

TANISIA DE CARLI FOLETTTO

**PROPOSTA DE ESTIMADOR NÃO LINEAR
INTERMITENTE PARA SISTEMAS DE CONTROLE
VIA REDE SEM FIO**

**FLORIANÓPOLIS
2013**

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Foletto, Tanisia De Carli

Proposta de estimador não linear intermitente para sistemas de controle via rede sem fio / Tanisia De Carli Foletto ; orientador, Ubirajara Franco Moreno - Florianópolis, SC, 2013.

108 p.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas.

Inclui referências

1. Engenharia de Automação e Sistemas. 2. Controle via rede sem fio. 3. Estimação de estado. 4. Perda de Pacotes. 5. Filtro de Kalman unscented com observações intermitentes. I. Moreno, Ubirajara Franco . II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas. III. Título.

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
EM ENGENHARIA DE AUTOMAÇÃO E SISTEMAS**

**PROPOSTA DE ESTIMADOR NÃO LINEAR
INTERMITENTE PARA SISTEMAS DE CONTROLE
VIA REDE SEM FIO**

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação
em Engenharia de Automação e Sistemas
da Universidade Federal de Santa Catarina
como requisito para a obtenção do título
de Doutor em Engenharia de Automação e Sistemas.

TANISIA DE CARLI FOLETTO

Orientador: Prof. Ubirajara Franco Moreno, Dr.

Florianópolis, Novembro de 2013.

**PROPOSTA DE ESTIMADOR NÃO LINEAR INTERMITENTE
PARA SISTEMAS DE CONTROLE VIA REDE SEM FIO**

Tania De Carli Foletto

Tese submetida à Universidade Federal de Santa Catarina como parte dos requisitos para a obtenção do Grau de Doutor em Engenharia de Automação e Sistemas

Prof. Ubirajara Franco Moreno, Dr.
Orientador

Prof. Jomi Fred Hubner, Dr.
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas

Banca Examinadora:

Prof. Ubirajara Franco Moreno, Dr.
Presidente

Prof. Vilma Alves de Oliveira, Dra, USP/São Carlos

Prof. Luis Miguel Pinho de Almeida, Dr., FEUP/UP

Prof. Eugênio de Bona Castelan Neto, Dr., DAS/UFSC

Prof. Daniel Ferreira Coutinho, Dr., DAS/UFSC

Prof. Hector Bessa Silveira, Dr., DAS/UFSC

À minha família

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer a todos aqueles que, de alguma forma, contribuíram para a realização desta tese.

Inicialmente minha família, por sempre ter me apoiado nas minhas escolhas e por me terem dado a possibilidade de fazer a minha formação, mesmo com muitas dificuldades e sacrifício pessoal.

Ao meu orientador, professor Ubirajara, pela oportunidade, pelo conhecimento compartilhado e por ter me guiado ao longo desta pesquisa. Agradeço também por ter me proporcionado a realização do estágio sanduíche na FEUP (Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto), um período de grande crescimento pessoal e profissional.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior CAPES/REUNI e CAPE/FCT pelo auxílio financeiro durante a realização deste doutorado.

Aos professores, pelos exemplos de dedicação, compromisso e notório saber, me forneceram a base teórica necessária para que este trabalho pudesse ser concluído.

Agradeço também aos meus amigos, cujos nomes não cito explicitamente com medo de esquecer-me de algum deles, pelos momentos de riso e descontração.

PROPOSTA DE ESTIMADOR NÃO LINEAR INTERMITENTE PARA SISTEMAS DE CONTROLE VIA REDE SEM FIO

Tania De Carli Foletto

Novembro/2013

Orientador: Prof. Ubirajara Franco Moreno, Dr.

Área de Concentração: Controle, Automação e Sistemas

Palavras-chave: Sistema de Controle Via Rede Não Linear, Estimação de Estado, Filtro de Kalman *unscented* com Observações Intermitentes, Perda de Pacotes.

Nesta tese, é tratado do problema de estimação em Sistemas de Controle Via Rede sem fio. Um dos principais desafios em redes sem fio é a perda de pacote induzida pela rede, pois impactará no desempenho do sistema, podendo causar a sua instabilidade. O filtro de Kalman *unscented*, é utilizado para tratar o problema de estimação nesta tese, em que as propriedades estatísticas de convergência do filtro de Kalman *unscented* são analisadas, mostrando a existência de um valor crítico para a chegada de observações em torno do qual a covariância do erro de estimação diverge. Inicialmente, as equações do filtro de Kalman *unscented* são redefinidas quando o sistema de controle via rede está sujeito a perdas de pacotes, logo em seguida, é apresentado o teorema que mostra a existência de um valor crítico para a taxa de chegada de pacotes, em torno da qual a covariância do erro de estimação diverge. Finalmente, o método proposto é aplicado em um sistema de teleoperação, uma vez que este tipo de sistema utiliza um rede de comunicação para interligar seus componentes, sendo assim, um exemplo de aplicação real de um sistema de controle que utiliza uma rede de comunicação para interligar seus componentes.

INTERMITTENT NONLINEAR ESTIMATOR PROPOSAL FOR WIRELESS NETWORKED CONTROL SYSTEMS

Tania De Carli Foletto

November/2013

Advisor: Prof. Ubirajara Franco Moreno, Dr.

Area of Concentration: Control, Automation and Systems

Key words: Nonlinear Networked Control Systems, State Estimation, Unscented Kalman Filter Intermittent, Packet Losses.

This thesis, the problem of estimation in a wireless networked control systems is treated. One of the main challenges in wireless networks is packet loss induced by the network as impact on system performance and may cause instability. The unscented Kalman filter, is used to treat the estimation problem in this thesis, where the statistical properties of convergence of the unscented Kalman filter are analyzed, showing the existence of a critical value for the arrival of observations around which the covariance of the estimation error diverges. Initially, the equations of the unscented Kalman filter are redefined to a networked control system with packet losses, for this system is presented the theorem that shows a critical value for the rate of packet loss, around the covariance estimation error diverge. Finally, the proposed method is applied to a teleoperation system, since this type of system uses a communication network for interconnecting components, and thus a real application example of a control system utilizing a communication network to interconnect their components.

Sumário

1	Introdução e Trabalhos Relevantes	1
1.1	Sistemas de Controle Via Rede	1
1.2	Desafios em Sistemas de Controle Via Rede	3
1.2.1	Atrasos	4
1.2.2	Perdas de pacotes	4
1.2.3	Efeito da quantização	4
1.3	Estado da Arte em Sistemas de Controle Via Rede	5
1.3.1	Evolução das pesquisas em NCS	5
1.4	Proposta de Tese	10
1.5	Objetivo Geral	11
1.6	Objetivos Específicos	11
1.7	Estrutura da Tese	12
2	Estimação de estados baseada em filtragem de Kalman	13
2.1	O problema de estimação de estados em sistemas de controle	13
2.2	Filtro de Kalman	18
2.2.1	Algoritmo do KF	20
2.2.2	As equações do KF discreto	25
2.3	Estimação de estados para sistemas não lineares	26
2.3.1	Filtro de Kalman estendido	28
2.3.2	Filtro de Kalman <i>unscented</i>	30
3	Filtro de Kalman <i>Unscented</i> com observações Intermitentes	37

3.1	Formulação do problema	39
3.1.1	Filtro de Kalman <i>unscented</i> com observação intermitente	41
3.2	Limitação da matriz de covariância para máxima taxa de perda de pacotes	45
3.3	Simulações Numéricas	50
3.3.1	Modelos Simulados	50
3.3.2	Resultados das simulações do UKFI	51
3.3.3	Resultados das simulações do EKFI	53
4	UKFI aplicado em um sistema teleoperado	57
4.1	Introdução	57
4.2	Sistemas de Teleoperação	58
4.3	Modelagem do Sistema Telerobótico-Robô Cartesiano	59
4.4	Síntese de Controladores	62
4.5	Descrição do Sistema Robótico Teleoperado	64
4.5.1	Subsistemas <i>master</i> e <i>slave</i>	64
4.5.2	Teleoperador	65
4.6	Estimação de estados do sistema robótico cartesiano teleoperado	65
4.7	Sistema em Malha Aberta	66
4.8	Sistema em malha Fechada	66
4.8.1	Avaliação de desempenho da estimação de estado	68
4.9	Resultados das Simulações	68
5	Conclusões	77
5.1	Perspectivas de pesquisas futuras	78
5.2	Artigos Publicados	78
A	Filtro de Kalman estendido com observações intermitentes	79

Lista de Figuras

1.1	Sistema de controle tradicional.	2
1.2	Sistema de controle via rede.	2
1.3	Linha do tempo em pesquisas de sistemas de controle.	5
2.1	Estimador em malha fechada.	15
2.2	Diagrama de blocos para uma planta com ruídos.	17
2.3	Fluxograma da implementação do KF.	27
2.4	Exemplo de linearização realizada pelo EKF e o princípio da transformada <i>unscented</i> . Fonte: Wan e Van Der Merwe (2000)	31
3.1	Esquema de um WNCS.	38
3.2	Esquema de estimação em uma rede com perda de pacotes.	40
3.3	Traço da matriz de covariância para diferentes taxas de pacotes. A linha pontilhada (-.-) corresponde ao valor crítico $\lambda_c = 0.1$ em torno do qual o traço da matriz de covariância do UKFI diverge. A linha contínua representa os valores do traço de matriz de covariância para as diferentes taxas de perda de pacotes do sistema (3.61).	52
3.4	Traço da matriz de covariância para diferentes taxas de pacotes. A linha pontilhada (-.-) corresponde ao valor crítico $\lambda_c = 0.009$ em torno do qual o traço da matriz de covariância do UKFI diverge. A linha contínua representa os valores do traço de matriz de covariância para as diferentes taxas de perda de pacotes do sistema (3.62).	53
3.5	Traço da matriz de covariância para diferentes taxas de pacotes. A linha pontilhada (-.-) corresponde ao valor crítico $\lambda_c = 0.41$ em torno do qual o traço da matriz de covariância do EKFI diverge. A linha contínua representa os valores do traço de matriz de covariância para as diferentes taxas de perda de pacotes do sistema (3.61).	54

3.6	Traço da matriz de covariância para diferentes taxas de pacotes. A linha pontilhada (-.-) corresponde ao valor crítico $\lambda_c = 0.1$ em torno do qual o traço da matriz de covariância do EKFI diverge. A linha contínua representa os valores do traço de matriz de covariância para as diferentes taxas de perda de pacotes do sistema (3.62).	55
4.1	Sistema Teleoperado.	59
4.2	Robô Cartesiano.	60
4.3	Sistema de transmissão fuso/fêmea.	60
4.4	Atrito entre as duas superfícies em contato.	61
4.5	Sistema Teleoperado com estimação.	68
4.6	Posição e velocidade do sistema teleoperado considerando que não ocorrem perdas de pacotes durante a comunicação entre <i>master</i> e <i>slave</i> , em que a medida enviada por meio da rede de comunicação é ruidosa. A linha verde indica a medida da velocidade (ruidosa) enviada pelo <i>master</i> , a linha preta corresponde as medidas estimadas pelo UKF, a linha azul são as medidas do <i>master</i> e a linha vermelha pontilha corresponde as medidas do <i>slave</i> .	69
4.7	Ampliação da Figura 4.6 nos instantes 1.57s a 1.58s.	70
4.8	Erro de estimação do <i>master</i> e <i>slave</i> .	70
4.9	Posição e velocidade do sistema teleoperado com 1% de perda de pacotes, com UKFI.	71
4.10	Erro de estimação do <i>master</i> e <i>slave</i> para o caso de 1% de perda de pacotes.	72
4.11	Posição e velocidade do sistema teleoperado com 3% de perda de pacotes, com UKFI.	72
4.12	Erro de estimação do <i>master</i> e <i>slave</i> para o caso de 3% de perda de pacotes.	73
4.13	Posição e velocidade do sistema teleoperado com 5% de perda de pacotes, com UKFI.	73
4.14	Erro de estimação do <i>master</i> e <i>slave</i> para o caso de 5% de perda de pacotes.	74
4.15	Posição e velocidade do sistema teleoperado com 5% de perda de pacotes com UKF.	74
4.16	Erro de estimação do <i>master</i> e <i>slave</i> para o caso de 5% de perda de pacotes, com UKF.	75

Lista de Tabelas

2.1	Implementação do KF	26
2.2	Implementação do filtro de Kalman estendido	29
2.3	Implementação do UKF	35
4.1	Parâmetros do Modelo do Robô Cartesiano	61
4.2	Parâmetros do modelo do robô cartesiano e do seu controlador.	64

Lista de Abreviaturas e Siglas

NCS	:	<i>Networked Control Systems,</i>
MAC	:	<i>Medium Acces Control,</i>
CAN	:	<i>Controller Area Network,</i>
IEEE	:	<i>Institute of Eletrical and Electronics Engineers,</i>
NNCS	:	<i>Nonlinear Networked Control Systems,</i>
WNCS	:	<i>Wireless Networked Control Systems,</i>
KF	:	<i>Kalman Filter,</i>
EKF	:	<i>Extended Kalman Filter,</i>
UKF	:	<i>Unscented Kalman Filter,</i>
UKFI	:	<i>Unscented Kalman Filter Intermittent,</i>
EKFI	:	<i>Extended Kalman Filter Intermittent,</i>
VAG	:	<i>Variáveis Aleatórias Gaussianas,</i>
MSE	:	<i>Mean Square Error,</i>
RMSE	:	<i>Root Mean Square Error,</i>

Capítulo 1

Introdução e Trabalhos Relevantes

São apresentados neste capítulo, os fatores que motivaram a composição da tese. Além dos fatores motivacionais, apresentam-se a revisão bibliográfica que fundamenta este trabalho e contextualiza suas contribuições em relação ao estado da arte, os objetivos, e a descrição dos processos adotados para o desenvolvimento da pesquisa, a obtenção dos resultados a sua validação.

1.1 Sistemas de Controle Via Rede

Os sistemas de controle fazem parte do dia a dia e estão presentes em muitas aplicações, desde uma simples bóia que controla o nível de um tanque d'água até os sistemas digitais das aeronaves mais sofisticadas. Esses sistemas são compostos por um processo a ser controlado, um atuador, que é o dispositivo capaz de alterar o valor físico da grandeza, um controlador, responsável pela parte inteligente do sistema, o qual calcula quanta energia o atuador deverá entregar ao sistema para mantê-lo estável e, para sistemas em malha fechada, um sensor que transforma o valor da grandeza medida em um sinal elétrico, ou compatível com o controlador. O objetivo de tais sistemas é proporcionar uma resposta adequada para a saída de uma planta. Em um sistema de controle tradicional, os dispositivos de campo (sensor e atuador) estão, em geral, conectados diretamente ao controlador de forma dedicada, por meio de cabos, nos quais os valores das variáveis estão sempre

disponíveis. Um exemplo desse tipo de sistema é ilustrado na Figura 1.1

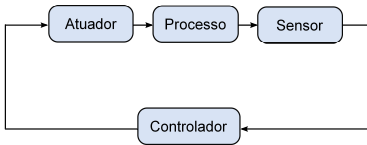


Figura 1.1: Sistema de controle tradicional.

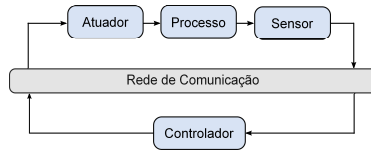


Figura 1.2: Sistema de controle via rede.

Com a rápida expansão da tecnologia digital, os sistemas de controle estão utilizando as redes de comunicação para interligar os elementos de campo e trocar informações, são os denominados Sistemas de Controle Via Rede (NCS, Networked Control Systems). Na Figura 1.2 é mostrada uma estrutura de um NCS. Comparado aos sistemas de controle tradicionais (Figura 1.1), cujas ligações são feitas ponto-a-ponto, por meio de cabos dedicados, os NCS apresentam vantagens na arquitetura de controle, pois tornam o sistema de fácil operação, diminuem custos com cabeamentos, manutenção e aumentam a flexibilidade (Shi *et al.*, 2010). Devido a essas características os NCS têm sido aplicados em diversas áreas como: controle de processos, sistemas automotivos, aeronaves, entre outros.

O meio de transmissão das redes de comunicação constitui um recurso compartilhado entre o sensor, controlador e atuador. A forma na qual cada um desses nós pode acessar a rede (barramento) é determinada por um protocolo específico conhecido como protocolo de acesso ao meio (MAC, Medium Acces Control), que irá definir um conjunto de regras para o acesso ao barramento.

As redes comerciais para aplicações em NCS requerem sistemas operacionais de tempo real, já que em sistemas de controle as tarefas precisam ser realizadas dentro de um tempo pré-determinado. Tecnologias de padrão de redes têm sido adaptadas para o contexto de redes de controle (Irwin *et al.*, 2006) e (Lian *et al.*, 2001). Dentre as redes especializadas para controle e automação, cita-se a CAN (CAN, Controller Area Network) para aplicação em automação industrial e *Foundation Fieldbus* para controle de processos.

Atualmente, as redes industriais estão evoluindo rapidamente para uma arquitetura sem fio, pois em algumas situações as redes cabeadas se tornam inviáveis, tanto economicamente como tecnicamente. Um dos motivos pelo qual as redes sem fio têm atraído a atenção de aplicações industriais é a ausência de cabos para estabelecer a comunicação entre as estações, diminuindo custos com instalações e manutenção e oferecendo mobilidade aos equipa-

mentos, além de ser capaz de eliminar possíveis pontos de falhas que geralmente são difíceis de serem localizados. Outras desvantagens são as baixas taxas de transmissão e a perda de pacotes devido à interferência, desvanecimento ou multipercurso.

Para atender às diferentes demandas de comunicação que são exigidas das redes sem fio, existem diversos padrões os quais agregam características técnicas para cada especificação. A padronização das redes sem fio foi proposta pelo IEEE (IEEE, Institute of Electrical and Electronics Engineers) o qual estabelece três tipos de padrão de rede sem fio, em que cada um está constituído por um grupo de trabalho (Corrêa *et al.*, 2006). Os principais padrões de comunicação em redes sem fio são: Wi-Fi, Bluetooth e ZigBee. As normas que descrevem esses padrões são IEEE 802.11, IEEE 802.15.1 e IEEE 802.15.4, respectivamente. Maiores detalhes sobre os padrões IEEE 802.15.1 e IEEE 802.15.4 são encontrados em Willig *et al.* (2005).

O grupo IEEE 802.11 (Crow *et al.*, 1997) define padrões de rede sem fio local, os quais buscam oferecer a usuários móveis experiências de uso semelhantes às cabeadas. O padrão atual usa faixa de frequência não licenciada e em sua especificação original provê taxas de 1 a 2 Mbps. A extensão 802.11b (*Wi-Fi*) oferece taxas de transmissão adicionais de 5.5 a 11 Mbps com faixas de frequência situadas em torno de 2.4 Ghz. Outras extensões também foram propostas, 802.11g e 802.11a, que oferecem taxas de transmissão de até 54 Mbps. Atualmente este é o padrão para as redes locais sem fio. As principais desvantagens desse tipo de protocolo são as baixas taxas de transmissão e as perdas de pacotes que ocorrem durante as transmissões.

1.2 Desafios em Sistemas de Controle Via Rede

A inserção de uma rede de comunicação em uma malha de controle torna a análise e o projeto deste sistema de controle mais complexo, pois questões relacionadas ao conhecimento de sistemas de controle, tempo real e redes de comunicação, precisam ser levadas em consideração (Baillieul e Antsaklis, 2007). A grande dificuldade no projeto de NCS é estabelecer o nível de acoplamento existente entre as áreas anteriormente citadas. Dentre os novos desafios que precisam ser tratados na teoria de NCS destacam-se: os atrasos variáveis, perdas de pacotes e o efeito da quantização. É difícil afirmar quando estes desafios começam a ser efetivamente significativos uma vez que eles dependem de vários fatores como a dinâmica da planta, a taxa de transmissão da rede, o protocolo da rede e o nível ruído do ambiente em que está implantada a rede. No entanto, estes devem ser levados em consideração no projeto do

controle, uma vez que irão causar impacto diretamente no desempenho do sistema e no pior dos casos podendo ainda desestabilizá-lo. A seguir discute-se cada um deles separadamente.

1.2.1 Atrasos

A introdução de uma rede de comunicação de dados em uma malha de controle gera o problema da adição de atrasos na transferência dos dados entre os elementos de campo. Estes atrasos podem variar aleatoriamente, pois dependem basicamente do fluxo de mensagens e do tipo de rede usada (Nilsson, 1998). Em um NCS como o da Figura 1.2, o atraso total é dado pela soma dos atrasos associados à rede de comunicação, quando são enviadas mensagens do sensor para o controlador e do controlador para o atuador, com os atrasos associados às unidades da malha de controle (sensores, controladores e atuadores). A variabilidade do intervalo de tempo entre as transferências consecutivas de mensagens pertencentes a um mesmo fluxo periódico, em um NCS, recebe a denominação de *jitter*.

1.2.2 Perdas de pacotes

Outra limitação importante a ser considerada em NCS é a perda de pacotes durante as transmissões por meio da rede de comunicação. Estas perdas podem ocorrer em função de diversos fatores como limitação da largura de banda na rede de comunicação, degradação do sinal no meio físico, rejeição de pacotes corrompidos, falha na rede ou no roteamento, etc. Em redes de comunicação sem fio, este problema é mais agravante, uma vez que a transmissão ocorre por meio de ondas eletromagnéticas que estão sujeitas a fenômenos como atenuação, difração, reflexão, interferência de outros canais e de ruídos produzidos por diferentes fontes, como térmicas ou eletromagnéticas (Liu e Goldsmith, 2004).

1.2.3 Efeito da quantização

Ainda se destacam outros desafios que precisam ser levados em consideração em NCS, como o efeito da quantização, que é característico dos sistemas amostrados, e a restrição na escolha do período de amostragem devido à limitação da capacidade de transmissão da rede (largura de banda).

1.3 Estado da Arte em Sistemas de Controle Via Rede

1.3.1 Evolução das pesquisas em NCS

Através da grande disponibilidade e do baixo custo da atual tecnologia das redes de comunicação de dados, a comunidade de sistemas de controle observou uma tendência crescente de utilização destas na interconexão de sensores, atuadores e controladores em sistemas de controle realimentado, pois contribuem para a redução dos custos de fabricação manutenção e descentralização do controle (Branicky *et al.*, 2000). O início das pesquisas, dessa nova área dentro dos sistemas de controle se deu na década de 80, como ilustra a linha do tempo da evolução da teoria clássica de controle até NCS.

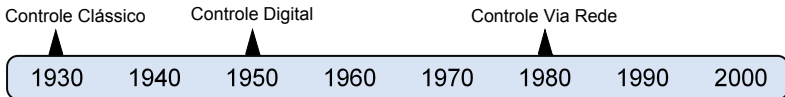


Figura 1.3: Linha do tempo em pesquisas de sistemas de controle.

Os primeiros estudos que trataram da análise e síntese de controladores com aplicação de uma rede de comunicação foram:

- Halevi *et al.* (1988): os autores propuseram uma metodologia para controlar uma planta sobre uma rede periódica com atrasos.
- Luck e Ray (1990): os autores desenvolveram o estudo baseados na metodologia das filas, utilizando um observador de estados para estimar os estados da planta física e um preditor para computar o controle preditivo baseado na medição das saídas passadas.
- Hong (1995): o autor desenvolveu uma metodologia de escalonamentos do intervalo de amostragem para um NCS de forma que os atrasos na rede não prejudicassem significativamente o desempenho e a estabilidade do sistema de controle.

Os três trabalhos destacados são os precursores em NCS. No entanto, o tema só passa a ganhar atenção na comunidade de sistemas de controle a partir dos resultados mostrados em Nilsson (1998). Quando é apresentada uma metodologia de controle estocástico ótimo para controlar um NCS sob uma rede com atrasos aleatórios, considerando que os atrasos variáveis são menores que o

período de amostragem, essa premissa ainda é utilizada em muitos trabalhos envolvendo NCS, até os dias de hoje.

Outro marco importante nas pesquisas de NCS foi o artigo Murray *et al.* (2003), neste foi discutido sobre as novas tecnologias que vêm surgindo e as necessidades de enquadramento de novas pesquisas para aplicações que não envolvem só questões de controle, mas também de comunicação. A partir de então os NCS passam a ser uma nova e promissora área de pesquisa.

A inclusão de uma rede de comunicação em sistema de controle exige mudanças na modelagem, análise e projeto, pois introduz diversas incertezas ao sistema de controle. Atualmente, a literatura é muito ampla e não se restringe a um único tema, e como se trata de um assunto multidisciplinar. Assim as pesquisas têm sido realizadas sobre diversos aspectos e os artigos (Baillieul e Antsaklis, 2007; Gupta e Chow, 2010; Hespanha *et al.*, 2007; Millan *et al.*, 2011; Tang e Yu, 2007; Yan *et al.*, 2011; Zhang *et al.*, 2001) trazem uma visão geral sobre o tema NCS. Dentre as pesquisas, os trabalhos apresentam diferentes aspectos na análise e projeto, podendo ser divididos nas seguintes categorias: análise de estabilidade, síntese de controladores e *co-design*, NCS não lineares (NNCS, Nonlinear Networked Control Systems), NCS para redes sem fio (WNCS, Wireless Networked Control Systems) e estimação em NCS. Uma visão geral das pesquisas em cada categoria é apresentada a seguir.

- Garantias de Estabilidade

Existem diversos estudos na literatura para determinar critérios que garantam que o NCS irá permanecer estável mesmo sob determinadas condições como atrasos variáveis, perdas de pacotes, efeito da quantização e intervalos de transmissão variáveis. No entanto, não são critérios gerais que podem ser aplicados a todos os tipos de NCS. A maioria das técnicas de estabilidade em NCS estão sujeitas a determinadas especificações do NCS, como por exemplo, configuração da rede, protocolo de acesso ao meio utilizado ou técnicas de controle. A seguir são apresentadas algumas abordagens que tratam da estabilidade em NCS. Dentre as abordagens as determinísticas utilizam a teoria de Lyapunov para dar garantias de estabilidade em sistemas com atrasos variantes no tempo como apresenta-se em (Naghshtabrizi e Hespanha, 2005), (Jiang e Han, 2006), (Zhaoping *et al.*, 2009) e (Sun e Jiang, 2011) e para sistemas com perdas de pacotes como é mostrado em (Zhang *et al.*, 2001) e (Elia, 2005). A estabilidade estocástica de um NCS com atrasos aleatórios foi analisada em (Nilsson *et al.*, 1998) e (Donkers *et al.*, 2012) para NCS com perdas de pacotes a análise foi feita em (Xie e Xie,

2009) e (Xiong e Lam, 2007). Uma análise da estabilidade estocástica, quando o sistema está sujeito a atrasos, perdas de pacotes e restrições no canal de comunicação, foi realizada em (Xu *et al.*, 2012). Outros métodos têm sido utilizados para dar garantias de estabilidade para um NCS, como métodos frequenciais para sistemas (contínuos/discretos) com atrasos variantes no tempo é proposto em (Kao e Lincoln, 2004) e desigualdades matriciais no artigo (Yu *et al.*, 2005). Ainda sobre análise de estabilidade cita-se (Naghshtabrizi e Hespanha, 2006) em que é feita a análise de estabilidade para NCS com período de amostragem e atrasos variáveis e (Branicky *et al.*, 2000) e (Santos *et al.*, 2007b) no qual os autores analisam a influência da taxa de amostragem na estabilidade do sistema, determinando o máximo atraso que fornece garantias de estabilidade ao sistema.

- Síntese de Controladores e *co-design*

Várias técnicas de controle vêm sendo empregadas em NCS no sentido de melhorar desempenho e estabilidade. Dentre as metodologias para controle de NCS estruturas preditivas e adaptativas aplicadas em NCS são utilizadas nos artigos (Beldiman *et al.*, 2000), (Jing *et al.*, 2007) e (Zhao *et al.*, 2008). Métodos de controle H_∞ têm sido propostos para perda de pacotes em Ishii (2008), para atrasos em (Yang *et al.*, 2006) e efeito da quantização em (Peng e Tian, 2007), (Gao *et al.*, 2008) e (Yue *et al.*, 2005). Propostas de controle linear quadrático gaussiano têm sido empregadas com sucesso em NCS para sistemas com atrasos e perdas aleatórias. O controlador é proposto por meio de técnicas de controle estocástico com atrasos aleatórios como apresentado em (Nilsson *et al.*, 1998) ou com perdas de pacotes como mostrado em (Gupta *et al.*, 2007). Projetos de controladores para NCS, baseados em desigualdades matriciais, também têm sido propostos, como por exemplo, em (Cloosterman *et al.*, 2010). Um dos maiores desafios em sistemas de controle via rede é projetar um NCS que leve em conta tanto os aspectos de desempenho de controle quanto questões de implementação. Neste contexto, atribuiu-se o nome de *co-design* aos procedimentos de projeto que consideram os aspectos de tempo real e de controle de forma integrada. Dentre as métricas que tem sido utilizadas para avaliação de desempenho de NCS nos procedimentos de *co-design* de NCS, destacam-se a margem jitter, que foi um conceito introduzido em (Cervin *et al.*, 2004), e Qualidade de Controle proposto em (Martí *et al.*, 2004). Em (Perez *et al.*, 2006), utilizou-se a abordagem (Cervin *et al.*, 2004) num procedimento de *co-design* para redes do tipo CAN. Um procedimento no qual a síntese de controladores

é via alocação de pólos, ao invés de uma discretização pelo método de *Tustin* como utilizado nos dois artigos anteriores, foi proposta em (Santos *et al.*, 2007a). O efeito do atraso variável induzido pela rede de comunicação é quantificado por meio do conceito de Qualidade de Controle (QoC) utilizando uma alocação dinâmica de banda ajustando o período de amostragem.

- Sistemas de Controle Via Rede Não Lineares

Embora já tenha se desenvolvido muitos trabalhos em NCS, abordando diversos tópicos, a maioria deles é voltada para sistemas lineares. A modelagem de NNCS tem despertado o interesse da comunidade científica, pois não linearidades geralmente existem em problemas práticos do sistemas de controle. Resultados relevantes sobre estabilidade para NCS não lineares têm sido publicados. Um dos artigos precursoros nesta área é (Walsh *et al.*, 1999). Nele os autores fazem a análise de estabilidade de NNCS, utilizando metodologias de controle e um protocolo que fornece garantias de estabilidade para um NCS com limitação de banda. A teoria de Lyapunov combinada com técnicas de desigualdades matriciais foram utilizadas para dar condições de estabilidade para NCS dependente de atrasos e perturbações não lineares em (Cao *et al.*, 2008). O problema de estabilização de um NNCS, baseado em modelo discreto sujeito a restrições impostas pela rede como atrasos, perdas e variação no período de amostragem, foi tratado em (Polushin *et al.*, 2008). No artigo (Zhang e Fang, 2011) foi proposto um sistema não linear estocástico para descrever um NCS com perdas de pacotes e atrasos variantes no tempo. Os autores também propõem uma nova desigualdade de Jensen para obter critérios de estabilidade menos conservativos. A análise de estabilidade em um NNCS com perda de pacotes foi feita em (Mastellone *et al.*, 2006). Uma análise levando em consideração perdas de pacotes, atrasos e intervalos de tempo variantes é introduzida em van De Wouw *et al.* (2012).

- Sistemas de controle via redes sem fio

As tecnologias sem fio têm se expandido constantemente e passam a ser adotadas cada vez mais em aplicações industriais, instituições e usuários domésticos, devido à facilidade de instalação, configuração, baixo custo nas instalações e, principalmente, a mobilidade, por não utilizarem cabos. Os NCS, em que o meio de transmissão das informações é o ar, são os denominados WNCS. Diversas abordagens têm sido propostas na tentativa de entender os efeitos de redes de comunicação sem fio em sistemas de controle. A primeira análise crítica do uso de redes sem fio em sistemas de controle foi feita por Kumar (2001), o qual

apresenta uma discussão sobre os efeitos da rede sem fio em um NCS. Uma revisão dos principais protocolos e suas aplicações na indústria em WNCS é apresentada em (Irwin *et al.*, 2006). Uma revisão da implementação de redes sem fio em aplicações industriais é realizada em (Willig *et al.*, 2005). Uma abordagem de *co-design* para um WNCS integrando teoria de controle e análise de redes sem fio é proposta em (Irwin *et al.*, 2010). No artigo (Fan *et al.*, 2009) apresenta-se um estudo dos protocolos de redes sem fio IEEE 802.15.4 e IEEE 802.11b, comparando o desempenho do sistema. Métodos para melhorar o desempenho de WNCS, na presença de perda de pacotes, são propostos em (Liu e Goldsmith, 2003). A

- Estimação para NCS

A utilização de estimadores e preditores, baseados no modelo da planta, é uma metodologia utilizada para fornecer valores estimados da saída da planta para o controlador na ausência dos valores reais. Essa metodologia tem sido muito empregada em NCS, principalmente para compensar atrasos e perdas de pacotes. Várias técnicas de estimação vêm sendo empregadas em NCS visando a melhoria de desempenho e estabilidade desses sistemas. O problema de estimação e estabilização em NCS foi introduzido por Wong e Brockett (1997). No entanto, o tema só passa a ganhar atenção a partir da publicação do artigo Sinopoli *et al.* (2004), no qual os autores estudam o problema de filtragem de Kalman com observações intermitentes (perdas de pacotes). Sinopoli *et al.* (2004) estudaram o desempenho do filtro de Kalman (KF, Kalman Filter) quando a perda de pacotes é modelada como um processo estocástico, mostrando a existência de um valor crítico para a taxa de perda em torno do qual a covariância torna-se ilimitada. Uma extensão desta proposta é feita em (Gupta *et al.*, 2006), no qual supõe-se que pacotes vindos de múltiplos sensores podem ser perdidos independentemente. Outras propostas de estimação baseadas em filtragem de Kalman para sistemas com observações intermitentes, são apresentadas em (Gupta *et al.*, 2007) e (Xu e Hespanha, 2005). No entanto, não é utilizado um modelo estatístico para o processo de perda de dados. A estimação, considerando atrasos, também tem sido tema de estudo realizado por Ray *et al.* (1993); Wang *et al.* (2004). O problema de filtragem de Kalman para NCS com perdas e atrasos é proposto em (Schenato, 2006). O problema de estimação não linear para NCS com perda de pacote tem sido pouco investigado na literatura de NCS. Dentre as estratégias de estimação para sistemas não lineares destacam-se o filtro de Kalman estendido (EKF, Extended Kalman Filter) e o filtro

de Kalman *unscented* (UKF, Unscented Kalman Filter). O desempenho de um NNCS com perda de pacotes para dois tipos de estimadores, o EKF e o filtro baseado em estimação de estados com horizonte móvel, foi analisado em (Jin *et al.*, 2007). O problema de estimação de estados, em WNCS, também já foi tratado, no artigo (Li *et al.*, 2009) utiliza-se o EKF para um NCS sem fio com perdas de pacotes e atrasos. Os artigos (Tian e Levy, 2008) e (Du *et al.*, 2009) também tratam da estimação em WNCS, onde o estimador é utilizado para compensar perdas e atrasos.

Finalmente, como pode ser notado, NCS oferecem um amplo campo de pesquisa por se tratar de uma área multidisciplinar e as abordagens podem ser realizadas sob diversos aspectos e utilizando diversas metodologias. Nessa tese optou-se por aprofundar o problema de estimação de estados em NNCS, por se tratar de uma área de pesquisa pouco explorada.

1.4 Proposta de Tese

Nessa tese será tratado o problema de estimação em NNCS, utilizando redes sem fio, em que o desafio a ser analisado é a perda de pacotes. O interesse em torno de estimação não linear em NCS tem surgido, pois aplicações como sistemas mecatrônicos, sistemas teleoperados, robótica móvel e muitas outras, apresentam dinâmicas não lineares em suas formulações. Dentre as técnicas não lineares de estimação (Jin *et al.*, 2007), as baseadas em filtragem de Kalman têm sido as mais utilizadas nas últimas décadas nos problemas de estimação em sistemas de controle. Dentre estas, o EKF, que consiste na linearização analítica do KF, é a solução mais comumente utilizada. O conceito de observação intermitente em um NCS com perda de pacotes, desenvolvido em Sinopoli *et al.* (2004), já foi analisado para o EKF em Kluge *et al.* (2010). Neste trabalho os autores propõem uma nova abordagem para a observabilidade não-linear considerando observações intermitentes e deriva-se uma taxa de probabilidade crítica de chegada de pacotes para o qual a covariância do erro de estimação se torna limitada. Dentro deste contexto insere-se a proposta da tese, estender esses resultados para o UKF, uma vez que este estimador vem ganhando cada vez mais espaço em estimação de estados não linear. Durante o processo de desenvolvimento da tese o resultado era até então inédito, quando o artigo de Li e Xia (2012) foi publicado. A abordagem é similar, mas os resultados são diferentes, pois nesta tese é suposto que a saída do sistema é linear e no artigo (Li e Xia, 2012) supõe-se o resultado para um sistema com saída não linear. Considerando a saída do sistema linear

é possível diminuir a quantidade de parâmetros, facilitando assim a aplicação.

1.5 Objetivo Geral

Esta tese trata do problema de NNCS sem fio. Do ponto de vista de aplicação, o principal desafio encontrado em NCS sem fio é a perda de pacotes. Desse modo, a utilização de observadores como estimadores de estados, tem se apresentado como uma solução alternativa para tratar as medidas intermitentes.

O objetivo principal desta tese é redefinir a formulação do UKF para observações intermitentes (UKFI, Unscented Kalman Filter Intermittent) e encontrar uma taxa de perda de pacotes crítica que garanta a limitação da matriz de covariância do erro de estimação do UKFI.

1.6 Objetivos Específicos

Como objetivos específicos tem-se:

- Contribuir para a melhoria dos procedimentos de estimação não lineares em NNCS, utilizando o UKF;
- Redefinir as equações do UKF com observações intermitentes para o caso de perda de pacotes;
- Analisar as propriedades estatísticas de convergência da covariância do erro de estimação do UKFI, mostrando a existência de um valor crítico para a taxa de chegada de pacotes, em torno do qual a covariância do erro de estimação diverge. Desse modo, o problema da perda de pacotes não será incluído no escopo do controle podendo ser realizado de forma independente e, assim, tratado somente na parte de estimação.
- Comparar o desempenho encontrado para o UKFI com o resultado já existente do EKF com observações intermitentes (EKFI, Extended Kalman Filter Intermittent).
- Verificar a viabilidade de aplicação da proposta de tese em um sistema teleoperado.

1.7 Estrutura da Tese

Além do capítulo introdutório, este trabalho está estruturado da seguinte maneira:

Capítulo 2:

É apresentada uma revisão a respeito do problema de estimação de estados derivados do KF. Inicialmente é apresentado o KF para estimação linear e logo em seguida apresenta-se o EKF e o UKF para estimação não linear, uma vez que o foco desta tese é o UKF.

Capítulo 3: Um estudo mais detalhado do UKF para estimação não linear em redes com perdas de pacotes é realizado. É proposto, neste capítulo, o UKF para sistemas não lineares com observações intermitentes e, logo em seguida, um teorema que fornece garantias para sua convergência, em que se determina uma taxa máxima de perda de pacotes em torno da qual a covariância do erro de estimação irá divergir.

Capítulo 4: É avaliada, por meio de simulações, a viabilidade de aplicação do Teorema proposto no Capítulo 3 em um sistema teleoperado.

Capítulo 5: São apresentadas as conclusões finais com ênfase nas contribuições, publicações realizadas e perspectivas de pesquisas futuras.

Capítulo 2

Estimação de estados baseada em filtragem de Kalman

Neste capítulo, é revisado o problema de estimação de estados para sistemas lineares e não lineares. Como o enfoque desta tese são os estimadores de estados derivados do KF, sua teoria e formulação serão brevemente revisadas. Um maior aprofundamento do assunto pode ser encontrado em (Kalman, 1960), (Jazwinski, 1970), (Aguirre, 2004), (Haykin, 2001) e (Julier e Uhlmann, 1997). Inicialmente é apresentado o problema de estimação de estados para sistemas discretos lineares, no qual o KF é revisto. Logo em seguida, apresenta-se o EKF, que é uma generalização do KF baseada na linearização do modelo de um sistema não linear, uma vez que o desempenho deste filtro será comparado com o desempenho do UKF. Finalmente, é apresentada a transformada *unscented*, um método para a propagação de parâmetros estatísticos por meio de transformações não lineares e sua incorporação ao algoritmo do KF, que resulta no UKF.

2.1 O problema de estimação de estados em sistemas de controle

A produção industrial encontra-se em um cenário no qual exige o atendimento de diversos indicadores de eficiência, como produtividade, confia-

bilidade, qualidade e flexibilidade operacional, dentre outros. Desse modo, cada vez mais recursos tecnológicos são necessários para incentivar as indústrias a manterem um controle cada vez mais rígido de acompanhamento de estados e parâmetros do processo. No entanto, obter tais valores em intervalos de tempo necessários para controle, pode ser uma tarefa difícil, pois na maioria dos casos essas medidas são ruidosas, dispendiosas e podem envolver elevados tempos de amostragem e análise. Por isso, grande parte dos problemas da teoria de controle moderno supõe que o vetor de estados a ser controlado apresenta-se totalmente disponível a partir de medição direta. No entanto, em muitas situações práticas é possível que alguns estados não sejam acessíveis, ou seja, é inviável utilizar sensores para medir todos os estados, por não serem confiáveis (sujeitos a ruídos) e apresentarem custos muito elevados. Visando contornar esses problemas, foram desenvolvidos algoritmos capazes de estimar os estados, utilizando para isso o modelo do processo, o sinal de entrada e a saída do processo. Um dispositivo que estima ou observa as variáveis de estado é designado um observador de estados, ou simplesmente observador. Observadores têm sido aplicados em distintas áreas, tais como em engenharia de processos, aeroespacial, econometria e geofísica Teixeira (2008).

A Figura 2.1 ilustra o problema de observação de estados, para o sistema linear discreto:

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k \quad (2.1)$$

$$y_k = Cx_k \quad (2.2)$$

onde, $k \in \mathbb{N}$, $x_k \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de estados a ser estimado, $y_k \in \mathbb{R}^m$ é a saída do sistema e $u_k \in \mathbb{R}^p$ representa o vetor de entradas. O observador determina as estimativas \hat{x}_k dos estados a partir de um modelo do sistema (2.1), da saída y_k (2.2) e da entrada u_k .

Para o projeto dos observadores de estados, um conceito de grande importância é o conceito de observabilidade, pois estuda a possibilidade de se estimar o estado a partir da saída e da entrada do sistema (Chen, 1998). A definição de observabilidade é apresentado a seguir conforme explanado em (Chen, 1998) e (Hespanha, 2009).

Definição 2.1 *O sistema discreto, (2.1) e (2.2), ou o par (A, C) é dito ser observável se e somente se existe um número inteiro m tal que o estado $x(0)$, possa ser determinado a partir da entrada u_k e uma saída y_k para $0 \leq k \leq m$. Caso contrário o sistema é dito não observável.*

Estudar a observabilidade do sistema (2.1) e (2.2) resume-se a obter

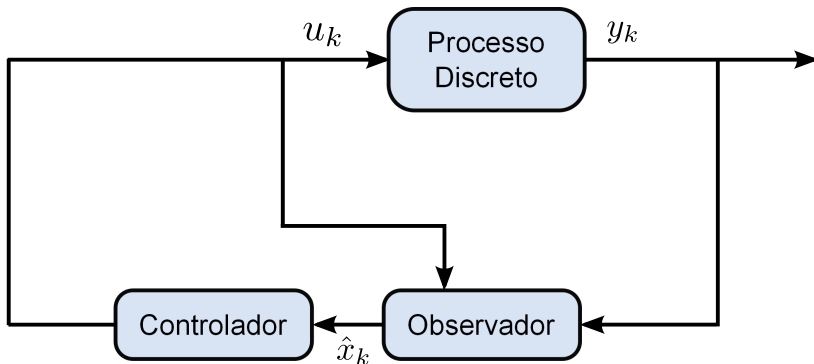


Figura 2.1: Estimador em malha fechada.

$x(0)$ a partir de u_k e y_k . Se $u_k \equiv 0$, a saída reduz-se a resposta à entrada nula:

$$y_k = CA^k x(0) \quad (2.3)$$

ou seja, o sistema é observável se e somente se o estado inicial pode ser determinado de maneira única a partir da resposta à entrada nula durante um intervalo de tempo. De modo a determinar $x(0)$ de forma única é preciso que u_k e y_k sejam conhecidos no intervalo de tempo. O teorema a seguir fornece esta condição.

Teorema 2.1 *O par (A, C) é observável se e somente se a matriz $n \times n$*

$$W_{o,k-1} = \sum_{m=0}^{k-1} (A^T)^m C^T C A^m \quad (2.4)$$

é não singular, onde sobre-escrito T indica transposto de uma matriz e vetores.

A partir deste teorema é possível concluir que a observabilidade do sistema depende somente de A e C . O próximo teorema, apresenta um teste que permite verificar a observabilidade do sistema (2.1) e (2.2).

Teorema 2.2 *As afirmações abaixo são equivalentes.*

1. O par (A, C) é observável

2. A matriz $n \times n$

$$W_o = \sum_{m=0}^{n-1} (A^T)^m C^T C A^m \quad (2.5)$$

é não singular.

3. A matriz $nq \times n$ de observabilidade

$$O_d = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

tem rank n (rank completo de colunas).

4. A matriz $(n+q) \times n$

$$\begin{bmatrix} A - \lambda I \\ B \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

tem rank completo de colunas para, λ autovalor da matriz A .

5. Se todos os autovalores de A têm parte real negativa, então

$$W_o - A^T W_o A = C^T C \quad (2.8)$$

tem solução única e é definida positiva. Essa solução é chamada de Graminiano de observabilidade e pode ser expressa como

$$W_o = \sum_{m=0}^{\infty} (A^T)^m C^T C A^m \quad (2.9)$$

A demonstração dos Teoremas 2.1 e 2.1 encontram-se em (Hespanha, 2009) e (Chen, 1998). De acordo com os conceitos apresentados, dado o sistema discreto linear, a análise de observabilidade irá determinar se é possível realizar a estimação de estados a partir da entrada e da medida de saída do sistema.

Na literatura, encontra-se um grande número de estratégias para projeto de observadores de estados. Tais técnicas dividem-se em estocásticas e determinísticas. A observação de estados a partir de modelos e medidas incertas é denominada de filtragem ou estimação (Jazwinski, 1970). O problema de estimação de estados de sistemas estocásticos, a partir de medidas ruidosas, é um assunto de importância central no campo da engenharia, visto que sistemas reais estão sujeitos a perturbações do ambiente e ruídos dos sensores, o que determina a sua característica aleatória. O processo de estimação

estocástica é ilustrado na Figura 2.2. Nela o modelo estocástico do sistema é representado pelo seguinte sistema linear discreto estocástico:

$$x_{k+1} = A_k x_k + B_k u_k + w_k \quad (2.10)$$

$$y_k = C_k x_k + v_k \quad (2.11)$$

onde, $k \in \mathbb{N}$, $x_k \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de estados, $y_k \in \mathbb{R}^m$ é a saída do sistema e $u_k \in \mathbb{R}^p$ representa o vetor de entradas. As variáveis aleatórias $w_k \in \mathbb{R}^n$ e $v_k \in \mathbb{R}^m$ são ruídos Gaussianos independentes de média nula, com covariância conhecidas Q_k e R_k , respectivamente.

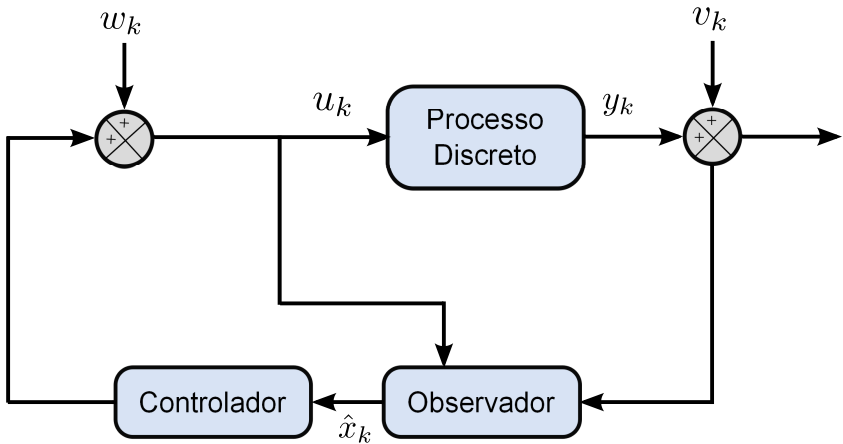


Figura 2.2: Diagrama de blocos para uma planta com ruídos.

Um dos estimadores de estado mais difundidos é sem dúvida o KF. Esse estimador foi desenvolvido por Rudolf Kalman, em 1960, e apresentado no artigo (Kalman, 1960) inteiramente em espaços de estados para a resolução de problemas em tempo discreto lineares. Desde então, devido principalmente aos avanços da computação digital, o KF tem sido uma ferramenta de muita pesquisa, principalmente devido sua ampla aplicação na indústria em diversas áreas como: aeroespacial, navegação, marítima, instrumentação de usinas nucleares, modelamento demográfico, astronomia, meteorologia, economia e indústria em geral. O principal compromisso do estimador de estados do KF consiste em unir e resolver as equações de processo e medição para encontrar os estados desconhecidos de uma maneira a minimizar o erro quadrático entre o valor estimado e o valor real do estado (Haykin, 2001).

Notação: O chapéu em uma variável (\hat{x}) indica o valor estimado, o til

em uma variável (\tilde{x}) indica o erro e $E[\cdot]$ indica o valor esperado.

A execução do KF é um processo recursivo, constituído basicamente de duas etapas bem definidas, sendo elas:

- *Predição*: Responsável por calcular as predições de x e P no instante $k + 1$, respectivamente, $\hat{x}_{k+1|k}$ e $\hat{P}_{k+1|k}$, dada a informação disponível do instante k , sendo também denominados como estimativas *a priori*;
- *Correção*: Incorpora à estimativa *a priori* novos dados fornecidos pelos sensores, de forma a gerar uma melhor estimativa do estado atual (*a posteriori*). Deste modo, matriz de covariância e o estado são atualizados no instante $k + 1$ tendo já a disposição a informação desse instante, sendo esses valores denotados como $\hat{x}_{k+1|k+1}$ e $\hat{P}_{k+1|k+1}$.

Devido a sua importância prática e histórica, a dedução do KF é apresentada a seguir, visando à facilitação do entendimento de estimadores de estados não lineares derivados do KF. O procedimento adotado é o mesmo adotado no artigo (Kalman, 1960), o qual demonstra-se que o KF é um estimador linear ótimo por meio de projeções ortogonais.

2.2 Filtro de Kalman

Seja o sistema estocástico dinâmico discreto com entrada nula, descrito por:

$$x_{k+1} = F_k x_k + w_k \quad (2.12)$$

$$y_k = H_k x_k + v_k \quad (2.13)$$

onde, $k \in \mathbb{N}$, $x_k \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de estados e $y_k \in \mathbb{R}^m$ é a saída do sistema. O estado inicial x_0 é um vetor aleatório com média conhecida $x_0 = E[x_0]$ e covariância $P_0 = E[(x_0 - \mu_0)(x_0 - \mu_0)^T]$. As variáveis aleatórias $w_k \in \mathbb{R}^n$ e $v_k \in \mathbb{R}^m$ são ruídos Gaussianos independentes e, portanto, com as seguintes características:

- Média nula: $E[w_k] = 0$ e $E[v_k] = 0$;
- Covariâncias conhecidas: $E[w_k w_k^T] = Q_k$ e $E[v_k v_k^T] = R_k$;
- As variáveis aleatórias w_k e v_k não se correlacionam, portanto: $E[w_k v_k^T] = 0$ e $E[v_k w_k^T] = 0$;
- O estado inicial x_0 e os ruídos w_k e v_k são não correlacionados: $E[x_0 w_k^T] = 0$, $E[w_k x_0^T] = 0$, $E[x_0 v_k^T] = 0$ e $E[v_k x_0^T] = 0$.

Para realizar as manipulações necessárias à determinação das equações do KF, a seguir são apresentados as seguintes suposições:

- Supõe-se que saída y_k do sistema (2.13) seja observável;
- Em geral, a estimativa *a priori* e *a posteriori* são diferentes do sinal x_{k+1} . Como estas medidas não coincidem, definem-se os erros de estimação ($\tilde{x}_{k+1|k+1}$) e de predição ($\tilde{x}_{k+1|k}$) por meio das seguintes equações, respectivamente:

$$\tilde{x}_{k+1|k+1} = x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k+1} \quad (2.14)$$

$$\tilde{x}_{k+1|k} = x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k} \quad (2.15)$$

- O KF consiste em um estimador ótimo para sistemas lineares, e funciona através da minimização do erro quadrático médio. Na prática, a escolha de uma função custo, que minimize os erros de estimação, é normalmente realizada considerando ser positiva e função crescente do erro de estimação $\tilde{x}_{k+1|k+1}$. Essas duas suposições são satisfeitas por meio do erro médio quadrático definido por:

$$J_{k+1} = E[(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k+1})^2] \quad (2.16)$$

A dependência da função custo J_k sobre o tempo $k + 1$ enfatiza a natureza não estacionária do processo de estimação. Para se determinar um valor ótimo da estimativa $\hat{x}_{k+1|k+1}$, são evocados dois teorema da teoria de processos estocásticos.

Teorema 2.3 (Estimador de Média Condicional) *Se os processos estocásticos x_{k+1} e y_k são Gaussianos, então a estimativa ótima $\hat{x}_{k+1|k+1}$ que minimiza a função custo da média do erro quadrático J_{k+1} é o estimador médio condicional:*

$$\hat{x}_{k+1|k+1} = E[x_{k+1} | y_1, \dots, y_{k+1}] \quad (2.17)$$

Teorema 2.4 (Teorema da Ortogonalidade) *Se x_{k+1} é um vetor aleatório que está para ser estimado baseado no vetor de observação y_{k+1} , então o princípio da ortogonalidade indica que o estado estimado $\hat{x}_{k+1|k+1}$ é a projeção ortogonal sobre o espaço dos valores observados y_{k+1} , se e somente se:*

$$E[(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k+1})y_{k+1}^T] = 0 \quad (2.18)$$

As demonstrações destes dois teoremas são encontradas em (Kay, 1993) e (Grewal e Andrew, 2001).

2.2.1 Algoritmo do KF

A abordagem para o desenvolvimento das equações de KF é dividida em duas etapas: de predição e correção.

Etapa 1- Predição

Assumindo conhecida a estimativa de estados $\hat{x}_{k|k}$, deseja-se determinar a estimativa $\hat{x}_{k+1|k}$. Considerando a equação dinâmica (2.12) e tomando a média condicional de ambos os lados da equação, dado uma sequência até k , obtém-se:

$$E[x_{k+1}|y_0, \dots, y_k] = E[F_k x_k | y_0, \dots, y_k] + E[w_k | y_0, \dots, y_k] \quad (2.19)$$

A partir das propriedades da variáveis aleatórias de ruído, $E[w_k] = 0$, é possível reescrever (2.19) como:

$$E[x_{k+1}|y_0, \dots, y_k] = F_k E[x_k | y_0, \dots, y_k] \quad (2.20)$$

ou seja:

$$\hat{x}_{k+1|k} = F_k \hat{x}_{k|k} \quad (2.21)$$

Uma forma de avaliar a qualidade das estimativas $\hat{x}_{k+1|k}$ é por meio do cálculo da matriz de covariância do erro de predição, definida por:

$$\hat{P}_{k+1|k} = E[(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k})(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k})^T | y_0, \dots, y_k] \quad (2.22)$$

Da propriedade sobre vetores aleatórios Gaussianos (Jazwinski, 1970), garante-se que o erro de predição é independente da sequência y_0, \dots, y_k , de tal forma que a matriz de covariância da equação (2.22) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\hat{P}_{k+1|k} = E[(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k})(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k})^T] \quad (2.23)$$

A partir de (2.21) e (2.12) é possível reescrever o erro de predição (2.15) como:

$$\tilde{x}_{k+1|k} = x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k} = F_k(x_k - \hat{x}_{k|k}) + w_k \quad (2.24)$$

Substituindo (2.24) em (2.23), obtém-se:

$$\hat{P}_{k+1|k} = E[(F_k(x_k - \hat{x}_{k|k}) + w_k)(F_k(x_k - \hat{x}_{k|k}) + w_k)^T] \quad (2.25)$$

$$\begin{aligned} \hat{P}_{k+1|k} = E[& F_k x_k x_k^T F_k^T - F_k \hat{x}_{k|k} \hat{x}_{k|k}^T F_k^T + F_k x_k w_k^T - F_k \hat{x}_{k|k} \hat{x}_{k|k}^T F_k^T \\ & + F_k \hat{x}_{k|k} \hat{x}_{k|k}^T F_k^T - F_k \hat{x}_{k|k} w_k^T - w_k x_k^T F_k^T - w_k \hat{x}_{k|k}^T F_k^T + w_k w_k^T] \end{aligned} \quad (2.26)$$

rearranjando os termos:

$$\begin{aligned} \hat{P}_{k+1|k} = E[& F_k(x_k x_k^T - x_k \hat{x}_{k|k}^T - \hat{x}_{k|k} x_k^T + \hat{x}_{k|k} \hat{x}_{k|k}^T) F_k^T \\ & + F_k(x_k - \hat{x}_{k|k}) w_k^T + w_k(x_k^T - \hat{x}_{k|k}^T) F_k^T + w_k w_k^T] \end{aligned} \quad (2.27)$$

Reescrevendo a equação (2.27):

$$\begin{aligned} \hat{P}_{k+1|k} = & F_k E[(x_k - \hat{x}_{k|k})(x_k - \hat{x}_{k|k})^T] F_k^T + F_k E[x_k w_k^T] \\ & - F_k E[\hat{x}_{k|k} w_k^T] + E[w_k x_k^T] F_k^T - E[w_k \hat{x}_{k|k}^T] F_k^T + E[w_k w_k^T] \end{aligned} \quad (2.28)$$

Uma vez que $E[(x_k - \hat{x}_{k|k})(x_k - \hat{x}_{k|k})^T] = \hat{P}_{k|k}$, que os estados e o ruído w_k não se correlacionam, isto é $E[x_k w_k^T] = 0$, $E[\hat{x}_{k|k} w_k^T] = 0$, $E[w_k x_k^T] = 0$ e $E[w_k w_k^T] = Q_k$, a equação (2.28) pode ser reescrita como:

$$\hat{P}_{k+1|k} = F_k \hat{P}_{k|k} F_k^T + Q_k \quad (2.29)$$

A equação (2.29) é utilizada para determinar o erro de predição médio quadrático.

Etapa 2- Correção

Neste passo, deseja-se expressar a estimativa de x_{k+1} dadas as medidas até $k + 1$. O requisito é o de utilizar a informação contida na nova medição y_{k+1} para atualizar a estimativa do estado x_{k+1} .

Dada $\hat{x}_{k+1|k}$ a estimativa *a priori* do estado, que já está disponível no tempo $k + 1$, a partir do estimador, é possível expressar a estimativa *a posteriori* $\hat{x}_{k+1|k+1}$ por meio de uma função linear dependente somente dos estados preditos e dos valores de medição do sistema, de acordo com:

$$\hat{x}_{k+1|k+1} = K_{k+1}^{(1)} \hat{x}_{k+1|k} + K_{k+1} y_{k+1} \quad (2.30)$$

onde as matrizes $K_{k+1}^{(1)}$ e K_{k+1} são desconhecidas. Uma maneira de determiná-las é aplicar o conceito de ortogonalidade, o qual correlaciona o erro de estimação dos estados e o valor da saída mensurável dado por:

$$E[(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k+1})y_i^T] = 0 \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, k+1 \quad (2.31)$$

Substituindo (2.13) e (2.30) em (2.31), obtém-se:

$$E[(x_{k+1} - K_{k+1}^{(1)}\hat{x}_{k+1|k} - K_{k+1}(H_{k+1}x_{k+1} + v_{k+1}))y_i^T] = 0 \quad (2.32)$$

Rearranjando os termos de (2.32):

$$E[(I - K_{k+1}H_{k+1} - K_{k+1}^{(1)})x_{k+1}y_i^T + K_{k+1}^{(1)}(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k})y_i^T - K_{k+1}v_{k+1}y_i^T] = 0 \quad (2.33)$$

Após aplicar a regra de multiplicação de constantes do operador esperança E tem-se:

$$(I - K_{k+1}H_{k+1} - K_{k+1}^{(1)})E[x_{k+1}y_i^T] + K_{k+1}^{(1)}E[(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k})y_i^T] - K_{k+1}E[v_{k+1}y_i^T] = 0 \quad (2.34)$$

Uma vez que os ruídos do processo w_k e de medição v_k são variáveis aleatórias e não correlacionadas, logo $E[v_{k+1}y_i^T] = 0$. O termo $K_{k+1}^{(1)}E[(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k})y_i^T]$ pode ser eliminado pelo conceito de ortogonalidade. Deste modo tem-se:

$$(I - K_{k+1}H_{k+1} - K_{k+1}^{(1)})E[x_{k+1}y_i^T] = 0 \quad (2.35)$$

Como decorre do conceito de ortogonalidade que $E[x_{k+1}y_i^T] \neq 0$, logo o termo $(I - K_{k+1}H_{k+1} - K_{k+1}^{(1)})$ tem de ser nulo e é possível escrever:

$$K_{k+1}^{(1)} = I - K_{k+1}H_{k+1} \quad (2.36)$$

A partir da relação entre K_{k+1} e $K_{k+1}^{(1)}$ em (2.36), é possível reescrever a expressão (2.30):

$$\hat{x}_{k+1|k+1} = (I - K_{k+1}H_{k+1})\hat{x}_{k+1|k} + K_{k+1}y_{k+1} \quad (2.37)$$

Rearranjando os termos, obtém-se a equação do estado estimado:

$$\hat{x}_{k+1|k+1} = \hat{x}_{k+1|k} + K_{k+1}(y_{k+1} - H_k\hat{x}_{k+1|k}) \quad (2.38)$$

onde K_{k+1} é denominado ganho de Kalman. O próximo passo agora é determinar uma expressão para o cálculo do ganho de Kalman. Inicialmente serão conceituados os erros de predição das variáveis de saída, em que \hat{y}_k é uma estimativa de y_k dada as medidas prévias y_1, y_2, \dots, y_{k+1} . Dessa forma é possível definir o erro de predição das variáveis de saída como:

$$\tilde{y}_{k+1} = y_{k+1} - \hat{y}_{k+1} \quad (2.39)$$

Substituindo (2.13) na expressão (2.39), tem-se:

$$\tilde{y}_{k+1} = H(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k}) + v_{k+1} \quad (2.40)$$

A partir da equação (2.38) e (2.13), é possível reescrever o erro de estimação (2.14) em função do erro de predição:

$$\tilde{x}_{k+1|k+1} = (I - K_{k+1}H_{k+1})(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k}) - K_{k+1}v_{k+1} \quad (2.41)$$

Para a demonstração do ganho de Kalman, parte-se novamente do princípio de ortogonalidade entre os erros estimação dos estados e o valor das variáveis de saída, medidas y_k e preditas \hat{y}_k :

$$E[(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k+1})y_{k+1}^T] \quad (2.42)$$

$$E[(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k+1})\hat{y}_{k+1}^T] \quad (2.43)$$

Aplicando a propriedade de adição de termos do operador esperança (E), podem-se subtrair as equações de ortogonalidade (2.42) de (2.43):

$$\begin{aligned} E[(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k+1})y_{k+1}^T - (x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k+1})\hat{y}_{k+1}^T] = \\ E[\tilde{x}_{k+1|k+1}\tilde{y}_{k+1}^T] = 0 \end{aligned} \quad (2.44)$$

Substituindo (2.40) e (2.41) em (2.44), tem-se:

$$E[(I - K_{k+1}H_{k+1})\tilde{x}_{k+1|k} - K_{k+1}v_{k+1}(H_{k+1}\tilde{x}_{k+1|k} + v_{k+1})] = 0 \quad (2.45)$$

Rearranjando os termos em (2.45), é possível escrever:

$$\begin{aligned} (I - K_{k+1}H_{k+1})E[\tilde{x}_{k+1|k}\tilde{x}_{k+1|k}^T]H_{k+1}^T - K_{k+1}E[v_{k+1}\tilde{x}_{k+1|k}^T]H_{k+1}^T \\ + (I - K_{k+1}H_{k+1})E[\tilde{x}_{k+1|k}v_{k+1}^T] - K_{k+1}E[v_{k+1}v_{k+1}^T] = 0 \end{aligned} \quad (2.46)$$

Como a perturbação de saída v_{k+1} é independente do estado x_{k+1} , $E[v_{k+1}\tilde{x}_{k+1|k}^T] = 0$ e $E[\tilde{x}_{k+1|k}v_{k+1}^T] = 0$, nota-se ainda que $E[v_{k+1}v_{k+1}^T] = R_{k+1}$ e $E[\tilde{x}_{k+1|k}\tilde{x}_{k+1|k}^T] =$

$\hat{P}_{k+1|k}$ assim sendo, é possível reescrever (2.46) como:

$$(I - K_{k+1}H_{k+1})\hat{P}_{k+1|k}H_{k+1}^T - K_{k+1}R_{k+1} = 0 \quad (2.47)$$

Resolvendo (2.47) para K_{k+1} obtém-se a equação de cálculo do ganho do KF:

$$K_{k+1} = \hat{P}_{k+1|k}H_{k+1}(H_{k+1}\hat{P}_{k+1|k}H_{k+1}^T + R_{k+1})^{-1} \quad (2.48)$$

Para completar a descrição matemática do KF, falta encontrar a expressão para a matriz de covariância do erro de estimação. Como o objetivo é um estimador ótimo, define-se a matriz de covariância do erro de estimação $\hat{P}_{k+1|k+1}$ de modo a minimizar o erro durante a estimação dos estados. Essa matriz é definida por meio da seguinte equação:

$$\hat{P}_{k+1|k+1} = E[(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k+1})(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k+1})^T] \quad (2.49)$$

Substituindo a expressão do erro de estimação (2.41) em (2.49), obtém-se:

$$\begin{aligned} \hat{P}_{k+1|k+1} = E[& ((I - K_{k+1}H_{k+1})(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k}) - K_{k+1}v_{k+1}) \times \\ & ((I - K_{k+1}H_{k+1})(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k}) - K_{k+1}v_{k+1})^T] \end{aligned} \quad (2.50)$$

Rearranjando os termos em (2.50):

$$\begin{aligned} \hat{P}_{k+1|k+1} = & (I - K_{k+1}H_{k+1})E[(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k})(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k})^T] \times \\ & (I - K_{k+1}H_{k+1})^T + K_{k+1}E[v_{k+1}v_{k+1}^T] + K_{k+1}E[v_{k+1}x_{k+1}^T] \\ & - K_{k+1}E[v_{k+1}x_{k+1}^T]H_{k+1}^T - K_{k+1}E[v_{k+1}\hat{x}_{k+1|k}^T] \\ & + K_{k+1}E[v_{k+1}\hat{x}_{k+1|k}^T]H_{k+1}^T K_{k+1}^T - E[x_{k+1}v_{k+1}^T]K_{k+1}^T \\ & + K_{k+1}H_{k+1}E[x_{k+1}v_{k+1}^T]K_{k+1} + E[\hat{x}_{k+1|k}v_{k+1}^T]K_{k+1} \\ & - K_{k+1}H_{k+1}E[\hat{x}_{k+1|k}v_{k+1}^T]K_{k+1}^T \end{aligned} \quad (2.51)$$

Aplicando as propriedades do operador esperança, obtém-se:

$$\hat{P}_{k+1|k+1} = (I - K_{k+1}H_{k+1})\hat{P}_{k+1|k}(I - K_{k+1}H_{k+1})^T + R_{k+1} \quad (2.52)$$

Rearranjando os termos de (2.52) e substituindo (2.48) em (2.52):

$$\hat{P}_{k+1|k+1} = (\hat{P}_{k+1|k} - K_{k+1}H_{k+1}\hat{P}_{k+1|k})(I - H_{k+1}^T K_{k+1}^T)^T + R_{k+1} \quad (2.53)$$

$$\begin{aligned}\hat{P}_{k+1|k+1} &= \hat{P}_{k+1|k} - K_{k+1}H_{k+1}\hat{P}_{k+1|k} - \hat{P}_{k+1|k}H_{k+1}^TK_{k+1}^T \\ &\quad + K_{k+1}H_{k+1}\hat{P}_{k+1|k}H_{k+1}^TK_{k+1}^T + K_{k+1}R_{k+1}K_{k+1}^T\end{aligned}\quad (2.54)$$

$$\begin{aligned}\hat{P}_{k+1|k+1} &= \hat{P}_{k+1|k} - K_{k+1}H_{k+1}\hat{P}_{k+1|k} - \hat{P}_{k+1|k}H_{k+1}^TK_{k+1}^T \\ &\quad + K_{k+1}(H_{k+1}\hat{P}_{k+1|k}H_{k+1}^TR_{k+1})K_{k+1}^T\end{aligned}\quad (2.55)$$

$$\begin{aligned}\hat{P}_{k+1|k+1} &= \hat{P}_{k+1|k} - K_{k+1}H_{k+1}\hat{P}_{k+1|k} - \hat{P}_{k+1|k}H_{k+1}^TK_{k+1}^T + \\ &\quad \hat{P}_{k+1|k}H_{k+1}^T(H_{k+1}\hat{P}_{k+1|k}H_{k+1}^TR_{k+1})^{-1} \times \\ &\quad ((H_{k+1}\hat{P}_{k+1|k}H_{k+1}^TR_{k+1})K_{k+1})\end{aligned}\quad (2.56)$$

$$\begin{aligned}\hat{P}_{k+1|k+1} &= \hat{P}_{k+1|k}K_{k+1}H_{k+1}\hat{P}_{k+1|k} - \hat{P}_{k+1|k}H_{k+1}^TK_{k+1}^T + \\ &\quad \hat{P}_{k+1|k}H_{k+1}^TK_{k+1}^T\end{aligned}\quad (2.57)$$

$$\hat{P}_{k+1|k+1} = \hat{P}_{k+1|k} - K_{k+1}H_{k+1}\hat{P}_{k+1|k}\quad (2.58)$$

2.2.2 As equações do KF discreto

O KF, portanto, é a fusão de duas etapas anteriormente já vistas: a etapa de predição (ou propagação), composta pelas equações (2.21) e (2.29) e a etapa de estimação (ou correção) com as equações (2.38), (2.48) e (2.58). As etapas do KF estão resumidas na Tabela 2.1 e o fluxograma de implementação na Figura 2.3.

Tabela 2.1: Implementação do KF

Algoritmo 1: Filtro de Kalman1. Inicialização $k=0$

$$\hat{x}_{0|0} = x_0$$

$$\hat{P}_{0|0} = P_0$$

2. Calcular a fase de Predição

$$\hat{x}_{k+1|k} = F_k \hat{x}_{k|k}$$

$$\hat{P}_{k+1|k} = F_k \hat{P}_{k|k} F_k^T + Q_k$$

3. Calcular a fase de Correção

$$K_{k+1} = \hat{P}_{k+1|k} H_{k+1} (H_{k+1} \hat{P}_{k+1|k} H_{k+1}^T + R_{k+1})^{-1}$$

$$\hat{x}_{k+1|k+1} = \hat{x}_{k+1|k} + K_{k+1} (y_{k+1} - H_{k+1} \hat{x}_{k+1|k})$$

$$\hat{P}_{k+1|k+1} = \hat{P}_{k+1|k} - K_{k+1} H_{k+1} \hat{P}_{k+1|k}$$

4. Fazer $k \leftarrow k + 1$ e voltar ao passo 2

2.3 Estimação de estados para sistemas não lineares

Apesar do amplo uso do KF, as premissas de linearidade e Gaussianidade que lhe garantem otimalidade impedem sua aplicação em sistemas não-lineares. Por outro lado, métodos de aproximação gaussiana contornam tal dificuldade pelo emprego de algoritmos baseados no KF (Teixeira, 2008). Desse grupo, o EKF é a solução mais utilizada em estimação não linear (Haykin, 2001). No EKF a distribuição do estado do sistema e todas as densidades de ruídos relevantes são aproximadas por variáveis aleatórias Gaussianas (VAG, Variáveis Aleatórias Gaussianas), que são então propagadas analiticamente através de uma linearização de primeira ordem do sistema não-linear. No entanto, o uso deste algoritmo pode apresentar alguns problemas devido à linearização, como por exemplo, sensibilidade às condições iniciais, pouca precisão e divergência dos resultados, ou mesmo a instabilidade do estimador (Kandepu *et al.*, 2008). Posteriormente, surgiu uma alternativa ao EKF, é o UKF, que foi proposto em Julier e Uhlmann (1997) e proporciona resultados mais precisos com gastos computacionais menores que o EKF (Kandepu *et al.*, 2008; Romanenko e Castro, 2004).

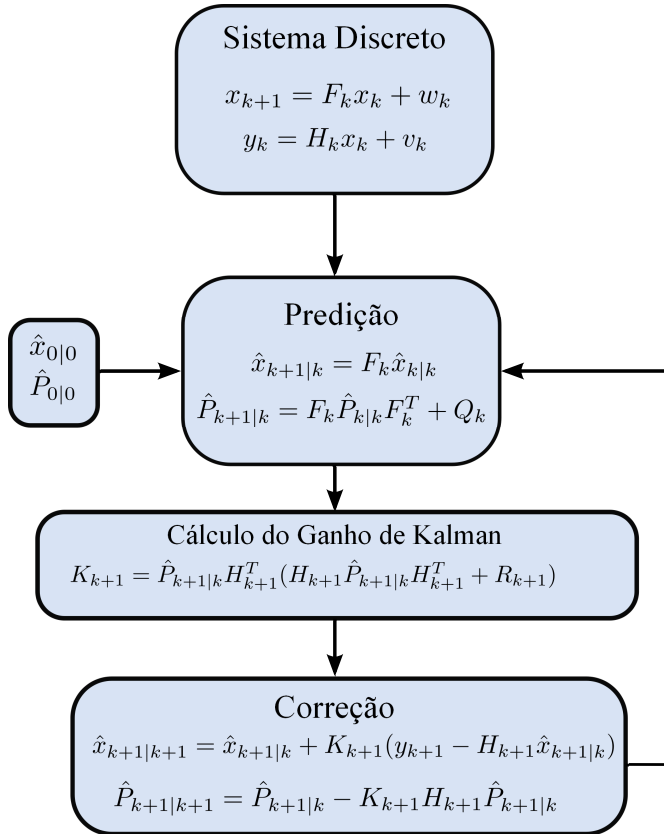


Figura 2.3: Fluxograma da implementação do KF.

A principal diferença entre os dois métodos é a maneira como as VAG são representadas para serem propagadas através da dinâmica do sistema. No EKF, a distribuição de estados é aproximada por uma variável aleatória gaussiana e é propagada analiticamente através da linearização de primeira ordem do sistema não linear. Isso pode introduzir erros na covariância *a posteriori*, que pode levar à divergência do erro de estimação. O UKF resolve esse problema usando um método de amostragem determinística. A distribuição do estado é de novo uma aproximação por uma VAG, mas agora é representado usando um conjunto mínimo de pontos de amostragem ponderados que são escolhidos cuidadosamente em torno da média. Estes pontos de amostragem capturam completamente a verdadeira média e covariância da VAG, e quando

propagadas através do verdadeiro sistema não-linear, captam a média e covariância posterior com precisão de segunda ordem (expansão em série de Taylor) para qualquer tipo de não-linearidade. O EKF, ao contrário, só consegue uma precisão de primeira ordem. O resultado é um filtro que capta com maior precisão a verdadeira média e covariância.

O UKF têm se mostrado muito superior ao EKF em uma ampla gama de aplicações nas áreas de estimativa não-linear de estados e estimação de parâmetros (Kandepu *et al.*, 2008).

O EKF e UKF são descritos nas próximas seções, considerando o sistema discreto não linear:

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= f(x_k, u_k) + w_k \\ y_k &= h(x_k) + v_k\end{aligned}\tag{2.59}$$

onde $k \in \mathbb{N}$, $f : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^p \times \mathbb{R}^q \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^n$ e $h : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^r \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^m$ são, respectivamente, os modelos de processo e observação, onde $x_k \in \mathbb{R}^n$ denota o vetor de estados, $y_k \in \mathbb{R}^m$ são as medidas e $u_k \in \mathbb{R}^p$ as entradas, as variáveis $w_k \in \mathbb{R}^q$ e $v_k \in \mathbb{R}^r$ representam o ruído de processo e de medição, respectivamente, os ruídos w_k e v_k são gaussianos e apresentam as mesmas propriedades mencionadas para o sistema (2.12) e (2.13).

2.3.1 Filtro de Kalman estendido

O EKF é uma generalização do KF, utilizado para estimar os estados quando o sistema apresenta não linearidades. O EKF permite a aplicação do KF a sistemas não-lineares, tornando-se assim uma das mais aplicadas derivações do KF a sistemas não lineares (Haykin, 2001).

Para sistemas não-lineares discretos, este estimador tem sido aplicado utilizando o modelo linearizado do processo, que é obtido em torno da estimativa precedente (fase de predição) ou em torno da estimativa predita (fase de correção), quando as observações são integradas para corrigir a estimativa predita de estado e sua matriz de covariâncias. Entretanto, o EKF é um estimador sub-ótimo sem garantia de convergência (Jazwinski, 1970).

De acordo com (Jazwinski, 1970) o EKF é representado por meio das seguintes equações:

- Predição

$$\hat{x}_{k+1|k} = f(\hat{x}_{k|k}, u_k)\tag{2.60}$$

$$\hat{P}_{k+1|k} = A_k \hat{P}_{k|k+1} A_k^T + Q_k\tag{2.61}$$

- Correção

$$K_{k+1} = \hat{P}_{k+1|k} C_{k+1}^T (C_{k+1} \hat{P}_{k+1|k} C_{k+1}^T + R_{k+1})^{-1} \quad (2.62)$$

$$\hat{x}_{k+1|k+1} = \hat{x}_{k+1|k} + K_{k+1} (y_{k+1} - h(\hat{x}_{k+1|k})) \quad (2.63)$$

$$\hat{P}_{k+1|k+1} = \hat{P}_{k+1|k} - K_{k+1} C_{k+1} \hat{P}_{k+1|k} \quad (2.64)$$

onde as matrizes A_k e C_k são determinadas por meio de:

$$A_k = \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_{k|k}} \quad (2.65)$$

$$C_k = \left. \frac{\partial h(x)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_{k|k-1}} \quad (2.66)$$

A implementação do EKF é mostrada na Tabela 2.2.

Tabela 2.2: Implementação do filtro de Kalman estendido

Algoritmo 2: Filtro de Kalman Estendido

1. Inicialização $k=0$

$$\hat{x}_{0|0} = x_0$$

$$\hat{P}_{0|0} = P_0$$

$$A_k = \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_{k|k}}$$

$$C_k = \left. \frac{\partial h(x)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_{k|k-1}}$$

2. Calcular a fase de Predição

$$\hat{x}_{k+1|k} = f(\hat{x}_{k|k}, u_k)$$

$$\hat{P}_{k+1|k} = A_k \hat{P}_{k|k} A_k^T + Q_k$$

3. Calcular a fase de Correção

$$K_{k+1} = \hat{P}_{k+1|k} C_{k+1}^T (C_{k+1} \hat{P}_{k+1|k} C_{k+1}^T + R_{k+1})^{-1}$$

$$\hat{x}_{k+1|k+1} = \hat{x}_{k+1|k} + K_{k+1} (y_{k+1} - C_{k+1} \hat{x}_{k+1|k})$$

$$\hat{P}_{k+1|k+1} = \hat{P}_{k+1|k} - K_{k+1} C_{k+1} \hat{P}_{k+1|k}$$

4. Fazer $k \leftarrow k + 1$ e voltar ao passo 2

2.3.2 Filtro de Kalman *unscented*

O UKF recebe esta denominação por utilizar transformação *unscented* em sua formulação. Essa transformação gera um conjunto de vetores, pontos sigma, que ao passarem por uma transformação não linear, permanecem com a mesma média e covariância das variáveis aleatórias com precisão de segunda ordem (série de Taylor) (Haykin, 2001). Na próxima subseção, a transformada *unscented* é apresentada para melhor compreensão do UKF.

Transformada *unscented*

A transformada *unscented* é um método que permite calcular as estatísticas de uma variável aleatória submetida a uma transformação não linear. Essa transformação se baseia no princípio de que é mais fácil aproximar uma distribuição de probabilidade do que aproximar uma função arbitrária não-linear (Julier e Uhlmann, 1997).

A Figura 2.4 ilustra a diferença principal entre a linearização realizada pelo EKF e a transformada *unscented*, na qual esta transformação possui um princípio simples: um conjunto de pontos (pontos sigma) é escolhido de modo que sua média e covariância são representadas por $\bar{\Phi}$ e P_{Φ} , respectivamente. A função não linear é aplicada a cada ponto, produzindo uma nuvem de pontos transformados. As estatísticas dos pontos transformados, agora com média \bar{z} e covariância P_{zz} propagado, pode ser calculada de modo a formar uma estimativa da média e covariância não-linear transformada.

Pode-se descrever a transformada *unscented* por meio dos seguintes passos:

1. Dada uma variável aleatória Φ de dimensão n , propagada por meio da função $z = g(\Phi)$, com média $\bar{\Phi}$ e covariância P_{Φ} . Calcula-se um conjunto de $2n + 1$ pontos ponderados $\chi_i \in \mathbb{R}^{n \times 2n+1}$ dados por:

$$\begin{aligned} \chi_i &= \bar{\Phi} & i &= 0 \\ \chi_i &= \bar{\Phi} + \sqrt{\frac{((n+\lambda)P_{\Phi})_i}{n}} & i &= 1, \dots, n \\ \chi_{i+n} &= \bar{\Phi} - \sqrt{\frac{((n+\lambda)P_{\Phi})_{i-n}}{n}} & i &= n+1, \dots, 2n \end{aligned} \quad (2.67)$$

onde $\lambda = \alpha^2(n + \kappa) - n$, α e κ são parâmetros ajustáveis. O parâmetro α determina a dispersão dos pontos sigma em torno da média ($\bar{\Phi}$), κ é um parâmetro secundário e é usado para incorporar o conhecimento *a priori* da distribuição de Φ .

2. Transforma-se cada ponto através da função não linear, $z = g(\Phi)$, pro-

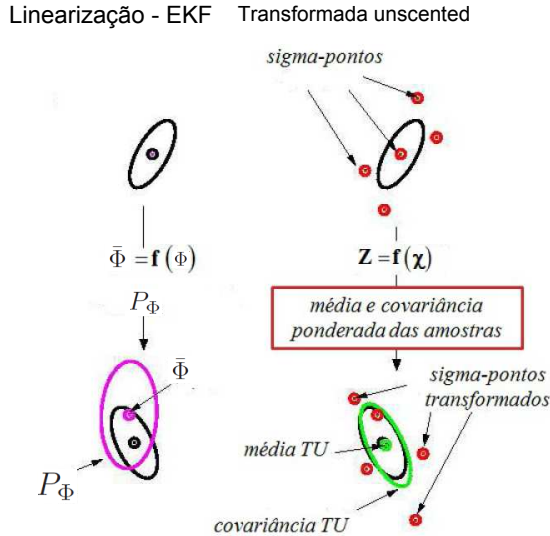


Figura 2.4: Exemplo de linearização realizada pelo EKF e o princípio da transformada *unscented*. Fonte: Wan e Van Der Merwe (2000)

duzindo um conjunto de pontos sigma transformados.

$$Z_i = g(\chi_i) \quad (2.68)$$

3. A média é dada pela média ponderada dos pontos transformados,

$$\bar{z} = \sum_{i=0}^{2n} w_i Z_i \quad (2.69)$$

4. A covariância é dada pelo produto externo ponderado dos pontos transformados,

$$\hat{P}_{zz} = \sum_{i=0}^{2n} w_i (Z_i - \bar{z})(Z_i - \bar{z})^T \quad (2.70)$$

De acordo com a formulação proposta em Julier e Uhlmann (1997) a transformação *unscented* apresenta algumas características como:

1. Se a média e a covariância de Φ são captadas com precisão de segunda ordem, então os valores calculados da média e covariância de z também possuem a mesma ordem de precisão. Isso gera alguns benefícios, pois

como a aproximação é feita em relação à distribuição de z , ao invés de $g(\cdot)$, a sua expansão da série de Taylor não é truncada em uma determinada ordem. Isso mostra que o algoritmo *unscented* pode parcialmente incorporar informações a partir de ordens superiores, levando à uma maior precisão;

2. Os pontos sigma capturam a mesma média e covariância, independentemente da escolha da raiz quadrada da matriz que é utilizada. Um método numérico eficiente e que pode ser utilizado é a decomposição de Cholesky;
3. A média e a covariância são calculadas usando vetores e operações matriciais. Isso significa que o algoritmo é adequado para qualquer tipo de modelo do processo, pois não são necessários os cálculos da matriz Jacobiana como no EKF;
4. O fator κ fornece um grau de liberdade como ajuste dos momentos de ordem superior da aproximação. Quando a distribuição é Gaussiana, é útil utilizar ($\kappa + n = 3$). Outra escolha mais apropriada pode ser feita caso a escolha da distribuição seja diferente;
5. Apesar de κ poder ser um número positivo ou negativo, uma escolha negativa poderá levar à uma estimativa da matriz \hat{P}_{zz} ser não positiva semi-definida.

A próxima subseção analisa a aplicação da transformada *unscented* no problema de filtragem e desenvolve o UKF.

Filtro de Kalman *unscented*

Considere o sistema não linear (2.59). A transformada *unscented* aplicada ao algoritmo do KF, dá origem ao UKF, por meio dos seguintes passos:

- Predizer o novo estado do sistema $\hat{x}_{k+1|k}$ e a matriz de covariância do erro de predição $\hat{P}_{k+1|k}$, levando em conta os ruídos do processo;
- Predizer a medida observada $\hat{y}_{k+1|k}$ e a covariância da inovação \hat{P}_{yy} , incluindo os efeitos do ruído da medida observada;
- Finalmente predizer a matriz de correlação \hat{P}_{xy} .

A partir desses passos, UKF pode ser implementado com suas fases distintas, predição e correção. A inicialização do UKF se dá por meio do

cálculo dos pontos sigma, que são calculados a partir da média e covariância do estado no instante inicial. O vetor sigma é calculado de acordo com:

$$\chi_{i,k|k} = \begin{bmatrix} \hat{x}_{k|k} & \hat{x}_{k|k} + \mu\sqrt{\hat{P}_{k|k}} & \hat{x}_{k|k} - \mu\sqrt{\hat{P}_{k|k}} \end{bmatrix} \quad (2.71)$$

onde $\mu = \sqrt{n + \lambda}$, $\lambda = \alpha^2(n + \kappa) - n$, α e κ são parâmetros ajustáveis. O parâmetro α determina a dispersão dos pontos sigma em torno da média (\bar{x}), κ é um parâmetro secundário e é usado para incorporar o conhecimento *a priori* da distribuição de x . A inicialização do UKF acontece por meio da propagação dos pontos sigma, através do sistema não linear:

$$\chi_{i,k+1|k} = f(\chi_{i,k|k}, u_k) \quad (2.72)$$

- Predição: Nesta fase a predição do estado e da covariância são determinados, a partir dos pontos sigma:

$$\hat{x}_{k+1|k} = \sum_{i=0}^{2n} w_i^{(m)} \chi_{i,k+1|k} \quad (2.73)$$

$$\hat{P}_{k+1|k} = \sum_{i=0}^{2n} w_i^{(c)} (\chi_{i,k+1|k} - \hat{x}_{k+1|k})(\chi_{i,k+1|k} - \hat{x}_{k+1|k})^T + Q_k \quad (2.74)$$

$$\Psi_{k+1|k} = h(\chi_{i,k+1|k}) \quad (2.75)$$

$$\hat{y}_{k+1|k} = \sum_{i=0}^{2n} w_i^{(m)} \Psi_{i,k+1|k} \quad (2.76)$$

$$\hat{P}_{yy} = \sum_{i=0}^{2n} w_i^{(c)} (\Psi_{i,k+1|k} - \hat{y}_{k+1|k})(\Psi_{i,k+1|k} - \hat{y}_{k+1|k})^T + R_{k+1} \quad (2.77)$$

$$\hat{P}_{xy} = \sum_{i=0}^{2n} w_i^{(c)} (\chi_{i,k+1|k} - \hat{x}_{k+1|k})(\Psi_{i,k+1|k} - \hat{y}_{k+1|k})^T \quad (2.78)$$

- Correção

$$K_{k+1} = \hat{P}_{xy} \hat{P}_{yy}^{-1} \quad (2.79)$$

$$\hat{x}_{k+1|k+1} = \hat{x}_{k+1|k} + K_{k+1}(y_{k+1} - \hat{y}_{k+1|k}) \quad (2.80)$$

$$\hat{P}_{k+1|k+1} = \hat{P}_{k+1|k} - K_{k+1} \hat{P}_{yy} K_{k+1}^T \quad (2.81)$$

os pesos w_i são calculados por meio de:

- Pesos para a média

$$w_0^{(m)} = \frac{\lambda}{n + \lambda} \quad (2.82)$$

$$w_i^{(m)} = \frac{1}{2(n + \lambda)}, i = 1, \dots, 2L \quad (2.83)$$

- Pesos para a covariância

$$w_0^{(c)} = \frac{\lambda}{n + \lambda} + (1 - \alpha^2 + \beta) \quad (2.84)$$

$$w_i^{(c)} = \frac{1}{2(n + \lambda)}, i = 1, \dots, 2L \quad (2.85)$$

O algoritmo de implementação do UKF é apresentado na Tabela 2.3.

O desempenho do UKF, quando a saída do sistema é considerada linear, foi analisado em Xiong *et al.* (2006). Os autores provaram que o erro de estimação do UKF é limitado, além disso mostraram que a matriz de covariância do ruído desempenha um papel importante na estabilidade do UKF.

Tabela 2.3: Implementação do UKF

Algoritmo 3: Filtro de Kalman Unscented1. Inicialização $k=0$

$$\hat{x}_{0|0} = x_0$$

$$\hat{P}_{0|0} = P_0$$

2. Calcular os pontos sigma

$$\chi_{i,k|k} = \begin{bmatrix} \hat{x}_{k|k} & \hat{x}_{k|k} + \mu\sqrt{\hat{P}_{k|k}} & \hat{x}_{k|k} - \mu\sqrt{\hat{P}_{k|k}} \end{bmatrix}$$

3. Calcular os pesos para a média e covariância

$$w_0^{(m)} = \frac{\lambda}{n+\lambda}$$

$$w_i^{(m)} = \frac{1}{2(n+\lambda)}, i = 1, \dots, 2n$$

$$w_0^{(c)} = \frac{\lambda}{n+\lambda} + (1 - \alpha^2 + \beta)$$

$$w_i^{(c)} = \frac{1}{2(n+\lambda)}, i = 1, \dots, 2n$$

4. Predição

$$\chi_{i,k+1|k} = f(\chi_{i,k|k}, u_k)$$

$$\hat{x}_{k+1|k} = \sum_{i=0}^{2n} w_i^{(m)} \chi_{i,k+1|k}$$

$$\hat{P}_{k+1|k} = \sum_{i=0}^{2n} w_i^{(c)} (\chi_{i,k+1|k} - \hat{x}_{k+1|k})(\chi_{i,k+1|k} - \hat{x}_{k+1|k})^T + Q_k$$

$$\Psi_{k+1|k} = h(\chi_{i,k+1|k})$$

$$\hat{y}_{k+1|k} = \sum_{i=0}^{2n} w_i^{(m)} \Psi_{i,k+1|k}$$

5. Correção

$$\hat{P}_{yy} = \sum_{i=0}^{2n} w_i^{(c)} (\Psi_{i,k+1|k} - \hat{y}_{k+1|k})(\Psi_{i,k+1|k} - \hat{y}_{k+1|k})^T + R_{k+1}$$

$$\hat{P}_{xy} = \sum_{i=0}^{2n} w_i^{(c)} (\chi_{i,k+1|k} - \hat{x}_{k+1|k})(\Psi_{i,k+1|k} - \hat{y}_{k+1|k})^T$$

$$K_{k+1} = \hat{P}_{xy} \hat{P}_{yy}^{-1}$$

$$\hat{x}_{k+1|k+1} = \hat{x}_{k+1|k} + K_{k+1}(y_{k+1} - \hat{y}_{k+1})$$

$$\hat{P}_{k+1|k+1} = \hat{P}_{k+1|k} - K_{k+1} \hat{P}_{yy} K_{k+1}^T$$

6. Fazer $k \leftarrow k + 1$ e voltar ao passo 2

Capítulo 3

Filtro de Kalman *Unscented* com observações Intermitentes

Nos capítulos anteriores, foram apresentados os conceitos de NCS e estimação de estados utilizando o KF para sistemas lineares e, EKF e UKF para os casos não lineares. Nesse capítulo será realizada uma fusão dos dois assuntos, pois será abordado o problema de estimação de estado quando os componentes do sistema de controle estão interconectados por meio de uma rede de comunicação sem fio. Um exemplo de WNCS, que será tratado nessa tese, é apresentado na Figura 3.1. O principal desafio encontrado em WNCS é a perda de pacotes que pode ocorrer durante as transmissões, uma vez que acontecem pelo ar e expõem o sinal a um maior número de problemas, como interferência, desvanecimento e multipercursos.

Do ponto de vista de sistemas de controle, as perdas de pacotes assim como os atrasos, introduzidos pela rede de comunicação, causam impacto no desempenho do sistema de controle e, no pior dos casos, chegam a causar instabilidade na malha (Shi *et al.*, 2010). Diversos modelos têm sido usados para representar a perda de pacotes em WNCS (Kluge *et al.*, 2010), dentre os quais destacam-se: máximo intervalo de perda (Cloosterman *et al.*, 2008), processo de Bernoulli (Sinopoli *et al.*, 2004) ou sistemas lineares com saltos Markovianos (Xiong e Lam, 2006).

Outras metodologias têm sido propostas para tratar a perda de pacotes como por exemplo: substituir a medida perdida por zero (Hadjicostis e Touri,

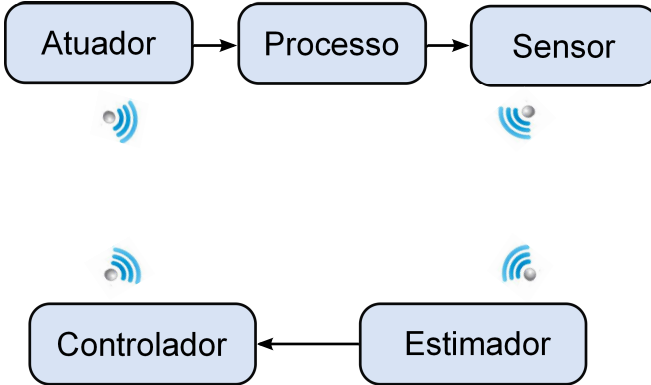


Figura 3.1: Esquema de um WNCS.

2002), utilizar a medida anterior à perda (Nilsson, 1998) ou utilizar um estimador de estado para fornecer uma medida para o controlador (Gupta *et al.*, 2007). Neste contexto, será apresentado, no presente capítulo, um procedimento para tratar do problema de perda de pacotes em NNCS, utilizando estimadores não lineares. A área de estimação de estados em NCS com perdas de pacotes (ou observações intermitentes), utilizando estimadores de estados por meio da teoria de filtragem de Kalman, tem sido amplamente investigado na literatura. A atenção se voltou para este tema a partir da publicação do artigo Sinopoli *et al.* (2004), no qual analisa-se o problema de estimação de estados para sistemas lineares quando os pacotes enviados do sensor para o controlador por meio de uma rede comunicação são perdidos. Neste artigo os autores ainda mostram que o KF é um estimador ótimo, apesar da limitação da matriz de covariância depender diretamente da probabilidade de chegada dos pacotes. Em particular, eles provam a existência de um valor crítico, a partir dos autovalores da matriz A (2.1), para a probabilidade de chegada em torno da qual a covariância do erro de estimação irá divergir.

Embora muitos trabalhos tenham sido desenvolvidos a partir do artigo Sinopoli *et al.* (2004), estes ainda apresentam algumas limitações. Supondo que o sistema apresente uma saída de acordo como (2.2), o valor crítico foi encontrado em Sinopoli *et al.* (2004) supondo que a matriz C (2.2) seja invertível ou invertível no subespaço observável. Esta condição já foi atenuada em Plarre e Bullo (2009), em que os autores supõem que a matriz C (2.2) necessita ser somente invertível no subespaço observável. Em Mo e Sinopoli (2008) os autores encontram o valor crítico, desde que os autovalores da matriz A (2.1) sejam distintos e a matriz A (2.1) seja diagonal. Uma caracte-

terização mais completa a respeito do valor crítico para sistema diagonalizáveis de segunda ordem com autovalores de mesma magnitude é proposta por Mo e Sinopoli (2011). Outro modo de caracterizar o desempenho do KF com observações intermitentes é por meio da distribuição de probabilidade da covariância do erro de estimação, ao invés de considerar somente a sua limitação. Em Shi *et al.* (2010), os autores consideram que a probabilidade (Pr) da covariância do erro de estimação (P_k) é limitada por uma matriz M , isto é, $Pr[P_k \leq M]$.

Apesar da estimação em NCS com observações intermitentes para sistemas lineares apresentar-se como uma área de pesquisa ainda em expansão e com muitos avanços a serem alcançados, o foco dessa tese é a estimação em NCS com observações intermitentes, para sistemas não lineares. A motivação é a pouca atenção que esta área tem recebido devido às dificuldades de se tratar as não linearidades e perturbações não Gaussianas.

Ao se tratar de estimação não linear, um dos métodos mais aplicados é o EKF (Kandepu *et al.*, 2008). Esse algoritmo é implementado linearizando o sistema e tem sido utilizado com sucesso por muitos anos em problemas de estimação não linear. No entanto, desde que o UKF foi proposto em Julier e Uhlmann (1997), estudos têm revelado que o UKF apresenta desempenho superior ao EKF (Kandepu *et al.*, 2008; Romanenko e Castro, 2004).

A formulação para o EKFI foi proposta em Kluge *et al.* (2010), no qual os autores encontram a probabilidade crítica de chegadas de pacotes quando a chegada é modelada como um processo aleatório de Bernoulli. Dentro desse contexto e considerando que o UKF tem ganhado cada vez mais espaço em aplicações não lineares, neste capítulo, fundamentando-se nos artigos (Kluge *et al.*, 2010; Sinopoli *et al.*, 2004), apresenta-se a formulação do UKFI e um procedimento pelo qual pode-se determinar um valor crítico para a taxa de chegada de pacotes, em torno da qual a covariância do erro de estimação do UKFI diverge.

3.1 Formulação do problema

Considere que o processo analisado é governado pelo seguinte sistema discreto não linear estocástico dado pela seguinte equação:

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k) + w_k \quad (3.1)$$

$$y_k = H_k x_k + v_k \quad (3.2)$$

onde $k \in \mathbb{N}$, $f : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^p \times \mathbb{R}^q \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^n$ e $h : \mathbb{R}^n \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^m$ são, respectivamente, os modelos de processo e observação, onde $x_k \in \mathbb{R}^n$ denota o vetor de estados, $y_k \in \mathbb{R}^m$ são as medidas e $u_k \in \mathbb{R}^p$ as entradas, as variáveis $w_k \in \mathbb{R}^n$ e $v_k \in \mathbb{R}^m$ representam o ruído de processo e de medição, respectivamente os ruídos w_k e v_k são gaussianos e apresentam as mesmas propriedades mencionadas para o sistema (2.12) e (2.13).

É assumido que as medidas entregues do sensor para o estimador são por meio de uma rede comunicação sem fio sujeita à perdas de pacotes (Figura 3.1). Nesta análise não serão considerados atrasos nem o efeito da quantização.

As observações intermitentes enviadas do sensor para o estimador são modeladas por meio de uma variável estocástica binária γ_k . Desse modo, a perturbação de saída v_k é definida pela distribuição de probabilidade:

$$p(v_k|\gamma_k) = \begin{cases} \mathcal{N}(0, R_k), & \gamma_k = 1 \\ \mathcal{N}(0, \sigma^2 I), & \gamma_k = 0 \end{cases} \quad (3.3)$$

onde σ^2 é a variância da observação em algum instante de tempo k . Na falta de medida, caso ocorram perdas corresponde ao limite quando $\sigma \rightarrow \infty$. Este esquema foi proposto por Sinopoli *et al.* (2004) e é apresentado na Figura 3.2.

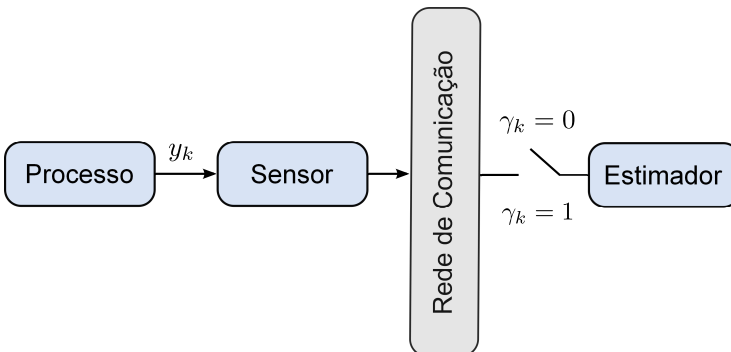


Figura 3.2: Esquema de estimação em uma rede com perda de pacotes.

3.1.1 Filtro de Kalman *unscented* com observação intermitente

De acordo com a formulação apresentada em Sinopoli *et al.* (2004), os autores mostraram que o KF ainda é ótimo quando ocorre a presença de observações intermitentes. Para isso, a chegada de pacote é modelada como um processo aleatório de Bernoulli com a distribuição de probabilidade (3.3). Os autores ainda mostraram que a perda de pacotes corresponde ao caso quando limite de $\sigma \rightarrow \infty$. Nesta seção, a mesma técnica será empregada para determinar as equações do UKFI. Para facilitar a leitura, as equações (2.71) a (2.74) são reproduzidas a seguir. O procedimento de implementação do UKFI é apresentado a seguir, por meio dos seguintes passos:

Passo 1: Assume-se que a variável aleatória x_k com média $\hat{x}_{k|k}$ e covariância $\hat{P}_{k|k}$ sejam aproximadas por pontos sigma utilizando as seguintes equações:

$$\chi_{i,k|k} = \begin{bmatrix} \hat{x}_{k|k} & \hat{x}_{k|k} + \mu\sqrt{\hat{P}_{k|k}} & \hat{x}_{k|k} - \mu\sqrt{\hat{P}_{k|k}} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

onde $\mu = \sqrt{n + \lambda}$, $\lambda = \alpha^2(n + \kappa) - n$, α e κ são parâmetros ajustáveis. O parâmetro α determina a dispersão dos pontos sigma em torno da média ($\hat{x}_{k|k}$), κ é um parâmetro secundário e é usado para incorporar o conhecimento *a priori* da distribuição de x . A inicialização do UKF se dá por meio da propagação dos pontos sigma, na etapa de predição.

Passo 2: Predição

$$\chi_{i,k+1|k} = f(\chi_{i,k|k}, u_k) \quad (3.5)$$

A média e a covariância são computadas de acordo com

$$\hat{x}_{k+1|k} = \sum_{i=0}^{2n} w_i^{(m)} \chi_{i,k+1|k} \quad (3.6)$$

$$\hat{P}_{k+1|k} = \sum_{i=0}^{2n} w_i^{(c)} (\chi_{i,k+1|k} - \hat{x}_{k+1|k})(\chi_{i,k+1|k} - \hat{x}_{k+1|k})^T + Q_k \quad (3.7)$$

onde os pesos w_i são calculados por meio de:

- Pesos para a média

$$w_0^{(m)} = \frac{\lambda}{n + \lambda} \quad (3.8)$$

$$w_i^{(m)} = \frac{1}{2(n + \lambda)}, i = 1, \dots, 2L \quad (3.9)$$

- Pesos para a covariância

$$w_0^{(c)} = \frac{\lambda}{n + \lambda} + (1 - \alpha^2 + \beta) \quad (3.10)$$

$$w_i^{(c)} = \frac{1}{2(n + \lambda)}, i = 1, \dots, 2L \quad (3.11)$$

Como a equação das medidas (3.2) é considerada linear, a fase de correção do UKF segue do mesmo modo que o KF clássico (Xiong *et al.*, 2006). *Passo 2: Correção:*

$$\hat{y}_{k+1|k} = H_{k+1} \hat{x}_{k+1|k} \quad (3.12)$$

$$\hat{P}_{yy} = H_{k+1} \hat{P}_{k+1|k} H_{k+1}^T + \gamma_{k+1} R_{k+1} + (1 - \gamma_{k+1}) \sigma^2 I \quad (3.13)$$

$$\hat{P}_{xy} = \hat{P}_{k+1|k} H_{k+1}^T \quad (3.14)$$

A fase de correção, do KF e os demais que derivam a partir dele está condicionada à chegada da medida y_k , obtidas a partir do sensor. No entanto, quando a entrega dessas medidas do sensor para o estimador é realizada por meio de uma rede de comunicação, suas medidas ficam sujeitas a perdas e atrasos. Como, nesse caso, a perda é modelada por meio de uma variável aleatória de Bernoulli γ_k , (2.80) e (2.81) são reescritas a partir da definição da saída de perturbação definida em (3.3).

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k+1|k+1} &= \hat{x}_{k+1|k} + \hat{P}_{xy} (H_{k+1} \hat{P}_{k+1|k} H_{k+1}^T \\ &+ \gamma_{k+1} R_{k+1} + (1 - \gamma_{k+1}) \sigma^2 I)^{-1} (y_{k+1} - \hat{y}_{k+1|k}) \end{aligned} \quad (3.15)$$

$$\begin{aligned} \hat{P}_{k+1|k+1} &= \hat{P}_{k+1|k} - \\ &\hat{P}_{xy} (H_{k+1} \hat{P}_{k+1|k} H_{k+1}^T + \gamma_{k+1} R_{k+1} + (1 - \gamma_{k+1}) \sigma^2 I)^{-1} \hat{P}_{xy}^T \end{aligned} \quad (3.16)$$

Tomando o limite de (3.15) e (3.16) com $\sigma \rightarrow \infty$ obtém-se

$$\hat{x}_{k+1|k+1} = \hat{x}_{k+1|k} + \gamma_{k+1} K_{k+1} (y_{k+1} - C \hat{x}_{k+1|k}) \quad (3.17)$$

$$\hat{P}_{k+1|k+1} = \hat{P}_{k+1|k} - \gamma_{k+1} K_{k+1} H_{k+1} \hat{P}_{k+1|k} \quad (3.18)$$

Antes de analisar o comportamento da covariância do erro de estimação na presença da perda de pacotes, a abordagem proposta em Xiong *et al.* (2006) para simplificar a covariância do erro de previsão do UKF é apresentada a seguir. Nessa proposta os autores introduziram uma matriz diagonal desconhecida β para modelar os erros devido à técnica de linearização de primeira ordem. Na forma modificada do UKF, a matriz de covariância do erro de previsão (3.7) é calculada com a expansão da matriz Q_k , isto é:

$$\begin{aligned} \hat{P}_{k+1|k} &= \sum_{i=0}^{2n} w_i^c (\chi_{i,k+1|k} - \hat{x}_{k+1|k}) (\chi_{i,k+1|k} - \hat{x}_{k+1|k})^T \\ &+ Q_k + \Delta Q_k \end{aligned} \quad (3.19)$$

onde ΔQ_k é uma matriz definida positiva acrescida na matriz de covariância como uma modificação do UKF de modo que a estabilidade do UKF seja garantida, conforme em Xiong *et al.* (2006). No entanto, a matriz de covariância do erro de previsão atual do UKF na forma modificada é definida como

$$P_{k+1|k} = E \left[\tilde{x}_{k+1|k} \tilde{x}_{k+1|k}^T \right] \quad (3.20)$$

onde o erro de previsão é

$$\tilde{x}_{k+1|k} = x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k} \quad (3.21)$$

Expandindo x_{k+1} por meio de uma série de Taylor em torno de $\hat{x}_{k|k}$ tem-se:

$$x_{k+1} = f(\hat{x}_{k|k}) + \nabla f(\hat{x}_{k|k}) \tilde{x}_{k|k} + \frac{1}{2} \nabla^2 f(\hat{x}_{k|k}) \tilde{x}_{k|k}^2 + \dots + w_k \quad (3.22)$$

onde

$$\nabla^i f(\hat{x}_{k|k}) \tilde{x}^i = \left(\sum_{j=1}^L \tilde{x}_j \frac{\partial}{\partial x_j} \right)^i f(x) \Bigg|_{x=\hat{x}_{k|k}} \quad (3.23)$$

x_j denota o j -ésimo termo de x . Expandindo $\hat{x}_{k+1|k}$ dado em (3.6) por meio de uma série de Taylor em $\hat{x}_{k|k}$, tem-se:

$$\begin{aligned}
 \hat{x}_{k+1|k} &= \left(\frac{\lambda}{n+\lambda} \right) f(\hat{x}_{k|k}) \\
 &+ \frac{1}{2(n+\lambda)} \sum_L^{i=1} f[\hat{x}_{k|k} + (a\sqrt{L\hat{P}_{k|k}})_i] \\
 &+ \frac{1}{2La^2} \sum_{2L}^{i=1} f[\hat{x}_{k|k} - (a\sqrt{L\hat{P}_{k|k}})_{i-L}] \\
 &= f(\hat{x}_{k|k}) + \frac{1}{2} \nabla^2 f(\hat{x}_{k|k}) \hat{P}_{k|k} + \dots
 \end{aligned} \tag{3.24}$$

Substituindo (3.23) e (3.24) em (3.21), tem-se aproximadamente a igualdade

$$\tilde{x}_{k+1|k} \approx F_k \tilde{x}_{k|k} + w_k \tag{3.25}$$

onde

$$F_k = \left(\frac{\partial f(x)}{\partial x} \Big|_{x=\hat{x}_{k|k}} \right) \tag{3.26}$$

Nota-se que somente o primeiro termo é mostrado em (3.25). É evidente que existem resíduos do erro de predição $\tilde{x}_{k+1|k}$. Para levar os termos residuais em conta e obter-se uma igualdade exata, uma matriz diagonal $\beta_k = \text{diag}(\beta_{1,k}, \beta_{2,k}, \dots, \beta_{M,k})$ é introduzido de modo que:

$$\tilde{x}_{k+1|k} = \beta_k F_k \tilde{x}_{k|k} + w_k \tag{3.27}$$

Substituindo (3.27) em (3.20) tem-se:

$$\begin{aligned}
 P_{k+1|k} &= E \left[\tilde{x}_{k+1|k} \tilde{x}_{k+1|k}^T \right] \\
 &= \beta_k F_k \hat{P}_{k|k} F_k^T \beta_k + \Delta P_{k+1|k} + Q_k
 \end{aligned} \tag{3.28}$$

onde $\Delta P_{k+1|k}$ é a diferença entre $\beta_k F_k \hat{P}_{k|k} F_k^T \beta_k$ e $E(\beta_k F_k \tilde{x}_{k|k} \tilde{x}_{k|k}^T F_k^T \beta_k)$. Tomando-se $\delta P_{k+1|k}$ como a diferença entre a matriz de covariância $P_{k+1|k}$ e $\hat{P}_{k|k}$, o cálculo da matriz de covariância mostrado em (3.19) torna-se:

$$\hat{P}_{k+1|k} = P_{k+1|k} + \delta P_{k+1|k} + \Delta Q_k \tag{3.29}$$

a qual pode ser reescrita como

$$\hat{P}_{k+1|k} = \beta_k F_k \hat{P}_{k|k} F_k^T \beta_k + \hat{Q}_k \quad (3.30)$$

onde

$$\hat{Q}_k = \Delta P_{k+1|k} + Q_k + \delta P_{k+1|k} + \Delta Q_k \quad (3.31)$$

A expressão (3.30), para a covariância do erro de predição modificada do UKFI, é a mesma desenvolvida em Xiong *et al.* (2006) uma vez que o erro de predição é independente da chegada de pacotes (γ_k), esse resultado foi reproduzido nesta seção para facilitar o entendimento do principal resultado que será apresentado na próxima seção.

3.2 Limitação da matriz de covariância para máxima taxa de perda de pacotes

O objetivo desta seção é mostrar a existência de um valor crítico para a taxa de perda de pacotes, em torno do qual a matriz de covariância do erro de predição do UKFI será limitado, quando pacotes contendo as informações que são enviadas do sensor para o estimador por meio de uma rede de comunicação estão sujeitos a perdas. Uma variável aleatória de Bernoulli γ_k é utilizada para indicar se um determinado pacote é transmitido corretamente no instante k . Mais precisamente, se $\gamma_k = 1$, então o pacote foi entregue com sucesso; caso contrário $\gamma_k = 0$ quando houver a perda. Para qualquer valor de k , γ_k é i.i.d com distribuição de probabilidade $P(\gamma_k = 1) = \lambda$, para $0 < \lambda < 1$. Nesta seção mostra-se que existe um valor crítico para a chegada de pacotes λ_c , tal que para $\lambda > \lambda_c$ a covariância do erro de predição é limitada para qualquer condição inicial; caso contrário a mesma diverge.

Quando as medidas estão disponíveis em todos os instantes de tempo, isto é, não ocorrem perdas, a covariância do erro de predição tem a mesma forma da equação algébrica de Riccati Sinopoli *et al.* (2004). Isto pode ser verificado ao substituir a equação (3.30) em (3.18):

$$\hat{P}_{k+1|k} = \beta_k F_k \hat{P}_{k|k-1} F_k^T \beta_k + Q_k - \lambda \beta_k F_k K_k \hat{P}_{k|k-1} F_k^T \beta_k \quad (3.32)$$

Como a saída do processo é modelada de acordo com uma variável estocástica, a covariância do erro de estimação também se torna uma variável estocástica (Sinopoli *et al.*, 2004). Em Sinopoli *et al.* (2004), o autores introduziram esta noção para o caso linear, supondo que o sistema seja instável, pois uma vez que o sistema é estável sempre existirá um limitante para a covariân-

cia do erro de estimação, mesmo que os pacotes não cheguem (Mo e Sinopoli, 2008).

Antes de apresentar a prova completa do teorema proposto nesta tese, é apresentado o seguinte teorema que afirma a existência de um valor crítico para a chegada de pacotes. O teorema foi proposto em Sinopoli *et al.* (2004), para o KF linear discreto com observações intermitentes. Em seguida é apresentado o UKFI.

Teorema 3.1 *Se $(F_k, Q_k^{1/2})$ é controlável, (F_k, H_k) é detectável, e F_k é instável, então existe um $\lambda_c \in [0, 1)$ tal que:*

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E[\hat{P}_{k|k-1}] = +\infty, \quad \text{para } 0 \leq \lambda \leq \lambda_c \quad \text{e} \quad \exists \hat{P}_{0|0} \geq 0 \quad (3.33)$$

$$E[\hat{P}_{k|k-1}] \leq M_{\hat{P}_{0|0}} \quad \forall k \quad \text{para } \lambda_c < \lambda \leq 1 \quad \text{e} \quad \forall \hat{P}_{0|0} \geq 0 \quad (3.34)$$

Demonstração 3.1 *A partir da definição de γ_k , tem-se $\gamma_k = 0$ ou $\gamma_k = 1$. Se $\gamma_k = 1$, a equação modificada de Riccati se reduz à equação clássica de Riccati, que é conhecida por convergir a um ponto fixo de acordo com as hipóteses do teorema. No entanto se $\gamma_k = 0$, então o problema se reduz à predição em malha aberta, e se a matriz F_k é instável, então a matriz de covariância diverge para alguma condição inicial $\hat{P}_{0|0} \geq 0$. Deste modo, a seguir, é mostrada a existência de um ponto de transição entre os dois casos. Fixando $0 < \lambda_1 < 1$ tal que $E_{\lambda_1}[\hat{P}_{k+1|k}]$ é limitada para qualquer condição inicial $\hat{P}_{0|0} \geq 0$, então para $\lambda_2 \geq \lambda_1$ $E_{\lambda_2}[\hat{P}_{k+1|k}]$ também é limitada.*

De fato tem-se:

$$\begin{aligned} E_{\lambda_1}[\hat{P}_{k+1|k}] &= E_{\lambda_1}[\beta_k F_k \hat{P}_{k|k-1} F_k^T \beta_k^T + Q - \lambda_1 \beta_k F_k K_k H_k \hat{P}_{k|k-1} F_k^T \beta_k^T] \\ &= E[g_{\lambda_1}(\hat{P}_{k|k-1})] \geq E[g_{\lambda_2}(\hat{P}_{k|k-1})] = E_{\lambda_2}[\hat{P}_{k|k-1}] \end{aligned} \quad (3.35)$$

utilizando as propriedades da equação modificada de Riccati (Sinopoli et al., 2004) para reescrever a igualdade acima

$$\lambda_c = \inf \lambda^* : \lambda > \lambda^* \Rightarrow E_{\lambda}[P_k] \quad (3.36)$$

é limitado para algum $\hat{P}_{0|0} \geq 0$

A partir do resultado do Teorema 3.1, que garante a existência do valor crítico de chegada de pacotes para o UKFI, a seguir é apresentado o principal resultado desta tese. O teorema proposto permite encontrar uma taxa de perda de pacotes crítica que garante a limitação da matriz de covariância do erro de estimação do UKFI.

Teorema 3.2 *Considera-se o sistema não linear (3.1) e (3.2) e o UKFI (3.4) a (3.18). Se $P_{1|0} > 0$, H_k^{-1} existe e satisfaz $\|H_k^{-1}\| \leq \underline{h}^{-1}$ e existem números reais \bar{f} , \bar{h} , \underline{q} , \bar{q} , $\underline{\beta}$, $\bar{\beta}$, \underline{r} , $\bar{r} \neq 0$ tais que os seguintes limitantes para as matrizes a seguir são satisfeitos, para todo $k \geq 0$*

$$\|F_k\| \leq \bar{f} \quad (3.37)$$

$$\|H_k\| \leq \bar{h} \quad (3.38)$$

$$\underline{q}I_n \leq Q_k \leq \bar{q}I_n \quad (3.39)$$

$$\underline{\beta}I_n \leq \beta_k \leq \bar{\beta}I_n \quad (3.40)$$

$$\underline{r}I_n \leq R_k \leq \bar{r}I_n \quad (3.41)$$

e se a probabilidade de chegada da medida satisfaz $\lambda > 1 - \bar{f}^{-2}\bar{\beta}^{-2}$, então existem constantes \underline{p} , \bar{p} tais que:

$$\underline{p}I_n \leq \hat{P}_{k+1|k+1} \leq \hat{P}_{k+1|k} \quad (3.42)$$

$$E[\hat{P}_{k+1|k+1}] \leq E[\hat{P}_{k+1|k}] \leq \bar{p}I_n \quad (3.43)$$

Demonstração 3.2 *Como o par (F_k, H_k) é observável, também será detectável se H_k é invertível, o limitante inferior segue diretamente de Anderson e Moore (1981). Considerando o cenário de melhor caso quando $\gamma_k = 1$, inicia-se a demonstração reescrevendo $\hat{P}_{k+1|k}$. De (3.29) tem-se:*

$$\hat{P}_{k+1|k} = \beta_k F_k \hat{P}_{k|k} F_k^T \beta_k + \hat{Q}_k \quad (3.44)$$

A partir de (3.18) é possível escrever:

$$\hat{P}_{k|k} = \hat{P}_{k|k-1} - \gamma_k K_k H_k \hat{P}_{k|k-1} \quad (3.45)$$

onde

$$K_k = \hat{P}_{k|k-1} H_k^T (H_k \hat{P}_{k|k-1} H_k^T + R_k)^{-1} \quad (3.46)$$

Substituindo (3.45) e (3.46) em (3.44):

$$\begin{aligned} \hat{P}_{k+1|k} &= \beta_k F_k (\hat{P}_{k|k-1} - \gamma_k \hat{P}_{k|k-1} H_k^T (H_k \hat{P}_{k|k-1} H_k^T + R_k)^{-1} \\ &\quad \times H_k \hat{P}_{k|k-1}) F_k^T \beta_k + \hat{Q}_k \end{aligned} \quad (3.47)$$

Aplicando o Lema da inversão de matrizes Haykin (1996) no termo inverso

de (3.47), obtém-se

$$\begin{aligned} (H_k \hat{P}_{k|k-1} H_k^T + R_k)^{-1} &> (H_k \hat{P}_{k|k-1} H_k^T + R_k)^{-1} \\ &- (H_k \hat{P}_{k|k-1} H_k^T)^{-1} R_k (H_k \hat{P}_{k|k-1} H_k^T)^{-1} \end{aligned} \quad (3.48)$$

Reescrevendo-se (3.47):

$$\begin{aligned} \hat{P}_{k+1|k} &\leq \beta_k F_k \hat{P}_{k|k-1} F_k^T \beta_k - \\ &\gamma_k \beta_k F_k \hat{P}_{k|k-1} H_k^T [(H_k \hat{P}_{k|k-1} H_k^T)^{-1} - H_k \hat{P}_{k|k-1} H_k^T]^{-1} \\ &R_k H_k \hat{P}_{k|k-1} H_k^T]^{-1} H_k \hat{P}_{k|k-1} F_k^T \beta_k + \hat{Q}_k \end{aligned} \quad (3.49)$$

Aplicando a propriedade de matrizes, $(ABC)^{-1} = C^{-1}B^{-1}A^{-1}$, tem-se

$$\begin{aligned} \hat{P}_{k+1|k} &\leq \beta_k F_k \hat{P}_{k|k-1} F_k^T \beta_k - \\ &\gamma_k \beta_k F_k \hat{P}_{k|k-1} H_k^T (H_k^T)^{-1} (H_k \hat{P}_{k|k-1})^{-1} (H_k \hat{P}_{k|k-1}) F_k \beta_k + \\ &\gamma_k \beta_k F_k (\hat{P}_{k|k-1} H_k^T) (\hat{P}_{k|k-1} H_k^T)^{-1} H_k^{-1} R_k H_k^T \\ &(H_k \hat{P}_{k|k-1})^{-1} (H_k \hat{P}_{k|k-1}) F_k^T \beta_k + \hat{Q}_k \end{aligned} \quad (3.50)$$

Aplicando a propriedade $AA^{-1} = I$, obtém-se que:

$$\begin{aligned} \hat{P}_{k+1|k} &\leq \beta_k F_k \hat{P}_{k|k-1} F_k^T \beta_k - \\ &\gamma_k \beta_k F_k \hat{P}_{k|k-1} H_k^T F_k \beta_k + \gamma_k \beta_k F_k H_k^{-1} R_k H_k^T F_k^T \beta_k + \hat{Q}_k \end{aligned} \quad (3.51)$$

$$\begin{aligned} \hat{P}_{k+1|k} &\leq (1 - \gamma_k) \beta_k F_k \hat{P}_{k|k-1} F_k^T \beta_k + \\ &\gamma_k \beta_k F_k H_k^{-1} R_k H_k^T F_k^T \beta_k + \hat{Q}_k \end{aligned} \quad (3.52)$$

Das suposições do teorema:

$$\underline{r}I \leq R_k \leq \bar{r}I_n \quad (3.53)$$

$$Q_k \leq \bar{q}I_n \quad (3.54)$$

escreve-se:

$$H_k^{-1} R_k H_k^{-T} \leq \bar{r} H_k^{-1} H_k^{-T} \leq \bar{r} \bar{h}^{-1} \bar{h}^{-1} \leq \bar{r} \bar{h}^{-2} I_n \quad (3.55)$$

e

$$Q_k \leq \bar{q}I_n \quad (3.56)$$

Reescrevendo-se (3.52), a partir de (3.55) e (3.56):

$$\begin{aligned} \hat{P}_{k+1|k} &\leq (1 - \gamma_k) \bar{\beta} F_k \hat{P}_{k|k-1} F_k^T \bar{\beta} + \gamma_k \beta_k F_k H_k^{-1} R_k H_k F_k^T \beta_k + \hat{Q}_k \\ &\leq (1 - \gamma_k) \beta_k F_k \hat{P}_{k|k-1} F_k^T \beta_k + \gamma_k \beta_k F_k (\bar{f} \bar{h}^{-2}) F_k^T \beta_k + \hat{Q}_k \\ &\leq (1 - \gamma_k) \beta_k F_k \hat{P}_{k|k-1} F_k^T \beta_k + \gamma_k (\bar{f} \bar{h}^{-2}) \beta_k F_k F_k^T \beta_k + \bar{q} I_n \end{aligned} \quad (3.57)$$

Agora, mostra-se por indução, que para todo $k \geq 1$ tem-se:

$$E[\hat{P}_{k|k-1}] \leq p \sum_{j=0}^{k-1} [(1 - \gamma_k) \bar{f}^2 \bar{\beta}^2]^j I_n \quad (3.58)$$

onde $p = \max(\|P_{1|0}\|, \bar{f}^2 \bar{\beta}^2 \gamma_k \bar{f} \bar{h}^{-2} + \bar{q})$. A partir das propriedades de séries de potências, a soma em (3.58) converge desde que $(1 - \gamma_k) \bar{f}^2 \bar{\beta}^2 > 1 \Rightarrow \gamma_k > 1 - \bar{f}^{-2} \bar{\beta}^{-2}$, e o limitante superior em (3.52) segue diretamente de (3.58).

Utilizando-se (3.57) e a independência estocástica de $\hat{P}_{k|k-1}$ e γ_k , observa-se que para $k = 1$:

$$\begin{aligned} \hat{P}_{2|1} &\leq (1 - \gamma_0) \beta_1 F_1 \hat{P}_{1|0} F_1^T \beta_1 + \gamma_0 \frac{\bar{r}}{h^2} \beta_1 F_1 F_1^T \beta_1 + \bar{q} \\ &\leq (1 - \gamma) \bar{f}^2 \hat{P}_{1|0} \bar{\beta}^2 + \gamma \frac{\bar{r}}{h^2} \bar{\beta}^2 \bar{f}^2 I_n + \bar{q} I_n \\ &\leq (1 - \gamma) \bar{f}^2 \bar{\beta}^2 p I_n + p I_n \end{aligned} \quad (3.59)$$

A seguir assume-se que (3.58) é satisfeita para $E[\hat{P}_{k|k-1}]$ e calculando $E[\hat{P}_{k+1|k}]$:

$$\begin{aligned} E[\hat{P}_{k+1|k}] &\leq E[(1 - \gamma_k) \beta_k F_k \hat{P}_{k|k-1} F_k^T \beta_k + \gamma_k \frac{\bar{r}}{h^2} \bar{\beta}^2 F_k F_k^T + \bar{q} I_n] \\ &\leq (1 - \gamma_k) E[\bar{f}^2 \bar{\beta}^2 \hat{P}_{k|k-1}] + \gamma_k \frac{\bar{r}}{h^2} \bar{\beta}^2 \bar{f}^2 I_n + \bar{q} I_n \\ &\leq (1 - \gamma_k) \bar{f}^2 p \sum_{j=0}^{k-1} [(1 - \gamma) \bar{f}^2]^j I_n + p I_n \\ &\leq p \sum_{j=0}^k [(1 - \gamma) \bar{f}^2]^j I_n \end{aligned} \quad (3.60)$$

que prova o teorema. ■

Com relação a esse resultado, podem ser feitos os seguintes comentá-

rios:

- A partir do teorema, fica claro que a covariância do erro de estimação depende da probabilidade de perda e da dinâmica do sistema.
- Esse teorema apresenta uma condição suficiente para a limitação da matriz de covariância do UKFI com perda de pacotes;
- Como a equação de Riccati é somente uma aproximação de primeira ordem para covariância do erro, a limitação da matriz de covariância não implica que o erro de estimação seja limitado.

3.3 Simulações Numéricas

Nesta seção dois exemplos são apresentados para analisar o conservadorismo do resultado proposto no Teorema 3.2. As mesmas simulações também são feitas para o EKFI a fim de comparar o desempenho entre UKFI e EKFI, de acordo com as seguintes premissas:

- Os sistemas apresentam ruídos na entrada e saída. Os ruídos são Gaussianos com média nula;
- As medidas de saída são transmitidas por meio de uma rede de comunicação, sem fio, para o estimador;

3.3.1 Modelos Simulados

A seguir são descritos os sistemas utilizados nas simulações:

- *Primeiro Exemplo:* O primeiro exemplo numérico considerado é um sistema discreto não linear de primeira ordem Jin *et al.* (2007):

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= 1.1x_k + 0.2\text{sen}(x_k) + w_k \\ y_k &= x_k + v_k\end{aligned}\tag{3.61}$$

As matrizes de covariância de w_k e v_k são $Q_k = 0.01$ e $R_k = 6$, respectivamente. As condições iniciais para o sistema e o estimador são $x_0 = [0.1]^T$ e $\hat{x}_0 = [0]^T$, respectivamente e a matriz de covariância que inicializa o filtro é $\hat{P}_{0|0} = [10^{-3}]$. Os parâmetros de inicialização do UKF são $\alpha = 0.01$, $\beta = 2$ e $\kappa = 0$. Esse sistema apresenta um único ponto de equilíbrio e o mesmo é instável. Linearizando o sistema no ponto de equilíbrio encontra-se o autovalor 1.3. Deste modo $\tilde{f} = 1.3$.

- *Segundo Exemplo*: O segundo sistema considerado é um modelo discretizado de um pêndulo invertido Nijmeijer e Fossen (1999), em que a dinâmica do sistema é dada por:

$$\begin{aligned} x_{k+1,1} &= x_{k,1} + T x_{k,2} + w_{k,1} \\ x_{k+1,2} &= x_{k,2} + T \left(\frac{\cos(x_{k,1}) \left(-al \sin x_{k,1} x_{k,2}^2 + g \frac{\sin x_{k,1}}{\cos x_{k,1}} \right)}{l(1 - a \cos^2 x_{k,1})} \right) + w_{k,2} \\ y_k &= x_{k,1} + v_k \end{aligned} \quad (3.62)$$

onde $l = 0.36m$, $m = 0.23kg$, $M = 2.4Kg$, $g = 9.8m/s^2$ e a é a taxa $\frac{m}{m+M}$ onde T é o período de amostragem $T = 0.01s$. As condições iniciais do sistema são:

$$x_0 = [0.1 \quad 0.2]^T \quad (3.63)$$

A estimativa inicial \hat{x}_0 , a matrizes $\hat{P}_{0|0}$, Q_k e R_k são: $\hat{x}_{0|0} = [0 \quad 0.1]$, $\hat{P}_{0|0} = \begin{bmatrix} 10^3 & 0 \\ 0 & 10^3 \end{bmatrix}$, $Q_k = \begin{bmatrix} 10^{-1} & 0 \\ 0 & 10^{-1} \end{bmatrix}$ e $R_k = [10^{-4}]$, respectivamente. Os parâmetros ajustáveis que inicializam o UKF são $\alpha = 1$, $\beta = 2$ e $\kappa = 0$. O sistema tem um ponto de equilíbrio instável em $(0, 0)$. A linearização do sistema nesse ponto de equilíbrio fornece o autovalor instável 1.055. Desse modo, $\bar{f} = 1.055$

As simulações são realizadas com o objetivo de analisar a covariância do erro de estimação, para taxas de chegada de pacotes λ , onde $0 < \lambda < 1$. Desse modo, para cada valor de λ é obtido o máximo valor do traço da matriz de covariância que dará origem aos gráficos. O objetivo central das simulações é encontrar a taxa crítica de perda de pacotes, isto é, a taxa para a qual a covariância do erro de estimação irá divergir e comparar tal resultado com o encontrado por meio do teorema proposto nesta tese. A análise é realizada para o sistema em malha aberta.

3.3.2 Resultados das simulações do UKFI

1. Primeiro Exemplo

De acordo com o Teorema 3.2, a condição suficiente para a limitação da covariância do erro de estimação é $\lambda > 1 - \bar{f}^{-2} \bar{\beta}^{-2}$. Nesse exemplo, $\bar{f} = 1.3$, que implica $\lambda > 1 - \bar{\beta}^{-2} / 1.69$. O parâmetro $\bar{\beta}$ é encontrado por meio da condição de λ_c , isto é $0 < \lambda_c < 1$, então $\bar{\beta} > 0.76$, se $\bar{\beta} \gg 1$ e o termo $\frac{1}{\bar{\beta}^2 \bar{f}^2} \rightarrow 0$ e a probabilidade crítica de chegada é igual a um, desse

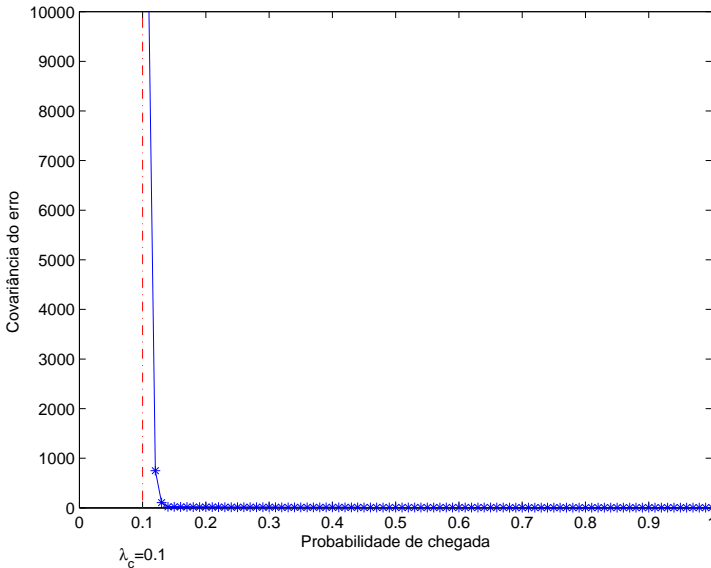


Figura 3.3: Traço da matriz de covariância para diferentes taxas de pacotes. A linha pontilhada (-.-) corresponde ao valor crítico $\lambda_c = 0.1$ em torno do qual o traço da matriz de covariância do UKFI diverge. A linha contínua representa os valores do traço de matriz de covariância para as diferentes taxas de perda de pacotes do sistema (3.61).

modo $0.76 < \bar{\beta} \leq 1$. Sendo assim, quando $\bar{\beta} = 0.8$ o valor esperado da covariância do erro de estimação irá divergir para qualquer $\lambda_c < 0.1$. O traço da matriz de covariância do erro de estimação é mostrado na Figura 3.3, em que a linha vertical corresponde ao valor crítico de λ , isto é, o valor para o qual a covariância diverge, que nesse caso corresponde a $\lambda_c = 0.1$, o mesmo encontrado por meio do Teorema 3.2.

2. Segundo Exemplo

Aplicando o Teorema 3.2 para o segundo exemplo, neste caso $\bar{f} = 1.055$ implica que $\lambda > 1 - \bar{\beta}^{-2}/(1.113)$. Novamente com a condição $0 < \lambda_c < 1$ é encontrado que o parâmetro $\bar{\beta}$ deve satisfazer $0.947 < \bar{\beta} < 1$. Escolhendo $\bar{\beta} = 0.97$ a covariância do erro de estimação irá convergir para $\lambda < 0.01$. Este resultado pode ser visto na Figura 3.4 e coincide

com o encontrado no Teorema 3.2.

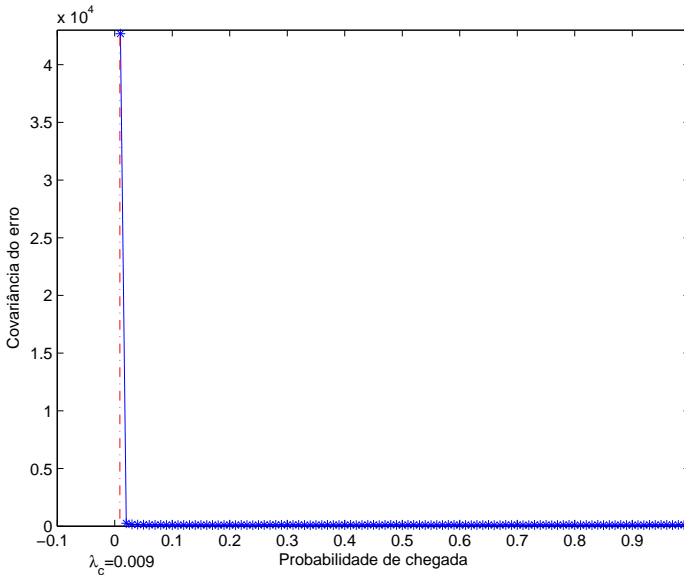


Figura 3.4: Traço da matriz de covariância para diferentes taxas de pacotes. A linha pontilhada (-.-) corresponde ao valor crítico $\lambda_c = 0.009$ em torno do qual o traço da matriz de covariância do UKFI diverge. A linha contínua representa os valores do traço de matriz de covariância para as diferentes taxas de perda de pacotes do sistema (3.62).

A partir dos dois exemplos analisados, o valor crítico de λ encontrado por meio das simulações e pelo Teorema 3.2 são muito próximos, assim sendo, é possível concluir que, embora o teorema forneça uma condição apenas suficiente o resultado não se mostrou conservador para os casos analisados.

A fim de comparar o desempenho do UKFI, realizou-se as mesmas simulações com o EKFI (vide Apêndice A). O objetivo é verificar qual dos estimadores apresenta melhor desempenho na presença da perda de pacotes. Os modelos simulados e as hipóteses utilizadas para o EKFI são as mesmas do UKFI.

3.3.3 Resultados das simulações do EKFI

1. Primeiro Exemplo

De acordo com o Teorema A.1 a convergência da matriz de covariância do erro de estimação do EKFI acontece para $\gamma_c > 0.41$. O traço da matriz de covariância do erro de estimação é mostrado na Figura 3.5 em que é possível perceber que a divergência aparece claramente quando a taxa de chegada é menor que 0.41.

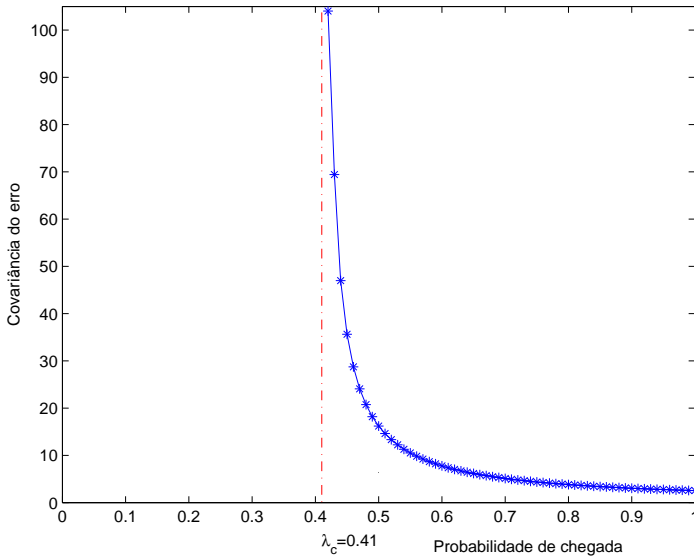


Figura 3.5: Traço da matriz de covariância para diferentes taxas de pacotes. A linha pontilhada (-.-) corresponde ao valor crítico $\lambda_c = 0.41$ em torno do qual o traço da matriz de covariância do EKFI diverge. A linha contínua representa os valores do traço de matriz de covariância para as diferentes taxas de perda de pacotes do sistema (3.61).

2. Segundo Exemplo

A Figura 3.6 mostra o desempenho do traço da matriz de covariância para diferentes taxas de chegada de pacotes, de acordo com o Teorema 3.1 a limitação ocorre para $\lambda_c > 10\%$, como pode ser verificado na Figura 3.6.

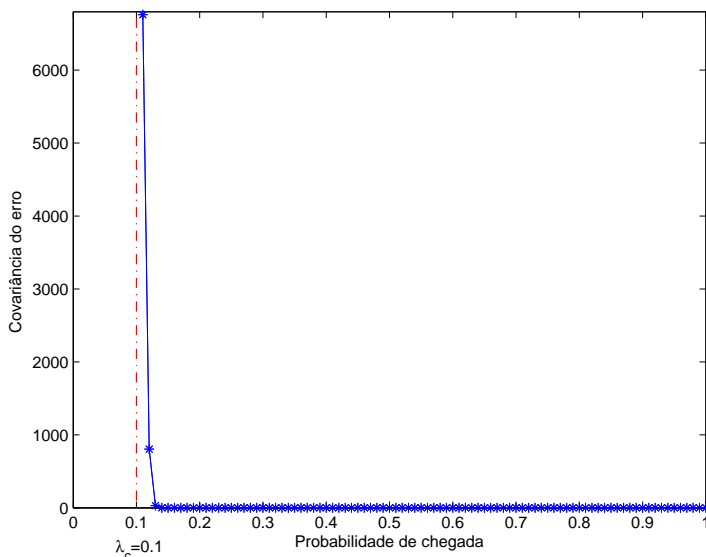


Figura 3.6: Traço da matriz de covariância para diferentes taxas de pacotes. A linha pontilhada (-.-) corresponde ao valor crítico $\lambda_c = 0.1$ em torno do qual o traço da matriz de covariância do EKFI diverge. A linha contínua representa os valores do traço de matriz de covariância para as diferentes taxas de perda de pacotes do sistema (3.62).

Finalmente, é possível concluir que, para os exemplos analisados, quando as observações são intermitentes, os resultados encontrados para o UKFI são melhores que o EKFI. É possível tirar tal conclusão, pois a convergência da matriz de covariância está diretamente ligada ao valor do λ_c encontrado, isto é, para $\lambda > \lambda_c$ a matriz de covariância converge. No primeiro exemplo, o UKFI converge para $\lambda > 10\%$ e o EKFI para $\lambda > 41\%$, isto significa que se chegarem 10% dos pacotes do UKFI a sua matriz de covariância irá convergir, no entanto, para o EKFI são necessário pelo menos 41% dos pacotes tenham chegado, conclusão análoga é realizado para o segundo exemplo analisado.

Capítulo 4

UKFI aplicado em um sistema teleoperado

4.1 Introdução

Sistemas de controle via rede proporcionam vários benefícios, pois permitem a transferência de dados remotos, trocas de dados entre usuários, reduzem cabeadamentos, custos nas instalações e proporcionam a facilidade de manutenção (Tipsuwan e Chow, 2003). Devido a todas essas vantagens e com o desenvolvimento das teorias de controle, sistemas de tempo real e comunicação industrial, as aplicação de NCS têm acontecido em diversas áreas, como por exemplo, industriais e automação de fábrica. A teleoperação foi uma das primeiras aplicações que tornaram os NCS populares. Inicialmente baseada em internet, foi utilizada em aplicações como telerobótica, manufaturamento remoto e telecirurgia (Kim *et al.*, 2006). A literatura em sistemas robóticos teleoperados é ampla e analisada sob diversos aspectos (Hokayem e Spong, 2006). Novos desafios têm sido encontrados em sistemas teleoperados quando uma rede de comunicação é utilizada, pois redes podem introduzir atrasos e perdas de pacotes durante as transmissões. Esses efeitos são responsáveis pela perda de estabilidade e degradação de desempenho do sistema. O problema de atraso variável tem sido tratado utilizando diferentes métodos e algoritmos, como pode ser visto em Munir e Book (2003) e Ching e Book (2006). Um esquema baseado em observadores para compensar os atrasos devido à presença do canal de comunicação é proposto em Gadamsetty *et al.* (2009). Dentre os trabalhos envolvendo perdas de pacotes

em sistemas de telepresença, no artigo Hirche e Buss (2004) é analisada a conservação de energia do sistema quando observadores são utilizados para compensar a perda de pacotes. Em Walker *et al.* (2009) a perda de pacotes e os atrasos são incorporados na dinâmica do controlador de um sistema teleoperado para garantir desempenho, em que os métodos utilizados foram desigualdade matricial linear e sistemas lineares com saltos markovianos. O problema de estabilidade em sistema teleoperado sujeito a perdas e atrasos utilizando internet como meio de comunicação entre *master* e *slave* é abordado no artigo Chen *et al.* (2008), no qual a estratégia proposta é baseada em controle preditivo. Conforme apresentado nos capítulos anteriores, o UKF tem se apresentado como uma tendência em estimação não linear e já foi objeto de estudo de diversos autores, sendo aplicado com sucesso em inúmeras áreas de sistema de controle (Kandepu *et al.*, 2008). Neste capítulo é analisada a viabilidade de aplicação dos resultados propostos no Capítulo 3 em um sistema teleoperado não linear, no qual a rede comunicação utilizada para interligar *master* e *slave* é sujeita a perda de pacotes.

4.2 Sistemas de Teleoperação

Telemanipulação, teleoperação e telerobótica são termos que indicam a capacidade do ser humano de operar em um ambiente remoto por meio de um sistema robótico, no qual ambos estão situados em locais distintos. O estudo dos sistemas telemanipulados teve início nos anos 40, nos quais as primeiras aplicações foram desenvolvidas para o manuseio de material radioativo. Desde então, diversas áreas utilizam esses sistema, dentre elas se destacam a área de construção civil, militar, aeroespacial, trabalhos aquáticos, medicina, entre outros.

Um sistema teleoperado pode ser representado por um diagrama de blocos como o da Figura 4.1. Este é formado por dois subsistemas robóticos: um *master*, que pode ser operado pelo usuário humano, e o *slave*, que atua no ambiente remoto. Os subsistemas *master* e *slave* podem trocar informações de posição, velocidade e/ou força. Usualmente, o operador humano especifica uma trajetória desejada (x_h) para o *slave*, por meio do *master* (x_m). O *master* ao receber o comando repassa x_m para o *slave* por meio do canal de comunicação, que reproduz o comando de trajetória enviado pelo *master*.

Um sistema de comunicação que conecta estes dois sistemas é responsável pela comunicação entre eles. A utilização de redes de comunicação permite o compartilhamento de recursos, de tal maneira que os equipamentos possam estar distribuídos em diversos locais ou até mesmo em áreas remotas.

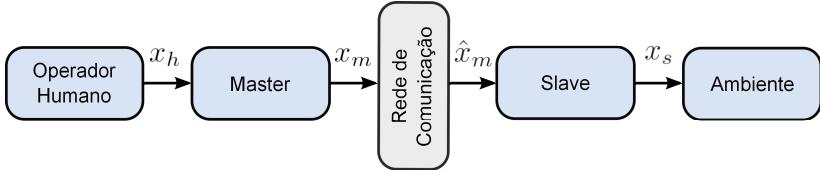


Figura 4.1: Sistema Teleoperado.

Desse modo os sistemas teleoperados podem ser considerados uma aplicação de NCS. Em termos de NCS o operador humano juntamente com o subsistema *master* atuam como um controlador que envia sinais de controle para um sistema remoto (*slave*) (Hirche e Buss, 2004). Cada subsistema do sistema teleoperado pode ser modelado separadamente, uma vez que podem apresentar dinâmicas diferentes.

A implementação do sistema teleoperado desta tese foi realizada levando-se em consideração que o *master* e *slave* são dois robôs cartesianos. A descrição das principais características do robô cartesiano e do sistema teleoperado tratado será realizada na seção a seguir.

4.3 Modelagem do Sistema Telerobótico-Robô Cartesiano

Os robôs cartesianos são utilizados em diferentes aplicações e com o avanço da tecnologia eles ganham cada vez mais espaço, pois substituem o ser humano em atividades que requerem precisão e uso de força. O robô cartesiano é composto de três eixos lineares nas direções X, Y e Z permitindo o movimento livre no plano vertical, horizontal e no espaço. Uma ilustração do robô cartesiano é mostrada na Figura 4.2.

O modelo físico simplificado de cada eixo corresponde a um sistema de transmissão do tipo fuso/fêmea (Figura 4.3).

As equações que descrevem a dinâmica do sistema são as seguintes:

$$\frac{\theta}{2\pi} = \frac{x}{h} \quad (4.1)$$

$$Fx = T\theta \quad (4.2)$$

$$F = m\ddot{x} + F_{at}(x, \dot{x}) \quad (4.3)$$

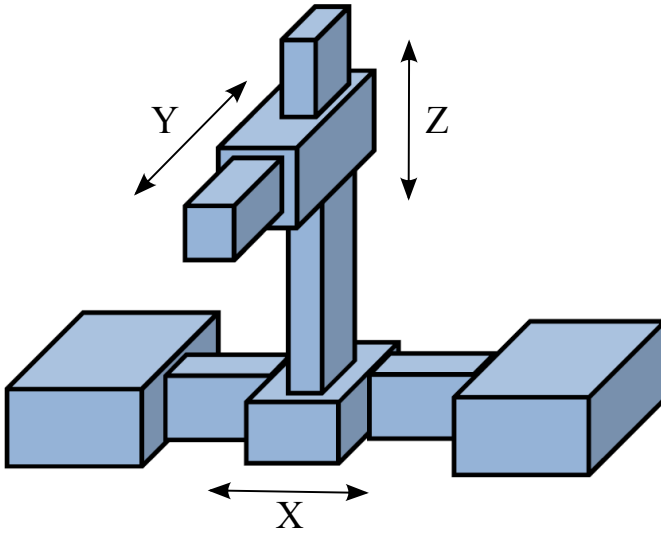


Figura 4.2: Robô Cartesiano.

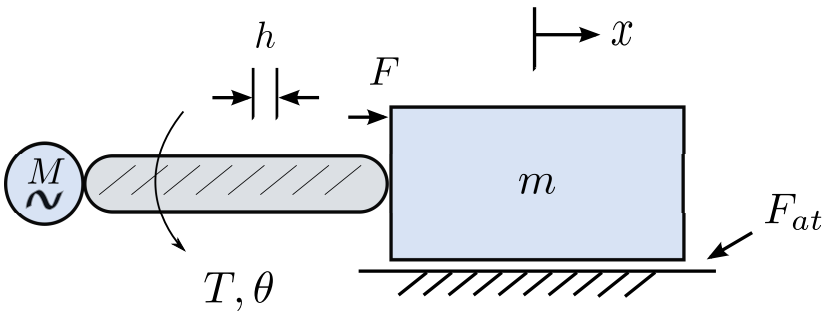


Figura 4.3: Sistema de transmissão fuso/fêmea.

onde $F_{at}(x, \dot{x})$ representa a parcela do atrito. Substituindo (4.1) e (4.2) em (4.3), tem-se:

$$T = m \left(\frac{h}{2\pi} \right)^2 \ddot{\theta} + \left(\frac{h}{2\pi} \right) F_{at}(x, \dot{x}) \Leftrightarrow T = J\ddot{\theta} + \left(\frac{h}{2\pi} \right) F_{at}(x, \dot{x}) \quad (4.4)$$

cujo os parâmetros das equações anteriores estão descritos na Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Parâmetros do Modelo do Robô Cartesiano

Símbolo	Legenda
θ	Posição angular (rad/s)
x	Posição linear (m)
h	Passo (m)
F	Força (N)
T	Binário ($N.m$)
m	Massa (kg)
J	Momento de inércia ($kg.m^2$)

A relação entre binário e corrente elétrica é dada por:

$$T = K_t I \quad (4.5)$$

onde $K_t(N.m/A)$ é a constante elétrica do motor e $I(A)$ a medida de corrente elétrica. Finalmente, substituindo (4.5) em (4.4), tem-se:

$$K_t I = J\ddot{\theta} + \left(\frac{h}{2\pi}\right) F_{at}(x, \dot{x}) \quad (4.6)$$

A modelagem do atrito em (4.3) pode ser feita por meio de diversas técnicas de acordo com Armstrong-Hélouvy *et al.* (1994); Olsson *et al.* (1998). Dentre os diversos modelos que descrevem o atrito, os mais comuns trabalham com a velocidade e outros fenômenos intrínsecos do comportamento do atrito. Grande parte dos modelos de atrito surgiram após o desenvolvimento do modelo de Dahl, dentre eles o de LuGre que foi proposto por Armstrong-Hélouvy *et al.* (1994). O modelo de LuGre é considerado um dos mais completos, pois em sua modelagem inclui o atrito estático, o atrito viscoso, os efeitos de pre-deslizamento e de Stribeck (diminuição do atrito com o aumento da velocidade no início do movimento).

O modelo de LuGre é baseado em uma análise microscópica de dois corpos rígidos em contato por meio de hastes elásticas (Figura 4.4). A defor-

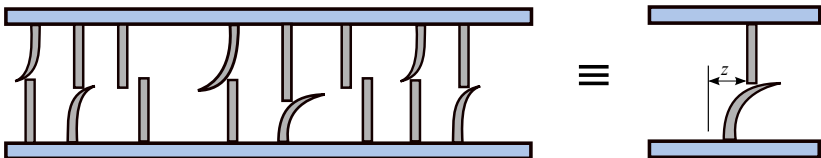


Figura 4.4: Atrito entre as duas superfícies em contato.

mação média relativa das superfícies de contato é representada pela variável z que modela a deflexão média das hastes e é mostrado na equação a seguir:

$$\dot{z} = v - \frac{\sigma_0 |v|}{g(v)} z \quad (4.7)$$

onde v é a velocidade entre as duas superfícies em contato, σ_0 representa o coeficiente de rigidez das deformações microscópicas entre as superfícies em contato e $g(v)$ representa o efeito *Stribeck* que é aproximado pela equação:

$$g(v) = F_c + (F_s - F_c) e^{-|v/v_s|^\alpha} \quad (4.8)$$

onde F_c é a força de atrito de Coulomb, F_s é a força de atrito estático e v_s é a velocidade de *Stribeck*. Por fim o modelo do atrito é descrito como:

$$F_{at} = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 v \quad (4.9)$$

onde o parâmetro σ_0 está associado à rigidez, σ_1 é o amortecimento das superfícies em contato e σ_2 representa o termo do atrito viscoso.

A partir da modelagem de todas as partes do sistema (4.6), é possível obter sua representação no espaço de estados, em que as variáveis de estados $x_1 = \theta$, $x_2 = \dot{\theta}$ e $x_3 = z$, representam posição angular, velocidade angular e deflexão média das hastes, respectivamente.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{K_t I}{J} - \frac{h}{(2\pi)J} \left(\sigma_0 x_3 + \sigma_1 \left(x_2 - \left(\frac{\sigma_0}{F_c + (F_s - F_c) e^{-|x_2/v_s|^\alpha}} \right) |x_2| x_3 \right) + \sigma_2 x_2 \right) \\ \dot{x}_3 &= x_2 - \left(\frac{\sigma_0}{F_c + (F_s - F_c) e^{-|x_2/v_s|^\alpha}} \right) |x_2| x_3 \end{aligned} \quad (4.10)$$

4.4 Síntese de Controladores

Como este trabalho não tem por objetivo desenvolver uma arquitetura de controle e sim analisar o problema de estimação em sistemas teleoperados com perda de pacotes a estrutura de controle utilizada para o robô cartesiano, é a mesma proposta em Lopes e Almeida (2006) e reproduzida a seguir.

A execução de tarefas em sistemas robóticos inclui o movimento da extremidade do manipulador por meio de uma trajetória desejada e também a interação do manipulador robótico com o ambiente. Nesse tipo de sistema, um controlador de força é necessário, para que execução da tarefa seja satisfatória ou ainda para evitar que o contato seja perdido diante de algum

distúrbio externo. Dentre os métodos de controle de força desenvolvidos (Zeng e Hemami, 1997), destacamos dois grupos. O primeiro no qual o erro de força é convertido em erro de posição e velocidade e este é então transmitido ao robô por meio de uma malha de controle de movimento, neste grupo destacamos a técnica de controle de impedância (Hogan, 1985). No segundo grupo, o erro de força é usado diretamente para controlar o robô por meio de uma malha de força, para este caso, tem-se as técnicas de controle híbrido (Raibert e Craig, 1981).

O controlador apresentado, no presente trabalho, é baseado em controle de impedância e foi proposto por Lopes e Almeida (2006). Controladores de impedância são mais robustos e conseguem tratar melhor os erros de modelagem. Usualmente, a impedância é modelada como um sistema linear de segunda ordem massa-mola com amortecimento expressa pela seguinte expressão

$$M_d(\ddot{x} - \ddot{x}_d) + B_d(\dot{x} - \dot{x}_d) + K_d(x - x_d) = -f_e \quad (4.11)$$

onde M_d , B_d e K_d são constantes e representam: a inércia desejada, coeficiente de amortecimento desejado, coeficiente de rigidez desejada, respectivamente. Os vetores x e x_d representam a posição atual e posição desejada e f_e é a força de interação do manipulador sobre o meio de trabalho. O controlador de impedância supõe que se o manipulador é capaz de seguir uma referência de aceleração (\ddot{x}_r) representada por

$$\ddot{x}_r = \ddot{x}_d + M_d^{-1}[-f_e + B_d(\dot{x}_d - \dot{x}) + K_d(x_d - x)] \quad (4.12)$$

ele se comportará de acordo com a equação (4.11). Ainda ao sistema é acrescentado, entre o sistema e o controlador de impedância, um controlador integral com uma malha de anti-saturação (*Anti-Windup*), para evitar os problemas que *Windup* do integrador apresenta. O *Windup* do integrador é um efeito que é causado pelo aumento do valor do erro. Se o valor do erro aumentar ao ponto de o integrador saturar a ação e controle, a malha de realimentação fica inoperante, uma vez que a ação de controle permanecerá saturada. Desse modo, a ação de integrador pode tornar o sistema instável, uma vez que pode efetuar a integração de valores muito altos. Quando o vetor do erro começa a reduzir, o valor do integrador pode ser tão alto ao ponto de demorar um tempo considerável até atingir o valor normal.

Os parâmetros do modelo do robô cartesiano e do controlador descritos em Cardoso (2009) são dados na Tabela 4.2.

Tabela 4.2: Parâmetros do modelo do robô cartesiano e do seu controlador.

Parâmetro	Valor (unidades S.I.)
h	$0.02(m)$
K_{Ia}	$0.0032(m/rad)$
K_t	$0.59(N.m/A)$
J	$0.0026(kg.m^2)$
B_d	$50(N.s/m)$
K_d	$4000(N/m)$
M_d	$1(kg)$
F_s	$2.4(N.m)$
F_c	$2.16(N.m)$
σ_0	$100(Nms/rad)$
σ_1	$0.1(Nms/rad)$
σ_2	$0(Nms/rad)$
v_s	$1(rad/s)$
α	2

4.5 Descrição do Sistema Robótico Teleoperado

A disposição do sistema teleoperado analisado nesta tese é a mesma de um sistema teleoperado tradicional mostrado na Figura 4.1. Como os subsistemas de um sistema teleoperado podem ser modelados separadamente, a seguir é apresentado cada um deles separadamente.

4.5.1 Subsistemas *master* e *slave*

No sistema robótico analisado, os subsistemas *master/slave* são ambos robôs cartesianos com equações em (4.13) e (4.14):

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_{1,m} &= x_{2,m} \\
 \dot{x}_{2,m} &= \frac{K_t I}{J} - \frac{h}{(2\pi)J} (\sigma_0 x_{3,m} + \sigma_1 (x_{2,m} - (\frac{\sigma_0}{F_c + (F_s - F_c) e^{-|x_{2,m}/v_{sr}|^\alpha}}) |x_{2,m}| x_{3,m}) + \\
 &\quad \sigma_2 x_{2,m}) \\
 \dot{x}_{3,m} &= x_{2,m} - (\frac{\sigma_0}{F_c + (F_s - F_c) e^{-|x_{2,m}/v_{sr}|^\alpha}}) |x_{2,m}| x_{3,m}
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_{1,s} &= x_{2,s} \\
 \dot{x}_{2,s} &= \frac{K_t I}{J} - \frac{h}{(2\pi)J} (\sigma_0 x_{3,s} + \sigma_1 (x_{2,s} - (\frac{\sigma_0}{F_c + (F_s - F_c) e^{-|x_{2,s}/v_{st}|^\alpha}})|x_{2,s}|x_{3,s}) + \\
 &\quad \sigma_2 x_{2,s}) \\
 \dot{x}_{3,s} &= x_{2,s} - (\frac{\sigma_0}{F_c + (F_s - F_c) e^{-|x_{2,s}/v_{st}|^\alpha}})|x_{2,s}|x_{3,s}
 \end{aligned} \tag{4.14}$$

onde o subíndice m indica *master* e o subíndice s indica *slave*. De acordo com o sistema teleoperado mostrado na Figura 4.1, o *master* irá enviar sinais de velocidade por meio da rede de comunicação para o *slave* e controladores locais irão garantir que o *slave* irá seguir o mesmo deslocamento e velocidade realizados pelos do *master*.

4.5.2 Teleoperador

Um sistema robótico de telemanipulação é composto por dois subsistemas: *master* e *slave*. Tal sistema permite a um operador, agindo localmente sobre o robô *master*, interagir com ambientes remotos, por intermédio do robô *slave*. Tarefas que podem beneficiar de um tal sistema são, por exemplo, a manipulação de ambientes hostis e/ou de difícil acesso: espaço, meio subaquático, instalações nucleares e químicas, construção, tarefas de busca e salvamento, combate a incêndios, entretenimento e a cirurgia remota (telemedicina). O teleoperador é um manipulador que requer comandos ou supervisão de um operador humano remoto. A entrada de um sistema teleoperado usualmente costuma ser a força aplicada por este operador humano. Trabalhos anteriores têm modelado o operador humano. No entanto, são modelos não lineares e muito complicados de serem aplicados (Prokopiou *et al.*, 1999). Estudos vêm mostrando que sinais senoidais com frequência e amplitudes pré-determinadas têm sido utilizado com uma boa alternativa para representar o operador humano em simulações numéricas (Sallam *et al.*, 2011).

4.6 Estimação de estados do sistema robótico cartesiano teleoperado

A proposta apresentada no Capítulo 3 para o UKFI será aplicada em um sistema robótico teleoperado. A análise será realizada para o sistema em malha aberta e em malha fechada.

4.7 Sistema em Malha Aberta

A formulação proposta no Capítulo 3 foi o UKFI, no qual foi proposto um Teorema que determina a taxa crítica de perda de pacotes em torno da qual pode-se garantir a limitação da matriz de covariância do erro de estimação do UKFI. Esta proposta é então aplicada e analisada quanto a sua viabilidade em um sistema real. Utiliza-se neste capítulo o sistema teleoperado (4.10) do robô cartesiano.

Para efetuar-se a aplicação do resultado proposto no Capítulo 3, previamente é realizada a análise da estabilidade do sistema (4.10). Para o sistema em malha aberta e com entrada nula o ponto de equilíbrio encontrado é a origem. Linearizando o sistema nesse ponto são encontrados os seguintes autovalores: $\{0, -0.9519 \pm 43.6218i\}$. Deste modo, conclui-se que o sistema em malha aberta e para uma entrada nula é estável. Assim, conforme já enunciado no Capítulo 3, sempre existirá um limitante para a covariância do erro de estimação, mesmo que os pacotes não cheguem.

4.8 Sistema em malha Fechada

Como foi provado no Capítulo 3, a convergência da matriz de covariância do UKFI está diretamente relacionada com os autovalores do sistema linearizado nos pontos de equilíbrio. De acordo com a análise realizada na seção anterior, o sistema em malha aberta é estável e portanto a convergência do UKFI para o sistema teleoperador (4.10) é garantida. Do mesmo modo, para o sistema em malha fechada a convergência do UKFI será mantida, uma vez que o sistema também será estável e o problema de controle é focado no seguimento de referência. Com os resultados em malha fechada, as conclusões apresentadas são preliminares, uma vez que o resultado encontrado ainda trata de sistema em malha aberta. A seguir, a análise realizada, será feita com base nas simulações numéricas, por meio do software Matlab/Simulink.

O principal objetivo das simulações é analisar a perda de pacotes, visto que será utilizada uma rede de comunicação sem fio, não confiável, para conectar *master* e *slave* no qual será utilizado o UKFI proposto como estimador.

Para a análise dinâmica do sistema teleoperado (Figura 4.1), assume-se:

- O sistema foi dividido em dois subsistemas distintos: *master* e *slave*, cada um com o seu controlador de posição local, considerado ideal;

- Como o UKF é um estimador discreto, o sistema é discretizado por meio do método numérico de Euler com período de amostragem $T = 10^{-5}s$;
- Ambos, *master* e *slave* têm os mesmos valores dos parâmetros que são mostrados na Tabela 4.2.
- A entrada de força do operador humano é um sinal senoidal de frequência $2rad/s$.
- Uma vez que se analisa nesta tese as redes sem fio, e desse modo trata-se como maior enfoque a perda de pacotes, não foi especificado nenhum protocolo de comunicação em especial. Para representar somente a perda de pacotes na análise, utiliza-se uma distribuição de Bernoulli de espaço amostral $\{0, 1\}$, onde 0 indica a perda e 1 a entrega da mensagem com sucesso.
- De acordo com a proposta apresentada no Capítulo 3, as equações da fase de predição do UKF na presença da perda de pacotes ficam modificadas:

$$\hat{x}_{k+1|k+1} = \hat{x}_{k+1|k} + \gamma_{k+1}K_{k+1}(y_{k+1} - C\hat{x}_{k+1|k}) \quad (4.15)$$

$$\hat{P}_{k+1|k+1} = \hat{P}_{k+1|k} - \gamma_{k+1}K_{k+1}H_{k+1}\hat{P}_{k+1|k} \quad (4.16)$$

Isso significa que, quando ocorrem perdas, isto é, a saída do sistema (y_k) não é entregue corretamente, a fase de predição do UKFI fica igual a correção. Assim sendo, mesmo na presença de perdas o filtro ainda é ótimo;

- Os parâmetros de inicialização do UKF são dados a seguir e foram determinados por meio de simulações: $Q = \begin{bmatrix} 10^{-5} & 0 & 0 \\ 0 & 10^{-5} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $R = [10]$
 $\hat{x}_{0|0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ e $\hat{P}_{1|0} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\alpha = 40$, $\beta = 2$ e $\kappa = 0$.
- A saída do sistema é perturbada por um ruído branco, com média nula e covariância 10^{-5} , pois é importante que o desempenho do filtro seja analisado em condições ruidosas, uma vez que uma das funcionalidades dos estimadores derivados do KF é a de reduzir ruídos de medição.

4.8.1 Avaliação de desempenho da estimação de estado

Um dos principais interesses no problema de estimação de estados é avaliar o desempenho dos estados estimados. Usualmente a análise de desempenho é realizada comparando-se diferentes estimadores (Kandepu *et al.*, 2008; Romanenko e Castro, 2004) ou avaliando o estimador por meio de alguma métrica. Diferentes métricas, baseadas na análise do erro de estimação, são apresentadas na literatura dentre estas destaca-se o erro médio quadrático (MSE, Mean Square Error) (Julier e Uhlmann, 1997) e a raiz do erro médio quadrático (RMSE, Root Mean Square Error) (Teixeira, 2008). A análise do erro de estimação, em simulações, é a maneira mais utilizada nos trabalhos sobre estimação para medir o desempenho dos algoritmos, e serve para indicar o quão precisas são as estimativas (Rezende, 2011). Neste capítulo a análise do desempenho da estimação dos estados do sistema teleoperado é feita por meio do erro de estimação.

4.9 Resultados das Simulações

As simulações foram conduzidas a fim de ilustrar a aplicação do Teorema 3.2 em um sistema teleoperado. No cenário proposto para estas simulações, supõe-se um sistema teleoperado como sem contato com o ambiente. Para as simulações é considerado que o estimador, situado no lado do *slave*, irá receber as informações de velocidade do *master* por meio da rede de comunicação sujeita a perdas de pacotes. O esquema proposto é apresentado na Figura 4.5.

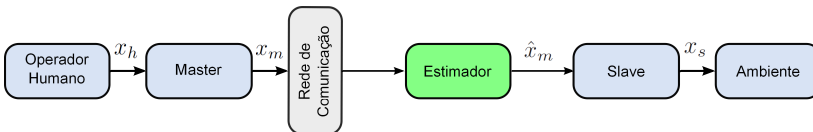


Figura 4.5: Sistema Teleoperado com estimação.

Analisa-se o desempenho do sistema para diferentes taxas de perda de pacotes. Em geral, sistemas robóticos e processos industriais, quando implementados com uma rede de comunicação, são projetados para baixas taxas de perdas de pacotes, algo que esteja abaixo de 10%, uma vez que uma rede comunicação não é projetada para perdas maiores que esses valores e que comprometam o desempenho do sistema. Em aplicações tipo VoIP, por exemplo, taxas de perdas consideráveis aceitáveis não devem ser acima de

1% (James *et al.*, 2004).

Inicialmente, simulou-se o sistema teleoperado proposto considerando que a rede de comunicação que liga *master* e *slave* atua em perfeitas condições, isto é, sem perdas nem atrasos. O gráfico da resposta do sistema *master/slave* é apresentado na Figura 4.6. Na Figura 4.7, é selecionado um intervalo de tempo menor (1.57s a 1.58s) da trajetória da velocidade que é afetada por um ruído externo, para se ter uma melhor visualização do efeito da filtração dos dados ruidosos, por meio do UKF. Ainda com relação aos resultados obtidos na Figura 4.6 salienta-se que o UKF, além de filtrar as observações ruidosas, fornece estimativas que servem de referência para o *slave*.

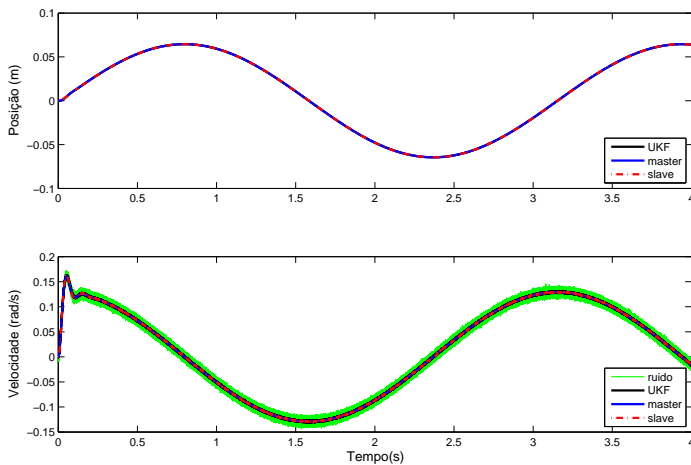


Figura 4.6: Posição e velocidade do sistema teleoperado considerando que não ocorrem perdas de pacotes durante a comunicação entre *master* e *slave*, em que a medida enviada por meio da rede de comunicação é ruidosa. A linha verde indica a medida da velocidade (ruidosa) enviada pelo *master*, a linha preta corresponde as medidas estimadas pelo UKF, a linha azul são as medidas do *master* e a linha vermelha pontilhada corresponde as medidas do *slave*.

A análise do desempenho do UKF, por meio do erro de estimação, é mostrada na Figura 4.8. Em todos os casos, pode-se perceber que o efeito do ruído foi amenizado no estado x_2 . Já no estado x_1 o efeito do ruído é bem pequeno.

A seguir, são apresentadas as simulações para o sistema teleoperado

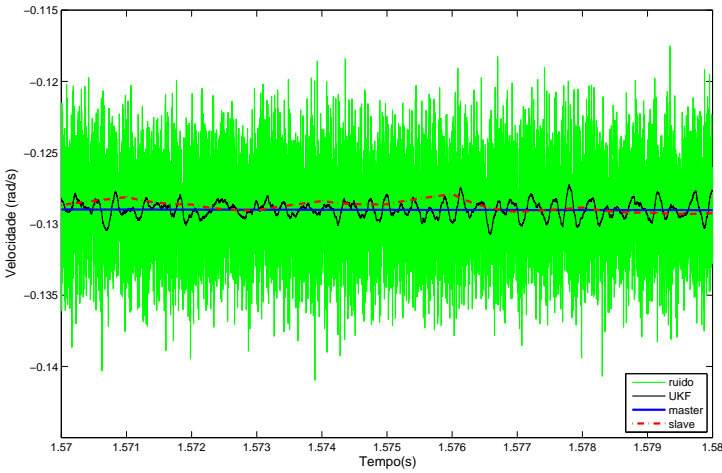


Figura 4.7: Ampliação da Figura 4.6, nos instantes 1.57s a 1.58s.

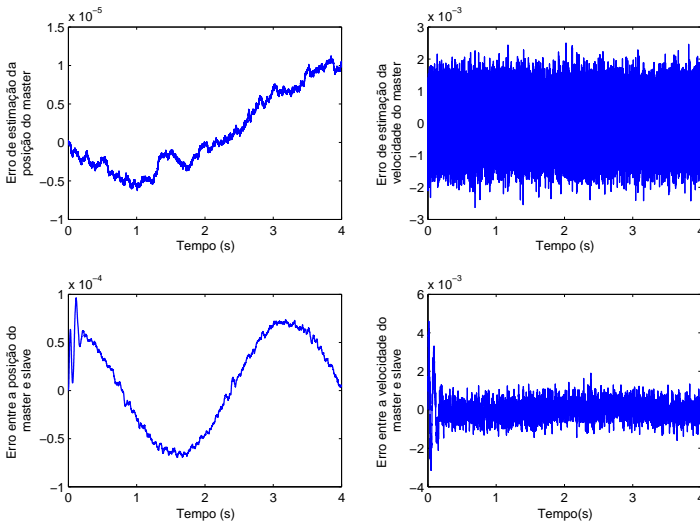


Figura 4.8: Erro de estimação do *master* e *slave*.

com perdas de pacotes, analisa-se o comportamento do sistema teleoperado para taxas de perda de 1% (Figura 4.9), 3% (Figura 4.11) e 5% (Figura 4.13), com o UKFI. Ainda, mostra-se um exemplo (Figura 4.15), em que ocorrem perdas de pacotes (taxa de 5%) e nenhum tratamento é feito a respeito, isto é, utiliza-se o UKF, sem levar em consideração as perdas de pacotes.

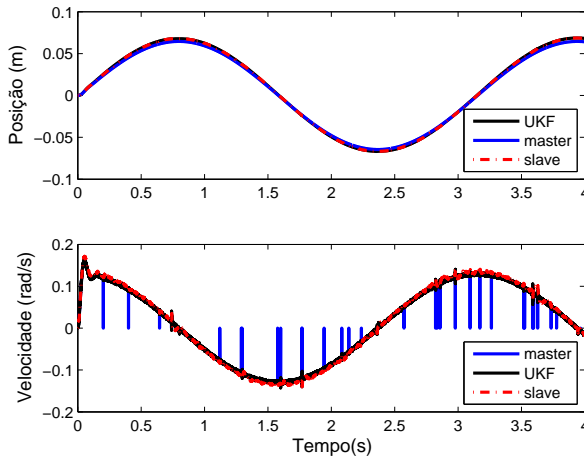


Figura 4.9: Posição e velocidade do sistema teleoperado com 1% de perda de pacotes, com UKFI.

O erro de estimação também foi simulado, para que se possa perceber melhor o efeito da perda de pacotes no sistema teleoperado, a partir dos gráficos 4.9, 4.11, 4.13, nota-se como a perda vai deteriorando o desempenho do sistema, no entanto, como esperado, o UKF, mesmo na presença de perda de pacotes ainda converge, uma vez que sistema em malha fechada é estável. Nota-se também que quando não é levada em consideração a perda de pacotes (Figura 4.15), na formulação do UKF, utilizar um estimador torna-se inviável, pois o desempenho do sistema degrada facilmente, mesmo para taxas de perdas pequenas.

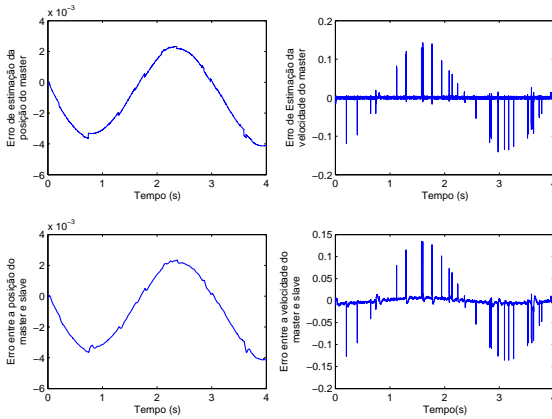


Figura 4.10: Erro de estimação do *master* e *slave* para o caso de 1% de perda de pacotes.

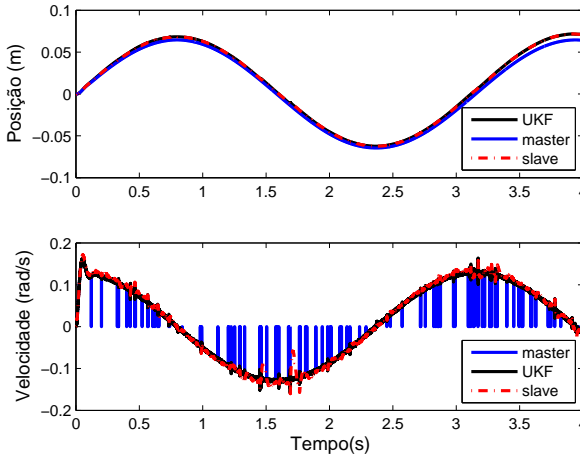


Figura 4.11: Posição e velocidade do sistema teleoperado com 3% de perda de pacotes, com UKFI.

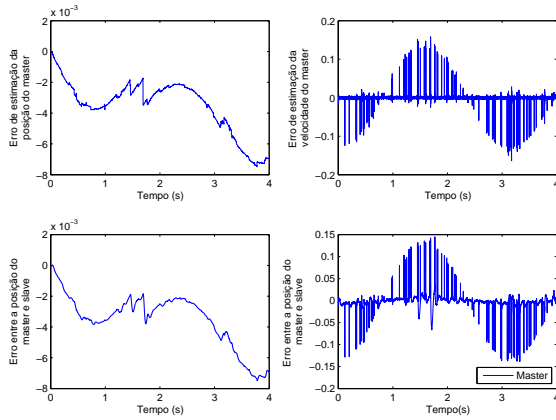


Figura 4.12: Erro de estimação do *master* e *slave* para o caso de 3% de perda de pacotes.

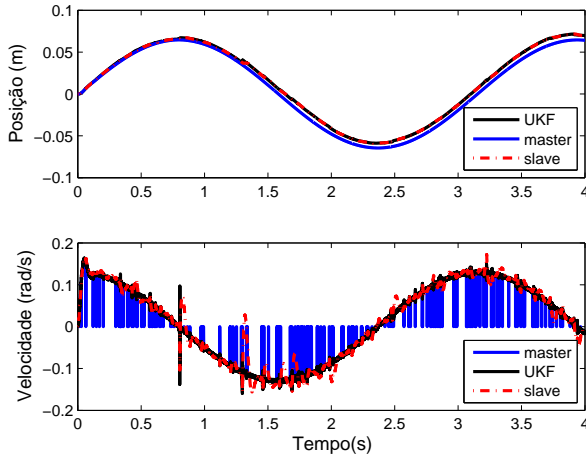


Figura 4.13: Posição e velocidade do sistema teleoperado com 5% de perda de pacotes, com UKFI.

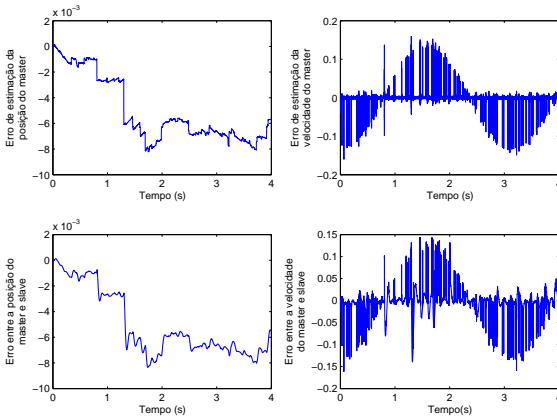


Figura 4.14: Erro de estimação do *master* e *slave* para o caso de 5% de perda de pacotes.

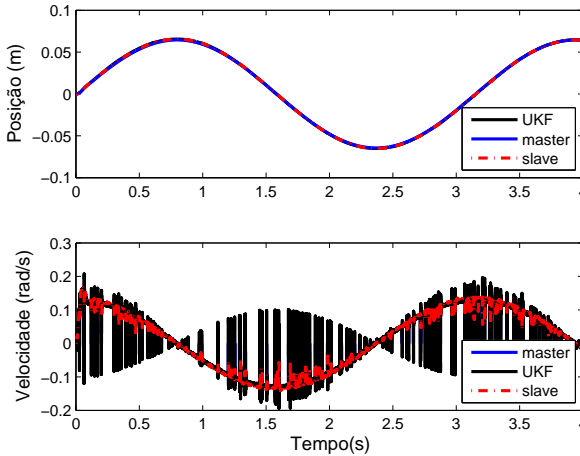


Figura 4.15: Posição e velocidade do sistema teleoperado com 5% de perda de pacotes com UKF.

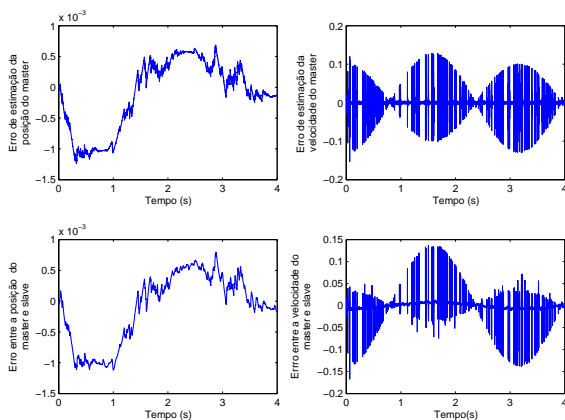


Figura 4.16: Erro de estimação do *master* e *slave* para o caso de 5% de perda de pacotes, com UKF.

Capítulo 5

Conclusões

Esta tese tratou do problema de estimação de estados em NNCS, utilizando redes sem fio. Apesar das inúmeras vantagens que as redes de comunicação proporcionam em sistema de controle, as redes também introduzem atrasos e perdas de pacotes, que podem afetar diretamente na estabilidade do sistema. O principal objetivo da tese foi tratar das perdas de pacotes em um NNCS, por meio de estimadores de estados. Na presente tese utilizou-se o estimador não linear baseado em filtragem de Kalman, o UKF.

Inicialmente, o UKF foi rederivado para que a perda de pacotes fosse incluída em sua formulação, foi determinado o UKFI. Após redefinir suas equações, foi apresentado um teorema (Teorema 3.2) que analisa a convergência do erro de estimação do UKFI, mostrando a existência de um valor crítico para a taxa de chegada de pacotes, em torno da qual a covariância do erro de estimação diverge.

De acordo com o resultado apresentado no Teorema 3.2, o valor crítico para a taxa de chegada de pacotes depende dos parâmetros \bar{f} e $\bar{\beta}$, onde \bar{f} representa o autovalor negativo da matriz F_k e $\bar{\beta}$ é um parâmetro associado a linearização da matriz F_k , que pode ser determinado por meio da condição $0 < \lambda_c < 1$. No entanto, o Teorema proposto ainda apresenta algumas limitações como por exemplo a condição de que a matriz H_k seja inversível, o que em alguns casos limita a aplicação do teorema. A aplicação do sistema mostrou a eficiência do teorema proposto, uma vez que os resultados encontrados por meio do teorema e simulados foram muito próximos. Ainda foi realizada uma comparação dos resultados obtidos com o UKFI proposto e o EKFI, já existente na literatura. Percebeu-se que o UKFI apresenta melhor desempenho que o EKFI na presença de observações intermitentes.

Finalmente, uma aplicação da proposta apresentada foi realizada em um sistema teleoperado visto que pode ser considerado uma subárea de NCS, uma vez que utilizam redes de comunicação para interligar seus principais componentes, *master* e *slave*. Com a análise, nota-se que o desempenho do sistema degrada consideravelmente quando um estimador é utilizada e nenhuma consideração com relação a perda de pacotes é feita no seu projeto. Deste modo, a inclusão da perda de pacotes na formulação dos estimadores melhora o desempenho do sistema.

5.1 Perspectivas de pesquisas futuras

Considerando a possibilidade de estender os resultados apresentados nesta tese, alguns temas para pesquisas futuras são apresentados:

- Propor uma condição necessária e suficiente para a convergência da matriz de covariância do erro de estimação.
- Desenvolver a análise do ponto de vista do erro de estimação, analisar o erro de estimação do UKF na presença de perdas de pacotes.
- Realizar o estudo do sistema teleoperado com realimentação de força;

5.2 Artigos Publicados

- Foletto, T.C. ; Moraes, V. M. ; Moreno, U. F. ; Sá, A. ; Macedo, R. J. A. Avaliação Sobre a Inclusão de Estimadores Baseados em Filtragem de Kalman em Sistemas de Controle Via Rede. In: CBA 2010, 2010, Bonito, MS. XVIII Congresso Brasileiro de Automática-CBA 2010. Bonito-MS, 2010.
- Foletto, T.C.; Moreno, U.F.; Lopes, A.M. Comparison of packet loss compensation in nonlinear Networked Control Systems using the methods Extended Kalman Filter and Unscented Kalman Filter.In:IEEE Emerging Technologies and Factory Automation p. 1-7,2011.

Apêndice A

Filtro de Kalman estendido com observações intermitentes

Neste apêndice expõe-se o EKFI. Sua formulação é apresentada no artigo Kluge *et al.* (2010), no qual o autores encontraram um valor crítico para a chegada de pacotes em torno da qual a covariância do erro de estimação diverge. De acordo com Kluge *et al.* (2010), o EKFI é representado por meio das seguintes equações:

- Predição

$$\hat{x}_{k+1|k} = f(\hat{x}_{k|k}, u_k) \quad (\text{A.1})$$

$$\hat{P}_{k+1|k} = A_k \hat{P}_{k|k+1} A_k^T + Q_k \quad (\text{A.2})$$

- Correção

$$K_{k+1} = \hat{P}_{k+1|k} C_{k+1}^T (C_{k+1} \hat{P}_{k+1|k} C_{k+1}^T + R_{k+1})^{-1} \quad (\text{A.3})$$

$$\hat{x}_{k+1|k+1} = \hat{x}_{k+1|k} + \gamma_{k+1} K_{k+1} (y_{k+1} - h(\hat{x}_{k+1|k})) \quad (\text{A.4})$$

$$\hat{P}_{k+1|k+1} = \hat{P}_{k+1|k} - \gamma_{k+1} K_{k+1} C_{k+1} \hat{P}_{k+1|k} \quad (\text{A.5})$$

onde as matrizes A_k e C_k são determinadas por meio de:

$$A_k = \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_{k|k}} \quad (\text{A.6})$$

$$C_k = \left. \frac{\partial h(x)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_{k|k-1}} \quad (\text{A.7})$$

A fim de obter limites para a matriz de covariância do erro de estimação do EKFI, são feitas as seguintes hipóteses:

Axiomas A.1 $\hat{P}_{1|0} > 0$, e existem números reais \bar{a} , \bar{c} , \underline{q} , \bar{q} , \underline{r} , $\bar{r} > 0$, tais que:

$$\|A_k\| \leq \bar{a} \quad \|C_k\| \leq \bar{c} \quad (\text{A.8})$$

$$\underline{q}I_n \leq Q_k \leq \bar{q}I_n \quad \underline{r}I_n \leq R_k \leq \bar{r}I_n \quad (\text{A.9})$$

Deste modo, a covariância do erro de estimação do EKFI é estocástica e é possível anunciar o seguinte teorema:

Teorema A.1 *Supõe-se, que as hipóteses anteriores são satisfeitas e C_k é invertível para todo $k \in \mathbb{N}$, com inversa $\|C_k^{-1}\| \leq \underline{c}^{-1}$. Se a probabilidade de chegada satisfaz $\lambda > 1 - \bar{a}^{-2}$, então existem constantes \underline{p} , $\bar{p} > 0$, tais que:*

$$\underline{p}I_n \leq \hat{P}_{k+1|k+1} \leq \hat{P}_{k+1|k} \quad (\text{A.10})$$

$$E[\hat{P}_{k+1|k+1}] \leq E[\hat{P}_{k+1|k}] \leq \bar{p}I_n \quad (\text{A.11})$$

A prova do teorema é encontrada em (Kluge *et al.*, 2010).

Referências Bibliográficas

- Aguirre, L. A. (2004). *Introdução à identificação de sistemas—Técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais*. Editora UFMG, Belo Horizonte.
- Anderson, B. D. O. e Moore, J. B. (1981). Detectability and stabilizability of time-varying discrete-time linear systems. *Journal on Control and Optimization*, Vol. 19, No. 2, pp. 20–32.
- Armstrong-Hélouvy, B., Dupont, P., e De Wit, C. (1994). A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction. *Automatica*, Vol. 30, No. 7, pp. 1083–1138.
- Baillieul, J. e Antsaklis, P. (2007). Control and communication challenges in networked real-time systems. *Proceedings of the IEEE*, Vol. 95pp. 9–28.
- Beldiman, O., Bushnell, L., e Walsh, G. (2000). Predictors for networked control systems. *Proc. American Control Conference. Proceedings of the 2000*, Vol. 4, pp. 2347–2351, Chicago. IEEE.
- Branicky, M. S., Phillips, S. M., e Zhang, W. (2000). Stability of networked control systems: Explicit analysis of delay. *Proc. American Control Conference. Proceedings of the 2000*, Vol. 4, pp. 2352–2357, Chicago. IEEE.
- Cao, J., Zhong, S., e Hu, Y. (2008). Novel delay-dependent stability conditions for a class of MIMO networked control systems with nonlinear perturbation. *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 197, No. 2, pp. 797–809.
- Cardoso, M. (2009). *Concepção e Implementação de uma Estratégia de Controle Aplicada a um Sistema Robótico do tipo Master/Slave*. Tese de Doutorado, Porto, Portugal: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.

- Cervin, A., Lincoln, B., Eker, J., Arzen, K., e Buttazzo, G. (2004). The jitter margin and its application in the design of real-time control systems. Proc. *Proceedings of the 10th International Conference on Real-Time and Embedded Computing Systems and Applications*, Goteborg, Sweden. IEEE.
- Chen, C. (1998). *Linear system theory and design*. Oxford University Press, Inc., Oxford.
- Chen, D., Xi, N., Wang, Y., Li, H., e Tang, X. (2008). Event-based predictive control strategy for teleoperation via internet. Proc. *Advanced Intelligent Mechatronics, 2008. IEEE/ASME International Conference on*, pp. 359–364, Xian, China. IEEE.
- Ching, H. e Book, W. (2006). Internet-based bilateral teleoperation based on wave variable with adaptive predictor and direct drift control. *Journal of dynamic systems, measurement, and control*, Vol. 128pp. 86.
- Cloosterman, M., Hetel, L., Van De Wouw, N., Heemels, W., Daafouz, J., e Nijmeijer, H. (2010). Controller synthesis for networked control systems. *Automatica*, Vol. 46, No. 10, pp. 1584–1594.
- Cloosterman, M., van de Wouw, N., Heemels, W., e Nijmeijer, H. (2008). Stabilization of networked control systems with large delays and packet dropouts. Proc. *American Control Conference, 2008*, pp. 4991–4996, Seattle, USA. IEEE.
- Corrêa, U., Pinto, A., e Montez, C. (2006). Redes Locais Sem Fio: Conceito e Aplicações. *4ª Escola Regional de Redes de Computadores*, Vol. 1pp. 1–41.
- Crow, B., Widjaja, I., Kim, L., e Sakai, P. (1997). IEEE 802.11 wireless local area networks. *IEEE Communications Magazine*, Vol. 35, No. 9, pp. 116–126.
- Donkers, M., Heemels, W., Bernardini, D., Bemporad, A., e Shneer, V. (2012). Stability analysis of stochastic networked control systems. *Automatica*, Vol.
- Du, F., Du, W., e Lei, Z. (2009). A Novel Smith Predictor for Wireless Networked Control Systems. Proc. *Control, Automation and Systems Engineering. IITA International Conference on*, pp. 667–670, Zhangjiajie, China. IEEE.
- Elia, N. (2005). Remote stabilization over fading channels. *Systems & Control Letters*, Vol. 54, No. 3, pp. 237–249.

- Fan, S., Li, F., Sun, H., e Lin, T. (2009). Study and Simulation of Wireless Network Measurement and Control System. Proc. *Proceedings of the 2009 Second International Conference on Intelligent Networks and Intelligent Systems*, pp. 237–241, Washington, USA. IEEE.
- Gadamsetty, B., Bogosyan, S., Gokasan, M., e Sabanovic, A. (2009). Novel observers for compensation of communication delay in bilateral control systems. Proc. *Industrial Electronics, 2009. IECON'09. 35th Annual Conference of IEEE*, pp. 3019–3026, Porto, Portugal. IEEE.
- Gao, H., Chen, T., e Lam, J. (2008). A new delay system approach to network-based control. *Automatica*, Vol. 44, No. 1, pp. 39–52.
- Grewal, M. e Andrew, A. (2001). *Kalman Filtering: Theory and Practice Using MATLAB*. John Wiley & Sons, Hoboken, New Jersey.
- Gupta, R. e Chow, M. (2010). Networked control system: Overview and research trends. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, Vol. 57, No. 7, pp. 2527–2535.
- Gupta, V., Chung, T., Hassibi, B., e Murray, R. (2006). On a stochastic sensor selection algorithm with applications in sensor scheduling and sensor coverage. *Automatica*, Vol. 42, No. 2, pp. 251–260.
- Gupta, V., Hassibi, B., e Murray, R. (2007). Optimal LQG control across packet-dropping links. *Systems & Control Letters*, Vol. 56, No. 6, pp. 439–446.
- Hadjicostis, C. e Touri, R. (2002). Feedback Control Utilizing Packet Dropping Network Links. Proc. *Decision and Control, Proceedings of the 41st IEEE Conference on*, Vol. 2, pp. 1205–1210, Las Vegas, USA. IEEE.
- Halevi, Y., Ray, A., et al. (1988). Integrated communication and control systems: Part I-analysis. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Vol. 110, No. 4, pp. 367–373.
- Haykin, S. (1996). *Adaptive Filter Theory 3th*. Prentice Hall, New Jersey.
- Haykin, S. (2001). *Kalman filtering and neural networks*. Wiley Online Library, New York.
- Hespanha, J. (2009). *Linear Systems Theory*. Princeton Press, New Jersey, USA.

- Hespanha, J., Naghshtabrizi, P., e Xu, Y. (2007). A survey of recent results in networked control systems. *Proceedings of the IEEE*, Vol. 95, No. 1, pp. 138–162.
- Hirche, S. e Buss, M. (2004). Packet loss effects in passive telepresence systems. *Proc. Decision and Control, 43rd IEEE Conference on*, Vol. 4, pp. 4010–4015, The Bahamas. IEEE.
- Hogan, N. (1985). Impedance control: an approach to manipulation: parts 1, 2, 3. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Vol. 107pp. 1–24.
- Hokayem, P. e Spong, M. (2006). Bilateral teleoperation: An historical survey. *Automatica*, Vol. 42, No. 12, pp. 2035–2057.
- Hong, S. (1995). Scheduling algorithm of data sampling times in the integrated communication and control systems. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 3, No. 2, pp. 225–230.
- Irwin, G., Chen, J., McKernan, A., e Scanlon, W. (2010). Co-design of predictive controllers for wireless network control (Advances in complex control systems theory and applications). *IET Control Theory & Applications*, Vol. 4, No. 2, pp. 186–196.
- Irwin, G., Colandairaj, J., e Scanlon, W. (2006). An Overview of Wireless Networks in Control and Monitoring. *Computational Intelligence*, Vol. pp. 1061–1072.
- Ishii, H. (2008). H-infinity control with limited communication and message losses. *Systems & Control Letters*, Vol. 57, No. 4, pp. 322–331.
- James, J. H., Chen, B., e Garrison, L. (2004). Implementing voip: a voice transmission performance progress report. *Communications Magazine, IEEE*, Vol. 42, No. 7, pp. 36–41.
- Jazwinski, A. (1970). *Stochastic processes and filtering theory*. Academic Press, USA.
- Jiang, X. e Han, Q. (2006). Delay-dependent robust stability for uncertain linear systems with interval time-varying delay. *Automatica*, Vol. 42, No. 6, pp. 1059–1065.
- Jin, Z., Ko, C., e Murray, R. (2007). Estimation for Nonlinear Dynamical Systems over Packet-Dropping Networks. *Proc. American Control Conference*, pp. 5037–5042, New York City, USA. IEEE.

- Jing, W., Liqian, Z., e Tongwen, C. (2007). An MPC Approach to Networked Control Design. Proc. *Control Conference Chinese*, pp. 10–14, Zhangjiajie, China. IEEE.
- Julier, S. e Uhlmann, J. (1997). New extension of the Kalman filter to nonlinear systems. Proc. *Proceedings of the International Symposium on Aerospace/Defense Sensing, Simulation and Controls*, pp. 182–193, Florida, USA. International Society for Optics and Photonics.
- Kalman, R. (1960). A new approach to linear filtering and prediction problems. *Journal of basic Engineering*, Vol. 82, No. 1, pp. 35–45.
- Kandepu, R., Foss, B., e Imsland, L. (2008). Applying the unscented Kalman filter for nonlinear state estimation. *Journal of Process Control*, Vol. 18, No. 7-8, pp. 753–768.
- Kao, C. e Lincoln, B. (2004). Simple stability criteria for systems with time-varying delays. *Automatica*, Vol. 40, No. 8, pp. 1429–1434.
- Kay, S. (1993). *Fundamentals of statistical signal processing-estimation theory*. Prentice Hall, New Jersey.
- Kim, W., Ji, K., e Ambike, A. (2006). Real-time operating environment for networked control systems. *Automation Science and Engineering, IEEE Transactions on*, Vol. 3, No. 3, pp. 287–296.
- Kluge, S., Reif, K., e Brokate, M. (2010). Stochastic stability of the extended Kalman filter with intermittent observations. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, Vol. 55, No. 2, pp. 514–518.
- Kumar, P. (2001). New technological vistas for systems and control: The example of wireless networks. *IEEE Control Systems Magazine*, Vol. 21, No. 1, pp. 24–37.
- Li, H., Li, X., Wang, J., e Ma, H. (2009). Design of networked control system based on wireless sensor networks. Proc. *International Conference on Information and Automation, 2009. ICIA'09*, pp. 1140–1143, Zhuhai, China. IEEE.
- Li, L. e Xia, Y. (2012). Stochastic stability of the unscented kalman filter with intermittent observations. *Automatica*, Vol.
- Lian, F., Moyne, J., e Tilbury, D. (2001). Performance evaluation of control networks: Ethernet, ControlNet, and DeviceNet. *IEEE Control Systems Magazine*, Vol. 21, No. 1, pp. 66–83.

- Liu, X. e Goldsmith, A. (2003). Wireless communication tradeoffs in distributed control. Proc. *42nd IEEE Conference on Decision and Control. Proceedings*, Vol. 1, pp. 688–694, Maui. IEEE.
- Liu, X. e Goldsmith, A. (2004). Wireless network design for distributed control. Proc. *Decision and Control, 2004. CDC. 43rd IEEE Conference on*, Vol. 3, pp. 2823–2829, The Bahamas. IEEE.
- Lopes, A. e Almeida, F. (2006). Acceleration based force-impedance control. Proc. *Proceedings of the 25th IASTED International Conference on Modelling, Identification, and Control (MIC 2006)*, pp. 6–8, Lanzarote, Spain.
- Luck, R. e Ray, A. (1990). An observer-based compensator for distributed delays. *Automatica*, Vol. 26, No. 5, pp. 903–908.
- Martí, P., Yépez, J., Velasco, M., Villà, R., e Fuertes, J. (2004). Managing quality-of-control in network-based control systems by controller and message scheduling co-design. *IEEE transactions on Industrial Electronics*, Vol. 51, No. 6, pp. 1159–1167.
- Mastellone, S., Dorato, P., e Abdallah, C. (2006). *Finite-time stability for nonlinear networked control systems*. Systems and Control: Foundations & Applications, Springer, p. 535-553, Boston.
- Millan, Y., Vargas, F., Molano, F., e Mojica, E. (2011). A wireless networked control systems review. Proc. *Robotics Symposium, 2011 IEEE IX Latin American and IEEE Colombian Conference on Automatic Control and Industry Applications (LARC)*, pp. 1–6, Bogota / Colombia. IEEE.
- Mo, Y. e Sinopoli, B. (2008). A characterization of the critical value for kalman filtering with intermittent observations. Proc. *Decision and Control, 2008. CDC 2008. 47th IEEE Conference on*, pp. 2692–2697, Cancun, Mexico. IEEE.
- Mo, Y. e Sinopoli, B. (2011). Kalman filtering with intermittent observations: Critical value for second order system. Proc. *Proceedings of the 18th IFAC World Congress*, Vol. 18, pp. 6592–6597, Milano, Italy. IEEE.
- Munir, S. e Book, W. (2003). Control techniques and programming issues for time delayed internet based teleoperation. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control (Transactions of the ASME)*, Vol. 125, No. 2, pp. 205–214.

- Murray, R., Astrom, K., Boyd, S., Brockett, R., e Stein, G. (2003). Future directions in control in an information-rich world. *IEEE Control Systems Magazine*, Vol. 23, No. 2, pp. 20–33.
- Naghshtabrizi, P. e Hespanha, J. (2005). Designing an observer-based controller for a network control system. Proc. *Proceedings of 44th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 848–853, Seville, Spain. IEEE.
- Naghshtabrizi, P. e Hespanha, J. (2006). Stability of networked control systems with variable sampling and delay. Proc. *44th Allerton Conf. on Communications, Control, and Computing*, Monticello, Illinois. Citeseer.
- Nijmeijer, H. e Fossen, T. (1999). *New directions in nonlinear observer design*, Vol. 244. Springer, London, England.
- Nilsson, J. (1998). *Real-time control systems with delays*. Tese de Doutorado, Lund, Sweden: Lund Institute of Technology.
- Nilsson, J., Bernhardsson, B., e Wittenmark, B. (1998). Stochastic analysis and control of real-time systems with random time delays. *Automatica*, Vol. 34, No. 1, pp. 57–64.
- Olsson, H., Astrom, K., Canudas de Wit, C., Gafvert, M., e Lischinsky, P. (1998). Friction models and friction compensation. *European Journal of Control*, Vol. 4pp. 176–195.
- Peng, C. e Tian, Y. (2007). Networked H-infinity control of linear systems with state quantization. *Information Sciences*, Vol. 177pp. 5763–5774.
- Perez, D., Moreno, F., e Montez, B. (2006). Codesign of CAN Networked Control Systems with Remote Controllers using Jitter Margin. Proc. *IEEE Industrial Electronics, IECON 2006-32nd Annual Conference on*, Paris, France. IEEE.
- Plarre, K. e Bullo, F. (2009). On Kalman filtering for detectable systems with intermittent observations. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, Vol. 54, No. 2, pp. 386–390.
- Polushin, I., Liu, P., e Lung, C. (2008). On the model-based approach to nonlinear networked control systems. *Automatica*, Vol. 44, No. 9, pp. 2409–2414.
- Prokopiou, P., Harwin, W., e Tzafestas, S. (1999). Exploiting a human arm model for fast, intuitive and time-delays-robust telemanipulation. Proc. *Advances in Manufacturing*, pp. 255–266. Springer, New York, USA.

- Raibert, M. e Craig, J. (1981). Hybrid position/force control of manipulators. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 102, No. 127, pp. 126–133.
- Ray, A., Liou, L., e Shen, J. (1993). State estimation using randomly delayed measurements. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 115pp. 19.
- Rezende, E. (2011). *Estimação de estados e parâmetros de um pêndulo duplo caótico*. Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais.
- Romanenko, A. e Castro, J. (2004). The unscented filter as an alternative to the EKF for nonlinear state estimation: a simulation case study. *Computers & chemical engineering*, Vol. 28, No. 3, pp. 347–355.
- Sallam, M., Ramadan, A., Fanni, M., e Abdellatif, M. (2011). Stability verification for bilateral teleoperation system with variable time delay. *World Academy of Science, Engineering and Technology*, Vol. 59pp. 1620–1625.
- Santos, T., Moreno, U., e Montez, C. (2007a). Using the pole placement approach in a codesign procedure for networked controlled systems. Proc. *3rd IFAC Symposium on System Structure and Control*, Foz do Iguassu, Brazil. IFAC.
- Santos, T., Moreno, U., e Montez, C. (2007b). Determination of a sampling period upper limit that guarantees closed loop stability in controller area network. Proc. *Proceedings of the 3rd Workshop on Networked Control Systems: Tolerant to Faults*, Nancy, France. IFAC.
- Schenato, L. (2006). Optimal estimation in networked control systems subject to random delay and packet loss. Proc. *Proc. of the 45th IEEE Conference on Decision and Control*, Vol. 53, pp. 1311–1317, San Diego, USA. IEEE.
- Shi, L., Epstein, M., e Murray, R. (2010). Kalman filtering over a packet-dropping network: A probabilistic perspective. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, Vol. 55, No. 3, pp. 594–604.
- Sinopoli, B., Schenato, L., Franceschetti, M., Poolla, K., Jordan, M., e Sastry, S. (2004). Kalman filtering with intermittent observations. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 49, No. 9, pp. 1453–1464.
- Sun, J. e Jiang, J. (2011). Stability of uncertain networked control systems. *Procedia Engineering*, Vol. 24pp. 551–557.

- Tang, X. e Yu, J. (2007). Networked control system: survey and directions. *Proc. International Conference on Bio-Inspired computational intelligence and applications*, pp. 473–481, Shanghai, China. Springer.
- Teixeira, B. O. S. (2008). *Estimação de estados com restrições para sistemas dinâmicos lineares e não lineares*. Tese de Doutorado, PPGEE/UFMG, Universidade Federal de Minas Gerais.
- Tian, Y. e Levy, D. (2008). Compensation for control packet dropout in networked control systems. *Information Sciences*, Vol. 178, No. 5, pp. 1263–1278.
- Tipsuwan, Y. e Chow, M. (2003). Control methodologies in networked control systems. *Control Engineering Practice*, Vol. 11pp. 1099–1111.
- van De Wouw, N., Nešić, D., e Heemels, W. (2012). A discrete-time framework for stability analysis of nonlinear networked control systems. Vol. 48, No. 6, pp. 1144–1153.
- Walker, K., Pan, Y., e Gu, J. (2009). Bilateral teleoperation over networks based on stochastic switching approach. *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on*, Vol. 14, No. 5, pp. 539–554.
- Walsh, G. C., Beldiman, O., e Bushnell, L. G. (1999). Asymptotic behavior of nonlinear networked control systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 46pp. 1093–1097.
- Wan, E. e Van Der Merwe, R. (2000). The unscented Kalman filter for nonlinear estimation. *Proc. Adaptive Systems for Signal Processing, Communications, and Control Symposium 2000. AS-SPCC. The IEEE 2000*, pp. 153–158, Alberta, Canada. IEEE.
- Wang, Z., Ho, D., e Liu, X. (2004). Robust filtering under randomly varying sensor delay with variance constraints. *IEEE Transactions on Circuits and Systems Part 2: Express Briefs*, Vol. 51, No. 6, pp. 320–326.
- Willig, A., Matheus, K., e Wolisz, A. (2005). Wireless technology in industrial networks. *Proceedings of the IEEE*, Vol. 93, No. 6, pp. 1130–1151.
- Wong, W. e Brockett, R. (1997). Systems with Finite Communication Bandwidth Constraints—Part I: State Estimation Problems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 42, No. 9, pp. 1294–1298.
- Xie, L. e Xie, L. (2009). Stability analysis of networked sampled-data linear systems with Markovian packet losses. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 54, No. 6, pp. 1368–1374.

- Xiong, J. e Lam, J. (2006). Stabilization of discrete-time markovian jump linear systems via time-delayed controllers. *Automatica*, Vol. 42, No. 5, pp. 747–753.
- Xiong, J. e Lam, J. (2007). Stabilization of linear systems over networks with bounded packet loss. *Automatica*, Vol. 43, No. 1, pp. 80–87.
- Xiong, K., Zhang, H., e Chan, C. (2006). Performance evaluation of UKF based nonlinear filtering. *Automatica*, Vol. 42, No. 2, pp. 261–270.
- Xu, H., Jagannathan, S., e Lewis, F. L. (2012). Stochastic optimal control of unknown linear networked control system in the presence of random delays and packet losses. *Automatica*, Vol. 48, No. 6, pp. 1017–1030.
- Xu, Y. e Hespanha, J. (2005). Estimation under uncontrolled and controlled communications in networked control systems. *Proc. Proc. of the 44th Conf. on Decision and Control*, pp. 842–847, Seville, Spain. IEEE.
- Yan, H., Wan, J., Li, D., Tu, Y., e Zhang, P. (2011). Codesign of networked control systems: A review from different perspectives. *Proc. Cyber Technology in Automation, Control, and Intelligent Systems (CYBER), 2011 IEEE International Conference on*, pp. 84–90, Kunming, China. IEEE.
- Yang, F., Wang, Z., Hung, Y., e Gani, M. (2006). H-infinity control for networked systems with random communication delays. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 51, No. 3, pp. 511–518.
- Yu, M., Wang, L., Chu, T., e Hao, F. (2005). Stabilization of Networked Control Systems with Data Packet Dropout and Transmission Delays: Continuous-Time Case. *European Journal of Control*, Vol. 11pp. 40–49.
- Yue, D., Han, Q., e Lam, J. (2005). Network-based robust-infinity control of systems with uncertainty. *Automatica*, Vol. 41, No. 6, pp. 999–1007.
- Zeng, G. e Hemami, A. (1997). An overview of robot force control. *Robotica*, Vol. 15, No. 05, pp. 473–482.
- Zhang, W., Branicky, M. S., e Phillips, S. M. (2001). Stability of networked control systems. *IEEE Control Systems Magazine*, Vol. 21, No. 1, pp. 84–99.
- Zhang, Y. e Fang, H. (2011). Stabilization of nonlinear networked systems with sensor random packet dropout and time-varying delay. *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 35, No. 5, pp. 2253–2264.

Zhao, Y., Liu, G., e Rees, D. (2008). Integrated predictive control and scheduling co-design for networked control systems. *Control Theory & Applications, IET*, Vol. 2, No. 1, pp. 7–15.

Zhaoping, D., Qingling, Z., Gang, L., e Aichun, Q. (2009). Stability analysis for a class of singular networked control systems with time-varying delay. *Proc. Control and Decision Conference, 2009. CCDC'09. Chinese*, pp. 180–184, Guilin, China. IEEE.