* para cada um das 12 posturas.

$$\text{Quantificao do Erro} = \sum_{n=1}^5 \sum_{j=1}^{12} \epsilon_{nj} \quad (5.4)$$

A *Quantificação do Erro* corresponde à soma dos erros ϵ_{nj} , correspondentes a cada uma das $j=(1, \dots, 12)$ posturas. O erro ϵ_{nj} está definido na eq. 5.6:

$$\epsilon_{nj} = (PC_{nj} - PC_{nj}^*)^2 / (FP_{nj})^2 \quad (5.5)$$

onde n corresponde a cada um dos 5 *PC*. Especificamente:

$$\begin{aligned} PC_{1j} &= \beta \\ PC_{2j} &= \gamma \\ PC_{3j} &= x \\ PC_{4j} &= y \\ PC_{5j} &= z \end{aligned}$$

FP_{nj} corresponde à função peso, necessária para compensar as diferenças de dimensão e tamanhos entre cada um dos n *PC*. A função peso é definida na eq. 5.6:

$$FP_{nj} = \max[PC_{nj}^*] - \min[PC_{nj}^*] \quad (5.6)$$

onde $\max[PC_{nj}^*]$ e $\min[PC_{nj}^*]$, ($n=1, \dots, 12$; $j=1, \dots, 5$) correspondem ao máximo e mínimo valor dos PC_{nj} respectivamente, no percurso completo do movimento do modelo. Em particular esta função peso é usada devido a que já demonstrou ser efetiva na resolução de este tipo de problemas (OTTOBONI et al., 2005b).

Se o valor da função *Quantificação do Erro* excede um pequeno valor (ajustado pelo usuário) denominado *VTR* ou *value to reach*, os *PG* são otimizados novamente na etapa b , começando um novo processo de iteração, para minimizar a diferença entre os *PC* e os PC^* . Isto faz com que o movimento do modelo se "aproxime" em cada iteração com o movimento do joelho real.

Quando soluções das equações *vector-loop* resultam em valores imaginários, um valor extremadamente alto é atribuído à *Quantificação do Erro* como forma de penalização.

O processo de otimização dos *PG* é repetido até que o valor da função *Quantificação do Erro* chega a ser menor ou igual ao valor *VTR*. Quando isso acontece, significa que é obtido o modelo cinemático definitivo, cujos *PG* finais estão otimizados para produzir um movimento muito parecido com o movimento obtido experimentalmente em um joelho humano; em outras palavras, obtém-se um modelo com *PC* próximos aos PC^* .

Na seqüência são apresentados os resultados das simulações para o modelo cinemático definitivo aqui proposto.

5.5.6 Resultados e validação da modelagem cinemática proposta

Nesta seção são apresentados e validados os *PC* resultantes das simulações do modelo cinemático definitivo. Também são apresentados os *PG* finais da modelagem aqui proposta. Nas Figuras 5.15 e 5.16 são apresentadas respectivamente, a orientação² e posição do fêmur em relação à tibia, em função do ângulo de flexão α . Nestas figuras estão apresentados também os dados experimentais, e os resultados dos dois modelos existentes mais relevantes: *Punho esférico SPM* (SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2010; SANCISI et al., 2011); e o *1-DOF 5-5* (SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2010).

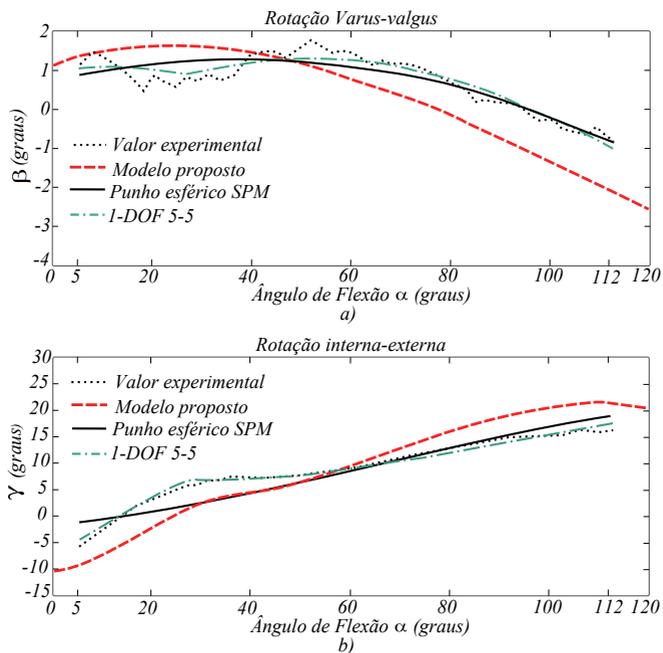


Figura 5.15 – Orientação do fêmur em relação à tibia.

²Seguindo a convenção de rotação Z-X'-Y''.

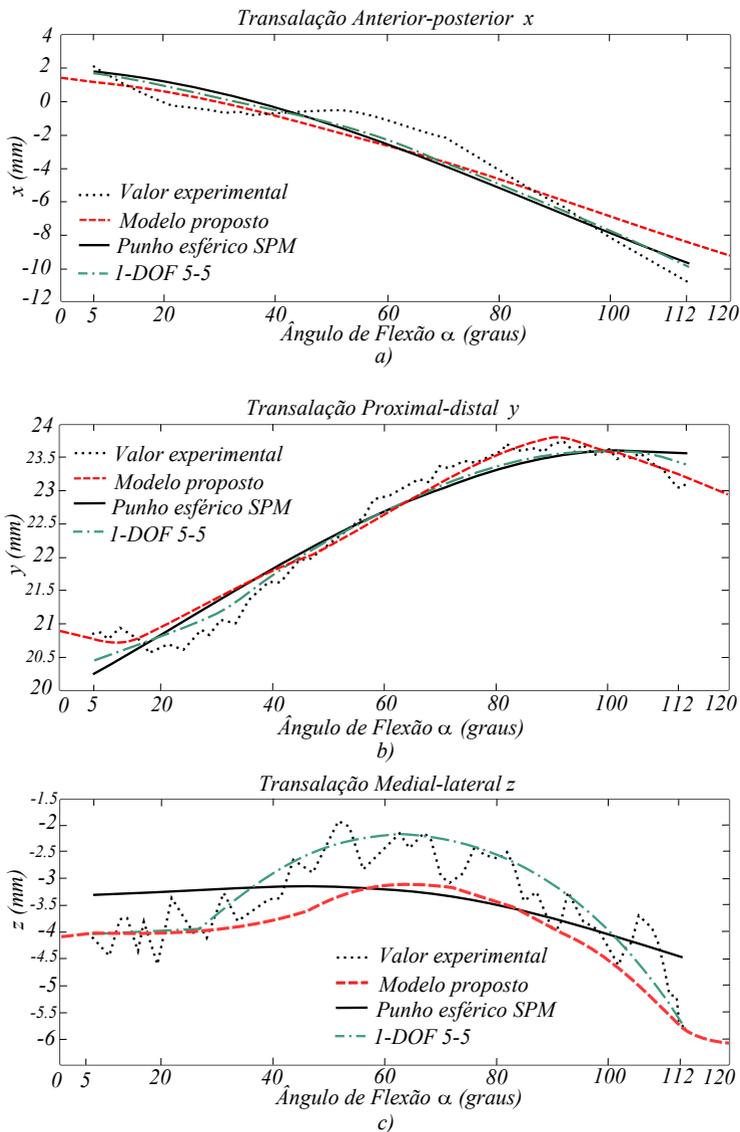


Figura 5.16 – Posição do fêmur em relação à tíbia.

Na Figura 5.17 é apresentado o erro absoluto (EA) do movimento do modelo proposto, medido como a diferença entre o valor experimental e o

valor simulado do movimento para cada um dos 12 ângulos de flexão.

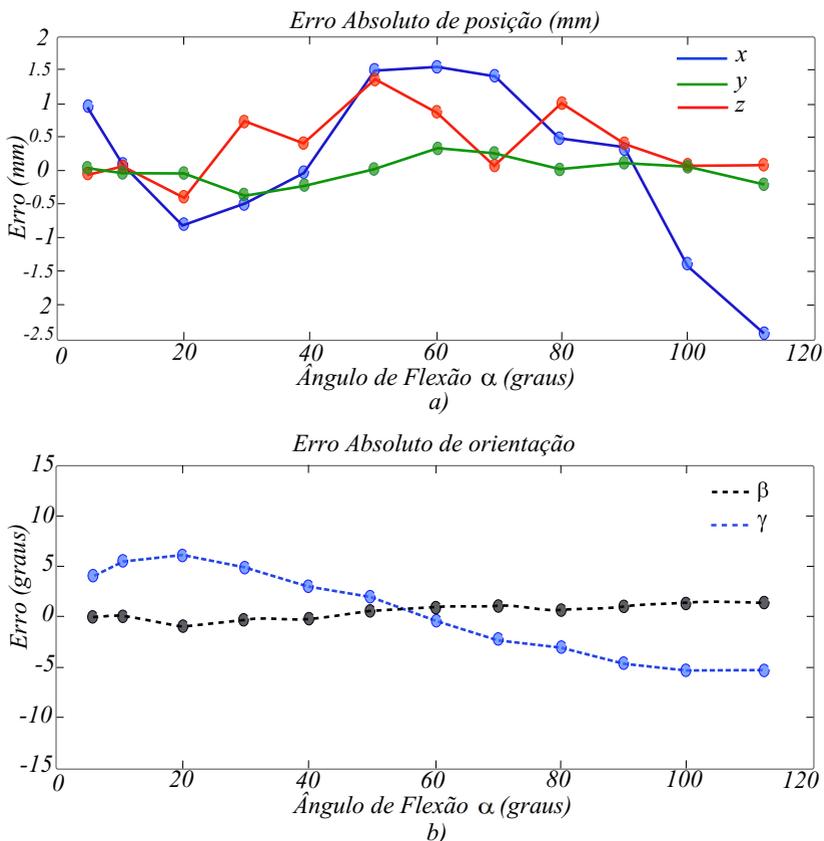


Figura 5.17 – Erro absoluto EA do movimento do modelo proposto.

Podem ser observados na Figura 5.17a que o EA máximo para translação do modelo proposto é de 2,3mm, correspondente ao deslocamento x nos 112° de flexão. Deve-se considerar que os EA máximos dos outros dois modelos é aproximadamente 2 mm ao 70° de flexão (Figura 5.16a) e de 1,2mm nos 112° de flexão. Os EA máximos para as translações em y e z do modelo proposto (0,4mm e 1,4 mm respectivamente) são considerados pequenos em relação ao percurso total de cada translação.

Em relação ao EA de orientação, a rotação interna-externa (γ) do modelo proposto apresenta um valor máximo de 5,1° nos 112° de flexão (Figura 5.17b). Por sua parte, o modelo *Punho esférico SPM* apresenta uma dife-

rença máxima com os dados experimentais de $4,5^\circ$ nos 30° de flexão (Figura 5.15b). Os EA máximos para a orientação β do modelo proposto é de $1,2^\circ$ nos 112° de flexão, enquanto que o modelo *1-DOF 5-5* apresenta $0,7^\circ$ nos 18° de flexão (Figura 5.15a).

O resultado de movimento do modelo proposto é diferente em relação aos outros modelos, devido a que a mesma geometria do modelo proposto é diferente, permitindo atingir uma maior amplitude de movimento. Embora os resultados do movimento do modelo *1-DOF 5-5* sejam mais próximos aos experimentais do que os resultados do movimento simulado pelo modelo proposto, estes resultados podem ser aprimorados por modificação dos *domínios de busca* e redução do valor VTR . Os resultados acima apresentados são obtidos mediante a escolha de um $VTR=0,2$, demorando 40 horas para encontrar a solução (PG finais) por álgebra matricial, usando um computador com 4GB em RAM e um processador Intel Core i5.

Evidenciado por sucessivos testes realizados com diversos valores de VTR , pode-se afirmar que quanto menor o valor VTR , maior é o tempo de processamento para obter uma solução.

Os PG finais para o modelo proposto, com um $VTR=0,2$ são apresentados na Tabela 5.3. Os PG do modelo *1-DOF 5-5* estão apresentados na Tabela 5.4. Pode ser observado que os PG finais do modelo proposto são muito próximos aos publicados por Parenti-Castelli e Sancisi (2013) no seu modelo *1-DOF 5-5*, tendo uma diferença máxima de 0,8mm.

Tabela 5.3 – *Parâmetros Geométricos finais PG* do modelo proposto, com A_i medidos em relação a S_i e B_i medidos em relação S_f , ($i = 1, \dots, 5$).

<i>PG modelo proposto</i>				
	<i>x (mm)</i>	<i>y (mm)</i>	<i>z (mm)</i>	<i>Comprimento (mm)</i>
A_1	12,73	1,49	-3,10	
A_2	-19,44	-11,41	-3,41	
A_3	15,11	-97,08	-9,74	
A_4	9,00	-47,34	20,42	
A_5	-3,24	29,08	-32,44	
B_1	-8,64	1,11	10,34	
B_2	-2,20	-0,42	-3,56	
B_3	1,32	3,288	-46,48	
B_4	-4,55	2,49	22,67	
B_5	2,77	6,84	-17,49	
L_1				30,01
L_2				34,89
L_3				128,67
L_4				71,09
L_5				10,94

Tabela 5.4 – *Parâmetros Geométricos PG* do modelo 1 – *DOF 5 – 5*, com A_i medidos em relação a S_i e B_i medidos em relação S_f , ($i = 1, \dots, 5$) (PARENTI-CASTELLI; SANCISI, 2013).

<i>PG modelo 1 – DOF 5 – 5</i>				
	x (mm)	y (mm)	z (mm)	<i>Comprimento</i> (mm)
A_1	13,30	0,68	-3,8	
A_2	-19,20	-10,83	-3,38	
A_3	14,65	-97,29	-9,88	
A_4	8,31	-47,21	20,55	
A_5	-3,61	28,79	-32,49	
B_1	-8,06	0,51	10,50	
B_2	-2,66	-1,16	-4,23	
B_3	1,15	4,21	-46,77	
B_4	-4,23	2,12	23,12	
B_5	2,28	6,37	-18,28	
L_1				29,28
L_2				35,47
L_3				128,88
L_4				70,35
L_5				11,55

5.6 MODELAGEM ESTÁTICA

Na atualidade o foco das modelagens espaciais do joelho baseada em teoria de mecanismos está na cinemática de posição. Estas modelagens não fornecem informações das forças do modelo, precisando de análises adicionais para este fim. Isto é de especial atenção pela complexidade do problema, pois a função dos ligamentos varia dependendo do ângulo de flexão do joelho. Embora existam modelos dinâmicos (ANDRIACCHI et al., 1983; WISMANS et al., 1980; ABDEL-RAHMAN; HEFZY, 1993; TUMER; ENGIN, 1993; OLANLOKUN; WILLS, 2002) com representação de estruturas anatômicas mais complexas, eles precisam de uma alta demanda computacional (PARENTI-CASTELLI; SAN-CISI, 2013), perdem-se as funções de restrição das estruturas anatômicas e os resultados são difíceis de interpretar para cirurgiões e projetistas de próteses.

A modelagem estática aqui proposta é baseada no método de Davies, que fornece uma abordagem única e sistematizada para a análise estática do modelo mecânico do joelho, oferecendo uma solução para o cálculo das forças envolvidas em cada posição, permitindo a análise da função de cada estrutura anatômica e com uma baixa demanda computacional.

Com o intuito de ajudar na leitura, é montado no começo da seção um quadro resgatando as principais equações do capítulo de Fundamentos Teóricos e que são usados na técnica da presente modelagem.

Em particular, a modelagem estática proposta permite analisar a força *in situ* do LCA (ou enxerto) em função de uma força externa aplicada no joelho. Essa análise pode fornecer dados valiosos para o planejamento pré-operatório.

O processo de modelagem estática proposto, contempla a modelagem e simulação do procedimento experimental proposto por Woo et al. (1998), onde são aplicadas cargas sobre um joelho cadavérico mediante um sistema robótico. Os resultados experimentais são comparados com os simulados para validação.

A modelagem estática proposta consiste em cinco passos principais: (a) identificação das sucessivas posições dos elementos anatômicos, (b) caracterização topológica do mecanismo, (c) caracterização estática dos acoplamentos do mecanismo, (d) estabelecimento e solução do sistema de equações estáticas e (e) resultados e validação. Cada passo principal está dividido em etapas.

Na figura 5.18 são apresentados esquematicamente cada um dos passos e etapas que compõem o processo de modelagem estática proposto.

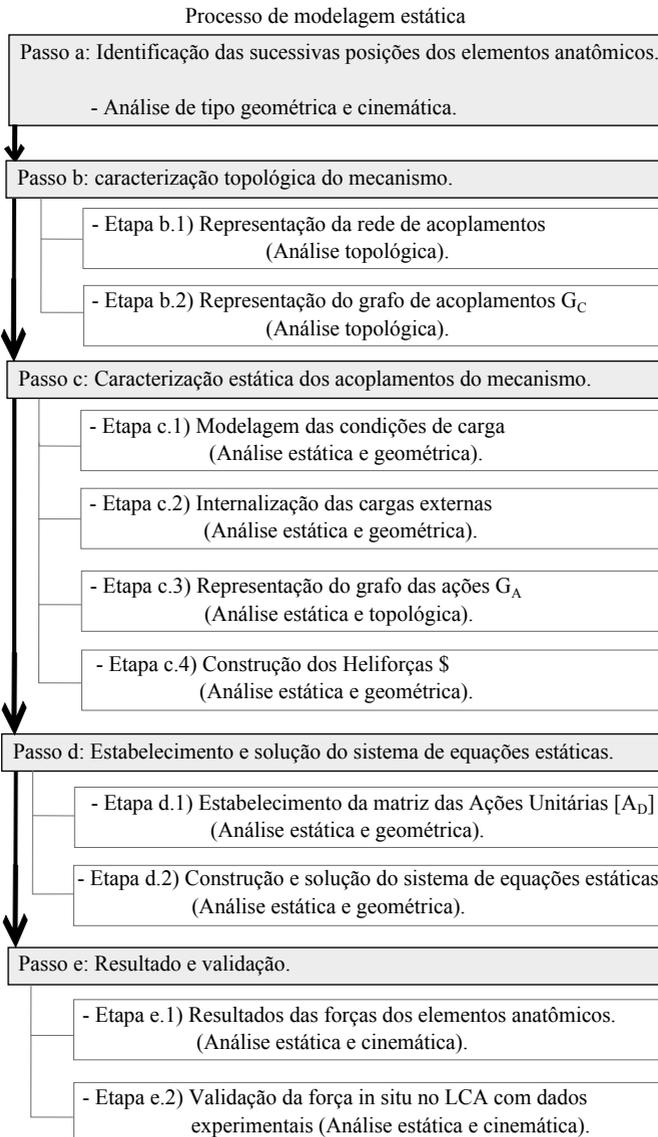


Figura 5.18 – Processo sequencial para modelagem estática composto de passos principais divididos em etapas.

Tabela 5.5 – Formulas úteis para a seção de modelagem estática.

Equação	Número
$\$A = \begin{pmatrix} \vec{S}_0 \times \vec{R} \\ \vec{R} \end{pmatrix}$	3.26
$\$A = \begin{pmatrix} \vec{T} \\ \vec{0} \end{pmatrix}$	3.27
$\{\tilde{\Psi}\}_{C \times 1} = \begin{pmatrix} \Psi_a \\ \Psi_b \\ \vdots \\ \Psi_c \end{pmatrix}$	3.31
$[\hat{A}_N]_{\lambda, k \times C} \{\tilde{\Psi}\}_{C \times 1} = \{\vec{0}\}_{\lambda, k \times 1}$	3.33
$C_N = C - a$	3.35
$\left[[\hat{A}_{NS}]_{a \times a} : [\hat{A}_{NP}]_{a \times C_N} \right] \left[[\tilde{\Psi}_S]_{a \times 1} : [\tilde{\Psi}_P]_{C_N \times 1} \right]^T = \{\vec{0}\}_{a \times 1}$	3.36
$\{\tilde{\Psi}_S\}_{a \times 1} = -[\hat{A}_{NS}]_{a \times a}^{-1} [\hat{A}_{NP}]_{a \times C_N} \{\tilde{\Psi}_P\}_{C_N \times 1}$	3.37

5.6.1 Passo a: Identificação das sucessivas posições dos elementos anatômicos

As posições iniciais dos elementos anatômicos modelados, correspondem às coordenadas de cada junta esférica do modelo (A_i e B_i , $i = 1, \dots, 5$), medidas em relação a um único sistema de referência, quando o modelo está na posição correspondente a $\alpha = 0^\circ$ de flexão.

As posições dos elementos anatômicos podem ser obtidas em função dos PG finais (Tabela 5.3).

Como neste processo de modelagem é utilizado a teoria de helicoides, de aqui em diante os PG de posição serão denominados com uma notação apropriada. De este modo: $A_i = \vec{S}_{0A_i}$ e $B_i = \vec{S}_{0B_i}$, ($i = 1, \dots, 5$).

Neste contexto, tem-se duas configurações possíveis para estabelecer as posições dos elementos anatômicos: uma configuração que considera o

movimento do fêmur (S_f) em relação à tíbia (S_t) (Figura 5.19a), e a outra configuração correspondente à sua inversão cinemática, que considera o movimento da tíbia (S_t) em relação ao fêmur (S_f) (Figura 5.19b).

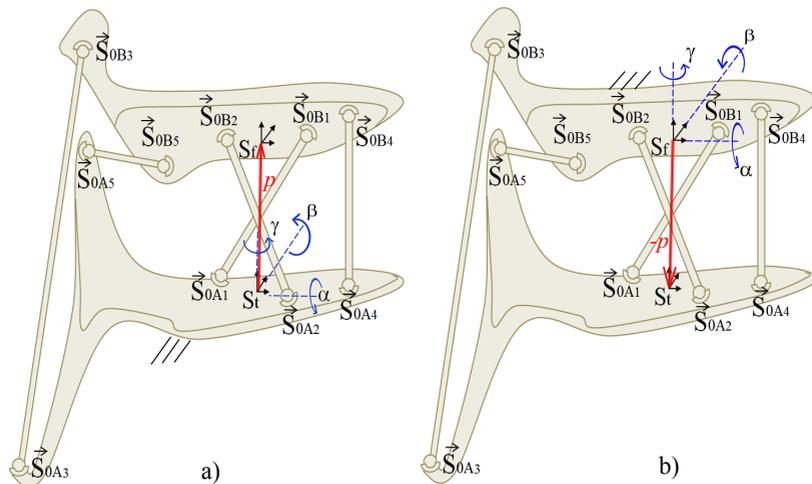


Figura 5.19 – Duas configurações para a descrição do movimento dos elementos anatómicos do joelho: a) com referência na tíbia S_t e b) com referência no fêmur S_f .

A primeira configuração (Figura 5.19a) já foi utilizada para avaliar as equações *vector-loop* no processo de modelagem cinemática. Mas agora é considerada configuração com inversão cinemática (Figura 5.19b), devido a que a presente modelagem estática está baseada em um procedimento experimental (WOO et al., 1998), onde a tíbia é movimentada em relação ao fêmur, mantendo o fêmur fixo. Na configuração que adota a inversão cinemática, idêntica à utilizada por Woo et al. (1998), a força anterior tibial aplicada varia sua orientação quando variado o ângulo de flexão, de maneira que essa força é sempre perpendicular à tíbia.

Como \vec{S}_{0A_i} está definido em relação a o sistema S_t , é considerada a eq. 5.7 que relaciona \vec{S}_{0A_i} com o sistema S_f , adotando assim a configuração de inversão cinemática:

$${}^f\vec{S}_{0A_i} = -\mathbf{p} + {}^B R_A \vec{S}_{0A_i}, \quad (i=1, \dots, 5) \quad (5.7)$$

onde:

- ${}^f\vec{S}_{0A_i}$ é o ponto \vec{S}_{0A_i} medido em relação a S_f ;

- ${}^B R_A = [{}^A R_B]^{-1}$ é a matriz que descreve a rotação de S_t em relação a S_f ;
- \mathbf{p} é o vetor que descreve a posição (x, y, z) de S_t em relação a S_f .

Considerando os dados obtidos para os PC (Figuras 5.15 e 5.16) e para os PG finais (Tabela 5.3), é resolvida a eq. 5.7 para o todo o percurso da flexão-extensão, obtendo-se as sucessivas posições ${}^f \vec{S}_{0A_i}$, ($i = 1, \dots, 5$).

Por sua vez, as posições \vec{S}_{0B_i} são fixas e estão medidas em relação a S_f (eq. 5.8), portanto \vec{S}_{0B_i} obtêm-se diretamente dos PG finais da Tabela 5.3.

$${}^f \vec{S}_{0B_i} = \vec{S}_{0B_i}, \quad (i=1, \dots, 5) \quad (5.8)$$

5.6.2 Passo b: Caracterização topológica do mecanismo

Este passo está formado por duas etapas: **b.1** e **b.2**. Na **etapa (b.1)** é estabelecida a *rede de acoplamentos* que é necessária para formar na **etapa (b.2)** o *grafo de acoplamentos* do mecanismo.

Etapa (b.1): Representação da *rede de acoplamentos*.

A *rede de acoplamentos* é uma representação da topologia do modelo mecânico proposto. Na *rede de acoplamentos*, os acoplamentos do mecanismo são representados por vértices denominados por letras: A_i e B_i , ($i = 1, \dots, 5$). Cada corpo da *rede de acoplamentos* representa um elo do mecanismo, que é denominado por um número. Na Figura 5.20 é representada a *rede de acoplamentos*.

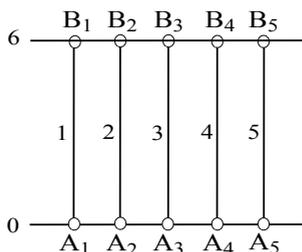


Figura 5.20 – Rede de acoplamentos do modelo.

Etapa (b.2): Representação do *grafo de acoplamentos* G_C .

Esta etapa trata da constituição do *grafo de acoplamentos* G_C , onde cada corpo da *rede de acoplamentos* é representado por um vértice e cada acoplamento é representado por uma aresta, conforme pode ser observado na Figura 5.21.

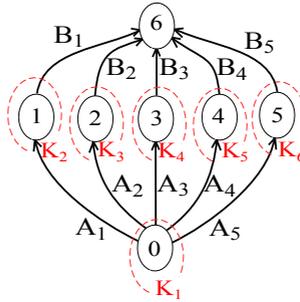


Figura 5.21 – Grafo de acoplamentos G_C do modelo.

Onde as arestas do grafo G_C estão orientadas no sentido dos vértices menores para os maiores. Observando a Figura 5.21 podem ser determinados:

- o número de vértices $v=7$,
- o número total de cortes k definido por (TSAI, 2001): $k=v-1=6$, e
- o número total de arestas e do *grafo de acoplamentos*: $e=11$.

Para determinação dos cortes no grafo G_C deve ser considerado que cada um dos $k=6$ cortes tem de separar o grafo G_C em 2 grafos diferentes (DAVIES, 2006). Cada k corte está representado com uma linha tracejada vermelha na Figura 5.21.

5.6.3 Passo c: Caracterização estática dos acoplamentos do mecanismo

Nesta etapa devem ser determinadas as cargas externas, modeladas e internalizadas, reunindo todas as características dos acoplamentos necessárias à formação das heliforças e à construção do *grafo de ações* G_A . Este passo consta de 5 etapas, que são explicadas na sequência:

Etapa c.1: Modelagem das condições de carga.

Nesta etapa são modeladas as cargas externas aplicadas no joelho, considerando o procedimento experimental proposto por Woo et al. (1998). Para esta modelagem, será utilizada a *Lei dos cortes* estabelecida por Davies (DAVIES, 2006, 1995).

Para entender a modelagem das cargas é necessário conhecer primeiro o procedimento experimental realizado por Woo et al. (1998) (Figura 5.22a), que é descrito na sequência. Woo et al. (1998) analisou a força *in situ* do LCA utilizando nove espécimes de joelho humano. Estes joelhos foram preparados deixando unicamente a cápsula articular e os ligamentos. A tíbia e o fêmur foram cortados a 200 mm do eixo articular e fixados os extremos com abraçadeiras cilíndricas de alumínio. A abraçadeira que segura o fêmur foi fixada rigidamente a uma estrutura com a base solidária ao chão. A abraçadeira que segura a tíbia foi fixada ao sensor universal de força *UFS*, que por sua vez foi fixado no efetuador do robô (figura 5.22a). O robô utilizado corresponde a um manipulador serial PUMA de 6 – *DOF*, modelo 762, com capacidade de força de 450 N com o braço totalmente estendido. O controle de posição do manipulador possui uma repetibilidade para posição e orientação de 0,02 mm e 0,02°, respectivamente. O controle de força do manipulador é adicionado mediante o sensor de força e torque *UFS JR3* modelo 4015, com uma repetibilidade da força e do torque de 0,2 N e 0,01 Nmm, respectivamente.

Para obter a força *in situ* no LCA ³, o robô aplica uma carga anterior tibial no joelho, como mostrado na Figura 5.22a. A carga é aplicada para 5 posições, no percurso da movimentação passiva do joelho, fixando o ângulo de flexão α em: 0°, 15°, 30°, 60° e 90°.

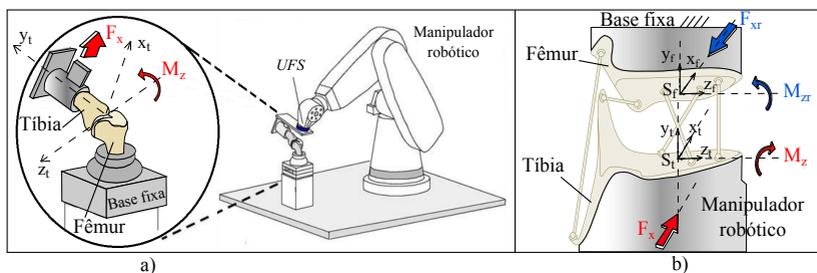


Figura 5.22 – a) Procedimento experimental proposto por Woo et al. (1998, 2006b) para conhecer a força *in situ*. b) Modelagem estática do procedimento experimental.

Woo et al. (1998) decide aplicar a carga com uma direção anterior

³A força *in situ* no LCA varia no percurso da flexão.

tibial porque o LCA é o principal limitador do deslocamento anterior da tibia em relação ao fêmur. Portanto a carga aplicada pelo robô afeta principalmente o LCA ⁴.

Para análise das forças no joelho, o sensor *UFS* permite salvar os dados de força e torque que acontecem na tibia, e mediante operações com o *Jacobiano inverso* $[J]^{-1}$ (FUJIE et al., 1996) é obtida a força *in situ* no LCA (WOO et al., 1998, 2006a, 2004, 2006). As forças e momentos associados ao movimento do joelho são medidos em relação a um sistema cartesiano fixo ao UFS. Daqui as forças e momentos medidos desde o UFS devem ser transformados matematicamente para forças e momentos no sistema coordenado anatômico do fêmur. O detalhamento matemático pode ser achado em Fujie et al. (1996). O método matemático de transformação consiste em definir um vetor de forças e momentos de dimensão 6x1 medido desde o UFS, denominado ^{UFS}F :

$$^{UFS}F = [f_{x_{UFS}}, f_{y_{UFS}}, f_{z_{UFS}}, m_{x_{UFS}}, m_{y_{UFS}}, m_{z_{UFS}}]^T \quad (5.9)$$

Da mesma forma é definido um vetor de forças e momentos para o sistema coordenado anatômico do fêmur, denominado ^{Anat}F :

$$^{Anat}F = [f_x, f_y, f_z, m_x, m_y, m_z]^T \quad (5.10)$$

Mediante a aplicação do princípio de trabalho virtual (FUJIE et al., 1996) pode se obter a matriz do Jacobiano de 6x6.

$$\begin{bmatrix} x \cdot s_\beta \cdot s_\gamma - y \cdot c_\beta \cdot c_\gamma & -c_\beta \cdot s_\gamma & -y \cdot s_\gamma & c_\gamma & 0 & 0 \\ x \cdot c_\beta & s_\beta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -x \cdot s_\beta \cdot s_\gamma - y \cdot c_\beta \cdot c_\gamma & c_\beta \cdot c_\gamma & y \cdot c_\gamma & s_\gamma & 0 & 0 \\ -c_\beta \cdot s_\gamma & 0 & c_\gamma & 0 & 0 & 0 \\ s_\beta & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ c_\beta \cdot c_\gamma & 0 & s_\gamma & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = [J]_{6 \times 6} \quad (5.11)$$

O Jacobiano representa a posição e orientação relativa entre dois sistemas coordenados. A transformação entre os dois vetores de força-momento ^{UFS}F e ^{Anat}F é apresentada na equação 5.12:

$$^{Anat}F = [J]^{-1} \cdot ^{UFS}F \quad (5.12)$$

Daqui todas as forças e momentos medidos em relação ao sistema de coordenadas do UFS podem ser expressos em relação ao sistema coordenado anatômico do joelho.

⁴mas também afeta o LCP e outras estruturas adjacentes.

A modelagem estática do procedimento experimental proposto por Woo et al. (1998) é apresentada na Figura 5.22b. Nesta modelagem é adotado o sistema de referência inercial coincidente com o sistema de referência do fêmur S_f . Esta convenção adotada corresponde à inversão cinemática que descreve a movimentação da tíbia em relação ao fêmur, explicada no *passo a* do presente processo.

A força anterior tibial F_x exercida pelo robô (Figura 5.22b) tem uma orientação paralela ao eixo x_t (do sistema móvel S_t) sendo aplicada na tíbia a uma distância de 200 mm em y_t . A força F_x varia sua orientação conforme o ângulo de flexão da tíbia.

Para cada ângulo de flexão α avaliado, a força F_x vem acompanhada de um torque M_z (em torno do eixo z_t) que restringe e fixa esse ângulo de flexão avaliado, provocando uma condição estática⁵ ou de movimento nulo.

A força F_x e momento M_z aplicados na tíbia, são transmitidos pelos ligamentos e côndilos até o fêmur, na forma de uma força de reação F_{xr} e um torque de reação M_{zr} , modeladas em azul na Figura 5.22b.

Etapa c.2: Internalização das cargas externas.

Para modelagem estática pelo *método de Davies* (DAVIES, 2006, 1995) o mecanismo deve ser restringido para prevenir qualquer movimento. As cargas externas de reação, ou ações ativas F_{xr} e M_{zr} , devem ser internalizadas e substituídas por ações equivalentes nos acoplamentos do mecanismo. Essas ações equivalentes correspondem às ações passivas R_{Aix} , R_{Aiy} , R_{Aiz} , R_{Bix} , R_{Biy} e R_{Biz} , ($i = 1, \dots, 5$) apresentadas na Figura 5.23.

Neste caso o efeito da internalização equivale a travar o mecanismo, impedindo o movimento.

Cada par esférico do mecanismo (Figura 5.23) possui restrições cinemáticas que impedem a translação ao longo das três direções coordenadas x_f , y_f e z_f . Portanto existem três vetores de direção unitária \vec{S} para formação das heliforças:

$$\vec{S}_x = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \vec{S}_y = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \vec{S}_z = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (5.13)$$

Os subscritos x , y e z indicam a direção das restrições unitárias dos pares esféricos A_i e B_i , ($i = 1, \dots, 5$).

⁵A aplicação da força F_x em ausência de M_z , causaria a movimentação o joelho em flexão.

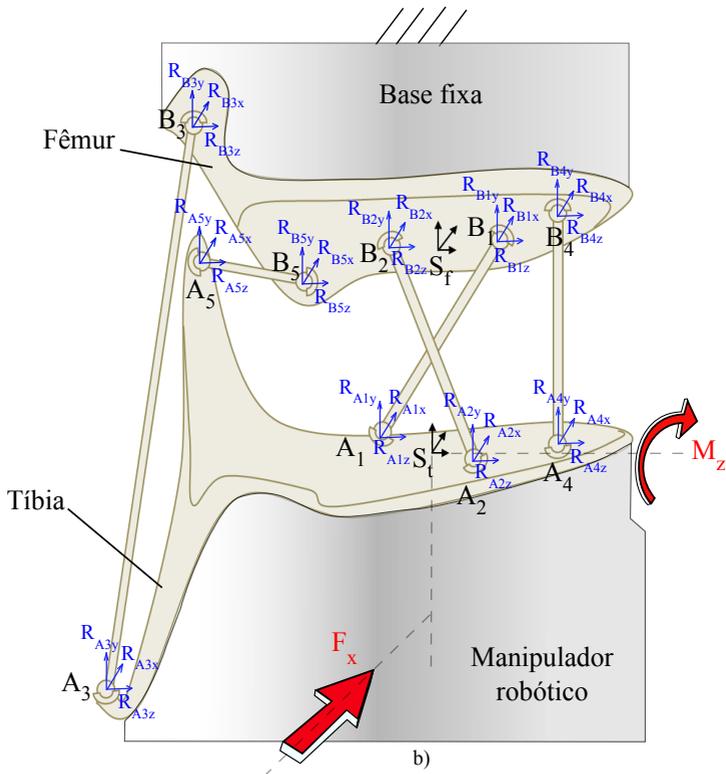


Figura 5.23 – Ações internalizadas nos acoplamentos do modelo proposto.

Etapa c.3: Representação do grafo das ações G_A .

Uma vez que as ações são internalizadas, é construído o grafo das ações G_A (DAVIES, 2006) (Figura 5.24), onde:

- cada vértice numerado representa um elo do mecanismo;
- 30 arestas pretas representam às ações passivas;
- 2 arestas vermelhas representam às ações ativas F_x e M_z ; e
- $k=6$ cortes identificados na *rede de acoplamentos* (Figura 5.21), são substituídos e representados com linhas tracejadas vermelhas.

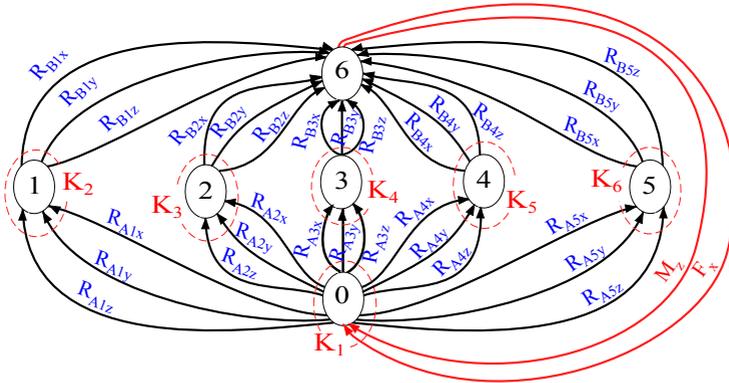


Figura 5.24 – Grafo das ações G_A .

O grau de restrição bruto do sistema C é definido como o número de variáveis do sistema, e corresponde ao número total de arestas do *grafo das ações* G_A . O grau de restrição bruto do sistema C pode ser também obtido pela eq. 5.14:

$$C = C_p + C_a = 30 + 2 = 32 \quad (5.14)$$

onde C_p é o número das ações passivas e C_a é o número das ações ativas. As arestas que representam M_z e F_x têm direção do fêmur para a tíbia (Figura 5.24).

Etapa c.4: Construção dos heliforças \$.

Considerando que os estados das ações passivas e de F_x correspondem a estados puros de força, as heliforças equivalentes possuem passo nulo $h=0$ (eq. 3.26) e são representadas na eq. 5.15:

$$\$_ = \begin{pmatrix} \vec{S}_0 \times \vec{R} \\ \vec{R} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{S}_0 \times \vec{S} \\ \vec{S} \end{pmatrix} R \quad (5.15)$$

Por outro lado, o momento M_z equivale a um estado de ações puramente binário (torque \vec{T}), equivalente a um Heliforça de passo $h = \infty$ (eq.

3.27), representada na eq. 5.16.

$$\$ = \begin{pmatrix} \vec{T} \\ \vec{0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{S} \\ \vec{0} \end{pmatrix} T \quad (5.16)$$

Considerando a forma dos heliforças (Equações 5.16 e 5.15), os vetores posição (eq. 5.7 e 5.8) e os vetores de direção unitária (eq. 5.13), são obtidos os seguintes heliforças para as cargas ativas e para cada acoplamento A_i e B_i , ($i = 1, \dots, 5$) do modelo estático proposto:

$$\begin{aligned} \$_{A_{ix}} &= \begin{pmatrix} {}^f\vec{S}_{0A_{ix}} \times \vec{R}_{A_{ix}} \\ \vec{R}_{A_{ix}} \end{pmatrix}; & \$_{A_{iy}} &= \begin{pmatrix} {}^f\vec{S}_{0A_{iy}} \times \vec{R}_{A_{iy}} \\ \vec{R}_{A_{iy}} \end{pmatrix}; \\ \$_{A_{iz}} &= \begin{pmatrix} {}^f\vec{S}_{0A_{iz}} \times \vec{R}_{A_{iz}} \\ \vec{R}_{A_{iz}} \end{pmatrix}; & \$_{B_{ix}} &= \begin{pmatrix} {}^f\vec{S}_{0B_{ix}} \times \vec{R}_{B_{ix}} \\ \vec{R}_{B_{ix}} \end{pmatrix}; \\ \$_{B_{iy}} &= \begin{pmatrix} {}^f\vec{S}_{0B_{iy}} \times \vec{R}_{B_{iy}} \\ \vec{R}_{B_{iy}} \end{pmatrix}; & \$_{B_{iz}} &= \begin{pmatrix} {}^f\vec{S}_{0B_{iz}} \times \vec{R}_{B_{iz}} \\ \vec{R}_{B_{iz}} \end{pmatrix}; \\ \$_{F_x} &= \begin{pmatrix} {}^f\vec{S}_{0F_x} \times \vec{F}_x \\ \vec{F}_x \end{pmatrix}; & \$_{M_z} &= \begin{pmatrix} \vec{M}_z \\ \vec{0} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (5.17)$$

onde ${}^f\vec{S}_{0F_x}$ corresponde ao ponto de aplicação da força F_x sobre a tibia, medida desde S_f .

5.6.4 Passo d: Estabelecimento e solução do sistema de equações estáticas

Para uma cadeia restringida com ações internalizadas, possuindo k cortes no espaço λ , podem ser descritas $\lambda.k$ equações, que expressam as condições que devem satisfazer por C incógnitas.

Na sequência são seguidos os passos para estabelecer o sistema de equações estáticas estabelecidas pela *Lei dos Cortes* de Davies. A resolução do sistema fornece as forças que atuam em cada acoplamento do modelo estático proposto.

Etapa d.1: Estabelecimento da matriz das Ações Unitárias

A *Lei dos Cortes* de Davies (DAVIES, 2006) estabelece que a soma algébrica dos heliforças $\$$ que pertencem a um mesmo corte é zero (eq. 3.33). Para aplicar esta *Lei* é construída a matriz das Ações Unitárias $[\hat{A}_D]_{\lambda,k \times C}$, apresentada na eq. 5.18. Esta matriz está formada de heliforças normalizados pela magnitude correspondente (eq. 3.31).

As filas da matriz $[\hat{A}_D]_{\lambda,k \times C}$ correspondem aos cortes k .

As colunas da matriz $[\hat{A}_D]_{\lambda,k \times C}$ estão compostas pelos heliforças normalizados $\hat{\$}_{A_1}, \hat{\$}_{A_2}, \hat{\$}_{A_3}, \hat{\$}_{A_4}, \hat{\$}_{A_5}, \hat{\$}_{B_1}, \hat{\$}_{B_2}, \hat{\$}_{B_3}, \hat{\$}_{B_4}, \hat{\$}_{B_5}, \hat{\$}_{M_z}, \hat{\$}_{F_x}$, respectivamente, considerando que:

- $\hat{\$}_{A_i} = [\hat{\$}_{A_{ix}}, \hat{\$}_{A_{iy}}, \hat{\$}_{A_{iz}}]_{6 \times 3}, (i = 1, \dots, 5),$
- $\hat{\$}_{B_i} = [\hat{\$}_{B_{ix}}, \hat{\$}_{B_{iy}}, \hat{\$}_{B_{iz}}]_{6 \times 3}, (i = 1, \dots, 5),$
- $\hat{\$}_{M_z} = [\hat{\$}_{M_z}]_{6 \times 1},$
- $\hat{\$}_{F_x} = [\hat{\$}_{F_x}]_{6 \times 1}.$

O vetor que possui as magnitudes dos heliforças é chamado de vetor das magnitudes das ações $\left\{ \vec{\Psi} \right\}_{C \times 1}$ (eq. 5.19). Para estabelecer este vetor deve ser considerado que:

- $R_{Ai} = [R_{A_{ix}}; R_{A_{iy}}; R_{A_{iz}}]_{1 \times 3}^T, (i = 1, \dots, 5),$
- $R_{Bi} = [R_{B_{ix}}; R_{B_{iy}}; R_{B_{iz}}]_{1 \times 3}^T, (i = 1, \dots, 5),$
- $M_z = [M_z]_{1 \times 1},$
- $F_x = [F_x]_{1 \times 1}.$

Em esta etapa é estabelecida a relação de dependência de intensidade de $\hat{\$}_{M_z}$ com $\hat{\$}_{F_x}$.

Etapa d.2: Construção e solução do sistema de equações da estática

Aplicando a *Lei dos Cortes* de Davies (eq. 3.33) ao modelo estático proposto obtém-se o sistema:

$$[\hat{A}_N]_{36 \times 32} \left\{ \vec{\Psi} \right\}_{32 \times 1} = \left\{ \vec{0} \right\}_{36 \times 1} \quad (5.20)$$

O sistema acima apresentado está expressado em forma semi expandida na eq. 5.24.

A consistência do sistema de equações depende do posto a da matriz $[\hat{A}_N]_{36 \times 32}$, sendo que o posto a corresponde ao número de linhas (ou de equações) linearmente independentes.

Reduzindo-se a matriz $[\hat{A}_N]_{36 \times 32}$ para sua forma escalonada por linhas, resulta na matriz $[\hat{A}_{NESC}]_{31 \times 32}$ onde o posto correspondente é $a=31$ linhas linearmente independentes. A *Lei dos Cortes* na forma escalonada está apresentada na eq. 5.21:

$$[\hat{A}_{NESC}]_{31 \times 32} \left\{ \vec{\Psi} \right\}_{32 \times 1} = \left\{ \vec{0} \right\}_{31 \times 1} \quad (5.21)$$

Substituindo os valores de $C = 32$ e $a=31$ na eq. 3.35, é obtido $C_N = 1$, o que significa que é necessário impor 1 variável primária para obter a solução do sistema.

O sistema de Equações 5.21 pode ser particionado como na eq. 3.36, entre $C_N = 1$ variáveis primárias e $a = 31$ variáveis secundárias, rearranjando da seguinte forma:

$$\left[[\hat{A}_{NS}]_{31 \times 31} \vdots [\hat{A}_{NP}]_{31 \times 1} \right] \left[[\vec{\Psi}_S]_{31 \times 1} \vdots [\vec{\Psi}_P]_{1 \times 1} \right]^T = \left\{ \vec{0} \right\}_{31 \times 1} \quad (5.22)$$

Onde as variáveis primárias levam o sub-índice P e as variáveis secundárias levam o sub-índice S . O último passo é isolar o vetor das incógnitas (eq. 3.37) $\left\{ \Psi_S \right\}_{31 \times 1} = [R_{A_1} R_{A_2} R_{A_3} R_{A_4} R_{A_5} R_{B_1} R_{B_2} R_{B_3} R_{B_4} R_{B_5} M_z]^T$, o que resulta na solução estática:

$$\left\{ \vec{\Psi}_S \right\}_{31 \times 1} = -[\hat{A}_{NS}]_{31 \times 31}^{-1} [\hat{A}_{NP}]_{31 \times 1} \left\{ \vec{\Psi}_P \right\}_{1 \times 1} \quad (5.23)$$

Atribuindo um valor para a variável primária $\vec{\Psi}_P = \vec{F}_x$ é possível obter a solução estática $\left\{ \vec{\Psi}_S \right\}_{31 \times 1}$ da eq. 5.23.

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} \hat{S}_{A1} & \hat{S}_{A2} & \hat{S}_{A3} & \hat{S}_{A4} & \hat{S}_{A5} & \hat{S}_{B1} & \hat{S}_{B2} & \hat{S}_{B3} & \hat{S}_{B4} & \hat{S}_{B5} & \hat{S}_{Mz} & \hat{S}_{Fx} \\ -\hat{S}_{A1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \hat{S}_{B1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\hat{S}_{A2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \hat{S}_{B2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\hat{S}_{A3} & 0 & 0 & 0 & 0 & \hat{S}_{B3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\hat{S}_{A4} & 0 & 0 & 0 & 0 & \hat{S}_{B4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\hat{S}_{A5} & 0 & 0 & 0 & 0 & \hat{S}_{B5} & 0 & 0 \end{bmatrix}_{36 \times 32} \\
 & = \begin{bmatrix} R_{A1} \\ R_{A2} \\ R_{A3} \\ R_{A4} \\ R_{A5} \\ R_{B1} \\ R_{B2} \\ R_{B3} \\ R_{B4} \\ R_{B5} \\ M_z \\ F_x \end{bmatrix}_{32 \times 1} \\
 & \quad (5.24)
 \end{aligned}$$

5.6.5 Passo e: Resultados e validação

Neste passo são apresentados os resultados das forças nos ligamentos e nos côndilos do modelo proposto, baseados na modelagem estática do procedimento experimental proposto por Woo et al. (1998). No procedimento experimental é aplicada uma força anterior tibial $\vec{F}_x = 110N$ paralela ao eixo x , da tibia, para os seguintes ângulos de flexão: 0° , 15° , 30° , 60° , 90° . Por sua vez, os resultados simulados são obtidos para uma aplicação contínua de F_x desde 0° até 120° .

Para validação, os resultados simulados são comparados com os obtidos experimentalmente por Woo et al. (1998).

Etapa e.1: Resultados

A solução estática $\{\Psi_S\}_{31 \times 1} = [R_{A_1} R_{A_2} R_{A_3} R_{A_4} R_{A_5} R_{B_1} R_{B_2} R_{B_3} R_{B_4} R_{B_5} M_z]^T$ é obtida por imposição de $\vec{\Psi}_P = \vec{F}_x$ (eq. 5.23) para todo percurso da flexão do joelho.

As forças *in situ* no LCA (F_{LCA}), LCP (F_{LCP}) e LCM (F_{LCM}) são calculadas mediante a norma das ações que acontecem nos acoplamentos A_1 , A_2 e A_3 , respectivamente, como apresentado na sequência:

$$\|F_{LCA}\| = \sqrt{R_{A1x}^2 + R_{A1y}^2 + R_{A1z}^2} \quad (5.25)$$

$$\|F_{LCP}\| = \sqrt{R_{A2x}^2 + R_{A2y}^2 + R_{A2z}^2} \quad (5.26)$$

$$\|F_{LCM}\| = \sqrt{R_{A3x}^2 + R_{A3y}^2 + R_{A3z}^2} \quad (5.27)$$

As forças de compressão nos côndilos medial (F_{CL}) e lateral (F_{CM}) são calculadas mediante a norma das ações que acontecem nos acoplamentos A_4 e A_5 , respectivamente, como apresentado nas Equações 5.28 e 5.29:

$$\|F_{CL}\| = \sqrt{R_{A4x}^2 + R_{A4y}^2 + R_{A4z}^2} \quad (5.28)$$

$$\|F_{CM}\| = \sqrt{R_{A5x}^2 + R_{A5y}^2 + R_{A5z}^2} \quad (5.29)$$

Na parte superior da Figura 5.25 apresentam-se as forças *in situ* dos ligamentos do modelo, devido a aplicação da carga $\vec{F}_x=110N$ ao longo do movimento de flexão. A força *in situ* do LCA (F_{LCA}) está representada como uma linha tracejada vermelha, a força *in situ* do LCP (F_{LCP}) está represen-

tada como uma linha pontilhada azul e a força *in situ* do LCM (F_{LCM}) está representada como uma linha contínua verde.

Na parte inferior da 5.25 são apresentadas as forças nos côndilos modelados, devido a aplicação da carga $\vec{F}_x=110\text{N}$ ao longo do movimento de flexão. As forças no côndilo medial (F_{CM}) estão representadas como uma linha tracejada. As forças no côndilo lateral (F_{CL}) estão representadas como uma linha pontilhada.

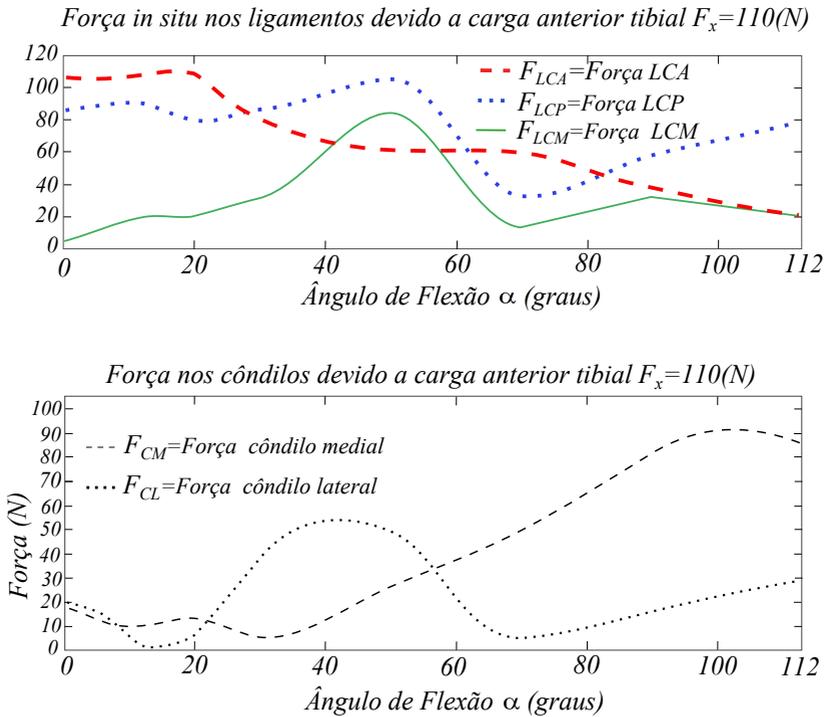


Figura 5.25 – Resultado da simulação: forças nos elementos anatómicos do modelo proposto, devido a uma carga anterior tibial $\vec{F}_x = 110\text{ N}$, ao longo do movimento de flexão do joelho.

A metodologia de modelagem estática proposta foi também aplicada para o modelo 1 – *DOF5* – 5, utilizando os *PG* e *PC* indicados por Parenti-Castelli e Sancisi (2013).

Na parte superior da Figura 5.26 apresentam-se as forças *in situ* dos ligamentos do modelo 1 – *DOF5* – 5, devido a uma carga anterior tibial \vec{F}_x ao longo do movimento de flexão. A força F_{LCA} está representada como uma

linha tracejada vermelha, a força F_{LCP} está representada como uma linha pontilhada azul e a força F_{LCM} está representada como uma linha contínua verde.

Na parte inferior da 5.26 são apresentadas as forças de compressão nos cêndilos. As forças no cêndilo medial F_{LCM} estão representadas como uma linha tracejada. As forças no cêndilo lateral F_{LCL} estão representados como uma linha pontilhada.

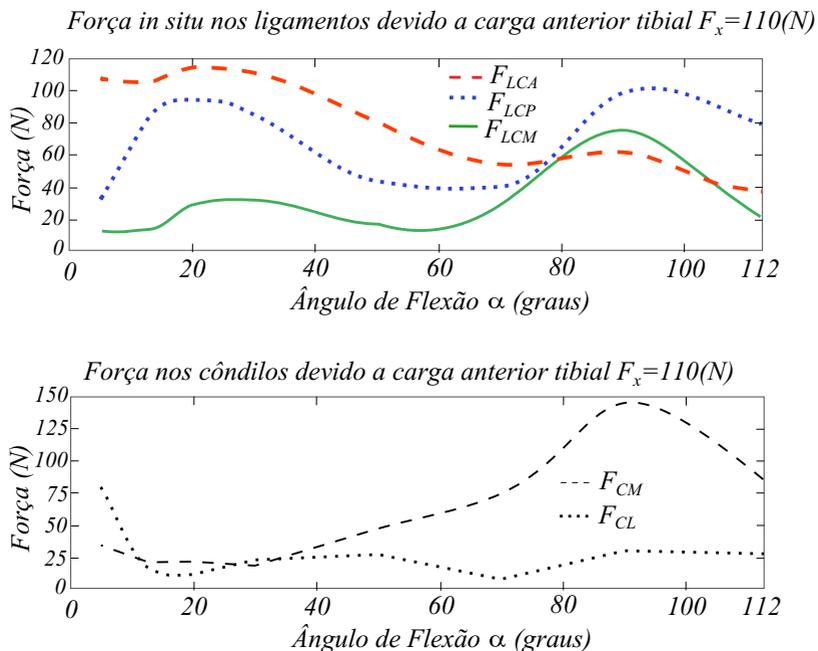


Figura 5.26 – Resultado da simulação: forças nos elementos anatômicos do modelo 1-DOF 5-5 devido a uma carga anterior tibial $\vec{F}_x = 110 \text{ N}$, ao longo do movimento de flexão do joelho.

Etapa e.2: Validação

Para validação da metodologia proposta são comparados os resultados da força *in situ* no LCA, obtidos mediante:

- aplicação da metodologia de modelagem estática ao modelo proposto,
- aplicação da metodologia de modelagem estática ao modelo 1 – *DOF* 5 – 5 (SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2010),
- o procedimento experimental proposto por Woo et al. (1998).

A comparação dos três resultados são mostrados na Figura 5.27, onde os dados obtidos experimentalmente estão representados por uma linha contínua preta e as barras verticais correspondem ao desvio padrão. Os dados obtidos do modelo proposto estão representada por uma linha tracejada vermelha, e finalmente, os dados obtidos do modelo 1 – *DOF* 5 – 5 estão representados por uma linha pontilhada azul.

Observa-se que as duas curvas obtidas por aplicação da metodologia de modelagem estática, possuem comportamentos similares, apresentando valores de força máximos próximos da extensão do joelho, correspondendo ao funcionamento característico do LCA (KAPANDJI et al., 2000).

Observa-se também que os valores obtidos por aplicação da metodologia proposta, ao modelo 1 – *DOF* 5 – 5, são mais próximos aos experimentais que aqueles valores obtidos do modelo proposto.

Força in situ no LCA devido a carga anterior tibial $F_x=110(N)$

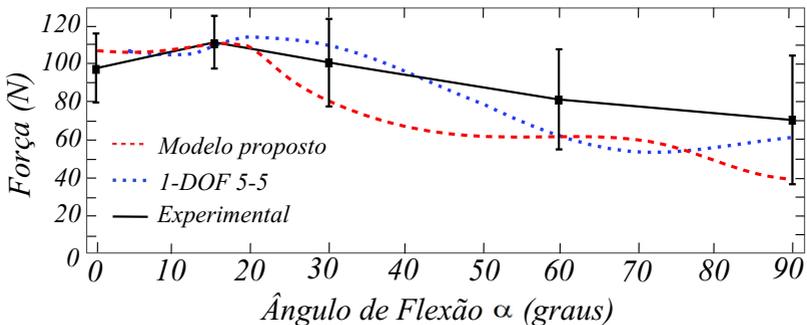


Figura 5.27 – validação dos resultados da força *in situ* no LCA.

Na sequência é realizada a simulação da força *in situ* considerando à

variação da carga externa.

Na Figura 5.28a são apresentados os resultados das simulações para as forças *in situ* no LCA utilizando a modelagem proposta, quando é variada a magnitude da força anterior tibial \vec{F}_x para: 110N, 88N, 66N, 44N e 22N. Para cada uma de essas cargas \vec{F}_x , as forças *in situ* são obtidas nos seguintes ângulos de flexão: 0°, 15°, 30°, 60°, 90°. Estes resultados são comparados com os resultados experimentais propostos por Woo et al. (1998) (Figura 5.28b) para as mesmas condições de carga.

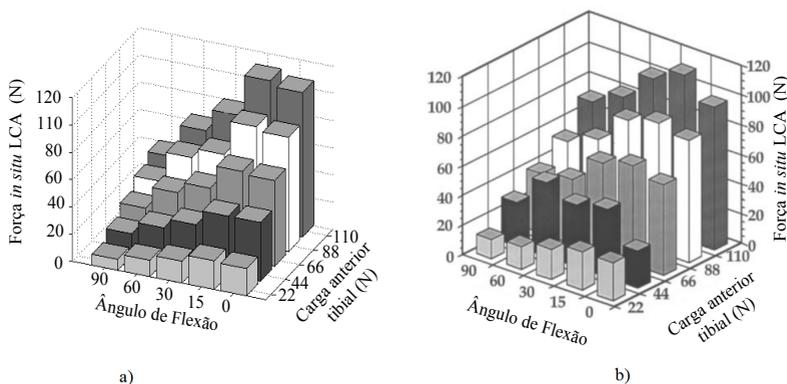


Figura 5.28 – Validação dos resultados da força *in situ* no LCA considerando a variação da carga externa F1, ao longo la flexão do joelho: a) Resultados da metodologia proposta, b) Resultados experimentais (WOO et al., 1998).

Observando ambas as figuras, pode-se constatar que o comportamento do gráfico obtida por simulação é similar ao obtido experimentalmente, obtendo-se os máximos valores de força *in situ* próximo aos 15°; tendo uma tendência, como conjunto, à diminuição da força *in situ* conforme aproxima-se à flexão máxima.

Observa-se também (Figura 5.28a) que em 0° de flexão a força *in situ* diminui em relação aos 15°, dando ao gráfico uma forma convexa. Isso não foi possível de reproduzir nos modelos bidimensionais apresentados em (PONCE-SALDIAS et al., 2013, 2013) (Anexos).

5.7 EXEMPLO DE APLICAÇÃO DA METODOLOGIA PROPOSTA PARA O PLANEJAMENTO PRÉ-OPERATÓRIO: SIMULAÇÃO DA FORÇA *IN SITU* NO ENXERTO DE LCA CONSIDERANDO A VARIAÇÃO DO PONTO DE INSERÇÃO

A localização do ponto de inserção do enxerto é muito importante na reconstrução do LCA. Em (ZATSIORSKY, 1998) é apresentado um caso de estudo, que analisa o efeito no joelho de pequenas variações na localização do enxerto de substituição do LCA. Em particular, foi calculada a relação de deslizamento (*Slip Ratio*) para oito diferentes pontos de inserção no fêmur. O *Slip Ratio* corresponde à relação entre o movimento de rolamento e deslizamento entre o fêmur e a tibia.

A Figura 5.29 apresenta uma visão geral do procedimento. A Figura 5.29A representa o LCA e o LCP no fêmur. A Figura 5.29B ilustra os oito diferentes pontos de inserção do enxerto no fêmur, numerados de 0 a 7, tendo como ponto central o ponto de inserção natural do LCA. O raio r tem um valor de 3mm e é igual a um décimo do comprimento total do LCA.

O *Slip Ratio* para os pontos 2 e 6, estão representados na Figura 5.29C e Figura 5.29D, respectivamente.

O reposicionamento do enxerto de LCA no ponto 2 faz com que o *Slip Ratio* obtido seja similar ao fisiológico. Quando o enxerto é reposicionado no ponto 6, o *Slip Ratio* varia dramaticamente e difere do fisiológico.

Se uma cirurgia fosse ajustada para o ponto 6, o deslizamento do fêmur seria muito maior que seu rolamento sobre a tibia, portanto diferentes partes do côndilo femoral fariam contato com a mesma parte da superfície tibial, causando lesões na tibia. Seria recomendado o reposicionamento do enxerto no fêmur para o ponto 2, pois o *Slip Ratio* obtido é mais similar ao fisiológico.

Como exemplo de aplicação da metodologia proposta, realizou-se a simulação da força *in situ* para os pontos 2 e 6, considerando as condições de carga propostas por Woo et al. (1998) e um raio r com um valor de 3mm equivalente a um décimo do comprimento do total do LCA modelado. A variação da localização do enxerto foi realizada modificando as coordenadas \vec{S}_{0A_i} (eq. 5.7).

Foi obtido, em concordância com (ZATSIORSKY, 1998), que o melhor ponto para inserção do enxerto seria o ponto 2⁶. Na análise pelo método proposto obtém-se uma força *in situ* mais similar à fisiológica quando o enxerto é reposicionado no ponto 2 (linha tracejada vermelha da Figura 5.30). Na

⁶Zatsiorsky (1998) indica que o melhor ponto para inserção é o 2 com base no slip ratio experimentalmente obtido. Na metodologia proposta obtém-se que o melhor ponto também é o 2 mas com base na força *in situ* do LCA.

mesma Figura pode-se observar que quando o enxerto de LCA é posicionado no ponto 6, a força *in situ* diverge do valor fisiológico (linha pontilhada azul da Figura 5.30). Na Figura 5.30, o valor da força *in situ* fisiológica (LCA intacto) corresponde à linha contínua preta, obtida por (WOO et al., 1998).

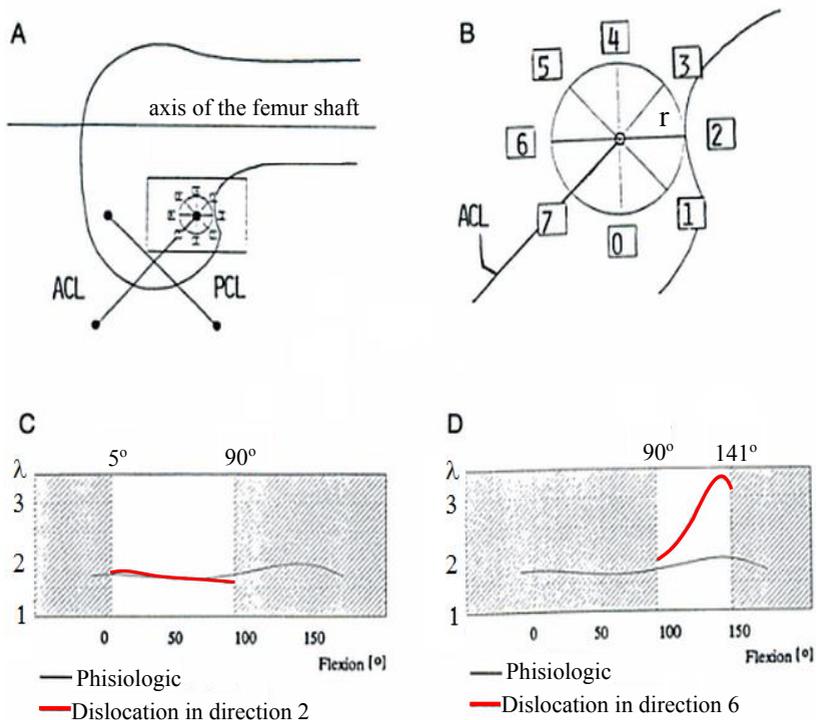


Figura 5.29 – Geometria da reconstrução do LCA (painéis A e B) e *Slip Ratio* para a posição 2 e 4 (painéis C e D) (ZATSIORSKY, 1998). A localização do enxerto no ponto 6 causaria graves lesões na tíbia.

*Força in situ no LCA devido a carga anterior tibial $F_x=110(N)$
para diferentes pontos de inserção do enxerto*

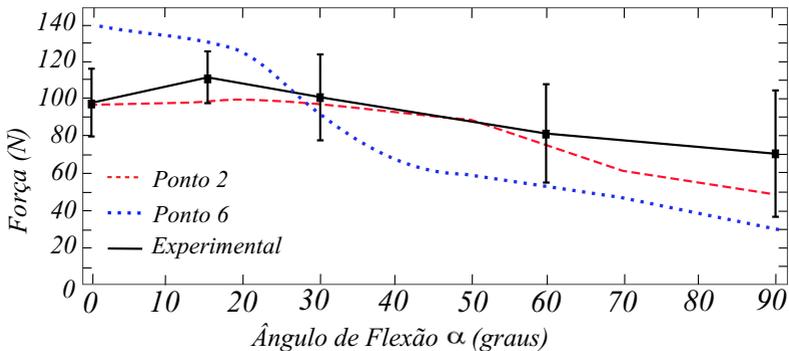


Figura 5.30 – Variação da força *in situ* no enxerto de LCA em relação à posição de inserção: para o ponto 2 e para o ponto 6. Linha preta contínua corresponde aos dados experimentais de um LCA intacto (WOO et al., 1998).

5.8 DISCUSSÃO

Para finalizar o presente capítulo, são apresentadas as Tabelas 5.6, 5.7 e 5.8 com as principais diferenças técnicas e operacionais existentes entre a metodologia proposta e as outras metodologias de modelagem do joelho baseados em teoria de mecanismos. As tabelas são comentadas na sequência, justificando as diferenças indicadas e discutindo suas relevâncias.

5.8.1 Comentários relativos à síntese geométrica - Tabela 5.6

No desenvolvimento da metodologia proposta foram procuradas novas estratégias para modelagem, sendo uma delas a implementação da Evolução Diferencial para otimização na síntese geométrica. A ED apresenta várias vantagens em relação a outras técnicas de otimização como algoritmos genéticos, como por exemplo:

- Apresentar simplicidade e facilidade para implementação do código em problemas específicos.
- Possuir unicamente três parâmetros de controle e a influência destes parâmetros no desempenho do algoritmo é bem conhecida.

- Permitir facilmente a implementação de diferentes possibilidades de recombinação para produção de novas gerações e vetores testes.

Além disso a ED apresenta-se como um único algoritmo para otimização, em comparação com as metodologias que usam dois algoritmos, como Parenti-Castelli e Sancisi (2013), Parenti-Castelli (2010), Sancisi e Parenti-Castelli (2011a, 2010), Sancisi et al. (2011), Sancisi e Parenti-Castelli (2011b), onde são usados algoritmos genéticos para obter uma solução global e algoritmos de quase-Newton para refinamento. Em contraste, a ED permite realizar a busca da solução global e o refinamento mediante o ajuste do fator de escala F_s no percurso da otimização, sem precisar de algoritmos adicionais.

Operacionalmente para médicos e projetistas de próteses, é uma vantagem que a entrada de dados no processo de otimização seja por determinação das coordenadas exatas, dos centros condilares e das fibras isométricas ligamentares. Isto exige extensas seções experimentais, devendo identificar as fibras específicas (dentre todas as fibras das bandas ligamentares) que sofreram uma mínima variação de alongamento durante a movimentação passiva do joelho (menor que 0,1mm). Além disso o processo de otimização resulta em valores diferentes aos pontos exatos de inserção ligamentar, obtidos experimentalmente, por tanto não existe necessidade da determinação exata destes pontos de inserção.

No método proposto, por outro lado, a entrada de dados para otimização é realizada por seleção de amplos domínios de busca nas regiões anatômicas do joelho. Isso é uma vantagem operacional pois médicos e projetistas de prótese não precisariam determinar o exato centro condilar nem as coordenadas exatas das fibras isométricas ligamentares, permitindo que a seção experimental seja mais simples e breve. Neste âmbito, os domínios de busca ligamentares podem ser ajustados abrangendo toda a região de inserção ligamentar, incluindo todas suas bandas. Os domínios de busca condilares podem ser ajustados mediante uma região que abranja os centros condilares, sendo que o centro do domínio de busca não tem necessariamente que coincidir com o centro condilar, portanto não é preciso determinar com exatidão esses centros específicos.

Os domínios de busca no método proposto, podem ser determinados pelo uso de sistemas de medição não invasivos, inclusive em pacientes vivos. Um exemplo destes sistemas de medição é a fluoscopia biplanar, que permite a aquisição de dados geométricos tridimensionais do joelho, que posteriormente podem ser processados em softwares *CAD* para ajuste (mediante simples inspeção) dos domínios de busca e referenciá-los aos sistemas coordenados anatômicos.

Tabela 5.6 – Comparação entre as principais metodologias de modelagem do joelho baseadas em teoria de mecânicas.

	Método proposto	Métodos de Parenti-Castelli e Sancisi (2013), Parenti-Castelli (2010), Sancisi e Parenti-Castelli (2011a, 2010), Sancisi et al. (2011)	Método de Sancisi e Parenti-Castelli (2011b)
Síntese geométrica	Resolvida por um único algoritmo de otimização: Evolução Diferencial.	Resolvida por dois algoritmos de otimização: Algoritmos genéticos e quase-Newton.	Resolvida por dois algoritmos de otimização: Algoritmos genéticos e quase-Newton.
	Dados de entrada: amplos Domínios de busca.	Dados de entrada: Pontos exatos de inserção das fibras isotrópicas ligamentares e centros condilares.	Dados de entrada: Pontos exatos de inserção das fibras isotrópicas ligamentares e centros condilares.
	Exige seção experimental com 10 pontos.	Exige seção experimental com centenas de pontos.	Exige seção experimental com centenas de pontos.
Análise do movimento	Resolvida tanto por álgebra matricial quanto por álgebra de quatérnions, onde a velocidade de resolução por quatérnions resultou ser aproximadamente 4 vezes mais rápida.	Resolvida unicamente por álgebra matricial.	Resolvida unicamente por álgebra matricial.
	Realizado para percurso completo do movimento ($0^\circ - 120^\circ$ de flexão), incluindo o crítico ponto de extensão máxima (0°).	Percurso limitado do movimento ($5^\circ - 112^\circ$ de flexão). Não inclui o crítico ponto de extensão máxima (0°).	Percurso limitado do movimento ($5^\circ - 112^\circ$ de flexão). Não inclui o crítico ponto de extensão máxima (0°).

Tabela 5.7 – Comparação entre as principais metodologias de modelagem do joelho (Continuação).

	Método proposto	Métodos de Parenti-Castelli e Sancisi (2013), Parenti-Castelli (2010), Sancisi e Parenti-Castelli (2011a, 2010), Sancisi et al. (2011)	Método de Sancisi e Parenti-Castelli (2011b)
Análise de velocidades	Implementação direta, pois o método de Davies contempla a análise da cinemática diferencial. Foi implementado em modelo 2-D (PONCE-SALDIAS et al., 2013) (Anexos).	Necessita diferenciação posterior.	Necessita diferenciação posterior.
Análise de forças	Permite incluir critérios de velocidade na otimização.	Não permite incluir critérios de velocidade na otimização.	Não permite incluir critérios de velocidade na otimização.
	Analisa e resolve forças internas no joelho. Pode resolver os movimentos do joelho devido a cargas externas, por uma análise adicional.	Não analisa nem resolve forças.	Não apresenta forças internas no joelho. Apresenta unicamente os movimentos do joelho devido a cargas externas.
	Apresenta força <i>in situ</i> ligamentares	Não apresenta nenhuma força.	Não apresenta forças <i>in situ</i> .
	Apresenta forças condilares	Não apresenta nenhuma força.	Não apresenta forças condilares.
	Apresenta aplicabilidade para outros modelos mecânicos, com pouca adaptação.	Nula aplicabilidade em relação a análise de forças.	A análise é focada em um modelo específico.
	Análise de forças com 7 elementos.	Não apresenta análise de forças.	Análise considera 28 elementos, cada um com 2 parâmetros: deformação e rigidez.

Tabela 5.8 – Comparação entre as principais metodologias de modelagem do joelho (Continuação).

	Método proposto	Métodos de Parenti-Castelli e Sancisi (2013), Parenti-Castelli (2010), Sancisi e Parenti-Castelli (2011a, 2010), Sancisi et al. (2011)	Método de Sancisi e Parenti-Castelli (2011b)
Análise de forças	Interpretação direta dos resultados de forças e das funções de restrição de cada elemento anatômico.	Não permite interpretação de resultados de forças.	O resultados de força não são apresentados explicitamente.
	Apresenta análise e resultados de forças, quando aplicadas: variações nas cargas externas e variações nas posições de ligamentos ou enxertos.	Não apresenta nenhuma análise nem resultados de forças.	Não apresenta análise nem resultados das forças quando variadas as posições de ligamentos (ou enxertos).
	Permitiria o cálculo da pré-tensão do enxerto ligamentar, sem implementações adicionais.	Não permite a análise da pré-tensão de enxertos.	Precisaria uma implementação adicional para o cálculo da pré-tensão do enxerto, devido ao alto número de elementos e parâmetros do modelo.
	Apresenta viabilidade para implementar otimização de forças (e otimização geométrica por critérios estáticos), apresentando um baixo número de elementos (7).	O método não fornece informações das forças, por tanto a viabilidade para otimização de forças (ou otimização geométrica por critérios estáticos) está sujeita à implementação da análise de forças.	Apresenta viabilidade para otimização de forças (ou otimização geométrica por critérios estáticos) mas é restrito ao alto número de elementos da modelagem (48).

5.8.2 Comentários relativos à análise do movimento - Tabela 5.6

No método proposto, a equação de malha fechada (*vector-loop*) que descreve o movimento do modelo foi resolvida de duas maneiras: usando álgebra matricial e álgebra de quatérnions. Foi constatado que, usando um computador com 4GB em RAM e um processador Intel Core i5, o tempo para resolução do sistema de 5 equações de malha fechada por métodos matriciais, foi em média de 53,7s. Por sua vez, o tempo de resolução do mesmo sistema, utilizando álgebra de quatérnions, foi em média de 13,1s, ou seja, aproximadamente 4 vezes mais rápido do que o método matricial. O programa de simulação numérica utilizado foi *Matlab R2012a*. Para constatar isso foram estabelecidas, para um determinado ângulo de flexão α , um set de 5 equações *vector-loop* tanto para álgebra matricial como para álgebra de quatérnions, usando respectivamente as equações 3.5 e 3.15. Cada set de 5 equações possui 5 incógnitas, por tanto ao substituir os *PG* da Tabela 5.4 nas equações 3.5 e 3.15 a resolução pode ser obtida em forma direta. Os valores obtidos por álgebra de quatérnions foram idênticos aos obtidos por álgebra matricial, mas com os tempos de resolução diferentes.

Considerando que as atuais metodologias utilizam unicamente a álgebra matricial para resolução do movimento, vislumbra-se a álgebra de quatérnions como uma implementação inovadora para obter os movimentos dos modelos com um menor tempo de processamento.

Outra importante questão é a amplitude do movimento resolvida para modelo. Na metodologia proposta, é resolvida a movimentação do joelho desde a extensão máxima de 0° até a flexão máxima de 120° . Os outros métodos (PARENTI-CASTELLI; SANCISI, 2013; PARENTI-CASTELLI, 2010; SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2011a, 2010; SANCISI et al., 2011; SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2011b) resolvem o movimento para uma amplitude limitada do movimento: de 5° até 112° . Isto é um importante fator, pois o joelho naturalmente apresenta movimentos complexos nos ângulos extremos da flexão-extensão, como por exemplo o auto alinhamento ou auto travamento na posições de extensão máxima, onde o LCA possui uma força *in-situ* máxima. Isto tem uma grande relevância clínica pois a solicitação mecânica do enxerto de LCA é maior. O movimento na extensão e flexão máxima não puderam ser representadas nas demais metodologias.

5.8.3 Comentários relativos à análise de velocidades - Tabela 5.6

A análise da cinemática diferencial é facilmente implementável no método proposto, pois faz parte do método de Davies como uma metodo-

logia unificada. Isso é demonstrado em Ponce-Saldias et al. (2013)(Anexos), onde é implementada a análise da estática e da cinemática diferencial pelo método de Davies para um modelo bidimensional de joelho.

A análise em conjunto das velocidades e das forças para cada posição, é importante para conhecer a relação velocidade-ângulo de pressão, no projeto de cames. Neste âmbito, a velocidade torna-se um fator importante no projeto de prótese condilar, pois as superfícies da tíbia e do fêmur apresentam movimentos em contato mútuo, similar às cames.

Enquanto que a implementação da análise de velocidades é um fator importante, as atuais metodologias (PARENTI-CASTELLI; SANCISI, 2013; PARENTI-CASTELLI, 2010; SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2011a, 2010; SANCISI et al., 2011; SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2011b) nada dizem das velocidades envolvidas nos elementos anatômicos, nem apresentam facilidade para implementação desta análise, ou utilizá-las como parte dos critérios da otimização.

5.8.4 Comentários relativos à análise de forças - Tabela 5.7 e 5.8

O método proposto permite a análise de forças internas no joelho, apresentando explicitamente as forças *in situ* dos ligamentos e as forças que acontecem nos cêndilos. Também apresenta uma abordagem organizada e metódica, viável de ser aplicada em outros modelos mecânicos do joelho. Além disso, os resultados apresentados permitem uma clara interpretação por parte de cirurgiões e projetistas de próteses no planejamento pré-operatório, pois evidencia claramente as funções em força de cada elemento anatômico modelado, inclusive na variação de cargas externas (como constatado na seção 5.6) e na variação de posições dos elementos anatômicos (como constatado na seção 5.7). Considerando essa versatilidade, a metodologia proposta permite a análise para pré-tensão do enxerto, em diferentes posições. Devido a clareza da apresentação das forças internas no joelho, a metodologia proposta apresenta uma alta viabilidade para implementar rotinas de otimização de forças e otimização geométrica por critérios estáticos.

O método apresentado em (SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2011b) é limitado pois não apresenta explicitamente as forças, unicamente apresenta os movimentos resultantes causados por aplicação de cargas externas. Não fornece informações da força *in situ* nos ligamentos nem nos cêndilos em função de uma carga externa. Além disso, esta metodologia apresenta um alto número de elementos (28) e cada um com 2 parâmetros de rigidez e deformação específicos. Deve-se considerar que a metodologia proposta apresenta 7 elementos. O alto número de elementos do método apresentado em (SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2011b) dificulta a análise e interpretação dos resul-

tados para o planejamento pré-operatório (tanto para substituição ligamentar quanto para projeto de prótese). Devido à complexidade e à especificidade da modelagem apresentada em (SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2011b), sua aplicabilidade e generalização como metodologia fica também limitada. A viabilidade para otimização de forças ou otimização geométrica por critérios estáticos fica limitada devido ao alto número de elementos e à complexidade da modelagem, o que faria com que a função objetivo seja difícil de tratar computacionalmente.

Por sua vez, os métodos apresentados por Parenti-Castelli e Sancisi (2013), Parenti-Castelli (2010), Sancisi e Parenti-Castelli (2011a, 2010), Sancisi et al. (2011), são puramente cinemáticos e não fornecem nenhuma informação em relação às forças envolvidas nos diferentes elementos anatômicos, anulando a aplicabilidade para o planejamento pré-operatório de substituição ligamentar, que deve considerar a força *in situ*.

5.9 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este capítulo apresentou uma nova metodologia para modelagem espacial do joelho humano, com base em teoria de mecanismos, Evolução Diferencial e método de Davies, sendo que a cinemática do modelo foi resolvida por álgebra matricial e álgebra de quatérnions. O capítulo começou pela apresentação das limitações das técnicas atuais, continuando com a descrição da metodologia proposta.

A metodologia proposta fornece uma abordagem única e sequencial para a modelagem espacial do joelho humano, incluindo a síntese cinemática e análise estática, consistindo em quatro passos: (1) modelagem mecânica preliminar, (2) seção experimental, (3) modelagem cinemática e (4) modelagem estática.

- A modelagem mecânica experimental: consiste em uma aproximação sequencial, onde cada movimento fundamental do joelho é associado a uma restrição cinemática equivalente. Neste processo é obtido um mecanismo preliminar representativo do joelho humano, com topologia similar ao mecanismo originalmente proposto por Sancisi e Parenti-Castelli (2010).
- A seção experimental: consiste na obtenção de dados experimentais da geometria e da cinemática da articulação do joelho. Os dados experimentais foram obtidos de Parenti-Castelli e Sancisi (2013), com o fim de comparar os resultados do mesmo com obtidos na metodologia aqui proposta. Os dados experimentais permitem ajustar a geometria

do modelo nas subseqüentes etapas de síntese da metodologia. A metodologia aqui proposta obtém os parâmetros geométricos preliminares mediante grandes domínios de busca, em cambio Parenti-Castelli e Sancisi (2013) obtém esses parâmetros por busca experimental das fibras isométricas ligamentares e dos centroides condilares, o que precisa de uma extensa seção experimental.

- A modelagem cinemática: consiste na obtenção de um modelo refinado mediante otimização da geometria do modelo mecânico preliminar obtido no primeiro passo. A função objetivo (FO) da otimização minimiza a diferença entre a trajetórias do modelo e a experimental. Este passo permite obter um modelo cinemático definitivo, que é validado com valores experimentais de movimento. Neste passo foi verificado que a cinemática resolvida por álgebra de quatérnions é aproximadamente 4 vezes mais rápida que a apresentada por álgebra matricial.
- A modelagem estática: são obtidas as forças nos elementos anatómicos modelados no joelho, por aplicação do Método de Davies. Para isso são modeladas as condições de carga correspondentes ao processo experimental proposto por Woo et al. (1998), para cada posição do joelho. Foram realizadas validações dos resultados da força *in situ* no LCA, para várias cargas tibiais, comparando com os resultados experimentais. A modelagem estática foi também validada por um exemplo de aplicação para o planejamento pré-operatório, onde foi obtida a força *in situ* de um enxerto para vários pontos de inserção.

Finalmente foi confeccionada uma tabela apresentando as características das metodologias tradicionais em contraste com a metodologia aqui proposta, permitindo a comparação e a discussão das vantagens e desvantagens apresentadas. Baseando-se nessas discussões, no seguinte capítulo são apresentadas as conclusões e os trabalhos futuros.

6 CONCLUSÕES

Na presente tese foi estudada a anatomia e biomecânica do joelho, junto com a geometria e cinemática dos manipuladores paralelos adequados à modelagem do joelho. Foi revisada a literatura relacionada com álgebra de quatérnions aplicada na robótica y métodos de otimização aplicados na robótica, como a Evolução Diferencial. Foi também realizada uma revisão sistemática do estado da arte das modelagens do joelho baseados em mecanismos paralelos planos e espaciais. A partir da revisão do estado da arte foram levantadas críticas e procurou-se melhorias factíveis de serem realizadas em relação aos modelos já existentes, em termos das informações obtidas para o planejamento pré-operatório, aplicabilidade e desempenho.

Considerando isso, o presente estudo apresenta uma nova metodologia para modelagem estática e cinemática do joelho humano, com base na teoria de mecanismo, método de Davies e otimização. Esta metodologia apresenta-se como uma ferramenta de apoio para o planejamento pré-operatório do joelho humano, podendo auxiliar ao cirurgião ortopedista com informações objetivas simuladas, permitindo a customização da modelagem para cada paciente.

A metodologia de modelagem proposta apresenta várias contribuições:

- A metodologia de modelagem como um todo: permite uma modelagem cinemática e estática da articulação do joelho, de maneira organizada e sem precisar de análises adicionais.
- A abordagem sequencial da modelagem mecânica preliminar: dá uma clara interpretação da função de restrição de cada elemento anatômico modelado. A abordagem sequencial pode ser aplicada para modelagens de outras articulações.
- O uso da álgebra de quatérnions: permite obter a resolução do sistema de equações vetoriais de malha fechada (*vector-loop*) aproximadamente quatro vezes mais rápido que utilizando a álgebra matricial. Isto se deve ao fato de que os requisitos de armazenamento do operador de rotação são reduzidos de nove (matriz) a quatro (quatérnions). Além disso, a composição de rotações por quatérnions requer de um menor número de operações (multiplicações e somas) em relação à representação matricial.
- A otimização por Evolução Diferencial *ED*: Permite aplicar uma única estratégia de otimização para resolução do problema, ao contrário das

metodologias atuais, onde são encontrados no mínimo duas técnicas de otimização diferentes e aparecem deficiências na operação de transição de um algoritmo para outro, pois é necessária a assistência de um engenheiro ou programador especializado para assistir esse processo de transição. Além disso, a otimização por *ED* permite a seleção de um domínio de busca amplo, sem necessidade de ter que estimar (impor) um valor inicial de solução para o processo de busca. O uso da *ED* na metodologia proposta simplificaria a seção experimental para médicos, pesquisadores biomecânicos e projetistas de próteses.

- A resolução da completa amplitude do movimento para modelo: na metodologia proposta, é resolvida a movimentação do joelho desde a extensão máxima de 0° até a flexão máxima de 120° . Os outros métodos (PARENTI-CASTELLI; SANCISI, 2013; PARENTI-CASTELLI, 2010; SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2011a, 2010; SANCISI et al., 2011; SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2011b) resolvem o movimento para uma amplitude limitada do movimento, desde 5° até 112° , não incluindo o crítico ponto da extensão máxima (0° de flexão).
- Fácil implementação da cinemática diferencial: pois faz parte do método de Davies como uma metodologia unificada.
- Analisa e resolve as forças internas no joelho: permitindo inclusive esta análise para variação das cargas externas e das posições de ligamentos ou enxertos.
- Apresenta a força *in situ* de ligamentos.
- Apresenta uma interpretação direta dos resultados e permite uma fácil análise: por ser metodológica, organizada e sequencial.
- Apresenta uma alta viabilidade para implementação de otimização de forças e otimização geométrica por critérios estáticos.
- A utilização do método de Davies na modelagem estática: permite realizar a modelagem estática e a análise da cinemática inversa mediante uma metodologia unificada e sequencial, demonstrando ter uma abordagem mais completa de aquelas metodologias focadas unicamente na modelagem cinemática, permitindo manter as funções de restrição das estruturas anatômicas. Além disso o método de Davies pode ser aplicado para diversas condições de carga e de contorno, inclusive em outros modelos que não possuem análise estática. Em particular o cálculo da força *in situ* mediante o método de Davies, faz com que o método

proposto seja uma ferramenta interessante para o planejamento pré-operatório, na seleção da melhor localização para inserção do enxerto ligamentar e da magnitude da pré-tensão de fixação do enxerto no osso.

Com base na validação do modelo proposto, considerando os resultados experimentais e os do modelo *1-DOF 5-5*, pode ser observado que o modelo *1-DOF 5-5* atingiu resultados cinemáticos mais próximos aos experimentais, obtendo-se na sequencia resultados da força *in situ* também mais próximos aos experimentais. Portanto, pode ser afirmado que desde que os resultados da modelagem cinemática sejam mais precisos, os resultados da modelagem estática serão também mais precisos (em particular da força *in situ* do LCA). Isto evidencia a interdependência entre a estática e a cinemática do modelo, e a importância da precisão da modelagem cinemática.

Considerando que a maior diferença entre os *PG* do modelo proposto e os *PG* do modelo *1-DOF 5-5*, não ultrapassam os 0,8mm, ambos modelos podem ser considerados muito parecidos na geometria. Mas os resultados das forças e dos movimentos que ambos modelos desenvolvem são diferentes ¹. Portanto, pode ser afirmado que as forças e os movimentos dos modelos são altamente sensíveis a pequenas variações da geometria. No âmbito clínico, isto se traduz em que pequenas variações na localização (ou tamanho) do enxerto de substituição ligamentar pode trazer grandes alterações nas forças *in situ* e na cinemática da articulação. O mesmo aplica-se para o projeto de prótese, onde pequenas variações na geometria a prótese resultariam em grandes alterações na cinemática e estática do joelho.

Em relação à validação do modelo cinemático proposto, pode ser afirmado que a diferença entre os dados simulados e experimentais pode ser reduzida diminuindo o erro admissível (*VTR*) para a Função Objetivo, mas isto levaria um tempo maior para a convergência.

O maior tempo necessário para convergência da *ED* no método proposto, é devido aos amplos domínios de busca ajustados. Esse maior tempo necessário é compensado pelo o alto tempo poupado em relação aos extensos procedimentos experimentais utilizados em (PARENTI-CASTELLI; SANCISI, 2013; WILSON; O'CONNOR, 1997; WILSON et al., 1998; HUSON et al., 1989; DIGREGORIO; PARENTI-CASTELLI, 2006; PARENTI-CASTELLI et al., 2004; SANCISI; PARENTI-CASTELLI, 2011a, 2010, 2011b; SANCISI et al., 2011; ANDRIACCHI et al., 1983; WISMANS et al., 1980; ABDEL-RAHMAN; HEFZY, 1993; TUMER; ENGIN, 1993; OLANLOKUN; WILLS, 2002; SHELBURNE; PANDY, 1997). Esses procedimentos experimentais são realizados para estimar um valor inicial de solução, necessário como dado de entrada para método de otimização por algoritmos genéticos e de *quase-Newton*, onde tem de ser obtidas as posições exatas das

¹O modelo proposto permite a análise de uma maior amplitude do movimento.

fibras isométricas ligamentares e os de centros condilares, a partir de um joelho cadavérico. Na *ED* aplica-se um amplo domínio de busca, abrangendo essas regiões de interesse (sem ter que introduzir a localização exata das fibras isométricas ou dos centros condilares), encontrando uma solução mas poupando extensas seções experimentais, e inclusive podendo ser aplicável em pessoas vivas pois os domínios de busca podem ser obtidos via ressonâncias magnéticas ou outros exames.

Contudo, observa-se que devem ser realizadas melhorias no algoritmo de otimização proposto, para diminuir o tempo de convergência e atingir um modelo cinemático mais preciso.

Em relação à modelagem estática bidimensional apresentada em (PONCE-SALDIAS et al., 2013) e em (PONCE-SALDIAS et al., 2013) (Figura 4.2), pode ser verificado que as forças *in situ* no LCA simuladas possuem uma forma de linha reta diagonal, mas não acompanha a forma convexa da curva experimental, próximo dos 15° de flexão. Neste sentido, os resultados das forças *in situ* simulados na presente tese, apresentam esta convexidade (Figura 5.27), confirmando que um modelo espacial é mais representativo que um modelo bidimensional.

6.1 TRABALHOS FUTUROS

- Obter uma função objetivo que integre critérios cinemáticos e estáticos, para a otimização do modelo.
- Analisar um modelo do joelho para hiperextensão.
- Aplicar a metodologia proposta em um sujeito, implementando as sessões experimentais específicas para análise geométrica e análise cinemática.
- Diminuir o tempo de convergência do algoritmo de otimização proposto e atingir um modelo cinemático mais preciso.

6.2 APLICAÇÕES QUE PODEM SER REALIZADAS A PARTIR DA METODOLOGIA PROPOSTA

- Aplicar a metodologia no projeto de prótese, projeto de órtese, cirurgias de osteotomia.
- Modelar outras articulações do corpo humano.

- Determinação do melhor ponto de inserção do enxerto de LCA, mas em uma localização diferente à de inserção natural: por ajuste dos domínios de busca em lugares diferentes dos de inserção natural, e penalizando com valores altos à Função Objetivo nas áreas de inserção natural do ligamento.
- Representar com estruturas mecânicas um maior número de estruturas anatômicas.
- Representar o LCA como 2 elos, possibilitando a simulação de:
 - A dupla banda de um LCA intacto composto pela banda antero-medial (AM) e a posterior-lateral (PL), como mostrado na Figura 6.1.
 - A reconstrução do LCA por enxertos mediante a técnica cirúrgica de dupla banda, como mostrado na Figura 6.2.
 - Simulação mecânica do rompimento de uma das bandas (Figura 6.3).

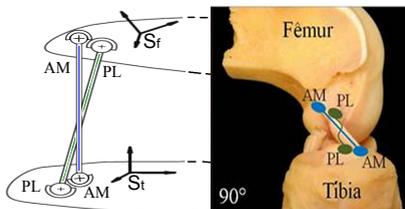


Figura 6.1 – Representação mecânica e orgânica da dupla banda de um LCA intacto.

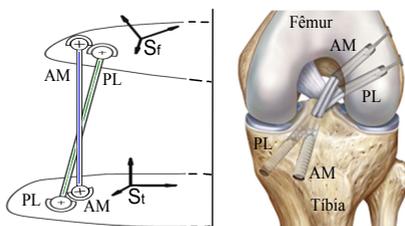


Figura 6.2 – Representação mecânica e orgânica da reconstrução do LCA pela técnica cirúrgica de dupla banda.

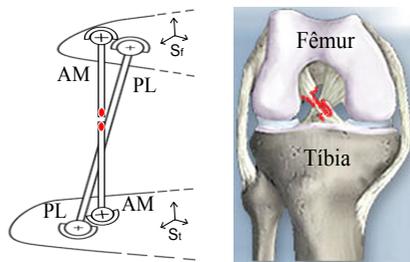


Figura 6.3 – Representação mecânica e orgânica do rompimento da banda anterior-medial (AM) do LCA.

- Incluir cadeias cinemáticas virtuais para forçar trajetórias, ou para representação de músculos com forças ativas, cargas externas e peso próprio (Figura 6.4).

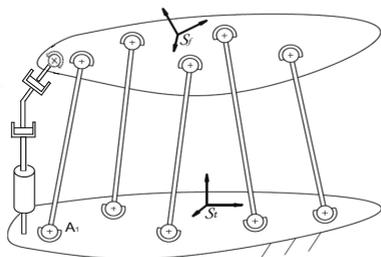


Figura 6.4 – Inclusão de cadeias virtuais para representação de cargas ativas ou para impor trajetórias.

- Determinar as deformações dos ligamentos, considerando as forças suportadas e a constante elástica.
- Modelagem de estruturas variáveis nas articulações do mecanismo: A Figura 6.5 apresenta o conceito de inclusão de estruturas que operem unicamente em tração e outras que operem unicamente em compressão. Assim estas estruturas poderiam ser ativadas e desativadas em faixas específicas da flexão do joelho. Isto é inédito, pois nos modelos atuais as estruturas são perenes. O novo conceito se assemelha aos mecanismos biológicos do joelho, pois em função da carga e do ângulo de flexão do joelho algumas estruturas podem ser solicitadas em tração

enquanto que outras estão sendo solicitadas em compressão, e podem também não ser solicitadas.

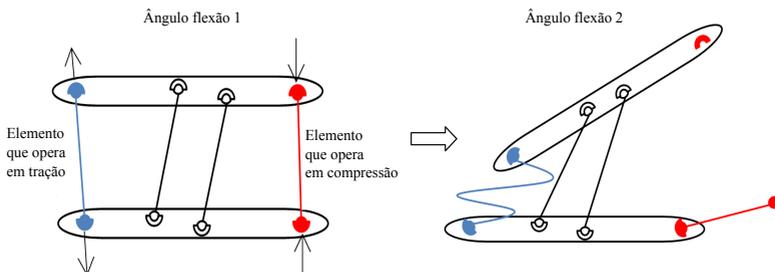


Figura 6.5 – Modelagem de estruturas variáveis, onde elementos específicos são ativados em tração ou compressão dependendo do ângulo de flexão.

6.3 TRABALHO EM ANDAMENTO: APLICAÇÃO MÉDICA

Entrevistas com cirurgiões ortopédicos do Hospital Universitário da Universidade Federal de Santa Catarina, evidenciaram uma nova questão por resolver: determinar a posição dos dois furos na tíbia e dos dois furos no fêmur² que permitam a fixação das duas bandas de enxerto de substituição de LCA, pela técnica de banda dupla (parte direita da Figura 6.2), de maneira que a força *in situ* desenvolvida pelo enxerto seja similar à desenvolvida por um LCA intacto. Para determinar as posições de estes quatro furos, deve ser realizada uma reimplementação do algoritmo de otimização e proposto um novo modelo mecânico como o apresentado na parte esquerda da Figura 6.2, onde o LCA esteja formado por dois elos (duas bandas).

Considera-se a implementação da metodologia no Laboratório de Engenharia Biomecânica, com seções experimentais e validações experimentais dos resultados.

²Deve ser considerado que a técnica de substituição do LCA por banda dupla, precisa de quatro furos: dois tíbiais e dois femorais.

REFERÊNCIAS

- ABDEL-RAHMAN, E.; HEFZY, M. S. A two-dimensional dynamic anatomical model of the human knee joint. *Journal of biomechanical engineering*, American Society of Mechanical Engineers, v. 115, n. 4A, p. 357–365, 1993.
- ADACHI, N.; OCHI, M.; UCHIO, Y.; IWASA, J.; KURIWAKA, M.; ITO, Y. Reconstruction of the anterior cruciate ligament: single-versus double-bundle multistranded hamstring tendons. *Journal of Bone and Joint Surgery-British Volume*, JBJS (Br), v. 86, n. 4, p. 515, 2004.
- AKYAR, B. Dual quaternions in spatial kinematics in an algebraic sense. *Turk J Math*, Vol.32, p. pp.272–391, 2008.
- ANDRIACCHI, T.; MIKOSZ, R.; HAMPTON, S.; GALANTE, J. Model studies of the stiffness characteristics of the human knee joint. *Journal of Biomechanics*, Elsevier, v. 16, n. 1, p. 23–29, 1983.
- ASAHINA, S.; MUNETA, T.; ISHIBASHI, T.; YAMAMOTO, H. Effects of knee flexion angle at graft fixation on the outcome of anterior cruciate ligament reconstruction. *Arthroscopy: The Journal of Arthroscopic & Related Surgery*, Elsevier, v. 12, n. 1, p. 70–75, 1996.
- AU, A.; RASO, V.; LIGGINS, A.; OTTO, D.; AMIRFAZLI, A. A three-dimensional finite element stress analysis for tunnel placement and buttons in anterior cruciate ligament reconstructions. *Journal of biomechanics*, Elsevier, v. 38, n. 4, p. 827–832, 2005.
- AYDIN, Y.; KUCUK, S. Quaternion based inverse kinematics for industrial robot manipulators with euler wrist. *IEEE*, n. 1-4244-9713-4/06, p. 581–586, 2006.
- AZMY, E. Exact solution of inverse kinematic problem of 6r serial manipulators using clifford algebra. *Robotica - Cambridge*, v. 30, n. 3, p. 1–6, July 2012.
- BAHRAMINASAB, M.; SAHARI, B.; HASSAN, M.; ARUMUGAM, M. Finite element analysis of the effect of shape memory alloy on the stress distribution and contact pressure in total knee replacement. *Trends in Biomaterials & Artificial Organs*, n. 0, 2010.

- BALL, S. *A Treatise on the Theory of Screws*. [S.l.]: Cambridge Univ Pr, 1900.
- BARTLETT, E. Arthroscopic repair and augmentation of the anterior cruciate ligament in cadaver knees. *Clinical Orthopaedics and Related Research*, v. 172, p. 107, 1983.
- BEATTY, J. Knee and leg: soft tissue trauma orthopaedic knowledge update. *American Academy of Orthopaedic Surgeons*, v. 6, p. 533, 1999.
- BENDJABALLAH, M.; SHIRAZI-ADL, A.; ZUKOR, D. Finite element analysis of human knee joint in varus-valgus. *Clinical Biomechanics*, Elsevier, v. 12, n. 3, p. 139–148, 1997.
- BENNETT, C.; CHEBLI, C. Knee arthroscopy. *Arthroscopy*, v. 19, n. 7, p. 771–776, 2003.
- BERNARD, M.; HERTEL, P.; HORNUNG, H.; CIERPINSKI, T. et al. Femoral insertion of the acl. radiographic quadrant method. *The American journal of knee surgery*, v. 10, n. 1, p. 14, 1997.
- BOUGHERARA, H.; MAHBOOB, Z.; MIRIC, M.; YOUSSEF, M. Finite element investigation of hybrid and conventional knee implants. *International Journal of Engineering (IJE)*, v. 3, n. 3, p. 257, 2009.
- BOYLAN, D.; GREIS, P.; WEST, J.; BACHUS, K.; BURKS, R. Effects of initial graft tension on knee stability after anterior cruciate ligament reconstruction using hamstring tendons: a cadaver study. *Arthroscopy: The Journal of Arthroscopic & Related Surgery*, Elsevier, v. 19, n. 7, p. 700–705, 2003.
- BROWN, J. C.; WILSON, D.; HECKER, A.; FERRAGAMO, M. Graft-bone motion and tensile properties of hamstring and patellar tendon anterior cruciate ligament femoral graft fixation under cyclic loading. *Arthroscopy: The Journal of Arthroscopic & Related Surgery*, Elsevier, v. 20, n. 9, p. 922–935, 2004.
- BUONCRISTIANI, A.; TJOUMAKARIS, F.; STARMAN, J.; FERRETTI, M.; FU, F. Anatomic double-bundle anterior cruciate ligament reconstruction. *Arthroscopy: The Journal of Arthroscopic & Related Surgery*, Elsevier, v. 22, n. 9, p. 1000–1006, 2006.
- CAILLIET, R.; DOLOROSAS, S. *Joelho: dor e incapacidade*. [S.l.]: Rio de Janeiro, Manole, 1976.

CAMPOS, A. *Cinemática diferencial de manipuladores empregando cadeias virtuais*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, 2004.

CAZANGI, H. R. *Aplicação do método de Davies para análise cinemática e estática de mecanismos com múltiplos graus de liberdade*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, 2008.

CHOU, J. C. K. Quaternion kinematic and dynamic differential equations. *IEEE transactions on robotics and automation*, v. 8, n. 1, p. 53–64, 1992.

CONNOR, J. O.; SHERCLIFF, T.; FITZPATRICK, D.; BIDEN, E.; GOODFELLOW, J. et al. *Mechanics of the knee*. [S.l.]: Raven Press: New York, 1990.

DANGELO, J. *Anatomia básica dos sistemas orgânicos: com a descrição dos ossos, juntas, músculos, vasos e nervos*. [S.l.]: Livraria Atheneu, 1984.

DAVIES, T. Kirchhoff's circulation law applied to multi-loop kinematic chains. *Mechanism and machine theory*, Elsevier, v. 16, n. 3, p. 171–183, 1981.

DAVIES, T. Circuit actions attributable to active couplings. *Mechanism and machine theory*, Elsevier, v. 30, n. 7, p. 1001–1012, 1995.

DAVIES, T. Freedom and constraint in coupling networks. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, SAGE Publications, v. 220, n. 7, p. 989–1010, 2006.

DI-GREGORIO, R.; PARENTI-CASTELLI, V. A spatial mechanism with higher pairs for modelling the human knee joint. *Journal of biomechanical engineering*, v. 125, p. 232, 2003.

DI-GREGORIO, R.; PARENTI-CASTELLI, V. Parallel mechanisms for knee orthoses with selective recovery action. *Advances in Robot Kinematics*, Springer, p. 167–176, 2006.

DONAHUE, T.; HULL, M. et al. A finite element model of the human knee joint for the study of tibio-femoral contact. *Journal of biomechanical engineering*, v. 124, p. 273, 2002.

FEIKES, J. Articular surface representation in a 3-d model of knee mobility. *Journal of Biomechanics*, Elsevier, v. 31, n. 1001, p. 148–148, 1998.

FEIKES, J. *The mobility and stability of the human knee joint*. Tese (Doutorado) — Oxford Univ. (United Kingdom), 1999.

FEIKES, J.; O'CONNOR, J.; ZAVATSKY, A. A constraint-based approach to modelling the mobility of the human knee joint. *Journal of biomechanics*, Elsevier, v. 36, n. 1, p. 125–129, 2003.

FETTO, J.; MARSHALL, J. The natural history and diagnosis of anterior cruciate ligament insufficiency. *Clinical Orthopaedics and Related Research*, v. 147, p. 29, 1980.

FORSSBLAD, M.; VALENTIN, A.; ENGSTRÖM, B.; WERNER, S. Acl reconstruction: patellar tendon versus hamstring grafts economical aspects. *Knee Surgery, Sports Traumatology, Arthroscopy*, Springer, v. 14, n. 6, p. 536–541, 2006.

FUJIE, H.; LIVESAY, G. A.; FUJITA, M.; WOO, S. L. Forces and moments in six-dof at the human knee joint: mathematical description for control. *Journal of biomechanics*, Elsevier, v. 29, n. 12, p. 1577–1585, 1996.

FUSS, F. Anatomy of the cruciate ligaments and their function in extension and flexion of the human knee joint. *American journal of anatomy*, Wiley Online Library, v. 184, n. 2, p. 165–176, 1989.

GABRIEL, M.; WONG, E.; WOO, S.; YAGI, M.; DEBSKI, R. et al. Distribution of in situ forces in the anterior cruciate ligament in response to rotatory loads. *Journal of orthopaedic research*, Wiley Online Library, v. 22, n. 1, p. 85–89, 2004.

GAN, D.; LIAO, Q.; WEI, S.; DAI, J. S.; QIAO, S. Dual quaternion-based inverse kinematics of the general spatial 7r mechanism. *Journal of Mechanical Engineering Science*, n. Part C, 2008. Disponível em: <<http://pic.sagepub.com/content/222/8/1593>>.

GARDINER, J.; WEISS, J. Subject-specific finite element analysis of the human medial collateral ligament during valgus knee loading. *Journal of orthopaedic research*, Wiley Online Library, v. 21, n. 6, p. 1098–1106, 2003.

GILL, H.; O'CONNOR, J. Biarticulating two-dimensional computer model of the human patellofemoral joint. *Clinical Biomechanics*, Elsevier, v. 11, n. 2, p. 81–89, 1996.

GLOVER, F.; LAGUNA, M. *Tabu search*. [S.l.]: Kluwer Academic Pub, 1998.

GODEST, A.; BEAUGONIN, M.; HAUG, E.; TAYLOR, M.; GREGSON, P. Simulation of a knee joint replacement during a gait cycle using explicit finite element analysis. *Journal of biomechanics*, Elsevier, v. 35, n. 2, p. 267–275, 2002.

GOLDBERG, D. *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning*. [S.l.]: Addison-wesley, 1989.

GOLDBLATT, J.; FITZSIMMONS, S.; BALK, E.; RICHMOND, J. Reconstruction of the anterior cruciate ligament: meta-analysis of patellar tendon versus hamstring tendon autograft. *Arthroscopy: The Journal of Arthroscopic & Related Surgery*, Elsevier, v. 21, n. 7, p. 791–803, 2005.

GOLLOGLY, S.; SMITH, J. T.; WEST, H. S. *ACL solutions.com: ACL knee surgery explained*. 1355 Piccard Drive, Rockville, MD 20850-4315, abril 2011. Documento online. Disponível em: <<http://www.aclsolutions.com>>.

GOODFELLOW, J.; O'CONNOR, J. The mechanics of the knee and prosthesis design. *Journal of Bone and Joint Surgery-British Volume*, JBJS (Br), v. 60, n. 3, p. 358, 1978.

GOUASMI, M. O. M.; BRAHIM, F. Robot kinematics using dual quaternions. *IJRA*, v. 1, n. 1, p. 13–30, March 2012.

GROOD, E. S.; SUNTAY, W. J. A joint coordinate system for the clinical description of three-dimensional motions: application to the knee. *Journal of biomechanical engineering*, v. 105, n. 2, p. 136, 1983.

GUO, Y.; ZHANG, X.; CHEN, W. Three-dimensional finite element simulation of total knee joint in gait cycle. *Acta Mechanica Solida Sinica*, Elsevier, v. 22, n. 4, p. 347–351, 2009.

HALLORAN, J.; PETRELLA, A.; RULLKOETTER, P. Explicit finite element modeling of total knee replacement mechanics. *Journal of biomechanics*, Elsevier, v. 38, n. 2, p. 323–331, 2005.

HAMILL, J.; KNUTZEN, K. *Biomechanical basis of human movement*. Wolters Kluwer Health/Lippincott Williams and Wilkins, 2009. ISBN 9780781791281. Disponível em: <<http://books.google.com/books?id=uIIZQAACA AJ>>.

HASHMI, A. Statistical comparison of customized and traditional knee implants using finite element analyses. Wichita State University, 2007.

HEFZY, M.; GROOD, E. Review of knee models. *Applied Mechanics Reviews*, v. 41, p. 1, 1988.

- HONL, M.; CARRERO, V.; HILLE, E.; SCHNEIDER, E.; MORLOCK, M. Bone-patellar tendon-bone grafts for anterior cruciate ligament reconstruction. *The American Journal of Sports Medicine*, American Orthopaedic Society for Sports Medicine, v. 30, n. 4, p. 549, 2002.
- HORN, B. K. P. Closed-form solution of absolute orientation using quaternions. *Optical Society of America*, v. 4, n. 4, p. 629–642, April 1987.
- HOWARD, R.; ROSVOLD, J.; DARCY, S.; CORR, D.; SHRIVE, N.; TAPPER, J.; RONSKY, J.; BEVERIDGE, J.; MARCHUK, L.; FRANK, C. et al. Reproduction of in vivo motion using a parallel robot. *Journal of biomechanical engineering*, v. 129, p. 743, 2007.
- HUSON, A.; SPOOR, C.; VERBOUT, A. A model of the human knee, derived from kinematic principles and its relevance for endoprosthesis design. *Acta Morphologica Neerlandica-Scandinavica*, v. 27, p. 45–62, 1989.
- IMRAN, A.; HUSS, R.; HOLSTEIN, H.; O’CONNOR, J. The variation in the orientations and moment arms of the knee extensor and flexor muscle tendons with increasing muscle force: a mathematical analysis. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H: Journal of Engineering in Medicine*, Sage Publications, v. 214, n. 3, p. 277, 2000.
- INGRASSIA, T.; NALBONE, L.; NIGRELLI, V.; TUMINO, D.; RICOTTA, V. Structural analysis of a posterior stability total knee joint replacement. In: IMPROVE 2011. *International conference on Innovative Methods in Product Design 2011*. [S.l.], 2011. p. 707–713.
- INSTITUTE, S. C. O. *Reconstruction of the Anterior Cruciate Ligament (ACL)*. 6815 Noble Avenue, Van Nuys, California 91405, abril 2010. Disponível em: <<http://www.scoi.com/acltrecon.htm>>.
- JIN, D.; ZHANG, R.; DIMO, H.; WANG, R.; ZHANG, J. Kinematic and dynamic performance of prosthetic knee joint using six-bar mechanism. *Journal of rehabilitation research and development*, REHABILITATION RESEARCH & DEVELOPMENT SERVICE, v. 40, n. 1, p. 39–48, 2003.
- JOHNSON, G.; TRAMAGLINI, D.; LEVINE, R.; OHNO, K.; CHOI, N. et al. Tensile and viscoelastic properties of human patellar tendon. *Journal of Orthopaedic Research*, Wiley Online Library, v. 12, n. 6, p. 796–803, 1994.
- JUNIOR, M. T. *Construção e validação qualitativa de um modelo de elementos finitos para a simulação mecânica do joelho humano*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, 2006.

JUNIOR, M. T.; FANCELLO, E.; ROESLER, C.; MORE, A. Three-dimensional numerical simulation of human knee joint mechanics. *Acta Ortopédica Brasileira*, SciELO Brasil, v. 17, n. 2, p. 18–23, 2009.

KAPANDJI, A. et al. *Fisiologia articular*. [S.l.]: Editorial Médica Panamericana, 2000. 98 p.

KIRITSIS, P. *Knee disorders: A Patient's Guide to Hamstring Tendon Graft Reconstruction of the ACL*. 13700 St. Francis Blvd. Suite 103, Midlothian, VA 23114, abril 2001. Documento online. Disponível em: <<http://www.kneeandshouldersurgery.com/knee-disorders/acl-hamstring-graft.html>>.

KORDAY, S. *Anterior Cruciate Ligament Tears*. BOMBAY HOSPITAL, Room No.211, 2nd Floor New Wing Building, Marine lines, abril 2010. Documento online. Disponível em: <<http://www.jointsurgery.in/knee-arthoscopy/anterior-cruciate-ligament-acl-tears/>>.

KUIPERS, J. B. *Quaternions and Rotation Sequences*. [S.l.]: Princeton University Press, 1999. ISBN 0691058725.

KUROSAKA, M.; YOSHIYA, S.; ANDRISH, J. et al. A biomechanical comparison of different surgical techniques of graft fixation in anterior cruciate ligament reconstruction. *The American journal of sports medicine*, American Orthopaedic Society for Sports Medicine, v. 15, n. 3, p. 225, 1987.

LAMBERT, K. Vascularized patellar tendon graft with rigid internal fixation for anterior cruciate ligament insufficiency. *Clinical Orthopaedics and Related Research*, v. 172, p. 85, 1983.

LARSON, R. Combined instabilities of the knee. *Clinical Orthopaedics and Related Research*, v. 147, p. 68, 1980.

L.H., D.; CHARLES, H.; MARK, E.; AARON, T.; WILSON, C. Hamstring tendon grafts for reconstruction of the anterior cruciate ligament: Biomechanical evaluation of the use of multiple strands and tensioning techniques*. *The Journal of Bone and Joint Surgery (American)*, The Journal of Bone and Joint Surgery, v. 81, n. 4, p. 549–57, 1999.

LI, G.; KOZANEK, M.; HOSSEINI, A.; LIU, F.; VELDE, S.; RUBASH, H. New fluoroscopic imaging technique for investigation of 6dof knee kinematics during treadmill gait. *Journal of orthopaedic surgery and research*, Springer, v. 4, n. 1, p. 1–5, 2009.

- LOH, J.; FUKUDA, Y.; TSUDA, E.; STEADMAN, R.; FU, F.; WOO, S. Knee stability and graft function following anterior cruciate ligament reconstruction: Comparison between 11 o'clock and 10 o'clock femoral tunnel placement. *Arthroscopy: The Journal of Arthroscopic & Related Surgery*, Elsevier, v. 19, n. 3, p. 297–304, 2003.
- MA, C.; PAPAGEOGIOU, C.; DEBSKI, R.; WOO, S. Interaction between the acl graft and mcl in a combined acl+ mcl knee injury using a goat model. *Acta Orthopaedica*, Informa UK Ltd UK, v. 71, n. 4, p. 387–393, 2000.
- MADGWICK, S. An efficient orientation filter for inertial and inertial/magnetic sensor arrays. *Report x-io and University of Bristol (UK)*, 2010.
- MADGWICK, S.; HARRISON, A.; VAIDYANATHAN, R. Estimation of imu and marg orientation using a gradient descent algorithm. In: IEEE. *Rehabilitation Robotics (ICORR), 2011 IEEE International Conference on*. [S.l.], 2011. p. 1–7.
- MAE, T.; SHINO, K.; MIYAMA, T.; SHINJO, H.; OCHI, T.; YOSHIKAWA, H.; FUJIE, H. Single-versus two-femoral socket anterior cruciate ligament reconstruction technique. *Arthroscopy: The Journal of Arthroscopic & Related Surgery*, Elsevier, v. 17, n. 7, p. 708–716, 2001.
- MEDICAL, C. *Cayenne Medical: Knee*. CAYENNE MEDICAL, INC. 16597 N. 92nd St., Suite 101, Scottsdale, AZ 85260, março 2012. Documento online. Disponível em: <<http://cayennemedical.com>>.
- MEJIA, L.; SIMAS, H.; MARTINS, D. Force capability maximization of a 3rrr symmetric parallel manipulator by topology optimization. In: ABCM. *22nd International Congress of Mechanical Engineering COBEM 2013*. [S.l.], 2013. p. 215–225.
- MENSCHIK, A. Mechanik des kniegelenkes, 1. teil. *Z Orthop*, v. 112, p. 481–495, 1974.
- MIYASAKA, K.; DANIEL, D.; STONE, M.; HIRSHMAN, P. The incidence of the knee of ligament injuries in the general population. *The American Journal of Surgery*, v. 4, p. 3–8, 1991.
- MOZZI, G. *Discorso matematico sopra il rotamiento momentaneo dei corpi*. Naples: Stamperia di Donato Campo, 1763.
- NETTER, F. MD. *Atlas de Anatomia Humana*. [S.l.: s.n.], 1996.

NOYES, F.; MANGINE, R.; BARBER, S. Early knee motion after open and arthroscopic anterior cruciate ligament reconstruction. *The American journal of sports medicine*, American Orthopaedic Society for Sports Medicine, v. 15, n. 2, p. 149, 1987.

O'CONNOR, J.; SHERCLIFF, T.; BIDEN, E.; GOODFELLOW, J. The geometry of the knee in the sagittal plane. *ARCHIVE: Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H: Journal of Engineering in Medicine 1989-1996 (vols 203-210)*, Prof Eng Publishing, v. 203, n. 48, p. 223–233, 1989.

OLANLOKUN, K.; WILLS, D. A spatial model of the knee for the preoperative planning of knee surgery. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H: Journal of Engineering in Medicine*, Sage Publications, v. 216, n. 1, p. 63, 2002.

OSMAN, I.; KELLY, J. *Meta-heuristics: theory & applications*. [S.l.]: Springer, 1996.

OTTOBONI, A.; PARENTI-CASTELLI, V.; LEARDINI, A. On the limits of the articular surface approximation of the human knee passive motion models. In: *Proceedings of the 17th AIMeTA Congress of Theoretical and Applied Mechanics, Firenze, Italy*. [S.l.: s.n.], 2005.

OTTOBONI, A.; PARENTI-CASTELLI, V.; LEARDINI, A. On the limits of the articular surface approximation of the human knee passive motion models. In: *Proceedings of the 17th AIMeTA Congress of Theoretical and Applied Mechanics, Firenze, Italy*. [S.l.: s.n.], 2005.

PARENTI-CASTELLI, V. *Modelling human joints*. [S.l.], 2010.

PARENTI-CASTELLI, V.; DI-GREGORIO, R. Parallel mechanisms applied to the human knee passive motion simulation. *Advances in Robot Kinematics*, Kluwer Academic Publishers, The Netherlands, ISBN: 0-7923-6426-0, p. 333–344, 2000.

PARENTI-CASTELLI, V.; LEARDINI, A.; DI-GREGORIO, R.; O'CONNOR, J. On the modeling of passive motion of the human knee joint by means of equivalent planar and spatial parallel mechanisms. *Autonomous Robots*, Springer, v. 16, n. 2, p. 219–232, 2004.

PARENTI-CASTELLI, V.; SANCISI, N. Mechanisms synthesis form modeling human movement (synthesis of spatial mechanisms for the modelling of human joints). In: . [S.l.: s.n.], 2012. p. 1–28.

PARENTI-CASTELLI, V.; SANCISI, N. Synthesis of spatial mechanisms to model human joints. In: *21st Century Kinematics*. [S.l.]: Springer, 2013. p. 49–84.

PAVAN, R. B. Monografia, *Análise dinâmica de corpos rígidos aplicada ao projeto de uma prótese para artroplastia total de joelho*. 2010.

PENA, E.; CALVO, B.; MARTINEZ, M.; PALANCA, D.; DOBLARÉ, M. Influence of the tunnel angle in acl reconstructions on the biomechanics of the knee joint. *Clinical Biomechanics*, Elsevier, v. 21, n. 5, p. 508–516, 2006.

PIEDEDE, S.; MUNHOZ, R.; CAVENAGHI, G.; MIRANDA, J.; MISCHAN, M. Reconstrução do lcp do joelho: técnica de fixação no leito tibial. *Acta ortop. bras*, v. 14, n. 2, p. 92–96, 2006.

PLAWESKI, S. *Technique of anterior cruciate ligament reconstruction using pes anserinus tendons*. 2009. Documento online. Disponível em: <<http://www.maitrise-orthop.com/corpusmaitri/orthopaedic/95/plaweski/plaweskus.shtml>>.

PONCE-SALDIAS, D.; MARTINS, D.; ROESLER, C. R. M.; ROSA, F.; MORE, A. Modeling of human knee joint in sagittal plane considering elastic behavior of cruciate ligaments. In: *22st International Congress of Mechanical Engineering - COBEM, 2013, Ribeirao Preto, Sao Paulo. Proceedings of the 22st International Congress of Mechanical Engineering*. [S.l.: s.n.], 2013.

PONCE-SALDIAS, D.; RADAVELLI, L.; ROESLER, C. R. M.; MARTINS, D. Kinematic synthesis of the passive human knee joint by differentialevolution and quaternions algebra: a preliminary study. In: *IEEE International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics, BioRob2014*. [S.l.: s.n.], 2014.

PONCE-SALDIAS, D.; ROESLER, C. R. de M.; MARTINS, D. A human knee joint model based on screw theory and its relevance for preoperative planning. *Mecânica Computacional, Volume XXXI. Number 24. Computational Modeling in Bioengineering and Biomedical Systems (B)*, p. 3847–3871, 2013.

PREVIGLIANO, J. Evaluacion de los angulos de los tuneles tibial y femoral por resonancia magnetica nuclear en la reconstruccion con banda simple del ligamento cruzado anterior; assessment of the femoral and tibial tunnels angles by mri in a single bundle acl reconstruction. *Arthrosc.(B. Aires)*, v. 17, n. 2, p. 157–162, 2010.

PUTZ, R.; PABST, R.; PUTZ, R.; BEDOUI, S. *Sobotta: Atlas of Human Anatomy: Head, Neck, Upper Limb, Thorax, Abdomen, Pelvis, Lower Limb*. [S.l.]: Elsevier/Urban & Fischer, 2008.

RADAVELLI, L.; SIMONI, R.; PIERI, E. R. D.; MARTINS, D. A comparative study of the kinematics of robot manipulators by Denavit-Hartenberg and dual quaternion. *Mecánica Computacional*, Vol.XXXI, p. pp.2833–2848, Noviembre 2012.

ROWDEN, N.; SHER, D.; ROGERS, G.; SCHINDHELM, K. Anterior cruciate ligament graft fixation. *The American journal of sports medicine*, American Orthopaedic Society for Sports Medicine, v. 25, n. 4, p. 472, 1997.

SALAMIN, E. *Application of Quaternions to Computation with Rotations, Internal Workin Paper*. junho 1979. Documento online. Disponível em: <<<http://people.csail.mit.edu>>>.

SANCISI, N.; PARENTI-CASTELLI, V. A 1 dof parallel spherical wrist for the modelling of the knee passive motion. *Mechanism and Machine Theory*, v. 45, n. 3, p. 658–665, 2010.

SANCISI, N.; PARENTI-CASTELLI, V. A novel 3d parallel mechanism for the passive motion simulation of the patella-femur-tibia complex. *Meccanica*, Springer, p. 1–14, 2011.

SANCISI, N.; PARENTI-CASTELLI, V. A sequentially-defined stiffness model of the knee. *Mechanism and Machine Theory*, Elsevier, 2011.

SANCISI, N.; ZANNOLI, D.; PARENTI-CASTELLI, V.; BELVEDERE, C.; LEARDINI, A. A one-degree-of-freedom spherical mechanism for human knee joint modelling. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H: Journal of Engineering in Medicine*, SAGE Publications, v. 225, n. 8, p. 725–735, 2011.

SARIYILDIZ, E.; TEMELTAS, H. Solution of inverse kinematic problem for serial robot using dual quaternions and plucker coordinates. *IEEE*, p. 338–343, July 2009.

SHELBOURNE, K.; KLOOTWYK, T.; WILCKENS, J.; CARLO, M. D. et al. Ligament stability two to six years after anterior cruciate ligament reconstruction with autogenous patellar tendon graft and participation in accelerated rehabilitation program. *The American journal of sports medicine*, American Orthopaedic Society for Sports Medicine, v. 23, n. 5, p. 575, 1995.

SHELBOURNE, K.; NITZ, P. Accelerated rehabilitation after anterior cruciate ligament reconstruction. *The American journal of sports medicine*, American Orthopaedic Society for Sports Medicine, v. 18, n. 3, p. 292, 1990.

SHELBURNE, K. B.; PANDY, M. G. A musculoskeletal model of the knee for evaluating ligament forces during isometric contractions. *Journal of Biomechanics*, Elsevier, v. 30, n. 2, p. 163–176, 1997.

SHI, J. *Finite element analysis of total knee replacement considering gait cycle load and malalignment*. Tese (Doutorado) — University of Wolverhampton, 2007.

SOMMER, C.; FRIEDERICH, N.; MÜLLER, W. Improperly placed anterior cruciate ligament grafts: correlation between radiological parameters and clinical results. *Knee Surgery, Sports Traumatology, Arthroscopy*, Springer, v. 8, n. 4, p. 207–213, 2000.

SOUDAN, K.; AUDEKERCKE, R. V.; MARTENS, M. Methods, difficulties and inaccuracies in the study of human joint kinematics and pathokinematics by the instant axis concept. example: the knee joint. *Journal of Biomechanics*, Elsevier, v. 12, n. 1, p. 27–33, 1979.

SPORTKLINIK, A. *Anterior Cruciate Ligament - Surgical Techniques*. Rastatter Str. 17-19, 75179 Pforzheim, Germany, março 2012. Documento online. Disponível em: <<http://www.sportklinik-germany.com/operative-spectrum/knee/anterior-cruciate-ligament/surgical-techniques.html>>.

STORN, R.; PRICE, K. Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. *Journal of global optimization*, Springer, v. 11, n. 4, p. 341–359, 1997.

STRASSER, H. *Lehrbuch der Muskel-und Gelenkmechanik*. [S.l.]: Springer, 1908.

TODO, M.; NAGAMINE, R.; YAMAGUCHI, S. Stress analysis of ps type knee prostheses under deep flexion. *Journal of Biomechanical Science and Engineering*, J-STAGE, v. 2, n. 4, p. 237–245, 2007.

TORRY, M.; SHELBURNE, K.; PETERSON, D.; GIPHART, J.; KRONG, J.; MYERS, C.; STEADMAN, J.; WOO, S. *Knee kinematic profiles during drop landings: a biplane fluoroscopy study*. [S.l.], 2011. v. 43, n. 3, 533 p.

TSAI, L. *Robot analysis: the mechanics of serial and parallel manipulators*. [S.l.]: Wiley-Interscience, 1999.

TSAI, L. *Mechanism design: enumeration of kinematic structures according to function*. [S.l.]: CRC, 2001.

TSUDA, E.; FUKUDA, Y.; LOH, J.; DEBSKI, R.; FU, F.; WOO, S. The effect of soft-tissue graft fixation in anterior cruciate ligament reconstruction on graft-tunnel motion under anterior tibial loading. *Arthroscopy: The Journal of Arthroscopic & Related Surgery*, Elsevier, v. 18, n. 9, p. 960–967, 2002.

TUMER, S. T.; ENGIN, A. E. Three-body segment dynamic model of the human knee. *Journal of biomechanical engineering*, American Society of Mechanical Engineers, v. 115, n. 4A, p. 350–356, 1993.

VLADIMIR, M.; CHRISTIAN, L.; ARVYDAS, U.; STEVEN, A.; SAVIO, L.; FREDDIE, H.; JOHNNY, H. et al. Enhancement of tendon-bone integration of anterior cruciate ligament grafts with bone morphogenetic protein-2 gene transfer a histological and biomechanical study. *The Journal of Bone and Joint Surgery (American)*, The Journal of Bone and Joint Surgery, v. 84, n. 7, p. 1123–1131, 2002.

WALKER, M. W.; SHAO, L. Estimating 3d location parameters using dual number quaternions. *CVGIP: Image Understanding*, v. 54, n. 3, p. 358–367, 1991.

WALTON, M. Absorbable and metal interference screws: comparison of graft security during healing. *Arthroscopy: The Journal of Arthroscopic & Related Surgery*, Elsevier, v. 15, n. 8, p. 818–826, 1999.

WANG, H.; ZHENG, N. Knee joint secondary motion accuracy improved by quaternion-based optimizer with bony landmark constrain. *ASME Biomechanical Engineering*, v. 132, p. 124502(1)–124502(6), 2010.

WANG, H.; ZHENG, N. Knee joint secondary motion accuracy improved by quaternion-based optimizer with bony landmark constraints. *Journal of biomechanical engineering*, v. 132, p. 124502, 2010.

WEIHMANN, L. *Modelagem e otimização de forças e torques aplicados por robôs com redundância cinemática e de atuação em contato com o meio*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, 2011.

WEIHMANN, L.; MARTINS, D.; BERNERT, D. L. A.; COELHO, L. d. S. Optimization of planar parallel manipulators force capabilities using improved harmony search approach. In: *21st International Congress of*

Mechanical Engineering - COBEM, 2011, Natal. Proceedings of the 21st International Congress of Mechanical Engineering. [S.l.: s.n.], 2011.

WEIHMANN, L.; MARTINS, D.; COELHO, L. dos S. Modified differential evolution approach for optimization of planar parallel manipulators force capabilities. *Expert Systems with Applications*, Elsevier, 2011.

WILLIAMSIII, R.; HYMAN, J.; PETRIGLIANO, F.; ROZENTAL, T.; WICKIEWICZ, T. Anterior cruciate ligament reconstruction with a four-strand hamstring tendon autograft. *The Journal of Bone and Joint Surgery (American)*, The Journal of Bone and Joint Surgery, v. 86, n. 2, p. 225–232, 2004.

WILLING, R. *Multiobjective design optimization of total knee replacements considering UHMWPE wear and kinematics*. Tese (Doutorado) — Queen's University, 2011.

WILSON, D. *Three-dimensional kinematics of the knee*. Tese (Doutorado) — Oxford Univ. (United Kingdom), 1995.

WILSON, D.; FEIKES, J.; O'CONNOR, J. Ligaments and articular contact guide passive knee flexion. *Journal of biomechanics*, Elsevier, v. 31, n. 12, p. 1127–1136, 1998.

WILSON, D.; O'CONNOR, J. A three-dimensional geometric model of the knee for the study of joint forces in gait. *Gait & Posture*, Elsevier, v. 5, n. 2, p. 108–115, 1997.

WILSON, T.; ZAFUTA, M.; ZOBITZ, M. A biomechanical analysis of matched bone-patellar tendon-bone and double-looped semitendinosus and gracilis tendon grafts. *The American journal of sports medicine*, American Orthopaedic Society for Sports Medicine, v. 27, n. 2, p. 202, 1999.

WISMANS, J.; VELDPAUS, F.; JANSSEN, J.; HUSON, A.; STRUBEN, P. A three-dimensional mathematical model of the knee-joint. *Journal of Biomechanics*, Elsevier, v. 13, n. 8, p. 677–685, 1980.

WOO, S.; ABRAMOWITZ, S.; KILGER, R.; LIANG, R. Biomechanics of knee ligaments: injury, healing, and repair. *Journal of biomechanics*, Elsevier, v. 39, n. 1, p. 1–20, 2006.

WOO, S.; FOX, R.; SAKANE, M.; LIVESAY, G.; RUDY, T.; FU, F. Biomechanics of the acl: Measurements of in situ force in the acl and knee kinematics. *The Knee*, Elsevier, v. 5, n. 4, p. 267–288, 1998.

WOO, S.; THOMAS, M.; SAW, S. Contribution of biomechanics, orthopaedics and rehabilitation: The past, present and future. *The Surgeon*, Elsevier, v. 2, n. 3, p. 125–136, 2004.

WOO, S.; WU, C.; DEDE, O.; VERCILLO, F.; NOORANI, S. Biomechanics and anterior cruciate ligament reconstruction. *Journal of Orthopaedic Surgery and Research*, Springer, v. 1, n. 1, p. 1–9, 2006.

WOO, S.; WU, C.; DEDE, O.; VERCILLO, F.; NOORANI, S. Biomechanics and anterior cruciate ligament reconstruction. *J Orthop Surg Res*, PubMed, v. 1, n. 2, 2006.

WOO, S. L.; DEBSKI, R. E.; WITHROW, J. D.; JANAUSHEK, M. A. Biomechanics of knee ligaments. *The American journal of sports medicine*, American Orthopaedic Society for Sports Medicine, p. 533–543, 1999.

YAGI, M.; WONG, E.; KANAMORI, A.; DEBSKI, R.; FU, F.; WOO, S. Biomechanical analysis of an anatomic anterior cruciate ligament reconstruction. *The American journal of sports medicine*, American Orthopaedic Society for Sports Medicine, v. 30, n. 5, p. 660, 2002.

YASUDA, K.; TSUJINO, J.; TANABE, Y.; KANEDA, K. Effects of initial graft tension on clinical outcome after anterior cruciate ligament reconstruction. *The American journal of sports medicine*, American Orthopaedic Society for Sports Medicine, v. 25, n. 1, p. 99, 1997.

YOO, J.; PAPANNAGARI, R.; PARK, S.; DEFRATE, L.; GILL, T.; LI, G. The effect of anterior cruciate ligament reconstruction on knee joint kinematics under simulated muscle loads. *The American Journal of Sports Medicine*, American Orthopaedic Society for Sports Medicine, v. 33, n. 2, p. 240, 2005.

ZATSIORSKY, V. *Kinematics of human motion*. Human Kinetics, 1998. ISBN 9780880116763. Disponível em: <<http://books.google.com/books?id=mf4i7G5nXvkC>>.

ZAVATSKY, A.; O'CONNOR, J. A model of human knee ligaments in the sagittal plane: Part 1: Response to passive flexion. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H: Journal of Engineering in Medicine*, Sage Publications, v. 206, n. 3, p. 125–134, 1992.

ZAVATSKY, A.; O'CONNOR, J. A model of human knee ligaments in the sagittal plane part 2: fibre recruitment under load. *ARCHIVE: Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H: Journal of Engineering*

in Medicine 1989-1996 (vols 203-210), Prof Eng Publishing, v. 206, n. 38, p. 135–145, 1992.

ANEXO A – Glossário

- **Artroscopia:** é um procedimento cirúrgico endoscópico minimamente invasivo através do qual se examina e se realiza o tratamento dos danos do interior de uma articulação. É realizada utilizando um artroscópio, um tipo de endoscópio que é inserido dentro da articulação através de uma pequena incisão.
- **BPTB:** do inglês *bone patellar tendon bone* é um enxerto de substituição do LCA, que utiliza uma secção do tendão patelar, incluindo material ósseo a partir de patela e da frente da tíbia, onde se insere o tendão.
- **Côndilos femorais:** formados pelos côndilos lateral e medial, estão localizados na parte distal do fêmur e articulam com a superfície da tíbia.
- **Fêmur:** osso mais longo e mais volumoso do corpo humano, e localiza-se na coxa. Também é o osso mais resistente. O fêmur consiste da diáfise (corpo), da epífise proximal que se prolonga até uma cabeça esférica que o articula com o osso do quadril e da epífise distal que se divide em dois côndilos, que se ligam à tíbia e à patela.
- **Fíbula:** osso situado no lado posterior lateral da tíbia, serve principalmente para fixação de músculos e ligamentos. Articula-se com a tíbia (proximalmente e distalmente) e com o tálus (distalmente).
- **Fluoroscopia dual ortogonal:** técnica usada para obter imagens em tempo real das estruturas internas dos pacientes mediante uma fonte de raios X e uma tela fluorescente.
- **Força *in situ* ligamentar:** força que atua no ligamento quando aplicada uma carga externa em um dos segmentos articulares correspondentes.
- **Joelho:** articulação do corpo humano e de outros mamíferos, formada pela extremidade distal do fêmur, pela extremidade proximal da tíbia e pela patela. O joelho possui ligamentos que estabilizam a articulação, auxiliados pelos meniscos que amortecem os impactos sobre as cartilagens.
- **Ligamento articular:** feixe de tecido fibroso, formado por fibras colágenas ordenadas em feixes compactos e paralelos, o que lhe constitui grande resistência mecânica. Une entre si duas ou mais cabeças ósseas de uma articulação.
- **LCA:** ou ligamento cruzado anterior, é um ligamento cruzado do joelho, cuja inserção tibial é anterior e sua inserção femoral é posterior. É um dos quatro principais ligamentos do joelho humano. Sua principal

função e fornecer estabilidade na rotação axial da tíbia em relação ao fêmur e é um restritor da translação anterior tibial.

- **LCP:** ou ligamento cruzado posterior, é um ligamento cruzado do joelho, cuja inserção tibial é posterior e sua inserção femoral é anterior. É um dos quatro principais ligamentos do joelho humano e sua principal função é restringir a translação posterior da tíbia em relação ao fêmur.
- **LCL:** ou ligamento colateral lateral, é um dos quatro principais ligamentos do joelho humano. Tem sua inserção inferior na secção proximal lateral da fíbula e da tíbia, sendo que sua inserção superior é na secção distal lateral do fêmur. É um dos quatro principais ligamentos do joelho humano e sua função é fornecer estabilidade lateral da tíbia em relação ao fêmur.
- **LCM:** ou ligamento colateral medial é um dos quatro principais ligamentos do joelho humano. Tem sua inserção inferior na secção proximal medial da tíbia, sendo que sua inserção superior está na secção distal medial do fêmur. Sua função é fornecer estabilidade lateral da tíbia em relação ao fêmur.
- **Meniscos:** formados pelo menisco medial e lateral, ambos localizados acima da tíbia. Os meniscos são cartilagens que têm função de diminuir o impacto e promover a adaptação (melhorar o encaixe) entre as faces articulares do fêmur e da tíbia.
- **Músculos:** tecidos responsáveis pelos movimentos dos animais, tanto os movimentos voluntários, com os quais o animal interage com o meio ambiente, como os movimentos dos seus órgãos internos. Os músculos são constituídos por miofibrilas e caracterizam-se pela sua contratibilidade, funcionando pela contração e extensão das suas fibras.
- **Músculo monoarticular:** músculo cuja ativação permite movimentar unicamente uma articulação.
- **Músculo biarticular:** músculo cuja ativação permite movimentar duas articulações.
- **Movimentação ativa do joelho:** é a movimentação da tíbia em relação ao fêmur, em presença de cargas externas e/ou ativação muscular.
- **Movimentação passiva do joelho:** é a movimentação da tíbia em relação ao fêmur, em ausência de cargas externas ou ativação muscular, quando é imposto o ângulo de flexão.

- MRI: do inglês *Magnetic resonance imaging* é uma técnica de espectroscopia que permite determinar propriedades de uma substância através do correlacionamento da energia absorvida contra a frequência, na faixa de megahertz (MHz) do espectro magnético.
- Patela: osso tipo sesamoide, grosso, que se articula com o fêmur e cobre e protege a superfície articular anterior da articulação do joelho. Seu centro de ossificação é desenvolvido no tendão patelar. Possui um formato triangular e fica localizado na frente do joelho, protegendo a articulação.
- Platôs tibiais: formados pelo platô lateral e medial, estão localizados na parte proximal da tibia e articulam com a superfície do fêmur.
- QSTG: do inglês *quadrupled semitendinosus and gracilis tendon graft*, é um enxerto de substituição do LCA, que utiliza uma secção do tendão isquiotibial. É um enxerto que não inclui material ósseo.
- Roll-back*: é o movimento do fêmur em relação à tibia definido no plano sagital. É desenvolvido no percurso da flexão do joelho, onde a razão de deslizamento varia durante a flexão do joelho.
- Screw-home*: é um movimento desenvolvido no plano transversal e corresponde à rotação interna-externa da tibia em relação ao fêmur nos primeiros 20° de flexão, desde a extensão máxima.
- Tendão: é um cordão fibroso, formado por tecido conjuntivo, graças ao qual os músculos se inserem nos ossos ou nos outros órgãos. Os tendões têm a função de manter o equilíbrio estático e dinâmico do corpo, através da transmissão do exercício muscular aos ossos e articulações. Os tendões dos músculos podem ser longos, a origem dos mesmos, assim como a inserção podem estar separadas por muitas articulações.
- Tibia: osso longo localizado entre o pé e o joelho. Sua cabeça articula com o fêmur através de ligamentos e os meniscos, lateralmente com a fíbula e na extremidade inferior com os tarsos (ossos do pé).

ANEXO B - Artigos publicados no percurso do doutorado

Kinematic Synthesis of the Passive Human Knee Joint by Differential Evolution and Quaternions Algebra: a Preliminary Study

Daniel P. Saldias¹, Luiz A. Radavelli¹, Carlos R. M. Roesler² and Daniel Martins¹

Abstract—The main aim of this preliminar study was to support the orthopedic surgeon with information about the position of the graft placement of the ACL, using the data provided by a spatial model of the knee. A mathematical model available in the literature and based on the theory of mechanism has been here reimplemented. In particular, the numerical approach to the definition of the model has been modified respect to the original by introducing the quaternion algebra and the differential evolution algorithm. This methodology has already shown to be capable to produce mechanisms that match the natural motion of the knee [8]. Any implementation of it may thus be useful in the preoperative planning with information of the position of the graft placement of the ACL.

I. INTRODUCTION

When surgery of the anterior cruciate ligament (ACL) is required, preoperative planning is a critical step in defining the parameters to be considered prior to the surgery. In this context, orthopedic surgeons need to define scientifically the best insertion position for the graft, which approximates the functionality of an intact ACL. It is a particularly complex case when the graft can not be placed in the natural area of ligament insertion, mainly when this natural area is too small to perform the surgical procedure. In such cases are chosen adjacent places to the natural area of insertion, but there are not knowledge about the repercussions it will have on joint kinematics.

The objective of this research was to propose an implementation of a mathematical model of the human knee, based on the theory of mechanisms and originally proposed in [8], which, respect to the previous versions, will make use of quaternion algebra and the differential evolution algorithm. The mechanical model should simulate the movement that occurs in the knee during the passive flexion. This methodology will be used to implement custom models of the knee, to provide information to assist the medical decision making in the preoperative planning.

The synthesis methodology starts with a preliminary model, obtained by a systematic approximation of the main kinematic functions of the knee joint. Those main kinematic functions were transformed into kinematic constrains into the model. By using of experimental data from the human knee joint and the optimization by differential evolution algorithm, the preliminary model is refined.

The proposed methodology provides three novel contributions in relation with the existing models: The systematic approximation used to obtain the preliminary model allows a clear vision about the function of the anatomic elements of the knee for further analysis. The use of quaternion algebra has shown advantages because the processing time has decreased around four times in relation to the time obtained using matrix algebra, where this matrix algebra is traditionally used in the other existing models [4], [8]. The differential evolution algorithm solves global problems and should simplify the algorithm by simply removing of the refinement step. At least two optimization process are found in the literature, the first one is for solve the global problem and the second one is for refinement [4], [8].

This paper begins with the biomechanical analysis of the knee. The background of robotics is then presented, which is used for the analysis and modeling of the knee. The next section presents the proposed methodology for the modeling. Finally, the results and conclusions are presented.

II. BIOMECHANICAL ANALYSIS OF THE HUMAN KNEE

The knee anatomy is divided into four key parts: bone anatomy, muscular anatomy, meniscus and ligament anatomy. The knee bone anatomy: composed by the distal end of the femur, the proximal end of the tibia and patella (Fig. 1a). The muscular anatomy: is composed by the upper

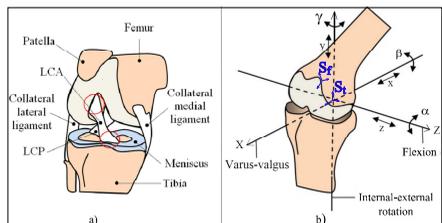


Fig. 1: Structures of the knee and ACL with femoral origin and tibial insertion circled in red.

and the lower muscles and they can be classified into flexors, extensors, adductors, abductors and rotators [2]. The meniscus: they are plates of fibrocartilage which dampen impacts between the faces of tibiofemoral contact (Fig. 1a). The ligament anatomy: is composed by the cruciate ligaments (anterior ACL and posterior PCL) and the collateral ligaments (medial CML and lateral CLL) as presented in Fig.

¹Robotics Laboratory LAR, Federal University of Santa Catarina, University Campus, Trindade, Florianopolis/SC, Brazil, danielpo25@gmail.com

²Biomechanics Engineering Laboratory LEBm, Federal University of Santa Catarina, University Hospital, University Campus, Trindade, Florianopolis/SC, Brazil rroesler@hu.ufsc.br

(1a). The natural insertion areas of the ACL are circled in red in Fig. (1a).

The movement of the knee is governed by ligaments and geometric constraints of the articular surfaces. For each knee pose, its spatial position can be described by three coordinates that compose the vector $\mathbf{p}=(x,y,z)$; and its spatial orientation can be described by three rotations angles that compose the vector $\mathbf{r}=(\alpha, \beta, \gamma)$ (Fig.1b). The vectors \mathbf{p} and \mathbf{r} related the movement of the anatomical center of the femur S_f with respect to the anatomical center of the tibia S_t , where S_t is consider the origin of the coordinate system following the biomechanical convention adopted [1]. As shown in (Fig.1b), the direction of the knee position components of \mathbf{p} are defined as: anterior-posterior x , axial y and lateral collateral z . The directions of the knee rotation components of \mathbf{r} are defined as: flexion angle α , varus-valgus angle β and internal-external rotation γ .

The knee can develop two ways of movements: active and passive movement. The active movement is considered when the knee is subject to its muscular activation or an external load. The active motion has six degrees of freedom ($6 - DOF$) [10], it means that is necessary 6 independent variables to fully described the instantaneous joint pose. The passive movement, or passive flexion, is considered when the knee is not subject to any muscular activation nor external load and it has $1 - DOF$ [8], it means that is necessary one independent variables to fully described the instantaneous joint pose. For instance, imposing a flexion angle α it can obtained the position and the orientation of the knee. Also, the knee presents two specific movements in its flexion-extension path: the *screw-home* and the *rollback* [2]. The *screw-home* is a movement developed in the transverse plane, and corresponds to the tibial internal-external rotation in the first 20° of flexion, starting from a maximum extension of the joint. *Rollback* consists on a defined movement in the sagittal plane, where in the first 30° of flexion the femur *rolls* on the tibia without *slipping*. After this point the femur *sliding* and begins gradually to predominate about *rolling*. Thus, in the end of the flexion, the femur *slides* without *roll* over the tibia (pure rotation). The passive motion analysis is very important for the analysis of the articular stability, prostheses design [7] and preoperative planning, for this reason the passive movement is used in this work.

III. MATHEMATICAL ANALYSIS OF PARALLEL PLATFORMS TO MODEL HUMAN KNEE JOINT

This section covers the analysis for the parallel platforms which can inspire the modeling of the human knee. Also, a revision and analysis of the quaternion algebra to solve the kinematics of these parallel platforms, is performed.

A. Knee modeling by spatial parallel platforms

The geometric analysis of a parallel manipulator can contribute to modeling the knee, because it has a base and a moving platform which serve as an analogy of the tibia and femur, respectively. The parallel manipulator also has limbs that allow the ligaments and condyles to be modeled. In this

regard, is of great interest the the analysis of the Stewart-Gough. This platform is a spatial parallel manipulator of 6-DOF (as the active knee movement), formed by six SPS limbs. The Fig. (2a) shows the Stewart-Gough platform: six identical limbs, with prismatic actuators, connect the moving platform to the fixed base by spherical joints at points B_i and A_i ($i = 1, 2, \dots, 6$), respectively.

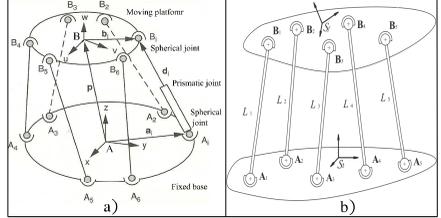


Fig. 2: Parallel platforms: a) Stewart-Gough platform, adapted from [9]. b) $1 - DOF$ parallel platform, adapted from [8]

For the analysis, two cartesian coordinate systems, frames $A(x,y,z)$ and $B(u,v,w)$ are attached to the fixed base and moving platform, respectively (Fig. 2a). The transformation from the moving platform to the fixed base can be described by the rotation matrix ${}^A R_B = R_x R_y$ and by the position vector \mathbf{p} which origin is at A and goes up to B [9]. As shown in Fig. 2a, it is consider $\mathbf{a}_i = [a_{ix}, a_{iy}, a_{iz}]^T$ and $\mathbf{b}_i = [b_{iu}, b_{iv}, b_{iw}]^T$ as the position vectors of points A_i and B_i in the coordinate frames A and B , respectively. Considering L_i as the limb length for each limb $\overline{A_i B_i}$ ($i = 1, \dots, 6$), it can written the *vector-loop* equation [9] for the i th limb of the manipulator as follows:

$$\|\mathbf{p} + {}^A R_B \mathbf{b}_i - \mathbf{a}_i\| = \|L_i\|, \quad (i = 1, \dots, 6). \quad (1)$$

In order to obtain a parallel platform that allows the passive motion of $1 - DOF$ to be modeled, several considerations on the geometry of the Stewart-Gough platform has to be performed, as reduce the limb number and eliminate the prismatic joints, turning the six SPS limbs into five SS limbs. The resulting $1 - DOF$ parallel platform [8] is shown in Fig. (2b). As the $1 - DOF$ parallel platform has 5 limbs, it can be obtain a system of $i=5$ *vector-loop* equations. In order to solve the position \mathbf{p} and orientation \mathbf{r} of the $1 - DOF$ moving platform, it imposed the the flexion angle α , resulting in a system of 5 equations and 5 unknowns (β, γ, x, y, z).

B. Quaternions Algebra

Let $\{1, \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}\}$ the standard basis of \mathbb{R}^4 . Quaternions are elements of the form $q = w + x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$, where $(w, x, y, z \in \mathbb{R})$ and $\mathbf{i}^2 = \mathbf{j}^2 = \mathbf{k}^2 = \mathbf{ijk} = -1$. The quaternions space is denoted by \mathbb{H} . If $w = 0$, the quaternion q correspond to 3D vectors and it is called *pure quaternion*. Therefore it is natural to think of quaternions as the sum of a scalar and a vector, that is,

$$q = w + \mathbf{v} = S c(q) + V e(q), \quad w \in \mathbb{R}, \mathbf{v} \in \mathbb{R}^3.$$

Let us consider two quaternions, namely $q_1 = w_1 + x_1 \mathbf{i} + y_1 \mathbf{j} + z_1 \mathbf{k} = w_1 + \mathbf{v}_1$ and $q_2 = w_2 + x_2 \mathbf{i} + y_2 \mathbf{j} + z_2 \mathbf{k} = w_2 + \mathbf{v}_2$. The usual operations are:

$$\begin{aligned} q^* &= w - \mathbf{v} & Sc(q) &= \frac{q+q^*}{2} & Vc(q) &= \frac{q-q^*}{2} \\ q_1 + q_2 &= (w_1 + w_2) + (\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2) & \|q\|^2 &= qq^* = q^*q \\ q_1 q_2 &= (w_1 w_2 - \mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2) + (w_1 \mathbf{v}_2 + w_2 \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2) \end{aligned}$$

For pure quaternions we have $q_1 q_2 = \mathbf{v}_1 \mathbf{v}_2 = -\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2$ which establishes the quaternions and \mathbb{R}^3 inner and outer product relation. Also for pure quaternions, $\mathbf{v}_1 \mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_2 \mathbf{v}_1 = -2(\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2)$ and $\mathbf{v}_1 \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_2 \mathbf{v}_1 = 2(\mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2)$.

The rotation of a vector \mathbf{a} (pure quaternion) is given by $\mathbf{a}' = q \mathbf{a} q^*$, where $q = \cos \frac{\theta}{2} + \mathbf{s} (\sin \frac{\theta}{2}) := q(\mathbf{s}, \theta)$ is the quaternion operator which encodes the rotation around the axis represented by unit vector \mathbf{s} and its angle magnitude θ . A more general form of rotations from quaternions is given by

$$\mathbf{a}' = q (\mathbf{a} - \mathbf{s}_0) q^* + \mathbf{s}_0, \quad (2)$$

where \mathbf{s}_0 is the rotational axis position vector. To more definitions and properties of quaternions we suggest [5] and [3].

The *vector loop* equations (Eq.1) for the 1-DOF parallel platform (Fig 2b) can be solved by quaternions algebra. In this way the rotational matrix ${}^A R_B$ is replaced by the quaternion rotator $q = q_x q_y q_z$, where $q_x = q(\mathbf{i}, \beta)$, $q_y = q(\mathbf{j}, \gamma)$ and $q_z = q(\mathbf{k}, \alpha)$ are the quaternion rotators around the 3D axes. Also we must codified the vectors \mathbf{p} , \mathbf{A}_i and \mathbf{B}_i into quaternions algebra as following: $p = 0 + \mathbf{p}$, $a_i = 0 + \mathbf{A}_i$, $b_i = 0 + \mathbf{B}_i$. Therefore, the *vector loop* system (Eq.1) is reduced to:

$$\|p + q b_i q^* - a_i\| = \|L_i\|, \quad (i = 1, \dots, 5). \quad (3)$$

From the equation components,

$$\sqrt{a_i^T a_i + b_i^T b_i + p^T p - 2a_i^T p + 2(p - a_i)^T (q b_i q^*)} = L_i. \quad (4)$$

Imposing the flexion angle α into the five *vector loop* equations for the 1-DOF parallel platform (Fig. 2b) we solve the system in two different ways: from quaternions algebra (Eq.3) and from matrix algebra (Eq. 1). An important observation was performed in this work: using quaternion algebra the solutions were obtained about four times faster than using matrix algebra.

There are three facts that explain our faster results. First: the quaternions algebra offers an alternatively algebra to model problems, and in our modelling we get a somewhat less nonlinear system. Second: the rotational operator storage requirements are reduced from nine (matrix) to four (quaternions) [3] and the computational cost is better in quaternions algebra [6]. Composition of rotations requires 16 multiplications and 12 additions in quaternion representation, but 27 multiplications and 18 additions in matrix representation [6]. Third: the rotational parameters identification are easily obtained from the quaternion operator.

IV. PROPOSED METHODOLOGY

The proposed methodology for spatial modeling of the human knee, consisting of three steps: (1) experimental session, (2) Preliminary modeling and (3) kinematic modeling. These steps are described below.

A. Experimental session

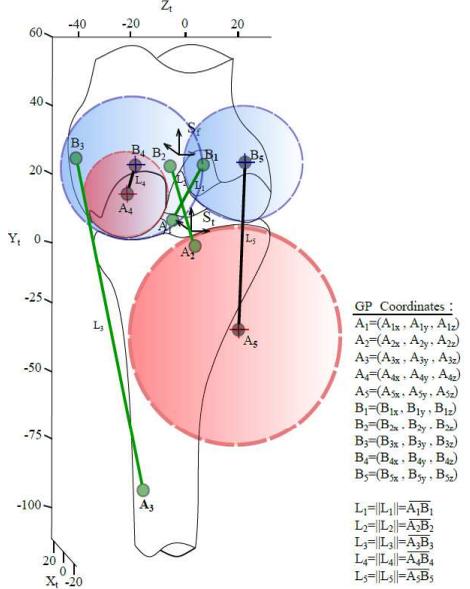


Fig. 3: Preliminary Geometrical parameter GP: A_i , B_i and L_i , ($i = 1 \dots 5$), based on [4]

Consist in the obtaining of experimental data based on two analysis of the human knee: the geometrical analysis and the kinematics analysis. These analysis was performed by [4], who processed the data obtained by an optoelectronic device and knee specimens.

In this paper, is used the geometrical analysis performed by [4] to obtain the *search domain*. The *search domain* is used in the optimization process (for syntheses and modeling) and it enclosed anatomical components of interest, as ligament insertion areas and central condylar regions that contains the centrodes. The *search domain* is consider as a spherical volume with center and radius defined by the searcher and it allows the preliminary geometrical parameter GP to be found. The GP are the ligament insertion points, the ligament lengths and the condylar center points. The condylar center point is the center of the sphere that best fit at each condyle. The GP are presented in the Fig. (3) and they are A_i , B_i and L_i ($i = 1, \dots, 5$), where A_i is measured

with respect to S_i and B_i is measured with respect to S_f . The GP are explained in detail below. The insertion points of the most isometric ligament fibers of the ACL, PCL and MCL on the tibia are A_1 , A_2 and A_3 , respectively and on the femur are B_1 , B_2 and B_3 , respectively. The length of the most isometric fibers of ACL, PCL and MCL are (in green) L_1 , L_2 and L_3 , respectively. The center points of the medial and lateral condyle on the tibia are A_4 , A_5 , respectively and on the femur are B_4 and B_5 , respectively. The length of the links that joint the center of the medial and lateral condyles are (in black) L_4 and L_5 , respectively.

As shown in Fig. (3), there are 35 GP (10 points of three dimensional coordinates corresponding to the positions A_i and B_i and five L_i lengths ($i = 1, \dots, 5$)).

The kinematic analysis allows the knee passive flexion to be measure, obtaining experimentally the position and orientation of the femur (S_f) with respect to the tibia (S_t). With this information is obtained the experimental kinematics parameters KP^* : the position vector $\mathbf{p}=(x,y,z)$ and the orientation vector $\mathbf{r}=(\alpha, \beta, \gamma)$, for each flexion angle α imposed, in the course of the whole passive flexion. The KP^* was obtained by [4] who recorded the passive flexion for each instantaneous flexion angle α by an optoelectronic device and markers with active emitting diodes fixed in to the tibia and femur, as shown in Fig. (4), where m is the number of captures on the whole passive flexion. The KP^* are used later to be compared with the movement of the model to verify its accuracy.

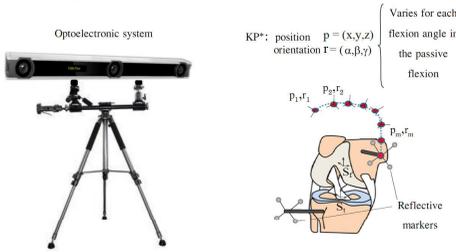


Fig. 4: Experimental kinematic parameters KP^* : $\mathbf{p}=(x,y,z)$ and $\mathbf{r}=(\alpha, \beta, \gamma)$

B. Preliminary modeling

This step consists in the synthesis of a 1 – DOF mechanism composed by elements that represent the fundamental anatomical structures that allow the passive motion of the knee to be performed. This is accomplished through a systematic approximation (Fig. 5), where each basic movement of the knee is associated with an equivalent kinematic constraint. At the end of this process is obtained, in a preliminary form, a representative functional mechanism of the human knee. This systematic approximation begins with a mechanism of a simple hinge joint with congruent cylindrical contact surface (Fig. 5a), that represents the

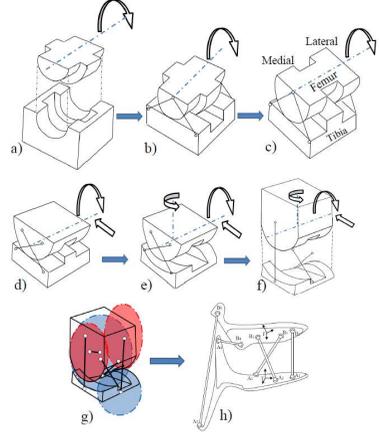


Fig. 5: Systematic approximation to perform the preliminary model of the human knee joint.

kinematic constrain that only allows the rotation movement to be performed, modeling the main function of the knee: the flexion. The next step follows the first modification (Fig. 5b): introducing incongruent contact surfaces and positioning two set of limbs with spherical joints (SS limbs) in both sides of the mechanism, where the motion guidance has become entirely dependent on limb connections allowing the rotation movement only. Second modification (Fig. 5c): maintaining the rotational movement, the arrangement of the contact surface has been inverted performing two set of condyles (medial and lateral) where the upper part of the mechanism represent the femur and the lower part, the tibia. Third modification (Fig. 5d): one pair of cross arrangement of SS limbs is positioned in each side, allowing the *rollback* movement (rolling and sliding). Fourth modification (Fig. 5e): the medial condyle of the tibia has been changed to a concave shape, and the lateral condyle of the tibia has changed into a convex shape (as the anatomy shapes). The medial condyle is bigger than the lateral condyle, allowing the *screw – home* movement (axial rotation). Fifth modification (Fig. 5f): one pair of the cross arrangement of SS limbs were excluded. The remaining cross limbs were set in the anatomical cruciate ligaments position. A SS limb was added in the medial side of the mechanism for lateral stability, representing the medial collateral ligament. Sixth modification (Fig. 5g): The circle that best fits on each condyle has been approximated, then the center of each circle was located. The centers of each circle has designated as the spherical joint of a link, resulting in the preliminary mechanical model of the knee (Fig. 5h). This preliminary model is topologically similar to the previously proposed in [8]. This mechanism is a parallel platform composed by five SS limbs, a fixed platform and

a moving platform, with a spatial $1 - DOF$, according to *Grübler criterion* [9], where λ are the degrees of freedom of the work space, n the number of links of the mechanism, j the number of spherical joints and f_i the degrees of relative motion permitted by joint i :

$$F = \lambda(n-j-1) + \sum_i f_i = 6(7-10-1) + (3 \cdot 10) = 6 \quad (5)$$

however, there are 5 passive degrees of freedom associated with the five *SS* limbs. Therefore, the parallel platform posses $1 - DOF$, as the passive flexion of the knee joint.

C. Kinematic modeling

This step is based on an existing proposed method [4], [8], adding novel contributions: the use of the quaternions algebra (instead matrix algebra) to solve the equations that describe the model movement and the use of differential evolution algorithm, that should simplify the optimization by removing the refinement process found the literature [8], [4]. The differential evolution is here implemented (instead genetic algorithms) because has only three control parameters and the influence of these parameters is well known. Also, allows easy implementation and different possibilities of recombination to produce new test populations. In the differential evolution algorithm are optimized the *GP* in order to obtain a model with *KP* closer to the experimental *KP**.

As shown in Fig. 6 the process of kinematic modeling start with the data obtained in the experimental session, where is obtained the *search domains* and the experimental kinematic parameters *KP**. The *search domain* data enter in the optimization process (differential evolution algorithm), where the preliminar geometrical parameters *GP* are determined. These *GP* (A_i , B_i and L_i) determining a first approximation of the knee model. Seven equally spaced flexion angles α was chosen in the whole passive flexion. At each optimization iteration, the *vector loop* equations where solved at this seven α angles, obtaining the kinematic parameters of the model *KP* at these seven poses. The *KP* were iteratively compared with the experimental *KP** for each pose. The sum of the weighted squares of errors between the experimental knee poses and the model poses had to be minimized, constituting the objective function (Eq. 6), where $m = 1, \dots, 7$ are the number of poses due to the equally spaced α angle, KP_m are the five i -unknowns, KP_m^* are the desired (experimental) values of the unknowns, and W_m are the weights necessary in order to account for the different dimensions of the unknowns. If the *vector loop* equations are not satisfied at some pose, a very high value is assigned to the objective function as a penalty.

$$O.F. = \sum_{i=1}^5 \sum_{m=1}^7 (KP_m - KP_m^*)^2 / W_m^2 \quad (6)$$

The optimization process is repeated until a small value to reach *VTR* has found, it mean that the generated model, with the final *GP* (Fig. 6), allows a movement (*KP*) very

similar to the experimental one (*KP**) obtained from an human knee.

V. RESULTS

The relative orientation and position of the femur with respect the tibia are shown in Fig. 7 and 8 as a function of the flexion angle α . In these figures are presented the

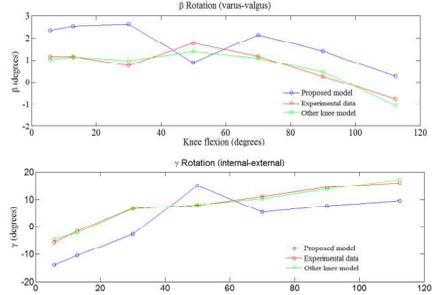


Fig. 7: Orientation of the femur with respect to the tibia: \circ proposed model; \square other knee model [4]; \diamond experimental data [4].

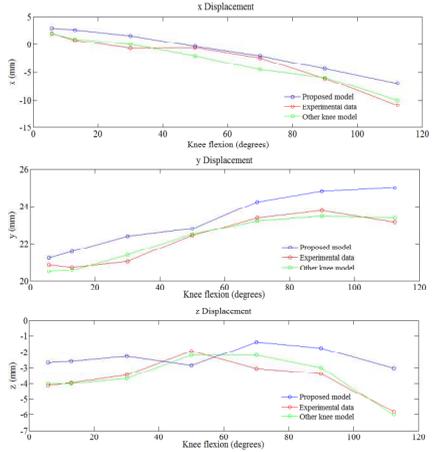


Fig. 8: Position of the femur with respect to the tibia: \circ proposed model; \square other knee model [4]; \diamond experimental data [4].

experimental data in red [4], [8], the data from other models found in the literature in green [4], [8] and the data obtained from the proposed model (blue). The results of the model found in the literature are slightly better then the proposed

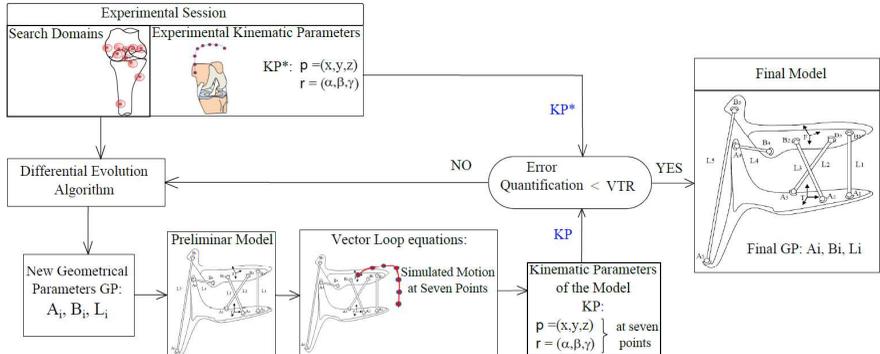


Fig. 6: Kinematic modeling process.

model, but is reasonable because these authors used two nested optimization process [4], [8]. The proposed model can replicate the passive knee motion, therefore, the proposed methodology proved its effectiveness. The final *GP* of the proposed model are inside of the *search domains* imposed. The final *GP* are (in *mm*): $A_1 = (12.86, 0.01, -4.49)$, $A_2 = (-19.32, -10.12, -3.95)$, $A_3 = (14.62, -98.06, -9.78)$, $A_4 = (8.45, -47.31, 20.14)$, $A_5 = (-4.25, 28.04, -31.87)$, $B_1 = (-7.43, 0.08, 11.07)$, $B_2 = (-2.82, -0.39, -3.99)$, $B_3 = (0.71, 4.25, -46.41)$, $B_4 = (-4.34, 1.33, 23.29)$, $B_5 = (1.87, 5.58, -17.77)$, $L_1 = 29.25$, $L_2 = 35.80$, $L_3 = 129.51$, $L_4 = 470.52$ and $L_5 = 12.28$.

VI. CONCLUSIONS

This methodology has already shown to be capable to produce mechanisms that match the natural motion of the knee [8]. Any implementation of it may thus be useful in the preoperative planning. Specifically, the proposed methodology could help to found an insertion point for the ACL graft, different to the natural insertion area, without compromising the joint kinematics. It could be accomplish by the use of *search domains* in a different place of these natural insertion areas.

The proposed methodology provides three novel contributions by reimplementation of the existing models [4], [8]: the systematic approximation to obtain a preliminary model, the use of the quaternion algebra to solve the equations that describe the kinematics of the model and the use of an optimization process by the differential evolution algorithm. The systematic approximation used to obtain the preliminary model provides a clear vision about the function of the anatomic elements of the knee for further analysis. The use of quaternion algebra has shown advantages in the processing: around four times in relation to the time obtained using matrix algebra, where this matrix algebra is traditionally used in the other existing models. The differential evolution algorithm as an alternative to the genetic algorithms. Whereas

in the literature, at least two optimization process are found: one to solve the global problem and another to refinement the solution, and they have shown more accurate results. Finally, the model would be improved by modifying the weight function, and increasing the number of optimization points (more than seven) in order to reduce the difference with the experimental orientation data.

VII. ACKNOWLEDGMENT

The authors would like to thank the CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior and CNPq - Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, Brazil, that provided financial support for this research.

REFERENCES

- [1] Edward S Grood and Wilfredo J Suntay. A joint coordinate system for the clinical description of three-dimensional motions: application to the knee. *Journal of biomechanical engineering*, 105(2):136, 1983.
- [2] AI KAPANDJI. *Fisiologia articular: Membro inferior*. Editorial Médica Panamericana. Guanabara Koogan, 5ª edição, 2000.
- [3] Jack B. Kuipers. *Quaternions and Rotation Sequences*. Princeton University Press, 1999.
- [4] V. Parenti-Castelli and N. Sancisi. Synthesis of spatial mechanism to model human joints. In *21th Century kinematics*, Ed. M. Mearthy, pages 49–84. Springer, 2013.
- [5] L.A. Radavelli. Análise cinemática direta de robôs manipuladores via álgebra de clifford e quatérnios. Master thesis, UFSC, 2013.
- [6] Eugene Salamin. Application of quaternions to computation with rotations, internal working paper, stanford ai lab., 1979.
- [7] N. Sancisi, D. Zannoli, V. Parenti-Castelli, C. Belvedere, and A. Learidini. A one-degree-of-freedom spherical mechanism for human knee joint modelling. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H: Journal of Engineering in Medicine*, 225(8):725–735, 2011.
- [8] Nicola Sancisi and Vincenzo Parenti-Castelli. A 1-dof parallel spherical wrist for the modelling of the knee passive motion. *Mechanism and Machine Theory*, 45(4):658–665, 2010.
- [9] Lung-Wen Tsai. *Robot analysis: The mechanics of serial and parallel manipulators*. John Wiley & Sons, New York, 1999.
- [10] Savio LY Woo, Richard E Debski, John D Withrow, and Marsie A Janashek. Biomechanics of knee ligaments. *The American journal of sports medicine*, pages 533–543, 1999.

MODELING OF HUMAN KNEE JOINT IN SAGITTAL PLANE CONSIDERING ELASTIC BEHAVIOR OF CRUCIATE LIGAMENTS

Daniel Alejandro Ponce Saldias

Daniel Martins

Laboratório de Robótica, Universidade Federal de Santa Catarina, Campus Universitário, Trindade, Florianópolis/SC, Brasil.
danielpo25@gmail.com, daniel@emc.ufsc.br

Carlos Rodrigo de Mello Roesler, Fabíola da Silva Rosa, Ari Digiacomo Ocampo Moré

Laboratório de Engenharia Biomecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Hospital Universitário, Campus Universitário, Trindade, Florianópolis/SC, Brasil.

roesler@hu.ufsc.br, fahbysr@gmail.com, arimore@terra.com.br

Abstract. *The rupture of the anterior cruciate ligament (ACL) is the most common injury of the human knee and causes great instability to it, decreased functional ability as well as degeneration of the menisci and adjacent articular cartilage. When surgery is required, the preoperative planning becomes a critical step in defining the parameters to be used in surgery. In this context, orthopedic surgeons need to scientifically define the best insertion position of the graft, that approximates the functionality of an intact ACL, and also to know the pretension that the graft should be fixed. In addition to the factors listed above, it is interesting to estimate the force acting on the ligament (or graft) in response to an aF_{being} applied load on the knee. This force is called In-Situ force. The objective of the present research is to propose and to implement a methodology for computational modeling of the knee in the sagittal plane, considering elastic behavior of the ligaments, based on the theory of mechanisms and Davies method. The model should simulate the positions and In-Situ forces of a healthy ACL and also the pretension of the graft. This methodology will be used to implement custom models of the knee, to provide information to assist the medical decision making in the preoperative planning. The proposed methodology provides a unique and systematic approach for the biomechanical analysis of the knee, and it consists of four steps: Schematic representation of the physical model of the knee, Identification of the successive positions of the cruciate ligaments, Determining the cruciates ligaments forces, and Consideration of elastic behavior. The proposed methodology contemplates an experimental procedure performed to obtain the In-Situ forces. Experimental In-Situ forces serve to validate the proposed model. The experimental procedure is performed by a robotic manipulator that applies anterior tibial loads on a knee specimen, in several flexion angles. The robotic manipulator is coupled with an universal force sensor (UFS), that measures the In-Situ forces in the ACL. It can be concluded that the numeric results of the In-Situ forces and displacements that consider elastic behavior, are very close to the ones obtained in simulations which do not include elastic behavior of the ligaments. The simulated results are different from the experimental ones, because the proposed model is simplified and does not include tridimensional behaviors, such as axial knee rotation. It is possible to improve the results by adding a tridimensional model and the anatomical structures which were not considered in the proposed methodology, allowing the achievement of better simulation results, closer to the ones experimentally obtained.*

Keywords: *Computational modeling of the knee, preoperative planning, mechanisms, Davies method, elastic behavior.*

1. INTRODUCTION

The human knee joint is subjected to high mechanical solicitations when performing its biomechanical function and injuries are frequent. The rupture of the anterior cruciate ligament (ACL) is the most common injury on human knee (Woo *et al.*, 2006b) and causes great instability to it, decreased functional ability as well as degeneration of the menisci and adjacent articular cartilage. Cartilage problems and ligament injuries are treated surgically using grafts as a replacement of the ligaments, in case of ligament reconstruction, or using prosthesis, in case of osteoarthritis.

The surgical treatment for injuries involves the knee joint surgery, physiotherapy and rehabilitation procedures to restore the patient's functional abilities of the knee. For the surgery, the orthopedic surgeon must plan the surgery in order to obtain better results postoperatively. Therefore the preoperative planning is a critical step in selecting the surgical technique and the parameters definition to be used in surgery for each patient and, thus, it can directly affect the results of surgery.

For an appropriate preoperative planning, the orthopedic surgeon needs to know the exact problem to be solved (Sancisi and Parenti-Castelli, 2010; Olanlokun and Wills, 2002), possible surgical solutions (Sancisi and Parenti-Castelli, 2010; Olanlokun and Wills, 2002), the expected consequences for each solution (Olanlokun and Wills, 2002) and the physiotherapy protocol in the postoperative period (Sancisi and Parenti-Castelli, 2011b). In this context, several studies have been developed to define mechanical models representative of the knee. It has been shown that these models provide additional information to orthopedic doctors in several aspects of preoperative planning, as well as in the reconstruction

of ligaments, joint surfaces and osteotomy (Olanlokun and Wills, 2002). Moreover, these mechanical models are essential for the design of prostheses (Sancisi and Parenti-Castelli, 2010; Ottoboni *et al.*, 2005; Sancisi *et al.*, 2011), synthesis orthoses (Sancisi and Parenti-Castelli, 2010), and to estimate indirectly unmeasured forces that are internal to the joint (Sancisi *et al.*, 2011).

However, there still exist needs on the part of the orthopedic surgeons, such as: to obtain the scientific setting of the point for insertion of the graft that approximates the functionality of an intact ACL; to know the pretension that the graft should be fixed; and to estimate the force acting on the ligament (or graft) in response to an applied load to the knee. That force is called *In-Situ* force (Woo *et al.*, 2006a, 1998).

The main purposes of this work is to support the orthopedic surgeon to know the above mentioned requirements, using the information provided by a two-dimensional mechanical model of the knee, to be developed based on the mechanisms theory, the screw representation and the Davies method. This model allows to simulate the positions and forces of a healthy ACL in the sagittal plane, considering the elastic behavior of the cruciate ligaments. The model also allows to simulate the forces that occur in an ACL graft replacement, depending on the site of the graft insertion.

This being a multidisciplinary work, it begins with the biological theoretical foundations, which briefly covers the biomechanics of the knee in the sagittal plane. In the following section the theoretical backgrounds in robotics is presented, using it for analysis and modeling of the knee. The next section presents the proposed methodology for modeling, which consists of four sequential steps. In order to validate the proposed model, comparison were made between the simulated values of the *In Situ* force in the ACL with the experimental ones, obtained by Woo *et al.* (1998). Finally, the conclusions are presented.

2. THEORETICAL FOUNDATIONS IN KNEE BIOMECHANICS: FUNCTION OF THE CRUCIATE LIGAMENTS IN THE SAGITTAL PLANE

The function of the knee joint is the result of the interaction between the different parts that compose it. The interdependence of these structures are such that the injury of any of them leads to the deterioration of the joint as a whole (Woo *et al.*, 1998). Ligaments are particularly vulnerable because they are subject to sprains in almost all knee injuries, especially ACL. For this reason, the present study focused on the biomechanics of the cruciate ligaments and, specifically, on the ACL.

For a preliminary two-dimensional analysis of the knee, it is considered that the cruciate ligaments are behaving as inextensible cords or isometric links attached to bones (femur and tibia) through rotary joints. This consideration (Kapandji *et al.*, 2000; Wilson and O'Connor, 1997; Wilson *et al.*, 1998; Huson *et al.*, 1989; Gregorio and Parenti-Castelli, 2006; Parenti-Castelli *et al.*, 2004; Sancisi and Parenti-Castelli, 2011a, 2010, 2011b; Sancisi *et al.*, 2011), has the advantage of clarifying the general mechanical action of a ligament, but it does not allow to know the behavior in detail, because it does not take into account neither the viscoelastic effects, nor the other adjacent anatomical structures.

The geometry of the cruciate ligaments determines the condylar profile in the sagittal plane (O'Connor *et al.*, 1989). Overall, the cruciate ligaments ensures the anterior-posterior stability of the knee allowing flexion movements and while maintaining the articular surfaces in contact. Their function can be illustrated with a cross four-bar mechanism easy to visualize (Fig. 1a, 1b and 1c), where the ACL and PCL are represented as links *cd* and *ab*, respectively. Meanwhile, the link *ad* represents the tibial link (fixed to the tibia), and *bc* represents the femoral link (fixed to the femur). Starting from the extended position (Fig. 1a), the ACL (*cd*) is uptight and is one of the limitations of the hyperextension. As a result, the flexion tilt the femoral link *bc* (Fig. 1b), whereas the LCP (*ab*) straightens up and the LCA (*cd*) is semi-recumbent. From the moment in which the flexion is between 70° (Fig. 1b) and 140° (Fig. 1c) the LCP straightens up almost vertically and tightens, but the ACL is semi-recumbent and distended (Kapandji *et al.*, 2000).

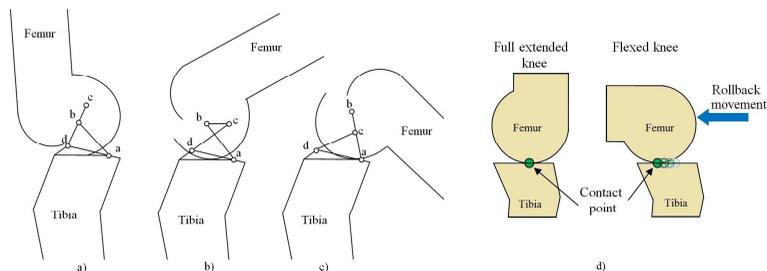


Figure 1. Mechanical model of the knee in flexion: a) 0° or fully extended, b) 70°, c) 140°, based on (O'Connor *et al.*, 1989), d) *Rollback* knee movement, Based on (Bacarim Pavan, 2010).

As shown in Figure 1, the femoral condyle is on the distal end of the femur, and it is articulated with the surface of the tibia, or the tibial plateau. The movement of the femoral condyles on the tibial surface combines *rolling* and *slip* (Kapandji *et al.*, 2000). During the first 30° of flexion, the femur *rolls* over the tibial surface (Bacarim Pavan, 2010), a phenomenon known as *rollback* (Fig. 1d), and in flexion angles higher to 30°, femoral condyles tend to maintain a fixed point of rotation of the tibial surface. The motion of *rolling* can be easily understood in terms of the operation of the cruciate ligaments, but the *slip* involves a higher complexity. The ligaments restrict movement of the femoral condyles so that they slide on the tibial surface in the opposite direction to its *rolling* (Kapandji *et al.*, 2000). During flexion, the ACL acts femur driving forward. Then, the ACL is responsible for the forward slip of the femoral condyle, associated with its *rolling* back. Viewed in this way, it can be said that the ACL is the main limiting of the anterior displacement of the tibia relative to the femur, or that it prevents the anterior tibial displacement. Another important function of the ACL is to limit the axial rotation of the femur on the tibia.

3. THEORETICAL FOUNDATIONS IN ROBOTICS

To perform a knee modeling based on the mechanisms theory, each anatomical knee structure should have a complete representation of the positions and forces that take place in the biomechanics of the joint.

For the static analysis, the Kirchhoff's **current law** adapted for mechanisms by Davies (Davies, 1981) can be used. To obtain the kinematic position of the ligaments, is used the Freudensteint's Equation (Freudenstein, 2010) and Rigid Transformations (Selig, 1992). Therefore, the position and orientation are entered in the Davies method. This allows to the kinematics and to the statics of a mechanism are able to be known by a unified methodology.

The use of the Davies method is possible by previous knowledge of the Screw theory (Ball, 1900), which will also be reviewed in this session.

3.1 Davies method in static

The Kirchhoff's **Current Law** states that the algebraic sum of the currents entering and leaving a node is zero. In an analogous manner, to analysis of the static of mechanisms, Davies (1981) states that the sum of the wrench (screw of force) that belong to a same cut (performed in a subset of couplings) is zero, which is called the **Cut-Set Law**. Therefore, the method demonstrated in this session, uses Kirchhoff's laws to build the dependence of the unknowns. The physical characteristics such as force, moment, position, orientation and geometric characteristics, are included in the screw representation.

3.2 Screw theory

A screw is a geometric element defined by a directed line (axis) and an associated pitch h , which can be used to represent mechanical magnitudes (Campos *et al.*, 2005, 2009; Campos, 2004). It is said *normalized screw* \mathbb{S} when the directed line is represented by a normalized vector. The screw can be conveniently expressed through the six Plücker homogeneous coordinates, as shown in Eq. (1) where \vec{S} is the orientation vector along the helical axis, \vec{S}_0 is the position vector of any point of the helical axis relative to the origin of the system and L, M, N, P^*, Q^*, R^* are the Plücker homogeneous coordinates (Campos *et al.*, 2005, 2009).

$$\mathbb{S} = \left(\vec{S}; \vec{S}_0 \times \vec{S} + h\vec{S} \right)^T = (L, M, N; P^*, Q^*, R^*)^T \quad (1)$$

3.3 Screw in static

The state of forces of a rigid body relative to an inertial system can be described by a screw called wrench \mathbb{S}^A , and consists of two main components: a moment \vec{T} parallel to the helical axis, and the resultant force vector \vec{R} , whose line of action defines the helical axis (Ball, 1900; Weihmann *et al.*, 2011a,b; Laus *et al.*, 2012). The moment \vec{T} has units of [force] x [length] equivalent to the product of the resultant force \vec{R} with the pitch h .

In a similar way to the homogeneous coordinates of Plücker (Eq. (1)), the wrench \mathbb{S}^A can be rewritten with six coordinates, as shown in Eq. (2).

$$\mathbb{S}^A = (P^*, Q^*, R^*; L, M, N)^T = \left(\vec{S}_0 \times \vec{R} + h\vec{R}; \vec{R} \right)^T = \left(\vec{T}_P; \vec{R} \right)^T \quad (2)$$

The first three components of this vector correspond to the moment \vec{T}_P , and represents a free vector acting on the rigid body at a point P instantaneously coincident with the origin O . The resulting force \vec{R} is a row vector that acts on the screw axis (Weihmann *et al.*, 2011a,b; Laus *et al.*, 2012), and corresponds to the last three vector components of the Eq. (2).

Normalizing the wrench \mathbb{S}^A , it is possible to separate it into a geometric element $\hat{\mathbb{S}}^A$, with no associated mechanical greatness, and a magnitude Ψ with force units, thus $\mathbb{S}^A = \hat{\mathbb{S}}^A \Psi$.

The wrench can assume two conditions according to the pitch value. When the pitch is zero $h=0$, the wrench represent purely force. When the screw has pitch $h = \infty$, means that the net force \vec{R} is zero and wrench represents purely moment. Thus, in a coupling each constraint is represented by a wrench (Weihmann *et al.*, 2011a,b; Laus *et al.*, 2012). Also, all brench of a mechanism may be arranged in so-called *matrix of Actions*, which is denoted by $[A_D]_{\lambda \times C}$ shown in eq. (3), where C is the brute degree of restriction of the coupling network, equal to the sum of all unit restrictions c_p of each coupling belonging to the circuit of the mechanism. Normalizing the heliforças obtains the *Unit Action matrix* $[\hat{A}_D]_{\lambda \times C}$. For its part, the magnitudes arranged as a matrix, compose the *magnitude action vector* $\{\vec{\Psi}\}_{C \times 1}$.

The Davies **Cut-Set Law** states that the algebraic sum of the wrench that belong to the same cut (performed in a subset of couplings) is zero. Thus a cut in the λ space can be represented by the screw matrix notation as shown in Eq. (3):

$$\sum \mathcal{S}^A = [A_D]_{\lambda \times C} = [\hat{A}_D]_{\lambda \times C} \{\vec{\Psi}\}_{C \times 1} = \{\vec{0}\}_{\lambda \times 1} \quad (3)$$

In the same way for a number of k cuts, the system of the Eq.(3) is as follows:

$$[\hat{A}_N]_{\lambda, k \times C} \{\vec{\Psi}\}_{C \times 1} = \{\vec{0}\}_{\lambda, k \times 1} \quad (4)$$

Where $[\hat{A}_N]_{\lambda, k \times C}$ is called *Unit Network Action matrix*.

Authors such as Weihmann *et al.* (2011a,b); Laus *et al.* (2012) show clearly how to set the system of the Eq. (3), taking into account the graphs that determine the topological relation of the mechanism. The solution of the Eq. (3) depends on the proper selection of C_N primary variables belonging to the vector $\{\vec{\Psi}\}_{C \times 1}$, which are usually related to the actuators, through external forces that were internalized. This equation system can be partitioned between C_N primary variables and secondary variables a , where the secondary variables lead the sub-index S and the primary variables carry the subscript P . The last step is to isolate the unknowns vector $\{\Psi_S\}_{a \times 1}$, resulting in the static solution:

$$\{\vec{\Psi}_S\}_{a \times 1} = -[\hat{A}_{NS}]_{a \times a}^{-1} [\hat{A}_{NP}]_{a \times C_N} \{\vec{\Psi}_P\}_{C_N \times 1} \quad (5)$$

Where $[\hat{A}_{NS}]$ is the *Secondary Network submatrix* and $[\hat{A}_{NP}]$ is the *Primary Network submatrix*. Assigning values to the primary variables $[\vec{\Psi}_P]$ is possible to obtain a static solution, corresponding to the Eq. (5).

4. PROPOSED METHODOLOGY

The proposed methodology for modeling the knee in the sagittal plane provides a unique and systematic approach for the biomechanical analysis of the knee, and it consists of four steps (Fig. 2): (1) Schematic representation of the physical model of the knee, (2) Identification of the successive positions of the cruciate ligaments, (3) Determining the cruciates ligaments forces, and (4) Consideration of elastic behavior.

The first step identifies the initial positions of the cruciate ligaments when the knee is in full extension position, based on magnetic resonance imaging (MRI). The second step leads to the identifications of the successive positions of the cruciate ligaments in the flexion-extension movement of the knee. The third step leads to the identification of the forces acting on the cruciate ligaments for each position, by means of the Davies method. This static analysis enables to obtain the *In-Situ* force of the ACL (or ACL graft) and the magnitude of pre-tension of the ACL graft fixation, due to an applied external load. The fourth step leads to the identification of forces and displacements considering elastic behavior of the cruciate ligaments. This is performed with the *In-Situ* force, obtained in the previous step, and an experimental stiffness constant k , obtained from Górios *et al.* (2001). Finally, it can be analyzed the effect of considering the elastic behavior. This whole procedure is briefly schematized in the Fig. 2 and it will be explained in detail below.

4.1 Schematic representation of the physical model of the knee in the sagittal plane

The proposed physical model is based on the experimental approach presented by O'connor *et al.* (1989), where it is considered that the cruciate ligaments are always in tension and a cross four-bar mechanism $abcd$ is superimposed to the cruciate ligaments, as shown in Fig. 3a. Here, a , b , c and d are rotary joints of the mechanism, the link ab represents the PCL, the link cd represents the ACL, the link ad represents the tibial link (fixed to the tibia), and bc represents the femoral link (fixed to the femur). The angle α indicates the orientation of the link cd relative to the tibial link, and β is the orientation angle of the link ab relative to the tibial link. I is the intersection of the cruciate ligaments and represents the center of rotation of the joint.

The length and position of the links in the proposed model, depend on the ACL and PCL length, as well as the location of the ligament insertions on the tibia and femur. The determination of these parameters can be performed by MRI inspection as shown in Fig. 3b.

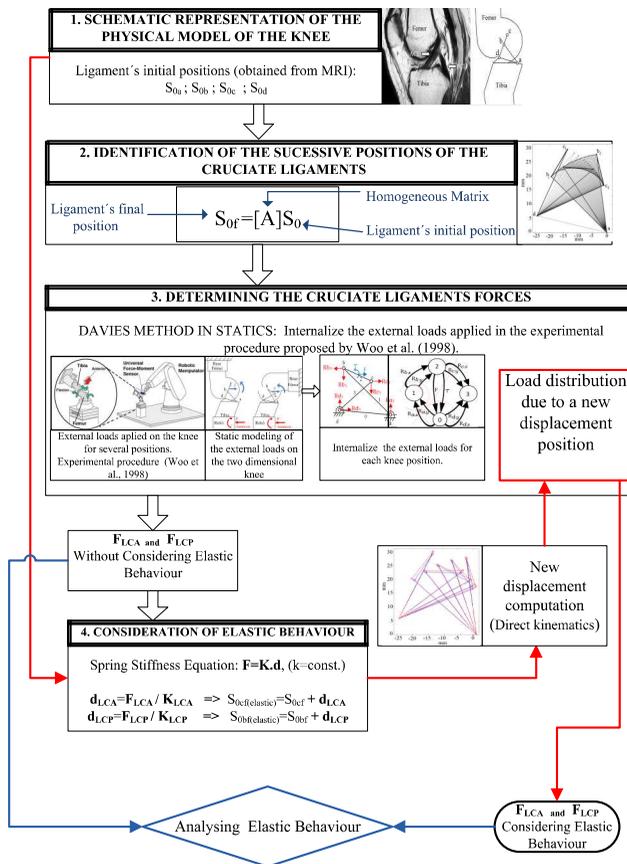


Figure 2. Schematic process of the proposed methodology, composed by four steps: (1) Schematic representation of the physical model of the knee, (2) Identification of the successive positions of the cruciate ligaments, (3) Determining the cruciate ligaments forces, and (4) Consideration of elastic behavior.

Williams *et al.* (1991) did an exhaustive literature review, which showed the wide range of variation of the lengths of the cruciate ligaments in the sagittal plane, indicating that the length of the ACL and the PCL varies between 23 and 40 mm. Authors such as Bradley *et al.* (1988); Clement *et al.* (1989); Crowninshield *et al.* (1976) and Wang *et al.* (1973) also present studies with ligament length values. The ligament length values chosen for the simulation of the proposed model were based on the most frequent values found in the literature, out of which: LCA (cd)=24.6mm, LCP (ab)=25.7mm, femoral link (bc)=13mm, tibial link (ad)=22mm.

4.2 Identification of the successive positions of the cruciate ligaments

In this section, the successive positions of the cruciate ligaments are calculated, from the maximum extension up to the maximum flexion of the knee ($0^\circ - 140^\circ$), as shown in Fig.1. For this analysis, the Freudenstein's equation (Freudenstein, 2010) and Rigid Transformations (Selig, 1992) are used. The Freudenstein's equation (Freudenstein, 2010) is widely used for the synthesis of 4-bar mechanisms, and in the proposed model it allows to find the β angle in function of α angle (Fig. 3a).

Considering the fixed points a and d , and the point a as the origin of the coordinate system, the successive positions

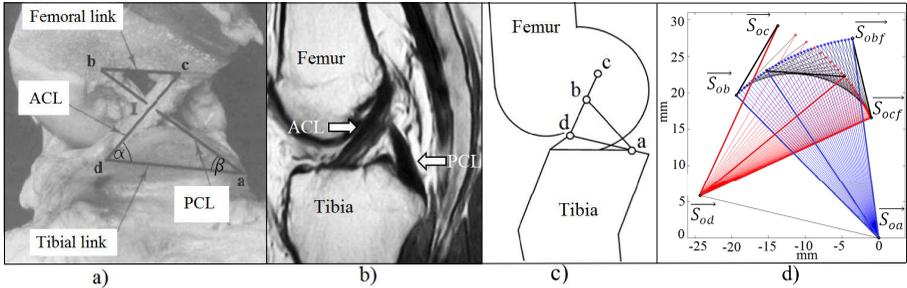


Figure 3. a) Knee in flexion with a cross four-bar mechanism superimposed on the cruciate ligaments (O'connor *et al.*, 1989). b) MRI of a knee in extension (Lykissas *et al.*, 2010). c) Physical model of the knee in extension (O'connor *et al.*, 1989). d) Successive positions of the cruciate ligaments: ACL in red, LCP in blue, tibial and femoral link in black.

of the links ab and cd can be described. The position of the vector ab is described as the rotation of the point b around the point a , as shown in equation 6, whereas \vec{S}_{obf} is the final position of the point b , \vec{S}_{ob} is the initial position of the point b , and $[A_\beta]$ is homogeneous matrix that describes the rotation angle β around the point a .

$$\vec{S}_{obf} = [A_\beta] \vec{S}_{ob} \quad (6)$$

In the same way, the position vector cd is described as the rotating point c around the point d , as shown in equation 7, whereas \vec{S}_{ocf} is the final position of the point c , \vec{S}_{oc} is the initial position of the point c , and $[A_\alpha]$ is the homogeneous matrix that describes the rotation angle α around the point d .

$$\vec{S}_{ocf} = [A_\alpha] \vec{S}_{oc} \quad (7)$$

Entering the successive values of α (from the maximum extension up to the maximum flexion) in the Eq.(6) and (7), all positions of the cruciate ligaments are obtained, as shown in Fig. 3d.

4.3 Determining the cruciates ligaments forces

In this section the forces in the cruciate ligaments are calculated by static analysis using the the Davies **Cut-Set Law** (Davies, 1981). For this, the experimental procedure proposed by Woo *et al.* (1998) is modeled and simulated to obtain the *In-Situ* force by using a robotic manipulator system (Unimate, PUMA model 762) and a universal force-moment sensor *UFS* (JR3, model 4015), as shown in Fig. 4a. This experimental procedure is described as follows. Woo *et al.* (1998) analyzed the *In Situ* force in the ACL, using knees specimens whose tibia and femur were cut to a length of 200mm from the joint line, secured within thick-walled aluminum cylinders and rigidly fixed. The cylinder that holds the femur is fixed to the ground by a supportive base structure. The cylinder that holds the tibia is fixed to the *UFS*, which in turn is fixed on the end-effector of the robot (Fig.4a). To obtain the *In-Situ* force of the ACL, the robot applies an anterior tibial load as shown by the red arrow in Fig. 4a, and it is applied in five knee angles of flexion (0° , 15° , 30° , 60° , 90°).

The load direction is chosen anteriorly to the tibia because there are exams, where the doctor manually applies a similar load on the tibia in order to determine the existence of ACL injuries (Drawer Test, Lachman test). A second reason, because the ACL is the primary limiter of anterior displacement of the tibia relative to the femur. Therefore, the load applied by the robot directly affects the LCA. For its part, the *UFS* sensor allows to save the data of force and torque that occur in the tibia, and by *Jacobian* operations, the magnitudes that occur in the LCA are known, such as the *In-Situ* force (Woo *et al.*, 1998, 2006b, 2004, 2006a).

The modeling of the experimental procedure of Woo *et al.* (1998) is shown in Fig. 4b. This model adopts the inertial reference system coinciding with the point a , belonging to the tibia. This convention considers that the femur is moving and the tibia is fixed.

The anterior tibial force applied by the robot has a magnitude of F_1 , and is accompanied by a torque τ_1 that constrains the flexion angle in order to provoke a forward translation of the tibia relative to the femur. The loads applied by the robot are shown in red (Fig. 4b). Whereas the ligaments transmit the applied loads by the robot, from the tibia to the femur, in the form of a reaction force F and a torque reaction τ , shown in blue (Fig. 4b). The reaction force F keeps constant its direction throughout of the knee flexion, and it is considered to be located at the midpoint of the femoral link bc . The application point of the force (F) is called \vec{S}_{0F} .

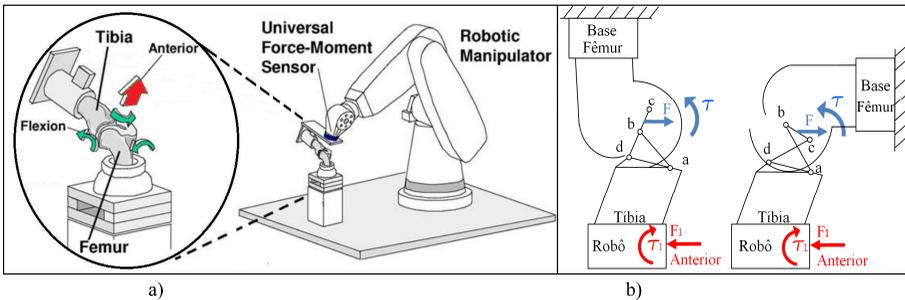


Figure 4. a) Experimental procedure proposed by Woo *et al.* (1998). b) Static modeling of the experimental procedure (Saldías *et al.*, 2013).

For the static analysis by Davies method (Davies, 1981), both external force and torque shown in red (Fig. 4b), must be internalized and replaced with equivalent actions between links belonging to the analyzed mechanism, resulting in a *over-constrained* chain (Fig. 5a). At this stage, numbers are assigned to each link and internal actions R_x and R_y are specified at each joint, as well as the force F and torque τ (Fig. 5a).

Once the actions are internalized, the action graph G_A (Fig.5b) is formed, where the 8 edges R_x and R_y represent the passive actions between each link in 0, 1, 2 e 3, and the edges F and τ represent the active actions between the links 0 and 2.

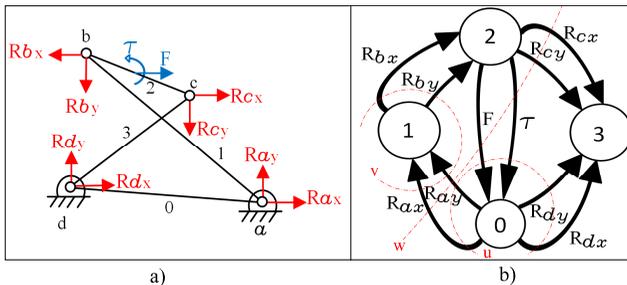


Figure 5. a) Actions on the couplings of the modeled mechanism. b) Action graph G_A of the modeled mechanism, and k cuts in red dashed lines. (Saldías *et al.*, 2013).

For the graph G_A the k cuts are determined. The number of k cuts is given by the relation 8, (Tsai, 2001):

$$k = n - 1 = 4 - 1 = 3 \quad (8)$$

Where n is the number of vertices of the graph G_A . Based on the generator tree (Weihmann *et al.*, 2011a,b; Laus *et al.*, 2012), it is determined where the $k = 3$ cuts in the graph will be applied. The 3 cuts are called u , v and w , and are shown in red dashed lines (Fig. 5b).

For the internalized actions chain, in the workspace $\lambda = 3$, can be described $\lambda \cdot k$ equations that must be satisfied by C unknowns. The C unknowns correspond to the sum of the number of passive actions R_x and R_y , and active actions F e τ :

$$C = R_x + R_y + F + \tau = 4 + 4 + 1 + 1 = 10 \quad (9)$$

These C unknowns can be written as a function of C_N primary variables (Weihmann *et al.*, 2011a,b; Laus *et al.*, 2012).

$$C_N = C - \lambda \cdot k = 10 - (3 \cdot 3) = 1 \quad (10)$$

Thus, it is possible to determine the internal actions C of the chain, by imposing $C_N = 1$ variables, corresponding to the force F .

In relation to wrench to the rotary joints (R_x and R_y), and the force F pitch h is zero, therefore wrenches are obtained that represent pure force constraints as shown in eq.11.

$$\mathbb{S} = \left(\vec{S}_0 \times \vec{S}; \vec{S} \right)^T = \left(\vec{S}_0 \times \vec{R}; \vec{R} \right)^T \quad (11)$$

On the other hand, the wrench pitch corresponding to pure torque τ is infinite; therefore, wrenches which represent pure torque are obtained as indicated in equation 12.

$$\mathbb{S} = \left(\vec{S}; \vec{0} \right)^T = \left(\tau; \vec{0} \right)^T \quad (12)$$

Considering the eq.(11) and Eq. (12), and that the position vectors \vec{S}_0 of the wrenches are obtained in the step 2 of the methodology (Identification of the successive positions of the cruciate ligaments), the following wrenches are obtained for the proposed model:

$$\begin{aligned} \mathbb{S}_{a_x} &= \begin{pmatrix} \vec{0} \\ \vec{R}_{a_x} \end{pmatrix}; \mathbb{S}_{a_y} = \begin{pmatrix} \vec{0} \\ \vec{R}_{a_y} \end{pmatrix}; \mathbb{S}_{b_x} = \begin{pmatrix} \vec{S}_{0b_f} \times \vec{R}_{b_x} \\ \vec{R}_{b_x} \end{pmatrix}; \mathbb{S}_{b_y} = \begin{pmatrix} \vec{S}_{0b_f} \times \vec{R}_{b_y} \\ \vec{R}_{b_y} \end{pmatrix}; \\ \mathbb{S}_{c_x} &= \begin{pmatrix} \vec{S}_{0c_f} \times \vec{R}_{c_x} \\ \vec{R}_{c_x} \end{pmatrix}; \mathbb{S}_{c_y} = \begin{pmatrix} \vec{S}_{0c_f} \times \vec{R}_{c_y} \\ \vec{R}_{c_y} \end{pmatrix}; \mathbb{S}_{d_x} = \begin{pmatrix} \vec{S}_{0d_f} \times \vec{R}_{d_x} \\ \vec{R}_{d_x} \end{pmatrix}; \\ \mathbb{S}_{d_y} &= \begin{pmatrix} \vec{S}_{0d_f} \times \vec{R}_{d_y} \\ \vec{R}_{d_y} \end{pmatrix}; \mathbb{S}_F = \begin{pmatrix} \vec{S}_{0F} \times \vec{F} \\ \vec{F} \end{pmatrix}; \mathbb{S}_\tau = \begin{pmatrix} \vec{\tau} \\ \vec{0} \end{pmatrix}; \end{aligned} \quad (13)$$

The Davies **Cut-Set Law** (Davies, 1981) states that the sum of the wrenches belonging to a cut is zero (Eq.4). To apply the **Cut-Set Law** it is built the *Unit Network Action matrix* $[\hat{A}_N]_{\lambda,k \times C}$. In this matrix, the normalized wrenches belonging to each cut u, v and w of the graph G_A are placed in an organized way, (Fig. 5b). The *Unit Network Action matrix* for the proposed model is presented in Eq. (14):

$$\begin{matrix} cut & u & \begin{bmatrix} \hat{S}_{a_x} & \hat{S}_{a_y} & \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} & \hat{S}_{d_x} & \hat{S}_{d_y} & \hat{S}_\tau & \hat{S}_F \\ \hat{S}_{a_x} & \hat{S}_{a_y} & \hat{S}_{b_x} & \hat{S}_{b_y} & \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} \end{bmatrix} \\ cut & v & \begin{bmatrix} \hat{S}_{a_x} & \hat{S}_{a_y} & \hat{S}_{b_x} & \hat{S}_{b_y} & \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} \\ \hat{S}_{a_x} & \hat{S}_{a_y} & \vec{0} & \vec{0} & \hat{S}_{c_x} & \hat{S}_{c_y} & \vec{0} & \vec{0} & \hat{S}_\tau & \hat{S}_F \end{bmatrix} \\ cut & w & \begin{bmatrix} \hat{S}_{a_x} & \hat{S}_{a_y} & \vec{0} \\ \hat{S}_{a_x} & \hat{S}_{a_y} & \vec{0} & \vec{0} & \hat{S}_{c_x} & \hat{S}_{c_y} & \vec{0} & \vec{0} & \hat{S}_\tau & \hat{S}_F \end{bmatrix} \end{matrix} = [\hat{A}_N]_{\lambda,k \times C} \quad (14)$$

Thus, the Eq. (4) applied to the proposed model becomes:

$$\begin{bmatrix} \hat{S}_{a_x} & \hat{S}_{a_y} & \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} & \hat{S}_{d_x} & \hat{S}_{d_y} & \hat{S}_\tau & \hat{S}_F \\ \hat{S}_{a_x} & \hat{S}_{a_y} & \hat{S}_{b_x} & \hat{S}_{b_y} & \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} \\ \hat{S}_{a_x} & \hat{S}_{a_y} & \vec{0} & \vec{0} & \hat{S}_{c_x} & \hat{S}_{c_y} & \vec{0} & \vec{0} & \hat{S}_\tau & \hat{S}_F \end{bmatrix}_{9 \times 10} \cdot \begin{bmatrix} R_{a_x} \\ R_{a_y} \\ R_{b_x} \\ R_{b_y} \\ R_{c_x} \\ R_{c_y} \\ R_{d_x} \\ R_{d_y} \\ \tau \\ F \end{bmatrix}_{10 \times 1} = \begin{bmatrix} \vec{0} \end{bmatrix}_{10 \times 1} \quad (15)$$

According to the Eq. (5), the system of the Eq. (15) can be rewritten, so that the *Primary Network submatrix* $[\hat{A}_{NP}]$ is equal to the last column of the matrix $[\hat{A}_N]_{\lambda,k \times C}$, and *Secondary Network submatrix* $[\hat{A}_{NS}]$ is equal to the first nine columns of the matrix $[\hat{A}_N]_{\lambda,k \times C}$. Since $[\hat{A}_{NS}]$ is invertible, the magnitudes of secondary actions $[\vec{\Psi}_S]$ are calculated by:

$$\begin{bmatrix} R_{a_x} \\ R_{a_y} \\ R_{b_x} \\ R_{b_y} \\ R_{c_x} \\ R_{c_y} \\ R_{d_x} \\ R_{d_y} \\ \tau \end{bmatrix}_{9 \times 1} = - \begin{bmatrix} \hat{S}_{a_x} & \hat{S}_{a_y} & \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} & \hat{S}_{d_x} & \hat{S}_{d_y} & \hat{S}_\tau \\ \hat{S}_{a_x} & \hat{S}_{a_y} & \hat{S}_{b_x} & \hat{S}_{b_y} & \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} \\ \hat{S}_{a_x} & \hat{S}_{a_y} & \vec{0} & \vec{0} & \hat{S}_{c_x} & \hat{S}_{c_y} & \vec{0} & \vec{0} & \hat{S}_\tau \end{bmatrix}_{9 \times 9}^{-1} \begin{bmatrix} \hat{S}_F \\ \vec{0} \\ \hat{S}_F \end{bmatrix}_{9 \times 1} \cdot \vec{F} \quad (16)$$

Assigning a value to the primary variable \vec{F} , it is possible to obtain a static solution, corresponding to the Eq. (16). In order to perform the static simulation that represents the experimental procedure proposed by Woo *et al.* (1998), the motion of the knee flexion ranges from 0° to 90° . For each flexion angle, an anterior tibial force \vec{F} is applied. The *In-Situ* force of *LCA* is calculated as the force that passes through the link *dc* for each flexion angle, that is: $F_{LCA\text{insitu}}=R_{dx}/(\cos(\alpha))$. The *In-Situ* force of *LCP* is calculated as the force that passes through the link *ab* for each flexion angle, that is: $F_{LCP\text{insitu}}=R_{ax}/(\cos(\beta))$.

4.4 Consideration of elastic behavior

This step leads to the identification of forces and displacements of the cruciate ligaments considering elastic behavior. The elastic displacements of the ligaments *d* are obtained by means of the *Spring Stiffness Equation*, shown in Eq. (17). There, *K* is the stiffness constant, *F* is the value corresponding to the *In-Situ* force of the cruciate ligaments, which had been obtained for each flexion angle in the previous step of the methodology (Fig. 2).

$$F = K.d \quad (17)$$

Specifically, the elastic displacements of the *ACL* and *PCL* were obtained as shown in Eq. (18), where $K_{ACL}=121.91\text{N/mm}$ and $K_{PCL}=143.88\text{N/mm}$ are the constant values of *ACL* and *PCL* stiffness, proposed by Górios *et al.* (2001).

$$\begin{aligned} d_{ACL} &= F_{ACL}/K_{ACL} \\ d_{PCL} &= F_{PCL}/K_{PCL} \end{aligned} \quad (18)$$

It is important to note that each elastic displacement (d_{ACL} and d_{PCL}) varies as long as the *In-Situ* force varies for each angle flexion. All the successive ligaments positions had to be updated, as shown in Eq. (19) considering these elastic displacements. The updated positions of the *ACL* and *PCL*, now considering elastic behavior, are called $\vec{S}ocf_{(elastic)}$ and $\vec{S}obf_{(elastic)}$ respectively. Three principal successive positions of the cruciate ligaments, considering elastic behavior (red) and disconsidering elastic behavior (blue), are shown in (Fig. 6)

$$\begin{aligned} \vec{S}ocf_{(elastic)} &= \vec{S}ocf + d_{ACL} \\ \vec{S}obf_{(elastic)} &= \vec{S}obf + d_{PCL} \end{aligned} \quad (19)$$

For the updated positions the **Cut-Set Law** is reapplied, finding forces that consider elastic behavior of the cruciate ligaments, and they will be shown in the next section.

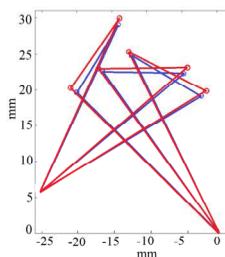


Figure 6. Positions of the cruciate ligaments: considering elastic behavior (red) and disconsidering elastic behavior (blue).

5. RESULTS

In this section, the results of the *In-Situ* forces in the *ACL* and the anterior tibial displacement simulated in the model are presented. To validate the proposed model, the experimental results obtained by Woo *et al.* (1998) are compared with the two simulated results: one that considers elastic behavior, and another that disconsiders elastic behavior. The experimental values (force and displacement) were obtained when Woo *et al.* (1998) robotically applied an anterior tibial load $F_1 = 110\text{N}$ for the following flexion angles: 0° , 15° , 30° , 60° , 90° . On the other hand, the simulated results are obtained considering that F_1 is continuously applied from 0° up to 90° .

The results of the *In-Situ* forces in the ACL, are shown in Fig. 7a. The experimental values are shown in blue triangles. The simulated values that consider elastic behavior are shown in black squares. The simulated values that disconsider elastic behavior are shown in red circles. The experimental values of *In-Situ* force grow from 0° up to 15° of flexion, after these angle the values are decreasing. The simulated values of *In-Situ* force start to decrease from 0° up to 90°. The maximum difference between experimental and simulated values of *In-Situ* force is 20.7N at 0° of flexion, while the minimum differences (close to 0N) are from 12° up to 90° of flexion. The difference between the two simulated results, one that considers and another that disconsiders elastic behavior, vary within 3.0N and 3.7N. Of which, those that consider elastic behavior are slightly higher.

The anterior tibial displacement due to the anterior tibial load $F_1 = 110N$, are shown in Fig. 7b. The experimental values are shown in blue triangles. The simulated values that consider elastic behavior are shown in black squares. The simulated values that disconsider elastic behavior are shown in red asterisks. The experimental values of anterior tibial displacement grows strongly from 0° up to 30° of flexion (*rollback* effect). After that, the displacement decreases. This means that the femur glides over the tibia and even changes the direction of displacement. The simulated values of anterior tibial displacement start to grow continuously from 0°, without changing its direction. The maximum difference between experimental and simulated values of anterior tibial displacement is 4.9mm at 0° of flexion, while the minimum differences (0mm) are located at 67° and 70° of flexion. The difference between two simulated results, one that considers and another that disconsiders elastic behavior, vary within 0.2mm and 0.9mm. Of which, those that consider elastic behavior are slightly higher.

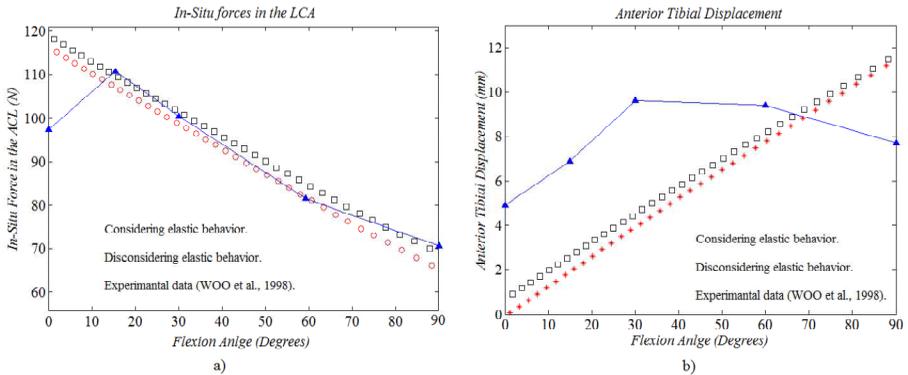


Figure 7. Experimental values, simulated values that consider elastic behavior, and simulated values that do not consider elastic behavior for: a) *In-Situ* forces in the ACL. b) Anterior tibial translation.

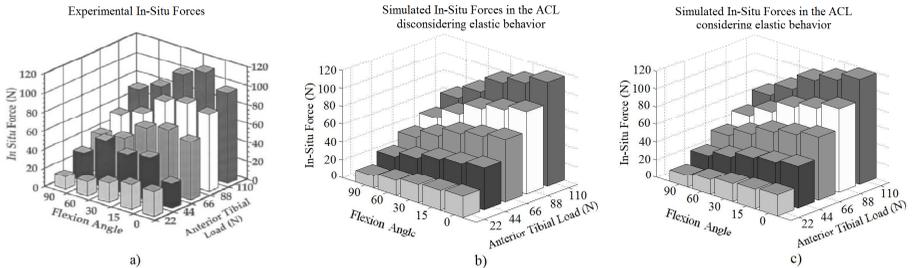


Figure 8. *In-Situ* Forces for F_1 magnitudes: a) Experimental values (Woo *et al.*, 1998), b) simulated values that disconsider elastic behavior, and c) Simulated values that consider elastic behavior.

After that procedure, the *In-Situ* forces in the ACL were evaluated on the same flexion angles, but varying the magnitude of the anterior tibial forces F_1 to: 110N, 88N, 66N, 44N and 22N. The experimental values are shown in Fig.8a. The

simulated values that disconsider elastic behavior are shown in Fig.8b. The simulated values that consider elastic behavior are shown in Fig.8c. In Fig.8a can be seen that the graphs of experimental results of *In-Situ* forces have a convex shape with the maximum values close to 15° of flexion. In contrast, the simulated values of forces (Fig.8a,b) have a decreasing shape with a maximum at 0° of flexion. The maximum difference between experimental and simulated values of *In-Situ* forces is 20.7N at 0° of flexion. The maximum difference between simulated values of *In-Situ* forces, that consider and disconsider elastic behavior, is 3.7N at 90° of flexion.

6. CONCLUSIONS

The proposed model of the human knee joint allows to obtain results of position and *In-Situ* forces in the ACL close to the experimental ones. This fact makes possible to provide support to the orthopedic surgeons with important informations for preoperative planning and medical decision making.

The inclusion of the elastic behavior can be negligible, because the largest error between simulated *In-Situ* forces, that consider and disconsider elastic behavior, is small (5.1%). In its turn, the largest error between the simulated anterior tibial displacements, that consider and disconsider elastic behavior, is small as well (6.1%). It is concluded that a model with fixed-length links would reproduce results close the experimental ones.

The proposed methodology for inclusion of the elastic behavior could be considered as a series of iterations, where the positions of the ligaments are accommodating until converge, according to an external load F_1 and a stiffness constant K . But in this work a single iteration has been performed, because the variation of the length of the ligaments in one iteration resulted very small, thus considering it as already converged.

The main reason of the difference between simulated and experimental results of *In-Situ* forces in the ACL is the disregarding of the three-dimensional effects, such as axial rotation of the knee, which occurs strongly in the first degrees of knee flexion, but also on the whole knee movement. For the same reason, the simulated values of anterior tibial displacement are growing continuously without change of direction (unlike the experimental values). Although the results of this study are encouraging, they still do not reflect faithfully the experimental results.

The proposed methodology would allow to improve the present model, simulating customized models of the knee, including three dimensional effects and other internal structures, that will allow better results and closer to the experimental ones.

7. REFERENCES

- Bacarim Pavan, R., 2010. "Análise dinâmica de corpos rígidos aplicada ao projeto de uma prótese para artroplastia total de joelho".
- Ball, S., 1900. *A Treatise on the Theory of Screws*. Cambridge Univ Pr.
- Bradley, J., Fitzpatrick, D., Daniel, D., Shercliff, T. and O'Connor, J., 1988. "Orientation of the cruciate ligament in the sagittal plane. a method of predicting its length-change with flexion". *Journal of Bone and Joint Surgery-British Volume*, Vol. 70, No. 1, p. 94.
- Campos, A., 2004. *Cinémática diferencial de manipuladores empregando cadeias virtuais*. Ph.D. thesis, Ph. D. Thesis.
- Campos, A., Guenther, R. and Martins, D., 2005. "Differential kinematics of serial manipulators using virtual chains". *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, Vol. 27, p. 345.
- Campos, A., Guenther, R. and Martins, D., 2009. "Differential kinematics of parallel manipulators using assur virtual chains". *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 223, No. 7, p. 1697.
- Clement, B., Drouin, G., Shorrock, G. and Gely, P., 1989. "Statistical analysis of knee ligament lengths". *Journal of biomechanics*, Vol. 22, No. 8-9, pp. 767-774.
- Crowninshield, R., Pope, M. and Johnson, R., 1976. "An analytical model of the knee". *Journal of Biomechanics*, Vol. 9, No. 6, pp. 397-405.
- Davies, T., 1981. "Kirchhoff's circulation law applied to multi-loop kinematic chains". *Mechanism and machine theory*, Vol. 16, No. 3, pp. 171-183.
- Freudenstein, F., 2010. "Approximate synthesis of four-bar linkages". *Resonance*, Vol. 15, pp. 740-767. ISSN 0971-8044. URL <http://dx.doi.org/10.1007/s12045-010-0084-7>. 10.1007/s12045-010-0084-7.
- Górios, C., Hernandez, A.J., Amatuzzi, M.M., Leivas, T.P., Pereira, C.A.M., NETO, R.B. and Pereira, E.d.S., 2001. "Estudo da rigidez do ligamento cruzado anterior do joelho e dos enxertos para sua reconstrução com o ligamento patelar e com os tendões dos músculos semitendíneo e grácil". *Acta Ortop Bras*, Vol. 9, No. 2, p. 26.
- Gregorio, R. and Parenti-Castelli, V., 2006. "Parallel mechanisms for knee orthoses with selective recovery action". *Advances in Robot Kinematics*, pp. 167-176.
- Huson, A., Spoor, C. and Verbout, A., 1989. "A model of the human knee, derived from kinematic principles and its relevance for endoprosthesis design". *Acta Morphologica Neerlandica-Scandinavica*, Vol. 27, pp. 45-62.
- Kapandji, A. et al., 2000. *Fisiologia articular*. Editorial Médica Panamericana.

- Laus, L., Simas, H., CRUZ, D. and Martins, D., 2012. "Efficiency of gear trains determined using graph and screw theories". *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 1. doi:10.1016/j.mechmachtheory.2012.01.011. URL http://authors.elsevier.com/TrackPaper.html?trk_article=MAMT194Atrk_urnname=Laus.
- Lykissas, M., Mataliotakis, G., Paschos, N., Panovrakos, C., Beris, A. and Papageorgiou, C., 2010. "Simultaneous bi-compartmental bucket-handle meniscal tears with intact anterior cruciate ligament: a case report". *Journal of medical case reports*, Vol. 4, No. 1, pp. 1–4.
- O'Connor, J., Shercliff, T., Biden, E. and Goodfellow, J., 1989. "The geometry of the knee in the sagittal plane". *ARCHIVE: Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H: Journal of Engineering in Medicine 1989-1996 (vols 203-210)*, Vol. 203, No. 48, pp. 223–233.
- Olanlokun, K. and Wills, D., 2002. "A spatial model of the knee for the preoperative planning of knee surgery". *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H: Journal of Engineering in Medicine*, Vol. 216, No. 1, p. 63.
- Ottoboni, A., Parenti-Castelli, V. and Leardini, A., 2005. "On the limits of the articular surface approximation of the human knee passive motion models". In *Proceedings of the 17th AIMETA Congress of Theoretical and Applied Mechanics, Firenze, Italy*.
- Parenti-Castelli, V., Leardini, A., Di Gregorio, R. and O'Connor, J., 2004. "On the modeling of passive motion of the human knee joint by means of equivalent planar and spatial parallel mechanisms". *Autonomous Robots*, Vol. 16, No. 2, pp. 219–232.
- Saldias, D.A.P., de Mello Roesler, C.R. and Martins, D., 2013. "A human knee joint model based on screw theory and its relevance for preoperative planning". *Mecánica Computacional, Volume XXXI. Number 24. Computational Modeling in Bioengineering and Biomedical Systems (B)*, pp. 3847–3871.
- Sancisi, N. and Parenti-Castelli, V., 2011a. "A novel 3d parallel mechanism for the passive motion simulation of the patella-femur-tibia complex". *Meccanica*, pp. 1–14.
- Sancisi, N. and Parenti-Castelli, V., 2011b. "A sequentially-defined stiffness model of the knee". *Mechanism and Machine Theory*.
- Sancisi, N., Zannoli, D., Parenti-Castelli, V., Belvedere, C. and Leardini, A., 2011. "A one-degree-of-freedom spherical mechanism for human knee joint modelling". *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H: Journal of Engineering in Medicine*, Vol. 225, No. 8, pp. 725–735.
- Sancisi, N. and Parenti-Castelli, V., 2010. "A 1 dof parallel spherical wrist for the modelling of the knee passive motion". *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 45, No. 3, pp. 658–665.
- Selig, J., 1992. *Introductory robotics*. Prentice Hall.
- Tsai, L., 2001. *Mechanism design: enumeration of kinematic structures according to function*, Vol. 16. CRC.
- Wang, C., Walker, P. and Wolf, B., 1973. "The effects of flexion and rotation on the length patterns of the ligaments of the knee". *Journal of biomechanics*, Vol. 6, No. 6, pp. 587–592.
- Weihmann, L., Martins, D., Bernert, D.L.A. and Coelho, L.d.S., 2011a. "Optimization of planar parallel manipulators force capabilities using improved harmony search approach." In *21st International Congress of Mechanical Engineering - COBEM, 2011, Natal. Proceedings of the 21st International Congress of Mechanical Engineering*.
- Weihmann, L., Martins, D. and dos Santos Coelho, L., 2011b. "Modified differential evolution approach for optimization of planar parallel manipulators force capabilities". *Expert Systems with Applications*.
- Williams, P., Peura, G. and Hoffman, A., 1991. "A model of knee motion in the sagittal plane". In *Bioengineering Conference, 1991., Proceedings of the 1991 IEEE Seventeenth Annual Northeast. IEEE*, pp. 273–274.
- Wilson, D., Feikes, J. and O'Connor, J., 1998. "Ligaments and articular contact guide passive knee flexion". *Journal of biomechanics*, Vol. 31, No. 12, pp. 1127–1136.
- Wilson, D. and O'Connor, J., 1997. "A three-dimensional geometric model of the knee for the study of joint forces in gait". *Gait & Posture*, Vol. 5, No. 2, pp. 108–115.
- Woo, S., Abramowitch, S., Kilger, R. and Liang, R., 2006a. "Biomechanics of knee ligaments: injury, healing, and repair". *Journal of biomechanics*, Vol. 39, No. 1, pp. 1–20.
- Woo, S., Fox, R., Sakane, M., Livesay, G., Rudy, T. and Fu, F., 1998. "Biomechanics of the acl: Measurements of in situ force in the acl and knee kinematics". *The Knee*, Vol. 5, No. 4, pp. 267–288.
- Woo, S., Thomas, M. and Saw, S., 2004. "Contribution of biomechanics, orthopaedics and rehabilitation: The past, present and future". *The Surgeon*, Vol. 2, No. 3, pp. 125–136.
- Woo, S., Wu, C., Dede, O., Vercillo, F. and Noorani, S., 2006b. "Biomechanics and anterior cruciate ligament reconstruction". *Journal of Orthopaedic Surgery and Research*, Vol. 1, No. 1, pp. 1–9.

8. RESPONSIBILITY NOTICE

The author Daniel Alejandro Ponce Saldias is the only responsible for the printed material included in this paper.

MODELAGEM DA ARTICULAÇÃO DO JOELHO HUMANO NO PLANO SAGITAL PELO MÉTODO DE DAVIES

Daniel P. Saldías^{a,b}, Daniel Martins^a, Carlos Rodrigo M. Roesler^b, Fabiola S. Rosa^{a,b,c}
Ari D. O. Moré^b

^aLaboratório de Robótica, Universidade Federal de Santa Catarina, Campus Universitário, Trindade, Florianópolis/SC, Brasil, danielpo25@gmail.com, danielemc@gmail.com, fahbysr@gmail.com, http://www.robotica.ufsc.br

^bLaboratório de Engenharia Biomecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Hospital Universitário, Campus Universitário, Trindade, Florianópolis/SC, Brasil, rroesler@hu.ufsc.br, arimore@terra.com.br, http://www.lebm.ufsc.br

Palavras Chave: Modelagem computacional do joelho, Planejamento pré-operatório, Mecanismos, Helicoides, Método de Davies, Comportamento elástico.

1 INTRODUÇÃO

As lesões de joelho mais frequentes correspondem à ruptura do ligamento cruzado anterior (LCA) (Woo et al., 2006). Quando é indicada cirurgia, o planejamento pré-operatório torna-se uma etapa crítica na definição de parâmetros a serem empregados na cirurgia. Nesse âmbito, existe a necessidade por parte dos médicos ortopedistas de:

- Definir cientificamente o melhor ponto para inserção do enxerto que aproxime a funcionalidade do LCA intacto.
- Conhecer a pré-tensão com que deve ser fixado o enxerto.

Além dos fatores acima listados, é interessante estimar a força que atua no ligamento (ou enxerto) em resposta a uma carga aplicada no joelho. Esta força é chamada de força *In-Situ*, (Woo et al., 2006).

1.2 Objetivos

Propor e implementar uma metodologia para modelagem computacional do joelho no plano sagital, considerando comportamento elástico dos ligamentos, baseando-se em teoria de mecanismos e Método de Davies. O modelo deve simular as posições e forças *In-Situ* de um LCA saudável, como também a pré-tensão do enxerto. Esta metodologia será utilizada para implementar modelos customizados do joelho, que forneçam informações para auxiliar a decisão médica no planejamento pré-operatório.

2 MÉTODO PROPOSTO

Consta de três etapas: modelo físico, estática dos ligamentos cruzados e consideração de comportamento elástico. O método contempla o procedimento experimental realizado por Woo et al. (1998) para conhecer a força *In-Situ*. A força *In-Situ* experimental serve para validar o modelo proposto. O procedimento experimental (Figura 1a), consiste em aplicar cargas com direção anterior tibial sobre um espécime de joelho, para vários ângulos de flexão, mediante um sistema robótico. O

sensor de força do robô mede as forças *In-Situ* do LCA.

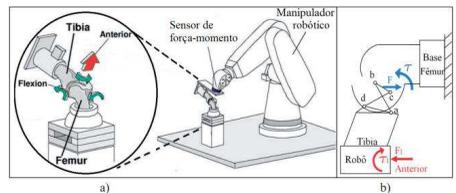


Figure 1: a) Procedimento experimental, b) Diagrama de forças do procedimento experimental.

Na sequência descrevem-se as etapas do método proposto.

2.1 Modelo físico

Obtém-se a posição inicial dos ligamentos cruzados através de uma ressonância magnética. Os ligamentos cruzados possuem uma configuração similar a um mecanismo de 4 barras cruzadas, (Figura 2a; O'connor et al., 1989).

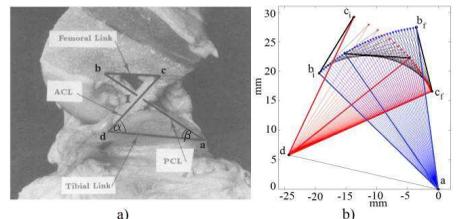


Figure 2: a) Mecanismo de 4 barras dos ligamentos cruzados, b) Sucessivas posições dos ligamentos obtidas computacionalmente.

As posições sucessivas são calculadas computacionalmente, considerando os ligamentos como elos rígidos, desde a extensão máxima até a flexão máxima do joelho (Figura 2b). Para isso foram utilizados a Equação de Freudenstein (Freudenstein, 2010) e

transformações rígidas. Dessa forma, o LCA (em vermelho, [Figura 2b](#)) tem sua posição final definida por c_f na Eq.(1), sendo c_i sua posição inicial. O LCP (em azul, [Figura 2b](#)) tem sua posição final definida por b_f na Eq.(2), sendo b_i sua posição inicial. Por sua vez, R_d e R_a são as matrizes de transformação para o LCA e LCP respectivamente.

$$c_f = [R_d]c_i, \quad (1)$$

$$b_f = [R_a]b_i. \quad (2)$$

2.2 Estática dos ligamentos cruzados

Calculam-se aqui as forças nos ligamentos cruzados para as posições encontradas na etapa anterior, em função das cargas aplicadas no joelho no procedimento experimental ([Figura 1a](#)). Para essa modelagem, aplica-se a *Lei dos cortes* de Davies (Davies, 1981). Nesse método a força e torque externos (mostrados em vermelho na [Figura 1b](#)) devem substituídos por forças internas entre os elos do mecanismo de 4 barras. Com as forças internalizadas, é formado o grafo das ações, onde aplica-se a *Lei dos Cortes*. Essa *Lei* estabelece que a soma algébrica dos heliforças que pertencem a um mesmo corte é zero. Assim, k cortes podem ser representados pela notação matricial de helicoides mostrada na Eq. (3), onde $[\hat{A}_{NS}]$ e $[\hat{A}_{NP}]$ são as submatrizes de *Rede Secundária* e *Primária* respectivamente.

$$\{\tilde{\Psi}_S\} = -[\hat{A}_{NS}][\hat{A}_{NP}]\{\tilde{\Psi}_P\} \quad (3)$$

Atribuindo valores às cargas aplicadas no joelho $\{\tilde{\Psi}_P\}$, é possível obter a solução estática $\{\tilde{\Psi}_S\}$, correspondente as forças internas dos ligamentos.

2.3 Consideração de comportamento elástico

Obtém-se simplificadaamente os deslocamentos elásticos x dos ligamentos, a partir da Eq. (4) da rigidez de mola, utilizando as forças F adquiridas na fase anterior e a rigidez ligamentar K proposta por Górios et al. (2001)

$$F = K \cdot x \quad (4)$$

As posições dos ligamentos são atualizadas ([Figura 3](#)) considerando os deslocamentos x . Para essas posições é aplicada novamente a *Lei dos cortes* de Davies, encontrando as forças que consideram comportamento elástico dos ligamentos cruzados.

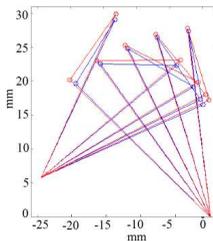


Figura 3: Posições de ligamentos: sem comportamento elástico (azul), e considerando comportamento elástico (vermelho).

3 RESULTADOS

Na [Figura 4a](#) estão os resultados experimentais propostos por Woo et al. (1998), onde a força *In-Situ* do LCA é dada em relação ao ângulo de flexão do joelho e à carga anterior tibial. Na parte superior da [Figura 4b](#) estão os resultados

simulados por Ponce et al. (2012) que não consideram efeito elástico dos ligamentos. Na parte inferior da [Figura 4b](#), encontra-se os resultados simulados que consideram efeito elástico. Observa-se que os resultados aqui obtidos se aproximam aos de Ponce et al. (2012), mantendo diferença dos resultados experimentais.

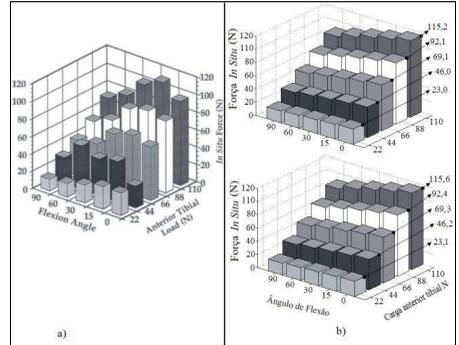


Figura 4: a) Resultados experimentais. b) Resultados da simulação, sem considerar comportamento elástico (superior), e considerando comportamento elástico (inferior).

4 CONCLUSÕES

A metodologia desenvolvida permite modelar e simular joelhos customizados, auxiliando o planejamento pré-operatório. Através dessa metodologia também é possível aprimorar a presente modelagem, incluindo os efeitos tridimensionais e as estruturas anatómicas não consideradas. Os resultados simulados diferem dos experimentais, pois o modelo proposto é simplificado, não considerando efeitos tridimensionais, como a rotação axial do joelho.

5 REFERÊNCIAS

- Woo S., Wu C., Dede O., Vercillo F., e Noorani S. Biomechanics and anterior cruciate ligament reconstruction. *Journal of Orthopaedic Surgery and Research*, 1(1):1–9, 2006.
- Woo S., Fox R., Sakane M., Livesay G., Rudy T., e Fu F. Biomechanics of the acl: Measure-ments of in situ force in the acl and knee kinematics. *The Knee*, 5(4):267–288, 1998.
- O'connor J., Shercliff T., Biden E., and Goodfellow J. The geometry of the knee in the sagittal plane. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Journal of Engineering in Medicine*, 203(48):223–233, 1989.
- Freudenstein F. Approximate synthesis of four-bar linkages. *Resonance*, 15:740–767, 2010.
- Górios C., Hernandez A. J., Amatuzzi M. M., Leivas T. P., Pereira C. A. M., Neto R. B., Pereira E. S., Estudo da Rigidez do Ligamento Cruzado Anterior do Joelho e dos Enxertos para sua Reconstrução com o Ligamento Patelar e com os Tendões dos Músculos Semitendíneo e Grácil, *Acta Ortop Bras*, 9(2):26–40, 2001.
- Davies T. Kirckhoff's circulation law applied to multi-loop kinematic chains. *Mechanism and machine theory*, 16(3):171–183, 1981.
- Saldias D. A. P., Roesler C. R. M., Martins D., A human knee joint model based on screw theory and its relevance for preoperative planning, *Mecânica computacional*, 31(24):3847–3871, 2012.

A HUMAN KNEE JOINT MODEL BASED ON SCREW THEORY AND ITS RELEVANCE FOR PREOPERATIVE PLANNING

Daniel Alejandro Ponce Saldías^{a,b}, Carlos Rodrigo de Mello Roesler^b and Daniel Martins^a

^a*Laboratório de Robótica, Universidade Federal de Santa Catarina, Campus Universitário, Trindade, CEP: 88040-900, Florianópolis/SC, Brasil, danielpo25@gmail.com, danielemc@gmail.com, <http://www.robotica.ufsc.br>*

^b*Laboratório de Engenharia Biomecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Hospital Universitário, Campus Universitário, Trindade, CEP: 88040-900 Florianópolis/SC, Brasil, roesler@lu.ufsc.br, <http://www.lebm.ufsc.br>*

Keywords: Biomechanics, computational modeling of the knee, preoperative planning, mechanisms, Davies method.

Abstract. The human knee joint is subjected to a high demand when performing its biomechanical function and injuries are frequent. Rupture of the anterior cruciate ligament (ACL) is the most common injury of human knee and causes great instability to it, decreased functional ability as well as degeneration of the menisci and adjacent articular cartilage. Cartilage problems and ligament injuries are treated surgically using grafts in replacement of the ligaments, in case of ligament reconstruction, or using prosthesis, in case of osteoarthritis.

The surgical treatment for injuries involves the knee joint surgery, physiotherapy and rehabilitation procedures to restore the patient's functional abilities of the knee. For the surgery, the orthopedic surgeon must plan the surgery in order to obtain better results postoperatively. The preoperative planning is a critical step in selecting the surgical technique and definition of parameters to be used in surgery for each patient and thus can directly affect the results of surgery.

For an appropriate preoperative planning, the orthopedic surgeon needs to know the exact problem to be solved, possible surgical solutions and the expected consequences for each solution.

This work propose a methodology for computational mechanical modeling of the knee based on the theory of mechanisms, screw theory and the Davies method, in order to assist the preoperative planning and provide to the orthopedic surgeon objective information simulated by model that assist in medical decision making.

1 INTRODUÇÃO

As lesões de joelho mais frequentes no âmbito esportivo correspondem à ruptura do ligamento cruzado anterior (LCA) (Woo et al., 2006b).

O tratamento para estes joelhos lesados envolvem intervenções cirúrgicas, fisioterapia e reeducação do paciente para recuperar as habilidades funcionais do joelho. Quando é indicada a intervenção cirúrgica, os médicos ortopedistas têm de planejar a maneira a proceder nesta. Daqui, o planejamento pré-operatório é um passo crítico no tratamento do joelho e pode afetar diretamente os resultados da cirurgia.

Para seguir um planejamento pré-operatório satisfatório do LCA, o médico ortopedista precisa do apoio de ferramentas para conhecer os seguintes requisitos: determinação do problema a resolver, determinação das possíveis soluções cirúrgicas e das consequências esperadas para cada solução.

Para determinar estes requisitos, é de grande importância conhecer a força *In Situ*. Por definição a força *In Situ* é a força que é levada pelo ligamento (ou enxerto) em resposta a uma carga aplicada no joelho. A força *In Situ* no joelho intacto caracteriza a função do ligamento em resistência frente a uma carga externa aplicada (Woo et al., 2006a,b).

Um dos propósitos principais deste trabalho é dar apoio ao médico ortopedista para que conheça estes requisitos, mediante as informações fornecidas por um modelo mecânico bidimensional do joelho, a ser desenvolvido com base na teoria de mecanismos, teoria de helicoides e no método de Davies. O presente modelo permite simular as posições, velocidades e forças *In Situ* de um LCA saudável no plano sagital. Para a análise da reconstrução ligamentar, o modelo permite também simular a força *In Situ* do enxerto de substituição do LCA, e a pré-tensão com que é fixado o enxerto no osso, em função do local de incisão no plano sagital.

1.1 Contextualização do trabalho

O alto número de operações e implantação de próteses de joelho realizadas cada ano (Sancisi and Parenti-Castelli, 2010), faz que o joelho seja uma das articulações do corpo humano mais estudada. Por isto, nos últimos trinta anos vários estudos têm sido desenvolvidos para definir modelos do joelho baseados em teoria de mecanismos.

Tem-se demonstrado que esses modelos mecânicos fornecem informações adicionais aos médicos ortopedistas em vários aspectos do planejamento pré-operatório, como é o diagnóstico (Sancisi and Parenti-Castelli, 2010; Olanlokun and Wills, 2002), a decisão da técnica cirúrgica específica a executar (Sancisi and Parenti-Castelli, 2010; Olanlokun and Wills, 2002), o conhecimento das consequências da aplicação da técnica cirúrgica (Olanlokun and Wills, 2002) e o protocolo de fisioterapia no pós-operatório (Sancisi and Parenti-Castelli, 2011b). A Figura 1 representa esquematicamente estes importantes aspectos do planejamento pré-operatório.

Especificamente, os modelos de joelho baseados em teoria de mecanismos podem ser aplicados no planejamento de reconstrução de ligamentos, superfícies articulares e osteotomia (Olanlokun and Wills, 2002). Além disso são indispensáveis para o projeto de próteses (Sancisi and Parenti-Castelli, 2010; Ottoboni et al., 2005; Sancisi et al., 2011), síntese de órteses (Sancisi and Parenti-Castelli, 2010), e para estimar indiretamente forças não mensuráveis (Sancisi et al., 2011) que são internas à articulação, como a força *In Situ*.

Na atualidade a literatura biomecânica apresenta vários modelos, desde os bidimensionais mais simples e mais antigos, até os mais elaborados e modernos modelos tridimensionais, cuja precisão tem crescido continuamente no tempo. Contudo, eles apresentam sérias limitações de aplicabilidade no planejamento pré-cirúrgico, essas limitações também serão explicados neste



Figure 1: Principais aspectos de um planejamento pré-operatório satisfatório.

trabalho.

No âmbito relacionado à pesquisa de reconstrução de ligamentos e de projeto de dispositivos ortopédicos, alguns autores (Woo et al., 2006a,b) indicam que o futuro da biomecânica deve envolver estudos multidisciplinares integrados, baseados em condições de cargas e cinemáticas mais realistas. Se vislumbram assim inovadores práticas de pesquisa que envolvam paralelamente métodos experimentais e simulações com modelos computacionais de articulações. Na Figura 2, se representa esquematicamente o futuro da pesquisa biomecânica integrada, e é explicada na sequência.

Nos últimos tempos as medições *in vivo* da cinemática articular tem se desenvolvido rapidamente, permitindo realizar medições em atividades cotidianas com uma boa exatidão para posições e orientações, mediante métodos de fluoroscopia dual ortogonal (Li et al., 2009; Torry et al., 2011), cinemetria (Woo et al., 2006a,b; Wang and Zheng, 2010) e por sistemas de medição do tipo *Inertial Measurement Unit* conhecidos também como IMU (Madgwick, 2010; Madgwick et al., 2011).

Desde que os dados cinemáticos *in vivo* de articulações são coletados, eles podem ser reproduzidos posteriormente em espécimes cadavéricos por sistemas de medição de força semi-automatizados e robóticos (parte superior esquerda da Figura 2). Estes sistemas de medição permitem obter experimentalmente as forças as quais são submetidas estruturas anatómicas articulares específicas em função de uma cinemática (*in vivo*) aplicada (Woo et al., 1998; Howard et al., 2007). Neste âmbito Woo et al. (1998, 2004, 2006a,b) apresenta uma inovadora técnica de medição da força *In Situ* no LCA, mediante um sistema robótico que, combinado com um sensor de força universal *UFS*, consegue medir as forças internas dos ligamentos como resposta à força aplicada pelo mesmo robô.

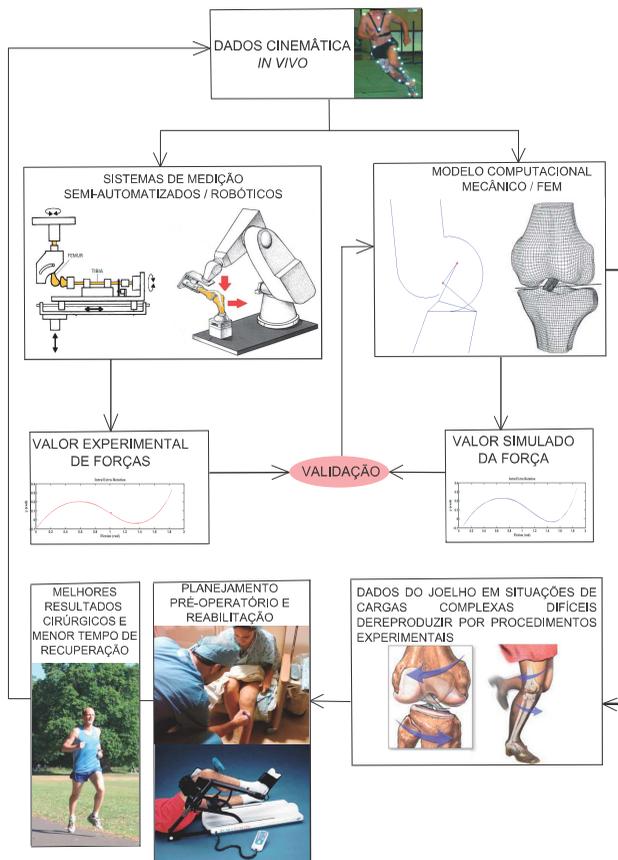


Figure 2: Esquema de estudo biomecânico integrado, como futuro da biomecânica, baseado em (Woo et al., 2006a,b).

Em outra abordagem, construí-se o modelo computacional da articulação de um paciente específico, seja modelado por elementos finitos ou por teoria de mecanismos (parte superior direita da Figura 2). Estes modelos podem ser submetidos aos mesmos dados cinemáticos *in vivo* já reproduzidos nos sistemas de medição de força semi-automatizados e robóticos. Desta forma o modelo computacional fornece o resultado das forças de elementos anatómicos específicos em questão. Aprimora-se e valida-se o modelo computacional, comparando os próprios resultados com os resultados experimentais de forças, de maneira a fazer coincidir ambos os resultados.

O modelo validado permitiria prever forças internas e deformações nos enxertos, ligamen-

tos e outras estruturas do joelho durante cargas mais complexas que seriam difíceis de obter por procedimentos experimentais de laboratório.

Finalmente pode ser possível desenvolver uma base de dados em relação ao funcionamento de enxertos, próteses e ligamentos de interesse no joelho; baseando-se em dados específicos do paciente (idade, gênero, geometria, etc.) para elucidar mecanismos de lesão das estruturas anatômicas, *customizar* um planejamento pré-operatório específico, e prescrever protocolos de reabilitação no pós-operatório (parte inferior da Figura 2).

Acredita-se que os estudos biomecânicos integrados, que envolvam a utilização de modelos mecânicos computacionais validados por dados experimentais, forneceriam a médicos ortopedistas uma valiosa informação para o planejamento pré-operatório e prescrição de uma reabilitação adequada no pós-operatório. Istos estudos biomecânicos integrados contribuiriam para melhorar os resultados da cirurgia e diminuir o tempo de recuperação do paciente.

1.2 Motivação

Na cirurgia de substituição do ligamento cruzado anterior (LCA) existe a necessidade por parte dos médicos ortopedistas de:

- Definir cientificamente o melhor ponto para realizar a inserção do novo enxerto que devolva a funcionalidade de um LCA intacto.
- Conhecer a pré-tensão com que é fixado o enxerto no osso.
- Conhecer qual é a força que é levada pelo ligamento (ou enxerto) em resposta a uma carga aplicada no joelho. Esta força é chamada de força *In Situ*.

A busca da posição do enxerto que permita obter forças *In Situ* similares às de um ligamento intacto, tendo em conta a especificidade de cada paciente e o apoio para decisão médica, é a motivação que deu início a este trabalho.

1.3 Descrição do Problema

A determinação da melhor posição para inserção de enxerto de ligamento, ainda é uma controvérsia, principalmente na reconstrução do LCA. A localização errada do enxerto pode produzir altas tensões ou frouxidão no enxerto e ligamentos adjacentes, e inclusive lesões nos meniscos, comprometendo seriamente a reconstrução do LCA.

Outro parâmetro que influencia fortemente o resultado da reconstrução ligamentar e que ainda é escopo de pesquisa (Previgliano, 2010; Piedade et al., 2006) é a magnitude da pré-tensão de fixação do enxerto, na hora de ser posicionado no fêmur e na tíbia. Altas tensões nos enxertos afetam a funcionalidade do mesmo enxerto e do joelho como sistema (Pena et al., 2006).

Assim, as pesquisas baseadas em simulações computacionais realizadas até hoje, para determinar estes parâmetros do projeto pré-operatório, são realizadas mediante modelagem por elementos finitos (Bacarim Pavan, 2010; Trilha Junior, 2006; Donahue et al., 2002; Halloran et al., 2005; Bendjballah et al., 1997; Gardiner and Weiss, 2003; Godest et al., 2002; Guo et al., 2009; Bahraminasab et al., 2010; Hashmi, 2007; San Servolo, 2011; TODO et al., 2007; Willing, 2011; Bougherara et al., 2009; Shi, 2007), e por modelagens computacionais baseados em teoria de mecanismos (Wilson and O'Connor, 1997; Wilson et al., 1998; Huson et al., 1989; Gregorio and Parenti-Castelli, 2006; Parenti-Castelli et al., 2004; Sancisi and Parenti-Castelli, 2011a, 2010, 2011b; Sancisi et al., 2011).

A modelagem por elementos finitos tem a vantagem de representar fielmente a anatomia do joelho para análise cinemático, dinâmico e estático, mas precisa de um alto tempo de processamento. Em contraste, a modelagem por teoria de mecanismos apresenta um curto tempo de processamento devido à simplicidade da representação das diferentes estruturas anatômicas como elos rígidos. Porém, uma exagerada simplicidade poderia não representar fielmente a anatomia em análise.

Na atualidade a modelagem computacional do joelho baseada em teoria de mecanismos é focada unicamente na cinemática de posição do joelho, de maneira a sintetizar e otimizar um mecanismo capaz de reproduzir uma trajetória passiva muito próxima à de um joelho real. Devido a que o enfoque destas atuais modelagens está na cinemática de posição, não fornecem informações das forças do sistema, precisando de análises adicionais para este fim. Isto é de especial atenção pela complexidade do problema, pois a função dos ligamentos varia dependendo do ângulo de flexão do joelho. Embora existam alguns modelos que são baseados em teoria de mecanismos que incluem geometrias anatômicas complexas e a análise das forças envolvidas, estes recaem novamente no alto tempo de processamento.

Contudo, hoje são aplicados na cirurgia ortopédica métodos baseados puramente em experiências práticas publicadas anteriormente, que demonstraram bons resultados para joelhos representativos de uma população estatisticamente significativa. Mas os problemas persistem quando essas técnicas cirúrgicas são aplicadas em joelhos específicos ou que desviam da anatomia comum da população estudada. Em outras palavras, a falta de um modelo *customizado* que solucione os problemas de variação anatômica de cada sujeito é ainda um tema controverso e por resolver, pois o procedimento que teve sucesso em um paciente, não necessariamente terá sucesso em outro.

1.4 Justificativa

A vantagem do uso de modelagens baseadas em teoria de mecanismos é que: uma estrutura anatômica pode ser discretizada como um elo mecânico que compõe o mecanismo de modelagem, permitindo fazer uma correspondência dos resultados de força e cinemática entre o elemento mecânico e o elemento anatômico de interesse com baixo custo computacional.

Em contraste com a metodologia de modelagem por teoria de mecanismos, está a modelagem por elementos finitos, onde vários elementos (centenas ou milhares) são computados para representar uma única estrutura anatômica em particular. Isto consome um alto tempo de processamento.

O método dos elementos finitos está baseado no cálculo de "pequenas" deformações para o cálculo de deslocamentos, sendo esta uma técnica analítica mais elaborada, enquanto que a teoria de mecanismos é uma técnica analítica, geométrica e projetiva mais simples para o cálculo de deslocamentos.

Além disso, fica em evidência a vantagem da modelagem por teoria de mecanismos, quando assume-se que cada ligamento do joelho se comporta isometricamente, ou seja, o comprimento do ligamento não varia ao serem aplicadas forças (Parenti-Castelli et al., 2004; Sancisi and Parenti-Castelli, 2010, 2011a; Sancisi et al., 2011; Kapandji et al., 2000) o que facilita a modelagem deles como elos mecânicos rígidos.

O método de Davies, por sua parte, fornece uma abordagem única e sistematizada para a análise cinemático e estático do modelo mecânico do joelho, sem ter que precisar de análises adicionais para o cálculo das forças envolvidas para cada posição, permitindo ao mesmo tempo a customização do modelo. Além disso, a análise em conjunto das velocidades e das forças para cada posição, são importantes para conhecer a relação velocidade-ângulo de pressão, no ponto

de contacto entre a tibia e o fêmur, no âmbito de projeto de prótese e otimização.

Se justifica deste modo o desenvolvimento de um modelo customizado de joelho que solucione os problemas de variação anatômica de cada sujeito, utilizando a modelagem baseado em teoria de mecanismos, teoria de helicoides e método de Davies, permitindo assim uma representação completa das posições, velocidades e forças de cada estrutura anatômica, mantendo as vantagens de uma modelagem de processamento leve, mas sem deixar de ser representativo de cada estrutura anatômica do joelho.

1.5 Objetivos

O objetivo principal deste trabalho é propor e implementar uma metodologia para modelagem computacional do joelho no plano sagital, baseado em teoria de mecanismos, de helicoides e no Método de Davies.

Esta metodologia será utilizada para implementar modelos customizados do joelho, que forneçam informações para auxiliar a decisão médica no planejamento pré-operatório.

1.6 Estrutura do Trabalho

Por se tratar de um trabalho multidisciplinar, este estudo começa com os fundamentos teóricos biológicos, onde se aborda brevemente a biomecânica do joelho no plano sagital. Na seguinte sessão são apresentados os fundamentos teóricos em robótica para a análise e modelagem do joelho. A sessão quatro apresenta a metodologia proposta para solucionar a problemática. Consta da aplicação de método de Davies para obtenção da cinemática diferencial e a estática do mecanismo que modela o joelho. Na sessão 5 valida-se do modelo proposto, comparando os valores simulados de força *In Situ* do LCA com os valores experimentais obtidos por Woo et al. (1998). Finalmente apresenta-se a conclusão do trabalho.

2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS BIOLÓGICOS: FUNÇÃO MECÂNICA DOS LIGAMENTOS CRUZADOS

A função da articulação do joelho é resultado da interação entre as diferentes partes que o compõem. Estes componentes incluem a patela, fêmur, tibia, ligamentos, cápsula, cartilagem, meniscos e os músculos. A interdependência de estas estruturas é tal que a lesão de qualquer uma delas leva a deterioração da articulação como conjunto (Woo et al., 1998). Os ligamentos são particularmente vulneráveis, pois eles são objeto de entorses em praticamente todas as lesões do joelho, e principalmente o LCA. Por esta razão o presente estudo da biomecânica do joelho tem como foco principal o ligamento cruzado anterior.

Para a análise bi-dimensional do joelho, é considerado que os ligamentos cruzados comportam-se como cordas inextensíveis, ou elos isométricos unidos ao osso (fêmur e tibia) mediante articulações rotativas. Esta consideração (Kapandji et al., 2000; Wilson and O'Connor, 1997; Wilson et al., 1998; Huson et al., 1989; Gregorio and Parenti-Castelli, 2006; Parenti-Castelli et al., 2004; Sancisi and Parenti-Castelli, 2011a, 2010, 2011b; Sancisi et al., 2011), tem a vantagem de esclarecer a ação mecânica geral de um ligamento, porém não permite conhecer o comportamento em forma detalhada, pois não tem em conta os efeitos visco elásticos, nem das demais estruturas anatômicas adjacentes.

A geometria dos ligamentos cruzados determina o perfil côndilo-troclear no plano sagital e também nos outros dois planos do espaço (O'Connor et al., 1989). Globalmente, os ligamentos cruzados asseguram a estabilidade ântero-posterior do joelho ao mesmo tempo que permitem os movimentos de flexão mantendo as superfícies articulares em contato. A sua função pode

ser ilustrada com um modelo mecânico (Figura 3) fácil de visualizar: duas pranchas A e B unidas entre si por elos (ab e cd) de juntas rotativas nos extremos, que permitem o movimento relativo entre as pranchas, equivalente ao movimento que realiza um mecanismo de quatro barras cruzadas. Desta forma, os ligamentos cruzados estão representados em forma de elos, como mostrado na Figura 3. Ali, o elo *cd* representa o ligamento cruzado anterior (LCA), e o elo *ab* representa o ligamento cruzado posterior (LCP).

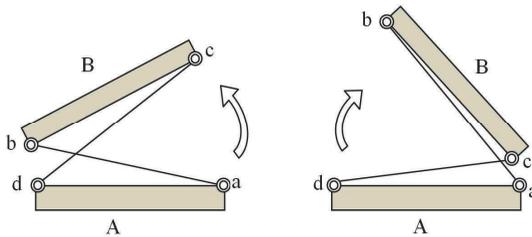


Figure 3: Modelo mecânico dos ligamentos cruzados, baseado em (Kapandji et al., 2000).

Mantendo a nomenclatura da Figura 3, a Figura 4 representa o LCA e o LCP como os elos *cd* e *ab*, respectivamente. Por sua vez, o elo *ad* representa o Elo Tibial (fixo à tibia), e *bc* representa o Elo Femoral (fixo ao fêmur). Partindo da posição de extensão (Figura 4a), o ligamento cruzado anterior LCA (*cd*) está tenso e é um dos freios da hiperextensão. Na sequência, a flexão faz bascular o Elo Femoral *bc* (Figura 4b), enquanto o LCP (*ab*) se endireita e o LCA (*cd*) se horizontaliza. A partir do momento em que a flexão está entre os 70° (Figura 4b), e 140° (Figura 4c), o LCP se endireita quase verticalmente e se tensiona, mas o LCA se horizontaliza e se distende (Kapandji et al., 2000).

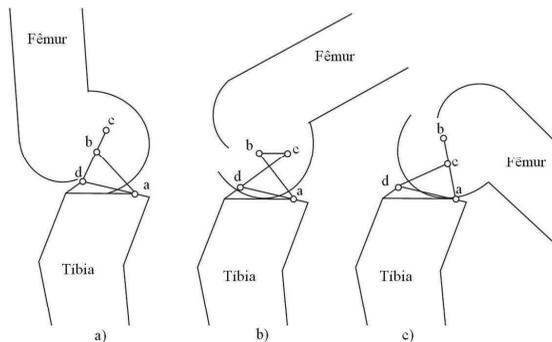


Figure 4: Modelo mecânico dos ligamentos cruzados, com o joelho em flexão a: a) 0° ou totalmente estendido, b) 70°, e c) 140°. Baseado em (O'connor et al., 1989).

Como mostrado na Figura 4, o côndilo femoral se encontra no extremo distal do fêmur, e articula com a superfície da tibia, ou platô tibial. O movimento dos côndilos femorais so-

bre a superfície tibial combina *rolamento* e *deslizamento* (Kapandji et al., 2000). Durante os primeiros 30° de flexão o fêmur *rola* sobre a superfície tibial (Bacarim Pavan, 2010), fenômeno conhecido como *rollback* (Figura 5), e em ângulos de flexão superiores a 30°, os côndilos femorais tendem a manter um ponto fixo de rotação sobre a superfície tibial. O movimento de *rolamento* pode ser facilmente entendido em termos da operação dos ligamentos cruzados, mas o deslizamento envolve uma maior complexidade. Os ligamentos cruzados solicitam aos côndilos femorais de forma que se deslizem sobre a superfície tibial em sentido inverso ao do seu *rolamento* (Kapandji et al., 2000). Durante a flexão, o LCA age dirigindo fêmur para frente. Então, o LCA é responsável pelo deslizamento do côndilo femoral para diante, associado ao seu *rolamento* para trás. Visto desta forma, pode-se dizer que o LCA é o principal limitador do deslocamento anterior do da tibia em relação ao fêmur, ou seja, evita que a tibia avance para diante em relação ao fêmur. Outra importante função do LCA é limitar a rotação axial do fêmur em relação à tibia.

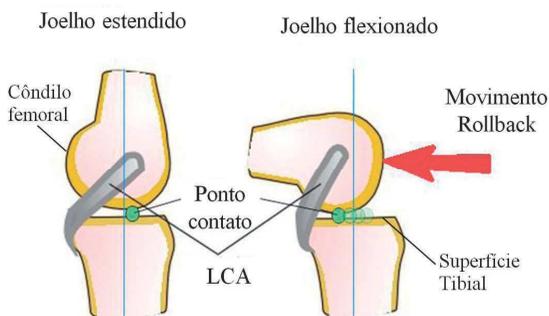


Figure 5: Movimento de *rollback* do joelho. Baseado em (Bacarim Pavan, 2010).

3 FUNDAMENTOS TEÓRICOS EM ROBÓTICA

Para realizar uma modelagem do joelho baseado em teoria de mecanismos, cada estrutura anatômica do joelho deve possuir uma representação completa das posições, velocidades e forças que acontecem na biomecânica real da articulação.

Em nível diferencial, podemos utilizar as leis de circulação de Kirchhoff adaptadas e aplicadas a mecanismos por Davies (Davies, 1981). Estas leis permitem a análise da cinemática diferencial (direta e inversa) e a análise da estática do mecanismo representativo da articulação. Para obter a cinemática de posição dos ligamentos, utiliza-se a Equação de Freudenstein (Freudenstein, 2010) e Transformações Rígidas (Selig, 1992), conseqüentemente são ingresados os dados de posição e orientação no método de Davies de forma contínua. Permite-se assim, que a cinemática diferencial, cinemática de posição e forças do mecanismo sejam conhecido mediante uma metodologia unificada.

O uso do método de Davies é possível pelo conhecimento prévio da teoria de helicoides, que também será revista nesta sessão.

3.1 Método de Davies

O método de Davies (Davies, 1981) adapta a lei de Kirchhoff para resolver a cinemática diferencial e a estática dos mecanismos. A lei das tensões de Kirchhoff estabelece que a soma algébrica da diferença de potencial elétrico em um circuito fechado é nula. Assim para a cinemática diferencial, a lei de circulação de Davies ou **Lei dos Circuitos** estabelece que a soma algébrica das velocidades relativas de pares cinemáticos de uma cadeia cinemática fechada é zero.

Entretanto, a **Lei das Correntes** de Kirchhoff diz que a soma algébrica das correntes que entram e saem de um nó é zero. De forma análoga para estática dos mecanismos, Davies estabelece que a soma algébrica das heliforças que pertencem a um mesmo corte (realizado num subconjunto de acoplamentos) é zero, sendo esta chamada a **Lei dos Cortes**.

Assim, o método demonstrado nesta sessão, utiliza as leis de Kirchhoff para construir a relação de dependência das incógnitas. As características físicas tais como forças e velocidades, entre outros, são incluídas na representação por helicoides.

3.2 Teoria geral de helicoides

Um helicóide é um elemento geométrico que é definido por uma reta direcionada (eixo) e um passo h associado, que pode servir para representar grandezas mecânicas (Campos et al., 2005, 2009; Campos, 2004). É dito *helicóide normalizado* \mathbb{S} quando a reta direcionada é representada por um vetor normalizado. O helicóide pode ser expressado convenientemente a través das seis coordenadas homogêneas de Plücker, como mostrado na equação 1, onde \vec{S} é o vetor direção ao longo do eixo helicoidal, \vec{S}_0 é o vetor posição de qualquer ponto do eixo helicoidal em relação à origem do sistema e L, M, N, P^*, Q^* e R^* são as coordenadas homogêneas de Plücker (Campos et al., 2005, 2009).

$$\mathbb{S} = \left(\vec{S}; \vec{S}_0 \times \vec{S} + h\vec{S} \right)^T = (L, M, N; P^*, Q^*, R^*)^T \quad (1)$$

3.3 Helicoides na cinemática

O estado instantâneo de movimentos de um corpo rígido relativo a um sistema inercial pode ser descrito por um helicóide chamado de heli giro, constituído por duas componentes principais: uma velocidade angular diferencial ω em torno do eixo helicoidal, e uma velocidade translacional diferencial τ coincidente ao mesmo eixo. O passo do heli giro h é descrito como o quociente τ/ω . Na interpretação cinemática do helicóide, as coordenadas homogêneas de Plücker mostradas na equação 1 podem ser reescritas como segue na equação 2:

$$\mathbb{S} = (L, M, N; P^*, Q^*, R^*)^T = \left(\vec{S}; \vec{S}_0 \times \vec{S} + h\vec{S} \right)^T = \left(\vec{\omega}; \vec{V}_P \right)^T \quad (2)$$

O vetor \vec{V}_P está constituído por duas componentes principais: a velocidade paralela ao eixo helicoidal $\tau = h\omega$, e a velocidade normal ao eixo helicoidal $S_0 \times \omega$. O super índice M no símbolo de helicóide \mathbb{S}^M significa que o helicóide está associado aos movimentos (cinemática).

Normalizando o heli giro \mathbb{S}^M , é possível separá-lo em um elemento $\hat{\mathbb{S}}^M$ sem nenhuma grandeza mecânica, e em uma magnitude φ com unidades de velocidade angular, desta forma $\mathbb{S}^M = \hat{\mathbb{S}}^M \varphi$.

O helicóide pode assumir duas condições de acordo com o valor do passo. Quando o passo é nulo $h=0$, então $\tau=0$ e $\vec{V}_P = \vec{S}_0 \times \vec{\omega}$, obtendo-se o um heli giro que representa o movimento de rotação pura. Quando o helicóide tem o passo $h=\infty$, a velocidade angular é nula $\omega=0$, obtendo-

se um heli giro que representa um movimento de translação pura (Guenther et al., 2008; Simas et al., 2007; Campos et al., 2005, 2009; Campos, 2004).

Em um acoplamento, cada movimento unitário é representado por um heli giro independente. Todos os heli giros de um mecanismo podem ser dispostos na chamada *matriz dos Movimentos*, denotada por $[M_D]_{\lambda \times F}$. Onde λ é a ordem do espaço e F são os movimentos unitários de cada junta. Normalizando os heli giros, obtém-se a *matriz dos Movimentos Unitários* $[\hat{M}_D]_{\lambda \times F}$. Por sua vez, as magnitudes dispostas como matriz, compõem o vetor das magnitudes dos movimentos $\left\{ \vec{\Phi} \right\}_{F \times 1}$.

Colocando em prática a **Lei dos circuitos** de Davies, na qual a soma algébrica dos heli giros ao longo de qualquer circuito é zero, um circuito de corpos em movimento no espaço pode ser representado pela equação 3:

$$\sum \$^M = [M_D]_{\lambda \times F} = [\hat{M}_D]_{\lambda \times F} \left\{ \vec{\Phi} \right\}_{F \times 1} = \left\{ \vec{0} \right\}_{\lambda \times 1} \quad (3)$$

Autores como Campos et al. (2005, 2009) apresentam de forma clara, como plantear o sistema 3 tendo em conta os grafos dos circuitos que determinam a relação topológica do mecanismo. A solução do sistema 3 depende da seleção apropriada das F_N variáveis primárias pertencentes ao vetor $\left\{ \vec{\Phi} \right\}_{F \times 1}$ que geralmente estão relacionadas aos atuadores. Este sistema de equações pode ser particionado entre F_N variáveis primárias e m variáveis secundárias. As variáveis secundárias levam o sub-índice S e as variáveis primárias levam o sub-índice P . O último passo é isolar o vetor das incógnitas $\left\{ \vec{\Phi}_S \right\}_{m \times 1}$, o que resulta na solução cinemática:

$$\left\{ \vec{\Phi}_S \right\}_{m \times 1} = -[\hat{M}_{NS}]_{m \times m}^{-1} [\hat{M}_{NP}]_{m \times F_N} \left\{ \vec{\Phi}_P \right\}_{F_N \times 1} \quad (4)$$

Onde $[\hat{M}_{NS}]$ é a *submatriz de Rede Secundária*, e $[\hat{M}_{NP}]$ é a *submatriz de Rede Primária*. Atribuindo valores às variáveis primárias $\left\{ \vec{\Phi}_P \right\}$, é possível obter a solução cinemática, correspondente ao sistema 4.

3.4 Helicoides na estática

O estado de ações de um corpo rígido relativo a um sistema inercial, pode ser descrito por um helicoide chamado de heli força ou helicoide de ação $\A , constituído por duas componentes principais: um binário \vec{T} paralelo ao eixo ao eixo helicoidal, e um vetor força resultante \vec{R} , cuja linha de ação define o eixo helicoidal (Ball, 1900; Weihmann et al., 2011a,b; Laus, 2012). O binário \vec{T} tem unidades de [força]x[comprimento] equivalente ao produto da força resultante \vec{R} com o passo h .

Em forma similar à cinemática, as coordenadas homogêneas de Plüker (equação 1) podem ser reescritas como seis coordenadas de ação, como mostrado na equação 5. Neste caso é adotada a formação radial, onde as coordenadas L , M e N se posicionam na parte direita da matriz, (na cinemática foi usada a formação axial). O super-índice A em $\A denota que o helicoide é de ação (estática).

$$\$^A = (P^*, Q^*, R^*; L, M, N)^T = \left(\vec{s}_0 \times \vec{R} + h\vec{R}; \vec{R} \right)^T = \left(\vec{T}_P; \vec{R} \right)^T \quad (5)$$

As três primeiros componentes deste vetor, correspondem ao binário \vec{T}_P , e representa um vetor livre que age sobre o corpo rígido em um ponto P instantaneamente coincidente com a

origem O . A força resultante \vec{R} é um vetor linha que atua sobre o eixo helicoidal (Weihmann et al., 2011a,b; Laus, 2012), e corresponde às três últimas componentes do vetor da equação 5.

Normalizando a heliforça \mathcal{S}^A , é possível separá-lo em um elemento geométrico $\hat{\mathcal{S}}^A$, sem nenhuma grandeza mecânica associada, e em uma magnitude Ψ com unidades de força, desta forma $\mathcal{S}^A = \hat{\mathcal{S}}^A \Psi$.

O helicóide pode assumir duas condições de acordo com o valor do passo. Quando o passo é nulo $h=0$, o heliforça representa o estado de ações puramente de força. Quando o helicóide tem o passo $h=\infty$, significa que a força resultante \vec{R} é nula e o heliforça representa o estado de ações puramente binário. Assim, em um acoplamento cada restrição é representado por um heliforça (Weihmann et al., 2011a,b; Laus, 2012). Também, todos os heliforças de um mecanismo podem ser dispostos na chamada *matriz das Ações*, que é denotada por $[A_D]_{\lambda \times C}$, mostrada na equação, onde C é o grau de restrição bruto da rede de acoplamentos, equivalente à soma de todas as restrições unitárias c_p de cada acoplamento do circuito do mecanismo. Normalizando os heliforças obtém-se a *matriz das Ações Unitárias* $[\hat{A}_D]_{\lambda \times C}$. Por sua vez as magnitudes dispostas como matriz, compõem o vetor das magnitudes das ações $\left\{ \vec{\Psi} \right\}_{C \times 1}$.

A **Lei dos Cortes** de Davies, estabelece que a soma algébrica dos heliforças que pertencem a um mesmo corte (realizado num subconjunto de acoplamentos) é zero. Assim um corte no espaço λ pode ser representado pela notação matricial de helicóides como mostrado na equação 6:

$$\sum \mathcal{S}^A = [A_D]_{\lambda \times C} = [\hat{A}_D]_{\lambda \times C} \left\{ \vec{\Psi} \right\}_{C \times 1} = \left\{ \vec{0} \right\}_{\lambda \times 1} \quad (6)$$

Da mesma maneira, para um número de k cortes, o sistema 6 fica da seguinte maneira:

$$[\hat{A}_N]_{\lambda, k \times C} \left\{ \vec{\Psi} \right\}_{C \times 1} = \left\{ \vec{0} \right\}_{\lambda, k \times 1} \quad (7)$$

Onde $[\hat{A}_N]_{\lambda, k \times C}$ é chamada de *matriz de Ações Unitárias em Rede*.

Autores como Weihmann et al. (2011a,b); Laus (2012) apresentam de forma clara como plantear o sistema 6, tendo em conta os grafos que determinam a relação topológica do mecanismo. A solução do sistema 6 depende da seleção apropriada das C_N variáveis primárias pertencentes ao vetor $\left\{ \vec{\Psi} \right\}_{C \times 1}$, que geralmente estão relacionadas aos atuadores, a través de forças externas que foram internalizadas. Este sistema de equações pode ser particionado entre C_N variáveis primárias e a variáveis secundárias, onde as variáveis secundárias levam o sub-índice S e as variáveis primárias levam o sub-índice P . O último passo é isolar o vetor das incógnitas $\left\{ \Psi_S \right\}_{a \times 1}$, o que resulta na solução estática:

$$\left\{ \Psi_S \right\}_{a \times 1} = -[\hat{A}_{NS}]_{a \times a}^{-1} [\hat{A}_{NP}]_{a \times C_N} \left\{ \Psi_P \right\}_{C_N \times 1} \quad (8)$$

Onde $[\hat{A}_{NS}]$ é a *submatriz de Rede Secundária*, e $[\hat{A}_{NP}]$ é a *submatriz de Rede Primária*. Atribuindo valores às variáveis primárias $[\Psi_P]$ é possível obter a solução estática, correspondente ao sistema 8.

4 MÉTODO PROPOSTO

O método proposto para a modelagem do joelho no plano sagital, começa com a representação do modelo físico da articulação. Do modelo físico, obtém-se as sucessivas posições dos ligamentos no movimento de flexão-extensão do joelho. Na sequência é aplicado o método de

Davies na cinemática diferencial e na estática, para as sucessivas posições dos ligamentos. A análise da cinemática diferencial permite obter as velocidades dos ligamentos em função de uma velocidade de flexão do joelho aplicada. A análise estática permite a obtenção da força *In Situ* (do LCA ou do enxerto) e da magnitude de pré-tensão de fixação do enxerto do LCA, em função de uma carga externa aplicada.

4.1 Representação esquemática: modelo físico do joelho no plano sagital

O modelo físico proposto, está baseado na aproximação experimental apresentada por O'connor et al. (1989), onde um mecanismo de quatro barras cruzado $abcd$ é superposto aos ligamentos cruzados, como indica a Figura 6. Ali, a , b , c e d são juntas rotativas do mecanismo, o elo ab representa o LCP, o elo cd representa o LCA, o elo ad representa o Elo Tibial (fixo à tibia), e bc representa o Elo Femoral (fixo ao fêmur). O ângulo α indica a orientação do elo cd em relação ao elo tibial, e β é o ângulo de orientação do elo ab em relação ao eixo tibial. I é a interseção dos ligamentos cruzados e representa o centro de rotação da articulação.

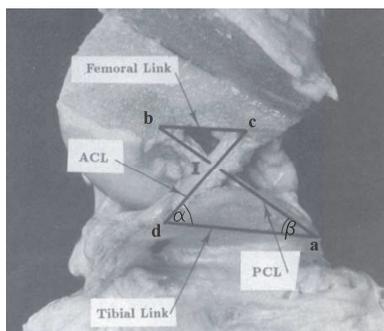


Figure 6: Joelho humano em flexão, com o côndilo femoral lateral removido para expôr os ligamentos cruzados, onde é sobreposto o mecanismo de 4 barras cruzado. Baseado em O'connor et al. (1989).

O comprimento dos elos do modelo proposto, depende da escolha dos seguintes parâmetros: comprimento do LCA, comprimento do LCP e localização da inserção dos ligamentos no fêmur e na tibia. A determinação destes parâmetros pode ser feita por inspeção de exames de ressonância magnética como mostrado na Figura 7a.

Williams et al. (1991) fez uma exaustiva revisão bibliográfica, que evidenciou a grande faixa de variação dos comprimentos dos ligamentos cruzados no plano sagital, indicando que o comprimento do LCA e do LCP varia entre os 23 e 40 mm. Autores como Bradley et al. (1988); Clement et al. (1989); Crowninshield et al. (1976) e Wang et al. (1973) apresentam estudos com valores de comprimento de ligamentos cruzados. Os valores de comprimento escolhidos para a simulação do modelo proposto foram baseados na literatura, sendo que: $LCA(cd)=25.6mm$, $LCP(ab)=27.6mm$, Elo Femoral(bc)=11mm, Elo Tibial(ad)=25mm.

4.2 Cinemática de posição para os ligamentos cruzados

Nesta sessão calculam-se as posições dos ligamentos cruzados, desde a extensão máxima até a flexão máxima do joelho, como indicado na Figura 4 (0° - 140°). Para este cálculo, são

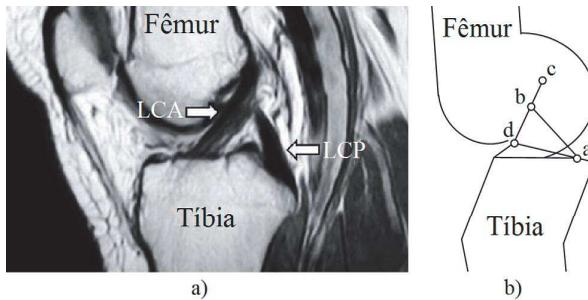


Figure 7: a) Ressonância magnética de um joelho humano em extensão máxima, que demonstra os ligamentos cruzados, baseado em Lykissas et al. (2010). b) Modelo físico do joelho em extensão, equivalente à imagem de ressonância magnética. Baseado em O'connor et al. (1989).

utilizadas a Equação de Freudenstein (Freudenstein, 2010) e Transformações Rígidas (Selig, 1992). A equação de Freudenstein (Freudenstein, 2010) é amplamente usada para a síntese de mecanismos de 4 barras, e no modelo proposto, permite encontrar o ângulo β em função de α (Figura 6).

Considerando que a origem do sistema coordenado é o ponto a , e que os pontos a e d são fixos, podem ser descritas as sucessivas posições dos elos ab e cd . A posição do vetor ab descreve-se como a rotação do ponto b ao redor do ponto a , como mostrado na equação 9, sendo que \vec{Sob}_f é a posição final do ponto b , \vec{Sob} é a posição inicial do ponto b , e $[A_\beta]$ é a matriz homogênea que descreve a rotação do ângulo β em torno do ponto a .

$$\vec{Sob}_f = [A_\beta] \vec{Sob} \quad (9)$$

Da mesma maneira, a posição do vetor cd descreve-se como a rotação do ponto c ao redor do ponto d , como mostrado na equação 10, sendo que \vec{Soc}_f é a posição final do ponto c , \vec{Soc} é a posição inicial do ponto c , e $[A_\alpha]$ é a matriz homogênea que descreve a rotação do ângulo α em torno do ponto d .

$$\vec{Soc}_f = [A_\alpha] \vec{Soc} \quad (10)$$

Ingressando os sucessivos valores de α (desde a extensão máxima até a flexão máxima) nas equações 9 e 10, obtêm-se todas as posições dos ligamentos cruzados, apresentadas na Figura 8. Nesta Figura, \vec{Sob} e \vec{Soc} correspondem às posições iniciais dos pontos b e c na extensão máxima, e \vec{Sob}_f e \vec{Soc}_f correspondem às posições finais dos pontos b e c na flexão máxima do joelho. Os vetores \vec{Sob} e \vec{Soc} correspondem às posições dos pontos a e d .

4.3 Cinemática diferencial dos ligamentos cruzados

Nesta sessão calculam-se as velocidades dos ligamentos cruzados para as posições obtidas no item anterior. Para este cálculo será utilizada a Lei de circulação de Davies ou **Lei dos Circuitos** (Davies, 1981). Sendo que o mecanismo de quatro barras é planar, todos os acoplamentos possuem um único movimento unitário, ou velocidade angular $\vec{\omega}$ com orientação perpendicular ao plano. O sistema como conjunto possui 1 DOF, assim impondo uma única velocidade $\vec{\omega}_a$ no ponto a (Figura 6), podem ser obtidas as demais velocidades $\vec{\omega}_b$, $\vec{\omega}_c$, e $\vec{\omega}_d$, correspondentes às

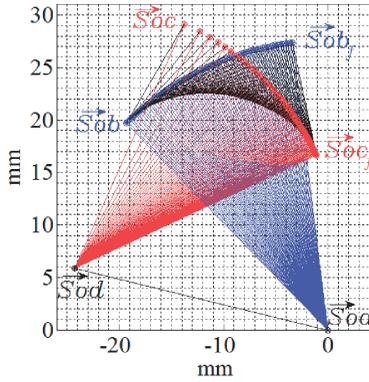


Figure 8: Sucessivas posições dos ligamentos cruzados: LCA em vermelho, LCP em azul, Elo Tibial e Femoral em preto.

velocidades dos pontos de inserção dos ligamentos *b*, *c*, e *d*. Na figura 9a são esquematizadas estas velocidades sobre o modelo proposto.

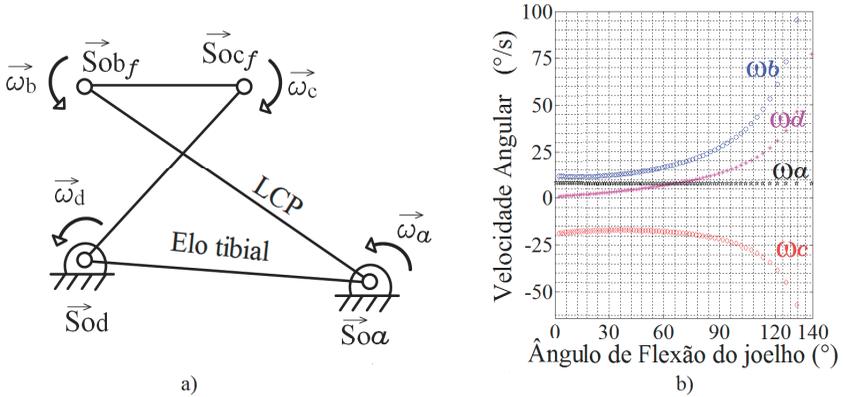


Figure 9: Modelo cinemático diferencial dos ligamentos cruzados: a) Diagrama esquematizado das velocidades $\vec{\omega}$ e dos vetores posição \vec{S}_0 no modelo, b) Resultados da simulação cinemático diferencial.

Em relação aos helicoides de cada junta, todas elas possuem passo *h* nulo, por tanto obtém-se heligiros que representam rotação pura, como indicado na equação 11:

$$\S = (\vec{S}; \vec{S}_0 \times \vec{S})^T = (\vec{\omega}; \vec{S}_0 \times \vec{\omega})^T \tag{11}$$

Considerando a configuração do sistema e a equação 11, obtém-se os seguintes heligiros para

cada junta (equação 20):

$$\mathbb{S}_a = \begin{pmatrix} \vec{\omega}_a \\ \vec{0} \end{pmatrix}; \mathbb{S}_b = \begin{pmatrix} \vec{\omega}_b \\ \vec{S}_{0b_f} \times \vec{\omega}_b \end{pmatrix}; \mathbb{S}_c = \begin{pmatrix} \vec{\omega}_c \\ \vec{S}_{0c_f} \times \vec{\omega}_c \end{pmatrix}; \mathbb{S}_d = \begin{pmatrix} \vec{\omega}_d \\ \vec{S}_{0d_f} \times \vec{\omega}_d \end{pmatrix} \quad (12)$$

Como o mecanismo de quatro barras possui um único circuito, composto por 4 velocidades angulares $\omega_a, \omega_b, \omega_c$, e ω_d , aplica-se a **Lei dos circuitos** de Davies (Davies, 1981):

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbb{S}}_a & \hat{\mathbb{S}}_b & -\hat{\mathbb{S}}_c & \hat{\mathbb{S}}_d \end{bmatrix}_{3 \times 4} \begin{bmatrix} \omega_a \\ \omega_b \\ \omega_c \\ \omega_d \end{bmatrix}_{4 \times 1} = \begin{bmatrix} \vec{0} \end{bmatrix} \quad (13)$$

Conforme à equação 4 pode-se reescrever o sistema 13, de modo que a submatriz de rede primária seja $[\hat{M}_{NP}] = [\hat{\mathbb{S}}_a]$, e a submatriz de rede secundária seja $[\hat{M}_{NS}] = \begin{bmatrix} \hat{\mathbb{S}}_b & -\hat{\mathbb{S}}_c & \hat{\mathbb{S}}_d \end{bmatrix}$. Como $[\hat{M}_{NS}]$ é inversível, as magnitudes das velocidades dos pares secundários $[\hat{\Phi}_S]$ são calculados por:

$$\begin{bmatrix} \omega_b \\ \omega_c \\ \omega_d \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \hat{\mathbb{S}}_b & -\hat{\mathbb{S}}_c & \hat{\mathbb{S}}_d \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \hat{\mathbb{S}}_a \end{bmatrix} \vec{\omega}_a \quad (14)$$

Atribuindo um valor à variável primária $\vec{\omega}_a$, é possível obter a solução cinemática, correspondente ao sistema 14.

No modelo proposto, o movimento de flexão do joelho desde 0° até 140° , envolve uma rotação de 40° do LCP em relação ao elo tibial (figura 9a). Se este movimento de flexão é realizado em um tempo de $5(s)$, tem-se que a velocidade do LCP corresponderia a $40/5(^{\circ}/s) = 8(^{\circ}/s) = \vec{\omega}_a$. Para a simulação da cinemática diferencial do modelo, é ingressado $\vec{\omega}_a = 8(^{\circ}/s)$ como dado de entrada, e os resultados são apresentados na figura 9b.

Embora esta simulação não tenha validação por dados experimentais, pode-se verificar que o sentido das velocidades apresentadas na Figura 9b coincide com o modelo das sucessivas posições do mecanismo da Figura 8. Assim, ω_a, ω_b e ω_d produzem um giro positivo, e ω_c produz um giro negativo no mecanismo, seguindo a regra da mão direita.

Para obter as velocidades tangenciais dos ligamentos, basta com extrair a componente inferior $\vec{S}_0 \times \vec{\omega}$ do heligiro \mathbb{S} correspondente a cada junta (equação 20).

4.4 Estática dos ligamentos cruzados

Nesta sessão se calculam as forças nos ligamentos cruzados por análise estática. Para isto, se modela e simula o procedimento experimental proposto por Woo et al. (1998) para conhecer a força *In Situ*. Para esta modelagem, será utilizada a **Lei dos cortes** estabelecida por Davies (Davies, 1981).

Para entender a modelagem proposta, é necessário conhecer primeiro o procedimento experimental realizado por Woo et al. (1998) (Figura 10a), que se descreve na sequência. Woo et al. (1998) analisou a força *In Situ* do LCA, utilizando oito joelhos de suínos, pela similaridade anatômica com o joelho humano. Estes joelhos foram preparados deixando unicamente a cápsula articular e os ligamentos. A tibia e o fêmur foram cortados a $200mm$ do eixo articular e segurados os extremos com abraçadeiras cilíndricas de alumínio. A abraçadeira que segura

o fêmur foi fixada rigidamente a uma estrutura com a base solidária ao chão. A abraçadeira que segura a tibia, foi fixada ao sensor universal de força UFS , que por sua vez foi fixado no efetuador do robô (figura 10a). O robô utilizado corresponde a um manipulador serial PUMA de 6 DOF, modelo 762, com capacidade de força de 450N com o braço totalmente estendido. O controle de posição do manipulador possui uma repetibilidade para posição e orientação de 0.02mm e 0.02°, respectivamente. O controle de força do manipulador é adicionado mediante o sensor de força e torque $UFS JR3$ modelo 4015, com uma repetibilidade da força e do torque de 0.2N e 0.01Nmm, respectivamente.

Para obtenção da força *In Situ* do LCA, o robô aplica na tibia uma determinada carga em direção anterior, como mostra a seta vermelha da Figura 10a. A carga é aplicada durante todo o movimento de flexão do joelho (0° – 90°), como indica a Figura 10b.

O motivo pelo qual a direção da carga seja escolhida na direção anterior à tibia, é porque o LCA é o principal limitador do deslocamento anterior da tibia em relação ao fêmur. Por tanto a carga aplicada pelo robô afeta diretamente ao LCA. Por sua vez o sensor UFS permite salvar os dados de força e torque que acontecem na tibia, e mediante operações com o *Jacobiano*, são conhecidas as magnitudes que acontecem no LCA, como a força *In Situ* (Woo et al., 1998, 2006b, 2004, 2006a).

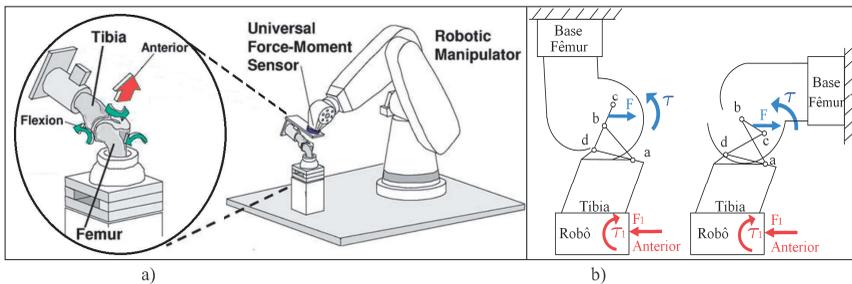


Figure 10: a) Procedimento experimental proposto por Woo et al. (1998) para conhecer a força *In Situ*. b) Modelagem estática do procedimento experimental.

A modelagem do procedimento experimental de Woo et al. (1998) se apresenta na Figura 10b. Nesta modelagem é adotado o sistema de referência inercial coincidente com o ponto a , pertencente à tibia. Esta convenção adotada faz dar a impressão de que o fêmur se está movimentando e de que a tibia está fixa.

A força anterior tibial F_1 exercida pelo robô, vem acompanhada de um torque τ_1 para provocar uma translação para diante da tibia em relação ao fêmur. As cargas aplicadas pelo robô estão indicadas em vermelho na Figura 10b.

Por sua vez, os ligamentos transmitem as cargas aplicadas pelo robô, desde a tibia até o fêmur, em forma de uma força de reação F e um torque de reação τ , indicados em azul na Figura 10b. A força de reação F mantém constante sua direção no percurso da flexão do joelho, e considera-se localizado no ponto médio do Elo Femoral bc . Este ponto de aplicação da força F é denominado \vec{S}_{0F} .

Para análise estática pelo método de Davies (Davies, 1981), o mecanismo modelado, deve estar *super-restringido* para impedir qualquer movimento. As forças e torque externos (mostrados em vermelho na Figura 10b), devem ser internalizados e substituídos por ações equivalentes

entre os corpos pertencentes ao mecanismo analisado, resultando assim em uma cadeia *super-restringida*, apresentada na Figura 11a. Nessa etapa, são atribuídos números a cada elo e são explicitadas as ações internas R_x e R_y em cada junta, como também a força F e o torque τ , (Figura 11a).

Uma vez que a as ações são internalizadas, é formado o grafo das ações G_A (Figura 11b), onde as 8 arestas R_x e R_y representam as ações passivas entre cada elo 0, 1, 2 e 3, e as arestas F e τ representam as ações ativas entre os elos 0 e 2.

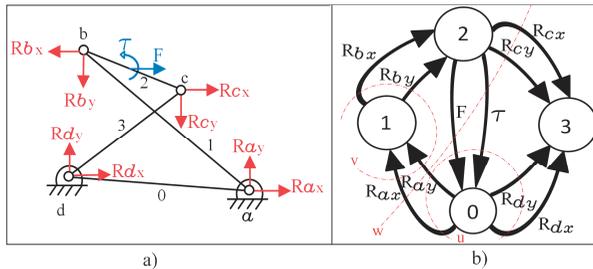


Figure 11: a) Ações nos acoplamentos do mecanismo modelado. b) Grafo G_A do mecanismo modelado, e cortes k tracejadas em linhas vermelhas.

Para o grafo G_A determinam-se k cortes fundamentais. O número de cortes k está dado pela relação 15, (Tsai, 2001):

$$k = n - 1 = 4 - 1 = 3 \quad (15)$$

Onde n é o numero de vértices do grafo G_A . Baseando-se na árvore geradora (Weihmann et al., 2011a,b; Laus, 2012) determina-se onde serão aplicados os $k = 3$ cortes no grafo. Os 3 cortes são denominados de u , v e w , e são apresentados em linhas tracejadas vermelhas na Figura 11b.

Para a cadeia de ações internalizadas no espaço de trabalho $\lambda = 3$, podem ser descritas $\lambda \cdot k$ equações que devem ser satisfeitas por C incógnitas. As C incógnitas correspondem à soma do número das ações passivas R_x e R_y , e das ativas F e τ :

$$C = R_x + R_y + F + \tau = 4 + 4 + 1 + 1 = 10 \quad (16)$$

Estas C incógnitas podem ser escritas em função de C_N variáveis primárias (Weihmann et al., 2011a,b; Laus, 2012).

$$C_N = C - \lambda \cdot k = 10 - (3 \cdot 3) = 1 \quad (17)$$

Assim, é possível determinar as ações internas C da cadeia, pela imposição de $C_N = 1$ variável, correspondente à força F .

Em relação aos heliforças das juntas rotativas (R_x e R_y), e da força F , o passo h é nulo, por tanto obtém-se heliforças que representam restrições de força pura, como indicado na equação 18.

$$\mathcal{S} = (\vec{S}_0 \times \vec{S}; \vec{S})^T = (\vec{S}_0 \times \vec{R}; \vec{R})^T \quad (18)$$

Já o passo do heliforça correspondente ao torque τ é infinito, por tanto obtém-se heliforças que representam torque puro, como indicado na equação 19.

$$\mathbb{S} = \left(\vec{S}; \vec{0} \right)^T = \left(\tau; \vec{0} \right)^T \tag{19}$$

Considerando as equações 18 e 19, e que os vetores posição \vec{S}_0 dos heliforças são idênticos aos dos heligiros, obtém-se os seguintes heliforças para o modelo proposto:

$$\begin{aligned} \mathbb{S}_{a_x} &= \begin{pmatrix} \vec{0} \\ \vec{R}_{a_x} \end{pmatrix}; \mathbb{S}_{a_y} = \begin{pmatrix} \vec{0} \\ \vec{R}_{a_y} \end{pmatrix}; \mathbb{S}_{b_x} = \begin{pmatrix} \vec{S}_{0b_f} \times \vec{R}_{b_x} \\ \vec{R}_{b_x} \end{pmatrix}; \mathbb{S}_{b_y} = \begin{pmatrix} \vec{S}_{0b_f} \times \vec{R}_{b_y} \\ \vec{R}_{b_y} \end{pmatrix}; \\ \mathbb{S}_{c_x} &= \begin{pmatrix} \vec{S}_{0c_f} \times \vec{R}_{c_x} \\ \vec{R}_{c_x} \end{pmatrix}; \mathbb{S}_{c_y} = \begin{pmatrix} \vec{S}_{0c_f} \times \vec{R}_{c_y} \\ \vec{R}_{c_y} \end{pmatrix}; \mathbb{S}_{d_x} = \begin{pmatrix} \vec{S}_{0d_f} \times \vec{R}_{d_x} \\ \vec{R}_{d_x} \end{pmatrix}; \tag{20} \\ \mathbb{S}_{d_y} &= \begin{pmatrix} \vec{S}_{0d_f} \times \vec{R}_{d_y} \\ \vec{R}_{d_y} \end{pmatrix}; \mathbb{S}_F = \begin{pmatrix} \vec{S}_{0F} \times \vec{F} \\ \vec{F} \end{pmatrix}; \mathbb{S}_\tau = \begin{pmatrix} \vec{\tau} \\ \vec{0} \end{pmatrix}; \end{aligned}$$

A **Lei dos cortes** de Davies (Davies, 1981) estabelece que a soma das heliforças pertencentes a um corte é zero (equação 7). Para aplicar a **Lei dos cortes** precisa-se construir a *matriz de Ações Unitárias em Rede* $[\hat{A}_N]_{\lambda,k \times C}$. Nesta matriz, são colocados em forma ordenada os heliforças normalizadas pertencentes a cada corte u, v e w do grafo G_A , (Figura 11b). A *matriz de Ações Unitárias em Rede* para o modelo proposto é apresentada na equação 21:

$$\begin{matrix} \text{corte } u \\ \text{corte } v \\ \text{corte } w \end{matrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbb{S}}_{a_x} & \hat{\mathbb{S}}_{a_y} & \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} & \hat{\mathbb{S}}_{d_x} & \hat{\mathbb{S}}_{d_y} & \hat{\mathbb{S}}_\tau & \hat{\mathbb{S}}_F \\ \dots & \dots \\ \hat{\mathbb{S}}_{a_x} & \hat{\mathbb{S}}_{a_y} & \hat{\mathbb{S}}_{b_x} & \hat{\mathbb{S}}_{b_y} & \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} \\ \dots & \dots \\ \hat{\mathbb{S}}_{a_x} & \hat{\mathbb{S}}_{a_y} & \vec{0} & \vec{0} & \hat{\mathbb{S}}_{c_x} & \hat{\mathbb{S}}_{c_y} & \vec{0} & \vec{0} & \hat{\mathbb{S}}_\tau & \hat{\mathbb{S}}_F \end{bmatrix} = [\hat{A}_N]_{\lambda,k \times C} \tag{21}$$

Dessa maneira, a equação 7 aplicada para o modelo proposto fica:

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbb{S}}_{a_x} & \hat{\mathbb{S}}_{a_y} & \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} & \hat{\mathbb{S}}_{d_x} & \hat{\mathbb{S}}_{d_y} & \hat{\mathbb{S}}_\tau & \hat{\mathbb{S}}_F \\ \hat{\mathbb{S}}_{a_x} & \hat{\mathbb{S}}_{a_y} & \hat{\mathbb{S}}_{b_x} & \hat{\mathbb{S}}_{b_y} & \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} \\ \hat{\mathbb{S}}_{a_x} & \hat{\mathbb{S}}_{a_y} & \vec{0} & \vec{0} & \hat{\mathbb{S}}_{c_x} & \hat{\mathbb{S}}_{c_y} & \vec{0} & \vec{0} & \hat{\mathbb{S}}_\tau & \hat{\mathbb{S}}_F \end{bmatrix}_{9 \times 10} \begin{bmatrix} R_{a_x} \\ R_{a_y} \\ R_{b_x} \\ R_{b_y} \\ R_{c_x} \\ R_{c_y} \\ R_{d_x} \\ R_{d_y} \\ \tau \\ F \end{bmatrix}_{10 \times 1} = \begin{bmatrix} \vec{0} \end{bmatrix}_{10 \times 1} \tag{22}$$

Conforme à equação 8, pode-se reescrever o sistema 22, de modo que a *submatriz de Rede Primária* $[\hat{A}_{NP}]$ seja igual à última coluna da matriz $[\hat{A}_N]_{\lambda,k \times C}$, e a *matriz de Rede Secundária*

$[\hat{A}_{N,S}]$ seja igual às nove primeiras colunas da matriz $[\hat{A}_N]_{\lambda,k \times C}$. Como $[\hat{A}_{N,S}]$ é inversível, as magnitudes das ações secundárias $[\vec{\Psi}_S]$ são calculados por:

$$\begin{bmatrix} R_{ax} \\ R_{ay} \\ R_{bx} \\ R_{by} \\ R_{cx} \\ R_{cy} \\ R_{dx} \\ R_{dy} \\ \tau \end{bmatrix}_{9 \times 1} = - \begin{bmatrix} \hat{\$}_{ax} & \hat{\$}_{ay} & \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} & \hat{\$}_{dx} & \hat{\$}_{dy} & \hat{\$}_{\tau} \\ \hat{\$}_{ax} & \hat{\$}_{ay} & \hat{\$}_{bx} & \hat{\$}_{by} & \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} & \vec{0} \\ \hat{\$}_{ax} & \hat{\$}_{ay} & \vec{0} & \vec{0} & \hat{\$}_{cx} & \hat{\$}_{cy} & \vec{0} & \vec{0} & \hat{\$}_{\tau} \end{bmatrix}_{9 \times 9}^{-1} \begin{bmatrix} \hat{\$}_F \\ \vec{0} \\ \hat{\$}_F \end{bmatrix}_{9 \times 1} \cdot \vec{F} \quad (23)$$

Atribuindo um valor à variável primária \vec{F} , é possível obter a solução estática, correspondente ao sistema 23.

Na simulação estática do modelo proposto, o movimento de flexão do joelho vai desde 0° até 140° . A força anterior tibial que aplica o robô, é ingressada com uma magnitude de $\vec{F} = 110N$.

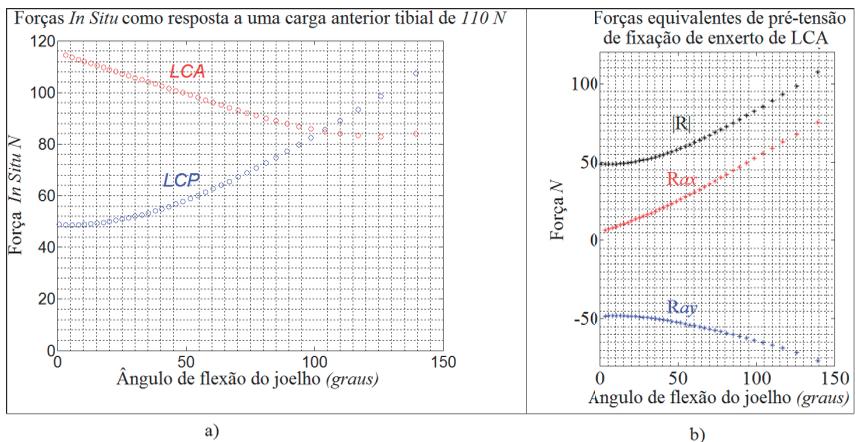


Figure 12: a) Força *In Situ* do LCA e do LCP, como resposta a uma carga anterior tibial de $\vec{F} = 110N$. b) Forças equivalentes à pré-tensão de um enxerto de LCA, como resposta a uma carga anterior tibial de $\vec{F} = 110N$.

A força *In Situ* do LCA se denomina de $F_{LCAinsitu}$, e é calculada como a força que passa pelo elo *ab* do modelo proposto, ou seja: $F_{LCAinsitu} = R_{ax} / (\cos(\beta))$. A força *In Situ* do LCP se denomina de $F_{LCPinsitu}$, e é calculada como a força que passa pelo elo *cd* do modelo proposto, ou seja: $F_{LCPinsitu} = R_{dx} / (\cos(\alpha))$. Os resultados da simulação das forças *In Situ* são apresentados na Figura 12a, onde a curva da força *In Situ* do LCA está em cor vermelha, e a curva da força *In Situ* do LCP está em cor azul. Analisando a gráfica de forças *In Situ*, verifica-se a correta modelagem da função do LCA, pois segundo Kapandji et al. (2000) o LCA é um dos

freios da hiperextensão, desse modo fica mais tensionado na extensão máxima do joelho (0°), e se distende a medida que aumenta o ângulo de flexão. Verifica-se também a correta modelagem da função do *LCP*, pois segundo [Kapandji et al. \(2000\)](#) o *LCP* é um dos *freios* da hiperflexão do joelho, desse modo fica mais tensionado na flexão máxima do joelho (140°), e se distende a medida que diminui o ângulo de flexão.

Para a análise da pré-tensão do enxerto de ligamento de *LCA*, como resposta a uma força anterior tibial de $\vec{F} = 110N$, considera-se $R = \sqrt{R_{ax}^2 + R_{ay}^2}$ como as força equivalente à esta pré-tensão. O Resultado da simulação para R_{ax} , R_{ay} e da magnitude resultante R está apresentada na Figura 12b.

5 VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS

Nesta sessão validam-se os resultados do modelo estático proposto, para análise de forças dos ligamentos cruzados. Para isto, comparam-se os resultados simulados do modelo proposto com os experimentais obtidos por [Woo et al. \(1998\)](#). A Figura 13b apresenta o resultado experimental das forças *In Situ* do *LCA* em relação à variação do ângulo de flexão do joelho, para várias magnitudes de carga anterior tibial aplicadas pelo robô. A Figura 13a apresenta o resultado da simulação das forças *In Situ* do *LCA* do modelo proposto, com as mesmas condições de carga aplicadas e para a mesma faixa angular de flexão.

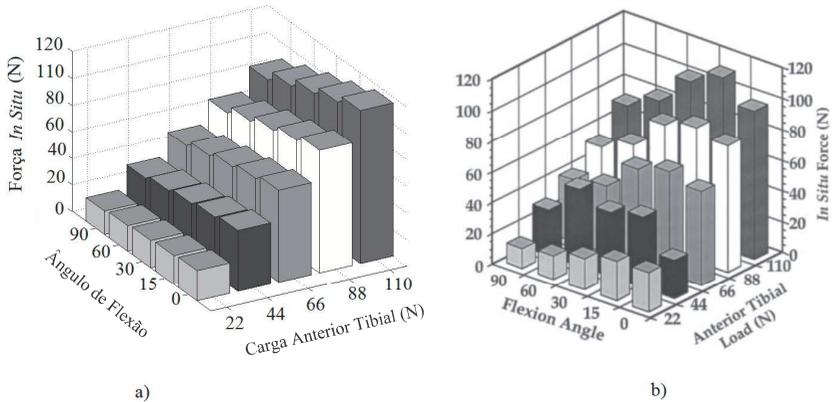


Figure 13: Variação da força *In Situ* do *LCA* em relação ao ângulo de flexão do joelho e à carga anterior tibial :a) Resultados da simulação do modelo proposto. b) Resultados experimentais obtidos por [Woo et al. \(1998\)](#).

Pode-se verificar que os resultados da simulação são muito próximos aos resultados experimentais, mas ainda não são totalmente similares. Analisando a Figura 13b, observa-se que os resultados experimentais das forças *In Situ* tendem a aumentar em magnitude na medida que diminui o ângulo de flexão (desde os 90° até os 15°), e diminuem levemente próximos à extensão máxima (0°). Em contraste, nos valores simulados (Figura 13a), a tendência é a aumentar continuamente de magnitude na medida que diminui o ângulo de flexão (desde os 90° até os 0°).

6 CONCLUSÕES

A modelagem proposta do joelho permite obter resultados de forças nos ligamentos muito próximos aos experimentais. Isto permitiria apoiar aos médicos ortopedistas com valiosas informações para auxiliar a decisão médica no planejamento pré-operatório. O modelo apresentado pode ajudar na análise da força *In Situ* e da pré-tensão de fixação do enxerto no osso. Isto facilitaria a busca da posição do enxerto que permita obter forças *In Situ* similares às de um ligamento intacto, tendo em conta a especificidade de cada paciente.

A metodologia proposta, baseada em teoria de helicoides e no método de Davies, demonstrou fornecer uma representação completa das posições, velocidades e forças das estruturas anatômicas. A metodologia facilitou também uma modelagem leve, pois cada estrutura anatômica é representada por um elo rígido. Estes elos rígidos são possíveis de modificar e de customizar, o que permite solucionar os problemas de variação anatômica de cada sujeito.

Embora os resultados obtidos neste trabalho sejam alentadores, ainda não refletem fidedignamente os resultados experimentais. Isto devido a que não foram contemplados os efeitos viscoelásticos dos ligamentos, nem foram considerados elementos anatômicos importantes como meniscos, tendão patelar e ligamentos colaterais.

Em trabalhos futuros, a metodologia proposta permitiria aprimorar a presente modelagem, incluindo todos os efeitos não considerados. Ainda mais, permitiria especificar um modelo tridimensional que permitiria resultados mais próximos aos reais.

REFERENCES

- Bacarin Pavan R. Análise dinâmica de corpos rígidos aplicada ao projeto de uma prótese para artroplastia total de joelho. 2010.
- Bahraminasab M., Sahari B., Hassan M., and Arumugam M. Finite element analysis of the effect of shape memory alloy on the stress distribution and contact pressure in total knee replacement. *Trends in Biomaterials & Artificial Organs*, (0), 2010.
- Ball S. *A Treatise on the Theory of Screws*. Cambridge Univ Pr, 1900.
- Bendjballah M., Shirazi-Adl A., and Zukor D. Finite element analysis of human knee joint in varus-valgus. *Clinical Biomechanics*, 12(3):139–148, 1997.
- Bougherara H., Mahboob Z., Miric M., and Youssef M. Finite element investigation of hybrid and conventional knee implants. *International Journal of Engineering (IJE)*, 3(3):257, 2009.
- Bradley J., Fitzpatrick D., Daniel D., Shercliff T., and O'Connor J. Orientation of the cruciate ligament in the sagittal plane. a method of predicting its length-change with flexion. *Journal of Bone and Joint Surgery-British Volume*, 70(1):94, 1988.
- Campos A. *Cinemática diferencial de manipuladores empregando cadeias virtuais*. Ph.D. thesis, Ph. D. Thesis, 2004.
- Campos A., Guenther R., and Martins D. Differential kinematics of serial manipulators using virtual chains. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 27:345, 2005.
- Campos A., Guenther R., and Martins D. Differential kinematics of parallel manipulators using assur virtual chains. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 223(7):1697, 2009.
- Clement B., Drouin G., Shorrock G., and Gely P. Statistical analysis of knee ligament lengths. *Journal of biomechanics*, 22(8-9):767–774, 1989.
- Crowninshield R., Pope M., and Johnson R. An analytical model of the knee. *Journal of Biomechanics*, 9(6):397–405, 1976.

- Davies T. Kirchhoff's circulation law applied to multi-loop kinematic chains. *Mechanism and machine theory*, 16(3):171–183, 1981.
- Donahue T., Hull M., et al. A finite element model of the human knee joint for the study of tibio-femoral contact. *Journal of biomechanical engineering*, 124:273, 2002.
- Freudenstein F. Approximate synthesis of four-bar linkages. *Resonance*, 15:740–767, 2010. ISSN 0971-8044. 10.1007/s12045-010-0084-7.
- Gardiner J. and Weiss J. Subject-specific finite element analysis of the human medial collateral ligament during valgus knee loading. *Journal of orthopaedic research*, 21(6):1098–1106, 2003.
- Godest A., Beaugonin M., Haug E., Taylor M., and Gregson P. Simulation of a knee joint replacement during a gait cycle using explicit finite element analysis. *Journal of biomechanics*, 35(2):267–275, 2002.
- Gregorio R. and Parenti-Castelli V. Parallel mechanisms for knee orthoses with selective recovery action. *Advances in Robot Kinematics*, pages 167–176, 2006.
- Guenther R., Simas H., CRUZ D., and Martins D. A new integration method for differential inverse kinematics of closed-chain robots. In *ACBM Symposium Series In Mechatronics*, volume 3, pages 225–235, 2008.
- Guo Y., Zhang X., and Chen W. Three-dimensional finite element simulation of total knee joint in gait cycle. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 22(4):347–351, 2009.
- Halloran J., Petrella A., and Rullkoetter P. Explicit finite element modeling of total knee replacement mechanics. *Journal of biomechanics*, 38(2):323–331, 2005.
- Hashmi A. Statistical comparison of customized and traditional knee implants using finite element analyses. 2007.
- Howard R., Rosvold J., Darcy S., Corr D., Shrive N., Tapper J., Ronsky J., Beveridge J., Marchuk L., Frank C., et al. Reproduction of in vivo motion using a parallel robot. *Journal of biomechanical engineering*, 129:743, 2007.
- Huson A., Spoor C., and Verbout A. A model of the human knee, derived from kinematic principles and its relevance for endoprosthesis design. *Acta Morphologica Neerlandica-Scandinavica*, 27:45–62, 1989.
- Kapandji A. et al. *Fisiologia articular*. Editorial Médica Panamericana, 2000.
- Laus L. Efficiency of gear trains determined using graph and screw theories. *Mechanism and Machine Theory*, 1, 2012. doi:10.1016/j.mechmachtheory.2012.01.011.
- Li G., Kozanek M., Hosseini A., Liu F., Velde S., and Rubash H. New fluoroscopic imaging technique for investigation of 6dof knee kinematics during treadmill gait. *Journal of orthopaedic surgery and research*, 4(1):1–5, 2009.
- Lykissas M., Mataliotakis G., Paschos N., Panovrakos C., Beris A., and Papageorgiou C. Simultaneous bicompartamental bucket-handle meniscal tears with intact anterior cruciate ligament: a case report. *Journal of medical case reports*, 4(1):1–4, 2010.
- Madgwick S. An efficient orientation filter for inertial and inertial/magnetic sensor arrays. *Report x-io and University of Bristol (UK)*, 2010.
- Madgwick S., Harrison A., and Vaidyanathan R. Estimation of imu and marg orientation using a gradient descent algorithm. In *Rehabilitation Robotics (ICORR), 2011 IEEE International Conference on*, pages 1–7. IEEE, 2011.
- O'Connor J., Shercliff T., Biden E., and Goodfellow J. The geometry of the knee in the sagittal plane. *ARCHIVE: Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H: Journal of Engineering in Medicine 1989-1996 (vols 203-210)*, 203(48):223–233, 1989.
- Olanlokun K. and Wills D. A spatial model of the knee for the preoperative planning of knee

- surgery. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H: Journal of Engineering in Medicine*, 216(1):63, 2002.
- Ottoboni A., Parenti-Castelli V., and Leardini A. On the limits of the articular surface approximation of the human knee passive motion models. In *Proceedings of the 17th AIMETA Congress of Theoretical and Applied Mechanics, Firenze, Italy*. 2005.
- Parenti-Castelli V., Leardini A., Di Gregorio R., and O'Connor J. On the modeling of passive motion of the human knee joint by means of equivalent planar and spatial parallel mechanisms. *Autonomous Robots*, 16(2):219–232, 2004.
- Pena E., Calvo B., Martinez M., Palanca D., and Doblaré M. Influence of the tunnel angle in acl reconstructions on the biomechanics of the knee joint. *Clinical Biomechanics*, 21(5):508–516, 2006.
- Piedade S., Munhoz R., Cavenaghi G., Miranda J., and Mischan M. Reconstrucao do lcp do joelho: técnica de fixacao no leito tibial. *Acta ortop. bras.*, 14(2):92–96, 2006.
- Previgliano J. Evaluacion de los angulos de los tuneles tibial y femoral por resonancia magnetica nuclear en la reconstruccion con banda simple del ligamento cruzado anterior; assessment of the femoral and tibial tunnels angles by mri in a single bandle acl reconstruction. *Artrosc.(B. Aires)*, 17(2):157–162, 2010.
- San Servolo V. Improve 2011. 2011.
- Sancisi N. and Parenti-Castelli V. A 1 dof parallel spherical wrist for the modelling of the knee passive motion. *Mechanism and Machine Theory*, 45(3):658–665, 2010.
- Sancisi N. and Parenti-Castelli V. A novel 3d parallel mechanism for the passive motion simulation of the patella-femur-tibia complex. *Meccanica*, pages 1–14, 2011a.
- Sancisi N. and Parenti-Castelli V. A sequentially-defined stiffness model of the knee. *Mechanism and Machine Theory*, 2011b.
- Sancisi N., Zannoli D., Parenti-Castelli V., Belvedere C., and Leardini A. A one-degree-of-freedom spherical mechanism for human knee joint modelling. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H: Journal of Engineering in Medicine*, 225(8):725–735, 2011.
- Selig J. *Introductory robotics*. Prentice Hall, 1992.
- Shi J. *Finite element analysis of total knee replacement considering gait cycle load and malalignment*. Ph.D. thesis, 2007.
- Simas H., da Cruz D., Guenther R., and Martins D. A collision avoidance method using assur virtual chains. In *ABCm symposium series in mechatronics, of ABCm symposium series*, volume 3, pages 316–325. 2007.
- TODO M., NAGAMINE R., and YAMAGUCHI S. Stress analysis of ps type knee prostheses under deep flexion. *Journal of Biomechanical Science and Engineering*, 2(4):237–245, 2007.
- Torry M., Shelburne K., Peterson D., GIPHART J., Krong J., Myers C., Steadman J., and Woo S. Knee kinematic profiles during drop landings: a biplane fluoroscopy study. *Medicine & Science in Sports & Exercise*, 43(3):533, 2011.
- Trilha Junior M. *Construção e validação qualitativa de um modelo de elementos finitos para a simulação mecânica do joelho humano*. Master's Thesis, Universidade Federal de Santa Catarina, 2006.
- Tsai L. *Mechanism design: enumeration of kinematic structures according to function*, volume 16. CRC, 2001.
- Wang C., Walker P., and Wolf B. The effects of flexion and rotation on the length patterns of the ligaments of the knee. *Journal of biomechanics*, 6(6):587–592, 1973.
- Wang H. and Zheng N. Knee joint secondary motion accuracy improved by quaternion-

- based optimizer with bony landmark constraints. *Journal of biomechanical engineering*, 132:124502, 2010.
- Weihmann L., Martins D., Bernert D.L.A., and Coelho L.d.S. Optimization of planar parallel manipulators force capabilities using improved harmony search approach. In *21st International Congress of Mechanical Engineering - COBEM, 2011, Natal. Proceedings of the 21st International Congress of Mechanical Engineering*. 2011a.
- Weihmann L., Martins D., and dos Santos Coelho L. Modified differential evolution approach for optimization of planar parallel manipulators force capabilities. *Expert Systems with Applications*, 2011b.
- Williams P., Peura G., and Hoffman A. A model of knee motion in the sagittal plane. In *Bioengineering Conference, 1991., Proceedings of the 1991 IEEE Seventeenth Annual Northeast*, pages 273–274. IEEE, 1991.
- Willing R. *Multiobjective design optimization of total knee replacements considering UHMWPE wear and kinematics*. Ph.D. thesis, Queen's University, 2011.
- Wilson D., Feikes J., and O'Connor J. Ligaments and articular contact guide passive knee flexion. *Journal of biomechanics*, 31(12):1127–1136, 1998.
- Wilson D. and O'Connor J. A three-dimensional geometric model of the knee for the study of joint forces in gait. *Gait & Posture*, 5(2):108–115, 1997.
- Woo S., Abramowitch S., Kilger R., and Liang R. Biomechanics of knee ligaments: injury, healing, and repair. *Journal of biomechanics*, 39(1):1–20, 2006a.
- Woo S., Fox R., Sakane M., Livesay G., Rudy T., and Fu F. Biomechanics of the acl: Measurements of in situ force in the acl and knee kinematics. *The Knee*, 5(4):267–288, 1998.
- Woo S., Thomas M., and Saw S. Contribution of biomechanics, orthopaedics and rehabilitation: The past, present and future. *The Surgeon*, 2(3):125–136, 2004.
- Woo S., Wu C., Dede O., Vercillo F., and Noorani S. Biomechanics and anterior cruciate ligament reconstruction. *Journal of Orthopaedic Surgery and Research*, 1(1):1–9, 2006b.