

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**

Osmando Pereira Junior

**MÉTODO LOCAL DE CORREÇÃO DA DISTORÇÃO DA LENTE  
APLICADO A VISÃO ESTEREOSCÓPICA**

Florianópolis

2014



Osmando Pereira Junior

**MÉTODO LOCAL DE CORREÇÃO DA DISTORÇÃO DA LENTE  
APLICADO A VISÃO ESTEREOSCÓPICA**

Dissertação submetida ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica para a obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Joceli Mayer, Ph.D.

Florianópolis

2014

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,  
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Pereira Junior, Osmando

Método local de correção da distorção da lente aplicado a  
visão estereoscópica / Osmando Pereira Junior ; orientador,  
Joceli Mayer - Florianópolis, SC, 2014.  
110 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa  
Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Elétrica.

Inclui referências

1. Engenharia Elétrica. 2. Correção da distorção de  
lentes. 3. Calibração de câmeras. 4. Sistema de visão  
estereoscópica. 5. Processamento de imagens. I. Mayer,  
Joceli. II. Universidade Federal de Santa Catarina.  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. III. Título.

Osmando Pereira Junior

***MÉTODO LOCAL DE CORREÇÃO DA DISTORÇÃO DALENTE  
APLICADO A VISÃO ESTEREOSCÓPICA***

Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica, Área de Concentração Comunicações e Processamento de Sinais, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Florianópolis, 25 de março de 2014.

---

Prof. Joceli Mayer, Ph.D.  
Orientador

---

Prof. Patrick Kuo-Peng, Dr.  
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

**Banca Examinadora:**

---

Prof. Joceli Mayer, Ph.D.  
Presidente

---

Analucia Vieira Fantin, Dra. Eng.

---

Prof. Armando Albertazzi Gonçalves Jr., Dr. Eng.

---

Rogério de Almeida Richa, D.Sc.



A meus pais, irmãos, familiares e amigos.



## AGRADECIMENTOS

Agradeço a meus pais, irmãos, familiares e amigos, por todo o apoio, incentivo e carinho.

Agradeço ao prof. Márcio Holsbach Costa pelos bons conselhos e pela conversa amiga e ao prof. José Carlos Bermudez, pela sensatez e bons ensinamentos. Agradeço, principalmente, ao prof. Joceli Mayer, pela orientação, confiança e paciência.

Agradeço aos amigos e colegas do LPDS, Marcos Maruo, Renata Coelho, Wemerson Parreira e Daniel Montezano pela amizade e discussões proveitosas. A Rodrigo Barcelos, Tales Imbiriba, Renato Torres e Victor Nicolau, pelo companheirismo. E a Vinícius Breda, Luiz Felipe da Silva, Thiago Akinaga e Ângela Crepaldi, pela convivência agradável.

Agradeço, ainda, à equipe do LabMetro da UFSC, principalmente aos professores Armando Albertazzi Gonçalves Jr. e Tiago L. F. Costa Pinto e à pesquisadora Analucia Vieira Fantin, pela disponibilidade em auxiliar, discutir e analisar os problemas tratados na dissertação.

A toda a equipe técnico-administrativa da PGEEL, do Depto. de Engenharia Elétrica e da UFSC pelas soluções e encaminhamentos dados.

Agradeço especialmente aos queridos membros da MELC, do Grupo Girassol, do Amigos e Irmãos do Caminho, e tantos outros amigos que fizeram de minha estadia em Florianópolis um período de enobrecimento e aprendizado eterno.

Por fim, agradeço ao CNPq pelo suporte financeiro.



*Aprender é a única coisa de que a mente nunca se cansa, nunca tem medo e nunca se arrepende.*

Leonardo da Vinci



## RESUMO

Visão estereoscópica é o processo de estimação da informação de profundidade de uma cena, ou de um objeto em particular, por meio da análise de duas imagens capturadas em diferentes pontos de vista, usando um modelo apropriado de câmera.

As câmeras permitem uma rica representação da cena quando comparadas a outros sistemas, como *laser*, *radar* e *sonar*, sendo cada vez mais usadas em aplicações de robótica móvel e do setor automotivo, tais como navegação autônoma e detecção de objetos e obstáculos. Sistemas de visão estereoscópica são também utilizados em aplicações de metrologia e de sensoriamento remoto, e são caracterizados por três etapas principais: calibração, registro de imagens e reconstrução.

A reconstrução da informação de profundidade em sistemas de visão estereoscópica é influenciada pela distorção das lentes. Neste trabalho, estuda-se o comportamento do erro de reconstrução em função do aumento da ordem do modelo de correção da distorção e propõe-se um novo método de correção da distorção de lentes, baseado na estimação de um conjunto de coeficientes de correção da distorção para cada região da imagem.

A avaliação do sistema, feita por simulação com imagens sintéticas, indica que a aplicação do método proposto possibilita obter erro de reconstrução menor que o obtido pela aplicação do método convencional.

**Palavras-chave:** calibração da câmera, distorção da lente, sistema de visão estereoscópica, processamento de imagem



## ABSTRACT

Stereo Vision is the process of recovery of three-dimensional information of a scene, or an object of scene, from the analysis of two bi-dimensional images by using an appropriate camera model. The cameras allow for a rich representation of the scene when compared to others types of sensors, such as laser and sonar, being used more and more in applications for mobile robotics and assistance driving, such as object and obstacle detection and localization. Stereo Vision is also used in remote sensing and Metrology, and is composed of three main steps: camera calibration, pixel correspondence and 3-D reconstruction.

Lens distortion is one of the main factors that limits the accuracy of stereo vision system reconstruction. We propose a new method for correction of the lens distortion by applying compensation to each region of an image. Our method splits the image into smaller regions and compensates for each region for a fixed lenses model order. When compared to the conventional method, which models the entire image with only one model, our approach provides better compensation and reduce the depth error as show in the experiments with synthetic data.

**Keywords:** camera calibration, lens distortion, stereo vision system, image processing



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Diagrama em blocos representando as etapas de um sistema estereoscópico. . . . .	31
Figura 2	Determinação do pixel correspondente a $p_{e_i}$ ( $i$ -ésimo pixel da imagem da esquerda) em $I_d$ , imagem da direita. . . . .	32
Figura 3	Projeção de um ponto do espaço 3D sobre o plano de imagem para o modelo de câmera pinhole. . . . .	33
Figura 4	Geometria da câmera pinhole. Modificado de [1]. . . . .	34
Figura 5	Sistemas de coordenadas relevantes à geometria da projeção em perspectiva de uma câmera. . . . .	35
Figura 6	Representação do sistema de coordenadas da imagem, com origem em $\mathbf{O}_i$ , e do sistema de coordenadas da câmera projetado sobre o plano de imagem, com origem no ponto principal $\mathbf{c}(u_0, v_0)$ . Adaptado de [1]. . . . .	37
Figura 7	Eixos de rotação e respectivos ângulos. Modificado de [2]. . . . .	38
Figura 8	Projeção do ponto tridimensional $\mathbf{M}$ sobre o plano de imagem $\pi$ . . . . .	42
Figura 9	Determinação de $\mathbf{M}$ pela intersecção dos segmentos de reta $r$ e $s$ . . . . .	42
Figura 10	Diferentes padrões de calibração bidimensionais: (a) tipo tabuleiro de xadrez; (b) quadrados que não se interceptam; (c) marcadores circulares. (Extraídos de [3–5], respectivamente.) . . . . .	46
Figura 11	Exemplo de padrões de calibração tridimensionais: (a) e (b) formados por dois planos (extraídos de [6, 7], respectivamente) e (c) formado por três planos (modificado de [8]). . . . .	48
Figura 12	Reconstrução por triangulação para o caso em que os segmentos de reta $r$ e $s$ não se interceptam (modificado de [9]). . . . .	49
Figura 13	Eixos de simetria de uma lente simples (modificado de [10]). . . . .	51
Figura 14	Representação de uma lente composta, constituída por três elementos de lente (extraído de [11] apud [10]). . . . .	52
Figura 15	Distorção da lente nas direções radial e tangencial (adaptado de [12]). . . . .	52
Figura 16	Imagem ideal (a) distorcida com distorção do tipo almofada (b) e do tipo barril (c) (adaptado de [13]). . . . .	53
Figura 17	Não paralelismo entre a lente e o sensor de imagens: o retângulo tracejado representa uma vista lateral do sensor na posição ideal e o retângulo sólido, uma vista lateral do sensor na posição real. . . . .	55
Figura 18	Efeito de cada coeficiente de distorção da lente (em que o quadrado	

<i>azul representa a imagem ideal), considerando-se: apenas distorção radial de 2ª ordem, com (a) <math>\check{k}_1 = 3.0 \times 10^{-6}</math> e (d) <math>\check{k}_1 \times -3.0 \times 10^{-6}</math>; somente o efeito de <math>\check{q}_1</math> e <math>\check{q}_2</math>, com (b) <math>\check{q}_1 = 5.0 \times 10^{-4}</math> e <math>\check{q}_2 = 0</math> e (e) <math>\check{q}_2 = -5.0 \times 10^{-4}</math> e <math>\check{q}_1 = 0</math>; apenas influência de <math>\check{p}_1</math> e <math>\check{p}_2</math>, com (c) <math>\check{p}_1 = 8 \times 10^{-4}</math> e <math>\check{p}_2 = 0</math> e (f) <math>\check{p}_2 = -8 \times 10^{-4}</math> e <math>\check{p}_1 = 0</math> (modificado de [14]).</i>	57
Figura 19 Padrão de calibração sintético, de dimensão 28cm × 20cm, com quadrados internos de aresta igual a 1 cm e com 513 pontos de controle.	68
Figura 20 Imagens da câmera da esquerda que compõem o conjunto de treinamento.	69
Figura 21 Imagens da câmera da direita que compõem o conjunto de treinamento.	70
Figura 22 Imagens da câmera da esquerda que compõem o conjunto de teste.	71
Figura 23 Imagens da câmera da direita que compõem o conjunto de teste.	71
Figura 24 Pontos de controle de uma imagem distorcida pelo modelo de distorção $\check{I}_1$ , em vermelho, sobrepostos aos pontos de controle da imagem ideal, em azul.	74
Figura 25 Par de imagens do conjunto de treinamento utilizado para a estimação da informação de profundidade.	75
Figura 26 Representação das 9 seções em que a imagem é dividida para considerar o modelo heterogêneo de correção da distorção da lente.	77
Figura 27 Efeito da distorção da lente, em vermelho, ao aplicar o modelo (a) $\check{I}_1$ , (b) $\check{I}_2$ , (c) $\check{I}_3$ e (d) $\check{I}_4$ sobre a imagem ideal, em azul.	80
Figura 28 Evolução do erro residual e do erro de reconstrução em função da ordem do modelo de correção da distorção da lente aplicado aos conjuntos (a) e (c) de treinamento e (b) e (d) de teste, ambos distorcidos pelo modelo de ordem 2, $\check{I}_1$ .	82
Figura 29 Evolução do erro residual e do erro de reconstrução em função da ordem do modelo de correção da lente, aplicado aos conjuntos (a) e (c) de treinamento e (b) e (d) de teste, ambos distorcidos pelo modelo de ordem 4, $\check{I}_2$ .	85
Figura 30 Evolução do erro residual e do erro de reconstrução em função da ordem do modelo de correção da lente, aplicado aos conjuntos (a) e (c) de treinamento e (b) e (d) de teste, ambos distorcidos pelo modelo de ordem 6, $\check{I}_3$ .	86
Figura 31 Evolução do erro residual e do erro de reconstrução em função da ordem do modelo de correção da lente, aplicado aos conjuntos (a) e (c) de treinamento e (b) e (d) de teste, ambos distorcidos pelo modelo de ordem 2, $\check{I}_1$ , e corrigidos usando o Método Local proposto.	88
Figura 32 Evolução do erro residual para cada seção das imagens do conjunto de treinamento distorcido pelo modelo de ordem 2, $\check{I}_1$ .	90
Figura 33 Evolução do erro residual para cada seção das imagens do conjunto	

<i>de teste distorcido pelo modelo de ordem 2, <math>\check{I}_1</math>.</i> . . . . .	91
<i>Figura 34 Evolução do tempo de processamento em função da ordem do modelo de correção homogênea e heterogênea da distorção da lente.</i> . . . . .	92
<i>Figura 35 Evolução do erro residual e do erro de reconstrução em função da ordem do modelo de correção da lente, aplicado aos conjuntos (a) e (c) de treinamento e (b) e (d) de teste, ambos distorcidos pelo modelo de ordem 4, <math>\check{I}_2</math>, e corrigidos usando o Método Local proposto.</i> . . . . .	93
<i>Figura 36 Evolução do erro residual para cada seção das imagens do conjunto de treinamento distorcido pelo modelo de ordem 4, <math>\check{I}_2</math>.</i> . . . . .	95
<i>Figura 37 Evolução do erro residual para cada seção das imagens do conjunto de teste distorcido pelo modelo de ordem 4, <math>\check{I}_2</math>.</i> . . . . .	95
<i>Figura 38 Evolução do erro residual e do erro de reconstrução em função da ordem do modelo de correção da lente, aplicado aos conjuntos (a) e (c) de treinamento e (b) e (d) de teste, ambos distorcidos pelo modelo de ordem 6, <math>\check{I}_3</math>, e corrigidos usando o Método Local proposto.</i> . . . . .	96
<i>Figura 39 Padrão de seccionamento a utilizar para imagens distorcidas por lentes do tipo fish-eye.</i> . . . . .	100



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 Configurações das câmeras da esquerda e da direita para captura de cada imagem do conjunto de treinamento. . . . .	72
Tabela 2 Configurações das câmeras da esquerda e da direita para captura de cada imagem do conjunto de teste. . . . .	72
Tabela 3 Conjunto de coeficientes de distorção $\check{I}_i, i = 1, 2, \dots, 7$ , baseados no trabalho de Wang <i>et al.</i> [14]. . . . .	73
Tabela 4 Erro residual, $mse_e$ e $mse_d$ , em <i>pixel</i> e erro de reconstrução, $e_z$ , em <i>mm</i> , para as imagens do conjunto de treinamento distorcidas pelos modelos $\check{I}_i, i = 1, \dots, 7$ . . . . .	79
Tabela 5 Erro residual, $mse_e$ e $mse_d$ , em <i>pixel</i> e erro de reconstrução, $e_z$ , em <i>mm</i> , para as imagens do conjunto de teste distorcidas pelos modelos $\check{I}_i, i = 1, \dots, 7$ . . . . .	80
Tabela 6 Erro residual, $mse_e$ e $mse_d$ , em <i>pixel</i> e erro de reconstrução, $e_z$ , em <i>mm</i> , para as imagens dos conjuntos de treinamento e de teste distorcidas pelo modelo de ordem 2, $\check{I}_1$ , mas corrigidas pelos diferentes modelos de correção da distorção, $\mathbf{I}_j, j = 1, \dots, 9$ . . . . .	83
Tabela 7 Erro residual, $mse_e$ e $mse_d$ , em <i>pixel</i> e erro de reconstrução, $e_z$ , em <i>mm</i> , para as imagens dos conjuntos de treinamento e de teste, distorcidas pelo modelo de ordem 4, $\check{I}_2$ , mas corrigidas pelos diferentes modelos de correção da distorção, $\mathbf{I}_j, j = 1, \dots, 9$ . . . . .	84
Tabela 8 Erro residual, $mse_e$ e $mse_d$ , em <i>pixel</i> e erro de reconstrução, $e_z$ , em <i>mm</i> , para as imagens dos conjuntos de treinamento e de teste, distorcidas pelo modelo de ordem 6, $\check{I}_3$ , mas corrigidas pelos diferentes modelos de correção da distorção, $\mathbf{I}_j, j = 1, \dots, 9$ . . . . .	87
Tabela 9 Erro residual, $mse_e$ e $mse_d$ , em <i>pixel</i> e erro de reconstrução, $e_z$ , em <i>mm</i> , para as imagens dos conjuntos de treinamento e de teste, distorcidas pelo modelo de ordem 2, $\check{I}_1$ , mas corrigidas heterogeneamente pelos diferentes modelos de correção da distorção, $\mathbf{I}_j, j = 1, \dots, 9$ . . . . .	89
Tabela 10 Tempo de processamento, em segundos, de acordo com o modelo de correção da distorção da lente, para a aplicação tanto do método global quanto do método local de correção. . . . .	92
Tabela 11 Erro residual, $mse_e$ e $mse_d$ , em <i>pixel</i> e erro de reconstrução, $e_z$ , em <i>mm</i> , para as imagens dos conjuntos de treinamento e de teste, distorcidas pelo modelo de ordem 4, $\check{I}_2$ , mas corrigidas heterogeneamente pelos diferentes modelos de correção da distorção, $\mathbf{I}_j, j = 1, \dots, 9$ . . . . .	94

Tabela 12 Erro residual,  $mse_e$  e  $mse_d$ , em *pixel* e erro de reconstrução,  $e_z$ , em *mm*, para as imagens dos conjuntos de treinamento e de teste, distorcidas pelo modelo de ordem 6,  $\check{I}_3$ , mas corrigidas heterogeneamente pelos diferentes modelos de correção da distorção,  $\mathbf{1}_j$ ,  $j = 1, \dots, 9$ . . . . . 97

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

<i>CCD</i>	<i>Charge Coupled Device</i> .....
<i>CCTV</i>	<i>Close-Circuit Television</i> .....



## LISTA DE SÍMBOLOS

$I_d$	imagem da direita . . . . .
$I_e$	imagem da esquerda . . . . .
$p_{d_i}$	$i$ -ésimo <i>pixel</i> da imagem da direita . . . . .
$p_{e_i}$	$i$ -ésimo <i>pixel</i> da imagem da esquerda . . . . .
$(p_e, p_d)$	par de <i>pixels</i> homólogos . . . . .
<b>M</b>	ponto representativo do objeto de interesse no ambiente 3D . . . . .
<b>m</b>	projeção do ponto representativo do objeto de interesse no ambiente 3D sobre o plano de imagem . . . . .
<b>C</b>	centro de projeção da câmera . . . . .
$\pi$	plano da imagem ou plano projetivo . . . . .
<b>c</b>	ponto principal . . . . .
$f$	distância focal . . . . .
$R_w$	sistema de coordenadas do mundo . . . . .
$R_c$	sistema de coordenadas da câmera . . . . .
$R_i$	sistema de coordenadas da imagem . . . . .
<b>O<sub>w</sub></b>	origem do sistema de coordenadas do mundo . . . . .
<b>O<sub>c</sub></b>	origem do sistema de coordenadas da câmera . . . . .
<b>O<sub>i</sub></b>	origem do sistema de coordenadas da imagem . . . . .
$u_0$	coordenada do ponto principal na direção das colunas da imagem . . . . .
$v_0$	coordenada do ponto principal na direção das linhas da imagem . . . . .
$g_{jl}$	transformação de coordenadas de um ponto do sistema de coordenadas <b>R<sub>j</sub></b> para o sistema de coordenadas <b>R<sub>l</sub></b> . . . . .
$\eta_x$	fator de escala do <i>pixel</i> na direção das colunas da imagem . . . . .
$\eta_y$	fator de escala do <i>pixel</i> na direção das linhas da imagem . . . . .
<b>A</b>	matriz intrínseca da câmera . . . . .
<b>B</b>	matriz de conversão de unidades de <i>mm</i> para <i>pixel</i> . . . . .
$b$	linha de base . . . . .
$k_i$	$i$ -ésimo coeficiente de distorção radial da lente . . . . .
$p_1, p_2$	coeficientes de distorção prisma fino e de descentralização . . . . .
$q_1, q_2$	coeficientes de distorção prisma fino e de descentralização . . . . .
<b>I</b>	conjunto de coeficientes de correção da distorção da lente . . . . .
<b>Ĩ</b>	conjunto de coeficientes de distorção da lente . . . . .

$mse_{\mathbf{m}}$	erro quadrático médio entre as coordenadas estimadas $\hat{\mathbf{m}}$ e ideais $\mathbf{m}$ dos <i>pixels</i> de uma imagem .....
$e_z$	erro médio absoluto entre as profundidades estimada $\hat{Z}$ e ideal $Z$ de um par de imagens estéreo .....
$\mathcal{C}_e$	conjunto de imagens da câmera da esquerda .....
$\mathcal{C}_d$	conjunto de imagens da câmera da direita .....
$2D$	bidimensional .....
$3D$	tridimensional .....

## SUMÁRIO

<b>1 CONTEXTO</b> .....	27
1.1 INTRODUÇÃO .....	27
1.2 CONTRIBUIÇÕES .....	29
1.3 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO .....	30
<b>2 VISÃO ESTEREOSCÓPICA</b> .....	31
2.1 DEFINIÇÃO .....	31
2.2 MODELOS DE CÂMERA .....	33
<b>2.2.1 Modelo de câmera <i>pinhole</i></b> .....	33
2.2.1.1 Coordenadas Homogêneas .....	36
2.2.1.2 Mudança de base: $R_c$ para $R_i$ .....	36
2.2.1.3 Rotação e translação da câmera: mudança de base de $R_w$ para $R_c$ .....	38
<b>2.2.2 Modelo de câmera CCD</b> .....	39
<b>2.2.3 Classificação dos parâmetros da câmera</b> .....	40
2.3 MODELO IDEAL DO SISTEMA DE VISÃO ESTEREOSCÓPICA	41
<b>2.3.1 Conversão de unidades: de <i>pixel</i> para <i>mm</i></b> .....	42
<b>2.3.2 Mudança de base: <math>R_i</math> para <math>R_c</math></b> .....	43
<b>2.3.3 Mudança de base: <math>R_c</math> para <math>R_w</math></b> .....	44
<b>2.3.4 Determinação de <math>M</math></b> .....	45
2.4 SISTEMA DE VISÃO ESTEREOSCÓPICA REAL .....	45
<b>2.4.1 Calibração das câmeras</b> .....	46
<b>2.4.2 Registro de imagens</b> .....	47
<b>2.4.3 Reconstrução por Triangulação</b> .....	49
<b>2.4.4 Distorção da lente</b> .....	49
<b>3 DISTORÇÃO E CORREÇÃO DA DISTORÇÃO DA LENTE...</b>	51
3.1 DISTORÇÃO DA LENTE .....	51
<b>3.1.1 Distorção Radial</b> .....	53
<b>3.1.2 Deslocamento do ponto principal</b> .....	54
<b>3.1.3 Distorção prisma fino</b> .....	55
<b>3.1.4 Modelo de distorção total da lente</b> .....	56
<b>3.1.5 Estimação dos coeficientes de distorção da lente</b> .....	58
3.2 CORREÇÃO DA DISTORÇÃO DA LENTE .....	60
<b>3.2.1 Estimação dos coeficientes de correção da distorção da lente.</b>	61
<b>4 PROPOSTA DE TRABALHO E METODOLOGIA</b> .....	65
4.1 HIPÓTESES .....	65
<b>4.1.1 Hipótese 1: A distorção radial é melhor modelada utilizando-se ordem superior a 6</b> .....	66

<b>4.1.2 Hipótese 2: A distorção da lente é melhor compensada utilizando-se correção heterogênea sobre a imagem</b> .....	66
4.2 METODOLOGIA .....	67
<b>4.2.1 Simulação com imagens sintéticas</b> .....	67
4.2.1.1 Procedimento 1: Diferentes modelos de correção da distorção.	73
4.2.1.2 Procedimento 2: Correção heterogênea da distorção da lente ..	76
4.3 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	78
<b>5 VALIDAÇÃO NUMÉRICA E ANÁLISE DOS RESULTADOS . .</b>	79
5.1 SIMULAÇÃO USANDO IMAGENS SINTÉTICAS .....	79
<b>5.1.1 Correção homogênea da distorção da lente</b> .....	81
<i>Modelo de distorção de ordem 2, <math>\check{I}_1</math></i> .....	81
<i>Modelo de distorção de ordem 4, <math>\check{I}_2</math></i> .....	82
<i>Modelo de distorção de ordem 6, <math>\check{I}_3</math></i> .....	84
<i>Considerações acerca da correção homogênea</i> .....	86
<b>5.1.2 Correção heterogênea da distorção da lente</b> .....	87
<i>Modelo de distorção de ordem 2, <math>\check{I}_1</math></i> .....	88
<i>Tempo de Processamento</i> .....	91
<i>Modelo de distorção de ordem 4, <math>\check{I}_2</math></i> .....	93
<i>Modelo de distorção de ordem 6, <math>\check{I}_3</math></i> .....	96
<i>Considerações acerca da correção heterogênea</i> .....	97
<b>6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS.</b>	99
6.1 SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS .....	99
<b>Referências Bibliográficas</b> .....	101

## 1 CONTEXTO

### 1.1 INTRODUÇÃO

A obtenção da informação tridimensional (3D) de uma cena, ou de um objeto em particular, por processo computadorizado, representa um desafio que perdura há algumas décadas [1]. Esse desafio pode ser ilustrado por aplicações de modelagem 3D concernentes a diferentes setores industriais. De acordo com a aplicação e com o respectivo setor, pesquisadores são impulsionados a desenvolverem novas soluções.

No segmento de entretenimento, como *video-game*, televisão e cinema, busca-se soluções que proporcionem aos usuários maior sensação de realismo e imersão, estimulando pesquisas referentes ao desenvolvimento e melhoria de *displays* 3D [15–20].

Na indústria automotiva, almeja-se por soluções que permitam o desenvolvimento de automóveis inteligentes, dotados da capacidade de detectar e estimar a distância de objetos e obstáculos, tais como pedestres e veículos, assim como de reconhecer o ambiente em torno deles [21–24].

Já no segmento médico, tem-se o interesse em reconstruir a forma tridimensional de órgãos a partir de imagens médicas, com o intuito de obter informações mais completas sobre o órgão e sobre o paciente, podendo representar uma importante fonte adicional de referência para o embasamento de diagnósticos, assim como para utilização em práticas de ensino [2, 25].

Em robótica móvel, segmento cuja visibilidade no mercado cresceu bastante nos últimos anos, deseja-se dotar os robôs da capacidade de navegação autônoma, detecção de objetos e obstáculos, reconhecimento do ambiente que os circunda, dentre outras. O intuito é melhorar o desempenho dos mesmos nas tarefas em que são utilizados, que estendem-se desde manipulação de processo em sítio fabril a exploração de ambientes de difícil acesso e risco de permanência para os seres humanos, como fundo do oceano e superfície e órbita de outros astros, *e.g.* Marte e Lua [26–28].

É extensiva a lista de aplicações em que a extração de informação 3D faz-se necessária. Além das descritas acima, pode-se citar ainda aferição de medidas de objetos em metrologia, inspeção industrial e controle de qualidade, sensoriamento remoto, levantamento topográfico de uma região, biometria facial, vigilância e segurança, rastreamento, realidade virtual, dentre outras [9, 29–33]. No desenvolvimento dessas aplicações, utilizam-se sistemas como *lasers*, *radars*, *sonars* e câmeras [9, 34], sendo estas cada vez mais usadas, uma vez que permitem uma rica representação da cena [22, 35], além

de ser uma tecnologia de fácil acesso, haja vista o baixo preço de aquisição [36, 37].

O uso de câmeras nessas soluções integra a área de estudo em Visão Computacional, na qual a recuperação da informação de profundidade se dá por meio da análise de duas ou mais imagens de uma mesma cena capturadas em diferentes pontos de vista. A captura pode ser realizada simultaneamente ou em diferentes instantes de tempo, pela mesma câmera ou por diferentes dispositivos de captura de imagem.

Nesse âmbito, é possível utilizar diferentes configurações. Classifica-se como monocular a configuração em que uma única câmera em movimento realiza a captura de diferentes poses de uma cena, sendo cada captura feita a um dado instante de tempo. Essa configuração é comumente aplicada a navegação autônoma [38, 39]. Apresenta a vantagem de ser necessário investir em apenas uma câmera, representando redução de custo, no entanto, deve-se determinar a posição da câmera no espaço para cada imagem a ser utilizada na reconstrução 3D [40].

Quando se utiliza mais de um dispositivo de captura de imagem, configura-se um arranjo por uso de múltiplas câmeras, em que as capturas são feitas de diferentes pontos de vista [1]. Essa configuração é aplicada, por exemplo, na reconstrução de ambientes para aplicativos de visita virtual, como em museus e monumentos famosos [41, 42], assim como na reconstrução de vista panorâmica [43–47].

Particularmente, a utilização de câmeras permite também desenvolver soluções baseadas no sistema de visão humano, como o caso da visão estereoscópica, em que um conjunto binocular de câmeras é utilizado para capturar pares de imagens estéreo. Muito utilizada para a recuperação da informação tridimensional de cenas e objetos, a visão estereoscópica é caracterizada por três etapas principais: calibração, registro de imagens e reconstrução. Essa configuração é comumente usada como solução em diversas aplicações [21, 23, 35, 36, 48–52].

Para auxiliar na solução do problema de reconstrução e agregar maior precisão à resposta do sistema, é possível utilizar, além das duas câmeras, dispositivos que projetem ondas eletromagnéticas próprias sobre a cena ou sobre o objeto de interesse, tais como luz visível ou sinal infra-vermelho, caracterizando assim a visão estereoscópica ativa [29, 53]. Quando utiliza-se exclusivamente o conjunto binocular de câmeras, sem auxílio de dispositivos ativos, o sistema é classificado como visão estereoscópica passiva [9, 54].

Em ambos os casos, a qualidade da resposta do sistema é degradada pela distorção da lente, que causa deslocamento da posição do *pixel* durante a formação da imagem, influenciando no resultado das etapas de calibração e de registro de imagens [14, 55, 56]. Para minimizar a degradação causada

pela distorção da lente, estima-se, na etapa de calibração das câmeras, os coeficientes de correção da distorção, com os quais realiza-se a compensação do efeito da lente.

Com o intuito de prover solução que contribua para o aumento da precisão da resposta de sistemas de reconstrução tridimensional, aborda-se, neste trabalho, o problema de correção da distorção da lente aplicado a sistemas de visão estereoscópica passiva.

## 1.2 CONTRIBUIÇÕES

A calibração da câmera é uma etapa fundamental na determinação do desempenho de sistemas estereoscópicos, uma vez que o erro residual de calibração tem influência sobre o erro de reconstrução da informação tridimensional da cena. Identifica-se, pela literatura, que a distorção da lente é um limitante no processo de calibração, sendo sua correção de grande relevância em processos que requeiram maior precisão. *Brown* [57, 58] propôs, na década de 70, um modelo de distorção da lente em que são consideradas componentes radial, deslocamento do ponto principal e prisma fino. Este modelo, detalhado no Capítulo 3, está consolidado na literatura, sendo o mais conhecido e utilizado. É recorrente a utilização de métodos iterativos, como *bundle adjustment* [58], para melhorar a estimação dos parâmetros de distorção da lente. *Tsai* [59] afirma que, para aplicações industriais de visão computacional, é suficiente considerar apenas a componente radial e de 2ª ordem, sendo que modelos mais elaborados, além de não melhorarem a resposta do sistema, podem causar instabilidade numérica. Alguns autores [4] encontram suporte no trabalho de *Tsai* e limitam-se a compensar a distorção da lente usando modelos de baixa ordem e considerando apenas a distorção radial. No entanto, para lentes de baixa qualidade ou de alta distorção, ou ainda para aplicações que requerem maior precisão, é necessário considerar componente radial de 4ª ou até mesmo 6ª ordem [56, 57]. *Wang et al.*, em um trabalho recente [14], afirmam que considerar apenas a componente radial não é suficiente para uma boa correção da distorção da lente, haja vista que as distorções radial e tangencial são dependentes uma da outra, e mostraram, empiricamente, que a consideração da componente tangencial implica significativamente na redução do erro residual de calibração. *Hartley & Kang* [7] afirmam que o modelo convencional não é adequado para corrigir lentes com distorção muito elevada, como a lente *fish-eye*, ademais, afirmam que métodos iterativos possuem algumas desvantagens: tempo de processamento, possibilidade de não convergência, inicialização dos parâmetros e definição do critério de parada (convergência).

Os métodos conhecidos e supra-citados corrigem a distorção da lente homogeneamente sobre toda a imagem. Visando aumentar o desempenho de sistemas de visão estereoscópica de baixo custo, que utilizam lentes de baixa qualidade, conseqüentemente alta distorção, propôs-se duas hipóteses: hipótese 1 - A distorção radial é melhor modelada utilizando-se ordem superior a 6 e hipótese 2 - A distorção da lente é melhor compensada utilizando-se correção heterogênea sobre a imagem. O estudo empírico destas permitiu concluir que, para determinado modelo de distorção da lente, há viabilidade em usar modelo de correção de ordem superior a 6. Para validar a hipótese 2, foi proposto um novo método, designado Método Local de Correção da Distorção da Lente, o qual considera correção heterogênea da distorção sobre a imagem. O método proposto, quando comparado ao método convencional, permite reduzir o erro residual de calibração médio em até 3,5 *pixels* e o desvio padrão deste em até 5,5 *pixels*, ademais, reduz o erro de reconstrução em 0,5 *mm* e o desvio padrão em pouco mais de 1 *mm*, sendo indicado para aplicações que requeiram maior precisão.

### 1.3 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

Esta dissertação é organizada da seguinte maneira: neste primeiro Capítulo, foi introduzido o tema de pesquisa, sendo apresentadas as motivações e contribuições do trabalho. No Capítulo 2 são apresentados o conceito, o modelo matemático e as principais restrições de sistemas de visão estereoscópica. No Capítulo 3 discorre-se sobre a distorção da lente e sua influência sobre a performance do sistema estereoscópico e apresenta-se algumas das principais soluções existentes. Enquanto que no Capítulo 4 apresenta-se as hipóteses desenvolvidas na dissertação, bem como a metodologia para verificar a validade das mesmas. Reserva-se ao Capítulo 5 a apresentação dos resultados e a discussão acerca deles. A conclusão do trabalho e as sugestões de trabalhos futuros são apresentadas no Capítulo 6.

Tenha uma boa leitura.

## 2 VISÃO ESTEREOSCÓPICA

Neste Capítulo, discorre-se sobre visão estereoscópica e suas principais etapas e apresenta-se o equacionamento para estimar a informação 3D a partir de duas imagens de uma mesma cena capturadas em diferentes pontos de vista.

Na Seção 2.1 define-se sistema de visão estereoscópica. O modelo de câmera utilizado é apresentado na Seção 2.2 e o modelo ideal de visão estereoscópica, na Seção 2.3. Apresenta-se ainda, na Seção 2.4, algumas considerações acerca da não idealidade presente em sistemas estereoscópicos reais.

### 2.1 DEFINIÇÃO

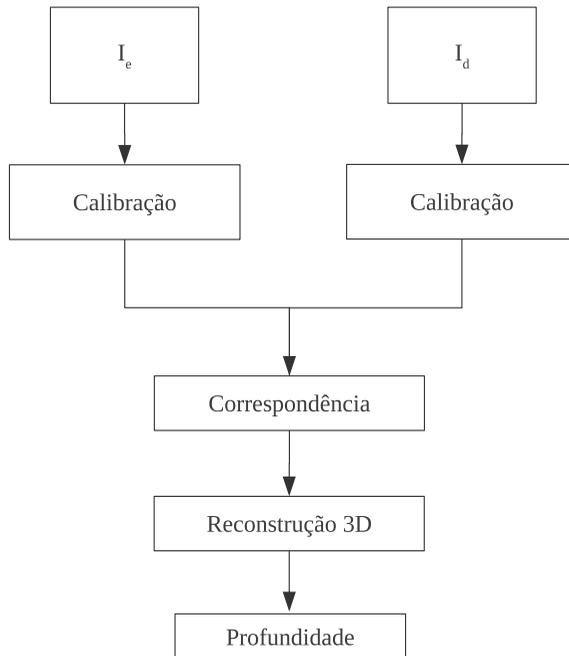


Figura 1: Diagrama em blocos representando as etapas de um sistema estereoscópico.

Visão estereoscópica é o processo de estimação da informação de profundidade de uma cena, ou de um objeto em particular, por meio da análise de duas imagens capturadas em diferentes pontos de vista, usando um modelo apropriado de câmera. A aquisição das imagens pode ser realizada simultaneamente ou em diferentes instantes de tempo e pela mesma câmera ou por diferentes dispositivos de captura de imagem [2, 5, 9, 60].

O processo estereoscópico é composto por 3 etapas principais: calibração da câmera, correspondência dos *pixels* e reconstrução 3D [9, 61], como representado na Figura 1.

A etapa de calibração consiste em inferir sobre os parâmetros característicos da câmera, os quais são classificados em intrínsecos e extrínsecos [9]. Em diversas aplicações, a calibração é precedida por uma fase de pré-processamento [5, 34, 62], cujo objetivo é melhorar a qualidade da imagem ou adequá-la ao processamento em que será utilizada; tal melhoria ou adequação é obtida pela aplicação de técnicas de correção da imagem, tais como eliminação de ruído, correção de nível de iluminação e retificaçãoção.

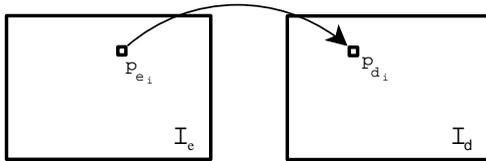


Figura 2: Determinação do *pixel* correspondente a  $p_{e_i}$  ( $i$ -ésimo *pixel* da imagem da esquerda) em  $I_d$ , imagem da direita.

A correspondência, também denominada registro de imagens, visa determinar a posição do *pixel*  $p_{d_i}$  na imagem da direita  $I_d$  correspondente ao *pixel*  $p_{e_i}$  da imagem da esquerda  $I_e$ , conforme Figura 2, formando o par homólogo  $(p_{e_i}, p_{d_i})$ , em que  $i = 1, 2, 3, \dots, N$ , sendo  $N$  o número de pares homólogos.

A reconstrução tridimensional resume-se na estimação da informação de profundidade, usando os pares de *pixels* correspondentes e o conjunto de parâmetros das câmeras e do conjunto binocular, determinados nos processos de correspondência e de calibração, respectivamente [2, 9, 56].

Para se determinar as Equações matemáticas que regem essas etapas, faz-se necessário conhecer previamente o modelo de câmera utilizado [63]. Na Seção seguinte, apresenta-se o modelo de câmera adotado nesta dissertação.

## 2.2 MODELOS DE CÂMERA

A câmera é um dispositivo que gera imagens bidimensionais (2D) a partir da incidência de luz proveniente de objetos pertencentes ao mundo 3D. O modelo de câmera permite o mapeamento entre as coordenadas dos elementos pertencentes ao mundo 3D e das respectivas projeções na imagem 2D [2, 9, 64].

Um modelo elementar de câmera, vastamente utilizado, é o *pinhole*, em que a dimensão do pixel nas direções vertical e horizontal do sensor de imagem é desconsiderada <sup>1</sup>. Com o intuito de considerar as dimensões do *pixel*, apresenta-se, também, o modelo de câmera *CCD*.

### 2.2.1 Modelo de câmera *pinhole*

A câmera *pinhole*, também conhecida por estenopeica [2, 65], é um modelo de câmera de projeção em perspectiva bastante utilizado na literatura [40, 61, 65–71]. Ela é baseada em um plano opaco com um orifício de diâmetro infinitesimal, suficiente para passar apenas um único raio de luz incidente de um ponto no ambiente,  $M$ , cuja projeção correspondente na imagem é  $m$ , conforme Figura 3.

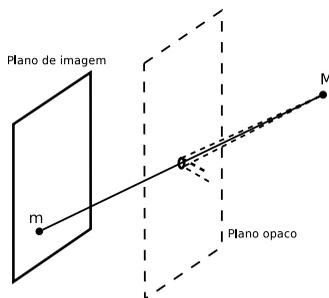


Figura 3: Projeção de um ponto do espaço 3D sobre o plano de imagem para o modelo de câmera *pinhole*.

Por conveniência, todo equacionamento e desenvolvimento do modelo serão efetuados considerando-se o plano de imagem entre o objeto observado e o centro de projeção da câmera  $C$ , como ilustrado na Figura 4. Essa consideração facilita a visualização da imagem, uma vez que evita obter imagens

<sup>1</sup>Outra interpretação possível é afirmar que o modelo de câmera *pinhole* considera o *pixel* de dimensão unitária, tanto na vertical quanto na horizontal.

invertidas, ademais, preserva a relação geométrica entre o objeto 3D e a respectiva projeção no plano de imagem.

O centro de projeção  $C$  coincide com o centro da câmara *pinhole* ou centro óptico [1]. A projeção do centro da câmara sobre o plano de imagem  $\pi$  (também conhecido por plano projetivo [2, 56, 72]) dá origem ao ponto  $c$ , denominado ponto principal <sup>2</sup>. A distância entre o ponto principal,  $c$ , e o centro de projeção da câmara,  $C$ , representa a distância focal  $f$ .

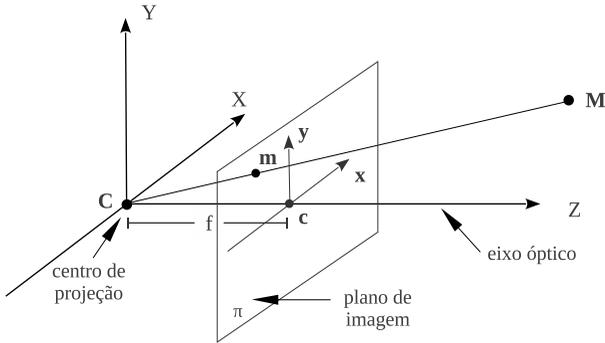


Figura 4: Geometria da câmera *pinhole*. Modificado de [1].

No estudo da relação da projeção em perspectiva do modelo de câmera *pinhole*, faz-se necessário discriminar ao menos três sistemas de coordenadas: do mundo, da câmera e da imagem <sup>3</sup>.

O sistema de coordenadas da câmera,  $R_c$ , tem origem no centro de projeção da câmera,  $O_c = C$ , e é definido por três versores, sendo dois deles base do plano que é paralelo a  $\pi$  e que contém  $C$ , e o terceiro é paralelo ao eixo óptico, como ilustrado na Figura 5; é um sistema de coordenadas Euclidiano tridimensional, cujas coordenadas são representadas por  $(X_c, Y_c, Z_c)$  [2, 65, 69].

Para servir de referência ao sistema de coordenadas da câmera, por vezes desconhecido ou de difícil determinação [9], tem-se o sistema de coordenadas do mundo,  $R_w$ , ou sistema de coordenadas global ou do ambiente [2, 69], cuja origem  $O_w$  é atribuída a um ponto conhecido qualquer do ambiente. Assim como  $R_c$ ,  $R_w$  é um sistema de coordenadas Euclidiano tridimen-

<sup>2</sup>O centro da imagem e o ponto principal são coincidentes quando o centro da imagem e o eixo óptico da lente encontram-se alinhados [10].

<sup>3</sup>São 4 os sistemas de coordenadas importantes a se conhecer na determinação da relação de projeção de um objeto no espaço 3D sobre o plano de imagem, sendo eles: sistema de coordenadas do mundo, da câmera, da imagem e do sensor [2, 69]. Nesta dissertação, considera-se que o sistema de coordenadas do sensor coincide com o sistema de coordenadas da imagem.

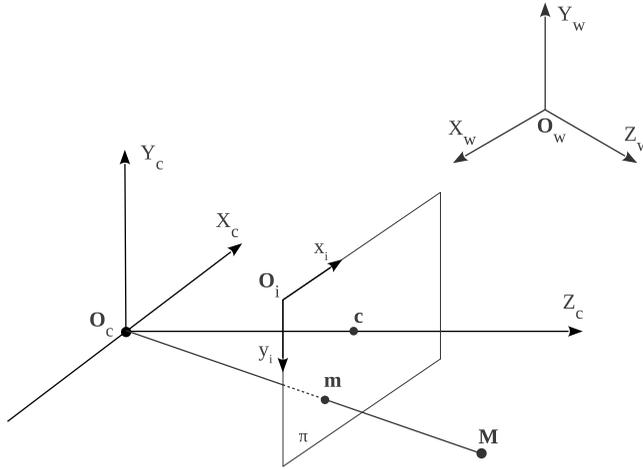


Figura 5: *Sistemas de coordenadas relevantes à geometria da projeção em perspectiva de uma câmera.*

sional [65].

O sistema de coordenadas da imagem, representado por  $R_i$ , é Euclidiano bidimensional, definido pelos versores que formam a base para o plano  $\pi$  e possui origem em  $O_i$ , canto superior esquerdo da imagem.

Das definições dos 3 sistemas de coordenadas previamente apresentados, segue que um ponto  $\mathbf{p}$  qualquer será denotado com o índice 'w' ( $\mathbf{p}_w$ ) quando representado em  $R_w$ ; da mesma forma, será denotado pelo índice 'c' ( $\mathbf{p}_c$ ) quando representado em  $R_c$  e pelo índice 'i' ( $\mathbf{p}_i$ ), quando em  $R_i$ .

É possível relacionar as coordenadas dos pontos 3D no ambiente com as coordenadas das respectivas projeções no plano de imagem [61]; tal relação é consequência do Teorema de Tales de Mileto [64].

A Equação (2.1) descreve como determinar as coordenadas do ponto  $\mathbf{m}$  uma vez conhecidas as coordenadas de  $\mathbf{M}$ ,  $(X_c, Y_c, Z_c)$ , no sistema  $R_c$ .

$$\mathbf{m}_c = \left[ f \frac{X_c}{Z_c} \quad f \frac{Y_c}{Z_c} \quad f \right]^T \quad (2.1)$$

Como a distância entre o centro de projeção  $\mathbf{C}$ , origem de  $R_c$ , e o plano  $\pi$  é igual a  $f$ , considera-se que os pontos sobre  $\pi$  têm apenas duas dimensões, representadas por  $(x_c, y_c)$  [9, 56].

$$\mathbf{m}_c = \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f \frac{X_c}{Z_c} \\ f \frac{Y_c}{Z_c} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

em que  $f$  é a distância focal, medida em unidades de comprimento ( $mm$ , geralmente).

### 2.2.1.1 Coordenadas Homogêneas

A representação dos pontos  $\mathbf{m}$  e  $\mathbf{M}$ , em  $R_c$ , em coordenadas homogêneas é dada por (2.3).

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{m}}_c &= [x_c \quad y_c \quad 1]^T \\ \tilde{\mathbf{M}}_c &= [X_c \quad Y_c \quad Z_c \quad 1]^T \end{aligned} \quad (2.3)$$

Definindo  $\tilde{\mathbf{m}} = M_3 \tilde{\mathbf{m}}$ , sendo  $M_3 = Z_c$ , tem-se:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{m}}_c &= \begin{bmatrix} fX_c \\ fY_c \\ Z_c \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} f & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} f & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{M}_c \\ \tilde{\mathbf{m}}_c &= \mathbf{A}_f \mathbf{M}_c \end{aligned} \quad (2.4)$$

### 2.2.1.2 Mudança de base: $R_c$ para $R_i$

Conhecendo-se as coordenadas de  $\mathbf{m}$  em  $R_c$  ( $\mathbf{m}_c = (x_c, y_c)$ ), pode-se representá-lo em  $R_i$  ( $\mathbf{m}_i = (x_i, y_i)$ ) por meio da transformação  $g_{ci}$  expressa nas Equações (2.5) e (2.6) [9].

$$\mathbf{m}_i = g_{ci}(\mathbf{m}_c) \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} x_i &= x_c + u_0 \\ y_i &= -y_c + v_0 \end{aligned} \quad (2.6)$$

em que  $u_0$  e  $v_0$  são as coordenadas do ponto principal nas direções das colunas e das linhas da imagem, respectivamente.

Aplicando a transformação  $g_{ci}$  em (2.4), chega-se à Equação (2.7), que relaciona as coordenadas de  $\mathbf{M}$ , representado em  $R_c$ , com as coordenadas de  $\mathbf{m}$ , representado em  $R_i$ .

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{m}}_i &= \begin{bmatrix} f & 0 & u_0 \\ 0 & -f & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{M}_c \\ \bar{\mathbf{m}}_i &= \mathbf{A} \mathbf{M}_c \end{aligned} \quad (2.7)$$

em que  $\mathbf{A}$  é a matriz intrínseca do modelo de câmera.

Salienta-se que a origem de  $R_i$ ,  $\mathbf{O}_i$ , não coincide com o ponto principal  $\mathbf{c}(u_0, v_0)$ , ela encontra-se sobre o canto superior esquerdo da imagem, como ilustrado na Figura 6.

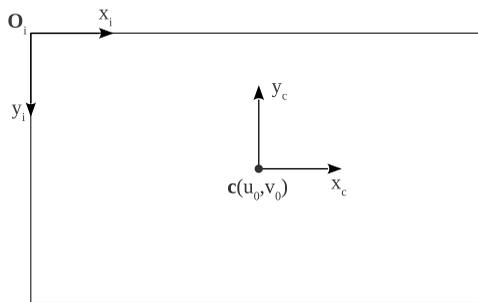


Figura 6: Representação do sistema de coordenadas da imagem, com origem em  $\mathbf{O}_i$ , e do sistema de coordenadas da câmera projetado sobre o plano de imagem, com origem no ponto principal  $\mathbf{c}(u_0, v_0)$ . Adaptado de [1].

### 2.2.1.3 Rotação e translação da câmera: mudança de base de $R_w$ para $R_c$

O mapeamento do ponto tridimensional  $\mathbf{M}$  do sistema de coordenadas do mundo,  $R_w$ , para o sistema de coordenadas da câmera,  $R_c$ , pode ser representado pela transformação  $g_{wc}$  [63], Equação (2.8), sendo esta composta por “transformações de movimento de corpo rígido, ou seja, uma combinação de translação e rotação” [2], como representado pela Equação (2.9) [1] [63].

$$\mathbf{M}_c = g_{wc}(\mathbf{M}_w) \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_c &= \mathbf{R} (\mathbf{M}_w - \mathbf{C}_w) \\ \mathbf{M}_c &= \mathbf{R} \mathbf{M}_w + \mathbf{t} \end{aligned} \quad (2.9)$$

em que  $\mathbf{C}_w$  representa as coordenadas do centro de projeção da câmera em  $R_w$ ;  $\mathbf{t}$  representa a translação de  $\mathbf{O}_w$  para  $\mathbf{O}_c$ , sendo  $\mathbf{t} = -\mathbf{R}\mathbf{C}_w$ ; e  $\mathbf{R}$  é uma matriz de rotação de ordem  $3 \times 3$ , ortogonal, dada por (2.10) [2, 9, 56, 73].

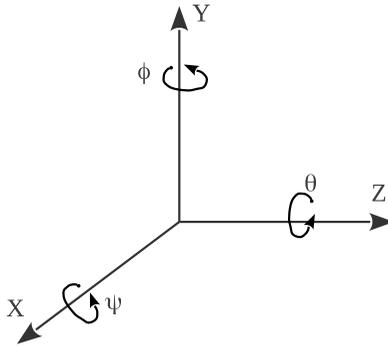


Figura 7: Eixos de rotação e respectivos ângulos. Modificado de [2].

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_z(\theta) \mathbf{R}_y(\phi) \mathbf{R}_x(\psi) \quad (2.10)$$

sendo  $\theta$ ,  $\phi$  e  $\psi$  os ângulos de rotação em torno dos eixos Z, Y e X, respectivamente (conforme Figura7).

As matrizes  $\mathbf{R}_z(\theta)$ ,  $\mathbf{R}_y(\phi)$  e  $\mathbf{R}_x(\psi)$ , são descritas abaixo:

$$\mathbf{R}_z(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

$$\mathbf{R}_y(\phi) = \begin{bmatrix} \cos(\phi) & 0 & -\sin(\phi) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\phi) & 0 & \cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

$$\mathbf{R}_x(\psi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\psi) & \sin(\psi) \\ 0 & -\sin(\psi) & \cos(\psi) \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

A transformação das coordenadas de um ponto de  $R_w$  para  $R_c$ , representada na Equação (2.9), pode ser reescrita como apresentado em (2.14) [1].

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_c &= [\mathbf{I}|\mathbf{0}] \begin{bmatrix} \mathbf{R} & -\mathbf{R}\mathbf{C}_w \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{M}}_w \\ \mathbf{M}_c &= [\mathbf{R}|\mathbf{t}] \tilde{\mathbf{M}}_w \end{aligned} \quad (2.14)$$

Substituindo a Equação (2.14) em (2.7), observa-se que a relação entre um ponto tridimensional,  $\mathbf{M}_w$ , e a respectiva projeção em perspectiva no plano de imagem,  $\mathbf{m}_i$ , pode ser vista como uma transformação linear do espaço projetivo, espaço de vetores  $\tilde{\mathbf{M}}_w$ , para o plano projetivo, espaço dos vetores  $\mathbf{m}_i$ , e é dada por (2.15).

$$\tilde{\mathbf{m}}_i = \mathbf{A} [\mathbf{R}|\mathbf{t}] \tilde{\mathbf{M}}_w \quad (2.15)$$

## 2.2.2 Modelo de câmera CCD

O modelo de câmera *CCD* é semelhante ao da câmera *pinhole*, mas acrescidos os fatores de escala do *pixel* [2, 9, 69],  $\eta_x$  e  $\eta_y$ , inverso do comprimento do *pixel* nas direções das colunas e das linhas da imagem, respectivamente, medido em *pixel/unidade de comprimento* (geralmente em *pixel/mm*).

Correntemente, assume-se a relação  $\frac{\eta_y}{\eta_x} = 1$ , no entanto, as dimensões dos *pixels* nas direções das linhas e das colunas da imagem podem ser diferentes entre si devido a erro ou a limitações na produção dos sensores de

captação de imagem ou na montagem das câmeras [68].

A importância em considerar os fatores de escala do *pixel* está em determinar a relação de conversão das coordenadas de  $\mathbf{m}_i$  na imagem de unidade de comprimento (geralmente em *mm*) para unidade de *pixel*, como representado em (2.16).

$$\begin{aligned} x_{i[*pixel*]} &= \eta_x x_{i[*mm*]} \\ y_{i[*pixel*]} &= \eta_y y_{i[*mm*]} \end{aligned} \quad (2.16)$$

Ao aplicar esta relação no modelo de formação da imagem, até então representado pela Equação (2.15), chega-se a (2.17).

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{m}}_{i[*pixel*]} &= \begin{bmatrix} \eta_x & 0 & 0 \\ 0 & \eta_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{m}}_{i[*mm*]} \\ &= \begin{bmatrix} \eta_x & 0 & 0 \\ 0 & \eta_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{A} [\mathbf{R}|\mathbf{t}] \tilde{\mathbf{M}}_w \\ \tilde{\mathbf{m}}_{i[*pixel*]} &= \mathbf{BA} [\mathbf{R}|\mathbf{t}] \tilde{\mathbf{M}}_w \end{aligned} \quad (2.17)$$

Para determinar as coordenadas de  $\mathbf{m}_i$  na imagem, em *pixel*, divide-se  $\tilde{\mathbf{m}}_i$  pelo terceiro elemento do mesmo vetor, obtendo a representação em coordenadas homogêneas  $\tilde{\mathbf{m}}_i$  (Equação (2.18)).

$$\tilde{\mathbf{m}}_i = \frac{\tilde{\mathbf{m}}_i}{\tilde{m}_{i_3}} \quad (2.18)$$

$$\mathbf{m}_{i[*pixel*]} = \begin{bmatrix} x_{i[*pixel*]} \\ y_{i[*pixel*]} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

### 2.2.3 Classificação dos parâmetros da câmera

Como visto nas Seções 2.2.1 e 2.2.2, as câmeras são caracterizadas por um conjunto de parâmetros responsável pela conversão entre as coordenadas de um ponto no ambiente tridimensional, representado em  $R_w$ , e as coordenadas da respectiva projeção no plano de imagem, representada em  $R_i$ . Esses parâmetros podem ser classificados em dois subconjuntos: intrínseco e extrínseco.

Classificam-se como intrínsecos os parâmetros que relacionam o sistema de coordenadas da câmera ao sistema de coordenadas da imagem, e vice-versa, sendo eles: distância focal  $f$ , ponto principal  $\mathbf{c}(u_0, v_0)$  e fatores de escala  $\eta_x$  e  $\eta_y$ ; este conjunto de parâmetros modela a geometria interna e as características ópticas da câmera [74]. Os parâmetros extrínsecos relacionam o sistema de coordenadas do mundo com o sistema de coordenadas da câmera; eles modelam a posição e a orientação da câmera em relação ao sistema de coordenadas do mundo; são compostos pelos ângulos de rotação  $\theta$ ,  $\phi$  e  $\psi$  e pelos elementos do vetor de translação  $t_x$ ,  $t_y$  e  $t_z$ .

Na Seção 2.3 a seguir, discorre-se sobre o sistema de visão estereoscópica, caracterizado por um arranjo binocular de câmeras (ver Figura 9), para o qual, além dos parâmetros intrínsecos e extrínsecos de cada câmera, faz-se necessário caracterizar também o conjunto de parâmetros do arranjo binocular, que é composto pela linha de base  $b$  (distância entre os centros de projeção das duas câmeras) e pela translação e rotação de uma câmera em relação à outra.

## 2.3 MODELO IDEAL DO SISTEMA DE VISÃO ESTEREOSCÓPICA

Em sistemas de visão estereoscópica, utiliza-se um conjunto binocular de câmeras, em que cada uma delas captura uma imagem da mesma cena, ou de um objeto em particular da cena, de diferentes pontos de vista, resultando em um par de imagens estereoscópicas.

Uma vez capturadas as imagens e conhecidas as coordenadas de  $\mathbf{m}_e$  e  $\mathbf{m}_d$ , respectivas projeções nas imagens  $I_e$  e  $I_d$  (par de imagens estéreo), é possível estimar a posição do ponto tridimensional de origem,  $\mathbf{M}$ , no espaço  $R_w$ .

Para tal, pode-se expressar as coordenadas das projeções  $\mathbf{m}_e$  e  $\mathbf{m}_d$  no sistema de coordenadas do mundo,  $R_w$ , e determinar o ponto de intersecção dos segmentos de reta  $r$  e  $s$  (como ilustrado na Figura 9), sendo  $r$  uma reta que contém  $\mathbf{C}_e$  e é paralela ao vetor  $\overrightarrow{\mathbf{C}_e \mathbf{m}_e}$ , e  $s$ , que contém  $\mathbf{C}_d$  e é paralela ao vetor  $\overrightarrow{\mathbf{C}_d \mathbf{m}_d}$ . A intersecção de  $r$  e  $s$  coincide com o ponto  $\mathbf{M}$  no espaço [9, 75].

Nas Seções 2.3.1, 2.3.2 e 2.3.3, apresenta-se o equacionamento para representar  $\mathbf{m}$  no sistema de coordenadas do mundo ( $\mathbf{m}_{e_w}$  e  $\mathbf{m}_{d_w}$ ) a partir de  $\mathbf{m}_i$ , enquanto que na Seção 2.3.4, apresenta-se como estimar as coordenadas de  $\mathbf{M}$  em  $R_w$  a partir de  $\mathbf{m}_{e_w}$  e  $\mathbf{m}_{d_w}$ .

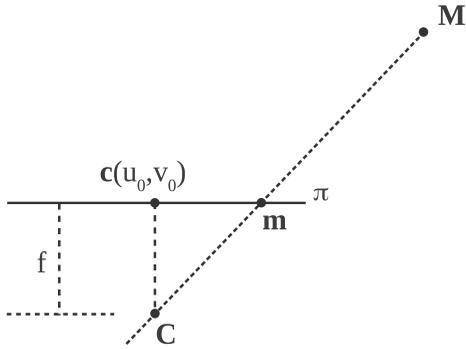


Figura 8: *Projeção do ponto tridimensional  $\mathbf{M}$  sobre o plano de imagem  $\pi$ .*

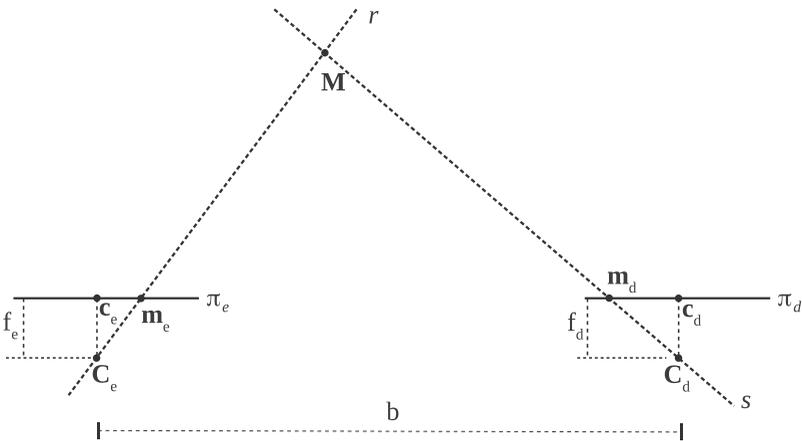


Figura 9: *Determinação de  $\mathbf{M}$  pela intersecção dos segmentos de reta  $r$  e  $s$ .*

### 2.3.1 Conversão de unidades: de *pixel* para *mm*

As coordenadas de  $\mathbf{m}_i$ , quando lidas na imagem adquirida, são representadas em *pixel*. A transformação de unidades de *pixel* para *mm* é dada por (2.20).

$$\begin{aligned}
\mathbf{m}_{[mm]} &= \begin{bmatrix} \mu_x & 0 \\ 0 & \mu_y \end{bmatrix} \mathbf{m}_{[pixel]} \\
\tilde{\mathbf{m}}_{[mm]} &= \begin{bmatrix} \mu_x & 0 & 0 \\ 0 & \mu_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{m}}_{[pixel]} \\
\tilde{\mathbf{m}}_{[mm]} &= \mathbf{B}^{-1} \tilde{\mathbf{m}}_{[pixel]}, \tag{2.20}
\end{aligned}$$

em que  $\mu_x$  e  $\mu_y$  representam a dimensão do *pixel*, em *mm/pixel*, nas direções das colunas e das linhas da imagem, respectivamente, e são dadas por (2.21).

$$\begin{aligned}
\mu_x &= \frac{1}{\eta_x} \\
\mu_y &= \frac{1}{\eta_y} \tag{2.21}
\end{aligned}$$

### 2.3.2 Mudança de base: $R_i$ para $R_c$

A representação das coordenadas de  $\mathbf{m}$  em  $R_c$  a partir das coordenadas em  $R_i$  é obtida por meio da transformação  $g_{ic}(\cdot)$ , como apresentado por (2.22).

$$\mathbf{m}_c = g_{ic}(\mathbf{m}_i) \tag{2.22}$$

em que  $\mathbf{m}_c = [x_c \ y_c \ z_c]^T$ , sendo  $x_c$  e  $y_c$  determinados pela Equação (2.23).

$$\begin{aligned}
x_c &= x_i - u_0 \\
y_c &= -y_i + v_0 \tag{2.23}
\end{aligned}$$

Considerando  $z_c = f$  e dispondo a Equação (2.23) em forma matricial, a determinação de  $\mathbf{m}_c$ , em *mm*, em função de  $\mathbf{m}_i$ , em *pixels*, é representada pela Equação (2.24).

$$\begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{bmatrix} = \mathbf{B}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -u_0 \\ 0 & -1 & v_0 \\ 0 & 0 & f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{m}_c = \mathbf{B}^{-1} \underline{\mathbf{A}} \tilde{\mathbf{m}}_i \quad (2.24)$$

em que as coordenadas do ponto principal,  $u_0$  e  $v_0$ , assim com as de  $\mathbf{m}_i$ , são dadas em *pixel*, e a distância focal  $f$ , em *mm*.

Nota-se que a matriz de transformação  $\underline{\mathbf{A}}$  diferencia-se do inverso da matriz intrínseca da câmera,  $\mathbf{A}$ , por um fator de proporcionalidade, o qual é igual à distância focal  $f$ .

$$\underline{\mathbf{A}} = f \mathbf{A}^{-1} \quad (2.25)$$

### 2.3.3 Mudança de base: $R_c$ para $R_w$

A transformação  $g_{cw}$ , do sistema de coordenadas da câmera,  $R_c$ , para o sistema de coordenadas do mundo,  $R_w$ , semelhante ao mapeamento apresentado na Seção 2.2.1.3, é composta por uma operação de rotação e por uma de translação, e é representada pela Equação (2.28).

De (2.9), tem-se:

$$\mathbf{m}_c = \mathbf{R}(\mathbf{m}_w - \mathbf{C}_w) \quad (2.26)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_w &= g_{cw}(\mathbf{m}_c) \\ \mathbf{m}_w &= \mathbf{R}^{-1} \mathbf{m}_c + \mathbf{C}_w \end{aligned} \quad (2.27)$$

A matriz de rotação  $\mathbf{R}$  é ortogonal [56], assim:  $\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{R}^T$ .

$$\mathbf{m}_w = \mathbf{R}^T \mathbf{m}_c + \mathbf{C}_w \quad (2.28)$$

Substituindo (2.24) em (2.28), tem-se:

$$\mathbf{m}_w = \mathbf{R}^T \mathbf{B}^{-1} \underline{\mathbf{A}} \tilde{\mathbf{m}}_i + \mathbf{C}_w \quad (2.29)$$

### 2.3.4 Determinação de $\mathbf{M}$

Ao aplicar a Equação (2.29) às projeções  $\mathbf{m}_e$  e  $\mathbf{m}_d$  em  $R_i$ , obtém-se a representação das mesmas no sistema de coordenadas do mundo,  $R_w$ , como mostrado em (2.30).

$$\begin{aligned}\mathbf{m}_{e_w} &= \mathbf{R}_e^T \mathbf{B}_e^{-1} \underline{\mathbf{A}}_e \tilde{\mathbf{m}}_{e_i} + \mathbf{C}_{e_w} \\ \mathbf{m}_{d_w} &= \mathbf{R}_d^T \mathbf{B}_d^{-1} \underline{\mathbf{A}}_d \tilde{\mathbf{m}}_{d_i} + \mathbf{C}_{d_w}\end{aligned}\quad (2.30)$$

Observando a Figura 9, verifica-se que é possível determinar  $\mathbf{M}_w$  pelas Equações (2.31) e (2.32).

$$\mathbf{M}_w = a_1 (\mathbf{m}_{e_w} - \mathbf{C}_{e_w}) + \mathbf{C}_{e_w} \quad (2.31)$$

$$\mathbf{M}_w = a_2 (\mathbf{m}_{d_w} - \mathbf{C}_{d_w}) + \mathbf{C}_{d_w} \quad (2.32)$$

Da igualdade entre (2.31) e (2.32), deduz-se (2.33).

$$[a_1 \quad a_2] \left( \left( \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{e_w}^T \\ -\mathbf{m}_{d_w}^T \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{e_w}^T \\ -\mathbf{C}_{d_w}^T \end{bmatrix} \right) + [1 \quad 1] \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{e_w}^T \\ -\mathbf{C}_{d_w}^T \end{bmatrix} \right) = \mathbf{0}^T \quad (2.33)$$

A solução desta Equação em  $a_1$  e  $a_2$  implica na estimação de  $\mathbf{M}_w$ , conhecidos o par de pixels homólogos ( $\mathbf{m}_e, \mathbf{m}_d$ ) e os parâmetros do conjunto binocular de câmeras.

## 2.4 SISTEMA DE VISÃO ESTEREOSCÓPICA REAL

Na Seção anterior, apresentou-se o modelo de visão estereoscópica para o caso em que o conjunto de parâmetros de cada câmera e do arranjo binocular, assim como os pares de *pixels* homólogos, são conhecidos idealmente, sem presença de perturbações no sistema. No entanto, em sistemas reais, é necessário estimar os parâmetros das câmeras e do arranjo binocular, assim como determinar os pares de *pixels* homólogos. Essas estimativas, por mais próximas que sejam dos parâmetros ideais, apresentam não-idealidade.

Nesta Seção apresenta-se uma breve discussão acerca da não-idealidade presente em sistemas estereoscópicos reais.

### 2.4.1 Calibração das câmeras

As limitações no processo de fabricação das câmeras e na montagem do conjunto binocular resultam em imprecisões sobre os valores dos parâmetros deste e dos parâmetros intrínsecos e extrínsecos de cada câmera [69]. Flutuações presentes sobre tais parâmetros implicam em erro na estimação da informação tridimensional, como mostrado em [36, 75–77]. Com o intuito de minimizar tal erro, estima-se o conjunto de parâmetros intrínsecos e extrínsecos do sistema de visão estereoscópica.

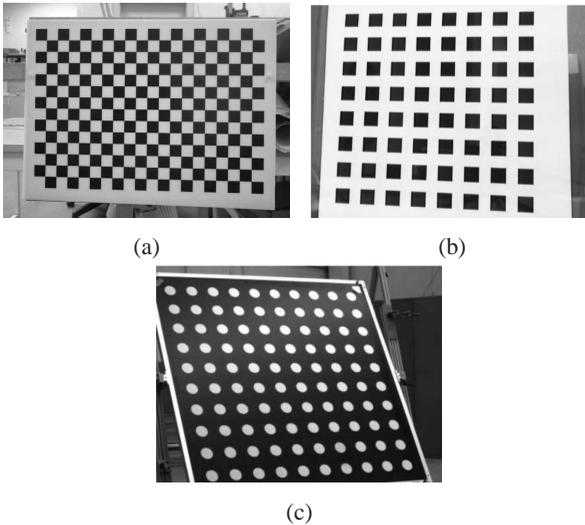


Figura 10: *Diferentes padrões de calibração bidimensionais: (a) tipo tabuleiro de xadrez; (b) quadrados que não se interceptam; (c) marcadores circulares. (Extraídos de [3–5], respectivamente.)*

Como visto na Seção 2.1, a estimação dos parâmetros característicos da câmera se dá na etapa de calibração. Os métodos de calibração de câmera podem ser divididos em duas categorias: convencionais e auto-calibração [78].

A auto-calibração é um processo que não requer um padrão de calibração específico, utiliza marcadores típicos da cena, como cantos e retas; possui a vantagem de ser feita enquanto o sistema de reconstrução tridimensional está em operação, permitindo que a câmera seja recalibrada *on-line*, caso haja necessidade [4].

Os métodos convencionais são caracterizados pela utilização de um

padrão de calibração, de duas ou três dimensões, cujas características são conhecidas com precisão. Quando da utilização destes métodos, a calibração deve ser feita antes de o sistema estereoscópico ser colocado em operação. De acordo com *Viala & Salmerón* [58], a calibração convencional (também denominada métrica) proporciona melhor estimação dos parâmetros da câmera que os métodos de auto-calibração (ou calibração não-métrica).

O padrão bidimensional trata-se de um plano sobre o qual estão dispostos marcadores típicos: quadrados pretos, com cantos em comum, sobre fundo branco [7, 14, 78, 79] (conhecido como padrão tipo tabuleiro de xadrez <sup>4</sup> [80]), quadrados que não se interceptam [4, 58, 59], marcadores circulares [5, 81], dentre outros. Exemplos de padrões 2D são apresentados na Figura 10.

Os padrões tridimensionais são geralmente compostos por dois ou três padrões bidimensionais dispostos com um determinado ângulo entre si (comumente são ortogonais) [7, 8, 82], como mostrado na Figura 11.

Dentre os principais métodos de calibração de câmera, pode-se citar Tsai [59], Faugeras-Toscani ([83] *apud* [8]), Heikkilä [6] e Zhang [4], sendo este muito utilizado por considerar a distorção da lente e por ser flexível: utiliza-se um padrão bidimensional do qual captura-se no mínimo três poses sem haver necessidade prévia de conhecer a posição tridimensional do padrão nos instantes de captura das imagens e o deslocamento de uma pose em relação à outra.

Em [8, 74, 81, 84, 85] são apresentados estudos comparativos de desempenho e/ou estabilidade de diferentes métodos de calibração de câmeras.

Neste trabalho, baseou-se no método de Zhang para fazer a calibração das câmeras [4].

## 2.4.2 Registro de imagens

A identificação dos pares de *pixels* homólogos ocorre na etapa de registro de imagens, também denominada correspondência de imagens. Para tal, deve-se definir uma métrica de similaridade, sendo SSD (soma das diferenças quadráticas), SAD (soma das diferenças absolutas), NCC (correlação cruzada normalizada) e ZNCC (correlação cruzada normalizada com média zero) exemplos de critérios bastante conhecidos [61, 86, 87]. As métricas de similaridade se baseiam na informação de intensidade dos *pixels*, a qual sofre influência de diversas fontes de ruído presentes no processo de formação da imagem [88, 89]. Ademais, os sensores de captura de imagem, por mais semelhantes que sejam, geram respostas diferentes, mesmo quando excitados

---

<sup>4</sup>Traduzido do inglês *checkerboard*

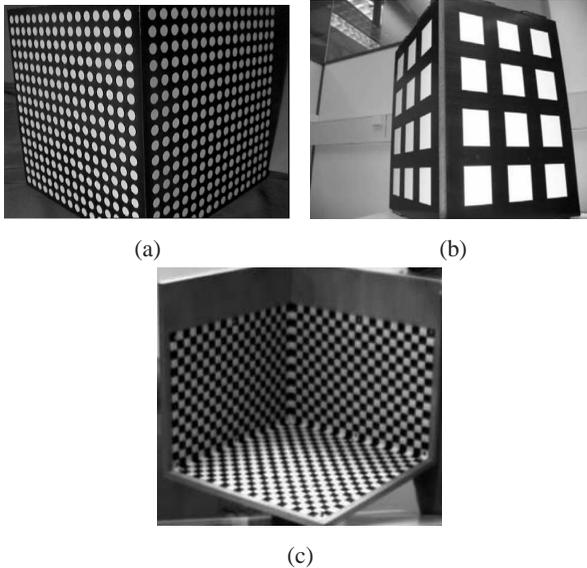


Figura 11: Exemplo de padrões de calibração tridimensionais: (a) e (b) formados por dois planos (extraídos de [6, 7], respectivamente) e (c) formado por três planos (modificado de [8]).

pela mesma fonte de luz, fenômeno conhecido por ruído de padrão fixo <sup>5</sup> [89].

Para amenizar os efeitos degradativos, utiliza-se técnicas de compensação ou correção da imagem, tal como normalização das imagens por filtro LOG [61]. Além disso, com o intuito de minimizar o número de falsos pares de *pixels* homólogos retornados como resposta da etapa de correspondência, é comum realizar o registro de imagens duas vezes, processo conhecido por verificação da consistência direita-esquerda <sup>6</sup>: adota-se, inicialmente, uma das imagens do par estereoscópico (direita ou esquerda) como referência e realiza-se a correspondência; em um segundo momento, adota-se a outra imagem (esquerda ou direita, respectivamente) como referência e realiza-se a correspondência pela segunda vez; ao final, mantem-se apenas os pares de *pixels* homólogos comuns às duas realizações, descartando-se os demais (compreendidos por falsos positivos).

É possível reduzir a região de busca pelo *pixel* correspondente na imagem da direita, tendo a da esquerda como referência, ou vice-versa. Para isso, pode-se utilizar a restrição da geometria epipolar [69], pela qual, para um de-

<sup>5</sup>Traduzido do inglês *fixed pattern noise*.

<sup>6</sup>Traduzido do inglês *left-right consistency check*

terminado *pixel*  $\mathbf{m}$  pertencente à imagem de uma câmera, o correspondente, se existir na imagem da outra câmera, pertencerá a uma linha específica da imagem, denominada linha epipolar.

### 2.4.3 Reconstrução por Triangulação

Como abordado na Seção 2.3, quando os parâmetros intrínsecos e extrínsecos são conhecidos, as coordenadas de  $\mathbf{M}$  em  $R_w$  são determinadas sem ambiguidade, pois  $\mathbf{M}$  coincide com o ponto de intersecção dos segmentos de reta  $r$  e  $s$  (ver Figura 9).

No entanto, quando os parâmetros do sistema estereoscópico e a posição das projeções  $\mathbf{m}_e$  e  $\mathbf{m}_d$  nas imagens  $I_e$  e  $I_d$  são conhecidos sem exatidão (dispõe-se apenas de estimativas aproximadas), os dois segmentos de reta não se interceptam no espaço, assim as coordenadas estimadas de  $\mathbf{M}$  equivalem ao ponto de menor distância entre as duas retas [9, 61, 75], como apresentado na Figura 12.

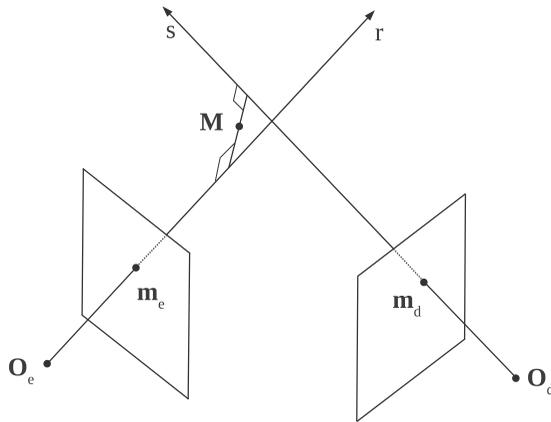


Figura 12: Reconstrução por triangulação para o caso em que os segmentos de reta  $r$  e  $s$  não se interceptam (modificado de [9]).

### 2.4.4 Distorção da lente

Existem limitações no próprio modelo de câmera adotado (câmera estenopeica). Como o centro de projeção da câmera é um orifício pequeno, pouca luz incidiria sobre o elemento sensor de imagem, sendo necessário

uma exposição prolongada à cena para capturar uma imagem de qualidade [69]; com o intuito de focalizar maior quantidade de luz proveniente de um mesmo ponto do espaço tridimensional, utiliza-se lentes ópticas nas câmeras. A utilização de lentes geralmente implica em distorção da posição do *pixel* na imagem [10], a qual é um dos principais fatores que comprometem o processo de calibração [14, 90].

Em aplicações que requerem maior precisão, é necessário utilizar técnicas de compensação da distorção da lente, pois quando a distorção da lente não é negligenciável, a não compensação desta pode resultar em erro de calibração relevante [58, 91].

Este tema será abordado detalhadamente no Capítulo seguinte, que trata exclusivamente das distorções da lente e das principais técnicas de compensação.

### 3 DISTORÇÃO E CORREÇÃO DA DISTORÇÃO DA LENTE

Como visto no Capítulo anterior, a calibração da câmera é uma etapa fundamental em sistemas de visão computacional, mas é comprometida por diferentes distorções, dentre as quais destaca-se a distorção da lente. Por conseguinte, a distorção da lente é um problema significativo no estudo de imagens digitais, sendo a correção do efeito degradativo causado pela mesma uma tarefa essencial em fotogrametria e em visão computacional, principalmente em aplicações que requerem informação de medida e resultados precisos [7, 14, 55, 77, 78, 90].

Neste Capítulo, apresenta-se os modelos de distorção e de correção da distorção da lente e discute-se sobre tipos e efeitos de distorção.

#### 3.1 DISTORÇÃO DA LENTE

As lentes desempenham um papel importante na formação de imagens, permitindo que a captura das imagens seja feita em menor tempo e com maior definição [69], no entanto, apresentam imperfeições, o que faz com que tenham um comportamento diferente do previsto para modelos ideais. Tais imperfeições decorrem de fatores inerentes à fabricação da lente e ao processo de montagem da câmera: as lentes produzidas são esféricas, não parabólicas como as ideais [56]; durante a montagem do conjunto óptico, não é garantido o perfeito alinhamento entre a lente e o sensor de imagem [56, 92].

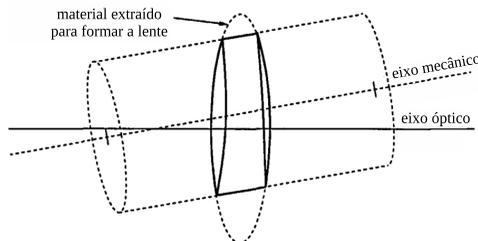


Figura 13: *Eixos de simetria de uma lente simples (modificado de [10]).*

Idealmente, considera-se que a lente possui propriedades radialmente simétricas, tendo o centro óptico (intersecção do eixo óptico com o plano da lente) como ponto central. Em lentes reais, entretanto, a determinação do eixo óptico não é muito evidente; uma lente real, por mais simples que seja, possui dois eixos de simetria: eixo óptico, definido pelo segmento de reta que

contém os centros de curvatura das duas superfícies da lente, e eixo mecânico, eixo central do corpo de forma cilíndrica do qual se extrai a lente, como apresentado na Figura 13 [10]. Esse fato representa um limitante no alinhamento dos eixos ópticos dos elementos de lente (ou lentes simples) quando da produção de lentes compostas (formadas pelo arranjo de duas ou mais lentes simples, como mostrado na Figura 14).

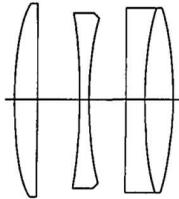


Figura 14: Representação de uma lente composta, constituída por três elementos de lente (extraído de [11] apud [10]).

As imperfeições das lentes reais podem, assim, ser caracterizadas pela descentração (não coincidência entre os eixos óptico e mecânico de um elemento de lente), assim como pelo desalinhamento e pela inclinação entre os diferentes elementos de lente e o sensor de imagem. Wang *et al.* [14] citam que são também caracterizadas, conquanto em menor intensidade, pela não-uniformidade do material que constitui a lente. Em decorrência destas, a utilização de lentes implica em distorções geométricas, tanto na direção radial quanto tangencial (ver Figura 15), sobre a imagem, mais especificamente sobre a posição dos *pixels* na imagem, como expresso na Equação (3.1) [12].

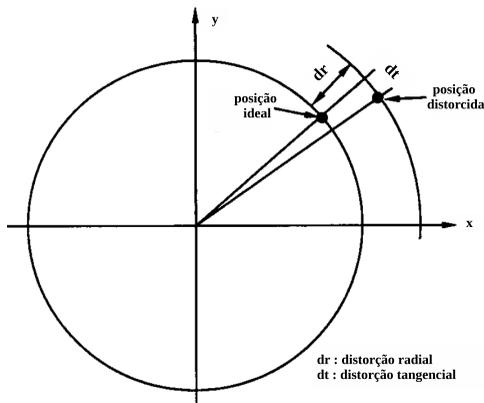


Figura 15: Distorção da lente nas direções radial e tangencial (adaptado de [12]).

$$\begin{aligned}\check{x} &= x + \delta_x(\mathbf{m}) \\ \check{y} &= y + \delta_y(\mathbf{m})\end{aligned}\quad (3.1)$$

em que  $x$  e  $y$  são as coordenadas ideais de  $\mathbf{m}$  (correspondentes à imagem sem distorção do modelo de câmera *pinhole*), representadas em  $R_c$ ;  $\check{x}$  e  $\check{y}$ , as coordenadas distorcidas, também representadas em  $R_c$ ; e  $\delta_x(\mathbf{m})$  e  $\delta_y(\mathbf{m})$ , as componentes da distorção sobre as coordenadas  $x$  e  $y$ , respectivamente.

São vários os modelos de distorção da lente propostos na literatura [14, 93–99], sendo que o mais conhecido e utilizado, o qual pode ser denominado modelo convencional [14], considera a distorção da lente  $\delta(\mathbf{m}) = [\delta_x(\mathbf{m}) \quad \delta_y(\mathbf{m})]^T$  como uma combinação linear de três componentes: radial ( $\delta_r(\mathbf{m})$ ), deslocamento do ponto principal ( $\delta_d(\mathbf{m})$ ) e prisma fino<sup>1</sup> ( $\delta_p(\mathbf{m})$ ), conforme Equação 3.2.

$$\delta(\mathbf{m}) = \delta_r(\mathbf{m}) + \delta_d(\mathbf{m}) + \delta_p(\mathbf{m}) \quad (3.2)$$

### 3.1.1 Distorção Radial

A distorção radial ocorre devido a aberrações esféricas da lente [13, 101]. Ela é proporcional à distância do *pixel* ao centro da imagem (quando se considera que o centro da imagem coincide com o centro da distorção<sup>2</sup>).

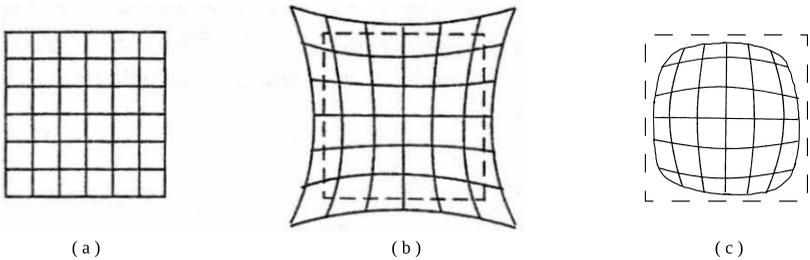


Figura 16: Imagem ideal (a) distorcida com distorção do tipo almofada (b) e do tipo barril (c) (adaptado de [13]).

De acordo com [12, 55–57, 103], a distorção da lente pode ser mode-

<sup>1</sup>Traduzido do inglês *thin prism*, conforme [100]

<sup>2</sup>Como já mencionado, o centro da imagem, o ponto principal e o centro da distorção podem não coincidir [10, 92]. Um método de estimação do centro da distorção radial é apresentado por Wei e Ma em [102].

lada como apresentado na Equação (3.3), que advém da expansão em série de Taylor [1, 57, 104].

$$\begin{aligned}\delta_{r_x}(\mathbf{m}) &= x(\check{k}_1\|\mathbf{m}\|^2 + \check{k}_2\|\mathbf{m}\|^4 + \dots + \check{k}_n\|\mathbf{m}\|^{2n}) \\ \delta_{r_y}(\mathbf{m}) &= y(\check{k}_1\|\mathbf{m}\|^2 + \check{k}_2\|\mathbf{m}\|^4 + \dots + \check{k}_n\|\mathbf{m}\|^{2n})\end{aligned}\quad (3.3)$$

$$\delta_r(\mathbf{m}) = (\check{k}_1\|\mathbf{m}\|^2 + \check{k}_2\|\mathbf{m}\|^4 + \dots + \check{k}_n\|\mathbf{m}\|^{2n}) \mathbf{m} \quad (3.4)$$

em que  $\mathbf{m} = [x \ y]^T$ ,  $\|\mathbf{m}\|$  é a norma euclidiana do vetor  $\mathbf{m}$ , determinada por  $\|\mathbf{m}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$ , e  $\check{k}_i$  é o  $i$ -ésimo coeficiente da distorção radial.

Geralmente, o coeficiente de distorção radial de segunda ordem,  $\check{k}_1$ , é predominante, tanto que diversos autores consideram desnecessária, em grande parte das aplicações, a utilização dos demais coeficientes, fazendo  $\check{k}_i = 0$  para  $i = 2, 3, \dots, n$ , entretanto, quando utiliza-se lentes de alto nível de distorção, como lentes comerciais de baixo custo (desenvolvidas para aplicações outras que não fotogrametria), ou lentes de grande abertura angular (e.g., lentes do tipo *fish-eye*) ou de pequena distância focal, recomenda-se considerar também o coeficiente de 4ª ordem ( $\check{k}_2$ ), ou até mesmo o de 6ª ordem ( $\check{k}_3$ ) [12, 14, 55–57, 59, 90, 103, 105, 106].

O efeito da distorção radial é representado na Figura 16, em que observa-se dois tipos característicos [2, 12, 13, 101]: almofada ou efeito positivo (ocorre quando  $\check{k}_1 > 0$ ); e barril ou efeito negativo (ocorre quando  $\check{k}_1 < 0$ ).

### 3.1.2 Deslocamento do ponto principal

O deslocamento do ponto principal, também classificado como distorção de descentralização [2], ocorre devido à não colinearidade entre os centros ópticos dos elementos de lente que compõem o conjunto óptico de uma câmera. Contribui tanto com componente radial como com tangencial [12, 107].

$$\begin{aligned}\delta_{d_x}(\mathbf{m}) &= \check{p}_1(2x^2 + \|\mathbf{m}\|^2) + 2\check{p}_2xy \\ \delta_{d_y}(\mathbf{m}) &= 2\check{p}_1xy + \check{p}_2(2y^2 + \|\mathbf{m}\|^2)\end{aligned}\quad (3.5)$$

$$\delta_d(\mathbf{m}) = \begin{bmatrix} 2x^2 + \|\mathbf{m}\|^2 & 2xy \\ 2xy & 2y^2 + \|\mathbf{m}\|^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \check{p}_1 \\ \check{p}_2 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

A Equação (3.5) representa as componentes da distorção deslocamento do ponto principal, em que  $\check{p}_1$  e  $\check{p}_2$  são os coeficientes da distorção de descentralização.

### 3.1.3 Distorção prisma fino

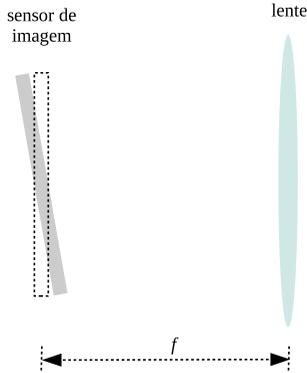


Figura 17: Não paralelismo entre a lente e o sensor de imagens: o retângulo tracejado representa uma vista lateral do sensor na posição ideal e o retângulo sólido, uma vista lateral do sensor na posição real.

A distorção prisma fino resulta, principalmente, da inclinação entre os elementos de lente e o sensor de imagem (ilustrada na Figura 17), mas também de imperfeições no *design* e na produção da lente. Assim como o deslocamento do ponto principal, contribui com deformação nas direções radial e tangencial [12, 107]. Pode ser modelada pela Equação (3.7).

$$\begin{aligned}\delta_{p_x}(\mathbf{m}) &= \check{s}_1 \|\mathbf{m}\|^2 \\ \delta_{p_y}(\mathbf{m}) &= \check{s}_2 \|\mathbf{m}\|^2\end{aligned}\quad (3.7)$$

$$\delta_p(\mathbf{m}) = \|\mathbf{m}\|^2 \begin{bmatrix} \check{s}_1 \\ \check{s}_2 \end{bmatrix}\quad (3.8)$$

em que  $\check{s}_1$  e  $\check{s}_2$  são os coeficientes da distorção prisma fino.

### 3.1.4 Modelo de distorção total da lente

Como apresentado na Equação (3.2), a distorção da lente é dada pela combinação linear das componentes radial, deslocamento do ponto principal e prisma fino. Substituindo as Equações (3.4), (3.6) e (3.8) em (3.2), tem-se:

$$\begin{aligned}
 \check{x} &= x + x\check{k}_1 \|\mathbf{m}\|^2 + x\check{k}_2 \|\mathbf{m}\|^4 + \dots + x\check{k}_n \|\mathbf{m}\|^{2n} + \\
 &+ \check{p}_1 (2x^2 + \|\mathbf{m}\|^2) + 2\check{p}_2 xy + \check{s}_1 \|\mathbf{m}\|^2 \\
 \check{y} &= y + y\check{k}_1 \|\mathbf{m}\|^2 + y\check{k}_2 \|\mathbf{m}\|^4 + \dots + y\check{k}_n \|\mathbf{m}\|^{2n} + \\
 &+ 2\check{p}_1 xy + \check{p}_2 (2y^2 + \|\mathbf{m}\|^2) + \check{s}_2 \|\mathbf{m}\|^2
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

A Equação (3.9) pode ser reescrita como apresentado em (3.10).

$$\begin{aligned}
 \check{x} &= x + x\check{k}_1 \|\mathbf{m}\|^2 + x\check{k}_2 \|\mathbf{m}\|^4 + \dots + x\check{k}_n \|\mathbf{m}\|^{2n} + \\
 &+ (\check{p}_1 + \check{s}_1) \|\mathbf{m}\|^2 + x(2\check{p}_1 x + 2\check{p}_2 y) \\
 \check{y} &= y + y\check{k}_1 \|\mathbf{m}\|^2 + y\check{k}_2 \|\mathbf{m}\|^4 + \dots + y\check{k}_n \|\mathbf{m}\|^{2n} + \\
 &+ (\check{p}_2 + \check{s}_2) \|\mathbf{m}\|^2 + y(2\check{p}_1 x + 2\check{p}_2 y)
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

Realizando a seguinte mudança de variáveis:  $\check{q}_1 = \check{p}_1 + \check{s}_1$  e  $\check{q}_2 = \check{p}_2 + \check{s}_2$ ; e redefinindo  $\check{p}_1$  e  $\check{p}_2$ , tal que  $\check{p}_1 = 2\check{p}_1$  e  $\check{p}_2 = 2\check{p}_2$ , chega-se a (3.12) [12, 107], que determina as coordenadas distorcidas,  $\check{\mathbf{m}}$ , a partir das coordenadas ideais,  $\mathbf{m}$ , e dos coeficientes de distorção.

$$\begin{aligned}
 \check{x} &= x + x\check{k}_1 \|\mathbf{m}\|^2 + x\check{k}_2 \|\mathbf{m}\|^4 + \dots + x\check{k}_n \|\mathbf{m}\|^{2n} + \\
 &+ \check{q}_1 \|\mathbf{m}\|^2 + x(\check{p}_1 x + \check{p}_2 y) \\
 \check{y} &= y + y\check{k}_1 \|\mathbf{m}\|^2 + y\check{k}_2 \|\mathbf{m}\|^4 + \dots + y\check{k}_n \|\mathbf{m}\|^{2n} + \\
 &+ \check{q}_2 \|\mathbf{m}\|^2 + y(\check{p}_1 x + \check{p}_2 y)
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

$$\check{\mathbf{m}} = \begin{bmatrix} x \|\mathbf{m}\|^2 & \dots & x \|\mathbf{m}\|^{2n} & \|\mathbf{m}\|^2 & 0 & x^2 & xy & x \\ y \|\mathbf{m}\|^2 & \dots & y \|\mathbf{m}\|^{2n} & 0 & \|\mathbf{m}\|^2 & xy & y^2 & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \check{k}_1 \\ \check{k}_2 \\ \vdots \\ \check{k}_n \\ \check{q}_1 \\ \check{q}_2 \\ \check{p}_1 \\ \check{p}_2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Na Figura 18, mostra-se o efeito de cada coeficiente de distorção da lente para o modelo da Equação (3.12), tal como apresentado por Wang *et al.* em [14].

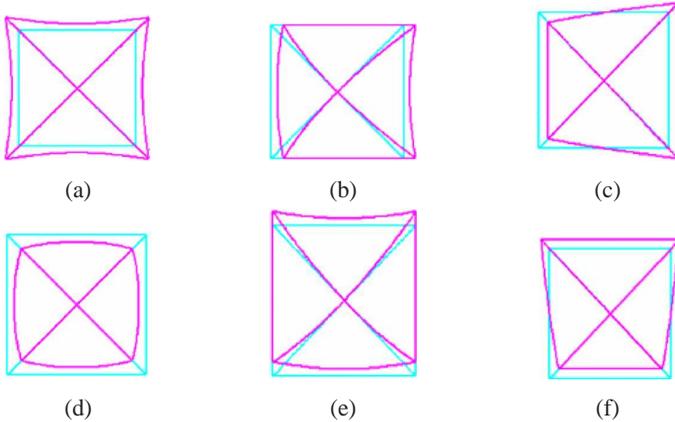


Figura 18: Efeito de cada coeficiente de distorção da lente (em que o quadrado azul representa a imagem ideal), considerando-se: apenas distorção radial de 2ª ordem, com (a)  $\check{k}_1 = 3.0 \times 10^{-6}$  e (d)  $\check{k}_1 \times -3.0 \times 10^{-6}$ ; somente o efeito de  $\check{q}_1$  e  $\check{q}_2$ , com (b)  $\check{q}_1 = 5.0 \times 10^{-4}$  e  $\check{q}_2 = 0$  e (e)  $\check{q}_2 = -5.0 \times 10^{-4}$  e  $\check{q}_1 = 0$ ; apenas influência de  $\check{p}_1$  e  $\check{p}_2$ , com (c)  $\check{p}_1 = 8 \times 10^{-4}$  e  $\check{p}_2 = 0$  e (f)  $\check{p}_2 = -8 \times 10^{-4}$  e  $\check{p}_1 = 0$  (modificado de [14]).

### 3.1.5 Estimação dos coeficientes de distorção da lente

Os coeficientes de distorção da lente podem ser estimados pelo método dos mínimos quadrados [103].

Conhecidas as coordenadas distorcidas e ideais de  $M$  pontos de  $N$  imagens diferentes, reescrevendo a Equação de distorção (3.11) tal como apresentado em (3.13) e concatenando as Equações de todos os  $MN$  pontos, obtém-se um total de  $2MN$  equações, representadas matricialmente por (3.14).

$$\begin{bmatrix} x\|\mathbf{m}\|^2 & \dots & x\|\mathbf{m}\|^{2n} & \|\mathbf{m}\|^2 & 0 & x^2 & xy \\ y\|\mathbf{m}\|^2 & \dots & y\|\mathbf{m}\|^{2n} & 0 & \|\mathbf{m}\|^2 & xy & y^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \check{k}_1 \\ \check{k}_2 \\ \vdots \\ \check{k}_n \\ \check{q}_1 \\ \check{q}_2 \\ \check{p}_1 \\ \check{p}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \check{x} - x \\ \check{y} - y \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

$$\mathbf{D}\check{\mathbf{I}} = \mathbf{d} \quad (3.14)$$

em que  $\mathbf{D}$ , a matriz de polinômios das coordenadas dos pontos ideais, é dada por (3.15);  $\check{\mathbf{I}}$ , o vetor de coeficientes de distorção da lente, é dado pela Equação (3.18); e  $\mathbf{d}$ , o vetor de diferenças entre as coordenadas distorcidas e ideais dos diferentes pontos, é dado por (3.19).

$$\mathbf{D} = [\mathbf{D}_1 \quad \mathbf{D}_2] \quad (3.15)$$

em que  $\mathbf{D}_1$  é uma matriz de monômios das coordenadas dos pontos de controle que multiplicam os coeficientes de distorção radial, representada pela Equação (3.16) e  $\mathbf{D}_2$ , também uma matriz de monômios das coordenadas dos pontos de controle, mas que multiplicam os coeficientes de distorção tangencial, expressa pela Equação (3.17).

$$\mathbf{D}_1 = \begin{bmatrix} x_{11} \|\mathbf{m}_{11}\|^2 & x_{11} \|\mathbf{m}_{11}\|^4 & \dots & x_{11} \|\mathbf{m}_{11}\|^{2n} \\ y_{11} \|\mathbf{m}_{11}\|^2 & y_{11} \|\mathbf{m}_{11}\|^4 & \dots & y_{11} \|\mathbf{m}_{11}\|^{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{M1} \|\mathbf{m}_{M1}\|^2 & x_{M1} \|\mathbf{m}_{M1}\|^4 & \dots & x_{M1} \|\mathbf{m}_{M1}\|^{2n} \\ y_{M1} \|\mathbf{m}_{M1}\|^2 & y_{M1} \|\mathbf{m}_{M1}\|^4 & \dots & y_{M1} \|\mathbf{m}_{M1}\|^{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{1N} \|\mathbf{m}_{1N}\|^2 & x_{1N} \|\mathbf{m}_{1N}\|^4 & \dots & x_{1N} \|\mathbf{m}_{1N}\|^{2n} \\ y_{1N} \|\mathbf{m}_{1N}\|^2 & y_{1N} \|\mathbf{m}_{1N}\|^4 & \dots & y_{1N} \|\mathbf{m}_{1N}\|^{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{MN} \|\mathbf{m}_{MN}\|^2 & x_{MN} \|\mathbf{m}_{MN}\|^4 & \dots & x_{MN} \|\mathbf{m}_{MN}\|^{2n} \\ y_{MN} \|\mathbf{m}_{MN}\|^2 & y_{MN} \|\mathbf{m}_{MN}\|^4 & \dots & y_{MN} \|\mathbf{m}_{MN}\|^{2n} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

$$\mathbf{D}_2 = \begin{bmatrix} \|\mathbf{m}_{11}\|^2 & 0 & x_{11}^2 & x_{11}y_{11} \\ 0 & \|\mathbf{m}_{11}\|^2 & x_{11}y_{11} & y_{11}^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \|\mathbf{m}_{M1}\|^2 & 0 & x_{M1}^2 & x_{M1}y_{M1} \\ 0 & \|\mathbf{m}_{M1}\|^2 & x_{M1}y_{M1} & y_{M1}^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \|\mathbf{m}_{1N}\|^2 & 0 & x_{1N}^2 & x_{1N}y_{1N} \\ 0 & \|\mathbf{m}_{1N}\|^2 & x_{1N}y_{1N} & y_{1N}^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \|\mathbf{m}_{MN}\|^2 & 0 & x_{MN}^2 & x_{MN}y_{MN} \\ 0 & \|\mathbf{m}_{MN}\|^2 & x_{MN}y_{MN} & y_{MN}^2 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

$$\check{\mathbf{I}} = \begin{bmatrix} \check{k}_1 \\ \check{k}_2 \\ \vdots \\ \check{k}_n \\ \check{q}_1 \\ \check{q}_2 \\ \check{p}_1 \\ \check{p}_2 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} \check{x}_{11} - x_{11} \\ \check{y}_{11} - y_{11} \\ \vdots \\ \check{x}_{M1} - x_{M1} \\ \check{y}_{M1} - y_{M1} \\ \vdots \\ \check{x}_{1N} - x_{1N} \\ \check{y}_{1N} - y_{1N} \\ \vdots \\ \check{x}_{MN} - x_{MN} \\ \check{y}_{MN} - y_{MN} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

A estimação do conjunto de coeficientes de distorção da lente,  $\check{\mathbf{I}}$ , é dada por (3.20).

$$\check{\mathbf{I}} = (\mathbf{D}^T \mathbf{D})^{-1} \mathbf{D}^T \mathbf{d} \quad (3.20)$$

### 3.2 CORREÇÃO DA DISTORÇÃO DALENTE

Na Seção 3.1.4, apresentou-se como determinar as coordenadas distorcidas de uma imagem, conhecidas as coordenadas ideais e os coeficientes de distorção. No entanto, em casos práticos, é desejável o contrário: obter um modelo de correção da distorção da lente, ou seja, estimar as coordenadas ideais dos *pixels* de uma imagem a partir das coordenadas distorcidas,  $\check{\mathbf{m}}$ , o que é possível por meio da Equação(3.22) [55–57, 90].

$$\begin{aligned} x &= \check{x} + \check{x}k_1 \|\check{\mathbf{m}}\|^2 + \check{x}k_2 \|\check{\mathbf{m}}\|^4 + \dots + \check{x}k_n \|\check{\mathbf{m}}\|^{2n} + \\ &\quad + q_1 \|\check{\mathbf{m}}\|^2 + \check{x}(p_1 \check{x} + p_2 \check{y}) \\ y &= \check{y} + \check{y}k_1 \|\check{\mathbf{m}}\|^2 + \check{y}k_2 \|\check{\mathbf{m}}\|^4 + \dots + \check{y}k_n \|\check{\mathbf{m}}\|^{2n} + \\ &\quad + q_2 \|\check{\mathbf{m}}\|^2 + \check{y}(p_1 \check{x} + p_2 \check{y}) \end{aligned} \quad (3.21)$$

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} \check{x} \|\check{\mathbf{m}}\|^2 & \dots & \check{x} \|\check{\mathbf{m}}\|^{2n} & \|\check{\mathbf{m}}\|^2 & 0 & \check{x}^2 & \check{x}\check{y} & \check{x} \\ \check{y} \|\check{\mathbf{m}}\|^2 & \dots & \check{y} \|\check{\mathbf{m}}\|^{2n} & 0 & \|\check{\mathbf{m}}\|^2 & \check{x}\check{y} & \check{y}^2 & \check{y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ \vdots \\ k_n \\ q_1 \\ q_2 \\ p_1 \\ p_2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

em que  $k_i$  representa o  $i$ -ésimo coeficiente de correção da distorção radial e  $p_1, p_2, q_1$  e  $q_2$  são os coeficientes de correção das distorções prisma fino e de descentralização.

De acordo com *Tsai* [59], para aplicações industriais de visão computacional, é suficiente modelar a correção da distorção da lente utilizando-se apenas a componente radial de  $2^a$  ordem, negligenciando, assim, a componente tangencial. Afirma ainda que modelos mais elaborados de correção da distorção da lente, além de não aportarem contribuições significativas, causam instabilidade numérica. No entanto, quando se utiliza lentes de baixa qualidade ou de alta distorção, ou ainda para aplicações que requerem maior precisão, é recomendado considerar componente radial de  $4^a$  ou até mesmo  $6^a$  ordem [56, 57]. Ademais, *Wang et al.* [14] apresentaram, em um trabalho mais recente, que não é suficiente modelar a distorção radial sem considerar a componente tangencial, mostrando que o erro de estimação da posição ideal dos *pixels* é menor quando se considera os coeficientes de correção das componentes radial, deslocamento do ponto principal e prisma fino, em detrimento ao que se obtém quando considera-se apenas os coeficientes de correção da componente radial.

### 3.2.1 Estimação dos coeficientes de correção da distorção da lente

Os coeficientes de correção da distorção da lente, assim como os de distorção, podem ser estimados pela otimização por mínimos quadrados, apresentada em (3.23). Para tal, é necessário reescrever a equação de correção da distorção da lente (3.21) semelhantemente a (3.13), conhecer  $M$  pontos de  $N$  imagens diferentes e representar matricialmente as  $2MN$  equações de correção, tal como apresentado na Seção 3.1.5.

$$\mathbf{l} = (\mathbf{W}^T \mathbf{W})^{-1} \mathbf{W}^T \mathbf{w} \quad (3.23)$$

em que  $\mathbf{l}$ , o vetor de coeficientes de correção da distorção da lente, é dado pela Equação (3.24);  $\mathbf{W}$ , a matriz de polinômios das coordenadas dos pontos distorcidos, similar a  $\mathbf{D}$ , é dada por (3.25); e  $\mathbf{w}$ , o vetor de diferenças entre as coordenadas ideais e distorcidas dos diferentes pontos, semelhante a  $\mathbf{d}$ , é dado pela Equação (3.28).

$$\mathbf{l} = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ \vdots \\ k_n \\ q_1 \\ q_2 \\ p_1 \\ p_2 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

$$\mathbf{W} = [\mathbf{W}_1 \quad \mathbf{W}_2] \quad (3.25)$$

em que  $\mathbf{W}_1$  é uma matriz composta por monômios das coordenadas dos pontos de controle que multiplicam os coeficientes de correção da distorção radial, representada por (3.26) e  $\mathbf{W}_2$ , composta por monômios das coordenadas dos pontos característicos que multiplicam os coeficientes de correção da distorção tangencial, expressa pela Equação (3.27).

$$\mathbf{W}_1 = \begin{bmatrix} \check{x}_{11} \|\check{\mathbf{m}}_{11}\|^2 & \check{x}_{11} \|\check{\mathbf{m}}_{11}\|^4 & \dots & \check{x}_{11} \|\check{\mathbf{m}}_{11}\|^{2n} \\ \check{y}_{11} \|\check{\mathbf{m}}_{11}\|^2 & \check{y}_{11} \|\check{\mathbf{m}}_{11}\|^4 & \dots & \check{y}_{11} \|\check{\mathbf{m}}_{11}\|^{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \check{x}_{M1} \|\check{\mathbf{m}}_{M1}\|^2 & \check{x}_{M1} \|\check{\mathbf{m}}_{M1}\|^4 & \dots & \check{x}_{M1} \|\check{\mathbf{m}}_{M1}\|^{2n} \\ \check{y}_{M1} \|\check{\mathbf{m}}_{M1}\|^2 & \check{y}_{M1} \|\check{\mathbf{m}}_{M1}\|^4 & \dots & \check{y}_{M1} \|\check{\mathbf{m}}_{M1}\|^{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \check{x}_{1N} \|\check{\mathbf{m}}_{1N}\|^2 & \check{x}_{1N} \|\check{\mathbf{m}}_{1N}\|^4 & \dots & \check{x}_{1N} \|\check{\mathbf{m}}_{1N}\|^{2n} \\ \check{y}_{1N} \|\check{\mathbf{m}}_{1N}\|^2 & \check{y}_{1N} \|\check{\mathbf{m}}_{1N}\|^4 & \dots & \check{y}_{1N} \|\check{\mathbf{m}}_{1N}\|^{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \check{x}_{MN} \|\check{\mathbf{m}}_{MN}\|^2 & \check{x}_{MN} \|\check{\mathbf{m}}_{MN}\|^4 & \dots & \check{x}_{MN} \|\check{\mathbf{m}}_{MN}\|^{2n} \\ \check{y}_{MN} \|\check{\mathbf{m}}_{MN}\|^2 & \check{y}_{MN} \|\check{\mathbf{m}}_{MN}\|^4 & \dots & \check{y}_{MN} \|\check{\mathbf{m}}_{MN}\|^{2n} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

$$\mathbf{W}_2 = \begin{bmatrix} \|\check{\mathbf{m}}_{11}\|^2 & 0 & \check{x}_{11}^2 & \check{x}_{11}\check{y}_{11} \\ 0 & \|\check{\mathbf{m}}_{11}\|^2 & \check{x}_{11}\check{y}_{11} & \check{y}_{11}^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \|\check{\mathbf{m}}_{M1}\|^2 & 0 & \check{x}_{M1}^2 & \check{x}_{M1}\check{y}_{M1} \\ 0 & \|\check{\mathbf{m}}_{M1}\|^2 & \check{x}_{M1}\check{y}_{M1} & \check{y}_{M1}^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \|\check{\mathbf{m}}_{1N}\|^2 & 0 & \check{x}_{1N}^2 & \check{x}_{1N}\check{y}_{1N} \\ 0 & \|\check{\mathbf{m}}_{1N}\|^2 & \check{x}_{1N}\check{y}_{1N} & \check{y}_{1N}^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \|\check{\mathbf{m}}_{MN}\|^2 & 0 & \check{x}_{MN}^2 & \check{x}_{MN}\check{y}_{MN} \\ 0 & \|\check{\mathbf{m}}_{MN}\|^2 & \check{x}_{MN}\check{y}_{MN} & \check{y}_{MN}^2 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} x_{11} - \check{x}_{11} \\ y_{11} - \check{y}_{11} \\ \vdots \\ x_{M1} - \check{x}_{M1} \\ y_{M1} - \check{y}_{M1} \\ \vdots \\ x_{1N} - \check{x}_{1N} \\ y_{1N} - \check{y}_{1N} \\ \vdots \\ x_{MN} - \check{x}_{MN} \\ y_{MN} - \check{y}_{MN} \end{bmatrix} \quad (3.28)$$



## 4 PROPOSTA DE TRABALHO E METODOLOGIA

No Capítulo anterior, discorreu-se sobre a distorção da lente, as causas e os efeitos de sua ocorrência, assim como a importância em corrigi-la. Foram apresentados os modelos de distorção e correção da distorção da lente considerando-se as componentes radial, deslocamento do ponto principal e prisma fino. Apresentou-se, ainda, o método de estimação, por mínimos quadrados, dos coeficientes de distorção e de correção da distorção, uma vez conhecidas as coordenadas ideais ( $\mathbf{m} = [x \ y]^T$ ) e distorcidas ( $\check{\mathbf{m}} = [\check{x} \ \check{y}]^T$ ) de  $N$  pontos característicos de  $M$  imagens.

Tendo como base a relevância da correção da distorção da lente na determinação da profundidade de uma cena por visão estereoscópica, propõem-se duas hipóteses, as quais são apresentadas neste Capítulo. Apresenta-se também a metodologia aplicada para verificar a validade destas.

### 4.1 HIPÓTESES

Em concordância com o que foi exposto no Capítulo anterior, sabe-se que:

- S1.** a utilização de lentes em câmeras distorce a posição dos *pixels* nas imagens, comprometendo a resposta do sistema estereoscópico, o que faz com que seja necessário realizar a correção da distorção da lente;
- S2.** diversos autores consideram suficiente, em grande parte das aplicações, utilizar apenas o coeficiente de 2ª ordem ( $k_1$ ) para corrigir a distorção radial, salvo casos em que se utilizam lentes de alto nível de distorção, para os quais recomenda-se considerar também o coeficiente de 4ª ordem ( $k_2$ ) ou até mesmo o de 6ª ordem ( $k_3$ );
- S3.** por mais que o efeito da componente radial seja predominante na distorção, considerar as componentes deslocamento do ponto principal e prisma fino no modelo de correção da distorção da lente resulta em menor erro na estimação da posição ideal dos *pixels* na imagem.
- S4.** a distorção da lente é consequência, dentre outros fatores, de imperfeições na forma da lente e da não-uniformidade do material que a constitui.

Dispondo dessas asserções, visa-se aumentar a precisão da resposta do sistema estereoscópico por meio de uma melhor estimação dos coeficientes de

correção da distorção da lente. Para tal, concebeu-se duas hipóteses: Hipótese 1 - A distorção radial é melhor modelada utilizando-se ordem superior a 6; e Hipótese 2 - A distorção da lente é melhor compensada utilizando-se correção heterogênea sobre a imagem.

#### **4.1.1 Hipótese 1: A distorção radial é melhor modelada utilizando-se ordem superior a 6**

Em decorrência das asserções *S1* e *S2*, supõe-se que quanto maior a ordem do modelo de correção da distorção radial, melhor a correção da distorção da lente, menor o erro de estimação das coordenadas ideais dos *pixels* da imagem e maior a precisão na recuperação da informação 3D da cena. Pela asserção *S3*, conclui-se que um bom modelo de distorção da lente considera, além da distorção radial, as componentes deslocamento do ponto principal e prisma fino. Sendo assim, apresenta-se a primeira hipótese elaborada nesta dissertação, que pode ser enunciada como a seguir:

*“Existe um modelo de correção da distorção da lente, com componente deslocamento do ponto principal, prisma fino e componente radial de ordem  $n$ , com  $n > 6$ , cujos erro residual de calibração e erro de reconstrução são menores que os obtidos por um modelo de correção cuja componente radial é de ordem  $n = 6$ .”*

#### **4.1.2 Hipótese 2: A distorção da lente é melhor compensada utilizando-se correção heterogênea sobre a imagem**

Os modelos conhecidos de correção da distorção da lente consideram-na homogênea sobre toda a imagem, ou seja, o conjunto de coeficientes de correção da distorção  $\mathbf{I} = [k_1 \dots k_n \ q_1 \ q_2 \ p_1 \ p_2]^T$ , assim como o conjunto de coeficientes de distorção da lente,  $\mathbf{\tilde{I}}$ , é o mesmo para todos os pontos de uma imagem.

No entanto, de acordo com a sentença *S4*, a consideração de homogeneidade das características da lente é questionável, havendo a possibilidade de uma ou mais regiões da lente possuírem características de distorção particulares, diferentes do restante da lente, ou seja, o conjunto de coeficientes de distorção da lente pode não ser o mesmo para toda a imagem.

Em conformidade com o exposto, segue a segunda hipótese desenvolvida:

*“Aplicar o método local de correção da distorção da lente pode acarretar*

*em erro residual de calibração e erro de reconstrução menores que os obtidos pela aplicação do método global.”*

Para verificar a validade desta hipótese, propõe-se um novo método de correção da distorção da lente, denominado Método Local de Correção da Distorção da Lente, baseado em uma correção heterogênea da distorção da lente.

Para efeito de notação e diferenciação, referencia-se nesta dissertação como método global todo e qualquer método da literatura que considera a correção homogênea sobre toda a imagem, ou seja, que estima um único conjunto de coeficientes de distorção da lente, assim como de coeficientes de correção da distorção da lente, para toda a imagem.

Partindo do mesmo raciocínio, referencia-se como método local de correção da distorção da lente o método proposto nesta dissertação, o qual considera a correção heterogênea sobre a imagem, ou seja, é um método pelo qual estima-se um conjunto de coeficientes de distorção da lente, assim como de correção da distorção da lente, para cada região específica da imagem. Cada região da imagem pode ser designada por micro-imagem.

## 4.2 METODOLOGIA

Com o propósito de verificar a validade das hipóteses apresentadas na Seção anterior, desenvolveu-se um procedimento para a correção da distorção da lente usando um conjunto de imagens sintéticas, seguido pela estimação da informação de profundidade da cena.

Este procedimento foi elaborado sem restrições quanto à aplicação, no entanto, como visto nas Seções 3.1.1 e 3.2, a utilização de modelos mais aprimorados de correção da distorção da lente é indicada para aplicações que requeiram maior precisão. Sendo assim, as configurações do sistema de visão estereoscópica, assim como as características das câmeras, foram definidas baseadas em uma aplicação em metrologia (medida da geometria de um sólido), abordada em [66].

Estas configurações e características, assim como o procedimento referente à simulação do sistema com imagens sintéticas, são apresentadas na próxima Seção.

### 4.2.1 Simulação com imagens sintéticas

Para trabalhar com imagens sintéticas, é preciso inicialmente determinar um sistema de geração destes dados, no caso em questão, um sistema de

formação ou aquisição de imagens.

Simulou-se, então, um sistema estereoscópico cujos parâmetros, como anteriormente mencionado, foram baseados em um protótipo para medição de superfície de corpos sólidos, desenvolvido por *Costa Pinto* [66]. Considerou-se que as duas câmeras são idênticas, ou seja, possuem os mesmos parâmetros intrínsecos, sendo eles: dimensão dos *pixels*  $\mu_x = \mu_y = 4,4 \mu m$ ; dimensão da imagem igual a  $1600 \times 1200 \text{ pixels}$ ; ponto principal  $\mathbf{c} = [800 \ 600]^T$ ; e distância focal  $f = 8mm$ .

Quanto ao arranjo do conjunto binocular, considerou-se: rotação da câmera em torno do eixo Y, com  $\phi_e = 20^\circ$  e  $\phi_d = -\phi_e$ , sendo nulos os ângulos de rotação em torno dos eixos X ( $\psi_e = \psi_d = 0$ ) e Z ( $\theta_e = \theta_d = 0$ ); centro de projeção da câmera da esquerda coincidente à origem do sistema de coordenadas do mundo  $R_w$  ( $\mathbf{C}_e = \mathbf{O}_w$ ) e da câmera da direita ( $\mathbf{C}_d$ ) posicionado sobre  $[b \ 0 \ 0]^T$ , em que a linha de base  $b$  é igual a  $284mm$ .

Além de definir os parâmetros do sistema estereoscópico, foi necessário escolher um tipo de gabarito do qual fosse possível extrair os  $N_1$  pontos de controle. Em diversas abordagens na literatura, é utilizado o gabarito bi-dimensional com padrão do tipo tabuleiro de xadrez [7, 14, 56], cuja extração dos pontos de controle (vértices dos quadrados) pode ser realizada automaticamente [108].

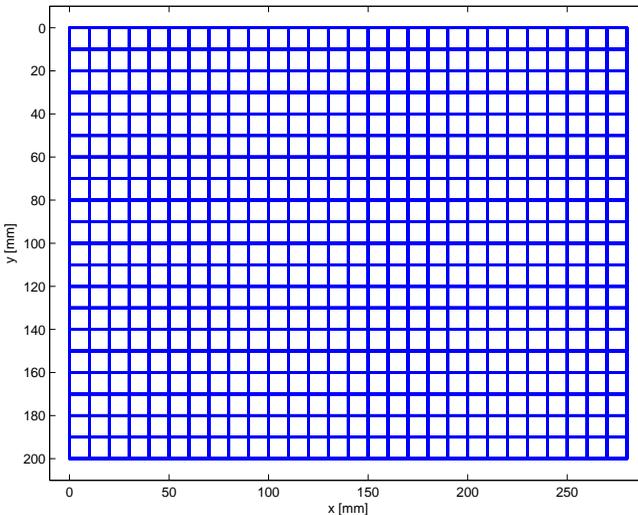


Figura 19: Padrão de calibração sintético, de dimensão  $28cm \times 20cm$ , com quadrados internos de aresta igual a  $1cm$  e com 513 pontos de controle.

Apresenta-se, na Figura 19, o padrão bidimensional gerado em *MATLAB*<sup>®</sup>, de dimensão  $28\text{ cm} \times 20\text{ cm}$ , com quadrados internos de aresta igual a  $1\text{ cm}$  e com 513 pontos de controle, o qual foi baseado em [90].

A utilização deste padrão é estratégica, haja vista que corresponde ao resultado da extração de contorno de um padrão do tipo tabuleiro de xadrez, em que os pontos de controle podem ser extraídos por detectores de cantos [7].

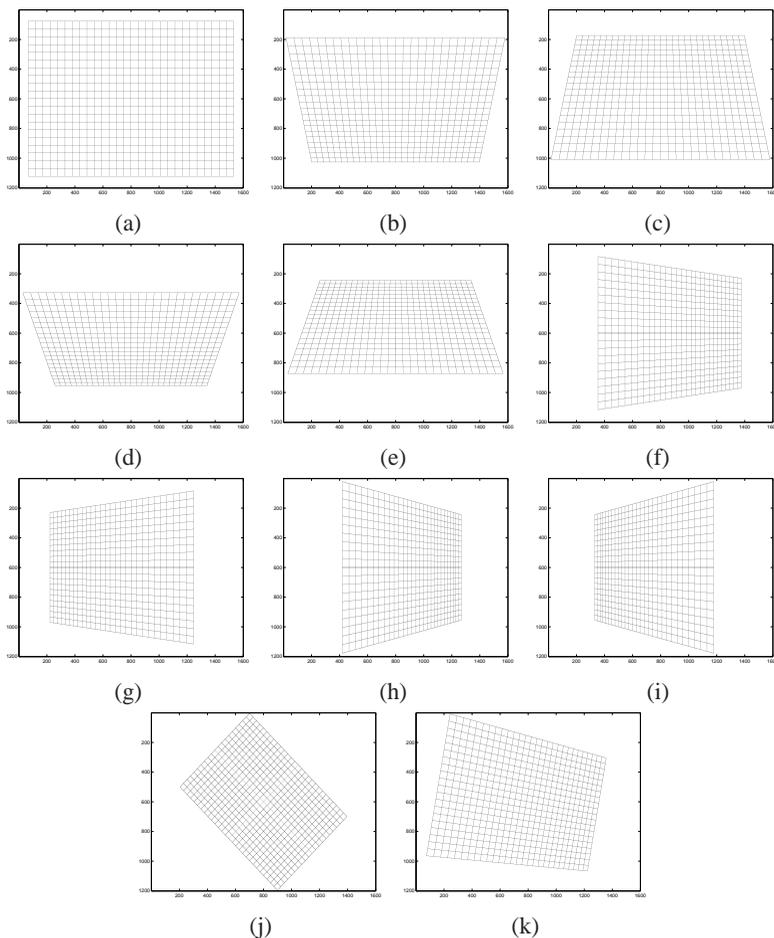


Figura 20: *Imagens da câmera da esquerda que compõem o conjunto de treinamento.*

Por meio das Equações (2.17) e (2.19), capturou-se 34 imagens do padrão de calibração. Estas imagens foram divididas em dois conjuntos: con-

junto de treinamento, composto por 22 imagens (11 referentes a vistas da câmera da esquerda e as demais, a vistas da câmera da direita); e conjunto de teste, composto por 12 imagens (6 referentes à câmera da esquerda e as demais, à câmera da direita). De acordo com Zhang [103], 11 imagens para a calibração da câmera é um número adequado para se obter um baixo erro residual de calibração.

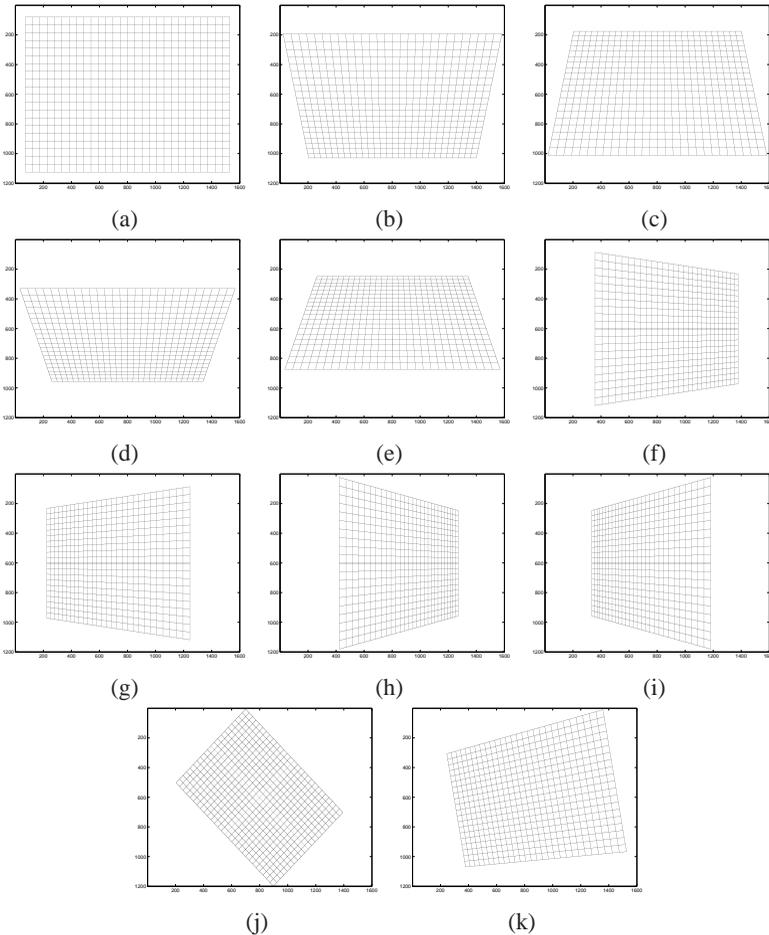


Figura 21: *Imagens da câmera da direita que compõem o conjunto de treinamento.*

O conjunto de treinamento é utilizado para estimar os coeficientes de distorção e de correção da distorção da lente para as câmeras da direita e da esquerda, ou seja, trata-se do conjunto de imagens de calibração. Enquanto

que o conjunto de teste é utilizado para validar os coeficientes estimados a partir do conjunto de treinamento.

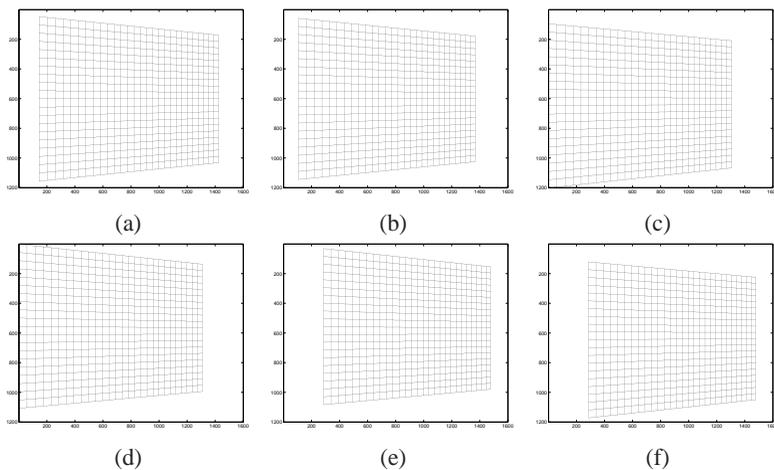


Figura 22: *Imagens da câmera da esquerda que compõem o conjunto de teste.*

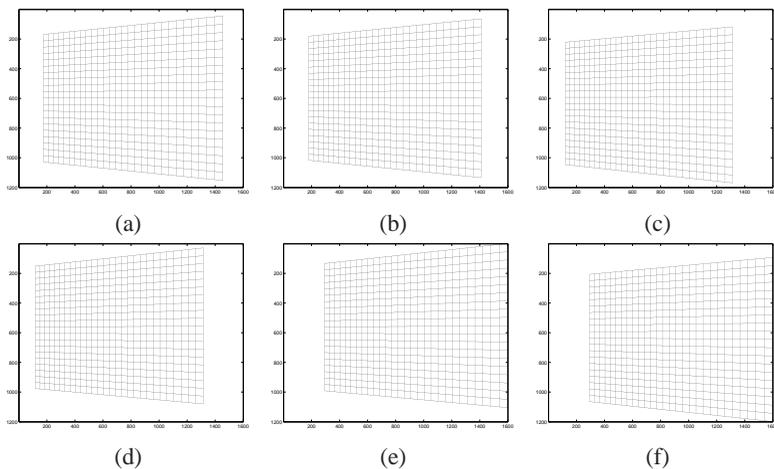


Figura 23: *Imagens da câmera da direita que compõem o conjunto de teste.*

Apresenta-se, nas Figuras 20 e 21, as imagens que compõem o conjunto de treinamento, capturadas pela câmera da esquerda e da direita, respectivamente. As imagens do conjunto de teste são apresentadas nas Figuras

22 e 23.

Nas Tabelas 1 e 2, discrimina-se a configuração de captura de cada imagem dos conjuntos de treinamento e de teste, respectivamente, em que  $Z$  é a profundidade em que o padrão de calibração foi posicionado no momento da captura da imagem.

Tabela 1: Configurações das câmeras da esquerda e da direita para captura de cada imagem do conjunto de treinamento.

Imagem	$I_e$				$I_d$			
	$\phi_e$	$\psi_e$	$\theta_e$	$Z$	$\phi_d$	$\psi_d$	$\theta_d$	$Z$
1	0	0	0	35	0	0	0	35
2	0	30	0	32	0	30	0	32
3	0	-30	0	32	0	-30	0	32
4	0	45	0	27	0	45	0	27
5	0	-45	0	27	0	-45	0	27
6	30	0	0	35	30	0	0	35
7	-30	0	0	35	-30	0	0	35
8	45	0	0	27	45	0	0	27
9	-45	0	0	27	-45	0	0	27
10	0	0	45	52	0	0	45	52
11	20	0	10	40	-20	0	-10	40

Tabela 2: Configurações das câmeras da esquerda e da direita para captura de cada imagem do conjunto de teste.

Imagem	$I_e$				$I_d$			
	$\phi_e$	$\psi_e$	$\theta_e$	$Z$	$\phi_d$	$\psi_d$	$\theta_d$	$Z$
1	20	0	0	35	-20	0	0	35
2 – 6	20	0	0	36	-20	0	0	36

Uma vez definidos os conjuntos de imagens, determinou-se dois procedimentos: Diferentes modelos de compensação da distorção e Correção Heterogênea da distorção da lente. Os resultados de ambos procedimentos contribuem para a análise das duas hipóteses, no entanto, optou-se pela descrição em etapas visando facilitar a compreensão.

#### 4.2.1.1 Procedimento 1: Diferentes modelos de correção da distorção

Para simular o comportamento de diversas lentes, determinou-se 7 diferentes modelos de distorção de lente, representados por  $\check{\mathbf{I}}_i$ , com  $i = 1, 2, \dots, 7$ , os quais são compostos por componentes radial, deslocamento do ponto principal e prisma fino, mas se diferenciam pela ordem da distorção radial, tal que  $\check{\mathbf{I}}_i = [\check{k}_1 \ \check{k}_2 \ \dots \ \check{k}_i \ \check{q}_1 \ \check{q}_2 \ \check{p}_1 \ \check{p}_2]$ . Os coeficientes de distorção da lente dos conjuntos  $\check{\mathbf{I}}_i$  são mostrados na Tabela 3.

Tabela 3: Conjunto de coeficientes de distorção  $\check{\mathbf{I}}_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, 7$ , baseados no trabalho de Wang *et al.* [14].

Coeficientes	Modelo de distorção						
	$l_1$	$l_2$	$l_3$	$l_4$	$l_5$	$l_6$	$l_7$
$k_1(10^{-7})$	-4,41	-7,66	-7,66	-7,66	-7,67	-7,61	-7,59
$k_2(10^{-13})$	-	6,38	6,40	6,36	6,56	5,50	5,50
$k_3(10^{-21})$	-	-	-2,87	6,66	-65,6	491	682
$k_4(10^{-27})$	-	-	-	-6,19	98,8	-1233	-1905
$k_5(10^{-32})$	-	-	-	-	-5,32	142	265
$k_6(10^{-37})$	-	-	-	-	-	-6,18	-17,4
$k_7(10^{-43})$	-	-	-	-	-	-	4,03
$p_1$	$3,1e-5$	$-3,5e-13$	$1,6e-7$	$1,6e-7$	$1,6e-7$	$1,6e-7$	$1,62e-7$
$p_2$	$1,4e-7$	$-4,7e-13$	$-2,3e-8$	$-2,3e-8$	$-2,3e-8$	$-2,3e-8$	$-2,3e-8$
$q_1(10^{-9})$	-3,5	$-3,5e-4$	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5
$q_2(10^{-8})$	3,4	$-3,8e-5$	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4

Estes conjuntos foram derivados de um modelo de distorção,  $\check{\mathbf{I}}_2$ , estimado por Wang *et al.* [14] para uma lente padrão CCTV com distância focal  $f$  igual a 8 mm: aplicou-se  $\check{\mathbf{I}}_2$  sobre um conjunto de imagens, cujas coordenadas ideais são conhecidas, distorcendo-as; dispondo das coordenadas distorcidas e ideais das imagens, estimou-se, por (3.20), seis diferentes modelos de distorção da lente  $\check{\mathbf{I}}_i$ , com  $i = 1, 3, 4, \dots, 7$ .

Utilizando a Equação (3.12) e cada conjunto de coeficientes  $\check{\mathbf{I}}_i$ , distorceu-se o conjunto de imagens de treinamento para as câmeras da esquerda e da direita, gerando 7 conjuntos de imagens distorcidas para a câmera da esquerda,  $\check{\mathcal{C}}_{\text{treinamento}_e}$ , e 7 para a câmera da direita,  $\check{\mathcal{C}}_{\text{treinamento}_d}$ . Na Figura 24, mostra-se um exemplo de uma imagem ideal, em azul, e a respectiva imagem distorcida, em vermelho, resultante da aplicação do modelo de distorção de 2ª ordem,  $\check{\mathbf{I}}_1$ .

Com o intuito de verificar a validade da Hipótese 1 e dispondo das coordenadas ideais e distorcidas dos pontos de controle de cada imagem do conjunto de treinamento, estimou-se, por (3.23), o conjunto de coeficientes de correção da distorção da lente considerando 9 diferentes modelos de correção,  $\mathbf{I}_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, 9$ . Assim como para a distorção, os modelos de

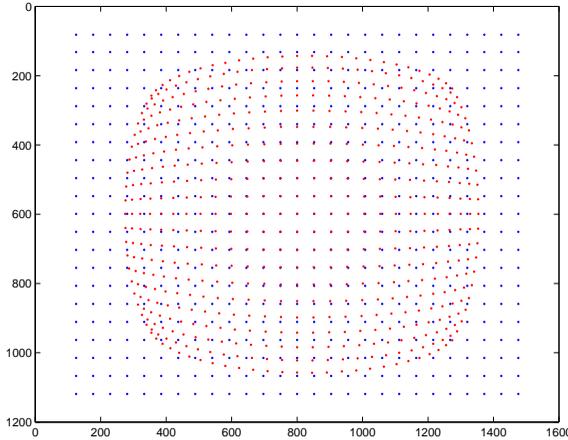


Figura 24: Pontos de controle de uma imagem distorcida pelo modelo de distorção  $\check{\mathbf{I}}_i$ , em vermelho, sobrepostos aos pontos de controle da imagem ideal, em azul.

correção são formados por componentes radial, deslocamento do ponto principal e prisma fino e diferenciam-se pela ordem da distorção radial, tal que  $\mathbf{l}_j = [k_1 \dots k_j \ q_1 \ q_2 \ p_1 \ p_2]$ ,  $j = 1, \dots, 9$ .

Em posse dos conjuntos de coeficientes de correção da distorção da lente, estima-se, para todas as imagens distorcidas do conjunto de treinamento  $\hat{\mathcal{C}}_{\text{treinamento}_{-e_i}}$  e  $\hat{\mathcal{C}}_{\text{treinamento}_{-d_i}}$ , o conjunto de imagens corrigidas  $\hat{\mathcal{C}}_{\text{treinamento}_{-e_{ij}}}$  e  $\hat{\mathcal{C}}_{\text{treinamento}_{-d_{ij}}}$ , por meio da Equação(3.22), em que  $\hat{\mathcal{C}}_{ij}$  representa as imagens formadas considerando modelo de distorção da lente do tipo  $\check{\mathbf{I}}_i$ , mas corrigidas usando modelo de correção do tipo  $\mathbf{l}_j$ .

Para comparar o desempenho de cada modelo de correção da distorção da lente, determina-se  $mse_{ij}$ , o erro quadrático médio entre as coordenadas ideais,  $\mathbf{m}$ , e corrigidas,  $\hat{\mathbf{m}}_{ij}$ , dos *pixels* de todas as imagens do conjunto de treinamento  $\hat{\mathcal{C}}_{\text{treinamento}_{ij}}$ . A determinação de  $mse_{ij}$  é expressa na Equação (4.1).

$$mse_{ij} = \frac{1}{N_1} \sum_{p=0}^{N_1-1} \|\hat{\mathbf{m}}_{ij_p} - \mathbf{m}_p\| \quad (4.1)$$

em que  $N_1$  representa o número de pontos de controle do conjunto de imagens.

Com o intuito de determinar o impacto dos diferentes modelos de correção da distorção da lente na recuperação da informação 3D, estimou-se, por meio das Equações(2.31) e (2.32), a profundidade para o par de imagens corrigidas. Utilizou-se, para tal, as imagens de número 11 do conjunto de

treinamento das câmeras da esquerda e da direita, as quais são representadas na Figura 25.

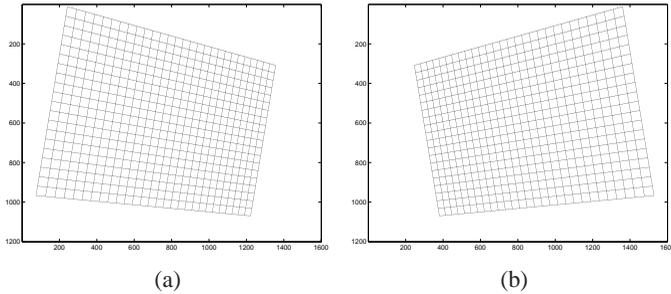


Figura 25: Par de imagens do conjunto de treinamento utilizado para a estimação da informação de profundidade.

Dispondo das informações de profundidade ideal,  $Z$ , e estimadas,  $\hat{Z}_{ij}$ , calculou-se o erro absoluto médio,  $e_{z_{ij}}$ , como expresso na Equação (4.2).

$$e_{z_{ij}} = \frac{1}{N_2} \sum_{p=0}^{N_2-1} |\hat{Z}_{ijp} - Z| \quad (4.2)$$

em que  $N_2$  representa o número de pares de *pixels* homólogos do par de imagens.

Espera-se que quanto maior for a ordem do modelo  $\mathbf{l}_i$  de correção da distorção da lente, menor será o erro quadrático médio de estimação das coordenadas ideais dos *pixels*, e que o erro absoluto médio de estimação da profundidade  $Z$ ,  $e_{z_{ij}}$ , seja diretamente proporcional a  $mse_{ij}$ .

Para verificar o desempenho da solução obtida, determina-se o erro residual de calibração e o erro de reconstrução para imagens que não foram usadas na calibração das câmeras. Utiliza-se, então, o conjunto de teste:

- para cada conjunto de coeficientes  $\check{\mathbf{l}}_i$ , distorceu-se o conjunto de imagens de teste para as câmeras da esquerda e da direita, gerando os conjuntos de imagens distorcidas para a câmera da esquerda,  $\check{\mathcal{C}}_{teste\_e_i}$ , e para a câmera da direita,  $\check{\mathcal{C}}_{teste\_d_i}$ ;
- utilizando os conjuntos de coeficientes de correção  $\mathbf{l}_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, 9$ , estimados usando o conjunto de treinamento, determina-se os conjuntos de imagens corrigidas  $\mathcal{C}_{teste\_e_{ij}}$  e  $\mathcal{C}_{teste\_d_{ij}}$ ;
- calcula-se, por meio da Equação(4.1), o erro residual de calibração para

os conjuntos de imagens de teste das câmeras da esquerda e da direita;

- calcula-se, por meio da Equação(4.2), o erro de reconstrução usando os pares de *pixels* homólogos das imagens correspondentes dos conjuntos de teste das câmeras da esquerda e da direita;
- compara-se os erros obtidos para o conjunto de treinamento com os obtidos para o conjunto de teste.

#### 4.2.1.2 Procedimento 2: Correção heterogênea da distorção da lente

No Procedimento 1, ao estimar as coordenadas ideais dos conjuntos de imagem,  $\hat{\mathcal{C}}_e$  e  $\hat{\mathcal{C}}_d$ , aplicou-se um único conjunto de coeficientes de correção da distorção da lente a todos os *pixels* de um mesmo conjunto de imagens distorcidas,  $\hat{\mathcal{C}}_{treinamento\_e}$ ,  $\hat{\mathcal{C}}_{teste\_e}$ ,  $\hat{\mathcal{C}}_{treinamento\_d}$  e  $\hat{\mathcal{C}}_{teste\_d}$ . Casos como esses receberão a notação  $\hat{\mathcal{C}}_{(hmg_{i,j})}$ , que se lê conjunto de imagens distorcidas pelo modelo de lente  $\check{\mathbf{I}}_i$  e corrigidas homogeneamente pelo modelo de correção da distorção da lente  $\mathbf{I}_j$ .

Os passos a serem descritos assemelham-se bastante aos do Procedimento anterior, mas com uma particularidade, divide-se a imagem em  $N$  seções e estima-se um conjunto de correção da distorção da lente de mesmo modelo, mas de coeficientes diferentes, para cada seção da imagem.

Com o intuito de garantir um número suficiente de pontos de controle em cada seção da imagem, utiliza-se nos experimentos  $N = 9$ , como mostrado na Figura 26.

A estimação de diferentes conjuntos de correção da distorção da lente sobre diferentes *pixels* ou conjuntos de *pixels* de uma mesma imagem caracteriza o Método Local de Correção da Distorção da Lente, que considera a correção heterogênea da distorção da lente.

Considerando os mesmos 7 conjuntos  $\check{\mathbf{I}}_i$  de distorção apresentados no Procedimento 1, distorce-se homogeneamente os conjuntos de imagens  $\hat{\mathcal{C}}_{treinamento\_e}$  e  $\hat{\mathcal{C}}_{treinamento\_d}$ , gerando os conjuntos distorcidos  $\hat{\mathcal{C}}'_{treinamento\_e}$  e  $\hat{\mathcal{C}}'_{treinamento\_d}$ .

Dispondo dos conjuntos de imagens distorcidas e dos conjuntos de imagens ideais, estima-se, para cada seção, os coeficientes de correção da distorção da lente, considerando os 9 modelos  $\mathbf{I}_j$  de correção. Como resultado, obtém-se os conjuntos corrigidos  $\hat{\mathcal{C}}_{treinamento\_e(htrg\_i,j)}$  e  $\hat{\mathcal{C}}_{treinamento\_d(htrg\_i,j)}$ , em que  $\hat{\mathcal{C}}_{(htrg\_i,j)}$  representa o conjunto de imagens distorcida considerando modelo de distorção da lente do tipo  $\check{\mathbf{I}}_i$ , mas corrigida usando modelo heterogêneo de correção do tipo  $\mathbf{I}_j$ .



Figura 26: Representação das 9 seções em que a imagem é dividida para considerar o modelo heterogêneo de correção da distorção da lente.

Determina-se, pela Equação (4.1), o erro quadrático médio,  $mse_{ij}$ , entre as coordenadas ideais e corrigidas dos *pixels* para cada imagem estimada  $\hat{I}_{(htrg\_i,j)}$ . O desempenho de cada modelo de correção é verificado pela comparação dos valores do erro retornado.

Determinou-se também o erro de reconstrução tridimensional,  $e_{z_{ij}}$ , para cada par de imagens, tal como realizado para o caso de modelo homogêneo de lente.

Espera-se que o erro de estimação das coordenadas dos *pixels* obtido a partir da aplicação do método proposto seja inferior ao erro obtido usando a abordagem homogênea.

Assim como realizado no Procedimento 1, para aferir os resultados obtidos, determina-se o erro residual de calibração e o erro de reconstrução da profundidade para as imagens do conjunto de teste:

- para cada conjunto de coeficientes  $\check{I}_i$ , distorce-se o conjunto de imagens de teste para as câmeras da esquerda e da direita, gerando os conjuntos de imagens distorcidas para a câmera da esquerda,  $\check{\mathcal{C}}_{teste\_e_i}$ , e para a câmera da direita,  $\check{\mathcal{C}}_{teste\_d_i}$ ;
- utilizando os conjuntos de coeficientes de correção  $\mathbf{I}_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, 9$ , para cada seção da imagem, estimados usando o conjunto de treinamento, determina-se os conjuntos de imagens corrigidas  $\hat{\mathcal{C}}_{teste\_ehtrg\_ij}$  e  $\hat{\mathcal{C}}_{teste\_dhrng\_ij}$ ;

- calcula-se, por meio da Equação(4.1), o erro residual de calibração para os conjuntos de imagens de teste das câmeras da esquerda e da direita;
- calcula-se, por meio da Equação(4.2), o erro de reconstrução usando os pares de *pixels* homólogos das imagens correspondentes dos conjuntos de teste das câmeras da esquerda e da direita;
- compara-se os erros obtidos para o conjunto de treinamento com os obtidos para o conjunto de teste;
- compara-se o resultado obtido ao aplicar o Método Local de Correção da Distorção da Lente com o obtido ao aplicar o método global.

### 4.3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Apresentou-se, neste Capítulo, as duas hipóteses desenvolvidas e a metodologia aplicada para verificar a validade destas. A metodologia engloba a correção da distorção da lente usando o método global, que considera a correção homogênea sobre toda a imagem, e o método local proposto, que corrige a distorção heterogeneamente sobre a imagem. Para tal, aplica-se diferentes modelos de distorção da lente sobre várias imagens capturadas pelas câmeras da direita e da esquerda; estas imagens foram divididas em dois conjuntos, de treinamento e de teste; o conjunto de treinamento foi utilizado para estimar os coeficientes de correção da distorção da lente para 9 diferentes modelos de correção, tanto para o método global quanto para o método local proposto; o conjunto de teste foi utilizado para comprovar o desempenho da estimação dos coeficientes de correção estimados a partir do conjunto de treinamento. A comparação entre os dois métodos se dá pela análise do erro residual de calibração e do erro de reconstrução.

Os resultados obtidos pela aplicação dos dois métodos são apresentados no Capítulo seguinte.



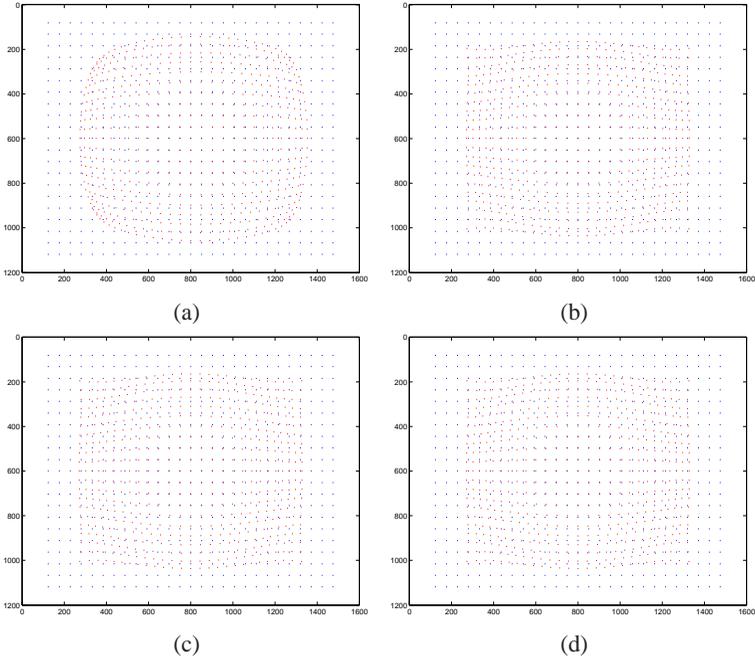


Figura 27: Efeito da distorção da lente, em vermelho, ao aplicar o modelo (a)  $\check{I}_1$ , (b)  $\check{I}_2$ , (c)  $\check{I}_3$  e (d)  $\check{I}_4$  sobre a imagem ideal, em azul.

Tabela 5: Erro residual,  $mse_e$  e  $mse_d$ , em *pixel* e erro de reconstrução,  $e_z$ , em *mm*, para as imagens do conjunto de teste distorcidas pelos modelos  $\check{I}_i$ ,  $i = 1, \dots, 7$ .

Erro	Distorção						
	$\check{I}_1$	$\check{I}_2$	$\check{I}_3$	$\check{I}_4$	$\check{I}_5$	$\check{I}_6$	$\check{I}_7$
$mse_e$	51.12	62.36	62.33	62.32	62.33	62.33	62.32
$mse_d$	51.12	62.11	62.09	62.08	62.08	62.08	62.08
$e_z$	3.47	5.62	5.61	5.61	5.61	5.61	5.61

Mostra-se, na Figura 27, uma das imagens do conjunto de treinamento distorcida pelos modelos de distorção da lente  $\check{I}_1$  a  $\check{I}_4$ . Nas Tabelas 4 e 5, são apresentados os valores do erro residual,  $mse_i$ , das câmeras da esquerda e da direita e do erro de reconstrução,  $e_{z_i}$ , calculados para as imagens do conjunto de treinamento e do conjunto de teste, respectivamente, distorcidas pelo  $i$ -ésimo modelo de distorção da lente.

Os resultados obtidos, considerando modelo de correção homogênea da distorção da lente, são apresentados na Seção 5.1.1; enquanto que na Seção 5.1.2, apresentam-se os resultados obtidos com a aplicação do método de correção heterogênea.

### 5.1.1 Correção homogênea da distorção da lente

Dispondo das coordenadas ideais e distorcidas dos *pixels* das imagens, estimou-se, pelo método homogêneo e para cada modelo de distorção da lente,  $\check{I}_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, 7$ , os coeficientes de correção da distorção da lente,  $I_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, 9$ .

#### MODELO DE DISTORÇÃO DE ORDEM 2, $\check{I}_1$

Na Figura 28, apresenta-se a evolução do erro residual e do erro de reconstrução em função do aumento da ordem do modelo de correção da distorção da lente, sendo que a distorção foi simulada pela aplicação do modelo de distorção de ordem 2,  $\check{I}_1$ . Em cada gráfico, os valores centrais representam o erro médio e as faixas representam o desvio padrão: o limite superior é obtido pela adição do desvio padrão ao erro médio, e o limite inferior, pela subtração entre o erro médio e o desvio padrão. Em (a) e (b), são apresentados o erro residual de calibração das imagens dos conjuntos de treinamento e de teste, respectivamente, para as câmeras da esquerda e da direita; em (c) e (d), apresentam-se os respectivos erros de reconstrução.

Para uma análise mais detalhada, encontram-se na Tabela 6 os valores dos erros residual e de reconstrução determinados após a correção da distorção da lente.

Nota-se que o erro residual de calibração e o erro de reconstrução, para ambos conjuntos de imagens, decrescem à medida que se aumenta a ordem do modelo de correção de  $I_1$  a  $I_3$ , sendo que, a partir deste, o aumento na ordem do modelo não implica em variação significativa dos erros. Para o conjunto de treinamento, o aumento da ordem do modelo de correção de ordem 2,  $I_1$ , para ordem 4,  $I_2$ , implicou em uma redução de aproximadamente 5,2 *pixels* no erro residual médio e de 4,6 *pixels* no desvio padrão, resultando em redução de 0,76 *mm* no erro de reconstrução. Ao corrigir a distorção usando modelo de ordem 6,  $I_3$ , obtém-se erro residual (média e desvio padrão) e erro de reconstrução ainda menores. Verifica-se ainda que, como esperado, os erros obtidos para o conjunto de treinamento são menores que os obtidos para o conjunto de teste, salvo erro de reconstrução para a correção usando

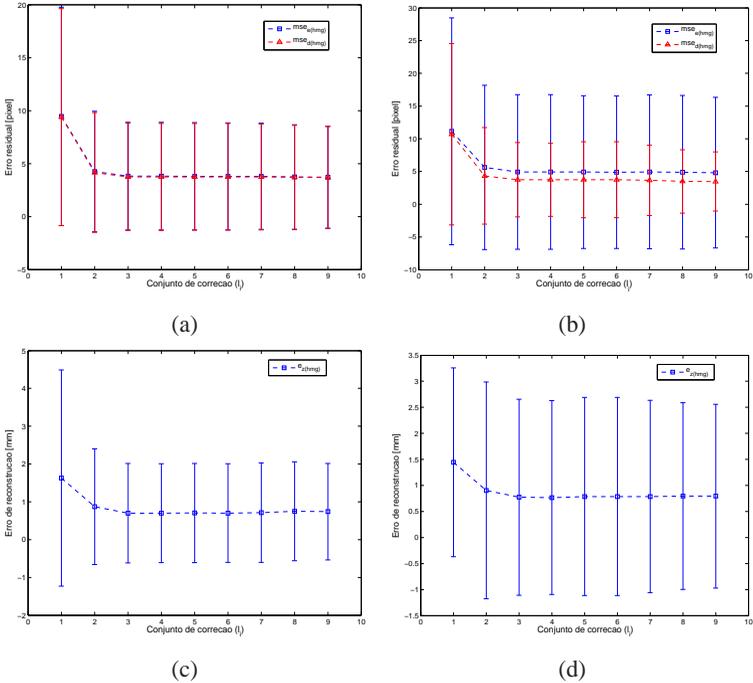


Figura 28: Evolução do erro residual e do erro de reconstrução em função da ordem do modelo de correção da distorção da lente aplicado aos conjuntos (a) e (c) de treinamento e (b) e (d) de teste, ambos distorcidos pelo modelo de ordem 2,  $\check{\mathbf{I}}_1$ .

modelo de ordem 2,  $\mathbf{I}_1$ , em que  $e_{Z_{treinamento}} = 1,63 \text{ mm}$  e  $e_{Z_{teste}} = 1,44 \text{ mm}$ .

### MODELO DE DISTORÇÃO DE ORDEM 4, $\check{\mathbf{I}}_2$

O resultado da correção da distorção causada pela aplicação do modelo de ordem 4,  $\check{\mathbf{I}}_2$  é apresentado na Figura 29, sendo os valores dos erros residual e de reconstrução descritos na Tabela 7.

Na Figura 29(a), nota-se que à medida que se aumenta a ordem do modelo de correção da distorção da lente para o conjunto de treinamento, reduz-se o desvio padrão do erro residual, sendo o menor resultado obtido para modelo de correção de ordem 10,  $\mathbf{I}_5$ ; a partir de  $\mathbf{I}_5$ , a redução do erro com o aumento da ordem é pouco significativo. Observa-se, ainda, um efeito inesperado ao aumentar a ordem do modelo de correção de 2 para 4,  $\mathbf{I}_1$  para

Tabela 6: Erro residual,  $mse_e$  e  $mse_d$ , em *pixel* e erro de reconstrução,  $e_z$ , em *mm*, para as imagens dos conjuntos de treinamento e de teste distorcidas pelo modelo de ordem 2,  $\mathbb{I}_1$ , mas corrigidas pelos diferentes modelos de correção da distorção,  $\mathbb{I}_j$ ,  $j = 1, \dots, 9$ .

		Modelo de Correção	Erro		
			$mse_e$	$mse_d$	$e_z$
Treinamento	$\mathbb{I}_1$		$9,46 \pm 10,32$	$9,40 \pm 10,25$	1,63
	$\mathbb{I}_2$		$4,25 \pm 5,70$	$4,17 \pm 5,66$	0,87
	$\mathbb{I}_3$		$3,82 \pm 5,09$	$3,76 \pm 5,06$	0,70
	$\mathbb{I}_4$		$3,82 \pm 5,09$	$3,75 \pm 5,06$	0,70
	$\mathbb{I}_5$		$3,81 \pm 5,06$	$3,76 \pm 5,04$	0,70
	$\mathbb{I}_6$		$3,81 \pm 5,06$	$3,76 \pm 5,04$	0,70
	$\mathbb{I}_7$		$3,81 \pm 5,02$	$3,76 \pm 5,00$	0,71
	$\mathbb{I}_8$		$3,74 \pm 4,93$	$3,71 \pm 4,92$	0,75
	$\mathbb{I}_9$		$3,71 \pm 4,82$	$3,70 \pm 4,82$	0,74
Teste	$\mathbb{I}_1$		$11,15 \pm 17,34$	$10,70 \pm 13,85$	1,44
	$\mathbb{I}_2$		$5,63 \pm 12,53$	$4,33 \pm 7,37$	0,90
	$\mathbb{I}_3$		$4,95 \pm 11,81$	$3,75 \pm 5,68$	0,77
	$\mathbb{I}_4$		$4,94 \pm 11,82$	$3,73 \pm 5,59$	0,77
	$\mathbb{I}_5$		$4,92 \pm 11,68$	$3,75 \pm 5,81$	0,79
	$\mathbb{I}_6$		$4,90 \pm 11,64$	$3,75 \pm 5,80$	0,79
	$\mathbb{I}_7$		$4,95 \pm 11,74$	$3,65 \pm 5,38$	0,79
	$\mathbb{I}_8$		$4,89 \pm 11,72$	$3,49 \pm 4,84$	0,80
	$\mathbb{I}_9$		$4,82 \pm 11,50$	$3,47 \pm 4,52$	0,79

$\mathbb{I}_2$ , obtendo um erro residual médio para ordem 4 maior que o obtido para ordem 2. O erro de reconstrução, para o conjunto de treinamento, segue o mesmo comportamento do erro residual, conforme Figura 29(c), obtendo menor valor, igual a 0,19 *mm*, para correção de ordem 10.

Pela Figura 29(b) e (d), nota-se que, para o conjunto de teste, o erro residual para correção usando modelo  $\mathbb{I}_2$  é ligeiramente maior que o obtido considerando  $\mathbb{I}_1$  (diferença de aproximadamente 0,2 *pixels*), no entanto, este efeito não compromete o erro de reconstrução. Como esperado, o erro residual e o erro de reconstrução, assim como os respectivos desvios padrões, determinados para o conjunto de teste são maiores que o calculado para o conjunto de treinamento, no entanto, nota-se o efeito inesperado de o desvio padrão aumentar a partir do modelo  $\mathbb{I}_6$ , ademais, o desvio padrão para  $\mathbb{I}_5$  é maior que o obtido para  $\mathbb{I}_4$ . O melhor resultado foi obtido para correção usando modelo de ordem 8, para o qual se tem erro residual médio igual a 1,05 *pixel* e erro de reconstrução igual a 0,24 *mm*.

Tabela 7: Erro residual,  $mse_e$  e  $mse_d$ , em *pixel* e erro de reconstrução,  $e_z$ , em *mm*, para as imagens dos conjuntos de treinamento e de teste, distorcidas pelo modelo de ordem 4,  $\check{I}_2$ , mas corrigidas pelos diferentes modelos de correção da distorção,  $I_j$ ,  $j = 1, \dots, 9$ .

		Modelo de Correção	Erro		
			$mse_e$	$mse_d$	$e_z$
Treinamento	$I_1$		$3,00 \pm 5,43$	$3,00 \pm 5,43$	0,66
	$I_2$		$3,83 \pm 3,37$	$3,83 \pm 3,37$	0,80
	$I_3$		$0,79 \pm 0,91$	$0,80 \pm 0,92$	0,27
	$I_4$		$0,88 \pm 0,64$	$0,89 \pm 0,65$	0,27
	$I_5$		$0,50 \pm 0,26$	$0,50 \pm 0,26$	0,19
	$I_6$		$0,50 \pm 0,24$	$0,50 \pm 0,24$	0,19
	$I_7$		$0,48 \pm 0,21$	$0,48 \pm 0,21$	0,19
	$I_8$		$0,48 \pm 0,21$	$0,48 \pm 0,21$	0,19
	$I_9$		$0,47 \pm 0,20$	$0,47 \pm 0,21$	0,19
Teste	$I_1$		$4,15 \pm 12,60$	$4,07 \pm 12,58$	0,87
	$I_2$		$4,36 \pm 7,87$	$4,34 \pm 7,88$	0,74
	$I_3$		$1,11 \pm 6,66$	$1,11 \pm 6,78$	0,32
	$I_4$		$1,05 \pm 3,79$	$1,05 \pm 3,86$	0,28
	$I_5$		$0,76 \pm 7,69$	$0,76 \pm 7,89$	0,24
	$I_6$		$0,67 \pm 4,86$	$0,67 \pm 5,03$	0,21
	$I_7$		$0,84 \pm 12,75$	$0,86 \pm 13,37$	0,27
	$I_8$		$0,81 \pm 11,46$	$0,82 \pm 12,01$	0,26
	$I_9$		$0,96 \pm 18,37$	$1,03 \pm 21,03$	0,27

### MODELO DE DISTORÇÃO DE ORDEM 6, $\check{I}_3$

Como pode-se observar na Figura 30 e na Tabela 8, o comportamento do erro resultante da correção da distorção causada pelo modelo de ordem 6,  $\check{I}_3$ , é muito semelhante ao obtido para a correção da distorção do modelo de ordem 4,  $\check{I}_2$ . Para o conjunto de treinamento, o erro residual e o erro de reconstrução reduzem gradativamente com o aumento da ordem do modelo de correção de  $\check{I}_1$  a  $\check{I}_5$ , quando obtém-se  $mse = 0,5 \text{ pixel}$  e  $e_z = 0,19 \text{ mm}$ , sendo que a partir de  $\check{I}_5$  não há mais redução relevante do erro; e para o conjunto de teste, tanto o erro residual médio e o erro de reconstrução médio apresentam comportamento semelhante ao obtido para o conjunto de treinamento, sendo  $mse_{min} = 0,75 \text{ pixel}$  e  $e_{z_{min}} = 0,21 \text{ mm}$ , ambos obtidos para o modelo  $I_6$ , no entanto, o desvio padrão de ambos erros aumenta para modelos de ordem superior à do modelo de correção  $I_6$ , atingindo o máximo para correção usando

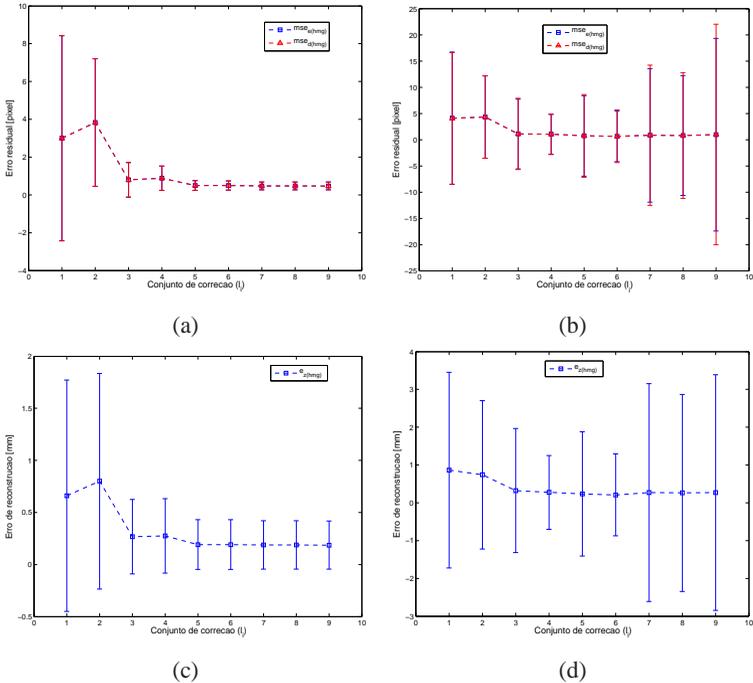


Figura 29: Evolução do erro residual e do erro de reconstrução em função da ordem do modelo de correção da lente, aplicado aos conjuntos (a) e (c) de treinamento e (b) e (d) de teste, ambos distorcidos pelo modelo de ordem 4,  $\check{I}_2$ .

o modelo de maior ordem,  $I_9$ : 18, 10 *pixels* e 22,05 *pixels* para o erro residual das câmeras da esquerda e direita, respectivamente, e 3 *mm* para o erro de reconstrução.

O mesmo comportamento descrito acima para distorção  $\check{I}_3$ , ocorre para correção da distorção causada pelos modelos  $\check{I}_4$  a  $\check{I}_7$ . Sendo assim, os resultados para esses modelos não são mostrados nesta dissertação, pois são equivalentes à Figura 30 e à Tabela 8. Isto pode ter acontecido pelo fato de os modelos  $\check{I}_3$  a  $\check{I}_7$  terem sido estimados a partir do modelo de distorção  $\check{I}_2$ , causando basicamente o mesmo efeito de distorção sobre as imagens, como pôde-se notar nas Tabelas 4 e 5, e o método de correção homogênea, quando aplicado para compensar estas distorções, apresenta resultados muito próximos.

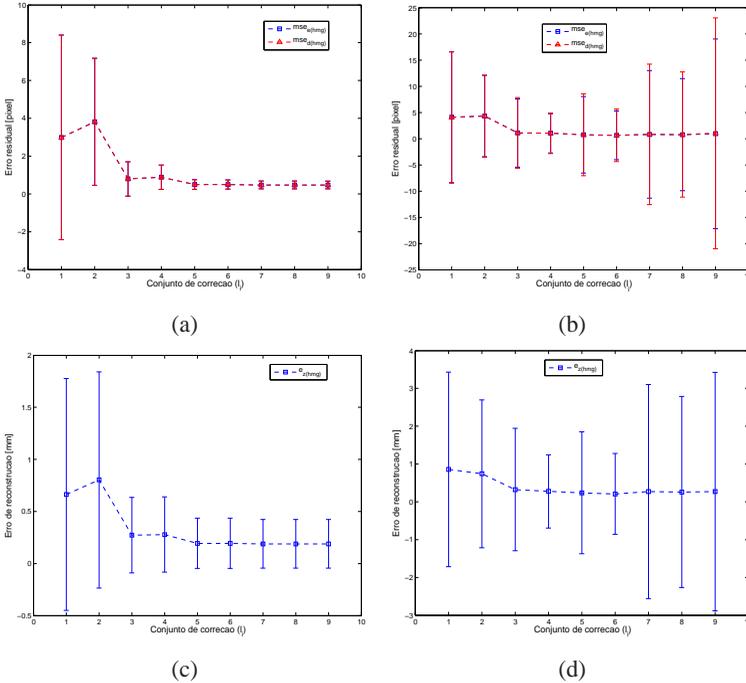


Figura 30: Evolução do erro residual e do erro de reconstrução em função da ordem do modelo de correção da lente, aplicado aos conjuntos (a) e (c) de treinamento e (b) e (d) de teste, ambos distorcidos pelo modelo de ordem 6,  $\mathbf{l}_3$ .

### CONSIDERAÇÕES ACERCA DA CORREÇÃO HOMOGÊNEA

Verifica-se, de modo geral, que, para uma mesma distorção, à medida que aumenta-se a ordem do modelo de correção da lente, os erros residual e de reconstrução diminuem. No entanto, há um limite para essa relação, sendo que, a partir de um determinado modelo  $l_i$ , a correção da distorção usando modelos  $l_j$ , para  $j > i$ , propicia resultados equivalentes aos obtidos com  $l_i$ .

Como exemplo, para o caso da correção da distorção causada pelo modelo de ordem 2,  $\mathbf{l}_1$ , modelos de correção de ordem maior que 6 não contribuíram significativamente para a redução dos erros. Nota-se então que, para este tipo de lente, a Hipótese 1 não é válida.

No entanto, para a correção da distorção dos demais modelos de lente,  $\mathbf{l}_2$  a  $\mathbf{l}_7$ , o erro mínimo é obtido, para o conjunto de treinamento, quando da correção usando modelo de ordem 10,  $\mathbf{l}_5$ , e para o conjunto de teste, modelo

Tabela 8: Erro residual,  $mse_e$  e  $mse_d$ , em *pixel* e erro de reconstrução,  $e_z$ , em *mm*, para as imagens dos conjuntos de treinamento e de teste, distorcidas pelo modelo de ordem 6,  $\mathbf{I}_3$ , mas corrigidas pelos diferentes modelos de correção da distorção,  $\mathbf{I}_j$ ,  $j = 1, \dots, 9$ .

		Modelo de Correção	Erro		
			$mse_e$	$mse_d$	$e_z$
Treinamento	$\mathbf{I}_1$		$2,99 \pm 5,42$	$2,99 \pm 5,42$	0,66
	$\mathbf{I}_2$		$3,82 \pm 3,36$	$3,82 \pm 3,36$	0,80
	$\mathbf{I}_3$		$0,79 \pm 0,91$	$0,79 \pm 0,91$	0,27
	$\mathbf{I}_4$		$0,88 \pm 0,64$	$0,88 \pm 0,64$	0,28
	$\mathbf{I}_5$		$0,50 \pm 0,26$	$0,50 \pm 0,26$	0,19
	$\mathbf{I}_6$		$0,50 \pm 0,24$	$0,50 \pm 0,24$	0,19
	$\mathbf{I}_7$		$0,47 \pm 0,20$	$0,47 \pm 0,20$	0,19
	$\mathbf{I}_8$		$0,47 \pm 0,20$	$0,47 \pm 0,20$	0,19
	$\mathbf{I}_9$		$0,47 \pm 0,20$	$0,47 \pm 0,20$	0,19
Teste	$\mathbf{I}_1$		$4,12 \pm 12,48$	$4,06 \pm 12,54$	0,86
	$\mathbf{I}_2$		$4,34 \pm 7,78$	$4,33 \pm 7,84$	0,74
	$\mathbf{I}_3$		$1,11 \pm 6,50$	$1,11 \pm 6,75$	0,32
	$\mathbf{I}_4$		$1,05 \pm 3,73$	$1,05 \pm 3,87$	0,28
	$\mathbf{I}_5$		$0,75 \pm 7,31$	$0,76 \pm 7,81$	0,24
	$\mathbf{I}_6$		$0,67 \pm 4,65$	$0,67 \pm 5,02$	0,21
	$\mathbf{I}_7$		$0,83 \pm 12,19$	$0,85 \pm 13,41$	0,27
	$\mathbf{I}_8$		$0,79 \pm 10,71$	$0,81 \pm 11,95$	0,26
	$\mathbf{I}_9$		$0,96 \pm 18,10$	$1,05 \pm 22,05$	0,27

de ordem 12,  $\mathbf{I}_6$ . Entretanto, a diferença aportada por esses modelos, quando comparada ao resultado obtido pelo modelo de ordem 6,  $\mathbf{I}_3$ , é significativa apenas para aplicações de grande precisão, pois o ganho é de, aproximadamente, 0,3 *pixels* e 0,8 *mm* para o conjunto de treinamento, e de 0,44 *pixels* e 0,11 *mm* para o conjunto de teste.

Na próxima Seção, apresentam-se os resultados para análise e validação da Hipótese 2, referente à correção da distorção da lente usando o Método Local proposto.

### 5.1.2 Correção heterogênea da distorção da lente

Pelo Método Local de correção da distorção da lente, apresentado na Seção 4.2.1.2 do Capítulo anterior, estimou-se um conjunto  $\mathbf{I}_j$  de coeficientes de correção da distorção da lente para cada uma das 9 seções em que as ima-

gens foram divididas. Os resultados para cada modelo de distorção  $\check{I}_l$  aplicado são apresentados a seguir.

*MODELO DE DISTORÇÃO DE ORDEM 2,  $\check{I}_1$*

Na Figura 31, apresenta-se a evolução do erro residual e do erro de reconstrução em função do aumento da ordem do modelo de correção da distorção da lente, tanto para o método global (correção homogênea) quanto para o método local (correção heterogênea), sendo que a distorção foi simulada pela aplicação do modelo de distorção de ordem 2,  $\check{I}_1$ .

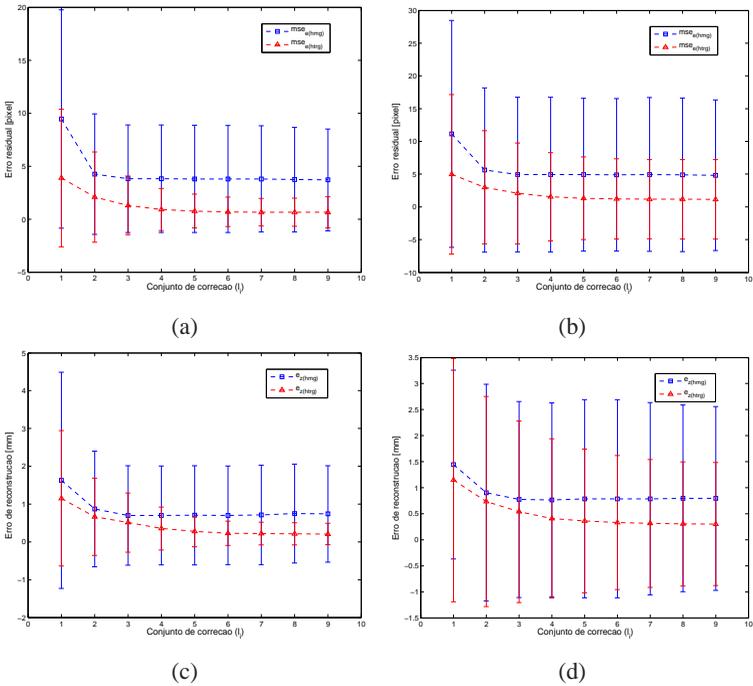


Figura 31: Evolução do erro residual e do erro de reconstrução em função da ordem do modelo de correção da lente, aplicado aos conjuntos (a) e (c) de treinamento e (b) e (d) de teste, ambos distorcidos pelo modelo de ordem 2,  $\check{I}_1$ , e corrigidos usando o Método Local proposto.

Em (a) e (b), são apresentados o erro residual de calibração das imagens dos conjuntos de treinamento e de teste, respectivamente, para o método

de correção global, em azul, e para o método de correção local, em vermelho; em (c) e (d), apresentam-se os respectivos erros de reconstrução.

Para uma análise mais detalhada, encontram-se na Tabela 9 os valores dos erros residual e de reconstrução determinados após a correção heterogênea da distorção da lente.

Tabela 9: Erro residual,  $mse_e$  e  $mse_d$ , em *pixel* e erro de reconstrução,  $e_z$ , em *mm*, para as imagens dos conjuntos de treinamento e de teste, distorcidas pelo modelo de ordem 2,  $\check{I}_1$ , mas corrigidas heterogeneamente pelos diferentes modelos de correção da distorção,  $I_j$ ,  $j = 1, \dots, 9$ .

		Modelo de Correção	Erro		
			$mse_e$	$mse_d$	$e_z$
Treinamento	$I_1$		$3,89 \pm 6,50$	$3,86 \pm 6,46$	$1,15$
	$I_2$		$2,08 \pm 4,26$	$2,06 \pm 4,22$	$0,66$
	$I_3$		$1,30 \pm 2,77$	$1,28 \pm 2,73$	$0,51$
	$I_4$		$0,91 \pm 2,00$	$0,90 \pm 1,96$	$0,35$
	$I_5$		$0,77 \pm 1,60$	$0,75 \pm 1,56$	$0,27$
	$I_6$		$0,69 \pm 1,40$	$0,68 \pm 1,35$	$0,23$
	$I_7$		$0,66 \pm 1,30$	$0,65 \pm 1,26$	$0,22$
	$I_8$		$0,65 \pm 1,34$	$0,64 \pm 1,30$	$0,21$
	$I_9$		$0,65 \pm 1,47$	$0,64 \pm 1,45$	$0,21$
Teste	$I_1$		$4,98 \pm 12,18$	$4,57 \pm 9,56$	$1,15$
	$I_2$		$2,99 \pm 8,65$	$2,67 \pm 6,45$	$0,73$
	$I_3$		$2,06 \pm 7,70$	$1,75 \pm 5,48$	$0,54$
	$I_4$		$1,54 \pm 6,73$	$1,27 \pm 4,63$	$0,41$
	$I_5$		$1,32 \pm 6,32$	$1,06 \pm 4,19$	$0,36$
	$I_6$		$1,21 \pm 6,13$	$0,96 \pm 3,92$	$0,33$
	$I_7$		$1,17 \pm 6,06$	$0,91 \pm 3,77$	$0,31$
	$I_8$		$1,15 \pm 6,05$	$0,90 \pm 3,73$	$0,30$
	$I_9$		$1,15 \pm 6,07$	$0,91 \pm 3,83$	$0,30$

Nota-se que o erro residual de calibração e o erro de reconstrução obtidos por meio da aplicação do método local de correção da distorção da lente, para ambos conjuntos de imagens, são menores que os obtidos pela aplicação da correção homogênea, tanto em valor médio quanto em desvio padrão.

Para o conjunto de treinamento, observa-se que, assim como para a correção homogênea, o erro residual e o erro de profundidade obtidos pela correção heterogênea decrescem à medida que se aumenta a ordem do modelo de correção de  $I_1$  a  $I_5$ , sendo que, a partir deste, o aumento na ordem do modelo não implica em variação significativa dos erros. Observa-se, ainda,

que o erro residual e o erro de reconstrução obtidos para correção heterogênea usando modelo de correção de ordem 4,  $I_2$ , são menores que aqueles obtidos pela correção homogênea usando modelo de correção de maior ordem (ordem 18,  $I_9$ ). Ademais, ao comparar a utilização da correção heterogênea, modelo  $I_5$ , à utilização da correção homogênea, modelo  $I_3$ , nota-se uma redução do erro residual de 3,82 *pixels* para 0,77 *pixels* e do erro de reconstrução de 0,7 *mm* para 0,27 *mm*, sendo que os desvios padrões reduzem de 5,09 *pixels* para 1,6 *pixels* e de 1,3 *mm* para 0,43 *mm*.

Novamente, como esperado, os erros obtidos para o conjunto de teste são maiores que os obtidos para o conjunto de treinamento. Assim como para o conjunto de treinamento, a utilização do método local com modelo de correção de ordem 4,  $I_2$ , garantiu erro residual e erro de reconstrução menores que os obtidos para correção homogênea com modelo de máxima ordem (ordem 18,  $I_9$ ). Mais uma vez, ao comparar a utilização da correção heterogênea, modelo  $I_5$ , com a utilização da correção homogênea, modelo  $I_3$ , nota-se uma redução do erro residual de 4,95 *pixels* para 1,32 *pixels* e do erro de reconstrução de 0,77 *mm* para 0,36 *mm*.

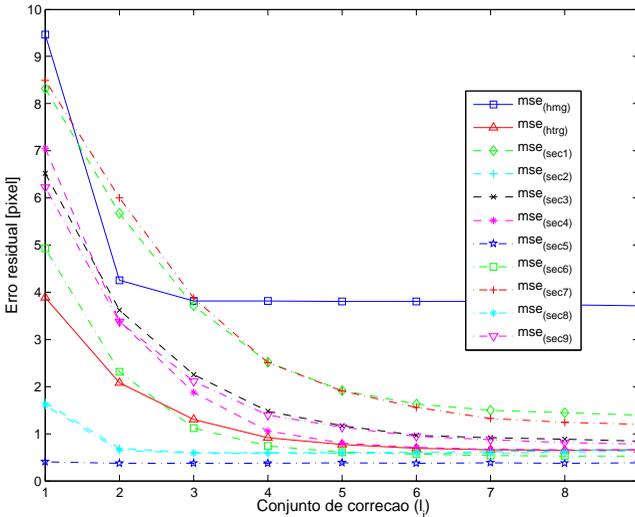


Figura 32: Evolução do erro residual para cada seção das imagens do conjunto de treinamento distorcido pelo modelo de ordem 2,  $I_1$ .

Para verificar a influência da correção da distorção em cada seção sobre o erro residual, mostra-se, nas Figuras 32 e 33, o comportamento do erro residual, em função da ordem do modelo de correção, para cada uma das 9

seções em que as imagens foram divididas.

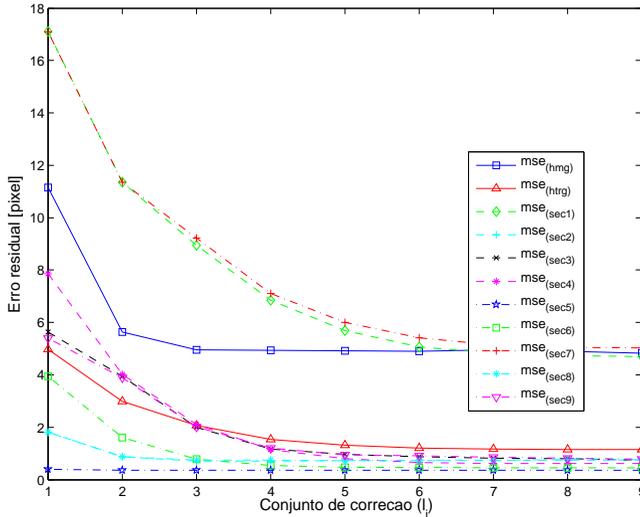


Figura 33: Evolução do erro residual para cada seção das imagens do conjunto de teste distorcido pelo modelo de ordem 2,  $I_1$ .

Percebe-se que, nas seções mais externas, o erro residual é maior que nas demais, sendo ordenadas em ordem decrescente de erro residual como a seguir: 7, 1, 4, 3, 9, 6, 8, 2 e 5. As duas únicas seções da imagem em que o erro residual é maior que o erro residual homogêneo, são as seções 7 e 1; as demais, para qualquer ordem do modelo de correção, possuem erro residual menor que o erro residual homogêneo. Para o conjunto de treinamento, o erro residual das seções 1 e 7 torna-se menor que o erro da correção homogênea a partir do modelo de correção de ordem 6,  $l_3$ . Enquanto que, para o conjunto de teste, o erro residual nestas seções equipara-se ao erro obtido com a correção homogênea a partir do modelo de correção de ordem 14,  $l_7$ .

### Tempo de Processamento

Apresenta-se, na Figura 34, a curva de evolução do tempo de processamento em função da ordem do modelo de correção da distorção da lente, comparando-se o tempo médio de correção da distorção da lente para uma determinada imagem do conjunto de treinamento quando da aplicação do método global, correção homogênea, com o obtido quando da utilização do método local, correção heterogênea. Os valores do tempo de processamento, em

segundos, para cada método e modelo de correção encontram-se explicitados na Tabela 10.

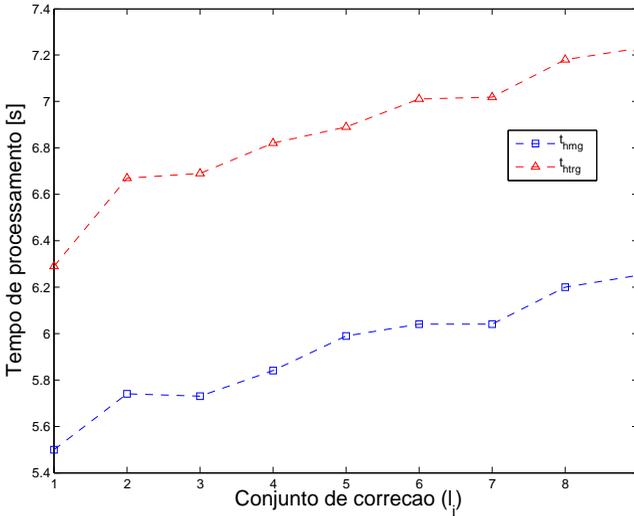


Figura 34: Evolução do tempo de processamento em função da ordem do modelo de correção homogênea e heterogênea da distorção da lente.

Percebe-se que o tempo de processamento aumenta à medida que se aumenta a ordem do modelo de correção da distorção da lente. Além disso, o tempo de processamento para o método local é aproximadamente 16% maior que o obtido ao aplicar correção homogênea.

Tabela 10: Tempo de processamento, em segundos, de acordo com o modelo de correção da distorção da lente, para a aplicação tanto do método global quanto do método local de correção.

Método	Distorção								
	$l_1$	$l_2$	$l_3$	$l_4$	$l_5$	$l_6$	$l_7$	$l_8$	$l_9$
Global	5,50	5,74	5,73	5,84	5,99	6,04	6,04	6,20	6,25
Local	6,29	6,67	6,69	6,82	6,89	7,01	7,02	7,18	7,23

### MODELO DE DISTORÇÃO DE ORDEM 4, $\checkmark_2$

Na Figura 35, apresenta-se a evolução do erro residual e do erro de reconstrução em função do aumento da ordem do modelo de correção da distorção da lente, tanto para o método de correção global quanto para o método de correção local, sendo que a distorção foi simulada pela aplicação do modelo de distorção de ordem 4,  $\checkmark_2$ . Os valores dos erros obtidos com a aplicação do método local são descritos na Tabela 11.

Diferentemente do que aconteceu no caso da correção da distorção de ordem 2  $\checkmark_1$ , apresentado anteriormente, nota-se que a utilização do método local de correção para o modelo de distorção de ordem 4,  $\mathbf{I}_2$ , não aporta grandes diferenças em relação aos resultados obtidos usando o método global.

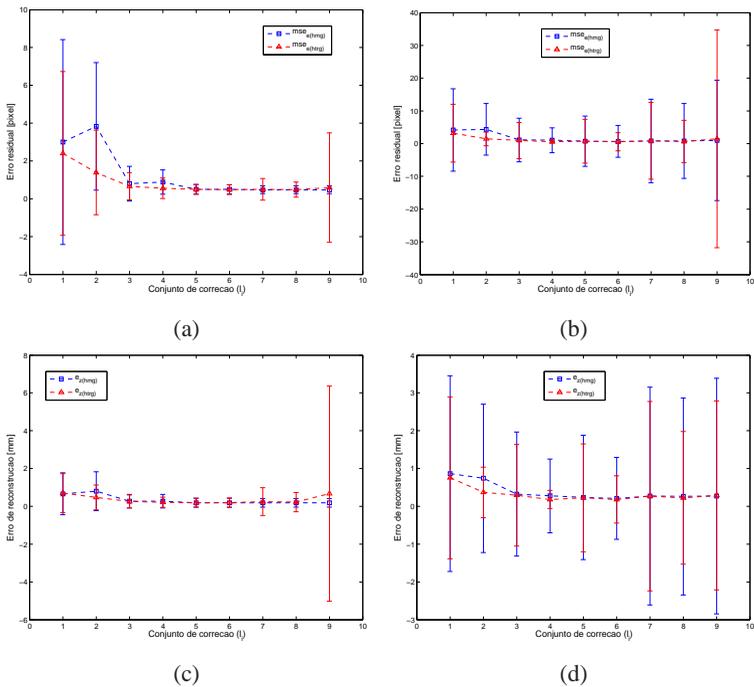


Figura 35: Evolução do erro residual e do erro de reconstrução em função da ordem do modelo de correção da lente, aplicado aos conjuntos (a) e (c) de treinamento e (b) e (d) de teste, ambos distorcidos pelo modelo de ordem 4,  $\checkmark_2$ , e corrigidos usando o Método Local proposto.

Observa-se na Figura 35(a) que, para a aplicação do método hetero-

gêneo sobre o conjunto de treinamento, os menores erros residual e de reconstrução são obtidos utilizando o modelo de correção de ordem 10,  $I_5$ , e são bastante semelhantes aos erros resultantes da aplicação do método global, também usando modelo de correção de ordem 10. No entanto, observa-se que a aplicação do método local eliminou o efeito inesperado do acréscimo dos erros residual e de reconstrução ao aumentar a ordem do modelo de correção de 2 para 4,  $I_1$  para  $I_2$ . Além disso, é para o modelo de correção de ordem 2 que se obtém a maior diferença de resposta entre a aplicação do método global e do método local para distorção de ordem 4, sendo que o erro residual médio reduziu em 2,44 *pixels* e o desvio padrão, em 1,13 *pixels*, enquanto que o erro de reconstrução reduziu em 0,33 *mm*.

Tabela 11: Erro residual,  $mse_e$  e  $mse_d$ , em *pixel* e erro de reconstrução,  $e_z$ , em *mm*, para as imagens dos conjuntos de treinamento e de teste, distorcidas pelo modelo de ordem 4,  $I_2$ , mas corrigidas heterogeneamente pelos diferentes modelos de correção da distorção,  $I_j$ ,  $j = 1, \dots, 9$ .

		Modelo de Correção	Erro		
			$mse_e$	$mse_d$	$e_z$
Treinamento	$I_1$		$2,40 \pm 4,34$	$2,41 \pm 4,34$	0,70
	$I_2$		$1,39 \pm 2,24$	$1,39 \pm 2,24$	0,47
	$I_3$		$0,66 \pm 0,72$	$0,66 \pm 0,73$	0,26
	$I_4$		$0,55 \pm 0,54$	$0,56 \pm 0,55$	0,21
	$I_5$		$0,49 \pm 0,26$	$0,49 \pm 0,26$	0,19
	$I_6$		$0,48 \pm 0,26$	$0,49 \pm 0,27$	0,19
	$I_7$		$0,50 \pm 0,57$	$0,50 \pm 0,56$	0,25
	$I_8$		$0,49 \pm 0,40$	$0,49 \pm 0,40$	0,22
	$I_9$		$0,59 \pm 2,89$	$0,60 \pm 3,02$	0,67
Teste	$I_1$		$3,22 \pm 8,82$	$3,20 \pm 8,81$	0,75
	$I_2$		$1,45 \pm 2,08$	$1,46 \pm 2,12$	0,37
	$I_3$		$0,96 \pm 5,53$	$0,96 \pm 5,59$	0,29
	$I_4$		$0,58 \pm 0,45$	$0,58 \pm 0,45$	0,18
	$I_5$		$0,72 \pm 6,68$	$0,72 \pm 6,73$	0,23
	$I_6$		$0,57 \pm 2,75$	$0,56 \pm 2,52$	0,18
	$I_7$		$0,84 \pm 11,72$	$0,81 \pm 10,84$	0,27
	$I_8$		$0,66 \pm 6,43$	$0,74 \pm 9,39$	0,22
	$I_9$		$1,47 \pm 33,28$	$1,00 \pm 15,30$	0,29

Apresenta-se, nas Figuras 36 e 37 o erro residual para cada seção das imagens dos conjuntos de treinamento e de teste, respectivamente.

Assim como para o caso anterior, para o qual o modelo de distorção era de ordem 2, percebe-se que, nas seções mais externas, o erro residual é maior

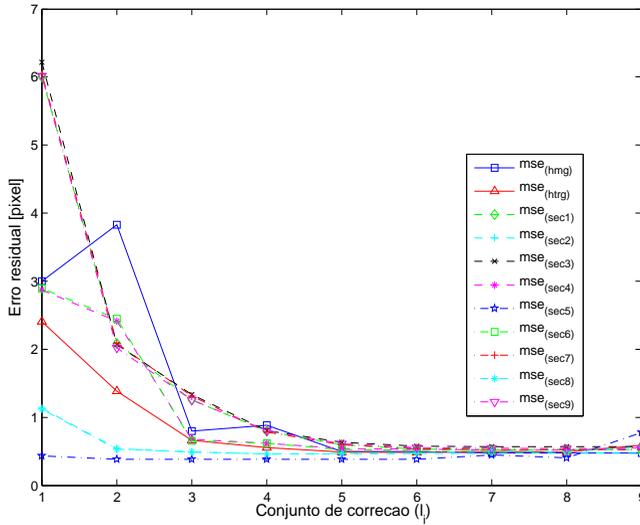


Figura 36: Evolução do erro residual para cada seção das imagens do conjunto de treinamento distorcido pelo modelo de ordem 4,  $\mathcal{I}_2$ .

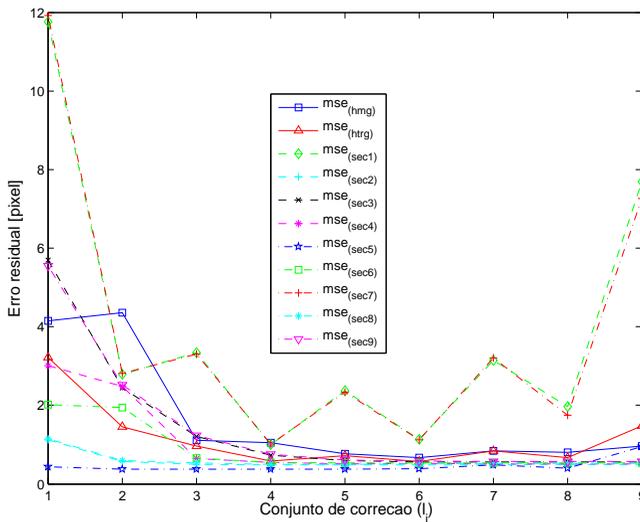


Figura 37: Evolução do erro residual para cada seção das imagens do conjunto de teste distorcido pelo modelo de ordem 4,  $\mathcal{I}_2$ .

que nas demais, sendo ordenadas em ordem decrescente de erro residual como a seguir: 7, 1, 3, 9, 4, 6, 8, 2 e 5. Para o conjunto de treinamento, as seções 7, 1, 3 e 9 possuem erro residual maior que o erro residual homogêneo, sendo que se equiparam a partir do modelo de correção  $I_4$ . Estas mesmas quatro seções possuem, para o conjunto de testes, erro residual maior ao erro residual homogêneo, sendo que o erro das seções 3 e 9 torna-se menor ao erro residual homogêneo a partir do modelo de correção  $I_2$ , e o erro das seções 1 e 7 torna-se menor que o erro residual homogêneo apenas quando utiliza-se modelo de correção de ordem 4 e de ordem 8,  $I_2$  e  $I_4$ , respectivamente.

MODELO DE DISTORÇÃO DE ORDEM 6,  $\check{I}_3$

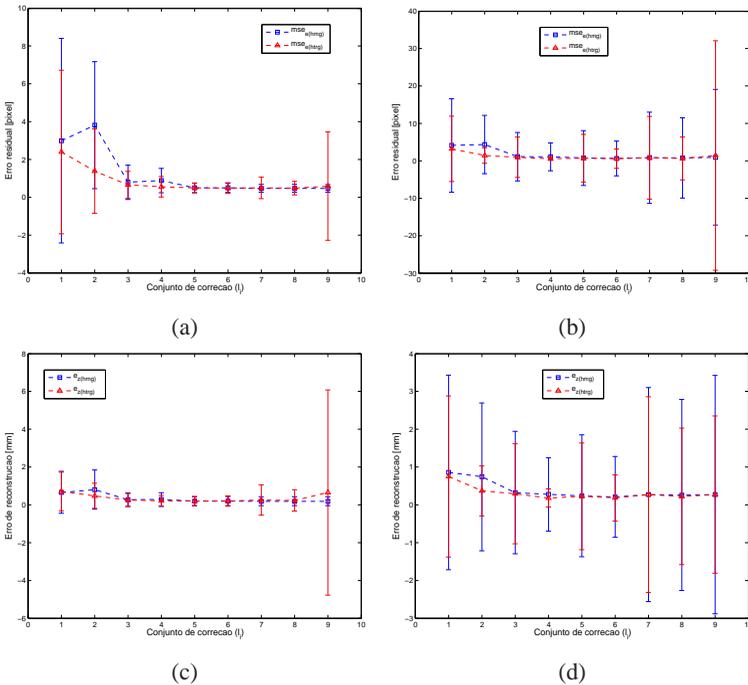


Figura 38: Evolução do erro residual e do erro de reconstrução em função da ordem do modelo de correção da lente, aplicado aos conjuntos (a) e (c) de treinamento e (b) e (d) de teste, ambos distorcidos pelo modelo de ordem 6,  $\check{I}_3$ , e corrigidos usando o Método Local proposto.

Como pode-se observar pela Figura 38 e pela Tabela 12, o comportamento do erro residual e do erro de reconstrução para a correção heterogênea da distorção de ordem 3 é bastante similar ao da correção heterogênea da distorção de ordem 2, sendo assim, a análise é a mesma. O mesmo ocorre para modelos de distorção de ordem superior a 6,  $I_4$  a  $I_7$ .

Tabela 12: Erro residual,  $mse_e$  e  $mse_d$ , em *pixel* e erro de reconstrução,  $e_z$ , em *mm*, para as imagens dos conjuntos de treinamento e de teste, distorcidas pelo modelo de ordem 6,  $\check{I}_3$ , mas corrigidas heterogeneamente pelos diferentes modelos de correção da distorção,  $I_j$ ,  $j = 1, \dots, 9$ .

		Modelo de Correção	Erro		
			$mse_e$	$mse_d$	$e_z$
Treinamento	$I_1$		$2,40 \pm 4,33$	$2,40 \pm 4,33$	$0,71$
	$I_2$		$1,38 \pm 2,23$	$1,38 \pm 2,23$	$0,48$
	$I_3$		$0,66 \pm 0,72$	$0,66 \pm 0,72$	$0,26$
	$I_4$		$0,55 \pm 0,54$	$0,55 \pm 0,55$	$0,22$
	$I_5$		$0,49 \pm 0,25$	$0,49 \pm 0,25$	$0,19$
	$I_6$		$0,48 \pm 0,28$	$0,49 \pm 0,29$	$0,20$
	$I_7$		$0,50 \pm 0,57$	$0,50 \pm 0,55$	$0,26$
	$I_8$		$0,48 \pm 0,36$	$0,49 \pm 0,42$	$0,23$
	$I_9$		$0,59 \pm 2,87$	$0,59 \pm 2,86$	$0,65$
Teste	$I_1$		$3,20 \pm 8,73$	$3,19 \pm 8,78$	$0,75$
	$I_2$		$1,45 \pm 2,07$	$1,46 \pm 2,11$	$0,37$
	$I_3$		$0,96 \pm 5,42$	$0,96 \pm 5,52$	$0,29$
	$I_4$		$0,58 \pm 0,46$	$0,57 \pm 0,45$	$0,18$
	$I_5$		$0,71 \pm 6,35$	$0,71 \pm 6,75$	$0,23$
	$I_6$		$0,57 \pm 2,56$	$0,56 \pm 2,56$	$0,18$
	$I_7$		$0,83 \pm 11,04$	$0,85 \pm 12,18$	$0,27$
	$I_8$		$0,64 \pm 5,73$	$0,75 \pm 10,04$	$0,22$
	$I_9$		$1,41 \pm 30,69$	$1,01 \pm 22,41$	$0,27$

### CONSIDERAÇÕES ACERCA DA CORREÇÃO HETEROGÊNEA

Verifica-se que, para todos os modelos de distorção da lente simulados, a correção heterogênea da distorção da lente possibilita seja obter os menores erros residual e de reconstrução quando comparados aos valores retornados pela correção homogênea, seja obter um erro semelhante ao retornado pela correção homogênea, mas com um modelo de correção de menor ordem. No entanto, o método proposto apresenta um maior custo de proces-

samento, aproximadamente 16% maior que o tempo de processamento gasto pelo método global, considerando a utilização de modelos de correção de mesma ordem.

Sendo assim, a Hipótese 2 é válida para os modelos de lente utilizados. Contudo, faz-se necessário ressaltar que os resultados obtidos pela aplicação do método local pode não ser significativo para muitas aplicações, sendo indicado principalmente para aquelas que requerem precisão ou em que a distorção da lente é de alta distorção.

Quanto à ordem de grandeza do erro de reconstrução nos experimentos realizados, a redução de erro igual a  $1,3 \text{ mm}$  para  $0,43 \text{ mm}$ , obtida na correção heterogênea do modelo de distorção de ordem 2,  $\tilde{I}_1$ , representa um decréscimo de 67 % sobre o valor do erro, no entanto, ao considerar a informação de profundidade ideal do objeto, igual a aproximadamente  $36 \text{ cm}$ , esta redução representa uma passagem de 0,36 % de erro para 0,12 %, proporcionando uma redução de 0,24 % sobre o valor da profundidade. Isso quer dizer que quanto maior a distância do objeto de interesse em uma cena, maior será o erro absoluto de reconstrução.

Recomenda-se que seja feita, para cada aplicação específica, uma análise inicial de viabilidade da utilização do método local proposto (correção heterogênea da distorção), ou mesmo do aumento da ordem do modelo de correção da distorção da lente. Esta pode ser realizada durante o processo de calibração da câmera; e dispondo dos valores do erro e do tempo de processamento determinados para cada método e modelo considerados, pode-se fazer a escolha pela configuração que melhor atenda à aplicação.

## 6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS

Realizou-se, neste trabalho, um estudo acerca da correção da distorção da lente visando reduzir o erro de reconstrução da informação de profundidade em sistemas de visão estereoscópica. Foram propostas duas hipóteses, pelas quais sugere-se que corrigir a distorção da lente considerando um modelo de ordem maior que 6 para a componente radial, assim como estimar um conjunto de coeficientes de correção da distorção da lente para cada seção da imagem, contribui para a redução do erro residual e do erro de reconstrução.

Confirmou-se a validade da primeira Hipótese para um determinado modelo de distorção da lente, para o qual obteve-se, com um modelo de correção de ordem 12, redução de 0,11 *mm* (34,4%) no erro de profundidade quando comparada ao resultado obtido por um modelo de correção de ordem 6. Para um outro modelo de lente simulada, a Hipótese 1 mostrou-se sem validade.

Com o intuito de verificar a validade da Hipótese 2, propôs-se um novo método de correção da distorção da lente, denominado Método Local de Correção da Distorção da Lente. A aplicação do método proposto possibilitou, para todos os modelos de lente simulados, ou obter erro residual e erro de reconstrução menores que os obtidos pela aplicação do método global ou obter um erro semelhante ao retornado pelo método global, mas utilizando um modelo de correção de menor ordem. No entanto, a utilização do método proposto implica em um acréscimo de 16 % no tempo de processamento, considerando utilização de modelos de correção de mesma ordem.

Tal como para o aumento da ordem do modelo de correção, a utilização do método proposto aporta resultados significativos principalmente para aplicações que requerem maior precisão. Recomenda-se, portanto, que a escolha por utilizar o método local proposto, ou mesmo por aumentar a ordem do modelo de correção da distorção da lente, seja feita baseada em uma análise de viabilidade para a aplicação específica; esta análise pode ser realizada durante o processo de calibração do sistema óptico.

### 6.1 SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS

Como apresentado no Capítulo 5, o método proposto apresentou bons resultados, o que foi atingido devido ao fato de se estimar um conjunto de coeficientes de correção da distorção da lente para cada uma das  $N$  seções em que a imagem foi dividida.

Acredita-se que o erro de reconstrução reduza à medida que se au-

mente o número de seções  $N$ . Para avaliar esta hipótese, pode-se analisar o comportamento do erro residual e do erro de reconstrução em função do número de seções da imagem.

Outra possibilidade, é analisar o comportamento do erro de reconstrução ao modificar o padrão de seccionamento. Pode-se, por exemplo, aplicar o método proposto para corrigir a distorção de lentes do tipo *fish-eye*, dividindo a imagem em  $N$  seções, tal como ilustrado na Figura 39.

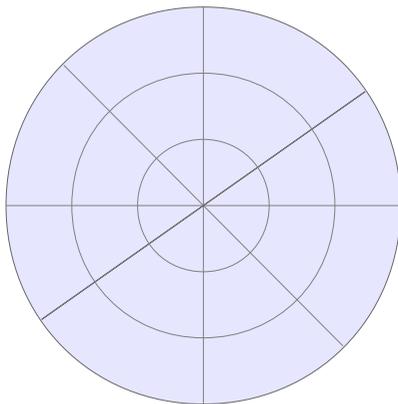


Figura 39: Padrão de seccionamento a utilizar para imagens distorcidas por lentes do tipo *fish-eye*.

Os resultados apresentados neste trabalho, foram obtidos por meio apenas de simulação com imagens sintéticas. Sugere-se aferir os resultados obtidos usando conjuntos de imagens reais. Para tal, é necessário estimar as coordenadas ideais dos *pixels* das imagens independentemente de se conhecer os coeficientes de correção da distorção da lente. Uma solução seria aplicar o método proposto por *Viala&Salmerón* em [58, 109].

O método proposto, por mais que melhore a correção da distorção da lente, não garante continuidade entre duas seções vizinhas, sendo que a descontinuidade apresenta-se mais intensa entre as seções das extremidades da imagem. O estudo de funções que venham a garantir continuidade, ou que venham a suavizar a descontinuidade, aportaria valor ao trabalho realizado e melhoraria a reconstrução 3D quando da utilização do Método Local para a correção da distorção da lente.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] HARTLEY, R.; ZISSERMAN, A. *Multiple View Geometry in Computer Vision*. 2<sup>nd</sup>. ed. : Cambridge University Press, 2003.
- [2] PEDRINI, H.; SCHWARTZ, W. R. *Análise de imagens digitais: princípios, algoritmos e aplicações*. : Thomson Learning, 2008.
- [3] BOUGUET, J.-Y. *Camera Calibration Toolbox for Matlab*. Disponível em: <[www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib\\_doc/](http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib_doc/)>.
- [4] ZHANG, Z. A flexible new technique for camera calibration. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, v. 22, n. 11, p. 1330 – 1334, November 2000.
- [5] KIM, W. et al. Performance analysis and validation of a stereo vision system. In: *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*. 2005.
- [6] HEIKKILÄ, J. Geometric camera calibration using circular control points. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, v. 22, n. 10, p. 1066–1077, October 2000.
- [7] HARTLEY, R.; KANG, S. B. Parameter-free radial distortion correction with center of distortion estimation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, v. 29, n. 8, p. 1309–1321, August 2007.
- [8] GUERCHOUCHE, R.; COLDEFY, F. Camera calibration methods evaluation procedure for images rectification and 3D reconstruction. In: *Proceedings of 16th International Conference in Central Europe on Computer Graphics, Visualization and Computer Vision WSCG'2008*. 2008. p. 205–210.
- [9] TRUCCO, E.; VERRI, A. *Introductory Techniques for 3-D Computer Vision*. : Prentice Hall, 1998.
- [10] WILLSON, R. G.; SHAFER, S. A. What is the center of the image? *J. Opt. Soc. Am. A*, Optical Society of America, v. 11, n. 11, p. 2946–2955, November 1994.
- [11] KINGSLAKE, R. *Optical System Design*. New York: Academic Press, 1983.

- [12] WENG, J.; COHEN, P.; HERNIOU, M. Camera calibration with distortion models and accuracy evaluation. *PAMI*, v. 14, n. 10, p. 965–980, October 1992.
- [13] MEYER-ARENDET, J. R. *Introduction to classical and modern optics*. 4<sup>th</sup>. ed. : Prentice Hall, 1995.
- [14] WANG, J. et al. A new calibration model of camera lens distortion. *Pattern Recognition*, v. 41, n. 2, p. 607–615, February 2008.
- [15] DEVERNAY, F.; DUCHÊNE, S. New view synthesis for stereo cinema by hybrid disparity remapping. In: *International Conference on Image Processing*. 2010.
- [16] BARKER, H.; LI, Z.; PAPADAS, C. Calibrating camera and projector arrays for immersive 3D display. In: *Stereoscopic Displays and Applications XX*. 2009.
- [17] BENZIE, P. et al. A survey of 3DTV displays: Techniques and technologies. *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*, v. 17, n. 11, p. 1647–1658, November 2007.
- [18] STERN, A.; JAVIDI, B. Three-dimensional image sensing, visualization, and processing using integral imaging. *Proceedings of the IEEE*, v. 94, n. 3, p. 591–607, March 2006.
- [19] SURMAN, P. et al. 3D television: Developing a multi-modal multi-viewer TV system of the future. *The Society for Information Display*, v. 12, n. 2, p. 153–158, 2004.
- [20] DODGSON, N. A.; MOORE, J. R.; LANG, S. R. Multi-view autostereoscopic 3D display. In: *International Broadcasting Convention*. 1999. p. 497–502.
- [21] GEIGER, A.; LENZ, P.; URTASUN, R. Are we ready for autonomous driving? The KITTI vision benchmark suite. In: *Computer Vision and Pattern Recognition*. Providence, USA: , 2012.
- [22] PERROLLAZ, M.; SPALANZANI, A.; AUBERT, D. Probabilistic representation of the uncertainty of stereo-vision and application to obstacle detection. In: *IEEE Intelligent Vehicles Symposium*. 2010.
- [23] DANESCU, R. et al. A stereovision-based probabilistic lane tracker for difficult road scenarios. In: *IEEE Intelligent Vehicles Symposium*. Eindhoven University of Technology: , 2008.

- [24] MARK, W. van der; GAVRILA, D. M. Real-time dense stereo for intelligent vehicles. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2006.
- [25] SOPER, T.; PORTER, M.; SEIBEL, E. New approaches to bladder-surveillance endoscopy. *Biomedical Optics & Medical Imaging*, April 2011.
- [26] SRINIVASAN, M. V.; THURROWGOOD, S.; SOCCOL, D. Competent vision and navigation systems: from flying insects to autonomously navigation robots. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, v. 16, n. 3, p. 59–71, September 2009.
- [27] XUAN, J. Q. et al. The study of an improved algorithm for binocular stereo vision based on intra-vehicular robot system. In: *3rd IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications*. 2008.
- [28] BUALAT, M. et al. Autonomous robotic inspection for lunar surface operations. In: *International Conference on Field and Service Robotics - FSR'07*. Chamonix, France: , 2007.
- [29] PINTO, T.; KOHLER, C.; ALBERTAZZI, A. Regular mesh measurement of large free form surfaces using stereo vision and fringe projection. *Optics and Lasers in Engineering*, v. 50, p. 910 – 916, July 2012.
- [30] WAN, L. C.; SEBASTIAN, P.; VOON, Y. V. Stereo vision tracking system. In: *International Conference on Future Computer and Communication*. 2009. p. 487–491.
- [31] REITINGER, B.; ZACH, C.; SCHMALSTIEG, D. Augmented reality scouting for interactive 3D reconstruction. In: *IEEE Virtual Reality Conference*. 2007. p. 219–222.
- [32] ZHU, Z. et al. Panoramic virtual stereo vision of cooperative mobile robots for localizing 3D moving objects. In: *IEEE Workshop on Omnidirectional Vision*. 2000.
- [33] WALLACE, A. M. Industrial applications of stereo computer vision since 1982. In: *IEEE Proc. Computers and Digital Techniques*. 1988. v. 135, p. 117–136.
- [34] AHMED, M. F. *Development of a stereo vision system for outdoor mobile robots*. Tese (Doutorado) — University of Florida, 2006.

- [35] MORENO, F. A.; BLANCO, J.-L.; GONZALEZ, J. A probabilistic observation model for stereo vision systems: Application to particle filter-based mapping and localization. In: *IbPRIA*. 2007.
- [36] LLORCA, D. F. et al. Error analysis in a stereo vision-based pedestrian detection sensor for collision avoidance applications. *Sensors*, v. 10, n. 4, p. 3741–3758, April 2010.
- [37] LINDER, W. *Digital Photogrammetry: a practical course*. 2<sup>nd</sup>. ed. : Springer, 2006.
- [38] YI, S.; AHUJA, N. A novel omnidirectional stereo vision system with a single camera. In: STOLKIN, R. (Ed.). *Scene Reconstruction, Pose Estimation and Tracking*. Vienna, Austria: , 2007. p. 455–466.
- [39] LI, Z.-N.; ZHANG, D. Real-time line-based motion stereo. In: *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. 1993.
- [40] BOUGUET, J.-Y. *Visual Methods for three-dimensional modeling*. Tese (Doutorado) — California Institute of Technology, 1999.
- [41] NATIONAL Museum of Natural History. Disponível em: <[www.mnh.si.edu/panoramas/](http://www.mnh.si.edu/panoramas/)>.
- [42] MUSÉE du Louvre. Disponível em: <[musee.louvre.fr/visite-louvre/index.html?lang=FRA](http://musee.louvre.fr/visite-louvre/index.html?lang=FRA)>.
- [43] NGAU, C. W. H.; ANG, L. M.; SENG, K. P. Multi camera visual saliency using image stitching. In: *International Conference on Telecommunication Technology and Applications*. 2011. v. 5, p. 93–98.
- [44] ACHMED, I.; CONNAN, J. A panoramic video system. In: *South African Telecommunication Networks and Applications Conference*. 2009. p. 279–284.
- [45] MANDELBAUM, R.; RIDDLE, G. H. N. *Method and System to allow panoramic visualization using multiple cameras*. May 2004. Patent application publication.
- [46] IKEDA, S.; SATO, T.; YOKOYA, N. Panoramic movie generation using an omnidirectional multi-camera system for telepresence. In: *Image Analysis*. : Spinger Berlin Heidelberg, 2003, (Lecture Notes in Computer Science, v. 2749). p. 1074–1081.

- [47] SCHÖNBEIN, M.; RAPP, H.; LAUER, M. Panoramic 3D reconstruction with three catadioptric cameras. In: *International Conference on Intelligent Autonomous Systems*. 2012.
- [48] ERDTMANN, M. J. K. *Desenvolvimento de uma plataforma robótica móvel incluindo sistema embarcado de visão estéreo*. Dissertação (Mestrado) — Dept. de Engenharia de Automação e Sistemas, Universidade Federal de Santa Catarina, 2009.
- [49] XIONG, Y.; MATTHIES, L. Error analysis of a real-time stereo system. In: *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. 1997.
- [50] BELHAOUA, A.; KOHLER, S.; HIRSCH, E. Error evaluation in a stereovision-based 3D reconstruction system. *EURASIP Journal on Image and Video Processing*, v. 2010, p. 2:1–2:12, January 2010.
- [51] MATTHIES, L.; SHAFER, S. Error modeling in stereo navigation. *IEEE Journal of Robotics and Automation*, 1987.
- [52] ROVIRA-MÁS, F.; ZHANG, Q.; REID, J. F. Automated agricultural equipment navigation using stereo disparity images. *American Society of Agricultural Engineers*, v. 47, n. 4, p. 1289–1300, 2004.
- [53] SE, S.; PEARS, N. Passive 3D imaging. In: PEARS, N.; LIU, Y.; BUNTING, P. (Ed.). *3D Imaging, Analysis and Applications*. : Springer London, 2012. p. 35 – 94.
- [54] GAO, X.; KLEIHORST, R.; SCHUELER, B. Implementation of auto-rectification and depth estimation of stereo video in a real-time smart camera system. In: *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshops*. 2008.
- [55] AGUILERA, D. G.; LAHOZ, J. G.; GONZÁLVEZ, P. R. An automatic approach for radial lens distortion correction from a single image. *IEEE Sensors Journal*, v. 11, n. 4, p. 956–965, April 2011.
- [56] BRADSKI, G.; KAEHLER, A. *Learning OpenCV: Computer Vision with the OpenCV Library*. 1<sup>st</sup>. ed. : O'Reilly, 2008.
- [57] BROWN, D. C. Close-range camera calibration. *PHOTOGRAMMETRIC ENGINEERING*, v. 37, n. 8, p. 855–866, 1971.
- [58] VIALA, C. R.; SALMERÓN, A. S. Robust metric calibration of non-linear camera lens distortion. *Pattern Recognition*, v. 43, n. 4, p. 1688–1699, April 2010.

- [59] TSAI, R. A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lenses. *RA*, v. 3, n. 4, p. 323–344, 1987.
- [60] JOSÉ, M. A. *Reconstrução Tridimensional de Baixo Custo a partir de par de Imagens Estéreo*. Dissertação (Mestrado) — Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 2008.
- [61] STIVANELLO, M. E. *Desenvolvimento de uma Biblioteca para Sistemas de Visão Estereoscópica para Robótica Móvel*. Dissertação (Mestrado) — Dept. de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina, 2008.
- [62] HUGUET, F. *Modélisation et calcul du flot de scène stéréoscopique par une méthode variationnelle*. Tese (Doutorado) — INRIA Rhône-Alpes, Université Josph Fourier - Grenoble I, 2009.
- [63] MA, Y. et al. *An Invitation to 3D Vision: from images to models*. : Springer, 2004.
- [64] FAUGERAS, O.; LUONG, Q.-T. *The Geometry of Multiple Images*. : The MIT Press, 2001.
- [65] DEVERNAY, F. *Vision stéréoscopique et propriétés différentielles des surfaces*. Tese (Doutorado) — École Polytechnique, 1997.
- [66] PINTO, T. L. F. da C. *Medição Óptica, Comparação e Sinalização de Superfícies com Forma Livre de Grande Extensão*. Tese (Doutorado) — Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Junho 2010.
- [67] FRANÇA, J. A. de. *Calibração de um sistema de visão estéreo: de correspondências de pontos à reconstrução euclidiana*. Tese (Doutorado) — Dept. de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina, 2005.
- [68] LIEBOWITZ, D. *Camera Calibration and Reconstruction of Geometry from Images*. Tese (Doutorado) — Departement of Engineering Science, University of Oxford, 2001.
- [69] BENEVENUTI, F. *Calibração de um conjunto binocular para uso em estereoscopia e robótica móvel*. Dissertação (Mestrado) — Dept. de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina, 2001.
- [70] BIRCHFIELD, S. T. *Depth and Motion Discontinuities*. Tese (Doutorado) — Dept. of Electrical Engineering, Stanford University, June 1999.

- [71] STEIN, G. P. *Internal camera calibration using rotation and geometric shapes*. Dissertação (Mestrado) — Electrical Engineering and Computer Science, Massachusetts Institute of Technology, 1993.
- [72] LENHARDT, K. Handbook of machine vision. In: \_\_\_\_\_. : Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2007. cap. Optical Systems in Machine Vision, p. 205–331.
- [73] MEYER, C. D. *Matrix Analysis and Applied Linear Algebra*. : SIAM, 2000.
- [74] SALVI, J.; ARMANGUÉ, X.; BATLE, J. A comparative review of camera calibration methods with accuracy evaluation. *Pattern Recognition*, v. 35, p. 1617–1635, July 2002.
- [75] ZHANG, T.; BOULT, T. Realistic stereo error models and finite optimal stereo baselines. In: *2011 IEEE Workshop on Applications of Computer Vision (WACV)*. 2011.
- [76] JR., O. P.; MAYER, J. Estudo dos efeitos dos erros residuais de calibração na determinação da profundidade em sistemas de visão estereoscópica. In: *X Conferência de Estudos em Engenharia Elétrica*. 2012.
- [77] GUO, A.; XIONG, J. Error analysis on camera calibration in binocular stereo vision. In: *International Conference on Information Engineering and Computer Science - ICIECS*. 2009. p. 1–4.
- [78] XU, G. Y.; CHEN, L. P.; GAO, F. Study on binocular stereo camera calibration method. In: *2011 International Conference on Image Analysis and Signal Processing (IASP)*. 2011. p. 133–137.
- [79] RUFLI, M.; SCARAMUZZA, D.; SIEGWART, R. Automatic detection of checkerboards on blurred and distorted images. In: *International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. 2008. p. 3121–3126.
- [80] HAERTEL, M. E. M. *Perfilômetro óptico externo para dutos expostos à corrosão*. Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Metrologia Científica e Industrial, Universidade Federal de Santa Catarina, 2009.
- [81] ZOLLNER, H.; SABLATNIG, R. Comparison of methods for geometric camera calibration using planar calibration targets. In: *Digital Imaging in Media and Education*. 2004. v. 179, p. 237–244.

- [82] HEIKKILÄ, J.; SILVEN, O. A four-step camera calibration procedure with implicit image correction. In: *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. 1997.
- [83] FAUGERAS, O. D.; TOSCANI, G. Camera calibration for 3D computer vision. In: *International Workshop on Machine Vision and Machine Intelligence*. 1987. p. 240–247.
- [84] GONZÁLEZ, I. et al. Stability study of camera calibration methods. In: *WAF 2005 Workshop en Agentes Físicos*. 2005.
- [85] WEI, G.-Q.; MA, S. A complete two-plane camera calibration method and experimental comparisons. In: *Fourth International Conference on Computer Vision*. 1993. p. 439–446.
- [86] PATIL, S. et al. Comparison of various stereo vision cost aggregation methods. *International Journal of Engineering and Innovative Technology*, v. 2, n. 8, p. 222–226, February 2013.
- [87] SCHARSTEIN, D.; SZELISKI, R.; ZABIH, R. A taxonomy and evaluation of dense two-frame stereo correspondence algorithms. In: *IEEE Workshop on Stereo and Multi-Baseline Vision*. 2001. p. 131 – 140.
- [88] KODAK. *CCD Image Sensor Noise Sources*. 2005. Application Note. Revision 2.1.
- [89] TSIN, Y.; RAMESH, V.; KANADE, T. Statistical calibration of CCD imaging process. In: *IEEE International Conference on Computer Vision*. 2001.
- [90] XU, D.; LI, Y. F.; TAN, M. Method for calibrating cameras with large lens distortion. *Optical Engineering*, v. 45, n. 4, April 2006.
- [91] SHIH, S.-W.; HUNG, Y.-P.; LIN, W.-S. When should we consider lens distortion in camera calibration. *Pattern Recognition*, v. 28, n. 3, p. 447–461, March 1995.
- [92] CLARKE, T. A.; FRYER, J. G.; WANG, X. The principal point and CCD cameras. *The Photogrammetric Record*, v. 16, p. 293–312, October 1998.
- [93] GARIBOTTO, G. A new optical distortion model for multi-camera calibration. In: *IEEE International Conference on Advanced Video and Signal Based Surveillance - AVSS*. 2009. p. 508 –513.

- [94] ALVAREZ, L.; GOMEZ, L.; SENDRA, J. An algebraic approach to lens distortion by line rectification. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, v. 35, n. 1, p. 36–50, 2009.
- [95] KUKELOVA, Z.; PAJDLA, T. A minimal solution to the autocalibration of radial distortion. In: *CVPR07*. 2007. p. 1–7.
- [96] CLAUS, D.; FITZGIBBON, A. A rational function lens distortion model for general cameras. In: *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. 2005.
- [97] ZOLLNER, H.; SABLATNIG, R. A method for determining geometrical distortion of off-the-shelf wide-angle cameras. In: *DAGM05*. 2005. p. 224–229.
- [98] GRAF, S.; HANNING, T. Analytically solving radial distortion parameters. In: *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition - CVPR*. 2005. v. 2, p. 1104–1109.
- [99] BURCHARDT, C. B. A simple new method for precise lens distortion correction of low cost camera systems. In: *Pattern Recognition - 26th DAGM Symposium*. 2004. p. 570–577.
- [100] LOBÃO, F. S. *Calibração com mapeamento das distorções geométricas aplicada a um sistema de visão estéreo*. Dissertação (Mestrado) — Dept. de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília, 2004.
- [101] KLEIN, M. V.; FURTAK, T. E. *Optics*. 2<sup>nd</sup>. ed. : John Wiley & Sons, 1986.
- [102] WEI, G. Q.; MA, S. D. Implicit and explicit camera calibration: Theory and experiments. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, v. 16, p. 469–480, May 1994.
- [103] ZHANG, Z. *A flexible new technique for camera calibration*. Dec. 1998. <http://research.microsoft.com/en-us/um/people/zhang/calib/>.
- [104] FRYER, J.; BROWN, D. Lens distortion for close-range photogrammetry. *PhEngRS*, v. 52, n. 1, p. 51–58, 1986.
- [105] JOSEPHSON, K.; BYROD, M. Pose estimation with radial distortion and unknown focal length. In: *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition - CVPR*. 2009. p. 2419–2426.

- [106] MALLON, J.; WHELAN, P. Precise radial un-distortion of images. In: *17th International Conference on Pattern Recognition - ICPR*. 2004. v. 1, p. 18 – 21.
- [107] WANG, J. et al. A new calibration model and method of camera lens distortion. In: *IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems*. 2006.
- [108] HARTLEY, R.; KANG, S. B. *Parameter-Free Radial Distortion Correction with Center of Distortion Estimation*. 2005.
- [109] VIALA, C. R.; SALMERÓN, A. S. Correcting non-linear lens distortion in cameras without using a model. *Optics & Laser Technology*, v. 42, n. 4, p. 628–639, Junho 2010.