

# UNIVERSIDADE DA BEIRA INTERIOR

## Concepção e Desenvolvimento de um Novo Accionamento Linear de Alto Desempenho para Aplicações de Precisão



ANTÓNIO EDUARDO VITÓRIA DO ESPÍRITO SANTO

Dissertação para obtenção do Grau de Doutor em Engenharia Electrotécnica

Orientador: Professora Doutora Maria do Rosário Alves Calado Co-Orientador: Professor Doutor Carlos Manuel Pereira Cabrita

> Covilhã Abril de 2008



## UNIVERSIDADE DA BEIRA INTERIOR

## CONCEPÇÃO E DESENVOLVIMENTO DE UM NOVO ACCIONAMENTO LINEAR DE ALTO DESEMPENHO PARA APLICAÇÕES DE PRECISÃO

ANTÓNIO EDUARDO VITÓRIA DO ESPÍRITO SANTO

Mestre em Sistemas e Automação (Universidade de Coimbra - FCTUC/DEEC) Assistente Departamento de Engenharia Electromecânica Universidade da Beira Interior

Dissertação para obtenção do Grau de Doutor em Engenharia Electrotécnica

#### ORIENTAÇÃO CIENTIFICA

Orientador: Professora Doutora Maria do Rosário Alves Calado Professora Auxiliar Departamento de Engenharia Electromecânica Universidade da Beira Interior Co-orientador: Professor Doutor Carlos Manuel Pereira Cabrita Professor Catedrático Departamento de Engenharia Electromecânica Universidade da Beira Interior

Departamento de Engenharia Electromecânica Universidade da Beira Interior Covilhã

Abril de 2008

#### Sumário

A temática do accionamento linear de relutância variável comutado é abordada neste trabalho procurando-se soluções destinadas a aplicações de posicionamento. A investigação em actuadores lineares e respectivas metodologias de controlo, comando e regulação, tem uma larga aplicabilidade em processos industriais que requeiram precisão a nível do posicionamento. Esta especificidade exige requisitos e abordagens muito próprios. É já hoje comum encontrar aplicações que recorrem, com grande vantagem, à utilização de actuadores lineares. Neste enquadramento, o trabalho apresentado neste documento descreve o estudo das diferentes temáticas necessárias ao alcance dos resultados pretendidos.

O processo de conversão de energia nos actuadores de relutância é abordado, permitindo identificar quais os parâmetros envolvidos. Sendo a força a manifestação final do processo de conversão de energia eléctrica em energia mecânica, são introduzidas as bases de diferentes métodos de análise que permitem determinar a força de tracção produzida pelos actuadores de relutância variável comutados.

Um solenóide é usado como elemento de estudo, resultando modelos de análise dinâmica e estática que, após a introdução de pequenas adaptações, são aplicados a dispositivos lineares de relutância variável comutados. Desta análise fica também patente a influência da geometria polar no desempenho do dispositivo. Outro aspecto que ressalta do estudo realizado é a forte não linearidade, e a dependência do actuador da corrente que circula nos seus enrolamentos e da posição relativa entre o primário e o secundário. No seguimento das constatações anteriores, são analisadas e estudadas diferentes configurações geométricas da região polar. Os resultados obtidos são aplicados na construção de um protótipo de um actuador linear de relutância variável e respectivo conversor de potência.

As metodologias para controlo da posição devem levar em consideração a natureza não linear do dispositivo. Nesse sentido, são investigadas duas estratégias de controlo diferentes. A primeira, concretiza a estratégia de controlo recorrendo a posições armazenadas na memória do processador para activação e desactivação das várias fases, enquanto que a segunda impõe um regime de funcionamento em modo de deslizamento através do qual a posição é controlada, e o balanceamento das forças de tracção produzidas por duas fases em simultâneo permite posicionar o primário do actuador com grande precisão.

#### Abstract

Linear switched reluctance actuators were studied in the presented work. The main goal was to obtain solutions intended for positioning applications. Research in linear actuators and correspondent control, command and regulation methodologies have a high range of applications in precision industrial processes. This specificity demands special requirements and treatment. Nowadays is already common to find applications that employ linear actuators with great advantage. With this scenario, the work here presented describes the study of different subjects needed to reach the intended results.

The energy conversion procedure occurred in reluctance actuators is presented, allowing to identify the involved parameters. Being the force the final manifestation of the electrical energy conversion into mechanical energy, the theoretical supports of different analysis methods were introduced, allowing to compute the traction force produced by a switched reluctance actuator.

A solenoid device is used as a case study. Methodologies that allow to build dynamic and static device models were developed, which after small adaptations were applied to the switched reluctance actuator. From this analysis it is obvious the influence of polar shape geometry in the actuator performance. Another feature that stands out is the non linearity actuator characteristics and its dependence on phase currents and relative position between actuator primary and secondary. Following the previous observations, actuators were analyzed and studied for different polar region geometrical shape configurations. The obtained results were applied in a switched reluctance linear actuator and respective power drive prototype construction.

Position control methodologies must take in consideration device nonlinear nature. Two different control strategies were tested. The first one implemented a control strategy that used phase activation positions stored in microprocessor memory, and the second imposed a sliding mode regimen of functioning through which the position is controlled, the balancing of traction forces produced simultaneously by two phases allowed to locate the actuator primary with great precision.

## **Palavras-Chave**

Actuador Linear de Relutância Comutado Simulação Modelo Estático Modelo Dinâmico Conversor de Potência Controlo de Posição

## Keywords

Linear Switched Reluctance Actuator Simulation Static Model Dynamic Model Power Converter Position Control

#### Agradecimentos

O trabalho apresentado neste documento representa mais um passo na minha formação. Não seria possível realizar este percurso sem o apoio constante de todos os que me rodeiam. Noutros momentos tive a oportunidade de expressar os meus agradecimentos a todos os que me permitiram aqui chegar. Agora, é chegado o momento de reconhecer o contributo de outros, aos quais manifesto a minha admiração e profundo respeito.

Gostaria de agradecer à Professora Doutora Maria do Rosário Calado a oportunidade de com ela trabalhar. Devo realçar a motivação que o tema por ela proposto me incutiu, quer pela sua originalidade, quer pelo desafio que encerrava. Não devo deixar de referir a total disponibilidade que sempre demonstrou. Fazendo jus à expressão "*porta sempre aberta*", disponibilidade da qual beneficiei e que proporcionou um debate de ideias constante sempre motivador e enriquecedor.

Ao Professor Doutor Carlos Cabrita devo agradecer a disponibilidade sempre demonstrada para comigo partilhar a sua vasta experiência, acumulada em anos de trabalho neste domínio científico que tanto o entusiasma. Comigo partilhou a sua experiência pessoal, contribuindo de modo enriquecedor para a minha formação.

Um trabalho como o apresentado requer recursos que só as instituição dedicadas à produção de saber e sua divulgação podem proporcionar. Devo por isso agradecer, nas pessoas dos seus responsáveis, ao Professor Doutor Manuel Santos Silva e ao Professor Doutor Carlos Cabrita, o suporte financeiro que me foi proporcionado pela Universidade da Beira Interior e pelo seu Centro de Accionamentos e Sistemas Eléctricos, respectivamente. Gostaria também de expressar a minha gratidão ao Departamento de Engenharia Electromecânica da Universidade da Beira Interior, na pessoa do seu responsável, o Professor Doutor Francisco Brójo, as facilidades concedidas, quer pela utilização dos recursos departamentais, quer na conciliação da componente docente com a minha actividade de investigação.

Os anos que tenho vivido na Universidade da Beira Interior têm-me permitido estabelecer laçados de amizade com todos os que aqui desenvolvem as suas actividades. Só no ambiente de camaradagem e entreajuda vivido foi possível concluir este trabalho. Agradeço, por isso, ao grupo de trabalho a que pertenço todos os momentos que me proporcionaram. Não quero, contudo, deixar de referir de um modo especial o Engenheiro Humberto Santos, que infelizmente nos deixou prematuramente, com quem tive a oportunidade de partilhar momentos que nunca esquecerei.

O esforço pessoal necessário à realização deste trabalho só pode ser alcançado quando o suporte familiar existe. Agradeço, por isso, a toda a minha família a paciência e o apoio que sempre demonstraram. Em especial agradeço à Sandra, o suporte familiar que me proporcionou, em particular desde o nascimento da nossa filha Catarina.

A todos bem hajam.

Para a Sandra e para a Catarina, que entretanto apareceu.

## Índice Geral

1 – Int	rodução e Enquadramento do Trabalho			
1.1	Introdução	2		
1.2	Accionamentos não Magnéticos	3		
Ac	ccionamento por Polímeros	4		
M	5			
Ac	Accionamento Piezoeléctrico			
Ac	ecionamento Electrostático	8		
1.3	Accionamentos Magnéticos	10		
Ac	ccionamento Indutivo	10		
Ac	ccionamento com Magnetos Permanentes	11		
Ac	ccionamento de Relutância Variável Comutado	12		
1.4	Motivações e Apresentação do Trabalho	13		
2 - Co	nversão Electromecânica de Energia			
2.1	Introdução	18		
2.2	Transdutores Electromecânicos	18		
2.3	Balanço Energético do Sistema Electromagnético	20		
Co	onversão de Energia	20		
En	ergia e co-energia	31		
En	ergia Mecânica em Sistemas Saturados	34		
2.4	Tensor Electromagnético de Maxwell	35		
Co	onceito Físico	35		
2.5	Método de Coulomb do Trabalho Virtual	39		

#### 3 – Metodologias de Análise Aplicadas ao Estudo de Sistemas Electromagnéticos

3.1	Teoria dos Tubos de Fluxo Magnético	44
Cá	lculo da Relutância e Permeância Através de Tubos de Fluxo	44
For	rmulação da Relutância e da Permeância	46
De	terminação dos Tubos de Fluxo de uma Geometria Complexa	50
3.2	Apresentação de um Caso de Estudo: Solenóide	53
3.3	Modelo Analítico	55
3.4	Análise Por Elementos Finitos	60
Sin	nulação Estática	65
3.5	Modelização por Tubos de Fluxo	79
Co	nstrução dos Modelos Numéricos	79
Tu	bos de Fluxo Utilizados na Modelização do Solenóide	82
Co	mputação Numérica dos Resultados	86
Efe	eitos da Saturação Ignorando o Fluxo de Dispersão	91
Efe	eitos da Saturação Considerando o Fluxo de Dispersão	95
3.6	Simulação Dinâmica do Solenóide	99

	ulação Dinâmica usando Elementos Finitos	100
Sin	nulação Dinâmica usando o Mapa da Co-energia	104
3.7	Discussão e Análise dos Resultados	118
4 – Acc	ionamento de Relutância Variável Comutado	
4.1	Breve Enquadramento Histórico	122
4.2	Configuração Topológica Rotativa	124
4.3	Configuração Topológica Linear	129
Cor	nsiderações Introdutórias à Topologia Linear	129
Act	uador Linear de Relutância Variável Comutada	132
Sin	ulação Usando um Modelo à Escala 1:3 do ALRVC	137
Cor	mparação do ALRVC com o Modelo à Escala 1:3	141
4.4	Circuitos Magnéticos Isolados	141
Pól	os e Dentes Rectangulares	143
Pól	os Redondos e Dentes Rectangulares	147
Pól	os em Cunha e Dentes Rectangulares	149
Pól	os e Dentes Redondos	152
Coi	mparação dos Resultados	155
4.5	Forma Polar Ranhurada	157
Cor	nfiguração Polar com Duas Ranhuras	158
Cor	ifiguração Polar com Três Ranhuras	161
Cor	miguração Polar com Quatro Rannuras	164
4.6	Madalação da Astuadar Individual de Dálas o Dontes Docto	107
4.0	Wiodelação do Actuador Individual de Polos e Delites Recta	ingulares
usanda	Tubos da Fluva	168
usando	Tubos de Fluxo	168
usando Def	<b>Tubos de Fluxo</b> finição dos Tubos de Fluxo Elementares	<b>168</b> 168 176
usando Dei Cor	<b>Tubos de Fluxo</b> finição dos Tubos de Fluxo Elementares mparação dos Resultados <b>Resposta Dipâmica de uma Fase do Actuador</b>	<b>168</b> 168 176 <b>177</b>
usando Def Cor 4.7	<b>Tubos de Fluxo</b> Finição dos Tubos de Fluxo Elementares mparação dos Resultados <b>Resposta Dinâmica de uma Fase do Actuador</b> delo Dinâmico para Simulação de uma Fase	<b>168</b> 168 176 <b>177</b> 178
usando Det Cor 4.7 Mo Sin	Tubos de Fluxo finição dos Tubos de Fluxo Elementares mparação dos Resultados <b>Resposta Dinâmica de uma Fase do Actuador</b> delo Dinâmico para Simulação de uma Fase pulações Dinâmicas dos Modelos Estudados	<b>168</b> 168 176 <b>177</b> 178 182
usando Det Cor 4.7 Mo Sin 4.8	Tubos de Fluxo finição dos Tubos de Fluxo Elementares mparação dos Resultados <b>Resposta Dinâmica de uma Fase do Actuador</b> delo Dinâmico para Simulação de uma Fase nulações Dinâmicas dos Modelos Estudados <b>Análise Resumida dos Resultados Obtidos</b>	168 168 176 177 178 182 190
usando Det Cor 4.7 Mo Sin 4.8	Tubos de Fluxo Finição dos Tubos de Fluxo Elementares mparação dos Resultados <b>Resposta Dinâmica de uma Fase do Actuador</b> delo Dinâmico para Simulação de uma Fase nulações Dinâmicas dos Modelos Estudados <b>Análise Resumida dos Resultados Obtidos</b>	168 168 176 177 178 182 190
usando Def Cor 4.7 Mo Sin 4.8 5 – Cor	Tubos de Fluxo finição dos Tubos de Fluxo Elementares mparação dos Resultados <b>Resposta Dinâmica de uma Fase do Actuador</b> delo Dinâmico para Simulação de uma Fase nulações Dinâmicas dos Modelos Estudados <b>Análise Resumida dos Resultados Obtidos</b> <b>Instrução do Actuador Linear de Relutância Variável Co</b>	168 168 176 177 178 182 190 mutado
usando Def Con 4.7 Mo Sin 4.8 5 – Cor 5.1	Tubos de Fluxo Finição dos Tubos de Fluxo Elementares mparação dos Resultados <b>Resposta Dinâmica de uma Fase do Actuador</b> delo Dinâmico para Simulação de uma Fase nulações Dinâmicas dos Modelos Estudados <b>Análise Resumida dos Resultados Obtidos</b> <b>Instrução do Actuador Linear de Relutância Variável Co</b> <b>Estrutura Mecânica de Suporte</b>	168 168 176 177 178 182 190 mutado 196
usando Def Cor 4.7 Mo Sin 4.8 5 – Cor 5.1 Bas	Tubos de Fluxo finição dos Tubos de Fluxo Elementares mparação dos Resultados <b>Resposta Dinâmica de uma Fase do Actuador</b> delo Dinâmico para Simulação de uma Fase nulações Dinâmicas dos Modelos Estudados <b>Análise Resumida dos Resultados Obtidos</b> <b>nstrução do Actuador Linear de Relutância Variável Co</b> <b>Estrutura Mecânica de Suporte</b> se de Suporte	168 168 176 177 178 182 190 mutado 196 196
usando Def Con 4.7 Mo Sin 4.8 5 – Cor 5.1 Bas Inst	Tubos de Fluxo Finição dos Tubos de Fluxo Elementares Imparação dos Resultados Resposta Dinâmica de uma Fase do Actuador delo Dinâmico para Simulação de uma Fase nulações Dinâmicas dos Modelos Estudados Análise Resumida dos Resultados Obtidos Instrução do Actuador Linear de Relutância Variável Co Estrutura Mecânica de Suporte talação do Primário e do Secundário	168 168 176 177 178 182 190 mutado 196 196 197
usando Def Cor 4.7 Mo Sin 4.8 5 – Cor 5.1 Bas Inst	Tubos de Fluxo	168 168 176 177 178 182 190 mutado 196 197 199
usando Def Cor 4.7 Mo Sin 4.8 5 – Cor 5.1 Bas Inst 5.2	Tubos de Fluxo	168 168 176 177 178 182 190 mutado 196 197 199 202
usando Def Con 4.7 Mo Sin 4.8 5 – Cor 5.1 Bas Inst Ima 5.2 Con	Tubos de Fluxo	168 168 176 177 178 182 190 mutado 196 197 199 202 202 202
usando Def Con 4.7 Mo Sin 4.8 5 – Cor 5.1 Bas Inst 5.2 Con Pro	Tubos de Fluxo	168 168 176 177 178 182 190 mutado 196 197 199 202 202 202 205
usando Def Con 4.7 Mo Sin 4.8 5 – Cor 5.1 Bas Inst Ima 5.2 Con Pro 5.3	Tubos de Fluxo Finição dos Tubos de Fluxo Elementares mparação dos Resultados <b>Resposta Dinâmica de uma Fase do Actuador</b> delo Dinâmico para Simulação de uma Fase mulações Dinâmicas dos Modelos Estudados <b>Análise Resumida dos Resultados Obtidos</b> <b>Análise Resumida dos Resultados Obtidos</b> <b>Astrução do Actuador Linear de Relutância Variável Co</b> <b>Estrutura Mecânica de Suporte</b> se de Suporte talação do Primário e do Secundário agens do Protótipo Construído <b>Projecto dos Enrolamentos</b> mportamento Térmico dos Enrolamentos jecto do Enrolamento <b>Instrumentação do Banco de Ensaios</b>	168 168 176 177 178 182 190 mutado 196 197 199 202 202 205 207
usando Def Con 4.7 Mo Sin 4.8 5 – Cor 5.1 Bas Inst 5.2 Con Pro 5.3 Inst	Tubos de Fluxo  Enição dos Tubos de Fluxo Elementares  mparação dos Resultados  Resposta Dinâmica de uma Fase do Actuador  delo Dinâmico para Simulação de uma Fase mulações Dinâmicas dos Modelos Estudados  Análise Resumida dos Resultados Obtidos  Análise Resumida dos Resultados  Análise Resumida  Análise Resumida dos  Análise Resumida  An	168 168 176 177 178 182 190 mutado 196 197 199 202 202 202 205 207 207 207
usando Def Con 4.7 Mo Sin 4.8 5 – Cor 5.1 Bas Inst Ima 5.2 Con Pro 5.3 Inst	Tubos de Fluxo	168         168         176         177         178         182         190         mutado         196         197         198         202         202         205         207         210         210
usando Def Con 4.7 Mo Sin 4.8 5 - Cor 5.1 Bas Inst 5.2 Con Pro 5.3 Inst 5.4	Tubos de Fluxo	168 168 176 177 178 182 190 mutado 196 197 199 202 202 202 205 207 207 210 215 215

Resultados dos Ensaios Estáticos

#### 6 - Electrónica de Regulação e Comando

6.1 Topologias Utilizadas em Conversores de Potência	220
6.2 Funcionamento do Conversor em Meia-Ponte	224
6.3 Simulação do Conversor de Potência	227
Modelo Numérico de Simulação	228
Funcionamento em Modo de Single Pulse	228
Funcionamento em Modo de Soft-chopping	232
Funcionamento em Modo de Hard-Chopping	235
Funcionamento em Modo de Regulação de Corrente	238
6.4 Unidade de Comando e Regulação	245
Descrição Geral do Conversor de Potência	246
Unidade de Distribuição	248
Unidade de Regulação	249
Unidade de Potência	256
Modos de Funcionamento e Simulação	267
Apresentação de Resultados Experimentais	272

#### 7 – Controlo de Posição do Actuador Linear de Relutância Variável Comutado

7.1	Controlo e Comando de Actuadores Lineares de RVC	278
7.2	Estratégia de Comando baseada na Posição do Primário	279
Des	scrição da Estratégia de Comando	279
Co	nfiguração de Periféricos e Descrição da sua Função	280
Rot	tinas de Serviço às Interrupções	282
Ap	resentação de Resultados Práticos	285
7.3	Sistemas de Controlo de Estrutura Variável	288
Co	ntrolo da Posição do Actuador Linear de RVC com Estruturas Variáveis	293
Ap	resentação de Resultados Práticos	295

#### 8 – Conclusão

8.1	Conclusões Finais	300
8.2	Contribuições Científicas Consideradas mais Relevantes	305
8.3	Trabalhos Futuros	306

216

## Índice de Figuras

### 1 – Introdução e Enquadramento do Trabalho

Fig.	1.1 – Forma elementar de um actuador usando polímeros: a) material não excitado, b)	
	material excitado	4
Fig.	1.2 – Representação dos estados da matéria <i>alloy</i>	5
Fig.	1.3 – Ilustração da relação temperatura/deformação nos materiais alloy	6
Fig.	1.4 – Propulsão utilizando uma onda viajante	7
Fig.	1.5 – Actuadores ultra-sónicos lineares com: a) estator fechado, b) estator finito	8
Fig.	1.6 – Esquema de princípio do actuador linear electrostático	9
Fig.	1.7 – Representação do princípio de funcionamento do actuador linear de indução	11
Fig.	1.8 – Representação do actuador linear de magnetos permanentes	11
Fig.	1.9 – Representação do actuador de RVC	12
Fig 1	1.10 – Mapas função da corrente e da posição: a) Força de atracção, b) Força de tracção	13
Fig.	1.11 – Exemplo de circuito electrónico de comando e regulação	13

## 2 – Conversão Electromecânica de Energia

Fig. 2.1 – Sistema electromagnético de relutância variável	21
Fig. 2.2 – Balanço energético de um dispositivo electromecânico	22
Fig. 2.3 – Variação da energia no campo na ausência de movimento	23
Fig. 2.4 – Transferência da energia da fonte para o sistema mecânico num deslocamento de $a$ para $b$	25
Fig. 2.5 – Conversão da energia num deslocamento entre o ponto <i>a</i> e o ponto <i>b</i> : a) ponto de funcionamento inicial, b) ponto de funcionamento final), c) energia fornecida pela fonte	26
Fig. 2.6 – Movimento diferencial da posição x para a posição $x+dx$	28
Fig. 2.7 – Movimento diferencial $dx$ para: a) fluxo constante, b) corrente constante	28
Fig. 2.8 – Movimento instantâneo da posição x para a posição x+dx: a) ponto de funcionamento inicial, b) deslocamento, c) energia fornecida pela fonte após o deslocamento	29
Fig. 2.9 – Movimento lento da posição <i>a</i> ' para a posição $\underline{P'_2}$ a) ponto de funcionamento inicial, b) deslocamento, c) energia fornecida pela fonte no decorrer do deslocamento	30
Fig. 2.10 – Energia e co-energia na curva magnética $\lambda$ - <i>i</i> considerando a saturação	33
Fig. 2.11 – Deslocamento da peça móvel da posição fechado para a posição aberto considerando a saturação	34
Fig. 2.12 – Deslocamento considerando a saturação: a) a fluxo constante, b) a corrente constante	34
Fig. 2.13 – Superfície sujeita a um campo vectorial com uma orientação $\phi$ em relação à normal à superfície	36
Fig. 2.14 – Campos magnéticos criados por magnetos em diferentes configurações: a) magneto	

isolado, b) magnetos adjacentes com orientação polar inversa, b) magnetos adjacentes com a mesma orientação polar	38
Fig. 2.15 – Domínio elementar de análise	38
3 – Metodologias de Análise Aplicadas ao Estudo de Sistemas	
Electromagnéticos	
Fig. 3.1 - Tubo de fluxo típico	44
Fig. 3.2 – Superfícies paralelas planas de comprimento infinito	46
Fig. 3.3 – Superfícies não paralelas de comprimento infinito	46
Fig. 3.4 – Cilindros paralelos e de comprimento infinito (vista de uma secção)	47
Fig. 3.5 – Secção cilíndrica	48
Fig. 3.6 – Sólido trapezoidal	49
Fig. 3.7 – Prisma rectangular paralelo a um plano de extensão infinita	50
Fig. 3.8 – Secção rectangular	50
Fig. 3.9 – Secção cilíndrica	51
Fig. 3.10 – Secção esférica	52
Fig. 3.11 – Secção anelar	52
Fig. 3.12 – Secção de uma calote esférica	53
Fig. 3.13 – Vista explodida do solenóide	53
Fig. 3.14 – Dimensões físicas do solenóide	54
Fig. 3.15 – Curva de magnetização do aço ST-37	55
Fig. 3.16 – Modelo electromecânico do solenóide	56
Fig. 3.17 – Representação da distribuição do fluxo magnético no entreferro do solenóide	57
Fig. 3.18 – Representação da distribuição do fluxo magnético perpendicular ao eixo do cilindro	57
Fig. 3.19 – Esquema equivalente do circuito magnético do solenóide	58
Fig. 3.20 – Força de atracção	60
Fig. 3.21 – Indutância magnética	60
Fig. 3.22 – Relutâncias R <sub>x</sub> e R <sub>g</sub>	60
Fig. 3.23 – Energia no entreferro e na folga	60
Fig. 3.24 – Pontos e linhas que definem o modelo do solenóide	61
Fig. 3.25 – Regiões usadas na construção do modelo do solenóide: a) topo do dispositivo, b) base do dispositivo	62
Fig. 3.26 – Modelo e região de infinito	62
Fig. 3.27 – Regiões do modelo: a) vista global, b) pormenor	63
Fig. 3.28 – Pormenores das regiões de camada: a) na base, b) no topo	63

Fig. 3.29 – Pormenor da malha de elementos finitos do solenóide	64
Fig. 3.30 – Malha de elementos finitos do modelo do solenóide	64
Fig. 3.31 – Curva $B(H)$ adoptada para a simulação	65
Fig. 3.32 – Condições fronteira	67
Fig. 3.33 – Distribuição do fluxo (regime não saturado)	69
Fig. 3.34 – Visualização do mapa de cores da densidade de fluxo (regime não saturado)	69
Fig. 3.35 – Distribuição do fluxo (regime saturado)	70
Fig. 3.36 – Visualização do mapa de cores da densidade de fluxo (regime saturado)	70
Fig. 3.37 – Identificação de possíveis caminhos do fluxo	71
Fig. 3.38 – Linhas de fluxo na base do modelo	71
Fig. 3.39 – Pormenor do mapa de cores da densidade de fluxo (base do solenóide)	72
Fig. 3.40 – Distribuição do fluxo de dispersão na região do entreferro	72
Fig. 3.41 – Dispersão do fluxo na região da folga	73
Fig. 3.42 – Fluxo de dispersão na bobina	73
Fig. 3.43 – Percursos considerados na análise da distribuição do fluxo magnético na regiã folga e do entreferro	o da 74
Fig. 3.44 – Densidade de fluxo nos caminhos definidos na região do entreferro	74
Fig. 3.45 – Mapa de cores da densidade de fluxo na região do entreferro	75
Fig. 3.46 – Densidade de fluxo dos caminhos definidos na região da folga	75
Fig. 3.47 – Mapa de cores da densidade de fluxo na região da folga	76
Fig. 3.48 – Fluxo ligado [Wb.esp] do solenóide versus comprimento do entreferro [mm] p diferentes valores de corrente de excitação	oara 77
Fig. 3.49 – Fluxo ligado [Wb.esp] do solenóide versus corrente de excitação da bobina [A diferentes posições do êmbolo	A] para 77
Fig. 3.50 – Indutância [H] do solenóide versus comprimento do entreferro [mm para difer valores de corrente de excitação	rentes 77
Fig. 3.51 – Energia [J] do solenóide versus comprimento do entreferro [mm] para diferent valores de corrente de excitação	tes 78
Fig. 3.52 – Co-energia [J] do solenóide versus comprimento do entreferro [mm] para dife valores de corrente de excitação	rentes 78
Fig. 3.53 – Força [N] produzida pelo solenóide versus comprimento do entreferro [mm] p diferentes valores de corrente de excitação	ara 79
Fig. 3.54 – Modelo do solenóide usando tubos de fluxo: a) sem dispersão, b) com dispersão	ăo 80
Fig. 3.55 – Tubo de fluxo cilíndrico da folga: a) volume, b) configuração	82
Fig. 3.56 – Tubo de fluxo de dispersão na folga: a) volume, b) configuração	83
Fig. 3.57 – Tubo de fluxo cilíndrico do entreferro: a) volume, b) configuração	83
Fig. 3.58 – Tubo de fluxo cilíndrico do entreferro: a) volume, b) configuração	84

Fig.	3.59 – Tubo de fluxo cilíndrico do entreferro: a) volume, b) configuração	84
Fig.	3.60 – Tubo de fluxo de dispersão na bobina: a) volume, b) configuração	85
Fig.	3.61 – Camada de volume da base ou do topo	86
Fig.	3.62 – Fluxograma do modelo, considerando a saturação e ignorando o fluxo de dispersão	92
Fig.	3.63 – Fluxo ligado [Wb.esp] do solenóide versus comprimento do entreferro [mm] para diferentes correntes de excitação	93
Fig.	3.64 – Fluxo ligado [Wb.esp] do solenóide versus corrente de excitação da bobina [A] para diferentes posições	93
Fig.	3.65 – Indutância [H] do solenóide versus comprimento do entreferro [mm] para diferentes correntes de excitação	94
Fig.	3.66 – Energia [J] do solenóide versus comprimento do entreferro [mm] para diferentes correntes de excitação	94
Fig.	3.67 – Co-energia [J] do solenóide versus comprimento do entreferro [mm] para diferentes correntes de excitação	94
Fig.	3.68 – Força [N] produzida pelo solenóide versus comprimento do entreferro [mm] para diferentes correntes de excitação	95
Fig.	3.69 – Fluxograma do modelo considerando a saturação e o fluxo de dispersão	96
Fig.	3.70 – Fluxo ligado [Wb.esp] do solenóide versus comprimento do entreferro [mm] para diferentes correntes de excitação	97
Fig.	3.71 – Fluxo ligado [Wb.esp] do solenóide versus corrente de excitação da bobina [A] para diferentes posições	98
Fig.	3.72 – Indutância [H] do solenóide versus comprimento do entreferro [mm] para diferentes correntes de excitação	98
Fig.	3.73 – Energia [J] do solenóide versus comprimento do entreferro [mm] para diferentes correntes de excitação	98
Fig.	3.74 – Co-energia [J] do solenóide versus comprimento do entreferro [mm] para diferentes correntes de excitação	99
Fig.	3.75 – Força produzida pelo solenóide vs comprimento do entreferro [mm] para diferentes correntes de excitação	99
Fig.	3.76 - Circuito eléctrico associado ao modelo de elementos finitos do solenóide	100
Fig.	3.77 – Força [N] versus tempo [seg]	102
Fig.	3.78 – Posição [mm] versus tempo [seg]	102
Fig.	3.79 – Velocidade [m/seg] versus tempo [seg]	103
Fig.	3.80 – Corrente [A] versus tempo [seg]	103
Fig.	3.81 – Fluxo ligado [Wb.esp] versus tempo [seg]	104
Fig.	3.82 – Indutância [H] versus tempo [seg]	104
Fig.	3.83 – Mapa da co-energia [J] em função da posição [mm] e da corrente [A]	105
Fig.	3.84 – Mapa do fluxo ligado [Wb.esp] em função da posição [mm] e da corrente [A]	105

Fig.	3.85 – Mapa da indutância [H] em função da posição [mm] e da corrente [A]	106
Fig.	3.86 – Mapa da força [N] produzida em função da posição [mm] e da corrente [A]	106
Fig.	$3.87 - Evolução temporal dos resultados: a) posição [mm], b) velocidade [m/seg], c) força [N], d) corrente [A], e) fluxo ligado [Wb.esp], f) indutância [H] (x0 = 2,5 [mm], v0 = 0 [m/s], i0 = 0 [A], vt = 30 [V], R = 43 [\Omega], M = 0,2 [kg])$	115
Fig.	3.88 – Fluxograma representativo da metodologia de resolução do problema	116
Fig.	3.89 – Evolução dos parâmetros: a) co-energia [J], b) força [N], c) fluxo ligado [Wb.esp], d) indutância [H]	117
Fig.	3.90 – Evolução do fluxo em função da corrente no decorrer da simulação	118

## 4 – Accionamento de Relutância Variável Comutado

Fig. 4.1 – Exemplos de configurações rotativas de actuadores de RVC: a) 6/4, b) 8/6 c) 12/10, d)	105
24/22	125
Fig. 4.2 – Actuador de RVC de duas fases com auto-arranque	125
Fig. 4.3 – Actuador de RVC rotativo: a) posição alinhada, b) posição não alinhada	126
Fig. 4.4 – Curvas de magnetização típicas de um actuador de RVC	126
Fig. 4.5 – Evolução da indutância tendo como referência a posição rotórica	127
Fig. 4.6 – Ilustração do processo de conversão energia-trabalho numa fase do motor	128
Fig. 4.7 – Actuador linear de RVC com configuração de fluxo longitudinal	130
Fig. 4.8 – Actuador linear de RVC com configuração de fluxo transversal	130
Fig. 4.9 – Actuador linear de RVC com configuração de fluxo longitudinal e de duplo primário	131
Fig. 4.10 – Actuador linear de RVC com configuração tubular	131
Fig. 4.11 – Dimensões do ALRVC	132
Fig. 4.12 – Malha de elementos finitos usada na análise do ALRVC	133
Fig. 4.13 – Mapa de cores da densidade de fluxo magnético no ALRVC	134
Fig. 4.14 – Pormenor da região polar do ALRVC: a) mapa de cores da densidade de fluxo magnético, b) isolinhas de fluxo	134
Fig. 4.15 – Energia do ALRVC: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação	135
Fig. 4.16 – Co-energia do ALRVC: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação	135
Fig. 4.17 – Força de tracção do ALRVC: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação	136
<ul> <li>Fig. 4.18 – Força de atracção do actuador linear ALRVC: a) em função da posição e da corrente,</li> <li>b) em função da posição para diferentes correntes de excitação</li> </ul>	136
Fig. 4.19 – Mapa de cores da densidade de fluxo magnético no actuador à escala 1:3 do ALRVC	138
Fig. 4.20 Pormenor da região polar do actuador à escala 1:3 do ALRVC: a) mapa de cores da densidade de fluxo magnético, b) isolinhas de fluxo	138

Fig. 4.21 – Energia do modelo à escala 1:3 do ALRVC: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação	139
<ul><li>Fig. 4.22 – Co-energia do modelo à escala 1:3 do ALRVC: a) em função da posição e da corrente,</li><li>b) em função da posição para diferentes correntes de excitação</li></ul>	139
Fig. 4.23 – Força de tracção do modelo à escala 1:3 do ALRVC: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação	140
Fig. 4.24 – Força de atracção do modelo à escala 1:3: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação	140
Fig. 4.25 – Esquema de princípio do actuador de RVC com circuitos magnéticos independentes	142
Fig. 4.26 – Modelo com pólos e dentes rectangulares e respectiva malha-solução de elementos finitos	143
Fig. 4.27 – Pormenor da região polar da malha-solução de elementos finitos para o modelo configurado com pólos e dentes rectangulares	143
Fig. 4.28 – Mapa de cores da densidade de fluxo do modelo configurado com pólos e dentes rectangulares	144
Fig. 4.29 – Pormenor da região polar do actuador com circuitos magnéticos separados e com uma configuração com pólos e dentes rectangulares: a) mapa de cores da densidade de fluxo, b) isolinhas de fluxo	144
Fig. 4.30 – Energia do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com pólos e dentes rectangulares: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação	145
Fig. 4.31 – Co-energia do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com pólos e dentes rectangulares: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação	145
Fig. 4.32 – Força de tracção do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com pólos e dentes rectangulares: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação	146
Fig. 4.33 – Força de atracção do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com pólos e dentes rectangulares: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação	146
Fig. 4.34 – Pormenor da região polar do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com pólos redondos e dentes rectangulares e respectiva malha-solução de elementos finitos	147
Fig. 4.35 – Pormenor da região polar do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com pólos redondos e dentes rectangulares: a) mapa de cores da densidade de fluxo magnético, b) isolinhas de fluxo	147
Fig. 4.36 – Energia do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com pólos redondos e dentes rectangulares: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação	148
Fig. 4.37 – Co-energia do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com pólos redondos e dentes rectangulares: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação	148

Fig. 4.38 – Força de tracção do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com pólos redondos e dentes rectangulares: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação	149
Fig. 4.39 – Força de atracção do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com pólos redondos e dentes rectangulares: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação	149
Fig. 4.40 – Pormenor da região polar do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com pólos em cunha e dentes rectangulares e respectiva malha-solução de elementos finitos	150
Fig. 4.41 – Pormenor da região polar do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com pólos em cunha e dentes rectangulares: a) mapa de cores da densidade de fluxo magnético, b) isolinhas de fluxo	150
Fig. 4.42 – Energia do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com pólos em cunha e dentes rectangulares: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação	151
Fig. 4.43 – Co-energia do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com pólos em cunha e dentes rectangulares: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação	151
Fig. 4.44 – Força de tracção do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com pólos em cunha e dentes rectangulares: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação	152
Fig. 4.45 – Força de atracção do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com pólos em cunha e dentes rectangulares: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação	152
Fig. 4.46 – Pormenor da região polar do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com pólos e dentes redondos e respectiva malha de elementos finitos	153
Fig. 4.47 – Pormenor da região polar do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com pólos e dentes redondos: a) mapa de cores da densidade de fluxo magnético, b) isolinhas de fluxo	153
Fig. 4.48 – Energia do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com pólos e dentes redondos: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação	154
Fig. 4.49 – Co-energia do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com pólos e dentes redondos: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação	154
Fig. 4.50 – Força de tracção do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com pólos e dentes redondos: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação	155
Fig. 4.51 – Força de atracção do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com pólos e dentes redondos: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação	155
Fig. 4.52 – Características em função da posição para uma corrente de 2,5 [A] das forças de: a) tracção, b) atracção. Configuração: pólos e dentes rectangulares (rec-rec), pólos redondos e	

	dentes rectangulares (round-rec), pólos em cunha e dentes rectangulares (cun-rec), e pólos e dentes redondos (round-round)	156
Fig.	4.53 – Características em função da posição para uma corrente de 2,5 [A]: a) energia, b) co- energia. Configuração: pólos e dentes rectangulares (rec-rec), pólos redondos e dentes rectangulares (round-rec), pólos em cunha e dentes rectangulares (cun-rec), e pólos e dentes redondos (round-round)	157
Fig.	4.54 – Actuadores de RVC com circuitos magnéticos separados na configuração de pólos ranhurados: a) duas ranhuras, b) três ranhuras, c) quatro ranhuras	158
Fig. 4	4.55 – Pormenor da malha-solução de elementos finitos na região polar para a configuração polar com duas ranhuras	159
Fig. 4	4.56 – Pormenor da região polar do actuador na configuração polar com duas ranhuras: a) mapa de cores da densidade de fluxo magnético, b) isolinhas de fluxo	159
Fig.	4.57 – Energia do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com duas ranhuras: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação	159
Fig	4.58 – Co-energia do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com duas ranhuras: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação	160
Fig. 4	4.59 – Força de tracção do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com duas ranhuras: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação	160
Fig.	4.60 – Força de atracção do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com duas ranhuras: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação	161
Fig.	4.61 – Pormenor da malha-solução de elementos finitos na região polar na configuração polar com três ranhuras	161
Fig.	4.62 – Pormenor da região polar do actuador na configuração polar com três ranhuras: a) mapa de cores da densidade de fluxo magnético, b) isolinhas de fluxo	162
Fig. 4	4.63 – Energia do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com três ranhuras: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação	162
Fig.	4.64 – Co-energia do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com três ranhuras: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação	163
Fig. 4	4.65 – Força de tracção do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com três ranhuras: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação	163
Fig.	4.66 – Força de atracção do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com três ranhuras: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação	164
Fig. 4	4.67 – Pormenor da malha-solução de elementos finitos na região polar na configuração polar com quatro ranhuras	164

Fig. 4.68 – Pormenor da região polar do actuador com configuração polar com quatro ranhuras: a) mapa de cores da densidade de fluxo magnético, b) isolinhas de fluxo	165
Fig. 4.69 – Energia do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com quatro ranhuras: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação	165
Fig. 4.70 – Co-energia do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com quatro ranhuras: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação	166
Fig. 4.71 – Força de tracção do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com quatro ranhuras: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação	166
Fig. 4.72 – Força de atracção do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com quatro ranhuras: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação	167
Fig. 4.73 – Curvas comparativas da energia (a) e da co-energia (b): 2 – com duas ranhuras, 3 – com três ranhuras, e 4 – com quatro ranhuras	167
Fig. 4.74 – Curvas comparativas da força de tracção (a) e da força de atracção (b): 2 – com duas ranhuras, 3 – com três ranhuras, e 4 – com quatro ranhuras	168
Fig. 4.75 – Representações de diversos tubos de fluxo elementares	169
Fig. 4.76 – Representação do modelo na posição alinhada: a) circuito magnético equivalente, b) tubos de fluxo	171
Fig. 4.77 – Representação do modelo na posição afastada de 10 [mm] da posição alinhada: a) circuito magnético equivalente, b) tubos de fluxo	172
<ul><li>Fig. 4.78 – Representação do modelo na posição não alinhada: a) circuito magnético equivalente,</li><li>b) tubos de fluxo</li></ul>	173
Fig. 4.79 – Representação do modelo na posição afastada de 5 [mm] da posição alinhada: a) circuito magnético equivalente, b) tubos de fluxo	174
Fig. 4.80 – Representação do modelo na posição afastada de 12,5 [mm] da posição alinhada: a) circuito magnético equivalente, b) tubos de fluxo	175
Fig. 4.81 – Fluxo ligado para uma corrente de excitação de 3,5 [A] usando o método dos elementos finitos FLUX2D e o método dos tubos de fluxo	176
Fig. 4.82 – Mapas característicos do actuador em função da posição e da corrente: a) energia, b) co-energia, c) fluxo ligado, d) força de tracção	177
Fig. 4.83 – Fluxograma da simulação dinâmica dos actuadores lineares de RVC	182
Fig. 4.84 – Circuito eléctrico criado no FLUX2D para a simulação dinâmica do ALVRC	183
Fig. 4.85 – Evolução comparativa dos resultados obtidos para o ALRVC: a) força de tracção, b) posição	184
<ul><li>Fig. 4.86 – Evolução comparativa dos resultados obtidos para o ALRVC: a) corrente na bobina,</li><li>b) fluxo ligado no circuito magnético</li></ul>	184
Fig. 4.87 – Ciclo de conversão de energia no ALRVC	185

Fig. 4.88 – Evolução comparativa dos resultados obtidos para o actuador à escala 1:3 do ALRVC:	105
a) força de tracçao, b) posição	185
Fig. 4.89 – Evolução comparativa dos resultados obtidos para o actuador à escala 1:3 do ALRVC: a) corrente na bobina, b) indutância	186
Fig. 4.90 – Ciclo de conversão de energia no actuador à escala 1:3 do ALRVC	186
Fig. 4.91 – Evolução comparativa dos resultados para os actuadores com circuitos magnéticos separados nas várias configurações polares: a) força de tracção, b) posição. Pólos e dentes rectangulares (rec-rec), pólos redondos e dentes rectangulares (round-rec), pólos em cunha e dentes rectangulares (cun-rec), e pólos e dentes redondos (round-round)	187
Fig. 4.92 – Evolução comparativa dos resultados para os actuadores com circuitos magnéticos separados nas várias configurações polares: a) corrente, b) indutância. Pólos e dentes rectangulares (rec-rec), pólos redondos e dentes rectangulares (round-rec), pólos em cunha e dentes rectangulares (cun-rec), pólos e dentes redondos (round-round)	188
Fig. 4.93 – Ciclo de conversão de energia para os actuadores com circuitos magnéticos separados nas várias configurações polares: pólos e dentes rectangulares (rec-rec), pólos redondos e dentes rectangulares (round-rec), pólos em cunha e dentes rectangulares (cun-rec), e pólos e dentes redondos (round-round)	188
Fig. 4.94 – Circuito eléctrico criado pelo FLUX2D para a simulação dinâmica do actuador com duas ranhuras polares	189
Fig. 4.95 – Comparação de resultados obtidos para o actuador com duas ranhuras polares: a) corrente, b) indutância	189
Fig. 4.96 – Comparação de resultados obtidos para os actuadores com pólos ranhurados: a) força de tracção, b) posição	190
Fig. 4.97 – Ciclo de conversão de energia para os actuadores com diferentes números de ranhuras	190

## 5 – Construção do Actuador Linear de Relutância Variável Comutado

5.1 – Perfis de alumínio extrudido da estrutura de suporte com dimensão: a) 50x50 [mm], b)	
25x50 [mm]	196
Fig. 5.2 – Perfis: a) do carril, b) dos rolamentos lineares	197
Fig. 5.3 – Estrutura de suporte	197
Fig. 5.4 – Circuito magnético primário com pólos rectangulares	197
Fig. 5.5 – Circuito magnético primário, na sua forma final, pronto a ser instalado na plataforma móvel	198
Fig. 5.6 – Circuito magnético secundário e respectivos grampos de fixação	198
Fig. 5.7 – Vista completa do actuador linear de RVC	199
Fig. 5.8 – Pormenor da zona polar do actuador linear de RVC para a configuração com pólos rectangulares	199
Fig. 5.9 – Pormenor da zona polar do actuador linear de RVC para a configuração com pólos redondos	200
Fig. 5.10 – Pólos redondos prontos a serem instalados	200

Fig. 5.11 – Estrutura de suporte com o secundário instalado	201
Fig. 5.12 – Pormenor do primário do actuador linear de RVC de três fases com circuitos magnéticos independentes	201
Fig. 5.13 – Aspecto final do actuador linear de RVC de três fases com circuitos magnéticos independentes	202
Fig. 5.14 – Características térmicas do enrolamento: a) aquecimento, b) arrefecimento	204
Fig. 5.15 – Esquema do circuito usado na determinação das constantes térmicas da bobina	204
Fig. 5.16 – Moldura de suporte do enrolamento da bobina com dimensões em milímetros: a) vista frontal, b) vista lateral	205
Fig. 5.17 – Esquema de princípio da instrumentação para a realização dos ensaios estáticos	208
Fig. 5.18 – Célula de carga instalada na plataforma secundária no decorrer do ensaio estático	208
Fig. 5.19 – Alimentação regulada $\pm$ 10 [V]: a) polaridade positiva, b) polaridade negativa	209
Fig. 5.20 – Acondicionamento do sinal da célula de carga: a) amplificação, b) sinal de ajuste	209
Fig. 5.21 – Comando da alimentação do enrolamento da fase e circuito de aquisição da corrente	210
Fig. 5.22 – <i>Encoder</i> solidário com a plataforma principal	211
Fig. 5.23 - Circuito de excitação: a) oscilador em ponte de Wien, b) conversor de Howland	213
Fig. 5.24 – Esquema de princípio da medição da indutância por hardware	213
Fig. 5.25 – Medição da indutância por <i>software:</i> a) representação da gestão do FIFO, b) fluxograma	214
Fig. 5.26 – Característica da tensão em função dos valores da indutância	215
Fig. 5.27 – Força de tracção em função da posição e para diferentes valores de corrente, para a configuração de pólos e dentes rectangulares	216
Fig. 5.28 – Força de tracção em função da posição e para diferentes valores de corrente, para a configuração de pólos redondos e dentes rectangulares	216
6 – Electrónica de Regulação e Comando	
armazenamento capacitivo, d) com conversor DC-DC, e) em meia-ponte, f) com elevador de tensão, g) auto-comutado	221
Fig. 6.2 – Sequência de funcionamento do conversor de potência em meia-ponte: a) fase activada, b) roda livre, c) inversão da polaridade	224
Fig. 6.3 – Formas de onda no modo single pulse em função da posição	225
Fig. 6.4 – Formas de onda nos modos de funcionamento do conversor de potência em função da posição: a) soft-chopping, b) hard-chopping	226
Fig. 6.5 – Formas de onda no modo de regulação de corrente com <i>soft-chopping</i> em função da posição	227

- Fig. 6.6 Fluxograma correspondente ao modo de funcionamento em single pulse229
- Fig. 6.7 Evolução das grandezas para o modo de funcionamento single pulse: a) posição, b)

	velocidade	230
Fig.	6.8 – Evolução das grandezas para o modo de funcionamento <i>single pulse:</i> a) força de tracção, b) corrente: A – Fase A, B – Fase B, C – Fase C	231
Fig.	6.9 – Evolução das grandezas para o modo de funcionamento <i>single pulse:</i> a) fluxo ligado, b) indutância: A – Fase A, B – Fase B, C – Fase C	231
Fig.	6.10 – Fluxograma do funcionamento no modo soft-chopping	233
Fig.	6.11 – Evolução das grandezas para o modo de funcionamento <i>soft-chopping:</i> a) posição, b) velocidade	234
Fig.	6.12 – Evolução das grandezas para o modo de funcionamento <i>soft-chopping:</i> a) força de tracção, b) corrente: A – Fase A, B – Fase B, C – Fase C	234
Fig.	<ul> <li>6.13 – Evolução das grandezas para o modo de funcionamento <i>soft-chopping:</i> a) fluxo ligado,</li> <li>b) indutância: A – Fase A, B – Fase B, C – Fase C</li> </ul>	235
Fig.	6.14 – Fluxograma do funcionamento no modo hard-chopping	236
Fig.	6.15 – Evolução das grandezas para o modo de funcionamento <i>hard-chopping:</i> a) posição, b) velocidade	237
Fig.	6.16 – Evolução das grandezas para o modo de funcionamento <i>hard-chopping:</i> a) força de tracção, b) corrente: A – Fase A, B – Fase B, C – Fase C	237
Fig.	6.17 – Evolução das grandezas para o modo de funcionamento <i>hard-chopping:</i> a) fluxo ligado e b) indutância: A – Fase A, B – Fase B, C – Fase C	238
Fig.	6.18 - Fluxograma do funcionamento em regulação de corrente	239
Fig.	<ul> <li>6.19 – Evolução das grandezas para o modo de funcionamento em regulação de corrente: a)</li> <li>posição, b) velocidade</li> </ul>	240
Fig.	6.20 – Evolução das grandezas para o modo de funcionamento em regulação de corrente: a) força, b) corrente: A – Fase A, B – Fase B, C – Fase C	241
Fig.	6.21 – Evolução das grandezas para o modo de funcionamento em regulação de corrente: a) fluxo ligado, b) indutância: A – Fase A, B – Fase B, C – Fase C	241
Fig.	6.22 - Fluxograma do funcionamento em regulação da força	243
Fig.	<ul><li>6.23 – Evolução das grandezas no modo de funcionamento em regulação da força: a) posição,</li><li>b) velocidade</li></ul>	244
Fig.	6.24 – Evolução das grandezas no modo de funcionamento em regulação da força: a) força de tracção, b) corrente	244
Fig.	<ul> <li>6.25 – Evolução das grandezas no modo de funcionamento em regulação da força: a) fluxo ligado, b) indutância</li> </ul>	245
Fig.	6.26 – Visualização global do conversor de potência	247
Fig.	6.27 – Blocos funcionais do circuito electrónico de regulação e comando de uma fase do actuador	247
Fig.	6.28 – Sinais lógicos do encoder e entradas de uso geral	248
Fig.	6.29 – Circuito de aquisição e acondicionamento do sinal da corrente na fase	249
Fig.	6.30 – Representação gráfica do sinal PWM	250

Fig.	6.31 - Circuito responsável pelo sinal de referência da corrente no enrolamento da fase	253
Fig.	6.32 - Esquema do circuito controlador de histerese em montagem inversora	254
Fig.	6.33 – Esquema do circuito controlador de histerese em montagem não inversora	255
Fig.	6.34 – Esquema do circuito responsável pelo controlo por histerese do valor da corrente no enrolamento da fase do actuador	255
Fig.	6.35 – Esquema do circuito da Unidade de Potência	257
Fig.	6.36 – Esquema do circuito de isolamento óptico entre as Unidades de Regulação e de Potência	258
Fig.	6.37 - Circuitos equivalentes nas altas-frequências: a) bobina, b) condensador	259
Fig.	<ul> <li>6.38 – Esquematização da comutação de um transístor bipolar com carga indutiva: a) circuito,</li> <li>b) evolução da corrente de base <i>ib</i>, da tensão colector-emissor <i>vCE</i>, e da corrente no colector <i>ic</i></li> </ul>	260
Fig.	6.39 – Ilustração da comutação do transístor na SOA: a) fecho, b) abertura	261
Fig.	6.40 – Circuito com um díodo protegido por um circuito snubber do tipo a) RC, b) RCD	262
Fig.	6.41 – Representação do processo de fecho do transístor considerando: a) <i>Rs</i> de valor nulo, b) <i>Rs</i> não nulo	263
Fig.	6.42 – Formas de onda durante a abertura do transístor, considerando: a) C desprezável, b) C reduzido, c) C elevado	264
Fig.	6.43 – Modelo do circuito do conversor de potência construído no Multisim	268
Fig.	6.44 – Resultados da simulação do modo de funcionamento em regulação de corrente: tensão aplicada na bobina (UL), sinal de comando (Vcomando), e sinal de erro (Verro)	269
Fig.	6.45 – Resultados da simulação do modo de funcionamento em regulação de corrente: corrente na bobina (IL), e correntes nos díodos de roda livre <i>Dd1</i> (IDd1) e <i>Dd2</i> (IDd2)	270
Fig.	6.46 – Resultados da simulação do modo de funcionamento em regulação de corrente para as grandezas do circuito <i>snubber</i> inferior no momento de abertura do transístor <i>T2</i> : corrente no díodo de roda livre <i>Dd1</i> (IDd1), corrente no díodo do circuito <i>snubber Ds2</i> (IDs2) e corrente no colector de <i>T2</i> (ICT2)	271
Fig.	6.47 – Resultados da simulação do modo de funcionamento em regulação de corrente para as grandezas do circuito <i>snubber</i> inferior no momento de fecho do transístor T2: corrente no díodo de roda livre Dd1 (IDd1), corrente na resistência do circuito <i>snubber</i> Rs2 (IRs2) e corrente no colector de T2 (IcT2)	271
Fig.	6.48 – Evolução das grandezas na bobina no modo de funcionamento <i>soft-chopping</i> e para corrente constante: corrente (ch. 1), tensão (ch. 2)	272
Fig.	6.49 – Evolução das grandezas no modo de funcionamento <i>soft-chopping</i> e para corrente constante: tensão na resistência Rd1 (ch. 1), e tensão no díodo Dd1 (ch. 2)	273
Fig.	6.50 – Evolução das grandezas na bobina no modo de funcionamento <i>soft-chopping</i> e para diferentes perfis de corrente: tensão (ch. 1) e corrente (ch. 2): a) diminuição linear do perfil da corrente, b) dois perfis de corrente constante, c) aumento e diminuição linear do perfil da corrente	274
Fig.	6.51 – Concretização do conversor de potência para o actuador linear de RVC com três fases	274

#### 7 – Controlo de Posição do Actuador Linear de Relutância Variável Comutado

Fig. 7.1 – Eventos associados ao funcionamento do Timer A	281
Fig. 7.2 – Eventos associados ao funcionamento do Timer B	282
Fig. 7.3 – Fluxograma da rotina de serviço à interrupção do Timer A	283
Fig. 7.4 – Fluxograma da rotina de serviço à interrupção do <i>Timer B</i>	284
Fig. 7.5 – Evolução da velocidade do actuador no decorrer do ensaio	286
Fig. 7.6 – Evolução da posição do actuador no decorrer do ensaio	286
Fig. 7.7 – Evolução do sinal da corrente da fase A adquirido pelo ADC	287
Fig. 7.8 – Estados das fases do actuador no decorrer do ensaio	288
Fig. 7.9 – Plano de fase para a) $k < 0$ , b) $k > 0$	289
Fig. 7.10 – Plano de fase do sistema usando o controlo de EV	290
Fig. 7.11 – Planos de fase: a) $u(t) = 1$ , b) $u(t) = -1$	290
Fig. 7.12 – Plano de fase utilizando um controlador de EV com uma função de comutação	291
Fig. 7.13 – Plano de fase do sistema em modo de controlo de deslizamento a frequência de comutação infinita	292
Fig. 7.14 – a) Acção de controlo descontínua, b) controlo equivalente	292
Fig. 7.15 – Evolução da posição do primário para referências de deslocamentos de: a) 25 [mm 26 [mm], c) 28 [mm], d) 29 [mm]	ı], b) 295
Fig. 7.16 – Evolução da velocidade para um deslocamento de 25 [mm]	295
Fig. 7.17 – Evolução da derivada do erro de posição para um deslocamento de 25 [mm]	296
Fig. 7.18 – Plano de fase correspondente a um deslocamento de 25 [mm]	296

## Índice de Tabelas

Tabela 3.1 – Distribuição da energia e da co-energia no modelo para as duas situações de	
funcionamento com entreferro de 2 [mm]	68
Tabela 3.2 – Resumo dos resultados obtidos na simulação da situação estacionária	68
Tabela 4.1 – Dimensões físicas do ALRVC [mm]	132
Tabela 4.2 – Dimensões físicas do actuador à escala 1:3 do ALRVC [mm]	137
Tabela 4.3 – Dimensões físicas do actuador de RVC com circuitos magnéticos independentes [mm]	142
Tabela 4.4 – Dimensões físicas usadas na construção dos modelos dos actuadores de RVC com	
circuitos magnéticos separados na configuração de pólos ranhurados [mm]	158
Tabela 4.5 – Relutância dos tubos de fluxo elementares	169
Tabela 5.1 – Características do condutor AWG-20	206
Tabela 6.1 – Modos de funcionamento do conversor de potência	267
Tabela 7.1 - Posições estabelecidas para a activação e desactivação das fases [mm] tomando como	
referência a fase A afastada de 10 [mm] do dente do secundário	285
Tabela 7.2 – Fase do actuador a activar para desenvolver força no sentido desejado [mm]	294

## Índice de Listagens

Listagem 3.1 – Utilização da função <i>odes15s</i> na fase I de resolução do problema	111
Listagem 3.2 – Determinação do parâmetro $a(i,x)$	112
Listagem 3.3 – Determinação do parâmetro $b(i,x)$	112
Listagem 3.4 – Determinação da força $F(i,x)$	112
Listagem 3.5 – Sistema de equações da etapa I	112
Listagem 3.6 – Sistema de equações da etapa II	112
Listagem 3.7 – Configuração das opções da função ODE15S	113
Listagem 3.8 – Detecção de eventos	113
Listagem 3.9 – Utilização da função ODES15S na fase II de resolução do problema	114
Listagem 3.10 – Determinação de grandezas	114
Listagem 4.1 – Resolução do problema de simulação dos actuadores de RVC	181

## Tabela de Siglas

ALRVC	Actuador Linear de Relutância Variável Comutado
AWG	American Wire Gauge
BDF	Backward Differentiation Formulas
CMRR	Common-Mode Rejection Ratio
DAC	Digital-to-Analog Converter
DMC	Dynamic Modelling Co-energy Map
f.c.e.m.	Força Contra Electromotriz
FIFO	First In First Out
FMM	Força Magnetomotriz
IEE	Institution of Electrical Engineers
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers
LVDT	Linear Variable Differential Transformer
MAGLEV	Magnetic Levitation Transport
MRVC	Motor de Relutância Variável Comutado
NDF	Numerical Differentiation Formulas
PPRV	Passo-a-Passo de Relutância Variável
PSRR	Power Supply Rejection Ratio
PVDF	Polyvinylidene Difluoride
PWM	Pulse-Width Modulation
PZT	Lead Zirconium Titanate
RS	Relutância Síncrono
RVC	Relutância Variável Comutado
SOA	Safe Operating Area
SPICE	Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis

## Tabela de Símbolos

a ภ	Aceleração Potoncial vactor magnético	$[m/s^2]$
$\mathcal{A}(\mathbf{u})$	Function vector magnetico	[ W 0/II]
A(x)	Função area do tudo de nuxo Área do troco $k$ do caminho magnático	[III] $[m^2]$
$A_{1} e_{k}$	Coeficientes da série de Fourier	[111]
$A_k$	Área da secção k	$[m^2]$
A <sub>média</sub>	Área média do tubo de fluxo	$[m^2]$
B	Indução magnética	[T]
${\mathcal B}$	Vector indução magnética	[T]
$B_k$	Densidade do fluxo magnético na seccão k	[T]
BW	Banda passante	[Hz]
С	Capacidade térmica	[J/°C]
С	Variação mínima conseguida no duty cycle	
ContaPulso	Variável de controlo do número de pulsos	
$C_s$	Condensador do snubber	
d	Distância entre os centros de cilindros paralelos e de comprimento infinito	[m]
d _	Dobro da distância entre o centro do cilindro e o plano	[m]
D	Estimativa da derivada	
$D_d$	Diodo de roda livre	
$D_s$	Force contra electromotriz	ſV1
e F	Friça contra cicculomotriz	[*]
2 7	Enro da aproximação	[Amn esn]
υ	r orça magnetomotriz	[հшр.сэр]
F	Função genérica definida em $\mathbb{R}^n$	
F	Força de tracção total	[N]
F(i,x)	Mapa de força função da corrente <i>i</i> e da posição <i>x</i>	[N]
F_erro	Erro entre o valor da FMM real e da estimada	[
F_total	Força magnetomotriz total Verióval que identifica e face estive	[Amp.esp]
juse z	Quada da tanção magnática na bobina	[Amp ocn]
v bobina	Queda de tensão magnetica na booma	[Amp.esp]
$\int_{\mathcal{L}}$	Contador que gera o sinal PWM	[N]
Jemp F.	Força do campo Força no sentido da direita	
	Força no sentido da esquerda	[N]
$f_{ex}$	Frequência de excitação	[Hz]
Folga	Queda de tensão magnética na folga do solenóide	[Amp.esp]
FI	Fluxo magnético na iteração	[Wh]
FI a	Valor superior do intervalo de fluxo	[Wb]
FI_b	Valor inferior do intervalo de fluxo	[Wb]
Fmax	Valor máximo da força de tracção no intervalo de histerese	[N]
Fmin	Valor mínimo da força de tracção no intervalo de histerese	[N]
$\mathfrak{F}_{ ext{percurso_magnético}}$	Queda de tensão magnética no circuito magnéticos do solenóide	[Amp.esp]
f <sub>PWM</sub>	Frequência do sinal PWM	[Hz]
$\mathfrak{F}_{\mathrm{x}}$	Queda de tensão magnética no entreferro do solenóide	[Amp.esp]
g	Comprimento da folga	[m]
H	Intensidade de campo magnético	[A/m]
H	Vector intensidade de campo magnético	[A/m]
h	Altura do trapézio	[m]
h	Passo de interpolação	
h(x)	Altura do tubo de fluxo na direcção perpendicular ao fluxo	[m]
$H_g$	Intensidade do campo magnético na folga do solenóide	[A/m]
$H_k$	Intensidade do campo magnético na secção k	[A/m]
$H_x$	Intensidade do campo magnético no entreferro do solenóide	[A/m]
ı	Intensidade de corrente electrica	[A]

I	Corrente em regime estacionário	[A]
⊥ I	Estimativa do integral Corrente em regime estacionário	[4]
$i_{\pm 90}$	Sinal idêntico a $i_{ex}$ avançado de $\pi/2$	[A]
$i_c$	Corrente no colector	[A]
ie	Identificação do evento responsável pelo fim da simulação	
i <sub>ex</sub>	Corrente de excitação	[A]
Imax Imin	Valor máximo da corrente no intervalo de histerese	[A]
Imin I.	Corrente inicial na simulação dinâmica	[A]
In	Palavra de entrada	[]
int	Camadas equivalentes em que o a base ou topo do solenóide é dividido	
I <sub>o</sub>	Corrente no transístor	[A]
$\frac{it}{2}$	Numero maximo de iterações	[ A /]
J	vector densidade de corrente	[A/m]
$J_s$	Magnetização de saturação Índico da Sacção do cominho magnético	
ĸ	Canacidade de dissipação	[W]
k	Energia dissipada $/S_d / ^{\circ}C$	$[J/m^2/K]$
L	Auto-indução	[H]
l	Altura do tubo de fluxo	[m]
L	Número máximo de contagem do contador	
L(i,x)	Mapa da indutância função da corrente $i$ e da posição x	[H]
$L\_core_k$	Comprimento do troço k do caminno magnetico Comprimento da secção k	[m]
l <sub>k</sub> Imádia	Comprimento da secção x Comprimento médio das linhas de fluxo	[m]
M	Tensor magnético	[]
М	Massa	[kg]
М	Número de ciclos do período fundamental	1 01
Ν	Número de espiras	
n	Vector normal à superfície	
N <sub>amostras</sub>	Número de amostras recolhidas	
N	Número de espiras do enrolamento	
n	Permeância magnética	ſĦĨ
7° D	Ordem do método de integração	[11]
P	Potência	[W]
$P_m$	Comprimento da espira média	[m]
$P_{Ms+90}$	Valor médio da multiplicação de $i_{+90}$ por $u_{ex}$	
PulsoDuty	Percentagem de tempo do pulso de tensão em que a tensão é superior a zero	[%]
PulsoLargura	Espaço do deslocamento que a tensão está activa	[m]
PulsoPeríodo	Período dos pulsos de tensão aplicados à fase	
q	Fracção de tempo correspondente à activação do enrolamento	
Ŕ	Resistência do circuito	[Ω]
$\mathcal{R}$	Relutância magnética	[1/H]
$r_1, r_2 e r_3$	Raios de circunferência	[m]
$r_a e r_b$	Raios de circunferência	[m]
$\mathcal{R}_{base}$	Relutância magnética do tubo de fluxo da base do solenóide	[A/Wb]
R <sub>bit</sub>	Resolução do DAC em bits	
$\mathcal{R}_{carcaça}$	Relutância magnética do tubo de fluxo da carcaça do solenóide	[A/Wb]
$\mathcal{R}_{disp1,}\mathcal{R}_{disp2}$	Relutâncias de dispersão na folga do solenóide	[A/Wb]
$\mathcal{R}_{disp3},\mathcal{R}_{disp4}$	Relutâncias de dispersão no entreferro do solenóide	[A/Wb]
$\mathcal{R}_{\hat{e}mbolo}$ .	Relutância magnética do tubo de fluxo do êmbolo do solenóide	[A/Wb]
$\mathcal{R}_{\rm fl}, \mathcal{R}_{\rm f2} \in \mathcal{R}_{\rm f2}$	Relutâncias de dispersão na bobina do solenóide	[A/Wb]
Reg.	Relutância magnética do tubo de fluxo da folga do solenóide	[ <u>A</u> /W/b]
≁ •folga	iterational magnetica do tabo de maxo da torga do solenolae	

R	Relutância magnética da folga do solenóide	[A/Wb]
D	Pacistância por unidada da comprimente da condutor	[0]
$R_i$	Densidada da fluxo na saccão k	[22]
$\mathcal{D}_k$		F A (XX 71 )
$\Re_{ m magnético}$	Relutância do actuador linear de relutância variável comutada	[A/Wb]
$R_n$	Resistência da fase de índice <i>n</i>	[Ω]
$R_s$	Resistência do snubber	[Ω]
$\mathcal{R}_{topo}$	Relutância magnética do tubo de fluxo do topo do solenóide	[A/Wb]
$\mathcal{R}_x$	Relutância magnética do entreferro do solenóide	[A/Wb]
$\mathcal{R}_x$	Relutância magnética do tubo de fluxo do entreferro do solenóide	[A/Wb]
$\mathfrak{S}$	Tensor de Maxwell	
S	Medida do movimento virtual	[m]
$S_1, S_2$	Superfícies equipotenciais	$[m^2]$
$S_d$	Área efectiva de dissipação	$[m^2]$
t	Tempo	[seg]
t T	Vector dos tempos correspondente à simulação	
1	Periodo do sinal de PWM	[seg]
$l_c$	Tempo correspondente ao último grupo de soluções de simulação	[ومم]
T <sub>c</sub>	Período de funcionamento do transístor	[seg]
1 <sub>f</sub> tc	Duração temporal da simulação na simulação dinâmica	[seg]
Tfim	Instante programado para fim da simulação	[seg]
$t_{on} e t_{off}$	Período de condução do transístor	[seg]
$t_r$	Tensor resultante	1 01
$t_s$	Tensor de cisalhamento	
$t_t$	Tensor de tensão	
U	Energia fornecida pela fonte	[J]
u	Vector dos resultados correspondente à simulação	
Uev	Estado inicial estado inicial da simulação	
uev	Ultimo grupo de soluções da simulação	[17]
$u_{ex}$	Tensão de excitação	
$V_n$ $V_1$ $V_2$ $e$ $V_3$	Tensão nas fases	
V <sub>CE</sub>	Tensão Colector-Emissor	[V]
V <sub>e</sub>	Tensão de saída do oscilador de Wein	[V]
Vescalonado	Escalonamento da palavra	
V <sub>inic</sub>	Velocidade inicial do primário na simulação dinâmica	[m/seg]
$v_{L_{ex}}$	Componente de $u_{ex}$ em quadratura e em avanço de fase com $i_{ex}$	[V]
Voff	Tensão nula aplicada à fase	[V]
VonN	Tensão negativa aplicada à fase no funcionamento em modo hard-chopping	[V]
VonP	Tensão positiva aplicada à fase no funcionamento em modo hard-chopping	
$v_{R\_ex}$	Componente de $u_{ex}$ em fase com $i_{ex}$	
v <sub>t</sub>	Tensão anticada à fase n	
$V_{t_n}$	Volume do tubo de fluxo	$[\mathbf{w}]$
Vxcomuta	Posição de comutação do estado de condução da fase	[m]
Vxdelta	Período do deslocamento em que a fase está activa	[m]
Vxpasso	Comprimento da cava do secundário	[m]
w(x)	Comprimento do tubo de fluxo na direcção paralela ao fluxo	[m]
$w_1$	Largura da base do trapézio	[m]
<i>w</i> <sub>2</sub>	Largura do topo do trapézio	[m]
W <sub>cmp</sub>	Energia armazenada no campo	[1]
W <sub>d</sub>	Energia retornada à fonte	[1]
W <sub>elec</sub>	Energia electrica de entrada	[1]
$W_{fw}$	Energia dissipada nas partes mecanicas do dispositivo	[1]
w le W	Energia dissipada por perdas	[1]
W m	Energia integanica uisponivei Energia convertida em trabalho no período de condução do díodo	[1] [1]
W	Energia mecânica útil	[1]
'' mec	Energia meeunieu uur	[3]

W <sub>mf</sub>	Energia convertida em trabalho no período de condução do transístor	[J]
$W_{sm}$	Energia de energia cinética	[J]
W <sub>x</sub>	Energia armazenada no entreferro do solenóide	[J]
x	Posição ou deslocamento	[m]
$x_a$	Posição de desactivação da fase	[m]
$x_f$	Posição de activação da fase	[m]
$x_{inic}$	Posição inicial do primário na simulação dinâmica	[m]
Xinix	Posição inicial da simulação	[m]
$X_L$	Impedância indutiva da fase	[Ω]
$x_q$	Posição em que a corrente se extingue na fase	[m]
<i>y</i>	Velocidade	[m/seg]
Y е А	Vectores de dimensão n	
Ζ	Impedância da fase	[Ω]
α	Modificação do ângulo de fase do sinal	
$\alpha \in \beta$	Variáveis auxiliares	
δ	Espessura de uma camada da base ou do topo do solenóide	[m]
Δ	Eunção que caracteriza o método de integração	[]
n	Fficiência energética	
A	Posição angular	۲۹
θ <sub>o</sub>	Diferencial de temperatura inicial	[°C]
$\theta_{c}$	Diferencial de temperatura final	[°C]
θ,	Diferencial de temperatura	[°C]
U	Permeabilidade magnética relativa	[H/m]
 // s	Permeabilidade magnética de uma camada $\delta$	[H/m]
μο	Permeabilidade magnética do vazio	[H/m]
λ.	Fluxo magnético ligado	[Wh esn]
<u>ج</u>	Ponto situado no intervalo [a b]	[[[]]]
τ 7	Constante de tempo do sistema	
0	Eluvo na secção k	[Wb]
Ψ <sup>κ</sup>	Fluxo magnético total	[₩/b]
Ψ Φ	$\hat{\Lambda}$ ngulo medido em releção à normal à suporfício	נייט אין רסו
Ψ W	Detengiel escalar	[ ] [ A ]
T		[A]
ω	velocidade angular	[rad/seg]

# Capítulo

## Introdução e Enquadramento do Trabalho

A importância do accionamento linear é evidenciada. As tecnologias mais utilizadas são introduzidas com a descrição do processo responsável pelo aparecimento do movimento. A finalizar, é feita uma descrição da organização do documento.

## 1.1 Introdução

O desenvolvimento e o estudo de transdutores capazes de produzir um accionamento linear é actualmente uma área a que a comunidade científica se dedica, e na qual despende grandes recursos e atenção. Trata-se, pois, de um domínio de investigação muito activo e atractivo. São vários os princípios e as tecnologias usados em acções de accionamento e posicionamento, encontrando aplicabilidade em áreas tão distintas como a robótica ou a medicina. Independentemente da tecnologia usada, podemos afirmar que o objectivo de um transdutor, de um modo generalista, consiste na transformação da energia eléctrica em mecânica, ou vice-versa. Assim, a escolha da tecnologia a usar terá de ter em atenção os processos envolvidos na conversão da energia. Utilizações mais tradicionais têm vindo, desde há algum tempo, a ser testadas em tracção ferroviária. Podemos indicar, a título de exemplo, o caso dos comboios de levitação magnética, designados comummente por MAGLEV, termo que deriva da designação *Magnetic Levitation Transport*, e que operam em países como o Japão, a Alemanha, a China e a Coreia.

Outras mais aplicações do accionamento linear têm visto a luz do dia nos últimos anos. As evoluções em áreas como a bio-tecnologia na construção de músculos artificiais, a robótica, ou as actividades aero-espaciais, para dar apenas alguns exemplos, estão condicionadas pelo aparecimento de soluções que se adaptem às suas necessidades específicas. As novas alternativas tecnológicas têm procurado satisfazer os requisitos que estas aplicações delas exigem. Por isso, é hoje possível encontrar actuadores lineares de precisão e posicionamento, com características tão variadas como a amplitude de movimento, a robustez, a quantidade de força produzida ou as dimensões reduzidas.

O accionamento de precisão e posicionamento apresenta exigências elevadas do ponto de vista dinâmico. As áreas de aplicação anteriormente referidas requerem, por vezes, elevada capacidade de aceleração e desaceleração, em simultâneo com o desenvolvimento de forças adequadas à utilização. Estes requisitos podem ser severamente comprometidos se a tecnologia utilizada para obter o movimento linear não se ajustar à aplicação em vista.

A solução tradicional passa pela transformação do movimento rotativo em linear com recurso a sistemas sem-fim ou correias e engrenagens. Estas soluções, por serem essencialmente mecânicas, requerem uma manutenção atenta e cuidada. As folgas existentes introduzem erros de posicionamento e o comportamento dinâmico de parâmetros, como a velocidade ou a aceleração, pode não ser satisfatório. O facto de existir um mecanismo, que transforma o movimento rotativo em linear, dificulta o aligeiramento, quer do peso quer das dimensões, contribuindo em simultâneo para uma menor fiabilidade.
Várias tecnologias alternativas têm vindo a ser introduzidas nos últimos anos, podendo-se dividir essas soluções em duas grandes áreas [1]. Por um lado, as soluções desenvolvidas com o objectivo de reduzir as dimensões físicas do actuador e que recorrem, sobretudo, a tecnologias não magnéticas. Por outro lado, os dispositivos baseados em tecnologias magnéticas que, embora possuam custos de produção menos elevados, apresentam dificuldades sempre que se procura reduzir as suas dimensões sem que vejam o seu desempenho prejudicado.

Verificamos existirem tecnologias que convertem a energia eléctrica em energia mecânica, sendo a sua escolha condicionada, em grande parte, pela aplicação em causa. Quatro factores principais condicionam a escolha: a resposta, a dimensão física, o peso e o custo. De observar que as soluções magnéticas são preferidas para aplicações de maior escala. Para aplicações de menor escala outras soluções são abordadas, tais como as baseadas em novos materiais ou efeitos físicos (polímeros electroactivos, piezoeléctrico, *alloy*) ou em outras tecnologias (efeito electrostático, por exemplo).

## 1.2 Accionamentos não Magnéticos

Diversos materiais ditos "inteligentes" são utilizados, até ao momento com algum sucesso, na conversão de energia eléctrica em energia mecânica. Desses materiais podemos destacar os polímeros, as cerâmicas piezoeléctricas e os materiais alloy com capacidade de memorizar uma forma. No entanto, cada material possui um número de limitações características que inviabiliza a sua utilização generalizada. No caso das cerâmicas piezoeléctricas, tais como as PZT (Lead Zirconium Titanate), estão limitadas a amplitudes de movimentação muito reduzidas, o que condiciona a sua utilização em aplicações que requeiram amplitudes de movimento superiores. Para além disso, a elevada densidade destes materiais faz com que dificilmente possam ser aplicados em situações nas quais o peso seja um condicionante [2]. O PVDF (Polyvinylidene Difluoride) é um polímero electro-activo que, tal como as cerâmicas piezoeléctricas, possui uma amplitude de movimento reduzida, embora existam procedimentos que permitem obter uma amplitude de movimento maior. Para além do que já foi dito, a fabricação destes materiais é, de um modo geral, complexo. O crescimento dos cristais piezoeléctricos tem que ocorrer a temperaturas muito elevadas, seguido de um processo de arrefecimento muito lento [3]. O PVDF tem de ser exposto a um feixe de electrões durante o processo de fabrico. Ambos os processos de fabrico possuem um custo elevado e são muito complexos, o que limita o acesso a estes materiais.

Os materiais *alloy*, tais como o Nitinol, são capazes de produzir forças elevadas, assim como amplitudes de movimento consideráveis. Mas possuem uma eficiência energética muito fraca, resposta dinâmica fraca e custos de produção proibitivos [4].

Em alternativa aos novos materiais é também comum o recurso à força produzida por dispositivos electrostáticos. Utilizando técnicas de produção desenvolvidas para o

fabrico de semicondutores, é possível construir actuadores electrostáticos para aplicações de pequena escala.

## Accionamento por Polímeros

Na última década novos polímeros electroactivos foram criados. Estes materiais respondem, alterando a sua forma ou dimensão, a estímulos eléctricos. De um músculo biológico será de esperar que possua uma grande densidade de energia capaz de proporcionar uma resposta rápida, com elevada amplitude de movimento. Um músculo artificial pode ser conseguido através da estimulação eléctrica de um polímero. Os dispositivos assim construídos podem variar as suas dimensões até 30% do seu volume, recorrendo a procedimentos adequados, e produzir pressões na ordem dos 1,9 [MPa] [5]. Ensaios realizados evidenciam que, para aplicações de reduzidas dimensões, os polímeros de poliuretano e de silicone são capazes de produzir forças superiores às dos dispositivos electromagnéticos, electrostáticos, piezoeléctricos ou *alloy*. Recorrendo à sua utilização, e efectuando um controlo adequado, é possível construir actuadores que realizam movimentos mais complexos que os lineares ou rotativos.

O seu princípio de funcionamento é muito simples. Um filme, muito fino, de material polímérico actua como um dieléctrico entre dois eléctrodos adaptados ao movimento que se pretende. Quando uma tensão eléctrica é aplicada aos eléctrodos, as cargas eléctricas de sinal contrário em cada eléctrodo atraem-se, enquanto que as cargas eléctricas de sinal igual em cada eléctrodo se repelem. As forças produzidas diminuem a espessura do polímero e aumentam a sua área tal como se representa na Fig. 1.1.

As aplicações em robótica ou bio-medicina são [6], regra geral, complexas, mas recorrem ao princípio de funcionamento da Fig. 1.1 para construir pilhas de elementos. Para a obtenção da mesma força resultante, um só elemento necessitaria de uma tensão muito mais elevada do que aquela que a pilha de elementos necessitaria. O elemento de base pode ser utilizado na construção das mais variadas formas de actuadores, das quais podemos destacar as cilíndricas.



Fig. 1.1 – Forma elementar de um actuador usando polímeros: a) material não excitado, b) material excitado

De notar que as configurações são em tudo idênticas às dos dispositivos piezoeléctricos. No entanto, e ao contrário destes, a sua amplitude de movimento vai

além dos 30% da sua dimensão normal, desde que se utilize polímeros adequados. Os polímeros, também contrariamente aos dispositivos cerâmicos, podem assumir configurações mais complexas.

## Materiais Alloy com Memória da Forma

Os materiais *alloy* possuem duas propriedades especiais representadas na Fig. 1.2 [7], que lhes permitem, através de um procedimento térmico adequado, regressar à forma inicial, depois de terem sido deformados por acção de uma carga externa. São elas a pseudo-elasticidade e o efeito de memória da forma. Arne Olander foi um dos primeiros a observar estas propriedades em 1932, mas só em 1958 é que foi apresentado um actuador funcional, muito simples, construído em ouro e cádmio, e que elevava repetidamente um peso [8]. Desde então outros materiais apareceram como o NiTi, o CuZnAl e o CuAlNi.





As duas propriedades referidas anteriormente são possíveis porque o material pode transitar de fase, já que a variação da temperatura provoca-lhe um rearranjo molecular. No estado sólido de fase Martensite, que ocorre quando a temperatura é baixa, o material é relativamente mole e deforma-se com facilidade. Após ter sido deformado, o material pode retomar à forma original, correspondente ao estado sólido de fase Austenite, que ocorre a temperaturas mais elevadas. A relação entre a temperatura e a deformação do material pode ser vista na Fig. 1.3, sendo possível observar a relação entre as temperaturas a que ocorre a mudança de fase, quando o material está sujeito a uma força de tracção constante. De observar também a histerese que se verifica entre as duas curvas dificultando esta característica a utilização dos materiais *alloy* na construção de actuadores.

No estado de Austenite (temperatura mais elevada) o efeito de pseudo-elasticidade ocorre sem que haja variações de temperatura: uma carga aplicada ao material faz com que ele passe do estado Austenite para o estado Martensite e se deforme, mas assim que a carga desaparece o material regressa ao estado Austenite e recupera a sua forma original.



Fig. 1.3 - Ilustração da relação temperatura/deformação nos materiais alloy

Estas propriedades podem ser facilmente adoptadas para construir actuadores adequados a várias utilizações. Fazendo passar uma corrente eléctrica no material é possível aumentar a sua temperatura através do efeito de Joule. O maior problema reside na forma de arrefecer o material, o que, regra geral, é conseguido quer através da convecção natural do ar, quer fazendo passar um líquido de refrigeração. Este problema levanta um sério obstáculo à utilização destes actuadores.

Dado que apenas se podem produzir forças de tracção, os dispositivos devem possuir mecanismos de força que se oponham ao movimento de contracção. Os mais comuns usam molas, enquanto que outros, mais elaborados, recorrem a outro actuador do mesmo tipo numa configuração de funcionamento antagónico.

Algumas das vantagens dos materiais *alloy* são a bio-compatibilidade que demonstram e a resistência à corrosão. No entanto, são ainda demasiado dispendiosos, e apresentam uma fraca resposta à fadiga. O alongamento máximo indicado para se atingir o máximo de vida útil do dispositivo é de 4%, embora possa atingir uma amplitude máxima de 8% [9].

## Accionamento Piezoeléctrico

O efeito piezoeléctrico foi descoberto em 1880 pelos irmãos J. Curie e P. Curie, efeito esse que, quando certos tipos de cristais são submetidos a uma deformação mecânica, o material fica polarizado. O efeito contrário também se verifica e, assim, quando uma diferença de potencial é aplicada ao material este sofre uma deformação.

Um actuador ultra-sónico usa a vibração mecânica na gama dos ultra-sons (frequências acima de 20 kHz) para criar uma onda viajante que é usada como mecanismo de propulsão [10]. É sabido que a densidade de energia nas cerâmicas piezoeléctricas é da ordem das centenas de watt por cm<sup>3</sup>, sendo por isso cinco a dez vezes superior à dos actuadores electromagnéticos.

Os actuadores deste tipo recorrem à capacidade das cerâmicas piezoeléctricas para se expandirem, ou contraírem, na presença de um campo eléctrico. As oscilações

produzidas são muito pequenas (1µm), o que obriga à utilização do efeito de ressonância para que as vibrações possam ser amplificadas. Se um material piezoeléctrico é excitado perto da frequência natural, as vibrações produzidas tenderão a aumentar.

A Fig. 1.4 ilustra a forma como uma onda viajante [10], produzida por dois cristais piezoeléctricos, pode ser utilizada como propulsora. Uma componente metálica, ou plástica, em contacto sob pressão com o material que origina a onda viajante, irá mover--se devido à força tangencial originada nas superfícies de contacto, e resultante do movimento elíptico das cristas de onda. Uma superfície com atrito elevado deve ser utilizada para reduzir as perdas por escorregamento e, com isso, aumentar a eficiência do actuador.

A designação de translato é aplicada para identificar a parte do actuador que se desloca linearmente. À componente do actuador que permanece imóvel dá-se a designação de estator. Dependendo da natureza do actuador em questão, a designação destas duas componentes é feita tendo por base a sua função no processo de conversão de energia. Por exemplo, se o translato é responsável pela recepção da energia eléctrica recebe também a designação de primário sendo, nesta situação, o estator designado por secundário.



## Fig. 1.4 – Propulsão utilizando uma onda viajante

No caso da vibração ser produzida por uma barra de metal de comprimento finito, as extremidades irão produzir ecos que viajarão em sentido contrário ao da onda principal. O somatório destas ondas irá resultar numa onda estacionária que obviamente não irá servir como forma de propulsão. Este fenómeno é anulado nos actuadores ultra-sónicos rotativos juntando as extremidades da barra, obtendo-se assim um efeito idêntico ao obtido por uma barra de comprimento infinito. No caso dos actuadores lineares, a barra pode ter uma forma como a representada na Fig. 1.5a). O funcionamento será em tudo idêntico ao do actuador rotativo.



Fig. 1.5 – Actuadores ultra-sónicos lineares com: a) estator fechado, b) estator finito

Em alternativa, o actuador linear pode ser construído utilizando dois osciladores de Langevin colocados nas extremidades da barra finita a fim de criarem uma onda viajante (Fig. 1.5b)) [11]. Um vibrador cria a onda enquanto que o outro a absorve, eliminando assim os ecos provocados pelo comprimento finito da barra. Esta configuração irá criar uma onda que se move do primeiro para o segundo vibrador, deslocando-se o translato em sentido contrário.

Os actuadores ultra-sónicos possuem vantagens pelo facto de não produzirem campos magnéticos. Para além disso, são muito compactos e desenvolvem uma força elevada a velocidades reduzidas. O atrito necessário ao movimento possui um efeito muito superior ao da inércia do actuador e, assim, quando não alimentado, o actuador encontra-se fortemente travado. A sua grande desvantagem é a reduzida longevidade, originada por falha das cerâmicas devido às vibrações.

## Accionamento Electrostático

Tradicionalmente, os dispositivos de accionamentos são electromagnéticos. No entanto, também se pode construir um actuador usando o dual dos dispositivos electromagnéticos, ou seja, os dispositivos electrostáticos.

O interesse neste tipo de accionamento antecedeu o do accionamento electromagnético. O primeiro actuador foi desenvolvido por Andrew Gordon em 1742, um século antes de Hans Christian Oersted ter descoberto a força electromagnética. Até ao século XVIII surgiram vários outros actuadores que utilizavam este princípio, como o proposto por Benjamin Franklin em 1748, no entanto, a força por eles produzida era demasiado fraca para que deles se pudesse retirar algum partido. Esta constatação fez com que fossem abandonados em proveito dos actuadores electromagnéticos [12].

Na prática, os actuadores electrostáticos produzem menos força do que os actuadores magnéticos, porque, na verdade, é muito difícil usar tensões eléctricas suficientemente elevadas para que possam desenvolver forças elevadas. Um actuador magnético baseia--se na corrente eléctrica, que pode ser aumentada até ao ponto de produzir uma força tão

elevada quanto o necessário. O actuador electrostático baseia-se na tensão, mas, e ao contrário dos actuadores magnéticos, se o valor da tensão for aumentado para além de um determinado valor, a potência do actuador não aumenta na mesma proporção, já que parte da energia é perdida pela ruptura do dieléctrico, que é normalmente o ar. Uma alternativa seria fazer funcionar estes dispositivos no vácuo, o que os torna muito atractivos para aplicações espaciais. Em contrapartida, a construção numa escala reduzida permite que possam funcionar com tensões mais moderadas e assim evitar o efeito provocado pela ruptura do dieléctrico.

Na década de 80, e devido aos avanços obtidos nas tecnologias de construção de circuito integrados, assistiu-se a um interesse crescente neste tipo de actuadores na área do micro-accionamento [13]. São principalmente três as razões:

a) Os actuadores electrostáticos podem ser fabricados utilizando uma estrutura bidimensional, enquanto que os actuadores magnéticos requerem estruturas tridimensionais. Esta característica facilita o fabrico usando técnicas construtivas de circuitos integrados;

 b) Os actuadores magnéticos requerem núcleos feitos de materiais magnéticos, e enrolamentos. Ao contrário, os actuadores electrostáticos podem usar plásticos e camadas muito finas de metal sendo por isso extremamente leves e de baixo custo;

c) Outra característica diz respeito à densidade de força de um actuador electrostático, que se torna maior com a diminuição da dimensão, enquanto que no caso dos dispositivos electromagnéticos a densidade de força diminui com o aumento da dimensão.

Um actuador electrostático pode ser construído às custas de um conjunto de vários elementos. O princípio de funcionamento deste tipo de actuador é extremamente simples e pode ser observado na Fig. 1.6. Esta tecnologia é muito atractiva para utilizações que não permitam a presença de campos magnéticos, tais como aplicações médicas [14].





Quando uma tensão eléctrica elevada é aplicada ao estator do actuador, uma parte dele adquire uma carga negativa (sectores representados a cinza), enquanto que a outra parte adquire uma carga positiva (sectores representados a negro). Cada sector do translato, sob influência de uma escova do estator, adquire uma polaridade. A interacção entre sectores de carga idêntica origina uma força repulsiva, enquanto que entre sectores

de carga antagónica origina uma força atractiva. Este fenómeno dá origem a uma força longitudinal que produz o movimento de translação.

Esta tecnologia tem sido usada na construção de micro-robôs que copiam o comportamento de insectos [15], ou na construção de dispositivos compactos de accionamento linear como sejam os sistemas de focagem de câmaras digitais para realização de endoscopias [16].

# 1.3 Accionamentos Magnéticos

Como descrito até aqui, os accionamentos anteriores encontram, regra geral, aplicabilidade em situações onde a amplitude de movimento e a força produzida são muito reduzidas. Para amplitudes de movimento ou forças produzidas mais elevadas as soluções apresentadas dificilmente podem ser utilizadas. É comum, então, a escolha de accionamentos do tipo magnético.

O accionamento indutivo foi o primeiro a ser estudado e aplicado com sucesso. Todavia, nos últimos anos o accionamento com magnetos permanentes tem vindo a impor-se no mercado, apesar dos seus custos elevados. Uma alternativa ao custo desta última forma de accionamento é a utilização do efeito de relutância variável no accionamento linear, o que justifica o facto do interesse por esta forma de accionamento estar a aumentar.

## Accionamento Indutivo

Um actuador linear de indução pode ser projectado com base num dispositivo de indução rotativo. A diferença significativa reside no facto de o rotor e o estator sofrerem uma planificação, passando o rotor a receber a designação de translato. Deste modo, a força produzida é linear. Esta tecnologia não é nova, apenas o é na forma como se utiliza. O próprio actuador linear de indução é já um dispositivo utilizado desde há alguns anos [17], proposto e desenvolvido na década de quarenta por Eric Laithwaite.

A Fig. 1.7 representa um magneto que se desloca para a direita com uma determinada velocidade. O deslocamento faz com que o fluxo produzido à frente do magneto aumente com o tempo, enquanto que atrás diminua. Se o plano colocado debaixo do magneto for condutor, então irão ser induzidas correntes com o sentido representado nessa figura. A aplicação da Lei de Lorentz justifica a força produzida pela interacção entre as correntes induzidas e o fluxo magnético. Se o plano condutor estiver colocado numa superfície de baixo coeficiente de atrito então será arrastado com o magneto. Para que a velocidade possa ser mantida, o objecto que move o magneto deve produzir uma força igual mas de sinal contrário à força induzida no plano condutor. Se o plano condutor for bloqueado e o translato produzir um campo magnético viajante para a direita, então o translato vai deslocar-se para a esquerda. A amplitude do movimento horizontal é apenas limitado pelo comprimento do estator. O campo magnético pode ser

conseguido através de um enrolamento trifásico instalado no translato. A tensão pode variar de amplitude e de frequência para controlar o desempenho do actuador.



## Fig. 1.7 - Representação do princípio de funcionamento do actuador linear de indução

Existem no mercado várias versões deste dispositivo, com diferentes potências, velocidades, ou frequências de funcionamento. O controlo do actuador é muito simples: acções como o arranque, a paragem e a inversão de marcha são muito fáceis de realizar. A sua reposta dinâmica é boa, com capacidade para atingir grandes acelerações e desacelerações [18].

## Accionamento com Magnetos Permanentes

A primeira aplicação desta tecnologia foi feita nos dispositivos rotativos, onde, tipicamente, o estator é bobinado, enquanto que o rotor possui magnetos permanentes. Com a correcta sequência de excitação das várias fases do estator é possível criar um binário que faz rodar o dispositivo. O actuador linear de magnetos permanentes pode ser obtido dispondo sucessivas planificações do estator, condicionando assim a amplitude de movimento desejada. A Fig. 1.8 ilustra o resultado dessa acção [19].





Tal como no caso rotativo, os actuadores lineares são compostos por dois elementos, de cuja interacção resulta a força de tracção. O estator não se encontra magnetizado e possui uma sequência de magnetos permanentes, enquanto que o translato é composto por cavas e dentes bobinados.

O princípio de funcionamento deste actuador é muito simples [20]. A alimentação sequencial das bobinas, gerida por um controlador dedicado, produz um campo

magnético cuja interacção com o campo produzido pelos ímanes permanentes origina uma força que fará movimentar o actuador numa determinada direcção. Quando o actuador deixa de ser alimentado, os magnetos permanentes tendem a alinhar o translato e produzir uma força que o mantém nessa posição. Uma vantagem dos actuadores de magnetos permanentes é a possibilidade de funcionamento em controlo aberto. No entanto, possui a desvantagem de não desenvolver uma força constante.

## Accionamento de Relutância Variável Comutado

A relutância de um circuito magnético é um parâmetro que indica as dificuldades que as linhas de fluxo encontram no seu percurso magnético. Qualquer sistema magnético procura minimizar a sua relutância magnética através do deslocamento de uma das suas peças móveis.

A utilização mais simples do efeito da relutância variável é o electromagneto. Este dispositivo, quando excitado, procura reduzir a relutância do seu circuito magnético, reduzindo o comprimento do entreferro existente entre a armadura e o êmbolo.

O actuador de relutância variável comutado (RVC) reúne duas das vantagens dos dois tipos de actuadores descritos anteriormente: a simplicidade construtiva do actuador de indução e a eficácia do actuador de magnetos permanentes. Basicamente, e numa das possíveis configurações, é constituído por um estator, que possui um conjunto de saliências e cavas, e um translato que, para além das saliências e das cavas, possui um conjunto de bobinas/fases que criam a excitação electromagnética [21]. A Fig. 1.9 esquematiza o princípio de funcionamento destes actuadores.



Fig. 1.9 - Representação do actuador de RVC

Quando uma fase do translato não está alinhada com os dentes do estator e é excitada, origina-se uma força F que tenderá a provocar o alinhamento. De notar que só a componente tangencial da força F (força de tracção  $F_x$ ) contribuirá para o movimento linear, uma vez que se supõe que o translato apenas se pode movimentar horizontalmente.

Podemos observar que o perfil da força de atracção  $F_z$  (Fig 1.10a)) exibe um valor máximo na posição de alinhamento, enquanto que a força de tracção  $F_x$  (Fig 1.10b)) é nula nessa posição.



Fig 1.10 - Mapas função da corrente e da posição: a) Força de atracção, b) Força de tracção

Da análise da Fig 1.10 podemos concluir que a excitação da fase na posição de alinhamento nunca será desejável já que a sua contribuição para o movimento será nula, provocando simultaneamente esforços mecânicos desnecessários. O grande obstáculo à utilização deste tipo de accionamento consiste em determinar como e quando excitar as diferentes fases do actuador. A alimentação das fases será feita através de uma electrónica de regulação e comando como, por exemplo, a da Fig. 1.11.





Para além destes circuitos electrónicos, são necessários sistemas de controlo com capacidade de identificação do estado da máquina e, mediante essa informação, actuar os interruptores de potência Q1, Q2 e Q3.

## 1.4 Motivações e Apresentação do Trabalho

Foi feita uma breve retrospectiva de diferentes tecnologias com as quais é possível obter um accionamento linear. Para além das tecnologias referidas existem outras, mas estas são as mais utilizadas e onde se tem incidido com maior evidência.

Como vimos, as tecnologias não magnéticas são as mais adequadas a aplicações em que a amplitude de movimento é muito pequena e, por isso, permitem uma precisão de movimento mais elevada. Paralelamente, podemos concluir que a força desenvolvida é, na maioria dos casos, baixa quando comparada com as tecnologias magnéticas. Estas últimas não podem ser miniaturizadas sem que vejam a sua eficiência comprometida. A simplicidade funcional do actuador de indução equipara-se à eficácia dos actuadores de magnetos permanentes. No entanto, estes últimos possuem um elevado preço de mercado e não se adaptam a situações em que a existência de fortes campos magnéticos seja problemática. Das considerações anteriores, emergiu o interesse em avaliar se o accionamento de RVC poderia vir a ser usado no accionamento de precisão, sem que, contudo, se verificassem perdas relevantes no desempenho do actuador resultante.

O trabalho realizado, e que se apresenta ao longo dos capítulos seguintes, reporta as várias etapas de investigação e desenvolvimento de um actuador linear de RVC tendo em vista a sua aplicação em tarefas nas quais a capacidade de posicionar o translato com precisão seja um dos requisitos. Para que esse objectivo seja cumprido, diversos são os temas a abordar.

A identificação e a análise dos mecanismos associados ao processo de conversão electromagnética da energia em força são feitas no Capítulo 2. Com a revisão dos principais métodos aplicados na determinação da força produzida por dispositivos electromagnéticos, é possível identificar as grandezas envolvidas e estabelecer relações entre elas.

No Capítulo 3 são desenvolvidas e propostas metodologias de análise que permitem estudar o comportamento estático e dinâmico de um caso de estudo. A escolha do solenóide como caso de estudo é justificada pelo facto do seu princípio de funcionamento ser em tudo idêntico ao do actuador que se pretende desenvolver, retirando-se, no entanto, partido da sua simplicidade estrutural.

A evolução histórica e os desenvolvimentos introduzidos no accionamento de RVC são feitos no início do Capítulo 4. Dedica-se especial atenção à configuração rotativa, uma vez que é sobre ela que tem recaído, até ao momento, a principal atenção da comunidade científica. No seguimento, são introduzidas as principais variantes topológicas que a configuração linear pode assumir. A escolha por uma em particular é feita e sustentada com base na análise realizada com recurso aos métodos desenvolvidos no Capítulo 3.

Baseado nos resultados obtidos com a análise efectuada nos capítulos anteriores, é apresentado no Capítulo 5 o projecto de um protótipo. Os cuidados tidos na construção dos diferentes componentes mecânicos e eléctricos são descritos. Devemos destacar os cuidados tidos com o dimensionamento dos enrolamentos, de forma a verificar que o regime de funcionamento pretendido é alcançado dentro dos limites de segurança dos condutores. Toda a instrumentação de medida usada nos ensaios é descrita, sendo proposto um novo método indirecto de medida da posição do translato do actuador, através do conhecimento do valor da indutância.

O funcionamento de um actuador deste tipo nunca estaria completo se não possuísse

uma electrónica de regulação e comando com as características necessárias ao seu funcionamento. Este tema é debatido no Capítulo 6. As principais topologias são passadas em revista de uma forma breve. Uma topologia que satisfaz os requisitos desejados é proposta e o seu desempenho é inicialmente verificado através de simulação recorrendo aos modelos numéricos do actuador desenvolvidos anteriormente. Os aspectos mais relevantes da topologia proposta para o conversor de potência são abordados. O seu funcionamento é verificado experimentalmente através de ensaios laboratoriais.

A terminar, e para que o actuador desenvolvido possa realizar uma tarefa útil, é necessário dispor de metodologias de controlo que posicionem o translato do actuador numa posição desejada. O Capítulo 7 apresenta duas metodologias alternativas. A primeira a ser abordada recorre a valores de posição, armazenados na memória do controlador, onde sucessivamente se deve activar e desactivar as várias fases do actuador para produzir a sequência de funcionamento necessária ao deslocamento no sentido desejado. A segunda metodologia de controlo estudada retira partido da capacidade que os controladores de estrutura variável têm para controlar sistemas altamente não lineares e de difícil modelização. Impondo um regime de funcionamento por modo de deslizamento é possível controlar a posição do translato com precisão. As metodologias de comando e controlo propostas são validadas experimentalmente. Os resultados obtidos para algumas situações ilustrativas do funcionamento são fornecidos.

O documento termina com a apresentação, no Capítulo 8, das conclusões obtidas ao longo deste trabalho. Os resultados alcançados nas diferentes fases do trabalho e o modo como podem contribuir para a continuação da investigação neste domínio são aí referidos. São também identificados itens que podem, num futuro próximo, ser abordados.

Em anexo ao documento é disponibilizada para consulta informação respeitante à construção do banco de ensaios e do conversor de potência.

## REFERÊNCIAS

- António Espírito Santo, Rosário Calado, Carlos Cabrita, "Accionamentos Lineares e Suas Aplicações na Indústria de Precisão e Posicionamento," in actas de conferência de Engenharia '2005 – Inovação e Desenvolvimento, Universidade da Beira Interior, 2005.
- [2] Han J. M. T. A. A driaens, Willem L. de Koning, Reinder Banning, "Modeling Piezoelectric Actuators," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 5, No. 4, pp. 331-341, December 2000.
- [3] Hong Zhu, Min Zhou, Bangtao Chen, Jianmin Miao, "Fabrication of microcantilever arrays using sol-gel PZT thin film for nanopositioning," in *Digest of the Asia-Pacific Magnetic Recording Conference*, WE-P-12-01–WE-P-12-02, 2002.

- [4] T. Raparelli, P. Beomonte Zobel, F. Durante, "A robot actuated by shape memory alloy wires," in Proceedings of the IEEE International Symposium on Industrial Electronics, Vol. 2, pp. 420-423, 2002.
- [5] Roy Kornbluh, Ron Pelrine, Joseph Eckerle, Jose Joseph, "Electrostrictive Polymer Artificial Muscle Actuators," in *Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Robotics & Automation*, Vol. 3, pp. 2147-2154, 1998.
- [6] Federico Carpi, Danilo De Rossi, "Electroactive polymer based devices for e-textiles in biomedicine," *IEEE Transactions On Information Technology in Biomedicine*. Vol. 9, No. 3, pp. 295-318, September 2005.
- [7] Jorma Ryhänen, "Biocompatibility evaluation of nickel-titanium shape memory metal alloy," M.S. thesis, *Oulu University Hospital*, Finland, 1999.
- [8] M. Vašina, F. Šolc, K. Hoder, "Shape Memory Alloys Unconventional Actuators," in *IEEE International Conference on Industrial Technology*, Vol. 1, pp.190-193, 2003.
- [9] Byungkyu Kim, Sunghak Lee, Jong Heong Park, Jong-Oh Park, "Design and Fabrication of a Locomotive Mechanism for Capsule-Type Endoscopes Using Shape Memory Alloys (SMAs)," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 10, No. 1, pp. 77-86, February 2005.
- [10] Toshiiku Sashida, Takashi Kenjo, An Introduction to Ultrasonic Motors, Oxford Science Publications 1993.
- [11] Y. Ting, J.M. Yang, C.C. Li, Yang, Y.C. Shao, "Modeling and Design of a Linear Actuator by Langevin Vibrators," in *IEEE Ultrasonics Symposium*, pp. 2337-2340, 2006.
- [12] C.L. Stong. "Electrostatic Motors Are Powered By Electric Field of the Earth". *Science and Technology*, October 1974.
- [13] Hiroyuki Fujita, Akito Omodaka, "The Fabrication of an Electrostatic Linear Actuator by Silicon Micromachining," *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. 35, No. 6, pp 731-734, June 1988.
- [14] Akio Yamamoto1 et al., "Evaluation of MR-compatibility of Electrostatic Linear Motor," in Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 3658-3663, 2005.
- [15] Sang-Ho Kim et al, "High-Resolution Inchworm Linear Motor Based on Electrostatic Twisting Microactuators", *Journal Of Micromechanics And Microengineering*, Jully 2005.
- [16] Akihiro Koga et al, "Electrostatic Linear Microactuator Mechanism for Focusing a CCD Camera," *Journal of Lightwave Technology*, Vol. 17, No. 1, pp. 43-47, January 1999.
- [17] Jacek F. Gieras, *Linear Induction Drives*, Oxford Science Publications 1994.
- [18] E.R. Laithwaite, "Adapting a linear induction motor for the acceleration of large masses to high velocities," *IEE Proc. Electr. Power Appl.*, Vol. 142, No. 4, pp. 262-268, July 1995.
- [19] J.F. Cui, L.L. Jiang, Y.M. Guo, H. Wu, C.Y. Wang, "Analytical research for permanent magnet linear synchronous motor," in *Proceedings of the Eighth International Conference on Electrical Machines and Systems*, Vol. 1, pp. 468-470, 2005.
- [20] J. R. Hendershot Jr, TJE Miller, *Design of Brushless Permanent-Magnet Motors*, Oxford Science Publications 1994.
- [21] M. R. A. Calado, C. M. P. Cabrita, A. E. Espírito Santo, "A New Saturation Factor for Linear Reluctance Actuator Characterization," in *Proceedings of the 15th International Conference on Electrical Drives and Power Electronics*, 2003.

# Capítulo

# Conversão Electromecânica de Energia

Um actuador magnético converte a energia eléctrica fornecida pela fonte em energia mecânica. Para isso, o campo de acoplamento funciona recebendo a energia do sistema eléctrico e entregando-a ao sistema mecânico. O processo de abordado conversão de energia é е pormenorizadamente descrito. Diferentes situações de funcionamento são pormenorizadamente analisadas. A força produzida por um campo magnético é determinada através de técnicas diferentes.

# 2.1 Introdução

O processo de conversão electromagnética de energia realiza-se através do campo magnético do dispositivo de conversão. Os diferentes dispositivos, que recorrem a este princípio, funcionam segundo processos físicos semelhantes: por um lado, podemos considerar os transdutores utilizados na instrumentação, como é exemplo o LVDT (*Linear Variable Differential Transformer*), e por outro lado, os actuadores utilizados no accionamento electromecânico que, regra geral, são designados de motores, caso produzam força, ou geradores, caso produzam energia eléctrica. O seu funcionamento depende das forças que actuam quer em condutores que conduzam correntes, quer em componentes magnetizadas. Torna-se então necessário conhecer as forças desenvolvidas e que se exercem nas componentes móveis, bem como a forma como se distribuem nos materiais. No dimensionamento e desenvolvimento de dispositivos electromagnéticos é natural recorrer à aplicação de elementos finitos [1],[2],[3]; desta forma é possível conhecer e analisar as forças desenvolvidas, garantindo-se a viabilidade do projecto.

A força resultante do funcionamento destes dispositivos pode ser determinada através de diferentes aproximações [4],[5],[6]: (1) método clássico do trabalho virtual; (2) método dos tensores de Maxwell; (3) método de Coulomb do trabalho virtual; (4) método das densidades de correntes equivalentes; (5) método das cargas magnéticas equivalentes. Destes métodos, apenas os três primeiros são normalmente usados no tratamento dos resultados obtidos da aplicação dos elementos finitos, mas devemos referir que nenhum se mostra ser fiável, garantindo resultados precisos, para toda a diversidade de dispositivos existentes. Claro está que qualquer um dos métodos permite obter resultados precisos quando aplicado a casos resolvidos analiticamente.

Os métodos podem ser classificados usando o número de soluções requeridas. O método clássico de trabalho virtual requer duas ou mais soluções, o que o torna computacionalmente pesado. O método dos tensores de Maxwell e o método de Coulomb do trabalho virtual usam apenas uma solução, mas são dependentes do tipo de elemento finito adoptado na resolução do problema, já que usam como domínio de integração apenas uma fracção dos elementos finitos do modelo, tornando-os fortemente dependentes de erros locais. A escolha do método a usar está condicionada por factores como o custo computacional, a consistência dos dados e a precisão dos resultados.

# 2.2 Transdutores Electromecânicos

A função de uma máquina eléctrica é o de transmitir energia, ou de a converter, de uma forma para outra, ou outras. Assim, um motor eléctrico converte energia eléctrica em energia mecânica. A configuração do transdutor pode ser translaccional ou rotacional, dependendo da necessidade e do tipo de movimento pretendido. Algumas das formas de produzir força através do uso da energia eléctrica são as seguintes:

- i) força mecânica produzida devido à interacção de dois campos magnéticos, tal como ocorre no caso de um condutor que transporta corrente num campo magnético;
- ii) força exercida num material ferromagnético devido à tendência de um elemento móvel se deslocar no sentido da diminuição da relutância do circuito magnético;
- iii) força resultante da magnetoestrição, ou deformação de um material ferromagnético num campo magnético;
- iv) força resultante do efeito verificado aquando da aplicação de uma diferença de potencial eléctrico a um cristal piezoeléctrico;
- v) a situação equivalente do método i) aplicado a campos eléctricos.

Os dois primeiros métodos são os que possibilitam a produção de uma maior quantidade de força. Enquanto que os restantes são utilizados sempre que se necessite de pequenas quantidades de força. Os campos magnéticos, utilizados em transdutores com aplicabilidade prática, são quase sempre produzidos por enrolamentos percorridos por correntes. Desta forma, obtêm-se, de uma maneira simples e económica, os campos magnéticos necessários à produção de força.

Um transdutor converte energia eléctrica em energia mecânica no funcionamento como motor, ou o contrário, no funcionamento como gerador. Estes actuadores possuem três componentes fundamentais que compõem o sistema conversor de energia electromecânica: (1) o sistema eléctrico; (2) o sistema mecânico; (3) e o campo de acoplamento. Um exemplo de actuador, que apenas permite o movimento longitudinal é o solenóide que, embora possua uma complexidade estrutural reduzida, possui as três componentes fundamentais referidas anteriormente. A análise do seu funcionamento permite ilustrar muito claramente os princípios básicos do funcionamento de actuadores mais complexos.

Um elemento mecânico, ao qual se permite o movimento devido à força produzida por um sistema eléctrico, produz um trabalho mecânico. A energia necessária para a realização deste trabalho é obtida do campo magnético de acoplamento, que é por sua vez gerado pelo sistema eléctrico. Se a energia eléctrica de alimentação cessar, o movimento do actuador irá durar até que se esgote a energia armazenada no campo de acoplamento. Para que a realização de trabalho seja conseguida de forma contínua, exige-se que a energia do campo de acoplamento seja reposta de forma contínua por parte do sistema eléctrico. Um processo semelhante ocorre no caso do fluxo de energia se processar no sentido do sistema mecânico para o sistema eléctrico. No entanto, há um requisito que se deve verificar, isto é, o campo de acoplamento deve existir para que o fluxo de energia se faça no sentido do sistema eléctrico.

A energia é a capacidade de um sistema produzir trabalho. Num sistema mecânico

um corpo pode possuir dois tipos de energia, consoante se encontre estático ou em movimento: (1) energia potencial, função da posição; (2) energia cinética, função da velocidade.

Em semelhança, existem dois tipos de energia associados às cargas eléctricas: (1) energia electrostática do campo produzido por uma carga eléctrica estática, devida ao potencial eléctrico; (2) energia electromagnética do campo electromagnético produzido por uma carga eléctrica em movimento, ou seja, corrente eléctrica, devida ao deslocamento da carga.

# 2.3 Balanço Energético do Sistema Electromagnético

Encarar o funcionamento do dispositivo electromecânico, e respectivo processo de conversão de energia em força, do ponto de vista da energia, proporciona três vantagens [7]: (1) a simplificação da formulação do problema; (2) a fácil dedução das metodologias de cálculo e análise; (3) a validação das metodologias usadas através da aplicação de técnicas de medida ao sistema electromecânico. Para além das vantagens anteriores, a adopção do método clássico do trabalho virtual torna a solução do problema independente da complexidade geométrica do dispositivo. Este facto permite uma resolução do problema exigindo menos recursos computacionais, com tempos de processamento mais reduzidos. A utilização da metodologia do trabalho virtual exige que a energia global seja conhecida em duas configurações diferentes da componente móvel. Desta forma, o método é imune aos erros locais, apresentando uma maior estabilidade. A relação entre a variação da energia e o deslocamento produzido, ainda que ínfimo, é equivalente à força produzida pelo campo. Os dois maiores problemas que a utilização deste método levanta são: (1) quando o deslocamento é mínimo, a variação no valor da energia do sistema também é mínima; a haver erros de arredondamento haverá também um erro apreciável na diferenciação numérica; (2) se o deslocamento for grande, introduzir-se-á um erro substancial na diferenciação, e haverá ainda uma discretização insuficiente para modelar as não linearidades do sistema em função da posição. Estes dois problemas são, de certa forma, impossíveis de resolver simultaneamente, já que um não pode ser resolvido sem o agravamento do outro.

## Conversão de Energia

O princípio de conversão de energia define a principal característica de um actuador electromagnético [8],[9],[10]. O processo de conversão da energia decorre através de um campo de acoplamento, que funciona como reservatório entre dois sistemas. Ao receber energia do sistema de entrada, o campo de acoplamento entrega-a ao sistema de saída. O dispositivo da Fig. 2.1 exemplifica um actuador electromagnético no qual o processo de conversão de energia ocorre entre o sistema eléctrico e o sistema mecânico. Neste dispositivo, em funcionamento motor, o fluxo de energia é no sentido do sistema eléctrico para o sistema mecânico. No funcionamento gerador o processo de

funcionamento é invertido. É também representada a força  $f_{cmp}$  desenvolvida pelo campo de acoplamento no sentido positivo do deslocamento.



### Fig. 2.1 – Sistema electromagnético de relutância variável

Um dispositivo electromecânico típico é constituído por uma componente fixa e outra componente móvel, separadas por um entreferro. A Força Magnetomotriz (FMM) produzida pela bobina é

$$\mathfrak{F} = Ni\,,\tag{2.1}$$

em que *N* representa o número de espiras do enrolamento da bobina percorridas pela corrente *i*. Desprezar na análise dos dispositivos a não linearidade magnética e as perdas no núcleo, introduz simplificações que facilitam o estudo deste tipo de dispositivos. Logo, admite-se a hipótese de que o fluxo  $\varphi$  no circuito magnético e a FMM produzida pela bobina são directamente proporcionais. Deste modo não são consideradas as saturações, quer as globais, quer as locais. A relação entre o fluxo  $\varphi$  e a FMM  $\mathcal{F}$  é assegurada pela relutância  $\mathcal{R}$  ou pela permeância  $\mathcal{P}$ , obtendo-se, para cada uma das grandezas, as expressões

$$\Re = \frac{\mathscr{E}}{\varphi},\tag{2.2}$$

e

$$\mathfrak{P} = \frac{\varphi}{\mathfrak{F}} = \frac{1}{\mathfrak{R}}.$$
(2.3)

Se não houver transformação de energia em massa, ou vice-versa, então a energia não é criada nem destruída. A peça móvel desenvolve um trabalho mecânico por meio da força de atracção produzida no processo de conversão de energia. O esquema de princípio da Fig. 2.2 representa a relação existente entre todas as componentes intervenientes no processo de conversão da energia.



## Fig. 2.2 – Balanço energético de um dispositivo electromecânico

A lei da conservação da energia para o electromagnetismo, em conjunto com as leis que governam os campos magnéticos, e os sistemas eléctricos e mecânicos, tornam a energia de entrada  $W_{elec}$  igual à soma das três componentes de energia mais importantes, sendo elas: a energia dissipada por perdas  $W_{le}$ , a energia armazenada no campo  $W_{cmp}$ , e a energia mecânica útil  $W_{mec}$ , e que é expressa pela equação do balanço energético

$$W_{elec} = W_{le} + W_{cmp} + W_{mec}$$
. (2.4)

Nos sistemas electromagnéticos convencionais, as perdas têm origens diversas, das quais destacamos: o efeito de Joule nos condutores eléctricos, o atrito e a ventilação no sistema mecânico, e, finalmente, os efeitos de histerese e correntes parasitas induzidas no campo de acoplamento. Outra parcela, embora muito reduzida, e por isso desprezada, é perdida por efeito dieléctrico nos isolamentos do material. Sendo a frequência e a velocidade dos dispositivos relativamente baixas, pode também ser assumido um campo electromagnético quasi-estacionário. As perdas por radiação electromagnética podem por isso também ser desprezadas. Alguma fracção  $W_{fw}$  da saída mecânica  $W_{mec}$  é dissipada nas partes mecânicas do dispositivo, sendo a outra parte armazenada no sistema mecânico na forma de energia cinética  $W_{sm}$ . A energia mecânica que efectivamente fica disponível é  $W_m$  e expressa-se por

$$W_m = W_{mec} - W_{fw} - W_{sm}$$
 (2.5)

Introduzindo então as várias componentes energéticas que fazem parte do processo de conversão de energia nos dispositivos electromecânicos, a equação do balanço energético toma agora a forma

$$W_{elec} = (W_{le} + W_{fw}) + (W_{cmp} + W_{sm}) + W_{m}.$$
(2.6)

### Análise do processo energético na ausência de movimento

Se a peça móvel estiver bloqueada, de modo a não permitir movimentos, então a parcela de energia mecânica  $dW_{mec}$  é nula, e os incrementos de energia  $dW_{ele}$  fornecidos

pelo sistema eléctrico, igualam os incrementos de energia  $dW_{cmp}$  no campo de acoplamento, desde que se considerem as perdas eléctricas integradas na fonte. A equação (2.4) reduz-se, neste caso em particular, a

$$dW_{elec} = dW_{cmp} \,. \tag{2.7}$$

O incremento diferencial de energia do campo  $dW_{cmp}$ , para uma dada configuração específica de corrente e posição da peça móvel, é igual ao incremento de energia  $dW_{elec}$ disponibilizado pela fonte. A energia no campo de acoplamento vem então

$$dW_{cmp} = id\lambda, \qquad (2.8)$$

onde  $\lambda$  representa o fluxo magnético ligado, considerando as *N* espiras da bobina é dado por *N* $\varphi$ . Ou seja, para uma configuração fixa da peça móvel, a energia eléctrica de entrada *id* $\lambda$  associada a uma variação do fluxo ligado, é absorvida pelo campo. A ocorrer uma variação do fluxo ligado, a que corresponde a transição do ponto de funcionamento (*i*<sub>1</sub>, $\lambda_1$ ), para o ponto de funcionamento (*i*<sub>2</sub>, $\lambda_2$ ), como se esquematiza na Fig. 2.3, a energia absorvida pelo campo será



### Fig. 2.3 - Variação da energia no campo na ausência de movimento

A variação da energia no campo de acoplamento pode ser determinada graficamente. A energia correspondente ao ponto de funcionamento *a* corresponde à área  $W_{cmp}(a) = \text{área}\{o, a, c, o\}$ . De igual modo, a energia correspondente ao ponto de funcionamento *b* é equivalente à área  $W_{cmp}(b) = \text{área}\{o, b, d, o\}$ . O aumento da energia  $\Delta W_{cmp}$ , que o campo de acoplamento recebeu da fonte, equivale à diferença de energia entre os dois pontos de funcionamento  $\Delta W_{cmp} = W_{cmp}(b) - W_{cmp}(a)$ .

Quando o fluxo  $\lambda$  aumenta de  $\lambda_1$  para  $\lambda_2$  e se reduz de novo para  $\lambda_1$ , devido às perdas no campo, nem toda a energia fornecida pela fonte ao campo lhe é restituída. Se as componentes das perdas eléctricas forem incluídas na fonte, podemos afirmar que o

(2.9)

sistema é conservativo. Uma propriedade deste tipo de sistemas é que a sua energia depende apenas do seu estado e não da forma como para ele evoluiu. Neste caso, a variável independente é o fluxo ligado  $\lambda$ , e a energia no sistema depende dela.

Com a não linearidade e a histerese desprezadas, a relutância e a permeância não dependem nem do fluxo  $\varphi$  nem da FMM  $\mathcal{F}$ . Assim, das relações anteriores podemos expressar a energia no campo de acoplamento por

$$W_{cmp} = \frac{1}{2}i\lambda = \frac{1}{2}\Re\varphi^2.$$
 (2.10)

Na região de entreferro a relutância é maior, logo, a maior parte da energia está ai armazenada. Observando as mesmas condições de linearidade, a indutância L do circuito magnético é definida como o fluxo ligado  $\lambda$  por Ampère, ou

$$L = \frac{\lambda}{i} = \frac{N\varphi}{i} = \mathfrak{P}N^2.$$
(2.11)

Substituindo a equação (2.11) na equação (2.10) obtemos a expressão da energia armazenada no campo, considerando a indutância *L* constante, uma vez que o sistema é considerado linear e a geometria permanece fixa, vem

$$W_{cmp} = \frac{1}{2} \frac{\lambda^2}{L}, \qquad (2.12)$$

sendo a energia associada ao campo distribuída por todo o espaço por ele ocupado. Para um meio magnético sem perdas e permeabilidade constante, como é o caso do ar envolvente, a densidade de energia é dada por

$$w_{cmp} = \frac{1}{2}HB = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu^2} .$$
 (2.13)

Nesta expressão,  $w_{cmp}$  é a densidade de energia, em Joule por metro cúbico (J/m<sup>3</sup>), *H* é a intensidade do campo magnético, em Ampères espiras por metro (Aesp/m), *B* é a indução magnética em Webers por metro quadrado (Wb/m<sup>2</sup>), e  $\mu$  é a permeabilidade magnética em Henry por metro (H/m).

## Análise do processo energético na ocorrência de movimento

Na análise do sistema electromagnético a funcionar num regime não saturado e, por esse motivo, considerado um sistema linear, assume-se que a peça móvel pode mover-se sem atrito dentro de certos limites. Para que a ocorrência de um curto-circuito magnético possa ser evitada, considera-se que existirá sempre um comprimento mínimo do entreferro. A fonte de tensão alimenta o enrolamento com um valor de tensão  $v_t$ , constante ao longo de todo o funcionamento, e tem capacidade para disponibilizar a corrente requerida ao processo de conversão de energia.

Na Fig. 2.4 a posição identificada como aberto corresponde a uma maior largura do entreferro, enquanto que a posição identificada como fechado corresponde a uma largura de entreferro menor. O deslocamento da peça móvel entre a posição aberto e a posição fechado ocorre nas seguintes etapas:

- Na posição inicial a peça móvel é considerada na posição aberto antes de fechar o circuito eléctrico, correspondendo a ter o sistema no ponto de funcionamento o.
- ii) A corrente no enrolamento da bobina aumenta até atingir o valor estacionário  $I = v_t/R$ , correspondente ao ponto de funcionamento *a*.
- iii) É permitido à peça móvel deslocar-se como resultado da acção da força de atracção  $f_{cmp}$  produzida pelo dispositivo. Com a diminuição do entreferro, a relutância do circuito magnético também diminui, logo o fluxo aumenta; este acontecimento ocorre ao longo do percurso *a*-*P*.
- iv) A peça móvel atinge a posição fechado, onde a corrente e o fluxo possuem valores correspondentes ao ponto de funcionamento *P*.
- v) Com a peça móvel imobilizada, a corrente e o fluxo aumentam com uma constante de tempo diferente da verificada na etapa ii). Ao atingir o novo estado de funcionamento estacionário, correspondente ao ponto de funcionamento *b*, volta a verificar-se  $I = v_t/R$ .



Fig. 2.4 – Transferência da energia da fonte para o sistema mecânico num deslocamento de a para b

A forma da curva  $\lambda$ -*i* entre o ponto *a* e o ponto *b* depende da velocidade a que a peça móvel se desloca. Para um deslocamento a velocidade intermédia, o percurso tomado corresponde à curva *a*-*P*-*b*. Em situações limites de velocidade, a trajectória entre o ponto *a* e o ponto *b* faz-se segundo percursos diferentes. Se a velocidade for muito reduzida, a corrente irá permanecer praticamente constante ao longo do deslocamento da peça móvel, correspondendo ao segmento *a*-*b*. Se o movimento for rápido, a corrente é reduzida de forma considerável, e o percurso na curva  $\lambda$ -*i* segue uma trajectória mais próxima do percurso *a*-*P*'.



Fig. 2.5 – Conversão da energia num deslocamento entre o ponto a e o ponto b: a) ponto de funcionamento inicial, b) ponto de funcionamento final), c) energia fornecida pela fonte

A fonte de energia eléctrica  $v_t$  fornece no diferencial de tempo dt a quantidade de energia  $v_t i dt$ . As perdas por efeito de Joule, que ocorrem na resistência R do enrolamento da bobina, são quantificadas por  $Ri^2$ , sendo i a corrente. Esta análise permite-nos determinar a quantidade de energia que entra no campo de acoplamento, vindo então que o primeiro termo da equação (2.4) do balanço de energia será

$$dW_{elec} = v_t i dt - r i^2 dt = (v_t - Ri) i dt .$$
(2.14)

A energia armazenada no campo magnético, para qualquer ponto de funcionamento, iguala a área estabelecida pela curva  $\lambda$ -*i*. Assim, a energia armazenada para o estado de funcionamento correspondente ao ponto *a* é  $W_{cmp}(a) = \text{área}\{o, a, c, o\}$  como se representa na Fig. 2.5a), de igual modo, a energia no estado de funcionamento *b* é  $W_{cmp}(b) = \text{área}\{o, b, d, o\}$  tal como se representa na Fig. 2.5b). Ao ocorrer um deslocamento da peça móvel, a que se associa uma mudança do ponto de funcionamento do ponto *a* para o ponto *b*, a correspondente variação de energia no campo de acoplamento será  $\Delta W_{cmp} = W_{cmp}(b) - W_{cmp}(a)$ .

No processo de conversão da energia descrito anteriormente, compreende-se a função do campo de acoplamento como reservatório de energia que recebe energia do sistema de entrada, neste caso do sistema eléctrico, e a entrega ao sistema de saída, neste caso o sistema mecânico. Para que esta energia seja transmitida ao campo de acoplamento, este deve realizar uma reacção que, nos campos electromagnéticos, resulta em tensões induzidas pela variação do fluxo no campo. Desta reacção resulta a Força Contra Electromotriz (f.c.e.m) que se representa por e e terá sempre um sentido que se opõe à corrente que dá origem ao fluxo. O valor instantâneo da f.c.e.m é dado por

$$e = \frac{d\lambda}{dt}.$$
 (2.15)

De acordo com a equação do balanço energético (2.4), ignorando as perdas, o total da soma da energia absorvida pelo campo de acoplamento com a quantidade de energia transformada em energia mecânica, é igual à energia eléctrica disponibilizada pela fonte,

$$dW_{elec} = eidt = dW_{cmp} + dW_{mec} .$$
(2.16)

Considerando que as perdas por efeito de Joule fazem parte da fonte, a soma da queda de tensão na resistência do enrolamento com a f.c.e.m *e* iguala a tensão da fonte,

$$v_t = Ri + e \,. \tag{2.17}$$

Incorporando a equação (2.15) na equação (2.17) podemos escrever a relação existente entre o fluxo e a tensão da fonte eléctrica,

$$v_t = Ri + \frac{d\lambda}{dt} = Ri + N \frac{d\varphi}{dt}.$$
(2.18)

A energia fornecida pela fonte eléctrica ao campo de acoplamento é determinada através de

$$dW_{elec} = eidt = id\lambda = Nid\varphi = \mathfrak{F}d\varphi, \qquad (2.19)$$

permitindo-nos esta expressão concluir que a uma variação do fluxo ligado está associado um trânsito de energia no circuito. A variação no fluxo pode ser provocada por uma variação na corrente de excitação, por um movimento mecânico que altere a geometria do circuito magnético, ou por ambas as situações.

Usando a representação gráfica da Fig. 2.5c) é possível identificar graficamente a quantidade de energia fornecida pela fonte como sendo igual à área correspondente a

$$dW_{elec} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} id\lambda = \operatorname{área}\left\{c, a, P, b, d, c\right\}.$$
(2.20)

Se  $dW_{mec}$  for o trabalho mecânico realizado durante o deslocamento da peça móvel, então, pela lei da conservação de energia teremos

$$dW_{elec} = dW_{mec} + dW_{cmp} \,. \tag{2.21}$$

Logo, usando as energias determinadas anteriormente em termos de áreas, vem que

$$\operatorname{área}\{c, a, P, b, c\} = dW_{mec} + \operatorname{área}\{o, b, d, o\} - \operatorname{área}\{o, a, c, o\}.$$
(2.22)

O trabalho mecânico realizado, ou a energia transferida do campo para o sistema mecânico ao deslocar a peça móvel, é dado pela área a tracejado da Fig. 2.4.

A Fig. 2.6 permite realizar uma análise mais detalhada do processo de conversão da energia quando ocorre um incremento de deslocamento dx da peça móvel. Ao estado da posição x, identificado por a', corresponde a energia de campo  $W_{cmp}(a') = \text{área}\{o, a', c', o\}$ , enquanto que ao estado referente à posição x+dx, identificado por  $P'_2$ , corresponde a energia de campo  $W_{cmp}(P'_2) = \text{área}\{o, P'_2, d', o\}$ . No

decorrer do movimento incremental dx, a fonte eléctrica fornece ao campo de acoplamento um diferencial de energia dado por  $dW_{elec} = \text{área}\{c', a', P', P'_2, d', c'\}$ . Na representação gráfica é visível que a soma das áreas  $dW_{elec} + W_{cmp}(a')$  se sobrepõe à soma das áreas correspondentes a  $dW_{mec} + W_{cmp}(P'_2)$ . Introduzindo a variação da energia no campo de acoplamento  $dW_{cmp} = W_{cmp}(P'_2) - W_{cmp}(a')$  no decorrer do movimento, vem que a energia mecânica utilizada para fazer deslocar a peça móvel é igual a  $dW_{mec} = dW_{elec} - dW_{cmp}$ . O trabalho diferencial  $dW_{mec}$ , associado com o movimento dx, é dado pela área $\{o, a', P', o\}$ . A força mecânica produzida pelo campo de acoplamento responsável pelo movimento é igual a



Fig. 2.6 – Movimento diferencial da posição x para a posição x+dx

Na análise anterior considerou-se que o movimento diferencial ocorria a uma velocidade intermédia. Os casos especiais em que a peça se move com velocidade elevada, ocorrendo o deslocamento sem alterações do fluxo, ou a situação de o deslocamento ser feito a uma velocidade tão baixa que a corrente se mantém, vão ser analisados em seguida. As representações gráficas que permitem analisar as duas situações referidas são feitas na Fig. 2.7.



Fig. 2.7 – Movimento diferencial dx para: a) fluxo constante, b) corrente constante

## Análise energética de um movimento muito rápido

As diferentes fases do processo energético associadas ao movimento rápido da posição x para a posição x+dx são representadas na Fig. 2.8. Considera-se que no decorrer do movimento não há variação do fluxo no sistema electromecânico. Como se pode verificar na Fig. 2.8a), a energia do campo na fase inicial do movimento corresponde à área superior da curva  $\lambda$ -*i* dada por  $W_{cmp}(a') = \text{área}\{o,a',c',o\}$ . Com a ocorrência do movimento rápido de x para x+dx, representado na Fig. 2.8b), parte da energia armazenada no campo é convertida em energia mecânica, equivalente a  $dW_{cmp} = \text{área}\{o,a',P'_1,o\}$ , observa-se a redução da energia armazenada no campo, acompanhada no mesmo período por uma redução do valor da corrente. A manter-se a tensão de alimentação da fonte eléctrica, a corrente irá voltar ao seu valor inicial seguindo o percurso representado na Fig. 2.8c), e repondo deste modo a energia retirada do campo pelo movimento rápido.



Fig. 2.8 – Movimento instantâneo da posição x para a posição x+dx: a) ponto de funcionamento inicial, b) deslocamento, c) energia fornecida pela fonte após o deslocamento

Como o fluxo não varia no decorrer do movimento, a f.c.e.m induzida é nula, o campo de acoplamento não recebe por isso energia do sistema eléctrico, logo o  $dW_{elec}$  é nulo. A energia utilizada para deslocar a peça móvel é assim inteiramente fornecida pelo campo de acoplamento, como se demonstra pela relação

$$dW_{mec} = -dW_{cmp} \Longrightarrow f_{cmp} = -\frac{dW_{cmp}}{dx}\Big|_{\lambda = \text{constante}}.$$
(2.24)

A variação diferencial da energia no campo de acoplamento é igual, mas de sinal contrário, à energia mecânica utilizada para deslocar a peça móvel. Usando a equação (2.12), e substituindo em (2.24), vem que a força do campo  $f_{cmp}$  é igual a

$$W_{cmp} = \frac{1}{2} \frac{\lambda^2}{L} \Longrightarrow f_{cmp} = \frac{\lambda^2}{2L^2} \frac{dL}{dx} = \frac{i^2 dL}{2dx}.$$
(2.25)

Como  $i^2$  é positivo, a força do campo  $f_{cmp}$  exercida na peça móvel, segundo a direcção x, também é positiva se a indutância L aumentar na direcção de x. Ou seja, a força actua na direcção que faz aumentar a indutância do enrolamento da bobina. Se o fluxo ligado  $\lambda$  é constante, então o fluxo  $\varphi$  no circuito magnético também é constante, e

usando a equação (2.10) a força é dada por

$$W_{cmp} = \frac{\Re \varphi^2}{2} \Longrightarrow f_{cmp} = -\frac{\varphi^2}{2} \frac{d\Re}{dx}.$$
 (2.26)

Um raciocínio idêntico ao anterior pode ser desenvolvido. A força do campo  $f_{cmp}$  actua no sentido de diminuir a relutância do circuito magnético.

Estas duas conclusões são a base do funcionamento dos actuadores de relutância. Como tal, o estudo e a compreensão deste tipo de actuadores, ainda que simples, é indispensável para o estudo dos actuadores de RVC. Assim, a peça móvel desloca-se sempre na direcção que lhe proporciona um valor de relutância mínimo, ou, o que é equivalente, uma posição de indutância máxima.

#### Análise energética de um movimento muito lento

Quando o movimento da peça móvel decorre com velocidade suficientemente baixa, a corrente do enrolamento da bobina mantém-se constante. As diferentes fases do processo de conversão de energia associadas ao movimento lento da posição x para a posição x+dx são representadas na Fig. 2.9. Considera-se que a energia do campo de acoplamento na fase inicial do movimento, representada na Fig. 2.9a), é igual a  $W_{cmn}(a') = \text{área}\{o, a', c', o\}.$ 



Fig. 2.9 – Movimento lento da posição a' para a posição  $P'_2$ : a) ponto de funcionamento inicial, b) deslocamento, c) energia fornecida pela fonte no decorrer do deslocamento

Para determinar a variação da energia no campo de acoplamento na ocorrência do movimento diferencial dx é adicionada na Fig. 2.9b) a curva auxiliar  $o' - P_2'$ . A energia correspondente ao ponto de funcionamento  $P'_2$  é dada por  $W_{cmp}(P'_2) = \text{área}\{o, P'_2, d', o\}$ . A variação da energia no campo de acoplamento pode ser determinada observando que a  $W_{cmp}(a') = \text{área}\{o, a', c', o\}$  é igual à área $\{o', P'_2, d', o'\}$ . Podemos então representar a variação da energia no campo como  $dW_{cmp} = W_{cmp}(P'_2) - W_{cmp}(a') = \text{área}\{o, P'_2, o', o\}$ . É também fácil verificar que a  $dW_{cmp} = \text{área}\{o, P'_2, o', o\}$  é igual à  $dW_{mec} = \text{área}\{o, a', P'_2, o\}$ , isto significa que  $dW_{cmp} = dW_{mec}$ . Na Fig. 2.9c) é representada

a energia  $dW_{elec} = \operatorname{área}\{c', a', P'_2, d', c'\}$  fornecida pela fonte no decorrer do deslocamento.

Por ter havido uma mudança no fluxo ligado, a f.c.e.m. permitiu que o campo de acoplamento recebesse o incremento de energia  $dW_{elec}$ . Verifica-se que neste sistema ideal, a fonte está a fornecer incrementos de energia ao sistema mecânico e ao campo de acoplamento. Para um movimento muito lento da peça móvel teremos

$$dW_{mec} = dW_{elec} - dW_{cmp} \Longrightarrow f_{cmp} = \frac{dW_{elec}}{dx} - \frac{dW_{cmp}}{dx}.$$
 (2.27)

Para a condição de um movimento muito lento, com corrente constante, temos que

$$f_{cmp} = \frac{\partial W_{elec}}{\partial x} \bigg|_{i=const} - \frac{\partial W_{cmp}}{\partial x} \bigg|_{i=const}$$
(2.28)

Fazendo as substituições (2.10) e (2.19) resulta que

$$f_{cmp} = \frac{id\lambda}{dx} - \frac{i}{2}\frac{d\lambda}{dx} = \frac{i^2}{2}\frac{dL}{dx}.$$
(2.29)

Também nesta situação de funcionamento, a força  $f_{cmp}$  desenvolvida pelo campo de acoplamento dependente da posição da peça móvel e da corrente que percorre a bobina de excitação, o sentido é positivo no sentido da indutância crescente. De igual modo, o sistema procura uma configuração de relutância mínima,

$$f_{mec} = -\frac{\varphi^2}{2} \frac{d\Re}{dx}.$$
 (2.30)

## Energia e co-energia

A energia é uma função de estado de um sistema conservativo. Fazendo uso de

$$dW_{elec} = id\lambda, \qquad (2.31)$$

e de

$$dW_{mec} = f_{cmp} dx , \qquad (2.32)$$

é possível dar uma configuração diferente à equação do balanço energético,

$$dW_{cmp}(\lambda, x) = id\lambda - f_{cmp}dx.$$
(2.33)

Vemos que o diferencial de energia que o campo de acoplamento recebe é função da posição x e do fluxo ligado  $\lambda$ . O diferencial de energia  $dW_{cmp}(\lambda, x)$  pode ser expresso matematicamente em termos das derivadas parciais através da expressão

$$dW_{cmp}(\lambda, x) = \frac{\partial W_{cmp}}{\partial \lambda} d\lambda + \frac{\partial W_{cmp}}{\partial x} dx.$$
 (2.34)

Como as variáveis  $\lambda$  e *x* são independentes, os coeficientes das equações (2.33) e (2.34) também o são, resultando que

$$i = \frac{\partial W_{cmp}(\lambda, x)}{\partial \lambda}, \qquad (2.35)$$

e

$$f_{cmp} = -\frac{\partial W_{cmp}(\lambda, x)}{\partial x}.$$
 (2.36)

Até aqui a energia do campo de acoplamento tem sido sempre expressa em função do fluxo ligado  $\lambda$ , do que resultou a definição da força também em função do fluxo ligado  $\lambda$ . Em alternativa, a co-energia pode ser utilizada para determinar a força como função da corrente. A co-energia  $W'_{cmp}$  é definida como função de *i* e de *x* tal que

$$W'_{cmp}(i,x) = id\lambda - W_{cmp}(\lambda,x).$$
(2.37)

A transformação é efectuada desenvolvendo o diferencial  $id\lambda$  em

$$d(i\lambda) = id\lambda + \lambda di.$$
(2.38)

O diferencial da co-energia é

$$dW'_{cmp}(i,x) = id\lambda - dW_{cmp}(\lambda,x).$$
(2.39)

A equação (2.33) e a equação (2.37) podem ser combinadas com a equação (2.38), obtendo-se

$$dW'_{cmp}(i,x) = id\lambda + \lambda di - id\lambda + f_{cmp}dx, \qquad (2.40)$$

que se reduz simplesmente a

$$dW'_{cmp}(i,x) = \lambda di + f_{cmp} dx.$$
(2.41)

O diferencial da co-energia  $dW'_{cmp}(i, x)$  pode ser expresso como

$$dW'_{cmp}(i,x) = \frac{\partial W'_{cmp}}{\partial i} di + \frac{\partial W'_{cmp}}{\partial x} dx .$$
(2.42)

Como as variáveis i e x são agora independentes, os coeficientes das expressões (2.40) e (2.41) são iguais, o que resulta

$$\lambda = \frac{\partial W'_{cmp}(i,x)}{\partial i}, \qquad (2.43)$$

e

$$f_{cmp} = -\frac{\partial W'_{cmp}(i,x)}{\partial x}.$$
(2.44)

Comparando agora as equações (2.36) e (2.44), observamos que a primeira expressa a força em função da corrente, enquanto que a segunda, expressa-a em função do fluxo ligado. A co-energia para um sistema de excitação única, quando a posição da armadura é fixa, logo dx = 0, obtém-se usando

$$W'_{cmp}(i,x) = \int_{0}^{i} \lambda di$$
. (2.45)

Num sistema linear, no qual o fluxo ligado  $\lambda$  é proporcional à corrente *i*, ou a permeabilidade  $\mu$  é constante, isto é, a indutância é constante com a variação de  $\lambda$ , a co-energia é dada por

$$W'_{cmp}(i,x) = \int_{0}^{t} Lidi = \frac{1}{2}Li^{2}$$
. (2.46)

Para um sistema linear, a energia e a co-energia são numericamente iguais, ou seja

$$\frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}\frac{\lambda^2}{L},$$
 (2.47)

$$\frac{1}{2}\mu H^2 = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu},$$
(2.48)

$$\frac{1}{2}\mathfrak{P}\mathfrak{F}^2 = \frac{1}{2}\mathfrak{R}\varphi^2.$$
 (2.49)

Para um sistema não linear, no qual o fluxo ligado  $\lambda$  e a corrente *i*, ou a densidade de fluxo *B* e a intensidade de campo *H*, não são proporcionais, as duas funções não são numericamente iguais. Na Fig. 2.10, a área definida pela curva  $\lambda$ -*i* e pelo eixo das ordenadas, igual ao integral de *id* $\lambda$ , define a energia. A área definida pela curva  $\lambda$ -*i* e pelo eixo das abcissas, igual ao integral de  $\lambda di$ , define a co-energia magnética. A soma, para sistemas de excitação única, é por definição,



Fig. 2.10 – Energia e co-energia na curva magnética A-i considerando a saturação

Assim, a força de um dispositivo, para um valor particular de x e de i, ou  $\lambda$ , tem o mesmo valor, quando calculado quer pela energia quer pela co-energia.

## Energia Mecânica em Sistemas Saturados

A Fig. 2.11 mostra a curva  $\lambda$ -*i* de um sistema magnético de um actuador quando o efeito ferromagnético do material é tomado em consideração. Na posição de fechado o efeito da saturação é mais pronunciado.



Fig. 2.11 – Deslocamento da peça móvel da posição fechado para a posição aberto considerando a saturação

O deslocamento a fluxo constante, representado na Fig. 2.12a), ocorre considerando um movimento de velocidade elevada. No deslocamento a corrente constante representado na Fig. 2.12b) considera-se que este ocorre a velocidade reduzida.





Considere-se o gráfico correspondente à situação de velocidade elevada. Por integração, é possível obter uma expressão para a área definida pelas curvas x e x+dx, na característica  $\lambda$ -*i* do dispositivo. A energia  $W_{cmp}$  é obtida como uma função de  $\lambda$  e x e pode ser escrita como  $W_{cmp}(\lambda, x)$ . Para o movimento a fluxo constante, a entrada de energia eléctrica é nula, dado que  $\lambda$  não é alterado e logo a f.c.e.m induzida é nula. Consequentemente,  $W_{mec} = -dW_{cmp}(\lambda, x)$ , logo

$$f_{mec} = \frac{dW_{mec}}{dx} = -\frac{\partial W_{cmp}}{\partial x} (\lambda, x) \bigg|_{\lambda = const}.$$
(2.51)

# 2.4 Tensor Electromagnético de Maxwell

O método de Maxwell é popularmente usado na determinação da força [11],[12]. A sua implementação no contexto dos elementos finitos é relativamente fácil, embora existam dificuldades associadas à sua utilização na modelação tridimensional [13]. No entanto, possui a vantagem de exigir apenas uma solução do problema. A aplicação do tensor de Maxwell requer que uma superfície arbitrária, definida no espaço vazio, ou outro meio equivalente, inclua todo o corpo móvel. Os resultados são usados na integração de uma densidade de força em torno de uma superfície fechada que rodeia a estrutura na qual se pretende determinar a força aplicada.

Os problemas de precisão no uso deste método estão devidamente documentados, no que diz respeito à dependência da força com o tipo de elementos finitos atravessados pelo caminho de integração, bem como a sua localização relativa à distribuição da malha de elementos finitos e seu refinamento [14],[15]. Nos elementos finitos triangulares, por exemplo, os melhores resultados são obtidos quando a superfície cruza os meios dos lados do elemento triangular.

## **Conceito Físico**

O tensor  $\mathfrak{S}$  é integrado em torno de uma superfície fechada que encerra o objecto onde a força é aplicada [16]. O resultado dessa integração será a força exercida  $f_{\text{mec}}$  pelo campo nesse volume, onde *n* é normal à superfície *A*.

$$f_{mec} = \oint_{S} \mathfrak{S}.\mathbf{n} dA \,. \tag{2.52}$$

As componentes do tensor  $\mathcal{S}$  são

$$\mathfrak{S} = \frac{1}{\mu_0} \begin{bmatrix} B_x^2 - \frac{B^2}{2} & B_x B_y & B_x B_z \\ B_y B_x & B_y^2 - \frac{B^2}{2} & B_y B_z \\ B_z B_x & B_z B_y & B_z^2 - \frac{B^2}{2} \end{bmatrix}.$$
(2.53)

Desenvolvendo o produto interno  $\mathfrak{S}.\mathbf{n}$ , o integral da força vem dado por

$$f_{mec} = \frac{1}{\mu_0} \oint_{S} \left[ (\mathfrak{B}.\boldsymbol{n}) \mathfrak{B} - \frac{1}{2} \mathfrak{B}^2 \boldsymbol{n} \right] dA = \oint_{S} \mathfrak{M} dA, \qquad (2.54)$$

em que o tensor magnético  $\mathcal{M}$ , dado por

$$\mathfrak{M} = (\mathfrak{B}.n)\mathfrak{B} - \frac{1}{2}\mathfrak{B}^2n, \qquad (2.55)$$

não aponta, regra geral, na direcção de  $\mathcal{B}$ . Situa-se no plano formado pelos vectores n e  $\mathcal{B}$ , a um ângulo  $\phi$  medido da normal à superfície tal como se representa na Fig. 2.13.



Fig. 2.13 – Superfície sujeita a um campo vectorial com uma orientação  $\phi$  em relação à normal à superfície

Considerando o plano inclinado, de área *A*, sujeito a um campo magnético não ortogonal com a superfície, a força aplicada é tal que a componente paralela às linhas de fluxo é dada por  $f_{mec_t}$  e a componente ortogonal às linhas de fluxo é  $f_{mec_c}$ ,

$$\begin{cases} f_{mec_t} = t_t \acute{a} rea = t_t A \cos \phi \\ f_{mec_c} = t_c \acute{a} rea = t_c A \sin \phi \end{cases}$$
(2.56)

A força resultante é vectorial, mas com o módulo  $f_{mec}$  dado pela soma vectorial das duas componentes anteriores,

$$f_{mec} = \left( \left( t_{t} A \cos \phi \right)^{2} + \left( t_{c} A \sin \phi \right)^{2} \right)^{\frac{1}{2}}.$$
 (2.57)

Considerando que o tensor de tensão  $t_t$  e o de compressão  $t_c$  são iguais a 1/2BH, vem que a força mecânica resultante será

$$f_{mec} = \frac{1}{2} BHA \left( \left( \cos \phi \right)^2 + \left( \sin \phi \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} BHA.$$
 (2.58)

O tensor resultante  $t_r$  resultante na superfície é

$$t_r = \frac{f_{mec}}{A} = \frac{1}{2}BH$$
 (2.59)

Esta resultante forma um ângulo k, com as linhas do fluxo, de tal forma que

$$\tan k = \frac{t_c A \sin \phi}{t_c A \cos \phi} = \tan \phi, \qquad (2.60)$$

logo  $k = \phi$ . A tensão resultante tem sempre um valor 1/2*BH*, e está sempre inclinada de um ângulo  $2\phi$  com a normal à superfície. Nos casos especiais de:

- i)  $\cos \phi = 0$   $t_r$  é puramente um tensor de tensão  $t_t$ ; ii)  $\cos \phi = \frac{\pi}{2}$   $t_r$  é puramente um tensor de compressão  $t_c$ ;
- iii) com  $\phi = \frac{\pi}{4}$   $t_r$  é um tensor de cisalhamento  $t_s$ .

O facto do ângulo do tensor magnético  $\mathfrak{M}$  possuir um valor igual a  $2\phi$  demonstra que nos dois casos extremos, um em que  $\mathfrak{B}$  é normal à superfície, e outro em que é paralelo, as forças são atractivas ou repulsivas ao longo da superfície.

Quando o campo possui uma orientação diferente das anteriores existe uma componente de cisalhamento que actua ao longo do plano da superfície. Um exemplo da determinação da força usando o tensor de força magnetomotriz pode ser observado quando se colocam dois magnetos lado a lado. Quando a orientação dos pólos magnéticos é idêntica, o fluxo no interior dos dois elementos magnéticos é horizontal, e a soma das contribuições dos tensores resulta numa força que tende a repelir os dois magnetos. Quando a orientação é oposta, o fluxo resultante é perpendicular à superfície de integração, logo, as contribuições dos tensores magnéticos resultam numa força de atracção. Se os pólos dos dois magnetos estiverem não alinhados, a força resultante da integração do vector  $\mathfrak{M}$  tem uma componente de cisalhamento que tende a alinhar os pólos do mesmo nome.

A Fig. 2.14a) mostra um esboço das linhas de força do campo magnético produzido por uma barra magnética isolada [17]. Quando dois destes magnetos são colocados em adjacência é possível obter duas configurações diferentes: quando a orientação dos pólos é contrária (Fig. 2.14b)), os magnetos têm tendência a atrair-se; se a orientação for a mesma (Fig. 2.14c)), terão tendência a repelir-se.

Os caminhos de fluxo criados podem ser considerados como bandas elásticas que tendem a reduzir o seu comprimento, provocando uma tensão ao longo da linha de fluxo, ao mesmo tempo que comprimem os caminhos vizinhos, criando uma força de compressão ortogonal à linha de fluxo. Os tensores de compressão  $t_c$  e de tensão  $t_t$  presentes num campo são idênticos e dados por

$$t_t = t_c = \frac{1}{2}BH$$
 (2.61)



Fig. 2.14 – Campos magnéticos criados por magnetos em diferentes configurações: a) magneto isolado, b) magnetos adjacentes com orientação polar inversa, b) magnetos adjacentes com a mesma orientação polar

A Fig. 2.14b) e a Fig. 2.14c) representam dois magnetos adjacentes sujeitos a forças de tensão e de compressão. A força resultante na fronteira do domínio de análise é rapidamente determinada através da soma das forças elementares criadas ao longo da linha *A*-*A*'. A lei de Newton afirma que qualquer força tem sempre associada uma reacção de igual valor e sentido oposto. A força aplicada numa qualquer superfície fechada, definida em torno do magneto, deve ter um valor igual à reacção nela aplicada. Por exemplo, a fronteira {*c*, *d*, *e*, *f*} definida na Fig. 2.14c) em torno do magneto pode ser usada para obter a resultante da força que lhe é aplicada. Nesta superfície, as forças parciais devem ser determinadas em amplitude e direcção. Qualquer fronteira fechada, como a {*k*, *l*, *m*, *n*} representada na Fig. 2.14b), pode ser seleccionada. O resultado obtido será idêntico ao da superfície {*c*, *d*, *e*, *f*} da Fig. 2.14c). Um detalhe da superfície permite revelar que algumas forças locais parciais tendem a separar o magneto, mas a força total resultante é uma força de atracção.



## Fig. 2.15 – Domínio elementar de análise

É possível determinar a força produzida por um campo magnético usando tensores. Expressões simples para a força são deduzidas partindo da equação do balanço de energia, que aplicada a um exemplo (Fig. 2.15), ilustra a aplicabilidade deste método usado por muitos *softwares* de análise na determinação da força produzida por um
sistema electromecânico. Considerando uma banda elementar de fluxo de secção recta, a força de tensão na direcção do fluxo é

$$f_t = \frac{1}{2}BH(area) = \frac{1}{2}BH\Delta x \Delta y .$$
(2.62)

A força de compressão na parede lateral de uma banda adjacente é, por exemplo,

$$f_c = \frac{1}{2}BH(area) = \frac{1}{2}BH\Delta y\Delta z.$$
(2.63)

Temos então que a força de tensão aperta a banda, enquanto que a força de compressão puxa as laterais da banda.

# 2.5 Método de Coulomb do Trabalho Virtual

O método de Coulomb do trabalho virtual é baseado na aplicação do princípio do deslocamento virtual e da lei da conservação de energia, e apresenta-se como alternativa à formulação do tensor de Maxwell [18],[19]. A força é obtida como sendo a derivada da energia, ou da co-energia, em função do deslocamento virtual da componente móvel do sistema, enquanto que o fluxo, ou a corrente, são mantidos constantes. Tal como o método dos tensores de Maxwell, o método de Coulomb do trabalho virtual apenas necessita de uma solução do problema, através da utilização do trabalho virtual e fazendo uma integração em volume. A determinação da força total produzida resulta da resolução de um problema 3D. Este método é analiticamente equivalente ao método do tensor de Maxwell [20],[21]. A contribuição para a força total por parte de um elemento pertencente à camada envolvente da componente móvel, corresponde exactamente ao valor obtido pelo método do tensor de Maxwell. Por outras palavras, o método de Coulomb elimina a dependência no cálculo da força do percurso escolhido para o caminho de integração dentro do elemento.

A malha de elementos finitos que modela o dispositivo em estudo é dividida em 3 regiões: a região móvel, a região intermédia, e a região fixa. O deslocamento é feito pela região móvel, provocando a distorção da região intermédia. A formulação de um problema 3D usa o campo magnético, definido por um potencial escalar  $\psi(x, y, z)$ , com o vector intensidade do campo magnético, dado por

$$\mathfrak{H} = -grad(\psi) \,. \tag{2.64}$$

Num domínio estabelecido por elementos finitos, o potencial escalar pode ser aproximado por uma combinação linear de funções de forma  $\Psi_i$ , afectadas de um peso  $\alpha_i$ , função das coordenadas,

$$\psi(x, y, z) = \sum_{i} \alpha_{i}(x, y, z) \psi_{i} .$$
(2.65)

A co-energia será definida pela função

$$F(\psi(x, y, z)) = \int_{\Omega} \int_{o}^{H} \mathfrak{B}.d\mathfrak{H}d\Omega + \int_{\tau} \mathfrak{B}_{n}.\psi d\tau.$$
(2.66)

Usando um conjunto óptimo da solução para  $\Psi_{opt}(x, y, z)$  é possível obter uma aproximação da co-energia

$$W'_{cmp} \simeq F_{opt} = F\left(\psi_{opt}(x, y, z)\right).$$
(2.67)

A força que actua num corpo rígido é aproximada por

$$f_{mec} = \frac{\partial F_{opt}}{\partial s}, \qquad (2.68)$$

onde *s* representa a medida do movimento virtual da componente móvel. Esta componente deve estar rodeada de espaço livre para que se possa mover livremente, mantendo-se o potencial escalar inalterado. Usando (2.65) obtemos

$$f_{mec} = \frac{\partial F_{opt}}{\partial s} + \left[\frac{\partial F_{opt}}{\partial \psi^{T}}\right] \cdot \left[\frac{\partial \psi}{\partial s}\right],$$
(2.69)

O segundo termo da expressão, em condições óptimas de solução, deve ser nulo para que se verifique  $\partial F/\partial \psi_i = 0$ .

O deslocamento virtual entre a parte fixa e a parte móvel é modelado pelo método da derivada local do Jacobiano. O domínio de análise  $\Omega$  é virtualmente distorcido, no decorrer do movimento virtual, e dividido num conjunto de elementos *e*. A expressão da força será então

$$f_{mec} = \frac{\partial}{\partial s} \int_{\Omega} \int_{o}^{s} \mathfrak{B}.d\mathfrak{H} d\Omega + \frac{\partial}{\partial s} \int_{\tau} \mathfrak{B}_{n}.\psi d\tau.$$
(2.70)

A derivada local do integral de superfície não é considerada, dado que as condições de fronteira são mantidas constantes, no decorrer do trabalho virtual, e a forma da superfície  $\tau$  não é afectada pelo movimento da região. Aplicando a derivada local do Jacobiano, e ignorando o fenómeno da magnetoestrição, pode escrever-se

$$f_{mec} = \sum_{e} \int_{\Omega_{e}} \left[ -\mathfrak{B}^{T} G^{-1} \cdot \frac{\partial G}{\partial s} \cdot \mathfrak{H} + \int_{0}^{H} B \cdot d\mathfrak{H} \cdot |G|^{-1} \cdot \frac{\partial |G|}{\partial s} \right] d\Omega , \qquad (2.71)$$

onde *G* é a matriz Jacobiana e |G| representa o seu determinante. O algoritmo para a determinação da força na utilização dos elementos finitos é dividido basicamente em três partes:

- a) computação dos valores nodais do potencial usando elementos finitos;
- b) determinação das derivadas das coordenadas dos nodos em função do deslocamento da componente móvel;

c) determinação da força por integração de todos os elementos virtualmente distorcidos.

O integral de volume é mais fácil de implementar em problemas 3D, oferecendo inclusivamente melhores resultados, do que o integral de superfície no caso do método do tensor de Maxwell. Como conclusão, podemos afirmar que o método de Coulomb do trabalho virtual fornece um algoritmo genérico para a determinação da força, que pode ser utilizado tanto no domínio 2D como no domínio 3D.

#### Referências

- S. McFee, D. A. Lowther, "Towards Accurate and Consistent Force Calculation in Finite Elements Based Computational Magnetostatics," *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 23, No 5, pp. 3771-3773, November 1987.
- [2] Peter P. Silvester, Ronald L. Ferrari, *Finite Elements for Electrical Engineers*, Cambridge University Press, Cambridge 1996.
- [3] T. Tarnhuvud, K. Reichert, "Accuracy Problems of Force and Torque Calculation in FE Systems," *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 24, No.1, pp. 443-446, January 1988.
- W. Müller, "Comparison of Different Methods of Force Calculation," *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 26, No. 2, pp. 1058-1061, March 1990.
- [5] M. Ito, F. Tajima, H. Kanazawa, "Evaluation of Force Calculating Methods," *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 26, No. 2, pp. 1035-1038, March 1990.
- [6] T. Kabashima et al., "Force Calculation using Magnetizing Current," *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 24, No.1, pp. 451-454, January 1988.
- [7] P. Hammond, *Energy Methods in Electromagnetism*, Monographs in Electrical and Electronic Engineering Oxford Science Publications, Oxford University Press, New York 1981.
- [8] A. E. Fitzgerald, C. Kingsley, A. Kusko, *Máquinas Eléctricas*, MacGraw-Hill, Brasil 1996.
- [9] P. C. Krauser, O. Wasynczuk, S. D. Sudhoff, Analysis of Electric Machinery, IEEE Press 1995.
- [10] G. R. Slemon, A. Straughen, *Electric Machines*, Addison-Wesley 1980.
- [11] M. Marinescu, N. Marinescu, "Numerical Computation of Torques in Permanent Magnet Motors by Maxwell's Stress and Energy Method," *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 24, No.1, pp. 463-466. January 1988.
- [12] A.N. Wignall, A.J. Gilbert, S.J. Yang, "Calculation of Forces on Magnetised Ferrous Cores using the Maxwell Stress Method," *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 24, No. 1, pp. 459-462, January 1988.
- [13] Z. Ren, A. Razek, "Force Calculation by Maxwell Stress Tensor in 3D Hybrid Finite Element-Boundary Integral Formulation," *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 26, No. 5, pp. 2774-2776, September 1990.
- [14] S. Salon, S. Bhatia, D. Burow, "Some Aspects of Torque Calculations in Electrical Machines," *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 33, No. 2, pp. 2088-2021, March 1997.

- [15] A. Benhama, A.C. Williamson, A.B.J. Reece, "Force and Torque Computation from 2-D and 3-D Finite Element Field Solutions," *IEE Proc-Electr. Power Appl.*, Vol. 14, No. 1, pp. 25-31, January 1999.
- [16] Gordon B. Bowden, "Magnetic Forces inside Permanent Magnet Assemblies," ABC Technical Note, No. 067, March 27, 1992.
- [17] Denis O'Kelly, Performance and Control of Electrical Machines, McGraw-Hill, 1991.
- [18] J. L. Coulomb, "A Methodology for the Determination of Global Electromechanical Quantities from a Finite Element Analysis and its Application to the Evaluation of Magnetics Forces, Torques, and Stiffness," *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 19, No. 6, pp. 2514-2519, November 1983.
- [19] J. L. Coulomb and G. Meunir, "Finite Element of Virtual Work Principle for Magnetic or Electric Force and Torque Computation," *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 20, No. 5, pp. 1894–1896, September 1984.
- [20] François Henrotte, Kay Hameyer, "Computation of Electromagnetic Force Densities: Maxwell Stress Tensor vs. Virtual Work Principle," *Journal of Computational and Applied Mathematics*, Vol. 168, No. 1-2, pp. 235-243, July 2004.
- [21] A. Benhama, A. C. Williamson, A.B.J. Reece, "SRM Torque Computation from 3D Finite Element Field Solutions," in *Eighth International Conference on Electrical Machines and Drives*, pp. 59-63, 1997.

# Capítulo **3**

# Metodologias de Análise Aplicadas ao Estudo de Sistemas Electromagnéticos

O estudo e o desenvolvimento de actuadores electromagnéticos requerem ferramentas de análise capazes de providenciar os dados desejados. Os conceitos associados ao método dos tubos de fluxo, depois de introduzidos, são aplicados a um solenóide como caso de estudo. A opção é justificada pela natureza electromagnética do dispositivo. Os resultados obtidos são devidamente confrontados com os disponibilizados por uma ferramenta de elementos finitos. Resultam desta abordagem métodos de análise estática e dinâmica, passíveis de serem aplicados a actuadores de relutância comutados.

# 3.1 Teoria dos Tubos de Fluxo Magnético

A determinação matemática da permeância num dispositivo magnético é muito complexa, senão mesmo impossível, com o aumento da complexidade geométrica do dispositivo. Por esta razão, a determinação desta grandeza pode ser feita, exceptuando em casos especiais, tendo por base a simplificação dos caminhos magnéticos em tubos de fluxo [1], ou por um método alternativo denominado método do mapa de fluxos [2].

O método do mapa de fluxos requer o conhecimento, ainda que aproximado, da distribuição das linhas de fluxo e das linhas equipotenciais do campo magnético. Para usar este método deve-se efectuar o esboço do campo que, para além de verificar a ortogonalidade entre as linhas de fluxo e de potencial magnético, divida o volume global em sub-domínios de permeância idêntica. A permeância global é calculada somando os valores das permeâncias dos diferentes sub-domínios, até que todo o volume global seja considerado.

Com a ideia subjacente ao conceito dos tubos de fluxo pretende-se obter um modelo do dispositivo, que possua elementos (tubos de fluxo) suficientes para o representar de forma precisa, mas que, em simultâneo, não introduza um tempo de computação demasiadamente elevado no processo de simulação.

Qualquer que seja o método utilizado é necessário o conhecimento prévio da distribuição do fluxo no material. Este conhecimento pode ser conseguido com base na extrapolação dos resultados obtidos em análises efectuadas com a aplicação de métodos baseados em elementos finitos, ou através de experimentação laboratorial.

# Cálculo da Relutância e Permeância Através de Tubos de Fluxo

O cálculo da relutância de um material é feito usando o princípio dos tubos de fluxo. Um material sujeito a um campo magnético quasi-estacionário, como o que se representa na Fig. 3.1, pode ser seccionado através de tubos de fluxo, ou seja, elementos geométricos nos quais as linhas de fluxo são sempre perpendiculares às bases, e nunca atravessando as paredes laterais [3].



#### Fig. 3.1 - Tubo de fluxo típico

As linhas com o mesmo potencial escalar magnético são perpendiculares às linhas de fluxo  $\varphi$ , logo, as bases de um tubo de fluxo são planos equipotenciais  $S_1$  e  $S_2$ . A definição de potencial escalar magnético entre as bases iguala a queda de força

magnetomotriz nesse tubo. Regra geral, a relação entre a diferença de potencial magnético nas extremidades do tubo e o fluxo que o atravessa é função da sua geometria e das características do meio. A quantidade assim definida é designada por relutância  $\Re$ ,

$$\mathfrak{R} = \int_{0}^{l} \frac{dx}{\mu(x)A(x)},$$
(3.1)

onde l é o comprimento do tubo de fluxo com a secção recta A(x), e  $\mu(x)$  é uma função propriedade do material. Observada a equação (3.1) é possível verificar que a relutância é função da geometria, seja ela constante ou variável no tempo, e da permeabilidade do material magnético, que pode ter um comportamento linear ou não. Esta observação permite antever diferentes casos a considerar: (1) geometria e permeância constantes, como no caso de ranhuras em circuitos magnéticos ocupados pelo ar, ou as partes não saturadas de um circuito magnético; (2) geometria variável e permeância constante, como é a situação da região do entreferro de uma máquina; (3) geometria constante e variável. magnéticos permeância como ocorre percursos saturados; nos (4) geometria e permeância variáveis.

Em alternativa ao cálculo da relutância pode ser efectuado o cálculo da permeância  $\mathfrak{P}$ . Sempre que a complexidade geométrica de um elemento o permitir, pode ser construída uma associação de tubos em paralelo, sendo então mais fácil considerar a permeância, e só depois calcular o valor total da relutância. Regra geral, a permeância  $\mathfrak{P}$  é definida em função da geometria do tubo e do seu material através do integral

$$\mathfrak{P} = \int_{0}^{l} \mu(x) \frac{h(x)}{w(x)} dx.$$
(3.2)

onde w(x) é a direcção paralela ao caminho do fluxo, enquanto que h(x) e x se referem à direcção perpendicular a esse caminho. Considerando a permeabilidade do meio como constante, e não como função da geometria do elemento, reportando-se à situação identificada no caso tipo (2), virá para a permeância  $\mathfrak{P}$ 

$$\mathfrak{P} = \mu \int_{0}^{l} \frac{h(x)}{w(x)} dx.$$
(3.3)

O facto do tubo de fluxo ser atravessado por corrente não altera em nada qualquer dos parâmetros dos quais é dependente a permeância magnética do tubo, continuando esta a depender da permeabilidade e da geometria, devendo-se ter apenas em consideração a distribuição da FMM ao longo do tubo de fluxo. Serão analisadas em seguida diferentes geometrias de tubos de fluxo que não são percorridos por corrente, pelo que nelas a fonte de fluxo é considerada como estando concentrada algures fora do tubo.

# Formulação da Relutância e da Permeância

#### Superfícies paralelas planas de comprimento infinito

Nesta situação, o fluxo é perpendicular às superfícies do plano. Na Fig. 3.2 as superfícies  $S_1 e S_2$  são duas áreas em planos paralelos e separadas por uma distância *l*. A permeância do caminho de fluxo pode ser determinada facilmente. As linhas de fluxo fora das superfícies  $S_1 e S_2$ , com área *S*, são paralelas umas às outras, e todas as superfícies equipotenciais são planos paralelos entre si.



#### Fig. 3.2 – Superfícies paralelas planas de comprimento infinito

A permeância será então

$$\mathfrak{P} = \mu_0 \frac{S}{l}.$$
 (3.4)

# Planos não paralelos de superfícies de comprimento infinito

Na Fig. 3.3 as linhas de fluxo são arcos de círculo, de raio  $r_1$  a  $r_2$  e ângulo  $\theta$  que têm o seu centro situado ao longo do eixo 0-0'. As superfícies equipotenciais são planos compreendidos entre os planos  $S_1$  e  $S_2$ . Como consequência, a definição do fluxo será feita pelo caminho de espessura dr e comprimento axial l.



Fig. 3.3 – Superfícies não paralelas de comprimento infinito

O diferencial da permeância será

$$d\mathfrak{P} = \mu_0 \frac{l}{\theta r} dr, \qquad (3.5)$$

pelo que a permeância será definida por

$$\mathfrak{P} = \frac{\mu_0 l}{\theta} \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r} dr = \frac{\mu_0 l}{\theta} \ln \frac{r_2}{r_1}.$$
(3.6)

#### Cilindros paralelos e de comprimento infinito

A Fig. 3.4 mostra uma secção de dois cilindros paralelos de comprimento infinito. As linhas de fluxo são círculos concêntricos, com o centro colocado ao longo do eixo do y.



#### Fig. 3.4 - Cilindros paralelos e de comprimento infinito (vista de uma secção)

A permeância entre cilindros é dada por

$$\mathfrak{P} = \frac{2\mu_0 \pi l}{\ln\left(u + \sqrt{u^2 - 1}\right)},\tag{3.7}$$

sendo l igual ao comprimento axial do cilindro, e o parâmetro u dependente da geometria

$$u = \frac{d^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1r_2},$$
(3.8)

onde  $r_1$  e  $r_2$  representam os raios dos dois cilindros, e d a distância entre os seus centros.

#### Cilindro paralelo a um plano de extensão infinita

Considerando a linha equipotencial y-y' na Fig. 3.4 como se tratando de um elemento da superfície equipotencial y-y', em que todos os pontos se encontram equidistantes dos eixos do cilindro de raio  $r_1$ , conclui-se que esta superfície pode ser considerada como sendo um plano de extensão infinita, paralela ao cilindro, representando cada metade da

Fig. 3.4 o campo magnético dessa configuração. A permeância entre o plano definido e o cilindro será dada por

$$\mathfrak{P} = \frac{2\mu_0 \pi l}{\ln \frac{d}{r_1}},$$
(3.9)

onde d é o dobro da distância entre o centro do cilindro e o plano, sendo l igual ao comprimento axial do cilindro. Esta aproximação deve ser utilizada sempre que se verifique a relação d > 8r.

#### Sólido definido por uma secção cilíndrica

Na secção cilíndrica de raio r representada na Fig. 3.5 todas as linhas de fluxo são inicialmente assumidas como paralelas ao eixo x. O volume é constituído por um número infinito de elementos paralelos de espessura dy, largura w(y) e comprimento l, tendo-se assim

$$w(y) = 2\sqrt{r^2 - (y - r)^2} .$$
(3.10)

O diferencial de permeância no sentido do eixo x, de uma camada de espessura dy, pode ser expressa do seguinte modo

$$d\mathfrak{P} = \mu_0 \frac{ldy}{w(y)} = \frac{\mu_0 l}{2} \frac{dy}{\sqrt{r^2 - (y - r)^2}},$$
(3.11)

(3.12)

resultando para a permeância total do tubo de fluxo



#### Fig. 3.5 - Secção cilíndrica

De observar que a permeância de dois destes tubos quando colocados em paralelo, de forma a perfazer um tubo cilíndrico completo, possui um valor duplo do correspondente à equação (3.12) o que, em termos eléctricos, equivale a ter-se uma associação em paralelo de duas resistências,

$$\mathfrak{P}_{2x} = \mu_0 l \frac{\pi}{2}.$$
(3.13)

Se o fluxo através do volume possuir agora uma orientação segundo o eixo y, então a permeância virá dada por

$$\mathfrak{P}_{y} = 2 \int_{0}^{2r} d\mathfrak{P} = \mu_{0} l \pi \,. \tag{3.14}$$

Se dois destes tubos forem associados em série, tal como anteriormente, para perfazer um tubo cilíndrico, a configuração irá equivaler a uma associação em série de duas resistências. O valor total da permeância virá igual ao calculado pela expressão (3.13), ou seja,

$$\mathfrak{P}_{2y} = \mu_0 l \frac{\pi}{2}.$$
(3.15)

#### Sólido trapezoidal

No volume da Fig. 3.6 as linhas de fluxo são assumidas como sendo paralelas ao eixo y. A largura w(x) do trapézio é uma função da coordenada x e é dada por

$$w(x) = w_1 + \frac{w_2 - w_1}{h} x,$$
(3.16)

onde  $w_1$  é a largura da base e  $w_2$  a largura do topo do trapézio de altura *h* e comprimento *l*. A permeância nesta situação será assim definida como

$$\mathfrak{P} = \mu_0 l_0^h \frac{dx}{w(x)} = \mu_0 l \frac{h}{w_2 - w_1} \ln\left(\frac{w_2}{w_1}\right).$$
(3.17)

De notar que, na situação  $w_1 = w_2 = w$ , o prisma trapezoidal se torna rectangular e a expressão da permeância recai na situação das superfícies paralelas descrita pela equação (3.4).



#### Fig. 3.6 – Sólido trapezoidal

Se o fluxo for perpendicular à base da figura geométrica, ou seja, paralelo ao eixo x, a relutância será

$$\Re = \frac{1}{\mu_0} \int_0^h \frac{dx}{lw(x)} = \frac{1}{\mu_0 l} \frac{h}{w_2 - w_1} \ln\left(\frac{w_2}{w_1}\right)$$
(3.18)

### Determinação dos Tubos de Fluxo de uma Geometria Complexa



#### Fig. 3.7 – Prisma rectangular paralelo a um plano de extensão infinita

A teoria dos tubos de fluxo aplicada a uma geometria mais complexa permite que a determinação do campo magnético possa ser feita subdividindo o volume total em volumes de geometria mais simples que, quando considerados em conjunto, possibilitam a determinação da relutância ou da permeância global do volume geométrico considerado. A distribuição do campo magnético existente entre um prisma  $\alpha$ , alinhado paralelamente com uma superfície plana  $\beta$ , de comprimento infinito, tal como se representa na Fig. 3.7, é passível de se subdividir em figuras geométricas mais simples (*A*, *B*, *C*, *D* e *E*).

#### Secção rectangular A

O tubo de fluxo que constitui a secção A do volume global do campo magnético apresenta uma secção rectangular como se mostra na Fig. 3.8, sendo a sua permeância determinada pela equação (3.4).



Fig. 3.8 – Secção rectangular

#### Secção cilíndrica B

Na secção cilíndrica de raio g/2 representada na Fig. 3.9, a linha média de comprimento  $l_{médio}$  do caminho do fluxo é considerada como estando situada a meio caminho entre a superfície e o centro da secção cilíndrica. O comprimento desta curva é de 0,61g, e a área média  $A_{média}$  do tubo de fluxo é obtida dividindo o volume  $V_{tubo}$  do quarto de cilindro por  $l_{médio}$ , o que resulta em

$$A_{\text{média}} = \frac{V_{\text{tubo}}}{l_{\text{médio}}} = \frac{\frac{\pi l g^2}{16}}{0.61g} = 0,322gl.$$
(3.19)

A permeância deste elemento pode agora ser determinada utilizando

$$\mathfrak{P} = \mu_0 \frac{A_{\text{média}}}{l_{\text{médio}}} = \frac{0.322 \mu g l}{0.61 g} = 0.52 \mu l.$$
(3.20)



#### Fig. 3.9 – Secção cilíndrica

#### Secção esférica C

Numa secção esférica com as dimensões representadas na Fig. 3.10, a linha média de comprimento  $l_{médio}$  do caminho do fluxo é considerada como estando situada a meio caminho entre a superfície e o centro da circunferência. O comprimento desta curva é de 0,65g. A área média  $A_{média}$  do tubo de fluxo é obtida dividindo o volume do quarto de esfera por  $l_{médio}$ , o que resulta em

$$A_{\text{média}} = \frac{V_{\text{tubo}}}{l_{\text{média}}} = \frac{\frac{\pi l g^2}{48}}{0,65g} = 0,1g.$$
(3.21)

A permeância deste elemento pode agora ser determinada utilizando a expressão

$$\mathfrak{P} = \mu_0 \frac{A_{\text{média}}}{l_{\text{médio}}} = \frac{0.1g}{0.65g} = 0.15\mu g .$$
(3.22)



#### Fig. 3.10 - Secção esférica

#### Secção anelar D

Considerando que o caminho médio do fluxo  $l_{médio}$  no tubo de fluxo com a geometria, e respectivas dimensões, representada na Fig. 3.11 é  $\pi(g+t)/4$ , e que a área A do tubo de fluxo é de tl ter-se-á

$$\mathfrak{P} = \mu_0 \frac{A}{l_{\text{médio}}} = \frac{4\mu_0 tl}{\pi(g+t)} = \frac{4}{\pi} \frac{\mu_0 l}{\binom{g}{t} + 1}.$$
(3.23)



#### Fig. 3.11 – Secção anelar

No caso de se ter g < 3t devemos usar a expressão

$$\mathfrak{P} = \mu_0 \frac{2l}{\pi} \ln\left(1 + \frac{2t}{g}\right). \tag{3.24}$$

#### Secção de uma calote esférica E

A Fig. 3.12 representa uma secção e respectivas dimensões de uma calote esférica. O caminho médio do fluxo tem um comprimento  $\pi(g+t)/4$ . A área média do caminho pode ser considerada como sendo metade da área máxima que o fluxo atravessa dentro do tubo, ou seja,  $\pi t (t+g)/8$ . Usando a expressão do cálculo da permeância resulta

$$\mathfrak{P} = \frac{\mu A_{\text{média}}}{l_{\text{médio}}} = \frac{\mu \frac{\pi}{8} t \left(t+g\right)}{\frac{\pi}{4} \left(t+g\right)} = \frac{\mu t}{2}.$$
(3.25)



Fig. 3.12 - Secção de uma calote esférica

# 3.2 Apresentação de um Caso de Estudo: Solenóide

Pretende-se com este caso de estudo avaliar o desempenho de diferentes metodologias de análise aplicadas a sistemas electromagnéticos. O objectivo deste trabalho é o de avaliar factores como o tempo de computação, ou a versatilidade e a precisão dos resultados proporcionados por cada uma das metodologias. Uma análise dos resultados permite aperfeiçoar o método de estudo a utilizar no actuador linear de RVC.

O solenóide da Fig. 3.13 é utilizado como caso de estudo [4]. A razão da sua escolha reside no facto do seu princípio de funcionamento ser idêntico ao do dispositivo que se pretende desenvolver. No entanto, quer o seu estudo analítico quer a construção de um protótipo para verificação experimental, podem muito facilmente ser realizados [5].





As dimensões físicas do dispositivo são fornecidas na Fig. 3.14. De observar que a representação gráfica aproveita a simetria axial do dispositivo.



#### Fig. 3.14 – Dimensões físicas do solenóide

As folgas existentes entre as diferentes componentes que constituem o circuito magnético estão também representadas e numeradas de 1 a 3. As folgas 2 e 3 são desprezadas na análise matemática, enquanto que a folga 1 é considerada no decorrer de todos os métodos de análise, por apresentar um volume geométrico de relutância magnética considerável. A folga 1 é considerada uniforme em torno do eixo de simetria. Na prática, esta situação é alterada. Ao verificarem-se desequilíbrios na geometria da folga, o êmbolo tem tendência a deslocar-se para um dos lados, já que as forças radiais desenvolvidas entre o topo e o êmbolo deixam de estar em equilíbrio. Quando isto acontece, o êmbolo atraca num ponto, deixando o fluxo de estar uniformemente distribuído na folga. No ponto de contacto, o circuito magnético tende a saturar, provocando um aumento local da temperatura. Em simultâneo, existirá um aumento do atrito a que o êmbolo estará sujeito. Este problema irá contribuir para a degradação da resposta, e só uma construção mais cuidada o ajudará a resolver. A situação descrita anteriormente não é considerada em nenhum dos métodos de análise que se seguem.

O circuito magnético do solenóide é composto pela base, pelo êmbolo, pelo topo e pela carcaça. O material considerado nas simulações é o aço comum ST-37, com as características magnéticas representadas na Fig. 3.15 obtidas em [6]. O enrolamento é de fio de cobre (AWG31) isolado a verniz, formando um total de 1136 espiras.



Fig. 3.15 - Curva de magnetização do aço ST-37

A abordagem utilizada no desenvolvimento e validação da metodologia de projecto, a aplicar no desenvolvimento do actuador linear de RVC é a seguinte: o solenóide é analisado matematicamente, tendo em consideração algumas simplificações. Em seguida, o mesmo problema é analisado recorrendo-se a uma aplicação de *software* comercial (FLUX2D) [7]. Finalmente, o problema é novamente analisado recorrendo-se à teoria dos tubos de fluxo, sendo para isso construída uma aplicação de *software* em Matlab [8]. Uma análise dos resultados obtidos permite retirar conclusões quanto à validade da metodologia a usar no estudo do actuador linear de RVC que se pretende desenvolver.

# 3.3 Modelo Analítico

O modelo analítico adoptado na simulação do solenóide baseia-se na representação esquemática da Fig. 3.16. Na adopção deste modelo electromecânico são assumidos alguns pressupostos, tais como a permeabilidade do material magnético tão elevada que se pode considerar infinita, o fluxo de dispersão que é considerado ser insignificante, sendo por isso desprezado, o único fluxo existente circula através do circuito magnético, excepto pelo entreferro x e folga g, e, finalmente, o circuito magnético funcionar num regime não saturado, sendo por isso linear.

O vector intensidade do campo magnético  $\mathfrak{H}$  é relacionado na equação (3.26), através da lei de Ampère, com o vector densidade de corrente  $\mathfrak{J}$  que atravessa a estrutura magnética. O integral de caminho do vector intensidade do campo  $\mathfrak{H}$ , para o contorno mostrado na Fig. 3.16, é igual ao integral de superfície do vector densidade de corrente  $\mathfrak{J}$  sobre a superfície fechada perpendicular ao caminho magnético. A equação (3.27) relaciona os campos magnéticos  $H_x e H_g$ , existentes no entreferro e na folga, respectivamente, com a corrente e o número de espiras que os produzem. Nesta expressão, *N* representa o número de espiras da bobina, e *i* a corrente que a percorre.

$$\oint_{c} \mathfrak{H}.dl = \int_{s} \mathfrak{J}.n \, dA. \tag{3.26}$$

$$H_x x + H_g g = Ni. ag{3.27}$$



#### Fig. 3.16 – Modelo electromecânico do solenóide

A aplicação da equação (3.26) a um caminho circular fechado demonstra que o vector intensidade do campo magnético  $\mathfrak{H}$  (e por consequência a densidade de fluxo  $\mathfrak{B}$ ) não é uniforme. No entanto, e por força dos pressupostos assumidos, se as dimensões da secção recta do entreferro x e da folga g, assim como os seus comprimentos, forem consideradas pequenas, comparativamente com as dimensões do solenóide, o vector intensidade de campo magnético  $\mathfrak{H}$  pode ser considerado sensivelmente constante ao logo da secção recta do entreferro x e da folga g, e nulo no restante percurso magnético.

O vector intensidade do campo magnético  $\mathfrak{H}$  está relacionado com o vector densidade de fluxo magnético  $\mathfrak{B}$  através da equação (3.28), onde  $\mu_0$  representa a permeabilidade magnética do vazio.

$$\mathfrak{B} = \mu_0 \mathfrak{H} \,. \tag{3.28}$$

O modelo magnético representado nesta análise possui dois entreferros principais, ou seja, a folga g e o entreferro x. Considerando a permeabilidade do aço infinita, podemos afirmar que o circuito magnético possui duas relutâncias em série com a fonte de força magnetomotriz FMM.

A primeira relutância diz respeito ao entreferro *x* e varia com a posição do êmbolo, tendo um valor  $\Re_x$ , definido pela equação (3.29), e que é uma função de *x*. Neste volume, o fluxo magnético possui uma direcção paralela ao eixo axial (Fig. 3.17), sendo esse volume definido por dois cilindros concêntricos de raio  $r_2$  e  $r_1$  e altura *x*.



$$\Re_{x} = \frac{1}{\mu_{0}} \frac{x}{\pi \left(r_{2}^{2} - r_{1}^{2}\right)} = kx \qquad (3.29)$$



A segunda relutância, que terá uma influência cada vez maior à medida que o entreferro x diminui, é a relutância  $\mathcal{R}_g$  definida pela equação (3.30), provocada pela folga de espessura g no topo do solenóide, entre o êmbolo e a peça de topo. Neste caso, o fluxo é considerado como tendo uma direcção perpendicular ao eixo axial (Fig. 3.18). Entrando no volume pela superfície exterior do cilindro definido pelo raio  $r_2+g$ , e saindo pela superfície interior definida pelo cilindro de raio  $r_2$ . Ambos os cilindros possuem uma altura l.

$$\Re_{g} = \frac{g}{2\mu_{0}\pi\left(r_{2} + \frac{g}{2}\right)l}$$
(3.30)

#### Fig. 3.18 - Representação da distribuição do fluxo magnético perpendicular ao eixo do cilindro

O fluxo percorre volumes de ar sendo, por isso, utilizada a permeabilidade relativa do vazio  $\mu_0$  em ambas as situações.

Os troços do circuito formados pelo material magnético podem ser vistos como tratando-se de curto-circuitos magnéticos, estando o circuito equivalente representado na Fig. 3.19. De notar que, por força das simplificações adoptadas, os fluxos de dispersão foram desprezados. O fluxo  $\varphi$ , que percorre o circuito magnético equivalente, é dado pela equação (3.31), onde a FMM é equivalente a *Ni*. De observar que a relutância total do circuito magnético varia, uma vez que  $\Re_x$  depende da altura *x* do entreferro.





$$\varphi = \frac{Ni}{\Re_x + \Re_g}.$$
(3.31)

O fluxo ligado  $\lambda$  pode agora ser determinado pela equação (3.32), ao mesmo tempo que a indutância *L* do circuito se calcula através da equação (3.33).

$$\lambda = N\varphi, \qquad (3.32)$$

$$L = \frac{\lambda}{i}.$$
 (3.33)

Tendo em atenção as considerações explicitadas, a energia e a co-energia são iguais e podem ser determinadas por

$$W_{cmp} = W_{cmp}' = \frac{1}{2} \left( \mathfrak{R}_x + \mathfrak{R}_g \right) \left( \frac{Ni}{\mathfrak{R}_x + \mathfrak{R}_g} \right)^2.$$
(3.34)

Através da equação da co-energia magnética  $W'_{cmp}$  é possível obter a expressão da força  $f_{mec}$  que actua no êmbolo. A derivação de  $W'_{cmp}$ , em ordem a x, resulta no valor da força magnética. O sentido desta força tenderá a diminuir o entreferro x.

$$f_{mec} = \frac{\partial W'_{cmp}}{\partial x} = -\frac{1}{2} N^2 i^2 k \left( kx + \Re_g \right)^{-2}.$$
(3.35)

A tensão de alimentação  $v_t$  encontra-se relacionada com a corrente *i* que percorre a bobina de resistência *R*. Aplicando a lei das malhas de Kirchhoff ao circuito apresentado na Fig. 3.19, resulta

$$v_t = iR + \frac{dL(x)i}{dt} = iR + L(x)\frac{di}{dt} + i\frac{dL(x)dx}{dxdt}.$$
(3.36)

Finalmente, as equações do sistema mecânico e das leis de Kirchhoff, aplicadas ao circuito, definem o modelo electrodinâmico do solenóide:

$$f_{mec} = M \frac{dx^2}{d^2 t}, \qquad (3.37)$$

e

$$v_t = iR + \frac{dL(x)i}{dt} = iR + L(x)\frac{di}{dt} + i\frac{dL(x)dx}{dxdt}.$$
(3.38)

A equação (3.37), onde M representa a massa do êmbolo, e a equação (3.38), traduzem o comportamento electrodinâmico do sistema. No entanto, a introdução das simplificações que tornaram possíveis esta análise fazem com que os resultados obtidos não expressem correctamente o comportamento do modelo físico real, nomeadamente, em situações de saturação do circuito magnético, ocorridas para valores de entreferro x muito pequenos. Uma aproximação mais correcta pode ser obtida com recurso a um programa de análise por elementos finitos. No entanto, o modelo analítico desenvolvido pode ser utilizado como ponto de partida para a construção do modelo numérico.

A dedução analítica elaborada anteriormente é utilizada na construção de uma aplicação de *software* em Matlab. As simulações foram realizadas com o objectivo de comparar os resultados obtidos a partir da aplicação deste método de análise com os fornecidos pelos outros métodos. Parâmetros como a força, a indutância magnética, a relutância, e a energia produzida, foram obtidos para diferentes posições do êmbolo. Os resultados são representados, respectivamente, na Fig. 3.20, na Fig. 3.21, na Fig. 3.22 e na Fig. 3.23, em função do comprimento do entreferro *x* para correntes de excitação de 1,5 [A] (saturação) e de 0,5 [A] (não saturação).

Como se pode observar, a força e a indutância magnética aumentam com a redução do entreferro x, já que a relutância  $\Re_x$  diminui com x. Quanto à energia, é possível observar que vai aumentando no entreferro x até à posição em que a influência da relutância da folga  $\Re_g$  passa a ser mais evidente no sistema. A partir deste ponto, a energia diminui muito rapidamente, o que justifica a grande variação da força. A evolução da co-energia terá um andamento em tudo idêntico ao da energia, já que a análise do sistema não considera os efeitos da saturação do circuito magnético, apesar do valor de corrente de 1,5 [A] já garantir um funcionamento saturado.





Fig. 3.20 - Força de atracção





Fig. 3.22 – Relutâncias  $\mathfrak{R}_x \in \mathfrak{R}_g$ 

Fig. 3.23 - Energia no entreferro e na folga

# 3.4 Análise Por Elementos Finitos

O pacote de software FLUX2D é uma aplicação informática comercial destinada à resolução de problemas magnéticos por aplicação do método dos elementos finitos. Para a construção geométrica do modelo (Fig. 3.24) são disponibilizados três sistemas de coordenadas diferentes: cartesiano (x,y), polar (R,  $\theta$ ), ou axial (R, Z). Cada ponto pertencente à geometria, dependendo da opção seleccionada, pode ser introduzido pelo teclado, lido de um ficheiro, ou directamente apontado pelo rato. A funcionalidade de criação de pontos permite, para além da sua introdução, apagar ou modificar um ponto, calcular a distância entre dois pontos, ou duplicar um conjunto de pontos. Cada ponto pode ter as suas coordenadas definidas por valores constantes ou através de expressões construídas com base em funções e variáveis, seguindo a sintaxe da linguagem de programação FORTRAN. Este último método de definição das coordenadas é muito versátil e permite modificar rapidamente a geometria do modelo bastando para isso alterar os valores que definem os parâmetros.



Fig. 3.24 - Pontos e linhas que definem o modelo do solenóide

O FLUX2D possibilita ainda a definição de uma região de translação. Esta funcionalidade permite que uma região se possa deslocar verticalmente durante a resolução do problema, sem que para isso tenha que se modificar a geometria da malha de elementos finitos no módulo pré-processador do software. No decorrer do processo de resolução do problema, a zona móvel é colocada na posição pretendida e a malha de elementos finitos é automaticamente ajustada ao entreferro. No entanto, é necessário ter em atenção que a zona móvel pode ser formada por uma ou mais regiões, mas devendo sempre incluir um material magnético. As zonas de deslocamento são definidas por duas regiões posicionadas em cima e abaixo da zona móvel (zona de deslocamento superior e zona de deslocamento inferior) e, finalmente, o entreferro de translação linear é, tipicamente, formado por duas zonas rectangulares colocadas lateralmente à zona móvel. A zona do entreferro de translação é também criada a fim de permitir o deslocamento da peça. Tirando partido da propriedade de simetria que o problema apresenta, apenas se torna necessário criar uma destas zonas. De notar que os elementos finitos a utilizar nas regiões de deslocamento superior e inferior devem ser quadrangulares, enquanto que, na zona do entreferro de translação, existe apenas uma camada de elementos triangulares, por imposição da ferramenta. Todas as regiões referidas anteriormente estão identificadas na Fig. 3.25.



Fig. 3.25 – Regiões usadas na construção do modelo do solenóide: a) topo do dispositivo, b) base do dispositivo

A região de infinito representada na Fig. 3.26 é criada como extensão ao domínio clássico de análise. Este domínio deve ser definido como um círculo ou semi-círculo (no caso de haver simetria axial) tendo a mesma forma do domínio clássico de análise, criado automaticamente pela ferramenta.



#### Fig. 3.26 - Modelo e região de infinito

As superfícies, camadas, e pontos são definidas no FLUX2D como regiões identificadas por um nome. Sucessivamente, vão sendo apontadas pelo rato e criadas. A visão global e um pormenor das regiões criadas são ilustrados na Fig. 3.27.





Uma região especial, utilizada na modelização do solenóide, é a região de camada (*shell*). Recorrendo-se a esta região é possível definir folgas muito finas, ou regiões de contacto, sendo nesta região, a indução magnética  $\mathcal{B}$  considerada normal às superfícies adjacentes. No modelo criado com o FLUX2D foram consideradas duas destas regiões. O objectivo consiste em simular a descontinuidade introduzida no circuito magnético pelo facto deste ser construído por peças. Na Fig. 3.28 é possível observar as duas regiões de camada introduzidas com esse objectivo, na base e no topo da peça designada por carcaça.





O FLUX2D disponibiliza duas formas diferentes de criar a malha de elementos finitos (Fig. 3.29). O gerador automático de malha cria elementos triangulares, enquanto que o gerador assistido permite criar quer elementos triangulares quer elementos quadrangulares. Estes dois mecanismos de criação da malha podem ser utilizados simultaneamente na criação da malha de elementos finitos para resolução do problema. O mecanismo de geração assistida da malha permite criar elementos quadrangulares partindo de regiões definidas por três ou quatro linhas.



Fig. 3.29 - Pormenor da malha de elementos finitos do solenóide

Caso o número de elementos finitos numa determinada região seja insuficiente, é possível iterativamente refinar o número de elementos até se obter uma boa solução de compromisso entre o número de elementos finitos e a precisão dos resultados. O FLUX2D detecta automaticamente elementos finitos triangulares cujos ângulos internos sejam demasiado agudos (menores que 30°), informando o utilizador de que deve proceder a um refinamento da malha nessa zona do modelo. O resultado final para a malha do modelo de elementos finitos do solenóide pode ser observado na Fig. 3.30.



Fig. 3.30 - Malha de elementos finitos do modelo do solenóide



Fig. 3.31 – Curva B(H) adoptada para a simulação

O FLUX2D oferece um conjunto de materiais armazenados numa base de dados. Em alternativa, os materiais podem também ser criados usando um conjunto de propriedades para os definir. Na resolução deste problema são usados dois materiais com propriedades diferentes. O material denominado *Steel* foi introduzido utilizando a definição da curva B(H) da Fig. 3.15. Neste caso, a resistividade do material está definida como sendo igual a  $0,2x10^{-6}$  [ $\Omega$ m]. O material alternativo, criado na base de dados e denominado por *SteelLan*, possui a mesma curva B(H) mas não possui resistividade associada, permitindo por isso ignorar o efeito das correntes de Foucault. Na construção do modelo analítico da curva de saturação é utilizada a expressão (3.39) que segue assimptoticamente a curva real, embora sejam introduzidos erros na região de saturação da curva B(H),

$$B(H) = \mu_0 H + 2 \frac{J_s}{\pi} \operatorname{arctg}\left(\frac{\pi(\mu_r - 1)\mu_0 H}{2j_s}\right).$$
 (3.39)

A informação requerida para a construção da curva B(H) da Fig. 3.31 é a magnetização de saturação  $J_s$  em Tesla, e a permeabilidade relativa inicial  $\mu_r$ .

#### Simulação Estática

#### Parametrização do modelo

Após a construção do modelo com a respectiva definição geométrica das regiões e criação da malha de análise, e antes da resolução do problema, é necessário definir quer as suas propriedades físicas quer as condições fronteira a utilizar.

A definição das características do problema começa com a selecção do tipo de domínio de análise. No caso de geometrias planas, é necessário fornecer a profundidade

do dispositivo, sendo a computação feita para essa profundidade. No problema em estudo é escolhido o tipo de domínio como sendo axial. O tipo de problema que se pretende resolver é do tipo magnetostático, ou seja, considera-se uma situação estacionária, não havendo variação das correntes ou alterações na geometria do modelo.

A cada região são atribuídas propriedades próprias. No caso em estudo, todo o circuito magnético é construído no material *stell*, com a zona do espigão e o ar envolvente a assumirem as propriedades do vácuo sem qualquer tipo de fonte associada. À zona da bobina, por seu lado, embora sejam atribuídas as propriedades do vácuo, considera-se associada uma fonte de corrente constante, neste caso com um valor de corrente em Ampère.espira. Às duas zonas de camada são atribuídas espessuras constantes e iguais a 0,03 [mm].

Especial cuidado deve ser observado na definição das características das regiões. Para a região do entreferro de deslocamento são estabelecidas propriedades idênticas às do vácuo, sem qualquer fonte associada.

As condições fronteira são especificadas ao longo das linhas que delimitam as zonas. Os limites do domínio de estudo são definidos através dos valores das variáveis associadas, tendo em consideração as simetrias físicas, ou mesmo, impondo valores da variável dentro do domínio de estudo. Embora o FLUX2D suporte diferentes tipos de condições fronteira, tais como condições de Neumann, de Dirichlet, cíclicas, anticíclicas, de translação, ou flutuantes, na formulação de problemas magnetostáticos é comum considerar as condições de Dirichlet ou de Neumann. As primeiras permitem impor o valor do potencial no limite de uma zona, enquanto que as segundas correspondem a linhas de campo ou de corrente. Em problemas de geometria plana é utilizada a componente  $A_z$  do potencial vector magnético, e no caso axial é usada a componente radial  $RA_z$ , verificando-se a relação expressa em (3.40) entre o vector densidade de fluxo  $\mathfrak{B}$  e o potencial vector magnético  $\mathfrak{A}$ ,

$$\mathfrak{B} = \nabla \times \mathfrak{A} \,. \tag{3.40}$$

Nos problemas magnéticos, a variável é o potencial vector  $\mathfrak{A}$ . No FLUX2D esta grandeza é escalar, já que apenas a componente  $A_z$  (normal ao plano) é diferente de zero. No caso de problemas axiais, a componente  $A_z$  é multiplicada pelo raio do modelo a fim de eliminar o seu inverso no cálculo do rotacional em coordenadas cilíndricas.

A diferença do potencial vector entre dois pontos multiplicada pela profundidade do objecto, no caso de geometrias planas, ou por  $2\pi$ , no caso axial, corresponde ao fluxo que atravessa o rectângulo, ou círculo, definido por esses pontos.

Como se mostra na Fig. 3.32, a linha do eixo axial é caracterizada por um fluxo nulo garantido pelas condições de Dirichlet. Também os limites de análise do modelo possuem condições de Dirichlet nulas.



#### Fig. 3.32 - Condições fronteira

A escolha do limite do domínio de estudo deve ser feita garantindo que a distância ao modelo é suficientemente grande para que os efeitos introduzidos nos resultados possam ser desprezáveis. É aconselhado que a distância do limite ao dispositivo seja da ordem de 5 a 10 vezes superior ao seu comprimento máximo. No caso do estudo de problemas axiais, a recomendação é de que essa distância seja 10 a 20 vezes superior ao comprimento máximo do dispositivo na direcção normal ao eixo de rotação, existindo mesmo a recomendação de se usar neste último caso uma região de infinito tal como a introduzida na construção do modelo. Esta zona recebe automaticamente dependente do limite estabelecido para o modelo em análise e, em simultâneo, o centro da região de infinito deve receber condições de Dirichlet nulas para garantir que a variável do campo assuma igualmente valores nulos.

#### Regimes de funcionamento saturado e não saturado

O modelo construído no FLUX2D é simulado em duas situações de funcionamento diferentes [9]. Numa primeira simulação, a corrente de excitação de 0,5 [A] não é suficiente para provocar a saturação do circuito magnético; enquanto que na segunda simulação, a corrente de excitação de 1,5 [A] provoca a saturação do circuito magnético. Em ambos os casos, a posição do êmbolo é mantida constante para que o entreferro tenha um comprimento de 2 [mm].

A Tabela 3.1 mostra a distribuição da energia e da co-energia nas diferentes zonas que constituem o modelo em análise, com a excepção das regiões do entreferro e da folga. Podemos concluir que o erro introduzido na determinação da força produzida, quando apenas se considera a variação de energia na região do entreferro, é bastante reduzido, já que a maior percentagem de energia se concentra nessa zona. A Tabela 3.2

resume alguns dos resultados obtidos através do FLUX2D em ambas as situações de funcionamento atrás descritas.

Componente	Energia [J]		Co-energia [J]		
Corrente de excitação	1,5 [A]	0,5 [A]	1,5 [A]	0,5 [A]	
Sistema global	0,32	0,041	0,36	0,041	
Êmbolo	0,033	0,0037	0,053	0,0039	
Base	0,008	0,89e-3	0,009	0,92e-3	
Carcaça	0,032	0,0038	0,048	0,0040	
Торо	0,004	0,55e-3	0,006	0,57e-3	
Bobina	0,021	0,0030	0,021	0,0030	
Entreferro de translação	0,042	0,0059	0,042	0,0059	
Região de camada inferior	0,78e-5	0,95e-6	0,1e-4	0,96e-6	
Região de camada superior	0,0056	0,81e-3	0,0056	0,81e-3	

Tabela 3.1 – Distribuição d	i energia	e da	co-energia	no	modelo	para	as	duas	situações	de
funcionamento com entreferro	de 2 [mm]									

1 abcia 5.2 - 1 Counto uos 1 Contados obtiados na sintatação da situação estacionaria	Tabela 3.2 – Resumo	dos resultados	obtidos na	simulação	da situação	estacionária
---	---------------------	----------------	------------	-----------	-------------	--------------

Grandeza	Corrente de excitação				
	0,5 [A]	1,5 [A]			
Fluxo ligado na bobina [Wb.esp]	0,166	0,45			
Força [N]	8	61			
Energia [J]	0,041	0,32			
Co-energia [J]	0,041	0,35			
Indutância [H]	0,33	0,302			

Na análise do regime de funcionamento não saturado podemos observar que a energia do sistema é de 0,041 [J], sendo a co-energia de 0,041 [J]. O facto de estes dois valores serem iguais indicia que o sistema está a funcionar na região linear da curva de magnetização, ou seja, tal como se pretendia, não se encontra magneticamente saturado. Nesta situação, a força exercida pelo êmbolo é de 8 [N]. A Fig. 3.33 e a Fig. 3.34 permitem observar este regime de funcionamento estacionário.



Fig. 3.33 – Distribuição do fluxo (regime não saturado)



Fig. 3.34 – Visualização do mapa de cores da densidade de fluxo (regime não saturado)

Na análise do regime de funcionamento saturado, a energia do sistema é de 0,32 [J], sendo a co-energia de 0,35 [J]. O facto do valor da co-energia ser superior ao da energia indicia que o sistema, tal como se pretendia, está a funcionar na região não linear da curva de magnetização, ou seja, o circuito magnético encontra-se saturado. Nesta situação, a força exercida pelo êmbolo é de 61 [N]. A Fig. 3.35 e a Fig. 3.36 ilustram o estado de funcionamento estacionário em regime saturado.



Fig. 3.35 - Distribuição do fluxo (regime saturado)



Fig. 3.36 – Visualização do mapa de cores da densidade de fluxo (regime saturado)

#### Fluxo de dispersão no solenóide

A distribuição das linhas de fluxo no modelo é uma informação valiosa para a correcta aplicação da teoria dos tubos de fluxo, encontrando-se os vários caminhos paralelos identificados na Fig. 3.37. Esta situação é tanto mais notória quanto maior for a quantidade de fluxo a circular no circuito magnético. Considera-se o fluxo pertencente ao caminho principal (1) como sendo aquele que percorre, para além das partes magnéticas do circuito, os troços do entreferro e da folga. Em paralelo com o caminho principal outros três caminhos podem ser estabelecidos. Em torno das regiões da folga e do entreferro são identificados os caminhos (2) e (3), respectivamente, percorridos pelo fluxo de dispersão. O caminho (4) é percorrido pelo fluxo que se fecha pelo ar através

da bobina.



#### Fig. 3.37 - Identificação de possíveis caminhos do fluxo

Para o caminho principal é possível observar que, ao longo dos vários troços que o constituem, as linhas de fluxo são paralelas às superfícies laterais. Para os restantes caminhos devemos tecer algumas considerações. A distribuição do fluxo no topo e na base do modelo (Fig. 3.38) deve ser tratada de modo especial.





Nestes locais assiste-se a uma diminuição da densidade de fluxo à medida que se caminha para o exterior do caminho, já que a área da superfície que o fluxo atravessa vai aumentando. Sempre que o fluxo transita de um caminho situado na direcção vertical para outro, situado na direcção horizontal, ou vice-versa, o percurso das linhas de fluxo apresenta a forma de um cotovelo (Fig. 3.39) originando esta situação uma

alteração da distribuição da densidade de fluxo, havendo uma maior densidade no interior do cotovelo.



Fig. 3.39 - Pormenor do mapa de cores da densidade de fluxo (base do solenóide)

Na região do entreferro é possível verificar que, para o comprimento estudado (2 [mm]) existe um volume de fluxo que, baseado nas análises recolhidas, possui a configuração da Fig. 3.40. O interior deste tubo de fluxo apresenta a forma de um cilindro oco que faz parte do caminho principal do fluxo.





A dispersão do fluxo na região da folga apresenta a forma de um anel, tal como se representa na Fig. 3.41. No interior, o fluxo faz parte do percurso principal, podendo por isso ser representado por um cilindro.



Fig. 3.41 - Dispersão do fluxo na região da folga

Finalmente, o quarto percurso a considerar caracteriza-se pelo facto de parte do fluxo se fechar apenas por algumas espiras da bobina. Este facto faz com que nem todas as linhas de fluxo se fechem pela totalidade das espiras da bobina, podendo o fluxo de dispersão ser observado na Fig. 3.42.



#### Fig. 3.42 – Fluxo de dispersão na bobina

Uma forma alternativa de se avaliar a distribuição do fluxo magnético, nos vários segmentos dos percursos considerados anteriormente, é conseguida obtendo-se a distribuição da densidade de fluxo ao longo de caminhos previamente especificados e representados na Fig. 3.43.



Fig. 3.43 – Percursos considerados na análise da distribuição do fluxo magnético na região da folga e do entreferro

Os resultados obtidos encontram-se reunidos nos gráficos da Fig. 3.44 e na Fig. 3.45, para a região do entreferro, e nos gráficos da Fig. 3.46 e na Fig. 3.47 para a região da folga. Estes resultados permitem obter conclusões que suportam as observações efectuadas anteriormente relativamente ao fluxo de dispersão.



Fig. 3.44 - Densidade de fluxo nos caminhos definidos na região do entreferro


Fig. 3.45 - Mapa de cores da densidade de fluxo na região do entreferro

Destes resultados é possível observar para o entreferro que:

- a) existe uma variação, ainda que mínima, da densidade de fluxo na região da carcaça, sendo a densidade de fluxo máxima no caminho 1 e mínima no caminho 5, o que comprova a existência do caminho de fluxo que se fecha pela bobina;
- b) o fluxo de dispersão na região do entreferro não se distribui simetricamente relativamente ao eixo axial do solenóide, sendo maior do lado de fora. Relativamente ao centro do entreferro a distribuição de fluxo não é simétrica, sendo mais pronunciada no lado superior do que no lado inferior.



Fig. 3.46 - Densidade de fluxo dos caminhos definidos na região da folga



Fig. 3.47 – Mapa de cores da densidade de fluxo na região da folga

Analisando os resultados obtidos, podemos concluir que, para a folga:

- a) a distribuição do fluxo de dispersão apresenta uma simetria em relação ao caminho principal do fluxo;
- b) como o espaço da folga é suficientemente pequeno, a distribuição do fluxo é muito mais uniforme no troço do caminho principal do que no caso do entreferro.

# Execução de um lote de simulações

A realização repetitiva de tarefas pode no FLUX2D ser executada através de ficheiros de lote que contêm os comandos a serem executados. A simulação de um conjunto de posições estacionárias do solenóide é feita recorrendo-se a essa funcionalidade. Para o efeito são utilizados ficheiros de comandos que contêm o lote de tarefas a realizar no decorrer das simulações.

Após o processamento dos dados resultantes do lote de simulações, é possível construir um conjunto de representações gráficas que permitem avaliar a evolução de grandezas como o fluxo ligado, a indutância, a energia, a co-energia, e a força que o solenóide desenvolve em função do comprimento do entreferro, para diferentes correntes de excitação da bobina.

Como seria de esperar, o fluxo magnético ligado aumenta para uma corrente de excitação constante à medida que o comprimento do entreferro se reduz (Fig. 3.48). Este aumento do fluxo vai provocar a saturação do circuito magnético, podendo o efeito da saturação ser observado na representação do fluxo produzido em função da corrente de excitação para diferentes comprimentos do entreferro (Fig. 3.49).



Fig. 3.48 – Fluxo ligado [Wb.esp] do solenóide versus comprimento do entreferro [mm] para diferentes valores de corrente de excitação



Fig. 3.49 – Fluxo ligado [Wb.esp] do solenóide versus corrente de excitação da bobina [A] para diferentes posições do êmbolo

O valor da indutância do solenóide (Fig. 3.50) varia de uma forma mais significativa para comprimentos do entreferro reduzidos. Quando o valor do entreferro é elevado, não se verifica uma grande variação deste parâmetro com a corrente, já que o sistema se encontra num regime de funcionamento não saturado.



Fig. 3.50 – Indutância [H] do solenóide versus comprimento do entreferro [mm para diferentes valores de corrente de excitação

Como se pode observar, a energia no solenóide (Fig. 3.51), para uma corrente de excitação constante, vai aumentando com a diminuição do comprimento do entreferro. Este facto está de acordo com o andamento dos resultados da simulação analítica.



Fig. 3.51 – Energia [J] do solenóide versus comprimento do entreferro [mm] para diferentes valores de corrente de excitação

As curvas da co-energia (Fig. 3.52) seguem o andamento das curvas da energia, com uma diferença significativa na proximidade do funcionamento em regime de saturação. Por isso, verifica-se, nas curvas relativas às correntes de excitação mais elevadas, uma diminuição na taxa de aumento do valor da co-energia.



Fig. 3.52 – Co-energia [J] do solenóide versus comprimento do entreferro [mm] para diferentes valores de corrente de excitação

A força produzida pelo solenóide (Fig. 3.53), quando a corrente de excitação é constante, aumenta com a diminuição do comprimento do entreferro. O valor da força é negativo, porque se consideram os sentidos dos eixos do modelo. De observar que o incremento da força é menor para incrementos idênticos das correntes de excitação.



Fig. 3.53 – Força [N] produzida pelo solenóide versus comprimento do entreferro [mm] para diferentes valores de corrente de excitação

# 3.5 Modelização por Tubos de Fluxo

O caso de estudo do solenóide é agora analisado com a aplicação da teoria dos tubos de fluxo. O modelo assim construído começa por ser uma versão simplificada já que, numa primeira aproximação, apenas se considera o fluxo no circuito magnético principal, ignorando o fluxo de dispersão. O modelo de tubos de fluxo simplificado é posteriormente completado com os caminhos de fluxo de dispersão identificados na análise por elementos finitos. O fluxo passa agora a ter caminhos alternativos nas regiões do entreferro e da folga, considerando-se ainda os caminhos de fluxo de dispersão que se fecham apenas por algumas espiras da bobina. Em ambos os modelos são tidos em conta os efeitos da saturação do circuito magnético usando uma curva de magnetização B(H) idêntica à usada na análise por elementos finitos. O objectivo destas modificações é o de avaliar o desempenho da análise quando se inclui no modelo o fluxo de dispersão. Os resultados obtidos são apresentados para situações de funcionamento do solenóide, idênticas às da análise por elementos finitos.

#### Construção dos Modelos Numéricos

A teoria dos tubos de fluxo é usada na construção de modelos numéricos que permitem efectuar simulações do comportamento do solenóide para as posições e correntes de excitação desejadas. Neste método, o fluxo é determinado recorrendo ao conhecimento da relutância magnética dos percursos que compõem os vários caminhos do fluxo. A Fig. 3.54 apresenta os vários caminhos, com as relutâncias associadas, que o fluxo descreve quando a bobina do solenóide é percorrida por uma corrente de excitação e o êmbolo se encontra na posição x. A Fig. 3.54a) esquematiza o modelo simplificado, em que apenas se considera o caminho principal composto pelas relutâncias  $\mathcal{R}_{topo}$ ,  $\mathcal{R}_{g}$ ,  $\mathcal{R}_{embolo}$ ,  $\mathcal{R}_{x}$ ,  $\mathcal{R}_{base}$ ,  $\mathcal{R}_{carcaça}$ . Por seu lado, a Fig. 3.54b) inclui, para além do caminho principal do fluxo, os vários caminhos tomados pelo fluxo de dispersão. Assim, para além do fluxo de dispersão, que circula pelas relutâncias de dispersão  $\mathcal{R}_{disp1}$  e  $\mathcal{R}_{disp2}$  na região da folga, e pelas relutâncias de dispersão  $\mathcal{R}_{disp3}$  e  $\mathcal{R}_{disp4}$  na região do entreferro, é também considerado o fluxo de dispersão que não se fecha pela totalidade das espiras da bobina, e que circula pelas relutâncias de dispersão  $\mathcal{R}_{f1}$ ,  $\mathcal{R}_{f2}$  e  $\mathcal{R}_{f3}$ .



Fig. 3.54 - Modelo do solenóide usando tubos de fluxo: a) sem dispersão, b) com dispersão

A força magnetomotriz aplicada ao modelo, em condições específicas de excitação e posição do êmbolo, é expressa pela equação (3.41), onde  $\mathfrak{F}$  representa a força magnetomotriz total produzida quando a corrente de excitação *i* percorre as *N* espiras da bobina,  $\mathfrak{F}_x$  representa a força magnetomotriz no entreferro,  $\mathfrak{F}_g$  representa a força magnetomotriz no entreferro,  $\mathfrak{F}_g$  representa a força percurso\_magnético representa a força magnetomotriz nos percursos magnéticos do circuito e, finalmente,  $\mathfrak{F}_{bobina}$  representa a força magnetomotriz originada pelo fluxo que não se fecha pela totalidade das espiras das bobinas.

$$\mathfrak{F} = Ni = \mathfrak{F}_{x} + \mathfrak{F}_{g} + \mathfrak{F}_{\text{percurso}\_magnético} + \mathfrak{F}_{\text{bobina}} \,. \tag{3.41}$$

A FMM total produzida pela bobina do solenóide é igual à soma das várias forças magnetomotrizes nos diferentes troços do circuito magnético. É por isso necessário conhecer a intensidade do campo H e o comprimento do caminho l de uma secção recta

que cumpre os requisitos estabelecidos para que possa ser considerada um tubo de fluxo. Este conceito é expresso do seguinte modo

$$\mathfrak{F} = Ni = \sum H_x x + \sum H_g g + \sum H_{\text{percurso}\_magnético} l_{\text{percurso}\_magnético} + \sum H_{\text{bobina}} l_{\text{bobina}}$$
(3.42)

A determinação das relutâncias dos troços dos percursos magnéticos é feita tendo por base os pressupostos seguintes:

- o fluxo possui uma distribuição uniforme na secção recta dos caminhos;
- o fluxo entra e sai perpendicularmente às superfícies que definem os volumes;
- os efeitos de histerese são ignorados;
- nas secções do percurso magnético pertencentes ao aço, entreferro, e folga, as linhas de fluxo são perpendiculares;
- as secções da base e do topo do solenóide são tratadas de forma especial;
- o fluxo de dispersão distribui-se em linhas de fluxo concêntricas.

Na secção *k* do percurso magnético do solenóide, quando a posição do êmbolo é definida por *x*, e *i* é a corrente de excitação, a densidade de fluxo  $B_k(i,x)$  é dada por

$$B_k(i,x) = \frac{\varphi(i,x)}{A_k}.$$
(3.43)

Para tal, considera-se que o fluxo  $\varphi$  é o fluxo que percorre a secção recta *k* com uma área  $A_k$ . Relacionando a densidade de fluxo na secção cujo material se caracteriza através da curva B(H) com um método de interpolação, é possível determinar o valor da intensidade do campo  $H_k$ . A parcela da força magnetomotriz relativa ao circuito magnético é fornecida por

$$\sum H_{\text{percurso\_magnético}} l_{\text{percurso\_magnético}} = \sum H_k l_k \,. \tag{3.44}$$

No entreferro e na folga, a densidade de fluxo é expressa através da relutância do volume estabelecido pela geometria da secção. Para isso, e partindo do valor do fluxo, basta conhecer a relutância associada com o volume definido pela secção *k*.

$$\varphi = \frac{\mathfrak{F}_k}{\mathfrak{R}_k} = \frac{H_k l_k}{\mathfrak{R}_k} = \frac{B_k}{\mu_0} \frac{l_k}{\mathfrak{R}_k}.$$
(3.45)

A densidade de fluxo na secção k pode ser expressa por

$$B_k = \varphi \mathfrak{R}_k \frac{\mu_0}{l_k}.$$
 (3.46)

O conhecimento da força magnetomotriz na secção do entreferro ou da folga (sendo o material do meio o ar) passa pela avaliação de

$$\sum H_x x = \Re_x \varphi, \qquad (3.47)$$

e de

$$\sum H_{g}g = \Re_{g}\varphi, \qquad (3.48)$$

Como o fluxo  $\varphi$  é desconhecido, utiliza-se um processo iterativo de busca do valor do fluxo, para que se satisfaça a equação do circuito magnético (3.42).

# Tubos de Fluxo Utilizados na Modelização do Solenóide

Com base nos caminhos de fluxo introduzidos em [1] é possível decompor a distribuição do fluxo na região do entreferro e da folga. As dimensões usadas na definição paramétrica dos tubos de fluxo seguintes são representadas na Fig. 3.16.

#### Tubo de fluxo cilíndrico da folga

O fluxo principal percorre o caminho da folga no topo do solenóide através um percurso com a direcção  $S_1$ - $S_2$  definido geometricamente na Fig. 3.55. A sua distribuição possui uma configuração radial ao longo do percurso de altura *l* e comprimento *g*.



Fig. 3.55 - Tubo de fluxo cilíndrico da folga: a) volume, b) configuração

A geometria do tubo de fluxo  $\Re_g$  não varia com o funcionamento do solenóide, sendo determinada por

$$\mathfrak{R}_{g} = \frac{1}{\mu_{0}} \frac{g}{2\pi \left(r_{2} + \frac{g}{2}\right)l}.$$
(3.49)

#### Tubo de fluxo de dispersão na folga $\mathcal{R}_{disp1}$ e $\mathcal{R}_{disp2}$

Na proximidade da região da folga é considerada a existência de um fluxo de dispersão com dois caminhos paralelos idênticos, de geometria fixa e direcção  $S_1$ - $S_2$  representada na Fig. 3.56. Como a espessura g da folga é, comparativamente com  $r_2$ , muito pequena, o tubo de fluxo pode ser considerado como tratando-se de <sup>1</sup>/<sub>4</sub> de cilindro enrolado em torno do êmbolo.

As permeâncias  $\mathcal{P}_{disp1}$  e  $\mathcal{P}_{disp2}$ , correspondentes às relutâncias  $\mathcal{P}_{disp1}$  e  $\mathcal{R}_{disp2}$  definidas anteriormente, são determinadas através da expressão

$$\mathfrak{P}_{disp1} = \mathfrak{P}_{disp2} = 3, 3\mu_0 \left( r_2 + \frac{g}{2} \right).$$
(3.50)



Fig. 3.56 - Tubo de fluxo de dispersão na folga: a) volume, b) configuração

### Tubo de fluxo cilíndrico do entreferro

O tubo de fluxo nesta região é percorrido pelo fluxo principal na direcção  $S_1$ - $S_2$ . A espessura x do disco varia em função da posição do êmbolo. De salientar que a relutância  $\Re_x$  deste volume é definida em função da posição x do êmbolo através de

$$\Re_{x} = \frac{1}{\mu_{0}} \frac{x}{\pi \left(r_{2}^{2} - r_{1}^{2}\right)}.$$
(3.51)  
Direcção do fluxo  
Eixo de simetria

b)

Fig. 3.57 – Tubo de fluxo cilíndrico do entreferro: a) volume, b) configuração

#### Tubo de fluxo de dispersão no entreferro $\mathcal{R}_{disp3}$

a)

 $S_2$ 

Na região do entreferro considera-se um volume de dispersão exterior ao volume definido pela relutância  $\Re_x$ . A permeância  $\Re_{disp3}$  do volume da Fig. 3.58 é função do comprimento *x* do entreferro.



Fig. 3.58 - Tubo de fluxo cilíndrico do entreferro: a) volume, b) configuração

Este caminho é considerado como sendo <sup>1</sup>/<sub>2</sub> de um cilindro enrolado em torno da região do entreferro, sendo que a permeância é dada por

$$\mathfrak{P}_{disp3} = 1,63\mu_0 \left( r_2 + \frac{x}{4} \right).$$
 (3.52)

## Tubo de fluxo de dispersão no entreferro $\mathfrak{R}_{disp4}$

Na região do entreferro regista-se também um fluxo de dispersão interior. O tubo de fluxo possui a configuração do volume representado na Fig. 3.59, a que corresponde a permeância  $\mathfrak{P}_{disp4}$ . Considera-se assim o caminho como se tratando de <sup>1</sup>/<sub>2</sub> de cilindro enrolado em torno da região do entreferro a que corresponde a permeância



b)

Fig. 3.59 – Tubo de fluxo cilíndrico do entreferro: a) volume, b) configuração

# Tubos de fluxo de dispersão na bobina $\mathcal{R}_{f1}, \mathcal{R}_{f2}, \mathcal{R}_{f3}$

a)

O fluxo que se fecha apenas por algumas das espiras da bobina percorre as relutâncias  $\Re_{f1}$ ,  $\Re_{f2}$ ,  $\Re_{f3}$  do circuito magnético equivalente. A determinação destas grandezas é feita considerando que o fluxo atravessa lateralmente, na direcção  $S_2$ - $S_1$ , o cilindro oco que ocupa o espaço existente entre o êmbolo e a carcaça, e que acomoda a

bobina. Considera-se que este volume é dividido em três componentes, cuja soma das alturas h' iguala a altura total h do volume interior do solenóide (80 [mm]) e que se representa na Fig. 3.60. A decomposição é feita considerando que  $\Re_{f1}$  e  $\Re_{f2}$  possuem alturas iguais de 30 [mm], enquanto que a altura h' de  $\Re_{f3}$  é menor e possui um valor de apenas 20 [mm].

$$\mathfrak{R}_{f1} = \mathfrak{R}_{f2} = \mathfrak{R}_{f3} = \frac{1}{2\pi\mu_0} \frac{\ln\left[\frac{r_3}{r_2}\right]}{h'}.$$
 (3.54)



Fig. 3.60 - Tubo de fluxo de dispersão na bobina: a) volume, b) configuração

## Volume circular definido por camadas

Como já foi afirmado anteriormente, a relutância da base  $\Re_{\text{base}}$  e a relutância do topo  $\Re_{\text{topo}}$  do modelo requerem tratamento especial, representando a Fig. 3.61 uma secção da camada de espessura  $\delta$  pertencente ao volume da base ou do topo. Neste tipo de volume, o fluxo tem um sentido radial e é perpendicular às superfícies  $S_1$  e  $S_2$ .

A relutância  $\mathcal{R}_{\delta}$  do elemento de raio *r*, qualquer que ele seja, é expressa pela equação (3.55), desde que a espessura  $\delta$  seja suficientemente reduzida para que se possa considerar a densidade de fluxo constante no seu interior.

$$\mathfrak{R}_{\partial} = \frac{1}{\mu_{\partial}} \frac{\partial}{2\pi l r}.$$
(3.55)

O valor da permeabilidade magnética  $\mu_{\delta}$ é função da densidade de fluxo no elemento. A divisão do volume em *int* camadas equivalentes resulta numa espessura  $\delta$  de cada camada dada por

$$\partial = \frac{r_a - r_b}{int}.$$
 (3.56)

Assim, o elemento de ordem *j* está sujeito a uma densidade de fluxo  $B_j$  quando todo o volume é percorrido pelo fluxo  $\varphi$ ,

$$B_j = \frac{\varphi}{2\pi l \left(r_a + j\partial\right)}.$$
(3.57)

A curva de magnetização B(H) do material é utilizada para determinar a intensidade do campo magnético  $H_j$  a que a camada j está sujeita. A permeabilidade magnética do material nessa camarada será dada por

$$\mu_j = \frac{B_j}{H_j}.$$
 (3.58)

Estes resultados podem ser usados na determinação da relutância do volume cilíndrico  $\mathcal{R}_j$  através da expressão

$$\Re_{j} = \frac{1}{\mu_{j}} \frac{\partial}{2\pi l \left( (r_{a} + j\partial) - \frac{\partial}{2} \right)}.$$
(3.59)

A relutância do material sujeito ao fluxo  $\varphi$  será

$$\Re = \sum_{j=0}^{\text{int-l}} \frac{1}{\mu_j} \frac{\partial}{2\pi l \left( (r_a + j\partial) - \frac{\partial}{2} \right)}.$$
(3.60)



Fig. 3.61 - Camada de volume da base ou do topo

# Computação Numérica dos Resultados

A resolução dos modelos construídos com base nos tubos de fluxo requer a construção dos respectivos modelos numéricos. Em seguida são introduzidas as bases de análise numérica utilizadas no desenvolvimento do programa de computação numérica que os resolve [10]. Foram desenvolvidos os seguintes procedimentos:

(1) intersecção de uma função, definida por pontos em (x,y,z), por um plano perpendicular aos eixos, com a possibilidade de realizar a interpolação a fim de aumentar o número de pontos disponíveis; (2) derivação de uma função, definida por pontos em (x,y,z), relativamente a uma das direcções; (3) derivação num ponto de uma função, definida por pontos em (x,y,z); (4) integração de uma curva pertencente a uma função, definida por pontos em (x,y,z); (5) integração numa direcção de uma função, definida por pontos em (x,y,z); (5) integração numa direcção de uma função,

### Intersecção de uma função (x,y,z) por um plano perpendicular aos eixos x ou y

A intersecção de uma função, definida por pontos em (x,y,z), por um plano vertical x ou y resulta numa curva. A distância do plano vertical ao plano paralelo ao eixo deve ser escolhida dentro do domínio definido para a função. A curva resultante dessa intersecção tem início no limite superior e fim no limite inferior, estabelecidos pelo utilizador, e também eles definidos dentro do domínio de definição da função. É possível aumentar o número de pontos da curva resultante através de um dos métodos de integração disponibilizados pelo Matlab: *nearest neighbour, bilinear, bicubic, spline*.

# Derivação de uma função (x,y,z) num ponto segundo os eixo x ou y

A derivada num ponto de uma função, definida por pontos em (x,y,z), pode ser realizada usando a formulação de diferenças finitas ascendentes, descendentes e centradas. Os dois primeiros métodos usam o próprio ponto no cálculo da diferença onde se deseja determinar a derivada e um ponto à frente ou atrás, respectivamente, enquanto que o último método usa dois pontos vizinhos do ponto. A nomenclatura  $O(h^{n+1})$  é usada para designar o grau de precisão dos resultados, e significa que o erro é proporcional ao passo h da função elevado à potência (n+1). Os dois primeiros métodos apresentados são da ordem O(h) enquanto que o último é de ordem  $O(h^2)$ .

O nível de precisão alcançado é função do número de termos da série de Taylor usados na definição dos métodos. Métodos mais precisos podem ser alcançados utilizando mais termos. Usando uma representação de ordem  $O(h^4)$  é possível obter a expressão (3.61) para a primeira derivada

$$f'(x_i) = \frac{-f(x_{i+2}) + 8f(x_{i+1}) - 8f(x_{i-1}) + f(x_{i-2})}{12h}.$$
(3.61)

Existem então duas formas de melhorar o resultado: (1) diminuir o passo h, ou (2) usar uma formulação de ordem superior com mais pontos. Existe uma alternativa, que passa pela extrapolação de Richardson. Nela, duas estimativas da derivada são usadas para determinar uma terceira mais correcta. A extrapolação será

$$D \approx D(h_2) + \frac{1}{\left(\frac{h_1}{h_2}\right)^2 - 1} \left[D(h_2) - D(h_1)\right],$$
(3.62)

onde  $D(h_1)$  e  $D(h_2)$  são estimativas da derivada com passos  $h_1$  e  $h_2$ , respectivamente. Para o efeito de computação numérica é usual fazer-se  $h_2 = h_1/2$  o que resulta em

$$D \approx \frac{4}{3}D(h_2) - \frac{1}{3}D(h_1)$$
. (3.63)

A concretização desta metodologia de derivação é conseguida realizando a interpolação da função, com o passo configurado tal como definido anteriormente. Duas aproximações da derivada são calculadas usando a expressão (3.62). Uma terceira aproximação, mais exacta, é obtida aplicando o método (3.63).

#### Derivação de uma função (x,y,z) segundo os eixos x ou y

A derivação de uma função, definida por pontos em (x,y,z), é realizada na direcção dos eixos x ou y recorrendo à derivada da função, em cada ponto onde se encontre definida, tal como foi estabelecido anteriormente. Desta forma é possível obter uma função, também ela definida por pontos em (x,y,z), e que corresponde à derivada da função inicial.

# Integração de uma função definida no intervalo [a,b] segundo os eixo x ou y

Os métodos de integração mais comuns pertencem à família de fórmulas Newton--Cote. O método seguido consiste em substituir uma função de complexidade elevada, ou definida por pontos, por uma função aproximada de fácil integração. A função aproximada é normalmente da forma polinomial. Várias formulações do método Newton-Cote estão disponíveis, podendo ser classificadas de abertas ou fechadas, caso incluam, ou não, pontos conhecidos nos limites de integração. Duas soluções são abordadas: (1) a regra trapezoidal, e (2) a regra de Simpson com 3 pontos.

A forma trapezoidal é a primeira das fórmulas Newton-Cotes de integração fechada, correspondendo ao caso onde o polinómio é de 1ª ordem

$$I = \int_{a}^{b} f(x) dx = \int_{a}^{b} f_{1}(x) dx,$$
 (3.64)

em que  $f_I(x)$  é dada por

$$f_1(x) = f(x) + \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(x - a),$$
(3.65)

sendo a área abaixo desta recta uma estimativa do integral de f(x) no intervalo [a,b].

O resultado da integração é

$$I \approx (b-a)\frac{f(a)+f(b)}{2}, \qquad (3.66)$$

em que o erro da aproximação é dado por

$$E = -\frac{1}{2} f''(\xi)(b-a)^3.$$
 (3.67)

onde  $\xi$  se situa no interior do intervalo [*a*,*b*].

Para que o erro seja diminuído, o intervalo pode ser subdividido em vários subintervalos, nos quais se aplica, em seguida, a regra trapezoidal. Os sucessivos resultados são adicionados para determinar o valor final do integral composto.

O intervalo [a,b] é dividido em *n* segmentos, de comprimento igual, definidos pelos pontos  $(x_0, x_1, x_2,..., x_n)$ , o que resulta em segmentos de comprimento h = (b-a)/n. Se *a* e *b* forem designados por  $x_0$  e  $x_n$ , respectivamente, o integral total é representado como

$$I = \int_{x_0}^{x_1} f(x) dx + \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx + \dots + \int_{x_{n-1}}^{x_n} f(x) dx .$$
(3.68)

Efectuando a substituição da regra trapezoidal para cada um dos segmentos, resulta que a integração vem dada por

$$I \approx h \frac{f(x_0) + f(x_1)}{2} + h \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2} + \dots + h \frac{f(x_{n-1}) + f(x_n)}{2}.$$
(3.69)

Agrupando os vários termos tem-se

$$I \approx (b-a) \frac{f(x_0) + \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(x_n)}{2n}.$$
 (3.70)

O erro desta metodologia de integração pode ser obtido somando os erros individuais de cada segmento

$$E = -\frac{(b-a)^3}{12n^3} \sum_{i=1}^n f''(\xi_i) \,.$$
(3.71)

onde  $f''(\xi_i)$  é a segunda derivada do ponto  $\xi_i$  localizado no segmento interior *i*. Se o valor da segunda derivada for estimado para o intervalo inteiro, vem que

$$\overline{f}'' \approx \frac{\sum_{i=1}^{n} f''(\xi_i)}{n} \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n} f''(\xi_i) \approx n\overline{f}''.$$
(3.72)

Fazendo as respectivas substituições, o erro da integração resulta igual a

$$E = -\frac{(b-a)^3}{12n^2} \bar{f}''.$$
 (3.73)

Podemos concluir que, se o número de intervalos duplicar, o erro diminuirá para um quarto.

Uma forma de melhorar o resultado da integração é usar polinómios de ordem superior para ligar os pontos. A aplicação destes polinómios permite desenvolver a regra de Simpson de 3 pontos. Esta regra é a segunda forma fechada de Newton-Cotes que utiliza uma interpolação de segunda ordem. Se o intervalo a considerar for  $[x_0, x_2]$ , e o polinómio for representado por um polinómio de Lagrange de segunda ordem, virá o integral dado por

$$I \approx \int_{x_0}^{x_2} \left[ \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)} f(x_0) + \frac{(x - x_0)(x - x_2)}{(x_1 - x_0)(x_1 - x_2)} f(x_1) + \frac{(x - x_0)(x - x_1)}{(x_2 - x_0)(x_2 - x_1)} f(x_2) \right] dx$$
(3.74)

sendo, nesta equação, h = (b-a)/2, onde  $x_0 = a$ ,  $x_2 = b$ , e onde  $x_1$  é um ponto equidistante de *a* e de *b*.

O erro introduzido pela utilização da expressão (3.74) é dado por

$$E = -\frac{1}{90}h^5 f^{(4)}(\xi) \Leftrightarrow E = -\frac{(b-a)^5}{2880}f^{(4)}(\xi).$$
(3.75)

A equivalência anterior pode ser introduzida se se fizer h = (b-a)/2, estando o ponto  $\xi$  situado algures no intervalo [a,b].

Tal como a regra trapezoidal, também a regra de Simpson de 3 pontos pode ser aplicada a uma divisão do intervalo [a,b] em intervalos de comprimento igual dado por h = (b-a)/n. O resultado total da integração do intervalo será então

$$\Im \approx 2h \frac{f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_2)}{6} + 2h \frac{f(x_2) + 4f(x_3) + f(x_4)}{6} + \dots + 2h \frac{f(x_{n-2}) + 4f(x_{n-1}) + f(x_n)}{6}$$
(3.76)

Uma estimativa do erro da aplicação da regra de Simpson a segmentos sucessivos é obtida somando a contribuição para o erro de cada um dos segmentos. Para isso, é utilizado o valor médio da derivada de quarta ordem da função

$$\mathfrak{E} = -\frac{(b-a)^5}{180n^4} \,\overline{f}^{(4)} \,. \tag{3.77}$$

### Integração de um mapa

A integração de uma função definida por pontos em (x,y,z), segundo o eixo x ou o

eixo y, pode ser conseguida por meio de sucessivas intersecções, das quais resultam curvas dentro do limite onde a função está definida. A estas curvas é sucessivamente aplicado o algoritmo de integração da curva [a,b]. O limite de integração tem início no ponto a, e o valor determinado até ao intervalo  $x_1$ , e após este procedimento, o valor do integral é novamente determinado até  $x_2$ , e assim sucessivamente.

# Processamento dos resultados

A determinação de grandezas características do dispositivo é conseguida partindo do conhecimento do seu mapa de fluxo. Recorrendo aos procedimentos computacionais apresentados, são determinadas a força de atracção produzida, a energia, a co-energia, e a indutância, em função da posição do êmbolo e da corrente na bobina.

Partindo do conhecimento do mapa de fluxo do dispositivo, e integrando no sentido da posição x, é possível obter o correspondente mapa de co-energia do dispositivo. Usando estes resultados, e aplicando a relação

$$W_{cmp} = i\lambda - W'_{cmp}, \qquad (3.78)$$

é possível determinar o mapa da energia do sistema. Por seu lado, a determinação da força é conseguida através da derivação da co-energia em ordem à posição x.

# Efeitos da Saturação Ignorando o Fluxo de Dispersão

A simulação estática do solenóide, usando a teoria dos tubos de fluxo, baseia-se na construção de um modelo numérico do dispositivo que fornece o fluxo magnético ligado, a energia, a co-energia, a força produzida, e a indutância para qualquer posição do êmbolo e do valor da corrente de excitação. O circuito equivalente do dispositivo é composto por uma série k de troços de área  $A_{core_k}$  e comprimento  $L_{core_k}$ . A esta série de troços do caminho magnético está associada também uma série j de entreferros de relutâncias. Em todo o processo de simulação é usada a curva de magnetização B(H) para que os efeitos da saturação sejam tidos em consideração.

O procedimento de cálculo tem início com a definição da curva de magnetização B(H) característica do material magnético. É também definido o valor de erro E permitido no processo iterativo, o número máximo de iterações *it*, e o número de espiras N. Para além disso, é definido o intervalo, delimitado por dois valores de fluxo  $FI_a$  e  $FI_b$ , dentro do qual se deve encontrar o valor do fluxo a estimar. No início do processo iterativo de resolução do problema, o valor máximo do fluxo  $FI_a$  é estimado aplicando o modelo analítico. O valor mínimo do fluxo  $FI_b$  é considerado nulo.

O processo iterativo começa por procurar o valor estimado do fluxo como sendo o valor médio do intervalo. A relutância de cada troço do percurso magnético é determinada como se explicou anteriormente, ou seja, para o troço k é estimada a densidade de fluxo  $B_k$  e, usando a curva de magnetização B(H), o respectivo valor de

 $H_k$ . Este procedimento permite levar em linha de conta os efeitos da saturação. Em seguida, são determinados os valores das relutâncias da base e do topo pelo procedimento também descrito anteriormente. Usando todos os dados obtidos na iteração corrente, é possível estimar qual a FMM  $F_total$  necessária para manter o valor do fluxo estimado na iteração. O resultado é comparado com o valor real da FMM dado por *NI*. Com base nestes dois valores, o erro  $F_erro$  é determinado. Esta informação possibilita saber em que direcção o valor estimado do fluxo *FI* deve ser deslocado, fazendo-se o valor máximo ou mínimo do fluxo coincidente com o valor estimado. Caso o número limite de iterações seja atingido, sem que se verifique o valor desejado para o erro do fluxo estimado *FI*, o processo de simulação é interrompido. O procedimento de cálculo encontra-se resumido no fluxograma da Fig. 3.62.



Fig. 3.62 - Fluxograma do modelo, considerando a saturação e ignorando o fluxo de dispersão

Este procedimento de cálculo é aplicado a sucessivas configurações da corrente de excitação e da posição do êmbolo. Para se ultrapassar o problema de estabelecer qual o valor da constante de integração a utilizar, é utilizado um ponto de funcionamento de corrente nula, o que equivale a ter-se um fluxo nulo, e por isso um valor da co-energia também nulo.

Ao mapa de fluxo ligado obtido (Fig. 3.63 e Fig. 3.64), para cada uma das posições do êmbolo e dos valores da corrente de excitação, é possível aplicar os resultados anteriores para determinar a indutância (Fig. 3.65), a energia (Fig. 3.66), a co-energia (Fig. 3.67), e a força de atracção produzida (Fig. 3.68).



Fig. 3.63 – Fluxo ligado [Wb.esp] do solenóide versus comprimento do entreferro [mm] para diferentes correntes de excitação



Fig. 3.64 – Fluxo ligado [Wb.esp] do solenóide versus corrente de excitação da bobina [A] para diferentes posições



Fig. 3.65 – Indutância [H] do solenóide versus comprimento do entreferro [mm] para diferentes correntes de excitação



Fig. 3.66 – Energia [J] do solenóide versus comprimento do entreferro [mm] para diferentes correntes de excitação



Fig. 3.67 – Co-energia [J] do solenóide versus comprimento do entreferro [mm] para diferentes correntes de excitação



Fig. 3.68 – Força [N] produzida pelo solenóide versus comprimento do entreferro [mm] para diferentes correntes de excitação

# Efeitos da Saturação Considerando o Fluxo de Dispersão

Até ao momento, apenas foi considerado o percurso magnético principal sem que houvesse qualquer fluxo de dispersão. No entanto, para aproximar ainda mais o modelo da realidade, os percursos percorridos pelo fluxo de dispersão no entreferro, na folga, e na bobina são incluídos na análise. Os formatos dos tubos de fluxo nessas posições, já identificados através da análise por elementos finitos, possuem as relutâncias determinadas anteriormente.

A determinação do fluxo que percorre o dispositivo para uma dada configuração, definida pela posição x do êmbolo e pela corrente i de excitação, quando se considera o fluxo de dispersão, é feita segundo o algoritmo descrito na Fig. 3.69. A curva de magnetização B(H) é carregada para a memória no início do procedimento numérico, para que os efeitos da saturação do material sejam tidos em consideração.

Com base na informação da geometria do solenóide é possível determinar a relutância dos volumes da folga e do entreferro, tal como foi estabelecido anteriormente. Os troços do percurso magnético do fluxo no material ferromagnético são caracterizados pelo comprimento  $l_k$  e pela secção média  $S_k$ . No processo iterativo de resolução do problema, a densidade de fluxo  $B_k$  é determinada para cada um dos troços k do percurso magnético. Usando esta informação é possível estimar, em conjunto com a curva de magnetização B(H), a intensidade do campo  $H_k$  no troço em questão. A força magnetomotriz é então determinada multiplicando  $H_k$  por  $l_k$ .

A modelização do problema é feita recorrendo a um sistema de quatro equações não lineares (3.79). Recordemos que a curva B(H) introduz essa característica. Agora a relutância da folga  $\Re_g$  é composta pela associação paralela das três relutâncias  $\Re_g$ ,  $\Re_{disp1}$  e  $\Re_{disp2}$ . O mesmo acontece com a relutância do entreferro  $\Re_x$  que agora considera o efeito da associação paralela das três relutâncias  $\Re_x$ ,  $\Re_{disp3}$  e  $\Re_{disp4}$ .

$$\begin{cases} \mathfrak{R}_{\text{topo}} f_{1} + \mathfrak{R}_{\text{folga}} f_{1} + H_{2}l_{2} + \mathfrak{R}_{f1} (f_{1} - f_{2}) + H_{10}L_{10} - 0.2599NI = 0 \\ H_{3}l_{3} + \mathfrak{R}_{f2} (f_{2} - f_{3}) + H_{9}L_{9} + \mathfrak{R}_{f1} (f_{2} - f_{1}) - 0.2599NI = 0 \\ H_{4}l_{4} + \mathfrak{R}_{x}f_{3} + \mathfrak{R}_{f3} (f_{3} - f_{4}) + H_{8}l_{8} + \mathfrak{R}_{f2} (f_{3} - f_{2}) - 0.2599NI = 0 \\ H_{5}l_{5} + \mathfrak{R}_{base}f_{4} + H_{7}l_{7} + \mathfrak{R}_{f3} (f_{4} - f_{3}) - 0.2202NI = 0 \end{cases}$$
(3.79)

O fluxo é determinado tendo em consideração a percentagem de espiras da bobina atravessadas por cada um dos fluxos de dispersão, e dado por

(3.80)



#### Fig. 3.69 - Fluxograma do modelo considerando a saturação e o fluxo de dispersão

O método de Gauss-Newton permite resolver o sistema de equações não lineares partindo do vector estimativa inicial  $f^0 = [f_1, f_2, f_3, f_4]$ . O vector solução será o que minimiza a soma S(f) das *m* funções  $P_1, ..., P_m$  que descrevem o modelo e são função dos parâmetros  $f_1, \ldots, f_n$ , tal que  $m \ge n$ 

$$S(f) = \sum_{i=1}^{m} \left( P_i(f) \right)^2.$$
 (3.81)

A solução deste problema é obtida iterativamente partindo do vector inicial  $f^0$ , e onde sucessivas aproximações ao resultado final podem ser obtidas usando a relação

$$f^{k+1} = f^{k} - \left[J_{P}(f^{k})^{T} J_{P}(f^{k})\right]^{-1} J_{P}(f^{k})^{T} P(f^{k}), \qquad (3.82)$$

onde  $J_P(f)$  representa o Jacobiano de P em f.

Em alternativa ao cálculo da matriz inversa pode-se utilizar o seguinte procedimento

$$f^{k+1} = f^k + \delta^k, \qquad (3.83)$$

onde  $\delta^k$  pode ser obtido resolvendo o sistema de equações lineares

$$J_{P}\left(f^{k}\right)^{T}J_{P}\left(f^{k}\right)\delta^{k}=-J_{P}\left(f^{k}\right)^{T}P\left(f^{k}\right).$$
(3.84)

O *software* Matlab disponibiliza a função *fsolve* que resolve um sistema de equações não lineares do tipo F(x) = 0. É usado um vector inicial de fluxo próximo de zero e, através desta função, o vector solução que satisfaz o sistema de equações (3.79) é determinado.

Este problema é resolvido para o conjunto de posições do êmbolo e correntes de excitação da bobina, igual ao das análises anteriores. Os resultados obtidos são apresentados. Ao mapa de fluxo obtido (Fig. 3.70 e Fig. 3.71), para cada uma das posições do êmbolo e da corrente de excitação, é possível aplicar os resultados anteriores para determinar a indutância (Fig. 3.72), a energia (Fig. 3.73), a co-energia (Fig. 3.74), e a força produzida (Fig. 3.75).



Fig. 3.70 – Fluxo ligado [Wb.esp] do solenóide versus comprimento do entreferro [mm] para diferentes correntes de excitação



Fig. 3.71 – Fluxo ligado [Wb.esp] do solenóide versus corrente de excitação da bobina [A] para diferentes posições



Fig. 3.72 – Indutância [H] do solenóide versus comprimento do entreferro [mm] para diferentes correntes de excitação



Fig. 3.73 – Energia [J] do solenóide versus comprimento do entreferro [mm] para diferentes correntes de excitação



Fig. 3.74 – Co-energia [J] do solenóide versus comprimento do entreferro [mm] para diferentes correntes de excitação



Fig. 3.75 – Força produzida pelo solenóide vs comprimento do entreferro [mm] para diferentes correntes de excitação

# 3.6 Simulação Dinâmica do Solenóide

Até ao momento tem sido dada especial atenção à simulação estática do solenóide. Interessa também investigar diferentes abordagens que permitam prever o comportamento dinâmico do dispositivo [11],[12]. Dessas abordagens, devemos destacar o método de análise por elementos finitos como sendo uma metodologia que proporciona, tal como para o caso da simulação estática, bons resultados, tendo, no entanto, como contrapartida as elevadas exigências computacionais.

Uma metodologia diferente é aqui introduzida [13]. Partindo do conhecimento das características estáticas do solenóide como o fluxo, ou a energia, que podem ser adquiridas com a aplicação de qualquer um dos métodos anteriores, é possível implementar uma metodologia de simulação dinâmica que apresenta grandes vantagens computacionais. O método a ser apresentado de seguida permite, independentemente da

complexidade do dispositivo, simular o comportamento dinâmico, com resultados bastante satisfatórios, no que diz respeito à precisão e aos recursos computacionais necessários.

# Simulação Dinâmica usando Elementos Finitos

A simulação dinâmica do problema usando a ferramenta FLUX2D requer que lhe seja associado um circuito eléctrico (Fig. 3.76). Neste caso, o circuito eléctrico é composto por uma fonte de tensão contínua (30V) que alimenta o enrolamento formado pelas 1136 espiras, e com uma resistência de 43 [ $\Omega$ ].



Fig. 3.76 - Circuito eléctrico associado ao modelo de elementos finitos do solenóide

Alterando o modelo de elementos finitos estático, é construído um novo modelo que resolve o problema dinâmico. A geometria e a malha do problema são mantidas, mas agora o problema a analisar é definido como dizendo respeito a um regime transitório magnético, uma vez que ocorre o deslocamento de uma peça ferromagnética (êmbolo) no decorrer do processo de simulação.

São utilizados dois modelos diferentes. Numa primeira abordagem é associado ao modelo um material com uma natureza que permite ignorar as perdas no ferro. O material usado, já descrito anteriormente, é designado por *SteelLan*, sendo a sua principal característica a de não possuir resistência associada, pelo que se permite ignorar o efeito das perdas no ferro. Numa segunda abordagem do problema, o modelo está configurado para incluir os efeitos das perdas no ferro. Desta vez, o material usado, também já descrito anteriormente, é designado por *Steel*, e tem associada a propriedade da resistividade, permitindo levar em consideração as perdas introduzidas pelas correntes de circulação induzidas no material ferromagnético, devidas à variação do fluxo.

A zona da bobina é associada agora ao circuito eléctrico desenhado e representado na Fig. 3.76, sendo estabelecidos os parâmetros que a definem, tais como o número de espiras, a resistência, e o factor de empilhamento. São também atribuídas as características da fonte de tensão, que neste caso se estabeleceu como fornecendo uma tensão contínua.

A zona de deslocamento é descrita como possuindo uma característica idêntica à do vácuo. Agora, é possível associar parâmetros mecânicos à peça móvel tais como a

massa, a velocidade inicial, o coeficiente de atrito, e a força resistente.

As condições fronteira são mantidas idênticas às do problema estático. São impostas condições de Dirichlet nulas ao longo do eixo de simetria da região de infinito e do domínio de estudo. O FLUX2D impõe automaticamente, ao longo das curvas de arco de círculo, que fecham o domínio de estudo e a região de infinito, condições fronteira cíclicas.

Na resolução do problema, o utilizador pode indicar o deslocamento inicial a introduzir. Para além disso, existe a necessidade de indicar os limites inferior e superior dentro dos quais o êmbolo se pode deslocar. Como o problema está associado a um circuito eléctrico, o incremento de tempo é fixo, o que obriga a fragmentar a resolução do problema em várias etapas, caso se deseje alterar este parâmetro. Após a resolução do problema, é possível verificar a evolução das grandezas em jogo.

A variação da corrente no dispositivo está fortemente ligada com a variação da indutância. A equação (3.85) descreve a evolução da corrente num circuito indutivo.

$$v_t = Ri + L\frac{di}{dt}.$$
(3.85)

Tendo em atenção que a indutância do circuito varia com o tempo e com a corrente, temos para uma situação limite  $I_{\infty} = v_t/R$  e  $\tau = L/R$ , onde  $I_{\infty}$  é a corrente em regime estacionário e  $\tau$  é a constante de tempo do sistema. É possível identificar três etapas distintas da evolução do estado do dispositivo, como se descreve de seguida.

A primeira etapa corresponde ao movimento inicial, logo que a tensão é aplicada. Neste período, a corrente varia exponencialmente de forma significativa, enquanto que o valor da indutância permanece praticamente constante e igual ao da posição inicial, correspondente ao momento anterior ao da tensão ter sido aplicada.

A segunda etapa compreende o início e o fim do movimento. Inicialmente, a indutância aumenta ligeiramente, seguindo-se um aumento rápido do seu valor no final do movimento. A força contra electromotriz neste período é de tal forma intensa que produz uma diminuição do valor da corrente.

Finalmente, a terceira etapa tem início após a atracagem do êmbolo. Neste período, a corrente volta a apresentar uma evolução exponencial, mas, desta vez, a constante de tempo é mais elevada, já que o valor da indutância é maior. Nesta etapa, o efeito da saturação começa a fazer-se sentir e o valor do fluxo apresenta uma taxa de crescimento mais reduzida do que a da corrente.

Os resultados obtidos permitem identificar claramente as três etapas descritas anteriormente. De salientar que o facto de se ignorarem as perdas no ferro leva a que a característica da indutância apresente uma variação ligeiramente diferente da obtida quando se consideram as perdas no ferro.

A força (Fig. 3.77) aumenta mais rapidamente quando as perdas são desprezadas, embora ambas as características tendam para o mesmo valor final. O andamento das curvas é muito semelhante, sendo possível identificar que a variação da força é praticamente linear, após o que se segue uma evolução exponencial.



#### Fig. 3.77 – Força [N] versus tempo [seg]

As curvas da evolução da posição do êmbolo (Fig. 3.78) são praticamente semelhantes nas duas situações. É possível verificar que a primeira etapa apresenta a mesma duração. Saliente-se que, no decorrer da segunda etapa, a velocidade é maior no caso da situação em que se desprezam as perdas, já que a força produzida também o é.





A velocidade (Fig. 3.79) atinge um valor maior quando se desprezam as perdas no ferro, sendo este facto facilmente justificável pela maior força a que o êmbolo está sujeito nessa situação.



Fig. 3.79 – Velocidade [m/seg] versus tempo [seg]

Relativamente à corrente (Fig. 3.80), quando são consideradas as perdas não decresce tanto como na situação sem perdas. Verifica-se ainda que o ponto de atracagem do êmbolo ocorre mais tarde. No entanto, nas duas situações tende-se para o mesmo regime de funcionamento estacionário.



Fig. 3.80 – Corrente [A] versus tempo [seg]

Embora a evolução das curvas do fluxo ligado (Fig. 3.81) apresentem semelhanças em ambas as situações, devemos observar que, na situação em que se desprezam as perdas no ferro, o valor para o qual a característica tende é atingido muito mais rapidamente.



#### Fig. 3.81 - Fluxo ligado [Wb.esp] versus tempo [seg]

Como resultado da estabilização mais rápida do valor do fluxo ligado na situação em que se desprezam as perdas no ferro, a indutância (Fig. 3.82) atinge um valor maior, embora os valores finais limite sejam idênticos.



Fig. 3.82 – Indutância [H] versus tempo [seg]

# Simulação Dinâmica usando o Mapa da Co-energia

A modelização dinâmica DMC (*Dynamic Modelling Co-energy Map*) do solenóide é conseguida usando o mapa da co-energia, e com ele construindo um modelo matemático que assenta em duas componentes que descrevem, complementarmente, o processo de conversão da energia eléctrica em energia mecânica. A primeira componente caracteriza a conversão electromagnética de energia, tendo em consideração quer a variação da corrente que percorre a bobina, quer a variação da indutância do sistema com a variação da posição do êmbolo e da corrente ao longo do movimento. A segunda componente descreve o comportamento mecânico do sistema com a evolução da posição do êmbolo.

O método DMC requer um conhecimento específico do processo a simular, resultante da compilação da informação recolhida com a aplicação de qualquer um dos

métodos de análise estática apresentados anteriormente. Com esta informação, o método DMC pode ser utilizado para realizar diferentes simulações do comportamento dinâmico do sistema, sem que haja necessidade de aplicar novamente os métodos de análise estática.



Fig. 3.83 - Mapa da co-energia [J] em função da posição [mm] e da corrente [A]

Aplicando ao mapa da co-energia (Fig. 3.83) os princípios teóricos descritos no Capítulo 2, resumidos pelo conjunto de equações (3.86), em conjunto com os recursos numéricos desenvolvidos previamente, é possível obter o mapa de fluxo ligado  $\lambda(i,x)$  (Fig. 3.84) que percorre o dispositivo electromecânico.

$$\begin{cases} \lambda = \frac{\partial W_{cmp}'(i,x)}{\partial i} \Longrightarrow L = \frac{\lambda}{i} \\ f_{mec} = \frac{\partial W_{cmp}'(i,x)}{\partial x} \end{cases}$$
(3.86)

Nesse sentido, dividindo o fluxo ligado  $\lambda(i,x)$  pela corrente *i* que o gera, obtém-se o mapa da indutância L(i,x), representado na Fig. 3.85.



Fig. 3.84 - Mapa do fluxo ligado [Wb.esp] em função da posição [mm] e da corrente [A]

O mapa da força F(i,x) produzida pelo solenóide (Fig. 3.86), para cada configuração da posição x do êmbolo e da corrente *i*, pode ser obtido através da diferenciação do

mapa da co-energia em ordem à posição *x*. Devemos salientar que os métodos de análise estacionária, apresentados anteriormente, já proporcionam a informação da força produzida em função da corrente na bobina e da posição do êmbolo, sendo possível usar essa informação directamente, em alternativa ao seu cálculo.



Fig. 3.85 - Mapa da indutância [H] em função da posição [mm] e da corrente [A]



Fig. 3.86 - Mapa da força [N] produzida em função da posição [mm] e da corrente [A]

As não linearidades do dispositivo podem ser observadas nos mapas anteriores, sendo visível que a indutância L(i,x) e a força F(i,x) variam não só com a corrente *i* que percorre a bobina, mas também com a posição *x* em que o êmbolo se encontra. Desta forma, é possível observar os efeitos da saturação do material ferromagnético utilizado na construção do solenóide. A utilização destes mapas no processo de simulação dinâmica garante a inclusão dos efeitos das saturações magnéticas no comportamento dinâmico do sistema.

A equação (3.87) descreve o comportamento electromagnético do solenóide, onde R representa a resistência da bobina e  $v_t$  a sua tensão de alimentação

$$v_t = Ri(t) + \frac{dL(i, x)i(t)}{dt}$$
. (3.87)

Dado que a indutância L(i,x) é função da corrente *i* e da posição *x*, ambas funções do tempo *t*, torna-se possível que a diferenciação em ordem a *t* seja realizada, sendo os termos di/dt e dx/dt colocados em evidência, de onde resulta

$$v_{t} = \frac{di}{dt} \left[ L(i,x) + i(t) \frac{\delta L(i,x)}{\delta i} \right] + \frac{dx}{dt} \left[ \frac{\delta L(i,x)}{\delta x} \right] + Ri(t) .$$
(3.88)

Introduzindo uma mudança de variáveis  $\alpha \in \beta$ ,

$$\begin{cases} \alpha = L(i, x) + i \frac{\delta L(i, x)}{\delta i} \\ \beta = i \frac{\delta L(i, x)}{\delta x} \end{cases},$$
(3.89)

ter-se-á

$$v_t = \alpha \ \frac{di}{dt} + \beta \ \frac{dx}{dt} + Ri(t) .$$
(3.90)

O comportamento mecânico do sistema é representado pela equação

$$a = \frac{f_{mec}}{M}, \qquad (3.91)$$

onde *a* representa a aceleração do êmbolo, *M* a sua massa, e  $f_{mec}$  a força produzida pelo solenóide.

Usando as equações (3.87) a (3.91) é possível criar um modelo matemático representativo do comportamento dinâmico do sistema. O modelo proposto é descrito pelo conjunto de equações (3.92), sendo resolvido iterativamente, e onde se introduz a variável *y* correspondente à velocidade do êmbolo

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y \\ \frac{dy}{dt} = \frac{1}{M} f_{mec} \\ \frac{di}{dt} = \frac{v_t - y\beta - Ri}{\alpha} \end{cases}$$
(3.92)

O processo de resolução iterativa inicia-se com o carregamento para a memória dos mapas da co-energia, e respectivos vectores de posição e corrente. Usando esta informação, e caso não exista em memória, são determinados os mapas do fluxo ligado, da força e da indutância. O problema é posteriormente resolvido em duas fases distintas.

Numa primeira fase é considerado que o êmbolo, partindo da sua condição inicial, se pode mover livremente. Quando atinge o final do movimento, o que corresponde a ter--se um comprimento do entreferro nulo, inicia-se a segunda fase, e, desse ponto em diante, considera-se que não existe mais movimento. Logo, a velocidade e a aceleração são nulas, sendo neste caso válido o conjunto de equações diferenciais

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 0\\ \frac{dy}{dt} = 0\\ \frac{di}{dt} = \frac{y\beta + Ri - v_t}{\alpha} \end{cases}$$
(3.93)

Tendo sido, do ponto de vista matemático, formulado o problema, é agora necessário encontrar a ferramenta numérica que melhor se adequa à sua resolução. Regra geral, a formulação deste tipo de problema de equações diferenciais, com as respectivas condições iniciais, é colocada na forma geral

$$\frac{dy}{dt} = F(t, y), \qquad (3.94)$$

e

$$y(a) = A$$
, (3.95)

onde *y* e A são vectores de dimensão *n*, e *F* é uma função definida no domínio  $\mathbb{R}^n$ . Para que exista uma solução do problema, é requerido que F(t,y) e  $\frac{\partial F}{\partial y}$  sejam contínuas no domínio de diferenciação. O método de resolução permite obter uma sequência de valores discretos que aproximam o resultado y(t), de passo *h* constante. A concretização do método numérico de resolução está condicionada por imposições de precisão, estabilidade e velocidade de resolução. O erro da solução pode provir de duas situações: erros de discretização dependentes do método usado, e erros de computação dependentes de arredondamentos, por exemplo.

Uma equação diferencial não possui memória, significando que os valores de y(t) no instante  $t_i$  não influenciam os valores de y(t) para o instante t depois de  $t_i$ . Existe uma classe de métodos denominada de um só ponto, e para a qual, dado  $y_i$ , existe uma família de fórmulas para o cálculo de  $y_{i+1}$  dependente apenas de  $t_i$ . A sua forma geral é

$$y_{i+1} = y_i + h\Delta(t_i, y_i),$$
 (3.96)

com as condições iniciais

$$y_0 = y(t_0)$$
. (3.97)

Com o intervalo definido em [a,b], a função  $\Delta$  é a função que caracteriza o método. A solução exacta será do tipo

$$y_{i+1} = y_i + h\Delta(t_i, y_i) + h\tau_i,$$
 (3.98)

onde  $h\tau_i$  designa o erro local do método. O método é de ordem P se, para todos os  $t_i$ 

que verificam  $a \le t_i \le b$ , e todos os *h* suficientemente pequenos, existem constantes tais que *C* e *P* verificam a condição  $|\tau_i| = Ch^P$ , ou, o que é igual,  $\tau_i = O(h^P)$ . Para o caso de *P* = 1 obtemos o método de Euler. Este método é atractivo pela sua simplicidade, e sempre que as derivadas da função não sejam difíceis de obter. Outro método usado regularmente é o de Runge-Kutta. Nele, a família de fórmulas aproxima-se da série de Taylor, sem que haja, contudo, a necessidade de calcular as derivadas de f(t, y). Dado o par de valores  $(t_i, y_i)$  escolhem-se valores  $(\hat{t}_i, \hat{y}_i)$  e as constantes  $\alpha_1 e \alpha_2$ , tais que se verifique a condição

$$y_{i+1} = y_i + h[\alpha_1 f(t_i, y_i) + \alpha_1 f(\hat{t}_i, \hat{y}_i)],$$
(3.99)

a que corresponde o desenvolvimento em série de Taylor

$$y_{i+1} = y_i + [f(t_i, y_i) + \frac{h}{2}f^{(1)}(t_i, y_i) + \frac{h}{6}f^{(2)}(t_i, y_i) + \dots].$$
(3.100)

A igualdade dos termos idênticos destas duas expressões permite determinar o valor de  $\alpha_1 e \alpha_2$ .

Parte-se do princípio de que y(t) possui derivadas contínuas. Uma limitação da família de fórmulas de Runge-Kutta é a quantidade de trabalho computacional requerido, que pode ser medido observando o número de vezes que a função f(t,y) é avaliada. Procedimentos de ordem *P*, por passo, obrigam a *p* avaliações para o caso de  $P = \{1,2,3,4\}$ . Para ordens superiores, o número cresce rapidamente, sendo comum a escolha de p = 4.

Um valor de passo muito reduzido requer capacidades de computação muito elevadas, enquanto que um passo muito grande faz com que o erro seja muito elevado. Uma forma de contornar o problema consiste em variar, no decorrer da resolução, o valor do passo. Para o efeito são usadas estratégias de alteração do passo avaliando o erro na iteração corrente e actuando de forma adequada no passo da iteração seguinte. Deve-se, no entanto, verificar uma solução de compromisso entre o erro e a velocidade, obviamente sendo ambas função do passo.

Os métodos apresentados até ao momento não guardam memória das soluções obtidas anteriormente. Outros métodos retiram partido desta propriedade, a que se dá a designação de métodos multi-passo. Neles podemos destacar a família de fórmulas Adam para sistemas não rígidos (*non-stiff*), e as fórmulas de diferenças regressivas para sistemas rígidos (*stiff*).

O problema que se pretende aqui resolver possui componentes que decaem de forma muito diferente. As soluções numéricas de um só passo apresentam limitações na largura do passo, mais severamente pela estabilidade da técnica numérica do que pela precisão da técnica em si. Daí que, a natureza do processo numérico a utilizar se deve ajustar adequadamente à natureza do problema. A diferenciação numérica é a base de famílias de fórmulas que se adaptam perfeitamente à resolução do problema abordado.

Estas formulações começam por interpolar as soluções  $y_i$ ,  $y_{i+i}$ ,..., $y_{i-p}$ , encontradas anteriormente, assim como a nova solução  $y_{i+1}$  através de um polinómio Q(t). A derivada da solução no ponto  $t_{i+1}$  é aproximada pela derivada do polinómio nesse ponto. Esta aproximação é relacionada com a equação diferencial tendo em atenção que deve satisfazer a equação diferencial em  $t_{i+1}$ 

$$\left. \frac{dQ}{dt} \right|_{t=t_{i+1}} = f\left(t_{i+1}, Q\left(t_{i+1}\right)\right) = f\left(t_{i+1}, Y_{i+1}\right),$$
(3.101)

substituindo a derivada do polinómio Q(t) em  $t_{i+1}$ , obtemos a família de métodos BDF (*Backward Differentiation Formulas*)

$$\overline{\alpha}_0 y_{i+1} + \overline{\alpha}_1 y_i + \dots + \overline{\alpha}_p y_{i+1-p} = hf\left(t_{i+1}, y_{i+1}\right).$$
(3.102)

Este tipo de solução foi popularizado por Gear, mas apresenta problemas de estabilidade para uma ordem *p* superior a 7. Quando estáveis, apresentam uma estabilidade superior às fórmulas de Adams-Moulton vocacionadas para problemas não rígidos (*non-stiff*).

Estas fórmulas não podem ser avaliadas por simples iteração, sendo usado na prática o método de Newton para a resolução das equações não lineares para  $y_{i+1}$ , requerendo a aproximação às derivadas parciais e resolução de sistemas de equações lineares.

A formulação mais simples do método BDF é quando Q(t) se resume a uma recta que interpola os pontos entre  $y_i$  e  $y_{i+1}$ , e quando a derivada em  $t_{i+1}$  é o declive da recta, no que resulta

$$\frac{Y_{i+1} - Y_i}{h} = f(t_{i+1}, Y_{i+1}).$$
(3.103)

As fórmulas da família NDF (*Numerical Differentiation Formulas*), muito próximas das BDF, apresentam algumas vantagens e expressam-se através de

$$\sum_{m=1}^{n} \frac{1}{m} \nabla_{m+1}^{m} - hF\left(t_{n+1}, y_{n+1}\right) - k\gamma_{k}\left(y_{n+1} - y_{n+1}^{(0)}\right) = 0.$$
(3.104)

Klopfenstein propôs esta família de fórmulas, a que chamou fórmulas de derivação numérica, onde k é um parâmetro escalar. Com k = 0, a fórmula NDF reduz-se à fórmula BDF, onde  $\gamma_k$  é um coeficiente dado por

$$\gamma_k = \sum_{j=1}^k \frac{1}{j}.$$
 (3.105)
Uma desvantagem no uso das diferenças finitas regressivas consiste na dificuldade em alterar o passo. Uma forma de obviar este problema passa por interpolar os resultados obtidos anteriormente, através de um polinómio, para criar duas tabelas de dados a utilizar sempre que se pretenda alterar o passo. Na implementação da fórmula das diferenças finitas são feitas alterações que permitem melhorar a sua eficiência. A identidade

$$\sum_{m=1}^{n} \frac{1}{m} \nabla_{m+1}^{m} = \gamma_{k} \left( y_{n+1} - y_{n+1}^{(0)} \right) + \sum_{m=1}^{k} \gamma_{m} \nabla_{y_{n}}^{m}$$
(3.106)

mostra que a equação das diferenças numéricas será equivalente a

$$(1-k)\gamma_{k}\left(y_{n+1}-y_{n+1}^{(0)}\right)+\sum_{m=1}^{k}\gamma_{m}\nabla_{y_{n}}^{m}-hF\left(t_{n+1},y_{n+1}\right)=0.$$
(3.107)

Quando a fórmula é avaliada pelo método de Newton, a correcção à iteração corrente

$$y_{n+1}^{(i+1)} = y_{n+1}^{(i)} + \Delta^{(i)}$$
(3.108)

é obtida resolvendo a seguinte equação

$$\left(I - \frac{h}{(1-k)\gamma_k}J\right)\Delta^{(i)} = \frac{h}{(1-k)\gamma_k}F\left(t_{n+1}, y_{n+1}^{(i)}\right) - \Gamma - (y_{n+1}^{(i)} - y_{n+1}^{(0)}), \quad (3.109)$$

onde J é a aproximação ao Jacobiano de F(t,y) e

$$\Gamma = \frac{1}{(1-k)\gamma_k} \sum_{m=1}^k \gamma_m \nabla_{y_n}^m$$
(3.110)

é uma quantidade fixada na computação  $y_{n+1}$ .

Este método está implementado no MatLab através da função *ODES15s* [14]. Esta função, ou outras implementadas (*ODE23s*), para além de resolver com eficácia considerável problemas dos sistemas rígidos (*stiff*), também apresenta um comportamento eficaz em problemas de sistemas não rígidos (*non-stiff*), embora existam funções próprias para o efeito (*ODE45*, *ODE23*, *ODE113*). Estas funções são todas usadas da mesma forma. O problema de simulação dinâmica do solenóide é resolvido pela instrução na Listagem 3.1.

### Listagem 3.1 – Utilização da função odes15s na fase I de resolução do problema

[t,u,tev,uev,ie] = ode15s(@odemodelo\_val1,[0 tfim],uev,options,[],M,R,V1,interp\_met);

O parâmetro @*odemodelo\_val1* é uma *string* que identifica o ficheiro que possui a descrição numérica do modelo, através do sistema de equações diferenciais, que corresponde à fase inicial do movimento do êmbolo até que este se imobilize. Antes de avaliar o sistema de equações diferenciais, é necessário determinar os parâmetros a(i,x)

(parâmetro  $\alpha$ ) e b(i,x) (parâmetro  $\beta$ ) e a força f(i,x) produzidos no estado actual de corrente e da posição do sistema, o que é realizado na função @*odemodelo\_val1* pelas sequências de instruções listadas na Listagem 3.2, na Listagem 3.3, e na Listagem 3.4, respectivamente. Podemos observar que os valores são calculados aplicando os desenvolvimentos teóricos anteriores, colectando dados nos respectivos mapas através do método de interpolação definido por *interp\_met*, e concretizado como já anteriormente se descreveu.

#### Listagem 3.2 – Determinação do parâmetro *a*(*i*,*x*)

```
l = interp2(i,x,indutância,u(3),u(1),interp_met);
x1=0.1e-8;
x2=0.05e-8;
plano='x';
interp_met='spline';
dLdi=derive(i,x,indutância,u(3),u(1),x1,x2,plano,interp_met);
a=l+u(3)*dLdi;
```

#### Listagem 3.3 – Determinação do parâmetro b(i,x)

```
x1=0.1e-8;
x2=0.05e-8;
plano='y';
interp_met='spline';
dLdx=derive(i,x,indutância,u(3),u(1),x1,x2,plano,interp_met);
b=u(3)*dLdx;
```

### Listagem 3.4 – Determinação da força F(i,x)

```
f=interp2(i,x,forca,u(3),u(1),interp_met);
```

Com a determinação destes parâmetros, é possível resolver o sistema de equações para cada uma das fases do problema. A implementação das etapas I e II do problema é apresentada na Listagem 3.5 e na Listagem 3.6, respectivamente.

## Listagem 3.5 - Sistema de equações da etapa I

```
dudt=zeros(size(u));
dudt(1)=u(2);
dudt(2)=f/M;
dudt(3)=(V1-u(2)*b-R*u(3))/a;
```

#### Listagem 3.6 – Sistema de equações da etapa II

```
dudt=zeros(size(u));
dudt(1)= 0;
dudt(2)= 0;
dudt(3)=(V1-u(2)*b-R*u(3))/a;
```

O intervalo de integração é definido pelo vector [0 *tfim*], sendo o final da simulação determinada por *tfim*. As condições iniciais são definidas em uev = [x0 v0 i0], sendo que x0 é a posição inicial, v0 é a velocidade inicial do êmbolo, e i0 é a corrente inicial na bobina do solenóide. As opções de funcionamento da função *ODE15s* são estabelecidas pela função @*odeset*.

## Listagem 3.7 - Configuração das opções da função ODE15S

options = odeset('OutputFcn',@odeplot,'events',@events,'MaxStep',le-4);

Nesta função é definida a função de saída @*odeplot* que vai apresentando os resultados na forma gráfica à medida que vão sendo determinados. Existe ainda a função @*events* (Listagem 3.8) onde se define o evento a detectar e que deve terminar a resolução do sistema de equações. Esta função é executada sempre que necessário para determinar se o valor da posição do êmbolo já alcançou o parâmetro *Vxcomuta* que estabelece quando se deve passar à etapa II de resolução do problema, ou seja, detecta a posição do êmbolo totalmente fechado.

## Listagem 3.8 - Detecção de eventos

```
function [value,isterminal,direction] = events(t,u,varargin)
global VXcomuta;
value = u(1)-VXcomuta;
isterminal=1;
direction=0
```

Finalmente, é definido pelo parâmetro *MaxStep* o passo máximo de integração permitido. Outros parâmetros de configuração da função *ODE15s* existem, mas não são utilizados, optando-se por deixar os correspondente valores de defeito.

A função @*odemodelo\_val1* necessita receber os parâmetros: massa do êmbolo (*M*), resistência do bobina (*R*), tensão da fonte (*V1*), e o método de interpolação (*interp\_met*) a usar na consulta dos mapas.

No final da resolução da fase I, são obtidos como resultados o vector dos tempos (*t*), o vector solução (*u*), o instante de ocorrência do evento (*tev*), os valores finais da última iteração (*uev*), e o evento que provocou a finalização da resolução (*ie*). Estes resultados são guardados e usados como condições iniciais da etapa II de resolução.

Depois de devidamente configurada, a função *ODE15S* volta a ser executada como se representa na Listagem 3.9. Agora, a função que descreve o novo estado do sistema de equações correspondente ao comportamento dinâmico do solenóide é @*odemodelo\_val2*.

#### Listagem 3.9 - Utilização da função ODES15S na fase II de resolução do problema

```
[t,u] = ode15s(@odemodelo_val2,[tev tfim],uev,options,[],M,R,V1,interp_met);
```

De observar que o estado final obtido na resolução da fase I do movimento do solenóide é agora usado como estado inicial (*uev*) da etapa II, e que o início dos tempos é tomado como o instante de ocorrência do evento (*tev*) da etapa I. Todo o processo de simulação se desenrola como na fase anterior.

Com a resolução do problema é possível determinar a evolução temporal das restantes grandezas associadas ao processo electromecânico de conversão de energia (Listagem 3.10). Isso é realizado usando os respectivos mapas que, por meio de interpolação, para cada estado (t,i,x) do sistema, permitem obter os valores da co-energia *cow*, da indutância *l*, da força *f*, e do fluxo *fl*.

#### Listagem 3.10 – Determinação de grandezas

```
for j=1:size(t,1);
    cow(j) = interp2(i,x,coW,u(j,3),u(j,1),interp_met);
    l(j) = interp2(i,x,inducao,u(j,3),u(j,1),interp_met);
    f(j) = interp2(i,x,forca,u(j,3),u(j,1),interp_met);
    fl(j) = interp2(i,x,fluxo,u(j,3),u(j,1),interp_met);
end;
```

A aplicação é finalizada com a exibição, na forma de gráfico, dos resultados da simulação dinâmica.

A descrição da concretização da solução do problema dinâmico fica completa observando que a aplicação tem início com o carregamento, para a memória, dos mapas que caracterizam o dispositivo. Existe a possibilidade de aumentar o número de pontos através da aplicação de uma metodologia de interpolação nos mapas. Todo o processo de simulação é baseado no fornecimento do mapa da co-energia, e respectivos vectores de dados da posição e da corrente. Os restantes mapas são determinados usando os desenvolvimentos teóricos apresentados anteriormente. Convém relembrar que alguns dos mapas necessários podem ser obtidos directamente dos métodos de análise estática. Caso essa informação exista, a aplicação de senvolvida obvia a sua determinação, acelerando assim o processo de resolução do problema.

Os resultados obtidos com a aplicação desta metodologia podem ser visualizados e comparados com os resultados obtidos com a aplicação dos elementos finitos em ambas as situações, considerando ou ignorando as perdas no ferro. A simulação foi realizada estabelecendo como massa M do êmbolo o valor 0,2 [kg], e considerando a posição inicial x0 do comprimento do entreferro de 2,5 [mm]. A finalização do movimento em *Vxcomuta* igual a 0 [mm] corresponde à posição do solenóide completamente fechado. A fonte de tensão utilizada é de 30 [V] e a resistência do enrolamento de 1136 espiras é

de 43 [ $\Omega$ ]. O êmbolo é considerado inicialmente em repouso, v0 = 0 [m/s], e a corrente inicial *i0* nula. A duração estabelecida para a simulação é de 70 [mseg]. O passo máximo *MaxStep* permitido na execução da simulação é de 0,1 [mseg]. A evolução temporal dos resultados da simulação é apresentada na Fig. 3.87 com o objectivo de estabelecer a comparação entre resultados obtidos com o método DMC e os anteriormente obtidos através do FLUX2D. Todo o processo de resolução do problema encontra-se resumido no fluxograma da Fig. 3.88.



Fig. 3.87 – Evolução temporal dos resultados: a) posição [mm], b) velocidade [m/seg], c) força [N], d) corrente [A], e) fluxo ligado [Wb.esp], f) indutância [H] ( $x_0 = 2,5$  [mm],  $v_0 = 0$  [m/s],  $i_0 = 0$  [A],  $v_t = 30$  [V], R = 43 [ $\Omega$ ], M = 0,2 [kg])

Podemos observar que os resultados obtidos pelo método DMC são manifestamente próximos dos resultados obtidos usando a ferramenta de elementos finitos FLUX2D correspondentes à situação da simulação, ignorando as perdas no ferro. A esta constatação devemos acrescentar que o método DMC é resolvido num espaço de tempo muito mais reduzido do que o requerido pela ferramenta de elementos finitos.

Apesar do FLUX2D ter permitido associar um circuito eléctrico ao modelo dinâmico do solenóide, a versatilidade demonstrada ao nível dos componentes electrónicos e gestão do seu estado de funcionamento é reduzida. Por seu lado, o método proposto proporciona uma versatilidade elevada já que se baseia num algoritmo de programação.





Uma forma alternativa de avaliar o comportamento da solução do problema consiste em identificar visualmente o percurso que a evolução dos parâmetros segue nas superfícies dos mapas que os definem, desde o início da simulação até que esta termina. Para cada um dos mapas de parâmetros utilizados, são marcados os percursos de evolução na Fig. 3.89. Nesta figura são representadas as evoluções pelas quais as



diferentes grandezas transitam ao longo da simulação dinâmica.

Fig. 3.89 – Evolução dos parâmetros: a) co-energia [J], b) força [N], c) fluxo ligado [Wb.esp], d) indutância [H]

Uma outra forma de avaliar os resultados da simulação é apresentada na Fig. 3.90. O processo de conversão de energia descrito no Capitulo 2 pode aqui ser observado. A corrente aumenta na bobina inicialmente de forma rápida. O deslocamento rápido do êmbolo produz uma reacção que provoca a diminuição do valor da corrente, permanecendo o fluxo praticamente constante. Depois do êmbolo terminar o seu movimento, o fluxo e a corrente aumentam até alcançarem o valor correspondente ao regime estacionário. A constante de tempo da etapa I do problema é diferente da constante de tempo da etapa II do mesmo problema.



Fig. 3.90 - Evolução do fluxo em função da corrente no decorrer da simulação

# 3.7 Discussão e Análise dos Resultados

Este capítulo inicia-se com a introdução do conceito de tubo de fluxo, e dos pressupostos subjacentes à sua utilização. Um conjunto de elementos típicos é fornecido tornando possível a representação de distribuições de fluxo mais elaboradas e complexas.

Um solenóide é tomado como um caso de estudo e analisado usando três métodos distintos. O primeiro método, mais simples, baseia-se exclusivamente numa formulação teórica na qual se considera um conjunto de simplificações que a tornam possível. O segundo recorre a uma ferramenta comercial de elementos finitos. Para o caso de estudo, é construído um modelo estacionário que permite obter um conjunto de mapas função da corrente e da posição do êmbolo, que caracterizam o dispositivo em estudo. Finalmente, o terceiro método de análise retira partido do conceito de tubos de fluxo para construir um modelo de análise que, inicialmente, apenas considera o caminho de fluxo principal, e, em seguida, introduz os fluxos de dispersão existente na folga, no entreferro, e na bobina do dispositivo.

Analisando os resultados obtidos podemos concluir que o modelo teórico construído, apesar de poder ser usado como ponto de partida para uma análise mais aprofundada, introduz erros consideráveis, principalmente devido a não serem considerados os efeitos da saturação magnética assim como os fluxos de dispersão. Estes factores vão tendo uma influência cada vez maior para situações limite de funcionamento, de saturação ou de entreferro de largura elevada.

Uma comparação entre os resultados obtidos com os dois métodos de análise permite concluir que, embora o método dos elementos finitos seja considerado bastante fiável, sendo aqui usado como referência, exige um esforço computacional bastante elevado. É também possível constatar que o modelo de tubos de fluxo construído para o solenóide, sem considerar a dispersão de fluxo, apresenta um desvio dos resultados para valores do

comprimento do entreferro mais elevados. Para valores mais reduzidos, os resultados são bastante satisfatórios. O segundo modelo de tubos de fluxo construído leva em consideração os fluxos de dispersão. Para esta situação, os resultados obtidos para comprimentos do entreferro mais elevados aproximam-se bastante dos resultados fornecidos através do método dos elementos finitos. Podemos então concluir que o método dos tubos de fluxo é bastante fiável, desde que, é claro, se possua experiência suficiente para saber identificar a distribuição do fluxo no dispositivo em estudo. A aplicabilidade deste método torna-se tão mais difícil quanto maior for a complexidade geométrica do dispositivo em estudo. Com este exemplo validou-se a aplicabilidade do método com o objectivo da sua utilização no estudo de actuadores lineares de relutância variável.

O método dos elementos finitos é também usado para construir um modelo dinâmico do solenóide. Os resultados obtidos dizem respeito a duas situações de funcionamento diferentes, isto é, considerando e ignorando as perdas no ferro. Os resultados obtidos servem de referência aos fornecidos pelo método proposto.

Usando os mapas estáticos característicos do dispositivo, é possível construir um modelo numérico que descreve o seu comportamento dinâmico. O modelo dinâmico é completamente independente da complexidade geométrica do modelo, alcançando-se, por isso, uma independência equivalente nas necessidades computacionais. A ferramenta de elementos finitos permite associar um circuito ao modelo, mas não é suficientemente versátil para nela se poder incluir um circuito de comando e regulação mais complexo, ou mesmo uma metodologia de controlo. Esta razão justifica-se pelo facto de estes pacotes de *software* terem um desenvolvimento direccionado para a resolução de problemas electromagnéticos, embora algumas ferramentas comecem já a disponibilizar módulos de ligação a outras ferramentas com as características do Matlab [15].

Ao modelo DMC criado para o solenóide foram impostas condições de funcionamento idênticas à do modelo de elementos finitos. Os resultados obtidos, quando comparados com a situação em que as perdas são ignoradas, revelam a grande vantagem deste método. Obviamente que o método apenas fornece resultados válidos para situações em que as perdas possam ser desprezadas, ou porque se utilizam circuitos magnéticos em que as perdas são reduzidas através de laminagem, ou materiais magnéticos apropriados, ou porque as velocidades pretendidas impõem variações de fluxo reduzidas. Estas situações podem ser impostas ao actuador linear de relutância variável que se pretende desenvolver e estudar.

Tirando partido de um método de simulação estática, usando ou os tubos de fluxo, ou os elementos finitos, é possível construir o mapa da co-energia, do qual se deduzem posteriormente os mapas da indutância e da força, usados no modelo dinâmico. A simulação dinâmica pode então ser efectuada numa linguagem de programação

numérica, com todas as vantagens de versatilidade que daí advêm. Enquanto não houver necessidade de modificar a configuração geométrica do dispositivo, os mapas obtidos podem continuar a ser usados para aperfeiçoar quer a electrónica de regulação e comando quer a estratégia de controlo.

## REFERÊNCIAS

- [1] H. C. Roters, *Electromagnetic Devices*, John Wiley and Sons, 1941.
- [2] Hayt, Engineering Electro-magnetics, McGraw-Hill Book Company, 1974.
- [3] Vlado Ostovic, Dinamics of Satured Electric Machines, Spinger-Verlag, New York, 1989.
- [4] Bruno Lequesne, "Fast-acting, Long-Stroke solenoids with Two Springs," *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. 26, No. 5, pp. 848-856, September/October 1990.
- [5] Nuno S. Bento, Nuno Silva, "Modelo e Controlo de uma Electroválvula," Projecto Final de Curso, Departamento de Engenharia Electromecânica – Universidade da Beira Interior, Covilhã 2005.
- [6] Ricken Werner, Becker Wolf-Jürgen, "Measurement of Force and Strain in Pre-Stressed Steel Bar in Reinforced Concrete using the Magnetoelastic Stray Field Method," in *Proceedings of International Symposium in Non-Destructive Testing in Civil Engineering*, 2003.
- [7] Flux2D (Version 7.40), Translating Motion Tutorial, CEDRAT, August, 1999.
- [8] Chee-Mun Ong, *Dynamic Simulation of Electric Machinery Using Matlab/Simulink*, Prentice Hall PTR, New Jersey, 1998.
- [9] Nilton Santos, António Espírito Santo, Maria Rosário Calado, Francisco Brójo, "Dimensionamento e Análise Numérica de uma Electroválvula para Aplicação num Motor de Combustão Interna," SEMNI - Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería, 2005.
- [10] Steven C. Chapra, Numerical Methods for Engineers, McGraw-Hill International Editions, 1990.
- [11] Takashi Kajima, "Dynamic Model of the Plunger Type Solenoids at De-energizing State," IEEE Transactions on Magnetics. Vol. 31, No. 3, pp.2315-2323, May 1995.
- [12] Viktor Szente, János Vad, "Computational and Experimental Investigation on Solenoid Valve Dynamics," in *Proceedings of IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, pp. 618-623, 2001.
- [13] Espírito Santo, A., Calado, R. C., Cabrita C. M., "A New Methodology for Dynamic Behaviour Simulation of Electromagnetic Actuators Based on Knowledge of Devices Co-Energy Map," in Proceedings of ISEF - XII International Symposium on Electromagnetic Fields in Mechatronics, Electrical and Electronic Engineering, 2005.
- [14] L. F. Shampine, M. W. Reichelt, "The MATLAB ODE Suite," SIAM Journal on Scientific Computing, Vol. 18, pp. 1-22, 1997.
- [15] Sébastien Cadeau-Belliard, "An Example of Link between FLUX2D and MATLAB Simulink: Pulse Wave Modulation Controlled Supply - PWM inverter," *CEDRAT Flux Magazine*, No. 41, January 2003.

# Capítulo

# Accionamento de Relutância Variável Comutado

São introduzidos os princípios de funcionamento das configurações rotativa e linear dos actuadores de relutância comutados. Para a configuração linear são descritas algumas geometrias possíveis. Partindo de um actuador linear de relutância variável comutado, desenvolvido para aplicações de força, são avaliadas possíveis soluções tendo em vista a aplicação pretendida. Uma versão do actuador com circuitos magnéticos independentes é proposta com base nos resultados conseguidos. Para além do mais, são também avaliadas diferentes geometrias polares e o efeito de ranhurar os pólos do primário. Os métodos de análise dinâmica, desenvolvidos no capítulo anterior, são agora aplicados às configurações apresentadas e estudadas. Os resultados obtidos são analisados.

# 4.1 Breve Enquadramento Histórico

O funcionamento do Motor de Relutância Variável Comutado (RVC) tira partido da tendência que um sistema electromagnético apresenta para assumir a configuração geométrica que garante a relutância mínima do seu circuito magnético. Este fenómeno é conhecido desde as primeiras experiências em torno dos princípios electromagnéticos. Na primeira metade do séc. IX, cientistas de todo o mundo conduziram trabalhos experimentais nesta área tecnológica, tendo em vista a sua utilização na produção de movimento contínuo. A primeira referência a esta designação foi feita por Nasar num artigo publicado em 1969 [1], tendo o primeiro actuador de RVC sido disponibilizado comercialmente pela *TASC Drivers*, no Reino Unido, em 1983. Esta tecnologia encontra aplicabilidade principalmente no accionamento eléctrico, mas existem, no entanto, desenvolvimentos feitos que optimizam a sua utilização como servomotor.

Em 1838 W. H. Taylor obteve nos Estados Unidos da América os direitos de uma patente para um motor electromagnético. Ao que se seguiu um registo idêntico, efectuado em Maio de 1840, mas desta vez em Inglaterra. Este motor era composto por uma roda de madeira, na superfície da qual foram distribuídas sete peças de aço macio. A roda movimentava-se livremente numa estrutura que suportava quatro electromagnetos alimentados por uma bateria. Um mecanismo de comutação montado no veio permitia seleccionar o electromagneto que iria atrair a peça magnética mais próxima. O binário produzido accionava, para além da roda, também o mecanismo de comutação, conseguindo assim um movimento contínuo [2].

Outro pioneiro na área foi o engenheiro Escocês Robert Davidson que, em 1838, desenvolveu um actuador usando o princípio da minimização da relutância. O motor possuía dois electromagnetos, situados em extremos opostos de uma roda de madeira, e três barras axiais distribuídas em torno da periferia do rotor. Os electromagnetos eram activados por um comutador mecânico solidário com a posição do rotor. A velocidade do motor era controlada alterando a profundidade dos eléctrodos das baterias. Usando quatro destes motores, construiu uma locomotiva de cinco toneladas. Em 22 de Setembro de 1842, essa locomotiva, alimentada pelas baterias, operou pela primeira vez na linha férrea Edimburgo/Glasgow, atingindo uma velocidade de 4 mph ao longo de um percurso com uma extensão aproximada de uma milha e meia [3].

Os motores propostos por W. H. Taylor e Robert Davidson apresentavam problemas complexos, para os quais a tecnologia da época não tinha resposta eficaz. O binário produzido possuía uma característica pulsada. A alimentação das fases do motor pressupunha a existência de um mecanismo sequencial sincronizado com o movimento de rotação. A estes factores havia a acrescentar o facto de os materiais, com os quais os circuitos magnéticos eram construídos, possuírem um baixo desempenho magnético. Ao mesmo tempo, dos trabalhos desenvolvidos por Davenport e Faraday resultaram

tecnologias que, à época, se apresentaram mais promissoras. Como resultado deste enquadramento, o actuador de RVC foi abandonado, mas não esquecido.

A década de 60 do século XX assistiu ao desenvolvimento da electrónica dos semicondutores, tornando assim possível a comutação electrónica das fases do actuador. Em paralelo foram desenvolvidos materiais ferromagnéticos com características magnéticas mais eficientes. Uma vez resolvidos os problemas identificados anteriormente, a simplicidade, a robustez e o baixo custo renovaram o interesse no actuador de RVC.

Duas patentes registadas nos EUA por B.D. Bedford e R.G. Hoft, em 1971 e 1972, descrevem muitas das funcionalidades encontradas nos modernos actuadores de RVC [4]. Nestes, a electrónica de regulação e comando é sincronizada com a posição do rotor do actuador. Fazendo uso dessa informação, as fases são sequencialmente alimentadas. Outro importante passo foi dado por L. E. Unnewehr e W. H. Koch, da Ford Motor Company, ao desenvolverem um motor de RVC axial controlado por tiristores [5]. Na Europa, o registo de patentes foi feito por J. V. Byrne e P. J. Lawrence [6],[7].

O movimento produzido pelo actuador de RVC pode ser rotativo, linear, ou composto por uma combinação destes, podendo o primário ser interior ou exterior, estacionário ou móvel. O circuito magnético, por norma, é excitado por um número de circuitos eléctricos independentes, designados por fases, e que podem ser alimentadas em separado ou em conjunto. As fases, por seu lado, podem, ou não, partilhar o circuito magnético. Ao facto do sentido de movimento ser independente do sentido da corrente, há a acrescentar que o seu conversor electrónico pode possuir um número reduzido de interruptores electrónicos de potência.

Vários são os trabalhos publicados que se debruçam sobre esta tecnologia, principalmente no que diz respeito à configuração rotativa. No entanto, é bem menor o número de trabalhos que abordam a configuração linear, e praticamente inexistentes os trabalhos que exploram a utilização do accionamento usando a RVC na produção de movimentos compostos.

A utilização das ferramentas de elementos finitos permitiu estudar a complexidade da tecnologia [8],[9] mas não existe ainda uma metodologia normativa que possa ser utilizada no seu dimensionamento, embora várias propostas tenham vindo a ser publicadas nesse sentido [10],[11],[12], [13].

A tecnologia de RVC é principalmente utilizada na produção de movimento, mas também pode ser usada para produzir energia. No funcionamento motor, a fase é alimentada quando a indutância está a aumentar, o mesmo será dizer, quando o dente do rotor se aproxima do pólo do estator, deixando de ser excitada aquando da passagem pela posição alinhada. Desta forma é produzido um binário motor. No funcionamento como gerador, o procedimento de excitação é invertido. O actuador de RVC e o de Relutância Síncrono (RS) partilham características semelhantes. No actuador de RVC, quer o rotor quer o estator apresentam pólos e dentes salientes, enquanto que no actuador RS só o estator os possui. No primeiro, as bobinas estão enroladas em torno dos pólos sendo a excitação feita por uma sequência de pulsos de corrente. No segundo, por seu lado, o enrolamento polifásico possui uma distribuição sinusoidal, sendo a excitação feita por um sistema equilibrado de correntes sinusoidais. Outro aspecto que interessa salientar é a dificuldade que o actuador de RS possui no que toca à redução do seu passo polar e à frequência de funcionamento para baixas velocidades, conferindo-lhe baixa aplicabilidade em aplicações de precisão a velocidade reduzida.

Do ponto de vista topológico e magnético, o actuador de RVC é idêntico ao actuador Passo-a-Passo de Relutância Variável (PPRV), desenvolvido na década de 20. As maiores diferenças são encontradas nos métodos de controlo usados e, sobretudo, no desempenho da aplicação. O actuador de RVC é, regra geral, dimensionado para um funcionamento energeticamente eficiente. Enquanto que, por seu lado, o actuador PPRV funciona em malha aberta, sendo o seu desempenho energético relegado para segundo plano, já que se pretende um passo preciso. O actuador PPRV pode possuir apenas uma camada, onde todas as fases estão dispostas num único plano, apresentando, no entanto, a desvantagem de ter um passo bastante largo (acima de 15°). A configuração que utiliza múltiplas camadas permite produzir actuadores PPRV de maior resolução, sendo dividido ao longo do seu eixo axial em secções magneticamente isoladas, e excitadas por uma fase, na qual o estator e o rotor possuem o mesmo passo polar.

A introdução dos actuadores de RVC em aplicações comerciais fez realçar o problema do ruído acústico produzido por este tipo de actuador. A análise apresentada em [14] permitiu concluir que o ruído tem a principal origem na vibração provocada pelas forças radiais produzidas no estator, sendo o ruído amplificado quando a frequência de vibração coincide com a frequência de ressonância mecânica do actuador. Para o ruído acústico contribuem também as vibrações produzidas pelas imperfeições existentes na construção mecânica. O ruído pode também ter origem no funcionamento dos circuitos electrónicos [15], ocorrendo a velocidades para as quais a frequência de vibração da fase, e é eliminado a velocidades para as quais a frequência de vibração da fase.

# 4.2 Configuração Topológica Rotativa

A componente electromecânica de um actuador de RVC distingue-se pela sua simplicidade construtiva. O circuito magnético de um actuador de três fases está esquematicamente representado na Fig. 4.1a). O núcleo magnético do estator possui pólos em torno dos quais estão montadas as bobinas. Cada fase é composta por duas

bobinas, dispostas numa geometria diametralmente oposta. O circuito magnético do rotor também possui dentes sem qualquer tipo de enrolamentos ou magnetos permanentes. O tipo de actuador mais comum é o 6/4, possuindo seis pólos estatóricos e quatro dentes rotóricos. Cada par de bobinas constitui uma fase, logo, existem três fases no actuador representado. Estas bobinas estão instaladas em pólos geometricamente opostos, e electricamente ligadas de maneira a que o fluxo magnético criado seja aditivo. Outras combinações do número de pólos e dentes podem ser utilizadas como se esquematiza na Fig. 4.1 [16]. É aceite que um número de pólos maior pode parecer mais atractivo. No estudo realizado em [17] demonstra-se a influência do número de pólos por fase da máquina, havendo a destacar que, para um número maior de pólos, a área disponível para as bobinas diminui, e com ela a capacidade de dissipação térmica. Com o aumento do número de pólos, também diminui o deslocamento que o rotor se move por cada impulso de corrente, logo, para a mesma velocidade de rotação, a frequência de funcionamento aumenta, levando a maiores perdas no ferro. O número de pólos de um actuador de RVC deve, por isso, ser cuidadosamente escolhido para a aplicação em causa.



Fig. 4.1 – Exemplos de configurações rotativas de actuadores de RVC: a) 6/4, b) 8/6 c) 12/10, d) 24/22

O actuador RVC deve possuir pelo menos três fases, distribuídas num número de pólos apropriado, como requisito para assegurar a capacidade de auto-arranque em qualquer direcção. Quando se usa uma, ou duas fases, esta capacidade não é garantida. Se forem introduzidas as modificações como se representa na Fig. 4.2, o actuador assume um funcionamento unidireccional.



Fig. 4.2 – Actuador de RVC de duas fases com auto-arranque

A Fig. 4.3 esquematiza um actuador rotativo de RVC. Na posição alinhada (Fig. 4.3a)) existe um par de pólos alinhados com o mesmo número de dentes. Nesta

posição, a fase não desenvolve qualquer binário, já que se encontra na posição de relutância mínima, a que corresponde a máxima indutância do circuito magnético.

Se o rotor for deslocado da posição alinhada, qualquer que seja o sentido, será criado um binário resistente que tenderá a colocar a fase na posição alinhada (Fig. 4.3b)). Para correntes de excitação baixas, a maior percentagem da força magnetomotriz ocorre no entreferro. No entanto, o percurso magnético feito no material ferromagnético absorve uma parte da FMM gerada. Na posição alinhada estão reunidas as condições necessárias à saturação do percurso magnético.



Fig. 4.3 – Actuador de RVC rotativo: a) posição alinhada, b) posição não alinhada

Quando um pólo do estator se encontra alinhado com a posição intermédia entre dois dentes do rotor, a posição é designada por posição não alinhada. Com uma corrente de excitação a circular na fase não é produzido qualquer binário motor. Se o rotor for deslocado, será criado um binário motor que tenderá a afastar o pólo da posição não alinhada no sentido de o alinhar com o dente do rotor mais próximo. A esta posição, considerada instável, corresponde o valor máximo da relutância, ou seja, o valor mínimo da indutância, já que o comprimento do entreferro é máximo, e, por isso, a saturação do circuito magnético não deve ocorrer.

A Fig. 4.4 mostra as curvas de magnetização típicas de um actuador de RVC [18]. Nas posições intermédias, as curvas de magnetização estão colocadas entre as curvas correspondentes à posição alinhada e não alinhada.



Fig. 4.4 – Curvas de magnetização típicas de um actuador de RVC

De notar que a indutância de uma fase varia em função da posição e da corrente. Para

além das indutâncias máxima e mínima, é também comum considerar o incremento do valor da indutância quando se evolui da posição não alinhada para a posição alinhada. Se a indutância for definida pela relação existente entre o fluxo ligado e a corrente que o origina, então a forma das curvas de indutância como função da posição do rotor, em que a corrente é o parâmetro variável, é mostrada na Fig. 4.5. As curvas apresentam uma evolução periódica estabelecida pelo passo polar do rotor.





A direcção do movimento verifica-se sempre no sentido de alinhar o dente do rotor pertencente à fase excitada com o pólo mais perto, independentemente da direcção da corrente na bobina. Se o rotor e o estator tiverem pólos simétricos, são necessárias pelo menos duas fases para produzir um binário unidireccional. Se a corrente está a fluir quando o rotor se desloca no sentido para o qual a indutância diminui, o binário produzido é negativo, logo o funcionamento é considerado como gerador.

O binário total produzido pelo actuador não é constante mas, pelo contrário, varia em função dos pulsos de corrente fornecidos. Este problema pode ser contornado, quer fazendo um controlo adequado da corrente que percorre as fases, quer aumentando o número de fases da máquina.

O binário instantâneo produzido pela máquina é função da variação da co-energia com a posição angular, mantendo-se a corrente constante. Em qualquer posição, a co-energia corresponde à área definida pela curva de magnetização e pelo eixo da corrente. Quando o rotor se desloca de uma posição para outra ocorre uma variação da co-energia. O processo de conversão da energia eléctrica em energia mecânica é em tudo idêntico ao que já se descreveu no Capítulo 2, e se analisou no caso de estudo no Capítulo 3.

Como já foi descrito, o binário produzido pelo actuador de RVC não é constante. O binário médio produzido pode ser obtido pela análise da curva *i*- $\lambda$ . Supondo que o actuador está a rodar a uma velocidade constante, a tensão  $v_t$  é aplicada à fase quando, do ponto de vista mecânico, se está nas imediações da posição não alinhada. O fluxo irá

variar de acordo com a equação

$$\varphi = \int (v_t - Ri) dt = \frac{1}{\omega} \int (v_t - Ri) d\theta, \qquad (4.1)$$

onde *R* é a resistência da fase, e  $\theta$  a posição angular.

Se a resistência da fase for reduzida, podemos afirmar que o fluxo produzido aumenta linearmente com a evolução da posição rotórica. A corrente aumenta linearmente no início, enquanto que a indutância em torno da posição não alinhada permanece baixa e praticamente constante. Com a ocorrência do alinhamento dos pólos do estator com os dentes do rotor, a indutância aumenta rapidamente, e com ela a Força Contra Electromotriz, reduzindo desta forma a sua taxa de crescimento.

Considere-se a Fig. 4.6 [18]. Quando o interruptor do circuito de potência que alimenta o motor é fechado, alimentando uma fase, período que corresponde ao percurso O-C, a corrente e o fluxo produzido aumentam. O ponto C corresponde à comutação da fase (o interruptor de potência é aberto), e onde o díodo de roda-livre entra em condução até que a corrente se volte a extinguir, retornando desta forma ao ponto inicial de funcionamento O. O processo de condução do díodo de roda-livre corresponde ao percurso C-O.



Fig. 4.6 - Ilustração do processo de conversão energia-trabalho numa fase do motor

No ponto C a energia total fornecida pela fonte ao sistema é igual à área total  $U = W_d + W_{md} + W_{mf}$ . Uma parte da energia fornecida é convertida em trabalho mecânico ( $W_{mf}$ ), sendo a outra parte armazenada no campo ( $W_d + W_{md}$ ). Após a comutação do interruptor de potência, parte da energia armazenada ( $W_d$ ) retorna à fonte e, quando se volta a atingir o ponto de início O, o fluxo e a corrente são nulos. Supondo que, no período de condução entre O e C é fornecida a energia U, e se o sistema for considerado linear, podemos afirmar que metade da energia é convertida em trabalho mecânico, enquanto que os restantes 50% são armazenados no circuito magnético. No decorrer do período de condução do díodo de roda-livre, entre os pontos  $C \in O$ , a energia  $W_d$  é devolvida à fonte, sendo  $W_{md}$  convertida em trabalho mecânico. O trabalho total realizado é igual à soma das parcelas  $W_{mf} + W_{md}$ . O rendimento deste actuador

pode então ser determinada por

$$\eta = \frac{W_{mf} + W_{md}}{W_d + W_{mf} + W_{md}}.$$
(4.2)

# 4.3 Configuração Topológica Linear

## Considerações Introdutórias à Topologia Linear

O princípio de funcionamento usado pelos actuadores rotativos de RVC também pode ser usado para construir actuadores lineares. A energia eléctrica é convertida directamente em energia mecânica que se manifesta na forma de movimento linear. O interesse crescente no accionamento linear tem sido acompanhado pelos avanços conseguidos na electrónica de potência, nas máquinas eléctricas, e nas metodologias de controlo que, numa primeira abordagem, foram aplicadas à versão rotativa da tecnologia. No entanto, e dada a natureza do movimento pretendido, os avanços conseguidos não podem ser aplicados directamente aos actuadores lineares de RVC, havendo a considerar, para além da própria natureza do actuador em questão, factores como as tolerâncias mecânicas, as velocidades, e as amplitudes do movimento pretendido.

O actuador linear de RVC representa uma das maiores novidades no campo dos accionamentos eléctricos controlados electronicamente. Em paralelo com a simplicidade estrutural do actuador em si, há também a salientar a simplicidade das estruturas electrónicas necessárias ao seu accionamento. Em [19] um actuador linear de RVC foi estudado para aplicações de baixa velocidade, enquanto que em [20] foi desenvolvido um actuador linear de RVC optimizado para aplicações de força.

O movimento, à semelhança da versão rotativa, é conseguido pela tendência do sistema em procurar reduzir a relutância do seu circuito magnético. Este objectivo é obtido alinhando os pólos da fase alimentada com os dentes do secundário. Na versão rotativa, a força normal de atracção entre um pólo do estator e um dente do rotor é neutralizada pela força normal de atracção desenvolvida pela fase cujos enrolamentos estão colocados em posições diametralmente opostas, contribuindo assim para a redução dos esforços electrodinâmicos, que obrigam a ter cuidados especiais a nível de robustez mecânica, e são simultaneamente responsáveis pelo ruído acústico de funcionamento. A topologia linear apresenta também esta característica, já que a força de atracção desenvolvida é muito elevada, colocando, por isso, problemas de natureza mecânica.

O actuador linear de RVC pode assumir várias configurações [21]. Na configuração longitudinal da Fig. 4.7 representa-se uma vista lateral de um actuador composto por quatro fases, distribuídas, cada uma delas, por duas bobinas. A força desenvolvida entre o primário e o secundário pode ser decomposta na força de atracção e na força de

tracção, esta última responsável pelo deslocamento. O caminho do fluxo, representado na figura pela linha a traço interrompido, tem uma orientação paralela ao eixo do movimento. O deslocamento do primário é conseguido através da alimentação sequencial das quatro fases do actuador, sendo evidente que o sentido da corrente a circular nas duas bobinas, que constituem cada enrolamento de fase, deve ser tal que o fluxo produzido pelos dois seja aditivo.



Fig. 4.7 – Actuador linear de RVC com configuração de fluxo longitudinal

Em alternativa, na configuração transversal representada na Fig. 4.8, o fluxo produzido possui uma orientação perpendicular ao eixo do deslocamento. A configuração transversal tem como vantagem o facto de ser mais robusta em termos construtivos. Na figura é esquematizado um actuador de quatro fases com duas bobinas por fase. A partir do alçado lateral esquerdo, é possível concluir que também aqui é necessário ter atenção à sequência de alimentação das fases para que ocorra movimento. Cada fase é magneticamente independente das restantes e, como tal, estas devem ser agrupadas usando suportes não ferromagnéticos.



Fig. 4.8 – Actuador linear de RVC com configuração de fluxo transversal

As duas configurações anteriores possuem a desvantagem do seu desempenho ser prejudicado pela influência da força de atracção entre o primário e o secundário, tendo consequências na robustez mecânica do actuador, e sendo, simultaneamente, como já se referiu, origem de ruído acústico. Isto obriga a que, na fase de projecto, se deva ter cuidados especiais no dimensionamento do suporte mecânico. Uma versão simétrica, com um primário duplo, permite contornar este problema. Nela, a força de atracção desenvolvida por uma fase, e aplicada num dos lados do secundário, é anulada pela força de atracção, de sentido contrário, e também aplicada no secundário. A Fig. 4.9 esquematiza a configuração longitudinal de duplo primário. Uma filosofia idêntica pode ser adoptada na configuração transversal.



Fig. 4.9 - Actuador linear de RVC com configuração de fluxo longitudinal e de duplo primário

A configuração tubular da Fig. 4.10 introduz melhorias significativas ao permitir minimizar alguns dos problemas identificados nas configurações anteriores. As forças radiais desenvolvidas têm uma resultante nula. É, por isso, possível usar entreferros mais pequenos, já que não existem deformações, e desta forma maximizar o desempenho do actuador. De um modo geral, o uso do material ferromagnético é maximizado, para além de que a construção do actuador se tornar muito mais simples. As bobinas podem ser auto-suportadas e toda a montagem da estrutura é bastante simplificada.



#### Fig. 4.10 - Actuador linear de RVC com configuração tubular

Por fim, devemos referir que, em aplicações de baixa velocidade, as correntes de Foucault podem ser ignoradas, já que a variação de fluxo ocorre de forma mais lenta e,

por esse motivo, na construção do circuito magnético pode ser dispensado o uso de material ferromagnético laminado.

## Actuador Linear de Relutância Variável Comutada

## Construção do modelo de elementos finitos para o ALRVC

O actuador ALRVC desenvolvido para aplicações de força, e descrito em [20], é tomado como ponto de partida para o desenvolvimento de um novo actuador linear de RVC para aplicações de precisão. Tendo por base os resultados obtidos, um modelo de elementos finitos é construído, respeitando as dimensões físicas descritas na Tabela 4.1, e seguindo o esquema funcional representado na Fig. 4.11. A construção do modelo de elementos finitos usa a funcionalidade de translação, disponibilizada pelo FLUX2D, retirando partido dela nas acções de simulação e análise do desempenho do actuador. Usando-a, é possível reposicionar o primário do actuador, relativamente à posição alinhada, sem que para isso seja necessário refazer o seu modelo geométrico e respectiva malha-solução de elementos finitos.

Altura do dente (a)	15	Altura do pólo (f)	89
Largura dos pólos e dentes (b)	30	Comprimento do entreferro (g)	2
Largura da cava do secundário (c)	60	Altura do primário (h)	108,5
Comprimento do primário (d)	330	Altura do secundário (i)	30
Largura de meia bobina (e)	10	Largura do actuador (j)	104,5

### Tabela 4.1 – Dimensões físicas do ALRVC [mm]



### Fig. 4.11 – Dimensões do ALRVC

Após marcação dos pontos iniciais, e definidas as regiões que constituem o modelo, são estabelecidas e associadas as características físicas. Às regiões que estabelecem o percurso magnético, primário e secundário, é escolhido um material do tipo *steel*, que considera a resistência eléctrica do material e permite levar em consideração as perdas associadas às correntes induzidas na realização das simulações dinâmicas, aquando da variação do fluxo. As regiões fora do circuito magnético possuem associadas propriedades idênticas às do vácuo. As excepções são as regiões que definem as bobinas que, para além de terem associadas características idênticas às do vácuo, encerram

também uma fonte de corrente. Usando as funcionalidades de processamento em lote proporcionadas pelo FLUX2D, define-se um conjunto de ficheiros de lote que permite resolver o problema para um conjunto de posições e correntes de excitação. Para cada situação de corrente de excitação e de posição, os resultados da simulação são reunidos para análise posterior.

A Fig. 4.11 mostra o ALRVC, composto por um primário construído em material ferromagnético, e sob o qual estão instalados três pares de bobinas:  $a_1 e a_2$ ,  $b_1 e b_2$ ,  $c_1 e c_2$ . Considera-se que, na região da bobina  $a_1$ , a corrente tem o sentido de baixo para cima perpendicular ao plano do papel na região  $a_{1+}$ , enquanto que, na região  $a_{1-}$ , a corrente tem o sentido de cima para baixo igualmente perpendicular ao plano do papel. O secundário é também ele feito de material ferromagnético, e encontra-se separado do primário por um entreferro de comprimento igual a 2 [mm]. O movimento relativo entre as duas componentes apenas é permitido na direcção horizontal.

O modelo de elementos finitos construído para o ALRVC está representado na Fig. 4.12. Embora a representação da figura corresponda ao actuador na horizontal, por motivos de paginação deste documento, o modelo construído na aplicação informática de desenho gráfico do FLUX2D assume uma posição vertical. Este facto prende-se com exigências impostas pela própria aplicação que obriga a que a função de translação seja usada no eixo correspondente à direcção vertical. Esta situação não introduz qualquer tipo de restrição, uma vez que não se considera o efeito da gravidade. Na figura, o circuito magnético está representado a azul e as bobinas a vermelho. A região que define o entreferro de translação é identificada a amarelo na parte superior e inferior do primário, embora seja demasiadamente pequena para que possa ser perceptível na figura. Para se deslocar, o primário utiliza o espaço estabelecido pela região de translação, identificada com a cor magenta. Todos os elementos usados na simulação são triangulares, com excepção dos usados nas regiões de translação que são quadrados. Na região de entreferro de translação é definida apenas uma camada de elementos triangulares, por obrigatoriedade do próprio *software*.



Fig. 4.12 – Malha de elementos finitos usada na análise do ALRVC

A caracterização do comportamento estático do ALRVC é obtida alimentando a fase

*a*. Para cada corrente de excitação, o actuador é simulado com o primário numa posição diferente. A corrente de excitação é variada de 1,0 [A] a 5,5 [A], com incrementos de 0,5 [A]. A posição de referência para início do deslocamento é a posição alinhada. O primário varia de -45 [mm] a 45 [mm], com incrementos de 5 [mm].

## Apresentação de resultados

O caso concreto da distribuição do fluxo magnético obtido com base na simulação da situação de alimentação da fase *a*, com 640 espiras por bobina, percorridas por uma corrente de 3 [A], e deslocada de 20 [mm] relativamente à posição alinhada, é apresentado na Fig. 4.13, podendo ser observado na Fig. 4.14 um pormenor da região polar.



Fig. 4.13 – Mapa de cores da densidade de fluxo magnético no ALRVC



Fig. 4.14 – Pormenor da região polar do ALRVC: a) mapa de cores da densidade de fluxo magnético, b) isolinhas de fluxo

A caracterização do regime estacionário do ALRVC é feita tendo por base os resultados obtidos no decorrer do lote de simulações. Os dados coleccionados são usados na construção dos mapas da energia (Fig. 4.15) e da co-energia (Fig. 4.16) do sistema. Paralelamente, os mapas da força de tracção (Fig. 4.17) e da força de atracção (Fig. 4.18), exercida sobre o secundário pela acção do primário, são também construídos e apresentados. Em todas as situações optou-se por representar os dados simultaneamente de duas formas distintas: (1) mapa tridimensional, onde é possível ter a percepção da evolução da grandeza de uma forma global, e (2) representação a duas



dimensões, onde a variação da grandeza em função da posição para diferentes valores de corrente de excitação é muito mais explícita.

Fig. 4.15 – Energia do ALRVC: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação

Como se pode observar, de um modo geral, a energia do sistema aumenta com a corrente de excitação. Os valores máximos são alcançados, como é de esperar, próximo da posição alinhada, já que aí o fluxo enfrenta uma relutância menor. Para uma corrente de excitação igual a 5,5 [A] a energia do sistema é da ordem de 12 [J]. Devemos observar que, para correntes de excitação elevadas, verifica-se uma depressão junto da posição alinhada. O motivo desta ocorrência está relacionado com o facto de, nessa posição, o efeito das saturações locais se fazerem sentir com muito maior evidência. Este fenómeno começa a fazer-se sentir para correntes de excitação superiores a 5 [A]. O valor mínimo da energia, para uma corrente de excitação constante, é alcançado na posição não alinhada. A razão é em tudo idêntica à anterior, mas agora justificada pela elevada relutância que as linhas de fluxo enfrentam e, por esse motivo, o fluxo produzido é reduzido ao seu valor mínimo. Quando a corrente de excitação é de 5,5 [A] a energia na posição não alinhada é de aproximadamente 7 [J].



Fig. 4.16 – Co-energia do ALRVC: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação

O mapa da co-energia mostra que o seu valor máximo é atingido sempre na posição alinhada. Para correntes de excitação elevadas, a variação da co-energia com a posição é maior do que para valores de corrente de excitação reduzidos, logo será de esperar grandes variações de força nessas situações.



Fig. 4.17 – Força de tracção do ALRVC: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação

Nas posições alinhada e não alinhada, o actuador não possui qualquer capacidade para desenvolver força de tracção. Partindo da posição alinhada a grandeza evolui linearmente até à posição afastada de 5 [mm], posição a partir da qual a evolução da força de tracção possui um declive pouco acentuado. O valor máximo da força de tracção ocorre na vizinhança da posição 25 [mm]. Desse ponto em diante, a força de tracção tem uma diminuição do valor praticamente exponencial até à posição não alinhada. De observar também que a posição de ocorrência do valor máximo da força de tracção se vai deslocando, ainda que ligeiramente, para a posição não alinhada à medida que a corrente de excitação aumenta. Este facto está relacionado com a forma do dente utilizado e com o percurso seguido pelo fluxo.



Fig. 4.18 – Força de atracção do actuador linear ALRVC: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação

A força de atracção apresenta valores muito mais elevados do que a força de tracção, ocorrendo o valor máximo na posição alinhada, como seria de esperar. Para regimes de saturação, a grandeza é praticamente constante nas posições mais próximas do alinhamento, diminuindo então de forma quase abrupta até que atinge o seu valor mínimo na posição intermédia dos dentes do secundário, correspondendo à posição não alinhada.

As curvas representadas deveriam ter uma simetria em torno da posição alinhada. No entanto, esta simetria é perturbada pelo efeito dos bordos do secundário. Se o secundário do actuador for considerado como tendo uma dimensão muito maior do que o primário, e a simulação for realizada para uma posição do primário no interior, então a verificar-se-á a simetria.

## Simulação Usando um Modelo à Escala 1:3 do ALRVC

## Objectivos e razões

O estudo apresentado anteriormente serve como ponto de partida para o desenvolvimento do novo actuador linear. Se o objectivo do actuador anterior consistia na optimização da força desenvolvida, no novo actuador pretende-se, acima de tudo, controlar a capacidade de posicionamento. Para que esse objectivo seja alcançável, é tolerada uma diminuição no valor da força desenvolvida. Um passo importante nesse sentido passa por verificar o desempenho de um actuador à escala 1:3 da versão anterior do ALRVC.

## Construção do modelo de elementos finitos do actuador à escala 1:3 do ALRVC

A construção do modelo à escala 1:3 do ALRVC seguiu os mesmos passos usados na construção do modelo de base. As dimensões físicas utilizadas encontram-se listadas na Tabela 4.2.

Altura do dente (a)	5	Altura do pólo (f)	30
Largura dos pólos e dentes (b)	10	Comprimento do entreferro (g)	0,66
Largura da cava do secundário (c)	20	Altura do primário (h)	36,15
Comprimento do primário (d)	110	Altura do secundário (i)	10
Largura de meia bobina (e)	3,33	Largura do actuador (j)	34,73

Tabela 4.2 – Dimensões físicas do actuador à escala 1:3 do ALRVC [mm]

Tal como no caso do modelo de base, pretende-se com o lote de simulações obter a característica estática da nova configuração. As simulações realizadas contemplam posições definidas entre as posições não alinhadas -15 [mm] e 15 [mm], com um passo incremental de 1,5 [mm]. A posição tomada como referência, correspondente à posição 0 [mm], é a de alinhamento entre os pólos da fase em estudo e os dentes do secundário.

Para cada uma destas posições, a corrente de excitação da fase *a* varia num intervalo compreendido entre 0,5 [A] e 3,5 [A], usando-se 0,5 [A] como incremento para o valor da corrente.

## Apresentação de resultados

Tal como no caso anterior, na simulação com a fase a excitada, são consideradas 640 espiras por bobina. Um caso semelhante é usado para exibir a distribuição da densidade de fluxo magnético (Fig. 4.19). A fase a é percorrida por uma corrente de 1 [A], e deslocada de 6,66 [mm] relativamente à posição alinhada. Sendo aqui destacado, na Fig. 4.20, o pormenor da distribuição do fluxo magnético na zona do entreferro



Fig. 4.19 – Mapa de cores da densidade de fluxo magnético no actuador à escala 1:3 do ALRVC



Fig. 4.20 Pormenor da região polar do actuador à escala 1:3 do ALRVC: a) mapa de cores da densidade de fluxo magnético, b) isolinhas de fluxo

A percepção do percurso magnético das linhas de fluxo é muito simples. A excepção desta constatação diz respeito à região do entreferro. Aqui, o percurso das linhas de fluxo pode ser decomposto em tubos de fluxo correspondentes a figuras geométricas mais simples.

A caracterização correspondente ao regime estacionário do actuador linear à escala 1:3 do ALRVC é feita tendo por base os resultados obtidos no decorrer do lote de



simulações. Os dados obtidos são representados nos mapas da energia (Fig. 4.21), da co-energia (Fig. 4.22), da força de tracção (Fig. 4.23) e da força de atracção (Fig. 4.24).

Fig. 4.21 – Energia do modelo à escala 1:3 do ALRVC: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação

A superfície do mapa da energia apresenta um aspecto semelhante à do modelo de base. Apenas o efeito da saturação do circuito magnético é agora mais pronunciado. A depressão provocada pelo efeito da saturação do circuito magnético é igualmente maior na posição alinhada. A energia armazenada no sistema é muito menor. A título de exemplo, na posição alinhada, para uma corrente de 2 [A], a energia do modelo do ALRVC é de 2,5 [J], enquanto que no modelo à escala de 1:3 do ALRVC para a mesma corrente, é de apenas 0,5 [J].



Fig. 4.22 – Co-energia do modelo à escala 1:3 do ALRVC: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação

A variação da co-energia do sistema também apresenta um comportamento idêntico ao do modelo do ALRVC, embora os seus valores sejam mais reduzidos. Quando o primário se encontra na posição alinhada, sendo a fase a excitada com uma corrente de 2 [A], a co-energia possui um valor de 2,5 [J] para o modelo do ALRVC, enquanto para o modelo do actuador à escala 1/3 do ALRVC é de 0,8 [J]. Nesta situação, a energia e a co-energia do modelo à escala 1:3 do ALRVC deixam de ser iguais, o que evidencia o fenómeno da saturação.



Fig. 4.23 – Força de tracção do modelo à escala 1:3 do ALRVC: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação

A força de tracção também apresenta um comportamento idêntico ao modelo do ALRVC. Embora o modelo à escala 1:3 do ALRVC possua uma menor capacidade de tracção para a mesma posição do primário e da corrente de alimentação da fase em estudo. Como exemplo, para uma corrente de excitação de 2 [A], a força de tracção do modelo à escala de 1:3 do ALRVC atinge o valor máximo de 50 [N], enquanto que, no modelo do ALRVC, a força de tracção é de 100 [N].



Fig. 4.24 – Força de atracção do modelo à escala 1:3: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação

A força de atracção entre o primário e o secundário é muito mais reduzida na versão do modelo à escala 1:3 do ALRVC. Para uma corrente de excitação de 2 [A] o actuador à escala de 1:3 do ALRVC produz uma força de atracção na ordem de 350 [N] enquanto que o ALRVC origina uma força de atracção da ordem de 750 [N].

## Comparação do ALRVC com o Modelo à Escala 1:3

O modelo à escala 1:3 foi construído com o objectivo de validar a utilização dos resultados obtidos para o novo actuador linear de RVC na realização de operações de posicionamento utilizando a tecnologia de relutância variável.

Como se pode observar, o perfil das curvas obtidas para os dois casos é muito semelhante, donde se conclui que será de esperar um comportamento também semelhante. A grande vantagem em utilizar o modelo à escala 1:3 do ALRVC reside no facto de se diminuir substancialmente o peso do primário. Este facto irá contribuir para melhorar a dinâmica do sistema. Assim, podemos afirmar que a dimensão do actuador dever-se-á reduzir tanto quanto possível, mas claro está, desde que o actuador resultante mantenha os parâmetros de desempenho dentro dos valores necessários à realização de um trabalho útil.

O efeito de borda, provocado pelo facto do actuador possuir um secundário finito é visível na ligeira assimetria das curvas características. Este pormenor certamente será mais visível para pontos de funcionamento junto das extremidades do actuador. No entanto, o seu efeito é menos pronunciado no caso do modelo à escala 1:3 do que no ALRVC.

Outro aspecto a ter em conta é a densidade de corrente. A redução das dimensões do actuador reduz obrigatoriamente o espaço disponível para a instalação das bobinas. Este facto, a verificar-se, obrigará a um funcionamento com densidades de corrente mais elevadas. O que, mesmo não sendo a corrente constante na fase, mas sim pulsada, obriga a cuidados especiais de isolamento eléctrico nas bobinas no que respeita às suas capacidades de dissipação térmica.

# 4.4 Circuitos Magnéticos Isolados

Em todas as topologias lineares apresentadas e estudadas até ao momento, uma parte do circuito magnético é partilhado pelas diferentes fases do actuador. Esta situação acarreta problemas que podem condicionar o desempenho e a versatilidade do dispositivo. Para além do mais, em todas elas, com a excepção da configuração tubular, o número de fases é obrigatoriamente estabelecido no decorrer do projecto, não podendo ser alterado, para melhor o adaptar a uma situação de funcionamento específica.

Pelo contrário, a separação dos circuitos magnéticos introduz uma maior versatilidade na utilização do actuador. Outra vantagem, que deve ser realçada, é a independência de funcionamento entre as fases. Torna-se, assim, viável o seu accionamento simultâneo, em alternativa ao funcionamento exclusivamente sequencial das fases. Não existe, desta forma, o risco de, no decorrer do funcionamento normal, o dispositivo ter a sua eficiência diminuída, pela saturação local de alguns troços do

percurso magnético. Desta forma, é viabilizada a implementação de metodologias de comando avançadas que recorram à activação simultânea e ao balanceamento das forças desenvolvidas por um conjunto de fases.

Para além da forma polar convencional (rectangular) outras podem ser usadas. Neste sentido procura-se estudar a sua influência no desempenho do actuador. As dimensões físicas, com a excepção óbvia da região polar, são mantidas para que os resultados obtidos sejam comparáveis. As formas polares alternativas estudadas são a redonda e a cunha [22],[23]. Finalmente, os resultados obtidos são comparativamente comentados.

As dimensões físicas adoptadas para a construção dos modelos de elementos finitos, baseados no esquema de princípio da Fig. 4.25 são adaptadas das usadas no modelo à escala 1:3 do ALRVC, e descritas na Tabela 4.3. A nova localização da bobina permite um melhor aproveitamento do espaço, sem introdução de alterações no desempenho do actuador.



Fig. 4.25 – Esquema de princípio do actuador de RVC com circuitos magnéticos independentes

No esquema de princípio apenas é representada uma fase do actuador. Devemos observar, mais uma vez, que a região identificada por  $a_+$  corresponde ao corte da bobina em que se considera que a corrente tem o sentido de baixo para cima, perpendicular ao plano do papel, enquanto que, na região  $a_{I-}$ , a corrente tem o sentido de cima para baixo também perpendicular ao plano do papel. Embora apenas uma fase seja considerada para o estudo do actuador, no final, e para que este possua a capacidade de desenvolver um accionamento linear bidireccional, a contagem mínima de fases deve ser igual a três. De qualquer forma, os resultados obtidos para o estudo considerando uma só fase podem ser perfeitamente extrapolados para uma configuração multifase.

Altura do dente (a)	5	Altura do pólo (f)	30
Largura dos pólos e dentes (b)	10	Comprimento do entreferro (g)	0,66
Largura da cava do secundário (c)	20	Altura do primário (h)	40
Comprimento do primário (d)	70	Altura da base do secundário (i)	10
Largura de meia bobina (e)	20	Largura do actuador (i)	50

Tabela 4.3 - Dimensões físicas do actuador de RVC com circuitos magnéticos independentes [mm]

## Pólos e Dentes Rectangulares

A construção do modelo de elementos finitos, reproduzido na Fig. 4.26, segue uma sequência em tudo idêntica à da construção dos modelos anteriores. A configuração geométrica de pólos e dentes rectangulares irá servir de referência para o estudo da influência da forma geométrica adoptada para a região polar. Um pormenor da região polar é mostrado na Fig. 4.27, sendo possível observar a amarelo a zona de translação composta apenas por uma camada de elementos triangulares. O circuito magnético é definido pelos elementos triangulares azuis. A região a magenta define o espaço composto por elementos quadrangulares reservado ao deslocamento do primário. A cor vermelha define a região da bobina percorrida pela corrente de excitação.



Fig. 4.26 - Modelo com pólos e dentes rectangulares e respectiva malha-solução de elementos finitos



Fig. 4.27 – Pormenor da região polar da malha-solução de elementos finitos para o modelo configurado com pólos e dentes rectangulares

A origem (posição 0 [mm]) do deslocamento do primário corresponde à posição alinhada entre os seus pólos e os dentes do secundário. No decorrer das simulações, o primário é sucessivamente deslocado para posições compreendidas no intervalo estabelecido pelas posições limites -15 [mm] e 15 [mm] usando, para o efeito, um passo

de 1,5 [mm]. A bobina da fase é considerada como possuindo 1100 espiras, e a corrente de excitação utilizada na simulação varia no intervalo entre 0,5 [A] e 4 [A], utilizado um incremento de corrente de 0,5 [A].

O procedimento usado na simulação efectuada para a avaliação da influência da configuração polar no desempenho do actuador é idêntico ao usado nos estudos anteriores. No decorrer das simulações, os resultados obtidos, após parametrização do problema com os dados fornecidos pelos ficheiros de lote, são armazenados no disco do computador para análise posterior. A distribuição da densidade de fluxo no actuador pode ser observada na Fig. 4.28. Um pormenor da região polar, onde se mostra a distribuição da densidade de fluxo e as respectivas isolinhas, pode ser observado na Fig. 4.29. Ambas as figuras correspondem à situação da fase se encontrar deslocada da posição alinhada de 6,66 [mm] e excitada por uma corrente de 2 [A]. Tal como seria de esperar, a maior densidade de fluxo ocorre nos cantos interiores do primário e nas regiões sobrepostas do primário e do secundário.



Fig. 4.28 – Mapa de cores da densidade de fluxo do modelo configurado com pólos e dentes rectangulares



Fig. 4.29 – Pormenor da região polar do actuador com circuitos magnéticos separados e com uma configuração com pólos e dentes rectangulares: a) mapa de cores da densidade de fluxo, b) isolinhas de fluxo

A configuração da distribuição das linhas de fluxo permite sugerir que o método dos tubos de fluxo pode aqui ser aplicado. Na região de sobreposição polar, o fluxo é praticamente perpendicular às superfícies polares. Nas regiões não sobrepostas, o fluxo apresenta uma evolução semi-circular numa camada exterior, e semi-cilíndrica no seu interior.

Após terem sido efectuadas as simulações, a colecção de resultados obtidos permite construir as curvas características do funcionamento em regime estacionário, onde se representa a energia (Fig. 4.30), a co-energia (Fig. 4.31), a força de tracção (Fig. 4.32) e a força de atracção (Fig. 4.33).



Fig. 4.30 – Energia do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com pólos e dentes rectangulares: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação

O efeito da saturação magnética na característica da energia magnética é visível na região de alinhamento, para correntes superiores a 2 [A], sendo a depressão que surge no gráfico disso indicadora. Na posição alinhada, a energia do sistema dificilmente pode ir além de 1,4 [J] já que o efeito da saturação impede o seu aumento.



Fig. 4.31 – Co-energia do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com pólos e dentes rectangulares: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação

A maior variação do valor da co-energia no sistema ocorre entre a posição alinhada e a posição não alinhada, sendo por isso essa a zona com maior capacidade de produzir força de tracção. Nas zonas limite, correspondentes à vizinhança da posição não alinhada, a variação do valor da co-energia é muito reduzida, e será por isso de esperar um valor da força de tracção também ele muito reduzido.



Fig. 4.32 – Força de tracção do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com pólos e dentes rectangulares: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação

A variação da força de tracção, a partir da posição alinhada, é praticamente linear, atingindo um valor máximo perto dos 9 [mm], e posteriormente decaindo até à posição não alinhada. Nas imediações da posição alinhada, o decaimento da força de tracção aumenta. A maior força de tracção é conseguida para uma corrente de excitação de 4 [A] e é aproximadamente de 150 [N].



Fig. 4.33 – Força de atracção do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com pólos e dentes rectangulares: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação

O maior valor da força de atracção ocorre na posição alinhada. Nesta posição, a quantidade de fluxo aumenta, mantendo-se a excitação constante, dado que o valor da relutância é muito reduzido. Para uma corrente de excitação de 4 [A] a força de atracção máxima é aproximadamente de 750 [N], enquanto que a mínima ronda os 110 [N].
## Pólos Redondos e Dentes Rectangulares

A configuração em que as regiões polares do actuador assumem a forma redonda e os dentes são rectangulares está representada na Fig. 4.34. Pode também ser observado o pormenor da malha de elementos finitos utilizada na simulação desta configuração. O arredondamento dos pólos é efectuado de maneira a que a distância mínima entre o primário e o secundário seja mantida igual a 0,66 [mm]. A região polar está agora mais refinada do que na configuração rectangular. Este facto prende-se com a necessidade de aumentar o ângulo interno dos elementos finitos triangulares de forma a minimizar o erro do processo de cálculo.



Fig. 4.34 – Pormenor da região polar do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com pólos redondos e dentes rectangulares e respectiva malha-solução de elementos finitos

A distribuição da densidade de fluxo e um pormenor das linhas de fluxo na região polar podem ser observados na Fig. 4.35, correspondendo à situação em que a fase se encontra na posição 6,66 [mm], e a bobina de 1100 espiras excitada por uma corrente de 2 [A].



Fig. 4.35 – Pormenor da região polar do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com pólos redondos e dentes rectangulares: a) mapa de cores da densidade de fluxo magnético, b) isolinhas de fluxo

Existe agora um gradiente da densidade de fluxo na região de sobreposição polar. A densidade é agora maior na zona em que o pólo se encontra mais perto do dente, originando-se assim um ponto de saturação local.

As curvas características do actuador em regime estacionário são construídas para a energia (Fig. 4.36), a co-energia (Fig. 4.37), a força de tracção (Fig. 4.38), e a força de atracção (Fig. 4.39), ocorrendo a saturação do circuito magnético para valores da corrente de excitação superiores a 2 [A].



Fig. 4.36 – Energia do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com pólos redondos e dentes rectangulares: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação

Para valores de corrente de excitação superiores a 2 [A] começa-se a verificar uma saturação do percurso magnético. A energia na posição alinhada dificilmente vai além do valor 1,4 [J].



Fig. 4.37 – Co-energia do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com pólos redondos e dentes rectangulares: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação

Para uma corrente de excitação de 4 [A], a co-energia na posição alinhada é aproximadamente de 2,7 [J]. Para a mesma corrente, o actuador possui, na posição não

150 150 100 100 Força de tracção [N] Força de tracção [N] 50 50 5 [A 0 1 [A] -50 -50 2 [A] -100 3 [ A -100 -150 15 . 4 [A] -150L -15 -5 -10 -15 -10 10 15 -5 0 5 Posição [mm] Corrente [A] Posição [mm] a) b)

alinhada, uma co-energia de 1,7 [J].

Fig. 4.38 – Força de tracção do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com pólos redondos e dentes rectangulares: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação

A força de tracção máxima desenvolvida nesta situação pelo actuador é de 140 [N] quando a corrente de excitação é de 4 [A]. O valor máximo ocorre próximo da posição deslocada do alinhamento de 5 [mm].



Fig. 4.39 – Força de atracção do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com pólos redondos e dentes rectangulares: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação

Quando a corrente de excitação é de 4 [A] o primário exerce uma força de atracção no secundário de aproximadamente 700 [N] quando se encontra na posição alinhada. Para a mesma corrente de excitação a força de atracção na posição não alinhada situa-se em 100 [N].

#### Pólos em Cunha e Dentes Rectangulares

A forma de dente em cunha é estudada por permitir uma construção mais fácil do que a do caso redondo. Também aqui se garantiu que o espaçamento mínimo entre os pólos do primário e os dentes do secundário fosse de 0,66 [mm]. Um pormenor da região

polar da configuração em que os pólos do actuador assumem a forma de cunha e os dentes são rectangulares é mostrado na Fig. 4.40, podendo também ser observada a malha-solução de elementos finitos.



Fig. 4.40 – Pormenor da região polar do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com pólos em cunha e dentes rectangulares e respectiva malha-solução de elementos finitos

Um pormenor da distribuição da densidade de fluxo magnético e das isolinhas de fluxo na região polar é ilustrado na Fig. 4.41. Como podemos observar, a distribuição mostrada é muito semelhante à obtida para o caso da configuração com pólos redondos e dentes rectangulares. A localização mais próxima do dente do secundário está obviamente saturada.



Fig. 4.41 – Pormenor da região polar do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com pólos em cunha e dentes rectangulares: a) mapa de cores da densidade de fluxo magnético, b) isolinhas de fluxo

O processo de simulação foi repetido e os resultados trabalhados tal como anteriormente. As curvas características do actuador em regime estacionário são construídas para a energia (Fig. 4.42), a co-energia (Fig. 4.43), a força de tracção (Fig. 4.44), e a força de atracção (Fig. 4.45), ocorrendo a saturação do circuito magnético para valores da corrente de excitação superiores a 2 [A].



Fig. 4.42 – Energia do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com pólos em cunha e dentes rectangulares: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação



Fig. 4.43 – Co-energia do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com pólos em cunha e dentes rectangulares: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação

No que diz respeito à co-energia, o valor máximo é de 2,5 [A] quando a corrente de excitação é de 4 [A]. Para esta corrente de excitação, a co-energia mínima é de 1,75 [J].

A força de tracção máxima é desenvolvida pelo actuador quando a fase é excitada com uma corrente de 4 [A] e é aproximadamente de 120 [N], ocorrendo este valor na posição afastada do alinhamento de 5 [mm].



Fig. 4.44 – Força de tracção do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com pólos em cunha e dentes rectangulares: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação



Fig. 4.45 – Força de atracção do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com pólos em cunha e dentes rectangulares: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação

A força de atracção máxima ocorre para uma corrente de excitação de 4 [A] e é de 600 [N], sendo ligeiramente inferior ao valor obtido na configuração de pólos redondos e dentes rectangulares. Para a mesma corrente, o valor mínimo da força de atracção é de 100 [N], aproximadamente.

#### Pólos e Dentes Redondos

Finalmente, a última configuração abordada é aquela que apresenta os pólos e os dentes redondos, e à qual corresponde o pormenor da região polar do modelo e da respectiva malha-solução de elementos finitos da Fig. 4.46. Com a construção do modelo é possível obter, nas mesmas condições das assumidas nas três configurações anteriores, a densidade de fluxo magnético e a distribuição das isolinhas de fluxo, mostradas no pormenor da região polar da Fig. 4.47.



Fig. 4.46 – Pormenor da região polar do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com pólos e dentes redondos e respectiva malha de elementos finitos



Fig. 4.47 – Pormenor da região polar do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com pólos e dentes redondos: a) mapa de cores da densidade de fluxo magnético, b) isolinhas de fluxo

A distribuição da densidade de fluxo magnético é diferente dos casos anteriores. Existe agora uma distribuição mais uniforme na região de sobreposição. A distribuição das linhas de fluxo na região é agora mais complexa e, por isso, o seu percurso é mais difícil de analisar.

Com os resultados obtidos é possível construir os mapas característicos do regime de funcionamento estacionário, onde se representa a energia (Fig. 4.48), a co-energia (Fig. 4.49), a força de tracção (Fig. 4.50) e a força de atracção (Fig. 4.51). Nesta configuração, a saturação pode ocorrer perto da posição alinhada e para valores da corrente de excitação na ordem de 2 [A].



Fig. 4.48 – Energia do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com pólos e dentes redondos: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação



Fig. 4.49 – Co-energia do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com pólos e dentes redondos: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação

A co-energia produzida pelo sistema assume agora um valor máximo de 2,6 [J] para a corrente de excitação de 4 [A]. Para a mesma corrente de excitação na posição não alinhada o valor da co-energia é de 1,75 [J].

A força de tracção máxima desenvolvida é obtida agora para uma posição muito mais próxima da posição alinhada, sendo aproximadamente igual a 100 [N] quando a corrente de excitação é de 4 [A].



Fig. 4.50 – Força de tracção do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com pólos e dentes redondos: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação



Fig. 4.51 – Força de atracção do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com pólos e dentes redondos: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação

A força de atracção representada no mapa revela que o seu valor máximo é inferior a 700 [N], quando a corrente de excitação é de 4 [A], mantendo-se o valor de 100 [N] para a posição não alinhada. O perfil das curvas agora obtidas assume um estreitamento na zona próxima da posição alinhada.

#### Comparação dos Resultados

A configuração de pólos e dentes rectangulares é assumida como base de comparação com as outras configurações referidas anteriormente. Para que se possam obter as devidas conclusões, considera-se uma corrente de excitação de 2,5 [A] e efectua-se uma comparação dos valores obtidos para todas as grandezas, pela aplicação dos elementos finitos. O gráfico da Fig. 4.52 representa a evolução da força de tracção e da força de atracção.



Fig. 4.52 – Características em função da posição para uma corrente de 2,5 [A] das forças de: a) tracção, b) atracção. Configuração: pólos e dentes rectangulares (rec-rec), pólos redondos e dentes rectangulares (round-rec), pólos em cunha e dentes rectangulares (cun-rec), e pólos e dentes redondos (round-round)

Os valores máximos da força de tracção desenvolvida pela configuração de pólos e dentes rectangulares são os mais elevados quando comparados com os obtidos para as outras configurações. No entanto, é também nesta configuração que se obtém o valor máximo da força de tracção numa posição mais próxima da posição não alinhada, diminuindo desde aí à medida que se evolui para a situação alinhada. Os valores da força de tracção obtidos nas restantes configurações são relativamente semelhantes. Deve-se destacar que é na configuração de pólos e dentes redondos que o valor máximo da força de tracção se obtém para uma posição mais próxima do alinhamento. Nas configurações de dentes rectangulares e pólos redondos ou em cunha, o valor máximo da força de tracção é obtido sensivelmente na posição intermédia entre a posição alinhada e a posição não alinhada. Como podemos ver, a escolha do tipo de dente a adoptar pode estar relacionada com a posição na qual se pretende activar a fase do actuador. Como esta decisão está condicionada pelo número de fases utilizadas, devemos ponderar esta informação na escolha da configuração geométrica polar.

Para uma mesma corrente de excitação, a configuração polar rectangular é a que desenvolve um valor de força de atracção mais elevado. Para além do mais, a influência da força de atracção está presente numa maior extensão do passo polar. Por seu lado, a força de atracção da configuração com pólos e dentes redondos é aquela que apresenta uma menor influência ao logo do passo polar. Uma vez mais, para as configurações de pólos redondos ou em cunha e dentes rectangulares, as características da força de atracção apresentam uma evolução semelhante. Tendo em consideração que o ruído acústico provocado por este tipo de máquina deriva, em parte, das forças de atracção, devemos concluir que a sua diminuição, para além de promover uma simplificação da própria estrutura física de suporte, também pode contribuir para a redução do ruído produzido.

Na Fig. 4.53 é feita uma comparação dos valores da energia e da co-energia quando a

corrente de excitação é de 2,5 [A]. A co-energia produzida na configuração de pólos e dentes rectangulares é a mais elevada. Sendo a força de tracção derivada da variação da co-energia quando o primário se move, facilmente se comprova que esta configuração é aquela que mais força de tracção desenvolve. Para a energia, vemos que a corrente na bobina é suficiente para provocar algum nível de saturação quando os pólos do primário se encontram na vizinhança do alinhamento com os dentes do secundário.



Fig. 4.53 – Características em função da posição para uma corrente de 2,5 [A]: a) energia, b) co-energia. Configuração: pólos e dentes rectangulares (rec-rec), pólos redondos e dentes rectangulares (round-rec), pólos em cunha e dentes rectangulares (cun-rec), e pólos e dentes redondos (round-round)

De um modo global, podemos afirmar que as configurações de pólos redondos e em cunha com dentes rectangulares têm comportamentos magnéticos e de desempenho muito semelhantes. Embora a força de tracção desenvolvida pela configuração de pólos e dentes rectangulares seja mais elevada, também o é a força de atracção, e por isso alguns problemas poderão surgir. Assim, numa solução de compromisso, a selecção da configuração geométrica depende de vários factores, como por exemplo, a minimização da força de atracção ao mesmo tempo que se tenta maximizar a força de tracção desenvolvida. Também a posição relativa entre os pólos e os dentes onde se pretende activar a fase do actuador tendo em vista a obtenção do máximo da força de tracção, deve levar em consideração a configuração geométrica polar.

## 4.5 Forma Polar Ranhurada

Até ao momento, a forma polar dos actuadores aqui estudados apresenta uma configuração concentrada. Se a forma polar assumida for distribuída, será possível aumentar a resolução do actuador. Assim, o pólo é ranhurado para que o passo polar dos dentes do secundário possa ser reduzido. O estudo é realizado para um conjunto de três configurações diferentes: (1) duas ranhuras, (2) três ranhuras, e (3) quatro ranhuras. O passo polar do secundário é mantido constante ao longo do estudo. O esquema de princípio de cada uma das configurações está representado na Fig. 4.54.



Fig. 4.54 – Actuadores de RVC com circuitos magnéticos separados na configuração de pólos ranhurados: a) duas ranhuras, b) três ranhuras, c) quatro ranhuras

As dimensões usadas na construção dos modelos de elementos finitos são representadas na Tabela 4.4. Para cada um dos modelos é executado um conjunto de simulações que permite caracterizar o comportamento estático do actuador em função da corrente e da posição.

Tabela 4.4 – Dimensões físicas usadas na construção dos modelos dos actuadores de RVC com circuitos magnéticos separados na configuração de pólos ranhurados [mm]

Altura do dente (a)	2	Altura do pólo (f)	30
Largura dos pólos e dentes (b)	2	Comprimento do entreferro (g)	0,66
Largura da cava do secundário (c)	4	Altura do primário (h)	40
Comprimento do primário (d)	38	Altura da base do secundário (i)	10
Largura de meia bobina (e)	5,66	Largura do actuador (j)	34,73
		Altura do topo do primário (l)	10

## Configuração Polar com Duas Ranhuras

Um pormenor da malha na região polar do modelo de elementos finitos é representado na Fig. 4.55. Uma vez mais, a azul está definido o percurso magnético, a branco o ar envolvente, a magenta a região de deslocamento e a amarelo o entreferro de translação.

Um exemplo dos resultados obtidos para uma simulação na posição afastada de 1,33 [mm] da posição alinhada pode ser observado na Fig. 4.56. A bobina de 1280 espiras é percorrida por uma corrente de excitação de 2 [A]. É possível visualizar graficamente a distribuição do fluxo magnético na região polar. Na mesma figura, a distribuição das isolinhas de fluxo é também representada. Podemos ver que as duas ranhuras se encontram numa situação de saturação, já que a área disponível no entreferro é manifestamente reduzida quando comparada com a do restante percurso magnético.



Fig. 4.55 – Pormenor da malha-solução de elementos finitos na região polar para a configuração polar com duas ranhuras



Fig. 4.56 – Pormenor da região polar do actuador na configuração polar com duas ranhuras: a) mapa de cores da densidade de fluxo magnético, b) isolinhas de fluxo

O lote de simulações permitiu obter para o formato polar em estudo, os mapas da energia (Fig. 4.57), co-energia (Fig. 4.58), força de tracção (Fig. 4.59) e força de atracção (Fig. 4.60) que caracterizam o comportamento estático desta configuração.



Fig. 4.57 – Energia do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com duas ranhuras: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação

A análise da Fig. 4.57 permite concluir que, para correntes de excitação de 2 [A], já se detectam os efeitos da saturação junto da posição alinhada. Nesta posição, a relutância magnética do circuito é mínima, e por isso o valor atingido pelo fluxo é maior, o que provoca a saturação local em algumas regiões. Para correntes de excitação superiores a 2 [A] o incremento de energia conseguido é cada vez menor para incrementos constantes de corrente.



Fig. 4.58 – Co-energia do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com duas ranhuras: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação

Da Fig. 4.58, observa-se que, na posição alinhada, o valor da co-energia é máximo. A variação da co-energia em função da posição é maior para valores de corrente de excitação superiores, indiciando que o valor da força desenvolvida seja também maior.



Fig. 4.59 – Força de tracção do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com duas ranhuras: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação

A força de tracção desenvolvida pela configuração aqui em análise atinge o seu valor máximo para uma posição sensivelmente intermédia entre a posição alinhada e a posição não alinhada. A distribuição da força de tracção, em torno da posição alinhada, apresenta um perfil quase sinusoidal. Esta distribuição permite minimizar as flutuações da força de tracção instantânea desenvolvida aquando da comutação entre as excitações das fases. O efeito da saturação é perfeitamente visível para correntes superiores a 2 [A] e, por mais que a corrente de excitação aumente, a força de tracção desenvolvida sofre incrementos cada vez menores.



Fig. 4.60 – Força de atracção do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com duas ranhuras: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação

A força de atracção atinge o seu valor máximo próximo de 300 [N], quando a fase é alimentada por uma corrente de excitação próxima de 2,5 [A] e o actuador se encontra na posição alinhada. O valor mínimo conseguido para a força de atracção, quando a fase é excitada com a corrente de excitação máxima, situa-se perto dos 170 [N]. Devido à saturação, para os mesmos incrementos de corrente a força de atracção desenvolvida é cada vez menor.

## Configuração Polar com Três Ranhuras

Para a configuração polar com três ranhuras é construído o modelo de elementos finitos do qual se extrai um pormenor da região polar exibido na Fig. 4.61. As cores identificam as mesmas regiões referidas nos casos anteriores.



Fig. 4.61 – Pormenor da malha-solução de elementos finitos na região polar na configuração polar com três ranhuras

Um exemplo dos resultados obtidos para uma simulação na posição afastada de 1,33 [mm] da posição alinhada pode ser observado na Fig. 4.62.



Fig. 4.62 – Pormenor da região polar do actuador na configuração polar com três ranhuras: a) mapa de cores da densidade de fluxo magnético, b) isolinhas de fluxo

Nesta situação, o fluxo magnético possui mais um caminho alternativo entre o primário e o secundário. Considerando a secção do troço principal igual a 8 [mm], e somando a secção das ranhuras, resultando em 6 [mm], vemos que ainda existe uma diferença de 2 [mm], sendo agora a saturação menor que no caso anterior.



Fig. 4.63 – Energia do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com três ranhuras: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação

O actuador com esta configuração polar evolui para uma situação de saturação mais lentamente, verificando-se que, para os mesmos incrementos de corrente, os incrementos de energia (Fig. 4.63) são cada vez menores.



Fig. 4.64 – Co-energia do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com três ranhuras: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação

A evolução da co-energia (Fig. 4.64) possui um perfil em tudo idêntico ao da situação anterior. Mais uma vez, para correntes de excitação maiores, o perfil da co-energia apresenta um declive maior em função da posição.



Fig. 4.65 – Força de tracção do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com três ranhuras: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação

A força de tracção (Fig. 4.65) atinge o seu valor máximo, cerca de 55 [N], para valores da corrente de excitação superiores a 2,5 [A]. Para estes valores de corrente, o fenómeno da saturação faz com que, para incrementos da corrente idênticos, os incrementos conseguidos no valor da força de tracção sejam cada vez menores.



Fig. 4.66 – Força de atracção do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com três ranhuras: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação

A força de atracção (Fig. 4.66) atinge um valor máximo próximo de 280 [N], ocorrendo este valor na posição alinhada. Para um valor de corrente de excitação no limiar da saturação, a força mínima de atracção é obtida na posição não alinhada com um valor próximo de 150 [N].

## Configuração Polar com Quatro Ranhuras

Na configuração polar com quatro ranhuras, a superfície polar passa agora a ser igual à da secção do troço do primário. Um pormenor da malha de elementos finitos do modelo construído é mostrado na Fig. 4.67.



Fig. 4.67 – Pormenor da malha-solução de elementos finitos na região polar na configuração polar com quatro ranhuras

A Fig. 4.68 exibe os resultados obtidos para a posição afastada de 1,33 [mm] do alinhamento, quando a fase é excitada com uma corrente de 2 [A]. A saturação do percurso magnético é agora muito menos evidente.



Fig. 4.68 – Pormenor da região polar do actuador com configuração polar com quatro ranhuras: a) mapa de cores da densidade de fluxo magnético, b) isolinhas de fluxo

A saturação faz-se agora sentir para valores de corrente mais elevados. Este facto é facilmente detectado nos mapas da energia (Fig. 4.69), co-energia (Fig. 4.70), força de tracção (Fig. 4.71) e força de atracção (Fig. 4.72).



Fig. 4.69 – Energia do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com quatro ranhuras: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação

Verificamos agora que, para incrementos de corrente idênticos aos dos casos anteriores, e quando o sistema começa a funcionar na situação de saturação, ocorrem maiores incrementos na energia do sistema (Fig. 4.69).



Fig. 4.70 – Co-energia do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com quatro ranhuras: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação

A co-energia (Fig. 4.70) atinge agora um valor máximo superior a 2,5 [J]. Devemos no entanto observar que o declive das curvas é menos acentuado.



Fig. 4.71 – Força de tracção do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com quatro ranhuras: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação

A força de tracção máxima conseguida (Fig. 4.71) é de aproximadamente 50 [N]. O perfil sinusoidal das curvas é claramente inobservável nesta configuração, verificando--se um perfil mais semelhante ao obtido para o caso do actuador com pólos e dentes rectangulares.



Fig. 4.72 – Força de atracção do actuador com circuitos magnéticos separados na configuração com quatro ranhuras: a) em função da posição e da corrente, b) em função da posição para diferentes correntes de excitação

O valor máximo para a força de atracção (Fig. 4.72) é conseguido na posição alinhada para uma corrente superior a 3 [A]. A partir desse valor o efeito da saturação faz-se sentir e não se verificam grandes incrementos no valor da força de atracção sempre que se aumenta a corrente de excitação. O valor mínimo desta grandeza, para a corrente de excitação de 3 [A], é alcançado na posição não alinhada, sendo aproximadamente de 125 [N].

#### Comparação das Configurações Polares Ranhuradas

Os resultados obtidos para as diferentes configurações polares podem ser comparados para duas situações diferentes de funcionamento: (1) em regime não saturado, conseguido para uma corrente de funcionamento de 1 [A], (2) em regime saturado, alcançado para uma corrente de 4 [A].

No regime de funcionamento não saturado a energia e a co-energia são máximas para a configuração de três ranhuras, tal como se pode observar na Fig. 4.73a) e na Fig. 4.73b), respectivamente.



Fig. 4.73 – Curvas comparativas da energia (a) e da co-energia (b): 2 – com duas ranhuras, 3 – com três ranhuras, e 4 – com quatro ranhuras

No que diz respeito à força de tracção desenvolvida, verificamos na Fig. 4.74a), na situação de não saturação, uma ligeira diminuição com o aumento das ranhuras, ainda que de forma pouco significativa. Outro aspecto a considerar é o deslocamento observado do ponto correspondente ao valor máximo da força de tracção. Para uma situação com duas ranhuras, o valor máximo é obtido mais perto da posição alinhada, enquanto que, para a situação com quatro ranhuras, esse ponto se encontra deslocado no sentido da posição não alinhada. Uma grande diferença é observada na força de atracção produzida. A configuração com quatro ranhuras oferece uma redução, da ordem dos 15%, da força máxima de atracção, quando comparada com a situação com duas ranhuras.



Fig. 4.74 – Curvas comparativas da força de tracção (a) e da força de atracção (b): 2 – com duas ranhuras, 3 – com três ranhuras, e 4 – com quatro ranhuras

A finalizar, podemos concluir que as configurações estudadas possuem a capacidade de efectuar deslocamentos com passo reduzido. Num actuador de três fases, o passo será igual a 2 [mm]. No entanto, não podemos deixar de referir que a força de tracção desenvolvida é severamente penalizada.

# 4.6 Modelação do Actuador Individual de Pólos e Dentes Rectangulares usando Tubos de Fluxo

### Definição dos Tubos de Fluxo Elementares

A configuração do actuador individual de pólos e dentes rectangulares é estudada aplicando a metodologia dos tubos de fluxo já introduzida anteriormente. Este tipo de estudo justifica-se pelo facto de se pretender verificar a validade desta metodologia de análise aplicada a actuadores lineares de RVC.

Os tubos de fluxo elementares que servem de base à construção do modelo de tubos de fluxo já foram previamente introduzidos. Devemos salientar que todos os requisitos necessários à utilização dos tubos de fluxo são aqui cumpridos integralmente. Os

elementos usados na construção dos vários tubos do fluxo são representados na Fig. 4.75. Estes elementos representam caminhos de fluxo com largura l igual à do actuador, sendo a direcção do fluxo no tubo indicada pela seta representada em cada forma geométrica.



Fig. 4.75 - Representações de diversos tubos de fluxo elementares

As relutâncias dos tubos de fluxo elementares da Fig. 4.75 são determinadas com base no conhecimento do comprimento médio  $l_{médio}$  da linha de fluxo e da secção média  $A_{média}$  que as linhas de fluxo atravessam. Sendo que a secção média  $A_{média}$  é equivalente à relação existente entre o comprimento do caminho médio  $l_{médio}$  e o volume do tubo. As expressões utilizadas encontram-se resumidas na Tabela 4.5.

Designação do caminho	Relutância	Designação do caminho	Relutância
А	$\mathfrak{R} = \frac{1}{\mu_0} \frac{a_2}{la_1}$	D	$\frac{1}{\Re} = \frac{2\mu_0 l}{\pi} \ln\left(1 + \frac{d_2}{d_1}\right)$
В	$\mathfrak{R} = \frac{1}{\mu_0 l} \frac{b_1}{b_2 - b_3} \ln \frac{b_2}{b_3}$	Е	$\mathfrak{R} = 0,52\mu_0 l$
С	$\mathfrak{R} = \frac{1}{\mu_0} \frac{c_2}{lc_1}$	F	$\mathfrak{R} = rac{1}{\mu_{_0}} rac{l_{_{ m médio}}}{A_{_{ m médio}}}$

Tabela 4.5 – Relutância dos tubos de fluxo elementares

São várias as configurações tomadas para avaliar a quantidade de fluxo no actuador, em função da posição do primário, relativamente ao secundário, e da corrente que percorre a bobina da fase. Três configurações são usadas para caracterizar a relutância equivalente do entreferro em posições específicas: posição alinhada (0 [mm]), posição intermédia (10 [mm]), e posição não alinhada (15 [mm]). As configurações assumidas pelos tubos de fluxo apenas são válidas para as posições indicadas. Para que seja possível caracterizar posições intermédias às anteriores, são usadas outras duas configurações válidas nos intervalos ]0,10[ [mm] e ]10,15[ [mm]. A razão de ser destas restrições prende-se com a degradação da precisão dos modelos intermédios na vizinhança dos limites de validade. A relutância correspondente a estas duas configurações varia em função da posição do primário.

Em todas as configurações considera-se que não existe fluxo na direcção do plano perpendicular ao movimento, não havendo por isso dispersão segundo esse plano. Esta opção, apesar de não ser a mais correcta, pode ser justificada pelo facto do comprimento do entreferro ser muito menor do que a largura do actuador. Obviamente, obter-se-ia um resultado mais exacto se o fluxo de dispersão segundo o plano perpendicular ao movimento fosse tido em consideração mas, dadas as dimensões utilizadas, a sua influência é manifestamente reduzida. O erro será maior à medida que se caminha da posição alinhada para a posição não alinhada já que, nesta última posição limite, o comprimento do entreferro é considerável.

O percurso magnético correspondente ao primário e ao secundário do actuador mantém uma secção constante, considerando-se assim a relutância concentrada em  $\Re_{magnético}$ . O efeito da saturação magnética é tido em consideração usando a curva magnética correspondente ao aço ST-37. A FMM produzida pela bobina da fase é colocada em série com o caminho principal do fluxo. Dado que a distribuição do fluxo é idêntica em ambas as regiões polares, apenas uma é representada, e a outra terá uma distribuição idêntica e, por isso, terá também uma relutância igual. Em simultâneo, o circuito magnético equivalente para a configuração em análise é também representado.

Na posição alinhada (0 [mm]) a distribuição do fluxo na região polar é caracterizada por cinco tubos de fluxo em paralelo. Na Fig. 4.76 é representada a associação dos tubos de fluxo que descrevem a distribuição do fluxo nesta posição. O tubo de fluxo adoptado para o fluxo principal que passa pelo caminho (1) é do tipo A, enquanto que, para os caminhos de dispersão do fluxo, correspondentemente aos caminhos (2,4) e (3,5), são usadas associações série de tubos de fluxo do tipo E e D, respectivamente. Os tubos de fluxo são construídos usando as dimensões do actuador, já apresentadas anteriormente. A largura  $d_2$  do tubo de fluxo do tipo D é igual a 5 [mm]. Nesta posição, a influência do fluxo segundo o plano perpendicular ao deslocamento é mínima.



Fig. 4.76 – Representação do modelo na posição alinhada: a) circuito magnético equivalente, b) tubos de fluxo

Outra posição importante a considerar é a que corresponde à situação de início do alinhamento representado na Fig. 4.77. Não existe, ao contrário da configuração anterior, um caminho principal para o fluxo. São por isso usados 12 caminhos em paralelo para representar a passagem do fluxo do primário para o secundário. Para além do fluxo na região polar, existe uma parcela de fluxo que se fecha pelo caminho (15) sem percorrer o secundário do actuador. O tubo de fluxo usado no caminho (8) é do tipo C. Os caminhos (2,5,7,10,11,13) são tubos de fluxo do tipo D, com as dimensões  $d_2$  dos caminhos (11,13) iguais a 1 [mm]. Os caminhos (3,4,6,12,14) são tubos de fluxo do tipo E, e as dimensões  $e_1$  dos caminhos (12,14) são iguais a 1 [mm]. Finalmente, o caminho (9) é representado usando um tubo de fluxo do tipo F. Os caminhos (1,15) são definidos como tubos de fluxo do tipo A, e a dimensão  $a_1$  do caminho (15) assume o valor do espaço restante da parede interior do pólo do primário não ocupado pelos caminhos (5,13).



Fig. 4.77 – Representação do modelo na posição afastada de 10 [mm] da posição alinhada: a) circuito magnético equivalente, b) tubos de fluxo

Na Fig. 4.78 a distribuição de fluxo em torno da região polar para a posição não alinhada é descrita pelos caminhos representados. Nesta situação, considera-se que o fluxo de cada pólo se pode fechar de igual modo por dois dentes adjacentes de forma perfeitamente simétrica, existindo por isso equivalência entre os tubos de fluxo que saem do pólo para entrar nos dentes. Assim, o fluxo do caminho (1) é associado a um tubo de fluxo do tipo B. Para os caminhos (3,7), (4,8), (5,9,10,11), e (12,13) são usados tubos de fluxo do tipo C, F, D, e E, respectivamente. Tal como na posição anterior, o fluxo de dispersão do caminho (14) tem aqui uma importância considerável, sendo-lhe associado um tubo de fluxo do tipo A. O fluxo que se fecha pelos caminhos (2,6) é ignorado, sendo-lhe por isso atribuída uma relutância infinita.



Fig. 4.78 – Representação do modelo na posição não alinhada: a) circuito magnético equivalente, b) tubos de fluxo

Para as posições intermédias compreendidas entre a posição alinhada 0 [mm] e a posição 10 [mm] é considerada a distribuição de fluxo da Fig. 4.79 que, no caso ilustrado, representa uma posição afastada 5 [mm] do alinhamento. Esta configuração faz a transição entre as configurações alinhada e afastada de 10 [mm] dessa posição. Saliente-se que a precisão da representação não se mantém igual ao longo de todo o percurso mas, como à frente se verá, comporta-se de forma bastante satisfatória. Neste caso, as dimensões de cada um dos tubos vão variando à medida que o primário se movimenta. Para posições inferiores a 2,5 [mm] o caminho (1), descrito por um tubo de fluxo do tipo A, não existe, aumentando a sua dimensão  $a_2$  à medida que a dimensão  $a_2$  do caminho (4) diminui. O caminho (2), descrito por um tubo de fluxo do tipo D, mantém a dimensão  $d_2$  igual a 2,5 [mm] relativamente ao alinhamento. Os caminhos

(3,5), caracterizados por tubos de fluxo do tipo E, mantêm as suas dimensões. Os caminhos (6,8,11) são descritos por tubos de fluxo do tipo D. O caminho (7) é descrito por um tubo de fluxo do tipo E, e mantém as suas dimensões físicas no intervalo de validade do modelo.



Fig. 4.79 – Representação do modelo na posição afastada de 5 [mm] da posição alinhada: a) circuito magnético equivalente, b) tubos de fluxo

A outra configuração de tubos de fluxo, usada para caracterizar o actuador nas posições intermédias à posição 10 [mm] e à posição não alinhada, é mostrada na Fig. 4.80 para a situação particular correspondente à posição afastada de 12,5 [mm] da posição alinhada. Tal como na posição não alinhada, não podemos afirmar que existe na região polar um fluxo principal. O caminho (1) é modelizado como sendo um tubo de fluxo do tipo A. O caminho (2) corresponde a um tubo de fluxo do tipo D mantendo o seu parâmetro  $d_2$  constante e igual a 2,5 [mm]. Os caminhos (3,5,9) do tipo F modificam a sua geometria em função da posição do primário. Os caminhos (6,10) do tipo E

variam a sua geometria em função da posição do primário. Os caminhos (4,8) do tipo C são percorridos pelo fluxo que penetra nos dentes pelas suas paredes laterais interiores. Os tubos de fluxo (6,10,11,13) do tipo D mantêm a sua dimensão  $d_2$  constante, com a excepção do caminho (13) que altera o parâmetro  $d_2$ , e conduzem o fluxo que penetra no dente pela sua superfície superior, e a dimensão  $d_1$  varia com a posição do primário. Os caminhos (12,14) são do tipo E e estão colocados em série, respectivamente, com os caminhos (11,13), variando o parâmetro  $e_1$  do caminho (14) de acordo com o parâmetro  $d_2$  do caminho (13). O caminho (7) do tipo E mantém a sua geometria constante e é percorrido pelo fluxo que sai pela aresta inferior do pólo. O caminho (15) do tipo A corresponde ao percurso do fluxo de dispersão que não se fecha pela região polar. Tal como para a configuração anterior, a precisão deste modelo irá variar com a posição do primário, sendo mais reduzida na vizinhança da posição não alinhada.



Fig. 4.80 – Representação do modelo na posição afastada de 12,5 [mm] da posição alinhada: a) circuito magnético equivalente, b) tubos de fluxo

#### Comparação dos Resultados

Usando os modelos anteriores, a relutância do entreferro é determinada em função da posição do primário. Por outro lado, utilizando procedimentos numéricos em tudo idênticos aos desenvolvidos para o caso de estudo, é realizado um conjunto de simulações que permite obter o fluxo que percorre o circuito magnético levando em linha de conta a curva de magnetização B(H).

Os resultados obtidos são muito semelhantes aos fornecidos pela aplicação dos elementos finitos, embora a precisão dos resultados não seja, obviamente, tão elevada. Este método possibilita que, rapidamente, seja avaliada uma determinada configuração, ou mesmo, validadas alterações nas dimensões de uma configuração já existente. Usando o procedimento já descrito, em conjunto com os valores das relutâncias dos entreferros, para as diferentes posições do primário, é possível realizar uma simulação que devolve o mapa do fluxo ligado em função da posição e da corrente. Com base nestes dados, é possível determinar todas as restantes grandezas: energia, co-energia, força de tracção, e indutância, tal como já se fez anteriormente para o caso de estudo.

Uma comparação do fluxo ligado obtido para uma variação da posição do primário, desde a posição alinhada até à posição não alinhada, pode ser observada na Fig. 4.81, sendo a corrente de excitação mantida constante e igual a 3,5 [A]. Os resultados obtidos com a aplicação do método dos tubos de fluxo são comparados com os que se obtiveram através do FLUX2D. Como se pode observar, o andamento da curva, apesar de menor em amplitude, é em tudo idêntico, considerando a curva de referência.



Fig. 4.81 – Fluxo ligado para uma corrente de excitação de 3,5 [A] usando o método dos elementos finitos FLUX2D e o método dos tubos de fluxo

Após um processamento adequado, tal como já foi descrito anteriormente, o mapa do fluxo ligado permite obter os mapas da energia, co-energia, fluxo, e força de tracção. Como se pode observar na Fig. 4.82, os resultados obtidos são muito aproximados aos que se obtêm com a aplicação do método dos elementos finitos através do FLUX2D.



Deve-se notar que apenas foram simuladas as posições correspondentes a um lado do dente, já que existe simetria em seu torno.

Fig. 4.82 – Mapas característicos do actuador em função da posição e da corrente: a) energia, b) co-energia, c) fluxo ligado, d) força de tracção

Em conclusão, vemos que esta abordagem tem a vantagem de, usando poucos recursos de processamento, que se manifestam quer no custo das aplicações informáticas quer nas necessidades de processamento, possibilitar a avaliação rápida da influência da alteração de parâmetros geométricos do actuador, já que todos os tubos de fluxo são parametrizados. Desta forma, o actuador pode ser optimizado. Este método exige, no entanto, um cuidado especial e uma grande sensibilidade para decidir quais os tubos de fluxo adequados.

## 4.7 Resposta Dinâmica de uma Fase do Actuador

Os resultados da análise estática obtidos para as diferentes configurações dos actuadores lineares de RVC, estudados anteriormente, são usados na construção de um modelo genérico de simulação dinâmica, baseado na metodologia desenvolvida para o caso de estudo do solenóide. As diferenças estruturais entre os dois dispositivos exigem que se introduzam modificações, ainda que reduzidas. Devemos ter em consideração que o actuador possui, em regra, mais do que uma fase, e que o movimento linear exige

a activação sequencial dessas mesmas fases. Embora o objectivo deste estudo não seja, nesta fase, a avaliação do desempenho de uma estratégia de controlo, pretende-se apenas, por agora, construir as bases do modelo que receba as ordens de activação e de desactivação das fases do actuador, e que conduza a resultados tais como a posição, a velocidade, a aceleração, a força de tracção, a corrente, o fluxo, etc. Estas grandezas permitem avaliar o desempenho dinâmico do actuador. A validação do modelo é feita uma vez mais usando a ferramenta de elementos finitos (FLUX2D) como referência, através da análise comparativa de algumas das configurações apresentadas anteriormente.

#### Modelo Dinâmico para Simulação de uma Fase

O movimento bidireccional do primário do actuador de RVC pode ser obtido controlando a sequência de activação das fases, a duração do período de tempo de excitação das bobinas, ou o perfil da corrente que percorre o enrolamento. Recorrendo ao modelo dinâmico desenvolvido no caso de estudo do solenóide, é possível obter um modelo dinâmico correspondente para os actuadores lineares de RVC estudados até ao momento. O mapa da co-energia correspondente a cada uma das configurações foi já obtido anteriormente, pela aplicação do método dos elementos finitos, ou através da aplicação do método dos tubos de fluxo. O modelo possui duas componentes que descrevem o processo de conversão de energia. A primeira, caracteriza o processo electromagnético, levando em consideração a variação da indutância magnética, quer seja provocada por variação da posição do primário relativamente ao secundário, quer seja por variação da corrente e consequente saturação do circuito magnético. A segunda componente caracteriza o desempenho mecânico, podendo ser tão simples que apenas recorra à relação entre a força e a aceleração, ou aumentando o grau de complexidade, considerando os atritos mecânicos ou as forças de tracção contrárias ao movimento.

O modelo agora proposto possui a vantagem, tal como identificado no caso de estudo do solenóide, de, na ocorrência de uma alteração da metodologia de controlo que não altere a caracterização magnética do dispositivo, não exigir a repetição da aplicação da metodologia dos elementos finitos ou do método dos tubos de fluxo. Consequentemente, aumenta-se, assim, a eficácia do processo de simulação e validação das estratégias de comando. Devemos voltar a referir que este método despreza as perdas magnéticas introduzidas pelo aparecimento de correntes de Foucault, originadas pela variação do fluxo. Ao contrário da situação de estudo onde o método já foi aplicado, o actuador linear que se pretende desenvolver não tem como preocupação de dimensionamento a velocidade. Como tal, as perdas podem ser ignoradas, numa fase inicial, e minimizadas numa fase posterior, através da construção, usando aços com boas propriedades magnéticas, ou mesmo, recorrendo à laminação do circuito magnético.

Como já foi referido no Capítulo 2, uma máquina linear converte energia eléctrica

em energia mecânica, ou vice-versa. Este processo ocorre no campo de acoplamento magnético do dispositivo. Tratando-se de um sistema conservativo, onde as perdas são ignoradas, a equação do balanço energético, para cada uma das fases, tem a seguinte forma

$$dW_{elec} = dW_{cmp} + f_{mec}dx \Leftrightarrow dW_{cmp}(\lambda, x) = id\lambda - f_{mec}dx, \qquad (4.3)$$

onde  $W_{elec}$  é a energia fornecida à máquina quando se excita uma fase, sendo parte dessa energia armazenada no campo de acoplamento magnético,  $W_{cmp}$ . A força mecânica  $f_{mec}$ desenvolvida pela fase produz o trabalho mecânico diferencial  $dW_{mec}$  quando ocorre o deslocamento diferencial dx. A equação (4.3) também demonstra que a energia, num sistema sem perdas, depende da corrente que percorre a bobina de uma fase do actuador e da posição relativa entre o primário e o secundário.

A co-energia  $W'_{cmp}(i, x)$  pode agora ser expressa como

$$W'_{cmp}(i,x) = i\lambda - W_{cmp}(i,x).$$
 (4.4)

Após manipulação matemática de (4.4), e considerando (4.3), é possível obter a equação (4.5). Esta expressão mostra como a co-energia depende da corrente i que percorre a fase, e da posição x do primário do actuador,

$$dW'_{cmp}(i,x) = \frac{\partial W'_{cmp}(i,x)}{\partial i} di + \frac{\partial W'_{cmp}(i,x)}{\partial x} dx.$$
(4.5)

Também no caso do actuador linear de RVC, a corrente *i* e a posição *x* são variáveis independentes. Os coeficientes da equação (4.5) podem ser então obtidos, para o caso particular da fase de índice *n*, usando a equação (4.6) e a equação (4.7),

$$\lambda_n = \frac{\partial W'_{cmp_n}(i,x)}{\partial i_n} \Longrightarrow L_n = \frac{\lambda_n}{i_n}, \qquad (4.6)$$

$$f_{mec_n} = \frac{\partial W'_{cmp_n}(i_n, x_n)}{\partial x_n}.$$
(4.7)

Aplicando este desenvolvimento teórico a cada uma das fases do actuador é possível estabelecer a dinâmica do seu comportamento electromagnético, e com ele determinar a força de tracção desenvolvida [24],[25].

Os modelos estudados neste capítulo possuem, em regra, três fases, havendo casos em que uma mesma fase é composta por duas bobinas, com o correspondente par de pólos. Esta situação é completamente transparente para o método, uma vez que existe uma desagregação do problema do ponto de vista físico.

Das não linearidades observadas nos mapas característicos das configurações em estudo, podemos observar que estas se reflectem quer na indutância quer na força de tracção desenvolvida pelo actuador. Para a fase n = (1,2,3), a equação (4.8) descreve o

comportamento electromagnético do actuador. Esta expressão, após desenvolvimento, assume o aspecto da equação (4.9) para a fase de índice n,

$$v_{t_n} = R_n i_n(t) + \frac{dL(i_n, x)i_n(t)}{dt},$$
(4.8)

$$v_{t_n} = \frac{di_n}{dt} \left[ L(i_n, x) + i_n(t) \frac{\delta L(i_n, x)}{\delta i} \right] + \frac{dx}{dt} \left[ \frac{\delta L(i_n, x)}{\delta x} \right] + R_n i_n(t) .$$
(4.9)

No desenvolvimento anterior,  $R_n$  representa a resistência da fase n, e  $v_{t_n}$  a tensão aplicada a essa mesma fase. A equação (4.10) descreve a componente do modelo dinâmico associada à parte mecânica, onde a aceleração a do primário é função da massa M, e da força de tracção total F desenvolvida pelas n fases do sistema,

$$a = \frac{1}{M}(F). \tag{4.10}$$

A solução numérica do sistema formado pelas expressões de cada uma das fases consideradas através de (4.9), em conjunto com a componente mecânica de (4.10), pode ser simplificada através de (4.11), devido às alterações introduzidas, à semelhança do que foi feito para o caso de estudo do solenóide,

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y \\ \frac{dy}{dt} = \frac{1}{M}(F) \\ \frac{di_n}{dt} = \frac{y\beta_n + R_ni_n - v_n}{\alpha_n} \end{cases}$$
(4.11)

Quanto aos coeficientes  $\alpha_n$  e  $\beta_n$ , são dados respectivamente pelas seguintes expressões,

$$\alpha_n = L(i_n, x) + i_n \frac{\delta L(i_n, x)}{\delta i}, \qquad (4.12)$$

$$\beta_n = i_n \frac{\delta L(i_n, x)}{\delta x}.$$
(4.13)

Devemos observar que se considera que a posição do primário pode variar livremente, sem qualquer tipo de bloqueio mecânico. Para além do mais, a corrente em cada uma das fases extingue-se através de um díodo de roda-livre, após a comutação da alimentação da fase.

Em cada uma das iterações, os coeficientes  $\alpha_n$  e  $\beta_n$  são determinados para cada uma das fases do actuador. Com base nesta informação, são determinadas as grandezas  $L_n(i,x)$  e  $F_n(i,x)$ , de cada uma das *n* fases.

O problema é resolvido com recurso ao Matlab usando a função ODE15 para

resolver o sistema de equações diferenciais. O processo de simulação está esquematizado na Fig. 4.83. A aplicação é desenvolvida no Matlab de modo a que a simulação de um actuador de configuração geométrica diferente apenas exija o carregamento dos mapas característicos correspondentes. São dados de entrada do problema a simular a posição inicial  $x_{inic}$ , a massa do primário M, a velocidade inicial  $V_{inic}$ , a duração temporal da simulação  $t_{fim}$ , a resistência R da fase, a tensão  $U_n$ , e a corrente  $I_n$  inicialmente associadas a cada uma das fases. Esta informação é reunida no vector de estado inicial *uev*.

A versão do modelo construída para as simulações realizadas no ponto seguinte apenas aplica um impulso de tensão a uma fase colocada num ponto inicial conhecido. No entanto, será possível adaptar este modelo para permitir a simulação de diferentes estratégias de controlo, contribuindo para isso, quer a versatilidade de ser implementado numa linguagem de programação (Matlab), quer ao modelo desenvolvido, que pode ser considerado como se tratando de uma caixa preta à qual se aplicam tensões, e que determina toda a informação relativa ao comportamento electromagnético de cada uma das fases, além do comportamento mecânico do actuador. A aplicação começa por carregar, ou por determinar com base no mapa da co-energia, caso não existam os mapas da força de tracção F(i,x), do fluxo  $\lambda(i,x)$ , e da indutância L(i,x). O problema é depois resolvido usando a linha de comando representada na Listagem 4.1.

#### Listagem 4.1 - Resolução do problema de simulação dos actuadores de RVC

[t,u]=ode15s(@odemodelo\_base\_tempo,[tev,tfim],uev,options,[],M,R,V1,V2,V3,interp\_met)

Este caso em particular, corresponde a um actuador de três fases, cujo sistema de equações diferenciais está descrito na função @*odemodelo\_base\_tempo*. Os mapas característicos do actuador são interpolados usando o método especificado por *interp\_met*, optando-se na maior parte das situações, por usar o método de interpolação *spline*. A simulação termina no instante  $t_{fim}$ . Para cada uma das fases, é determinada a indutância L(i,x,t), a força de tracção F(i,x,t), a força de atracção  $F_N(i,x,t)$ , e a co-energia  $W_{co}(i,x,t)$ , efectuando-se para o efeito a interpolação nos mapas correspondentes.



Fig. 4.83 - Fluxograma da simulação dinâmica dos actuadores lineares de RVC

## Simulações Dinâmicas dos Modelos Estudados

As configurações estudadas anteriormente são avaliadas do ponto de vista dinâmico, usando o método de análise DMC formulado anteriormente. Para efeitos de comparação e validação do método de análise proposto, o ALRVC, o actuador à escala 1:3 do ALVRC e o actuador linear de RVC com duas ranhuras polares são também simulados com o FLUX2D.

Os modelos DMC construídos com o Matlab, para cada um dos casos específicos, são em tudo idênticos, apenas variando os mapas que caracterizam cada um dos actuadores. Optou-se por efectuar um teste que possa ser replicado no FLUX2D. Este *software* permite associar um circuito eléctrico básico ao modelo de elementos finitos, tal como se fez no caso de estudo do solenóide. Existem, no entanto, limitações quer na complexidade da topologia do circuito electrónico usado, quer na sua estratégia de controlo, já que, e a título de exemplo, é de todo impossível controlar o estado dos interruptores de potência com base na posição do primário do actuador. O *software* permite apenas que os interruptores sejam controlados com base num padrão de funcionamento de frequência fixa, estabelecido aquando da definição do problema, sendo independente da posição e impossível de alterar após o início da simulação. É também difícil estabelecer e estudar estratégias de controlo mais avançadas.
A verificação e análise da resposta dinâmica dos actuadores estudados são feitas com base nos resultados obtidos através da aplicação de um pulso de tensão, de duração prédefinida, partindo o primário do actuador, do ponto de vista mecânico, de uma posição conhecida. O circuito de comando da fase simulada considera que existe um díodo de roda-livre, por onde a energia acumulada na bobina da fase se escoa sempre que o interruptor de potência é aberto e existe corrente a circular na fase.

### Modelo dinâmico do ALRVC

Aplicando os mapas de resultados obtidos com a simulação estática do ALRVC ao modelo dinâmico DMC, é possível obter a resposta do actuador quando se aplica à fase do primário a simular, um pulso de tensão com a duração de 0,1 [seg]. O circuito eléctrico considerado na simulação, retirado do modelo criado no FLUX2D, é representado na Fig. 4.84. A fase excitada é composta por dois enrolamentos com 640 espiras cada, que resultam numa resistência equivalente de 10 [ $\Omega$ ]. Relembramos que cada bobina é representada por duas zonas, uma representativa da corrente com sentido positivo e a outra da corrente com sentido negativo. O díodo de roda-livre é introduzido para conduzir a corrente no período de funcionamento posterior ao corte da alimentação pelo interruptor de potência, sendo a fonte de tensão usada configurada para 30 [V].

Do ponto de vista mecânico é considerado que o primário do actuador possui uma massa de 10 [kg], e parte de uma situação de repouso (velocidade inicial nula). Para além do mais, considera-se que o movimento ocorre na ausência de atrito, e que o ALRVC não arrasta qualquer outro corpo.



Fig. 4.84 – Circuito eléctrico criado no FLUX2D para a simulação dinâmica do ALVRC

Ao modelo dinâmico DMC são fornecidas as características do ALRVC, impondo um regime de funcionamento idêntico ao configurado no FLUX2D. A força de tracção produzida pelo actuador é ilustrada na Fig. 4.85a), e a evolução da posição representada na Fig. 4.85b). São visíveis na evolução da força de tracção calculada pelo FLUX2D algumas perturbações, sendo este fenómeno introduzido pelo mecanismo de ajuste automático da malha de elementos finitos, à medida que o primário evolui. O comprimento do entreferro de translação (2 [mm]) no modelo de elementos finitos é muito menor do que o comprimento do actuador. Relembramos que o *software* obriga a usar nesta região apenas uma camada de elementos triangulares. Para se evitar elementos triangulares com ângulos internos menores que 30°, é necessário efectuar um refinamento da malha nesse mesmo local. Esta característica é responsável pelas oscilações presentes no resultado da força de tracção. Ignorando este fenómeno, é possível constatar que a força de tracção calculada pelo método DMC possui um perfil de evolução muito semelhante.



Fig. 4.85 – Evolução comparativa dos resultados obtidos para o ALRVC: a) força de tracção, b) posição

Visualizando os perfis da corrente na Fig. 4.86a) e do fluxo ligado na Fig. 4.86b) é possível verificar a mesma tendência de evolução fornecida pelas duas ferramentas de análise. A diferença existente advém do problema anteriormente identificado no FLUX2D.



Fig. 4.86 – Evolução comparativa dos resultados obtidos para o ALRVC: a) corrente na bobina, b) fluxo ligado no circuito magnético

O processo de conversão de energia eléctrica em energia mecânica pode ser discutido observando a evolução da curva i- $\lambda$  da Fig. 4.87. Como se pode ver, a corrente aumenta inicialmente até que atinge um valor máximo. Nesse ponto, a alimentação é retirada e, por isso, a corrente começa a diminuir, circulando através do díodo de roda-livre. Ao ser alcançada a posição alinhada, a indutância passa a ter um declive negativo, sendo por isso induzida uma tensão no enrolamento da fase, que provoca um ligeiro aumento no valor da corrente.



Fig. 4.87 – Ciclo de conversão de energia no ALRVC

### Modelo dinâmico do actuador à escala 1:3 do ALRVC

O actuador à escala 1:3 do ALRVC é simulado para se obter a resposta a um pulso de tensão de valor igual a 30 [V], com duração de 0,02 [seg], partindo o primário de uma situação de repouso afastada 10 [mm] da posição alinhada. O primário é considerado como tendo uma massa equivalente de 10 [kg], deslocando-se numa superfície sem atrito, e não estando sujeito a forças de tracção. A mesma situação é simulada com recurso à ferramenta de elementos finitos FLUX2D.

Os valores da força de tracção e a evolução da posição calculados pelas duas ferramentas de simulação são traçados na Fig. 4.88. As forças de tracção devolvidas pelas duas ferramentas de análise têm um perfil idêntico. Como facilmente se deduz, o erro encontrado na posição é cumulativo, daí verificar-se um erro maior na fase final da simulação, e as dimensões usadas no actuador simulado são mais reduzidas do que no caso anterior, por isso, os resultados devolvidos pelo FLUX2D apresentam-se agora mais coerentes.



Fig. 4.88 – Evolução comparativa dos resultados obtidos para o actuador à escala 1:3 do ALRVC: a) força de tracção, b) posição

Os valores da corrente na fase simulada e da indutância, calculados pelas duas ferramentas, encontram-se representados na Fig. 4.89. Uma vez mais pode ser

comprovada a semelhança entre os resultados obtidos.



Fig. 4.89 – Evolução comparativa dos resultados obtidos para o actuador à escala 1:3 do ALRVC: a) corrente na bobina, b) indutância

O processo de conversão de energia que ocorre no campo de acoplamento magnético pode agora ser observado na Fig. 4.90. A posição inicial da fase simulada do primário, no início da simulação, está localizada perto da posição não alinhada, daí a curva *i*- $\lambda$  estar mais perto da curva de fluxo correspondente à posição não alinhada. A tensão de alimentação da fase é mantida constante e o valor da resistência é reduzido e, por isso, o fluxo aumenta linearmente com a evolução da posição do primário. O valor da indutância permanece baixo, enquanto o primário se encontra afastado da posição alinhada. Ao ocorrer o alinhamento, a força contra-electromotriz produzida, e o aumento do valor da indutância, fazem com que a taxa de crescimento da corrente diminua. Quando o interruptor de potência é comutado, a tensão aplicada à bobina é anulada pelo díodo de roda-livre, e a corrente diminui à medida que a energia se dissipa na resistência do enrolamento ou dá origem a trabalho mecânico. Como seria de esperar, a quantidade de energia transformada em trabalho mecânico é muito pequena, já que apenas é usada para vencer a inércia do primário e produzir o movimento longitudinal.



Fig. 4.90 - Ciclo de conversão de energia no actuador à escala 1:3 do ALRVC

#### Avaliação da influência da geometria polar na resposta dinâmica

A metodologia de análise dinâmica DMC é agora aplicada aos actuadores com circuitos magnéticos individuais nas diferentes configurações polares. A situação simulada permite obter a resposta a um pulso de tensão de valor igual a 30 [V], com a duração de 0,02 [seg], partindo o primário de uma situação de repouso afastada 10 [mm] da posição alinhada. O primário é considerado como tendo uma massa equivalente de 10 [kg].

Os resultados obtidos para a força de tracção desenvolvida e para o deslocamento correspondente ao período de simulação, de cada uma das geometrias polares, estão representados na Fig. 4.91.



Fig. 4.91 – Evolução comparativa dos resultados para os actuadores com circuitos magnéticos separados nas várias configurações polares: a) força de tracção, b) posição. Pólos e dentes rectangulares (rec-rec), pólos redondos e dentes rectangulares (round-rec), pólos em cunha e dentes rectangulares (cun-rec), e pólos e dentes redondos (round-round)

Como se pode observar, a configuração polar que desenvolve uma maior força de tracção corresponde à que apresenta pólos e dentes rectangulares, seguida, com forças de tracção muito semelhantes entre si, pelas configurações com pólos redondos ou em cunha e dentes rectangulares. A configuração polar com pólos e dentes redondos é a que desenvolve uma força menor nesta simulação. Este facto pode ser justificado pela posição tomada para o início do movimento, não se devendo esquecer que esta geometria polar é a que apresenta o máximo da força de tracção mais perto da posição alinhada, não sendo por isso muito eficiente o local tomado para a activação da fase.

A evolução das correntes e das indutâncias pode ser observada na Fig. 4.92. Independentemente da configuração adoptada, a corrente apresenta um perfil muito semelhante, o mesmo não se verificando com a evolução das indutâncias que apresentam perfis de evolução bem distintos para cada uma das configurações polares. Como se pode ver, no decorrer de toda a simulação o perfil da indutância aumenta, o que corresponde a ter-se um movimento de aproximação do pólo da fase activa em relação ao dente do secundário.



Fig. 4.92 – Evolução comparativa dos resultados para os actuadores com circuitos magnéticos separados nas várias configurações polares: a) corrente, b) indutância. Pólos e dentes rectangulares (rec-rec), pólos redondos e dentes rectangulares (round-rec), pólos em cunha e dentes rectangulares (cun-rec), pólos e dentes redondos (round-round)

O ciclo de conversão de energia associado a cada uma das geometrias polares é representado na Fig. 4.93. Estes resultados são coerentes com os anteriores, na medida em que a configuração de pólos e dentes rectangulares é a que apresenta uma área maior, o que corresponde a uma maior conversão de energia eléctrica em energia mecânica.



Fig. 4.93 – Ciclo de conversão de energia para os actuadores com circuitos magnéticos separados nas várias configurações polares: pólos e dentes rectangulares (rec-rec), pólos redondos e dentes rectangulares (round-rec), pólos em cunha e dentes rectangulares (cun-rec), e pólos e dentes redondos (round-round)

#### Comportamento dinâmico dos modelos de pólos ranhurados

A avaliação do comportamento dinâmico dos actuadores com diferentes números de ranhuras nos pólos é efectuada construindo para cada uma deles o respectivo modelo dinâmico DMC.

A fase do actuador é alimentada com um pulso de tensão de 30 [V] de amplitude e duração de 0,05 [seg]. Considerando-se que a simulação ocorre num intervalo de 0,1 [seg]. Para o caso do actuador com duas ranhuras, é também construído no

FLUX2D um modelo para obter a resposta dinâmica correspondente à situação de funcionamento descrita, a que é associado o circuito eléctrico representado na Fig. 4.94. A bobina, representada por duas regiões, tem 1280 espiras, que se traduzem numa resistência equivalente de 10 [ $\Omega$ ]. Para a componente mecânica considera-se, tal como nos casos anteriores, que o primário se pode mover livremente no plano paralelo ao do secundário, sem qualquer tipo de atrito. No instante inicial, o primário encontra-se em repouso numa posição afastada de 2 [mm] da posição alinhada.



Fig. 4.94 – Circuito eléctrico criado pelo FLUX2D para a simulação dinâmica do actuador com duas ranhuras polares

Uma vez mais, e para aferição do método de análise dinâmica proposto, são apresentados na Fig. 4.95, a título de exemplo, os resultados obtidos para a corrente e para a indutância calculados pelos dois métodos de simulação.



Fig. 4.95 – Comparação de resultados obtidos para o actuador com duas ranhuras polares: a) corrente, b) indutância

Na Fig. 4.96 é feita uma representação comparativa da evolução das forças de tracção e da evolução das posições para o primário de cada um dos actuadores com diferentes números de ranhuras. De um modo geral, o comportamento é muito semelhante entre os diferentes actuadores. Outro pormenor que ressalta da análise da representação das forças de tracção é o facto de ser produzida uma força negativa. Como se pode observar na representação da evolução da posição, a desactivação da fase, 0,05 [seg] após o início da simulação, coincide com o alinhamento dos pólos do primário com os dentes do secundário (posição 0 [mm]). Nesse instante, como se

observar na Fig. 4.95a), a corrente nos actuadores é de algum modo elevada. Embora o díodo de roda-livre entre em condução, a força de tracção produzida irá ter um sentido negativo, uma vez que o primário se encontra em afastamento do dente do secundário.



Fig. 4.96 – Comparação de resultados obtidos para os actuadores com pólos ranhurados: a) força de tracção, b) posição

Tal como no caso do actuador à escala de 1:3 do ALRVC, as dimensões deste actuador permitem que o mecanismo de ajuste automático da malha do FLUX2D funcione de forma eficaz. Os resultados devolvidos pelos dois métodos de análise são bastante semelhantes para qualquer uma das grandezas representadas.

A representação dos ciclos de conversão de energia relativos aos actuadores de pólos ranhurados é feita na Fig. 4.97. Uma vez mais, a área destas curvas é relativamente reduzida, já que não é aplicado qualquer tipo de força que se oponha ao movimento dos actuadores.



Fig. 4.97 - Ciclo de conversão de energia para os actuadores com diferentes números de ranhuras

# 4.8 Análise Resumida dos Resultados Obtidos

Como se constatou, este capítulo é inteiramente dedicado ao accionamento de RVC. Após uma breve resenha histórica, são introduzidas as configurações rotativa e linear em que a tecnologia pode ser utilizada. Partindo do estudo por elementos finitos do desempenho estacionário de um actuador linear de RVC desenvolvido para aplicações de tracção, é avaliado o desempenho de um actuador idêntico à escala de 1:3. Dos resultados obtidos para o comportamento estático é possível concluir que o actuador à escala possui características de desempenho (força de tracção) necessárias à realização de tarefas de posicionamento. Também foi observado que a diminuição das dimensões tende a provocar uma saturação precoce do circuito magnético, para além de reduzir o espaço disponível para acomodar as bobinas.

Estas constatações levaram ao estudo de configurações alternativas para o actuador linear de RVC que se pretende construir. Assim, uma nova versão foi estudada, composta por várias fases, mas agora, completamente independentes não só do ponto de vista eléctrico mas também magnético. Esta nova configuração permite que, ao não haver partilha do percurso magnético entre as diferentes fases, a situação de saturação seja mais difícil de ocorrer. Também o espaço reservado para a instalação da bobina da fase, é significativamente maior quando comparado com a versão à escala 1:3.

Da análise do caso de estudo do solenóide, observou-se a importância que a região do entreferro tem no desempenho dos actuadores de RVC. Tendo isto em mente, diferentes formas da geometria polar foram avaliadas. Para além da configuração com pólos e dentes rectangulares, que servem de referência à análise, são também avaliadas configurações de pólos redondos ou em cunha mantendo os dentes rectangulares, e uma outra configuração com pólos e dentes redondos. Constatou-se que a influência da forma polar, como se previa, é manifestamente importante, e pode condicionar o desempenho do actuador, quer na posição onde a fase é activada, já que a região da força de tracção máxima depende deste parâmetro, quer mesmo do número de fases que o actuador necessita para que possa produzir um movimento linear.

A introdução de ranhuras nos pólos do actuador permite reduzir o passo polar de forma significativa, mas se o número de ranhuras for baixo, a saturação elevada na região do entreferro degrada a resposta do actuador. Para um número de ranhuras elevado, a resposta pode até ser boa, mas um passo polar tão pequeno exige uma largura reduzida dos pulsos de tensão, para garantir que a corrente na fase se extinga antes que possa produzir uma força de tracção resistente ao movimento.

Dos resultados obtidos para as diferentes configurações geométricas estudadas, podemos concluir que ou a dimensão do pólo é maior e a posição é controlada por balanceamento das forças produzidas por duas ou mais fases, ou é usado um passo polar reduzido que permita um controlo de posição semelhante ao dos motores de passo.

A metodologia dos tubos de fluxo é introduzida no Capitulo 3 e aplicada ao caso de estudo com resultados bastante promissores. Quando aplicada à configuração do actuador linear de RVC com circuitos magnéticos independentes, com pólos e dentes rectangulares, permite novamente obter resultados também bastante satisfatórios. Realça-se que deve haver experiência e conhecimento suficientes que permitam esboçar

a distribuição das linhas de fluxo na região do entreferro. O método é válido e pode ser utilizado para optimizar uma versão inicial do actuador para que sejam cumpridos objectivos pré-estabelecidos, uma vez que os tubos de fluxo são descritos por expressões matemáticas. Obviamente, o método proposto não pretende de forma alguma competir em qualidade com os resultados obtidos com a aplicação da metodologia de elementos finitos. Apenas devemos realçar que se trata de um método simples e eficiente do ponto de vista computacional, e que pode ser usado para procurar uma solução inicial a optimizar através de outros métodos.

Do trabalho apresentado neste capítulo, usando os desenvolvimentos alcançados nos capítulos anteriores, e aplicados ao caso de estudo do solenóide, resultam as bases necessárias à construção dos modelos matemáticos que permitem desenvolver o controlo e estudar o desempenho dinâmico de actuadores de RVC. Estes modelos podem ser usados como caixas pretas, às quais se aplicam sinais de tensão, e nos quais se definem as características electromagnéticas e mecânicas do actuador. A saída permite obter a informação da evolução temporal de várias grandezas electromecânicas e magnéticas, que podem ser usadas para implementar o controlo de posição. Embora sujeito às limitações de simulação de situações dinâmicas associadas a estruturas electrónicas de comando e controlo por parte da ferramenta de elementos finitos, foram simuladas situações simples de funcionamento usando as duas metodologias de análise, comprovando os resultados obtidos a validade do método proposto.

#### REFERÊNCIAS

- [1] S. A. Nasar, "DC Structures Reluctance Motor," IEE Proceedings Vol. 116, No. 1048-9,1969.
- [2] W.H.Taylor, "Obtaining Motive Power," Patent No.8255, England, 2nd May 1840.
- [3] R. Jarvis, "Davidson's locomotive: How did he do it?," *Engineering Science and Education Journal*, pp. 281-288, December 1996.
- [4] B.D. Bedford BD and R.G. Hoft. United States Patent Nos. 3678352 and 3679953, 1972.
- [5] L. E. Unnewehr, W. H. Koch, "An Axial Air-Gap Reluctance Motor For Variable Speed Applications," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Volume: PAS-93, Issue: 1, pp. pp. 367-376, January 1974.
- [6] J.V. Byrne German Patent No. DT 20 30789 B2, 23 June 1970.
- [7] J.V. Byrne, J.C., Lacy, United States Patent No. 3,956, 678, May 11, 1976.
- [8] Yasuharu Ohdachi, "Optimum Design of Switched Reluctance Motors Using Dynamic Finite Element Analysis," *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 33, No. 2, pp. 2033-2036, March 1997.
- [9] Stephane Brisset, Pascal Brochet, "Optimization of Switched Reluctance Motors using Deterministic Methods with Static And Dynamic Finite Element Simulations," *IEEE Transactions* on Magnetics, Vol. 34, No. 5, pp. 2853-2856, September 1998.
- [10] A. V. Radun, "Design Considerations for the Switched Reluctance Motor," in Proceeding of Industry Applications Society Annual Meeting, pp. 290-297, 1994.

- [11] R. Krishnan, R. Arumugam, James F. Lindsay, "Design Procedure for Switched-Reluctance Motors," *IEEE Transactions on Industry Applications*. Vol. 24, No. 3, pp. 456-461, May/June 1988.
- [12] R. E. Clark, D. S. Smith, P. H. Mellor, D. Howe, "Design and Performance of a High Efficiency 5-Phase Switched Reluctance Motor," in *Proceedings of Seventh International Conference on Electrical Machines and Drives*, 1995.
- [13] M. N. Anwar, Iqbal Husain, Arthur V. Radun, "A Comprehensive Design Methodology for Switched Reluctance Machines," IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 37, No. 6, pp. 1684-1692, November/December 2001.
- [14] R. Krishnan, P. Vijayraghavan, "State of the Art: Acoustic Noise in Switched Reluctance Motor Drives," in *Proceedings of the 24th Annual Conference of the Industrial Electronics Society – IECON98*, pp. 929-934, 1998.
- [15] Chi-Yao Wu, Charles Pollock, "Analysis and Reduction of Vibration and Acoustic Noise in the Switched Reluctance Drive," *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. 31, No. 1, pp. 91-98, January/ February 1995.
- [16] Jawad Faiz, J.W. Finch, H.M.B. Metwally, "A Novel Switched Reluctance Motor with Multiple Teeth per Stator Pole and Comparison of Such Motors," *Electric Power Systems Research*, Elsevier, No. 34, pp. 197-203, 1995.
- [17] H. C. Lowatt, J. M. Stephenson, "Influence of Number of Poles per Phase in Switched Reluctance Motors," *IEE Proceeding-B*, Vol. 139, No. 4, pp.307-314, July 1992.
- [18] T. J. E Miller, Switched Reluctance Motors and their Control, Magna Physics Publishing Oxford Science Publications, 1993.
- [19] K. Adamiak, et al., "The Switched Reluctance Motor as a Low-Speed Linear Drive," in Proceedings of Int. Conf. Maglev and Linear Drives, pp. 39-43, May 1987.
- [20] Maria do Rosário Calado, "Actuador Linear de Relutância Variável Comutado, Modelização, Dimensionamento, Construção e Ensaio," Dissertação para Obtenção do Grau de Doutor em Engenharia Electrotécnica, Universidade da Beira Interior, Dezembro 2001.
- [21] J. Corda, E. Skopljak, "Linear Switched Reluctance Actuator," in *Proceedings of the Sixth International Conference on Electrical Machines and Drives*, pp.535-539, September 1993.
- [22] Espírito Santo, M. R. Calado, C. M. Cabrita, "Influence of Pole Shape in Linear Switch Reluctance Actuator Performance," in *Proceedings of the 6th LDIA - International Symposium on Linear Drives for Industrial Applications*, 2007.
- [23] A. Espírito Santo, M. R. Calado, C. M. Cabrita. "Finite Elements Analysis of Linear Switched Reluctance Actuator Pole and teeth Shape," in *Proceedings of XIII ISEF - International Symposium on Electromagnetic Fields in Mechatronics, Electrical and Electronic Engineering*, 2007.
- [24] Espírito Santo, M. R. A. Calado, C. M. P. Cabrita, "Variable Reluctance Linear Actuator Dynamics Analysis Based on Co-energy Maps for Control Optimization," in *Proceedings of LDIA* - *Linear Drives for Industry Application*, 2005.
- [25] M.R.A. Calado, A.E.V. Espírito-Santo, C.M.P. Cabrita. "Dynamic Behaviour Simulation of Electromagnetic Actuators using a New Method based on Co-Energy Maps," in *Proceedings of* 16th IASTED - International Conference on Applied Simulation and Modelling, 2007.

# Capítulo 5

# Construção do Actuador Linear de Relutância Variável Comutado

Um protótipo é construído com base no trabalho desenvolvido nos capítulos anteriores. Todo o processo de construção é apresentado e descrito. É dada especial relevância ao projecto dos enrolamentos das fases, para que a força magnetomotriz desejada seja obtida dentro das especificações. É também proposto um método que permite determinar a posição do primário sem recurso ao uso de um sensor de posição. Os resultados obtidos com a realização dos ensaios estáticos são apresentados para duas configurações polares diferentes: rectangular e redonda.

# 5.1 Estrutura Mecânica de Suporte

O Capítulo 4 foi dedicado à validação da tecnologia usada nos actuadores lineares de RVC e à análise do seu desempenho, com as várias configurações que podem assumir. Das geometrias polares analisadas, a de configuração de pólos e dentes rectangulares, com circuitos magnéticos independentes, foi a que demonstrou possuir um desempenho mais promissor para a aplicação em causa. Para além desta, a configuração de pólos redondos e dentes rectangulares demonstrou também poder desenvolver a função à qual se pretende aplicar a tecnologia de RVC.

Neste capítulo são descritas as várias fases de construção de um protótipo funcional, com o intuito de lhe aplicar e validar metodologias de controlo. Todas as peças desenhadas, com as respectivas dimensões, podem ser vistas em pormenor no Anexo A.

### Base de Suporte

O circuito magnético do actuador linear necessita de uma estrutura que lhe dê suporte físico. Esta estrutura permite que o primário da máquina se desloque longitudinalmente em relação ao secundário, mantendo, simultaneamente, um comprimento de entreferro constante.

A estrutura de suporte tem como característica principal a capacidade de acolher, sem modificações de maior, diferentes tipos de actuadores lineares. Um cuidado especial, tido no projecto mecânico, diz respeito à tolerância mecânica desejada, já que devemos relembrar que o comprimento do entreferro avaliado nos capítulos anteriores é de 0,66 [mm]. Para além da necessidade de se poder ajustar este parâmetro, também deve ser garantida a sua manutenção ao longo de todo o percurso. A estrutura de suporte é construída em perfis de alumínio extrudido, de dimensões 50x50 [mm] e 25x50 [mm] como se representam na Fig. 5.1.



Fig. 5.1 – Perfis de alumínio extrudido da estrutura de suporte com dimensão: a) 50x50 [mm], b) 25x50 [mm]

No topo da estrutura de suporte está instalado, em cada um dos lados, um carril em aço rectificado de perfil idêntico ao representado na Fig. 5.2a). Nestes carris deslizam rolamentos lineares do tipo patim de esferas, de perfil correspondente ao representado na Fig. 5.2b). Estes rolamentos lineares servem de suporte a duas plataformas móveis independentes que deslizam horizontalmente através da base de suporte.



Fig. 5.2 – Perfis: a) do carril, b) dos rolamentos lineares

Uma imagem da estrutura de suporte é representada na perspectiva da Fig. 5.3, na qual as travessas laterais, localizadas na sua base, têm como função suportar o secundário do actuador, enquanto que os rolamentos lineares dão suporte às duas plataformas independentes, uma das quais acomoda o primário do actuador, e a outra serve de suporte aos sistemas de instrumentação de testes. O comprimento da estrutura de suporte é de 2000 [mm].



Fig. 5.3 – Estrutura de suporte

# Instalação do Primário e do Secundário

O primário e o secundário do actuador são construídos em aço ST-37. O desejo de concretizar a configuração de circuitos magnéticos independentes, nas duas versões da forma polar (rectangular e redonda), com o mínimo de implicações estruturais, foi alcançado construindo o percurso magnético do primário em três peças independentes. A peça do topo da estrutura do circuito magnético primário é unida aos pólos através de parafusos, tal como se pode observar na Fig. 5.4. A peça do topo também suporta a bobina da fase.



Fig. 5.4 – Circuito magnético primário com pólos rectangulares

As fases do actuador, que constituem o primário, são unidas, por meio de grampos em alumínio, a um perfil de alumínio 25x50 [mm] que, por sua vez, é fixo à plataforma principal. Os grampos têm ainda como função permitir o ajuste do comprimento do entreferro tal como se pode ver na Fig. 5.5.



Fig. 5.5 – Circuito magnético primário, na sua forma final, pronto a ser instalado na plataforma móvel

O secundário é também construído em aço ST-37, sendo fixo às travessas da estrutura de suporte por meio de grampos em alumínio apertados, por seu lado, por meio de parafusos às travessas da base de suporte, tal como pode ser observado na Fig. 5.6.



Fig. 5.6 - Circuito magnético secundário e respectivos grampos de fixação

Finalmente, o projecto do actuador linear de RVC com os circuitos magnéticos independentes pode ser observado na Fig. 5.7. Na vista global é possível identificar as diferentes componentes. O primário do actuador é fixo a uma plataforma que, por sua vez, assenta nos rolamentos lineares. Desta forma, o primário apresenta um grau de liberdade para se poder deslocar longitudinalmente. O secundário é fixo às travessas da base de suporte através dos grampos. Para além da plataforma do primário é possível observar, em segundo plano, a plataforma secundária usada nos testes do actuador em regime estacionário e que permite medir, através de uma célula de carga nela instalada, a força de tracção desenvolvida. Para isso, a plataforma secundária possui um travão que bloqueia o seu movimento.



Fig. 5.7 – Vista completa do actuador linear de RVC

# Imagens do Protótipo Construído

O resultado final da construção do actuador linear de RVC, com circuitos magnéticos independentes, pode ser verificado nas várias fotografias que se incluem seguidamente a título ilustrativo.

O pormenor de uma das fases, para a configuração com pólos rectangulares, pode ser observada na Fig. 5.8.



Fig. 5.8 – Pormenor da zona polar do actuador linear de RVC para a configuração com pólos rectangulares

Na Fig. 5.9 pode observar-se um pormenor do mesmo actuador, agora com pólos redondos.



Fig. 5.9 – Pormenor da zona polar do actuador linear de RVC para a configuração com pólos redondos

Um par de peças polares, correspondentes à configuração redonda, pode ser observado na Fig. 5.10. Nesta figura, podem também ser visualizadas as perfurações roscadas para permitir a sua montagem no primário do actuador, e a fixação aos grampos de suporte em alumínio.



#### Fig. 5.10 – Pólos redondos prontos a serem instalados

Um pormenor da estrutura de suporte do actuador é exibido na Fig. 5.11. Para além das travessas, que suportam o secundário, são também visíveis os grampos em alumínio que o fixam.



### Fig. 5.11 – Estrutura de suporte com o secundário instalado

As fases do actuador linear de RVC, agrupadas e instaladas na plataforma principal, podem ser observadas na Fig. 5.12. O ajuste da altura de colocação do entreferro é conseguido posteriormente à montagem na plataforma principal, através do ajuste nos grampos de suporte em alumínio.



Fig. 5.12 – Pormenor do primário do actuador linear de RVC de três fases com circuitos magnéticos independentes

O aspecto final do actuador linear, montado na plataforma principal e pronto para ser ensaiado, pode ser observado na Fig. 5.13. As alimentações das fases do actuador são feitas através dos cabos visíveis na fotografia.



Fig. 5.13 – Aspecto final do actuador linear de RVC de três fases com circuitos magnéticos independentes

# 5.2 Projecto dos Enrolamentos

O dimensionamento dos enrolamentos das fases do actuador deve ter em atenção factores específicos como a FMM que devem produzir, a resistência eléctrica, as dimensões disponíveis na sua estrutura de alojamento, e o valor máximo da corrente a suportar. De um modo geral, procura-se optimizar os requisitos anteriores, tendo em atenção o desempenho térmico condicionado pela corrente máxima que pode circular nesses enrolamentos. Por um lado, a corrente é condicionada pela FMM que se deseja gerar na bobina. Por outro lado, o valor máximo da corrente que circula num enrolamento é condicionado pela resistência e pela tensão de alimentação que lhe é aplicada. Adicionalmente, a resistência do enrolamento é função da geometria da bobina, ou seja, da secção e do comprimento do condutor usado na sua construção.

# Comportamento Térmico dos Enrolamentos

O ponto mais crítico de funcionamento de um enrolamento, do ponto de vista térmico ocorre quando a fase se encontra excitada, e o actuador está bloqueado, sendo a energia fornecida pela fonte dissipada unicamente sob a forma de calor [1]. A capacidade térmica *C* indica a aptidão que o enrolamento tem para armazenar energia térmica. A taxa a que a energia é absorvida será então  $C \frac{d\theta(t)}{dt}$ , onde  $\theta(t)$  corresponde ao diferencial de temperatura existente entre a temperatura ambiente e a temperatura do enrolamento. A dissipação de energia devido a esse gradiente é caracterizada pela capacidade de dissipação *K* e processa-se a uma taxa  $K\theta(t)$ .

No instante inicial, em que se fornece energia ao enrolamento, a uma potência P constante, o diferencial de temperatura  $\theta(t=0)$  é nulo, uma vez que o enrolamento se encontra à temperatura ambiente. A taxa inicial de absorção de energia será  $K/_C$  graus por segundo. O diferencial de temperatura irá estabilizar no valor final  $\theta_f = \frac{P}{K}$ , após decorrer um tempo suficientemente longo. Entre estes dois eventos, a evolução do diferencial de temperatura é descrito por

$$P = C \frac{d\theta(t)}{dt} + K\theta(t) .$$
(5.1)

Após alguma manipulação matemática, obtemos

$$\int \frac{Kd\theta}{P-K} = \int \frac{Kdt}{C} \Leftrightarrow -\ln\left(P-K\theta\right) = \frac{K}{C}t + C_1,$$
(5.2)

onde  $C_1$  é a constante de integração, que pode ser determinada a partir da condição inicial  $\theta(t=0) = 0$ . Resulta então que

$$\theta(t) = \frac{P}{K} \left[ 1 - e^{-\frac{K}{C}t} \right].$$
(5.3)

A constante térmica da bobina é definida por K/C. Este parâmetro estabelece que, em K/C segundos, a temperatura irá aumentar 63% relativamente ao seu valor final.

A expressão que descreve o arrefecimento do enrolamento pode ser estabelecida da mesma forma, mas tendo em atenção que o arrefecimento se processa com uma potência de entrada nula, e que teremos  $\theta(t=0) = \theta_f$ .

A equação (5.1) e a equação (5.3) podem ser usadas para traçar os gráficos do comportamento térmico apresentados na Fig. 5.14, correspondentes ao aquecimento e ao arrefecimento do enrolamento. Esta dedução só é válida se o enrolamento for considerado como se tratando de um corpo isotérmico de capacidade térmica e de capacidade de dissipação constantes. Estas condições não se verificam totalmente, já que deve existir um gradiente térmico, no sentido do interior para o exterior do enrolamento para que o calor possa ser dissipado.

Estes resultados podem ser validados através de um procedimento experimental. A montagem usada na Fig. 5.15 permite que um enrolamento fique sujeito ao fornecimento constante de energia, sendo o aumento da temperatura determinado através da medida do valor da resistência. O wattímetro mede o valor da potência fornecida ao enrolamento, mantida constante através do reóstato de ajuste  $R_P$  que permite variar a tensão aplicada ao enrolamento. No decorrer do ensaio, a ponte de Wheatstone é mantida em equilíbrio, por ajuste da resistência  $R_v$  do ramo variável.

Desta forma, é possível saber com precisão, e em tempo real, o valor da resistência do enrolamento. Deve-se ter o cuidado de levar em consideração as resistências dos circuitos amperimétrico e voltimétrico do wattímetro. Usando uma tabela que relacione a temperatura do enrolamento com a sua resistência é possível determinar as constantes térmicas do enrolamento. Deste ensaio pode-se concluir que a capacidade de dissipação varia com a temperatura.



Fig. 5.14 - Características térmicas do enrolamento: a) aquecimento, b) arrefecimento



Fig. 5.15 – Esquema do circuito usado na determinação das constantes térmicas da bobina

O valor final da temperatura  $\theta_f$  não é linearmente dependente da potência de entrada. A capacidade de dissipação deve ser afectada do factor k, que descreve a quantidade de energia que pode ser dissipada, por unidade de área efectiva de dissipação  $S_d$  por cada °C de diferença entre a temperatura ambiente e a temperatura do enrolamento. Este coeficiente é função do incremento de temperatura, ou da potência de entrada, e relaciona-se com o coeficiente de dissipação através de  $K = kS_d$ .

O incremento na temperatura do enrolamento pode, para efeitos de projecto, ser estabelecido em função das suas dimensões e da FMM que deve gerar. Se a potência  $P = RI^2$ , fornecida ao enrolamento, for dissipada a uma taxa  $\theta_f K$ , podemos estabelecer que existe a igualdade

$$P = RI^2 = \theta_f K = kS_d .$$
(5.4)

Da expressão anterior pode-se definir o aumento da temperatura quando a FMM é gerada por um enrolamento de resistência R. Quando o enrolamento é alimentado de modo intermitente durante uma fracção de tempo q, de duração inferior a um quarto da constante de tempo, como é o caso da aplicação em desenvolvimento, a temperatura final será

$$\theta_f = \frac{qRI^2}{kS_d}.$$
 (5.5)

Se a condição da constante de tempo não for verificada, então não se pode considerar que o enrolamento é alimentado de modo intermitente e, por isso, q deverá ser igual a 1.

# Projecto do Enrolamento

Os enrolamentos do actuador linear de RVC são projectados tendo em consideração o valor da FMM que devem gerar. Contudo, devem ser tidas em conta as dimensões disponíveis para a sua instalação. Um número reduzido de espiras exige correntes de funcionamento mais elevadas, dificultando o projecto da electrónica de regulação e comando e, em simultâneo, provocando um aumento na temperatura de funcionamento. Um número elevado de espiras diminui a corrente de funcionamento, com todos os benefícios que dai advêm, mas exige maior espaço de acomodação para o enrolamento. O enrolamento é acomodado numa moldura de acrílico com a forma e as dimensões representadas na Fig. 5.16.



Fig. 5.16 – Moldura de suporte do enrolamento da bobina com dimensões em milímetros: a) vista frontal, b) vista lateral

Foi estabelecido como requisito que o enrolamento deve ser capaz de produzir uma FMM de 3300 [Ampère.espira], quando se aplica uma tensão de 30 [V]. No dimensionamento que se segue são usadas unidades não pertencentes ao SI por uma questão de comodidade, já que as tabelas de dados baseiam-se no sistema de unidades anglo-saxónico.

O comprimento médio de uma espira é  $P_m = 2 \times (57+22) + 2 \times (17+12,5) = 242$  [mm], o

que corresponde a 9,5276 [pol]. A resistência  $R_i = \frac{E}{P_m NI}$ , por unidade de comprimento do condutor, resulta igual a 0,9542x10<sup>-3</sup> [ $\Omega$ /pol].

Por consulta da tabela da norma AWG (*American Wire Gauge*) é possível constatar que o condutor que mais se aproxima deste valor é o que tem o código AWG-20, com as características que se transcrevem na Tabela 5.1.

Código AWG	Diâmetro	Área circular	Resistência por unidade de comprimento	Comprimento por unidade de resistência	Comprimento por unidade de massa
	Mils	Sq. Mils	$\Omega$ /pol	$ft/\Omega$	ft/lb
20	32	1024	0,8458x10 <sup>-3</sup>	98,50	323,4

Tabela 5.1 – Características do condutor AWG-20

Usando estes dados, é agora possível determinar o número de espiras N do enrolamento. Assim, o espaço disponível no comprimento h = 43 [mm] = 1,6929 [pol] do enrolamento será suficiente para acomodar um total de  $N_e = \frac{h}{d} = \frac{1.6929}{32 \times 10^{-3}} \approx 52$  espiras por camada.

O número de camadas de espiras  $N_c$  que o espaço disponibiliza para a largura do enrolamento é de e = 17 [mm] = 0,6693 [pol] permitindo obter o valor  $N_c = \frac{e}{d} = \frac{0,6693}{32 \times 10^{-3}} \approx 21 \text{ camadas de espiras.}$ 

Os resultados obtidos para o número de espiras por camada, e para o número de camadas de espiras, são usados para determinar o número total N de espiras do enrolamento  $N = N_e N_c = 52 \times 21 = 1092$  espiras.

A resistência total *R* do enrolamento pode agora ser determinada através de:  $R = R_i P_m N = 0.8458 \times 10^{-3} \times 9.5276 \times 1404 = 8.8$ [ $\Omega$ ].

O valor da corrente máxima a circular no enrolamento, quando a tensão E = 24 [V] é aplicada, considerando possíveis quedas de tensão nos interruptores de potência, será de  $I = \frac{E}{R} = 3,4 [A]$ . Para este valor de corrente, a FMM produzida será de *FMM* = *NI* = 1092×2,73 = 3712,8 [Ampère.espira], valor bastante próximo do pretendido. A potência máxima dissipada no enrolamento, numa situação de bloqueio e corrente máxima, será de  $P = RI^2 = 8,8 \times 3,4^2 = 101$  [W].

Com o enrolamento projectado, é desejável agora verificar o seu comportamento térmico. Para o enrolamento em questão, o factor de dissipação tabelado em [1] será de k = 0,0075. Para a superfície efectiva de dissipação  $S_d$  de 16204 [mm<sup>2</sup>] = 50,24 [pol<sup>2</sup>]

resulta o coeficiente de dissipação  $K = kS_d = 0,0085 \times 50,24 = 0,4270$  [W]. Usando a expressão (5.5), com uma fracção de tempo de utilização q = 1 (situação de utilização crítica), o aumento de temperatura esperado no enrolamento será de 236 [°C]. Esta situação não corresponde ao verdadeiro funcionamento, sendo que o correcto será considerar sempre q bastante inferior a 1/3, já que existem três fases no actuador, que funcionam sequencialmente na maior parte do tempo.

O cálculo da constante de tempo térmica do enrolamento requer o conhecimento da sua capacidade térmica. Considerando um comprimento médio das espiras  $P_m = 242$  [mm], o total das 1092 espiras corresponde a 264 [m] = 866,14 [ft] de condutor. O enrolamento terá então uma massa de 2,69 [lb] = 1220 [g]. Para esta massa, a capacidade térmica terá o valor  $C = 180 \times 2,69 = 484,2$  [J/°C], e a constante de tempo do enrolamento será de C/K = 1134 [seg] ou 18,9 [min].

A curva de aquecimento para a situação crítica de funcionamento (q = 1) tem uma evolução estabelecida pela expressão

$$\theta(t) = 236 \left[ 1 - e^{-\frac{t}{484,2}} \right].$$
 (5.6)

# 5.3 Instrumentação do Banco de Ensaios

O estudo dos comportamentos estático e dinâmico do actuador linear de RVC requereu que o banco de ensaios construído fosse devidamente instrumentado. Assim sendo, todas as grandezas em análise são adquiridas ou obtidas da informação fornecida pelos sensores instalados.

# Instrumentação Necessária à Realização dos Ensaios Estáticos

Para efectuar os ensaios estáticos, o primário deve poder ser bloqueado numa posição específica, sendo esta capacidade conferida pela plataforma secundária. A força de tracção desenvolvida nessa posição pode ser medida e registada, estando o enrolamento da fase em estudo a ser percorrido por uma corrente de ensaio. Na Fig. 5.17 são descritos os blocos principais, e respectivas interligações, usados na instrumentação do banco de ensaios.

Cada um dos blocos é resumidamente descrito de seguida. O sistema é controlado pelo microcontrolador MSP430F449 [2] que, após receber uma ordem de início do ensaio, fecha o circuito de potência através do interruptor electrónico e adquire, para dois vectores de dados em memória, os valores da corrente e da força. Estes dois vectores são posteriormente transferidos para o computador pessoal através da porta série RS232, sendo o interruptor de potência aberto após a aquisição das grandezas.

# Medida da força de tracção

A força de tracção que o primário desenvolve, quando uma das três fases é percorrida por uma corrente de excitação, é medida através da célula de carga com capacidade de medida igual a 500 [kg], instalada na plataforma secundária. A distância entre a plataforma primária, livre para se mover, e a plataforma secundária, bloqueada por meio do travão, é estabelecida pelo parafuso de ajuste da posição. Deve haver o cuidado de garantir que a força produzida pelo primário seja sempre no sentido de colocar a célula de carga a trabalhar à compressão. A instalação da célula de carga na plataforma secundária pode ser observada na Fig. 5.18.



Fig. 5.17 – Esquema de princípio da instrumentação para a realização dos ensaios estáticos



Fig. 5.18 – Célula de carga instalada na plataforma secundária no decorrer do ensaio estático

Para que a célula de carga possa funcionar correctamente é alimentada por uma fonte

de tensão regulada a +10 [V], com uma potência de saída de 8 [W], e que alimenta, para além desta, todos os outros sensores. O circuito usado na regulação da tensão está representado na Fig. 5.19a). O sinal da força de tracção medido pela célula de carga é convenientemente amplificado através do circuito da Fig. 5.20a), baseado no amplificador de instrumentação INA114, para que possa ser adquirida pelo ADC unipolar de 12 bits/2,8 [V] interno ao microprocessador MSP430. O ajuste de zero do sistema de medida da força é conseguido gerando um sinal regulado de -10 [V] (Fig. 5.19b)) que, através do *trimmer* do circuito da Fig. 5.20b), permite gerar a tensão necessária ao ajuste.



Fig. 5.19 – Alimentação regulada ± 10 [V]: a) polaridade positiva, b) polaridade negativa



Fig. 5.20 – Acondicionamento do sinal da célula de carga: a) amplificação, b) sinal de ajuste

# Corrente no enrolamento e circuito de comando

A aquisição da corrente é feita usando uma resistência de valor muito pequeno, sendo a queda de tensão aos seus terminais amplificada e enviada para um dos canais de aquisição do ADC. A cadeia de comando da alimentação da fase e aquisição da corrente que nela circula é realizada pelo circuito da Fig. 5.21. O sinal de comando vindo do MSP430 é opticamente isolado do circuito de potência por questões de segurança.



Fig. 5.21 - Comando da alimentação do enrolamento da fase e circuito de aquisição da corrente

#### Posição da plataforma principal

A posição da plataforma principal que suporta o primário pode ser conhecida usando um sensor de posição resistivo, no qual a variação da posição linear da haste modifica o valor da resistência do sensor. O sensor é alimentado por uma tensão estabilizada regulada de ±10 [V]. O sinal de saída do terminal variável é proporcional à posição da haste. Na prática, em alternativa ao sensor resistivo, e por motivos de resolução, a posição é medida usando um comparador mecânico. Qualquer uma das duas soluções apresentadas não se aplica à medição de deslocamentos superiores a 20 [mm].

### Instrumentação Necessária à Realização dos Ensaios Dinâmicos

As metodologias de controlo baseiam-se, quase sempre, no conhecimento da posição do primário, sendo que a resolução necessária depende da tarefa a desempenhar pelo actuador. O objectivo principal deste trabalho requer o conhecimento da posição do primário com a maior precisão possível. Esta necessidade pode ser satisfeita através de duas abordagens diferentes que passam a ser descritas: a mais prática, ainda que menos económica, recorre à utilização de um *encoder*. Outra solução, baseada numa técnica *sensorless*, usa a informação relativa à diferença entre os valores dos ângulos de fase do sinal de corrente alternada, injectado no enrolamento de uma fase do actuador, e da queda de tensão que nela provoca, para determinar a indutância da bobina da fase em função da posição e da corrente.

#### Determinação da posição usando um encoder

O conhecimento da posição da plataforma, quando esta se move em funcionamento normal, é conseguido através de um *encoder*, tal como pode ser observado na Fig. 5.22, estando este *encoder* solidário com a plataforma principal. Por isso, o movimento linear é transformado em movimento rotativo através de uma roda que viaja solidária com o primário. A informação obtida através deste tipo de sensor está situada no domínio da frequência e na relação entre os ângulos de fase dos dois sinais de saída. A rotação do veio do *encoder* produz dois sinais digitais, em quadratura de fase, e cuja frequência é função da velocidade de rotação. O sentido do movimento pode ser deduzido da relação do ângulo de fase entre os dois sinais. No banco de ensaios construído, cada pulso corresponde ao deslocamento angular de 360/1000 [°] que, traduzidos em deslocamento linear, corresponde a ter aproximadamente 76,53 [µm] por pulso do *encoder*.



Fig. 5.22 – Encoder solidário com a plataforma principal

# Medição indirecta da posição por medição da indutância

Comparativamente à solução anterior, a determinação indirecta da posição por medição da indutância [3], para além de ser mais económica, permite conhecer a posição com uma resolução muito superior à disponibilizada pelo uso de um *encoder*, sendo apenas condicionada pelo número de bits do ADC. A determinação da posição da fase relativamente à posição de alinhamento é feita usando o mapa de indutância do actuador em questão, bastando para isso que se tenha conhecimento do valor da corrente e da indutância. A partir desse conhecimento, e admitindo que o valor da corrente usada na excitação da fase não é suficiente para a saturar magneticamente, será possível determinar a posição.

Consideremos que o sinal de corrente  $i_{ex}(t)$  percorre a impedância Z, correspondente à fase da qual se pretende conhecer a posição, constituída por uma resistência R em série com uma reactância indutiva  $X_L$ . A corrente  $i_{ex}(t)$  resulta da aplicação de um sinal de tensão de excitação  $u_{ex}(t)$  de frequência  $f_{ex}$ , à qual corresponde a frequência angular  $\omega_{ex} = 2\pi f_{ex}$ . Nesta situação, a tensão aplicada à impedância pode ser decomposta em duas componentes em quadratura de fase. A componente da tensão  $v_{R_ex}(t)$ , em fase com a corrente, é resultante da queda de tensão na resistência, sendo definida através da equação (5.7). Por seu lado, a componente reactiva da tensão é resultante da queda de tensão  $v_{L_ex}(t)$ , aos terminais da reactância, sendo definida pela equação (5.8).

$$v_{R-ex}(t) = RI_{ex}\cos(\omega t).$$
(5.7)

$$v_{L_{ex}}(t) = X_L I_{ex} \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$$
 (5.8)

Podemos então afirmar que a tensão  $v_{ex}(t)$  é a resultante da soma fasorial destas duas componentes,

$$v_{ex}(t) = v_{R_{ex}}(t) + v_{L_{ex}}(t) = RI_{ex}\cos(\omega t) + X_{L}I_{ex}\cos(\omega t + \frac{\pi}{2}).$$
(5.9)

O valor  $P_{Ms+90}$  é definido como sendo equivalente ao valor médio da expressão resultante da multiplicação da corrente  $i_{+90}(t)$ , equivalente ao sinal  $i_{ex}(t)$  avançado de  $\frac{\pi}{2}$ , pela tensão  $u_{ex}(t)$ . A expressão matemática que determina este valor é

$$P_{Ms+90} = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} i_{+90}(t) v_{ex}(t) dt$$
  
=  $RI_{ex}^{2} \frac{1}{T} \int_{0}^{T} \left[ \cos(\omega t) \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) \right] dt + X_{L}I^{2} \frac{1}{T} \int_{0}^{T} \left[ \cos^{2}(\omega t - \frac{\pi}{2}) \right] dt$  (5.10)

O valor do primeiro integral é nulo, porque se trata do cálculo para um sinal alternado sinusoidal. Quanto ao valor médio do quadrado da função coseno, é facilmente determinado como sendo constante e igual a 1/2. Disto resulta, então, que o valor  $P_{Ms+90}$  vem igual a

$$P_{M_{s+90}} = \frac{X_L I^2}{2}.$$
 (5.11)

A determinação de  $P_{MS+90}$  permite que o valor de  $X_L$  seja também determinado. Por conseguinte, virá finalmente para a indutância da fase

$$L = \frac{P_{M_{s}+90}}{\pi f_{ex} I_{ex}^{2}}.$$
 (5.12)

O desenvolvimento teórico desenvolvido pode ser aplicado a uma fase do actuador de RVC que não se encontre activa. Com base no valor da indutância medido, a posição é determinada por interpolação no mapa da indutância do actuador. O desenvolvimento teórico anterior pode ser concretizado de duas formas diferentes: uma, baseada em *hardware* [4], a outra baseada numa aplicação de *software*. Qualquer que seja a solução adoptada existe a necessidade de se usar um circuito de excitação. Para além do mais, a queda de tensão aos terminais do enrolamento da fase e a corrente que a percorre devem ser adquiridas por sensores adequados ao valor da frequência de excitação  $f_{ex}$  utilizada. São duas as componentes principais do circuito de excitação: um oscilador e um conversor de tensão/corrente. Para o primeiro é utilizado um oscilador em ponte de Wien [5], representado na Fig. 5.23a), que fornece o sinal de excitação  $v_e$  com uma frequência de oscilação  $f_{ex}$ . O oscilador é dimensionado de forma a garantir as condições necessárias ao aparecimento e crescimento da amplitude das oscilações. Para evitar possíveis distorções da forma de onda que deverá ser sinusoidal, a amplitude do sinal de saída deve ser mantida inferior ao limite de saturação do amplificador operacional.

O sinal de tensão  $v_e$  à saída do oscilador é convertido na corrente  $i_{ex}$ , e de seguida injectado na bobina da fase cuja indutância se pretende medir. Para esse efeito é usado um conversor de Howland [5] representado na Fig. 5.23b).



Fig. 5.23 - Circuito de excitação: a) oscilador em ponte de Wien, b) conversor de Howland

A implementação em *hardware* utiliza um filtro que faz avançar de  $\pi/2$  o ângulo de fase do sinal da corrente de excitação  $i_{ex}(t)$ . O sinal de saída do filtro  $i_{+90}(t)$  é multiplicado pelo sinal da tensão  $u_{ex}(t)$ , usando para o efeito o modulador/demodulador MC1496 [6]. O sinal de saída, após ser integrado, e usando um integrador do tipo RC, equivale ao valor médio do sinal  $P_{Ms+90}$ , proporcional à indutância da fase. O esquema de princípio é representado na Fig. 5.24. Esta grandeza pode agora ser adquirida e usada pelo microprocessador para determinar a posição do primário do actuador.





O mesmo procedimento pode ser realizado digitalmente por um processador. A alteração do ângulo de fase  $\alpha$  de um sinal, expresso em radianos, relativamente ao período fundamental do sinal, pode ser conseguida por um processo computacional simples, fazendo passar as N amostras, recolhidas no decorrer de M ciclos do período fundamental, por uma fila de espera do tipo FIFO (*First In First Out*) circular de comprimento j, e gerido por um ponteiro *Ptr\_FIFO*. A amostra de saída do FIFO

(Fig. 5.25a)) terá um avanço de  $\frac{\pi}{2}$  radianos relativamente ao sinal de entrada [7]. A operação de multiplicação e acumulação é feita no decorrer de *M* ciclos. O conteúdo do acumulador dividido, no fim dos *M* ciclos, pelo número de amostras *N* permite obter o valor médio do sinal  $P_{MS+90}$ . O fluxograma a ser implementado num processador digital de sinal, adequado, por definição, a operações de multiplicação e acumulação, encontrase representado na Fig. 5.25b).



Fig. 5.25 – Medição da indutância por *software*: a) representação da gestão do FIFO, b) fluxograma

O método baseado em *hardware* foi concretizado e aplicado para medir a indutância de uma bobina variável, com características de resistência e indutância muito semelhantes às das bobinas das fases do actuador linear de RVC [4]. Os resultados obtidos, quando a frequência de excitação  $f_{ex}$  é igual a 600 [Hz], podem ser observados na Fig. 5.26. A tensão de saída, em função do valor da bobina variável apresenta uma evolução bastante linear, ainda que, para valores de indutância mais elevados, essa linearidade deixe de se verificar. Esta experiência valida a operacionalidade do método proposto para a medição da indutância.



Fig. 5.26 - Característica da tensão em função dos valores da indutância

# 5.4 Ensaios Estáticos

Os ensaios estáticos foram realizados no banco de ensaios construído e descrito neste capítulo. Procurou-se garantir um regime de funcionamento do actuador idêntico ao considerado na realização das simulações para a situação estacionária. Os valores da força de tracção foram registados para um conjunto de posições assim como para um conjunto de correntes. Pretendeu-se, acima de tudo, validar os perfis da força de tracção que o actuador desenvolve em função da posição do primário e da corrente na bobina. Os ensaios foram realizados para um comprimento do entreferro igual a 0,66 [mm].

# Procedimentos usados nos Ensaios Estáticos

O objectivo destes ensaios consistiu em obter curvas que representam a força de tracção em função de várias posições do primário, quando este se encontra bloqueado pela plataforma secundária. A utilização da célula de carga, como foi descrito, permitiu medir a força de tracção desenvolvida. O mesmo procedimento de ensaio foi aplicado às duas configurações polares seleccionadas: pólos rectangulares e pólos redondos.

O primário foi colocado numa posição não alinhada. Tal como previsto, a força de tracção desenvolvida é nula. Com a ajuda do parafuso de ajuste, a distância que separa as duas plataformas foi encurtada. Devemos observar que, para posições intermédias entre a posição não alinhada e a posição alinhada, a força de tracção desenvolvida foi sempre no sentido do alinhamento e, por isso, essa força apresenta um sentido tal que comprime a célula de carga. Mantendo a tensão de alimentação do circuito de potência, foi possível estabelecer uma corrente eléctrica de ensaio. Para cada valor da corrente de excitação foi feito um percurso de colocação do actuador em posições compreendidas entre a posição alinhada e a posição não alinhada. Com os resultados obtidos, foram traçados os gráficos de valores experimentais da força de tracção, para cada uma das configurações de geometria polar ensaiada. Na prática, e por razões que se prendem

com a precisão do sistema de medida usado, o valor da posição foi sempre confirmado através de um comparador mecânico.

# **Resultados dos Ensaios Estáticos**

Os resultados obtidos para a força de tracção desenvolvida pelo actuador, na configuração de pólos e dentes rectangulares, podem ser observados na Fig. 5.27. O ensaio foi realizado para as correntes de excitação da bobina de 2 [A] e 3 [A], tomando como referência da medida a posição alinhada. Aos resultados dos ensaios foram associados os resultados obtidos no decorrer das simulações por aplicação dos métodos numéricos, correspondendo na figura à característica identificada como simulado.



Fig. 5.27 – Força de tracção em função da posição e para diferentes valores de corrente, para a configuração de pólos e dentes rectangulares

Após a troca dos pólos rectangulares pelos pólos de configuração redonda, o ensaio estático foi realizado novamente para as correntes de excitação de 2 [A] e 3 [A], tomando como referência da medida a posição alinhada. Os resultados obtidos são mostrados no gráfico da Fig. 5.28, onde também, e à semelhança da figura anterior, se mostram os valores obtidos por simulação.



Fig. 5.28 – Força de tracção em função da posição e para diferentes valores de corrente, para a configuração de pólos redondos e dentes rectangulares

Devemos salientar que apenas se registaram os valores da força de tracção para as posições afastadas da posição alinhada e da posição não alinhada. Esta opção é justificada pelo facto de, na vizinhança destas regiões, a força de tracção desenvolvida pelo actuador ser de algum modo insignificante e, por isso, os valores medidos pela instrumentação não possuírem grande representatividade.

O objectivo de validar o perfil da força de tracção obtido para cada uma das configurações polares é assim alcançado. Vemos que, para os dois valores da corrente de excitação aplicados à bobina da fase, as curvas da força de tracção apresentam um andamento muito semelhante ao alcançado pela aplicação dos métodos numéricos. Para além disso, devemos realçar que o máximo da força de tracção, obtido para cada uma das configurações polares, é conseguido na vizinhança da posição indicada pela simulação.

#### REFERÊNCIAS

- [1] H. C. Roters, *Electromagnetic Devices*, John Wiley and Sons, 1941.
- [2] MSP430x4xx Family User's Guide, Mixed Signal Products (SLAU056G), Texas Instruments 2007.
- [3] A.E. Espírito Santo, M.R.A. Calado, C.M.P. Cabrita, "Determinação da Posição Relativa do Translato de um Actuador Linear de Relutância Variável Comutado por Medida Directa da Indutância," in 10° Congresso Luso Espanhol de Engenharia Electrotécnica, pp. 3.27-3.30, 2007.
- [4] António M. P. Eusébio, "Posicionamento de um Actuador Linear de Relutância Variável Comutado através da Indutância na Bobina. Projecto Final de Curso," *Departamento de Engenharia Electromecânica – Universidade da Beira Interior*, Covilhã, Portugal, 2007.
- [5] Sérgio Franco, *Design with Operational Amplifiers and Analog Integrated Circuits*, McGraw-Hill, 1998.
- [6] MC1496, MC1496B Balanced Modulators/Demodulators Semiconductors Application Note MC1496/D, Semiconductor Components Industries, October 2006.
- [7] A. Espírito Santo, "Instrumentação Digital para Medida de Grandezas Eléctricas," Tese de Mestrado, *Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores Universidade de Coimbra*, Coimbra, Portugal, 2002.
# Capítulo 6

# Electrónica de Regulação e Comando

Para que o actuador linear de RVC possa desenvolver trabalho útil é necessário que possua um conversor de potência que permita comandar e regular o estado de funcionamento das várias fases. Depois de analisar diferentes modos de comando das fases, é proposto um conversor de potência que permite controlar, exclusivamente em hardware, o perfil da corrente que circula em cada uma das fases, possibilitando o uso de controladores com capacidade de processamento mais reduzida. O conversor de potência proposto é concretizado e o seu desempenho avaliado através de ensaios laboratoriais.

# 6.1 Topologias Utilizadas em Conversores de Potência

O funcionamento dos actuadores de RVC, qualquer que seja a configuração utilizada, linear ou rotativa, requer que o fluxo magnético seja gerado em posições específicas de modo sequencial. Como já foi demonstrado anteriormente, a fase a excitar, no funcionamento como motor, deve ser aquela que mais contribui para o estabelecimento do movimento de modo regular e uniforme. Este objectivo é alcançado, regra geral, com a excitação da fase aquando da aproximação dos seus pólos aos dentes do secundário. As posições, em que a fase é activada e desactivada, são determinadas pela estratégia de controlo adoptada, que recorre ao conversor de potência para a executar. O funcionamento do actuador pressupõe a existência destes dois blocos funcionais independentes, o conversor de potência e a estratégia de controlo, respectivamente, ainda que de algum modo complementares.

A simplicidade do actuador de RVC estende-se para lá da sua estrutura. Também o conversor de potência necessário ao seu comando e regulação pode, em certa medida, se o funcionamento pretendido assim o permitir, ser de grande simplicidade. A independência da força de tracção, face ao sentido da corrente no enrolamento da fase, faz com que apenas seja necessário, no limite, um interruptor por fase para comandar o actuador. Um conversor de potência terá então como função, em cada pulso da força de tracção produzida, aplicar inicialmente uma tensão ao enrolamento da fase para que a corrente aumente. Em seguida, pode, facultativamente, monitorizar o valor da corrente para efectuar um controlo do perfil da força de tracção produzida. Finalmente, aplicar uma tensão negativa, ou nula, ao enrolamento para que o fluxo se extinga. Esta sequência de tarefas tem dado origem a várias propostas que recorrem a diferentes métodos e topologias. Outro factor que condiciona a escolha da topologia do conversor de potência consiste no tratamento a dar à questão da transferência de energia no circuito magnético no instante da comutação da fase. O acoplamento magnético entre fases é muitas vezes mínimo ou, como no caso em desenvolvimento, até inexistente. O conversor de potência deve, por isso, proporcionar um caminho que permita escoar a corrente que circula na fase, dissipando a energia armazenada, evitando assim o aparecimento de tensões excessivas aos terminais dos enrolamentos e outros dispositivos electrónicos e que, a ocorrerem, podem comprometer a fiabilidade do actuador. As topologias existentes são classificadas segundo vários parâmetros.

As topologias podem ser classificadas em função do número de interruptores do conversor de potência [1]. A excepção é feita nos conversores de dois andares, classificados em separado. Considerando que o actuador possui n fases, o conversor de potência pode assumir uma configuração de 2 interruptores por fase; 1,5 interruptores por fase, se houver partilha de componentes; n+1 interruptores por fase; ou apenas 1 interruptor por fase. O custo final de um conversor de potência aumenta proporcionalmente com o número de componentes electrónicos. O mesmo não sucede

com a fiabilidade, já que, quantos mais componentes existirem, maior é a probabilidade de pelo menos um ser afectado por uma avaria. Devemos realçar que a existência de um número menor de componentes, com valores nominais de tensão, de corrente, e de potência maiores, não reduz obrigatoriamente os custos, mas melhora significativamente a fiabilidade.

Em [2],[3] os autores classificam as topologias em função da metodologia utilizada para dissipar a energia armazenada aquando da comutação. A corrente pode circular na fase através de díodos de roda livre, onde, eventualmente, uma parte da energia se dissipa na resistência do enrolamento e a restante transita para o campo de acoplamento do actuador. Outras soluções optam pelo retorno da energia para a fonte, desde que esta tenha capacidade para a receber ou, caso essa capacidade não exista, contemplam um dispositivo, capacitivo ou magnético, que armazena essa energia para posterior utilização [4],[5]. Complementarmente, existem topologias que incluem algum método de controlo na utilização da energia armazenada no fim do ciclo anterior [6],[7], ou que proporcionam a comutação dos interruptores a corrente nula [8].

A Fig. 6.1 mostra as topologias mais utilizadas, ou a partir das quais outras são derivadas [9]. Como já foi referido anteriormente, opta-se por dar especial ênfase às estratégias vocacionadas para dissipar a energia, já que se pretende abordar uma solução de fases completamente independentes.



Fig. 6.1 – Topologias base de conversores de potência: a) dissipativo, b) bifilar, c) com armazenamento capacitivo, d) com conversor DC-DC, e) em meia-ponte, f) com elevador de tensão, g) auto-comutado

#### Conversor de potência dissipativo

Se a eficiência energética não é um factor de projecto condicionante, e se a potência do actuador é relativamente baixa, então pode não ser economicamente viável recuperar a energia armazenada no circuito magnético, optando-se então por dissipá-la de alguma forma. Na Fig. 6.1a) é ilustrada uma topologia que recorre a esta solução. Com o fecho de  $T_1$  a corrente no enrolamento L,R aumenta. Quando o interruptor é aberto, uma parte da energia armazenada no enrolamento dissipa-se quer na resistência  $R_1$ , cuja existência pode ser facultativa, quer na resistência R do enrolamento. A restante parte da energia é transferida para o campo de acoplamento do actuador. A topologia pode ser melhorada com a adição de um circuito *snubber*, tendo como função, para além de proteger o interruptor, ajudar a diminuir o tempo de extinção da corrente.

#### Conversor de potência bifilar

A energia armazenada no circuito magnético pode ser transferida para um enrolamento secundário através de um acoplamento magnético alternativo. Tal como se pode observar na Fig. 6.1b), com a abertura do interruptor  $T_1$  a energia é transferida para o circuito magnético da indutância  $L_1$  por intermédio do díodo de roda livre  $D_1$ . A energia é posteriormente transferida para o condensador  $C_1$  para que possa ser disponibilizada novamente ao conversor. O díodo  $D_1$  evita que a energia seja alternadamente transferida entre  $L_1$  e  $C_1$ . Esta solução diminui significativamente o espaço disponível para o enrolamento principal e, dado que a taxa de variação da corrente pode ser elevada, são necessários circuitos *snubbers* para protecção dos componentes electrónicos [10],[11].

#### Conversor de potência com armazenamento capacitivo

Na topologia da Fig. 6.1c) é utilizado um condensador com o objectivo de armazenar a energia existente no circuito magnético no instante de abertura do interruptor  $T_1$ . Com a abertura de  $T_1 e T_2$ , a energia será acumulada em  $C_1$ , percorrendo a corrente o caminho estabelecido pelo díodo  $D_1$ . Obviamente, a tensão final resultante no condensador pode ser excessivamente elevada, devendo-se, por isso, tomar cuidados especiais. Com o fecho simultâneo de  $T_1 e T_2$ , a tensão aplicada ao enrolamento resultará da soma da tensão aos terminais do condensador  $C_1$  com a tensão da fonte. Esta técnica disponibiliza aos terminais do enrolamento uma tensão inicial superior à tensão da fonte, contribuindo para um aumento mais rápido da corrente. O díodo  $D_2$  garante que o condensador  $C_1$ , uma vez descarregado, não volta a carregar antes que  $T_1$  seja aberto.

#### Conversor de potência com conversor DC-DC

As topologias anteriores não disponibilizam qualquer método para o controlo da transferência da energia recuperada. O conversor DC-DC implementado na Fig. 6.1d) permite controlar a descarga do condensador  $C_2$  usando o interruptor  $T_2$ . Assim, quando  $T_1$  é aberto, a corrente flui para  $C_2$  através do díodo  $D_1$ , sendo a energia armazenada nesse condensador. Quando  $T_1$  e  $T_2$  são fechados, o enrolamento L,R passa a estar sujeito à soma da tensão da fonte com a tensão do conversor DC-DC. Comutando  $T_2$  a uma frequência elevada, é possível controlar a descarga da energia por parte de  $C_2$ . O

díodo  $D_2$  funciona como díodo de roda livre quando  $T_2$  abre, devendo por isso ser um díodo de recuperação rápida.

## Conversor de potência em meia-ponte

Este tipo de conversor é o mais simples. Como se ilustra na Fig. 6.1e), o número de elementos por fase é de quatro, mas pode existir a partilha do mesmo componente electrónico por várias fases. Em qualquer momento do funcionamento existem sempre dois dispositivos em série com o enrolamento, o que contribui para uma diminuição da tensão aplicada ao enrolamento, provocada pela queda de tensão nos componentes electrónicos. Recorrendo a esta topologia, e como se verá mais adiante, o enrolamento pode estar sujeito a uma tensão positiva, negativa, ou nula.

## Conversor de potência com elevador de tensão

Adicionando um díodo  $D_2$  e um condensador  $C_2$  às topologias de meia-ponte ou bifilares, pode-se conseguir um incremento na potência de saída para a mesma posição de activação e desactivação da fase. Se a capacidade de  $C_2$  for menor do que a de  $C_1$ , a tensão aos seus terminais irá aumentar mais rapidamente e atingirá um valor superior no momento da comutação. Na próxima comutação, a energia armazenada irá ser reutilizada para impor o incremento da corrente no início do período de condução de forma mais rápida, uma vez que a tensão aplicada no instante inicial é superior à da fonte.

#### Conversores auto-comutados

Neste tipo de conversor são utilizadas técnicas ressonantes para comutar as fases do actuador [12]. Podem ser utilizados componentes que se auto-extingam, mas que requerem uma electrónica de comutação auxiliar, de que é exemplo o tiristor. Na Fig. 6.1g) o circuito formado pelos *triac's* é alimentado directamente de uma rede de tensão alternada, efectuando um controlo do ângulo de fase. A resistência  $R_2$  controla o tempo de carga do condensador  $C_1$  e, por este meio, também controla o ângulo de fase a que o *diac* conduz e produz os disparos dos *triac's*. Consegue-se, assim, usar  $R_2$  para controlar a velocidade do actuador. O *triac* pode ser comutado pela tensão alternada assim que os terminais de  $C_2$  são postos em curto-circuito por S. Quando S é de novo aberto, o circuito RC volta a possibilitar a carga de  $C_1$ . Como a comutação é realizada em tensão alternada, a velocidade de operação do conversor encontra-se limitada à frequência dessa tensão.

# 6.2 Funcionamento do Conversor em Meia-Ponte

De entre todas as topologias descritas anteriormente, o conversor em meia-ponte foi o que se escolheu para controlar o actuador em desenvolvimento [13]. Esta opção justifica-se pelo facto de não ser necessário, nem vantajoso, armazenar a energia no fim de cada ciclo de funcionamento da fase. Além disso, devido ao reduzido número de fases, não existem vantagens significativas em reduzir o número de componentes, já que esta redução é sempre conseguida pela partilha de alguns dispositivos electrónicos entre as diferentes fases. Deste modo, a pretendida independência entre fases seria comprometida. Especial atenção é, no entanto, prestada à dissipação da energia no momento da comutação.

Como já foi descrito, a topologia deste conversor de potência pode assumir várias configurações no decorrer do seu funcionamento, que se representam na Fig. 6.2. Os interruptores  $T_1 \,\mathrm{e} \, T_2$  comandam a alimentação da fase, enquanto que os díodos  $D_1 \,\mathrm{e} \, D_2$  permitem que a energia armazenada no circuito magnético possa ser libertada nos períodos correspondentes ao funcionamento em roda livre. Esta estrutura pode ser mais simplificada, ou seja, retirando o interruptor  $T_1 \,\mathrm{e}$  o díodo  $D_2$ , conseguir-se-ia uma configuração com o mínimo de componentes. Numa situação ideal, para um funcionamento motor, a fase é activada nas imediações da posição não alinhada e desactivada nas imediações da posição alinhada. Aproveita-se desta forma a zona de produção de força de tracção em consonância com o sentido do movimento pretendido.



Fig. 6.2 – Sequência de funcionamento do conversor de potência em meia-ponte: a) fase activada, b) roda livre, c) inversão da polaridade

São quatro os modos de funcionamento que o conversor em meia-ponte permite: *single pulse; soft-chopp; hard-chopp;* e regulação de corrente.

No funcionamento em modo de *single pulse* os interruptores  $T_1$  e  $T_2$  recebem na posição  $x_f$  ordem de fecho em simultâneo (Fig. 6.2a)). Considerando que a indutância do actuador é linearmente incrementada, e que a velocidade de deslocamento é constante, de valor elevado, o fluxo irá aumentar também linearmente, estando o enrolamento sujeito à tensão da fonte  $+v_t$ . Com o deslocamento, o aumento da indutância produz uma força contra-electromotriz, de valor cada vez maior, que se irá opor ao valor da tensão da fonte  $+v_t$ . A partir desse instante, em que a tensão assim obtida iguala a tensão  $+v_t$ .

até ao instante em que os dois interruptores são desligados, a corrente diminui atendendo a que a indutância continua a aumentar.

Na posição  $x_a$  os dois interruptores são abertos. A corrente diminui agora a uma taxa maior, derivada do facto da tensão aplicada ao enrolamento passar a ser  $-v_t$ , obtida pela condução dos díodos  $D_1$  e  $D_2$  (Fig. 6.2c)). Devemos observar que a partir da posição alinhada, o valor da indutância diminui, e a força contra-electromotriz muda de sinal, existindo por isso o perigo do valor da força contra electromotriz produzida ser superior à tensão  $-v_t$ , o que poderia contribuir para o aumento do valor da corrente. Para se evitar este cenário, deve-se sempre ter o cuidado de desligar a fase a alguma distância da posição alinhada. A anulação do fluxo no circuito magnético deve ser conseguida antes que o próximo pulso de corrente ocorra. Caso contrário, o actuador entrará no modo de funcionamento de condução contínua.

O modo de funcionamento *single pulse* é utilizado, por norma, em situações de velocidade constante e de valor elevado. Assim, é normal que a posição  $x_f$  seja antecipada para a região correspondente ao decréscimo da indutância. As formas de onda características da indutância, da tensão na bobina, do fluxo no circuito magnético e da corrente, correspondentes ao funcionamento no modo *single pulse*, podem ser vistas na Fig. 6.3. Este modo de funcionamento proporciona uma ondulação reduzida na corrente da fase.



Fig. 6.3 – Formas de onda no modo single pulse em função da posição

Um modo eficaz de se controlar o actuador consiste em comutar um dos interruptores a alta-frequência, enquanto o outro permanece fechado, recebendo este modo de controlo a designação de *soft-chopping*. Quando os interruptores  $T_1$  e  $T_2$  estão fechados, a tensão  $+v_t$  é aplicada à fase, ao que corresponde a topologia da Fig. 6.2a). No decorrer deste período, a corrente na fase aumenta e o interruptor  $T_2$  pode ser aberto em qualquer instante para que a corrente diminua. Este período de funcionamento corresponde à topologia da Fig. 6.2b), na qual o enrolamento é curto-circuitado através do interruptor  $T_1$  e do díodo  $D_1$ . Uma parcela da energia armazenada na fase é dissipada na resistência do enrolamento, enquanto outra é transferida para o campo de acoplamento, sendo, em parte, convertida em energia mecânica. Neste modo de funcionamento, a corrente na fase apresenta uma menor ondulação (Fig. 6.4a)) comparativamente com o modo de funcionamento que se descreve a seguir.

No modo de funcionamento em *hard-chopping* (Fig. 6.4b)) os dois transístores são comutados simultaneamente a uma frequência elevada. Este modo de funcionamento é mais utilizado para regimes em travagem ou em geração. O funcionamento como motor fica condicionado pela grande ondulação no sinal da corrente.



Fig. 6.4 – Formas de onda nos modos de funcionamento do conversor de potência em função da posição: a) *soft-chopping*, b) *hard-chopping* 

A capacidade de controlar o perfil da corrente é um aspecto a ter em consideração para velocidades de funcionamento mais reduzidas, ou em regimes mais exigentes. Este modo de funcionamento pode ser conseguido usando um controlador de histerese que, com base num sinal de referência, ordena o fecho ou a abertura dos interruptores de acordo com os limites estabelecidos para o intervalo de histerese. Esta operação pode ser conseguida quer na versão *soft-chopping* quer na versão *hard-chopping*. No exemplo ilustrado na Fig. 6.5, a corrente é mantida constante, ainda que com uma ondulação limitada ao intervalo de histerese, usando um controlador que comuta o

interruptor  $T_2$ , mantendo fechado o interruptor  $T_1$ . A frequência de comutação diminui com a deslocação do primário, na medida em que a indutância aumenta e, por isso, a corrente varia mais lentamente. O caso ilustrado recorre ao modo de funcionamento *soft-chopping*. O modo *hard-chopping* também poderia ser conseguido com a comutação simultânea dos dois interruptores.



Fig. 6.5 – Formas de onda no modo de regulação de corrente com *soft-chopping* em função da posição

# 6.3 Simulação do Conversor de Potência

Nos capítulos anteriores foram estabelecidas as bases que permitem construir um modelo numérico descritivo do comportamento dinâmico de um actuador linear de RVC. No modelo criado, o actuador é utilizado como se de uma caixa preta se tratasse. Possui como entradas a tensão aplicada a cada uma das fases, e como saídas as correntes nas fases e a força de tracção produzida por cada uma delas. Para além da informação de natureza eléctrica, também as grandezas de natureza mecânica, como a posição e a velocidade do actuador, são calculadas pelo modelo. No final da simulação dinâmica, usando os mapas que descrevem o desempenho magnético do actuador, determinam-se as evoluções do fluxo e da indutância correspondentes ao período de funcionamento simulado, sendo utilizada a configuração do actuador linear de RVC correspondente à de circuitos magnéticos independentes com pólos e dentes rectangulares.

No modo de funcionamento *single pulse*, a tensão de alimentação é considerada constante no decorrer do período de activação da fase. As acções de controlo são tomadas sequencialmente, sempre nas mesmas posições relativas entre pólos e dentes,

usando como variável de decisão a posição do primário.

Os modos de funcionamento *soft-chopping* e *hard-shopping* são em parte idênticos ao modo de funcionamento anterior. As posições de activação e desactivação das fases são idênticas, assim como a tensão de alimentação, sendo possível comutar a corrente na fase em função do número de pulsos e do *duty cycle* programado. O que distingue estes dois modos de funcionamento entre si é a tensão aplicada no intervalo correspondente ao decaimento da corrente, ou seja, enquanto que no modo de funcionamento *soft-chopping* a corrente diminui pela aplicação de uma tensão nula, proporcionada pela condução do díodo de roda livre, no modo de funcionamento *hard-choping* aplica-se uma tensão de polaridade invertida de amplitude igual à da fonte.

Um modo de funcionamento mais complexo do conversor de potência pressupõe a existência de realimentação do estado do sistema para o controlador. Para além do valor da posição, também o valor da corrente é realimentado para o sistema de controlo. O controlo da corrente é realizado, inicialmente, no sentido de modelar o seu perfil. Em seguida, o objectivo prende-se com a produção de um perfil específico da força de tracção. Os dois modos de funcionamento anteriores utilizam uma comutação do tipo *soft-chopping*.

# Modelo Numérico de Simulação

O desempenho do conversor de potência é avaliado, associado ao modelo dinâmico correspondente ao actuador linear de RVC com circuitos magnéticos independentes, já descrito anteriormente.

Para efeitos de comparação, considera-se que a tensão de alimentação das fases V1, V2 e V3 é de 30 [V], sendo ignoradas as perdas nos interruptores. O primário é considerado como tendo 10 [kg] de massa M, deslocando-se horizontalmente sem atrito. A resistência R de cada um dos enrolamentos das três fases é de 10 [ $\Omega$ ]. O actuador inicia o movimento partindo sempre da condição de repouso, e toma como posição inicial a posição afastada 46 [mm] da origem. Esta posição corresponde aos pólos da fase A, afastados 14 [mm] da posição alinhada. Independentemente do modo de funcionamento do conversor de potência, considera-se que a fase recebe ordem de activação ao longo de um percurso de 5 [mm], o que significa que a fase é sempre desactivada no início do alinhamento dos pólos do primário com os dentes do secundário.

# Funcionamento em Modo de Single Pulse

O fluxograma da Fig. 6.6 descreve o modo de funcionamento *single pulse*. Neste modo de funcionamento, a tensão é aplicada às fases na sequência A-B-C. Um evento é programado para interromper a simulação sempre que a posição *Vxcomuta* é alcançada, procedendo-se de seguida à actualização do estado das alimentações do actuador. A

simulação tem início com o primário em repouso, na posição inicial *Xinic* = 46 [mm], sendo o estado da tensão *VI* da fase A igual a 30 [V]. Este período de simulação corresponde à topologia da Fig. 6.2a) ( $T_1$  e  $T_2$  fechados).



Fig. 6.6 – Fluxograma correspondente ao modo de funcionamento em single pulse

A tensão permanece invariante no decorrer do período de tempo que o primário demora a deslocar-se de Vxdelta = 5 [mm]. No fim deste deslocamento, o evento ordena

a finalização da simulação. A fase A é então comutada abrindo o interruptor  $T_2$ . Por conseguinte, e até que a corrente se anule, a topologia activa do conversor de potência corresponde à da Fig. 6.2b). Estabelece-se que a próxima fase a ser activada é a fase B, e uma nova posição *Vxcomuta = Vxcomuta + Vxpasso - Vxdelta* é determinada para a ocorrência do próximo evento, onde *Vxpasso = 20* [mm] corresponde ao comprimento da cava do secundário do actuador. A simulação é retomada após serem introduzidas estas alterações no estado do modelo.

Na ocorrência de novo evento, a fase B é activada e a simulação retomada, repetindo-se o processo idêntico ao realizado para a fase A. Este processo repete-se na ordem da sequência pretendida até que termina no instante tfim = 0.5 [seg].

No decorrer do período de simulação, o actuador desloca-se de aproximadamente 180 [mm] (Fig. 6.7a)). A velocidade aumenta à medida que os sucessivos pulsos de força de tracção vão sendo gerados, ainda que com incrementos cada vez menores, atingindo no final da simulação um valor próximo dos 0,4 [m/seg] (Fig. 6.7b)). Convém lembrar que não existe atrito no deslocamento do actuador.



Fig. 6.7 – Evolução das grandezas para o modo de funcionamento *single pulse*: a) posição, b) velocidade

O primeiro pulso é o que mais contribui para o aumento da força de tracção desenvolvida, já que a corrente atinge praticamente o valor máximo para vencer a inércia do sistema (Fig. 6.8a)). Após este pulso inicial da força de tracção, os pulsos seguintes vão sendo cada vez menores. Esta ocorrência é justificada pelo facto da duração do pulso de tensão ter uma largura cada vez menor, à medida que a velocidade aumenta.

Como pode ser observado no gráfico representado na Fig. 6.8b), a corrente aumenta no período correspondente à activação da respectiva fase, começando logo a decrescer assim que a alimentação lhe é retirada. Constata-se que, com o aumento da velocidade, e porque as posições de activação e desactivação das fases permanecem fixas, a corrente começa a atingir valores instantâneos máximos cada vez menores. No entanto, a velocidade de decaimento da corrente começa a ser um factor determinante no desempenho do actuador. O fluxo não está totalmente extinto quando o pólo passa para lá da posição alinhada, o que justifica o ligeiro aumento de corrente nesse ponto, cada vez mais acentuado à medida que a velocidade aumenta. O efeito deste fenómeno pode ser também observado na produção de uma força de tracção negativa.



Fig. 6.8 – Evolução das grandezas para o modo de funcionamento *single pulse*: a) força de tracção, b) corrente: A – Fase A, B – Fase B, C – Fase C

O fluxo ligado produzido no decorrer da simulação e a variação da indutância podem ser observados na Fig. 6.9a) e na Fig. 6.9b), respectivamente. A variação da indutância é aproximadamente sinusoidal para velocidades mais elevadas. No momento do arranque, a sua variação segue um regime próprio, completamente diferente do regime a velocidade constante e de valor elevado. Daqui se conclui que a validade de se efectuar uma simulação dinâmica, considerando a variação da indutância como possuindo um comportamento linear, apenas se verifica para situações de velocidade constante e de valor elevado. Sendo completamente inapropriada para a simulação do actuador em regimes transitórios. Pode também ser observado que as fases vão sendo sucessivamente activadas na vizinhança da posição em que a indutância começa a aumentar.



Fig. 6.9 – Evolução das grandezas para o modo de funcionamento *single pulse*: a) fluxo ligado, b) indutância: A – Fase A, B – Fase B, C – Fase C

# Funcionamento em Modo de Soft-chopping

No funcionamento em modo de *soft-chopping*, as posições de activação  $x_f$  e desactivação  $x_a$  são mantidas idênticas às da situação anteriormente descrita, para efeitos de comparação. Neste caso, no período de tempo em que a fase está activa, o interruptor  $T_2$  é comutado a uma frequência superior à do interruptor  $T_1$ . Quando a fase é activada com ambos os interruptores fechados (Fig. 6.2a)), a tensão aos terminais do enrolamento é de 30 [V]. Quando o interruptor  $T_2$  abre, o enrolamento fica sujeito a uma tensão nula, sendo a energia dissipada na resistência do enrolamento, ou transferida para o campo de acoplamento. O percurso da corrente é estabelecido pelo caminho de roda livre  $T_1$ - $L_rR-D_1$  (Fig. 6.2b)). O funcionamento da fase (*PulsoNumero* = 5), e respectivo *duty cycle (PulsoDuty* = 50 %), imposto em cada activação da fase. Utilizando estes dados, a largura do pulso será igual ao *PulsoPeríodo×PulsoDuty*/100. Por outro lado, sabe-se que o período do pulso é dado por *Vxdelta/PulsoNumero*.

As fases são activadas na sequência A-B-C. No intervalo em que uma fase está activa, a alimentação é comutada usando o interruptor  $T_2$ , seguindo a estratégia *softchopping*. A única diferença entre o apresentado anteriormente e o implementado nesta simulação, verifica-se na aplicação do último pulso de tensão. Aqui, o interruptor  $T_1$ permanece fechado, fazendo com que a tensão aplicada ao enrolamento, após o último pulso, seja nula, ao contrário do que já foi representado na Fig. 6.4a). Após a desactivação da fase A, quando o actuador atinge a nova posição Vxcomuta, a sequência continua com a aplicação da mesma estratégia de comando à fase B, podendo o processo de simulação ser observado na Fig. 6.10. Todas as posições de activação/desactivação dos dois interruptores são detectadas pelo evento, que assim garante a tomada de decisão na posição correcta.

No decorrer da simulação, de duração idêntica à do modo de funcionamento anterior, o deslocamento do primário é menor (Fig. 6.11a)), já que a velocidade atingida não é tão elevada, como se pode constatar na Fig. 6.11b), devido aos incrementos na velocidade resultantes dos sucessivos pulsos de corrente serem progressivamente mais reduzidos. Vemos então que este modo de funcionamento oferece uma regulação eficaz do comportamento do actuador. Variando o número de pulsos por activação da fase e o respectivo *duty cycle*, é possível impor ao funcionamento do actuador um regime desejado.



Fig. 6.10 – Fluxograma do funcionamento no modo soft-chopping



Fig. 6.11 – Evolução das grandezas para o modo de funcionamento *soft-chopping*: a) posição, b) velocidade

O perfil assumido pela curva da força de tracção desenvolvida por cada uma das fases do actuador possui um comportamento pulsado. O valor inicial da força de tracção, resultante da aplicação do primeiro pulso de corrente, é agora menor. Este comportamento pulsado da força de tracção pode ter uma influência significativa no ruído acústico produzido no decorrer do funcionamento normal do actuador. Como a corrente atinge, nesta situação, valores instantâneos máximos menores, é possível garantir que se extingue totalmente antes da ocorrência do alinhamento dos pólos da fase com os dentes do secundário. Estas conclusões podem ser observadas na Fig. 6.12a) para a evolução da força de tracção e na Fig. 6.12b) para a evolução das correntes nas fases.



Fig. 6.12 – Evolução das grandezas para o modo de funcionamento *soft-chopping*: a) força de tracção, b) corrente: A – Fase A, B – Fase B, C – Fase C

O fluxo ligado em cada uma das fases, representado na Fig. 6.13a), possui uma ondulação muito semelhante à da corrente. Nesta situação as perdas por histerese, com origem na variação do fluxo, podem aumentar de forma significativa. Relativamente à evolução da indutância, representada na Fig. 6.13b), podemos concluir que se comporta de modo muito semelhante à da situação anterior, sendo distinta a evolução entre o período transitório de arranque e o regime estacionário.



Fig. 6.13 – Evolução das grandezas para o modo de funcionamento *soft-chopping*: a) fluxo ligado, b) indutância: A – Fase A, B – Fase B, C – Fase C

## Funcionamento em Modo de Hard-Chopping

Quando o conversor de potência é configurado para operar no modo *hard-chopping*, ambos os interruptores recebem ordens de abertura e de fecho em simultâneo. O funcionamento sucede-se então entre a topologia da Fig. 6.2a) e a topologia da Fig. 6.2c). Quando o actuador atinge a posição  $x_f$  ambos os interruptores são fechados, resultando na tensão aplicada ao enrolamento *VonP* = 30 [V].

Quando o actuador ocupa posições entre a posição  $x_f$  e a posição  $x_a$ , ambos os interruptores são abertos num período de tempo equivalente ao número *NumeroPulso* = 5, usando um *duty cycle* de 50%. Todos os parâmetros são idênticos aos usados na simulação correspondente ao funcionamento em modo *soft-chopping*. A tensão aplicada ao enrolamento é comutada entre o valor positivo *VonP* = 30 [V] e o valor negativo *VonN* = -30 [V]. O primeiro valor de tensão é garantido pela condução dos dois interruptores (Fig. 6.2a)), e o segundo pela condução dos dois díodos de roda livre (Fig. 6.2c)). Considera-se que parte da energia armazenada na fase, que não é transferida para o campo, é restituída à fonte. Após extinção da corrente no enrolamento, os dois díodos de roda livre deixam de conduzir, e a fase fica sujeita a uma tensão nula *Voff*.

A energia é fornecida às fases respeitando a mesma sequência utilizada nos casos anteriores. O evento garante que a simulação é interrompida sempre que se atinge a posição especificada na variável *Vxcomuta*, sendo o novo estado do actuador definido posteriormente ao evento, para que a simulação possa ser retomada. O processo de simulação é ilustrado no fluxograma da Fig. 6.14.



Fig. 6.14 – Fluxograma do funcionamento no modo hard-chopping

Para uma simulação com a duração de 0,5 [seg], a posição alcançada pelo primário encontra-se mais afastada da posição inicial do que a alcançada no modo de funcionamento em *soft-chopping*, já que a velocidade conseguida é também superior. A representação da evolução da posição e da velocidade no decorrer da simulação, encontra-se na Fig. 6.15a) e na Fig. 6.15b), respectivamente.



Fig. 6.15 – Evolução das grandezas para o modo de funcionamento *hard-chopping*: a) posição, b) velocidade

Tal como se pode observar na Fig. 6.16a), a força de tracção produzida apresenta variações de valor mais abruptas, podendo originar o desenvolvimento de ruído acústico. Neste modo de funcionamento, a corrente apresenta um tempo de decaimento mais reduzido como se ilustra na Fig. 6.16b), quando comparado com o caso do modo de funcionamento *soft-chopping*, atendendo a que é aplicada ao enrolamento a tensão da fonte invertida.



Fig. 6.16 – Evolução das grandezas para o modo de funcionamento *hard-chopping*: a) força de tracção, b) corrente: A – Fase A, B – Fase B, C – Fase C

Tal como se afirmou para o caso anterior, as consideráveis variações de corrente nas fases do actuador são acompanhadas de variações do fluxo, como se representa na Fig. 6.17a), agora com declives mais acentuados. Deste modo, as perdas por efeito de histerese serão mais elevadas. A representação da evolução do valor das indutâncias das fases é feita na Fig. 6.17b).



Fig. 6.17 – Evolução das grandezas para o modo de funcionamento *hard-chopping*: a) fluxo ligado e b) indutância: A – Fase A, B – Fase B, C – Fase C

# Funcionamento em Modo de Regulação de Corrente

Enquanto que nos modos de funcionamento anteriores, a comutação das fases era realizada apenas com base no conhecimento da posição, neste caso utiliza-se também a informação relativa ao conhecimento do valor da corrente. Será então necessário usar os mapas característicos dos actuadores para caracterizar o seu estado de funcionamento.

Nesta análise, a topologia em meia-ponte é usada para controlar a corrente no enrolamento, e usando a realimentação desta grandeza para o controlador é possível comutar um dos interruptores, a uma frequência mais elevada, para que a corrente seja mantida dentro de uma faixa de valores especificada pela banda de histerese, sendo que a frequência de comutação do interruptor depende desse parâmetro. A topologia usada para este controlo apresenta dois modos de funcionamento diferentes. No primeiro modo, o perfil da corrente é regulado para se manter próximo de um valor de referência. No segundo, o perfil da corrente é imposto para que a força de tracção produzida, em resultado da excitação da fase, acompanhe um valor de referência validado pela consulta do mapa correspondente, usando o conhecimento da posição e da corrente.

# Regulação do perfil da corrente

A regulação da corrente é conseguida estabelecendo dois valores limite na banda de histerese do controlador, devendo a corrente respeitar estes limites. As fases são activadas sequencialmente na ordem A-B-C. Quando o actuador atinge a posição  $x_f$ , a fase é activada, sendo desactivada quando o actuador atinge a posição  $x_a$ . A activação da fase é feita fechando o interruptor  $T_1$ , sendo a manutenção da corrente conseguida comutando o interruptor  $T_2$ .

Por conseguinte, o evento que interrompe a simulação pode ser ocasionado quer porque a posição estabelecida em *Vxcomuta* foi atingida, quer porque a corrente na fase activa atingiu um dos patamares da banda de histerese. O fluxograma correspondente ao detector de eventos pode também ser observado na Fig. 6.18. O controlador de histerese estabelece o momento do fecho do interruptor  $T_2$  para que a corrente aumente através da topologia de funcionamento da Fig. 6.2a). Nesta situação, a corrente circula pelo caminho  $T_1 - L_r R - T_2$ , com a tensão da fonte VonP = 30 [V] aplicada à fase activada.

Uma vez activada a fase, a corrente aumenta enquanto se mantém dentro do intervalo da banda de histerese. Este intervalo é definido pelo valor superior Imax = 1,6 [A] e pelo valor inferior Imin = 1,4 [A].



Fig. 6.18 - Fluxograma do funcionamento em regulação de corrente

Quando a corrente atinge o limite superior, o conversor comuta o interruptor  $T_2$ , para passar a funcionar segundo a topologia correspondente à Fig. 6.2b). Assim sendo, a corrente circula pelo caminho definido pelos dispositivos  $T_1 - L, R - D_1$ , passando o enrolamento a estar sujeito à tensão Voff = 0 [V]. A corrente diminui então até que o limite inferior da banda de histerese seja alcançado. Quando este evento é gerado, o conversor de potência recebe ordem de regresso ao funcionamento correspondente à configuração da topologia da Fig. 6.2a) e, desta forma, aumenta-se o valor da corrente. Este processo repete-se até que o evento controlado por *Vxcomuta* ocorra e se passe a activar a fase seguinte da sequência. O fluxograma descritivo da simulação encontra-se representado na Fig. 6.18.

O primário do actuador parte de condições iniciais idênticas às das simulações anteriores. Para o valor de corrente imposto, o primário desloca-se aproximadamente de 110 [mm], como se pode observar na Fig. 6.19a). Sendo que, mais uma vez, os incrementos de velocidade representados na Fig. 6.19b) diminuem ao longo dos sucessivos pulsos de força de tracção.



Fig. 6.19 – Evolução das grandezas para o modo de funcionamento em regulação de corrente: a) posição, b) velocidade

A frequência de comutação do interruptor  $T_2$  depende de três factores: da indutância do enrolamento, que condiciona a taxa de variação da corrente; da largura estabelecida pelos valores limite inferior e superior da banda de histerese; e do modo de comutação. Se, em alternativa ao modo de comutação *soft-chopping*, fosse usado o modo de comutação *hard-chopping*, a variação da corrente seria mais rápida. Como se pode ver na Fig. 6.20, a corrente é mantida, sempre que possível, dentro dos limites estabelecidos. O perfil da força de tracção obtido sofre pequenas oscilações, o que se traduz numa vibração mecânica reduzida, já que é de alta-frequência e pode ser perfeitamente amortecida pela inércia da estrutura.



Fig. 6.20 – Evolução das grandezas para o modo de funcionamento em regulação de corrente: a) força, b) corrente: A – Fase A, B – Fase B, C – Fase C

Na variação do fluxo ligado, é possível observar-se como a indutância se modifica à medida que o primário evolui. Saliente-se que o fluxo ligado cresce, ainda que a corrente se mantenha constante, à medida que os pólos se aproximam dos dentes do secundário. As evoluções do fluxo e da indutância podem ser vistas na Fig. 6.21a) e na Fig. 6.21b), respectivamente.



Fig. 6.21 – Evolução das grandezas para o modo de funcionamento em regulação de corrente: a) fluxo ligado, b) indutância: A – Fase A, B – Fase B, C – Fase C

## Regulação do perfil da força de tracção

A força de tracção produzida pela excitação das fases pode ser controlada usando o conversor em meia-ponte. Como já ficou demonstrado, a força desenvolvida pelo actuador depende da posição relativa entre os pólos da fase activa e os dentes do secundário mais próximos. Se, a intervalos de tempo regulares, a posição e a corrente da fase activa forem adquiridas, o valor da força de tracção pode ser obtido por consulta nos mapas característicos do actuador, podendo então a decisão de abrir ou fechar o interruptor  $T_2$  ser tomada. Se a frequência de aquisição dos valores da posição e da corrente for suficientemente elevada, quando comparada com as constantes de tempo do sistema, poder-se-á obter uma boa característica de regulação da força de tracção. No exemplo apresentado, o objectivo é regular uma força próxima de 15 [N], dentro de um intervalo de sensivelmente 1 [N].

A força de tracção é agora usada para disparar o evento associado à violação dos limites máximo Fmax = 16 [N] e mínimo Fmin = 14 [N] da banda de histerese do controlador. Esta grandeza é obtida através da consulta do mapa da força de tracção do actuador. Como este resultado não pode ser obtido directamente do processo, requer a aquisição de duas grandezas. Há então a necessidade de introduzir uma alteração à gestão do processo que controla o estado dos interruptores. O evento determina o fim da simulação para que o novo estado do actuador possa ser estabelecido, antes que a simulação possa prosseguir. Apenas o valor armazenado na variável *Vxcomuta* é usado. Assim, este evento é disparado sempre que as posições  $x_f e x_a$  forem alcançadas.

A simulação decorre com um período de amostragem de 0,001 [seg]. Após cada amostra, a informação relativa à evolução da posição e da corrente é usada para determinar a força produzida. O estado dos interruptores é baseado na informação obtida. Como a força de tracção depende da posição e da corrente, sendo que a posição é uma variável sobre a qual não podemos actuar directamente, resta-nos apenas modificar o valor da corrente para moldar o perfil da força de tracção. Todo o processo de regulação do perfil da força de tracção é pormenorizadamente descrito pelo fluxograma representado na Fig. 6.22.



Fig. 6.22 - Fluxograma do funcionamento em regulação da força

A evolução da posição e a evolução da velocidade obtidas na simulação, tendo em vista o controlo do perfil da força de tracção, pode ser observada na Fig. 6.23a) e na Fig. 6.23b), respectivamente.



Fig. 6.23 – Evolução das grandezas no modo de funcionamento em regulação da força: a) posição, b) velocidade

O perfil da força de tracção, como se pode ver na Fig. 6.24a), segue de perto a referência disponibilizada ao controlador de histerese. Como resposta, o perfil da corrente representada na Fig. 6.24b), no primeiro pulso, é o que apresenta mais comutações, de forma a manter o valor da força dentro dos valores de referência. De entre todos os modos de funcionamento, este foi o que permitiu obter incrementos mais reduzidos na grandeza velocidade.



Fig. 6.24 – Evolução das grandezas no modo de funcionamento em regulação da força: a) força de tracção, b) corrente

Os valores do fluxo ligado produzido e da indutância do actuador obtidos no decorrer da simulação podem ser observados na Fig. 6.25a) e na Fig. 6.25b), respectivamente. O fluxo apresenta as comutações ocorridas no primeiro pulso de força de tracção produzido, sendo o primeiro pulso o que provoca o desenvolvimento de maior quantidade de força de tracção, logo, o transístor deve comutar um maior número de vezes para poder manter a força de tracção dentro dos limites pretendidos. A evolução do valor da indutância é muito semelhante à dos casos anteriores.



Fig. 6.25 – Evolução das grandezas no modo de funcionamento em regulação da força: a) fluxo ligado, b) indutância

# 6.4 Unidade de Comando e Regulação

Para que o actuador possa executar trabalho útil, deve existir um conversor de potência que permita aplicar a estratégia de controlo projectada com o objectivo de posicionar o primário [14]. Como foi demonstrado anteriormente, a configuração em meia-ponte possui uma versatilidade suficiente para cumprir este objectivo.

Para que os modos de funcionamento estudados anteriormente possam ser testados, é necessário que um dispositivo com capacidade de processamento esteja disponível para enviar ao conversor de potência as ordens de comando. Para se obter o funcionamento nos modos: *single pulse*; *soft-chopping*; e *hard-chopping*, o microprocessador apenas tem que adquirir os valores da posição do primário, por exemplo, contabilizando para isso o número de pulsos gerados por um *encoder* de posição. O processo de contagem recorre a uma unidade de temporização/contagem, periférica da unidade de processamento e, por isso, independente. Esta característica permite que não seja imposta uma carga de processamento demasiado elevado na gestão da tarefa de determinar a posição do primário do actuador.

O mesmo não acontece quando se pretende controlar o perfil da corrente ou da força de tracção desenvolvida. Como a corrente varia de forma rápida, é necessário que seja adquirida a uma frequência elevada. Baseando-se na sua avaliação, o processador toma a decisão de ordenar a abertura ou o fecho do interruptor  $T_2$ . Para controlar o perfil da força de tracção, para além de adquirir os valores da posição e da corrente, é necessário efectuar uma interpolação no mapa correspondente. Como é facilmente perceptível, basear todo este processo apenas em *software* requer a utilização de um processador de grande capacidade, inclusivamente com características associadas ao processamento digital de sinal, como é o caso dos processadores digitais de sinal, para além de ser necessário dispor de capacidade de memória suficiente para armazenar os mapas de caracterização do actuador.

O conversor de potência desenvolvido procura resolver estes problemas, transferindo

parte das tarefas de regulação para módulos em *hardware*. O processador fica liberto para executar outras funções, ou pode assim ser utilizado um processador com menor capacidade de processamento.

De seguida, na apresentação geral da topologia construída, podemos identificar os três blocos constituintes principais: Unidade de Distribuição, Unidade de Regulação e Unidade de Potência.

# Descrição Geral do Conversor de Potência

O conversor de potência pode ser separado em três blocos principais. A Unidade de Distribuição realiza a interface com o microprocessador através de electrónica adequada e gere o funcionamento dos outros dois blocos principais. A Unidade de Regulação, uma para cada fase do actuador, recebe as ordens do estado a impor aos interruptores da Unidade de Potência, fazendo uso do sinal de referência gerado pelo microprocessador, e controla, através do seu *hardware*, o perfil da corrente a circular no enrolamento da fase do actuador. Finalmente, a Unidade de Potência recebe as ordens de estado dos interruptores de potência e alimenta, de modo adequado, o respectivo enrolamento do actuador.

Toda a informação é concentrada na Unidade de Distribuição, partilhando esta unidade com o microprocessador, e para cada uma das fases do actuador, as seguintes linhas: sinal PWM, estado do interruptor  $T_1$ , estado do interruptor  $T_2$  e sinal equivalente à corrente no enrolamento da fase do actuador. Para além desta informação, recebe ainda do *encoder* duas linhas de sequências pulsadas que, depois de devidamente tratadas, envia para o microprocessador para que a posição e o sentido do deslocamento sejam determinados.

A Unidade de Regulação recebe informação das linhas de comando da Unidade de Distribuição. Baseada no sinal de PWM, disponibilizado pelo microprocessador, gera um sinal analógico que servirá de referência ao sinal da corrente a manter na fase do enrolamento. Usando este sinal PWM, é possível construir um DAC que, como se verá mais adiante, poderá vir a ter uma resolução bastante elevada.

As linhas de informação entre os diferentes blocos constituintes do conversor de potência encontram-se representadas na Fig. 6.26, sendo os sentidos da informação os indicados pelas setas. Uma representação pormenorizada dos blocos constituintes do circuito electrónico de regulação e comando para uma fase do actuador pode ser observada na Fig. 6.27.



Fig. 6.26 - Visualização global do conversor de potência



Fig. 6.27 – Blocos funcionais do circuito electrónico de regulação e comando de uma fase do actuador

# Unidade de Distribuição

A Unidade de Distribuição tem como funções principais receber a energia da fonte, disponibilizar tensões intermédias necessárias ao funcionamento do conversor de potência, fazer a interface com o processador, fazer a interface com as Unidades de Regulação e de Potência, e fazer a interface com o sensor de posição.

Por cada fase do actuador, a Unidade de Distribuição recebe um sinal de PWM usado pela Unidade de Regulação para gerar o sinal de referência para a corrente, e dois sinais de estado *SW\_Top* e *SW\_Down* que controlam os interruptores da Unidade de Potência. Em simultâneo, envia um sinal analógico *I* representativo da corrente na fase para que possa ser convertido pelo ADC do microprocessador.

Os sinais  $A \in B$  do *encoder*, depois de devidamente ajustados aos níveis lógicos do microprocessador, são disponibilizados para que a evolução do movimento longitudinal do primário do actuador possa ser conhecida. Estes sinais são quadrados e encontram-se em quadratura de fase, sendo que a direcção do deslocamento pode ser obtida da relação de fase entre eles. A Fig. 6.28 ilustra o circuito electrónico usado para ajustar os níveis de tensão, sendo utilizadas duas montagens diferenciais de ganho unitário em cada um dos canais. Os sinais são depois convertidos nos níveis lógicos compatíveis com o microprocessador usando um *buffer* inversor. Como são apenas usadas duas das seis portas lógicas disponíveis no circuito integrado, as restantes são usadas como entradas digitais de uso geral, e identificadas por  $In_1$ ,  $In_2$ ,  $In_3$ , e  $In_4$ .



#### Fig. 6.28 - Sinais lógicos do encoder e entradas de uso geral

A Unidade de Distribuição recebe uma única alimentação de uma fonte externa, de onde derivam todas as restantes alimentações. Uma destas derivações é feita

directamente para as Unidades de Potência de cada uma das fases. Para a electrónica são disponibilizadas, através de um conversor DC/DC, as tensões de +15 [V] e -15 [V].

# Unidade de Regulação

## Medição da corrente

A aquisição do valor da corrente no enrolamento da fase é feita usando um sensor de efeito de Hall. Este sensor possui características dinâmicas que lhe permite acompanhar as variações do sinal que se pretende adquirir. O sinal, depois de adquirido, é sujeito ao primeiro andar funcional do circuito representado na Fig. 6.29, que permite ajustar o valor de zero, sendo de seguida enviado para o processador através da Unidade de Distribuição. Após nova amplificação, o sinal de corrente fica disponível para ser fornecido ao comparador para que, usando o sinal de referência, o erro possa ser determinado.



Fig. 6.29 - Circuito de aquisição e acondicionamento do sinal da corrente na fase

O primeiro andar amplificador possui um mecanismo externo para ajuste do *offset*, requerendo esta tarefa uma tensão ajustável para compensar o erro de *offset*. Como não é introduzido qualquer desequilíbrio no andar de entrada do amplificador, não existe degradação do CMRR (*Common-Mode Rejection Ratio*) e do PSRR (*Power Supply Rejection Ratio*). A resistência  $R_{24}$  é sujeita à tensão de ajuste  $V_x$ , obtida de um divisor de tensão alimentado por duas tensões simétricas. Para que o sinal de entrada do amplificador não seja perturbado, é imposta ao circuito de ajuste uma resistência equivalente muito inferior a  $R_{24}$ . Esta exigência é satisfeita, na medida em que se tem

 $R_{27} \ll R_{26}$ , o que resulta numa resistência equivalente aproximadamente igual a  $R_{27}$ .

### Sinal de referência da corrente no enrolamento da fase

O sinal de referência para controlo da corrente é analógico, sendo por isso imperativo a existência de um DAC (*Digital-to-Analog Converter*) capaz de o produzir. Para além de se poder considerar a solução que utiliza um circuito integrado dedicado, caso o microprocessador não possua este tipo de dispositivo, existe uma técnica que recorre ao uso de uma cadeia de resistências, de valor correspondente ao peso do *bit* na palavra binária de *n bits* que se pretende converter. Assim, se o valor da resistência para o *bit* menos significativo for *R*, o valor da resistência correspondente ao *bit* mais significativo é  $R/2^n$ . As maiores condicionantes ao uso desta técnica são a exigência na precisão das resistências, a garantia da exacta relação entre elas, o elevado número de saídas digitais requeridas e a dependência da impedância de saída do valor a converter.

Uma solução alternativa simples, mas contudo bastante eficiente, usa um sinal PWM (*Pulse-Width Modulation*) que, depois de ser filtrado por um filtro passa-baixo, devolve o sinal analógico em função da largura do pulso do sinal PWM [15]. Este sinal decompõe-se na componente DC, representativa do sinal analógico pretendido, e na componente AC, de valor médio nulo, a ser removida pela aplicação do filtro passa-baixo. A representação gráfica do sinal é feita na Fig. 6.30, onde os tempos mais significativos são marcados. O *duty cycle* é estabelecido pelo parâmetro p e pode variar no intervalo [0,1].





O número de saídas digitais necessárias é, neste caso, independente do número de *bits* pretendido para a unidade DAC, o que proporciona uma estabilidade excelente no processo de conversão. Ao contrário da solução anterior, o número de componentes é bastante reduzido e a impedância de saída é independente do valor a converter.

A análise de Fourier do sinal PWM é representada pela equação (6.1),

$$f(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ A_n \cos\left(\frac{2n\pi t}{T}\right) + B_n \sin\left(\frac{2n\pi t}{T}\right) \right],$$
(6.1)

onde n é o índice do harmónico, e os coeficientes  $A_0$ ,  $A_n$  e  $B_n$  são determinados

respectivamente pelas equações (6.2), (6.3) e (6.4),

$$A_0 = \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} f(t) dt, \qquad (6.2)$$

$$A_n = \frac{1}{T} \int_{-T}^{T} f(t) \cos\left(\frac{2n\pi t}{T}\right) dt , \qquad (6.3)$$

$$B_n = \frac{1}{T} \int_{-T}^{T} f(t) \sin\left(\frac{2n\pi t}{T}\right) dt \,. \tag{6.4}$$

Podemos concluir, para o nosso caso, que se tem

$$A_{0} = pk ; A_{n} = k \frac{1}{n\pi} \Big[ \sin(n\pi p) - \sin(2n\pi(1-p/2)) \Big]; B_{n} = 0.$$
 (6.5)

As componentes  $B_n$ , como seria de esperar, são nulas, já que o sinal apresenta uma simetria par. As componentes  $A_n$  contribuem para o conteúdo harmónico do sinal, e devem ser removidas por filtragem. A componente  $A_0$  é função do *duty cycle p* e da amplitude *k* do sinal PWM, sendo representativa do sinal analógico pretendido.

A resolução do DAC é condicionada pelo comprimento do contador usado para gerar o sinal de PWM, ou de outro modo, é igual à resolução do PWM. Para expressar a resolução  $R_{bit}$  em número de *bits*, deve-se escrever a seguinte relação, sendo R = L/C, onde L representa o número máximo de contagem e C a variação mínima do *duty cycle* conseguida,

$$R_{bit} = Log_2(R) = Log_2\left(\frac{L}{C}\right) = \frac{\ln\left(\frac{L}{C}\right)}{\ln(2)}.$$
(6.6)

Como exemplo, com uma contagem máxima de 512 e uma variação mínima do duty cycle de 2, a resolução seria de 256 níveis diferentes para a saída analógica. O que equivaleria, em número de *bits*, a ter-se  $R_{bit} = \log_2(256) = 8$  bits.

A frequência requerida para o sinal PWM é estabelecida pela taxa de variação desejada no DAC, uma vez que cada variação no *duty cyle* corresponde a uma amostra do DAC. A frequência  $f_c$  do contador que gera o sinal PWM depende da frequência  $f_{PWM}$ , que se pretende para o sinal PWM, e da sua resolução. Temos então que

$$f_c = 2^{R_{bit}} f_{PWM} \,. \tag{6.7}$$

Assim, para se obter o equivalente a um DAC de 8 *bits*, capaz de gerar sinais com amostras fornecidas a uma frequência de 8 [kHz], será necessário um sinal PWM com uma frequência idêntica. Usando a expressão anterior, o contador deverá receber uma entrada de relógio de frequência igual a 2,048 [MHz].

Se a frequência do relógio do contador for de 8 [MHz], e considerando que a frequência requerida para o sinal de PWM é de 8 [kHz], resulta que o contador terá um período de contagem de 1000 ciclos de relógio, o que corresponde a um valor de contagem igual a 1000. Usando a equação (6.7), o número de *bits* equivalente deste DAC é de 9,96 bits. Para obter um DAC de 8 bits, com a palavra de entrada *In* a variar do mínimo 0 ao máximo 255 ( $In_{max}$ ), deve ser aplicado um processo de escalonamento para os valores  $V_{escalonado}$  de mínimo 0 a máximo 1000 ( $V_{max}$ ). Esta operação pode ser conseguida com a aplicação da expressão (6.8).

Existem dois métodos eficientes que permitem executar esta tarefa. Se a constante de escalonamento E for múltipla de 2, uma solução passa por se recorrer à operação de deslocamento para a esquerda do valor na palavra de entrada *In*. Outra solução consiste em guardar em memória o valor da constante e efectuar a operação de multiplicação. Este último método não é computacionalmente tão eficiente, já que a operação de multiplicação, dependendo da arquitectura do microprocessador, pode demorar vários ciclos de relógio a ser executada.

$$V_{escalonado} = \frac{V_{\text{max}}}{In_{\text{max}}} In = E . In .$$
(6.8)

Em alternativa ao valor de contagem 1000 opta-se por escolher o valor 1024. A frequência do sinal PWM passa agora a ser de 7,182 [kHz].

A escolha de um filtro activo permite, por exemplo, contornar os problemas de adequação das impedâncias de saída de que os filtros passivos experimentam. No entanto, a utilização de um seguidor de tensão permite contornar este problema. Um filtro de 1ª ordem tem uma função de transferência dada por

$$\frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = \frac{1}{\tau s + 1},$$
(6.9)

com a constante de tempo  $\tau$  expressa em segundos. A banda passante *BW* deste filtro será, então, em radianos por segundo

$$BW = \frac{1}{RC} \quad . \tag{6.10}$$

A frequência de corte do filtro deve ser definida bastante abaixo da frequência do sinal PWM para que o ruído gerado pela comutação do sinal possa ser anulado. Mas não tão reduzida que condicione a taxa de variação da saída do DAC ao impor uma constante de tempo demasiadamente elevada.

O filtro de 1<sup>a</sup> ordem da Fig. 6.31, construído com um condensador e uma resistência, implementa um DAC, tendo como entrada o sinal PWM fornecido pelo microcontrolador. O sinal de saída do filtro, depois de passar por um seguidor de tensão, é devidamente amplificado e disponibilizado ao comparador para a determinação do sinal de erro a enviar ao controlador.



Fig. 6.31 - Circuito responsável pelo sinal de referência da corrente no enrolamento da fase

A constante de tempo do filtro determina o tempo que é necessário esperar para que outra entrada possa ser aplicada ao DAC. Este parâmetro condiciona directamente a frequência máxima de saída. À frequência do sinal PWM igual a 8 [kHz] corresponde o período de 125 [µseg]. Uma análise do filtro permite concluir que a sua constante de tempo é de 33 [µseg]. A saída pode ser considerada completamente estável após um período de tempo de 5 vezes a constante de tempo, ou seja, 165 [µseg]. Este período de espera corresponde a 2 ciclos do sinal PWM. O DAC assim construído permite que o sinal de saída seja actualizado com uma frequência de 6 [kHz].

A resolução e a banda passante são as maiores limitações desta tecnologia. A adopção de um filtro com uma frequência de corte muito baixa reduz a banda passante, ao passo que, usar uma frequência de corte elevada, aumenta a ondulação do sinal de saída. Uma solução que obvia este problema pode passar por aumentar a frequência do sinal PWM, enfrentando problemas de resolução, se o valor máximo do contador for mantido.

A utilização desta técnica requer que o processador possua um temporizador dedicado capaz de funcionar no modo PWM. O sinal de saída do DAC apenas estabiliza passados alguns ciclos do sinal PWM. Para além da obtenção de um nível DC, esta técnica permite disponibilizar sinais AC bastante complexos [16] (triangular, rampa, sinusoidal, etc), sendo necessário introduzir filtros activos.

### Controlador de corrente por histerese

O comparador é utilizado para comparar as tensões aplicadas às suas duas entradas, e devolver um valor de saída representativo do sinal da diferença entre os seus valores [17],[18]. Pode, em última análise, ser considerado um conversor analógico digital de um *bit*. Amplificadores operacionais podem ser usados como comparadores, desde que operados em modo de ganho elevado. Contudo, a melhor solução consiste em utilizar-se dispositivos desenhados especificamente para essa tarefa. Enquanto que num

amplificador operacional as saídas são do tipo *push-pull*, alguns comparadores possuem saídas em colector aberto com o emissor ligado à terra do circuito. Esta característica permite que possam ser ligados a diferentes tipos de lógica.

Em modo degenerativo, o erro determinado pela realimentação negativa faz com que o funcionamento se mantenha na região linear, ou seja, qualquer perturbação que tente deslocar o funcionamento do ponto de equilíbrio é contrariada no sentido de a anular e repor o equilíbrio. Quando a realimentação de um amplificador é positiva, diz-se que se encontra no modo de funcionamento regenerativo. Nesta situação, a reacção do circuito é no sentido de amplificar o efeito de qualquer perturbação. A saída do amplificador pode assumir então dois estados: nível alto, ou nível baixo. A característica de histerese assim conseguida pode ser usada na redução de ruído de uma entrada, ou no controlo do tipo *on-off* para evitar um número excessivo de comutações dos dispositivos de comando. Numa aplicação simples, um controlador liga ou desliga um dispositivo de comando sempre que a variável a controlar ultrapasse o ponto de funcionamento de referência. Com a introdução da histerese, o dispositivo vai permanecer activo até que um limite superior  $V_{TH}$  seja alcançado, só sendo desactivado quando o limite inferior  $V_{TL}$  for atingido.

Uma montagem do tipo *Schmitt Trigger* pode apresentar duas configurações alternativas [19],[20]: inversora e não inversora. Na primeira configuração, uma perturbação no sentido positivo provoca a comutação da saída para o limite inferior, enquanto que na segunda, a comutação será no sentido do limite superior. A histerese é conseguida ligando a entrada positiva do amplificador ao ponto médio de um divisor de tensão formado por duas resistências. A histerese irá depender da relação estabelecida entre elas.

Na montagem inversora da Fig. 6.32, o sinal  $V_{in}$  é aplicado à entrada inversora do amplificador, sendo o valor da resistência  $R_2$  muito superior ao valor da resistência  $R_1$ . No caso especial de se ter a resistência  $R_2$  infinita não existirá histerese, e o circuito comutará em torno do valor da tensão de referência  $V_{ref}$ .




Na montagem não inversora, o sinal é aplicado à entrada não inversora do amplificador através da resistência  $R_1$  como se pode ver na Fig. 6.33.



 $V_{TH} = ((R_1 + R_2) V_{ref} - R_1 V_{OH}) / R_2$ Intervalo de histerese =  $V_{TH} - V_{TL} = R_1 (V_{OH} - V_{OL}) / R_2$ 

#### Fig. 6.33 - Esquema do circuito controlador de histerese em montagem não inversora

A análise realizada é válida para uma alimentação simétrica do amplificador. Se a alimentação fosse unipolar, o controlador operaria unicamente no I quadrante.

Toda a cadeia de comando usada para controlar a corrente no enrolamento da fase pode ser observada na Fig. 6.34. O modo como se integra no funcionamento do conversor de potência é descrito em seguida.



Fig. 6.34 – Esquema do circuito responsável pelo controlo por histerese do valor da corrente no enrolamento da fase do actuador

Ao sinal de corrente *I*, que circula no enrolamento da fase do actuador, depois de adquirido e de ser devidamente acondicionado, é subtraído o sinal de referência *I\_ref*. O sinal de erro *I\_erro* resultante é enviado ao controlador de histerese em montagem inversora, sendo o intervalo de histerese ajustado através do potenciómetro  $R_8$ . A resistência  $R_2$  é usada para fazer o *pull-up* do sinal de saída *controlo*.

O sinal *controlo* é disponibilizado à estrutura electrónica seguinte, que funciona como uma porta lógica *and*. Quando o díodo base-emissor é percorrido por uma corrente suficiente para se encontrar em modo de saturação, a tensão do colector pode

ser inferior a 1 [V], o que é considerado como um zero lógico na família TTL. O comando do interruptor de potência do conversor em meia-ponte  $T_2$  é accionado com base no resultado desta operação lógica. Assim, o interruptor apenas é activado se houver ordens simultâneas do microprocessador e do controlador de histerese para que isso ocorra.

#### Unidade de Potência

#### Conversor de potência em meia-ponte

A Unidade de Potência recebe da Unidade de Regulação as ordens de comando do estado dos interruptores. Baseada nessa informação providencia a alimentação ao enrolamento de fase a ela associada, por exemplo para a fase A, através dos terminais A+ e A-. Em simultâneo, para efeitos de monitorização pela Unidade de Regulação, os terminais  $S_{in}$  e  $S_{out}$  permitem que a corrente que circula no enrolamento da fase percorra o circuito de potência do sensor de Hall instalado na Unidade de Regulação para aquisição da corrente. Os aspectos mais relevantes desta topologia já foram devidamente referidos. No entanto, existem algumas considerações de implementação prática que passamos a descrever.

Todos os elementos da Unidade de Potência representada na Fig. 6.35 estão dimensionados tomando como base uma corrente máxima na fase de 5 [A] e uma tensão de alimentação de 40 [V]. Para valores de corrente desta ordem de grandeza, os interruptores da ponte podem ser implementados com transístores de potência do tipo *Darlington* PNP (TIP122) e NPN (TIP127), com um ganho h<sub>fe</sub> mínimo de 1000. Os dispositivos são complementares, possuem características semelhantes e são dimensionados para serem usados em conjunto. Possuem um empacotamento do tipo TO-220, sendo capazes de dissipar uma potência de 65 [W] se instalados com dissipador.

O transístor  $T_1$  habilita a passagem da corrente no enrolamento da fase. A base do transístor é ligada através da resistência  $R_1$  ao emissor para garantir o corte sempre que o sinal de comando da base de  $T_1$  esteja a flutuar. A resistência  $R_3$  limita a corrente de saída da base quando o sinal de comando da base de  $T_1$  está ligado à terra, colocando o transístor a funcionar no regime saturado.

O transístor  $T_2$  proporciona um caminho de retorno à corrente de saída do enrolamento. A garantia de corte do transístor é agora dada pela resistência  $R_8$ , sempre que o sinal de comando da base de  $T_2$  esteja a flutuar. Quando o sinal de comando da base de  $T_2$  está a um nível alto, a resistência  $R_7$  limita a corrente de base no transístor. Os valores escolhidos para as resistências  $R_7$  e  $R_8$  são suficientes, levando em consideração o ganho dos transístores, para garantir a sua completa saturação. Com o funcionamento dos transístores na situação de corte ou de saturação, a potência por eles dissipada é muito reduzida. A tensão  $v_{CE}$  é muito baixa quando em condução, e a



corrente de colector  $i_c$  é nula quando ao corte.

Fig. 6.35 – Esquema do circuito da Unidade de Potência

Em série com os díodos de roda livre  $D_{d1}$  e  $D_{d2}$  foram colocadas as resistências de potência  $R_{d1}$  e  $R_{d2}$ , respectivamente, que permitem diminuir o tempo que a corrente demora a extinguir-se.

Os sinais de comando para os transístores de potência provêm da Unidade de Regulação (Fig. 6.36). Quando o sinal  $SW\_top$  está activo, a linha de comando da base de  $T_1$  é ligada à terra e, deste modo, o transístor entra em condução. Quando o sinal de comando está a zero, a linha de comando é activada através da resistência de *pull-up*  $R_1$ . O sinal  $SW\_down$  comanda o estado do transístor  $T_2$ . Quando está activo a linha de comando é activada através da resistência de *pull-up*  $R_1$ . O sinal  $SW\_down$  comanda o estado do transístor  $T_2$ . Quando está activo a linha de comando é colocada a zero, o foto-transístor abre e a linha é colocada a zero através das resistências de *pull-down*  $R_{14}$ , fazendo com que  $T_2$  abra.



Fig. 6.36 - Esquema do circuito de isolamento óptico entre as Unidades de Regulação e de Potência

#### Redução do ruído electromagnético através de um filtro de linha LC

O conversor de potência regula a corrente na fase efectuando comutações, a frequência elevada, dos interruptores de potência. Esta característica produz um ruído de comutação que pode prejudicar a electrónica de regulação e comando do próprio conversor de potência ou, mesmo, das fases adjacentes do actuador [21].

A topologia adoptada para a unidade de potência é manifestamente problemática no que respeita ao ruído electromagnético produzido, já que os dispositivos de comutação se encontram em série com a alimentação. Por esse motivo, será necessário providenciar uma filtragem de entrada no conversor de potência, para atenuar as comutações da corrente o suficiente, prevenindo deste modo as interferências electromagnéticas, assegurando a compatibilidade electromagnética com as restantes componentes do sistema ou vizinhas.

As perturbações emitidas pelos conversores de potência podem ser do tipo condução ou do tipo radiação. As perturbações por condução, em conjunto com uma impedância da fonte finita, podem provocar a degradação do desempenho de sistemas que sejam alimentados pelo mesmo barramento de potência. As radiações emitidas podem ter a forma de campos eléctricos, magnéticos, ou ambos. Tendo em conta as baixas tensões usadas, os campos eléctricos produzidos são de algum modo insignificantes, quando comparados com os campos magnéticos gerados pelas correntes, já que estas podem apresentar valores consideráveis. Embora as perturbações produzidas pelos circuitos electrónicos de comutação possam afectar os circuitos electrónicos de regulação e comando através da radiação, é pela linha de potência que a maior parte das perturbações se manifesta por condução.

Para atenuar este tipo de problemas, inclui-se no conversor de potência um filtro de linha do tipo LC. Estes filtros são usados principalmente em fontes de tensão onde a regulação da tensão é importante e onde a corrente de saída possa estar sujeita a variações rápidas. O filtro é composto por dois elementos. Na entrada, uma bobina L do tipo *choke* e na saída um condensador C. A função da bobina consiste em opor-se a qualquer variação na corrente, por isso tende a manter essa corrente constante. O

condensador carrega e descarrega à frequência da ondulação. A amplitude dessa ondulação da tensão de saída é relativamente baixa, já que o condensador possui uma reactância que se apresenta baixa para a ondulação e, assim, esta é completamente atenuada.

Dependendo dos requisitos de projecto, as frequências de ressonância dos componentes usados para atenuar as emissões podem ser menores do que as frequências dos picos de corrente. As bobinas são especialmente problemáticas a frequências elevadas de funcionamento. O circuito equivalente de alta frequência inclui várias componentes dependentes da frequência, incluindo a indutância, a resistência série AC, e a resistência paralela AC. Em paralelo com a indutância existe um condensador representativo das capacidades entre as espiras. A combinação paralela LC da bobina irá possuir uma impedância máxima à sua frequência de ressonância, igual a  $f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{L(f)C}}$ . Abaixo desta frequência, a bobina comporta-se como sendo uma

indutância, com perdas crescentes com o aumento da frequência, funcionando como filtro passa-baixo. Para frequências superiores à de ressonância, o comportamento da bobina é igual ao de um condensador com perdas decrescentes com o aumento da frequência, passando a funcionar como filtro passa-alto.

O circuito equivalente de um condensador consiste numa combinação série indutância, resistência e condensador. Esta combinação de elementos possui uma frequência de ressonância dada por  $f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ . Abaixo da frequência de ressonância, o condensador comporta-se como um condensador com uma curva de declive negativo

o condensador comporta-se como um condensador com uma curva de declive negativo dependente da frequência. Para frequências de funcionamento acima da frequência de ressonância, a curva possui um declive positivo e comporta-se como sendo uma indutância. Os circuitos equivalentes podem ser observados na Fig. 6.37 [22].



Fig. 6.37 - Circuitos equivalentes nas altas-frequências: a) bobina, b) condensador

Um filtro do tipo LC pode introduzir uma instabilidade no funcionamento do conversor de potência. No entanto, existem diversas razões pelas quais a combinação na prática de um filtro LC com um conversor DC/DC pode não o fazer: (1) os componentes do filtro de entrada e a linha de potência podem possuir uma resistência parasita suficientemente elevada que proporcionam o amortecimento adequado, (2) apenas as interferências de frequências superiores às frequências de comutação

podem ser preocupantes.

#### Protecção de transístores bipolares através de circuitos snubber

Os dispositivos semicondutores possuem limites de funcionamento no que diz respeito aos valores máximos de tensão, corrente e potência a que podem ser sujeitos. Se os limites forem ultrapassados, a integridade do componente fica comprometida. Os transístores do conversor de potência devem controlar a corrente da fase, que possui uma característica fortemente indutiva. Por isso, é importante que a tensão aos terminais dos transístores permaneça dentro dos limites de segurança especificados. Com esse objectivo foram instalados em paralelo com os transístores circuitos de ajuda à comutação, também designados por *snubbers*. A função destes circuitos consiste em absorver a energia libertada pelos elementos reactivos do circuito de potência no momento da comutação [23].

A definição das características dos componentes do circuito *snubber* depende, para além das características do dispositivo semicondutor a proteger, também das condições de funcionamento: indutância a comutar, tensão a comutar, e variação da corrente com o tempo *di/dt* no momento da comutação.

No circuito da Fig. 6.38 é representada a comutação de um transístor num circuito indutivo caracterizado pela corrente  $I_o$ . No decorrer do processo de entrada em condução do transístor T, o díodo  $D_d$  deve sair de condução. Como consequência do fenómeno de recuperação inversa do díodo, ocorrerá um incremento da corrente no colector do transístor. Este processo provoca uma ligeira diminuição do valor da tensão  $v_{CE}$ . Após a anulação total da corrente no díodo  $D_d$ , a tensão  $v_{CE}$  começa a diminuir com uma taxa imposta pelas características do transístor T. Do mesmo modo, temos um aumento da tensão  $v_{CE}$  no momento da abertura, como consequência do atraso na entrada em condução do díodo, ou devido à presença de indutâncias parasitas em série com o transístor.



Fig. 6.38 – Esquematização da comutação de um transístor bipolar com carga indutiva: a) circuito, b) evolução da corrente de base  $i_b$ , da tensão colector-emissor  $v_{CE}$ , e da corrente no colector  $i_c$ 

Se a evolução da tensão e da corrente sobre a área de funcionamento seguro SOA (*Safe Operating Area*) em algum momento é abandonada como se ilustra na Fig. 6.39, a integridade do componente de comutação é colocada em risco. Na evolução ideal da comutação sem qualquer tipo de circuito de auxílio, supondo que não existem indutâncias parasitas nem corrente inversa de recuperação do díodo, pode observar-se que o transístor dissipa elevados valores de energia, já que existem em simultâneo corrente e tensão, no momento da comutação.



Fig. 6.39 - Ilustração da comutação do transístor na SOA: a) fecho, b) abertura

A potência dissipada no transístor no momento da comutação é determinada pela equação (6.11) para o fecho do interruptor e pela equação (6.12) para a sua abertura.

$$P_{on} = \frac{1}{2} V_{CE} I_c \frac{t_{on}}{T_f},$$
 (6.11)

$$P_{off} = \frac{1}{2} V_{CE} I_c \frac{t_{off}}{T_f}.$$
 (6.12)

Os valores de  $t_{on}$  e  $t_{off}$  correspondem à duração do intervalo de comutação da operação de fecho e da operação de abertura do interruptor, respectivamente, e  $T_f$  é o período de funcionamento do transístor.

O problema pode ser contornado usando outras metodologias, para além da introdução de circuitos *snubber*. Poder-se-iam usar topologias que integrassem os elementos parasitas no circuito, como parte integrante da própria topologia de potência, tais como: conversores do tipo ressonante, *quasi*-ressonante, comutados a corrente nula (ZCS), comutados a tensão nula (ZVS), ou conversores de transição ressonante (ZVT).

Os circuitos *snubber* proporcionam protecção aos dispositivos de comutação através da limitação: (1) do pico de tensão a que o dispositivo se sujeita no momento da abertura; (2) do pico de corrente no dispositivo no momento do fecho; (3) da taxa de variação da corrente no intervalo de fecho; (4) da taxa de variação da tensão no intervalo de abertura.

Os circuitos snubber podem assumir várias configurações [24]. Os mais

comummente utilizados para proteger os dispositivos semicondutores de tensões excessivas no momento de abertura são do tipo dissipativo. Uma associação "resistência-condensador" recebe a designada de *snubber* RC. Se, a esta associação, for acrescentado um díodo passamos a ter um *snubber* do tipo RCD.

Apesar da simplicidade do circuito RC, ele permite amortecer as frequências parasitas do circuito e controlar o valor máximo da tensão no momento da comutação. Para minimizar a dissipação de energia no momento de abertura do interruptor, a resistência do *snubber* deveria ter um valor baixo, e, assim, proporcionar o funcionamento com um comportamento capacitivo, limitando a subida da tensão no interruptor até que este se bloqueie totalmente. Pelo contrário, no decorrer da comutação de fecho do interruptor, a resistência do *snubber* deveria apresentar um valor elevado para limitar a corrente através do interruptor, como resultado da descarga do condensador, até que toda a energia armazenada fosse dissipada. O circuito *snubber* do tipo RC não é o mais adequado para auxiliar a comutação de transístores, sendo mais usado com díodos e tirístores tal como se representa na Fig. 6.40a).



Fig. 6.40 - Circuito com um díodo protegido por um circuito snubber do tipo a) RC, b) RCD

Os *snubbers* do tipo RCD, compostos por um condensador, uma resistência e um díodo, são os mais usados na protecção de transístores bipolares. A topologia representada na Fig. 6.40b) permite controlar a taxa de variação e o limite da tensão a que o transístor *T* pode estar sujeito no momento da abertura. Quando comparado com a anterior, possui a vantagem de, para além de diminuir o pico de tensão, reduzir as perdas por dissipação, quer no interruptor, quer no circuito *snubber*.

No momento de abertura do transístor, a corrente que por ele circula irá passar a circular gradualmente no circuito de auxílio à comutação. A energia que o transístor deveria dissipar é assim transferida para o circuito *snubber*. A fiabilidade do interruptor é incrementada, já que a potência por ele dissipada, no momento da comutação, é minimizada, bem como as oscilações provocadas pelos elementos parasitas do circuito.

Na análise do circuito snubber considera-se que a evolução das correntes e tensões é

linear [25]. Em simultâneo, as indutâncias parasitas do circuito são desprezáveis. Ao introduzir-se um circuito *snubber* do tipo RCD deve levar-se em consideração o fecho do transístor *T*. Numa situação limite, correspondente ao funcionamento com resistência  $R_s$  nula, a corrente máxima no transístor é superior ao resultado da soma da corrente  $I_0$  com a corrente  $I_{rr}$  de recuperação inversa do díodo  $D_d$ . Na Fig. 6.41a) é assumida uma variação linear da corrente no condensador  $C_s$ . Dada a existência do condensador, a tensão  $v_{CE}$  não pode ser anulada instantaneamente, já que  $C_s$  não permite uma variação instantânea da tensão aos seus terminais.



Fig. 6.41 – Representação do processo de fecho do transístor considerando: a)  $R_s$  de valor nulo, b)  $R_s$  não nulo

Quando a corrente de base em T o permitir, o aumento da corrente  $i_c$  no colector irá retirar progressivamente o díodo  $D_d$  de condução. Nesta primeira fase do funcionamento,  $v_{CE}$  mantém-se ligeiramente inferior a  $v_t$ . Após a extinção de  $D_d$  dá-se início à descarga do condensador  $C_s$ . A energia armazenada em  $C_s$  é dissipada no transístor T, aumentando o tempo do transitório de comutação. O incremento da energia dissipada no transístor é dada por

$$\Delta W = \int_{t_1 + t_r}^{t_2} i_c v_{CE} dt = \int_{t_1 + t_r}^{t_2} i_{C_s} v_{CE} dt + \int_{t_1 + t_r}^{t_2} I_0 v_{CE} dt \,.$$
(6.13)

O segundo termo da expressão (6.13) corresponde ao incremento da energia dissipada devido ao incremento no tempo de condução de *T*. Com a introdução da resistência  $R_s$ , a tensão  $v_{CE}$  do transístor *T* é anulada quase instantaneamente e o termo adicional de energia nele dissipada é anulado.

Em algumas configurações de funcionamento de transístores em ponte, o uso de *snubbers* do tipo RCD pode resultar num transitório do tipo capacitivo como o que foi descrito anteriormente. O incremento do tempo de entrada em condução do transístor pode ser condicionante e deve por isso ser levado em consideração. Nesta situação, recomenda-se o uso em simultâneo de *snubbers* do tipo RCD e *snubbers* de auxílio à

condução dos transístores.

Antes da abertura do transístor considera-se que a corrente que por ele circula tem um valor  $I_0$  e que a tensão  $v_{CE}$  é nula. Na fase de abertura, a corrente do colector  $i_c$  irá reduzir-se linearmente até à sua completa extinção, pelo que o condensador irá carregar--se através da corrente ( $I_0 - i_c$ ). Dependendo do valor adoptado para a capacidade do condensador, são três os cenários nos quais o processo de abertura do transístor pode decorrer. Para cada um deles, a Fig. 6.42 representa a corrente no colector  $i_c$  e a tensão  $v_{CE}$  entre o colector e o emissor do transístor.



Fig. 6.42 – Formas de onda durante a abertura do transístor, considerando: a) C desprezável, b) C reduzido, c) C elevado

Quanto ao condensador  $C_s$ , quando a sua capacidade apresenta um valor desprezável, carrega-se instantaneamente. A corrente  $i_c$  diminui linearmente, enquanto que a tensão  $v_{CE}$  assume instantaneamente o valor da fonte  $v_t$ . No período de tempo  $t_{fi}$ , em que a corrente no colector do transístor se extingue, a energia dissipada no dispositivo será

$$W = \frac{1}{2} V_t I_0 t_{fi} \,. \tag{6.14}$$

Quando o valor da capacidade do condensador  $C_s$  é reduzido, este carrega-se num intervalo de tempo  $\tau$  inferior ao tempo de extinção da corrente  $t_{fi}$ . Neste cenário, a corrente de carga do condensador ocorrerá em duas etapas diferentes. A primeira, decorre no intervalo de tempo estabelecido em  $0 < t < \tau$ . Enquanto a tensão do condensador não atingir o valor da tensão da fonte, o díodo de roda livre mantém-se bloqueado, e a corrente no condensador será dada pela expressão

$$i_c = \frac{I_0 t}{t_{fi}}, \quad \text{com} \quad 0 < t \le \tau.$$
 (6.15)

A segunda etapa ocorre quando a tensão do condensador tende a ultrapassar o valor da tensão da fonte. Esta situação provoca a condução do díodo de roda livre, mantendo--se a tensão do condensador igual ao valor da tensão da fonte. O valor da tensão no transístor será assim dado por

$$v_{C_s} = v_{CE} = \frac{1}{C_s} \int_o^t i_{C_s} dt = \frac{I_0 t^2}{2C_s t_{fi}}, \qquad \text{com} \qquad 0 < t \le \tau, \qquad (6.16)$$

$$v_{C_s} = v_{CE} = v_t$$
, com  $t > \tau$ . (6.17)

Finalmente, no último cenário, o condensador considera-se como tendo uma capacidade elevada. Logo, o seu tempo de carga  $\tau$  será superior ao tempo de extinção da corrente  $t_{fi}$ . No decorrer da primeira etapa, a corrente deixa de circular no transístor, passando a circular, com uma variação linear, na malha do condensador, de acordo com a expressão (6.15). Quando a corrente no transístor se extingue por completo, a corrente passa a circular no condensador, carregando-o até ao instante em que a tensão aos seus terminais atinge o valor da tensão da fonte  $v_t$ , provocando a condução do díodo de roda livre, e mantendo o valor da tensão no condensador igual ao valor da tensão da fonte. A evolução da tensão aos terminais do condensador é agora dada por

$$v_{C_s} = v_{CE} = \frac{1}{C_s} \int_o^t i_{C_s} dt = \frac{I_0 t^2}{2C_s t_{fi}}, \qquad \text{com} \qquad 0 < t \le \tau; \qquad (6.18)$$

$$v_{C_s} = v_{CE} = \frac{I_0 t_{fi}}{2C_s} + \frac{I_0}{C_s} \left[ t - t_{fi} \right], \qquad \text{com} \qquad t_{fi} < t \le \tau.$$
 (6.19)

Com a introdução do circuito de ajuda à comutação, as perdas no circuito são diminuídas. Não podemos, no entanto, esquecer que a energia armazenada no condensador é dissipada na resistência. Existe um valor de capacidade do condensador para o qual as perdas totais são minimizadas. Um estudo comparativo pode ser efectuado em função do parâmetro k, que descreve a relação entre os tempos  $\tau$  e  $t_{fi}$ . No caso da capacidade do condensador  $C_s$  ser reduzida, a energia dissipada no transístor será

$$W_{T} = \frac{1}{2} I_{0} v_{t} t_{fi} \left[ 1 - \frac{4}{3} k + \frac{k^{2}}{2} \right],$$
(6.20)

enquanto que a energia dissipada em  $R_s$  e armazenada no condensador é

$$W_{C_s} = \int_0^{\infty} u_{C_s} i_{C_s} dt = \frac{1}{2} I_0 v_t t_{fi} \left[ \frac{k^2}{2} \right].$$
 (6.21)

Por conseguinte, as perdas totais devidas à comutação são

$$W_{total} = W_T + W_{C_s} = \frac{1}{2} I_0 v_t t_{fi} \left[ 1 - \frac{4}{3} k + k^2 \right].$$
 (6.22)

No caso da capacidade do condensador ser elevada, a energia dissipada no transístor será

$$W_{T} = \frac{1}{2} I_{0} v_{t} t_{fi} \left[ \frac{1}{6(2k-1)} \right],$$
(6.23)

e no condensador teremos armazenada uma energia calculada através de

$$W_{C_s} = \frac{1}{2} I_0 v_t t_{fi} \left[ k - \frac{1}{2} \right].$$
 (6.24)

Para esta situação, as perdas totais são iguais a

$$W_{total} = W_T + W_{C_s} = \frac{1}{2} I_0 v_t t_{fi} \left[ \frac{k^2 - k + \frac{1}{3}}{k - \frac{1}{2}} \right].$$
 (6.25)

Verifica-se que um valor de k = 2/3 corresponde a um valor de capacidade  $C_s$  que garante o mínimo de perdas, sendo expresso por

$$C_{s_{\text{optimo}}} = \frac{2}{9} \frac{I_0 t_{fi}}{v_t}.$$
 (6.26)

Na escolha do valor da resistência, devemos ter em atenção que a energia a dissipar deve ser igual à energia armazenada no condensador  $C_s$ . Logo, a resistência deverá ser capaz de dissipar toda a energia correspondente, pelo menos, à potência

$$P_{R} = \frac{1}{2} C v_{t}^{2} f_{c} \,. \tag{6.27}$$

Como devemos disponibilizar um tempo mínimo, dependente da frequência de funcionamento  $f_c$ , para que ocorra a descarga do condensador, o que na prática corresponde a um valor igual a cinco vezes a constante de tempo do circuito *snubber*, a resistência será dada por

$$R = \frac{t_{on}}{5C} \,. \tag{6.28}$$

Devemos também relembrar que a corrente no transístor T é igual à soma da corrente de descarga do condensador com a corrente proveniente da carga indutiva, daí que devamos garantir que a corrente máxima, a suportar pelo transístor, seja superior a

$$I_{pico} = \frac{v_t}{R} + I_m < I_{\max} .$$
 (6.29)

A escolha do condensador deve ter em consideração que estes componentes estão sujeitos a picos de corrente e a taxas de variação da tensão bastante elevados. A escolha recai, por isso, normalmente, em condensadores com dieléctricos de polipropileno. A resistência deve ter um valor de auto-indução baixo, ainda que nos *snubbers* do tipo RCD não seja uma condicionante crítica, podendo ser utilizadas as de carvão ou de filme metálico. Os díodos devem ser escolhidos tendo em atenção o valor do pico de tensão que surge aos terminais do condensador. Embora a corrente média seja reduzida, o condensador pode estar sujeito a picos de corrente elevados, sendo este um factor de base na escolha do díodo. O tempo de recuperação inversa pode afectar o desempenho do *snubber*, daí que devam ser escolhidos de recuperação rápida.

0% a 100%

Off em  $x_{off}$ 

# Modos de Funcionamento e Simulação

### Modos de funcionamento do conversor de potência

O conversor de potência desenvolvido, do qual as principais características foram apresentadas anteriormente, possibilita a aplicação de diferentes metodologias de comando e, por isso, de funcionamento do actuador. Para alcançar os modos de funcionamento descritos anteriormente há que ter especial atenção à forma como as saídas do microcontrolador são actuadas. Para uma qualquer fase do actuador, o processador deve estabelecer o estado dos transístores  $T_1 e T_2$ . A determinação final do estado do transístor  $T_2$  resulta da operação lógica estabelecida entre o sinal de saída do controlador de histerese e da ordem enviada pelo microprocessador para esse transístor em especial. O conversor de potência permite o funcionamento do actuador nos modos de funcionamento descritos na Tabela 6.1. Se não houver necessidade de efectuar o controlo do perfil da corrente na fase, o valor do *duty cycle* deverá ser estabelecido em 100%, para que o *hardware* de controlo da corrente fique sem efeito. Aos modos de funcionamento possíveis correspondem os estados de condução dos dispositivos do circuito conversor de potência que se mostram na Fig. 6.2.

	<b>T</b> <sub>1</sub>	$T_2$	Duty cycle
Soft-chopping	Sempre On	On em $x_{on}$ Off em $x_{off}$	100%
Hard-chopping	On em $x_{on}$ Off em $x_{off}$	On em $x_{on}$ Off em $x_{off}$	100%
D. 1. ~ 1	5	On em $x_{on}$	00/ 1000/

Sempre On

Tabela 6.1 -	– Modos de	funcionamento	do conversor	de potência

#### Simulação do funcionamento do conversor de potência

Regulação de corrente

Os programas de simulação de circuitos electrónicos do tipo SPICE (*Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis*) são usados há mais de trinta anos. A concepção original foi feita na Universidade da Califórnia, em Berkeley, nos finais dos anos sessenta do século passado. A aplicação destas ferramentas permite obter resultados que prevêem o comportamento de um circuito electrónico. Ao longo dos anos, as sucessivas revisões da linguagem têm permitido a simulação de circuitos integrados cada vez mais complexos. Um circuito tem que ser apresentado ao SPICE na forma de uma *netlist*, que consiste numa descrição textual de todos os componentes do circuito e das respectivas ligações entre eles.

O SPICE pode ser usado na sua forma mais simples, através de uma linha de comando ou usando ficheiros de texto. As ferramentas mais modernas, das quais se destaca o Multisim, permitem que o utilizador desenhe um esquema eléctrico, representativo do circuito, usando ferramentas de edição gráfica, sendo, posteriormente, feita uma tradução automática com o intuito de criar a *netlist* para posterior simulação. Deste modo é possível a simulação de circuitos de maiores dimensões e mais complexos.

Um modelo SPICE de um componente electrónico é formado por uma descrição textual do seu modelo matemático. Usado no circuito, é possível prever o seu desempenho no desenrolar da simulação. Os modelos das componentes elementares, tais como resistências ou bobinas, podem ser simples, bastando uma linha de texto para os descrever. Outros modelos são, no entanto, extremamente complexos e são compostos por centenas de linhas.

Embora a construção dos modelos possa afectar grandemente os resultados obtidos através do simulador SPICE, a parametrização do simulador também contribui para a precisão desses resultados. São, por isso, disponibilizadas várias opções que permitem ao utilizador obter a precisão desejada nos resultados, sacrificando, para isso, a velocidade da simulação.

O modelo do conversor de potência editado no Multisim (Fig. 6.43) usa os modelos SPICE disponibilizados pelos fabricantes dos componentes utilizados. Os circuitos que desempenham as funções diferencial, erro e histerese, são encapsulados dentro de blocos funcionais, para simplificação da representação do circuito.



Fig. 6.43 - Modelo do circuito do conversor de potência construído no Multisim

O comando do conversor é feito através de duas fontes de sinal pulsado de amplitude idêntica à da tensão do microprocessador (3,3 [V]), sendo adoptado um período de 0,2 [seg] com o *duty cycle* de 50 %. O sinal de referência da corrente é constante e tem origem numa fonte de tensão de 3 [V], sendo que este valor de referência corresponde uma corrente na bobina de 1 [A]. A duração da simulação é de 0,2 [seg] usando o método de integração de *Gear*, próprio para sistemas de equações rígidos (*stiff*). Duas situações especiais de funcionamento são analisadas em seguida.

#### Regulação da corrente na bobina

Na simulação da corrente que circula na bobina, quando o regime de funcionamento corresponde ao descrito anteriormente, e recorrendo ao controlador de histerese, o transístor  $T_2$  é comutado para manter o erro da corrente dentro dos parâmetros estabelecidos.

Na Fig. 6.44 é possível observar que a tensão aplicada à bobina varia a uma frequência constante, com a excepção do primeiro pulso de tensão, que apresenta uma maior duração para permitir que a corrente suba até ao valor pretendido. A corrente na bobina aumenta ou diminui de acordo com as ordens recebidas da lógica de decisão, tomadas com base nas informações disponibilizadas pelo controlador de histerese e pelo microprocessador.

A tensão aplicada à bobina é ligeiramente inferior à tensão da fonte devido às quedas de tensão  $v_{CE}$  dos transístores. No instante em que o transístor  $T_2$  abre, a tensão aplicada é ligeiramente negativa, já que o díodo de roda livre passa a conduzir, e parte da energia armazenada no circuito magnético é dissipada na resistência  $R_{d1}$ . Deste modo, a tensão aplicada à bobina é ligeiramente negativa.



Fig. 6.44 – Resultados da simulação do modo de funcionamento em regulação de corrente: tensão aplicada na bobina  $(U_L)$ , sinal de comando  $(V_{comando})$ , e sinal de erro  $(V_{erro})$ 

Na Fig. 6.45 são representados os resultados obtidos da simulação para a corrente na

bobina e a corrente nos díodos de roda livre. O díodo  $D_{d1}$  conduz nos instantes de roda livre, correspondentes à abertura do transístor  $T_2$ . Os picos de corrente que ocorrem aquando da comutação do díodo  $D_{d1}$  devem ser alvo de especial atenção, já que devem ser escoados através do transístor no momento da abertura. Este valor não é significativamente elevado e o transístor está preparado para, transitoriamente, o suportar.



Fig. 6.45 – Resultados da simulação do modo de funcionamento em regulação de corrente: corrente na bobina  $(I_L)$ , e correntes nos díodos de roda livre  $D_{d1}$   $(I_{Dd1})$  e  $D_{d2}$   $(I_{Dd2})$ 

#### Funcionamento do circuito snubber inferior

Do modo de funcionamento anterior são observadas duas situações diferentes, correspondentes à abertura e ao fecho do transístor  $T_2$ , respectivamente. A Fig. 6.46 representa a evolução das correntes no colector e nos díodos dos circuitos *snubber* durante o processo de abertura do transístor  $T_2$ . A corrente do colector do transístor passa a circular progressivamente no condensador  $C_{s2}$ , através do díodo  $D_{s2}$ . Quando a tensão aos terminais do condensador atinge o valor da tensão da fonte, o díodo  $D_{d1}$  entra em condução e a corrente circula através desse díodo.



Fig. 6.46 – Resultados da simulação do modo de funcionamento em regulação de corrente para as grandezas do circuito *snubber* inferior no momento de abertura do transístor  $T_2$ : corrente no díodo de roda livre  $D_{d1}$  ( $I_{Dd1}$ ), corrente no díodo do circuito *snubber*  $D_{s2}$  ( $I_{Ds2}$ ) e corrente no colector de  $T_2$  ( $Ic_{T2}$ )

O momento de entrada em condução do transístor  $T_2$  corresponde à extinção progressiva da circulação de corrente no díodo  $D_{d1}$ . Esta situação é representada na forma da evolução da corrente no colector do transístor  $T_2$ , e das evoluções da corrente na resistência  $R_{s2}$  e no díodo de roda livre  $D_{d1}$  na Fig. 6.47. Pode observar-se o efeito da corrente de recuperação inversa. Esta corrente provoca um pico de aproximadamente 2,5 [A] no transístor  $T_2$ . A resistência  $R_{s2}$  é percorrida pela corrente de descarga do condensador  $C_{s2}$ .



Fig. 6.47 – Resultados da simulação do modo de funcionamento em regulação de corrente para as grandezas do circuito *snubber* inferior no momento de fecho do transístor T<sub>2</sub>: corrente no díodo de roda livre  $D_{d1}$  ( $I_{Dd1}$ ), corrente na resistência do circuito *snubber*  $R_{s2}$  ( $I_{Rs2}$ ) e corrente no colector de T<sub>2</sub> ( $I_{CT2}$ )

#### Apresentação de Resultados Experimentais

O desempenho do conversor de potência apresentado nos pontos anteriores é avaliado fazendo uso de uma bobina com uma indutância e uma resistência aproximadamente iguais aos valores correspondentes aos das fases do actuador em estudo (L = 0,8 [H], R = 12 [ $\Omega$ ]), e por isso adoptada para as representar. O modo de funcionamento seleccionado para a realização dos testes corresponde ao *soft-chopping*. Nesta situação, o transístor  $T_1$  é fechado enquanto o transístor  $T_2$  é comutado para manter o perfil da corrente de acordo com o sinal de referência obtido com base no sinal de PWM.

Para o primeiro teste, o microprocessador configura o sinal PWM para manter um valor do *duty cycle* constante. Como resposta, a corrente na bobina é mantida também constante. No segundo teste, o processador faz variar o *duty cycle* do sinal PWM em modos diferentes para que a corrente na bobina apresente perfis distintos.

#### Corrente constante na bobina

A Fig. 6.48 representa a evolução da corrente na bobina e da tensão que lhe está aplicada. Devemos observar que  $T_1$  está a conduzir enquanto  $T_2$  comuta. A tensão na bobina é ligeiramente inferior à tensão da fonte quando  $T_2$  está a conduzir. Durante esta fase de funcionamento, a corrente aumenta na bobina até atingir o limite superior do intervalo de histerese. Quando  $T_2$  está ao corte, a tensão aplicada à bobina é negativa e de baixo valor. A corrente diminui agora até atingir o limite inferior do intervalo de histerese. A ondulação verificada no sinal da corrente poderia ser diminuída aproximando os níveis do intervalo de histerese, aumentando o número de comutações do interruptor  $T_2$ .



Fig. 6.48 – Evolução das grandezas na bobina no modo de funcionamento *soft-chopping* e para corrente constante: corrente (ch. 1), tensão (ch. 2)

Quando ambos os transístores estão ao corte, mas ainda existindo energia armazenada na bobina, o díodo  $D_{d1}$  começa a conduzir, sendo a energia dissipada no circuito formado pela resistência da bobina e pela resistência  $R_{d1}$  (Fig. 6.49). Por este motivo, a tensão aplicada à bobina não é nula, mas apresenta um pequeno valor negativo.



Fig. 6.49 – Evolução das grandezas no modo de funcionamento *soft-chopping* e para corrente constante: tensão na resistência Rd1 (ch. 1), e tensão no díodo Dd1 (ch. 2)

#### Variação do perfil da corrente na bobina

Nesta situação de teste, o funcionamento do conversor de potência é muito semelhante ao anterior. Agora, o *duty cycle* do sinal PWM varia de modo a que o sinal da corrente na bobina apresente diferentes perfis de funcionamento. Na Fig. 6.50, os perfis da corrente e da tensão aplicada na bobina podem ser visualizados para três regimes de funcionamento diferentes. No caso da Fig. 6.50a) a corrente diminui linearmente, variando para isso o *duty cycle* do sinal de PWM de forma linear. No caso da Fig. 6.50b) a corrente evolui em dois patamares distintos, usando-se para isso dois *duty cycle* diferentes. No caso da Fig. 6.50c), na primeira metade do intervalo de funcionamento, o *duty cyle* varia linearmente para que a corrente na bobina aumente até um valor máximo, e depois, na segunda metade, varia de forma inversa.

Em todos os casos anteriores é possível observar que a tensão aplicada à bobina apresenta diferentes frequências de comutação.

O conversor de potência construído para controlo do funcionamento do actuador linear de RVC, com três fases, pode ser observado na Fig. 6.51. Na imagem é possível identificar o microprocessador que rege o funcionamento do conversor de potência, sendo a interface realizada pela Unidade de Distribuição. Na construção do conversor de potência foi mantido um conceito de independência de fases do actuador e, como se pode observar, cada Unidade de Regulação e Comando e respectiva Unidade de Potência são fisicamente independentes. Em segundo plano na fotografia encontra-se a fonte de alimentação.



Fig. 6.50 – Evolução das grandezas na bobina no modo de funcionamento *soft-chopping* e para diferentes perfis de corrente: tensão (ch. 1) e corrente (ch. 2): a) diminuição linear do perfil da corrente, b) dois perfis de corrente constante, c) aumento e diminuição linear do perfil da corrente



Fig. 6.51 - Concretização do conversor de potência para o actuador linear de RVC com três fases

#### REFERÊNCIAS

- [1] R. Krishnan, Switched Reluctance Motor Drives Modeling, Simulation, Analysis, Design, and Applications, CRC Press, 2001.
- [2] Mike Barnes, Charles Pollock, "Power Electronic Converters for Switched Reluctance Drives," *IEEE Transactions on Power Electronics*, Vol. 13, Nº 6, pp. 1100-1111, November 1998.
- [3] M. Barnes, C. Pollock, "Selecting Power Electronic Converters for Single Phase Switched Reluctance Motors," in *Proceedings of Power Electronics and Variable Speed Drives Conference*, N° 456 IEE, pp. 527-531, 1998.
- [4] Amit Kumar Jain, Ned Mohan, "SRM Power Converter for Operation with High Demagnetization Voltage," *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. 41, No. 5, pp. 1224-1231, September/October 2005.
- [5] K.Y. Cho and J.Y. Lim, "Power Converter Circuit for a Switched Reluctance Motor using a Flyback Transformer," *IEE Proceedings of Electric Power Applications*, Vol. 150, N<sup>o</sup>. 1, pp. 88-96, January 2003.
- [6] Yong-Ho Yoon, et al, "High Performance Control of C-dump Converters for Switched Reluctance Motor for Automobiles," in Proceeding of the 35<sup>th</sup> Power Electronics Specialists Conference, pp. 1322-1328, 2004.
- [7] Sayeed Mir, Iqbal Husain, Malik E. Elbuluk, "Energy-efficient C-Dump Converters For Switched Reluctance Motors," *IEEE Transactions on Power Electronics*, Vol. 12, N° 5, pp. 912-921, September 1997.
- [8] K.T. Chau, T.W. Ching, C.C. Chan, Marco S.W. Chan, "A Novel Zero-Current Soft-Switching Converter for Switched Reluctance Motor Drives," in *Proceedings of the 24<sup>th</sup> Annual Conference* of the Industrial Electronics Society, pp. 893-898, 1998.
- [9] Z. Nie and A. Emadi, "Integrated Converters for Switched Reluctance Motor Drives," in Proceedings of the 4th Power Electronics and Motion Control Conference, Vol. 2, pp. 487-490, 2004.
- [10] V. S. Gharpure, R Krishnan, S. Lee, "Analysis and Design of Energy Recovery Snubbers for Switched Reluctance Motor Drives," in *Proceedings of the Industry Applications Society Annual Meeting*, pp. 1055-1062, 1994.
- [11] A. Deihimil, G. Henneberger, "Design Optimization of Turn-off Snubber for Switched Reluctance Drives," in *Proceedings of the 35<sup>th</sup> Power Electronics Specialists Conference*, Vol.5, pp. 3444-3450, 2004.
- [12] Hoang Le-Huy, Karim Slimani, Phillippe Viarouge, "A Current-Controlled Quasi-Resonant Converter for Switched-Reluctance Motor," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 38, N° 5, pp. 355-362, October 1991.
- [13] T. J. E. Miller, Switched Reluctance Motors and their Control, Monographs in Electrical and Electronic Engineering, Magna Physics Publishing Oxford Science Publications, 1993.
- [14] A. Espírito Santo, R. Calado, C. M. Cabrita, "Power Converter For a Linear Switched Reluctance Actuator with Hysteresis Current Controller," in Proceedings of International Conference on Power Engineering, Energy and Electrical Drives, pp. 336-3412, 2007.
- [15] David M. Alter. "Using PWM Output as a Digital-to-Analog Converter on a TMS320F280x Digital Signal Controller," *Texas Instruments*, Application Report SPRAA88, February 2006.

- [16] Mike Mitchell, "Using PWM Timer\_B as a DAC," *Texas Instruments*, Application Report SLAA116, December 2000.
- [17] Sérgio Franco, *Design With Operational Amplifiers and Analog Integrated Circuits*, McGraw-Hill, 2001.
- [18] J. Williams, "High-speed Comparator Techniques", Application Note AN-13, *Linear Technology*, 1990.
- [19] Reza Moghimi, "Curing Comparator Instability with Hysteresis", Analog Devices, Analog Dialog, Vol. 34, No. 7, November-December 2000.
- [20] John Sylvan, "High-speed Comparators Provide Many Useful Circuit Functions When Used Correctly," *Analog Devices*, Application Note AN-352, 1989.
- [21] DM Mitchell, "Power Line Filter for DC-DC Converters," *IEEE Industry Application Magazine*, Vol. 5, pp. 16-26, November/December 1999.
- [22] Michael Laflin, "High Frequency Implications for Switch-mode DC-DC Converter Design," *Enpirion*, Inc.
- [23] Alberto Martín Pernía, "Protección eléctrica de semiconductores: Redes de ayuda a la conmutación disipativas y no disipativas," *Universidad de Oviedo*, Gijón, Mayo de 1999.
- [24] Philip C. Todd, "Snubber Circuits: Theory, Design and Application", Unitrode Corporation, May 1993.
- [25] B. W. Williams, Power Electronics, Devices, Drivers, Applications and Passive Components, Macmillan Press LTD, 1987.

# Capítulo

# Controlo de Posição do Actuador Linear de Relutância Variável Comutado

O objectivo inicial deste trabalho só é alcançado se existir uma metodologia de controlo que permita posicionar o primário do actuador com a maior precisão possível. São propostas e avaliadas experimentalmente duas soluções diferentes. A primeira, permite controlar o movimento do actuador linear de relutância variável comutado activando sequencialmente as fases de modo a que o deslocamento ocorra no sentido pretendido. A segunda, retira partido da independência funcional das fases para poder impor um funcionamento do actuador em modo de deslizamento, alcançado pela comutação a uma frequência elevada das fases do actuador. Os ensaios realizados provam a validade e aplicabilidade dos métodos propostos.

# 7.1 Controlo e Comando de Actuadores Lineares de RVC

O accionamento de relutância variável, como já foi mencionado no Capítulo 4, carece de um mecanismo de comando que, sequencialmente, realize a activação das várias fases do actuador. Encontram-se já publicadas diversas abordagens alternativas de diferentes aspectos do controlo dos actuadores de RVC, podendo-se, a título de exemplo, referir algumas. Usando um controlo difuso na definição das posições de activação das fases, mantendo as posições de desactivação fixas em valores dependentes de intervalos de velocidade, é possível controlar a velocidade de um actuador de RVC [1]. Aplicando-se ainda o controlo difuso e actuando em parâmetros como a posição de activação e a posição de desactivação das fases, a corrente nas fases, e a tensão de alimentação, é possível controlar o binário desenvolvido [2]. Outro aspecto a que o estudo do controlo se tem dedicado consiste na minimização das flutuações presentes no binário. Usando um método iterativo, baseado em lógica difusa, as formas de onda das correntes nas fases podem ser estabelecidas de modo a minimizar as flutuações do binário desenvolvido [3]. Apesar da diversidade de abordagens da problemática do controlo de actuadores de RVC, a grande maioria é direccionada para os actuadores rotativos de RVC. Mas, mesmo para esta configuração, quase sempre se procura solucionar as questões relacionadas com as aplicações de tracção. No que se refere aos trabalhos publicados na área do controlo e accionamento de actuadores lineares de RVC, o trabalho publicado, bastante escasso, procura também resolver questões relacionadas com a produção de força de tracção [4],[5].

Em [6],[7] os autores fizeram a apresentação de um actuador linear de RVC com objectivos semelhantes aos desenvolvidos neste trabalho. No entanto, a solução encontrada passa por diminuir a largura polar de forma a aumentar a resolução do movimento do actuador. Como já se demonstrou neste trabalho, esta solução, apesar de tornar possível a obtenção de uma resolução considerável, tem como consequência a diminuição da capacidade de produzir força de tracção.

Uma das características da lógica difusa consiste na sua adequação a problemas não lineares, para os quais é difícil obter um modelo matemático. Embora seja uma das opções mais escolhidas para desempenhar acções de controlo em actuadores de RVC [8], existem outras técnicas alternativas que são também exploradas. O controlo de estruturas variáveis permite resolver problemas idênticos aos identificados anteriormente, ou seja, a minimização das flutuações do binário [9], o controlo da produção de binário [10] e a regulação da velocidade [11].

Seguidamente, são propostas duas estratégias de comando do actuador linear de RVC. A primeira, e a mais simples de implementar, que requer menos recursos de processamento, baseia-se unicamente no conhecimento da posição do primário. Um microcontrolador comanda o estado das fases através do conversor de potência, sendo

armazenadas numa tabela residente na memória as posições de activação e as posições de desactivação de cada uma das fases. Este método tem capacidade para posicionar o primário do actuador em posições discretas, condicionadas pela largura dos pólos sendo, neste caso, a resolução obtida para o movimento igual a 10 [mm].

O modo de funcionamento anterior permite identificar duas condicionantes. A primeira é ser demasiado rígido na escolha das posições de activação, uma vez que são estabelecidas por valores tabelados em memória, a outra é que, para se ter uma resolução de movimento mais reduzida, apenas nos resta reduzir a largura dos pólos, o que, como foi confirmado pelos resultados apresentados no Capítulo 4, introduz uma forte penalização na densidade de força de tracção que o actuador consegue desenvolver.

Os problemas identificados são resolvidos através da proposta de uma metodologia de controlo alternativa. As qualidades que as estruturas de controlo variável possuem para controlar este tipo de sistema são então utilizadas para controlar a posição do actuador, proporcionando uma resolução do movimento bastante superior à largura polar. Quando o actuador se aproxima da posição pretendida, o controlador impõe um regime de comutação entre duas fases que, através do balanceamento das forças desenvolvidas, consegue colocar o primário na posição desejada. Os resultados obtidos com a aplicação desta técnica revelaram-se bastante atractivos no que respeita à comprovação da aptidão do actuador linear de RVC com circuitos magnéticos independentes como mecanismo adequado à realização de tarefas de posicionamento de precisão, disponibilizando, em simultâneo, uma força de tracção considerável. As duas metodologias de controlo que se propõem em seguida são aplicadas ao actuador linear de RVC de circuito magnéticos independentes e com pólos e dentes rectangulares.

# 7.2 Estratégia de Comando baseada na Posição do Primário

## Descrição da Estratégia de Comando

Como se tem explicitado ao longo deste trabalho, o modo mais expedito de controlar o funcionamento do actuador linear de RVC consiste na activação e desactivação sequencial das fases, em posições pré-estabelecidas. Este processo controla a produção da força de tracção que origina o deslocamento do primário do actuador no sentido pretendido. Para além disso, podemos, também, efectuar uma modelização do perfil da corrente que circula na bobina da fase de modo a limitar a densidade de força produzida.

A estratégia de comando utilizada para deslocar o primário do actuador baseia-se nos resultados obtidos com a simulação do actuador em modo *single pulse, soft-chopping* e regulação de corrente. O conversor de potência construído possui a capacidade de, fazendo uso das suas características, impor qualquer um dos modos de funcionamento referidos. Deste modo, uma estrutura de comando é estabelecida e concretizada num

microcontrolador MSP430F449 a funcionar a 8 MHz. Este dispositivo controla o estado das várias linhas de comando do conversor de potência, e recebe informação da posição do primário através do *encoder* de posição, na qual se baseia para, sucessivamente, ir assumindo as necessárias decisões de comando no modo de funcionamento de regulação de corrente em *soft-chopping*.

# Configuração de Periféricos e Descrição da sua Função

Previamente à descrição da estrutura de controlo propriamente dita, são referidos a título introdutório, ainda que de modo abreviado, os recursos do microprocessador afectos a cada uma das tarefas de controlo do funcionamento do conversor de potência, para que este efectue a activação sequencial das fases do actuador, de forma a produzir o movimento desejado.

O microprocessador possui um ADC interno de 12 bits com capacidade de funcionamento em modo de conversão e varrimento contínuo das suas oito entradas analógicas. Deste modo, um canal de aquisição e conversão analógica (*A0\_ADC12MEMO*) é configurado para aquisição da corrente numa das fases. A informação recolhida é transferida para o computador, após o ensaio, para posteriormente permitir a análise do perfil da corrente da fase monitorizada. Optou-se por adquirir apenas um só sinal de corrente, dada a escassez de memória de dados interna do microprocessador. Na execução da metodologia de comando que se descreve a seguir não é feito uso da realimentação da corrente.

Os portos de entrada e saída digitais do MSP430 são utilizados para partilhar estados de linhas digitais entre o microprocessador e o conversor de potência. Nos portos de entrada digitais P1.4 e P1.5 são recebidas as saídas do encoder de posição. Ao porto **P1.5** é atribuída a capacidade de gerar uma interrupção no flanco ascendente do sinal, interrupção esta que é servida por uma rotina que determina a posição do primário. A outra entrada serve de relógio ao contador *Timer B*. Por cada pulso gerado, o registo de contagem TBR do Timer B sofre um incremento. O funcionamento em particular do *Timer B* será visto mais adiante. As saídas digitais **P2.2**, **P2.3** e **P3.4** disponibilizam o resultado da comparação efectuada pelas unidades de comparação com o registo de contagem TBR do Timer B, associadas aos sinais internos TB1, TB2 e TB3, respectivamente. O estado das saídas digitais anteriores estabelece o estado de condução dos interruptores  $T_2$  do conversor de potência. Considera-se que os interruptores  $T_1$ estão sempre em condução. Para indicação do estado de execução da rotina de controlo é disponibilizado no porto P2.4 um sinal que comuta de estado sempre que ela é executada. A tarefa desta função serve principalmente para aferir o correcto funcionamento de todo o sistema. Finalmente, o porto **P2.0** é configurado para dar saída do sinal PWM de referência ao regulador de corrente nas fases. Na metodologia de controlo que se pretende testar, este sinal é partilhado por todas as fases.

O *Timer A* e o *Timer B* são contadores internos do microprocessador, sendo o seu funcionamento comum à maioria dos periféricos que desempenham funções idênticas noutras famílias de microprocessadores. Sem entrar em grandes detalhes, o contador recebe um sinal de relógio e, por cada flanco ascendente, incrementa o seu registo de contagem. Neste caso em particular, são disponibilizados vários modos de contagem, tendo-se optado, contudo, pela escolha do modo que permite definir um período de contagem incremental até se atingir um valor pré-definido num registo específico. Associado a estes dois contadores existem unidades de comparação e captura: três para o *Timer A* e sete para o *Timer B*. Cada uma destas unidades, quando configurada no modo de funcionamento em comparação, permite que o conteúdo do registo de contagem *TAR* ou *TBR* dos contadores seja comparado com o respectivo registo da unidade de comparação e captura e, a existir uma equivalência, é gerada uma interrupção, que actualiza o estado da saída associada. Cada uma destas unidades de comparação permite facilmente criar um sinal PWM independente.

O *Timer A* é configurado para gerar o sinal PWM utilizado para produzir a referência do sinal de corrente na fase correspondente. Este contador recebe como relógio de entrada o próprio relógio do sistema *SMCLK*, a oscilar a 8 MHz. O período de contagem é estabelecido pelo parâmetro *PWM\_f* carregado no registo *TACCR0*, sendo o *duty cycle* controlado pelo parâmetro *PWM\_d* carregado no registo *TACCR2*. Sempre que o valor no registo de contagem *TAR* for equivalente ao conteúdo do registo *TACCR2*, é originada uma interrupção. Para além disso, o estado do porto de saída correspondente a *TA2* (*P2.0*) comuta. Com o *overflow* do registo de contagem *TAR*, o processo de contagem do contador é retomado a partir do zero. Este funcionamento é imposto pelo modo de contagem escolhido. A rotina de serviço executada com uma frequência definida pelo parâmetro *PWM\_f* realiza operações de gestão interna do processo, descritas mais adiante. Na Fig. 7.1 é representada a inter-relação existente entre os vários eventos associados ao *Timer A*.



Fig. 7.1 – Eventos associados ao funcionamento do Timer A

O *Timer B* possui associada uma estrutura de unidades de comparação e captura idêntica à descrita para o *Timer A*. A sua utilização é ilustrada na Fig. 7.2.



Fig. 7.2 – Eventos associados ao funcionamento do Timer B

O contador *Timer B* recebe o relógio no porto *P1.4* com origem numa das duas linhas do *encoder* de posição. Na ocorrência de um pulso, o registo de contagem *TBR* é incrementado. O período de contagem é estabelecido com base no número de pulsos do *encoder* correspondentes ao passo polar do actuador, ou seja, por cada 30 [mm] de deslocamento o *encoder* gera 392 pulsos. Assim, o modo de funcionamento seleccionado para o contador *Timer B* irá impor que o registo de contagem *TBR* retome a contagem de zero ao alcançar o valor definido em *TBCCR0*. São usadas três unidades de comparação e captura, a funcionar em modo de comparação, para controlar o estado das três saídas associadas ao comando dos interruptores *T*<sub>2</sub>. Sempre que o registo de contagem *TBR* seja igual ao registo de comparação *TBCCR1*, *TBCCR2* ou *TBCCR3* das unidades de comparação e captura são geradas interrupções servidas por uma rotina que se descreve a seguir. Na Fig. 7.2, os valores *TBCCR1*<sub>i</sub> e *TBCCR1*<sub>i+1</sub> dizem respeito aos valores do registo *TBCCR1* correspondentes às posições de activação e desactivação da fase A, respectivamente, sendo utilizada uma notação idêntica para as restantes fases.

#### Rotinas de Serviço às Interrupções

As interrupções associadas aos eventos gerados pelo *Timer A*, *Timer B*, e porto *P1.5* são responsáveis pela geração do sinal PWM, pela actualização dos estados das fases, e pela entrada do sinal do *encoder* para a determinação da posição, respectivamente. A rotina de serviço ao *Timer A* gere o funcionamento interno do sistema, como se descreve na Fig. 7.3.



Fig. 7.3 – Fluxograma da rotina de serviço à interrupção do Timer A

A gestão da aquisição do canal de conversão e aquisição analógica *A0\_ADC12MEMO* para a memória de dados, é feita usando o apontador de memória *index*. Ao atingir o limite do espaço reservado para a gravação de dados em memória, a aquisição é inibida. A gestão do período de amostragem é feita pelo parâmetro *Conta\_amostras*, conseguindo-se assim modificar facilmente a frequência de amostragem da corrente na fase do actuador. Cabe também ao *Timer A* efectuar a gestão da variável que sincroniza as várias tarefas realizadas no microcontrolador.

Contrariamente ao *Timer A*, o *Timer B* dá origem a várias interrupções geridas como se esquematiza na Fig. 7.4.

A estrutura recorre ao vector de interrupção *TBIV* para descodificar a sua origem. De forma a optimizar a resposta da rotina de serviço à interrupção, é usada uma estrutura de código do tipo "*case*" que, para além de ser computacionalmente eficiente, permite estruturar as tarefas executadas pela rotina de serviço à interrupção. Assim, todas as unidades de comparação são geridas de igual modo. Se a posição do primário corresponde à posição *xA\_on* para a activação da fase A, a saída correspondente da unidade de comparação e captura é activada (*TB1* = 1). De imediato, o registo de

comparação **TBCCR1** é carregado com a nova posição  $xA_off$  onde se pretende efectuar a desactivação da fase. Se a posição do actuador, aquando da ocorrência da interrupção, corresponde à posição programada para a desactivação da fase A, então a saída correspondente é desactivada (TB1 = 0), sendo, nesse momento, executada a rotina que determina a programação das próximas posições para activação e desactivação da fase A. O estado da fase A é sempre actualizado na respectiva variável de estado *fase\_A*, sendo idêntica a gestão das restantes saídas de comando das fases do actuador. Apenas é acrescentada uma tarefa adicional à gestão da fase C. Uma variável de controlo do número de sequências A-B-C estabelecidas no início do ensaio de funcionamento (*Conta\_seq*) é decrementada com a desactivação da fase C, ou seja, por cada sequência de funcionamento das fases A-B-C, a variável de controlo *Conta\_seq* é decrementada. Ao chegar a zero, a rotina *stop* de paragem do funcionamento é executada e, com ela, todas as fases são desligadas.





Para além das duas rotinas de serviço às interrupções dos *Timer A* e *Timer B*, existem ainda duas outras rotinas que merecem ser destacadas. A rotina de controlo do sistema, executada com um período fixo de 10 [mseg], e que tem como base de tempo as

interrupções geradas pelo *Timer A*. Na versão programada, a rotina de controlo é usada para realizar, no decorrer dos ensaios, a gravação em memória dos parâmetros de estado do sistema, ou seja, a velocidade corresponde ao total acumulado do número de pulsos do *encoder* gerados entre execuções da rotina, e os estados da fase A, da fase B e da Fase C. O registo destas variáveis é inibido sempre que o espaço reservado para a sua salvaguarda na memória de dados se encontrar esgotado. O estado do porto *P2.4* é também comutado sempre que esta rotina é executada, como indicação do estado de funcionamento do sistema. A segunda rotina a referir, presta serviço às interrupções do porto *P1.5*, geradas sempre que ocorrem transições de flanco ascendente do sinal do *encoder*. Esta rotina determina ainda a posição absoluta do primário do actuador através da verificação do estado do sinal do porto *P1.4*, que recebe o sinal gerado pelo *encoder* e que se encontra em quadratura de fase com o sinal recebido no porto *P1.5*, tornando assim possível deduzir o sentido do deslocamento.

## Apresentação de Resultados Práticos

Os resultados da aplicação da estratégia de comando ao actuador linear de RVC, descrita anteriormente, são obtidos configurando a estrutura de comando de forma a gerar duas sequências de funcionamento A-B-C. As posições de activação e de desactivação das fases são previamente definidas e disponibilizadas na Tabela 7.1, estabelecendo-se posições diferentes para cada uma das duas sequências de funcionamento.

	Fase A		Fase B		Fase C	
	Xa_on	Xa_off	Xb_on	Xb_off	Xc_on	Xc_off
1° sequência	0	10	1	15	10	28
2º sequência	19	30	30	45	37	56

Tabela 7.1 - Posições estabelecidas para a activação e desactivação das fases [mm] tomando como referência a fase A afastada de 10 [mm] do dente do secundário

O primário do actuador inicia o movimento com a fase A localizada numa posição afastada de 10 [mm] à esquerda da posição alinhada. A posição ocupada pela fase A, no início do teste, corresponde a ter os pólos desta fase alinhados à esquerda dos dentes do secundário. A esta posição da fase A corresponde a ter-se a fase B numa posição relativa com os dentes do secundário idêntica, porém alinhados à direita. Por seu lado, a fase C encontra-se alinhada com os dentes do secundário.

A velocidade é obtida por contagem dos pulsos gerados pelo *encoder* em períodos de 10 [mseg]. Cada pulso do sinal de saída do *encoder* corresponde a ter-se uma evolução da posição de 30/392 [mm]. Da análise da Fig. 7.5 podemos tecer algumas considerações interessantes. São visíveis seis incrementos no valor da velocidade, correspondentes aos seis pulsos da força de tracção gerados no decorrer do

funcionamento e, como os dois primeiros pulsos são praticamente simultâneos, é mais difícil a sua percepção no gráfico. Após a produção do último pulso de força de tracção, a velocidade decai de forma praticamente linear, o que leva a concluir que a força de atrito é constante, podendo ser calcula através do valor da aceleração, que é determinada pela relação existente entre a variação da velocidade  $\Delta v = 290$  [mm/seg], e o tempo tomado para que o primário se imobilize,  $\Delta t = 0,26$  [seg]. Aos valores obtidos corresponde o valor da aceleração  $\Delta v/\Delta t = 1,12$  [m/seg<sup>2</sup>]. Tomando o valor da massa do primário como sendo de 5 [kg], calcula-se a força de atrito, que é igual a 5/1,12 = 4,5 [N].



Fig. 7.5 - Evolução da velocidade do actuador no decorrer do ensaio

A evolução da posição do primário no decorrer do ensaio, e que se representa na Fig. 7.6, é obtida por acumulação dos pulsos gerados pelo *encoder* ao longo do tempo. A posição final do primário corresponde a um deslocamento de 90 [mm], ou seja, o movimento desenrola-se até que se obtenha uma posição de alinhamento entre os pólos da fase C e os dentes do secundário.



Fig. 7.6 - Evolução da posição do actuador no decorrer do ensaio

A evolução da corrente da fase A encontra-se representa na Fig. 7.7 usando como escala a saída do ADC. Pode verificar-se que, de acordo com os resultados obtidos nas

simulações, o primeiro pulso apresenta um valor mais elevado e de duração maior, uma vez que tem que vencer a inércia do sistema. Além disso, baseando-se o controlo na posição, e sendo a velocidade reduzida na fase inicial, a fase A demora mais tempo a percorrer a distância correspondente ao seu período de activação, habilitando, assim, a corrente a atingir um valor mais elevado. Podemos verificar que o período de regulação da corrente tem início na vizinhança do instante 0,05 [seg] e decorre até ao fim da excitação da fase A, tendo o regulador de corrente sido activado para limitar a corrente ao valor de referência (2 [A]) indicado pelo microprocessador através do sinal de PWM gerado pelo *Timer A*.



Fig. 7.7 - Evolução do sinal da corrente da fase A adquirido pelo ADC

A finalizar, são representados na Fig. 7.8 os estados das fases em função da posição, ilustrando as linhas inferiores dos oscilogramas o perfil dos dentes do primário tendo como referência o ponto central do pólo da fase em questão, enquanto que os pontos discretos representam o estado da fase. O valor 1 representa a fase activada e o valor zero a fase desactivada. Relembramos que estes dados são colectados pela rotina executada com um período de 10 [mseg], logo, a sua resolução encontra-se condicionada ao período de amostragem usado.

A escolha das posições para a activação e desactivação das fases foi levada a cabo experimentalmente de modo a optimizar o desempenho do actuador. Neste ensaio optou-se por activar quase em simultâneo a fase A e fase B, atendendo a que a velocidade inicial do primário é reduzida. Verificou-se que, após o primário adquirir uma velocidade considerável, o desempenho beneficia de um atraso considerável da posição de activação da fase. A segunda ordem de activação da fase A ocorre na posição de indutância decrescente, ou seja, em afastamento do dente mais próximo. A velocidade do primário também pode ser observada na Fig. 7.8. Assim, à medida que a velocidade vai aumentando, os pontos vão ficando mais afastados, porque a aquisição da informação do estado das fases é feita com base num período de frequência fixa.

Finalmente, podemos concluir que a estratégia de comando do actuador, apesar da

sua simplicidade, pode ser útil se a resolução pretendida para a posição for igual à da largura dos pólos, ou seja, 10 [mm]. Interessa por isso aumentar a resolução do posicionamento, sem que, para isso, tenha que se reduzir a largura polar do actuador, ou, em alternativa, aumentar o número de fases.



Fig. 7.8 – Estados das fases do actuador no decorrer do ensaio

# 7.3 Sistemas de Controlo de Estrutura Variável

#### Breve introdução ao controlo por modo de deslizamento

Como se constatou no ponto anterior, o controlo do deslocamento do primário usando posições armazenadas em memória para a activação e desactivação das fases, funciona correctamente e permite que o actuador se desloque. A resolução da posição proporcionada por este método é garantida pela activação de uma fase, que imobilizada o primário do actuador na posição de alinhamento entre os seus pólos e os dentes do secundário. Também este método não permite que se atinjam posições intermédias entre as posições alinhadas. Para se resolver este problema, é introduzido o controlo por Estruturas Variáveis (EV). Esta solução já é utilizada no conversor de potência para controlar o perfil da corrente na bobina da respectiva fase. No entanto, quando foi introduzido apenas foi designado por controlo de histerese. Outra designação alternativa identifica este tipo de controlo como "*bang-bang*".

O controlo de sistemas com recurso a EV resulta do trabalho desenvolvido na antiga União Soviética por Emel'yanov e Barbashin no início da década de 1960. O conceito associado é amplamente debatido em [12],[13],[14]. Desde então, tem vindo a ser largamente usado em áreas como o controlo robusto, o controlo adaptativo, em observadores de estados, e na detecção de falhas. A sua aplicabilidade é vasta, sendo exemplos o controlo de motores de diferentes tipos, de processos químicos, ou de aplicações aeronáuticas. Em seguida é feita uma breve introdução ao conceito.

Como o próprio nome indica, nos sistemas de controlo de EV a lei que rege o seu funcionamento muda de acordo com o estado do sistema. Para efeitos de ilustração, consideremos o seguinte exemplo [15], em que o integrador duplo é definido por

$$\ddot{\mathbf{x}} = u(t) \,. \tag{7.1}$$

Consideramos ainda, numa fase inicial, o efeito de se usar a lei de controlo

$$u(t) = -kx(t), \qquad (7.2)$$

sendo *k* uma grandeza escalar positiva. Uma análise da evolução em malha fechada do sistema pode ser estabelecida com base no mapa de fase. O que, na sua essência, consiste numa representação gráfica das trajectórias típicas do espaço de estados do sistema. No caso ilustrativo, a curva corresponde à variação da velocidade em função da posição. Uma outra alternativa do problema corresponde à formulação

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -kx \end{cases},$$
(7.3)

De um modo geral, a representação gráfica obtida resulta numa elipse horizontal se k < 0 ou vertical para o caso de k > 0. Como conclusão, a lei de controlo descrita pela expressão (7.2) não pode ser usada no controlo do sistema, já que, tal como se representa na Fig. 7.9, a solução irá oscilar em torno da origem do plano.





Consideremos, em alternativa, a seguinte lei de controlo

$$u(t) = \begin{cases} k_1 x(t) & \Leftarrow & x\dot{x} < 0\\ k_2 x(t) & \Leftarrow & x\dot{x} > 0 \end{cases},$$
(7.4)

onde  $0 < k_1 < 1 < k_2$ .

O plano de fase recorre a leis de controlo diferentes, e dependentes do quadrante de funcionamento em que se encontram. A lei de controlo  $-k_2x(t)$  irá ser usada quando o estado do sistema se encontra nos quadrantes I e III, enquanto que a lei de controlo

 $-k_1x(t)$  é usada no funcionamento nos quadrantes II e IV. Nestas regiões, a distância do ponto de funcionamento à origem diminui ao longo da trajectória. Um esboço do plano de fase correspondente ao funcionamento usando a lei de controlo, encontra-se traçado na Fig. 7.10. Deste modo, a trajectória evolui em espiral, convergindo para a origem. A trajectória assim obtida é assimptoticamente estável.



#### Fig. 7.10 – Plano de fase do sistema usando o controlo de EV

Um exemplo mais significativo resulta da utilização de uma estrutura de controlo variável descrita por

$$u(t) = \begin{cases} -1 & \Leftarrow & s(x, \dot{x}) > 0\\ 1 & \Leftarrow & s(x, \dot{x}) < 0 \end{cases},$$
(7.5)

sendo a função  $s(x, \dot{x})$  designada por função de comutação, e definida por

$$s(x, \dot{x}) = mx + \dot{x},$$
 (7.6)

onde m é um escalar positivo. A função de comutação estabelece a lei a utilizar num determinado estado de funcionamento do sistema a controlar. Os planos de fase correspondentes à lei de controlo podem ser observados na Fig. 7.11 e na Fig. 7.12.



**Fig.** 7.11 – **Planos de fase:** a) u(t) = 1, b) u(t) = -1


#### Fig. 7.12 - Plano de fase utilizando um controlador de EV com uma função de comutação

A recta identifica os pontos do plano de fase que verificam a condição  $s(x, \dot{x}) = 0$ . Para valores de  $\dot{x}$  que satisfaçam a desigualdade  $m|\dot{x}| < 1$ , verifica-se também que  $s(x, \dot{x}) < 0$ , tal como se pode ver, fazendo

$$s\dot{s} = s(m\dot{x} + \ddot{x}) = s(m\dot{x} - \text{sgn}(s)) < |s|(m|\dot{x}| - 1) < 0,$$
(7.7)

sendo o resultado sempre negativo, ou seja, verifica-se que

$$\lim_{s \to 0^+} \dot{s} < 0 \qquad e \qquad \lim_{s \to 0^-} \dot{s} > 0.$$
 (7.8)

Como consequência, quando se tem  $m|\dot{x}| < 1$ , as trajectórias do espaço de estados, em ambos os lados da função de comutação, convergem para ela. Usando uma frequência elevada de comutação entre as duas estruturas de controlo, a trajectória irá repetidamente cruzar a recta estabelecida pela equação de comutação. Este fenómeno de alta frequência dá origem a uma vibração (*chattering*), que se manifesta na forma de ruído, sempre que a frequência de comutação não é suficientemente elevada, sendo três são as causas deste fenómeno: (1) ignorar a resposta dinâmica de sensores, ou outros elementos da malha de controlo, que podem ser excitados pela comutação do controlador de deslizamento; (2) implementação digital da metodologia num microprocessador, com um período de amostragem baixo, que pode levar ao aparecimento de vibração provocada pela discretização, quer no tempo quer na amplitude; e (3) sistemas com constantes de tempo elevadas.

Um funcionamento a frequência de comutação infinita permite eliminar a vibração. Nesta situação, a trajectória será atraída para a recta de deslizamento e nela permanecerá. Graficamente corresponde a ter-se a situação da Fig. 7.13, na qual podemos observar o comportamento como tratando-se de um modo de deslizamento ideal. Nesta situação considerou-se para condições iniciais x = 1 e y = 0. Quando em modo de deslizamento, o sistema comporta-se como possuindo uma ordem reduzida. À condição  $s\dot{s} < 0$  dá-se a designação de condição de chegada. Assim, no projecto de um controlador de estrutura variável, a escolha da função de comutação condiciona a qualidade da resposta do controlador.



Fig. 7.13 – Plano de fase do sistema em modo de controlo de deslizamento a frequência de comutação infinita

A acção de controlo associada à simulação encontra-se representada na Fig. 7.14a), tendo o regime de deslizamento início com a comutação a frequência infinita, correspondente ao rectângulo a preto. Podemos observar que o funcionamento em modo de deslizamento ocorre depois do instante 0,732 [seg], a partir do qual tem início a comutação a alta frequência. Após ter alcançado a superfície de deslizamento, a equação s(t) = 0 é satisfeita para todos os instantes posteriores, impondo que se verifique também que  $\dot{s}(t) = 0$ . Mas como  $\dot{s}(t) = m\dot{x}(t) + \ddot{x}(t)$ , e  $\ddot{x} = u(t)$ , vem

$$u(t) = -m\dot{x}(t) = u_m(t) + \tau \dot{u}_m(t), \qquad (7.9)$$

sendo esta lei de controlo designada por acção de controlo equivalente. Apesar de este não ser o sinal de controlo aplicado ao sistema, pode contudo ser visto como a média da acção de controlo. Aplicando este sinal a um filtro passa baixo, é possível obter-se a componente de baixa frequência  $u_a(t)$ . O resultado para  $\tau = 0,04$  pode ser observado na Fig. 7.14b).



Fig. 7.14 - a) Acção de controlo descontínua, b) controlo equivalente

#### Controlo da Posição do Actuador Linear de RVC com Estruturas Variáveis

A introdução ao controlo com estruturas variáveis foi feita na perspectiva de que o sistema é contínuo no tempo. A realização física deste tipo de controlo pode ser conseguida ou construindo hardware dedicado utilizando dispositivos de comutação rápidos ou, como se descreveu na situação de controlo de corrente na fase, utilizando um microcontrolador.

O problema de controlar a posição do primário do actuador de RVC possui algumas semelhanças com o controlo da levitação de um corpo sujeito ao campo magnético criado por um electromagneto. Este tipo de problema é resolvido controlando a corrente que alimenta o electromagneto para variar a força produzida [16],[17]. Por reacção com a força da gravidade é assim possível mover o corpo suspenso por levitação. Esta ideia serve de base ao controlo de posição desenvolvido para o actuador linear de RVC. Para isso assume-se que o actuador é capaz de desenvolver força de tracção, em qualquer instante, e em qualquer um dos sentidos. Para mais, considera-se que, quando uma das fases é activada, a outra, que desenvolve uma força em sentido contrário, é desactivada. Ainda que a força de tracção produzida por cada uma das fases seja diferente em amplitude, terá sempre um valor suficiente que lhe permite mover o actuador no sentido desejado. Uma fase depois de ser desactivada ainda possui capacidade de produzir força, ocorrendo esta situação até que a corrente que circula pelos díodos de roda livre do conversor de potência se anule. Esta particularidade introduz um atraso na resposta do controlador, que contribui para o aumento das oscilações (chattering) em torno da recta de deslizamento, visíveis nos resultados obtidos experimentalmente.

Os princípios introduzidos anteriormente são utilizados para projectar um método de controlo com recurso a estruturas variáveis. Pretende-se que, à imagem do que foi exposto, o actuador comute as fases, para provocar o funcionamento em modo de deslizamento, que garanta, num tempo finito, o alcance de um ponto de funcionamento estável na origem do plano de fase, correspondente à posição desejada.

O movimento do sistema descrito anteriormente é modelizado como sendo um sistema de estrutura variável, com duas possíveis acções de controlo  $F_e$  e  $F_d$ , em que  $F_e$  corresponde à capacidade do controlador produzir uma força de tracção no sentido da esquerda, e  $F_d$  no sentido da direita. Ao sistema descrito anteriormente, considerando x como sendo a posição do primário e y como a sua velocidade instantânea, corresponde o sistema de equações

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = \frac{u}{M}, \end{cases}$$
(7.10)

em que M é a massa do primário e u a lei de controlo, definida por

$$u(t) = \begin{cases} F_d & \Leftarrow \quad s(e, \dot{e}) > 0\\ F_e & \Leftarrow \quad s(e, \dot{e}) < 0 \end{cases}$$
(7.11)

onde a função de comutação  $s(e, \dot{e})$ , que é uma função do erro de posição e e da sua derivada  $\dot{e}$ , é definida por

$$s(e, \dot{e}) = me + \dot{e}$$
, (7.12)

sendo m um escalar positivo, definido experimentalmente como sendo igual a 1.

A escolha da fase que deve produzir a força de tracção no sentido desejado é feita com base na Tabela 7.2, usando a informação da posição relativa das fases. A posição de referência é tomada como o eixo central do pólo da fase A, alinhado com um dente do secundário.

Tabela 7.2 – Fase do actuador a activar para desenvolver força no sentido desejado [mm]

	[0,10[	[10,20[	[20,30[
Esquerda	Fase A	Fase B	Fase C
Direita	Fase B	Fase C	Fase A

A concretização desta metodologia é em parte muito semelhante ao que se realizou para o controlo do movimento do primário do actuador baseado na posição, tendo apenas sido introduzidas as seguintes alterações, que se descrevem seguidamente. Uma das duas saídas do *encoder* de posição passou a dar entrada no porto **P3.5** do microprocessador, sendo esta entrada digital usada pela unidade de comparação e captura **TBCCR4** do *Time B* para ordenar, simultaneamente, uma captura do conteúdo do registo de contagem **TBR** do contador, e uma interrupção de serviço à unidade de captura. Agora, o *Timer B* recebe como entrada de relógio o próprio relógio do sistema *SMCLK*, a oscilar a 8 MHz. Usando este procedimento, é possível medir os tempos entre pulsos consecutivos do *encoder*. Sabendo que cada pulso do *encoder* corresponde a um deslocamento de 30/392 [mm] é possível determinar, em cada interrupção, o valor de erro da posição *e* da sua derivada *è*.

Os valores do erro da posição e da sua derivada, obtidos como descrito anteriormente, são utilizados para determinar o valor da função de comutação  $s(e, \dot{e}) = me + \dot{e}$  e, de acordo com este valor, determinar a saída da lei de comutação a aplicar ao actuador. Consegue-se, assim, que o primário do actuador evolua para a posição desejada e, através de comutações sucessivas da lei de controlo, ele se mantenha nessa posição desejada, independentemente de ser, ou não, uma posição correspondente ao alinhamento dos pólos de uma fase do primário com os dentes do secundário.

#### Apresentação de Resultados Práticos

Para demonstrar o funcionamento da metodologia de controlo descrita anteriormente, quando aplicada ao actuador linear de RVC, são fornecidos os resultados obtidos através de um conjunto de ensaios. Estando o primário do actuador numa posição inicial, correspondente ao alinhamento dos pólos da fase A com os dentes do secundário, é-lhe fornecida uma referência de deslocamento que ele deve realizar. Observe-se que os valores das referências seleccionadas não correspondem ao alinhamento de qualquer uma das fases do actuador. A evolução da posição para esse conjunto de ensaios encontra-se representada na Fig. 7.15.



Fig. 7.15 – Evolução da posição do primário para referências de deslocamentos de: a) 25 [mm], b) 26 [mm], c) 28 [mm], d) 29 [mm]

Para o ensaio correspondente ao deslocamento de 25 [mm] é também fornecido o sinal da velocidade na Fig. 7.16 e o sinal da derivada do erro de posição na Fig. 7.17.



Fig. 7.16 – Evolução da velocidade para um deslocamento de 25 [mm]



Fig. 7.17 - Evolução da derivada do erro de posição para um deslocamento de 25 [mm]

A evolução do erro de posição e da sua derivada é feita no plano de fase e representada para a ocorrência do deslocamento do primário de 25 [mm].



Fig. 7.18 - Plano de fase correspondente a um deslocamento de 25 [mm]

São perfeitamente visíveis as oscilações no sinal da posição, introduzidas pela comutação das fases para manter o actuador na posição desejada. Uma vez alcançada a recta de deslizamento, o controlador procura actuar as fases da máquina de modo a manter o estado do sistema a evoluir ao longo da recta de deslizamento.

Alcança-se assim o principal objectivo deste trabalho, que consiste em avaliar a capacidade de um actuador linear de RVC poder ser usado em acções de posicionamento. Ficou demonstrado, pelos resultados obtidos, que a tecnologia pode ser usada com grande sucesso para desempenhar tarefas de posicionamento. Dispomos deste modo de um actuador linear de construção simples, robusto, e pouco dispendioso. À resolução alcançada devemos realçar a capacidade de produção de força de tracção que o actuador pode desenvolver.

#### REFERÊNCIAS

- [1] Hao Chen, Zuo Shao, Yifeng Zhu, "Rotor Speed Testing and Closed-loop Control for Switched Reluctance Motor Drive Based on Fuzzy Logic," in *Proceedings of WCICA – Fifth World Congress on Intelligent Control and Automation*, Vol. 5, pp. 4458-4462, 2004.
- [2] Hao CHEN, Yifeng ZHU, "Torque Control of Switched Reluctance Machine Drive System," in Proceedings of ICEMS - Sixth International Conference on Electrical Machines and Systems, Vol. 2, pp. 895-898, 2003.
- [3] Gobbi.R., N.C.Sahoo, M.K.A. Ahamed Khan, "A Fuzzy Logic Based Current Modulation for Torque Ripple Minimization in Switched Reluctance Motors," in *Proceedings of* PECon - National Power & Energy Conference, pp. 46-51, 2004.
- [4] Han-Kyung Bae, Byeong-Seok Lee, Praveen Vijayraghavan, R. Krishnan, "A Linear Switched Reluctance Motor: Converter and Control," *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. 36, No. 5, pp. 1351-1359, September/October 2000.
- [5] António Espírito Santo, Maria R. A. Calado, Carlos M. P. Cabrita, Nuno Mota, Óscar Coelho, "Position Control of Linear Switched Reluctance Actuator With a Digital Signal Processor," in WSEAS Transactions on Power Systems, Vol. 1, pp. 336-373, February 2006.
- [6] Wai-Chuen Gan, Norbert C. Cheung, "Development and Control of a Low-Cost Linear Variable-Reluctance Motor for Precision Manufacturing Automation," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 8, No. 3, pp. 326-333, September 2003.
- [7] Jianfei Pan, Norbert C. Cheung, Jinming Yang, "High-Precision Position Control of a Novel Planar Switched Reluctance Motor," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 52, No. 6, pp. 1644-1652, December 2005.
- [8] Espírito Santo, M. R. A. Calado, C. M. P. Cabrita, "Long Stroke Linear Switched Reluctance Actuator Displacement With a Fuzzy Logic Controller," in Proceedings of MELECON06 - 13th IEEE Mediterranean Electrotechnical Conference, pp. 1178 – 1181, 2006.
- [9] E. Bizkevelci, K. Leblebicioglu, H.B. Ertan, "A Sliding Mode Controller to Minimize SRM Torque Ripple and Noise," in *Proceedings of IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, Vol. 2, pp. 4-7, 2004.
- [10] S. K. Sahoo, S. K. Panda, J. X. Xu, "Direct Torque Controller for Switched Reluctance Motor Drive using Sliding Mode Control," in *Proceedings of PEDS – International Conference on Power Electronics and Drives Systems*, pp.1129-1134, 2005.
- [11] G. John, A.R. Eastham, "Speed Control of Switched Reluctance Motor using Sliding Mode Control Strategy," in *Proceedings of IAS – Thirtieth Annual Meeting Industry Applications Conference*, pp. 263-270, 1995.
- [12] John Y. Hung, Weibing Gao, James C. Hung, "Variable Structure Control: A Survey," IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 40, No 1, pp.2-22, February 1993.
- [13] Raymod A. DeCarlo, Stanislaw H. Zak, Gregory P. Matthews. "Variable Structure Control of Linear Multivariable Systems: A Tutorial," *Proceeding of the IEEE*, Vol. 76, No 3, March 1988.
- [14] K. David Young, Vadim I. Utkin, Umit Ozguner. "A Control Engineer's Guide to Sliding Mode Control," *IEEE Transactions on Control Systems*, vol. 7, pp. 328, May 1999.
- [15] Christopher Edwards, Sarah K. Spurgeon. Sliding Mode Control: Theory and Applications. Systems and Control Book Series, Taylor & Francis, 1998.

- [16] N. F. Al-Muthairi, M. Zribi. "Sliding Mode Control of Magnetic Levitation System," *Mathematical Problems in Engineering*, Vol. 2004, No. 2, pp. 93-107, 2004.
- [17] Charles Fallaha, Hadi Kanaan, Maarouf Saad, "Real Time Implementation of a Sliding Mode Regulator for Current Controlled Magnetic Levitation System," in *Proceedings of the Mediterranean Conference on Control and Automation*, pp. 696-701, 2005.

## Capítulo **8**

#### Conclusão

Neste capítulo são resumidas as conclusões obtidas com o trabalho desenvolvido. Para além destas conclusões são evidenciadas as principais contribuições científicas alcançadas. São apresentadas as linhas orientadoras principais que se pretende ver abordadas em trabalhos futuros.

#### 8.1 Conclusões Finais

O accionamento de RVC não é uma tecnologia recente, muito embora apenas nas duas últimas décadas tenha vindo a despertar uma atenção renovada, focada essencialmente no accionamento rotativo e, dentro deste, em aplicações de tracção nas quais se procura desenvolver um binário motor de rendimento eficaz. Este interesse é justificado pela simplicidade construtiva, quer do circuito magnético, quer da electrónica de regulação e comando necessária ao seu controlo, a que se alia um funcionamento robusto de elevada fiabilidade.

Muitas são as tecnologias capazes de produzir eficazmente um movimento linear, como ficou patente na nota introdutória. No entanto, o accionamento linear de RVC encontra-se pouco explorado. Os trabalhos que têm surgido neste domínio de investigação científica são direccionados para a resolução de problemas relacionados com o funcionamento em aplicações de tracção. Este trabalho, por seu lado, foca essencialmente a aplicabilidade da tecnologia de RVC na construção de um actuador linear capaz de realizar tarefas de posicionamento, com elevada precisão.

A natureza do processo de conversão de energia, que ocorre no campo de acoplamento dos actuadores de relutância variável, deve ser perfeitamente compreendida para que se possa retirar o melhor partido possível deste processo. Para isso, apresentou-se uma análise onde são identificadas as componentes principais do sistema eléctrico, do campo de acoplamento, e do sistema mecânico que compõem este tipo de actuador. São vários os métodos descritos que permitem determinar a força desenvolvida. O método do trabalho virtual é o de mais simples aplicação, mas necessita de, pelo menos, duas soluções do problema para que a variação da energia possa ser utilizada na determinação da força. Outros métodos são aplicados, essencialmente em ferramentas informáticas de elementos finitos: o método do tensor electromagnético de Maxwell, e o método do trabalho virtual de Coulomb.

O solenóide é um actuador estruturalmente simples, atendendo a que possui apenas uma bobina como circuito de excitação e o seu deslocamento é limitado. Esta particularidade não condiciona, no entanto, a sua validade como caso de estudo, antes pelo contrário. Justifica-se esta escolha pelo facto de partilhar com o accionamento linear de RVC as mesmas características electromagnéticas e o mesmo princípio de funcionamento. Utilizando este dispositivo, foi desenvolvido e validado um conjunto de ferramentas necessárias ao estudo e compreensão do funcionamento estático e dinâmico do accionamento linear de RVC.

Encontram-se hoje disponíveis diversas ferramentas e métodos de análise de sistemas electromagnéticos, dos quais se destacam os elementos finitos como tratando-se de uma ferramenta de inestimável valor e aplicabilidade. Apesar destas características, não deixa de ser uma ferramenta dispendiosa, e, financeiramente, os vários pacotes de

*software* disponíveis no mercado são, regra geral, onerosos. Informaticamente exigem recursos de memória e de processamento computacionais elevados. Outros aspectos subjacentes ao uso das ferramentas de elementos finitos são o tempo elevado dispendido na resolução do problema electromagnético, assim como a dificuldade de incluir a electrónica de regulação e comando e respectivo controlo na simulação do actuador.

Foi introduzida neste trabalho a metodologia de modelização de sistemas magnéticos usando tubos de fluxo, estabelecendo as condições necessárias à sua utilização. Tirando partido da simplicidade estrutural dos actuadores de RVC, é possível construir modelos para determinar o fluxo electromagnético, que circula no circuito magnético, gerado por uma ou mais forças magnetomotrizes, num regime de funcionamento estacionário. A aplicação desta metodologia ao caso de estudo do solenóide permitiu elaborar modelos numéricos, concretizados posteriormente numa ferramenta de programação numérica. Para o conseguir, foram desenvolvidos métodos numéricos específicos que permitiram resolver a problemática da conversão de energia, tal como abordado analiticamente, e determinar as características do sistema: energia, co-energia, força e indutância. O caso de estudo foi analisado inicialmente com a aplicação da ferramenta de elementos finitos. Os resultados obtidos são tidos como referência para aferição das metodologias de análise desenvolvidas. Do estudo analítico do solenóide ficou patente que, apesar da sua simplicidade estrutural, a introdução de simplificações como, por exemplo, considerar que o circuito magnético é linear, conduz a erros significativos nos resultados obtidos, principalmente em situações de funcionamento correspondentes a regimes saturados, ou seja, fluxo elevado ou entreferro reduzido. Dos dois modelos do solenóide construídos usando tubos de fluxo, em que, num deles, é ignorado o fluxo de dispersão e no outro é considerado o fluxo de dispersão identificado com a ferramenta de elementos finitos, fica demonstrada a sua validade e aplicabilidade na realização de análises estáticas nos dispositivos em estudo. Da comparação dos resultados obtidos com a aplicação dos elementos finitos e do método dos tubos de fluxo ficou claro que o método: (1) é simples de usar e de aplicar, embora exija experiência para identificar os tubos de fluxo adequados, (2) fornece resultados precisos, (3) requer recursos computacionais e de memória reduzidos, sendo o tempo de processamento reduzido na ordem de 95 (%). No entanto, devemos alertar para o cuidado a observar na definição dos tubos de fluxo e reforçar o sentido crítico a ter na análise dos resultados obtidos.

O desenvolvimento de metodologias de controlo adequadas exige que se disponha de um modelo do sistema, seja ele analítico ou numérico. A dificuldade em construir um modelo puramente analítico ficou demonstrada para o caso do solenóide. Um método de simulação dinâmica baseado no mapa da co-energia foi proposto e validado através dos resultados fornecidos pela ferramenta de elementos finitos. Desta comparação podemos identificar duas situações diferentes de funcionamento. Quando são consideradas as perdas magnéticas, existe uma ligeira discrepância entre os resultados, todavia se essas perdas forem ignoradas, os resultados alcançados pelos dois métodos de análise são em tudo idênticos. A justificação da aplicabilidade do método de simulação dinâmica proposto merece algumas considerações: (1) o método é válido se a velocidade do actuador for baixa ou se forem usados materiais magnéticos em que as perdas são reduzidas, devido à natureza das suas propriedades ou por laminagem do núcleo ferromagnético; (2) o método baseia-se no mapa da co-energia, logo, uma vez obtida esta informação, a resolução do problema dinâmico é totalmente independente da complexidade estrutural do actuador; (3) uma vez obtido o mapa da co-energia, não existe necessidade de resolver novamente o problema estacionário, enquanto as dimensões da configuração geométrica do actuador não variarem; (4) o problema dinâmico é concretizado numericamente numa linguagem de programação, logo, associar e ensaiar diferentes métodos de controlo torna-se simples, ao contrário da utilização de uma ferramenta comercial de elementos finitos, optimizada, apenas, para análise de problemas electromagnéticos; e, finalmente, (5) o tempo dispendido a configurar uma nova simulação, e respectiva realização, é reduzido na ordem de 95 (%).

Dispondo de ferramentas de análise dos regimes de funcionamento estacionários e dinâmicos dos actuadores de relutância variável, o estudo do accionamento linear de RVC teve início com a análise de um actuador desenvolvido anteriormente para aplicações de tracção, e que teve subjacente ao seu estudo, e subsequente desenvolvimento, a optimização da força de tracção produzida. Um modelo deste actuador à escala 1:3 foi construído e analisado, verificando-se o seu desempenho. Dois problemas foram identificados: (1) o espaço para acomodação dos enrolamentos é muito reduzido; (2) a partilha de troços do circuito magnético proporciona a saturação local, o que se manifesta na redução do desempenho do actuador. Para resolver estes problemas, foi proposta uma nova configuração estrutural em que cada fase do actuador passa a assumir uma configuração magneticamente independente, deixando o número de fases de estar limitado ao especificado no momento do projecto, ao contrário da configuração inicial, na qual a fase possui duas bobinas separadas. A bobina é agora concentrada numa única região, com um espaço disponível manifestamente superior para a acomodar.

Do estudo efectuado do processo de conversão de energia no solenóide, ficou perceptível a importância da geometria do entreferro no desempenho dos actuadores de RVC. Dessa constatação nasceu o desejo de se experimentar outras geometrias polares e verificar a sua influência na resposta do actuador, no que respeita ao perfil da força de tracção desenvolvida. O desempenho das diferentes formas polares foi analisado para a configuração de circuito magnético independente. Para além da tradicional forma polar rectangular, foram também analisadas formas polares redondas e em cunha. Dos resultados obtidos, verificou-se que a configuração de pólos e dentes rectangulares é a que desenvolve forças de tracção e de atracção mais elevadas. Quando a configuração polar assumida pelo actuador é redonda ou em cunha, as forças desenvolvidas são muito semelhantes entre si, o que permite concluir que as duas configurações têm um

desempenho também muito semelhante. Quando as formas do pólo e do dente são modificadas, ambas para a geometria redonda, a força de tracção produzida é menor do que nos casos anteriores. Enquanto isso, a força de atracção revela a sua influência numa parcela de espaço menor do passo polar. Constatou-se que, para cada uma das configurações, o máximo da força de tracção ocorre em locais diferentes. Sendo que, para a configuração de pólos e dentes rectangulares, o máximo ocorre mais próximo da posição não alinhada, enquanto que, para a configuração de pólos e dentes redondos, o máximo ocorre mais próximo da posição alinhada. Podemos então concluir que a forma da geometria polar deve ser tida em conta na decisão de escolha da posição de activação e desactivação da fase. Observando que a força de atracção entre o primário e o secundário introduz condicionantes mecânicas, obrigando a um reforço da estrutura para evitar a deformação do comprimento do entreferro, vemos também a influência da escolha da configuração de dentes e pólos rectangulares na construção da estrutura de suporte.

O objectivo principal deste trabalho procura estudar e desenvolver um actuador de RVC destinado a aplicações de posicionamento de elevada precisão. Uma forma de se conseguir este objectivo consiste em usar um passo polar mais reduzido, e efectuar um accionamento idêntico ao imposto aos motores de passo, ficando, deste modo, o incremento de posição do primário condicionado por este factor. A avaliação das várias configurações polares ranhuradas, com o objectivo de obter um passo polar mais reduzido, permitiu retirar conclusões relativamente à aplicabilidade desta solução, devendo-se destacar a redução da capacidade em desenvolver força de tracção, em parte devido a saturações locais.

A validade do uso do método dos tubos de fluxo é demonstrada quando aplicada ao actuador linear de RVC de pólos e dentes rectangulares. Os resultados obtidos são muito semelhantes aos obtidos pela ferramenta de elementos finitos. Não deixamos de referir que este facto se deve à simplicidade da configuração polar estudada, mas também realçamos que o seu uso criterioso pode tornar-se vantajoso na fase de projecto do actuador, na medida em que, todos os tubos de fluxo utilizados são parametrizados, e podem, por isso, ser associados a uma ferramenta de optimização na procura das dimensões óptimas, partindo da proposta de uma topologia e de requisitos de base. Os resultados obtidos poderão, posteriormente, ser optimizados por uma ferramenta de elementos finitos.

Para as várias configurações polares estudadas, foram construídos modelos dinâmicos baseados no método proposto para o caso de estudo do solenóide. A sua validação é feita comparando os resultados obtidos com aqueles que se conseguiram através da ferramenta de elementos finitos quando um pulso de tensão é aplicado a uma das fases do actuador. A vantagem do método de simulação dinâmica aqui proposto é largamente observável. O número de elementos finitos usado na construção da malha do problema dos actuadores lineares de RVC é muito maior do que o usado na construção

do caso de estudo e por isso, a simulação dinâmica é mais demorada e exige maiores recursos computacionais. Por seu lado, o método proposto não exige mais recursos do que quando é aplicado ao solenóide, sendo o tempo de simulação idêntico.

Com base nos resultados obtidos no decorrer das várias análises realizadas, foi construído um banco de ensaios que permitiu verificar na prática o funcionamento do actuador linear de RVC. Este banco de ensaios foi pensado para poder receber qualquer configuração de actuador. Na construção do circuito magnético do primário, houve o cuidado de permitir a alteração das formas polares com um mínimo de modificações. Para isso, os pólos do primário podem ser facilmente trocados, tendo-se optado por construir as configurações geométricas de forma rectangular e redonda, uma vez que a geometria em cunha demonstrou possuir um comportamento muito semelhante ao da redonda. O banco de ensaios foi devidamente instrumentado, e permite medir a posição do actuador através de um *encoder* de posição. A realização de ensaios estáticos de força de tracção foi efectuada usando uma célula de carga instalada numa plataforma secundária que pode ser bloqueada através de um travão, na posição desejada.

Conscientes de que a medição da posição relativa do primário é um aspecto basilar do controlo do funcionamento dos actuadores lineares de RVC, foi proposto um novo método que pode ser utilizado na determinação da posição relativa, através da medição da indutância, injectando uma corrente de excitação numa fase inactiva. O princípio base é o de que a indutância de uma fase do actuador é função da posição e da corrente que nela circula. Usando o mapa dessa indutância é possível por interpolação identificar a posição relativa do primário do actuador. Duas possíveis abordagens de concretização foram discutidas: por *hardware* e por *software*. A versão de *hardware* foi concretizada e testada na medição da indutância de uma bobina variável de características electromagnéticas semelhantes às do enrolamento da fase. Este método pode inclusivamente ser usado para determinar a posição relativa do actuador de forma a iniciar o movimento.

O desenvolvimento de metodologias de controlo aplicáveis ao actuador linear de RVC pressupõe a existência de um conversor de potência. Nesse sentido, foi feito um levantamento das topologias existentes, tendo como linha orientadora a capacidade demonstrada para extinguir a corrente na fase, logo após o envio da ordem de desactivação por parte do controlador. A verificar-se a existência de corrente na fase aquando da passagem pela posição alinhada, é desenvolvida uma força de tracção de sentido contrário ao do movimento, o que contribui para um aumento da flutuação da velocidade, traduzindo-se este fenómeno por uma vibração acústica, problema aliás característico deste tipo de actuador. A topologia proposta, para além de permitir reduzir a corrente através da dissipação da energia armazenada no campo magnético da fase, permite, também, controlar o perfil da corrente na fase por *hardware*. Ao transferir a tarefa de regular a corrente na fase para o *hardware* do conversor de potência, o controlo pode ser realizado por um microprocessador com capacidade de processamento

mais reduzida. Ou seja, o microprocessador pode ser dedicado apenas a executar a tarefa de decidir quando, e em que posições, activar ou desactivar a fase, e qual o perfil da corrente que nela deve circular num dado momento, enviando posteriormente essa informação para o *hardware*, que se encarrega de o executar. Vários modos de funcionamento do conversor de potência foram simulados numericamente, usando para isso, o modelo dinâmico construído para a configuração do actuador linear de circuitos magnéticos independentes, com pólos e dentes rectangulares. Para cada um dos possíveis modos de funcionamento do conversor de potência, foram obtidos resultados, considerando que o actuador se desloca, sendo constantes as posições de activação e de desactivação das fases.

A finalizar, foram propostas duas metodologias distintas de controlo. Uma característica dos actuadores de RVC, patente em todo o trabalho, é a sua elevada não linearidade e a necessidade de se conhecer a posição óptima onde activar ou desactivar uma fase em particular. Dois métodos de controlo foram abordados: (1) controlo baseado em posições de memória para activação e desactivação sequencial das fases, (2) controlo usando estruturas variáveis (Sliding Mode). Ambos os métodos foram concretizados experimentalmente e aplicados ao actuador linear de RVC de circuitos magnéticos independentes com pólos e dentes rectangulares. Os resultados obtidos pela aplicação do primeiro método demonstraram ser possível obter uma resolução de deslocamento limitada à largura dos pólos. O segundo método de controlo impõe um funcionamento em regime deslizante através do balanceamento da força de tracção desenvolvida por duas fases comutadas a uma frequência elevada. Deste modo, o estado do sistema desliza ao longo de um recta, convergindo para uma posição estável no plano de fase do sistema. Esta posição estável corresponde à posição onde se deseja colocar o primário do actuador. Os resultados obtidos demonstraram que a precisão conseguida é boa, sendo inclusivamente superior à que se teria obtido se se tivesse optado pela configuração de pólos e dentes ranhurados com um passo polar reduzido, uma vez que a opção por esta solução significa uma penalização na força de tracção desenvolvida.

#### 8.2 Contribuições Científicas Consideradas mais Relevantes

O desenvolvimento no domínio dos actuadores lineares de RVC tem resultado de vários estudos que, de algum modo, deram contribuições para a sua compreensão e divulgação. No trabalho apresentado podemos identificar as contribuições mais relevantes:

- Criação e validação de uma metodologia de análise estacionária baseada no método dos tubos de fluxo com aplicabilidade aos actuadores lineares de RVC.
- Criação e validação de uma metodologia para análise dinâmica baseada no conhecimento do mapa da co-energia, com aplicabilidade aos actuadores

lineares de RVC.

- Proposta e estudo de uma nova configuração para o actuador linear de RVC com circuitos magnéticos independentes, que permite impor um regime de funcionamento mais eficiente.
- Análise de desempenho de configurações polares alternativas à rectangular.
- Verificação da aplicabilidade do método dos tubos de fluxo ao actuador linear de RVC na análise estacionária.
- Verificação da aplicabilidade do método dinâmico na simulação do actuador linear de RVC.
- Estudo, análise e construção de um conversor de potência versátil, com capacidade de regulação por *hardware* da corrente das fases, reduzindo o *overhead* de processamento computacional.
- Proposta de um método para a determinação da posição do actuador linear de RVC por medição da indutância de uma fase inactiva.
- Demonstração da aplicabilidade dos actuadores lineares de RVC na realização de tarefas que requeiram um posicionamento de precisão.
- Desenvolvimento, aplicação e validação de duas metodologias de controlo de posição, uma das quais proporciona uma resolução da posição bastante inferior à largura polar.

#### 8.3 Trabalhos Futuros

Um trabalho desta natureza dificilmente se pode dar por concluído, já que faz parte do próprio processo de estudo o aparecimento de novas questões e desafios que motivam a continuação da investigação neste domínio científico. Embora os objectivos definidos no início desta tese tenham sido claros e precisos, os resultados alcançados permitiram identificar um conjunto de aspectos merecedores de uma abordagem mais aprofundada num futuro próximo. Desse conjunto devemos destacar, pela sua relevância, os seguintes:

- Procurar novas configurações que permitam reduzir a dimensão do actuador.
- Associar o método dos tubos de fluxo a uma ferramenta de optimização que permita desenvolver uma metodologia de projecto sistematizada.
- Acrescentar ao funcionamento do conversor de potência, a medição da posição relativa da fase através da medição da indutância de forma a dispensar o uso do *encoder*.
- Introduzir o efeito das perdas magnéticas no método de simulação dinâmica

baseado no mapa da co-energia.

• Aperfeiçoar as metodologias de controlo, introduzindo técnicas diferentes e impondo outros requisitos como a velocidade e a aceleração.

# Anexo

Peças Mecânicas Desenhadas



									Distribui	ção de cóp	bias	
		QUANTIDADE: 1 unidades		ACABAMENTO	Aço DIN ST37	MATERIAI	Os furos são roscados.	NOTA(S)				
Este desenho é para ser tratado como confidencial, não deve se	Núcleo longo da Bobina	Desenholu       Verificou       Aprovou       Massa:     kg	Data Nome Medidas sem tolerândia: Projecção		50.00		70.00					Nº Alteração
r reproduzido sem nossa autori		Substitui:	Numero de Desenho:									Data Alterou
zação.	Escala	FIS.										Verificou



				Distribui	ção de cópias	
QUANTIDADE: 8 unidades	ACABAMENTO	MATERIAL Aluminio	NOTA(S) Os furos são passantes (não são roscado	20.00		
Data       Nome       Medidas sem tolerândia:       Projeçção       Numero de Desenho:         Desenhou       Verificou       Image: Substitui:       Image: Substitui:	45.00		22.50 <u>50.00</u>			Alteração Data Alterou
3ª O. Escala						Verificou



					Distribuição de cóp	ias
1 Unidade       Aprovou       Massa:       kg         Designação:       Secundário do actuador         Secundário do actuador         Este desenho é para ser tratado como confidencial, não deve se	QUANTIDADE:	ACABAMENTO	MATERIAL Aço DIN ST37	NOTA(S)		Alteração
Substitui: Subst. por: eproduzido sem nossa au	Numero de Desenho:					Data Alterou
Escala	프 프 s. 프				20.90	Verificou

### Anexo B

Conversor de Potência













