

# Máquina de análise e correcção de deformações em molas de lâmina

Filipe Casimiro<sup>1</sup>, Pedro Dinis Gaspar<sup>2</sup>, Paulo Fael<sup>3</sup>, António Espírito Santo<sup>4</sup> e Bruno Ribeiro<sup>5</sup>.

<sup>1,2,3,3,4,5</sup> Departamento de Engenharia Electromecânica

Universidade da Beira Interior

Calçada Fonte do Lameiro – Covilhã

Telf: +351 275 329 925; fax: +351 275 329 972;

e-mail: email: <sup>1</sup> [filipe-casimiro@hotmail.com](mailto:filipe-casimiro@hotmail.com); <sup>2</sup> [dinis@ubi.pt](mailto:dinis@ubi.pt); <sup>3</sup> [pfael@ubi.pt](mailto:pfael@ubi.pt); <sup>4</sup> [aes@ubi.pt](mailto:aes@ubi.pt);  
<sup>5</sup> [bruno@ubi.pt](mailto:bruno@ubi.pt).

**Resumo** — No processo de fabrico automatizado de molas de lâmina surgem alguns problemas, fazendo com que as molas, na sua forma final, contenham algumas deformações. Tudo isto influencia o seu desempenho e é importante efectuar as correcções necessárias, de modo a ir ao encontro das elevadas exigências de qualidade. Não existindo na indústria sistemas automatizados para efectuar este processo de correcção, sendo ele actualmente realizado de forma manual, surge a necessidade de criar uma máquina que analise as deformações das molas e que, posteriormente, proceda à sua correcção de forma totalmente automatizada. Neste artigo é apresentado o projecto de desenvolvimento e de dimensionamento de um sistema de análise e correcção de molas de lâmina, sendo apresentadas algumas soluções inovadoras.

## 1. Introdução

As molas de lâmina (Figura 1) são elementos geralmente utilizados em suspensões de veículos pesados, pois permitem uma melhor distribuição de força ao longo de todo o chassi do veículo [1].



Figura 1 – Aspecto geral de molas de lâmina [2].

O processo de fabrico destes elementos tem sido cada vez mais automatizado, face às dimensões e peso das molas. No entanto, estas tecnologias de conformação mecânica envolvem algumas dificuldades e é usual que, na sua forma final, as molas surjam com algumas deformações (empeno). Estas situações influenciam a fiabilidade e o desempenho das molas, pelo que é importante efectuar as correcções necessárias, de modo a que a montagem final das molas vá ao encontro das elevadas exigências de qualidade. Dentro das deformações que podem surgir, como uma torção indesejada ou um camber incorrecto, é a existência de uma curvatura longitudinal a mais crítica e a que ocorre mais frequentemente, derivada ao alinhamento incorrecto na formação do camber e do escorregamento nos processos de conformação mecânica (Figura 2-C).



Figura 2 – Deformações comuns no processo de fabrico de molas de lâmina, como a torção (A), o camber (B) e a curvatura longitudinal (C).

## 2. Sistema de Análise

O sistema de análise projectado é capaz de analisar qualquer tipo de mola de lâmina que se encontre dentro dos parâmetros de largura típica (60 a 100 mm), comprimento típico (800 a 2200 mm) e peso médio (20 kg). Este sistema permite também que as molas sejam analisadas em cerca de 7,5 segundos, i.e., num intervalo de tempo bastante inferior aos actuais tempos de análise manual (superior a 30 segundos) e com uma precisão máxima de 0,1 mm. O sistema de análise projectado permite ainda criar uma base de dados com as características de cada mola analisada e um balanço de qualidade peça a peça e por lote, indicando os principais defeitos e opera de forma completamente automatizada. Composto por uma estrutura em tubo de aço, o sistema de análise conta ainda com componentes ou subsistemas de análise, transporte e protecção. Na Figura 3 apresenta-se o desenho conjunto do sistema projectado.

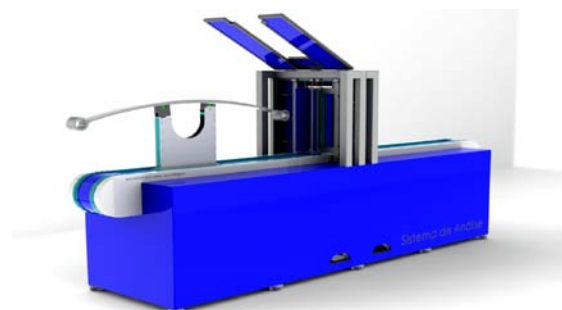


Figura 3 – Desenho conjunto do sistema de análise.

### A. Sistema de Medição

Para avaliar o estado das molas de lâmina, o sistema de análise conta com a utilização de quatro sensores laser de medição de distância, dois rolos de medição por

contacto e um transportador onde se integra um encoder capaz de determinar a posição da mola em cada instante (Ver Figura 4). Os sensores de medição vertical (S1 e S2) encontram-se ligados aos rolos de medição por contacto, o que possibilita uma medição sempre na extremidade da mola, proporcionando um ajuste dinâmico puramente mecânico, que elimina a necessidade de componentes eléctricos auxiliares. Os rolos de medição por contacto permitem que o perfil de curvatura seja medido ao longo de toda a mola sem a necessidade de efectuar ajustes verticais nos sensores de medição horizontal (S3 e S4) para acompanhar o perfil do camber. Este sistema está também apto a realizar medições em ambos os sentidos.

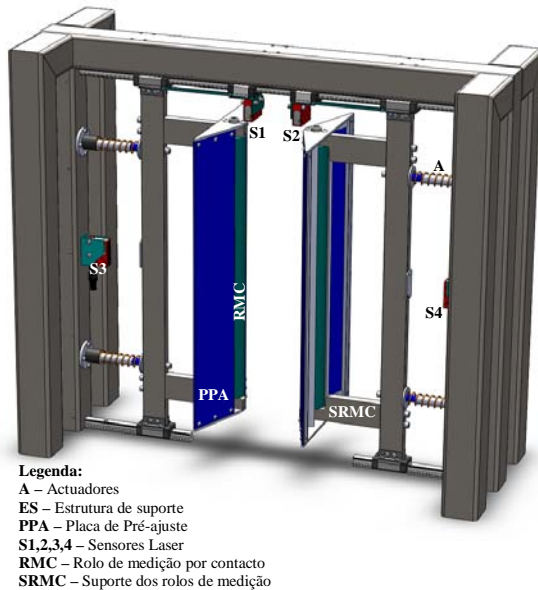


Figura 4 – Componentes de medição do sistema de análise.

### B. Sistema de Transporte

Para que a mola de lâmina percorra o sistema de análise, este possui um sistema de transporte (Figura 5), em aço e que utiliza para a sua movimentação carris e patins para movimento linear, que, em conjunto com um motor ao qual se encontra acoplada uma engrenagem que se associa a uma cremalheira, permite um movimento suave e uniforme. A fixação das molas de lâmina é conseguida pela utilização de electroímãs de suporte de cargas, cada um desenvolvendo uma força de cerca de 500 N.



Figura 5 - Sistema de transporte do sistema de análise.

## 3. Método de Análise

O método de análise permite obter o camber, a curvatura e a torção da mola de lâmina analisada e caracterizá-la

como correcta, deformada com necessidade de correcção ou deformada sem possibilidade de correcção.

Antes de se avançar com a definição do método de caracterização de uma mola, é necessário definir quais as variáveis que correspondem ao dados adquiridos pelos sensores. Para tal, veja-se a Figura 6.

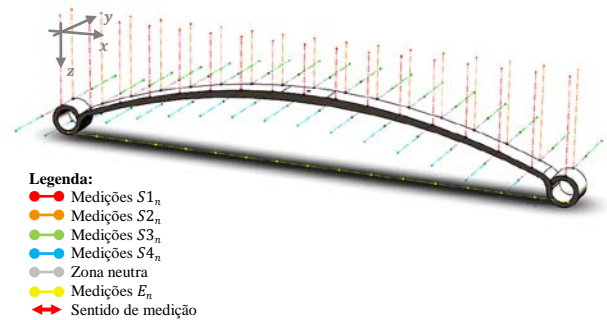


Figura 6 – Representação da medição de uma mola de lâmina pelo conjunto dos sensores laser de medição de distância (S1, S2, S3 e S4) e pelo encoder (E).

Verifica-se então que as medições dos sensores laser (S1, S2, S3 e S4) e do encoder (E), num determinado ponto  $n$ , correspondem a coordenadas do referencial  $Oxyz$  definido para o sistema de análise, podendo obter-se assim três conjuntos de coordenadas, cada uma em relação a um eixo do referencial  $Oxyz$ .

Sabendo que para a análise da mola de lâmina é necessário ter um conjunto de pontos tridimensionais, pode agora definir-se que cada ponto obtido numa medição corresponde exactamente a  $P_n = (x_n; y_n; z_n)$ , sendo  $x_n$ ,  $y_n$  e  $z_n$  definidos em função do sensor que o mediu.

### A. Torção

Em termos práticos, a torção de uma mola de lâmina, pode ser calculada pela diferença de altura, entre dois pontos colineares e em extremidades opostas dessa mesma mola. Sabendo que os sensores de medição de distância vertical, S1 e S2, realizam a medição da mola em extremidades opostas e relativamente ao mesmo ponto de avanço longitudinal, pode definir-se a torção em cada ponto pela Equação 1:

$$Torção_{mn} = S1_{mn} - S2_{mn} \quad (1)$$

onde  $S1_{mn}$  corresponde ao valor medido pelo sensor S1 no ponto  $n$  e  $S2_{mn}$  ao valor medido pelo sensor S2 no mesmo ponto  $n$ .

Para aumentar a versatilidade do sistema, deve-se comparar a torção no ponto  $n$  da mola medida,  $Torção_{mn}$ , com a torção no mesmo ponto da mola tabelada,  $Torção_{tn}$ , o que é facilmente realizado tendo em conta a Equação 2:

$$\Delta Torção_n = Torção_{mn} - Torção_{tn} \quad (2)$$

Posto isto, pode também caracterizar-se a mola analisada quanto à sua percentagem de torção pela Equação 3:

$$Torção'o' = \frac{\sum P_{(\Delta Torção \neq 0)}}{N} \times 100\% \quad (3)$$

onde  $P_{(\Delta_{\text{Torção}} \neq 0)}$  corresponde aos pontos com torção e  $N$  ao número total de pontos medidos.

### B. Camber

Para avaliar o camber é necessário recorrer às coordenadas  $x$ , dadas pelo encoder e às coordenadas  $z$ , dadas pelas medições dos sensores laser de medição vertical, i.e., pelos sensores S1 e S2.

O camber da mola de lâmina em cada ponto é então definido pela média dos valores medidos pelos sensores S1 e S2 em cada ponto, de acordo com a Equação 4:

$$\text{Camber}_{mn} = \frac{S1_{mn} + S2_{mn}}{2} \quad (4)$$

onde  $S1_{mn}$  corresponde ao valor medido pelo sensor S1 no ponto  $n$  e  $S2_{mn}$  ao valor medido pelo sensor S2 no mesmo ponto  $n$ .

Para efectuar essa comparação, deve então utilizar-se a Equação 5 abaixo apresentada:

$$\Delta\text{Camber}_n = \text{Camber}_{mn} - \text{Camber}_{tn} \quad (5)$$

onde  $\Delta\text{Camber}_n$  é a diferença entre o camber medido e o camber tabelado no ponto  $n$ , correspondendo ao  $\text{Camber}_{mn}$  e  $\text{Camber}_{tn}$ , respectivamente.

Percentualmente, pela Equação 6, a mola pode ser analisada quanto ao nível de deformação do camber:

$$\text{Camber}' = \frac{\sum P_{(\Delta\text{Camber} \neq 0)}}{N} \times 100\% \quad (6)$$

onde  $P_{(\Delta\text{Camber} \neq 0)}$  corresponde aos pontos onde o camber é incorrecto e  $N$  ao número total de pontos medidos.

### C. Curvatura longitudinal

Para a caracterização da curvatura longitudinal de uma mola de lâmina, seria necessário criar uma função que definisse a curvatura longitudinal, o que resultaria num processo bastante complexo. Considere-se então a Figura 7 onde se representa uma mola de lâmina com curvatura longitudinal.

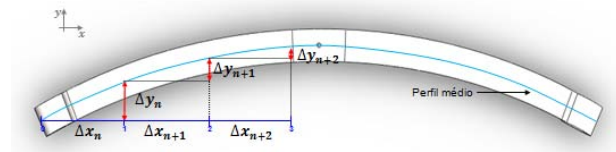


Figura 7 – Representação de uma mola de lâmina deformada longitudinalmente.

Nesta figura encontram-se os parâmetros que se referem à variação de  $x$  e de  $y$  em vários pontos do perfil médio da mola, ou seja,  $\Delta x_n$  e  $\Delta y_n$ . Atendendo à definição de curvatura dada pela geometria diferencial [3] e tendo em conta as variações, pode definir-se uma nova equação (Equação 7):

$$\text{Curvatura}_{cn} = \frac{\left(\frac{\Delta y_{mn+1}}{\Delta x_{mn+1}}\right) - \left(\frac{\Delta y_n}{\Delta x_n}\right)}{\left(\Delta x_n\right)} \quad (7)$$

$$\left(1 + \left(\frac{\Delta y_n}{\Delta x_n}\right)^2\right)^{3/2}$$

Esta equação permite assim calcular a curvatura de uma mola de lâmina na vizinhança de um ponto  $n$  e é bastante útil, pois permite caracterizar a mola de lâmina analisada e ainda definir um gráfico de força para a correcção dessa mesma mola. Para caracterizar a mola, basta agora comparar os valores calculados,  $\text{Curvatura}_{cn}$  e os valores tabelados,  $\text{Curvatura}_{tn}$ , como mostra a Equação 8:

$$\Delta\text{Curvatura}_n = \text{Curvatura}_{cn} - \text{Curvatura}_{tn} \quad (8)$$

Percentualmente, a deformação longitudinal de uma mola de lâmina, pode ser descrita pela equação 9:

$$\text{Curvatura}' = \frac{\sum P_{(\Delta\text{Curvatura} \neq 0)}}{(N - 2)} \times 100\% \quad (9)$$

sendo  $P_{(\Delta\text{Curvatura} \neq 0)}$  os pontos com curvatura e  $(N - 2)$  o número de intervalos considerados.

### D. Rotação Virtual

Para caracterizar a mola analisada, é necessário comparar, relativamente ao mesmo referencial (definido pelo primeiro ponto medido), os valores medidos com os valores tabelados relativos a uma mola padrão e obtidos após a calibração do sistema de análise. No entanto, é extremamente difícil fazer com que os referenciais da mola medida e padrão coincidam, resultando numa situação problemática relativamente ao alinhamento das molas de lâmina no sistema de análise. Na Figura 8 encontra-se uma representação dessas situações.

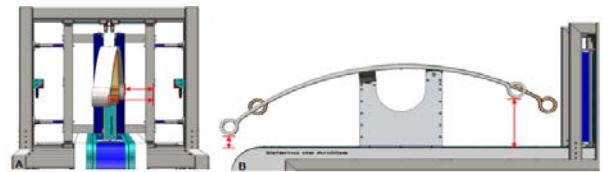


Figura 8 - Desalinhamento da mola relativamente ao plano horizontal (A) e ao plano vertical (B).

Para a resolução deste problema, poderiam ser considerados sistemas de interface extremamente preciso ou então serem utilizados componentes para posicionamento. Contudo, estas soluções são pouco práticas e poderiam limitar a cadência e foi necessário resolver esta situação de outra forma. Para tal, foram analisados os perfis medidos e tabelados e pôde verificar-se que entre eles existem algumas relações interessantes, como uma sequência de triângulos rectângulos dos quais se conhecem os catetos e a hipotenusa, pelos dados de medição (Figura 9).

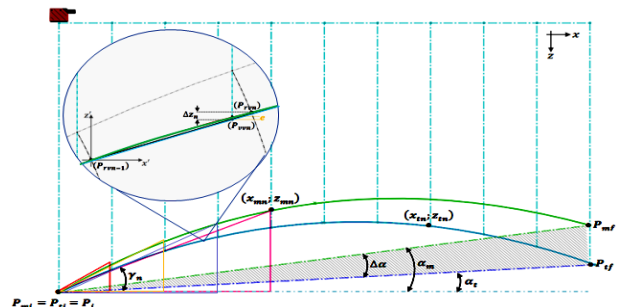


Figura 9 - Cruzamento de dados referentes a uma mola de lâmina padrão e uma mola de lâmina em análise.

Da figura anterior verifica-se que se os pontos medidos forem rodados segundo um determinado ângulo e transladados segundo um determinado valor, o resultado é o perfil medido coincidente com o tabelado.

Utilizando então a equação reduzida da recta, o teorema de Pitágoras, algumas relações trigonométricas e técnicas de linearização [4], pode realizar-se uma rotação virtual da mola de lâmina. As Equações 10-11 alinham virtualmente a mola no plano vertical:

$$z_{vvn} = z_{tvi} - \left\{ \sqrt{x_{mn}^2 + (z_{m0} - z_{mn})^2} \times \sin \left[ \tan^{-1} \left( \frac{z_{m0} - z_{mn}}{x_{mn}} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{z_{m0} - z_{m(N-1)}}{x_{m(N-1)}} \right) - \alpha_t \right] + \left( \frac{z_{rvn-1} - z_{rvn}}{x_{rvn} - x_{rvn-1}} \right) \times (x_{rvn} - x_{mn}) \right\} \quad (10)$$

$$x_{vvn} = x_{mn} \quad (11)$$

Para alinhamento no plano horizontal são utilizadas as Equações 12-13, abaixo apresentadas:

$$y_{vvn} = y_{thi} - \left\{ \sqrt{x_{mn}^2 + (y_{m0} - y_{mn})^2} \times \sin \left[ \tan^{-1} \left( \frac{y_{m0} - y_{mn}}{x_{mn}} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{y_{m0} - y_{m(N-1)}}{x_{m(N-1)}} \right) - \beta_t \right] + \left( \frac{y_{rvn-1} - y_{rvn}}{x_{rvn} - x_{rvn-1}} \right) \times (x_{rvn} - x_{mn}) \right\} \quad (12)$$

$$x_{vvn} = x_{mn} \quad (13)$$

#### 4. Sistema de Correção

O sistema de correcção de deformações em molas de lâmina foi projectado de modo a que, de forma autónoma, seja capaz de eliminar a curvatura longitudinal de qualquer tipo de mola de lâmina. Tem uma precisão de correcção elevada e permite corrigir uma mola de lâmina, independentemente do valor típicos de comprimento (800 a 2200 mm), largura (60 a 100 mm) e espessura (até 60 mm). Este sistema é ainda capaz de efectuar uma correcção em cerca de 10 segundos, i.e., num tempo inferior aos actuais 17 segundos de correcção manual (tempo de laminagem de uma mola de 2200 mm). O sistema é colocado na linha de produção depois do tratamento térmico e em simultâneo com o sistema de análise, com o qual troca informações acerca do estado de deformação da mola. Na Figura 10 apresenta-se o desenho conjunto do sistema de correcção.

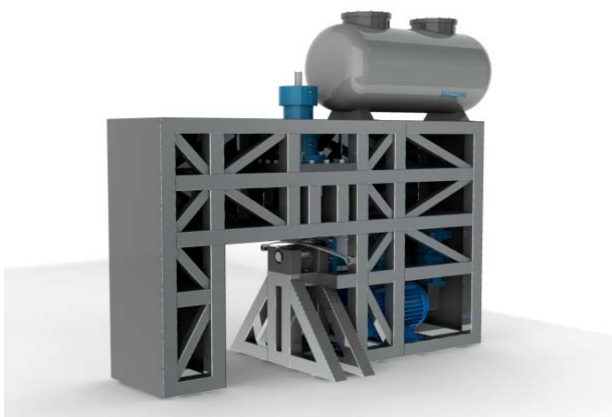


Figura 10 - Desenho conjunto do sistema de correcção.

#### A. Mecanismo de Correção

O princípio de funcionamento do sistema baseia-se no método, ou tecnologia de conformação mecânica, a que se dá o nome de laminagem, com uma particularidade que assenta no facto de esta ser realizada de forma parcial, ou assimétrica. O rolo de laminagem superior, neste conceito, apresenta-se cónico em ambos os lados, o que lhe permite efectuar a correcção do perfil de curvatura da mola de lâmina na extremidade côncava (interior da curva) sem necessidade de rodar a mola em 180°. Por ser composto por dois rolos (inferior e superior) que podem rodar no sentido horário e anti-horário, é possível que a mola se movimente também em ambos os sentidos, facilitando o interface entre o sistema de análise e possibilitando ainda que, no mesmo processo de correcção, seja efectuada uma correcção dupla em molas mais deformadas, ocupando o mesmo tempo de uma correcção unidireccional. A Figura 11 elucida o conceito desenvolvido.



Figura 11 - Mecanismo de correcção de molas de lâmina.

#### 5. Método de Correção

A correcção de molas de lâmina é executada pela variação da força exercida pelos rolos de laminagem, actuados pelo cilindro hidráulico, em função da curvatura existente num determinado intervalo do seu comprimento. Como a força é aplicada junto à extremidade da mola de lâmina, provoca uma extensão assimétrica, ou seja um curvatura. Se a deformação imposta for oposta à existente na mola de lâmina, tem-se a sua correcção, como se mostra na Figura 12.

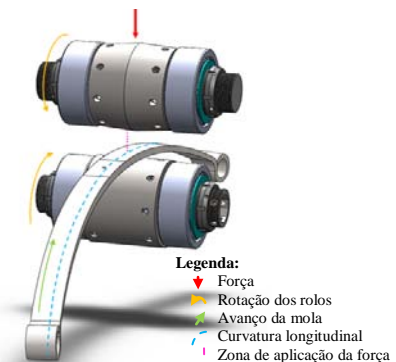


Figura 12 – Princípio de funcionamento do sist. de correcção.

### A. Força de Laminagem

Tendo em conta que não existem equações que traduzam a força para uma laminagem parcial e tendo em conta que o perfil da mola não é uniforme, é necessário fazer algumas considerações iniciais, para obter um valor próximo da realidade.

Considere-se então que a mola tem um perfil rectangular uniforme e que se pretende corrigir uma mola de lâmina com largura,  $b$ , de 100 mm, espessura,  $h_0$ , de 60 mm e com curvatura longitudinal elevada, ou seja, considerando um caso extremo. Na correcção de molas de lâmina também não existe um valor de redução de espessura pré-estabelecido, devendo este ser reduzido de modo a que a mola continue dentro dos parâmetros exigidos. Admita-se que a redução de espessura máxima,  $\Delta h_{m\acute{a}x}$ , é definida em função de uma redução percentual,  $k\%$ , da espessura inicial da mola,  $h_0$  e que permite corrigir a curvatura longitudinal num caso extremo (ver Figura 13).

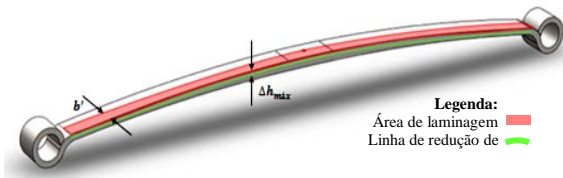


Figura 13 - Considerações tomadas para a correcção do perfil de curvatura por de laminagem.

De acordo com Chiaverini [5] e aplicando estas considerações, pode escrever-se a Equação 14 que traduz a força necessária para correcção de uma mola de lâmina:

$$F = \sigma_{ced} \times \frac{b}{2} \times r \times \sin \left[ \cos^{-1} \left( 1 - \frac{k\% \times h_0}{2r} \right) \right] \quad (14)$$

Substituindo os valores para um caso extremo de correcção, obtém-se que o valor da força é de 1100 kN.

### B. Binário de Laminagem

Tendo em conta que o binário pode ser definido como uma força aplicada perpendicularmente a um braço, considere-se a Figura 14 a seguir apresentada.

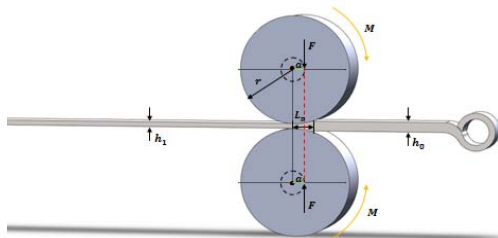


Figura 14 – Representação do binário de laminagem.

Sendo o sistema de laminagem composto por dois rolos,  $N_r = 2$ , de acordo com Cetlin e Helmann [6], o binário de laminagem pode definir-se pela Equação 15:

$$M = F \times L_p = F \times r \times \sin \left[ \cos^{-1} \left( 1 - \frac{k\% \times h_0}{2r} \right) \right] \quad (15)$$

Substituindo valores, vem que o binário mínimo de laminagem é de 13,5 kN·m.

### C. Modo de Aprendizagem

A correcção de uma mola de lâmina através do processo de laminagem parcial, requer um processo de cálculo bastante complexo para conseguir determinar a força necessária para provocar uma determinada deformação (correcção) na mola de lâmina. Para resolver este problema, foram realizadas algumas simulações computacionais, no entanto, estas não representavam exactamente a situação real e os seus resultados eram pouco credíveis.

Para colmatar esta situação, foi desenvolvido um método de aprendizagem, que utiliza os sistemas de análise e correcção de forma inversa. Numa primeira fase deforma-se uma mola padrão no sistema de correcção, aplicando um gráfico de força pré-definido. Posto isto, a mola é levada até ao sistema de análise e é gerada uma tabela de dados da relação entre a força de laminagem aplicada,  $F_{atn}$  e a deformação,  $\Delta C_{F_{atn}}$ , que dela resulta, para cada tipo de mola de lâmina. Pode assim definir-se um parâmetro que relaciona a deformação em função da força aplicada e que é dado pela Equação 16:

$$\chi_{mola} = \frac{\sum \frac{\Delta C_{F_{atn}}}{F_{atn}}}{N - 2} \quad (16)$$

Tendo em conta que é a saída analógica do autómato ( $V_{cn}$ , de 0 a 10 V) que controla a força do actuador hidráulico, pode escrever-se a Equação 17:

$$V_{cn} = \frac{\Delta C_{F_{an}}}{121520 \times \chi_{mola}} - 0,08 \quad (17)$$

## 6. Sistemas de Interface

Para que as molas de lâmina possam ser transportadas pelos vários sistemas, foi necessário projectar dois sistemas de interface. Um deles foi o interface entre o tratamento térmico e o sistema de análise (ITTSA). Este utiliza um actuador linear eléctrico ao qual se acopla uma base de rotação gravítica e na qual se integram electroímãs de suporte de carga. O ITTSA conta ainda com um sistema de alinhamento e um sistema de limpeza (remoção de carepa), composto por escovas de aço rotativas, como se pode ver pela Figura 15.

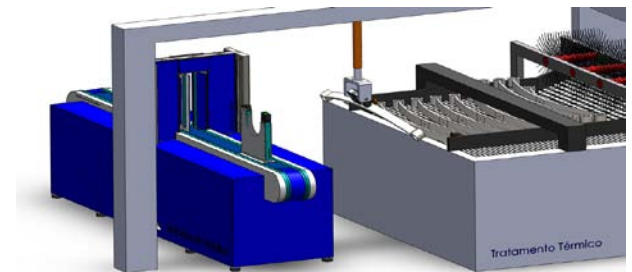


Figura 15 – Interface tratamento térmico/ sistema de análise.

Da mesma forma, foi projectado um sistema de interface entre o sistema de análise e o sistema de correcção (ISASC). Este realiza deslocamentos horizontais através da utilização de patins e caris para movimento linear e conta com dois rolos de suporte de molas, integrados

num sistema de posicionamento e amortecimento, no qual se encontram inseridos dois electroímãs que fixam a mola de lâmina e permitem transportá-la, de forma segura, desde o sistema de análise até ao sistema de correcção. Veja-se a Figura 16.

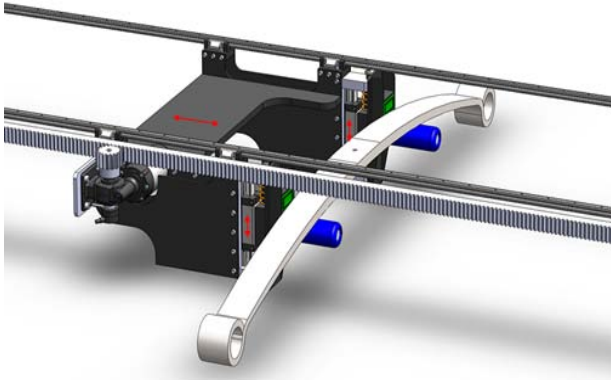


Figura 16 – Interface sistema de análise/ sistema de correcção.

## 7. Programa de Controlo

O controlo dos processos de análise e da correcção é realizado através de um autómato programável, onde se incorporam rotinas e subrotinas que permitem a leitura das entradas fornecidas pelos sistemas de análise e de correcção. Estas rotinas permitem também que se habilitem ou desabilitem as saídas do autómato, possibilitando assim o controlo dos motores, das válvulas e do actuador hidráulico. A nível interno, o autómato é responsável por realizar os cálculos necessários à caracterização das molas de lâmina e por gerar o gráfico de força necessário para a sua correcção. O hardware escolhido foi um autómato programável (OPLC) da Unitronics, da série V120 (ver Figura 17), que permite ler, criar, exportar e importar tabelas de dados, realizar cálculos trigonométricos e escrever equações por extenso, particularidades que tornam este OPLC bastante versátil para controlo de todo o sistema. A sua velocidade de processamento é de 0,8  $\mu$ s e permite actualizar as saídas em cerca de 10 ms, o que é suficiente para efectuar a leitura das entradas, realizar as operações matemáticas e algoritmo de controlo e finalmente actualizar o estado das saídas.

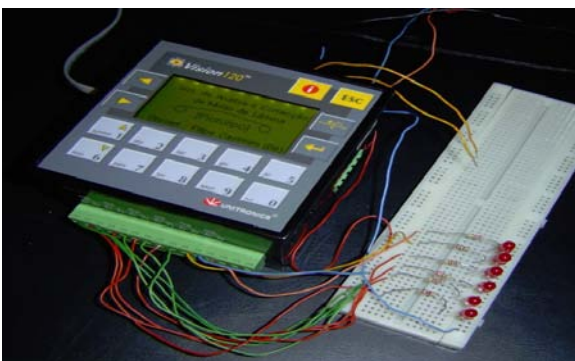


Figura 17 – Montagem experimental utilizando o autómato programável escolhido para o sistema projectado.

## 8. Construção de um Protótipo

Para viabilizar o projecto realizado, foi construído um protótipo à escala de 1/3 do sistema de análise. Neste protótipo os sensores laser foram substituídos por sensores lineares de resistência variável que permitem avaliar apenas a deformação, ou curvatura longitudinal de uma mola de lâmina. Na Figura 18 apresenta-se o protótipo construído.

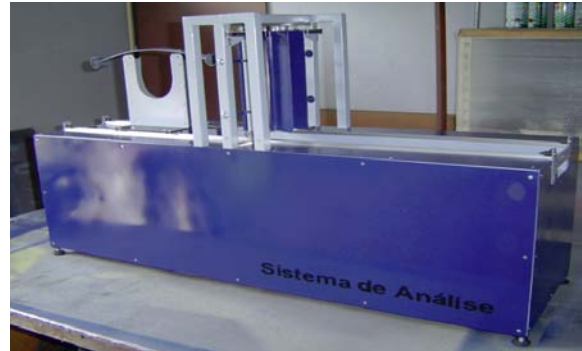


Figura 18 – Protótipo à escala (1/3) do sistema de análise.

## 9. Conclusão

Com este projecto foram desenvolvidas equações de análise das deformações mais comuns em molas de lâmina, assim como um método de alinhamento (rotação virtual), o que aliado à precisão, vantagem de controlo de qualidade peça a peça, versatilidade e baixo custo, tornam o sistema de análise projectado bastante inovador.

O sistema de correcção projectado permite a correcção dos tipos de molas de lâmina mais comuns de forma mais precisa e eficaz, fazendo uso do método de aprendizagem força vs. deformação desenvolvido. O seu modo de operação autónoma torna este sistema ainda mais inovador.

Os sistemas de interface projectados permitem fácil interligação entre os diferentes sistemas e eliminam a necessidade de utilização de braços robóticos, reduzindo significativamente o custo total de todo o sistema.

## 10. Referências

- [1] Sanders, T., *Laminated Springs - Leaf Spring Design*, Wexford College Press, 2007;
- [2] Styria, Products - Parabolic Springs, Frauenthal Group, disponível em <http://www.styriagroup.com/>, acedido em Fevereiro 2009;
- [3] Kobayashi, S. and Nomizu, K., *Foundations of Differential Geometry*, Chapters 2 and 3, Vol. I, Wiley-Interscience, 1969;
- [4] Zuben, V., *Técnicas de Linearização de Sistemas*, Tópico 3, DCA-FEEC, Unicamp, 2009;
- [5] Chiaverini, V., *Tecnologia Mecânica*, Vol. II, Edição McGraw-Hill, São Paulo, 1986;
- [6] Cetlin, P. R. e Helmann, H., *Fundamentos de Conformação Mecânica dos Metais*, Artliber, São Paulo, 2005.