



UNIVERSIDADE DA BEIRA INTERIOR
Engenharia

Optimização da posição de dispositivos piezoelétricos para alteração de forma de componentes aeronáuticos

Tiago Samuel Carvalho Leite da Silva

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Aeronáutica
(2º ciclo de estudos)

Orientador: Prof. Doutor Pedro Vieira Gamboa

Covilhã, Junho de 2011

Página deixada intencionalmente em branco

*“A dificuldade consiste em transformar
o caminho sinuoso em directo e
tornar a adversidade numa vantagem”*

(Sun Tzu, *A arte da Guerra*)

Página deixada intencionalmente em branco

Agradecimentos

Desde já agradeço ao Professor Doutor Pedro Vieira Gamboa, enquanto meu orientador, pela possibilidade da realização desta dissertação, assim como o seu apoio, dedicação e atenção prestados na elaboração deste trabalho. Um agradecimento ao Professor Doutor José Miguel Silva, pelo acompanhamento, disponibilidade e apoio que contribuíram para a conclusão desta dissertação. Também agradeço a todos os professores que partilharam os seus conhecimentos para que pudesse ter as bases na realização desta mesma dissertação.

Um agradecimento à Universidade da Beira Interior, nomeadamente ao Departamento de Ciências Aeroespaciais por me terem dado a possibilidade de realizar esta dissertação nas vossas instalações. Um agradecimento ao Departamento de Física pela ajuda prestada na componente experimental desta dissertação. Aproveito também para agradecer a todas as instituições de ensino por onde passei, pois sem elas não teria chegado até aqui.

Um muito obrigado a todos os meus amigos, colegas de curso e familiares que me deram sempre apoio, nas melhores e piores alturas da vida (vocês sabem quem são).

A Carla e ao Pedro, por todos os momentos de incentivo e de alegria que me deram ao longo da minha jornada.

Por fim, aos meus pais, pela educação que me deram, todos os “puxões de orelhas” que recebi da vossa parte, um muito obrigado, pois graças a eles, pude concretizar os meus sonhos e ser a pessoa que sou hoje.

Uma vez mais, um obrigado a todos.

Página deixada intencionalmente em branco

Resumo

Desde o início da aviação, o flutter é um dos principais factores que restringem o envelope de voo. De forma a combater esta instabilidade aeroelástica foram desenvolvidos métodos de supressão activos e passivos. As soluções passivas para além de aumentar o peso da estrutura, só são focalizadas para uma certa zona da estrutura. A supressão activa de flutter tem como objectivo melhorar a precisão de actuação, bem como a energia necessária que cada actuador necessita, onde a mudança de forma é um dos métodos mais eficazes.

Assim, este trabalho foca-se na mudança de forma de uma placa de alumínio encastrada, onde o objectivo do trabalho é determinar a melhor localização dos actuadores (piezoeléctricos), de maneira a que se consiga maximizar os valores da deflexão na ponta livre da placa à flexão e à torção, para vários conjuntos de piezoeléctricos.

A metodologia empregue para a realização deste trabalho foi a seguinte: utiliza-se um algoritmo genético que vai “procurar” a melhor posição para cada piezoeléctrico; encontrada essa posição, transmite-a para o software de elementos finitos, Abaqus™, que vai calcular o deslocamento da ponta da placa; calculado o deslocamento, o Abaqus™ transmite ao algoritmo o valor deste mesmo, onde este irá guardar o valor e a posição, assim como indicar uma nova posição para calcular o deslocamento, e assim sucessivamente até se encontrar a melhor posição para cada piezoeléctrico.

Foram encontradas as melhores posições para um conjunto de seis, cinco, quatro e dois piezoeléctricos, à torção e à flexão. Os resultados obtidos neste trabalho constituem uma importante base de partida para outras investigações futuras.

Palavras-chave

Flutter; Piezoeléctricos; Optimização; Algoritmos Genéticos; Abaqus™; Matlab®.

Página deixada intencionalmente em branco

Abstract

From the beginning of aviation, flutter is one of the main factors that constrain the flight envelope of aircraft. In order to counter this aeroelastic instability, active and passive suppression methods have been developed. Passive solutions in addition to increasing the weight of the structure are only focused on a certain area of the structure. The active suppression of flutter is aimed at improving the accuracy of actuation of actuators, as well as the energy required that each actuator need, where the shape change is one the most effective methods.

This work focuses on changing shape of a cantilever aluminum plate, where the aim of the study is to determine the best location of actuators (piezoelectric), so that they can maximize the deflection values on the free end of the plate to bending and to torsion, for various sets of piezoelectric.

The methodology used for this work was the following: a genetic algorithm is used to "find" the best position for each piezoelectric; founded the position, these positions are transmitted to the finite element method software, Abaqus™, that calculates the tip displacement of the plate; when it finishes the calculations, Abaqus™ will transmit to the algorithm the displacement value, which will be stored as well as the positions. Then the algorithm provides a new position for a new displacement, and does so until the best position for each piezoelectric is determined.

The best positions were found for a set of six, five, four and two piezoelectric, to the torsion and to the bending. The results obtained in this work are an important starting point for further future investigations.

Keywords

Flutter; Piezoelectric; Optimization; Genetic Algorithms; Abaqus™; Matlab®.

Página deixada intencionalmente em branco

Índice

Agradecimentos	v
Resumo	vii
Abstract.....	ix
Índice	xi
Lista de Figuras.....	xiii
Lista de Tabelas.....	xv
Lista de Fluxogramas e Gráficos	xvii
Nomenclatura.....	xix
1. Introdução	1
1.1. Motivação	1
1.2. Objectivos e Metodologia	2
1.3. Estrutura da Dissertação	2
2. Revisão Bibliográfica.....	3
2.1. Flutter	3
2.2. Materiais e Estruturas Inteligentes	7
2.3. Materiais Piezoeléctricos.....	11
2.4. State of the Art	15
2.5. Algoritmos Genéticos	21
2.5.1. Breve Introdução	21
2.5.2. Definições e Terminologia/Estrutura dos AG's.....	22
2.6. Abaqus™: Modelação e Formulação	26
2.6.1. Propriedades dos Materiais	26
2.6.2. Constrangimento de Superfícies	29
3. Definição do Modelo Computacional.....	31
3.1. Modelo Computacional.....	31
3.1.1. Implementação do AG no Matlab®	32
3.2. Definição do Modelo Estrutural	35
3.2.1. Malha e Elementos Usados	37

3.3.	Estrutura do Programa Computacional	40
3.3.1.	Flexão e Torção Pura	40
3.3.2.	Flexão e Torção Combinadas	46
3.3.3.	Comparação Entre Programas	48
4.	Análise de Resultados	51
4.1.	Resultados Computacionais	51
4.1.1.	Seis Piezoelétricos	51
4.1.1.a.	Flexão	51
4.1.1.b.	Torção	58
4.1.1.c.	Torção e Flexão Combinadas	63
4.1.2.	Cinco Piezoelétricos	70
4.1.3.	Quatro Piezoelétricos	75
4.1.3.a.	Flexão	75
4.1.3.b.	Torção	80
4.1.3.c.	Torção e Flexão Combinadas	83
4.1.4.	Dois Piezoelétricos	89
4.1.4.a.	Flexão	89
4.1.4.b.	Torção	93
4.1.4.c.	Torção e Flexão Combinadas	96
4.1.5.	Análise energética	100
4.1.5.a.	Flexão Pura	100
4.1.5.b.	Torção Pura	101
4.1.5.c.	Torção e Flexão Combinadas	102
4.2.	Resultados Experimentais Preliminares	104
5.	Conclusões	107
6.	Bibliografia	109
7.	Anexos	115
7.1.	Anexo 1	115

Lista de Figuras

Fig. 1 - Engine Whirl Flutter. [4]	3
Fig. 2 - Movimento de flutter na ponta de uma asa/estabilizador. [4]	4
Fig. 3 - Aplicação de actuadores PZT no bordo de fuga numa pá de helicóptero. [14]	6
Fig. 4 - Exemplo de uma asa adaptativa com actuadores. [15]	7
Fig. 5 - "Eras" dos materiais no sector aeronáutico. [19]	8
Fig. 6 - Exemplo de uma estrutura inteligente com sensores, actuadores e controlo. [20]	8
Fig. 7 - Efeito directo num piezoeléctrico. [23]	11
Fig. 8 - Efeito conversor num material piezoeléctrico. [23]	12
Fig. 9 - Uma aplicação "diária" de piezoeléctricos. [24]	12
Fig. 10 - Comportamento generalizado dos cristais piezoeléctricos perante o efeito directo a) e o efeito conversor b). [25]	13
Fig. 11 - a) Extensão de um piezoeléctrico em função do campo eléctrico aplicado. [27] b) - Variação da polarização ao longo da temperatura. [28]	13
Fig. 12 - a) Domínios ferroeléctricos antes do processo "Poling"; b) Domínios ferroeléctricos alinhados após o processo "Poling". [29]	14
Fig. 13 - Ciclo de histerese dos piezoeléctricos [31] e dos electrostrictivos. [30]	14
Fig. 14 - Gráfico de Problemas vs Eficiência. [58]	22
Fig. 15 - Esquemas de mutação: a) mutação bit a bit; b) mutação por inversão dos bits. [58]	24
Fig. 16 - Crossover Uniforme. [58]	25
Fig. 17 - Orientação do material no piezoeléctrico.	28
Fig. 18 - Exemplo da união de dois componentes.	29
Fig. 19 - "Position Tolerance" em relação à "Master Surface"	30
Fig. 20 - Exemplo da coincidência (A) ou não coincidência (B) dos nós de integração entre piezoeléctricos e placa.	30
Fig. 21 - Representação das posições possíveis do piezoeléctrico na placa.	32
Fig. 22 - Valores de "exitflag" do AG.	34
Fig. 23 - Valores a serem maximizados: δ para a flexão (A) e θ para a torção (B).	34
Fig. 24 - Comparação entre placa e piezoeléctrico	36
Fig. 25 - Diferença entre um elemento que usa 8 nós e outro que usa 20 nós.	39
Fig. 26 - Conjunto de 4 piezoeléctricos simétricos com o seu eixo de simetria.	40
Fig. 27 - Funções que constituem a torção e flexão pura.	41
Fig. 28 - Exemplo de sobreposição parcial entre piezoeléctricos.	43
Fig. 29 - Exemplo de casos com o mesmo conjunto de coordenadas.	44
Fig. 30 - Linhas do programa referentes ao passo 6.	44
Fig. 31 - Output do programa quando termina, para dois piezoeléctricos.	45
Fig. 32 - Exemplos de combinações para ambos os modos.	46

Fig. 33 - Avanço dos piezoelétricos, segundo X. Unidades de U em metros.	52
Fig. 34 - Avanço dos piezoelétricos, segundo Y. Unidades de U em metros.	53
Fig. 35 - Evolução dos 6 piezoelétricos na placa, para as melhores posições à flexão.	55
Fig. 36 - Evolução dos 6 piezoelétricos na placa, para as piores posições à flexão.	56
Fig. 37 - Avanço dos piezoelétricos, segundo X.	58
Fig. 38 - Evolução dos 6 piezoelétricos na placa, para as melhores posições à torção.	60
Fig. 39 - Evolução dos 6 piezoelétricos na placa, para as piores posições à torção.	62
Fig. 40 - Evolução dos 5 piezoelétricos na placa para as melhores posições à flexão.	72
Fig. 41 - Evolução dos 5 piezoelétricos na placa, para as piores posições à flexão.	73
Fig. 42 - Evolução dos 4 piezoelétricos na placa, para as melhores posições à flexão.	77
Fig. 43 - Evolução dos 4 piezoelétricos na placa para as piores posições à flexão.	78
Fig. 44 - Evolução dos 4 piezoelétricos na placa para as melhores posições à torção.	81
Fig. 45 - Evolução dos 4 piezoelétricos na placa para as piores posições à torção.	82
Fig. 46 - Evolução dos 2 piezoelétricos na placa, para as melhores posições à flexão.	90
Fig. 47 - Evolução dos 2 piezoelétricos na placa, para as piores posições à flexão.	91
Fig. 48 - Evolução dos 2 piezoelétricos na placa para as melhores posições à torção.	94
Fig. 49 - Evolução dos 2 piezoelétricos na placa para as piores posições à torção.	94
Fig. 50 - Piezoelétricos acoplados na placa para validação experimental.	104
Fig. 51 - <i>Aparatus</i> experimental.	105
Fig. 52 - Deslocamento na ponta da placa para uma tensão eléctrica nula (A) e para uma tensão eléctrica de 30 V (B).	106
Fig. 53 - Resultado final da validação experimental.	106
Fig. 54 - Melhores localizações dos piezoelétricos para a torção e para a flexão.	107
Fig. 55 - Dados dos piezoelétricos fornecidos pelo fabricante.	115
Fig. 56 - Convenção escolhida para o nome de um elemento no Abaqus™.	115

Lista de Tabelas

Tabela 1 - Tipos de materiais inteligentes, bem como o input e o output de cada um. [21]	9
Tabela 2 - Comparação de actuadores tecnológicos. [18, 22]	10
Tabela 3 - Comparação entre os principais tipos de sensores. [18]	10
Tabela 4 - Propriedades da placa de alumínio e dos piezoelétricos.	29
Tabela 5 - Análise de vários tamanhos de malha.	38
Tabela 6 - Comparação entre diferentes famílias de elementos finitos.	40
Tabela 7 - Comparação entre programas de alguns valores.....	48
Tabela 8 - Resumo dos valores obtidos nas simulações à flexão, com seis piezoelétricos. ...	54
Tabela 9 - Conjuntos de coordenadas que originaram os 15 melhores valores de δ , com 6 piezoelétricos.	54
Tabela 10 - Conjuntos de coordenadas que originaram os 15 piores valores de δ , com 6 piezoelétricos.	56
Tabela 11 - Conjuntos de coordenadas usados na obtenção do Gráfico 2.	57
Tabela 12 - Resumo dos valores obtidos nas simulações à torção, com seis piezoelétricos. .	59
Tabela 13 - Conjuntos de coordenadas que originaram os 15 melhores valores de θ , com 6 piezoelétricos.	60
Tabela 14 - Conjuntos de coordenadas que originaram os 15 piores valores de θ , com 6 piezoelétricos.	61
Tabela 15 - Conjuntos de coordenadas usados para a obtenção do Gráfico 3.	62
Tabela 16 - Resumo do número de simulações obtidas para a flexão e a torção combinadas..	65
Tabela 17 - Conjunto de coordenadas que originaram os 15 melhores valores de δ , para a flexão e a torção combinadas, com 6 piezoelétricos.	65
Tabela 18 - Conjunto de coordenadas que originaram os 15 melhores valores de θ , para a flexão e a torção combinadas, com 6 piezoelétricos.	67
Tabela 19 - Resumo da posição dos PZT's e respectivas deflexões na ponta livre da placa obtidas à torção e flexão combinadas.	68
Tabela 20 - Resumo dos valores obtidos nas simulações à flexão com 5 piezoelétricos.	71
Tabela 21 - Conjunto de coordenadas que originaram os 15 melhores valores de δ , com 5 piezoelétricos.	72
Tabela 22 - Conjunto de coordenadas que originaram os 15 piores valores de δ , com 5 piezoelétricos.	73
Tabela 23 - Conjuntos de coordenadas usados na obtenção do Gráfico 7.	74
Tabela 24 - Resumo dos valores obtidos nas simulações, à flexão com 4 piezoelétricos.	76
Tabela 25 - Conjuntos de coordenadas que originaram os 15 melhores valores de δ , com 4 piezoelétricos.	76
Tabela 26 - Conjuntos de coordenadas que originaram os 15 piores valores de δ , com 4 piezoelétricos.	77

Tabela 27 - Conjuntos de coordenadas usados para a obtenção do Gráfico 8.	78
Tabela 28 - Resumo dos valores obtidos nas simulações, à torção com 4 piezoelétricos.	80
Tabela 29 - Conjuntos de coordenadas que originaram as 15 melhores valores de θ com 4 piezoelétricos.	81
Tabela 30 - Conjuntos de coordenadas que originaram as 15 piores valores de θ com 4 piezoelétricos.	82
Tabela 31 - Conjunto de coordenadas usados para a obtenção do Gráfico 9.	83
Tabela 32 - Resumo do número de simulações obtidas para a flexão e a torção combinadas.	84
Tabela 33 - Conjunto de coordenadas que originaram os 15 melhores valores de δ para a flexão e a torção combinadas, com 4 piezoelétricos.	85
Tabela 34 - Conjunto de coordenadas que originaram os 15 melhores valores de θ para a flexão e a torção combinadas, com 4 piezoelétricos.	87
Tabela 35 - Resumo da posição dos PZT's e respectivas deflexões na ponta livre da placa obtidas à torção e flexão combinadas.	88
Tabela 36 - Resumo dos valores obtidos nas simulações à flexão com 2 piezoelétricos.	90
Tabela 37 - Conjunto de coordenadas que originaram os 15 melhores valores de δ , com 2 piezoelétricos.	90
Tabela 38 - Conjunto de coordenadas que originaram os 15 piores valores de δ , com 2 piezoelétricos.	91
Tabela 39 - Conjuntos de coordenadas usados na obtenção do Gráfico 13.	92
Tabela 40 - Resumo dos valores obtidos nas simulações à torção com 2 piezoelétricos.	93
Tabela 41 - Conjuntos de coordenadas que originaram as 15 melhores valores de θ com 2 piezoelétricos.	93
Tabela 42 - Conjuntos de coordenadas que originaram as 15 piores valores de θ com 2 piezoelétricos.	94
Tabela 43 - Conjunto de coordenadas usados para a obtenção do Gráfico 14.	95
Tabela 44 - Resumo do número de simulações obtidas para a flexão e a torção combinadas.	96
Tabela 45 - Conjunto de coordenadas que originaram os 15 melhores valores de δ para a flexão e a torção combinadas, com 2 piezoelétricos.	97
Tabela 46 - Conjunto de coordenadas que originaram os 15 melhores valores de θ para a flexão e a torção combinadas, com 2 piezoelétricos.	98
Tabela 47 - Resumo da posição dos PZT's e respectivas deflexões na ponta livre da placa obtidas à torção e flexão combinadas, para 2 piezoelétricos.	99
Tabela 48 - Valores obtidos para a análise energética à flexão pura.	101
Tabela 49 - Valores obtidos para a análise energética à torção pura.	102
Tabela 50 - Valores obtidos para a análise energética à flexão, no caso da torção e flexão combinadas.	103
Tabela 51 - Valores obtidos para a análise energética à torção, no caso da torção e flexão combinadas.	103

Lista de Fluxogramas e Gráficos

Fluxograma 1 - Esquema geral do funcionamento do modelo computacional.	31
Fluxograma 2 - Fluxograma da estrutura do script.	35
Fluxograma 3 - Fluxograma de um programa de torção ou flexão pura.	42
Fluxograma 4 - Fluxograma do programa para flexão e torção combinadas	47
Fluxograma 5 - Fluxograma da obtenção da função objectivo para cada caso	48
Gráfico 1 - Para alguns tamanhos de malha, o tempo de simulação e respectivo δ	38
Gráfico 2 - V vs δ para algumas posições de 6 piezoeléctricos.	57
Gráfico 3 - V vs θ para algumas posições de seis piezoeléctricos.	63
Gráfico 4 - Comportamento da ponta livre da placa, quando analisada à torção e à flexão para vários valores da tensão eléctrica, referente ao melhor conjunto de coordenadas encontrado à flexão.	66
Gráfico 5 - Comportamento da ponta livre da placa, quando analisada à torção e à flexão para vários valores da tensão eléctrica, referente ao melhor conjunto de coordenadas encontrado à torção.	68
Gráfico 6 - Estudo da função objectivo para várias percentagens da torção e da flexão.	69
Gráfico 7 - V vs δ para algumas posições de 5 piezoeléctricos.	74
Gráfico 8 - V vs δ para algumas posições de 4 piezoeléctricos.	79
Gráfico 9 - V vs θ para algumas posições de 4 piezoeléctricos	83
Gráfico 10 - Comportamento da ponta livre da placa, quando analisada à torção e à flexão para vários valores da tensão eléctrica, referente ao melhor conjunto de coordenadas encontrado à flexão.	86
Gráfico 11 - Comportamento da ponta livre da placa, quando analisada à torção e à flexão para vários valores da tensão eléctrica, referente ao melhor conjunto de coordenadas encontrado à torção.	87
Gráfico 12 - Estudo da função objectivo para várias percentagens da torção e da flexão.	88
Gráfico 13 - V vs δ para algumas posições de 2 piezoeléctricos.	92
Gráfico 14 - V vs θ para algumas posições de 2 piezoeléctricos.	95
Gráfico 15 - Comportamento da ponta livre da placa, quando analisada à torção e à flexão para vários valores da tensão eléctrica, referente ao melhor conjunto de coordenadas encontrado à flexão.	97
Gráfico 16 - Comportamento da ponta livre da placa, quando analisada à torção e à flexão para vários valores da tensão eléctrica, referente ao melhor conjunto de coordenadas encontrado à torção.	99
Gráfico 17 - Estudo da função objectivo para várias percentagens da torção e da flexão. ...	100

Página deixada intencionalmente em branco

Nomenclatura

- ACO - Ant Colony Optimization;
- AG/GA - Algoritmo Genético/Genetic Algorithm;
- AGA - Adaptative Genetic Algorithm;
- b - Largura da placa;
- b_p - Largura do piezoeléctrico;
- CF/BC - Condições de Fronteira/Boundary Conditions;
- Cl - Classificação energética de um dado conjunto de coordenadas e piezoeléctricos;
- $D_{ij}^{\varphi(\varepsilon)}$ - Matriz dieléctrica;
- D_{ijkl}^q - Matriz elástica dos piezoeléctricos;
- d_{mkl}^{φ} - Matriz de acoplamento piezoeléctrico;
- Eq. - Equação;
- f_c - Função objectivo para a flexão e a torção combinadas;
- FEA - Finite Element Analysis;
- f_f - Função objectivo para a flexão pura;
- FGA - Float-Encoded Genetic Algorithm;
- Fig. - Figura;
- FlexIn - Flexible Innovation;
- FRF - Frequency Response Function;
- f_t - Função objectivo para a torção pura;
- HIP - Heuristic Integer Programming;
- HSV - Hankel Singular Value;
- HTTSP - Hopfield-Tank for the Traveling Salesman Problem;
- IR - Iterative Replacement;
- IWO - Ivasive Weed Optimization;
- l - Comprimento da placa;
- l_p - Comprimento do piezoeléctrico;
- LQG - Linear Quadratic Gaussian;
- MOGA - Multi-Objective Genetic Algorithm;
- n - Número de piezoeléctricos;
- NINP - Nonlinear Interval Number Programming;
- NNET - Neural Networks;
- N_x - Número de nós da malha, segundo X;
- N_y - Número de nós da malha, segundo Y;
- OLSA - Optimal Location for Sensors/Actuators;

- p - Incremento da penalização em cada iteração;
- p_0 - Penalização inicial;
- PD - Proportional Derivate;
- p_i - Penalização para uma dada iteração;
- PPF - Positive Position Feedback;
- PSO - Particle Swarm Optmization;
- PVDF - Fluoreto de Polivinilideno;
- P_x - Espaçamento entre piezoeléctricos, segundo X;
- P_y - Espaçamento entre piezoeléctricos, segundo Y;
- PZT - Piezoeléctrico;
- RA - Random Algorithm;
- SA - Simulated Annealig;
- S/A - Sensores e/ou Actuadores;
- S-A - Sensores - Actuadores;
- SATSP - Simulated Annealing to the Traveling Salesman Problem;
- SMA - Shape Memory Alloy (Ligas memória de forma);
- t - Espessura da placa;
- t_p - Espessura do piezoeléctrico;
- T_c - Temperatura de Curie;
- TolCon - Tolerância da função das “restrições”;
- tp - Tamanho da população;
- TS - Tabu Search;
- V - Tensão eléctrica;
- V_{esp} - Tensão eléctrica específica;
- V_{max} - Máxima tensão eléctrica aplicável aos piezoeléctricos;
- \mathbf{X} - Coordenadas de um dado piezoeléctrico ($X_n; Y_n$);
- X_1 - Coordenada do “centro” do piezoeléctrico 1, segundo X;
- X_p - “Centro” do piezoeléctrico, segundo X;
- Y_1 - Coordenada do “centro” do piezoeléctrico 1, segundo Y;
- Y_p - “Centro” do piezoeléctrico, segundo Y;
- δ - Deslocamento da ponta livre da placa;
- θ - Torção da ponta livre da placa.

1. Introdução

1.1. Motivação

Após ter-se conseguido realizar o primeiro voo, o próximo objectivo a realizar era o de quebrar recordes, principalmente recordes de velocidade. Como nesta fase da aviação os motores não eram muito potentes, a solução passava por se reduzir o peso da aeronave, por conseguinte, ter uma estrutura menos rígida.

Os recordes de velocidade começaram a aparecer, assim como também os acidentes, devido aos problemas estruturais. Face a esta situação, começou-se a averiguar que grande parte dos acidentes estavam relacionados com as instabilidades dinâmicas aeroelásticas (flutter). Descoberto o problema, depressa começaram a surgir soluções, sendo que a maioria delas passava pelo aumento da rigidez da estrutura (soluções passivas). As soluções passivas para além de terem a contrapartida do aumento de peso, só eram focalizadas numa certa zona da estrutura.

Face a esta situação, na década de 1970, começaram a surgir investigações na área dos materiais inteligentes, com o intuito de se começar a ter soluções activas para a supressão do flutter. Nesta altura haviam poucos materiais inteligentes e poucos conhecimentos acerca dos mesmos, pelo que a dificuldade de implementação de estruturas activas era grande, tendo ficado em “stand-by” até aos dias de hoje.

Actualmente começa a verificar-se a existência de uma elevada pesquisa e desenvolvimento na área dos materiais e estruturas inteligentes. Na implementação de estruturas activas podem ser integrados os materiais inteligentes, onde o objectivo é melhorar a precisão de actuação, ao localizar uma dada perturbação na estrutura, através de sensores, comunicando de seguida a perturbação para uma unidade de processamento (computadores) que indicarão aos actuadores onde e como actuar, bem como a energia necessária.

No mercado existem muitos materiais inteligentes que podem ser usados como sensores e/ou actuadores em estruturas inteligentes. Alguns desses materiais são os piezoeléctricos, electrostrictivos, magnetostrictivos, ligas de memória de forma, magnetoreológicos, electroreológicos e fibras ópticas. Destes materiais, os piezoeléctricos e os magnetostrictivos têm tido bastante aplicação, devido a estes poderem tomar o lugar de actuadores ou sensores, sendo que os piezoeléctricos possuem uma “bandwith” e tempo de resposta superior aos magnetostrictivos. A principal desvantagem destes materiais é a elevada energia necessária para se conseguir uma deformação pequena.

Deste modo, estes materiais são acoplados numa estrutura inteligente e activa, onde a sua principal função é a supressão de vibração. Assim, este trabalho foca-se na mudança de forma de uma placa de alumínio encastrada, onde o objectivo do trabalho é determinar a

melhor localização dos actuadores (piezoelétricos), de maneira a que se consiga maximizar os valores da deflexão na ponta livre da placa à flexão e à torção, para vários conjuntos de piezoelétricos.

1.2. Objectivos e Metodologia

O objectivo deste trabalho é determinar a melhor localização dos actuadores (piezoelétricos), de maneira a que se consiga maximizar os valores da deflexão na ponta livre da placa à flexão e à torção, para vários conjuntos de piezoelétricos.

A metodologia empregue para a realização deste trabalho foi a seguinte: utiliza-se um algoritmo genético que vai “procurar” a melhor posição para cada piezoelétrico; encontrada essa posição, transmite-a para o software de elementos finitos, Abaqus™, que vai calcular o deslocamento da ponta da placa; calculado o deslocamento, o Abaqus™ transmite ao algoritmo o valor deste mesmo, onde este irá guardar o valor e a posição, assim como indicar uma nova posição para calcular o deslocamento, e assim sucessivamente até se encontrar a melhor posição para cada piezoelétrico.

1.3. Estrutura da Dissertação

Para além deste capítulo introdutório, o presente documento é composto por mais um capítulo referente à revisão bibliográfica, outro referente à definição do modelo computacional utilizado nesta dissertação. É também apresentado um capítulo onde são apresentados os resultados computacionais e experimentais obtidos, seguindo-se as conclusões deste trabalho. De uma forma mais específica tem-se o seguinte:

No capítulo 2 estão presentes as bases para a realização deste trabalho, desde a explicação do fenómeno de flutter, materiais inteligentes, materiais piezoelétricos, o que tem sido feito até aos dias de hoje (State of the art), descrição do algoritmo usado e a explicação de algumas opções tomadas no Abaqus™.

No capítulo 3 é abordado o modelo computacional, onde numa primeira fase é explicado o funcionamento geral do modelo computacional, seguindo-se uma explicação mais pormenorizada do script (ficheiro do Abaqus onde está definido o modelo estrutural em análise) e da estrutura do programa computacional para flexão e torção pura e torção e flexão combinadas.

Já no capítulo 4 são apresentados os resultados obtidos computacionalmente, para cada conjunto de actuadores e modo de actuação, seguindo-se uma apresentação dos resultados obtidos experimentalmente. Por fim seguem-se as conclusões, bibliografia e anexos.

2. Revisão Bibliográfica

2.1. Flutter

O que é o flutter?

De uma forma resumida o flutter não é nada mais que uma instabilidade dinâmica aeroelástica que envolve as forças aerodinâmicas, elásticas e de inércia de uma aeronave. Por outro lado, o fenómeno de flutter é mais conhecido como uma instabilidade aerodinâmica que ocorre devido às interações entre o escoamento e a estrutura da aeronave. Resumidamente, o flutter ocorre quando a combinação do modo de torção com o modo de flexão. [1-3]

Para se ter uma percepção do fenómeno e possíveis consequências do flutter, na Fig. 1 encontra-se esquematizado um tipo de flutter, o “Engine Whirl Flutter”.

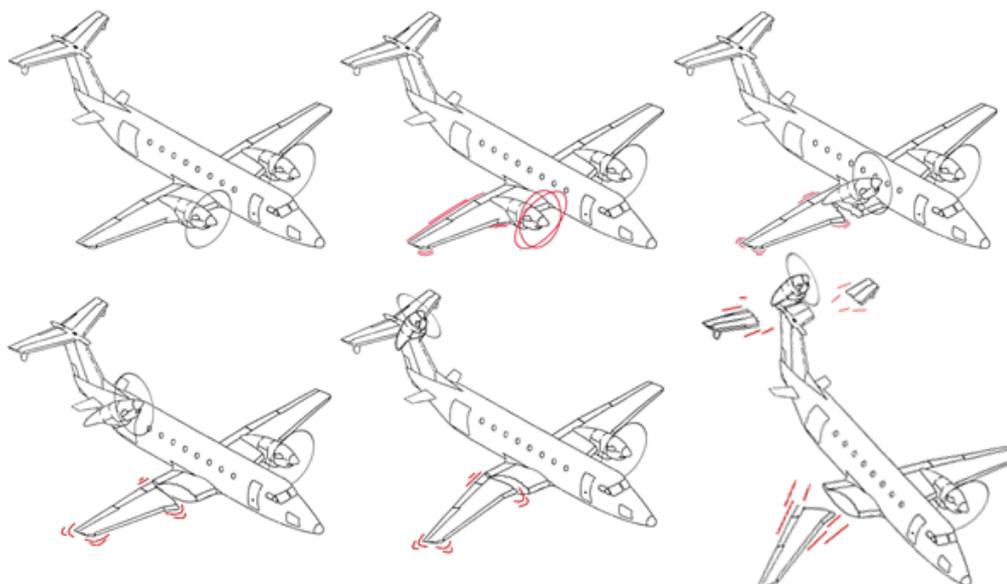


Fig. 1 - Engine Whirl Flutter. [4]

Neste caso, a origem das vibrações foi no motor e facilmente se propagaram pela asa toda. Como consequência desta vibração descontrolada, o motor foi arrancado da asa (onde esta também foi arrancada) tendo embatido nos estabilizadores do avião, originando assim a queda do avião. Normalmente o fenómeno de flutter está mais associado e ocorre com mais frequência nas asas e estabilizadores de uma aeronave. Na Fig. 2 encontra-se esquematizado o flutter na ponta de uma asa/estabilizador, podendo observar-se a combinação dos dois modos (flexão e torção). Também se pode concluir que este tipo de flutter, de uma forma geral, descreve uma onda sinusoidal.

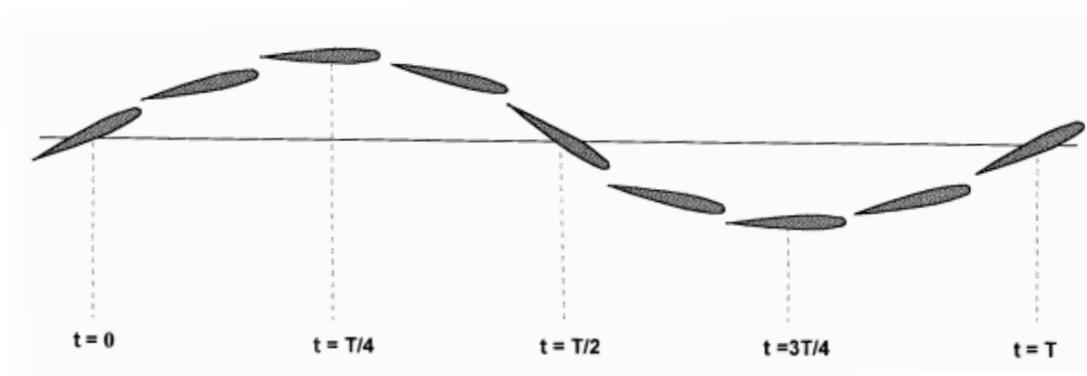


Fig. 2 - Movimento de flutter na ponta de uma asa/estabilizador. [4]

Para se perceber melhor o que é o flutter, podem ser dados 2 exemplos:

O primeiro exemplo é o de um fio suspenso com um peso na ponta. Imagine-se esse fio com movimento pendular. Ao aplicar-se uma força

- a) em sentido contrário ao do movimento do peso, a amplitude do movimento do peso diminui, fazendo com que ele pare mais rapidamente.
- b) com o mesmo sentido do movimento do peso, a amplitude do movimento aumentará, levando a que o sistema demore mais tempo a imobilizar-se.

O exemplo seguinte é o de uma placa encastrada horizontalmente. Ao aplicar-se uma força vertical, a placa começará a vibrar. Se a força aplicada

- a) tiver o sentido contrário do movimento da placa facilmente se percebe que a vibração diminuirá.
- b) tiver o mesmo sentido do movimento da placa, a vibração passará a ter uma maior amplitude.

Nos casos a) está-se perante um amortecimento do sistema, e nos casos b) perante uma excitação. A diferença entre os 2 exemplos anteriores é a causa que leva a que o sistema estabilize, que no primeiro exemplo é a força da gravidade, e no segundo é a rigidez da estrutura em causa.

Histórico do Flutter

Desde o início da aviação até ao início de 1930, o flutter destruiu inúmeros aviões, pois naquela altura o espírito desta nova modalidade não se preocupava com os riscos. Após 1930, com o aparecimento de motores com mais potência, com o intuito de quebrar recordes de velocidade, começou a surgir a preocupação da vibração da estrutura da aeronave. Só entre a década de 30 e 40 a engenharia de projecto se começou a debruçar sobre o fenómeno que até àquela data já tinha matado muita gente. Uma primeira solução para a resolução da vibração existente na estrutura seria aumentar drasticamente a rigidez da estrutura, porém tal não se verificou devido ao facto da aeronave ficar excessivamente pesada. Uma outra

conclusão a que se chegou foi de que a velocidade de voo a que ocorre o flutter, bem como a sua frequência característica, são afectados pela distribuição de massa da estrutura, rigidez da mesma, balanço da massa das asas, dos estabilizadores e superfícies de controlo. [5]

Uma outra forma de flutter apareceu durante a década de 30, o “servo tab flutter”. O primeiro teste de flutter realizado foi em 1935 por Von Schlippe, na Alemanha. Este teste consistia em fazer vibrar a estrutura perto das frequências de ressonância, aumentando a vibração progressivamente, de acordo com a velocidade do escoamento. [6]

Durante a primeira guerra mundial apareceu o wing-aileron flutter. Von Baumhauer e Koning sugeriram um balanço de massas sobre as superfícies de controlo como um meio de evitar este tipo de vibração. [6]

Entre 1947 e 1956, foram relatados onze casos de wing-aileron flutter. Em 1947, após Chuck Yeager ter atingido pela primeira vez a velocidade supersónica, em voo nivelado, surgiu um novo tipo de flutter denominado como “panel flutter”. Este novo tipo de flutter deve-se à amplitude das ondas de choque, afectando as cascas da aeronave. Este tipo de instabilidade pode levar à falha de componentes devido à fadiga abrupta. Concluiu-se ainda nesta década que um outro factor que influencia o flutter são os carregamentos externos, por exemplo, os motores montados nas asas, armamento e tanques externos.

Mecanismos de supressão de flutter

Métodos de controlo passivos, activos e híbridos foram desenvolvidos nas últimas três décadas e aplicados para melhorar a supressão de vibração. Os métodos activos são os mais robustos e eficazes, uma vez que é possível regular a localização e intensidade da actuação para a supressão da vibração. No entanto, os métodos de supressão passiva de flutter não são tão eficientes, pois a maioria das vezes a estrutura é reforçada ou são colocadas massas não balanceadas. [7] Por sua vez, os sistemas híbridos são uma junção dos mecanismos de supressão activos e passivos.

Supressão Passiva

Nos últimos 70 anos, existiu muita investigação na supressão passiva de flutter, pois sempre se acreditou ser mais simples e robusta, comparada com a supressão activa. [8]

Os meios tradicionais passivos de evitar vibrações, tais como balanceamento de massa, aumento da rigidez local, continuaram até à actualidade. Estas técnicas são geralmente ineficientes, uma vez que para além de adicionarem peso à estrutura, nem sempre conseguem realizar a supressão do flutter, aumentando os custos e diminuindo o desempenho da aeronave. [9, 10]

Para além destas técnicas convencionais da supressão de flutter, começaram a surgir preocupações no dimensionamento da estrutura da aeronave, principalmente das superfícies de controlo. Assim sendo, as superfícies de controlo são projectadas para serem

suficientemente rígidas, com o intuito de satisfazerem as exigências de carga e evitar ao mesmo tempo as vibrações catastróficas e a flambagem. [10]

Supressão Activa

A fim de superar a inadequação das técnicas passivas e voar a uma velocidade maior do que a velocidade de flutter, foi desenvolvida na década de 1970 a supressão de flutter activa. [9] Para velocidades inferiores à velocidade de flutter, a vibração dinâmica inicial é amortecida, enquanto para as velocidades superiores as vibrações iniciais vão-se começar a auto-excitar, levando à ruína do componente ou da estrutura.

Vários estudos sobre as estruturas inteligentes usando materiais piezoeléctricos e ligas de memória são focalizados em vibração, onde os materiais piezoeléctricos são os mais amplamente utilizados como sensores e actuadores nestas aplicações de controlo, nomeadamente em matéria de controlo de vibração estrutural e controlo estrutural acústico activo. [11-13]



Fig. 3 - Aplicação de actuadores PZT no bordo de fuga numa pá de helicóptero. [14]

Na Fig. 3 está exposta uma aplicação de piezoeléctricos e superfícies de controlo numa pá de helicóptero, onde o objectivo desta aplicação passa por suprimir o flutter de uma forma activa. Assim, na Fig. 4 está presente uma aplicação de uma asa adaptativa com actuadores.

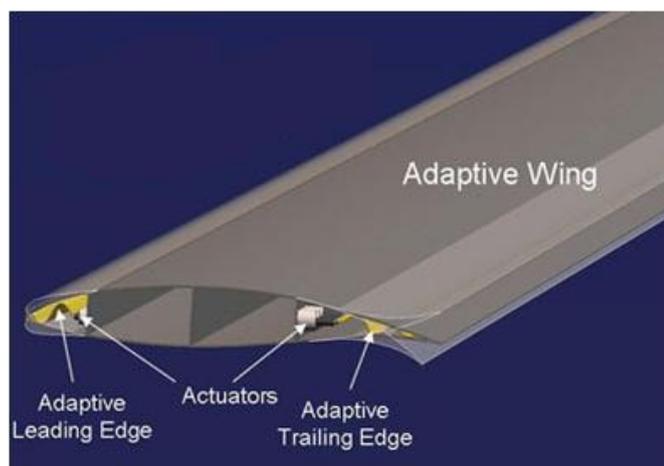


Fig. 4 - Exemplo de uma asa adaptativa com actuadores. [15]

2.2. Materiais e Estruturas Inteligentes

Afinal o que são materiais inteligentes?

Materiais inteligentes são definidos como os materiais que se podem adaptar a estímulos externos, como uma carga ou o ambiente. De acordo com esta definição, os materiais inteligentes são materiais que respondem aos seus ambientes de forma atempada. [16] Também se pode definir estes materiais como materiais que recebem, transmitem, ou processam um estímulo e respondem ao produzir um efeito útil que pode incluir um sinal de que os materiais estão a agir sobre ele. [17] Do ponto de vista purista, os materiais são inteligentes, se em algum ponto dentro do seu desempenho histórico agem reversivelmente a um estímulo, isto é, num material inteligente a acção da recepção dos estímulos e a resposta aos estímulos para além de produzir um efeito útil deve ser reversível. [18]

Evolução Histórica

Ao observar-se a Fig. 5 é possível verificar as diferentes “eras” dos materiais no ramo aeronáutico. Os materiais activos, ou de certa forma, materiais inteligentes, estão a ser aplicados muito recentemente, uma vez que está-se a chegar a um patamar onde é necessário melhorar os materiais e as estruturas em vez de implementar computadores, com o objectivo de melhorar a performance.

No entanto, os materiais inteligentes tiveram algumas aplicações aeronáuticas, antes de 2000, porém como as desvantagens eram superiores às vantagens propriamente ditas, a aposta nestes materiais não foi muito relevante. Com o avanço dos computadores, começou a aumentar a pesquisa de aplicações de materiais inteligentes na aeronáutica, uma vez que com o controlo mais eficiente do material era possível controlar com mais precisão a acção do material. A era dos materiais inteligentes nasceu entre a era dos plásticos e dos compósitos.

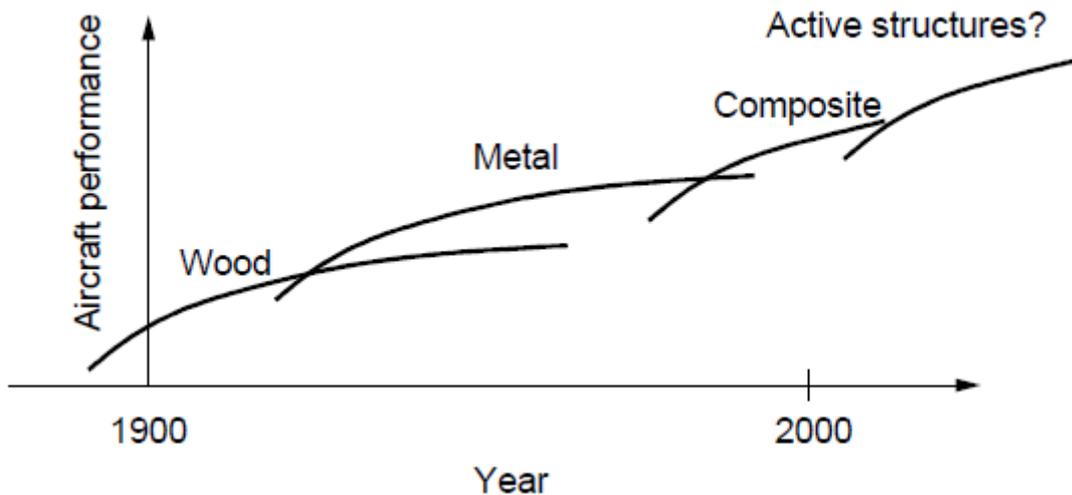


Fig. 5 - "Eras" dos materiais no sector aeronáutico. [19]

Estruturas inteligentes

Estruturas inteligentes são apenas estruturas com pelo menos um material inteligente incorporado na sua estrutura e que a partir do efeito do material causa uma acção inteligente. Uma estrutura inteligente pode ter sensores (nervos), actuadores (músculos) e um controlo (cérebro). As estruturas inteligentes só recentemente é que passaram a possuir estas três componentes, uma vez que na fase inicial ou só tinham actuadores ou tinham sensores. [17]

Exemplos de aplicações técnicas de estruturas inteligentes são estruturas como materiais compósitos embebidos com sensores de fibra óptica, sistemas microeletromecânicos (MEMS), controlo de vibrações, controlo do som, controlo da forma, monitorização do tempo de vida de um dado produto, monitorização da cura, processamento inteligente, controlo activo e passivo, entre outros. Estas estruturas inteligentes podem ser encontradas em automóveis, sistemas aeroespaciais, aeronaves de asa fixa e de asa rotativa, embarcações navais, estruturas civis e equipamentos médicos. [17]

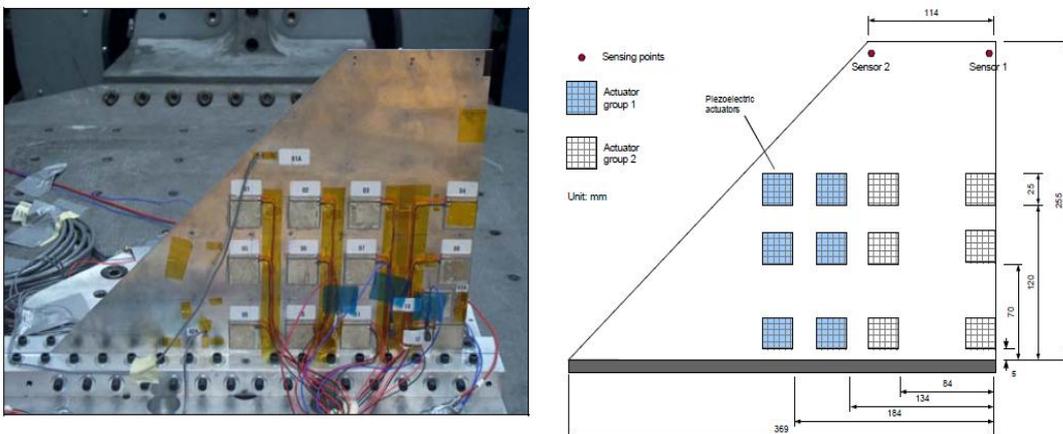


Fig. 6 - Exemplo de uma estrutura inteligente com sensores, actuadores e controlo. [20]

Na Fig. 6 está o exemplo de uma estrutura inteligente, para aplicações aeronáuticas, com sensores, actuadores e uma unidade de controlo. Esta estrutura foi criada com o intuito de investigar a supressão de flutter num estabilizador vertical de um F-18. [20]

Os diferentes tipos de materiais inteligentes

Como foi referido anteriormente, materiais inteligentes são definidos como os materiais que se podem adaptar a estímulos externos, como uma carga ou o ambiente. Alguns dos estímulos que podem agir sobre estes materiais são o campo eléctrico, deformação, temperatura, produtos químicos (incluindo estímulos de pH), campo magnético, pressão hidrostática e diferentes tipos de radiação.

Em contrapartida, os efeitos produzidos podem ser uma mudança de cor, uma mudança no índice de refração, uma mudança na distribuição de tensões e deformações, uma mudança na viscosidade, uma mudança no campo eléctrico e magnético ou uma mudança de volume.

Na Tabela 1 encontra-se um resumo dos materiais inteligentes mais conhecidos, assim como o respectivo “Input” e “Output”. Importa referir que alguns materiais têm a capacidade para serem actuadores e sensores ao mesmo tempo, onde na Tabela 1 só Shape Memory Alloys têm capacidade para ser actuadores e os restantes materiais podem ser actuadores e ou sensores.

Tabela 1 - Tipos de materiais inteligentes, bem como o input e o output de cada um. [21]

Shape Memory Alloys	Temperature difference	⇒	Deformation
Piezoelectric	Deformation	⇔	Electric potential difference
Pyroelectric	Temperature difference	⇔	Electric potential difference
Thermoelectric	Temperature difference	⇔	Electric potential difference
Electrorestrictive	Deformation	⇔	Electric potential difference
Magnetorestrictive	Deformation	⇔	Magnetic field

É de salientar que não existem só estes tipos de materiais inteligentes, tendo-se optado por colocar só estes, pois estes possuem capacidades para aplicações de engenharia, enquanto os restantes, encontrados na mesma referência bibliográfica, a área de design era a mais indicada para estes.

Sensores e actuadores

Normalmente, o desempenho de um actuador é avaliado nas seguintes características: deslocamento (a capacidade do actuador para deslocar um objecto), a geração de força (a força que o actuador pode produzir), histerese (o grau de reprodutibilidade nas operações de posicionamento), tempo de resposta (a rapidez com que um actuador pode iniciar o processo de actuação), largura de banda (faixa de frequências em que o actuador pode operar de

forma eficaz), intervalo da temperatura de operação, a repetição e precisão do actuador, a energia necessária para accionar o actuador, massa de material do actuador necessária para um determinado deslocamento e custo. [18]

Já o desempenho de qualquer sensor pode ser avaliado em termos de sensibilidade (quantidade de sinal que produz o sensor para uma dada alteração na variável), o comprimento em que a medição é feita, largura de banda (faixa de frequência na qual o sensor permanece em vigor), tempo de resposta (a velocidade com que o sensor pode responder a uma mudança na variável), a faixa de temperatura através da qual o sensor pode operar, peso e custo. [18]

Posto isto, na Tabela 2 está presente uma comparação das principais características dos actuadores mais utilizados na actualidade, sendo eles os piezoeléctricos (PZT), os magnetostrictivos (Terfenol-D) e as SMA (Nitinol).

Tabela 2 - Comparação de actuadores tecnológicos. [18, 22]

	Nitinol	Terfenol-D	PZT
Fonte de Actuação	Calor	Campo Magnético	Campo Eléctrico
Histerese	Alta	Baixa	Baixa
Largura de Banda	Baixa	Moderada	Alta
Precisão	Fraca	Alta	Alta
Tempo de Resposta	Baixa	Rápida	Muito Rápida
Energia	Alta	Moderada	Moderada
Maturidade	Nova	Nova	Estabelecida
Extensão	1-8% (15%)	0,58-0,81%	0,12-0,15%
Modo de actuação	Flexão, torção, tensão e compressão	Unidireccional	Depende da orientação do campo eléctrico

É possível observar na Tabela 2 que os materiais que apresentam maiores extensões/deformações são as SMA (Nitinol). No entanto, o tempo de resposta e precisão são as principais desvantagens das SMA's.

Da mesma forma que se fez uma tabela resumo para os principais actuadores, na Tabela 3 é apresentada uma comparação dos principais sensores, fibras ópticas e piezoeléctricos.

Tabela 3 - Comparação entre os principais tipos de sensores. [18]

	Fibras ópticas	PZT
Sensibilidade	Moderada	Moderada
Comprimento da medição	Moderada	Alta
Largura de Banda	Alta	Moderada
Resolução	Alta	Moderada
Intervalos de temperatura	Alta	Alta

Os magnetostrictivos e os piezoeléctricos possuem uma boa precisão e largura de banda, assim como um bom tempo de resposta, falhando apenas na extensão que conseguem produzir. Como no flutter o tempo de resposta é crucial, de entre estes 3 tipos de materiais só os últimos dois conseguem esse objectivo.

Para a supressão do flutter são utilizados preferencialmente materiais piezoeléctricos em detrimento dos materiais magnetostrictivos, uma vez que os materiais piezoeléctricos têm dois sentidos de actuação (esticam e encolhem) e as suas expressões matemáticas já estão bem definidas.

2.3. Materiais Piezoeléctricos

O que são piezoeléctricos?

A definição mais simples para materiais piezoeléctricos pode ser obtida pela divisão da palavra em piezo e eléctricos. Piezo deriva da palavra grega *piezein* que significa pressionar com muita força ou apertar. [18]

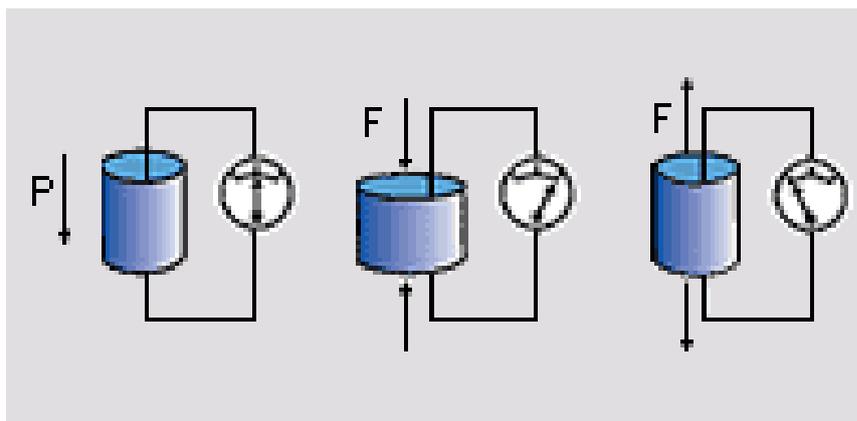


Fig. 7 - Efeito directo num piezoeléctrico. [23]

De uma forma, mais científica, num material piezoeléctrico, o efeito directo é caracterizado por gerar um campo eléctrico quando submetido a pressões/deformações, como se pode visualizar na Fig. 7. Enquanto o efeito conversor é caracterizado por gerar deformações quando submetido a um campo eléctrico. De modo a compreender-se melhor, é possível afirmar que o material, quando submetido a um campo eléctrico estica ou encolhe.

Facilmente se verifica que, no efeito directo, ao aplicar-se uma força de compressão, o material vai fornecer um campo eléctrico com uma polaridade. Caso contrário, ao aplicar-se uma força de tracção, o material vai produzir um campo eléctrico com a polaridade inversa (comparada para o caso de estar sujeito à compressão). Na Fig. 8 é demonstrado o efeito conversor do material piezoeléctrico.

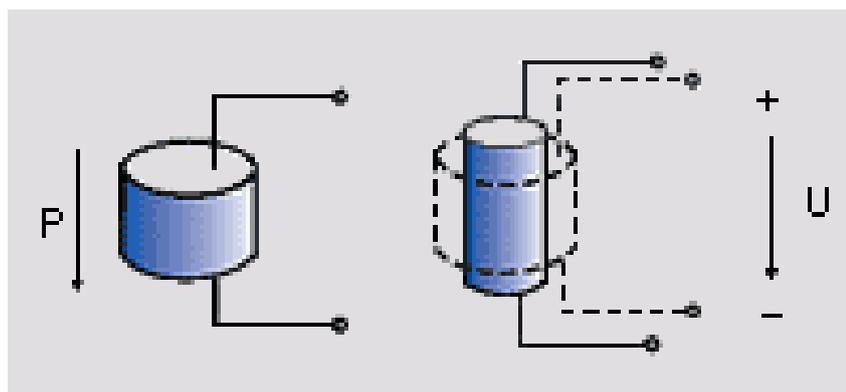


Fig. 8 - Efeito conversor num material piezoeléctrico. [23]

À semelhança do efeito directo, no efeito conversor, quando se aplica um campo eléctrico com uma certa polaridade (por exemplo, positiva) o piezoeléctrico vai “esticar”. No caso de se aplicar uma polaridade negativa ele irá, neste exemplo, “encolher”.

Na Fig. 9 é possível ver uma aplicação do dia a dia de materiais piezoeléctricos. Para além do isqueiro, os piezoeléctricos encontram-se também em microfones, sendo que o piezoeléctrico é o principal elemento de funcionamento no microfone.

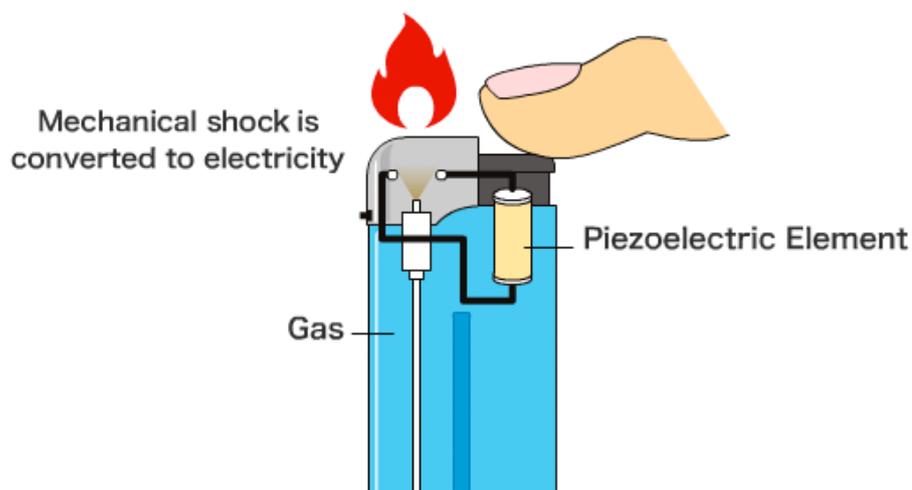


Fig. 9 - Uma aplicação "diária" de piezoeléctricos. [24]

Descrição

O efeito piezoeléctrico existe num número natural de cristais tais como quartzo, turmalina e tartarato sódio potássio. Para um cristal apresentar o efeito piezoeléctrico, este não deve ter um centro de simetria, uma vez que quando uma tensão (tracção ou compressão) é aplicada a um cristal com um centro de simetria, este irá alterar o espaçamento entre os sítios positivos e negativos de cada unidade da célula elementar, causando assim uma polarização líquida na superfície do cristal (o efeito é aproximadamente linear).

Na Fig. 10 é possível visualizar o efeito descrito anteriormente, o efeito directo e o efeito conversor.

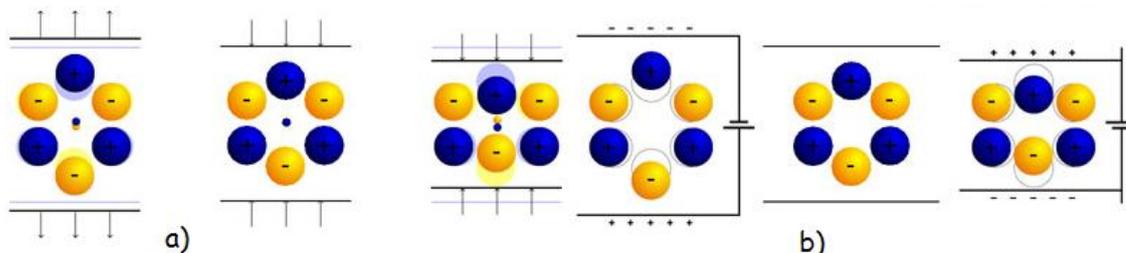


Fig. 10 - Comportamento generalizado dos cristais piezoelétricos perante o efeito directo a) e o efeito conversor b). [25]

Como já foi referido neste trabalho, a polarização está directamente relacionada à tensão aplicada, sendo dependente da direcção. Deste modo as forças de compressão e as forças de tracção irão gerar campos eléctricos e tensões de polaridade inversas, e vice-versa, isto é, quando o cristal é exposto a um campo eléctrico, este sofre uma deformação elástica que altera o seu comprimento tendo como base a polaridade do campo. [26, 27]

A título de curiosidade, os materiais piezoelétricos mais populares comercialmente são o titanato zirconato de chumbo (PZT) e fluoreto de polivinilideno (PVDF). [18]

Na Fig. 11 - a) está esquematizado um gráfico típico dos piezoelétricos, isto é o gráfico campo eléctrico vs extensão produzida no piezoelétrico.

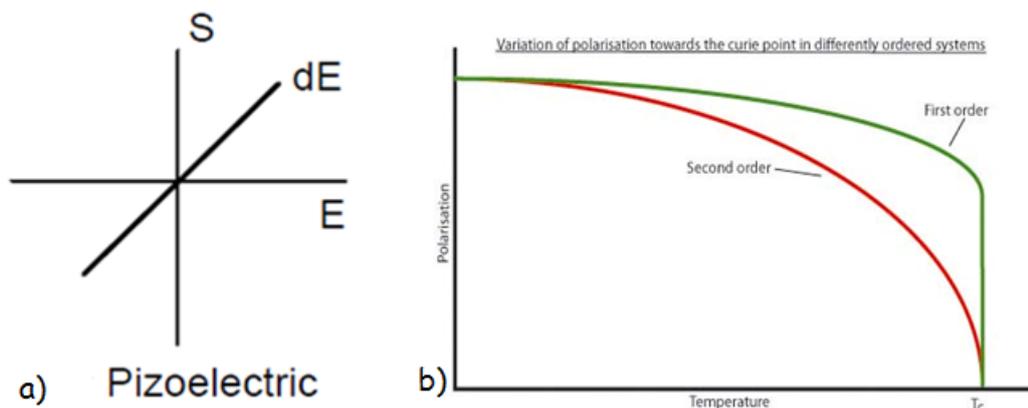


Fig. 11 - a) Extensão de um piezoelétrico em função do campo eléctrico aplicado. [27] b) - Variação da polarização ao longo da temperatura. [28]

Como se pode ver, a extensão tem um comportamento linear face ao campo eléctrico, verificando-se também o que foi referido anteriormente que, consoante o campo eléctrico aplicado, pode ter-se uma extensão num sentido (estica), ou noutro (encolhe).

Outra propriedade dos piezoelétricos a ter-se em consideração quando se trabalha com eles é a temperatura de Curie (Fig. 11 - b)). Quando a temperatura de trabalho dos piezoelétricos excede a Temperatura de Curie (T_c), as propriedades que estes materiais possuem “desaparecem”, isto é, as propriedades de polarização que estes materiais receberam durante o processo de fabrico (visível na Fig. 12) não são as mesmas, tornando-os nuns simples materiais ferroelétricos sem propriedades piezoelétricas.

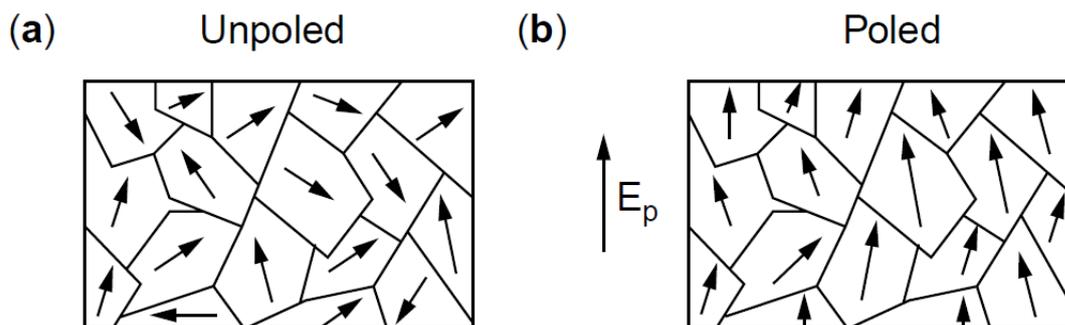


Fig. 12 - a) Domínios ferroelétricos antes do processo “Poling”; b) Domínios ferroelétricos alinhados após o processo “Poling”. [29]

Um outro aspecto a ter em consideração quando se trabalha com piezoelétricos é a histerese que estes materiais possuem. Em termos comparativos de histerese, os materiais electrostrictivos são os que possuem menor histerese (cerca de 2%), enquanto os piezoelétricos têm cerca de 12-15%, como se pode visualizar na Fig. 13. [30]

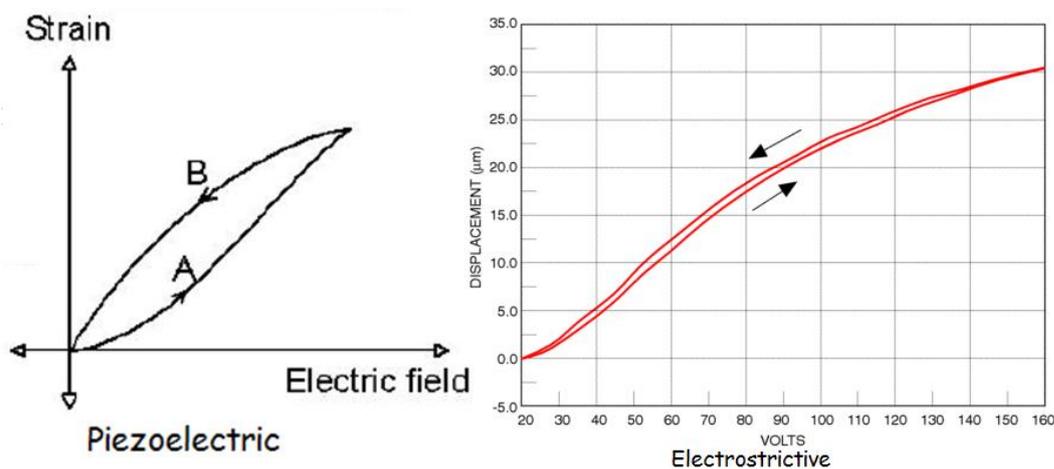


Fig. 13 - Ciclo de histerese dos piezoelétricos [31] e dos electrostrictivos. [30]

Vantagens e desvantagens

As principais vantagens destes materiais são as seguintes:

- Possuem uma elevada gama de frequências de aplicação;
- São muito precisos;
- Rápidos em termos de resposta;
- Histerese aceitável;
- São lineares e bipolares;
- Podem ser reproduzidos em qualquer tamanho e forma.

Em contra-partida, as principais desvantagens são as seguintes:

- Necessitam de muita energia para pequenas deformações;
- Caros;
- Frágeis (cerâmicas);
- Sensíveis à temperatura.

2.4. State of the Art

Nesta secção é apresentado “o estado da arte” sobre a optimização da localização de sensores/actuadores em estruturas. Para uma melhor percepção do actual estado da arte, são apresentados de seguida o resumo de alguns trabalhos desenvolvidos nesta área. Para uma melhor compreensão dos trabalhos, cada parágrafo contém o resumo de um trabalho.

Eliza Muteanu [32] fez um estudo para encontrar a melhor posição para um par de actuadores piezoeléctricos numa asa em compósitos. Este estudo consistiu em analisar os modos de vibração da asa, utilizando para isso três diferentes softwares comerciais, sendo eles o MATLAB®, o ZAERO® e o ANSYS®. É apresentado neste trabalho duas técnicas para encontrar a melhor posição dos actuadores, ao minimizar a energia do controlo, maximizando as medidas de controlabilidade da matriz Gramiana, e maximizando a força de controlo. Neste trabalho, com os actuadores a meio da asa conseguiram obter a máxima amplitude na ponta “livre” da asa.

Wei Liu et al. [33] apresentaram uma solução para os problemas OLSA (Optimal Location for Sensors/Actuators) ao usarem um algoritmo genético (GA, Genetic Algorithm) modificado. Neste trabalho computacional, o GA foi modificado ao ser introduzida uma norma espacial H_2 , onde o objectivo desta passa por ter um controlo mais “ótimo” para cada membro da “população” do algoritmo genético.

Hongwei et al. [34] fizeram um trabalho de investigação num problema OSLA, numa viga encastrada, tendo por base o desenvolvimento de uma função de desempenho baseada na maximização da dissipação de energia devido à acção do controlo. Para lidar com este problema de optimização não linear, apresentaram um FGA (Float-encoded Genetic Algorithm). Outra solução apresentada foi um algoritmo quase-Newtoniano, mas verificaram que o custo computacional era elevado. Fizeram comparações entre o FGA e o AGA (Adaptasse Genetic Algorithm). Conseguiram encontrar a melhor localização dos actuadores, bem como o óptimo desempenho e ganho destes mesmos.

Bruant et al. [35] focaram-se em encontrar a melhor posição para sensores e actuadores, independentemente, para uma viga em dois casos distintos, numa viga encastrada e numa estrutura composta por três vigas, em forma de um U, encastrada numa das extremidades da estrutura. De uma forma resumida, a posição dos actuadores foi encontrada ao minimizar a energia mecânica integral do sistema, enquanto nos sensores a metodologia empregue foi a maximização das medidas de controlabilidade da matriz Gramiana. Importa referir que fizeram uma análise para um e dois pares de S-A. A implementação do algoritmo de optimização estava limitada unicamente a uma variável de projecto e não se teve em consideração constrangimentos.

Mehrabian e Yousefi-Koma [36] fizeram uma investigação sobre a melhor posição para a colocação de actuadores piezoeléctricos num modelo que simulou o estabilizador vertical

do caça F-18. A metodologia usada implicou a criação do modelo e da malha num software comercial, PATRAN™, enquanto o NASTRAN™ foi usado como “solver” neste trabalho. A posição dos actuadores foi obtida através do algoritmo IWO (Invasive Weed Optimization), onde a maximização da FRF (frequency response function) foi a função objectivo do algoritmo.

Han et al. [37] debruçaram-se sobre o problema da supressão activa de flutter, onde usaram uma placa rectangular com enflechamento positivo com actuadores piezoelétricos acoplados simetricamente. Utilizaram o algoritmo genético para a optimização da posição dos actuadores, sendo que a função objectivo foi baseada na análise do HSV (Hankel Singular Value), focando-se na maximização desta mesma.

Daraji et al. [38] elaboraram um estudo no controlo activo da vibração numa placa plana, usando para isso quatro pares de S-A. O local óptimo da colocação dos S-A foi investigado usando o método dos elementos finitos, para definir o modelo estrutural, enquanto usaram várias funções objectivo (optimização dos pares S-A, força de controlo, resposta do sistema e controlabilidade/observabilidade) do algoritmo genético para encontrar a posição para cada par de S-A.

Mota Soares et al. [39] realizaram um estudo de optimização do amortecimento, usando para isso uma placa de compósito, onde esta tem uma metodologia híbrida. Após terem conseguido a optimização passiva da placa, recorrendo aos algoritmos genéticos e ao software Abaqus™, passaram à optimização activa. No processo activo, foi empregue um conjunto de quatro pares S-A, sendo que as variáveis de projecto neste processo foram a posição de cada par S-A. Para encontrar as coordenadas foi aplicado um GA, com a opção de micro-GA (redução da população, fazendo com que a optimização seja mais eficiente), tendo-se como função objectivo a maximização do deslocamento da placa.

Jing-yu Yang e Guo-ping Chen [40] investigaram a localização óptima de actuadores numa placa fixa - fixa. Para tal, usaram dois algoritmos de optimização, o SATSP (Simulated Annealing to the Traveling Salesman Problem) e o HTTSP (Hopfield-Tank for the Traveling Salesman Problem), tendo realizado uma comparação dos resultados obtidos para cada algoritmo. Jing-yu Yang e Guo-ping Chen focaram-se na procura da melhor localização dos actuadores, bem como a orientação que estes possuem em cada posição óptima. Foram usados dois tipos de algoritmos, para a formulação de três diferentes problemas de optimização, tendo sempre como objectivo a optimização da energia de controlo e/ou o número de actuadores a usar. Relativamente aos algoritmos, concluíram que o SATSP é mais robusto, eficiente e flexível, em comparação com o HTTSP.

S. L. dos Santos et al. [41] focaram-se na optimização da posição de actuadores numa “placa morphing”, onde na parte interna desta placa, existe uma estrutura de treliças Kagome activa. O objectivo deste trabalho passa por substituir algumas treliças por actuadores, maximizando a torção e a flexão da “placa”. Assim sendo, foram utilizados quatro algoritmos de optimização, sendo eles: o GA, o SA (Simulated Annealing), o RA (Random

Algorithm) e IR (Iterative Replacement). Neste trabalho foi realizada uma análise para quatro situações diferentes: à torção e à flexão, com oito ou dezasseis actuadores. Facilmente concluíram que a maximização da flexão e da torção ocorre com dezasseis actuadores e usando a posição indicada pelos SA e GA. Importa referir que para a FEA (Finite Element Analysis) é empregue o software comercial Ansys®.

Halim and Moheimani [42] fizeram um trabalho de investigação para um problema OLSA numa placa fina laminada. Para tal, noções de controlabilidade espacial e modal foram usadas para a melhor localização de pares de S-A. A metodologia de optimização permitiu que o posicionamento dos S-A colocados fosse efectiva para a redução média da vibração sobre a placa flexível. Para reduzir o controlo do efeito “spillover”, um constrangimento extra da controlabilidade espacial foi adicionado. Verificaram experimentalmente os valores da redução de vibração, tendo um erro máximo de 3,6% entre os valores teóricos (obtidos computacionalmente), com os valores experimentais.

Dwarakanathan et al. [43] fizeram uma análise estatística da melhor posição para a colocação de pares de S-A, numa cauda em forma de T. Neste trabalho, foram usados dois softwares comerciais, o NASTRAN™ e o MATLAB®, tendo sido dividido em duas partes. Numa fase inicial foi criada uma base de dados, recorrendo ao NASTRAN™, em que nesta base de dados ficaram alocados os dados da extensão de um dado componente, quando um actuador é colocado numa certa posição. Posteriormente, foi usado o MATLAB® para encontrar a melhor posição dos actuadores, usando o GA para a estimar, tendo por base a base de dados que foi obtida através de análises estáticas e dinâmicas do NASTRAN™, numa etapa anterior. Importa referir que o processo de optimização encontra-se dividido em duas fases, sendo que numa delas foi realizada a optimização do número de actuadores, bem como a posição para a análise estática, enquanto na outra fase focou-se na melhor distribuição dos actuadores para colmatar os modos de vibração críticos.

Roseiro et al. [44] investigaram a melhor localização de actuadores piezoeléctricos numa placa de compósito. Para alcançarem este objectivo usaram um GA modificado com Neural Networks (GA/NNET). A utilização do NNET deve-se ao facto de se querer melhorar a eficiência do GA, onde o NNET actua simplesmente nos cromossomas. Ainda foi feita uma comparação entre o GA e o GA/NNET, onde se verificou que este último é seis vezes mais rápido que o simples GA.

Ribeiro et al. [45] elaboraram um estudo computacional sobre a melhor localização e controlo de actuadores para uma estrutura adaptativa, sendo empregue para tal o GA. Com este estudo, conseguiram encontrar o melhor conjunto de tensão eléctrica a aplicar nos piezoeléctricos de modo a alcançar uma forma pré-definida numa estrutura em forma de viga. Numa segunda fase deste trabalho, usaram o mesmo problema de optimização realizado anteriormente, mas numa estrutura em forma de viga diferente. Também investigaram a influência dos principais parâmetros do GA (tamanho da população, probabilidade de “crossover” e probabilidade de mutação). Já numa terceira fase, focaram-se no problema de

optimização da localização dos actuadores numa estrutura em forma de viga, usando duas funções objectivo. A função objectivo para cada caso é maximizar a razão de amortecimento.

Sheng and Kapania [46] dividiram o estudo em dois tipos de problema. Num tipo de problema o objectivo foi encontrar a melhor posição e respectiva voltagem de um conjunto de trinta actuadores, em cento e noventa e três posições candidatas, para uma placa com formato hexagonal, que conseguisse suprimir as distorções provocadas por carregamentos térmicos. O segundo tipo de problema é semelhante ao anterior, sendo que neste caso, optimizaram a posição e a tensão para suprimir as distorções provocadas por quatro tipos de carregamentos térmicos. Neste estudo, usaram o algoritmo DeLorenzo e o GA. Concluíram que o GA, usado para os dois tipos de problema é mais robusto que o algoritmo DeLorenzo, para os mesmos tipos de problemas, assim como o custo computacional do GA é inferior ao algoritmo DeLorenzo. Importa referir, que foram usadas duas versões de GA para ambos os tipos de problema, sendo que as principais diferenças eram o modo de preservar a melhor solução na população, a diversidade da população e a pressão selectiva. Concluíram também que a versão 2 era a mais flexível e os resultados desta ficaram ligeiramente melhor, que a versão 1, no segundo tipo de problemas.

Yang et al. [47] investigaram a melhor localização e tamanho de pares de S-A para obterem a melhor supressão de vibração numa viga encastrada. Convém salientar que para além desta optimização “geométrica” ainda realizaram uma optimização do controlo para cada posição. Para realizar este processo de optimização recorreram a um GA “integer-real-encoded”, uma vez que a posição e o controlo são variáveis contínuas, enquanto as dimensões dos actuadores são variáveis discretas, uma vez que se basearam nas dimensões dos actuadores já existentes. O objectivo desta optimização passou por maximizar a energia dissipada pelo controlo activo, pois quanto maior for a energia dissipada, menos energia ficará armazenada no sistema/estrutura. Este trabalho também foi dividido em dois casos, onde num foi analisada a melhor localização e tamanho dos actuadores piezoelétricos para um único modo de vibração enquanto no segundo caso, a optimização foi feita para modos de vibração combinados.

Xu and Jiang [48] investigaram a optimização da localização de actuadores piezoelétricos numa estrutura de treliças. Com este trabalho, os autores pretenderam reduzir o peso da estrutura, bem como a energia necessária para alimentar a estrutura inteligente, onde para tal, a localização dos actuadores é fulcral para conseguirem atingir os objectivos. Numa parte deste trabalho, uma análise “2D” foi realizada numa estrutura em treliça, com dez treliças “activas” sendo usado somente dois actuadores piezoelétricos e dois sensores, de modo a controlar os dois modos de vibração mais baixos. Importa referir que foi usado um GA, onde este teve como função objectivo minimizar o tempo de resposta efectivo do amortecimento. Foi realizada também uma análise “3D”, onde neste caso tem-se setenta e duas treliças “activas”, onde foram usados só quatro actuadores piezoelétricos e

quatro sensores, com o intuito de controlar os quatro modos de vibração mais baixos. Nesta análise, a função objectivo do GA foi minimizar o peso das estruturas inteligentes.

Sadri et al. [49] realizaram um trabalho na área do controlo activo numa placa submetida ao flutter, usando para isso actuadores piezoeléctricos e um controlador LQG. Importa referir que a placa está simplesmente apoiada e a posição dos actuadores é crucial, de modo a obter-se uma rápida supressão do flutter. Assim sendo, a melhor localização dos piezoeléctricos foi obtida através da matriz de controlabilidade do sistema/estrutura, usando para isso um GA que vai encontrar a melhor localização onde se verifica o melhor desempenho da matriz. Neste trabalho para além de encontrarem a melhor posição dos actuadores, verificaram que a melhor posição encontra-se na área que está sujeita a maiores deformações, neste caso, da placa.

Moussa et al. [50] apresentaram um trabalho focado na optimização do projecto de micro-mecanismos, sendo que estes para além de terem uma estrutura passiva possuem também actuadores e sensores. O processo de optimização passou por empregar um método de optimização denominado FlexIn (Flexible Innovation). O FlexIn é baseado na abordagem de um MOGA (Multi-Objective Genetic Algorithm), sendo que para este caso foi constituído por três blocos (passivo, actuadores e sensores). Ao implementarem este algoritmo tinham como objectivo aumentar a observabilidade modal da estrutura, para a componente sensitiva e actuadora. Concluíram que a localização pseudo-óptima para cada parte do micro-mecanismo pode operar sem problemas no regime estático e dinâmico, sendo que as propriedades dinâmicas conseguiram simplificar o controlo da estrutura.

Yan and Yam [51] investigaram o controlo activo de vibrações numa estrutura em treliças. Neste trabalho, focaram-se em dois objectivos, sendo a optimização do número de actuadores e a sua posição. A estratégia usada para encontrar o número de actuadores passou por usar a distribuição dos valores próprios da matriz da “energia correlativa das forças de input do controlo”. Enquanto isso, a optimização da posição passa por empregar um GA, que tem como função objectivo a minimização da energia de entrada. Ambas as variáveis de projecto, número de actuadores e posição, foram estudadas para quatro forças iniciais de excitação diferentes. Para estes casos, conseguiu-se encontrar o número de actuadores (três ou quatro, dependendo da força de excitação inicial), assim como a sua localização.

Zhang et al. [52] focaram-se no controlo activo de vibrações numa viga encastrada. O modelo estrutural foi elaborado num software comercial de elementos finitos, ANSYS®. Para se encontrar a melhor posição dos actuadores, e possivelmente a dos sensores, foi maximizado o determinante da “Fisher Information Matrix” (teoria matemática estatística), mais conhecido como D-Optimal. Neste trabalho, informaram que a localização dos sensores será a mesma que os actuadores, uma vez que geralmente estes se encontram na posição de máxima deformação.

O problema de obter a melhor localização de S/A em estruturas activas também foi investigado por Téo et al. [53]. Neste trabalho, os autores procuraram solucionar o problema OLSA de uma placa quadrada encastrada (com um dos lados encastrado, e os restantes livres). O material da placa é alumínio e os S/A são piezoelétricos. A optimização foi feita através de um programa denominado SMARTSYS, elaborado em código MATLAB®. A base de optimização do SMARTSYS é a norma H_{∞} , que avaliou em cada modo de vibração da placa, a posição do S/A. Esta optimização computacional só foi realizada para os dois primeiros modos e para dois pares de S/A. Fizeram ainda uma comparação de resultados obtidos no SMARTSYS, ANSYS® e experimental, sempre para o mesmo modelo em estudo, obtendo-se uma semelhança de resultados. Segundo os autores, a discrepância de resultados entre o ANSYS® e o SMARTSYS, deve-se ao facto de se ter usado elementos “brick” no ANSYS®

Isabelle et al. [54] focaram-se no controlo activo de vibrações, sendo feita a optimização da melhor localização de sensores e actuadores, independentemente, colocados numa placa rectangular, com apoios simples. Relativamente ao processo de optimização, as variáveis a otimizar foram a localização dos S-A e a sua orientação, sendo para isso usado um GA. A função objectivo do GA, para a melhor localização dos sensores, passou pela maximização da matriz gramiana de observabilidade do sistema. No que toca aos actuadores, a função objectivo passou por minimizar a energia de controlo requerida pelo sistema, ou seja, maximizar as medidas da matriz gramiana de controlabilidade. Foram feitos vários testes, passando por alterar o número de S/A, a orientação dos S/A, colocar um ou mais PZT fixo e variar a posição e orientação de outros, simular só para determinados modos, entre outros.

Zhi-cheng et al. [55] realizaram um estudo da melhor localização e controlo activo de vibração de S/A piezoelétricos numa placa rectangular encastrada. À semelhança de outros trabalhos, o processo de optimização passou pela maximização das matrizes de controlabilidade e observabilidade do sistema. Com base neste pressuposto, foi usada a norma H_2 para encontrar a melhor localização dos S/A. A título de curiosidade, a estabilidade e a controlabilidade dos S/A foi obtida através da combinação do PPF (Positive Position Feedback) e PD (Proportional-Derivate). Foi ainda realizada a validação experimental deste trabalho.

A melhor localização de elementos activos (actuadores) em estruturas do tipo treliça foi também abordada por Shaoze et al. [56]. Com este trabalho, encontraram a melhor localização para a colocação de dois actuadores numa estrutura “plana” encastrada. Esta localização foi obtida pela minimização de uma função de desempenho, onde esta tinha em conta a resposta estrutural e o ponto de aplicação do controlo na estrutura, sendo para isso usado um GA, em que a variável deste algoritmo foi a posição discreta dos actuadores. Através do trabalho experimental, chegaram à conclusão que o seu trabalho computacional era fiável e efectivo.

A melhor localização de dois actuadores, bem como o comprimento dos actuadores acoplados a uma viga encastrada foram estudados através de Rong e Wenjie [57]. O objectivo deste trabalho foi obter a máxima deflexão na ponta não encastrada. A realização desta optimização empregou uma metodologia pouco usual, sendo usado o NINP (nonlinear interval number programming), o PSO e FEA. A utilização do NINP deve-se a este método transformar problemas estocásticos em problemas determinísticos e o PSO ser o algoritmo de optimização. Usaram o ANSYS® como FEA, de modo a calcular a função objectivo e as funções de constrangimentos. Importa referir que esta optimização foi feita em formato “2D”, sendo que um actuador estava colocado na parte superior da viga, enquanto o segundo estava colocado simetricamente na face oposta.

Em suma, a optimização da localização de actuadores e de sensores piezoeléctricos tem tido uma enorme pesquisa. Na engenharia existe um grande número de algoritmos de optimização, onde os mais destacados foram os seguintes:

- Genetic Algorithms (GA);
- Simulated Annealing (SA);
- Tabu Search (TS);
- Ant Colony Optimization (ACO);
- Particle Swarm Optimization (PSO);
- Invasive Weed Optimization (IWO);
- Simulated Annealing to the Traveling Salesman Problem (SATSP);
- Hopfield-Tank for the Traveling Salesman Problem (HTTSP);
- Heuristic Integer Programming (HIP);

Para a modelação estrutural do problema de optimização, a maioria dos trabalhos utilizou programas de elementos finitos comerciais, destacando-se o Abaqus™, NASTRAN™, PATRAN™ e Ansys®. Relativamente à função objectivo, uma grande parte dos trabalhos focaram-se na optimização das matrizes de controlabilidade e de observabilidade do modelo estrutural em análise. Foi possível verificar, em alguns trabalhos, a validação experimental dos modelos computacionais, onde os resultados obtidos experimentalmente eram os esperados.

2.5. Algoritmos Genéticos

2.5.1. Breve Introdução

Nesta secção é feita uma breve descrição sobre os algoritmos genéticos, uma vez que foi escolhido este tipo de algoritmo para realizar a optimização deste trabalho. Como verificado na secção anterior, State of the Art, o algoritmo que mais aplicação tem é o AG. O AG é um algoritmo de pesquisa que tem como suporte o processo de selecção natural de Charles Darwin. Deste modo, este algoritmo pode definir-se como um conjunto de técnicas de pesquisa, onde o seu principal objectivo é encontrar uma solução próxima à óptima, numa

dada área de pesquisa. [58] A melhor síntese sobre o funcionamento deste algoritmo pode ser definida como:

“Os AG funcionam a partir de uma população de indivíduos, cada um com um dado valor de aptidão. Os indivíduos desenvolvem-se, através de operações genéticas como o “crossover” e mutações, originando novas gerações de indivíduos. Este princípio tem por base o princípio de Darwin da reprodução e sobrevivência dos mais aptos. Cada indivíduo na população representa uma possível solução para um dado problema, onde o AG procura se a solução encontrada é muito boa ou a melhor para o problema, através da criação da população de indivíduos cada vez mais aptos levando à optimização da função objectivo.” [58]

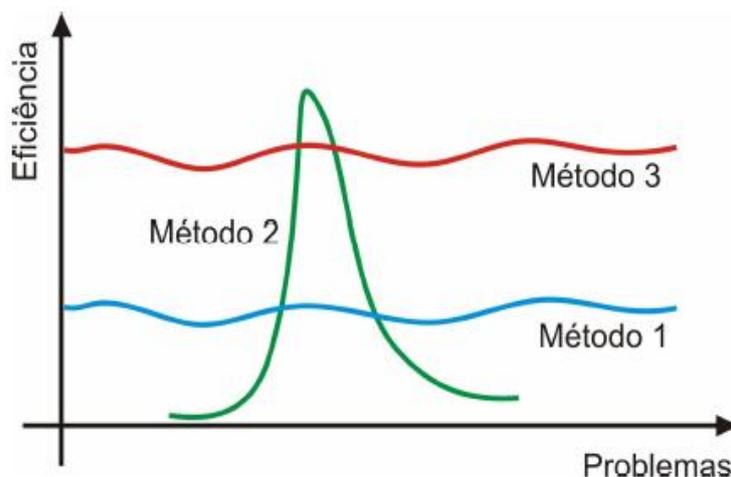


Fig. 14 - Gráfico de Problemas vs Eficiência. [58]

De modo a ter-se uma noção de onde os AG's se enquadram num processo de optimização tem-se por referência a Fig. 14. Nesta imagem, está representado um gráfico que relaciona os problemas, cujas soluções podem ser obtidas por um algoritmo de optimização com a sua respectiva eficiência. Os AG's aproximam-se do método número 3, isto é, este algoritmo cobre uma vasta gama de problemas, apresentando ao mesmo tempo uma boa eficiência. Caso os AG's fossem semelhantes ao método 2, tinha-se uma alta eficiência, mas apenas para um dado tipo de problemas.

2.5.2. Definições e Terminologia/Estrutura dos AG's

Quando se recorre a um algoritmo de optimização, à partida é necessário ter-se em consideração qual a função objectivo, isto é, a função que descreve o caso a optimizar, bem como as variáveis desta função. A optimização com recurso ao AG tem por base a maximização ou a minimização da função objectivo. Assim, neste trabalho pode definir-se o problema de optimização da seguinte forma:

$$\text{Minimizar } f(\mathbf{x}); \mathbf{x} \in [\mathbf{x}_{\min}; \mathbf{x}_{\max}] \quad (1)$$

Onde na Eq. (1), $f(\mathbf{x})$ é a função a ser otimizada (função objectivo), as variáveis são definidas como $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, sendo n o número de variáveis e $\mathbf{x}_{\min} = \{x_{\min 1}, x_{\min 2}, \dots, x_{\min n}\}$ e $\mathbf{x}_{\max} = \{x_{\max 1}, x_{\max 2}, \dots, x_{\max n}\}$ são os limites inferior e superior para cada variável, respectivamente. As variáveis nesta dissertação são a posição de cada piezoeléctrico. Outro factor a ser definido com o AG são as restrições que a função objectivo possui, onde para este trabalho são apresentadas apenas três (serão indicadas mais à frente).

Nos AG's esta parte pode ser definida como inputs do algoritmo, podendo, à semelhança com a biologia, o algoritmo ter várias "opções" para atingir o mesmo objectivo. Assim sendo, a principal terminologia utilizada nos AG's, segundo [58], é a seguinte:

- Cromossoma e Genoma - "Nos AG's, os dois representam a estrutura de dados que codifica uma solução de um dado problema, isto é, um cromossoma ou genoma representa um simples ponto na área de pesquisa";
- Gene - "É um parâmetro codificado no cromossoma, isto é, um elemento do vector que representa o cromossoma";
- Genótipo - "Representa a informação contida no cromossoma ou genoma";
- Indivíduo - "Nos Algoritmos Genéticos um individuo é formado pelo cromossoma e respectiva aptidão. Um indivíduo é um conjunto de valores para as variáveis de projecto que definem um ponto no qual se pode avaliar a função objectivo";
- População - "Conjunto de cromossomas ou soluções. A população diz respeito à quantidade de indivíduos constituintes num passo de pesquisa do AG ";
- Geração - "O número da iteração que o AG executa. As gerações dizem respeito à evolução que as populações vão tendo ao longo da optimização, em função da aplicação dos operadores genéticos de Reprodução, Recombinação (Crossover) e Mutação";
- Mutação - "É responsável pela introdução e manutenção da diversidade genética nas populações. O operador altera a forma aleatória do seu funcionamento do gene de alguns indivíduos, fornecendo meios para introdução de novos indivíduos na população, isto é, o processo de mutação é responsável simplesmente pela troca do conteúdo do bit, ou seja, pode trocar um bit "0" por um bit "1" e vice-versa, ou fazer a inversão dos bits". Estes esquemas de mutação estão figurados na Fig. 15.

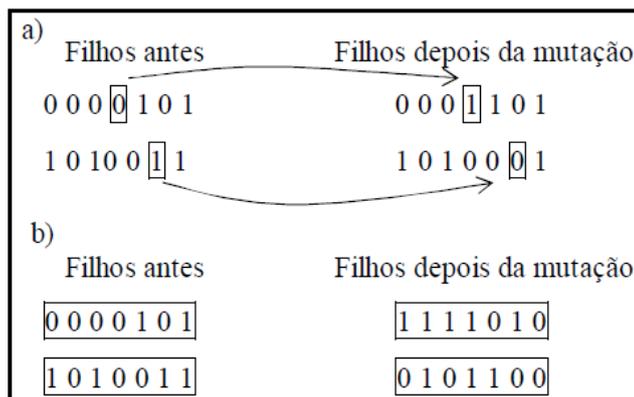


Fig. 15 - Esquemas de mutação: a) mutação bit a bit; b) mutação por inversão dos bits. [58]

- **Seleccção** - “Processo pelo qual, indivíduos de uma dada população são seleccionados de acordo com o seu grau de adaptação”. Existem vários métodos de selecção, onde os mais utilizados são os seguintes:
 - Seleccção Via Método da Roleta (Roulet Wheel) - Emprega o princípio da probabilidade de sobrevivência do melhor adaptado (quem possui a melhor função objectivo associada);
 - Seleccção Via Método do Torneio - São seleccionados aleatoriamente n cromossomas da população e o cromossoma com maior aptidão é seleccionado para a população intermediária, repetindo-se este processo até preencher-se a população intermediária;
 - Seleccção Via Método Elitista - Em cada geração selecciona-se sempre o indivíduo com menor valor da função objectivo (minimização) e copia-o para a geração seguinte sem alterações, garantindo que a melhor solução encontrada em qualquer geração será mantida até ao fim;
 - Seleccção Via Método do Ordenamento Linear - Os indivíduos da população são ordenados em ordem decrescente de aptidão;
 - Seleccção Via Método do Ordenamento Exponencial - A população é ordenada de forma decrescente;
 - Seleccção Via Método Estocástico Uniforme - Neste método é construída uma linha, mapeando todos os indivíduos, onde o tamanho de cada segmento é proporcional à sua função de custo, devendo a soma de todos os segmentos ser igual a 1. Em seguida é seleccionado um número i (onde $i \in [0; \frac{1}{m}]$ e m o número de indivíduos/combinções), onde os indivíduos que estão nas posições $(i, i + \frac{1}{m}, i + \frac{2}{m}, \dots, i + \frac{m-1}{m})$ são seleccionados para aplicação dos operadores genéticos.
- **Recombinação** - “Forma pela qual, através da reprodução, o material genético do indivíduo é misturado a fim de produzirem filhos com características de ambos os pais. O operador de recombinação genética (“crossover”) é responsável por

combinar os genótipos dos pais e gerar novos indivíduos (filhos)”. As várias formas de crossover são as seguintes:

- Crossover de 1 Ponto - Consiste em seleccionar um ponto dentro do limite do tamanho do cromossoma e promover a troca entre pais;
- Crossover de 2 Pontos - Semelhante ao Crossover de 1 ponto, mas agora são gerados dois pontos aleatórios dentro do limite de cromossoma;
- Crossover Uniforme - É gerada uma cadeia de *bits* (formada por 0's e 1's) que auxiliará a troca do material genético. Se a cadeia de bits tiver o *bit* 1, a sua posição correspondente deverá ter o seu *bit* alterado no cromossoma dos filhos, como se pode confirmar na Fig. 16.

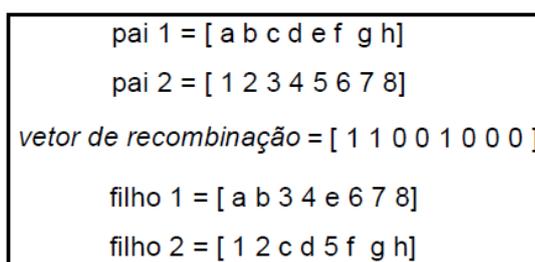


Fig. 16 - Crossover Uniforme. [58]

- Codificação - Nos AG's é o modo de se representarem as possíveis soluções do problema. A codificação mais comum é o alfabeto binário e o alfabeto real.
- Função de aptidão - “Representa quão apto é um determinado indivíduo perante os outros indivíduos da população daquela geração”.

Finalizada esta contextualização de alguma terminologia usada nos AG's pode verificar-se que este método não é determinístico, mas sim um método estocástico, ou seja, se for realizada uma minimização de uma dada função vai-se obter um conjunto de soluções. Ao repetir a minimização da mesma função objectivo, dificilmente se obtém o mesmo conjunto de soluções obtido anteriormente.

Em comparação com métodos clássicos de optimização, como por exemplo, o método dos gradientes conjugados, método de Newton ou método de Quase - Newton, o AG é uma ferramenta muito versátil e robusta com elevada aplicabilidade em qualquer problema de optimização. Os métodos clássicos de optimização não têm garantia de que o mínimo que obtém é o melhor, onde na maioria das vezes leva para uma solução pior que a óptima requerida. Isto ocorre devido a estes métodos iniciarem a optimização com um único candidato, e depois pelo cálculo de derivadas determina-se para que direcção se deve caminhar na pesquisa do próximo candidato. Desta forma, segundo [58, 59], as principais diferenças entre os métodos clássicos e os AG's são as seguintes:

- A pesquisa nos AG's é feita sobre um conjunto de indivíduos numa população, enquanto nos métodos clássicos a pesquisa é feita sobre os indivíduos;
- Nos AG's trabalha-se com parâmetros codificados, enquanto nos métodos clássicos trabalha-se directamente com os parâmetros;

- Os métodos clássicos usam regras de transição determinísticas, enquanto nos AG's são probabilísticas;
- Os AG's não precisam de derivadas (como os métodos clássicos) para maximizar ou para minimizar a função objectivo.

Assim sendo, as principais vantagens dos algoritmos genéticos, segundo [58, 59], podem citar-se:

- Possuem uma elevada robustez e podem ser aplicados numa ampla gama de problemas apresentando mesmo assim um desempenho adequado;
- Os conhecimentos ou informações sobre os gradientes da superfície definidos pela função objectivo não são necessários;
- O efeito das discontinuidades ou complexidades presente na superfície da função objectivo é nulo ou mínimo no desempenho da pesquisa;
- Pouca probabilidade de se prenderem a óptimos locais devido aos operadores genéticos serem probabilísticos;
- Fácil implementação numérica, proporcionando maior flexibilidade no tratamento do problema a ser resolvido.

As principais desvantagens de utilizar este tipo de algoritmo num processo de optimização prendem-se por:

- Dificuldade em encontrar a óptima localização caso o AG não seja configurado adequadamente;
- A escolha dos operadores e dos valores para as configurações ideias, leva tempo a encontrar-se e pode complicar a resolução do problema em optimização.
- Pode ser requerido um elevado número de avaliações da função aptidão, originando um elevado tempo de computação.

2.6. Abaqus™: Modelação e Formulação

Nesta secção são abordados apenas alguns aspectos referentes à modelação no Abaqus™, nomeadamente as propriedades dos materiais e o constrangimento entre superfícies. A base desta secção são os manuais do Abaqus™, nomeadamente [60] e [61]

2.6.1. Propriedades dos Materiais

Tendo por base os manuais descritos nesta secção, verificou-se que após o desenho de cada componente (placa e piezoelétrico), o próximo passo a seguir era sem dúvida a atribuição do material. As dimensões de cada componente podem ser vistas na Tabela 4.

No que toca à definição das propriedades da placa não surgiu nenhum problema, uma vez que só é necessário indicar o Módulo de Young, Coeficiente de Poisson e densidade do alumínio. No entanto, para os piezoelétricos a definição já requer mais informações, necessitando também da densidade do material e de mais três matrizes. As matrizes são

referentes à elasticidade do material, às propriedades dieléctricas e à matriz de acoplamento dos piezoeléctricos.

Deste modo, a matriz elástica dos piezoeléctricos está definida na Eq. (2).

$$D_{ijkl}^q = \begin{bmatrix} D_{1111} & D_{1122} & D_{1133} & 0 & 0 & 0 \\ D_{2211} & D_{2222} & D_{2233} & 0 & 0 & 0 \\ D_{3311} & D_{3322} & D_{3333} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{1212} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D_{1313} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{2323} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Da mesma forma, a matriz de acoplamento piezoeléctrico está expressa na Eq. (3).

$$d_{mkl}^\varphi = \begin{bmatrix} d_{111}^\varphi & d_{122}^\varphi & d_{133}^\varphi & d_{112}^\varphi & d_{113}^\varphi & d_{123}^\varphi \\ d_{211}^\varphi & d_{222}^\varphi & d_{233}^\varphi & d_{212}^\varphi & d_{213}^\varphi & d_{223}^\varphi \\ d_{311}^\varphi & d_{322}^\varphi & d_{333}^\varphi & d_{312}^\varphi & d_{313}^\varphi & d_{323}^\varphi \end{bmatrix} \quad (3)$$

Por fim, a matriz dieléctrica é:

$$D_{ij}^{\varphi(\varepsilon)} = \begin{bmatrix} D_{11}^{\varphi(\varepsilon)} & 0 & 0 \\ 0 & D_{22}^{\varphi(\varepsilon)} & 0 \\ 0 & 0 & D_{33}^{\varphi(\varepsilon)} \end{bmatrix} \quad (4)$$

Com a definição das matrizes, a definição das propriedades dos materiais torna-se mais acessível. No entanto, o fornecedor dos piezoeléctricos não disponibiliza as propriedades destes nesta forma, mas sim como está figurado na Fig. 55, que se encontra no Anexo 1.

Face a este problema, na pesquisa para este trabalho foram encontradas as propriedades dos piezoeléctricos (BM500), [62] e [63], já no formato pretendido, considerando a direcção do “poling” segundo Z (espessura).

Assim, na Eq. (5) tem-se a matriz elástica dos piezoeléctricos:

$$D_{ijkl}^q = \begin{bmatrix} 12,1 & 7,54 & 7,52 & 0 & 0 & 0 \\ 7,54 & 12,1 & 7,52 & 0 & 0 & 0 \\ 7,52 & 7,52 & 11,1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2,11 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2,26 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2,26 \end{bmatrix} \times 10^{10} \left[\frac{N}{m^2} \right] \quad (5)$$

Analogamente, a matriz de acoplamento piezoeléctrico, que está expressa na Eq. (6), toma a forma de:

$$d_{mkl}^\varphi = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5,4425 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5,4425 & 0 \\ -1,6538 & -1,6538 & 3,6012 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times 10^{-10} \left[\frac{m}{V} \right] \quad (6)$$

Já a matriz dielétrica, exposta na Eq. (7),  :

$$D_{ij}^{\varphi(\varepsilon)} = \begin{bmatrix} 791 & 0 & 0 \\ 0 & 791 & 0 \\ 0 & 0 & 889 \end{bmatrix} \times 10^3 \left[\frac{F}{m} \right] \quad (7)$$

Com estas substituições, pode-se verificar que existem certos valores das matrizes que estão repetidos, nomeadamente os presentes na Eq. (8).

$$\left\{ \begin{array}{l} D_{1111} = D_{2222} \\ D_{1122} = D_{2211} \\ D_{1133} = D_{2233} = D_{3311} = D_{3322} \\ D_{1313} = D_{2323} \\ d_{311}^{\varphi} = d_{322}^{\varphi} \\ d_{123}^{\varphi} = d_{213}^{\varphi} \\ D_{11}^{\varphi(\varepsilon)} = D_{11}^{\varphi(\varepsilon)} \end{array} \right. \quad (8)$$

A apresenta o da Eq. (8), tem como objectivo indicar que na introdu o das propriedades no AbaqusTM pode haver uma certa simplifica o, tornando assim o processo mais simples e acessível.

A direc o do “poling”   considerada segundo Z para estas propriedades dos piezoelétricos. Assim sendo, na Fig. 17 está representada a aplica o da orienta o do material. No AbaqusTM, a direc o do poling foi definida segundo “3”.

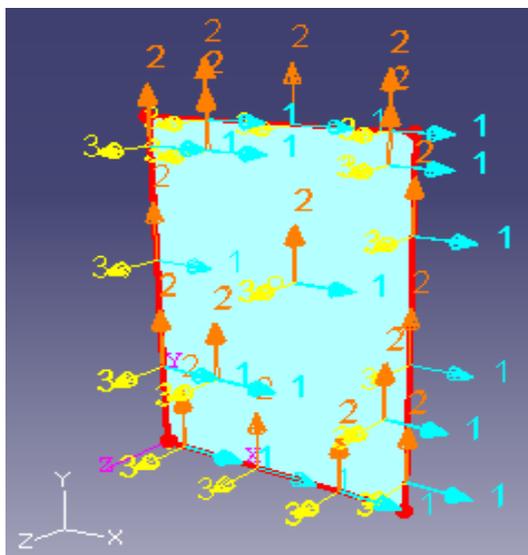


Fig. 17 - Orienta o do material no piezoelétrico.

O alumínio utilizado   uma liga 6066-T3. Deste modo, na Tabela 4 são apresentadas as propriedades da placa de alumínio e dos piezoelétricos.

O máximo campo eléctrico que pode aplicar-se aos piezoelétricos   de 1 kV/mm , segundo o fabricante. Como os piezoelétricos possuem uma espessura de $0,254 \text{ mm}$, a máxima tensão aplicável aos piezoelétricos   $V_{max} = 254 \text{ V}$.

Tabela 4 - Propriedades da placa de alumínio e dos piezoelétricos.

Propriedades	BM500	Alumínio	Unidades
Comprimento	0,028	0,5	[m]
Largura	0,02	0,15	[m]
Espessura	0,000254	0,00041	[m]
Coefficiente de Poisson	-	0,33	-
Densidade	7650	2800	[kg/m ³]
Módulo de Young	-	68,8	$\times 10^9$ [N/m ²]
Matriz Elasticidade			
D_{1111}	12,1	-	$\times 10^{10} \left[\frac{N}{m^2} \right]$
D_{1122}	7,54		
D_{1133}	7,52		
D_{3333}	11,1		
D_{1212}	2,11		
D_{1313}	2,16		
Matriz acoplamento piezoelétrico			
d_{311}^{φ}	-1,6538	-	$\times 10^{-10} \left[\frac{m}{V} \right]$
d_{333}^{φ}	3,6012		
d_{123}^{φ}	5,4425		
Matriz Dielétrica			
$D_{11}^{\varphi(\epsilon)}$	791	-	$\times 10^3 \left[\frac{F}{m} \right]$
$D_{33}^{\varphi(\epsilon)}$	889		

2.6.2. Constrangimento de Superfícies

Nesta subsecção é abordado o constrangimento entre superfícies, isto é, neste estudo é necessário simular a colagem dos piezoelétricos à placa, caso idêntico ao presente na Fig. 18. Este objectivo só pode ser cumprido com recurso ao constrangimento “Tie”.

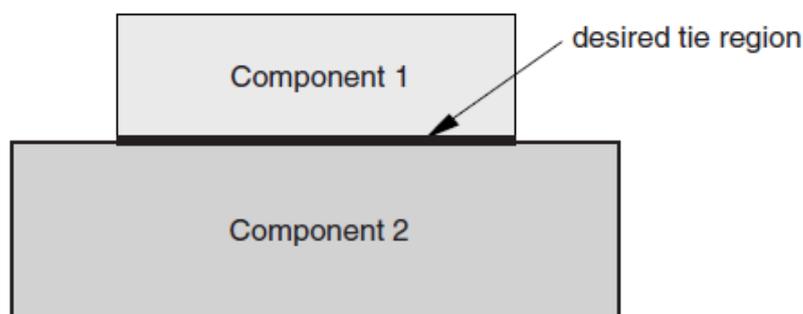


Fig. 18 - Exemplo da união de dois componentes.

Ao implementar-se o constrangimento “Tie” existe a possibilidade de o fazer através de superfícies (análise “Surface-to-Surface”) ou superfícies - nós (“Node-to-Surface”). Ao empregar-se unicamente superfícies acaba por ser mais simples e intuitivo, pois basta definir

as duas superfícies que vão sofrer o constrangimento, em vez de definir uma superfície e um conjunto de nós (“Node-to-Surface”).

Ao usar-se a análise “Surface-to-Surface” é necessário definir uma superfície “Master” e outra superfície “Slave”. Para além da definição da “Master” e “Slave” também é necessário definir a “Position Tolerance”, como se pode visualizar na Fig. 19.

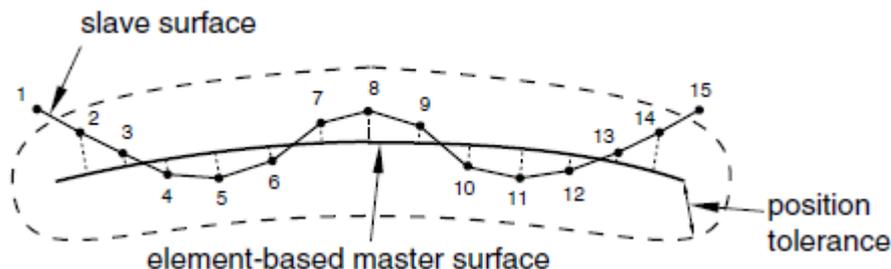


Fig. 19 - “Position Tolerance” em relação à “Master Surface”.

A “Position Tolerance” estabelece uma “região”, onde todos os elementos presentes nessa região estarão unidos, ou seja, tendo por base a Fig. 19, a “região” está representada a traço interrompido. Recorrendo ainda a esta imagem, a título de exemplo, os nós 1 e 15 já não se encontram dentro desta “região”, logo não são abrangidos pelo constrangimento “Tie”. Se este parâmetro não for bem definido, durante a simulação podem ocorrer erros.

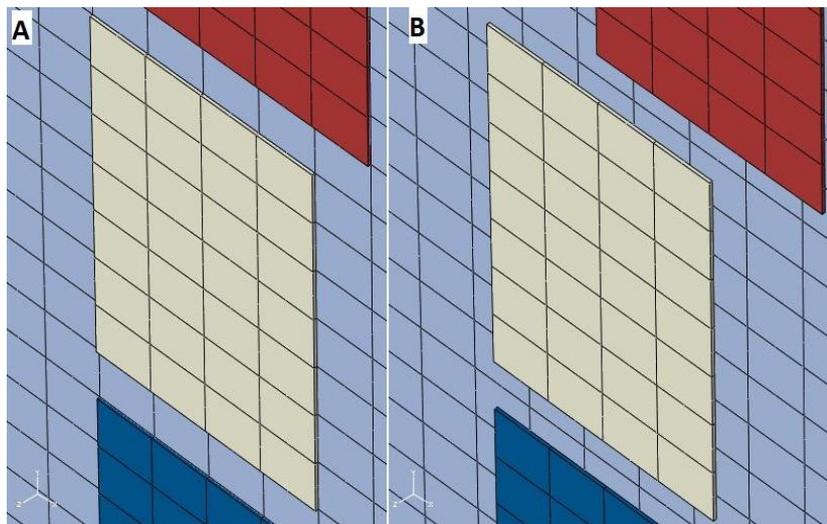


Fig. 20 - Exemplo da coincidência (A) ou não coincidência (B) dos nós de integração entre piezoeléctricos e placa.

Um erro encontrado durante este trabalho foi referente à definição de constrangimentos “Tie” que estavam muito próximos uns dos outros. Face a este problema foi definido um intervalo entre piezoeléctricos/constrangimentos (espaçamento de um elemento na largura (P_x) e no comprimento (P_y)) como se pode ver na Fig. 20 (A).

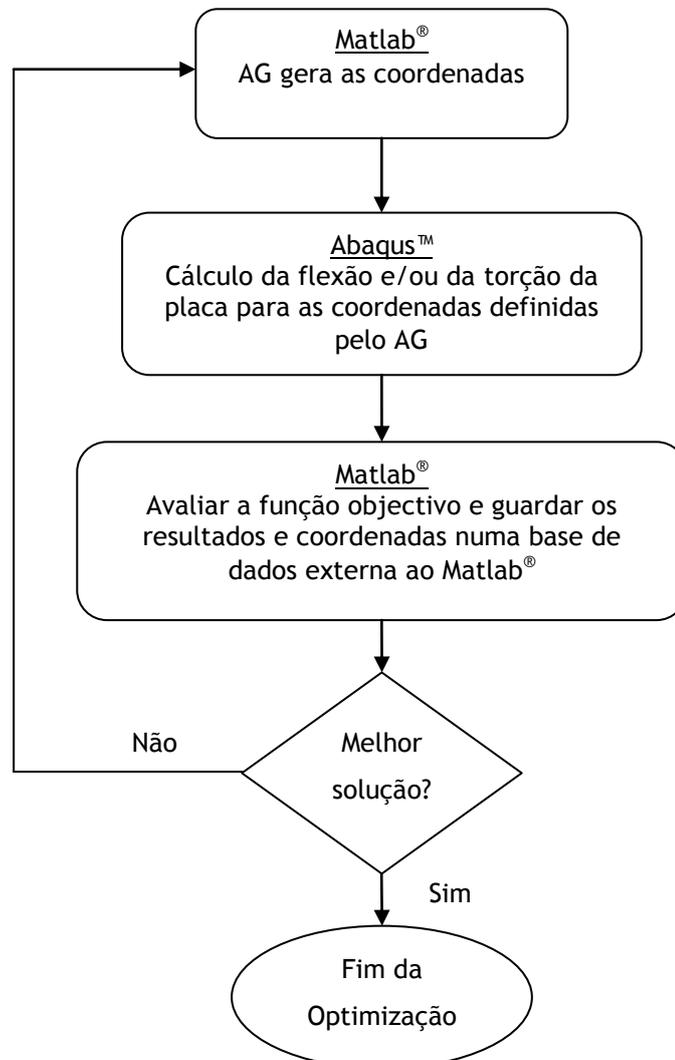
Para além da definição do “Tie”, outra consideração realizada neste trabalho foi colocar os nós de integração dos piezoeléctricos e da placa “coincidentes”, ou seja, evitar situações semelhantes à da Fig. 20 (B) onde os nós da malha não são coincidentes uns com os outros, podendo afectar os resultados obtidos nas simulações.

3. Definição do Modelo Computacional

Neste capítulo é apresentada a descrição dos programas computacionais, nomeadamente o script, programa que define o modelo estrutural deste trabalho no Abaqus™, desde a placa, os piezoeléctricos, os materiais correspondentes a cada componente, as condições de fronteira, o tipo de elemento finito, a malha, entre outros. Um outro programa que também é aqui apresentado é elaborado no Matlab® e é onde está implementado o algoritmo genético, assim como também é responsável pela “ponte” entre o AG e o Abaqus™. Assim sendo, de seguida é apresentado uma breve descrição do trabalho computacional.

3.1. Modelo Computacional

Tendo por base o que foi referido, de seguida é apresentado o Fluxograma 1, que de uma forma geral e simples descreve o funcionamento do trabalho computacional realizado.



Fluxograma 1 - Esquema geral do funcionamento do modelo computacional.

Como ilustrado no Fluxograma 1, o modelo computacional para este trabalho pode-se dividir em 3 partes, onde numa primeira parte o AG vai definir um conjunto de coordenadas para cada piezoelétrico (por exemplo, (X_1, Y_1) , (X_2, Y_2) , ... , (X_n, Y_n) , onde n é o número de piezoelétricos usados). Posto isto, o Matlab[®] escreve o conjunto de coordenadas, indicado pelo AG, no script e manda o Abaqus[™] correr o script.

Quando o Abaqus[™] acaba a simulação, este vai gerar um ficheiro de saída, contendo os nós da malha da ponta da placa e respectiva deflexão da ponta livre para a torção ou para a flexão. Na terceira e última etapa, o Matlab[®] recolhe os dados fornecidos no ficheiro de saída do Abaqus[™], converte-os para a função objectivo do AG e este irá analisar se já foi encontrada a melhor posição ou não.

O conjunto de coordenadas que é atribuído a cada piezoelétrico é referente ao “centro” deste mesmo, ou seja, ao atribuir-se (X_1, Y_1) ao piezoelétrico 1, estamos a indicar que o centro do piezoelétrico está na posição (X_1, Y_1) da placa. O que foi acabado de referir pode-se visualizar na Fig. 21, onde o rectângulo a cinzento simboliza o piezoelétrico e o ponto negro o “seu centro”, acoplados na placa.

As coordenadas que o centro pode tomar, são simplesmente os nós da malha (já explicado anteriormente, Fig. 20), sendo que a linha a vermelho indica o limite de coordenadas que o “centro” do piezoelétrico pode tomar. O “centro” do piezoelétrico não corresponde ao seu centro geométrico, mas sim ao das seguintes coordenadas: $X_p = 0,01m$, $Y_p = 0,016m$.

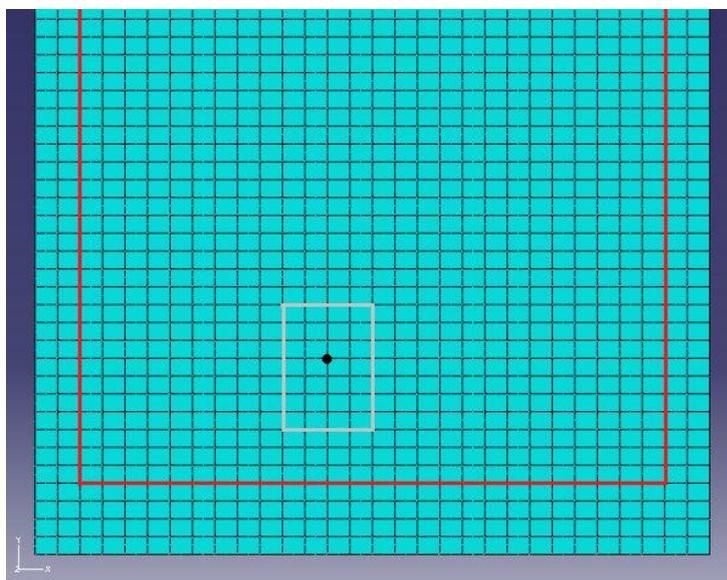


Fig. 21 - Representação das posições possíveis do piezoelétrico na placa.

3.1.1. Implementação do AG no Matlab[®]

A implementação do AG neste trabalho não foi uma tarefa fácil, devido aos vários problemas que foram surgindo. Sem dúvida que o principal problema foi tentar implementar este trabalho como um problema de variáveis discretas. A necessidade de se estar a trabalhar com variáveis discretas foi descrita na subsecção (Abaqus[™]: Modelação e Formulação). Assim,

após várias tentativas não se conseguiu implementar um problema com variáveis discretas, ficando-se pelas variáveis “reais”.

É claro que antes da implementação deste algoritmo, foi consultada toda a informação disponível sobre implementação do AG no Matlab®. O principal motivo de ter-se implementado o AG no Matlab®, reside na simplicidade de implementação, ou seja, no caso do Matlab®, implementar o AG necessitou de apenas sete linhas de código (sem contar com a função das restrições) enquanto noutro programa o número de linhas seria muito maior. Os parâmetros definidos na subsecção algoritmos genéticos, já estão implementados no Matlab®, tomando valores padrão, permitindo assim que só fosse necessário implementar, para este trabalho, seis parâmetros. Entende-se como valores padrão, por exemplo, no método de Selecção o Matlab® usa o método estocástico uniforme. Caso seja necessário usar o método da Roleta basta ir à função das “opções” e definir este método de selecção.

Assim, os seis parâmetros que foram implementados correspondem ao número de variáveis, a posição inicial de pesquisa do AG, os limites de pesquisa, a função das “opções”, a função das restrições e a função objectivo. Todos estes parâmetros permaneceram em função do caso em análise (flexão pura, torção pura, flexão e torção combinadas e número de actuadores).

Deste modo, na função das “opções” do AG definiu-se o seguinte: a posição inicial, o tamanho da população, a tolerância da função das “restrições”, dois factores de penalização e o limite máximo de gerações. Os restantes parâmetros do AG ficaram com os valores padrão.

A definição da posição inicial leva a que a pesquisa do AG se foque em torno deste valor inicial das variáveis. Também é dependente do caso em análise.

O tamanho da população indica quantos indivíduos há em cada geração. Caso se define um valor baixo, o AG vai realizar uma optimização mais rápida, mas em contrapartida pode ter como resultado uma pseudo-ótima solução. Se o número da população for elevado, a optimização demorará mais tempo, mas possivelmente encontrará a melhor solução da função objectivo. É recomendado que o tamanho da população seja superior ao número de variáveis. O tamanho da população também foi alterado consoante o caso em análise.

A tolerância da função das “restrições” (“TolCon”) é usada para determinar a viabilidade dos constrangimentos não lineares definidos para este trabalho, tendo-se definido $TolCon = 1 \times 10^{-6}$. Caso seja utilizado um valor elevado, uma grande parte das soluções obtidas não cumprem as restrições impostas.

O AG utiliza factores de penalização para “prejudicar” as soluções sem precisão obtidas para o problema, assim como as restrições que não são cumpridas. Se for considerado que a penalização é definida pela Eq. (9), p_i é o valor da penalização para uma dada iteração, p_0 a penalização inicial e p o incremento da penalização em cada iteração.

$$p_i = p_0 + p \quad (9)$$

Os valores das penalizações atribuídos a este trabalho foram respectivamente $p_0 = 20$ e $p = 200$.

Quanto ao limite máximo de gerações, ficou dependente do caso em análise. Este parâmetro, caso o AG ainda não tenha finalizado a optimização, termina a optimização ao fim de um número máximo de iterações fornecendo a melhor solução encontrada até este ponto.

Quando é terminada uma optimização do AG, este indica a solução encontrada (neste trabalho, as coordenadas), o respectivo valor da função objectivo e o motivo da optimização ter acabado (“exitflag”). O motivo do “exitflag” aparece no formato de um número, onde a descrição do respectivo número pode ser analisada na Fig. 22.

<ul style="list-style-type: none"> ■ 1 – Average cumulative change in value of the fitness function over options.StallGenLimit generations less than options.TolFun and constraint violation less than options.TolCon. ■ 2 – Fitness limit reached and constraint violation less than options.TolCon. ■ 3 – The value of the fitness function did not change in options.StallGenLimit generations and constraint violation less than options.TolCon. ■ 4 – Magnitude of step smaller than machine precision and constraint violation less than options.TolCon. ■ 0 – Maximum number of generations exceeded. ■ -1 – Optimization terminated by the output or plot function. ■ -2 – No feasible point found. ■ -4 – Stall time limit exceeded. ■ -5 – Time limit exceeded.
--

Fig. 22 - Valores de “exitflag” do AG.

A função objectivo neste trabalho é descrita como uma de três opções dependendo do caso em análise:

- Flexão - maximização de δ ;
- Torção - maximização de θ ;
- Flexão + Torção - maximização da soma de δ com θ .

Nos capítulos que se seguem serão descritas as funções objectivo com mais algum detalhe, assim como a função de restrições. Os valores a serem maximizados para a flexão (δ), torção (θ) e flexão e torção combinadas ($\delta + \theta$) estão descritos na Fig. 23.

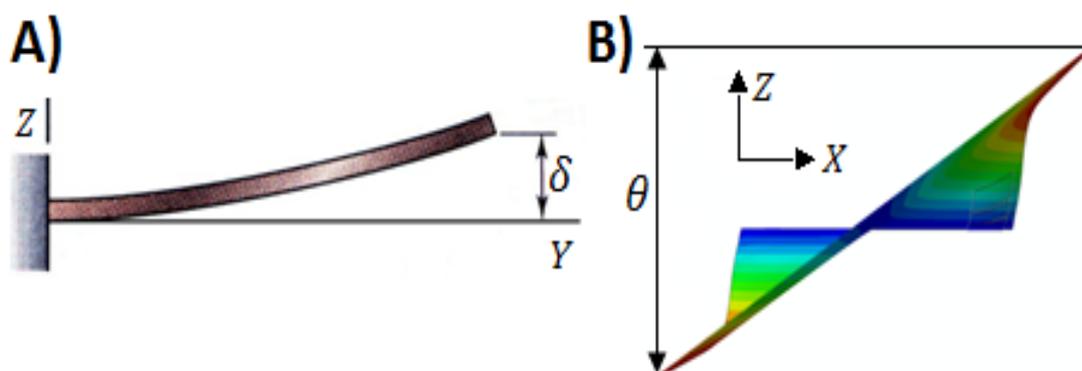


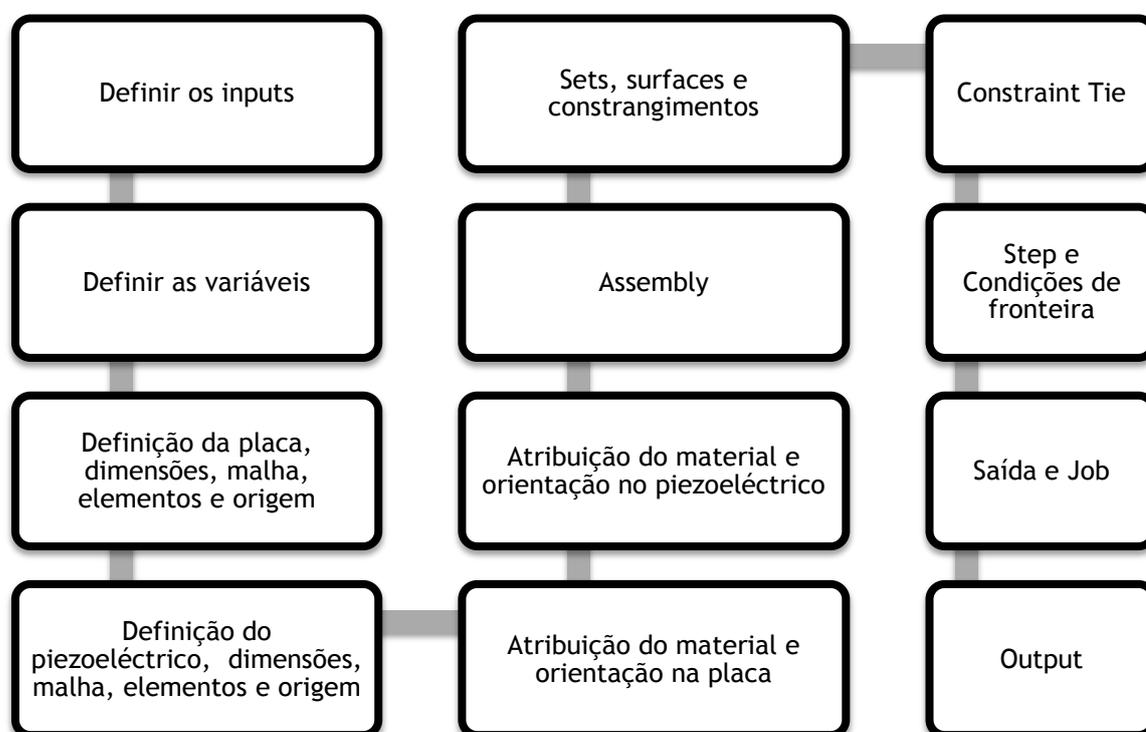
Fig. 23 - Valores a serem maximizados: δ para a flexão (A) e θ para a torção (B).

3.2. Definição do Modelo Estrutural

Com este tópico pretende-se explicar a estrutura do script (ficheiro do Abaqus™ onde está definido o modelo estrutural em análise), assim como o seu funcionamento. O script pode ser criado de uma forma manual ou de uma forma automática. Criar manualmente o script significa escrever as linhas de código que definem a placa, os piezoelétricos, os materiais, entre outros, tendo por base os manuais para a criação de scripts no Abaqus™ [64] e [65]

Ao criar-se um modelo no Abaqus™ e depois este ao ser guardado vai gerar dois ficheiros, um com a extensão .cae e o outro com extensão .jnl. O ficheiro .jnl resume-se a um “histórico” de como o modelo estrutural foi criado, acabando por ser ao mesmo tempo o script do modelo estrutural.

A estrutura do script usado está presente no seguinte Fluxograma 2.



Fluxograma 2 - Fluxograma da estrutura do script.

No fluxograma ao referir “definir os inputs”, refere-se ao “from part import *”, “from material import *”, entre outros; onde estas instruções fazem com que objectos básicos do Abaqus™, como por exemplo, part, sketch, biblioteca de materiais, etc., estejam acessíveis no script.

O passo seguinte é definir as variáveis que se vão alterar no script/modelo, isto é, neste trabalho o que vai ser alterado é a posição de cada piezoelétrico. Para se alterar a posição do piezoelétrico, relativamente à placa, para cada piezoelétrico foi criado um ponto na placa coincidente com o “centro” do respectivo piezoelétrico. As coordenadas

deste ponto ao serem alteradas implica que a posição do piezoeléctrico também o será, ou seja, a variável neste programa é a posição do ponto.

Os passos que se seguem implicam definir, para a placa e piezoeléctrico, as dimensões, os materiais, o tipo de elemento, o tamanho da malha. As propriedades da placa e dos piezoeléctricos podem ser visualizadas na Tabela 4, ficando em jeito de comparação, na Fig. 24, as dimensões entre o piezoeléctrico e a placa. O tipo de elemento e tamanho da malha são abordados na próxima subsecção (Malha e Elementos Usados)

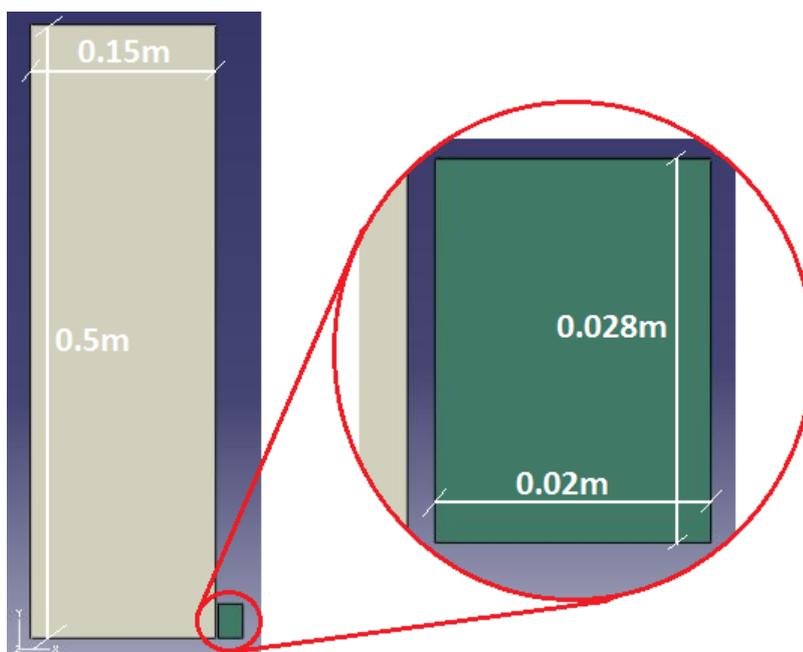


Fig. 24 - Comparação entre placa e piezoeléctrico.

Finalizado o passo anterior, a próxima tarefa é atribuir o respectivo material ao piezoeléctrico e à placa, assim como a orientação das propriedades. No caso da placa, uma vez que é em alumínio, ou seja, é um material isotrópico (as propriedades são iguais em todas as direcções), a orientação do material não é importante, enquanto no piezoeléctrico como as propriedades variam consoante a direcção do “poling”, a orientação do material tem de ter em consideração este efeito (Fig. 17).

Com base no Fluxograma 2, segue-se o “assembly” da placa e dos piezoeléctricos. Ainda neste módulo são criadas “surfaces” e “sets” comuns às duas partes. Também são criados neste módulo os pontos na placa que são coincidentes com o “centro” de um dado piezoeléctrico.

As “surfaces” criadas vão ajudar na definição do “Tie”, enquanto recorre-se aos “sets” para aplicação posterior nas condições de fronteira e ficheiro de saída.

As “surfaces” definidas anteriormente serão agora aplicadas, para indicar qual corresponde à “master” e à “slave”. É definido o tipo de “Tie”, “Surface-to-Surface”, assim como a tolerância entre superfícies (0,0003 m).

No que toca ao step, foi definida uma simulação estática onde os restantes parâmetros usados foram os pré-definidos pelo Abaqus™. Relativamente às condições de

fronteira (CF's), são aplicadas duas situações distintas, uma mecânica, que coloca a placa encastrada, enquanto a outra é do tipo eléctrico, que cria um campo eléctrico entre as faces dos piezoeléctricos. Importa salientar que foram aplicadas diferentes CF's às faces do piezoeléctrico, com o objectivo de criar um campo eléctrico, tendo ficado uma face com um valor fixo (+100V), enquanto a outra face, dependendo do caso em estudo tomava o valor de 0 V (flexão) ou -100 V (torção). O principal motivo da utilização dos 100V deveu-se a um trabalho anterior, onde foi usado este mesmo valor, podendo realizar-se inicialmente uma comparação com certas posições obtidas nesse trabalho. [62]

Quanto às saídas, com o objectivo de se ter uma simulação rápida, só foi pedido que saísse o deslocamento na ponta livre da placa (onde esta "ponta" foi definida como um "set", no modulo Assembly), segundo o eixo do Z. No Job, para além dos parâmetros necessários, optou-se por definir a quantidade de memória que ia ser empregue na simulação (90%) e o número de processadores (4). Definir estes parâmetros é essencial, uma vez que numa simulação ao usar os quatros processadores, pode-se conseguir poupar cerca de 1/3 do tempo que ia ser necessário no caso de só um processador.

No output é indicado ao Abaqus™ para gerar um ficheiro de texto que contenha o número de nós, e respectivo valor da deflexão da placa segundo Z. Este ficheiro será posteriormente utilizado pelo Matlab® para a avaliação da função objectivo do AG.

3.2.1. Malha e Elementos Usados

Nesta subsecção é apresentada a escolha do tipo e tamanho da malha, bem como a família de elementos escolhida. De modo a cumprir-se o constrangimento de colocar os nós coincidentes, optou-se por escolher uma malha do tipo "tijolo". As malhas tetragonais e hexagonais também podiam ser utilizadas para o mesmo efeito, no entanto não seria tão intuitivo e simples.

Assim sendo, após se optar por uma malha do tipo tijolo, começou-se a analisar as possibilidades do tamanho que a malha podia ter segundo X e segundo Y. Como a largura da placa era de 0,15 m e a largura do piezoeléctrico apenas de 0,02 m, os valores possíveis do tamanho da malha (segundo X), de modo a obter-se elementos completos (por exemplo, não ter 5,4 elementos) são 10, 5, 2 e 1. Podia-se escolher valores mais baixos que 1, mas a malha já ia estar muito refinada, levando a um elevado tempo de computação.

No que toca ao comprimento, o da placa é de 0,5 m enquanto o do piezoeléctrico é de 0,028 m. Perante estas dimensões, e usando o mesmo critério que na largura, os valores possíveis do tamanho da malha (segundo Y) são 4, 2 e 1. Relativamente à espessura da malha, optou-se por colocar um ou dois elementos segundo Z (espessura), na placa e no piezoeléctrico.

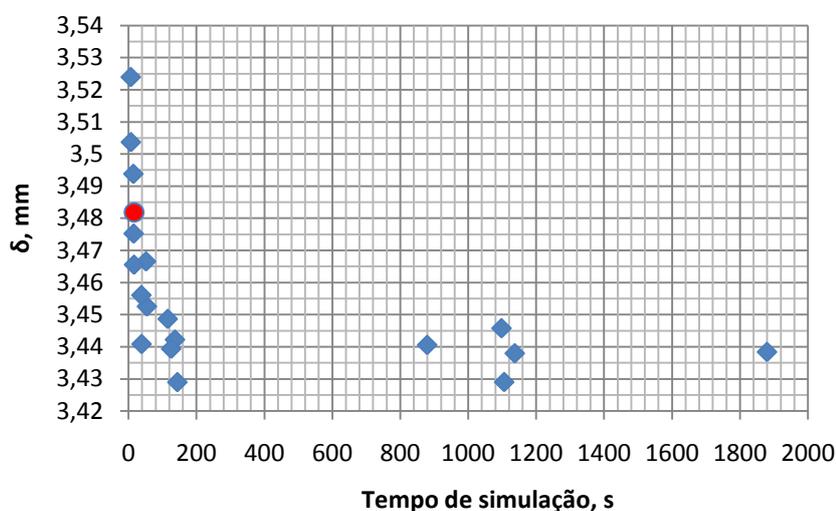
Após se realizarem as simulações para vários tamanhos da malha, alcançaram-se os resultados presentes na Tabela 5.

Tabela 5 - Análise de vários tamanhos de malha.

Opção	Tamanho X (mm)	Tamanho Y (mm)	Espessura Placa	Espessura Piezoeléctrico	Tempo (s)	δ (mm)
1	10	4	t	t_p	6,6	3,5240
2	10	4	t	$t_p/2$	7	3,5037
3	10	4	$t/2$	t_p	14,3	3,4938
4	5	4	t	t_p	16,4	3,4818
5	10	4	$t/2$	$t_p/2$	15,1	3,4752
6	2	4	t	t_p	51,6	3,4666
7	5	4	t	$t_p/2$	16,2	3,4655
8	5	4	$t/2$	t_p	37,9	3,4561
9	2	4	t	$t_p/2$	54,1	3,4526
10	2	2	t	t_p	115,4	3,4487
11	1	2	t	t_p	1098,2	3,4458
12	2	4	$t/2$	t_p	136,7	3,4422
13	5	4	$t/2$	$t_p/2$	38,5	3,4408
14	2	1	t	t_p	879,2	3,4405
15	2	2	t	$t_p/2$	125,5	3,4394
16	1	1	t	t_p	1879,9	3,4384
17	2	2	$t/2$	t_p	1137,2	3,4379
18	2	2	$t/2$	$t_p/2$	1106	3,4290
19	2	4	$t/2$	$t_p/2$	143,8	3,4281

Importa referir que estes valores foram obtidos usando o elemento C3D20RE nos piezoeléctricos e o C3D20R na placa. Esta compara o foi realizada para a flexão pura usando as coordenadas da Eq. (18) e para uma tensão eléctrica de 100V aplicado aos piezoeléctricos.

Numa primeira análise pode-se verificar que a malha mais fina tem tendências a gerar os valores mais baixos encontrados na Tabela 5, havendo uma ou outra excepção. Outra conclusão que se retira daqui   a diferenç a entre o máximo (opção 1) e mínimo (opção 19) δ obtido, havendo uma diferenç a de apenas 2,69% entre eles. Para se ter uma noção dos valores obtidos,   apresentado o Gráfico 1.


 Gráfico 1 - Para alguns tamanhos de malha, o tempo de simulação e respectivo δ .

Como se pode verificar, o tempo de simulação que se perde para alguns tamanhos da malha não justifica os valores obtidos de δ . Tendo por base esta afirmação, decidiu-se usar uma malha que obtivesse bons resultados e que necessitasse de pouco tempo para os obter. Após a análise dos valores obtidos decidiu-se usar o tamanho da malha da opção 4. Existem mais duas opções semelhantes a esta, mas no caso da opção 5 não se optou por esta pelo motivo de se retirar para metade o espaço de procura das melhores posições (devido aos constrangimentos entre nós), segundo X, em comparação com a opção 4.

No entanto, a melhor opção a usar seria a opção 7, mas devido a numa primeira análise do tamanho da malha só se ter considerado um elemento por espessura, estes valores não foram obtidos. Quando se obteve esta análise final, como já havia muitas simulações realizadas, optou-se por não deitar fora essas simulações e a diferença entre estas duas opções era apenas de 0,47%, motivos pelos quais se realizaram todas as simulações com o tamanho da opção 4 (representada a vermelho no Gráfico 1). É de salientar que todas estas simulações foram realizadas no mesmo computador e para as mesmas condições, alterando apenas o tamanho da malha.

Para além da análise realizada do tamanho da malha, foi feita também uma análise ao tipo de elemento a utilizar. Já foi referido nesta subsecção um conjunto de elementos que se utilizou, podendo ver no Anexo 1, na Fig. 56, a convenção do nome para um dado elemento finito. Para este estudo só se realizou uma análise para elementos com 8 ou 20 nós de integração. Na Fig. 25 está esquematizada a configuração de um elemento que utiliza 8 ou 20 elementos de integração, no Abaqus™.

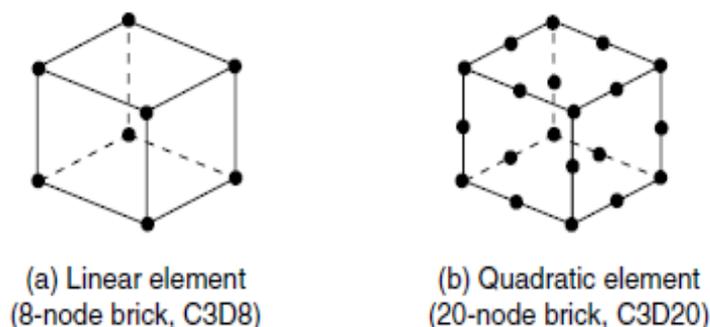


Fig. 25 - Diferença entre um elemento que usa 8 nós e outro que usa 20 nós.

É perceptível que uma malha com elementos de 20 nós de integração irá utilizar mais tempo de simulações do que uma malha só com elementos de 8 nós, obtendo-se à partida valores mais próximos do valor real. Com o intuito de se tirar esta dúvida, realizou-se uma pequena análise à família de elementos a utilizar, estando os resultados desta pesquisa na Tabela 6. Esta comparação foi realizada para a flexão pura usando as coordenadas da Eq. (18) e para uma tensão eléctrica de 100V aplicado aos piezoeléctricos. O tipo de análises realizado utilizou as mesmas condições que as análises do tamanho da malha, alterando apenas o tipo de elemento entre elas.

Ao olhar-se para estes resultados pode verificar-se que existe uma certa disparidade entre resultados, havendo resultados na ordem dos 3 mm, 4 mm, 1 mm e próximos de zero.

De modo a ter-se noção de quais os resultados “mais correctos” realizou-se uma comparação com um trabalho realizado nesta área [62].

Tabela 6 - Comparação entre diferentes famílias de elementos finitos.

Conjunto	Piezoeléctrico	Placa	Tempo (s)	δ (mm)
1	C3D20RE	C3D20R	42	3,4818
2	C3D20E	C3D20R	43	3,5292
3	C3D8E	C3D20R	40	1,3265
4	C3D20RE	C3D20	57	3,5180
5	C3D20RE	C3D8R	6	4,6277
6	C3D20RE	C3D8	5	0,2389

Após ter-se consultado os valores obtidos no trabalho [62], chegou-se à conclusão que os valores a escolher seriam os valores próximos de 3 mm. Assim, o conjunto de elementos finitos que apresenta um valor aceitável de δ , mas ao mesmo tempo um baixo tempo de simulação é o conjunto 1.

Escolheu-se este conjunto de elementos para correr todas as simulações presentes nesta dissertação.

3.3. Estrutura do Programa Computacional

3.3.1. Flexão e Torção Pura

Nesta subsecção, é realizada a explicação da estrutura do programa para a torção e flexão pura. Entende-se por flexão pura o facto de na ponta da placa todos os nós terem o mesmo valor de δ . A torção pura é considerada quando a média do valor de δ dos nós da ponta é nula. Para se conseguir a flexão e torção pura, os piezoeléctricos têm de possuir simetria entre eles, como se pode visualizar na Fig. 26.

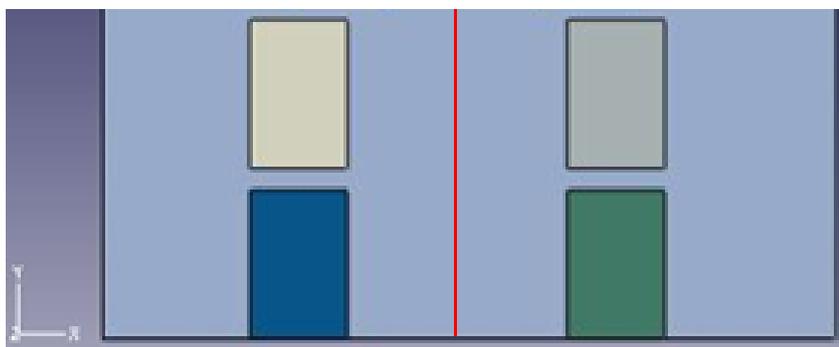


Fig. 26 - Conjunto de 4 piezoeléctricos simétricos com o seu eixo de simetria.

Convém salientar que o eixo de simetria está representado a vermelho na Fig. 26, dividindo a placa a meio, em relação à largura (eixo do X).

Assim, inicialmente é abordada a estrutura principal do programa, ou seja, as funções que o constituem, estando na Fig. 27 a ilustração da estrutura geral. Como se pode verificar, o programa para a flexão e para a torção pura pode-se considerar como um programa “pequeno”, sendo neste caso, constituído apenas por quatro funções.

```

1      function algor() ...
14
15     function [c, ceq] = constrains(x) ...
34
35     function y = objective(x) ...
109
110
111    function esc_script(x1, x2, x3, x4, x5, x6) ...
    
```

Fig. 27 - Funções que constituem a torção e flexão pura.

De uma forma resumida, na “Function algor” (Func1) está implementado o AG, desde as condições iniciais, limites superiores e inferiores, número de variáveis, função objectivo, função constrangimento e as opções do algoritmo. Já na “Function constrains (x)” (Func2), estão implementadas as restrições que impedem ao algoritmo gerar coordenadas que sobreponham, total ou parcialmente, dois ou mais piezoeléctricos.

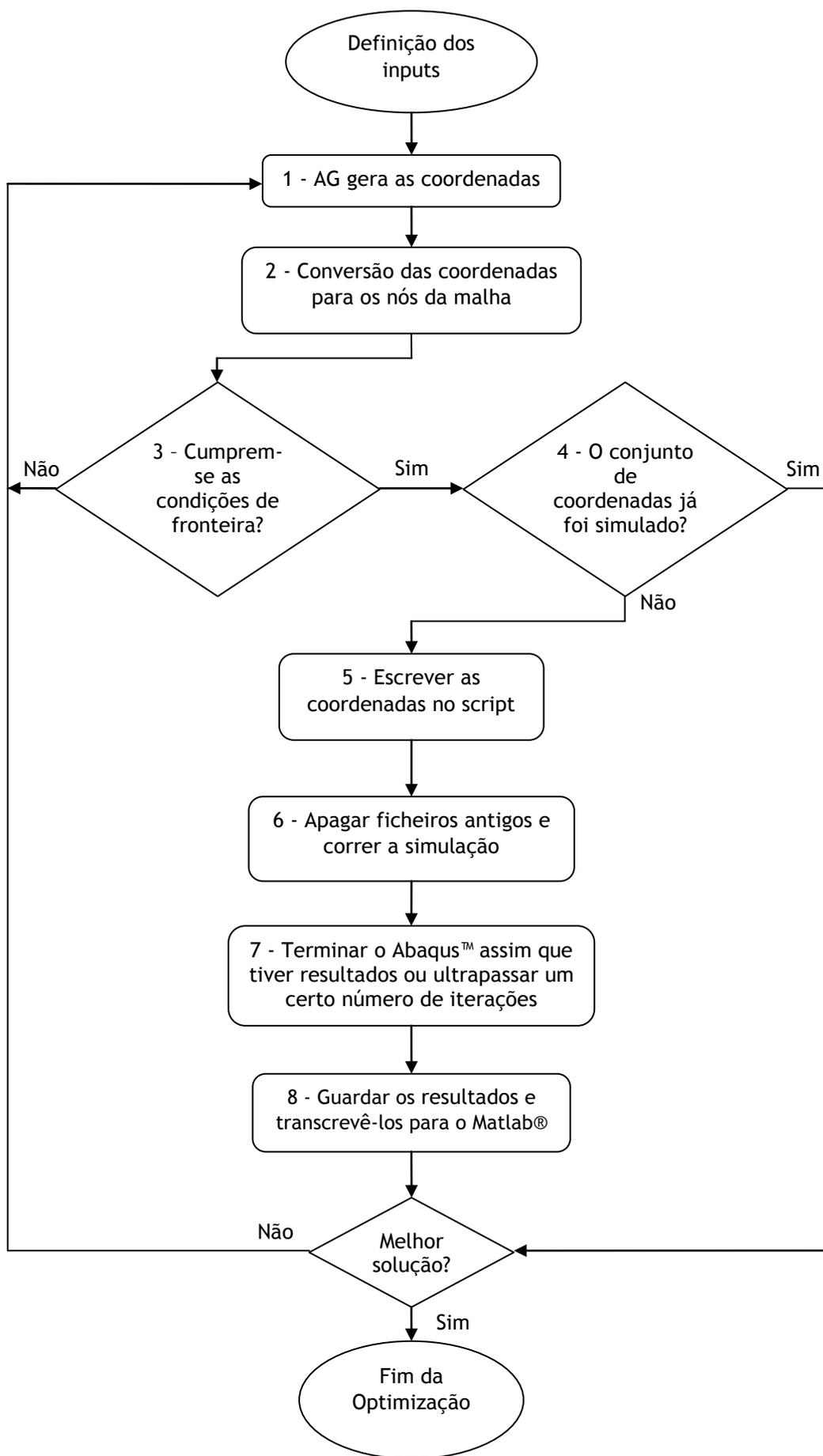
A “Function objective (x)” (Func3) tem implementadas linhas de código que permitem converter os conjuntos de coordenadas gerados pelo AG, para a posição dos nós de integração da malha, assim como um ciclo que verifica se o conjunto de coordenadas já foi simulado e a função objectivo do AG.

Por fim, a “Function esc_script” (Func4) tem como objectivo fazer a ligação Matlab® <-> Abaqus™, desde a escrita do conjunto de coordenadas no script do Abaqus™, mandar executar a simulação estrutural e acabar com a simulação assim que o Abaqus™ tenha resultados.

Face a esta breve explicação do que é feito em cada função, de seguida será feita uma análise mais exaustiva ao programa, tendo por base o Fluxograma 3.

Como foi referido anteriormente, o passo inicial do programa é introduzir os inputs assim como as definições do algoritmo, na Func1. No passo 1 é usada a Func1 e Func2, onde o algoritmo vai gerar aleatoriamente um conjunto de coordenadas, tendo por base a posição inicial, as opções do algoritmo (nomeadamente as restrições) e os limites.

As restrições são referentes às Fig. 20 e Fig. 28, onde uma das restrições coloca os nós de integração dos elementos dos piezoeléctricos coincidentes com os nós de integração dos elementos da placa (Fig. 20).



Fluxograma 3 - Fluxograma de um programa de torção ou flexão pura.

Outra das restrições impede que os piezoelétricos fiquem sobrepostos, total ou parcialmente entre eles. Um caso de sobreposição parcial está presente na Fig. 28. A implementação das restrições, do modelo e do AG, está presente na Func2.

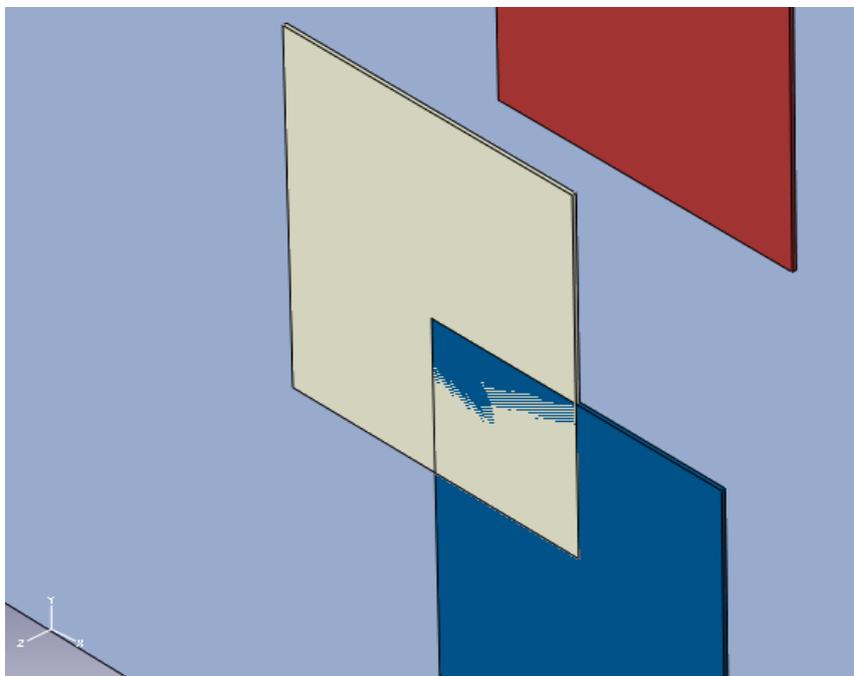


Fig. 28 - Exemplo de sobreposição parcial entre piezoelétricos.

Com as coordenadas geradas, no passo 2, estas são convertidas, por linhas de código presentes na Func3, fazendo com que os piezoelétricos fiquem de acordo com a posição A da Fig. 20. Importa referir que a conversão faz com que cada conjunto de coordenadas (x, y) seja um múltiplo de 5, segundo o eixo dos XX, e múltiplo de 4, segundo o eixo dos YY, devido ao tamanho do elemento da malha. Após esta conversão, no passo 3, recorrendo à Func3, verifica-se se as coordenadas respeitam as restrições, de modo a evitar a sobreposição total ou parcial entre piezoelétricos (Fig. 28).

Caso alguma restrição falhe, o programa volta ao passo 1. Uma das condições de fronteira, envolvendo o piezoelétrico 1 e 2, segundo X, é a seguinte:

$$|X_2 - X_1| \geq l_p + P_x \quad (10)$$

Onde l_p é a largura do piezoelétrico (0,02m) e P_x foi definido para se deixar um intervalo entre piezoelétricos (o tamanho de um elemento de malha), neste caso segundo X, já referido anteriormente, bem como, aquando da validação experimental se pudesse trabalhar com algum espaço de manobra.

Assim que é simulado um dado conjunto de coordenadas, o conjunto de coordenadas e o respectivo valor da flexão e da torção são guardados numa base de dados externa ao Matlab® (num ficheiro .dat). Os dados são guardados numa base de dados externa ao Matlab®

para que no caso de uma falha energética, ou uma outra falha que impossibilite o computador de correr o programa, não perder todos os dados obtidos até ao momento.

Assim, no passo 4, é criado um ciclo na Func3 que vai verificar se o conjunto de coordenadas “actual” já foi simulado ou não. À primeira vista pode parecer que é um passo desnecessário, uma vez que o AG não ia estar a repetir posições. No entanto, com a intervenção do passo 3, ao arredondar as posições, pode fazer com que haja conjuntos de coordenadas já simulados anteriormente.

Além disto, previne-se também com este passo que situações semelhantes às da Fig. 29 ocorram. Por exemplo, num dado conjunto de coordenadas temos o piezoeléctrico 1 na posição A e o piezoeléctrico 2 na posição B; num outro conjunto de coordenadas temos o piezoeléctrico 1 na posição B e o piezoeléctrico 2 na posição A; no caso de estar a realizar-se simulações só com 2 piezoeléctricos, estes dois conjuntos diferentes de coordenadas têm o mesmo valor quando a placa está sujeita à torção ou à flexão. Com isto, poupa-se muito tempo em simulações.

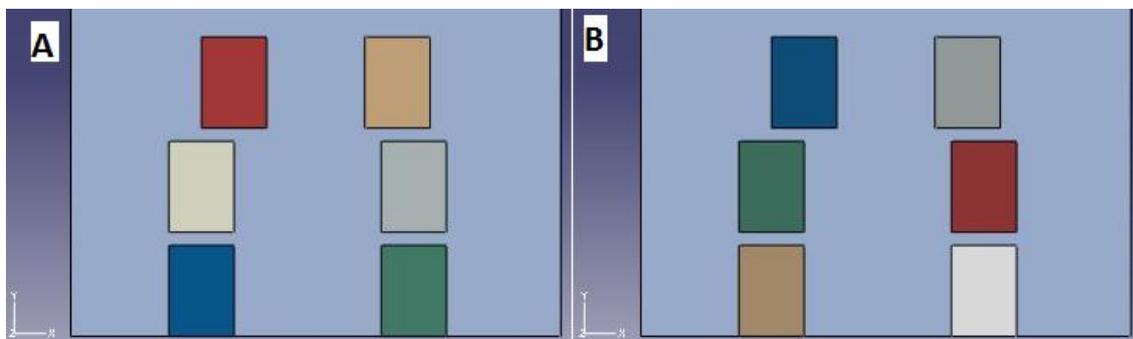


Fig. 29 - Exemplo de casos com o mesmo conjunto de coordenadas.

Caso o conjunto de coordenadas já tenha sido simulado, o Matlab® vai buscar o valor da flexão ou da torção correspondente ao conjunto de coordenadas, e indicando assim qual o valor da função objectivo de modo a que o AG possa verificar se o processo de optimização já está concluído ou não.

No caso de o conjunto de coordenadas ainda não ter sido simulado, transcreve-se essas coordenadas para o script, tendo em consideração uma certa formatação, de modo a que o conjunto de coordenadas actual substitua o conjunto de uma simulação anterior, para que não haja problemas ou erros.

```

162
163 %apaga todos os ficheiros com o nome piezo-job e abaqus
164 - delete('C:\Temp\Piezo-job*', 'C:\Temp\abaqus*')
165
166 %inicia o abaqus e corre o script
167 - ! C:\SIMULIA\Abaqus\Commands\abq681.bat cae startup=Ppiezo.py &

```

Fig. 30 - Linhas do programa referentes ao passo 6.

Finalizado o passo 5, o passo 6 passa por apagar os ficheiros resultantes de simulações anteriores, onde o objectivo é minimizar ao máximo possíveis erros. Com os ficheiros de

simulações anteriores apagados é ordenado ao Abaqus™ a simulação, como se pode visualizar na Fig. 30.

Antes de o programa ter esta estrutura final, foram feitos vários testes e simulações. Uma dessas simulações foi deixar o Abaqus™ ligado e correr o script assim que era alterado. No entanto, verificou-se que o Abaqus™ iniciava uma nova licença, não usando a que estava a correr. Face a esta situação, verifica-se que é necessário terminar o Abaqus™ sempre que este realiza uma simulação. Inicialmente terminar o Abaqus™ era feito no script, mas também se verificou que o comando usado resultava numas vezes e noutras não. Perante este novo problema, implementou-se um ciclo no programa que verifica que quando o Abaqus™ gera os ficheiros de saída (output com os nós e o valor da deflexão da ponta livre da placa correspondente da flexão e ou torção), a simulação termina forçadamente, devido às linhas de código implementadas que “matam” o processo do Abaqus™. É ainda implementado um “contador” que ao fim de X iterações se a simulação ainda não tiver tido resultados, faz-se “restart” dessa mesma simulação. O principal motivo desta opção prende-se com o facto de em algumas simulações o Abaqus™ não ter memória/processador suficiente e não completa a simulação.

Estes últimos três passos (5, 6 e 7) estão implementados na Func4. O “último” passo, implementado na Func3, passa por transcrever os dados gerados pelo Abaqus™ e transformá-los na função objectivo do AG.

Como é visualizado no Fluxograma 3, sempre que se cumprem estes passos todos, o AG analisa se já foi encontrada a melhor posição ou não. Quando o algoritmo termina, no workspace do Matlab® é apresentado o valor das variáveis, assim como o motivo da finalização e o valor da função objectivo, como é apresentado na Fig. 31.

```

Command Window
New to MATLAB? Watch this Video, see Demos, or read Getting Started.
Optimization terminated: average change in the fitness value less than options.TolFun.

x =
    0.0489    0.0167

fval =
   -0.0014

exitflag =
     1
    
```

Fig. 31 - Output do programa quando termina, para dois piezoeléctricos.

3.3.2. Flexão e Torção Combinadas

Nesta subsecção é apresentado o programa para a flexão e torção combinadas, ou seja, na subsecção anterior foi analisada a melhor localização para a flexão pura e/ou para a torção pura independentemente. A explicação que se segue é referente à análise da flexão e da torção para a mesma posição, mas sem o constrangimento de haver simetria entre piezoelétricos, como já se explicou anteriormente (Fig. 26). Com este novo “caso” para além das situações possíveis na torção e na flexão pura, é possível ter situações semelhantes às indicadas na Fig. 32.

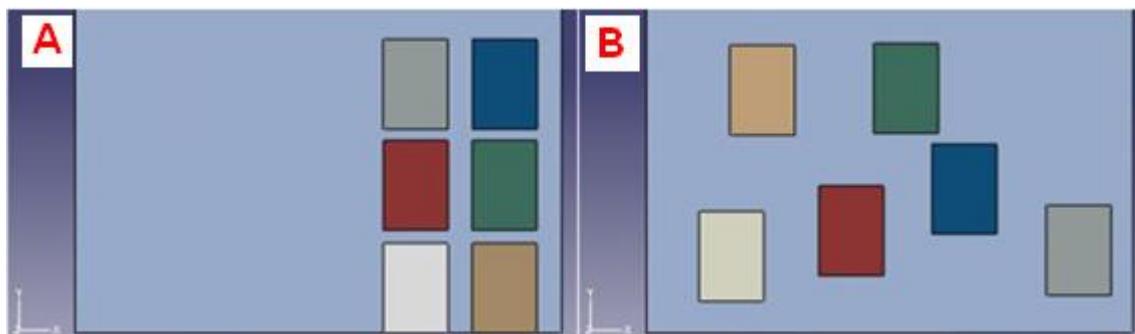


Fig. 32 - Exemplos de combinações para ambos os modos.

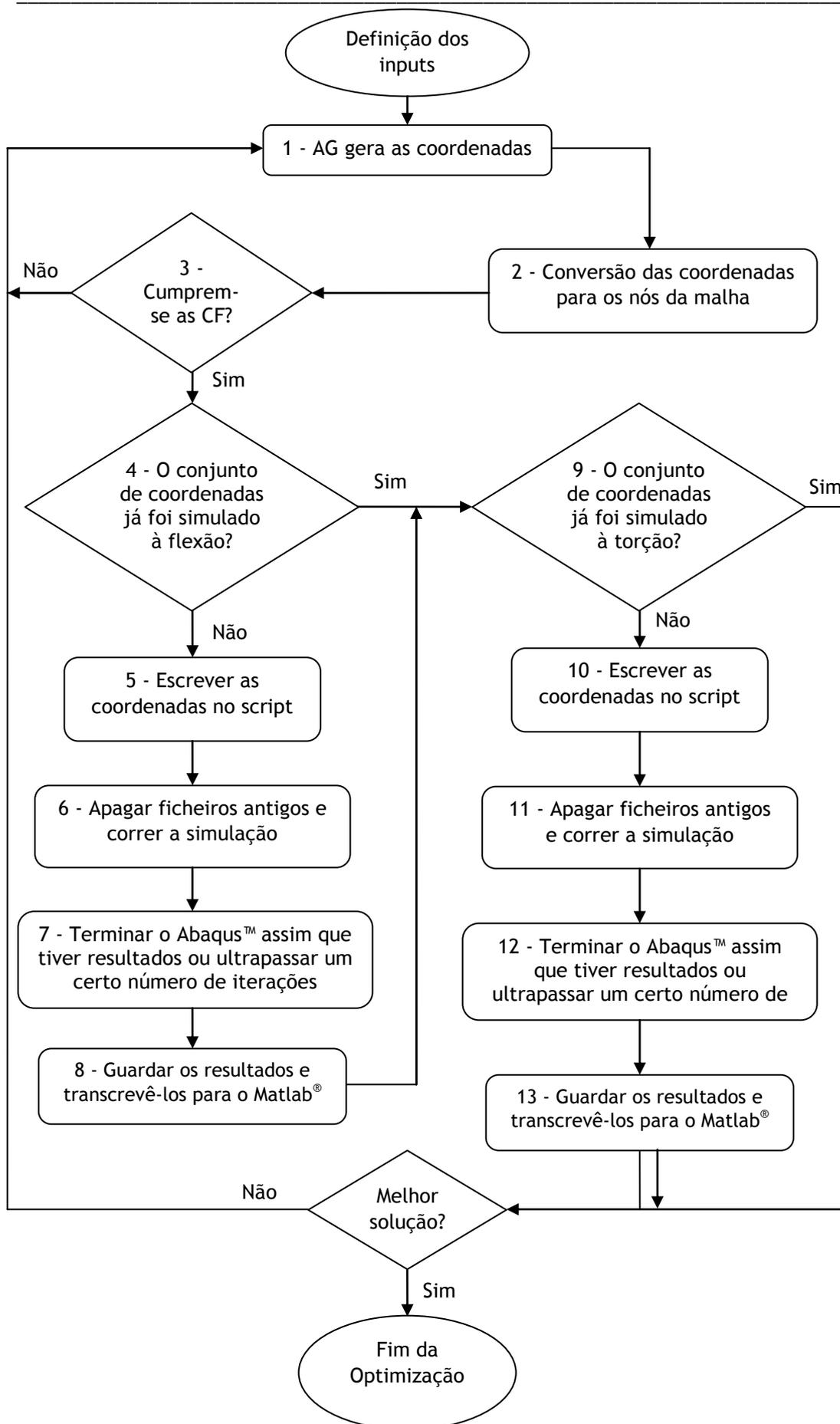
Este programa foi obtido através da combinação de partes dos programas para flexão e torção puras. Assim, o fluxograma para este programa tem por base o Fluxograma 3, contendo algumas modificações estruturais, ficando com a estrutura presente no Fluxograma 4.

Após uma breve análise ao Fluxograma 4, e como descrito anteriormente, a principal diferença passa pela combinação de algumas partes dos programas referentes à flexão e torção. Deste modo, até ao passo 3 não se verifica nenhuma alteração significativa, começando esta a surgir no passo 4.

Como não se consegue fazer a simulação para a torção e para a flexão, para a mesma posição, no mesmo período de tempo, optou-se por simular primeiro à torção (passos 4, 5, 6 7 e 8) e só depois à flexão (passos 9, 10, 11, 12 e 13).

Uma vez que antes de se realizar a simulação para este 3º caso, combinação da flexão e da torção, foram realizadas simulações para a flexão pura (1º caso) e para a torção pura (2º caso), e guardados os dados referentes à posição e valores da flexão e torção.

Assim sendo, o passo 4 e 9 verificam nas bases de dados se o dado conjunto de posições já foi simulado para a torção ou para a flexão, onde no caso de ainda não ter sido simulado, para a torção ou para a flexão, faz-se o mesmo procedimento que já foi explicado em 3.3.1.



Fluxograma 4 - Fluxograma do programa para flexão e torção combinadas

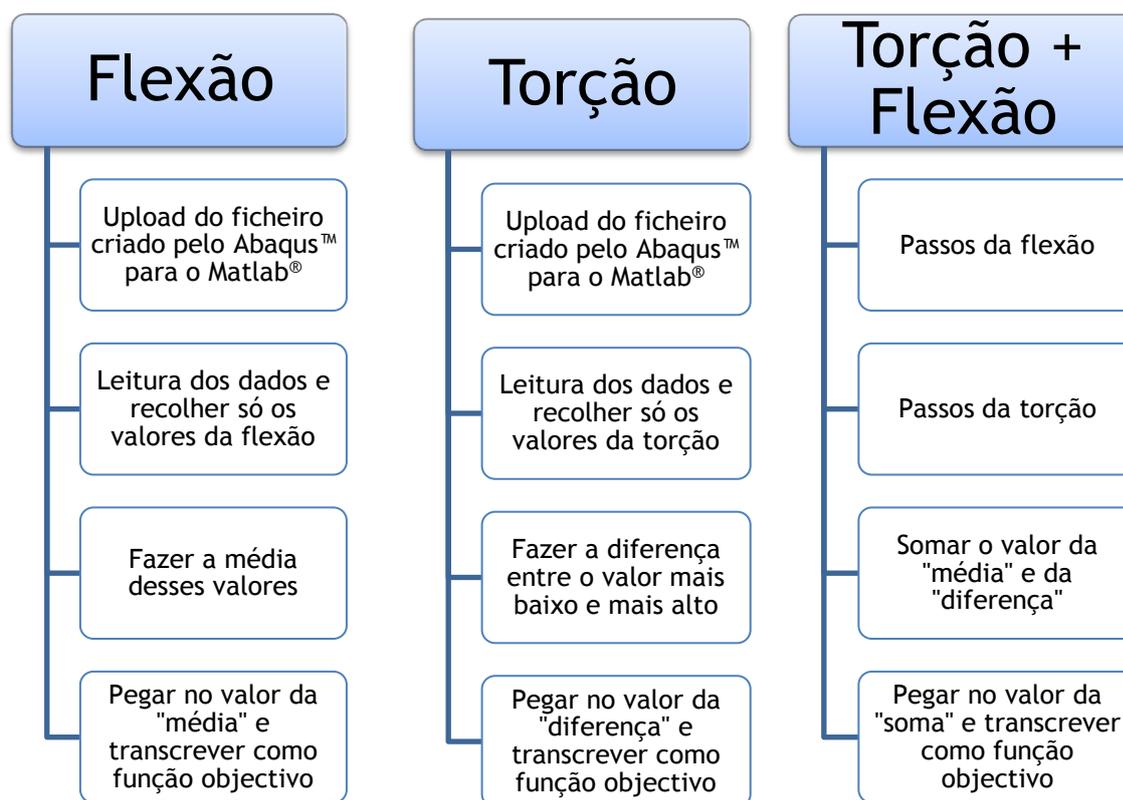
3.3.3. Comparação Entre Programas

Na Tabela 7 tem-se uma comparação entre os programas utilizados, para um conjunto de seis piezoeléctricos. O programa para a flexão pura e o programa para a torção pura são semelhantes, diferindo apenas na definição da função objectivo.

Tabela 7 - Comparação entre programas de alguns valores.

Exemplo para um conjunto de 6 piezoeléctricos			
	Flexão Pura	Torção Pura	Flexão e torção
Linhas de código	200	200	450
Variáveis	6	6	12
Condições de fronteira	3	3	15
Funções	4	4	5

Tendo por base o Fluxograma 5, facilmente se verifica que para a torção e flexão pura a metodologia é semelhante, enquanto para a flexão e a torção combinadas passa inicialmente por se aplicar a metodologia usada na flexão e na torção pura e complementar com mais alguns passos.



Fluxograma 5 - Fluxograma da obtenção da função objectivo para cada caso

No caso da flexão, após se carregar o ficheiro, selecciona-se unicamente a parte que contém os valores da flexão, uma vez que o ficheiro foi introduzido no Matlab® em formato de tabela. Após se seleccionar a coluna do valor da flexão, é calculada a média desses valores

todos, uma vez que se está a trabalhar com flexão pura. Por fim, assume-se que o valor da média é o valor da função objectivo da flexão pura para um dado conjunto de posições.

Já a torção, como é semelhante à flexão nos dois primeiros passos e no último passo, só se fará uma explicação ao 3º passo. Fazer a diferença entre o valor mais alto e o mais baixo, implica necessariamente fazer a diferença entre os valores dos dois vértices da ponta livre. Uma vez que o valor de um vértice é negativo, a diferença acaba por ser a soma dos módulos de cada vértice.

Para a flexão e a torção combinadas, os dois primeiros passos já foram referidos, pelo que o terceiro passo passa por fazer a soma da função objectivo da flexão e da torção. Importa referir que para este caso, à torção, foi definido que um dado PZT tem um campo eléctrico positivo caso esteja do lado esquerdo do eixo de simetria e negativo se estiver do lado direito. Se não fosse feita esta definição, no caso de estarem dois PZT's juntos, com campos eléctricos diferentes, a actuação de um ia anular a actuação do outro.

Posteriormente é investigada para as melhores posições da flexão e torção combinadas qual a influência da torção e da flexão, uma vez que para além de se guardar num ficheiro o valor da função objectivo também é guardado o valor da torção e da flexão para cada conjunto de coordenadas.

Uma vez que o algoritmo genético aplicado neste trabalho foi estruturado para a minimização de funções, e é pretendido a maximização da função objectivo (flexão e torção), converteu-se o valor da função objectivo para um valor negativo, de modo a cumprir-se este objectivo. Assim, a função objectivo para a flexão pura é dada por:

$$f_f(\mathbf{X}) = -\delta(\mathbf{X}); \mathbf{X} \in [\mathbf{X}_{\min}; \mathbf{X}_{\max}] \quad (11)$$

Já a função objectivo para a torção pura definiu-se da seguinte forma:

$$f_t(\mathbf{X}) = -\theta(\mathbf{X}); \mathbf{X} \in [\mathbf{X}_{\min}; \mathbf{X}_{\max}] \quad (12)$$

Para a flexão e a torção combinadas, a função objectivo é a seguinte:

$$f_c(\mathbf{X}) = -(f_f(\mathbf{X}) + f_t(\mathbf{X})) = -(\delta(\mathbf{X}) + \theta(\mathbf{X})); \mathbf{X} \in [\mathbf{X}_{\min}; \mathbf{X}_{\max}] \quad (13)$$

Onde \mathbf{X} é o conjunto de coordenadas dos piezoeléctricos ($\mathbf{X} = (X_n; Y_n)$)

Página deixada intencionalmente em branco

4. Análise de Resultados

Neste capítulo são discutidos os resultados obtidos, quer computacionais quer experimentais. Numa abordagem inicial, são apresentados os resultados computacionais, seguindo-se os resultados experimentais.

Os resultados computacionais encontram-se divididos em subsecções correspondentes ao número de dispositivos piezoeléctricos usados para os três casos (flexão, torção e ambos). Em relação aos resultados experimentais, só se vai apresentar para um único conjunto de piezoeléctricos, correspondendo ao primeiro caso e conjunto simulado (seis piezoeléctricos à flexão pura).

4.1. Resultados Computacionais

Nesta secção são abordadas as análises computacionais realizadas neste trabalho. Os resultados são apresentados consoante a ordem de simulação, para um conjunto de seis, cinco, quatro e dois piezoeléctricos à flexão e à torção pura e à flexão e à torção combinadas.

4.1.1. Seis Piezoeléctricos

É descrito nesta subsecção, as análises efectuadas à flexão pura, à torção pura e para a flexão e a torção combinadas com um conjunto de seis piezoeléctricos, onde também são abordados os inputs (variáveis, limites, restrições, posição inicial e tamanho da população) que foram colocados no programa computacional referente a este conjunto de piezoeléctricos.

4.1.1.a. Flexão

Nesta fase inicial, vão ser explicados quais os inputs que foram implementados no programa computacional, seguindo-se de uma apresentação de gráficos com as melhores soluções encontradas, havendo também uma comparação com as piores soluções encontradas nos inputs definidos.

Tendo por base o que foi referido anteriormente, para este conjunto de piezoeléctricos o número de variáveis, à flexão pura, é de seis. Uma vez que para este caso, existe simetria entre piezoeléctricos, isto é, basta definir as coordenadas para três piezoeléctricos que os restantes ficam simétricos a estes mesmos, as variáveis são as seguintes:

$$X_1, Y_1, X_2, Y_2, X_3 \text{ e } Y_3 \quad (14)$$

De acordo com o que foi referido, na Eq. (15) tem-se que:

$$\begin{cases} X_4 = b - X_1, & Y_4 = Y_1 \\ X_5 = b - X_2, & Y_5 = Y_2 \\ X_6 = b - X_3, & Y_6 = Y_3 \end{cases} \quad (15)$$

As restrições aplicadas são as seguintes:

$$\begin{cases} |X_1 - X_2| \geq P_x + b_p \vee |Y_1 - Y_2| \geq P_y + l_p \\ |X_1 - X_3| \geq P_x + b_p \vee |Y_1 - Y_3| \geq P_y + l_p \\ |X_3 - X_2| \geq P_x + b_p \vee |Y_3 - Y_2| \geq P_y + l_p \end{cases} \quad (16)$$

Relativamente aos limites, uma vez que este foi o primeiro caso simulado ainda não havia percepção em que região se devia focar a pesquisa. Inicialmente foi definido que o limite superior, segundo Y, seria até metade da placa ($Y \in [0,016; 0,25]$).

Após bastantes simulações, como os valores obtidos eram muito fracos e dispersos, optou-se por reduzir o limite superior para $Y_{max} = 0,15$. Mesmo com esta alteração, os resultados apresentados ainda não eram satisfatórios, pelo que se decidiu verificar o comportamento da placa com a alteração da posição.

Face a isto, foram feitas algumas simulações para ver a evolução do δ ao mover os piezoelétricos segundo X (largura) e Y (comprimento).

Numa primeira simulação, reparou-se que os piezoelétricos colocados no centro da placa, juntos   ponta encastrada da placa, possuem melhores resultados do que se fossem colocados nos limites da placa (largura), como se pode visualizar na Fig. 33.

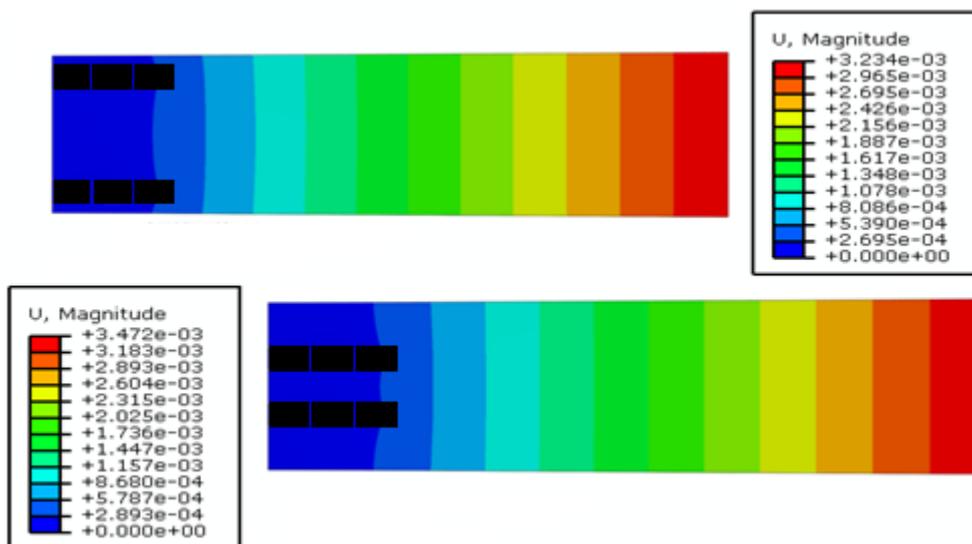


Fig. 33 - Avanço dos piezoelétricos, segundo X. Unidades de U em metros.

Com estas simulações facilmente se teve uma noção de que no centro da placa, próximo do eixo de simetria referido anteriormente, se iam obter os melhores resultados.   de salientar que a escala de valores   referente ao δ , segundo Z.

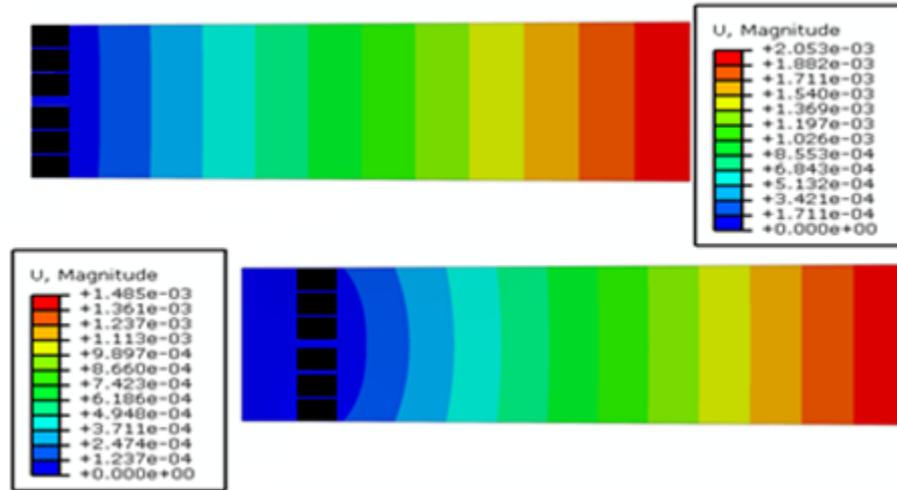


Fig. 34 - Avanço dos piezoelétricos, segundo Y. Unidades de U em metros.

Tendo-se investigado o comportamento da placa ao deslocar-se os piezoelétricos segundo X, seguiu-se uma série de simulações para realizar a análise segundo o eixo do Y. Como se pode verificar pela Fig. 34, os melhores resultados verificam-se junto à ponta encastrada da placa.

Assim sendo, os limites aplicados no algoritmo para a flexão foram os seguintes:

$$\begin{cases} X \in [0,01; 0,06] \\ Y \in [0,016; 0,1] \end{cases} \quad (17)$$

Outro input que ainda não se referiu é o valor da posição inicial. O AG usa este valor para ter um ponto de partida, sendo que o valor desta posição é o seguinte:

$$\begin{cases} X_1 = 0,06, Y_1 = 0,016 \\ X_2 = 0,06, Y_2 = 0,048 \\ X_3 = 0,06, Y_3 = 0,080 \end{cases} \quad (18)$$

Importa referir que os valores presentes na Eq. (17) e Eq. (18) encontram-se em m. Quanto ao tamanho da população, este valor foi definido tendo por base o número de posições que um piezoelétrico pode tomar nos limites estabelecidos. Tendo por base os limites definidos na Eq. (17), o número de nós que se tem segundo X (N_x) e Y (N_y) é o seguinte:

$$\begin{cases} N_x = 11 \text{ nós} \\ N_y = 22 \text{ nós} \end{cases} \quad (19)$$

Definido o número de nós, apresentado na Eq. (19), o tamanho da população está determinado na Eq. (20).

$$tp = N_x \times N_y = 22 \times 11 = 242 \quad (20)$$

Em relação ao número máximo de iterações definiu-se 1000, mas este critério de paragem nunca foi alcançado. As restantes opções do AG não foram alteradas.

Uma vez que a análise à flexão pura foi a primeira a ser simulada, o número de simulações efectuadas foi grande, cerca de 9250 simulações realizadas no Abaqus™. Outra explicação para este número deve-se à verificação do programa, no sentido de convergir para a melhor solução, ou simplesmente para uma “pseudo” óptima solução.

Com base nestas simulações, segue-se uma série de tabelas e gráficos que apresentam em forma de resumo, os dados obtidos. Assim, a Tabela 8 contém um resumo do número de simulações efectuadas, podendo visualizar-se quais são as que se encontram dentro dos limites, ou o número de simulações que aplicada uma tensão eléctrica de +100 V conseguiram ter um δ de 2 mm, 3 mm, ou entre 2 a 3 mm (dados referentes às simulações realizadas “dentro dos limites”).

Tabela 8 - Resumo dos valores obtidos nas simulações à flexão, com seis piezoeléctricos.

Totais	9250
Dentro dos limites	3200
Com δ superior a 3 mm	71
Com δ entre 2 a 3 mm	3016
Com δ inferior a 2 mm	113

É de salientar que quando se refere “dentro dos limites” são as simulações correspondentes aos limites indicados anteriormente (Eq. (17)). A diferença entre o número total de simulações e “dentro dos limites” já foi explicada anteriormente, pelo que nos gráficos e tabelas que se seguem estão representados os valores que estão “dentro dos limites”.

De seguida, na Tabela 9, são apresentados os quinze conjuntos de posições dos piezoeléctricos que originaram os melhores valores de δ . Todos os valores estão em mm.

Tabela 9 - Conjuntos de coordenadas que originaram os 15 melhores valores de δ , com 6 piezoeléctricos.

Conjunto	X_1	Y_1	X_2	Y_2	X_3	Y_3	X_4	Y_4	X_5	Y_5	X_6	Y_6	δ
1	60	16	60	48	60	80	90	16	90	48	90	80	3,4818
2	45	16	45	48	50	80	105	16	105	48	100	80	3,4408
3	50	16	55	48	50	80	100	16	95	48	100	80	3,4338
4	40	16	40	48	40	80	110	16	110	48	110	80	3,4317
5	40	16	35	48	35	80	110	16	115	48	115	80	3,3896
6	30	16	30	48	30	80	120	16	120	48	120	80	3,3552
7	60	16	50	84	55	52	90	16	100	84	95	52	3,3528
8	55	16	45	48	55	80	95	16	105	48	95	80	3,3351
9	45	16	35	48	45	80	105	16	115	48	105	80	3,3089
10	25	16	25	48	25	80	125	16	125	48	125	80	3,3013
11	30	48	30	16	35	84	120	48	120	16	115	84	3,2733
12	25	16	30	48	25	80	125	16	120	48	125	80	3,2653
13	55	48	55	16	35	88	95	48	95	16	115	88	3,2426
14	45	52	50	88	55	16	105	52	100	88	95	16	3,2374
15	20	16	20	48	20	80	130	16	130	48	130	80	3,2342

Ao analisar-se com atenção a Tabela 9, é possível verificar que não existe muita diferença entre os conjuntos de coordenadas, indicando assim que o programa convergiu para a mesma área. Enquanto na Tabela 9 são apresentados os conjuntos de coordenadas que originaram os melhores valores de δ , na Fig. 35 são usadas essas coordenadas para visualizar as posições que um dado piezoelétrico percorreu na placa.

Visualmente pode-se entender que na Fig. 35 não estão representadas as quinze posições para um dado piezoelétrico, no entanto todas as quinze posições estão representadas mas, devido à sobreposição de algumas coordenadas, o aspecto visual da figura leva a induzir em erro a análise.

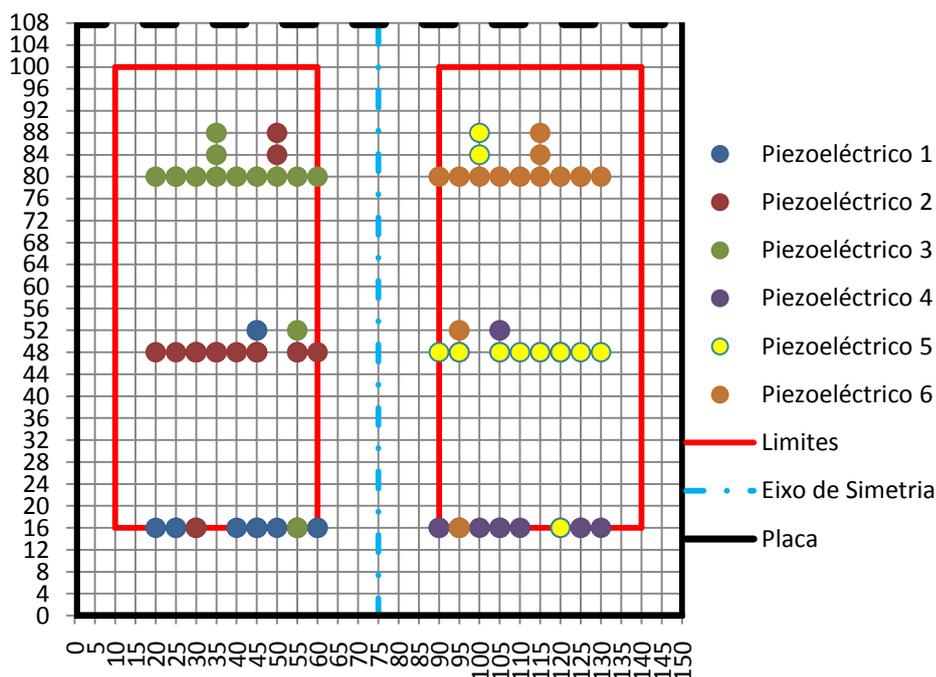


Fig. 35 - Evolução dos 6 piezoelétricos na placa, para as melhores posições à flexão.

Caso não seja perceptível, a Fig. 35 representa a placa, com os devidos limites, onde os “pontos” simbolizam o “centro” de um dado piezoelétrico. Outra conclusão que se pode retirar é o facto de este conjunto óptimo de coordenadas estar próximo do ponto inicial, onde já foi referido como foi estimado (Fig. 33 e Fig. 34).

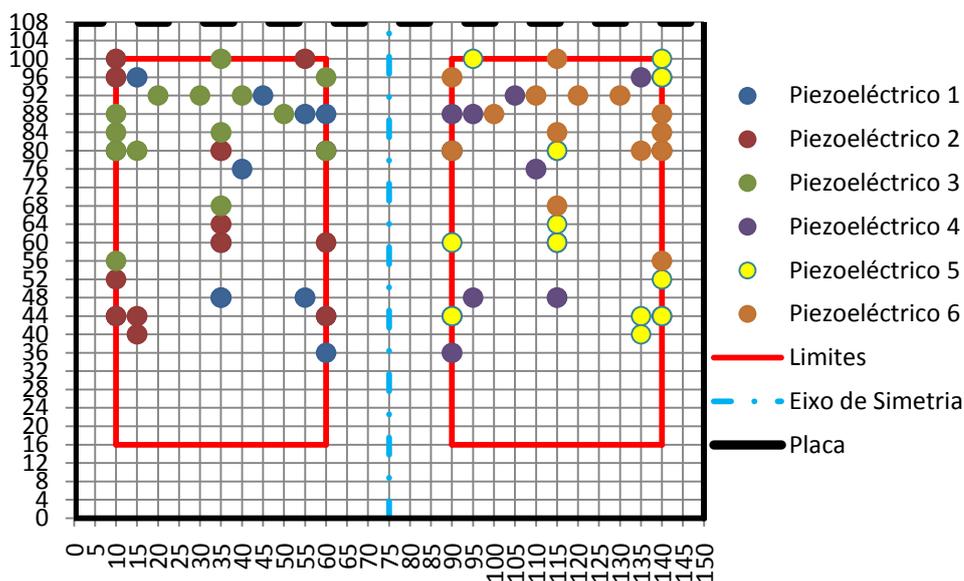
Para além do conjunto de coordenadas que se conseguem obter os melhores valores de δ , também é realizada uma análise ao conjunto de posições que fornece os piores valores de δ . A apresentação destas simulações é feita com o intuito de indicar onde “não se deve” colocar os piezoelétricos, sob pena de obter resultados muito fracos. É claro que ao colocarmos os dispositivos piezoelétricos, vai-se tentar colocar nas melhores posições, mas caso não seja possível, a Tabela 10 mostra alguns dos conjuntos de coordenadas a evitar. Todos os valores encontram-se em mm e foram obtidos para uma tensão eléctrica de +100 V.

Tabela 10 - Conjuntos de coordenadas que originaram os 15 piores valores de δ , com 6 piezoeléctricos.

Conjunto	X_1	Y_1	X_2	Y_2	X_3	Y_3	X_4	Y_4	X_5	Y_5	X_6	Y_6	δ
1	10	44	10	96	50	88	140	44	140	96	100	88	1,8871
2	40	76	60	44	15	80	110	76	90	44	135	80	1,8784
3	60	36	35	80	10	80	90	36	115	80	140	80	1,8741
4	55	88	15	40	30	92	95	88	135	40	120	92	1,8727
5	60	88	15	44	35	84	90	88	135	44	115	84	1,8650
6	10	96	35	64	60	96	140	96	115	64	90	96	1,8476
7	45	92	10	44	20	92	105	92	140	44	130	92	1,8430
8	55	48	35	80	10	80	95	48	115	80	140	80	1,8247
9	35	60	60	80	10	88	115	60	90	80	140	88	1,8122
10	35	48	10	52	60	80	115	48	140	52	90	80	1,8021
11	60	80	35	60	10	84	90	80	115	60	140	84	1,7822
12	60	44	10	100	35	100	90	44	140	100	115	100	1,7816
13	10	80	55	100	35	68	140	80	95	100	115	68	1,7606
14	15	96	60	60	40	92	135	96	90	60	110	92	1,7491
15	35	48	60	60	10	56	115	48	90	60	140	56	1,6637

Chega-se à conclusão de que a área respeitante ao conjunto das piores posições é em torno do limite superior, segundo Y (comprimento).

À semelhança do que foi feito na Fig. 35, na Fig. 36 podem-se visualizar as posições que um dado piezoeléctrico tomou, verificando assim que neste caso os valores estão mais dispersos do que no caso anterior.


Fig. 36 - Evolução dos 6 piezoeléctricos na placa, para as piores posições à flexão.

Com estas tabelas e imagens, pode-se afirmar, de uma forma mais correcta, que as melhores posições encontram-se no centro da placa e junto à ponta encastrada da placa, devendo-se evitar as posições que se distanciem muito desta área.

Após se ter feito esta análise dos resultados obtidos, foram escolhidas conjuntos de posições, presentes na Tabela 11, com o objectivo de se obter um gráfico semelhante ao da Fig. 11 a). A selecção dos conjuntos de coordenadas para a realização deste estudo implicou a

melhor e pior posição obtida, assim como posições intermédias, que com uma tensão eléctrica de +100 V, fossem capazes de fornecer um δ aproximadamente de 1,75 mm, 2 mm, 2,25 mm, 2,5 mm, 2,75 mm, 3 mm e 3,25 mm. Os valores encontram-se em mm.

Tabela 11 - Conjuntos de coordenadas usados na obtenção do Gráfico 2.

Conjunto	X_1	Y_1	X_2	Y_2	X_3	Y_3	X_4	Y_4	X_5	Y_5	X_6	Y_6	δ para 100V
Melhor Conjunto	60	16	60	48	60	80	90	16	90	48	90	80	3,4818
Conjunto 2	55	48	55	16	35	88	95	48	95	16	115	88	3,2426
Conjunto 3	20	64	40	16	25	100	130	64	110	16	125	100	3,0020
Conjunto 4	25	28	60	16	50	52	125	28	90	16	100	52	2,7540
Conjunto 5	55	20	15	95	130	135	16	16	80	16	16	80	2,2534
Conjunto 6	55	88	30	32	60	36	95	88	120	32	90	36	2,2500
Conjunto 7	45	88	15	96	15	24	105	88	135	96	135	24	1,9991
Conjunto 8	15	96	60	60	40	92	135	96	90	60	110	92	1,7491
Pior Conjunto	35	48	60	60	10	56	115	48	90	60	140	56	1,6637

Só foram seleccionados estes conjuntos de coordenadas, de modo a se ter uma percepção da evolução de cada conjunto, sob a influência da tensão eléctrica aplicada. Assim sendo, no Gráfico 2 está presente o gráfico de V vs δ . Facilmente se verifica que o comportamento da placa com a tensão eléctrica é linear, ou seja, o Abaqus™ realiza as simulações como os piezoeléctricos não possuíssem histerese.

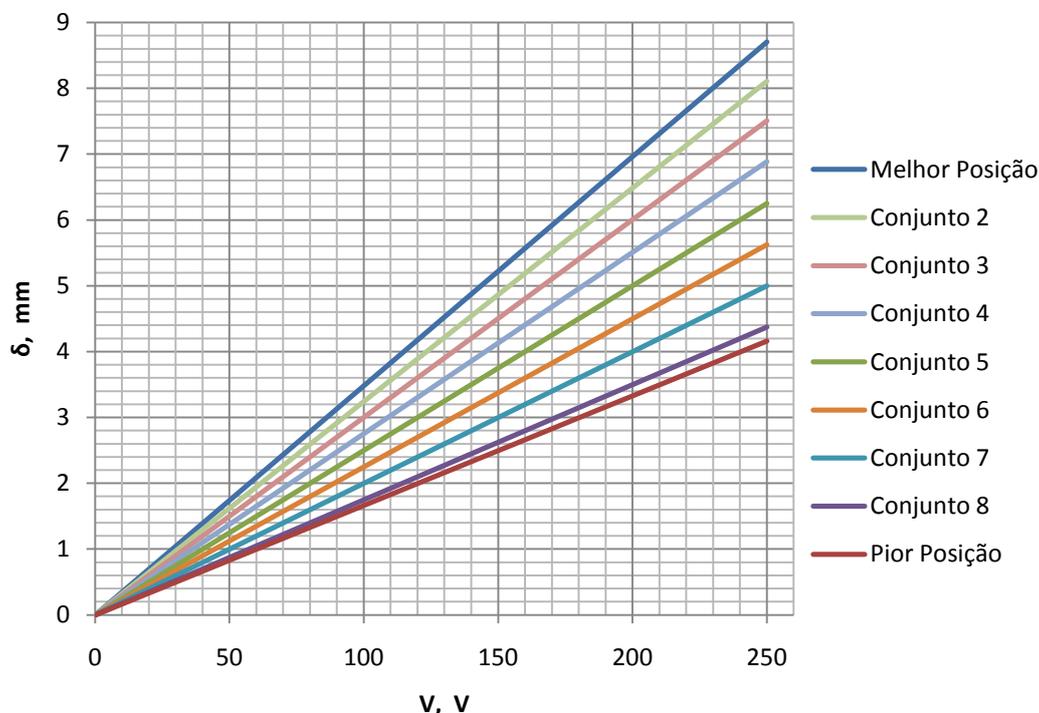


Gráfico 2 - V vs δ para algumas posições de 6 piezoeléctricos.

A tensão eléctrica máxima que se pode aplicar a estes piezoeléctricos, visto anteriormente, é de 250 V. Para a criação do Gráfico 2, a tensão eléctrica foi alterada (passo

de 10V), tendo sido realizadas cerca de vinte e cinco análises no Abaqus™, para cada conjunto de posições.

Caso só fosse possível utilizar o conjunto de posições representado no Gráfico 2, todas elas seriam capazes de fornecer um δ de 1 mm, 2 mm, 3 mm e 4 mm, enquanto para um δ de 8 mm, só dois conjuntos conseguiram este objectivo.

Como se pode verificar, na apresentação de resultados as unidades estão em mm, enquanto na definição do programa e script estão em m. O principal motivo desta opção de apresentação gráfica deve-se sem dúvida ao facto de se ter uma melhor noção dos valores, isto é, é mais perceptível ter-se 3 mm do que 0,003 m.

4.1.1.b. Torção

À semelhança do subtópico anterior, neste subtópico é feita a apresentação dos resultados para a torção pura. Uma vez que a estrutura deste subtópico é semelhante à da flexão, não se vai refazer a descrição do mesmo.

Assim, o número de varáveis e as variáveis usadas foram iguais à flexão (Eq. (14)). No que toca aos limites, também foram realizadas uma séries de simulações para visualizar o comportamento geral do δ , ao deslocar-se os piezoelétricos segundo X e Y.

Chegou-se à conclusão que os melhores resultados aparentam ser junto à ponta da placa encastrada, assim como, o mais afastado do eixo de simetria da placa (Fig. 26). Uma vez que a influência da posição, segundo Y, é semelhante à da flexão, não é apresentada a imagem comprovativa, de modo a não se colocar “informações repetidas.

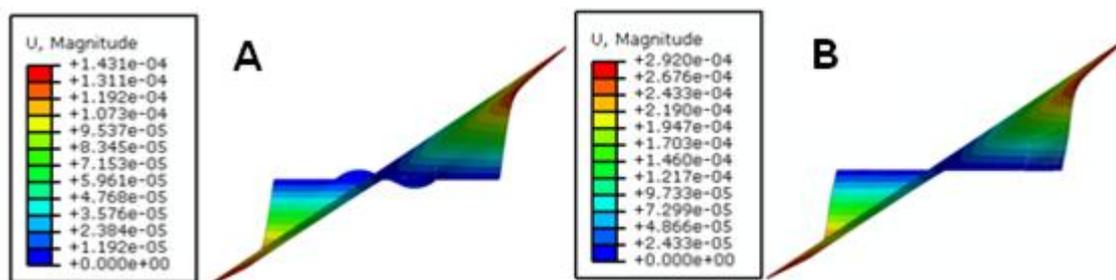


Fig. 37 - Avanço dos piezoelétricos, segundo X. Unidades de U em metros.

A Fig. 37 dá suporte à afirmação dos resultados da torção serem melhor quando os piezoelétricos estão afastados do centro de simetria da placa.

No entanto, verificou-se que se os piezoelétricos ficarem na extremidade da placa, segundo X, os resultados obtidos são um pouco inferiores aos obtidos na posição B da Fig. 37. Uma vez que estas análises são referentes a uma dada configuração de piezoelétricos, podendo haver uma configuração que apresente melhores resultados, optou-se por dar um pouco mais de liberdade na procura, relativamente à flexão. As restrições aplicadas foram as mesmas que para a flexão pura Eq. (16).

Assim sendo, os limites aplicados no algoritmo para a torção estão presentes na seguinte Eq. (21), isto é:

$$\begin{cases} X \in [0,01; 0,06] \\ Y \in [0,016; 0,16] \end{cases} \quad (21)$$

A posição inicial, tendo como suporte o que acabou de ser referido, está figurada na seguinte Eq. (22):

$$\begin{cases} X_1 = 0,01, Y_1 = 0,016 \\ X_2 = 0,01, Y_2 = 0,048 \\ X_3 = 0,01, Y_3 = 0,080 \end{cases} \quad (22)$$

O tamanho da população foi definido de acordo com os mesmos critérios usados para a flexão, estando expresso o valor na Eq. (23).

$$\begin{cases} N_X = 11 \text{ nós} \\ N_Y = 26 \text{ nós} \end{cases} \Rightarrow tp = N_X \times N_Y = 26 \times 11 = 286 \quad (23)$$

As restantes opções do AG não sofreram alterações. Importa lembrar que em comparação com a flexão, a diferença nos programas reside na definição da função objectivo e no script. No script, a diferença está no valor da tensão eléctrica que cada piezoeléctrico toma, isto é, enquanto o piezoeléctrico 1, 2 e 3 têm uma tensão eléctrica de +100 V, o piezoeléctrico 4, 5 e 6 têm uma tensão eléctrica de -100 V.

Finalizada esta parte da definição dos inputs, de seguida, na Tabela 12, tem-se a apresentação dos resultados, começando com uma tabela semelhante à da flexão.

Tabela 12 - Resumo dos valores obtidos nas simulações à torção, com seis piezoeléctricos.

Totais	10980
Com θ superior a 0,5 mm	241
Com θ entre 0,2 a 0,5 mm	6636
Com θ inferior a 0,2 mm	4103

Como se pode visualizar na Tabela 12, o número de simulações à torção foi superior, ao da flexão, devido aos limites escolhidos.

Finalizada esta parte introdutória, em seguida é apresentada a Tabela 13, onde estão representados os quinze melhores conjuntos de coordenadas obtidos para a torção. Todos os valores estão em mm.

Tabela 13 - Conjuntos de coordenadas que originaram os 15 melhores valores de θ , com 6 piezoeléctricos.

Conjunto	X ₁	Y ₁	X ₂	Y ₂	X ₃	Y ₃	X ₄	Y ₄	X ₅	Y ₅	X ₆	Y ₆	θ
1	15	48	40	16	15	16	135	48	110	16	135	16	0,6388
2	25	48	40	16	15	16	125	48	110	16	135	16	0,6218
3	40	16	15	52	15	16	110	16	135	52	135	16	0,6032
4	50	16	15	16	15	48	100	16	135	16	135	48	0,6009
5	25	48	45	16	15	16	125	48	105	16	135	16	0,5965
6	35	16	15	52	10	16	115	16	135	52	140	16	0,5949
7	25	48	40	16	10	16	125	48	110	16	140	16	0,5943
8	45	16	10	16	15	48	105	16	140	16	135	48	0,5925
9	20	80	25	16	25	48	130	80	125	16	125	48	0,5903
10	35	16	20	52	10	16	115	16	130	52	140	16	0,5881
11	30	48	45	16	15	16	120	48	105	16	135	16	0,5864
12	25	48	25	16	50	20	125	48	125	16	100	20	0,5860
13	35	48	40	16	15	16	115	48	110	16	135	16	0,5846
14	45	16	15	16	15	52	105	16	135	16	135	52	0,5843
15	45	20	15	16	15	48	105	20	135	16	135	48	0,5833

Ao realizar-se uma pequena análise à Tabela 13 é possível verificar que os conjuntos de posições não diferem muito entre eles, podendo mesmo afirmar a convergência para uma dada área da placa. A evolução da posição de um dado piezoeléctrico, ao longo da placa, pode ser visualizada na seguinte Fig. 38.

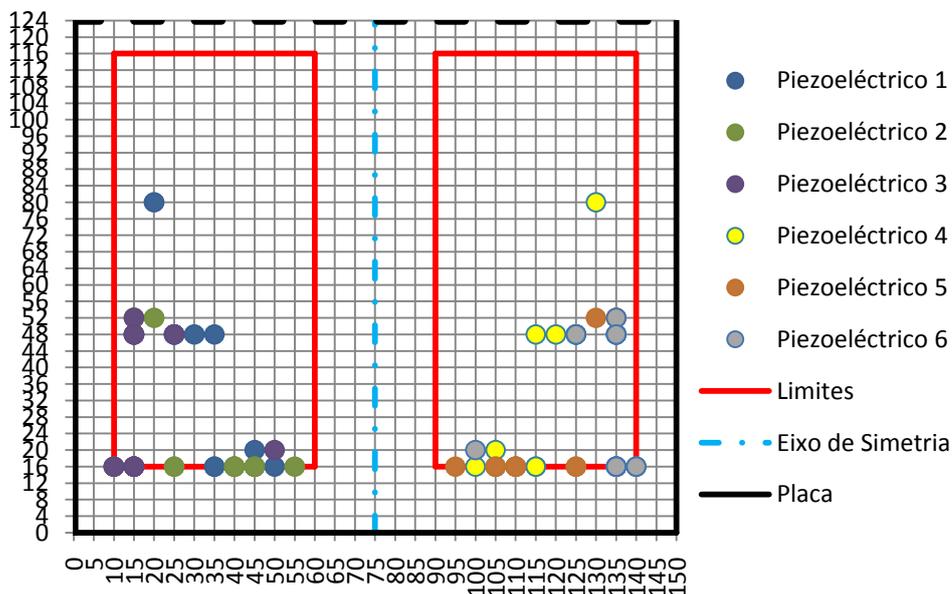


Fig. 38 - Evolução dos 6 piezoeléctricos na placa, para as melhores posições à torção.

Como ocorreu na flexão, agora à torção, algumas posições de um dado piezoeléctrico estão sobrepostas com um outro piezoeléctrico, isto é, no conjunto 1 de coordenadas, o piezoeléctrico 1 pode estar na posição A e o piezoeléctrico 2 na posição B e no conjunto 2 de coordenadas, o piezoeléctrico 1 pode estar na posição B e o piezoeléctrico 2 na posição C.

Analogamente, na Fig. 38 os “pontos” representam o “centro” de cada piezoeléctrico, enquanto as linhas a vermelho indicam os limites da posição que um dado piezoeléctrico pode tomar. Os valores da Tabela 13 e Fig. 38 são respeitantes a uma tensão eléctrica de 100V.

Com base na Fig. 38, pode concluir-se que a posição inicial foi escolhida de uma forma acertada, pois como se pode ver é em torno desta posição inicial que se obtiveram os melhores resultados. Pode concluir-se também que os piezoeléctricos tomam posições junto à ponta encastrada da placa e um pouco afastados do centro de “simetria” da placa (segundo X).

Analisados os melhores resultados obtidos para a torção, em seguida são apresentados os piores conjuntos de coordenadas encontrados nas simulações efectuadas para a torção. Assim, na Tabela 14 estão presentes os conjuntos de posições que deram os piores valores de θ . Os valores encontram-se em mm.

Tabela 14 - Conjuntos de coordenadas que originaram os 15 piores valores de θ , com 6 piezoeléctricos.

Conjunto	X ₁	Y ₁	X ₂	Y ₂	X ₃	Y ₃	X ₄	Y ₄	X ₅	Y ₅	X ₆	Y ₆	θ
1	55	96	15	52	30	88	95	96	135	52	120	88	0,0094
2	15	64	55	116	40	72	135	64	95	116	110	72	0,0093
3	40	112	15	112	15	80	110	112	135	112	135	80	0,0092
4	30	112	60	112	30	80	120	112	90	112	120	80	0,0063
5	55	104	20	56	30	96	95	104	130	56	120	96	0,0062
6	55	112	10	84	45	80	95	112	140	84	105	80	0,0057
7	55	108	35	72	10	52	95	108	115	72	140	52	0,0051
8	15	56	55	112	25	92	135	56	95	112	125	92	0,0045
9	45	84	10	84	50	116	105	84	140	84	100	116	0,0041
10	55	100	25	84	10	52	95	100	125	84	140	52	0,0041
11	45	116	15	112	15	80	105	116	135	112	135	80	0,0034
12	15	64	60	112	55	80	135	64	90	112	95	80	0,0029
13	10	56	50	96	35	64	140	56	100	96	115	64	0,0027
14	40	76	55	112	15	76	110	76	95	112	135	76	0,0026
15	30	96	15	56	55	104	120	96	135	56	95	104	0,0020

Se o valor de θ para os melhores conjuntos de posições já era baixo, para este caso pode constatar-se que θ é muitíssimo baixo, uma vez que estes valores andam na casa dos micrómetros, dificilmente visível a olho nu. Quanto à evolução da posição de um dado piezoeléctrico na placa, para este caso, esta pode ser vista na Fig. 39.

Ao contrário da flexão, neste caso (e à torção), o aspecto gráfico da Fig. 39 está mais organizado, levando a concluir que apesar de serem os piores conjuntos, não são muito visíveis os piezoeléctricos em torno do centro de simetria da placa. Também neste caso, os piezoeléctricos tendem a ficar próximos do limite superior segundo Y (comprimento).

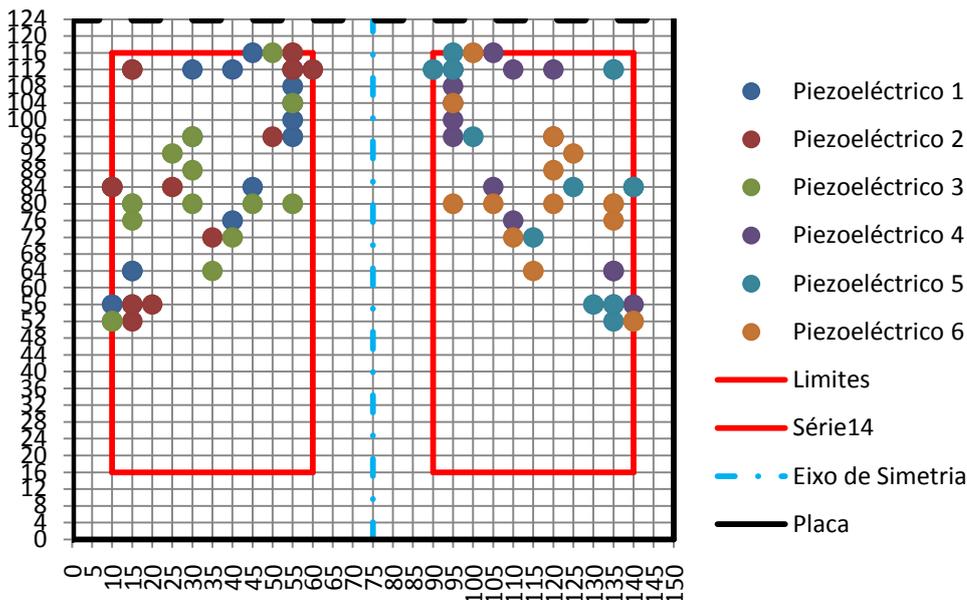


Fig. 39 - Evolução dos 6 piezoeléctricos na placa, para as piores posições à torção.

Concluídas estas análises, segue-se a apresentação de um gráfico que relaciona V com θ , semelhante ao Gráfico 2. Face a isto, foi feita uma selecção de conjuntos de coordenadas, onde está incluído o melhor e o pior conjunto de coordenadas. Para além dos conjuntos de coordenadas referidos, foram seleccionados também posições intermédias, que com uma tensão eléctrica de 100V, fossem capazes de fornecer valores de θ aproximadamente de 0,5 mm; 0,45 mm; 0,4 mm; 0,35 mm; 0,3 mm; 0,25 mm e 0,2 mm. Estes conjuntos estão apresentados na seguinte Tabela 15, onde todos os valores estão em mm.

Tabela 15 - Conjuntos de coordenadas usados para a obtenção do Gráfico 3.

Conjunto	X_1	Y_1	X_2	Y_2	X_3	Y_3	X_4	Y_4	X_5	Y_5	X_6	Y_6	θ para 100V
Melhor Conjunto	15	48	40	16	15	16	135	48	110	16	135	16	0,6388
Conjunto 1	10	48	15	16	15	88	140	48	135	16	135	88	0,5494
Conjunto 2	25	16	15	52	15	104	125	16	135	52	135	104	0,4997
Conjunto 3	30	96	15	16	50	64	120	96	135	16	100	64	0,4500
Conjunto 4	55	92	45	16	15	32	95	92	105	16	135	32	0,3999
Conjunto 5	10	16	55	108	55	28	140	16	95	108	95	28	0,3500
Conjunto 6	50	48	15	20	15	116	100	48	135	20	135	116	0,3000
Conjunto 7	20	60	60	96	15	24	130	60	90	96	135	24	0,2500
Conjunto 8	30	116	35	28	50	68	120	116	115	28	100	68	0,2000
Pior Conjunto	30	96	15	56	55	104	120	96	135	56	95	104	0,0020

Só foram seleccionados estes conjuntos de coordenadas, de modo a se ter uma percepção da evolução de cada conjunto, sob a influência da tensão eléctrica aplicada. Assim, no Gráfico 3 está presente o gráfico V vs θ . Como se pode visualizar, neste gráfico o comportamento da placa também é linear, não tendo sido considerada a histerese dos piezoeléctricos.

Para a realização deste gráfico também foram realizadas, para cada conjunto de coordenadas, vinte e cinco simulações no Abaqus™, onde se foi alterando a tensão eléctrica entre simulações (passo de 10 V).

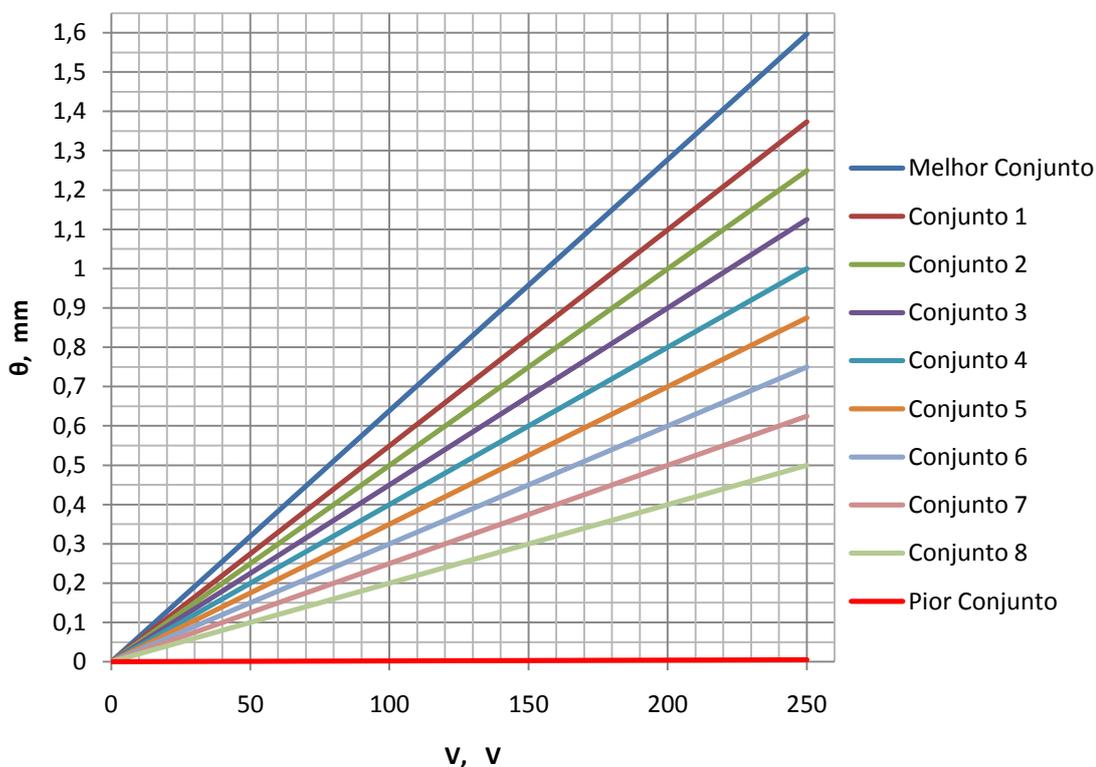


Gráfico 3 - V vs θ para algumas posições de seis piezoeléctricos.

O facto de o pior conjunto de coordenadas ser quase paralelo ao eixo do X, deve-se à escala adoptada. Com excepção do pior conjunto, as restantes posições conseguem obter um valor de θ até 0,5 mm. No entanto, para se conseguir um θ de 1 mm, só haveria cinco conjuntos que iriam conseguir esse objectivo, enquanto para se conseguir 1,5 mm só uma posição estava apta para atingir esse valor.

4.1.1.c. Torção e Flexão Combinadas

Seguindo a estrutura dos casos anteriores, flexão e torção, de seguida será abordado os inputs para este programa onde já foi esclarecido o seu funcionamento no capítulo anterior. Assim sendo, neste caso como não há simetria entre piezoeléctricos, o número de variáveis utilizadas é de doze, onde estas estão representadas na Eq. (24).

$$X_1, Y_1, X_2, Y_2, X_3, Y_3, X_4, Y_4, X_5, Y_5, X_6 \text{ e } Y_6 \quad (24)$$

As restrições aplicadas são as seguintes:

$$\left\{ \begin{array}{l}
 |X_1 - X_2| \geq P_x + b_p \vee |Y_1 - Y_2| \geq P_y + l_p \\
 |X_1 - X_3| \geq P_x + b_p \vee |Y_1 - Y_3| \geq P_y + l_p \\
 |X_1 - X_4| \geq P_x + b_p \vee |Y_1 - Y_4| \geq P_y + l_p \\
 |X_1 - X_5| \geq P_x + b_p \vee |Y_1 - Y_5| \geq P_y + l_p \\
 |X_1 - X_6| \geq P_x + b_p \vee |Y_1 - Y_6| \geq P_y + l_p \\
 |X_2 - X_3| \geq P_x + b_p \vee |Y_2 - Y_3| \geq P_y + l_p \\
 |X_2 - X_4| \geq P_x + b_p \vee |Y_2 - Y_4| \geq P_y + l_p \\
 |X_2 - X_5| \geq P_x + b_p \vee |Y_2 - Y_5| \geq P_y + l_p \\
 |X_2 - X_6| \geq P_x + b_p \vee |Y_2 - Y_6| \geq P_y + l_p \\
 |X_3 - X_4| \geq P_x + b_p \vee |Y_3 - Y_4| \geq P_y + l_p \\
 |X_3 - X_5| \geq P_x + b_p \vee |Y_3 - Y_5| \geq P_y + l_p \\
 |X_3 - X_6| \geq P_x + b_p \vee |Y_3 - Y_6| \geq P_y + l_p \\
 |X_4 - X_5| \geq P_x + b_p \vee |Y_4 - Y_5| \geq P_y + l_p \\
 |X_4 - X_6| \geq P_x + b_p \vee |Y_4 - Y_6| \geq P_y + l_p \\
 |X_5 - X_6| \geq P_x + b_p \vee |Y_5 - Y_6| \geq P_y + l_p
 \end{array} \right. \quad (25)$$

Como se pode constatar, para a flexão e torção combinadas todas as coordenadas dos piezoelétricos são variáveis. Deste modo, os limites definidos para este caso podem ser observados na Eq. (26).

$$\left\{ \begin{array}{l}
 X \in [0,01; 0,14] \\
 Y \in [0,016; 0,12]
 \end{array} \right. \quad (26)$$

Em rela o   posi o inicial, para este caso optou-se por um conjunto de coordenadas intermédio para a torção e para a flexão, estando expressa na Eq. (27).

$$\left\{ \begin{array}{l}
 X_1 = 0,04; \quad Y_1 = 0,016 \\
 X_2 = 0,04; \quad Y_2 = 0,048 \\
 X_3 = 0,04; \quad Y_3 = 0,080 \\
 X_4 = 0,11; \quad Y_4 = 0,016 \\
 X_5 = 0,11; \quad Y_5 = 0,048 \\
 X_6 = 0,11; \quad Y_6 = 0,080
 \end{array} \right. \quad (27)$$

De forma a finalizar a defini o dos dados de entrada utilizados no programa computacional para a flexão e torção combinadas, na Eq. (28) está exposto o valor usado para o tamanho da popula o, tendo por base os limites do AG para este caso (Eq. (26)).

$$\left\{ \begin{array}{l}
 N_X = 27 \text{ nós} \\
 N_Y = 27 \text{ nós}
 \end{array} \right. \Rightarrow tp = N_X \times N_Y = 27 \times 27 = 729 \quad (28)$$

As restantes opções do algoritmo não foram alteradas. As bases de dados obtidas   flexão e   torção pura foram utilizadas para este caso, caso o conjunto de coordenadas já tivesse sido simulado, quer para a flexão ou quer para a torção, não havia a necessidade de repetir este processo.

Assim, a Tabela 16 tem um resumo dos valores obtidos para a torção e flexão combinadas.

Tabela 16 - Resumo do número de simulações obtidas para a flexão e a torção combinadas.

Totais	16146
Flexão	8177
Torção	7969

Como se pode verificar na Tabela 16, o número de simulações para a torção e para a flexão deveria ser o mesmo. Uma vez que foram realizadas mais simulações à flexão do que à torção, pode-se concluir que o AG analisou algumas posições obtidas para a torção e flexão pura, originando esta diferença no número de simulações.

De seguida, na Tabela 17, encontram-se os quinze conjuntos de coordenadas que originaram os melhores valores de δ , estando todos os valores em mm. Estes dados foram obtidos para uma tensão eléctrica de +100 V.

Tabela 17 - Conjunto de coordenadas que originaram os 15 melhores valores de δ , para a flexão e a torção combinadas, com 6 piezoeléctricos.

Conjunto	X_1	Y_1	X_2	Y_2	X_3	Y_3	X_4	Y_4	X_5	Y_5	X_6	Y_6	δ
1	100	48	95	80	100	16	45	76	90	120	55	116	3,2022
2	85	48	90	80	100	16	115	112	15	120	40	16	3,1639
3	100	48	95	80	100	16	25	76	135	116	85	116	3,1401
4	50	48	40	80	40	16	25	48	105	120	55	116	3,1344
5	65	48	120	32	65	16	55	88	85	112	55	120	3,1207
6	100	48	95	80	100	16	30	76	125	120	55	116	3,1182
7	85	48	90	80	100	16	25	76	15	120	85	116	3,1119
8	100	48	95	80	100	16	30	76	135	120	55	116	3,0866
9	100	48	95	80	100	16	30	76	135	116	55	116	3,0828
10	100	48	95	80	100	16	25	76	135	120	55	116	3,0728
11	50	16	80	80	110	16	25	48	75	120	55	52	3,0700
12	85	48	90	80	100	16	115	112	75	112	25	116	3,0653
13	50	16	95	76	100	16	25	112	90	120	55	52	3,0621
14	85	48	90	80	100	16	115	108	75	120	40	68	3,0597
15	100	48	80	84	100	16	55	104	135	120	65	52	3,0564

Ao realizar-se uma breve análise à Tabela 17, pode constatar-se que a área referente a estes conjuntos de coordenadas é a mesma que à flexão pura. Em relação ao valor máximo do δ obtido para a flexão e a torção combinadas, quando comparado com o valor máximo alcançado para a flexão pura, verifica-se uma diminuição de cerca de 8%, quando os piezoeléctricos são submetidos a uma tensão eléctrica de 100 V.

A posição de cada piezoeléctrico para esta análise possui uma maior influência no valor do δ do que para a flexão pura. O valor de δ é obtido através da média aritmética do deslocamento que cada nó (na ponta da placa) toma, ou seja, como não é uma análise à flexão pura, nesta análise para além da flexão também vai estar presente alguma torção. Quanta mais torção se obtiver na ponta da placa, para uma análise à flexão, pior é o valor de δ (média).

Face a esta situação, no Gráfico 4 é analisada a flexão e a torção para o melhor conjunto de coordenadas encontrado à flexão (Conjunto 1 da Tabela 17). Com este estudo

pretende-se averiguar a torção que a ponta da placa sofre quando está a ser analisada à flexão e vice-versa. A representação da ponta da placa esquematiza unicamente a inclinação e posição que a ponta tem, desprezando o comprimento da ponta da placa.

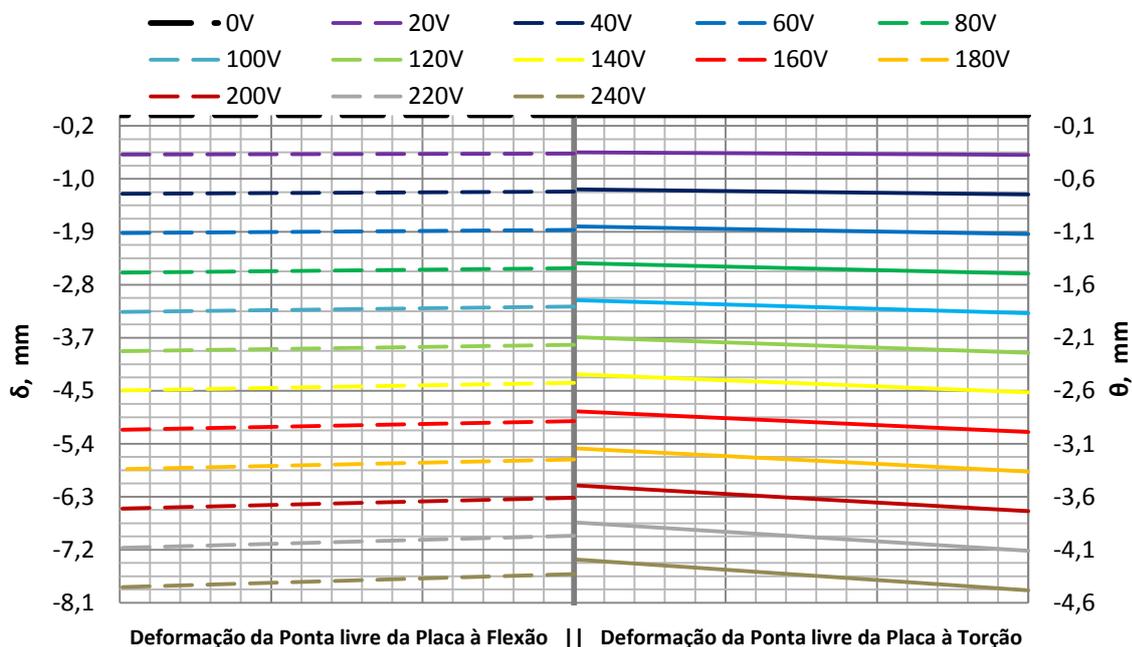


Gráfico 4 - Comportamento da ponta livre da placa, quando analisada à torção e à flexão para vários valores da tensão eléctrica, referente ao melhor conjunto de coordenadas encontrado à flexão.

Como se pode verificar no lado esquerdo do Gráfico 4, quando a placa está a ser estudada à flexão, verifica-se que a torção começa a surgir a partir de uma tensão eléctrica de 40 V.

No caso dos piezoeléctricos serem submetidos a uma tensão eléctrica de 240V, para o conjunto de coordenadas “1” da Tabela 17, a ponta da placa possui um δ médio de 7,6853 mm e um θ de 0,2921 mm.

Em relação à análise da torção, lado direito do Gráfico 4, verifica-se a presença da flexão fazendo com que a torção obtenha fracos resultados. Para este caso, a flexão verifica-se em todos os valores da tensão eléctrica aplicada, enquanto a torção começa a ser visível a partir de uma tensão eléctrica de 60 V.

Para uma tensão eléctrica de 240 V, o valor de θ é de 0,2921 mm e o δ médio da ponta da placa toma o valor de 4,3360 mm, para o conjunto de coordenadas “1” da Tabela 17.

Com recurso ao Gráfico 4, é possível concluir que este conjunto de coordenadas à torção não é recomendado, pois como se pode comprovar a ponta da placa apresenta mais flexão do que torção, quando devia ocorrer o oposto (em termos gráficos).

Finalizada esta análise para o melhor conjunto de coordenadas encontrado à flexão, de seguida esta mesma análise é realizada para o melhor conjunto de coordenadas encontrado para a torção. Deste modo, na Tabela 18 estão presentes os quinze conjuntos de

coordenadas que obtiveram os melhores valores de θ . Estes valores estão em mm e foram obtidos para uma tensão eléctrica de -100 V.

Tabela 18 - Conjunto de coordenadas que originaram os 15 melhores valores de θ , para a flexão e a torção combinadas, com 6 piezoeléctricos.

Conjunto	X ₁	Y ₁	X ₂	Y ₂	X ₃	Y ₃	X ₄	Y ₄	X ₅	Y ₅	X ₆	Y ₆	θ
1	135	104	140	20	125	64	50	16	25	64	20	16	0,4145
2	135	28	100	20	50	116	35	52	30	20	55	16	0,3582
3	15	16	25	120	50	104	100	16	130	16	50	16	0,3558
4	135	24	100	20	50	104	55	16	40	64	20	16	0,3530
5	20	56	25	20	85	116	100	16	75	44	130	16	0,3474
6	135	48	95	20	85	104	25	68	20	16	20	108	0,3338
7	20	16	15	56	95	76	130	76	60	108	130	20	0,3285
8	95	104	130	20	20	108	50	16	40	64	20	16	0,3277
9	25	16	35	120	50	16	65	112	125	104	135	20	0,3272
10	85	88	105	120	110	16	25	60	140	112	25	20	0,3239
11	85	16	100	120	140	16	60	36	15	24	15	68	0,3124
12	110	48	80	32	110	16	25	112	140	112	25	20	0,3090
13	135	72	80	48	120	20	55	92	20	20	25	52	0,3077
14	115	24	140	20	50	116	20	16	125	108	20	108	0,3068
15	115	120	135	20	80	116	55	28	20	60	25	28	0,3062

Como se pode comprovar, para este caso a maioria das coordenadas tende para a mesma área que na torção pura, havendo poucos conjuntos de coordenadas dispersos. O máximo valor de θ alcançado para esta análise foi de 0,4145 mm, onde em comparação com os 0,6388 mm obtidos para a torção pura, representa uma diferença de cerca de 35%. Outra conclusão que se pode retirar da Tabela 18 é a discrepância dos valores de θ entre os vários conjuntos de coordenadas. Enquanto na torção pura (Tabela 13) a diferença entre o Conjunto 1 e o Conjunto 15 é de 8,7%, para esta análise, a diferença entre o Conjunto 1 e o Conjunto 15 é de 26,1%. Um factor que contribuiu para esta divergência de valores é a presença de alguma flexão, quando se está a realizar uma análise à torção (torção não pura).

De seguida é apresentado o Gráfico 5, com o intuito de averiguar a flexão que a ponta da placa sobre quando submetida à torção e vice-versa, para o melhor conjunto de coordenadas encontrado à torção (Conjunto 1, Tabela 18). Após uma breve análise do lado esquerdo do Gráfico 5, quando a placa está submetida à flexão, verifica-se que para este conjunto de coordenadas a ponta da placa possui pouca torção, isto é, só se começa a verificar torção a partir de uma tensão eléctrica de 120 V.

Quando os piezoeléctricos são submetidos a uma tensão eléctrica de 240 V, obtém-se um δ médio de 6,3246 mm e um valor θ de 0,0455 mm.

Relativamente à análise da torção presente no lado direito do Gráfico 5, é possível verificar a presença de alguma flexão para todos os campos eléctricos. Para uma tensão eléctrica de +240 V nos piezoeléctricos 1, 2 e 3 e uma tensão eléctrica de -240 V nos piezoeléctricos 4, 5 e 6, tem-se um θ de 0,9948 mm e um δ médio de 0,6349 mm. No caso de a análise ser à torção pura, o “eixo de simetria” possui um δ nulo, enquanto para este conjunto de coordenadas em estudo, leva a concluir que o eixo de simetria possui um δ de aproximadamente 0,6349 mm. A representação da ponta livre da placa, no Gráfico 5, é

exclusivamente referente à inclinação e posição que esta toma ao longo dos vários campos eléctricos aplicados.

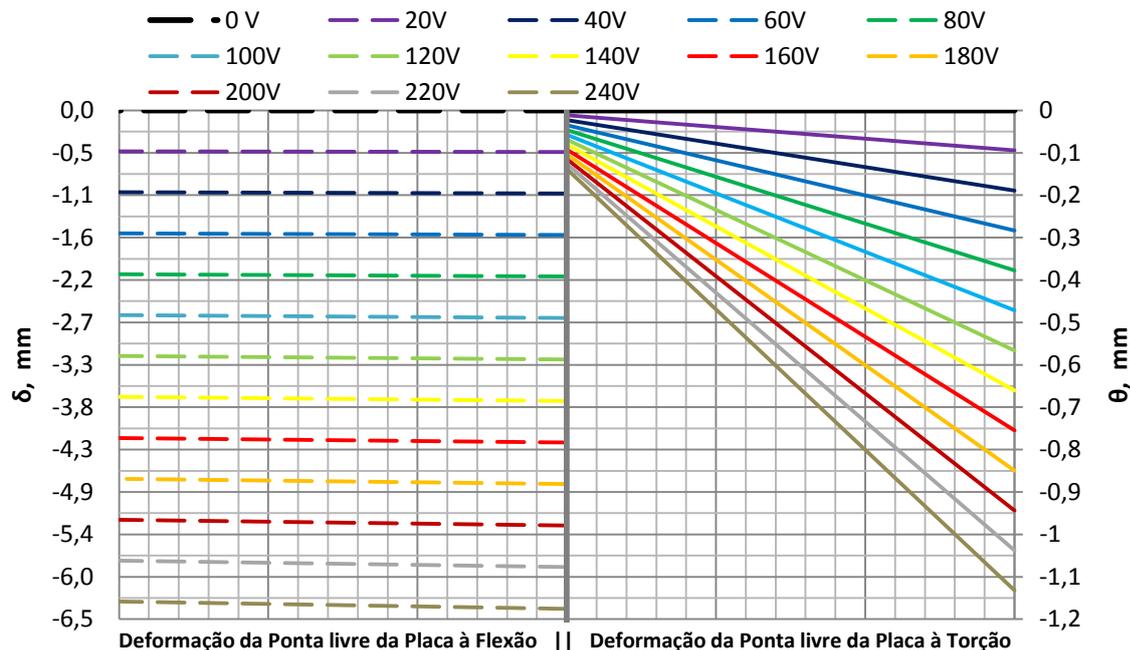


Gráfico 5 - Comportamento da ponta livre da placa, quando analisada à torção e à flexão para vários valores da tensão eléctrica, referente ao melhor conjunto de coordenadas encontrado à torção.

Assim, na Tabela 19 está um resumo destas duas análises para a torção e a flexão combinadas, quando é aplicada uma tensão eléctrica de +100 V (flexão) ou -100V (no caso da torção). Os valores das coordenadas de cada piezoeléctrico e respectivos valores da flexão e torção estão em mm.

Tabela 19 - Resumo da posição dos PZT's e respectivas deflexões na ponta livre da placa obtidas à torção e flexão combinadas.

	X ₁	Y ₁	X ₂	Y ₂	X ₃	Y ₃	X ₄	Y ₄	X ₅	Y ₅	X ₆	Y ₆	Torção	Flexão	Soma
Torção	135	104	140	20	125	64	50	16	25	64	20	16	0,4145	2,6353	3,0498
Flexão	100	48	95	80	90	120	45	76	10	16	55	116	0,1217	3,2022	3,3239

Uma conclusão que se pode retirar da Tabela 19 é a influência da torção e da flexão no valor da Soma, isto é, a Soma é o somatório das deflexões na ponta livre da placa obtidas à flexão (δ) com as deflexões na ponta livre da placa obtidas à torção (θ), por outras palavras, a função objectivo do AG para a flexão e a torção combinadas. Como se pode visualizar, a flexão tem mais impacto na função objectivo do que a torção, ou seja, em trabalhos futuros tem-se de ter em atenção este aspecto, de modo a que o AG não realize a optimização só à flexão mas sim à torção e à flexão.

Face a esta observação, decidiu-se fazer um estudo do valor da função objectivo do AG, para várias percentagens da torção e da flexão. Para este estudo foram escolhidas as oitenta posições que geraram os melhores valores à torção. Após se ter feito a selecção deste conjunto de posições, verificou-se o respectivo valor da flexão para cada conjunto. Importa referir que todos os valores são referentes a uma tensão eléctrica de 100 V.

A Eq. (29) exemplifica, para um dado conjunto de coordenadas, o valor da função objectivo, ou seja, inicialmente tem-se uma função objectivo ($f_{c1,1}$) constituída por 0% do valor à flexão (δ_1) e 100% do valor à torção (θ_1), para o conjunto “1” de coordenadas. A função objectivo seguinte tem 90% do valor à torção e 10% do valor à flexão, variando de 10% em 10% até se atingir a função objectivo $f_{c1,11}$ (constituída só pelo valor da flexão).

$$\begin{aligned} f_{c1,1} &= 0\%\delta_1 + 100\%\theta_1 \\ f_{c1,2} &= 10\%\delta_1 + 90\%\theta_1 \\ &\vdots \\ f_{c1,11} &= 100\%\delta_1 + 0\%\theta_1 \end{aligned} \tag{29}$$

A apresentação dos valores que a função objectivo possui para cada conjunto de coordenadas está presente no seguinte Gráfico 6.

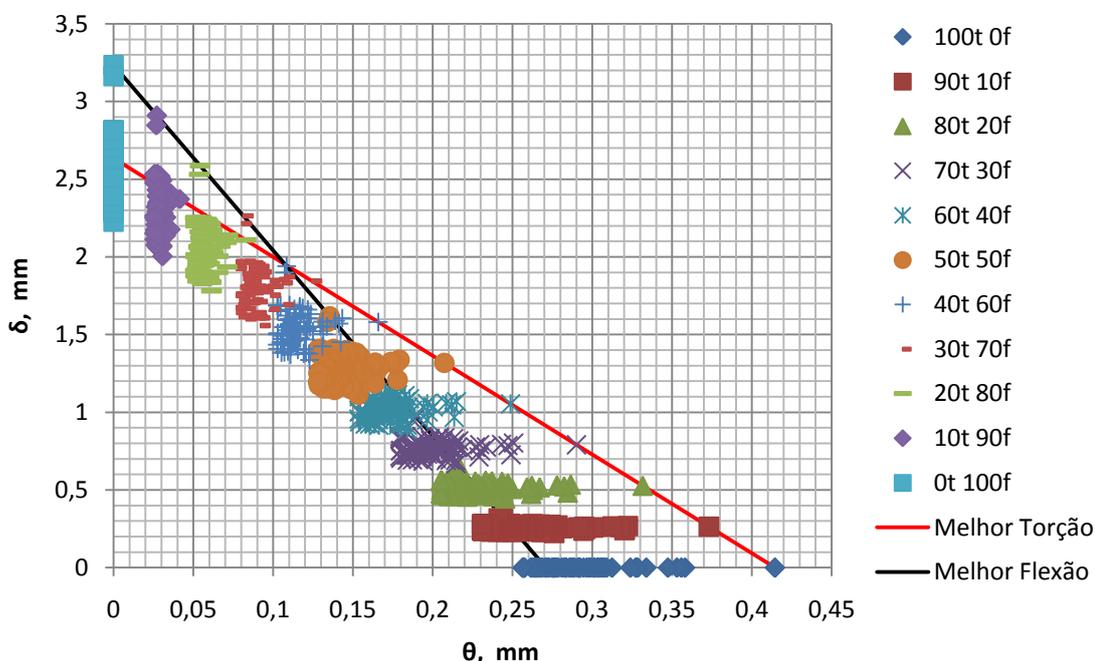


Gráfico 6 - Estudo da função objectivo para várias percentagens da torção e da flexão.

Como é visível no Gráfico 6, tendo sido já analisado anteriormente, as melhores posições para a torção e para a flexão não são as mesmas, havendo apenas um conjunto que consegue ser eficiente à torção e à flexão. Ter-se escolhido as melhores posições para a torção pode ter promovido haver mais posições óptimas à torção do que à flexão.

Este gráfico torna-se útil caso seja necessário, por exemplo uma posição que tenha uma função objectivo constituída por $f_c = 30\%\delta + 60\%\theta$, para implementação de controlo nos piezoeléctricos.

A selecção do conjunto de coordenadas pode ser realizada com o intuito de escolher-se os melhores valores para a torção (Linha Vermelha do Gráfico 6) ou os melhores valores para a flexão (Linha Preta).

4.1.2. Cinco Piezoelétricos

Nesta secção são apresentados os resultados com cinco piezoelétricos, mas apenas para a flexão. Uma vez que se estava a fazer uma análise sobre o impacto que o número de actuadores possuía, decidiu-se, após as devidas alterações, correr os programas para os cinco piezoelétricos. Como se tinha seguido a ordem de simulação usada para os 6 piezoelétricos, começou-se a simular e a obter resultados. Depois de completada a análise para a flexão, surgiram os primeiros percalços.

Uma vez que é um número ímpar de actuadores, para a flexão o 5º piezoelétrico estava sobre o eixo de simetria da placa, ou seja, ainda se continuava a ter flexão pura. Uma vez que esta metodologia resultou na flexão, ia ser implementada à torção, no entanto, ficou-se na dúvida se o 5º piezoelétrico ia ter uma tensão eléctrica positiva ou negativa. Após uma breve análise, verificou-se que o valor de θ quando o 5º piezoelétrico tomava uma tensão eléctrica positiva, negativa ou nula era o mesmo, levando à conclusão que para a torção pura, o 5º piezoelétrico era desprezável.

Face a isto, decidiu-se não realizar a análise para a torção pura e para a flexão e a torção combinadas, uma vez que não se ia ter uma análise “completa”, como a realizada para os seis piezoelétricos. Uma vez que já se tinham os resultados para a flexão, decidiu-se dar uso a esses mesmos, ao apresentá-los nesta subsecção.

Uma vez que agora está-se a trabalhar com cinco piezoelétricos, o número de variáveis é 5, estando expressas na seguinte Eq. (30).

$$X_1, Y_1, X_2, Y_2 \text{ e } Y_5 \quad (30)$$

Só é necessário definir estas variáveis, pois de acordo com a Eq. (31) tem-se que:

$$\begin{cases} X_3 = b - X_1, & Y_3 = Y_1 \\ X_4 = b - X_2, & Y_4 = Y_2 \\ X_5 = 0,06 \end{cases} \quad (31)$$

As restrições aplicadas são as seguintes:

$$\begin{cases} |X_1 - X_2| \geq P_x + b_p \quad \vee \quad |Y_1 - Y_2| \geq P_y + l_p \\ |Y_1 - Y_5| \geq P_y + l_p \\ |Y_2 - Y_5| \geq P_y + l_p \end{cases} \quad (32)$$

Quanto aos limites, tendo também por base os resultados obtidos para os seis piezoelétricos, os limites usados são os estabelecidos na Eq. (33).

$$\begin{cases} X \in [0,01; 0,06] \\ Y \in [0,016; 0,08] \end{cases} \quad (33)$$

Relativamente à posição inicial seleccionada, também tendo por base os resultados obtidos com seis piezoeléctricos à flexão, optou-se por usar a posição indicada na Eq. (34).

$$\begin{cases} X_1 = 0,05, & Y_1 = 0,016 \\ X_2 = 0,05, & Y_2 = 0,048 \\ & Y_5 = 0,080 \end{cases} \quad (34)$$

Em relação ao tamanho da população e seguindo os critérios usados para o caso de um conjunto de seis piezoeléctricos, o número de nós segundo X (N_X) e Y (N_Y) é o seguinte:

$$\begin{cases} N_X = 11 \text{ nós} \\ N_Y = 17 \text{ nós} \end{cases} \quad (35)$$

Com base no número de nós apresentados na Eq. (35) torna-se mais simples definir o tamanho da população.

Importa referir que o número de nós só é referente ao piezoeléctrico 1 e 2, enquanto para o piezoeléctrico 5 o número de nós é igual ao N_Y , uma vez que a posição do piezoeléctrico 5 só varia segundo Y. Posto isto, o tamanho da população é dado por:

$$tp = N_X \times N_Y + N_Y = 11 \times 17 + 17 = 204 \quad (36)$$

As restantes opções do algoritmo não foram alteradas em relação ao programa de seis piezoeléctricos à flexão. Estando a parte dos “inputs” definida, de seguida é feita a apresentação dos resultados obtidos.

Na Tabela 20 estão presentes o número de simulações realizadas para este conjunto de piezoeléctricos, bem como o número de simulações que resultaram, numa tensão eléctrica de 100V, em valores de δ superiores a 2,5 mm, entre 1,75 e 2,5 mm e inferiores a 1,75mm.

Como se pode verificar, cerca de 84% das simulações conseguem gerar um δ entre 1,75 e 2,5mm. O número de simulações, onde se obteve um δ inferior a 1,75 mm, deve-se a uma boa escolha dos limites.

Tabela 20 - Resumo dos valores obtidos nas simulações à flexão com 5 piezoeléctricos.

Totais	3384
Com δ superior a 2,5 mm	47
Com δ entre 1,75 a 2,5 mm	2852
Com δ inferior a 1,75 mm	489

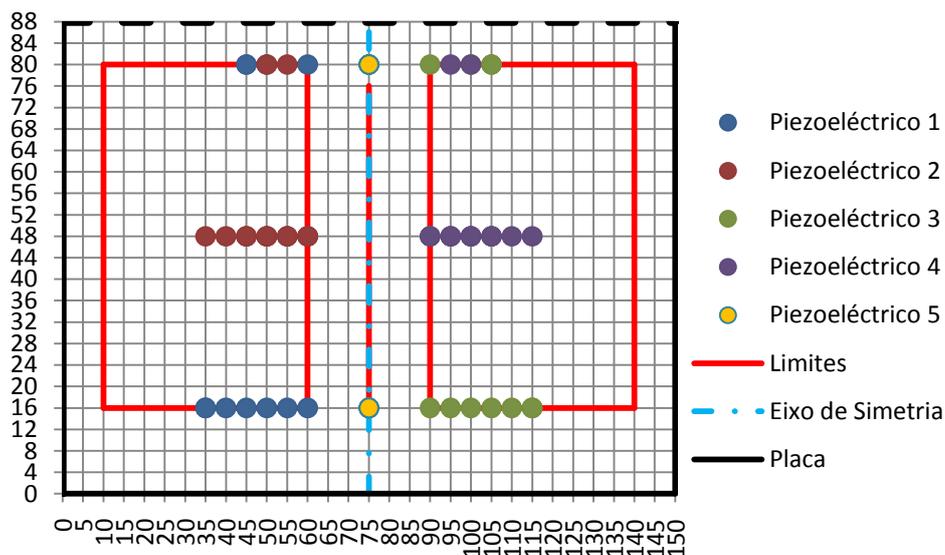
Finalizada esta parte introdutória, segue-se a apresentação de resultados, começando pela amostragem da Tabela 21, onde estão expostos os quinze conjuntos de coordenadas que obtiveram os melhores valores de δ , isto para uma tensão eléctrica de +100 V.

Importa referir que as coordenadas e o valor do δ encontram-se em mm.

Tabela 21 - Conjunto de coordenadas que originaram os 15 melhores valores de δ , com 5 piezoeléctricos.

Conjunto	X_1	Y_1	X_2	Y_2	X_3	Y_3	X_4	Y_4	X_5	Y_5	δ
1	60	16	60	48	90	16	90	48	75	80	3,1010
2	55	16	55	48	95	16	95	48	75	80	3,0169
3	50	16	50	48	100	16	100	48	75	80	2,9453
4	60	80	60	48	90	80	90	48	75	16	2,9091
5	45	16	45	48	105	16	105	48	75	80	2,8876
6	55	48	55	80	95	48	95	80	75	16	2,8640
7	60	48	50	80	90	48	100	80	75	16	2,8587
8	40	16	40	48	110	16	110	48	75	80	2,8334
9	40	16	55	48	110	16	95	48	75	80	2,8198
10	50	80	50	48	100	80	100	48	75	16	2,8117
11	45	80	50	48	105	80	100	48	75	16	2,7823
12	35	16	45	48	115	16	105	48	75	80	2,7804
13	35	16	35	48	115	16	115	48	75	80	2,7790
14	45	80	45	48	105	80	105	48	75	16	2,7681
15	35	16	50	48	115	16	100	48	75	80	2,7429

  semelhança dos casos anteriores, nesta tabela as diferenças de coordenadas entre conjuntos não diferem muito. Outro ponto de análise   o piezoeléctrico 5 que são tomou duas posi es, nos quinze conjuntos apresentados. Pode-se ver que o valor do δ tem um máximo de aproximadamente 3,1 mm, enquanto o mínimo apresentado   de apenas 2,74mm (aproximado).


Fig. 40 - Evolu o dos 5 piezoeléctricos na placa para as melhores posi es   flexão.

A Fig. 40 apresenta a evolu o de cada piezoeléctrico na placa, e dentro dos limites, referente ao conjunto de posi es apresentado na Tabela 21. Como se pode constatar, a área de desloca o dos piezoeléctricos continua a ser semelhante   obtida para a flexão, com um conjunto de seis piezoeléctricos. Em termos gráficos, a disposi o dos piezoeléctricos na placa também está de uma forma organizada, podendo-se visualizar os únicos valores que o piezoeléctrico 5 tomou, para os quinze conjuntos de coordenadas.

A sobreposi o de posi es também   visível para este caso. Findada a apresenta o e discussão dos quinze conjuntos de coordenadas que originaram os melhores valores de δ ,

sucedem-se os quinze conjuntos de coordenadas que ocasionaram os piores valores de δ . O valor destes conjuntos e respectivas posições de cada piezoeléctrico pode ser consultado na Tabela 22.

Tabela 22 - Conjunto de coordenadas que originaram os 15 piores valores de δ , com 5 piezoeléctricos.

Conjunto	X ₁	Y ₁	X ₂	Y ₂	X ₃	Y ₃	X ₄	Y ₄	X ₅	Y ₅	δ
1	15	76	40	76	135	76	110	76	75	40	1,5476
2	10	48	35	48	140	48	115	48	75	80	1,5461
3	40	80	15	80	110	80	135	80	75	40	1,5451
4	40	76	10	76	110	76	140	76	75	44	1,5391
5	10	72	35	72	140	72	115	72	75	36	1,5292
6	10	76	35	76	140	76	115	76	75	36	1,5273
7	15	80	40	76	135	80	110	76	75	44	1,5259
8	35	80	10	80	115	80	140	80	75	36	1,5237
9	15	80	40	80	135	80	110	80	75	44	1,5181
10	40	76	15	76	110	76	135	76	75	44	1,5177
11	35	76	10	76	115	76	140	76	75	40	1,4992
12	35	72	10	72	115	72	140	72	75	40	1,4991
13	35	80	10	80	115	80	140	80	75	40	1,4976
14	10	80	35	80	140	80	115	80	75	44	1,4716
15	10	76	35	76	140	76	115	76	75	44	1,4711

Depois de uma breve análise a estes conjuntos, pode-se verificar que a zona respeitante aos valores das coordenadas não difere muito, em relação a um conjunto de seis piezoeléctricos. Para este conjunto das piores posições, o piezoeléctrico 5 já possui mais posições, relativamente aos conjuntos das melhores posições. Na Fig. 41 está presente a evolução de cada piezoeléctrico ao longo da placa. Estranhamente para estes conjuntos de coordenadas, os piezoeléctricos já possuem uma certa organização, enquanto nos casos anteriores o mesmo não ocorria.

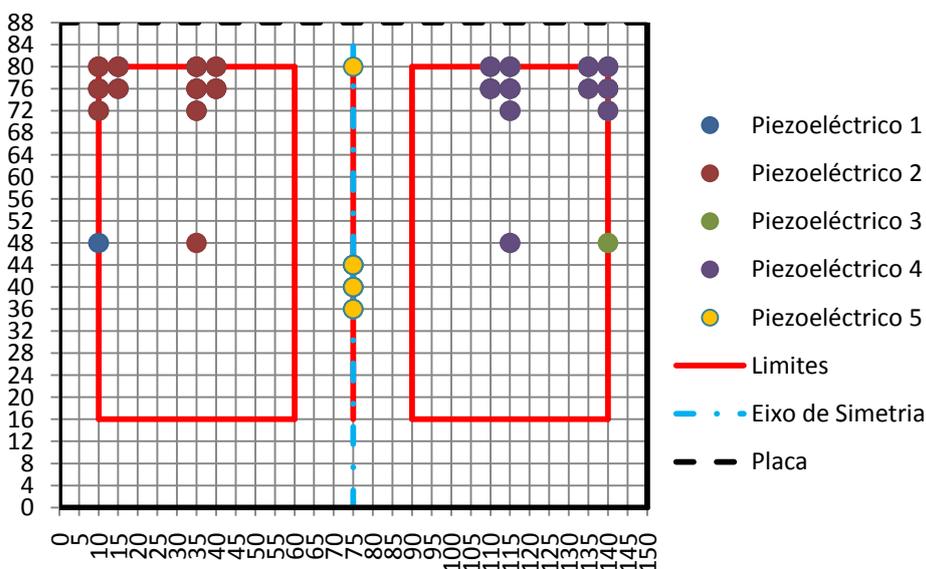


Fig. 41 - Evolução dos 5 piezoeléctricos na placa, para as piores posições à flexão.

Da mesma forma que nos casos anteriores, os conjuntos de coordenadas estavam próximos do limite superior, segundo Y, para a flexão pura com cinco piezoeléctricos também se verifica.

Concluída esta análise aos resultados e em seguimento da estrutura adoptada para o caso de seis piezoeléctricos, de seguida é apresentado a influência da tensão eléctrica no δ , para vários conjuntos de coordenadas. Estes conjuntos de coordenadas estão presentes na Tabela 23. Para além dos conjuntos de coordenadas que obtiveram o melhor e o pior valor de δ , também estão presentes conjuntos de coordenadas que quando aplicado uma tensão eléctrica de +100 V nos piezoeléctricos, na ponta da placa consegue-se obter um δ de aproximadamente 2,8 mm, 2,6 mm, 2,4 mm, 2,2 mm, 2 mm, 1,8 mm ou 1,6 mm.

Tabela 23 - Conjuntos de coordenadas usados na obtenção do Gráfico 7.

Conjunto	X_1	Y_1	X_2	Y_2	X_3	Y_3	X_4	Y_4	X_5	Y_5	δ para 100V
Melhor Conjunto	60	16	60	48	90	16	90	48	75	80	3,1010
Conjunto 1	45	80	50	48	105	80	100	48	75	16	2,7823
Conjunto 2	30	80	25	48	120	80	125	48	75	16	2,5994
Conjunto 3	55	48	10	76	95	48	140	76	75	16	2,3996
Conjunto 4	25	44	55	20	125	44	95	20	75	76	2,1992
Conjunto 5	15	20	45	20	135	20	105	20	75	64	1,9995
Conjunto 6	20	72	50	72	130	72	100	72	75	24	1,7996
Conjunto 7	40	80	15	80	110	80	135	80	75	32	1,5997
Pior Conjunto	10	76	35	76	140	76	115	76	75	44	1,4711

A influência da tensão eléctrica para vários conjuntos de coordenadas, no valor de δ pode ser visualizada no Gráfico 7.

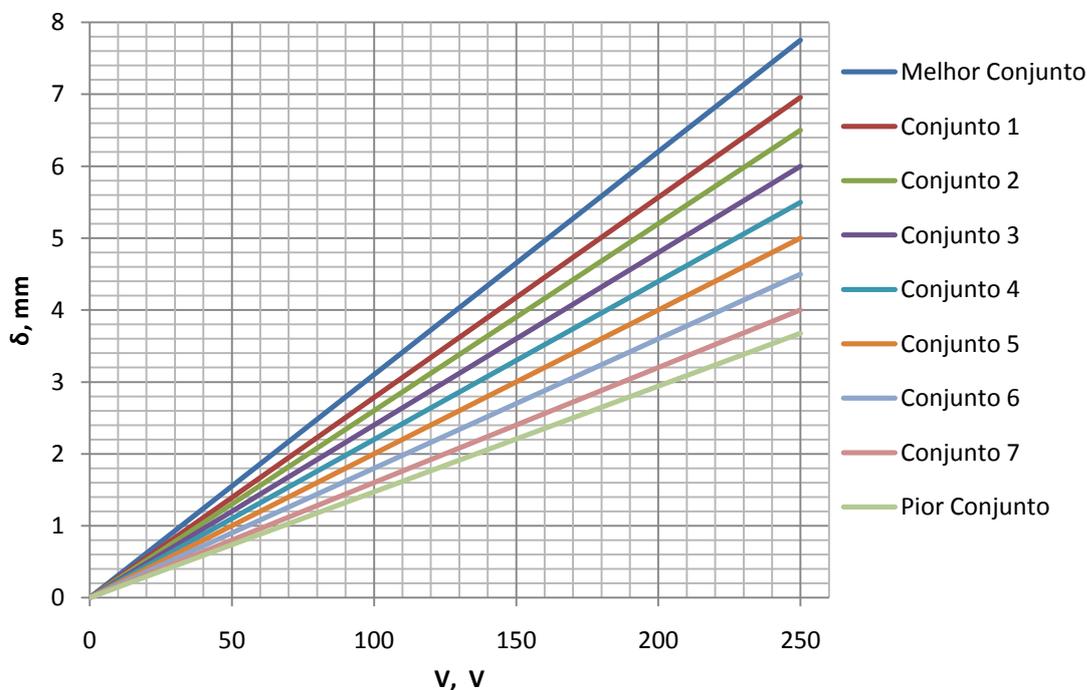


Gráfico 7 - V vs δ para algumas posições de 5 piezoeléctricos.

Como nos casos anteriores, para a criação do Gráfico 7, foi alterada a tensão eléctrica em cada conjunto de coordenadas, com um valor mínimo de 10 V (para 0 V não foi preciso

calcular, pois $\delta=0$) e um máximo de 250 V, necessitando de vinte e cinco simulações no Abaqus™, para cada conjunto, de modo a se poder visualizar este comportamento da placa.

Caso fosse necessário um δ de 1mm, 2mm ou 3 mm, qualquer conjunto de posições cumpria este requisito. No caso de ser necessário um δ de 5 mm, só seis conjuntos o conseguiam, enquanto para atingir 6 mm, só se tinha quatro conjuntos e um δ a 7 mm, só iria ser alcançado por um conjunto de coordenadas.

4.1.3. Quatro Piezoelétricos

4.1.3.a. Flexão

Para a flexão pura, com um conjunto de quatro piezoelétricos, só é necessário definir como variáveis as seguintes coordenadas do piezoelétrico 1 e 2:

$$X_1, Y_1, X_2 \text{ e } Y_2 \quad (37)$$

As coordenadas dos piezoelétricos 3 e 4 são definidas como:

$$\begin{cases} X_3 = b - X_1, & Y_3 = Y_1 \\ X_4 = b - X_2, & Y_4 = Y_2 \end{cases} \quad (38)$$

As restrições aplicadas são as seguintes:

$$\{|X_1 - X_2| \geq P_x + b_p \quad \vee \quad |Y_1 - Y_2| \geq P_y + l_p \quad (39)$$

Os limites usados no modelo computacional para a flexão pura com um conjunto de 4 piezoelétricos são os seguintes:

$$\begin{cases} X \in [0,03; 0,06] \\ Y \in [0,016; 0,08] \end{cases} \quad (40)$$

Relativamente à posição inicial, tendo por base os casos anteriores, é definida a seguinte:

$$\begin{cases} X_1 = 0,06; & Y_1 = 0,016 \\ X_2 = 0,06; & Y_2 = 0,048 \end{cases} \quad (41)$$

Em relação ao tamanho da população, este foi definido de acordo com os critérios referidos anteriormente estando expresso este valor na Eq. (42).

$$\begin{cases} N_x = 7 \text{ nós} \\ N_y = 17 \text{ nós} \end{cases} \Rightarrow tp = N_x \times N_y = 7 \times 17 = 119 \quad (42)$$

Na Tabela 24 estão presentes os resultados obtidos nas simula es realizadas, desde o número total de simula es realizadas, ao número de simula es que quando o conjunto de piezoelétricos era submetido a uma tensão elétrica de 100V, conseguiram um valor de δ superior a 2,25mm, inferior a 1,5mm, ou entre 1,5 mm a 2,25 mm.

Tabela 24 - Resumo dos valores obtidos nas simula es,   flexão com 4 piezoelétricos.

Totais	809
Com δ superior a 2,25 mm	45
Com δ entre 1,5 a 2,25 mm	698
Com δ inferior a 1,5 mm	66

Na Tabela 25, são apresentados os quinze conjuntos de coordenadas que originaram os melhores valores de δ , onde os valores apresentados são referentes a uma tensão elétrica de 100V. Os valores das coordenadas e do δ estão em mm.

Como era de esperar, o valor de δ com este conjunto de quatro piezoelétricos   inferior aos valores obtidos com um conjunto de seis piezoelétricos, onde no caso dos seis piezoelétricos o δ máximo na ponta da placa   superior 28%, relativamente ao obtido com um conjunto de quatro piezoelétricos.

Tabela 25 - Conjuntos de coordenadas que originaram os 15 melhores valores de δ , com 4 piezoelétricos.

Conjunto	X_1	Y_1	X_2	Y_2	X_3	Y_3	X_4	Y_4	δ
1	60	16	60	48	90	16	90	48	2,5048
2	55	16	55	48	95	16	95	48	2,4955
3	50	16	50	48	100	16	100	48	2,4839
4	50	16	55	48	100	16	95	48	2,4705
5	45	16	45	48	105	16	105	48	2,4653
6	50	16	45	48	100	16	105	48	2,4489
7	40	16	40	48	110	16	110	48	2,4387
8	60	16	60	52	90	16	90	52	2,4076
9	55	16	55	52	95	16	95	52	2,4053
10	35	16	35	48	115	16	115	48	2,4035
11	50	16	50	52	100	16	100	52	2,3970
12	40	16	35	48	110	16	115	48	2,3948
13	50	16	40	48	100	16	110	48	2,3813
14	45	16	45	52	105	16	105	52	2,3804
15	50	52	45	16	100	52	105	16	2,3769

A diferença de coordenadas entre conjuntos, como se pode constatar, não   muita, como tinha ocorrido com casos anteriores. Desta forma, na seguinte Fig. 42   apresentado o progresso de cada piezoelétrico, havendo têm uma sobreposi o de coordenadas.

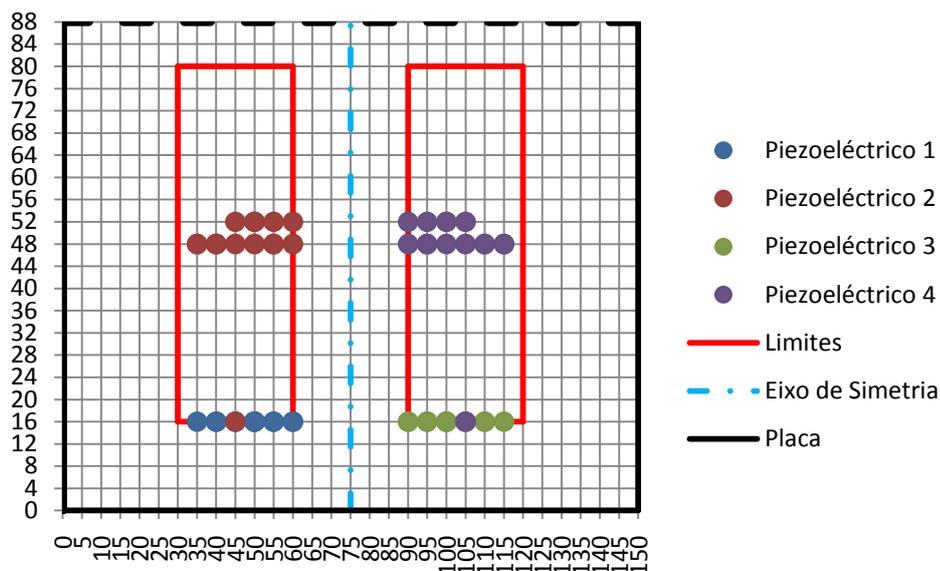


Fig. 42 - Evolução dos 4 piezoelétricos na placa, para as melhores posições à flexão.

Realizada uma breve análise à Fig. 42, as conclusões que se podem tirar são as mesmas, já obtidas para casos anteriores, pelo que não há a necessidade de as repetir. Ultimada esta análise das melhores posições obtidas, na Tabela 26 estão presentes os quinze conjuntos de coordenadas que obtiveram os piores valores de δ , onde os valores estão em mm. Os valores de δ são referentes a uma tensão eléctrica de +100 V.

Tabela 26 - Conjuntos de coordenadas que originaram os 15 piores valores de δ , com 4 piezoelétricos.

Conjunto	X ₁	Y ₁	X ₂	Y ₂	X ₃	Y ₃	X ₄	Y ₄	δ
1	60	64	30	72	90	64	120	72	1,2240
2	30	64	60	64	120	64	90	64	1,2230
3	30	68	60	72	120	68	90	72	1,2006
4	55	64	30	64	95	64	120	64	1,1981
5	30	68	60	68	120	68	90	68	1,1976
6	30	68	55	72	120	68	95	72	1,1872
7	30	80	60	72	120	80	90	72	1,1781
8	60	72	30	72	90	72	120	72	1,1734
9	55	68	30	68	95	68	120	68	1,1731
10	30	76	60	76	120	76	90	76	1,1504
11	55	72	30	72	95	72	120	72	1,1492
12	60	80	30	80	90	80	120	80	1,1284
13	55	76	30	76	95	76	120	76	1,1266
14	30	80	55	76	120	80	95	76	1,1234
15	55	80	30	80	95	80	120	80	1,1048

Ao serem visualizados estes resultados, pode-se concluir que a zona que apresenta os piores resultados continua a ser próxima do limite superior, segundo Y. Na Fig. 43 está representada a evolução de cada piezoelétrico na placa, de acordo com os conjuntos de coordenadas da Tabela 26.

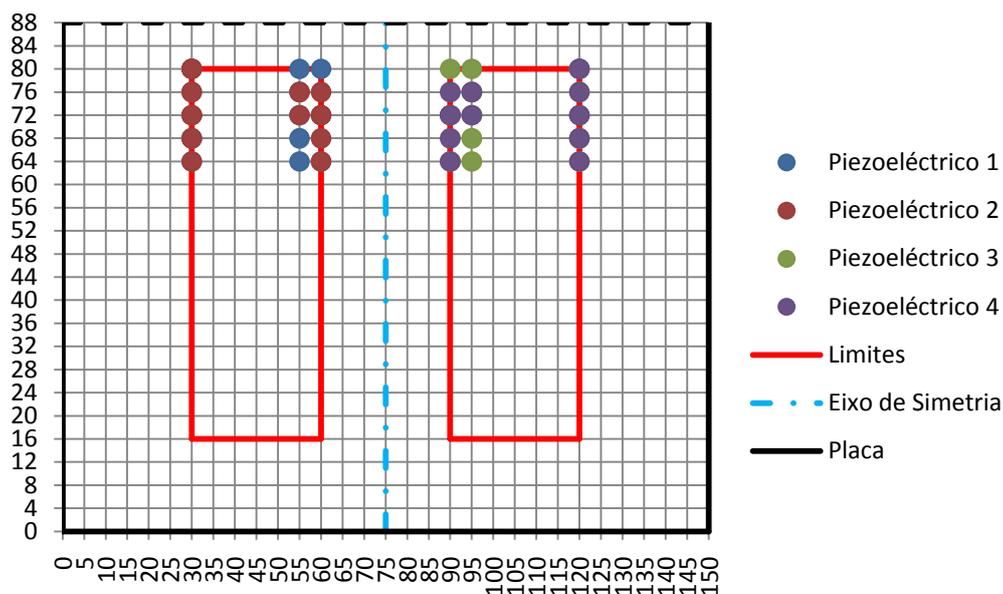


Fig. 43 - Evolu o dos 4 piezoelétricos na placa para as piores posi es   flexão.

Como referido, os piezoelétricos para este caso e restantes, tendam a ficar o mais afastado possível da ponta encastrada da placa. Com estas apresenta es dos melhores e piores conjuntos de posi es, continua a ser viável afirmar que para obten o dos melhores valores de δ , os piezoelétricos devem estar o mais próximo da ponta encastrada da placa e próximos do eixo de simetria, isto para a flexão pura.

Outra análise aos resultados obtidos   o gráfico V vs δ , onde na Tabela 27 estão presentes os conjuntos das coordenadas que foram utilizados para obten o do Gráfico 8. Os valores das coordenadas e do δ estão em mm.

Tabela 27 - Conjuntos de coordenadas usados para a obten o do Gráfico 8.

Conjunto	X_1	Y_1	X_2	Y_2	X_3	Y_3	X_4	Y_4	δ para 100 V
Melhor Conjunto	60	16	60	48	90	16	90	48	2,5048
Conjunto 1	55	16	55	56	95	16	95	56	2,3460
Conjunto 2	60	16	40	68	90	16	110	68	2,1993
Conjunto 3	50	24	55	56	100	24	95	56	2,0458
Conjunto 4	30	64	35	32	120	64	115	32	1,8998
Conjunto 5	40	80	30	24	110	80	120	24	1,7498
Conjunto 6	55	56	30	36	95	56	120	36	1,5992
Conjunto 7	60	36	30	36	90	36	120	36	1,4476
Conjunto 8	30	52	55	56	120	52	95	56	1,2944
Pior Conjunto	55	80	30	80	95	80	120	80	1,1048

Como nos outros casos, a selec o do conjunto de coordenadas passou por empregar o conjunto que originou o melhor e o pior valor de δ . Os restantes conjuntos foram seleccionados de uma forma simples, tendo sido escolhido como valor inicial, um conjunto de coordenadas que fosse capaz de fornecer um δ de 2,35mm (aproximadamente), quando submetida a uma tensão elétrica de 100V, onde o próximo conjunto de coordenadas foi

obtido ao diferir de apenas 0,15 mm que o anterior, até se atingir 1,3 mm (aprox.), como se pode visualizar na Tabela 27.

Ao realizar uma comparação entre os valores obtidos na Tabela 11 e Tabela 27 facilmente começa-se a ter uma noção da influência do número de actuadores, onde a diferenças entre os valores máximos de δ chega a ser cerca de 72%.

Relativamente ao gráfico Tensão eléctrica aplicada a cada conjunto de piezoeléctricos vs deslocamento provocado na ponta da placa livre, pode ser visualizado no Gráfico 8.

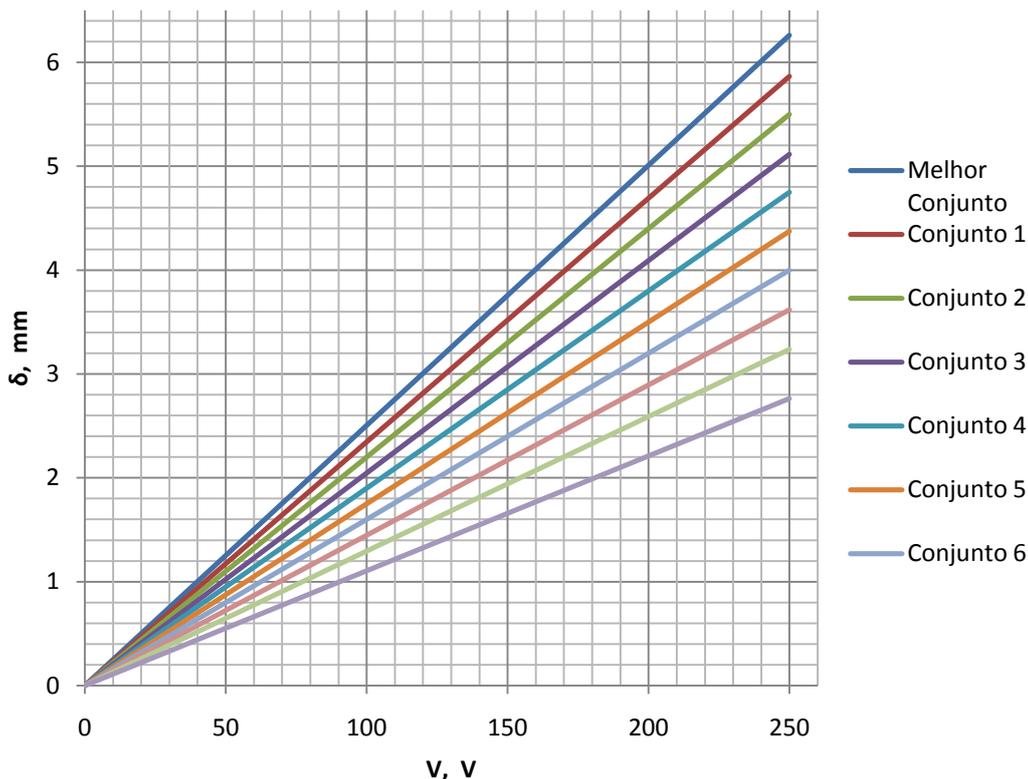


Gráfico 8 - V vs δ para algumas posições de 4 piezoeléctricos.

Efectuada uma breve análise a este Gráfico 8, pode-se concluir que todos os conjuntos de coordenadas conseguem produzir até 2 mm de δ . No entanto, para 3 mm só um conjunto de coordenadas não consegue atingir esse objectivo.

Para se obter um δ de 5 mm, dos conjuntos de coordenadas usados, apenas quatro conjuntos conseguem este propósito. Infelizmente só um conjunto de coordenadas consegue obter um δ superior a 6 mm.

4.1.3.b. Torção

As variáveis utilizadas para a torção pura são as mesmas variáveis usadas para a flexão pura, Eq. (37) e Eq. (38). As restrições aplicadas para a torção são as mesmas que as da flexão, Eq. (39). Deste modo, os limites usados à torção pura para um conjunto de 4 piezoeléctricos são os seguintes:

$$\begin{cases} X \in [0,01; 0,055] \\ Y \in [0,016; 0,08] \end{cases} \quad (43)$$

A posição inicial, tendo por base as análises anteriores, é definida como:

$$\begin{cases} X_1 = 0,015; Y_1 = 0,016 \\ X_2 = 0,015; Y_2 = 0,048 \end{cases} \quad (44)$$

O tamanho da população, aplicando os critérios referidos anteriormente, é dado por:

$$\begin{cases} N_X = 10 \text{ nós} \\ N_Y = 17 \text{ nós} \end{cases} \Rightarrow tp = N_X \times N_Y = 10 \times 17 = 170 \quad (45)$$

Para além da definição do tamanho da população (Eq. (45)), as restantes opções do algoritmo não foram alteradas, em relação aos casos referidos anteriormente.

No script, os piezoeléctricos 1 e 2 foi-lhes imposta uma tensão eléctrica de +100 V, enquanto nos restantes, 3 e 4, a tensão eléctrica aplicada foi de -100 V.

Com esta parte da definição dos inputs findada, de seguida, na Tabela 28, tem-se um resumo dos resultados obtidos computacionalmente. Os valores das coordenadas e de θ estão em mm.

Tabela 28 - Resumo dos valores obtidos nas simulações, à torção com 4 piezoeléctricos.

Totais	2089
Com θ superior a 0,35 mm	190
Com θ entre 0,15 a 0,35 mm	1265
Com θ inferior a 0,15 mm	643

Como se pode visualizar na Tabela 28, o número de simulações à torção foi superior às realizadas para a flexão.

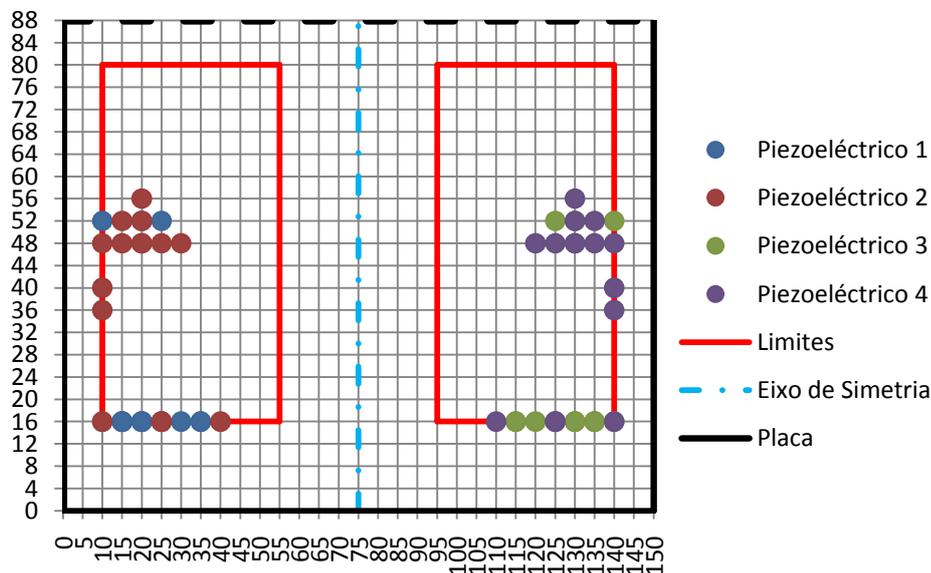
De seguida, na Tabela 29, estão presentes os quinze melhores conjuntos de coordenadas obtidos à torção. Todos os valores estão em mm.

Já esperado, os conjuntos de coordenadas não diferem muito, convergindo os mesmos para uma dada área da placa. Da mesma forma que se realizou um estudo da evolução da posição que um dado piezoeléctrico tomou à flexão, de seguida é possível visualizar na Fig. 44 essa evolução, tendo como base os valores da Tabela 29.

Tabela 29 - Conjuntos de coordenadas que originaram os 15 melhores valores de θ com 4 piezoeléctricos.

Conjunto	X ₁	Y ₁	X ₂	Y ₂	X ₃	Y ₃	X ₄	Y ₄	θ
1	20	16	20	48	130	16	130	48	0,5034
2	15	16	15	48	135	16	135	48	0,5028
3	25	16	25	48	125	16	125	48	0,4933
4	10	16	10	48	140	16	140	48	0,4881
5	30	16	30	48	120	16	120	48	0,4738
6	20	52	25	16	130	52	125	16	0,4723
7	35	16	20	48	115	16	130	48	0,4699
8	20	16	20	52	130	16	130	52	0,4690
9	15	16	15	52	135	16	135	52	0,4682
10	25	52	25	16	125	52	125	16	0,4591
11	35	16	10	36	115	16	140	36	0,4556
12	35	16	10	40	115	16	140	40	0,4529
13	10	52	10	16	140	52	140	16	0,4520
14	15	16	40	16	135	16	110	16	0,4496
15	20	16	20	56	130	16	130	56	0,4464

Como era de esperar, existem algumas posições dos piezoeléctricos sobrepostas, podendo indicar que não estão representadas os quinze conjuntos de coordenadas. Outra conclusão que se obtém da Fig. 44, é que as coordenadas tendem a ficar o mais afastadas do centro de simetria da placa, como já se tinha verificado anteriormente para a torção com um conjunto de 6 piezoeléctricos.



Para além de as posições dos piezoeléctricos tenderem a ficarem distantes do centro de simetria, pode-se visualizar que tendem a ficar próximos da ponta encastrada da placa.

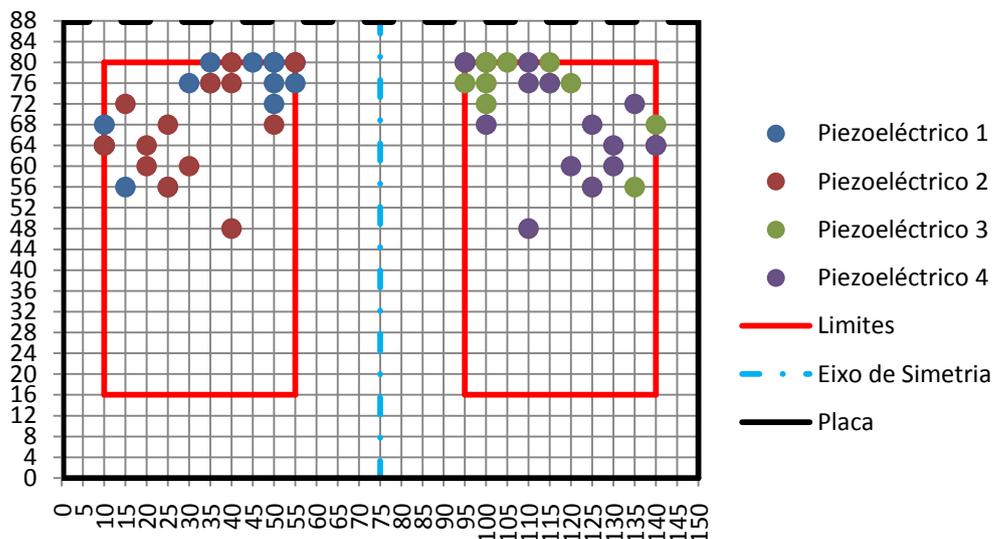
Também se pode concluir que a definição da posição inicial pode ter contribuído para a obtenção dos conjuntos de coordenadas próximos a esta.

Na Tabela 30, estão os conjuntos de coordenadas que originaram os piores valores de θ , onde os valores das coordenadas e respectivo θ estão em mm.

Tabela 30 - Conjuntos de coordenadas que originaram as 15 piores valores de θ com 4 piezoelétricos.

Conjunto	X_1	Y_1	X_2	Y_2	X_3	Y_3	X_4	Y_4	θ
1	25	56	50	68	125	56	100	68	0,0381
2	55	80	40	48	95	80	110	48	0,0381
3	15	56	40	76	135	56	110	76	0,0376
4	45	80	15	72	105	80	135	72	0,0376
5	10	68	35	76	140	68	115	76	0,0358
6	10	64	40	80	140	64	110	80	0,0356
7	50	80	20	60	100	80	130	60	0,0343
8	35	76	10	64	115	76	140	64	0,0305
9	30	76	55	80	120	76	95	80	0,0292
10	50	80	20	64	100	80	130	64	0,0285
11	50	72	25	56	100	72	125	56	0,0282
12	50	76	25	56	100	76	125	56	0,0244
13	35	80	10	64	115	80	140	64	0,0220
14	55	76	30	60	95	76	120	60	0,0082
15	50	80	25	68	100	80	125	68	0,0082

Como era de esperar, se os valores de θ já eram baixos para as melhores posi es, nas piores posi es o θ ainda toma valores muito mais baixos. Caso estes conjuntos de coordenadas fossem implementados experimentalmente, o equipamento de medida de θ teria de ter uma resolu o elevada, uma vez que estamos a tratar de medidas na ordem dos micr metros.


Fig. 45 - Evolu o dos 4 piezoelétricos na placa para as piores posi es   torção.

Quanto   evolu o da posi o de um dado piezoelétrico na placa, para a torção pura, pode ser consultada na Fig. 45.

Para a torção pura pode-se verificar que já não existe uma certa organiza o da posi o de um dado piezoelétrico, isto  , enquanto nos melhores conjuntos de posi es um dado piezoelétrico podia convergir para uma dada zona da placa, neste caso isso já não se verifica. Acabada a análise dos conjuntos de coordenadas que obtiveram os melhores e os piores valores de θ , segue-se a análise V vs θ . Para a obten o deste gráfico, foram

seleccionados alguns conjuntos de coordenadas, onde figuram o conjunto de coordenadas que originou o melhor e o pior valor de θ , entre outros. Este conjuntos podem ser vistos na Tabela 31, onde a unidade do valor das coordenadas e respectivo θ é o mm.

Tabela 31 - Conjunto de coordenadas usados para a obtenção do Gráfico 9.

Conjunto	X ₁	Y ₁	X ₂	Y ₂	X ₃	Y ₃	X ₄	Y ₄	θ para 100V
Melhor Conjunto	20	16	20	48	130	16	130	48	0,5034
Conjunto 1	25	64	15	16	125	64	135	16	0,3995
Conjunto 2	35	20	35	56	115	20	115	56	0,2995
Conjunto 3	30	32	15	80	120	32	135	80	0,2000
Conjunto 4	55	36	55	72	95	36	95	72	0,0998
Conjunto 5	55	64	10	80	95	64	140	80	0,0900
Conjunto 6	35	80	15	48	115	80	135	48	0,0798
Conjunto 7	15	60	50	68	135	60	100	68	0,0699
Conjunto 8	45	80	10	80	105	80	140	80	0,0598
Pior Conjunto	50	80	25	68	100	80	125	68	0,0082

Definido o conjunto de coordenadas utilizado, no Gráfico 9 pode-se ver o comportamento de θ para vários valores da tensão eléctrica.

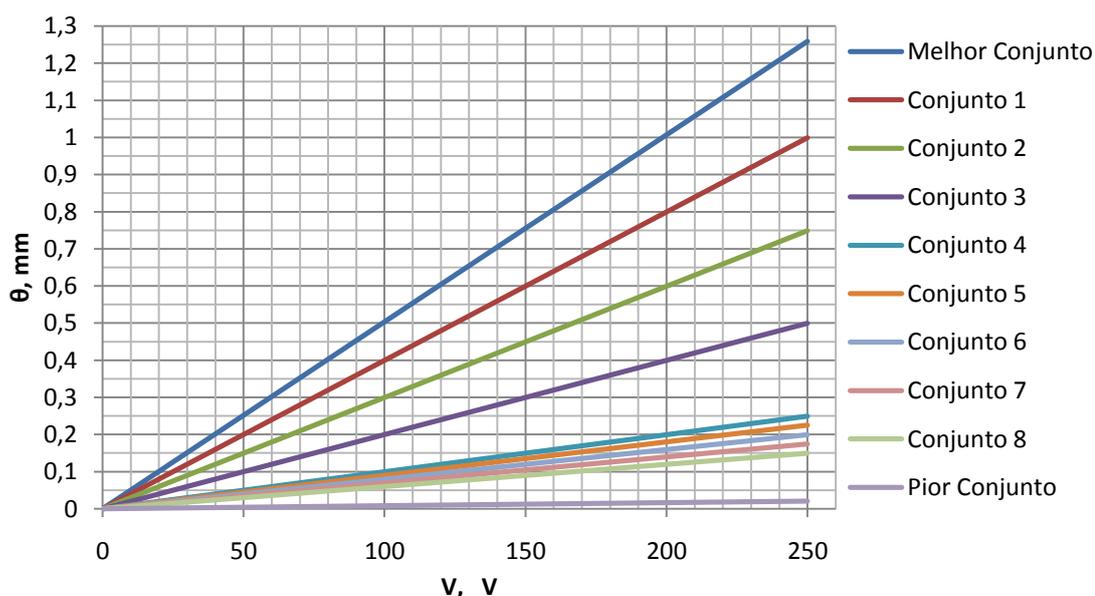


Gráfico 9 - V vs θ para algumas posições de 4 piezoeléctricos

Como se pode ver, só existe um conjunto de coordenadas que oferece um valor de θ superior a 1 mm. É possível concluir que, para obter-se bons valores de θ é necessário aplicar elevadas tensões eléctricas, bem como ter bastantes conjuntos de piezoeléctricos.

4.1.3.c. Torção e Flexão Combinadas

Uma vez que para a flexão e a torção combinadas não existe simetria entre piezoeléctricos o número de variáveis é de oito, onde estas estão representadas na Eq. (46).

$$X_1, Y_1, X_2, Y_2, X_3, Y_3, X_4 \text{ e } Y_4 \quad (46)$$

As restrições aplicadas são as seguintes:

$$\begin{cases} |X_1 - X_2| \geq P_x + b_p \vee |Y_1 - Y_2| \geq P_y + l_p \\ |X_1 - X_3| \geq P_x + b_p \vee |Y_1 - Y_3| \geq P_y + l_p \\ |X_1 - X_4| \geq P_x + b_p \vee |Y_1 - Y_4| \geq P_y + l_p \\ |X_2 - X_3| \geq P_x + b_p \vee |Y_2 - Y_3| \geq P_y + l_p \\ |X_2 - X_4| \geq P_x + b_p \vee |Y_2 - Y_4| \geq P_y + l_p \\ |X_3 - X_4| \geq P_x + b_p \vee |Y_3 - Y_4| \geq P_y + l_p \end{cases} \quad (47)$$

Uma vez que todas as coordenadas dos piezoelétricos são variáveis, os limites definidos para a flexão e torção combinadas tomam os seguintes valores:

$$\begin{cases} X \in [0,01; 0,14] \\ Y \in [0,016; 0,08] \end{cases} \quad (48)$$

Em relação   posição inicial, para este caso optou-se por um conjunto de coordenadas intermédio para a torção e para a flexão, estando expressa na Eq. (49).

$$\begin{cases} X_1 = 0,04; Y_1 = 0,016 \\ X_2 = 0,04; Y_2 = 0,048 \\ X_3 = 0,11; Y_3 = 0,016 \\ X_4 = 0,11; Y_4 = 0,048 \end{cases} \quad (49)$$

No caso do tamanho da população, os critérios aplicados   definição deste parâmetro são os mesmos critérios aplicados nos casos anteriores. Assim sendo, o tamanho da população está indicado na Eq. (50).

$$\begin{cases} N_X = 27 \text{ nós} \\ N_Y = 17 \text{ nós} \end{cases} \Rightarrow tp = N_X \times N_Y = 27 \times 17 = 459 \quad (50)$$

As restantes opções do algoritmo não foram alteradas, em comparação com os casos anteriores. Também nesta análise para a flexão e a torção combinadas as bases de dados obtidas   flexão e   torção pura são utilizadas.

Na Tabela 32 tem-se um resumo dos resultados obtidos para a flexão e a torção combinadas.

Tabela 32 - Resumo do número de simulações obtidas para a flexão e a torção combinadas.

Totais	24207
Flexão	12314
Torção	11893

Da mesma forma que para a flexão e a torção combinadas com seis piezoelétricos o número de simulações para a torção e para a flexão não são iguais, volta-se a verificar o mesmo para um conjunto de quatro piezoelétricos.

Assim, na Tabela 33, encontram-se os quinze conjuntos de coordenadas que originaram os melhores valores de δ , estando todos os valores em mm. Estes dados foram obtidos para uma tensão eléctrica de 100V.

Tabela 33 - Conjunto de coordenadas que originaram os 15 melhores valores de δ para a flexão e a torção combinadas, com 4 piezoelétricos.

Conjunto	X ₁	Y ₁	X ₂	Y ₂	X ₃	Y ₃	X ₄	Y ₄	δ
1	80	80	65	16	80	48	110	24	2,4524
2	80	48	65	80	90	16	40	44	2,3788
3	110	76	80	16	110	44	65	52	2,3624
4	45	16	80	48	110	80	95	16	2,3568
5	75	48	125	48	75	16	125	16	2,3559
6	95	48	95	16	60	16	20	80	2,3474
7	40	72	40	36	85	48	70	16	2,3415
8	60	76	95	16	110	52	60	44	2,3295
9	30	36	60	72	80	16	85	48	2,3274
10	105	16	60	48	50	16	125	72	2,3273
11	120	16	65	48	110	80	55	16	2,3237
12	65	56	60	16	40	80	85	24	2,3188
13	90	48	95	80	65	16	45	68	2,3121
14	75	48	70	16	120	64	45	76	2,3103
15	60	76	60	16	120	16	115	48	2,3088

Tendo por base os valores da Tabela 33 verifica-se que os conjuntos de coordenadas tendem para o centro da placa, próximos da ponta encastrada da placa. O valor máximo de δ obtido para a flexão e a torção combinadas, em comparação com o valor máximo do δ obtido à flexão pura tem um decréscimo de cerca de 23,4%, quando é aplicada uma tensão eléctrica de +100 V aos quatro piezoelétricos.

De modo a analisar a influência da flexão quando a placa está a ser analisada à torção e vice-versa, é alterado o valor da tensão eléctrica aplicada aos piezoelétricos e verifica-se o comportamento da ponta livre da placa, para o melhor conjunto encontrado à flexão (Conjunto 1, Tabela 33), podendo-se visualizar os resultados deste estudo no Gráfico 10. Após uma breve análise aos valores obtidos para a flexão (lado esquerdo do Gráfico 10) verifica-se que a torção começa a aparecer a partir de uma tensão eléctrica de 60V.

Caso os piezoelétricos sejam submetidos a uma tensão eléctrica de +240 V, para o conjunto de coordenadas em análise (Conjunto 1, Tabela 33) à flexão (lado esquerdo do Gráfico 10), a ponta da placa possui um δ de 5,8858 mm e um θ de 0,0700 mm.

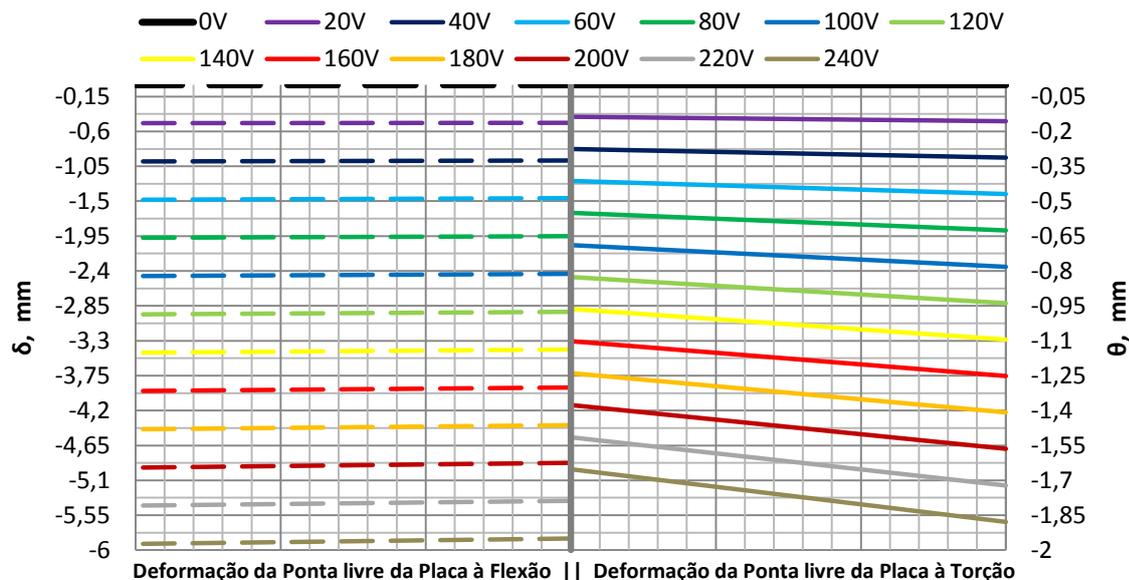


Gráfico 10 - Comportamento da ponta livre da placa, quando analisada à torção e à flexão para vários valores da tensão eléctrica, referente ao melhor conjunto de coordenadas encontrado à flexão.

À semelhança do comportamento da ponta livre da placa para a torção presente no Gráfico 4, no lado direito do Gráfico 10 (torção) também se verifica a presença da flexão para todos os valores da tensão eléctrica, influenciando assim os resultados obtidos.

A torção na ponta da placa começa a ser visível a partir de uma tensão eléctrica de 20 V. Para uma tensão eléctrica de +240 V, à torção (lado direito do Gráfico 10), a ponta da placa possui um δ de 1,7650 mm e um θ de 0,0700 mm.

Face a estes resultados, também pode concluir-se que o conjunto de coordenadas “1”, da Tabela 33, não é recomendado para a torção, pois como se pode comprovar a ponta da placa apresenta mais flexão do que torção, quando devia ocorrer o oposto (em termos gráficos).

De seguida é apresentada a análise para o melhor conjunto de coordenadas encontrado à torção. Assim, os quinze conjuntos de coordenadas que obtiveram os melhores valores de θ estão representados na Tabela 34. Estes valores estão em mm e foram obtidos para uma tensão eléctrica de -100 V.

Relativamente ao máximo valor de θ presente na Tabela 34, este representa uma diminuição de cerca de 10,6% com o máximo valor de θ à torção pura (Tabela 29). Como se pode verificar na Tabela 34 não existe muita discrepância dos valores de θ entre os vários conjuntos de coordenadas, uma vez que na torção pura (Tabela 29) a diferença entre o Conjunto 1 e conjunto 15 é de 13,5%, para a flexão e torção combinadas (Tabela 34), a diferença entre o Conjunto 1 e Conjunto 15 é de 11,3%.

Tabela 34 - Conjunto de coordenadas que originaram os 15 melhores valores de θ para a flexão e a torção combinadas, com 4 piezoeléctricos.

Conjunto	X_1	Y_1	X_2	Y_2	X_3	Y_3	X_4	Y_4	θ
1	120	16	15	48	10	16	120	56	0,4498
2	15	16	110	16	25	60	120	48	0,4279
3	135	16	25	16	90	44	20	48	0,4222
4	135	36	110	16	30	16	135	72	0,4163
5	120	16	35	16	20	56	110	48	0,4134
6	110	16	30	16	130	48	15	76	0,3994
7	135	16	85	48	35	16	25	48	0,3973
8	15	16	125	16	40	36	35	72	0,3971
9	55	16	130	16	125	56	30	24	0,3966
10	120	48	130	16	55	64	15	16	0,3953
11	15	16	110	16	20	48	80	16	0,3950
12	30	52	110	24	135	16	45	16	0,3928
13	125	16	100	52	15	16	40	20	0,3916
14	100	20	130	16	25	16	25	72	0,3914
15	25	32	15	72	140	16	50	16	0,3892

De forma a investigar a flexão que a ponta da placa sobre quando submetida à torção e vice-versa, para o melhor conjunto de coordenadas encontrado à torção (Conjunto 1, Tabela 34), é apresentado o Gráfico 11.

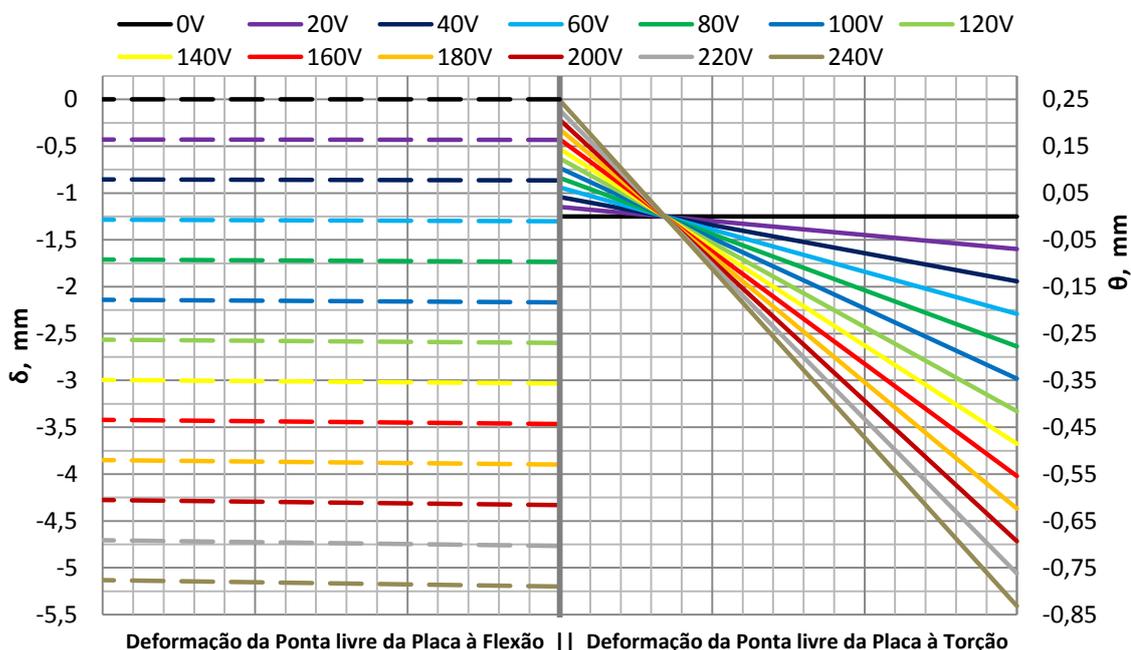


Gráfico 11 - Comportamento da ponta livre da placa, quando analisada à torção e à flexão para vários valores da tensão eléctrica, referente ao melhor conjunto de coordenadas encontrado à torção.

Após uma breve análise do lado esquerdo do Gráfico 11, quando a placa está submetida à flexão, verifica-se que para este conjunto de coordenadas a ponta da placa possui pouca torção, isto é, só se começa a verificar torção a partir de uma tensão eléctrica de 140 V. Quando os piezoeléctricos são submetidos a uma tensão eléctrica de 240V para

colocar a placa à flexão, para o conjunto de coordenadas “1” da Tabela 34, a ponta da placa tem um δ médio de 5,1660 mm e um θ de 0,0653 mm.

Ao analisar-se o comportamento da ponta da placa para a torção (lado direito do Gráfico 11) verifica-se que a torção obtida é próxima da torção pura. Quando os piezoeléctricos 1 e 4 são submetidos a uma tensão eléctrica de +240 V e os piezoeléctricos 2 e 3 a uma tensão eléctrica de -240 V, para o conjunto de coordenadas “1” da Tabela 34, a ponta da placa tem um θ de 1,0794 mm e um δ médio de 0,2918 mm.

A representação da ponta livre da placa do Gráfico 10 e do Gráfico 11, é exclusivamente referente à inclinação e posição que esta toma ao longo dos vários campos eléctricos aplicados.

Na Tabela 35 encontra-se um resumo das análises efectuadas para a torção e a flexão combinadas, quando é aplicada uma tensão eléctrica de +100V (flexão) ou -100V (no caso da torção). Os valores das coordenadas de cada piezoeléctrico e respectivos valores da deflexão na ponta livre da placa para a flexão e para a torção estão em mm.

Tabela 35 - Resumo da posição dos PZT's e respectivas deflexões na ponta livre da placa obtidas à torção e flexão combinadas.

	X_1	Y_1	X_2	Y_2	X_3	Y_3	X_4	Y_4	Torção	Flexão	Soma
Torção	10	15	120	120	16	48	16	56	0,4498	2,1525	2,6023
Flexão	80	65	80	110	80	16	48	24	0,0565	2,4524	2,5089

Como esperado, a flexão tem mais impacto na função objectivo do que a torção. Com base na Eq. (29), no Gráfico 12 são apresentados os resultados para várias percentagens da flexão e torção, tendo sido escolhidas as oitenta posições que geraram os melhores valores à torção. Todos os valores presentes no Gráfico 12 são relativos a uma tensão eléctrica de +100 V para a flexão e -100 V para a torção.

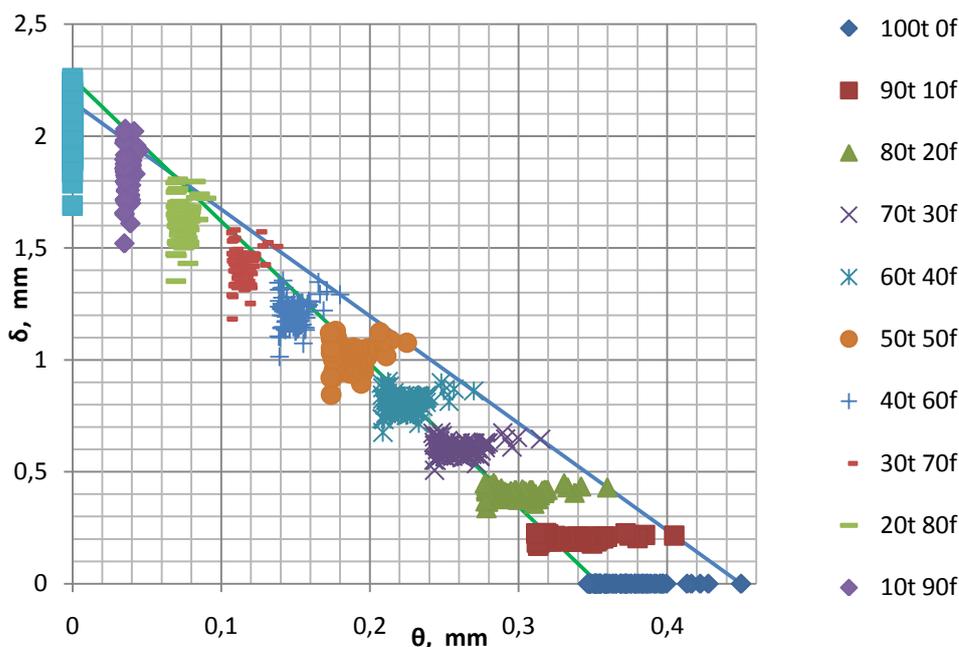


Gráfico 12 - Estudo da função objectivo para várias percentagens da torção e da flexão.

Para este conjunto de piezoeléctricos, os melhores valores para a torção (Linha azul do Gráfico 12) e os melhores valores para a flexão (Linha verde do Gráfico 12), não estão muito dispersos, em comparação com os valores do Gráfico 6. Ter-se escolhido as melhores posições para a torção pode ter promovido que os melhores valores da função objectivo estejam próximos dos melhores valores à torção (Linha azul do Gráfico 12).

4.1.4. Dois Piezoeléctricos

4.1.4.a. Flexão

Para a análise da flexão, com um conjunto de dois piezoeléctricos, como só se desloca um piezoeléctrico as variáveis são só duas, sendo elas as seguintes:

$$X_1 \text{ e } Y_1 \quad (51)$$

As coordenadas do segundo piezoeléctrico são definidas como:

$$\begin{cases} X_2 = b - X_1 \\ Y_2 = Y_1 \end{cases} \quad (52)$$

Quanto aos limites, tendo por base os casos anteriores, os limites implementados são:

$$\begin{cases} X \in [0,01; 0,06] \\ Y \in [0,016; 0,048] \end{cases} \quad (53)$$

De acordo com os resultados obtidos para os casos já descritos, seleccionou-se a seguinte posição inicial:

$$\begin{cases} X_1 = 0,06 \\ Y_1 = 0,016 \end{cases} \quad (54)$$

Relativamente ao tamanho da população e seguindo os mesmos critérios descritos anteriormente, o tamanho da população definido para a flexão pura é o seguinte:

$$\begin{cases} N_X = 11 \text{ nós} \\ N_Y = 9 \text{ nós} \end{cases} \Rightarrow tp = N_X \times N_Y = 11 \times 9 = 99 \quad (55)$$

As restantes opções do algoritmo não foram alteradas. A Tabela 36 resume o número de simulações realizadas para este conjunto de piezoeléctricos, bem como o número de simulações que resultaram, quando aplicado uma tensão eléctrica de +100 V nos piezoeléctricos, em valores de δ superiores a 1,1 mm, entre 0,8 e 1,1 mm e inferiores a 0,8 mm. Como se pode verificar, cerca de 13% das simulações conseguem gerar um δ superior a 1,1 mm.

Tabela 36 - Resumo dos valores obtidos nas simulações à flexão com 2 piezoeléctricos.

Totais	99
Com δ superior a 1,1 mm	13
Com δ entre 0,8 a 1,1 mm	75
Com δ inferior a 0,8 mm	11

Na Tabela 37, estão presentes os quinze conjuntos de coordenadas que obtiveram os melhores valores de δ , isto para uma tensão eléctrica de +100 V. Importa referir que as coordenadas e respectivo valor de δ encontram-se em mm.

Tabela 37 - Conjunto de coordenadas que originaram os 15 melhores valores de δ , com 2 piezoeléctricos.

Conjunto	X_1	Y_1	X_2	Y_2	δ
1	50	16	100	16	1,3888
2	45	16	105	16	1,3863
3	55	16	95	16	1,3836
4	60	16	90	16	1,3777
5	40	16	110	16	1,3723
6	35	16	115	16	1,3443
7	30	16	120	16	1,3006
8	25	16	125	16	1,2412
9	20	16	130	16	1,1679
10	60	20	90	20	1,1391
11	55	20	95	20	1,1336
12	50	20	100	20	1,1242
13	45	20	105	20	1,1111
14	40	20	110	20	1,0934
15	15	16	135	16	1,0846

Como já se tinha verificado para um conjunto de 6, 5 e 4 piezoeléctricos os melhores valores de δ para a flexão pura são obtidos quando os piezoeléctricos estão próximos do eixo de simetria da placa e juntos à ponta encastrada da placa. Para um conjunto de dois piezoeléctricos o valor máximo de δ conseguido foi de 1,3888 mm, ou seja, uma redução de 60% relativamente ao valor máximo de δ conseguido à flexão pura com 6 piezoeléctricos.

Na Fig. 46 é apresentado o progresso de cada piezoeléctrico, tendo por base a Tabela 37.

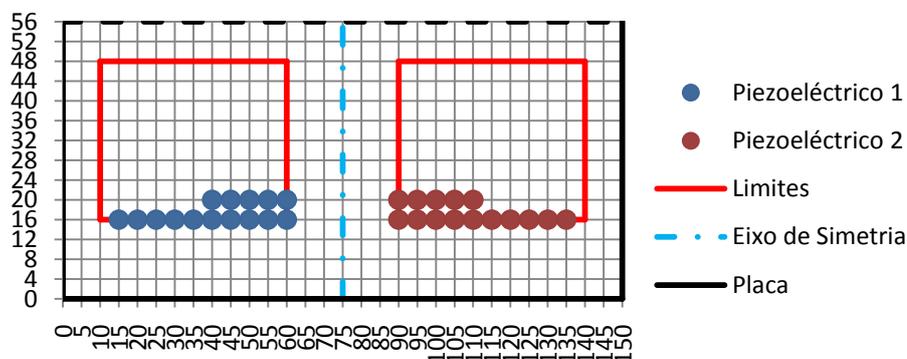


Fig. 46 - Evolução dos 2 piezoeléctricos na placa, para as melhores posições à flexão.

Após uma breve análise à Fig. 46, as conclusões que se podem tirar são as mesmas, já obtidas para casos anteriores.

Na Tabela 38 estão presentes os quinze conjuntos de coordenadas que obtiveram os piores valores de δ , onde os valores estão em mm. Os dados de δ foram obtidos para uma tensão eléctrica de 100 V.

Tabela 38 - Conjunto de coordenadas que originaram os 15 piores valores de δ , com 2 piezoeléctricos.

Conjunto	X_1	Y_1	X_2	Y_2	δ
1	20	44	130	44	0,8145
2	60	48	90	48	0,8106
3	20	48	130	48	0,8054
4	15	32	135	32	0,8049
5	15	36	135	36	0,7928
6	15	40	135	40	0,7829
7	10	24	140	24	0,7811
8	15	44	135	44	0,7742
9	15	48	135	48	0,7661
10	10	28	140	28	0,7544
11	10	32	140	32	0,7380
12	10	36	140	36	0,7271
13	10	40	140	40	0,71872
14	10	44	140	44	0,71153
15	10	48	140	48	0,70487

Ao serem visualizados os resultados da Tabela 38, verifica-se que a área que apresenta os piores resultados continua a ser próxima do limite superior, segundo Y, como se pode comprovar na Fig. 47.

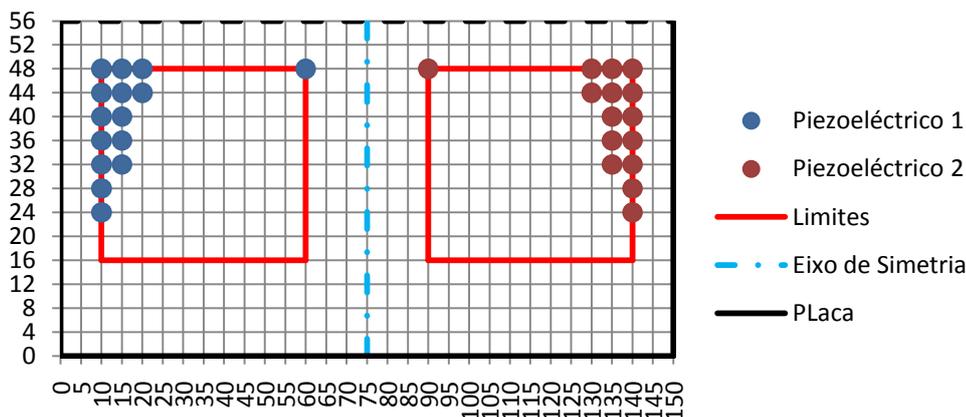


Fig. 47 - Evolução dos 2 piezoeléctricos na placa, para as piores posições à flexão.

Com recurso à Fig. 46 e Fig. 47, verifica-se que os piores valores de δ continuam a ser obtidos quando os piezoeléctricos se encontram o mais afastado possível do eixo de simetria da placa e da ponta da placa encastrada da placa.

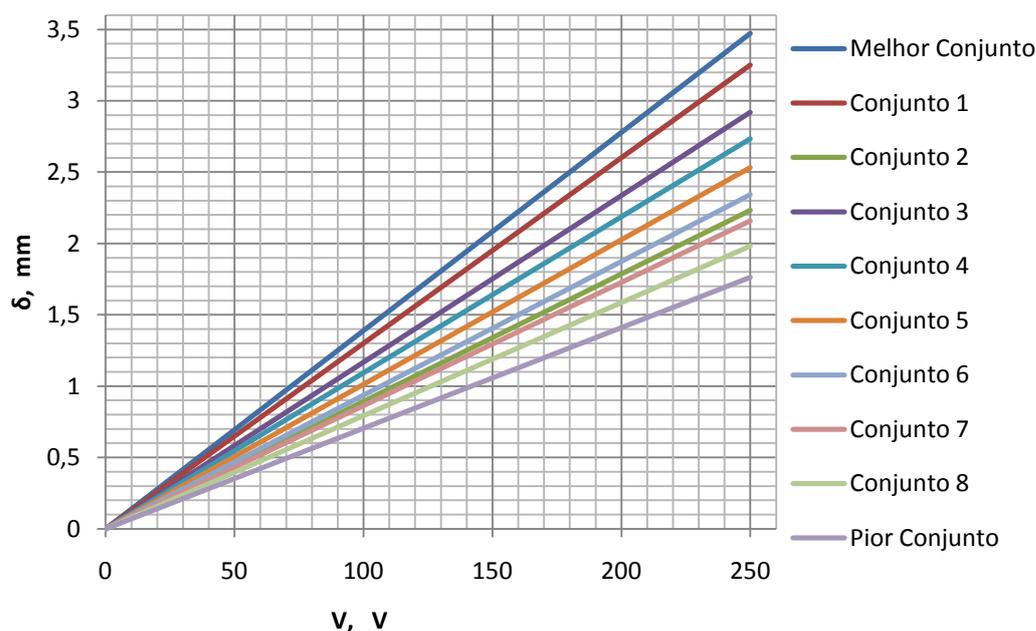
Por sua vez os melhores valores de δ são obtidos quando os piezoeléctricos são colocados próximos do eixo de simetria e da ponta da placa encastrada.

Outra análise aos resultados obtidos   o gráfico V vs δ , onde na Tabela 39 estão presentes os conjuntos de coordenadas que foram usados para a obtenção do Gráfico 13. Os valores das coordenadas e do δ estão em mm.

Tabela 39 - Conjuntos de coordenadas usados na obtenção do Gráfico 13.

Conjunto	X_1	Y_1	X_2	Y_2	δ para 100V
Melhor Conjunto	50	16	100	16	1,3888
Conjunto 1	30	16	120	16	1,3006
Conjunto 2	25	16	125	16	1,2412
Conjunto 3	20	16	130	16	1,1679
Conjunto 4	40	20	110	20	1,0934
Conjunto 5	45	24	105	24	1,0129
Conjunto 6	40	32	110	32	0,9369
Conjunto 7	20	28	130	28	0,8635
Conjunto 8	15	36	135	36	0,7928
Pior Conjunto	10	48	140	48	0,7049

Como nos casos anteriores, para a cria o do Gráfico 13,   alterada a tensão elétrica em cada conjunto de coordenadas, com um valor mínimo de 10 V e um máximo de 250 V.



Gráfico 13 - V vs δ para algumas posi es de 2 piezoelétricos.

Para os conjuntos de coordenadas definidos na Tabela 39, caso fosse necessário um δ máximo de 1,5 mm qualquer conjunto de coordenadas cumpria este requisito. No caso de ser necessário um δ de 2 mm, são oito conjuntos o conseguem, enquanto para atingir 3 mm,   alcançado por dois conjuntos de coordenadas. Para o melhor conjunto de coordenadas, quando aplicada uma tensão elétrica de 250 V aos 2 piezoelétricos obt m-se um δ de 3,4719 mm.

4.1.4.b. Torção

As variáveis para a torção pura são as mesmas que para a flexão pura (Eq. (51)), para um conjunto de dois piezoelétricos, assim como os limites do AG (Eq. (53)).

Relativamente à posição inicial seleccionada, optou-se por usar a seguinte:

$$\begin{cases} X_1 = 0,015 \\ Y_1 = 0,016 \end{cases} \quad (56)$$

Como os limites da torção são os mesmos da flexão, o tamanho da população para a torção é o mesmo que para a flexão ($p = 99$). As restantes opções do AG não foram alteradas.

Na Tabela 40, tem-se um resumo dos resultados obtidos computacionalmente, para uma tensão eléctrica de +100 V para o piezoelétrico 1 e uma tensão eléctrica de -100 V para o piezoelétrico 2.

Tabela 40 - Resumo dos valores obtidos nas simulações à torção com 2 piezoelétricos.

Totais	99
Com θ superior a 0,2 mm	15
Com θ entre 0,1 a 0,2 mm	59
Com θ inferior a 0,1 mm	35

Assim, na Tabela 41 estão presentes os quinze conjuntos de coordenadas que originaram os melhores valores de θ , para uma tensão eléctrica de -100 V. Importa referir que as coordenadas e o respectivo valor de θ encontram-se em mm.

Tabela 41 - Conjuntos de coordenadas que originaram os 15 melhores valores de θ com 2 piezoelétricos.

Conjunto	X_1	Y_1	X_2	Y_2	θ
1	20	16	130	16	0,3361
2	25	16	125	16	0,3340
3	15	16	135	16	0,3292
4	30	16	120	16	0,3235
5	10	16	140	16	0,3126
6	35	16	115	16	0,3058
7	40	16	110	16	0,2819
8	45	16	105	16	0,2529
9	15	20	135	20	0,2443
10	20	20	130	20	0,2435
11	25	20	125	20	0,2368
12	10	20	140	20	0,2352
13	30	20	120	20	0,2252
14	50	16	100	16	0,2193
15	35	20	115	20	0,2093

Facilmente verifica-se, com recurso à Tabela 41 e à Fig. 48, que os conjuntos de coordenadas que originam os melhores valores de θ localizam-se junto à ponta encastrada da placa e o mais afastados do eixo de simetria.

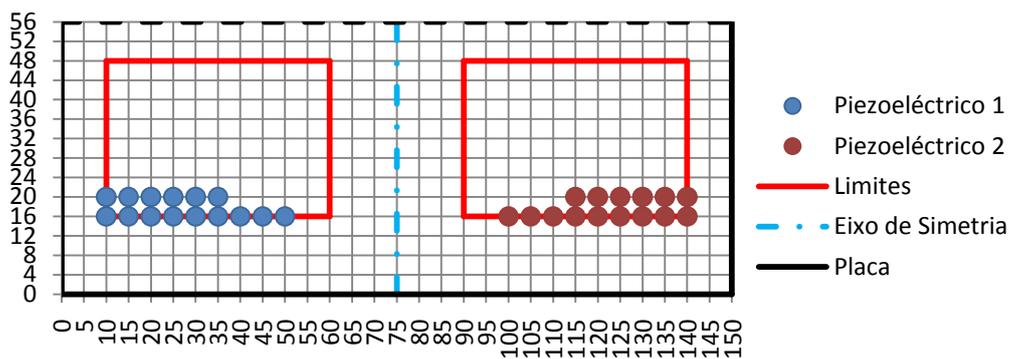


Fig. 48 - Evolu o dos 2 piezoelétricos na placa para as melhores posi es   torção.

Na Tabela 42 estão presentes os conjuntos de coordenadas que originaram os piores valores de θ , onde os valores das coordenadas e respectivo θ estão em mm. Os valores de θ foram obtidos para uma tensão elétrica de -100 V.

Tabela 42 - Conjuntos de coordenadas que originaram os 15 piores valores de θ com 2 piezoelétricos.

Conjunto	X_1	Y_1	X_2	Y_2	θ
1	60	24	90	24	0,0743
2	50	40	100	40	0,0739
3	45	48	105	48	0,0696
4	55	36	95	36	0,0686
5	50	44	100	44	0,0670
6	60	28	90	28	0,0665
7	55	40	95	40	0,0621
8	50	48	100	48	0,0607
9	60	32	90	32	0,0600
10	55	44	95	44	0,0563
11	60	36	90	36	0,0542
12	55	48	95	48	0,0509
13	60	40	90	40	0,0489
14	60	44	90	44	0,0441
15	60	48	90	48	0,0398

Como se pode verificar, com recurso   Tabela 42 e   Fig. 49, os conjuntos de coordenadas que originam os piores valores de θ localizam-se junto ao eixo de simetria e afastados da ponta encastrada da placa.

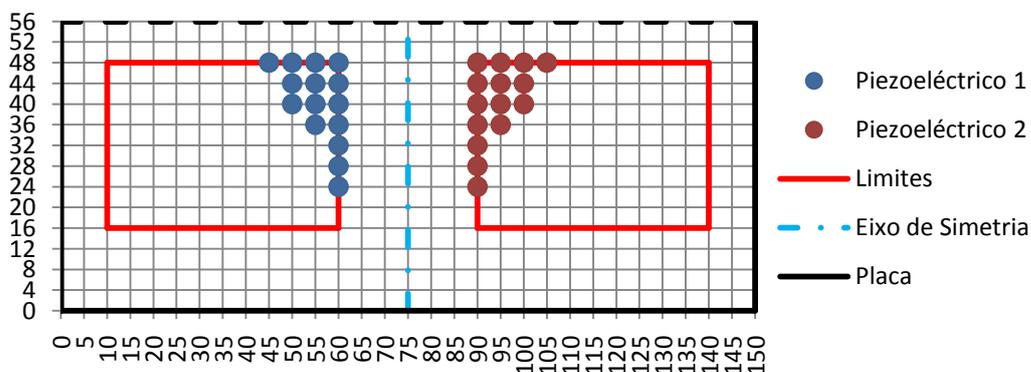


Fig. 49 - Evolu o dos 2 piezoelétricos na placa para as piores posi es   torção.

Relativamente à análise V vs θ , os conjuntos de coordenadas utilizados estão presentes na Tabela 43. O valor das coordenadas e respectivo θ encontram-se em mm.

Tabela 43 - Conjunto de coordenadas usados para a obtenção do Gráfico 14.

Conjunto	X_1	Y_1	X_2	Y_2	θ para 100V
Melhor Conjunto	20	16	130	16	0,3361
Conjunto 1	35	16	115	16	0,3058
Conjunto 2	40	16	110	16	0,2819
Conjunto 3	20	20	130	20	0,2435
Conjunto 4	15	24	135	24	0,1996
Conjunto 5	20	28	130	28	0,1725
Conjunto 6	60	16	90	16	0,1392
Conjunto 7	30	40	120	40	0,1112
Conjunto 8	45	48	105	48	0,0696
Pior Conjunto	60	48	90	48	0,0398

Definido o conjunto de coordenadas utilizado, no Gráfico 9 é possível visualizar o comportamento de θ para vários valores da tensão eléctrica.

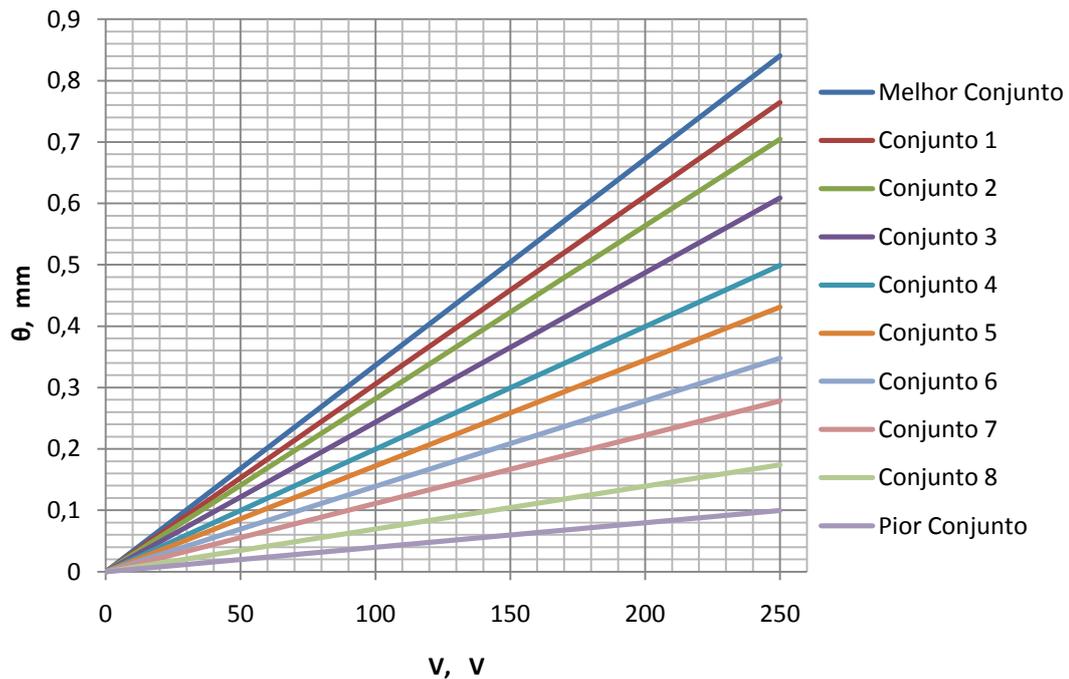


Gráfico 14 - V vs θ para algumas posições de 2 piezoeléctricos.

Atendendo aos valores apresentados no Gráfico 14, o valor máximo de θ que se consegue obter é de $0,8403 \text{ mm}$. Só cinco conjuntos de coordenadas conseguem obter um θ superior a $0,5 \text{ mm}$.

4.1.4.c. Torção e Flexão Combinadas

Uma vez que para a flexão e a torção combinadas não existe simetria entre piezoeléctricos, as variáveis são as seguintes:

$$X_1, Y_1, X_2 e Y_2 \quad (57)$$

As restrições aplicadas são as seguintes:

$$\{ |X_1 - X_2| \geq P_x + b_p \vee |Y_1 - Y_2| \geq P_y + l_p \quad (58)$$

Os limites definidos para este caso são os seguintes:

$$\begin{cases} X \in [0,01; 0,14] \\ Y \in [0,016; 0,052] \end{cases} \quad (59)$$

Em relação à posição inicial, seleccionou-se a seguinte:

$$\begin{cases} X_1 = 0,035; Y_1 = 0,016 \\ X_2 = 0,035; Y_2 = 0,016 \end{cases} \quad (60)$$

O tamanho da população é definido usando os critérios aplicados para os casos anteriores. Assim, o tamanho da população é dado por:

$$\begin{cases} N_X = 27 \text{ nós} \\ N_Y = 10 \text{ nós} \end{cases} \Rightarrow tp = N_X \times N_Y = 27 \times 10 = 270 \quad (61)$$

As restantes opções do algoritmo não foram alteradas. Também nesta análise para a flexão e a torção combinadas as bases de dados obtidas à flexão e à torção pura foram utilizadas. Na Tabela 44 tem-se um resumo dos resultados obtidos computacionalmente, para uma tensão eléctrica de +100 V, no caso da flexão e uma tensão eléctrica de -100 V para a torção.

Tabela 44 - Resumo do número de simulações obtidas para a flexão e a torção combinadas.

Totais	4698
Flexão	2348
Torção	2350

Assim, na Tabela 45 encontram-se os quinze conjuntos de coordenadas que originaram os melhores valores de δ , estando todos os valores em mm. Estes dados são referentes a uma tensão eléctrica de +100 V. Com base na Tabela 45, verifica-se que os conjuntos de coordenadas tendem para o centro da placa e próximos da ponta encastrada da placa.

Tabela 45 - Conjunto de coordenadas que originaram os 15 melhores valores de δ para a flexão e a torção combinadas, com 2 piezoeléctricos.

Conjunto	X_1	Y_1	X_2	Y_2	δ
1	70	48	70	16	1,6362
2	65	16	65	48	1,6278
3	85	48	85	16	1,6278
4	75	48	80	16	1,6233
5	70	16	65	48	1,6174
6	85	48	80	16	1,6174
7	60	16	60	48	1,6137
8	60	16	65	48	1,6068
9	85	16	90	48	1,6060
10	95	48	95	16	1,5938
11	55	16	60	48	1,5899
12	95	48	90	16	1,5891
13	70	16	80	48	1,5855
14	75	48	65	16	1,5824
15	60	16	70	48	1,5738

No entanto, os valores de δ obtidos na Tabela 45 são superiores aos obtidos para a flexão pura, Tabela 37, devidos aos limites aplicados para cada caso.

O valor máximo de δ obtido para a flexão e a torção combinadas, em comparação com o valor máximo do δ obtido à flexão pura tem um acréscimo de cerca de 15%, quando é aplicada uma tensão eléctrica de 100V aos dois piezoeléctricos.

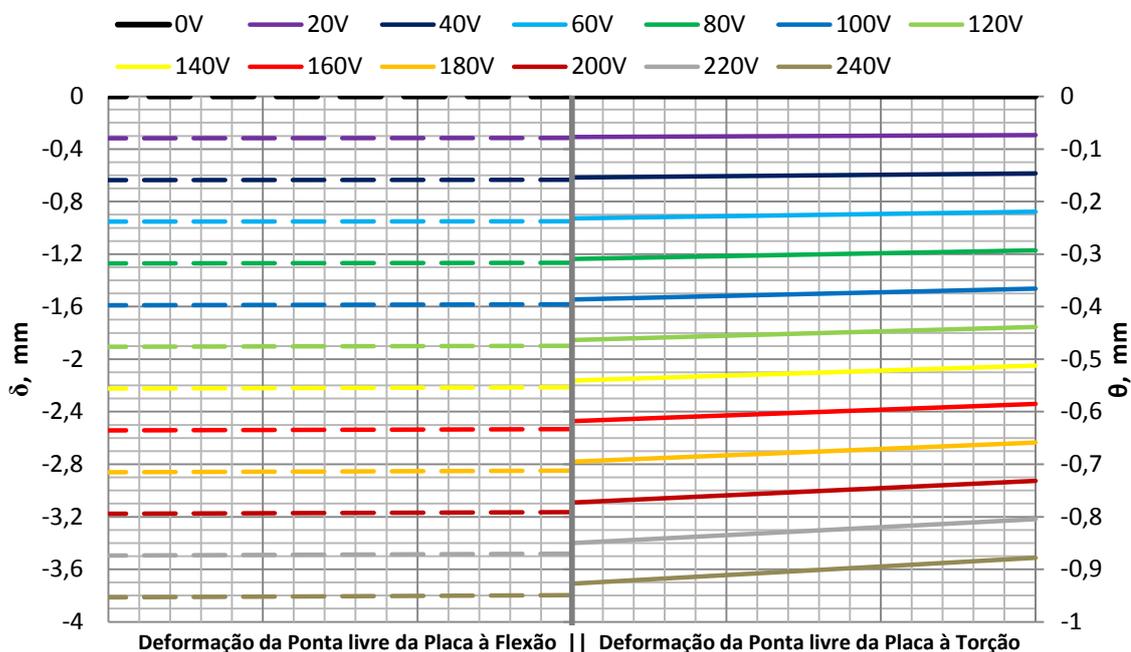


Gráfico 15 - Comportamento da ponta livre da placa, quando analisada à torção e à flexão para vários valores da tensão eléctrica, referente ao melhor conjunto de coordenadas encontrado à flexão.

Ao analisar o lado esquerdo do Gráfico 15 (flexão), conclui-se que a torção na ponta da placa só começa a ser visível a partir de uma tensão eléctrica de 200 V. A pouca torção existente deve-se ao conjunto de coordenadas em análise (Conjunto 1, Tabela 45) serem

quase simétricas. Ao aplicar-se uma tensão eléctrica de 240 V aos piezoeléctricos 1 e 2, na ponta da placa tem-se um δ médio de 3,8052 mm e um θ de 0,0157 mm.

Em relação à torção, lado direito do Gráfico 15, para o conjunto de coordenadas “1” da Tabela 45 verifica-se flexão em todos os campos eléctricos aplicados, enquanto a torção começa a ser visível a partir de uma tensão eléctrica de 40 V.

Aplicando uma tensão eléctrica de +240 V ao piezoeléctrico 1 e uma tensão eléctrica de -240 V ao piezoeléctrico 2, na ponta da placa obtém-se um θ de 0,0494 mm e um δ médio de 0,9026mm.

No que toca aos melhores valores obtidos para a torção, na Tabela 46 encontram-se os quinze conjuntos de coordenadas que originaram os melhores valores de θ , estando todos os valores em mm. Estes dados foram obtidos para uma tensão eléctrica de 100V.

Tabela 46 - Conjunto de coordenadas que originaram os 15 melhores valores de θ para a flexão e a torção combinadas, com 2 piezoeléctricos.

Conjunto	X_1	Y_1	X_2	Y_2	θ
1	25	16	120	16	0,3288
2	130	16	10	16	0,3241
3	115	16	20	16	0,3217
4	130	16	35	16	0,3217
5	15	16	140	16	0,3208
6	125	16	35	16	0,3203
7	115	16	15	16	0,3183
8	120	16	35	16	0,3148
9	115	16	30	16	0,3148
10	110	16	20	16	0,3107
11	130	16	40	16	0,3107
12	125	16	40	16	0,3092
13	110	16	25	16	0,3092
14	120	16	40	16	0,3034
15	110	16	30	16	0,3034

Como se pode verificar na Tabela 46, o máximo valor de θ alcançado para esta análise foi de 0,3288 mm, onde em comparação com os 0,3361 mm obtidos para a torção pura, representa uma diferença de cerca de 2,2%. À semelhança dos casos anteriores para a torção, os melhores valores θ são obtidos quando os piezoeléctricos estão juntos à ponta da placa encastrada e afastados do eixo de simetria.

Ao analisar-se o lado esquerdo do Gráfico 16, flexão para o conjunto de coordenadas “1” da Tabela 46, verifica-se que a ponta da placa possui pouca torção, isto é, só se começa a verificar torção a partir de uma tensão eléctrica de 160V.

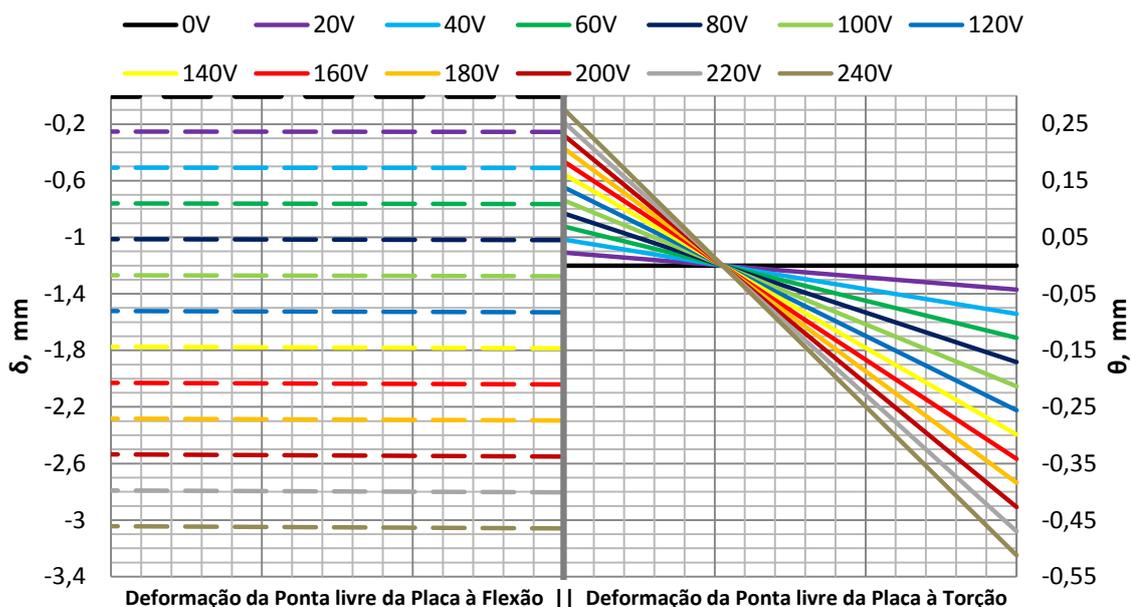


Gráfico 16 - Comportamento da ponta livre da placa, quando analisada à torção e à flexão para vários valores da tensão eléctrica, referente ao melhor conjunto de coordenadas encontrado à torção.

Ao aplicar uma tensão eléctrica de +240 V a ambos os piezoeléctricos, para o conjunto de coordenadas “1” da Tabela 46, a ponta da placa fica com um δ médio de 3,0516 mm e um θ de 0,0170 mm.

Em relação ao comportamento da ponta da placa para a torção (lado direito do Gráfico 16), verifica-se que a torção obtida é próxima da torção pura. Assim, quando o piezoeléctrico 1 é submetido a uma tensão eléctrica de +240 V e o piezoeléctrico 2 a uma tensão eléctrica de -240 V, para o conjunto de coordenadas “1” da Tabela 34, a ponta da placa tem um θ de 0,7892 mm e um δ médio de 0,1178 mm. A representação da ponta livre da placa do Gráfico 15 e do Gráfico 16, é exclusivamente referente à inclinação e posição que esta toma ao longo dos vários campos eléctricos aplicados.

Na Tabela 47 encontra-se um resumo das análises efectuadas para a torção e a flexão combinadas, quando é aplicada uma tensão eléctrica de +100V (flexão) ou -100V (no caso da torção). Os valores das coordenadas de cada piezoeléctrico e respectivos valores da deflexão da ponta livre da placa para a flexão e para a torção estão em mm.

Tabela 47 - Resumo da posição dos PZT's e respectivas deflexões na ponta livre da placa obtidas à torção e flexão combinadas, para 2 piezoeléctricos.

	X_1	Y_1	X_2	Y_2	Torção	Flexão	Soma
Torção	25	16	120	16	0,3288	1,2715	1,6003
Flexão	70	16	80	48	0,0206	1,5855	1,6061

Com base na Eq. (29), no Gráfico 17 são apresentados os resultados para várias percentagens da flexão e torção, tendo sido escolhidas as oitenta posições que geraram os melhores valores à torção. Todos os valores presentes no Gráfico 17 Gráfico 12 são relativos a uma tensão eléctrica de +100 V para a flexão e -100 V para a torção.

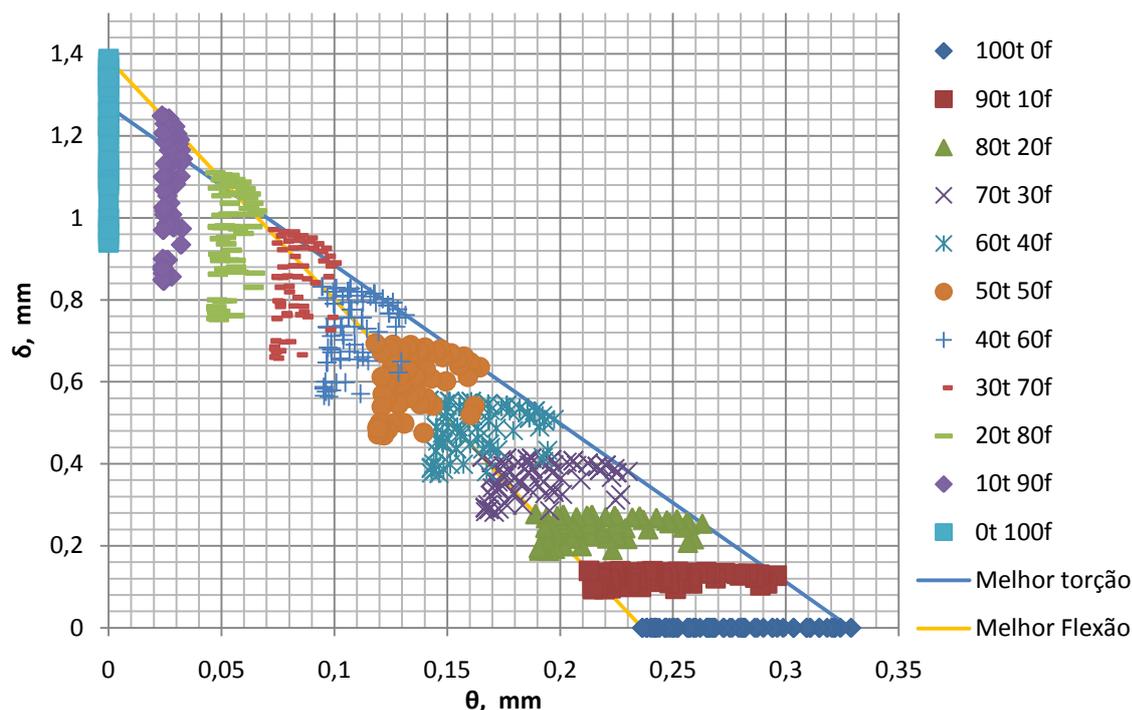


Gráfico 17 - Estudo da função objectivo para várias percentagens da torção e da flexão.

Para este conjunto de piezoeléctricos, verifica-se uma maior dispersão dos valores da função objectivo, em comparação com os valores obtidos no Gráfico 6 e no Gráfico 12. Ter-se escolhido as melhores posições para a torção pode ter promovido que os melhores valores da função objectivo estejam próximos dos melhores valores à torção (Linha azul do Gráfico 17).

4.1.5. Análise energética

Como se verificou nos resultados apresentados anteriormente, o número de actuadores e a tensão eléctrica aplicada aos piezoeléctricos vai influenciar o valor de δ e de θ , ou seja, ao aumentar estes dois parâmetros, os resultados à flexão e à torção serão melhores. Assim, esta subsecção surge para analisar, para cada tipo de análise (flexão pura, torção pura e torção e flexão combinadas) se energeticamente compensa utilizar muitos actuadores para se ter óptimos resultados. Esta análise energética é focada na tensão eléctrica dos piezoeléctricos, uma vez que estes actuadores possuem uma corrente muito baixa (na ordem dos mA).

4.1.5.a. Flexão Pura

Para esta análise energética à flexão pura, é analisado qual o número de actuadores e respectivo conjunto de coordenadas mais eficientes, mantendo constante a tensão eléctrica aplicada (100 V). Uma vez que o valor de δ e de θ variam linearmente com a tensão eléctrica aplicada, se um dado conjunto de piezoeléctricos e respectivas posições forem energeticamente eficientes com uma tensão eléctrica de 100 V, para uma tensão eléctrica de

250 V vão continuar a ser eficientes energeticamente. A análise energética tem por base a Eq. (62), onde V_{esp} definiu-se como a tensão eléctrica específica dada pela Eq. (62), n o número de actuadores, V a tensão eléctrica em análise ($V = 100 V$) e δ referente ao deslocamento produzido para um dado conjunto de coordenadas.

$$V_{esp} = \frac{nV}{\delta} \quad (62)$$

Na Tabela 48 encontram-se os resultados da análise energética à flexão pura.

Tabela 48 - Valores obtidos para a análise energética à flexão pura.

Conj.	2 Piezoeléctricos			4 Piezoeléctricos			5 Piezoeléctricos			6 Piezoeléctricos		
	Cl.	δ	V_{esp}									
Conj. 1	1	1,3888	144,0092	8	2,5048	159,6934	12	3,1010	161,2383	29	3,4818	172,3247
Conj. 2	2	1,3863	144,2689	9	2,4955	160,2885	17	3,0169	165,7330	31	3,4408	174,3781
Conj. 3	3	1,3836	144,5504	10	2,4839	161,0371	26	2,9453	169,7620	33	3,4338	174,7335
Conj. 4	4	1,3777	145,1695	13	2,4705	161,9105	28	2,9091	171,8745	34	3,4317	174,8405
Conj. 5	5	1,3723	145,7407	14	2,4653	162,2521	30	2,8876	173,1542	39	3,3896	177,0120
Conj. 6	6	1,3443	148,7763	15	2,4489	163,3386	32	2,8640	174,5810	43	3,3552	178,8269
Conj. 7	7	1,3006	153,7752	16	2,4387	164,0218	35	2,8587	174,9047	44	3,3528	178,9549
Conj. 8	11	1,2412	161,1344	18	2,4076	166,1406	38	2,8334	176,4664	47	3,3351	179,9047
Conj. 9	27	1,1679	171,2475	19	2,4053	166,2994	40	2,8198	177,3175	51	3,3089	181,3291
Conj. 10	36	1,1391	175,5772	20	2,4035	166,4240	41	2,8117	177,8284	52	3,3013	181,7466
Conj. 11	37	1,1336	176,4291	21	2,3970	166,8753	45	2,7823	179,7074	55	3,2733	183,3013
Conj. 12	42	1,1242	177,9043	22	2,3948	167,0286	46	2,7804	179,8302	56	3,2653	183,7503
Conj. 13	49	1,1111	180,0018	23	2,3813	167,9755	48	2,7790	179,9208	58	3,2426	185,0367
Conj. 14	54	1,0934	182,9157	24	2,3804	168,0390	50	2,7681	180,6293	59	3,2374	185,3339
Conj. 15	57	1,0846	184,3998	25	2,3769	168,2864	53	2,7429	182,2888	60	3,2342	185,5173

A análise energética foi efectuada só para os 15 melhores conjuntos de coordenadas, para um conjunto de dois piezoeléctricos (Tabela 37), quatro piezoeléctricos (Tabela 25), cinco piezoeléctricos (Tabela 20) e seis piezoeléctricos (Tabela 9).

Assim, os conjuntos de coordenadas mais eficientes são os que apresentam o mais baixo valor de V_{esp} . Na Tabela 48, *Cl.* representa a classificação energética de cada conjunto de coordenadas e piezoeléctricos.

Ao analisar a Tabela 48 verifica-se que os primeiros sete conjuntos de coordenadas com um conjunto de dois actuadores obtêm os melhores valores energéticos. O conjunto de seis piezoeléctricos é o que apresenta os piores resultados energéticos.

Pode concluir-se que os conjuntos de coordenadas que apresentam os melhores valores de δ nem sempre são energeticamente eficientes.

4.1.5.b. Torção Pura

Para a análise energética à torção pura, em comparação com a flexão pura, só é necessário alterar a Eq. (62), para a fazer corresponder à torção pura (Eq. (63)).

$$V_{esp} = \frac{nV}{\theta} \quad (63)$$

Na Tabela 49 encontram-se os resultados da análise energética à torção pura.

Tabela 49 - Valores obtidos para a análise energética à torção pura.

Conj.	2 Piezoeléctricos			4 Piezoeléctricos			6 Piezoeléctricos		
	Cl.	θ	V_{esp}	Cl.	θ	V_{esp}	Cl.	θ	V_{esp}
Conj. 1	1	0,3361	595,0256	9	0,5034	794,6757	30	0,6388	939,2023
Conj. 2	2	0,3340	598,8203	10	0,5028	795,6241	32	0,6218	964,8939
Conj. 3	3	0,3292	607,5703	11	0,4933	810,9149	33	0,6032	994,7609
Conj. 4	4	0,3235	618,2189	13	0,4881	819,5546	34	0,6009	998,4690
Conj. 5	5	0,3126	639,8157	15	0,4738	844,3272	35	0,5965	1005,8507
Conj. 6	6	0,3058	654,1078	17	0,4723	846,9731	36	0,5949	1008,6407
Conj. 7	7	0,2819	709,4714	19	0,4699	851,1725	37	0,5943	1009,5741
Conj. 8	8	0,2529	790,8577	20	0,4690	852,8239	38	0,5925	1012,6582
Conj. 9	12	0,2443	818,6321	21	0,4682	854,4270	39	0,5903	1016,4840
Conj. 10	14	0,2435	821,3552	22	0,4591	871,2509	40	0,5881	1020,1826
Conj. 11	16	0,2368	844,5946	23	0,4556	877,9246	41	0,5864	1023,1400
Conj. 12	18	0,2352	850,4125	24	0,4529	883,2167	42	0,5860	1023,9432
Conj. 13	26	0,2252	888,0600	25	0,4520	885,0341	43	0,5846	1026,3428
Conj. 14	29	0,2193	911,9511	27	0,4496	889,7589	44	0,5843	1026,8346
Conj. 15	31	0,2093	955,4292	28	0,4464	896,0975	45	0,5833	1028,7008

À semelhança da flexão pura, a análise energética para a torção pura foi efectuada só para os 15 melhores conjuntos de coordenadas, para um conjunto de dois piezoeléctricos (Tabela 41), quatro piezoeléctricos (Tabela 29) e seis piezoeléctricos (Tabela 13). Como na flexão pura, para a torção pura os conjuntos de coordenadas mais eficientes são os que apresentam o mais baixo valor de V_{esp} .

Ao analisar a Tabela 49 conclui-se que os primeiros oito conjuntos de coordenadas com um conjunto de dois actuadores obtêm os melhores valores energéticos. O conjunto de seis piezoeléctricos é o que apresenta os piores resultados energéticos. Pode concluir-se que os conjuntos de coordenadas que apresentam os melhores valores de θ nem sempre são energeticamente eficientes.

4.1.5.c. Torção e Flexão Combinadas

A base da análise energética para a flexão foi a Eq. (62), onde foram usados os 15 melhores conjuntos de coordenadas para a torção e a flexão combinadas, com dois piezoeléctricos (Tabela 45), quatro piezoeléctricos (Tabela 33) e seis piezoeléctricos (Tabela 17).

Os resultados da análise energética encontram-se na Tabela 50. Da análise à Tabela 50 conclui-se que os melhores resultados energéticos são obtidos com dois piezoeléctricos. O conjunto de seis piezoeléctricos é o que apresenta os piores resultados energéticos. Os valores da Tabela 50 referentes ao conjunto de dois piezoeléctricos são mais eficientes em

comparação com os da Tabela 48, enquanto os valores com quatro e seis piezoelétricos da Tabela 50 são menos eficientes em comparação com os da Tabela 48.

Tabela 50 - Valores obtidos para a análise energética à flexão, no caso da torção e flexão combinadas.

Conj.	2 Piezoelétricos			4 Piezoelétricos			6 Piezoelétricos		
	Cl.	δ	V_{esp}	Cl.	δ	V_{esp}	Cl.	δ	V_{esp}
Conj. 1	1	1,6362	122,2344	16	2,4524	163,1055	31	3,2022	187,3712
Conj. 2	2	1,6278	122,8652	17	2,3788	168,1520	32	3,1639	189,6394
Conj. 3	3	1,6278	122,8652	18	2,3624	169,3193	33	3,1401	191,0767
Conj. 4	4	1,6233	123,2058	19	2,3568	169,7217	34	3,1344	191,4242
Conj. 5	5	1,6174	123,6552	20	2,3559	169,7865	35	3,1207	192,2646
Conj. 6	6	1,6174	123,6552	21	2,3474	170,4013	36	3,1182	192,4187
Conj. 7	7	1,6137	123,9388	22	2,3415	170,8307	37	3,1119	192,8083
Conj. 8	8	1,6068	124,4710	23	2,3295	171,7107	38	3,0866	194,3886
Conj. 9	9	1,6060	124,5330	24	2,3274	171,8656	39	3,0828	194,6283
Conj. 10	10	1,5938	125,4863	25	2,3273	171,8730	40	3,0728	195,2617
Conj. 11	11	1,5899	125,7941	26	2,3237	172,1393	41	3,0700	195,4397
Conj. 12	12	1,5891	125,8574	27	2,3188	172,5030	42	3,0653	195,7394
Conj. 13	13	1,5855	126,1432	28	2,3121	173,0029	43	3,0621	195,9440
Conj. 14	14	1,5824	126,3903	29	2,3103	173,1377	44	3,0597	196,0977
Conj. 15	15	1,5738	127,0810	30	2,3088	173,2502	45	3,0564	196,3094

Pode concluir-se que os melhores valores de δ nem sempre são energeticamente eficientes.

A Eq. (63) foi a base para a análise energética à torção, tendo sido usados os 15 melhores conjuntos de coordenadas para a torção e a flexão combinadas, com dois piezoelétricos (Tabela 46), quatro piezoelétricos (Tabela 34) e seis piezoelétricos (Tabela 18). Os resultados da análise energética encontram-se na Tabela 51.

Tabela 51 - Valores obtidos para a análise energética à torção, no caso da torção e flexão combinadas.

Conj.	2 Piezoelétricos			4 Piezoelétricos			6 Piezoelétricos		
	Cl.	θ	V_{esp}	Cl.	θ	V_{esp}	Cl.	θ	V_{esp}
Conj. 1	1	0,3288	608,2170	16	0,4498	889,3632	31	0,4145	1447,5446
Conj. 2	2	0,3241	617,0554	17	0,4277	935,2787	32	0,3582	1675,2757
Conj. 3	3	0,3217	621,7939	18	0,4222	947,3599	33	0,3558	1686,1511
Conj. 4	4	0,3217	621,7939	19	0,4163	960,8225	34	0,3530	1699,6204
Conj. 5	5	0,3208	623,4414	20	0,4134	967,5859	35	0,3474	1727,1023
Conj. 6	6	0,3203	624,3756	21	0,3994	1001,3869	36	0,3338	1797,2197
Conj. 7	7	0,3183	628,4368	22	0,3973	1006,7199	37	0,3285	1826,6397
Conj. 8	8	0,3148	635,3644	23	0,3971	1007,2776	38	0,3277	1831,0547
Conj. 9	9	0,3148	635,3644	24	0,3966	1008,6492	39	0,3272	1833,5167
Conj. 10	10	0,3107	643,6249	25	0,3953	1011,8846	40	0,3239	1852,6524
Conj. 11	11	0,3107	643,6249	26	0,3950	1012,5403	41	0,3124	1920,8667
Conj. 12	12	0,3092	646,8096	27	0,3928	1018,2781	42	0,3090	1941,8733
Conj. 13	13	0,3092	646,8096	28	0,3916	1021,5679	43	0,3077	1949,7231
Conj. 14	14	0,3034	659,1958	29	0,3914	1021,9202	44	0,3068	1955,7479
Conj. 15	15	0,3034	659,1958	30	0,3892	1027,7492	45	0,3062	1959,3116

Após uma breve análise da Tabela 51 verifica-se, como nos casos anteriores, que os melhores resultados energéticos são obtidos com um conjunto de dois piezoelétricos. Ao usar-se um conjunto de seis piezoelétricos obtêm-se bons valores de θ , tendo como desvantagem uma fraca eficiência energética, em comparação com um conjunto de dois ou quatro piezoelétricos.

Fazendo uma comparação entre a Tabela 49 e a Tabela 51, verifica-se que os melhores valores de θ e mais energeticamente eficientes são obtidos para a torção pura.

4.2. Resultados Experimentais Preliminares

Face aos resultados computacionais obtidos, com o objectivo de realizar a validação dos mesmos, decidiu-se implementar experimentalmente o conjunto de coordenadas “1” da Tabela 9.

A implementação deste conjunto de coordenadas não foi uma tarefa fácil. Antes de serem colados os piezoelétricos na placa, foram feitas experiências de colagem com chapas de alumínio a simular os piezoelétricos. Com estas experiências verificou-se que era necessário um molde para colocar os piezoelétricos nas posições correctas.

Após a construção do molde, este foi isolado com fita-cola e fixado na placa. Posteriormente os piezoelétricos foram colados à placa com epoxy e com a ajuda do molde. Na Fig. 50 podem visualizar-se os piezoelétricos já acoplados à placa encastrada.

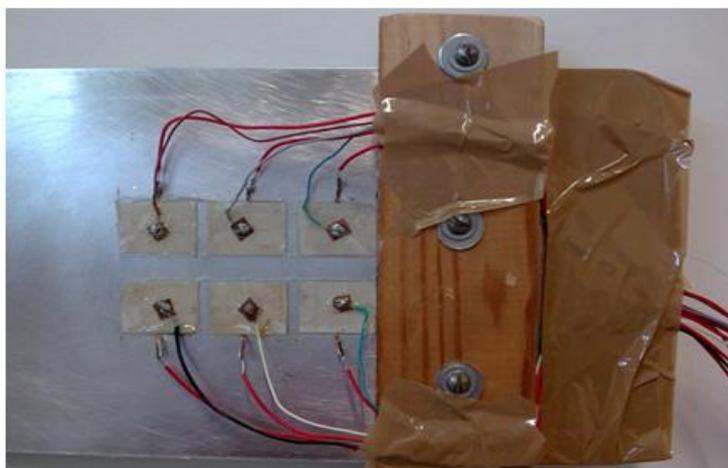


Fig. 50 - Piezoelétricos acoplados na placa para validação experimental.

Concluída a construção, o passo seguinte foi realizar a validação experimental. Uma das principais desvantagens em trabalhar-se com materiais piezoelétricos deve-se ao seu custo de aquisição e dos seus equipamentos necessários para realizar a validação experimental. O equipamento mais dispendioso para se trabalhar com os piezoelétricos é a fonte de alimentação.

Como as fontes de alimentação recomendadas pelo fabricante eram muito caras, cerca de 1000€ (só para um piezoeléctrico) decidiu-se utilizar uma fonte de corrente contínua existente na Universidade, com capacidade de fornecer uma tensão eléctrica de ± 300 V.

O *aparatus* experimental pode ser visto na Fig. 51. O procedimento para a validação experimental, passa por se aplicar uma dada tensão eléctrica já predefinida, aguardar que a oscilação da placa seja nula e medir o valor do deslocamento na ponta livre da placa.

De forma a verificar se a fonte era adequada para a validação experimental, decidiu-se fazer um teste rápido. Começou-se com uma tensão eléctrica nula e foi-se aumentando o valor da tensão eléctrica. Ao mesmo tempo que se aumentava a tensão eléctrica, o deslocamento na ponta da placa também aumentava. No entanto, ao atingir-se uma tensão eléctrica de 160 V ouviu-se um ruído fora do normal e o deslocamento da ponta da placa voltou a zero.



Fig. 51 - *Aparatus* experimental.

Após este incidente, decidiu-se analisar o valor da capacitância de todos os piezoeléctricos, estando só um piezoeléctrico com valores diferentes aos tabelados pelo fabricante. Face a isto, voltou-se a aplicar uma tensão eléctrica aos piezoeléctricos, excepto ao que apresentava valores diferentes dos tabelados. Aplicou-se uma tensão eléctrica de 30 V e conseguiu-se obter o deslocamento na ponta da placa que está presente na Fig. 52.

Na Fig. 52-A tem-se o deslocamento na ponta da placa, quando os cinco piezoeléctricos têm uma tensão eléctrica nula. Já na Fig. 52-B tem-se o deslocamento na ponta da placa para uma tensão eléctrica de 30 V nos cinco piezoeléctricos. A escala de medida presente na Fig. 52 encontra-se em mm.

Após ter-se obtido um deslocamento na ponta da placa próximo de 1 mm, para uma tensão eléctrica de 30 V, decidiu-se ligar o 6º piezoeléctrico para ser medido o deslocamento com seis piezoeléctricos.

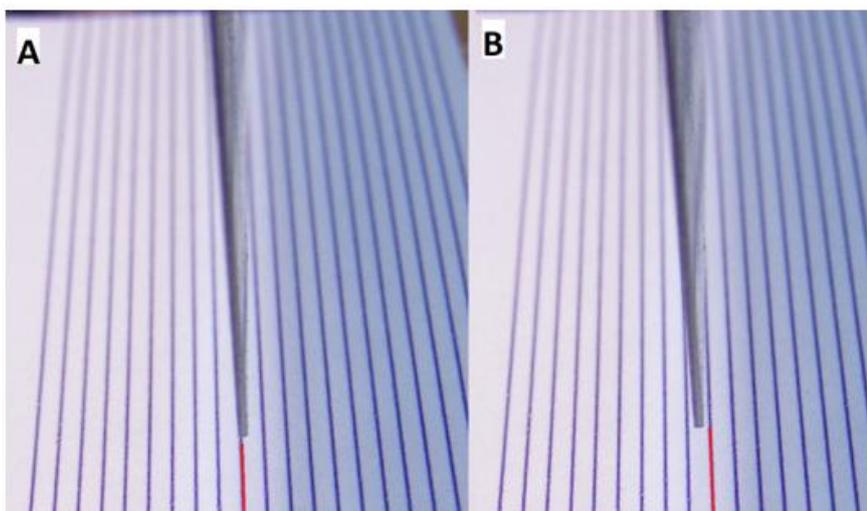


Fig. 52 - Deslocamento na ponta da placa para uma tensão eléctrica nula (A) e para uma tensão eléctrica de 30 V (B).

Na Fig. 53 pode-se visualizar o resultado de se ter ligado o 6º piezoeléctrico e aplicar-se uma tensão eléctrica de 30 V. Após se ter contactado o fabricante, verificou-se que para esta experiência não se deveria ter utilizado uma fonte de corrente contínua. Com esta informação do fabricante, e já com um piezoeléctrico estragado, a validação experimental será realizada num trabalho futuro, e já com equipamento apropriado.

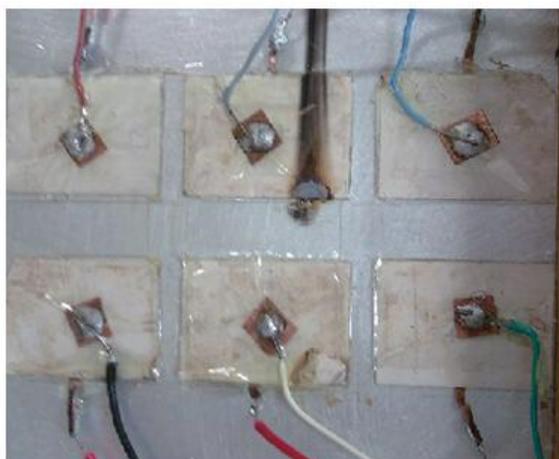


Fig. 53 - Resultado final da validação experimental.

O valor do deslocamento na ponta da placa foi calculado, para as mesmas condições que o deslocamento obtido na Fig. 52, obtendo-se um δ de 0,8769 mm. Não se consegue saber o valor exacto de δ obtido experimentalmente, mas numa análise geral a discrepância entre o δ computacional e o δ experimental aparenta ser pequena. Um factor que contribuiu para esta pequena discrepância de δ deve-se a um ligeiro sobreaquecimento dos piezoeléctricos, devido à fonte de corrente contínua, fazendo com que as propriedades piezoeléctricas tenham sido alteradas, ou mesmo ter ocorrido a despolarização em alguns piezoeléctricos.

5. Conclusões

O objectivo deste trabalho foi realizar a optimização da posição dos actuadores piezoeléctricos numa placa de alumínio encastrada, para a flexão e para a torção. Como se verificou, a optimização da posição dos piezoeléctricos foi conseguida para um conjunto de seis, cinco, quatro e dois piezoeléctricos, recorrendo a um algoritmo genético e ao Abaqus™.

O algoritmo genético foi implementado no Matlab® devido à simplicidade de implementação, assim como as bibliotecas que o Matlab® possui. Foram ajustados alguns parâmetros do algoritmo genético para cada conjunto de piezoeléctricos e tipo de análise (flexão e torção pura e flexão e torção combinadas). O modelo estrutural foi implementado no Abaqus™ devido à sua capacidade de simular materiais piezoeléctricos de uma forma simples. O tamanho da malha, assim como o elemento aplicados para a placa e para os piezoeléctricos foram analisados.

O Matlab® também ficou responsável por fazer a ligação entre o AG e o Abaqus™, para que todo o programa computacional ficasse autónomo, ou seja, bastou definir os valores iniciais e correr o programa e obter resultados, não sendo necessário adicionar dados extra durante o programa. Na Fig. 54, encontra-se um resumo com as melhores posições encontradas para cada caso estudado.

Com base na Fig. 54, conclui-se que as melhores posições para a flexão estão próximas do eixo de simetria da placa, isto é, dentro da área azul. Para a torção, as melhores posições encontram-se na área rosa da Fig. 54.

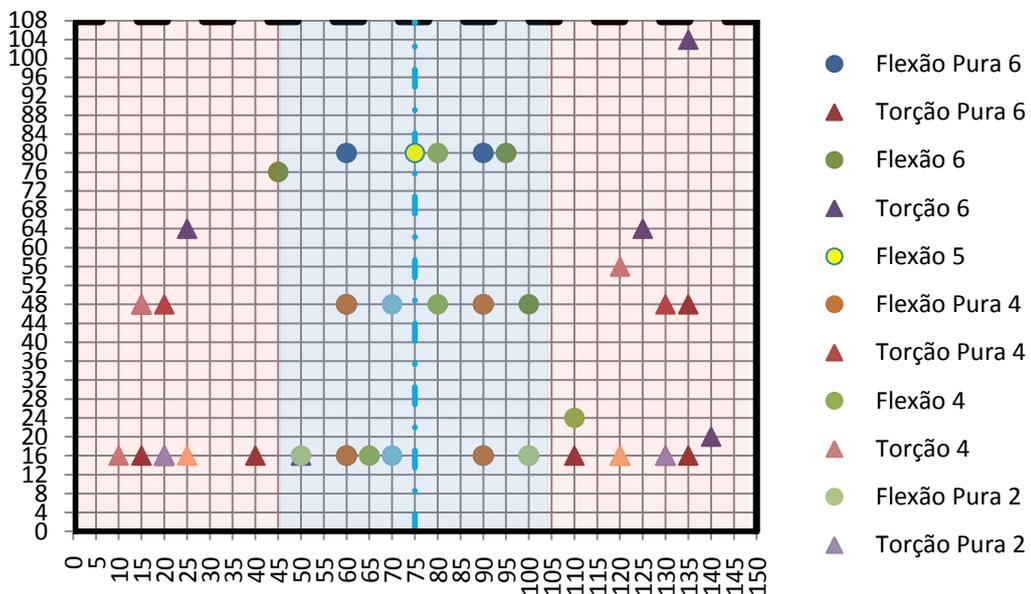


Fig. 54 - Melhores localizações dos piezoeléctricos para a torção e para a flexão.

Convém salientar que a área azul e a área rosa foram representadas com uma aproximação aos valores obtidos.

Ao analisar-se os melhores resultados obtidos, verifica-se que as melhores posições dos piezoelétricos para a flexão não se encontram coincidentes com o eixo de simetria, mas sim próximas deste, segundo X. Em relação à torção verifica-se que as melhores posições dos piezoelétricos não se encontram mesmo na extremidade da placa, mas um pouco antes, segundo X. Segundo Y, para a torção e flexão, as melhores posições dos piezoelétricos encontram-se junto à ponta da placa encastrada.

Relativamente aos valores obtidos, o máximo valor de δ obtido foi de $3,4818\text{ mm}$, enquanto o valor máximo de θ foi de $0,6388\text{ mm}$, para um conjunto de seis piezoelétricos e uma tensão eléctrica de 100 V para a flexão e -100 V para a torção.

Da análise energética realizada, verificou-se que o conjunto com dois piezoelétricos era o mais eficiente energeticamente, concluindo assim que, uma elevada deflexão da ponta livre da placa nem sempre é eficiente energeticamente.

Não se conseguiu realizar a validação experimental deste trabalho, onde os motivos já foram explicados anteriormente.

Assim, para trabalhos futuros sugere-se o seguinte:

- Validação experimental destes resultados;
- Para as melhores posições obtidas neste trabalho, aplicar o controlo nos piezoelétricos para variação da forma e supressão de vibração;
- Optimização do controlo e da posição de actuadores para estruturas típicas de uma aeronave;
- Verificar as melhores posições dos actuadores obtidas para esta análise estática, numa análise dinâmica.

6. Bibliografia

- [1] - T. H. G. Megson; *Aircraft Structures for Engineering Students*; Fourth Edition; Elsevier Aerospace Engineering; 2007.
- [2] - Dewey H. Hodges and G. Alvin Pierce; *Introduction to Structural Dynamics and Aeroelasticity*; First Edition; Cambridge Aerospace Series; 2002.
- [3] - S. Bae, D.J. Inman, I. Lee; *Effects of structural nonlinearity on subsonic aeroelastic characteristics of an aircraft wing with control surface*; in: *Journal of Fluids and Structures* 19 (2004) 747-763; 2004.
- [4] - Aerodynamic flutter: http://www.cs.wright.edu/~jslater/SDTCOutreachWebsite/aerodynamic_flutter_banner.pdf; Última consulta em: 23/06/2011.
- [5] - Flutter: <http://www.iitk.ac.in/infocell/Archive/dirjan1/flutter.html>; Última consulta em: 23/06/2011.
- [6] - Michael W. Kehoe; *A Historical Overview of Flight Flutter Testing*, NASA Technical Memorandum 4720; October 1995.
- [7] - S. Raja, A.A. Pashilkar, R. Sreedeeep and J.V. Kamesh; *Flutter control of a composite plate with piezoelectric multilayered actuators*; In: *Aerospace Science and Technology* 10 (2006) 435-441; 2006.
- [8] - Seong Hwan Moon and Seung Jo Kim; *Suppression of nonlinear composite panel flutter with active/passive hybrid piezoelectric networks using finite element method*; In: *Composite Structures* 59 (2003) 525-533; 2003.
- [9] - Y.H. Zhao; *Flutter suppression of a high aspect-ratio wing with multiple control surfaces*; In: *Journal of Sound and Vibration* 324 (2009) 490-513; 2009.
- [10] - Afzal Suleman and António P. Costa; *Adaptive control of an aeroelastic flight vehicle using piezoelectric actuators*; In: *Computers and Structures* 82 (2004) 1303-1314; 2004.
- [11] - I.K. Oh and I. Lee; *Supersonic flutter suppression of piezolaminated cylindrical panels based on multifield layerwise theory*; In: *Journal of Sound and Vibration* 291 (2006) 1186-1201; 2001.
- [12] - Seong Hwan Moon; *Finite element analysis and design of control system with feedback output using piezoelectric sensor/actuator for panel flutter suppression*; In: *Finite Elements in Analysis and Design* 42 (2006) 1071 - 1078; 2006.
- [13] - Jae-Hung Han, Junji Tani and Jinhao Qiu; *Active flutter suppression of a lifting surface using piezoelectric actuation and modern control theory*; In: *Journal of Sound and Vibration* 291 (2006) 706-722; 2006.

- [14] - NASA investigating the SMART shape changing helicopter rotor: <http://www.gizmag.com/nasa-investigating-the-smart-shape-changing-helicopter-rotor/11340/>; Última consulta em: 23/06/2011.
- [15] - <http://www.flxsys.com/Projects/MACW/Adaptive%20Compliant%20Wing/images/adapt-comp-wing.jpg>; Última consulta em: 23/06/2011.
- [16] - Aditi Chattopadhyay, John Rajadas; *Adaptive Systems, Rotary Wing Applications*, in: Mel Schwartz; *Encyclopedia of Smart Materials: Volume 1 and Volume 2*; First Edition; John Wiley & Sons; 2002.
- [17] - Myer Kutz; *Handbook of Materials Selection*; First Edition; John Wiley & Sons; 2002.
- [18] - A. Suleman; *Adaptive Composite Systems: Modeling and Applications*, in: Mel Schwartz; *Encyclopedia of Smart Materials: Volume 1 and Volume 2*; First Edition; John Wiley & Sons; 2002.
- [19] - Johannes Schweiger; *Aircraft Control, Applications of Smart Structures*; in: Mel Schwartz; *Encyclopedia of Smart Materials: Volume 1 and Volume 2*; First Edition; John Wiley & Sons; 2002.
- [20] - Fatih Mutlu Karadal, Volkan Nalbantoğlu, Melin Şahin, Güçlü Seber, Ömer Faruk Kırçalı, Yavuz Yaman; *Active Flutter control of a Smart Fin*; 19th International Conference on Adaptive Structures and Technologies; Switzerland; October 2008.
- [21] - Michelle Addington e Daniel Schodek; *Smart Materials and New Technologies - For architecture and design professions*; First Edition; Elsevier; 2005.
- [22] - Yves Bellouard; *Microrobotics, Microdevices Based on Shape-Memory Alloys*, in: Mel Schwartz; *Encyclopedia of Smart Materials: Volume 1 and Volume 2*; First Edition; John Wiley & Sons; 2002.
- [23] - <http://www.piceramic.com/piezoefeekt1.html>; Última consulta em: 23/06/2011.
- [24] - <http://global.kyocera.com/fcworld/charact/elect/piezo.html>; Última consulta em: 23/06/2011.
- [25] - <http://mrsec.wisc.edu/Edetc/SlideShow/slides/contents/piezoelectricity.html>; Última consulta em: 23/06/2011.
- [26] - Xinhua Zhu, Zhongyan Meng; *Actuators, Piezoelectric Ceramic, Functional Gradient*, in: Mel Schwartz; *Encyclopedia of Smart Materials: Volume 1 and Volume 2*; First Edition; John Wiley & Sons; 2002.
- [27] - Harry Tuller; *Electroceraamics*, in: Mel Schwartz; *Encyclopedia of Smart Materials: Volume 1 and Volume 2*; First Edition; John Wiley & Sons; 2002.
- [28] - <http://www.doitpoms.ac.uk/tlplib/pyroelectricity/printall.php>; Última consulta em: 23/06/2011.

- [29] - Andrei Kholkin, Bahram Jadidian, Ahmad Safari; *Ceramics, Piezoelectric and Electrostrictive*, in: Mel Schwartz; *Encyclopedia of Smart Materials: Volume 1 and Volume 2*; First Edition; John Wiley & Sons; 2002.
- [30] - <http://www.newport.com/servicesupport/Tutorials/images/fig21b.gif>; Última consulta em: 23/06/2011.
- [31] - <http://www.azom.com/Details.asp?ArticleID=4854>; Última consulta em: 23/06/2011.
- [32] - Eliza Munteanu; *3D Wing Model Analysis for Flutter Active Control*; in: Control Engineering and Applied Informatics; Vol. 12, No. 4; 2010.
- [33] - Wei Liu, Zhikun Hou, Michael A. Demetriou; *A computational scheme for the optimal sensor/actuator placement of flexible structures using a spatial H_2 measures*; in: Mechanical Systems and Signal Processing; Vol. 20; 2006.
- [34] - Hongwei Zhang, Barry Lennox, Peter R. Goulding and Andrew Y. T. Leung; *A float - encoded genetic algorithm technique for integrated optimization of piezoelectric actuator and sensor placement and feedback gains*; in: Smart Mater. Struct.; Vol. 9; 2000.
- [35] - I. Bruant, G. Coffignal, F. Lene and M. Verge; *A methodology for determination of a piezoelectric actuator and sensor location on beam structures*; in: Journal of Sound and Vibration; Vol. 243; 2001.
- [36] - Ali Reza Mehrabian and Aghil Yousefi-Koma; *A novel technique for optimal placement of piezoelectric actuators on smart structures*; in: Journal of The Franklin Institute; Elsevier; 2009.
- [37] - Jae-Hung Han, Junji Tani and Jinhao Qiu; *Active flutter suppression of a lifting surface using piezoelectric actuator and modern control theory*; in: Journal of Sound and Vibration; Vol. 291; 2006.
- [38] - Daraji A. H., Hale J. M. and Bicker R.; *Active vibration control of smart structure*; School of Mechanical and Systems Engineering, Newcastle University.
- [39] - A. L. Araújo, P. Martins, C. M. Mota Soares, C. A. Mota Soares and J. Herskovits; *Damping optimisation of hybrid active-passive sandwich composite structures*; in: Advances in Engineering Software; Elsevier; 2010.
- [40] - Jing-yu Yang and Guo-ping Chen; *Actuator Placement and Configuration Direction Optimization In Plate Structure Vibration Control System*; in: International Conference on Measuring Technology and Mechatronics Automation; IEEE Computer Society; 2010.
- [41] - S. L. dos Santos e Lucato, R. M. McMeeking and A. G. Evans; *Actuator placement optimization in a Kagome based high authority shape morphing structure*; in: Smart Materials and Structures; Vol. 14; 2005.

- [42] - Dunant Halim and S.O. Reza Moheimani; *An optimization approach to optimal placement of collocated piezoelectric actuators and sensors on thin plate*; in: *Mechatronics*; Vol. 13; 2003.
- [43] - D. Dwarakanathan, S. Raja, Shashikala Rajappa and B. Balakrishnan; *Evolution based statistical optimization technique to design a smart structural system for large aerospace structures*; in: *International Conference on Aerospace Science and Technology*; India; June 2008;
- [44] - L. Roseiro, U. Ramos and R. Leal; *Genetic algorithms and Neural Networks in optimal location of piezoelectric actuators and identification of mechanical properties*; in: *6th WSEAS International Conference in Simulation, Modelling and Optimization*; Portugal; September 2006.
- [45] - Rui Ribeiro, Susana da Mota Silva, José D. Rodrigues and Mário Vaz; *Genetic algorithms for optimal design and control of adaptive structures*; in: *7th SPIE's, Annual Symposium on Smart Structures and Materials*; California; March 2000.
- [46] - Lizeng Sheng and Rakesh K. Kapania; *Genetic Algorithms for optimization of piezoelectric actuators locations*; in: *AIAA/ASME/ASCE/AHS/AHC 41st Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*; Atlanta; 2000.
- [47] - Yaowen Yang, Zhanli Jin and Chee Kiong Soh; *Integrated optimal design of vibration control system for smart beams using genetic algorithms*; in: *Journal of Sound and Vibration*; Vol. 282; Elsevier; 2005.
- [48] - B. Xu and J. S. Jiang; *Integrated optimization of structure and control for piezoelectric intelligent trusses with uncertain placement of actuators and sensors*; in: *Computational Mechanics*; Vol. 33; Springer-Verlag; 2004.
- [49] - A. M. Sadri, J. R. Wright and R. J. Wynne; *LQG control design for panel flutter suppression using piezoelectric actuators*; in: *Smart Materials and Structures*; Vol. 11; Institute Of Physics Publishing; 2002.
- [50] - Roba El Khoury Moussa, Mathieu Grossard, Nicolas Chaillet, Mehdi Boukallel and Arnaud Hubert; *Optimal design and control simulation of a monolithic piezoelectric microactuator with integrated sensor*; in: *IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, AIM'10*; Canada; 2010.
- [51] - Y. J. Yan and L. H. Yam; *Optimal design of number and locations of actuators in active vibration control of a space truss*; in: *Smart Materials and Structures*; Vol. 11; Institute of Physics Publishing; 2002.
- [52] - Jingjun Zhang, Lili He and Ercheng Wang; *Active vibration control of piezoelectric intelligent structures*; in: *Journal of Computers*; Vol. 5, Nº 3; Academy Publisher; 2010.

- [53] - Isabelle Bruant, Laurent Gallimard and Shahram Nikoukar; *Optimal piezoelectric actuator and sensor location for active vibration control, using genetic algorithm*; in: Journal of Sounds and Vibration; Vol. 329; Elsevier; 2010.
- [54] - Téo Lenquist da Rocha, Samuel da Silva e Vicente Lopes Jr.; *Optimal Location of Piezoelectric Sensor and Actuator for Flexible Structures*; in: Eleventh International Congress on Sound and Vibration; St. Petersburg, Russia, July 2004.
- [55] - Zhi-cheng Qiu, Xian-min Zhang, Hong-xin Wu and Hong-hua Zhang; *Optimal placement and active vibration control for piezoelectric smart flexible cantilever plate*; in: Journal of Sounds and Vibration; Vol. 301; Elsevier; 2007.
- [56] - Shaoze Yan, Kai Zheng, Qiang Zhao and Lin Zhang; *Optimal placement of active members for truss structure using genetic algorithm*; in: International Conference on Intelligent Computing, Part II; Springer-Verlag Berlin Heidelberg; China; 2005.
- [57] - Rong Zhang and Wenjie Feng; *Optimal placement of piezo actuators on a beam: a dynamic problem from stochastic to deterministic*; in: International journal of mechanics and materials in design; Vol. 6; Nº 3; Springer, Heidelberg; 2010.
- [58] - Crestina Guerra; *Optimização paramétrica de estruturas treliçadas por algoritmos genéticos*; Dissertação de Mestrado; Universidade Federal do Rio Grande do Sul; Porto Alegre, Brasil; 2008.
- [59] - Rodrigo Castro, *Optimização de estruturas com multi-objectivos via algoritmos genéticos*; Dissertação de Doutorado; Universidade Federal do Rio de Janeiro; Rio de Janeiro, Brasil; 2001.
- [60] - Abaqus Example Manual Vol. 2; Version 6.8; SIMULIA.
- [61] - Abaqus Analysis User Manual Vol. 1, Vol. 2, Vol. 3, Vol. 4 e Vol. 5; Version 6.8; SIMULIA.
- [62] - Angélique Pereira; *Estudo preliminar da supressão de flutter em componentes aeronáuticos*; Dissertação de mestrado; Universidade da Beira Interior; Portugal; 2009.
- [63] - Fatih Mutlu Karadal, Volkan Nalbantoğlu, Melin Şahin, Güçlü Seber, Ömer Faruk Kırçalı and Yavuz Yaman; *Active Flutter Control of a Smart Fin*; in: 19th International Conference on Adaptive Structures and Technologies; Switzerland; October 2008.
- [64] - Abaqus Scripting Reference Manual, Version 6.8, SIMULIA.
- [65] - Abaqus Scripting User's Manual, Version 6.8, SIMULIA.

Página deixada intencionalmente em branco

7. Anexos

7.1. Anexo 1



BM500 - Lead Zirconate Titanate

Sensor Technology Limited

PIEZOELECTRIC MATERIALS



PIEZOELECTRIC CERAMICS

LEAD ZIRCONATE TITANATE

PIEZO ACTUATORS

LEAD MAGNESIUM NI OXIDE

PIEZO COMPOSITES

PIEZO ACTUATORS

LEAD ZIRCONATE TITANATE

LEAD ZIRCONATE TITANATE

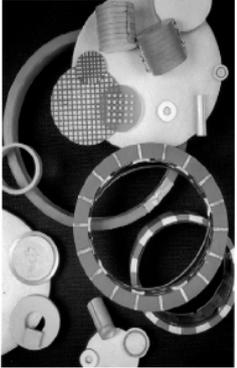
LEAD ZIRCONATE TITANATE

SENSOR TECHNOLOGY LIMITED
Central Laboratory for
Piezoelectric Research
www.sensor-tech.co.uk

OVERVIEW

BM500 series ceramics are lead zirconate titanates with high coupling coefficients and piezoelectric charge coefficient. These materials find application in passive devices and low-power resonators.

PROPERTY	SYMBOL	BM500	UNITS
Electrical ¹			
Relative Dielectric Constant	K_{33}^T	1750	—
Dissipation Factor	$\tan \delta$	1.6	%
Piezoelectric			
Coupling Factor	k_p	.62	—
	k_{31}	.37	—
	k_{33}	.72	—
Charge Constant	d_{31}	-175	10^{-12} C/N
	d_{33}	365	10^{-12} C/N
Voltage Constant	g_{31}	-11.5	10^{-3} Vm/N
	g_{33}	25	10^{-3} Vm/N
Mechanical Quality Factor	Q_M	80	—
Frequency Constants ²	N_p	2050	Hz.m
	N_1	1400	Hz.m
	N_4	1800	Hz.m
Elastic Modulus			
Compliance	S_{11}^E	15.5	10^{-12} m ² /N
	S_{33}^E	19.0	10^{-12} m ² /N
Density	ρ	7.65	g/cm ³
Curie Temperature	T_c	360	°C
Ageing Characteristics ³ (% change/time decade)			
Coupling Factor	k_p	-0.5	—
Dielectric Constant	K_{33}^T	-1.0	—
Frequency Constant	N_p	0.5	Hz.m



Notes:

1 Low field parameters; measured at 1kHz

2 N_p - Planar
 N_1 - Longitudinal
 N_4 - Thickness

3 Reference point of time; 24 hours after polarization

FEATURES

- High piezoelectric charge coefficient
- High coupling coefficient

APPLICATIONS

- Level, flow measurement
- Thickness measurement
- Low power resonators
- Flaw detection (NDE)
- Passive devices
- Accelerometers
- Communication
- Hydrophones
- Linear arrays
- Transducers
- Depth sounders
- Sonobuoys
- Actuators

Fig. 55 - Dados dos piezoelétricos fornecidos pelo fabricante.

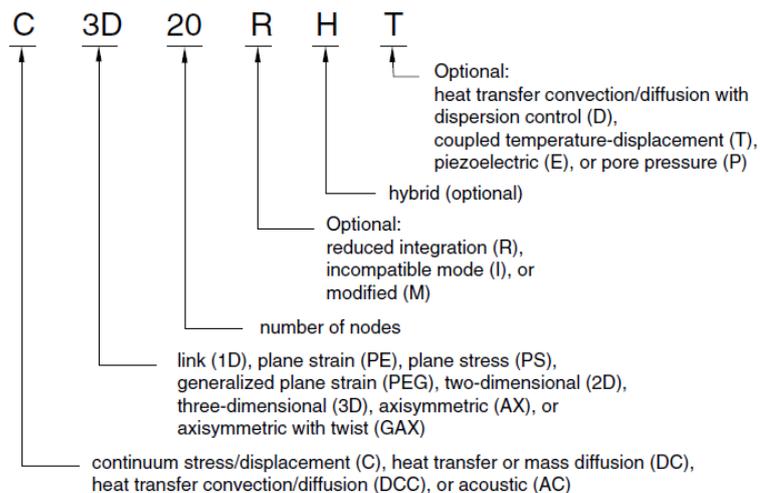


Fig. 56 - Convenção escolhida para o nome de um elemento no Abaqus™.

Página deixada intencionalmente em branco

Página deixada intencionalmente em branco

Optimização da posição de dispositivos piezoeléctricos para alteração de forma de componentes aeronáuticos

Silva, T.

Departamento de Ciências Aeroespaciais, Universidade da Beira Interior, Portugal
email: tiagoss_amt@hotmail.com

Conference Topic - CT 2

Resumo

Este trabalho foca-se na mudança de forma de uma placa de alumínio encastrada, onde o objectivo do trabalho é determinar a melhor localização dos actuadores (piezoeléctricos), de maneira a que se consiga maximizar os valores da deflexão na ponta livre da placa à flexão e à torção, para vários conjuntos de piezoeléctricos.

A metodologia empregue para a realização deste trabalho foi a seguinte: utiliza-se um algoritmo genético que vai “procurar” a melhor posição para cada piezoeléctrico; encontrada essa posição, transmite-a para o software de elementos finitos, Abaqus™, que vai calcular o deslocamento da ponta da placa; calculado o deslocamento, o Abaqus™ transmite ao algoritmo o valor deste mesmo, onde este irá guardar o valor e a posição, assim como indicar uma nova posição para calcular o deslocamento, e assim sucessivamente até se encontrar a melhor posição para cada piezoeléctrico.

Foram encontradas as melhores posições para um conjunto de seis, cinco, quatro e dois piezoeléctricos, à torção e à flexão. Os resultados obtidos neste trabalho constituem uma importante base de partida para outras investigações futuras.

Palavras-chave: Flutter; Piezoeléctricos; Optimização; Algoritmos Genéticos; Abaqus™; Matlab®.

1. Introdução

Desde o início da aviação que, o flutter é um dos principais factores que restringem o envelope de voo das aeronaves. De forma a combater esta instabilidade aeroelástica foram desenvolvidos métodos activos e passivos de supressão de vibração. As soluções passivas, para além de aumentarem o peso da estrutura, só são focalizadas para uma certa zona da estrutura. A supressão activa de flutter tem como objectivo melhorar a precisão de actuação, bem como a energia necessária que cada actuator necessita, onde a mudança de forma é um dos métodos mais eficazes.

Eliza Muteanu (1) fez um estudo para encontrar a melhor posição para um par de actuadores piezoeléctricos numa asa em compósitos. Wei Liu et al. (2) apresentaram uma solução para os problemas OLSA (Optimal Location for Sensors/Actuators) ao usar um algoritmo genético (GA, Genetic Algorithm) modificado. Hongwei et al. (3) fizeram um trabalho de investigação num problema OSLA, numa viga encastrada, tendo por base o desenvolvimento de uma função de desempenho baseada na maximização da dissipação de energia devido à acção do controlo. Mehrabian e Yousefi-Koma (4) fizeram uma investigação sobre a melhor posição para a colocação de actuadores piezoeléctricos num modelo que simulou o estabilizador vertical do caça F-18. Jing-yu Yang e Guo-ping Chen (5) investigaram a localização óptima de actuadores numa placa fixa - fixa. Halim and Moheimani (6) fizeram um trabalho de investigação para um problema OLSA numa placa fina laminada. Dwarakanathan et al. (7) fizeram uma análise estatística da melhor posição para a colocação de pares de sensores-actuadores (S-A), numa cauda em forma de T.

Neste trabalho pretende-se mudar a forma de uma placa de alumínio encastrada através da determinação da melhor localização dos actuadores (piezoeléctricos - PZT's), de forma que se consiga maximizar a deflexão na ponta livre da placa quando esta é sujeita à flexão e à

torção, para vários conjuntos de piezoeléctricos. São apresentados os valores obtidos para a torção e a flexão pura com dois piezoeléctricos. É apresentada uma análise energética para um conjunto de dois, quatro e seis piezoeléctricos para a flexão e torção pura. As conclusões são referentes a um conjunto de dois, quatro e seis piezoeléctricos para a flexão e torção pura e flexão e torção combinadas.

2. Definição do Problema

Neste trabalho foi realizada a optimização da localização dos PZT's para maximizar a deflexão na ponta livre da placa (Figura 1), com um conjunto de seis, quatro e dois piezoeléctricos, para três casos: flexão e torção pura e torção e flexão combinadas. Aqui apenas é feita a descrição para um conjunto de dois piezoeléctricos à torção e flexão pura.

A metodologia empregue para a realização deste trabalho foi a seguinte: utiliza-se um algoritmo genético que vai “procurar” a melhor posição para cada piezoeléctrico; encontrada essa posição, transmite-a para o software de elementos finitos, Abaqus™, que vai calcular o deslocamento da ponta da placa; calculado o deslocamento, o Abaqus™ transmite ao algoritmo o valor deste mesmo, onde este irá guardar o valor e a posição, assim como indicar uma nova posição para calcular o deslocamento, e assim sucessivamente até se encontrar a melhor posição para cada piezoeléctrico. A metodologia do modelo computacional para a flexão e torção pura pode ser visualizada no Fluxograma 1.

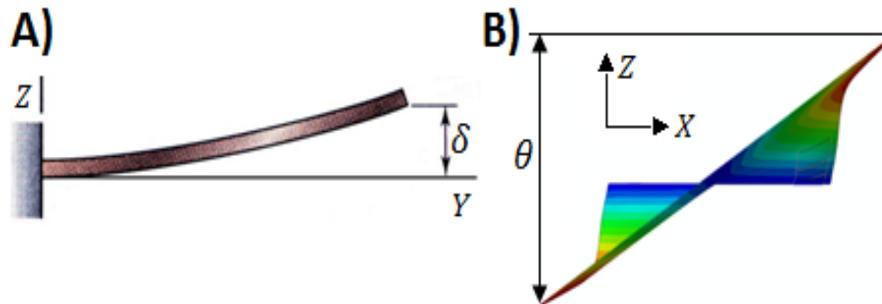


Figura 1 - Valores a serem maximizados: δ para a flexão (A) e θ para a torção (B).

O algoritmo genético foi implementado no Matlab® devido à sua simplicidade de implementação, ou seja, no caso do Matlab®, implementar o AG necessitou de poucas linhas de código, uma vez que a maioria dos parâmetros do algoritmo genético já estão definidos com valores padrão. De seguida são apresentados os parâmetros do AG definidos.

A função objectivo para a flexão pura é dada por:

$$f_f(\mathbf{X}) = -\delta(\mathbf{X}); \mathbf{X} \in [\mathbf{X}_{\min}; \mathbf{X}_{\max}] \quad (1)$$

A função objectivo para a torção pura definiu-se da seguinte forma:

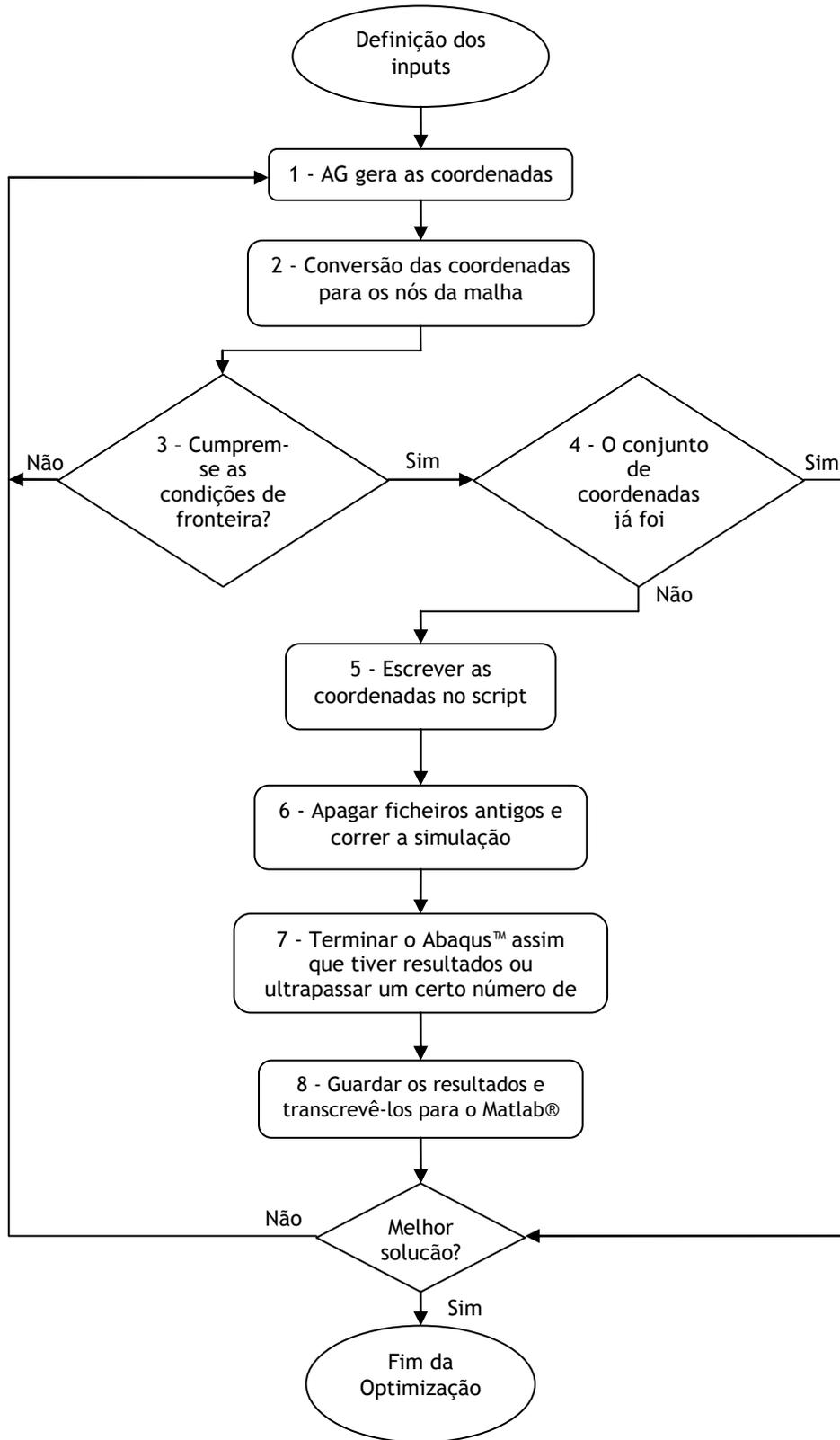
$$f_t(\mathbf{X}) = -\theta(\mathbf{X}); \mathbf{X} \in [\mathbf{X}_{\min}; \mathbf{X}_{\max}] \quad (2)$$

onde \mathbf{X} é o conjunto de coordenadas dos piezoeléctricos ($\mathbf{X} = (X_n; Y_n)$). Para a análise da flexão e da torção pura, com um conjunto de dois piezoeléctricos, como só se vai deslocar um piezoeléctrico as variáveis são só duas, sendo elas as seguintes:

$$X_1 \text{ e } Y_1 \quad (3)$$

As coordenadas do segundo piezoeléctrico são definidas como:

$$\begin{cases} X_2 = b - X_1 \\ Y_2 = Y_1 \end{cases} \quad (4)$$



Fluxograma 1 - Fluxograma do programa de torção ou flexão pura.

onde b é a largura da placa. Os limites implementados nas variáveis de projecto são os seguintes:

$$\begin{cases} X \in [0,01; 0,06] \\ Y \in [0,016; 0,048] \end{cases} \quad (5)$$

Seleccionou-se a seguinte posição inicial:

$$\begin{cases} X_1 = 0,06 \\ Y_1 = 0,016 \end{cases} \text{ (flexão)} \quad \begin{cases} X_1 = 0,015 \\ Y_1 = 0,016 \end{cases} \text{ (torção)} \quad (6)$$

O tamanho da população foi definido tendo por base o número de posições que um piezoeléctrico pode tomar nos limites estabelecidos:

$$\begin{cases} N_x = 11 \text{ nós} \\ N_y = 9 \text{ nós} \end{cases} \Rightarrow tp = N_x \times N_y = 11 \times 9 = 99 \quad (7)$$

Importa salientar que as variáveis do AG são referentes à posição do centro de cada piezoeléctrico. O “centro” do piezoeléctrico não corresponde ao seu centro geométrico, mas sim ao das seguintes coordenadas: $X_p = 0,01m, Y_p = 0,016m$. As propriedades da placa e dos piezoeléctricos encontram-se na Tabela 7.

Para este trabalho, no Abaqus™, foi definida uma malha de 5mm (segundo X) e 4mm (segundo Y). Para os piezoeléctricos definiu-se o elemento C3D20RE nos piezoeléctricos e para placa o C3D20R. (8)

3. Resultados

Na Tabela 1 estão presentes os dez conjuntos de coordenadas que produziram os melhores valores de δ , isto para uma tensão eléctrica (V) de 100V. Importa referir que as coordenadas e respectivo valor de δ encontram-se em mm.

Tabela 1 - Conjunto de coordenadas que originaram os 10 melhores valores de δ , com 2 piezoeléctricos.

Conjunto	X_1	Y_1	X_2	Y_2	δ
1	50	16	100	16	1,3888
2	45	16	105	16	1,3863
3	55	16	95	16	1,3836
4	60	16	90	16	1,3777
5	40	16	110	16	1,3723
6	35	16	115	16	1,3443
7	30	16	120	16	1,3006
8	25	16	125	16	1,2412
9	20	16	130	16	1,1679
10	60	20	90	20	1,1391

Os melhores valores de δ para a flexão pura são obtidos quando os piezoeléctricos estão próximos do eixo de simetria da placa e juntos à ponta encastrada da placa. Para um conjunto de dois piezoeléctricos o valor máximo de δ conseguido foi de 1,3888 mm. Na Figura 2 é apresentado o progresso de cada piezoeléctrico, tendo por base a Tabela 1.

Outra análise aos resultados obtidos é o gráfico V vs δ , onde na Tabela 2 estão presentes os conjuntos de posições que foram utilizados para obtenção do Gráfico 1. Os valores das coordenadas e do δ estão em mm.

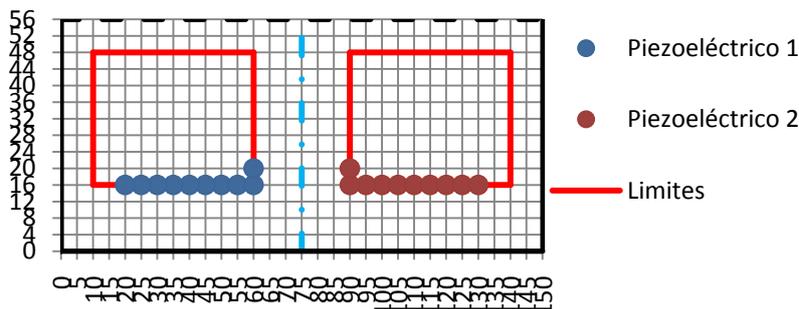


Figura 2 - Evolução dos piezoelétricos na placa, para as melhores posições à flexão com 2 piezoelétricos.

Tabela 2 - Conjuntos de coordenadas usados na obtenção do Gráfico 1.

Conjunto	X_1	Y_1	X_2	Y_2	δ para 100V
Melhor Conjunto	50	16	100	16	1,3888
Conjunto 1	30	16	120	16	1,3006
Conjunto 2	25	16	125	16	1,2412
Conjunto 3	20	16	130	16	1,1679
Conjunto 4	40	20	110	20	1,0934
Conjunto 5	45	24	105	24	1,0129
Conjunto 6	40	32	110	32	0,9369
Conjunto 7	20	28	130	28	0,8635
Conjunto 8	15	36	135	36	0,7928
Pior Conjunto	10	48	140	48	0,7049

O Gráfico 1 foi obtido pela alteração da tensão eléctrica aplicada a cada conjunto de coordenadas, com um valor mínimo de 10 V e um máximo de 250 V.

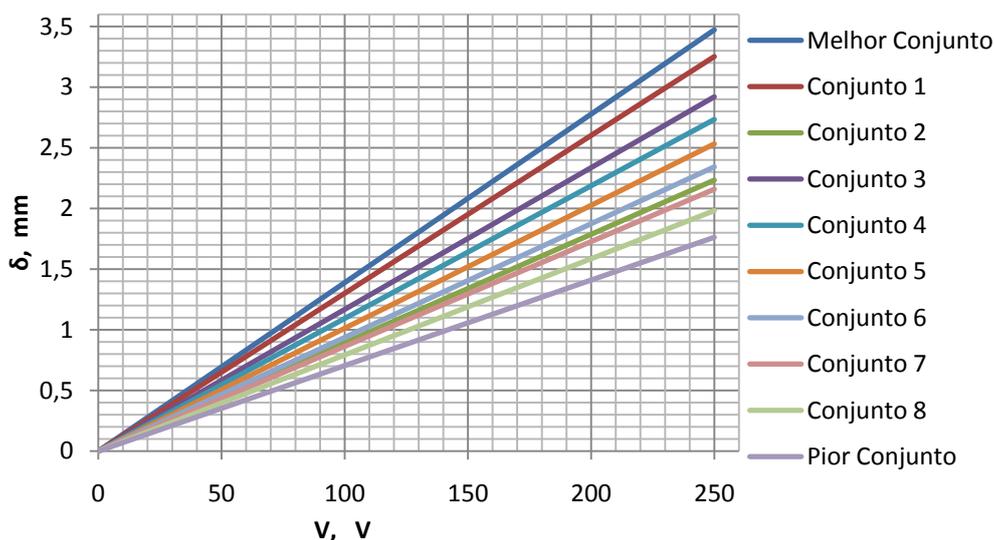


Gráfico 1 - V vs δ para algumas posições de 2 piezoelétricos.

Para os conjuntos de coordenadas definidos na Tabela 2, caso fosse necessário um δ máximo de 1,5 mm qualquer conjunto de posições cumpria este requisito. No caso de ser necessário um δ de 2 mm, só oito conjuntos o conseguiam, enquanto para atingir 3 mm, só iria ser alcançado por dois conjuntos de coordenadas. Para o melhor conjunto de coordenadas,

quando aplicada uma tensão eléctrica de 250 V aos 2 piezoeléctricos obtém-se um δ de 3,4719 mm.

Relativamente à torção, na Tabela 3 estão presentes os dez conjuntos de coordenadas que originaram os melhores valores de θ , quando o piezoeléctrico 1 tem uma tensão eléctrica de -100 V e o piezoeléctrico 2 tem uma tensão eléctrica de +100 V. Importa referir que as coordenadas e o respectivo valor de θ encontram-se em mm.

Tabela 3 - Conjuntos de coordenadas que originaram os 10 melhores valores de θ com 2 piezoeléctricos.

Conjunto	X_1	Y_1	X_2	Y_2	θ
1	20	16	130	16	0,3361
2	25	16	125	16	0,3340
3	15	16	135	16	0,3292
4	30	16	120	16	0,3235
5	10	16	140	16	0,3126
6	35	16	115	16	0,3058
7	40	16	110	16	0,2819
8	45	16	105	16	0,2529
9	15	20	135	20	0,2443
10	20	20	130	20	0,2435

Facilmente se verifica, com recurso à Tabela 3 e à Figura 3, que os conjuntos de coordenadas que originam os melhores valores de θ localizam-se junto à ponta encastrada da placa e o mais afastados do eixo de simetria.

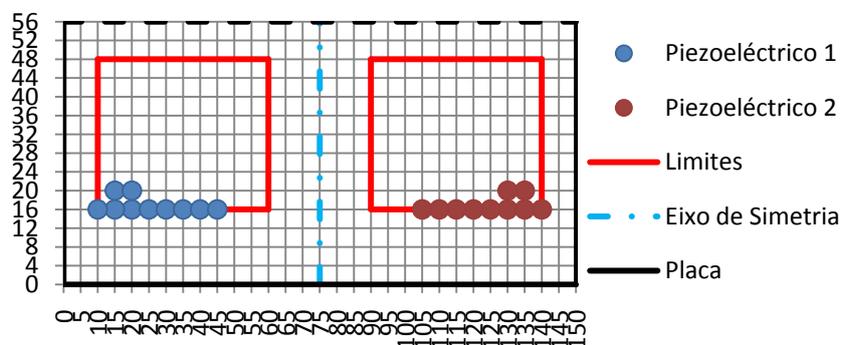


Figura 3 - Evolução dos 2 piezoeléctricos na placa para as melhores posições à torção.

Relativamente à análise V vs θ , os conjuntos de coordenadas utilizados estão presentes na Tabela 4. O valor das coordenadas e respectivo θ encontram-se em mm.

Tabela 4 - Conjunto de coordenadas usados para a obtenção do Gráfico 2.

Conjunto	X_1	Y_1	X_2	Y_2	θ para 100V
Melhor Conjunto	20	16	130	16	0,3361
Conjunto 1	35	16	115	16	0,3058
Conjunto 2	40	16	110	16	0,2819
Conjunto 3	20	20	130	20	0,2435
Conjunto 4	15	24	135	24	0,1996
Conjunto 5	20	28	130	28	0,1725
Conjunto 6	60	16	90	16	0,1392
Conjunto 7	30	40	120	40	0,1112
Conjunto 8	45	48	105	48	0,0696
Pior Conjunto	60	48	90	48	0,0398

Definido o conjunto de coordenadas utilizado, no Gráfico 2 é possível visualizar o comportamento de θ para vários valores da tensão eléctrica.

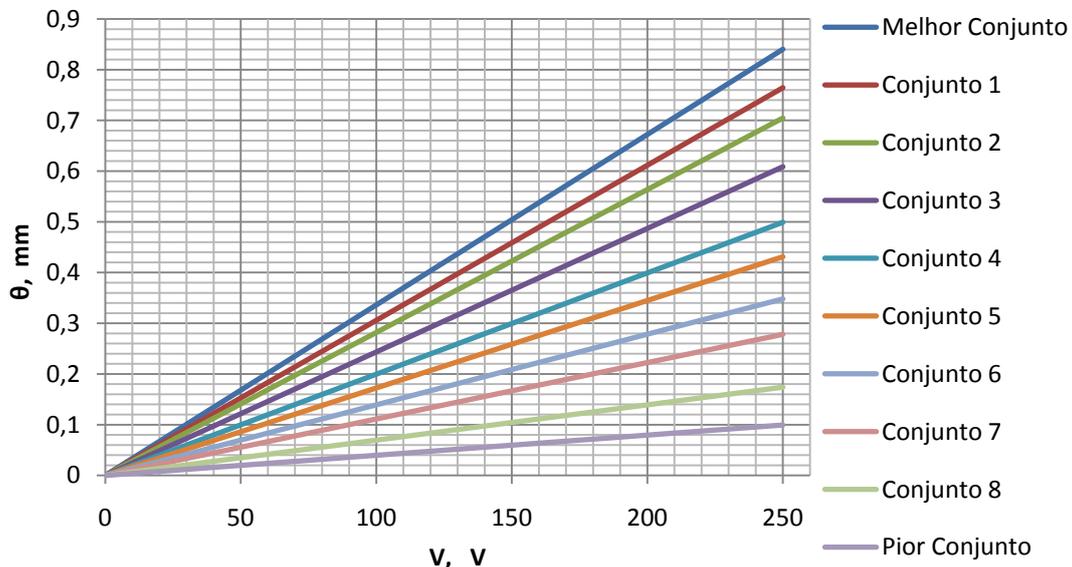


Gráfico 2 - V vs θ para algumas posições de 2 piezoeléctricos.

Atendendo aos valores apresentados no Gráfico 2, o valor máximo de θ que se consegue obter é de 0,8402 mm. Só cinco conjuntos de coordenadas conseguem obter um θ superior a 0,5 mm.

4. Análise Energética

Para esta análise energética, vai-se analisar qual o número de actuadores e respectivo conjunto de coordenadas mais eficientes, mantendo constante a tensão eléctrica aplicada (100 V). A análise energética tem por base a Eq. (8), onde V_{esp} definiu-se como a tensão eléctrica específica, n o número de actuadores, V a tensão eléctrica em análise ($V = 100 V$) e δ referente ao deslocamento produzido para um dado conjunto de coordenadas.

$$V_{esp} = \frac{nV}{\delta} \quad (8)$$

Na Tabela 5 encontram-se os resultados da análise energética à flexão pura. Assim, os conjuntos de coordenadas mais eficientes são as que apresentam o mais baixo valor de V_{esp} . Na Tabela 5, *Cl.* representa a classificação energética de cada conjunto de coordenadas e piezoeléctricos. Ao analisar a Tabela 5 verifica-se que os primeiros sete conjuntos de coordenadas com um conjunto de dois actuadores obtêm os melhores valores energéticos. O conjunto de seis piezoeléctricos é o que apresenta os piores resultados energéticos.

Pode concluir-se que os conjuntos de coordenadas que apresentam os melhores valores de δ nem sempre são energeticamente eficientes.

Para a análise energética à torção pura, em comparação com a flexão pura, só é necessário alterar a Eq. (8), para a fazer corresponder à torção pura (Eq. 9).

$$V_{esp} = \frac{nV}{\theta} \quad (9)$$

Tabela 5 - Valores obtidos para a análise energética à flexão pura.

Conj.	2 Piezoeléctricos			4 Piezoeléctricos			6 Piezoeléctricos		
	Cl.	δ	V_{esp}	Cl.	δ	V_{esp}	Cl.	δ	V_{esp}
Conj. 1	1	1,3888	144,0092	8	2,5048	159,6934	20	3,4818	172,3247
Conj. 2	2	1,3863	144,2689	9	2,4955	160,2885	21	3,4408	174,3781
Conj. 3	3	1,3836	144,5504	10	2,4839	161,0371	22	3,4338	174,7335
Conj. 4	4	1,3777	145,1695	12	2,4705	161,9105	23	3,4317	174,8405
Conj. 5	5	1,3723	145,7407	13	2,4653	162,2521	25	3,3896	177,0120
Conj. 6	6	1,3443	148,7763	14	2,4489	163,3386	26	3,3552	178,8269
Conj. 7	7	1,3006	153,7752	15	2,4387	164,0218	27	3,3528	178,9549
Conj. 8	11	1,2412	161,1344	16	2,4076	166,1406	28	3,3351	179,9047
Conj. 9	19	1,1679	171,2475	17	2,4053	166,2994	29	3,3089	181,3291
Conj. 10	24	1,1391	175,5772	28	2,4035	166,4240	30	3,3013	181,7466

Na Tabela 6 encontram-se os resultados da análise energética à torção pura. Como na flexão pura, para a torção pura os conjuntos de coordenadas mais eficientes são as que apresentam o mais baixo valor de V_{esp} .

Ao analisar a Tabela 6 conclui-se que os primeiros oito conjuntos de coordenadas com um conjunto de dois actuadores obtêm os melhores valores energéticos. O conjunto de seis piezoeléctricos é o que apresenta os piores resultados energéticos. Pode concluir-se que os conjuntos de coordenadas que apresentam os melhores valores de θ nem sempre são energeticamente eficientes.

Tabela 6 - Valores obtidos para a análise energética à torção pura.

Conj.	2 Piezoeléctricos			4 Piezoeléctricos			6 Piezoeléctricos		
	Cl.	θ	V_{esp}	Cl.	θ	V_{esp}	Cl.	θ	V_{esp}
Conj. 1	1	0,3361	595,0256	9	0,5034	794,6757	21	0,6388	939,2023
Conj. 2	2	0,3340	598,8203	10	0,5028	795,6241	22	0,6218	964,8939
Conj. 3	3	0,3292	607,5703	11	0,4933	810,9149	23	0,6032	994,7609
Conj. 4	4	0,3235	618,2189	13	0,4881	819,5546	24	0,6009	998,4690
Conj. 5	5	0,3126	639,8157	15	0,4738	844,3272	25	0,5965	1005,8507
Conj. 6	6	0,3058	654,1078	16	0,4723	846,9731	26	0,5949	1008,6407
Conj. 7	7	0,2819	709,4714	17	0,4699	851,1725	27	0,5943	1009,5741
Conj. 8	8	0,2529	790,8577	18	0,4690	852,8239	28	0,5925	1012,6582
Conj. 9	12	0,2443	818,6321	19	0,4682	854,4270	29	0,5903	1016,4840
Conj. 10	14	0,2435	821,3552	20	0,4591	871,2509	30	0,5881	1020,1826

5. Conclusão

O objectivo deste trabalho foi realizar a optimização da posição dos actuadores piezoeléctricos numa placa de alumínio encastrada, para a flexão e para a torção. Como se verificou, a optimização da posição dos piezoeléctricos foi conseguida para um conjunto de seis, cinco, quatro e dois piezoeléctricos, recorrendo a um algoritmo genético e ao Abaqus™. O algoritmo genético foi implementado no Matlab® devido à simplicidade de implementação, assim como as bibliotecas que o Matlab® possui. Foram ajustados alguns parâmetros do algoritmo genético para cada conjunto de piezoeléctricos e tipo de análise (flexão e torção pura e flexão e torção combinadas). O modelo estrutural foi implementado no Abaqus™ devido à sua capacidade de simular materiais piezoeléctricos de uma forma simples. O

tamanho da malha, assim como o elemento aplicados para a placa e para os piezoeléctricos foram analisados.

O Matlab® também ficou responsável por fazer a ligação entre o AG e o Abaqus™, para que todo o programa computacional ficasse autónomo, ou seja, bastou definir os valores iniciais e correr o programa e obter resultados, não sendo necessário adicionar dados extra durante o programa. Na Figura 4 está um resumo das melhores posições encontradas para cada caso estudado.

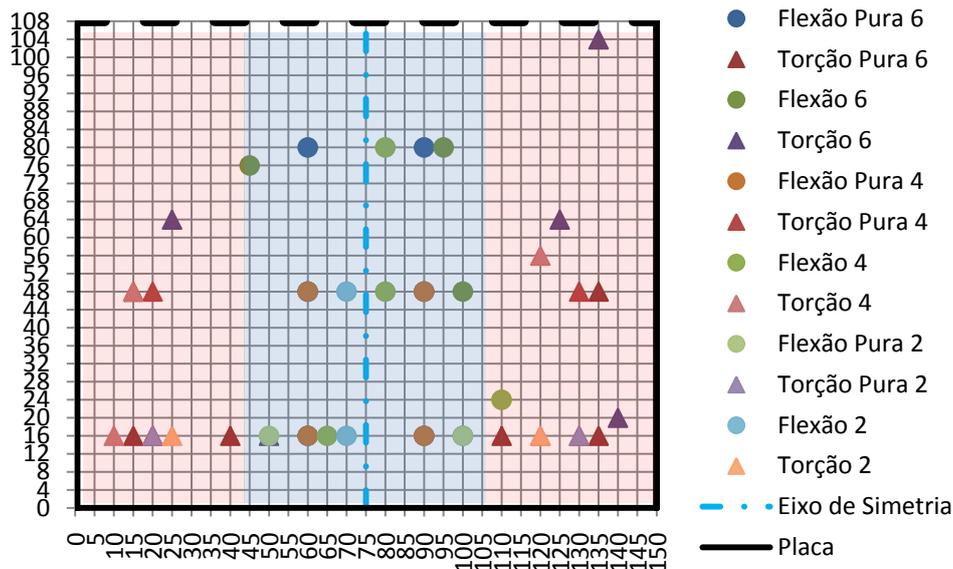


Figura 4 - Melhores localizações dos piezoeléctricos para a torção e para a flexão.

Com base na Figura 4 conclui-se que as melhores posições para a flexão estão próximas do eixo de simetria da placa, isto é dentro da área azul. Para a torção, as melhores posições encontram-se na área rosa da Figura 4.

Relativamente aos valores obtidos, o máximo valor de δ obtido foi de 3,4818 mm, enquanto o valor máximo de θ foi de 0,6388 mm, para um conjunto de seis piezoeléctricos e uma tensão eléctrica de 100 V para a flexão e -100V para a torção. Verificou-se também que o conjunto com dois piezoeléctricos era o mais eficiente energeticamente.

Referências

- (1) Eliza Munteanu; *3D Wing Model Analysis for Flutter Active Control*; in: Control Engineering and Applied Informatics; Vol. 12, No. 4; 2010.
- (2) Wei Liu, Zhikun Hou, Michael A. Demetriou; *A computational scheme for the optimal sensor/actuator placement of flexible structures using a spatial H_2 measures*; in: Mechanical Systems and Signal Processing; Vol. 20; 2006.
- (3) Hongwei Zhang, Barry Lennox, Peter R. Goulding and Andrew Y. T. Leung; *A float - encoded genetic algorithm technique for integrated optimization of piezoelectric actuator and sensor placement and feedback gains*; in: Smart Mater. Struct.; Vol. 9; 2000.
- (4) Ali Reza Mehrabian and Aghil Yousefi-Koma; *A novel technique for optimal placement of piezoelectric actuators on smart structures*; in: Journal of The Franklin Institute; Elsevier; 2009.

- (5) Jing-yu Yang and Guo-ping Chen; *Actuator Placement and Configuration Direction Optimization In Plate Structure Vibration Control System*; in: International Conference on Measuring Technology and Mechatronics Automation; IEEE Computer Society; 2010.
- (6) Dunant Halim and S.O. Reza Moheimani; *An optimization approach to optimal placement of collocated piezoelectric actuators and sensors on thin plate*; in: Mechatronics; Vol. 13; 2003.
- (7) D. Dwarakanathan, S. Raja, Shashikala Rajappa and B. Balakrishnan; *Evolution based statistical optimization technique to design a smart structural system for large aerospace structures*; in: International Conference on Aerospace Science and Technology; India; June 2008.
- (8) - Abaqus Analysis User Manual Vol. 1, Vol. 2, Vol. 3, Vol. 4 e Vol. 5; Version 6.8; SIMULIA.

Tabela 7 - Propriedades da placa de alumínio e dos piezoelétricos.

Propriedades	BM500	Alumínio	Unidades
Comprimento	0,028	0,5	[m]
Largura	0,02	0,15	[m]
Espessura	0,000254	0,00041	[m]
Coeficiente de Poisson	-	0,33	-
Densidade	7650	2800	[kg/m ³]
Módulo de Young	-	68,8	$\times 10^9$ [N/m ²]
Matriz Elasticidade			
D_{1111}	12,1	-	$\times 10^{10} \left[\frac{N}{m^2} \right]$
D_{1122}	7,54		
D_{1133}	7,52		
D_{3333}	11,1		
D_{1212}	2,11		
D_{1313}	2,16		
Matriz acoplamento piezoelétrico			
d_{311}^{φ}	-1,6538	-	$\times 10^{-10} \left[\frac{m}{V} \right]$
d_{333}^{φ}	3,6012		
d_{123}^{φ}	5,4425		
Matriz Dielétrica			
$D_{11}^{\varphi(\epsilon)}$	791	-	$\times 10^3 \left[\frac{F}{m} \right]$
$D_{33}^{\varphi(\epsilon)}$	889		