Tomada De Decisão E Risco: A Contribuição Dos Matemáticos E Estatísticos

Marcia Longen Zindel[1]

Resumo

No passado para tomar decisões frente à incerteza do futuro, os seres humanos consultavam os oráculos, os céus e até vísceras de animais. Entretanto, com o passar dos anos, cientistas de várias áreas, principalmente da matemática e estatística, realizaram muitos estudos, demonstrando que a incerteza poderia ser medida através do cálculo de probabilidades anteriormente desconhecidas de fatos empíricos da realidade. As pessoas começaram a perceber então, que o futuro não era apenas um capricho dos deuses e que os homens não teriam de ser passíveis perante a natureza. Dessa forma, as ciências da matemática e da probabilidade contribuíram de maneira significativa para o estudo sobre tomada de decisão e risco. Sendo assim, o principal objetivo do presente artigo é apresentar as contribuições de alguns matemáticos e estatísticos para a compreensão do risco e o processo de tomada de decisão.

Palavras Chave: Tomada de Decisão, História Risco, Risco, Matemáticos, Estatísticos.

Decision Making And Risk: The Contribution Of Mathematicians And Statisticians

Abstract

In the past, humans consulted the oracles, the heavens, and even animal viscera to make decisions when they felt uncertain about the future. Over the years, however, scientists in many fields, mainly mathematics and experts in statistics, have conducted many studies that prove that uncertainty could be measured by calculating previously unknown probabilities

[1] Doutora em Engenharia de Produção pela UFSC (2008), linha de pesquisa, Finanças Comportamentais. Mestre em Engenharia de Produção da UFSC (1997). Realizou estágio de doutorado durante todo o ano de 2006 no Instituto Superior de Economia e Gestão (ISEG) da Universidade Técnica de Lisboa em Lisboa, Portugal. Atualmente é coordenadora do curso de Engenharia de Produção da Universidade de Brasília (UnB).

of empirical facts. Then, people began to realize that the future was not only a whim of the gods and that men would not have to be passable before nature. Thus, mathematics and probability sciences contributed significantly to the study of decision making and risk. Thus, the main objective of this paper is to present the contributions of some mathematicians and statisticians to the understanding of risk and decision making processes.

Keywords: Decision Making, History of Risk, Risk, Mathematics, Statistics.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Surgimento do Sistema de Numeração Hindu-arábico e a Escola Italiana

A literatura sugere que o risco só começou a ser cientificamente estudado a partir do surgimento da numeração hindu-arábico. Quando os árabes após sua invasão da Índia familiarizaram-se com o sistema de numeração hindu, o que lhes permitiu incorporar os avanços intelectuais orientais à sua própria erudição, pesquisa científica e experimentação[2]. Com os árabes, novos métodos de cálculo substituíram o *ábaco* (tabuleiro de areia) que, durante muito tempo, foi o único instrumento de cálculo aritmético e transformaram a matemática, astronomia, navegação e comércio.

Nos quinhentos anos seguintes, muitas coisas evoluíram em decorrência desse novo sistema de numeração; as viagens marítimas tornaram-se mais distantes, a medição do tempo mais acurada, as construções mais ousadas e os métodos de produção mais elaborados. Mas, segundo Bernstein (1997):

> "Os algarismos arábicos não foram suficientes para induzir os europeus à explorar o conceito radical de substituir a aleatoriedade pela probabilidade sistemática e por sua sugestão implícita de que o futuro pode ser previsível ou mesmo controlável até certo ponto. Esse avanço teve de aguardar a percepção de que os seres humanos não são totalmente impotentes diante do destino, nem de que seu destino terrestre é sempre determinado por Deus"[3].

No Ocidente a história dos números começa em 1202 com Leonardo Pisano ou Leonardo de Pisa (1175-1250), conhecido como Fibonacci, filho de um comerciante italiano. Fibonacci, após o retorno de viagens à África e leste da Europa onde esteve em contato com as idéias matemáticas dos hindus e dos árabes, publicou o livro *Liber Abaci* ou Livro do ábaco, na Itália. Foi o primeiro verdadeiro tratado de matemática que expõe o sistema hindu de anotar

2 Peter L. Bernstein. *Desafio ao Deuses: a fascinante história do risco* (Brazik: Elsevier, 1997), 3.
3 Bernstein, *Desafio ao Deuses,* 20.

os números e apresenta a solução de vários problemas de matemática. Tal invento ficou conhecido como a seqüência de Fibonacci e foi responsável pela introdução dos algarismos arábicos na Europa[4].

O livro descreve o invento da seqüência de Fibonacci e demonstra o sistema de posição árabe dos números, inclusive o número zero. A seqüência é composta por 1,1,2,3,5,8,13,21,....., $u_{n.....,}$ onde $u_{n=}$ u_{n-1+} $u_{n-2,}$ onde cada termo depois dos primeiros dois números é a soma dos dois termos precedentes[5].

O livro foi aceito com entusiasmo pela Europa, pois demonstrou que os números poderiam substituir os sistemas hebraico, grego e romano que usavam letras para contar e fazer cálculos. Entretanto, a adoção do novo sistema de numeração hindu-arábico sofreu uma grande resistência, durante os anos seguintes, atrasando sua utilização e disseminação. Somente no Renascimento, com a publicação da obra de Lucca Paccioli é que os matemáticos retomaram novamente o interesse pelo sistema.

Lucca Paccioli foi um monge franciscano, nascido por volta de 1445 em Borgo San Sepulcro, na Itália, que publicou a obra *Suma de Arithmetic Geometria et Proportionalitá,* em 1494. A *Summa* é dividida em duas partes, uma para álgebra (*arte maggiore*) e aritmética (*arte minore*) e outra para geometria. Entretanto, seu trabalho de maior importância é a obra *De Divina Proportione*, por combinar álgebra e geometria[6].

Nesse livro Pacciolli demonstra também seu interesse pela probabilidade, como ilustra o problema: "A e B estão jogando um jogo honesto de *balla*. Eles concordam em continuar até que um deles vença seis rodadas. O jogo realmente termina quando A venceu cinco e B, três rodadas. Como devem ser divididas as apostas"?[7].

A primeira tentativa de resolução deste problema foi dada pelo próprio Paccioli, mas fracassou. A solução de Paccioli afirmava que, as apostas deveriam ser divididas na proporção de 5 para 3, ou seja, na proporção exata de partidas vencidas por cada jogador no momento em que o jogo foi interrompido. Segundo Bernstein (1997, p. 43), o enigma que ficou conhecido posteriormente como o problema dos pontos é mais importante para o estudo sobre tomada de decisão do que aparenta primeiramente. Pois, a resolução de como dividir as apostas em um jogo interrompido marcou o início da análise sistemática da probabilidade – "a medida que temos confiança em que algo vai acontecer nos leva ao limiar da quantificação do risco"[8].

Outra contribuição importante para o estudo da probabilidade e tomada de decisão foi à obra de Girolamo Cardano (1501-1576), nascido também na Itália. É considerado uma

[4] Florence Nighttingale David, *Games, Gods and Gambling* (New York: Hafner Publishing Company, 1962), 31.
[5] Carl Benjamin Boyer y Car Merzbachl, *A history of mathematic* (New York: Wiley International Edition, 1989), 281.
[6] David, *Games, Gods and Gambling,* 37.
[7] David, *Games, Gods and Gambling,* 37.
[8] Bernstein, *Desafio ao Deuses,* 43.

das personalidades mais importantes da história das probabilidades. Cardano publicou várias obras como: *The Practice of Arithmetic and Simple Mensuration* em 1537, *Ars Magna* (A Grande Arte) em 1545 e "*Liber de Ludo Aleae*" O Livro dos Jogos de Azar em 1526.

Todavia, sua principal contribuição para o estudo da matemática, inclusive sendo o trabalho matemático pelo qual é mais conhecido é a *Ars Magna* (A Grande Arte). Esta publicação é a primeira obra do Renascimento a concentrar-se na álgebra, considerada um marco no início do período moderno da matemática. Nessa obra Cardano apresenta as resoluções de equações de terceiro e quarto grau. Segundo Boyer e Merzbach[9].

> "A solução das equações de terceiro e quarto graus foi talvez a maior contribuição para a álgebra desde os Babilônios, que quase quatro milênios antes tinham aprendido como resolver a raiz de uma equação quadrática. Nenhuma outra descoberta foi tão estimulante para o desenvolvimento da álgebra, como a descoberta proposta na *Ars Magna*".

Entretanto, Cardano decidiu estudar as probabilidades para ganhar em jogos de azar, analisando seriamente as probabilidades de retirar azes de um baralho de cartas e de obter "setes" com dois dados. Os resultados dessas pesquisas foram publicados em um manual para jogadores chamado "*Liber de Ludo Aleae*" (O Livro dos Jogos de Azar - 1526). A palavra *alae* refere-se aos jogos de dados, *aleatorius* da mesma raiz, refere-se a jogos de azar em geral.

Segundo Ball[10], Cardano é considerado iniciador da teoria das probabilidades, pois foi o primeiro a fazer observações do conceito probabilístico de um dado honesto e a escrever um algorítimo teórico para calcular probabilidades. Ele afirmou que, ao jogar dados, a chance de se obter um, três ou cinco era a mesma de se obter dois, quatro ou seis. Bernstein[11] afirma que, o *Liber de Ludo Aleae* é o primeiro esforço conhecido de por a medição a serviço do risco. Muitos matemáticos afirmam que, a partir dessa obra o estudo do risco evoluiu significativamente.

Outro italiano que deu uma contribuição relevante para o estudo do risco foi Galileu Galilei (1564-1642), físico, matemático e astrônomo. Galileu realizou estudos de probabilidades e escreveu *Considerazione sopra il Giuco dei Dadi* (Considerações sobre o Jogo de Dados) entre 1613 e 1623, por solicitação de Ferdinando dei Medici, o grão-duque de Toscana, que desejava melhorar seu desempenho no jogo.

---

9 Boyer y Merzbachl, *A history of mathematic,* 23.
10 Walter William Rouse Ball. *A short account of the history of mathematics* (New York: Dover Publications, 1960), 30.
11 Bernstein, *Desafio ao Deuses,* 47.

O trabalho de Galileu sofreu grande influência da obra de Cardano sobre o jogo, *Liber de ludo aleae*. Pois, assim como Cardano, Galileu aborda as jogadas de um ou mais dados, extraindo conclusões gerais sobre a frequência de diferentes combinações e tipos de resultado.

Galileu postulou o problema: "Três dados são lançados. Entretanto, há o mesmo número de 3 divisões de 9 como há de 10, ainda que a probabilidade de lançar 9 na prática é menor que, a de lançar 10. Por que isso?[12]). Segundo ele:

> O fato de que em um jogo de dados certos números são mais vantajosos que outros, têm uma razão óbvia. É que alguns ocorrem mais facilmente e mais frequentemente que outros, cuja ocorrência depende de serem capazes de ocorrer em uma variedade maior de números. O 3 e o 18, os quais são lançados, podendo apenas ocorrer uma vez com 3 números (que é, o mais atrasado com 6,6,6 e o formador com 1,1,1) e em nenhuma outra maneira, são mais difíceis de ocorrer de que como por exemplo 6 ou 7, os quais podem ser ocorrer de várias maneiras, que é um 6 com 1,2,3 e com 2,2,2 e com 1,1,4 e um 7 com 1,1,5; 1,2,4; 1,3,3;2,2,3.. Entretanto, 9 e 12 podem ocorrer em tantas vezes como 10 e 11, e consequentemente deveriam ser considerados como sendo igualmente úteis, ainda é sabido, que longas observações tem feito, jogadores de dados considerar 10 e 11 como sendo mais vantajosos que 9 e 12....[13].

Todavia, apesar das contribuições de Galileu e Cardano, muitos autores atribuem a origem da teoria das probabilidades às correspondências trocadas entre os franceses Pascal e Fermat, para encontrar a solução para um desafio.

Blaise Pascal e Pierre de Fermat

Blaise Pascal (1623-1662) era filósofo, físico e matemático e Pierre de Fermat (1601 - 1665), um matemático e cientista. Ambos trocaram correspondências com o objetivo de solucionar o desafio proposto por Chevalier de Méré, conhecido como filósofo do jogo, interessado na matemática com o propósito de determinar as apostas nos jogos de azar. O desafio era encontrar a solução para um problema proposto por Luca Paccioli duzentos anos antes, o famoso problema dos pontos: Em um jogo de *balla*, como dois jogadores devem dividir o prêmio quando deixam o jogo incompleto? A solução do problema dos pontos começa pelo reconhecimento de que o jogador que está vencendo quando o jogo é interrompido, teria maiores probabilidades de vitória se o jogo prosseguisse. Mas, quão maiores são essas

[12] Galileu apud David, *Games, Gods and Gambling,* 65.
[13] Galileu apud David, *Games, Gods and Gambling,* 192.

chances do jogador que está vencendo? Quão pequenas são as chances do jogador que está perdendo? Como esses enigmas acabam se reduzindo na ciência da previsão?[14]. A resolução do problema depende da teoria de combinação, ilustrada no exemplo abaixo:

> Dois jogadores A e B, quando A precisa de 2 pontos para ganhar e B 3 pontos, o jogo será certamente decidido em quatro jogadas. Para saber quem tem mais chance de ganhar, o matemático escreve todas as combinações possíveis entre as letras a, que representa uma jogada em favor do jogador A e b, que representa uma em favor do jogador B. Estas combinações são 16 números , nomeadamente aaaa,aaab, aaba, aabb, abaa, abab, abba, abbb, baaa, baab, baba, babb, bbaa, bbab, bbba, bbbb. Agora cada combinação, em que a ocorre duas vezes ou mais representa um caso favorável por a, e cada combinação na qual b ocorre três vezes ou mais, representa um caso favorável por B. Assim, sendo, em um total de 16, têm-se 11 casos favoráveis para A contra 5 favoráveis para B, visto que a ocorrência de 2 ou mais a é favorável para A e a ocorrência de 3 ou mais b, para B[15].

Segundo Boyer e Merzbach[16], as correspondências trocadas entre Fermat e Pascal para resolução do problema dos pontos representou um marco na história da matemática e da teoria das probabilidades. Fez Fermat e Pascal serem considerados os fundadores da teoria matemática das probabilidades. Entretanto, para Hacking[17], sua principal contribuição consiste em fazer com que o conceito de probabilidade fosse levado a sério pelos estudiosos, podendo ser considerada a primeira contribuição importante para a teoria da decisão.

Christian Huygens

Posteriormente, estimulado pelos trabalhos de Pascal e Fermat, o matemático holandês Christian Huygens (1629-1695), escreveu o primeiro livro sobre probabilidade, intitulado *Van Rekeningh in Spelen van Geluck*, traduzido para o latin por seu professor Van Schooten como *De Ratiocinius in Ludo Aleae* (1657). E, posteriormente para o inglês como *The Value of all Chances in Games of Fortune*. A maior parte de seu livro é dedicada a calcular o *value* ou valor, que denominamos atualmente de expectativa (valor esperado), em um jogo de azar. No livro Huygens resolve 14 problemas relacionados a jogos de azar. Inclusive os últimos cinco problemas são fundamentados nas correspondências entre Pascal e Fermat, resumidos em 1656 e conhecidos como T*he Gambler´s Ruin.*

[14] Ian Hacking, *Emergence of probability: a philosophical study of early ideas about probability, induction and statistical inference* (Londres: Cambridge University Press, 1975), 60.
[15] Ball, *A short account of the history,* 300.
[16] Boyer y Merzbachl, *A history of mathematic,* 386.
[17] Hacking, *Emergence of probability,* 20.

Huygens teve um papel tão importante quanto o de Pascal e Fermat para o estabelecimento da teoria de probabilidade. O seu livro influenciou muitos matemáticos de sua época, principalmente Jacob Bernoulli, o qual faz comentários em seu livro *Ars Conjectandi* sobre seus postulados.

Família Bernoulli-Jacob e Nicolas

Jacob Bernoulli (1654–1705) era professor da Universidade de Basiléia, Suíça, foi o primeiro a estudar as ligações entre probabilidade e a qualidade das informações que formam a base das estimativas probabilísticas. Jacob fazia parte da família Bernoulli, umas das mais importantes para a história da matemática. Embora muitos da família Bernoulli, tenham escrito sobre matemática ou física, pelos menos sete escreveram sobre probabilidade. "A contribuição de sua família é tão significativa para o estudo da probabilidade que, Jacob poderia ser considerado o pai da quantificação da incerteza"[18].

Jacob realizou uma série de estudos em matemática e deixou muitos trabalhos incompletos e não publicados quando morreu em 1705. O mais importante destes foi sobre probabilidade, o *Ars Conjectandi,* publicado por seu sobrinho, Nicholas Bernoulli, alguns anos depois.

A obra *Ars Conjectandi* apresenta o conceito mais decisivo e inovador dos antigos estudos sobre a história da probabilidade. O livro é dividido em quatro partes: a primeira é a reedição do livro de Huygens (*Games of Chance*) complementado com vários comentários; a segunda chamada de "A Doutrina de Permutações e Combinações", oferece um ensaio geral sobre a teoria de combinações, inclusive foi utilizada como livro texto em análise combinatória durante o século XVIII; a terceira faz uma aplicação da teoria das combinações na solução detalhada de 24 problemas de jogos de azar e finalmente a quarta denominada *Pars Quarta* é que revoluciona a teoria de probabilidade[19]. "A revolução tem dois lados, pois, pela primeira vez um conceito subjetivo de probabilidade é explicitamente declarado e o primeiro teorema limite é provado"[20].

A *Pars Quarta,* procura mostrar as aplicações de problemas matemáticos de probabilidade em problemas cívicos, morais e econômicos. Essa parte é que justifica o título do livro, *Ars Conjectandi,* que foi estabelecido a partir do título *Ars Cogitandi,* que é o título em latin da Lógica de *Port Royal*. O interesse principal de Jacob era demonstrar que,

[18] Stephen Stigler, *The history of statistics: the measurement of uncertainty before 1900* (Cambridge, MA.: Harvard University Press, 1986), 63.
[19] Hacking, *Emergence of probability,* 143.
[20] Hacking, *Emergence of probability,* 145.

onde termina a arte de pensar – a análise objetiva – começa a arte da conjectura. A arte de conjectura é o processo de estimar o todo a partir das partes[21].

Jacob não concebia a ideia de que para se alcançar a hipótese sobre a probabilidade de um evento, "basta que se calcule exatamente o número de casos possíveis antes e depois e, se determine o grau em que um caso é mais provável de acontecer do que o outro"[22]. A dificuldade que Jacob observa é que, as aplicações da probabilidade se limitam quase exclusivamente aos jogos de azar. Para Jacob, essa limitação era gravíssima.

Segundo Jacob, a teoria das probabilidades consegue definir as probabilidades no casino ou na loteria, mas na vida real informações pertinentes são essenciais. Segundo ele:

> O problema é que nunca dispomos das informações que gostaríamos. Pois, as situações da vida real com frequência exigem que avaliemos as probabilidades exatamente dessa forma – da amostra ao universo. Apenas em raros casos a vida imita os jogos de azar, em que podemos determinar as probabilidades de um resultado antes que um evento chegue a ocorrer – *a priori*. Na maioria dos casos, temos de estimar as probabilidades com base no que aconteceu após o fato – *a posteriori*[23].

Segundo Bernstein[24]:

> A contribuição de Jacob Bernoulli ao problema de desenvolver probabilidades a partir de quantidades limitadas de informações sobre a vida real foi dupla. Primeiro, ele definiu o problema nesses termos antes de qualquer outra pessoa se quer tivesse reconhecido a necessidade de uma definição. Segundo, ele sugeriu uma solução com apenas uma exigência: temos de pressupor que, sob condições similares, a ocorrência (ou não ocorrência) de um evento no futuro seguirá o mesmo padrão observado no passado.

Através de seus estudos, Bernoulli formulou o teorema conhecido como a Lei dos Grandes Números, para o cálculo *a posteriori* das probabilidades, ou seja, cálculo das probabilidades de resultados futuros com base em resultados limitados do passado.

Na realização dos estudos sobre a lei dos grandes números, Jacob imaginou um jarro repleto com três mil pedras brancas e duas mil pedras pretas. Estipulando que, não podemos saber o número de pedras de cada cor, retiramos um número crescente de pedras do jarro, anotando com cuidado a cor de cada pedra, antes de devolvê-la ao jarro. Se a

[21] Hacking, *Emergence of probability,* 145.
[22] Bernoulli apud Bernstein, *Desafio ao Deuses,* 117.
[23] Bernoulli apud Bernstein, *Desafio ao Deuses,* 117.
[24] Bernstein, *Desafio ao Deuses,* 119.

retirada de um número crescente de pedras puder enfim nos dar a "certeza moral" – ou seja, a certeza como uma questão prática, em vez de certeza absoluta – de que a razão é de 3:2. Concluímos segundo Jacob que, podemos determinar a *posteriori* o número de casos com quase a mesma precisão que se o conhecêssemos a *priori*. Seu cálculo indicaria então que, bastariam 25.550 retiradas do jarro para mostrar, com uma chance superior a 1.000/1.001 que o resultado não se desviaria mais de 2% da razão real de 3:2. Para Bernoulli, isso seria certeza moral.

Os estudos realizados por Bernoulli com o jarro de pedras são considerados pela maioria dos estudiosos como a primeira tentativa de medição da incerteza – ou melhor, do cálculo da probabilidade de um número empiricamente determinado aproximar-se de um valor real mesmo quando o valor real é uma incógnita.

Nicholas Bernoulli não apenas contribuiu para edição do livro de seu tio, como também fez considerações sobre alguns problemas de probabilidade. Dentre os quais o conceituado Paradoxo de São Petersburgo, cujo enunciado é:

> Dois jogadores lançam uma moeda honesta, um deles (A) pagando ao outro (B) $\$2^k$ se aparecer cara na primeira jogada no k-ésimo lançamento. A questão consiste em determinar o quanto B deve pagar a A para entrar no jogo de forma que os valores esperados dos ganhos de cada um sejam iguais (tornando assim o jogo honesto). Ocorre que o valor esperado do ganho de B tende ao infinito o que obrigaria B a pagar uma quantidade infinita para entrar no jogo.[25]

Este problema foi proposto por Nicholas em uma carta a Pierre Rémond de Montmort (1678–1719), conhecido pelo seu livro *Essay d'Analyse sur les Jeux de Hazard* (1708), onde faz um estudo sobre os jogos de azar. Posteriormente, seu primo Daniel Bernoulli (1700–1782), analisou o problema e o publicou em um artigo no *Commentarii Academiae Scientiarm Imperialis Petropolitanae* em português, (Anais da Academia Imperial de Ciências de São Petersburgo), razão pela qual decidiu dar nome ao estudo de Paradoxo de São Petersburgo. O artigo foi publicado em inglês no *Econometrica* em 1954, com o título "*Exposition of a New Theory on the Measurement of Risk*.

A resolução proposta por Bernoulli do Paradoxo de São Petersburgo é considerada na literatura o marco inicial da teoria da utilidade esperada (EU). Bernoulli afirma que, o valor que um indivíduo atribui a sua riqueza não é o próprio valor monetário desta, mas sim seu "valor moral" ou utilidade:

[25] Rafael Tiecher Cusinato, "Teoria Da Decisão Sob Incerteza e a Hipótese da Utilidade Esperada: Conceitos Analíticos e Paradoxos" (Dissertação mestrado ccurso de Pós-Graduação em Economia da Faculdade de Ciências Econômicas da UFRGS. Porto Alegre, 2003), 20.

> (...) a determinação do valor de um item não pode ser baseado em seu preço, mas sim na utilidade que ele fornece. O preço de um item depende somente do próprio item e é igual para todo mundo; a utilidade, contudo, depende das circunstâncias particulares do indivíduo que faz a estimativa.[26]

Daniel Bernoulli considerava falha a descrição de como as pessoas tomam decisões na vida real, como ilustra a citação abaixo:

> Desde que os matemáticos começaram a estudar a medição do risco, tem vigorado um consenso geral sobre esta proposição: os valores esperados são calculados multiplicando-se cada ganho possível pelo número de meios pelos quais pode ocorrer, e depois se dividindo a soma destes produtos pelo número total de caso.[27]

Segundo ele, esses cálculos são excelentes para resolver problemas nos jogos de azar, mas na vida real as coisas são diferentes. Afirma que os preços e as probabilidades não são suficientes para determinar o valor de algo, mesmo que os fatos sejam idênticos para todos.

> A utilidade depende das circunstâncias específicas de quem faz a estimativa...Não há razão para supor que os riscos estimados para cada indivíduo devam ser considerados de mesmo valor". Pois, os tomadores de decisões racionais irão procurar maximizar a utilidade – proveito ou satisfação – esperada ao invés do valor esperado.[28]

Pelo exposto, pode-se afirmar que a proposição da teoria da utilidade esperada, introduziu a subjetividade à teoria da decisão. Pois, anteriormente para se fazer cálculos através do princípio da expectativa ou valor esperado, não era preciso utilizar qualquer tipo de avaliação subjetiva, era necessário apenas multiplicar as probabilidades pelos resultados possíveis.

Segundo os estudiosos, embora Jacob Bernoulli tenha começado a jornada para a quantificação matemática da incerteza, a contribuição mais significativa foi dada por Abraham de Moivre.

[26] Bernoulli apud Cusinato, "Teoria Da Decisão Sob Incerteza e a Hipótese", 21.
[27] Bernoulli apud Cusinato, "Teoria Da Decisão Sob Incerteza e a Hipótese", 22.
[28] Bernoulli apud Cusinato, "Teoria Da Decisão Sob Incerteza e a Hipótese", 22.

Thomas Bayes

Thomas Bayes (1702- 1761) nasceu na Inglaterra e cursou teologia na Universidade de Edimburgo. Sua vida foi dedicada a interesses acadêmicos, começando por teologia, mudando para matemática e ciências naturais e finalizando com inferência estatística.[29]

Seus estudos sobre probabilidade foram reunidos em um ensaio chamado *Essay Towards Solving a Problem in the Doctrine of Chances,* publicado após a sua morte (em 1763) por Richard Price, no periódico *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*. A seção I fornece uma breve exposição sobre sua versão da teoria de probabilidade, na seção II é composta pela solução das estimativas de parâmetros binomiais. E por último, expõe o problema, que atualmente é conhecido como o famoso teorema de Bayes:

"Dado o número de vezes em que um evento desconhecido ocorreu e falhou: requere-se a chance de que a probabilidade de seu acontecimento em uma única tentativa resida em algum ponto entre dois graus quaisquer de probabilidade que podem ser especificados"[30].

Bayes questiona nesse teorema, como podemos determinar a probabilidade de que um evento ocorrerá sob circunstâncias em que nada sabemos sobre ele, exceto que ocorreu determinado número de vezes e que deixou de ocorrer certo número de outras vezes. Segundo Bayes a probabilidade de qualquer evento A acontecer, em face de uma nova evidência *E*, é a razão entre o valor a qual uma evidência *E*, depende do acontecimento do evento *E* deve ser calculado, e o valor de algo esperado sobre isso acontecer, como mostra a fórmula 1:

$$P(A/E) = \frac{P(A \cap E)}{P(E)}, \text{ sendo } P(E) > 0 \qquad (1)$$

Onde:

$P(A)$= possibilidade do evento A ocorrer

$P(E)= P(A/E)= P(A \cap E)$

Dado um conjunto de informações *E* suficientemente grande, com dados muito parecidos com o que queremos classificar em *A*, a probabilidade de que estejamos corretos ao classificá-lo é alta, e cresce com o aumento do corpo de informações.

[29] Andres Hald, *A History of Mathematical Statistics from 1750 to 1930* (New York: A Wiley- Insterscience Publication, 1990), 133.
[30] Stigler, *The history of statistics,* 123.

O procedimento para a solução do problema postulado por Bayes sugere uma derivação essencialmente axiomática, enfatizando a noção fundamental de probabilidade como um valor subjetivo de um futuro acontecimento[31]. Acredita-se que a principal aplicação do sistema de Bayes é no uso de novas informações para revisar probabilidades baseadas em informações antigas, ou seja, para comparar a probabilidade posterior com a anterior. Tal procedimento emerge de um ponto de vista filosófico, o que torna a contribuição de Bayes tão significativa.

À medida que os estudos na área da probabilidade foram evoluindo, demonstrando como inferir probabilidades anteriormente desconhecidas de fatos empíricos da realidade, as pessoas começaram a perceber como a incerteza poderia ser medida. Em poucos anos, a análise da probabilidade contribuiu de maneira muito significativa para o estudo sobre tomada de decisão, como ilustra a carta de Price à Calton:

> Toda pessoa criteriosa terá o bom senso de reconhecer que o problema mencionado por Bayes não é absolutamente uma especulação curiosa sobre a doutrina das chances, mas um problema de resolução necessária para termos uma base segura em todos os nossos raciocínios sobre fatos passados e o que poderá acontecer daqui para frente.[32]

Posteriormente outro matemático francês, Laplace, estava também convencido de que a sorte ou o acaso não existem, como será demonstrado a seguir.

Pierre Simon Laplace

Pierre Simon Laplace (1749-1827) foi um matemático, astrônomo e físico francês que lecionou durante a sua vida na *École Polytechnique* em Paris. Laplace é considerado um dos cientistas mais influentes de sua época, sendo denominado de "Newton da França" por seus estudos e contribuições para o entendimento da estabilidade do sistema solar. É conhecido também, por suas contribuições na área de matemática da probabilidade. Segundo Boyer e Merzbach (1989, p. 549), "a teoria de probabilidade deve mais a Laplace do que a qualquer outro matemático".

Durante sua vida escreveu muitos relatórios sobre seus estudos sobre probabilidade, cujos resultados foram publicados no clássico *Théorie Analytique des Probabilités* em 1812.

31 Stigler, *The history of statistics,* 124.
32 Maurice G. Kendal e R, L. Placket, *Studies in the History of Statistics and Probability* (Nova York: Macmillan, 1977), 131.

Nessa obra, Laplace demonstra também seus estudos sobre cálculo integral envolvendo beta, gama e a idéia de função geradora e transformadora. E afirma: "No fundo a teoria de probabilidades é apenas conhecimento do senso comum expresso em números"[33].

Todavia, as obras mais importantes de Laplace sobre probabilidades foram: *Memoir on the Probability of the Causes Events* e *Memoir on Probabilities,* publicadas em 1772 e 1781, respectivamente. "Essas obras estão entre os mais importantes e mais difíceis trabalhos realizadas nos primórdios da probabilidade matemática e juntas podem ser consideradas como as obras mais influentes do século XVIII, no uso da probabilidade"[34]. No livro *Memoir on the Probability of the Causes Events,* Laplace inicia anunciando o princípio da probabilidade inversa e fornece quatro exemplos de sua aplicação. Os primeiros três descrevem problemas relacionados a retirada de carta de urnas e jogos de azar. O princípio postula:

> Se um evento puder ser produzido por um número *n* de causas diferentes, então as probabilidades dessas causas, como as probabilidades da existência de cada uma destes são iguais à probabilidade do evento dado a causa, dividida pela soma de todas as probabilidades do evento dado cada uma destas causas.[35]

No livro *Essai Philosophique sur les Probabilités,* Laplace afirma que, a probabilidade aplica-se a questões fundamentais relativas à vida dos indivíduos e das nações:

> As questões mais importantes da vida são em sua maioria problemas de probabilidade! Nós podemos mesmo dizer, falando rigorosamente, que quase todos os nossos conhecimentos só são prováveis; no pequeno número das coisas que nós podemos saber com certeza, nas próprias ciências matemáticas. Os principais meios de chegar à verdade, à indução e à analogia são fundados sobre as probabilidades, de fato que, o sistema inteiro dos conhecimentos humanos se liga a esta teoria.[36]

Nesse livro Laplace, postula o princípio do determinismo absoluto, segundo o qual, um evento não pode começar sem uma causa que a produza. Laplace procura demonstrar com essa afirmação que não existe algo como sorte ou acaso, pois, segundo ele:

[33] Laplace apud Boyer y Merzbachl, *A history of mathematic,* 549.
[34] Stigler, *The history of statistics,* 100.
[35] Laplace apud Boyer y Merzbachl, *A history of mathematic,* 102.
[36] Laplace apud Boyer y Merzbachl, *A history of mathematic,* 23.

> Os eventos presentes estão ligados aos eventos precedentes por um vínculo baseado no princípio óbvio de que uma coisa não pode ocorrer sem uma causa que a produza... Todos os eventos, mesmo aqueles que, devido à insignificância, não parecem seguir as grandes leis da natureza, resultam delas tão necessariamente como as revoluções do sol.[37]

Para Laplace, o acaso era decorrente das limitações do conhecimento humano. Segundo ele, diante de uma inteligência superior todas as condições, causas e a evolução de quaisquer sistemas seriam reveladas. Assim, o acaso definido como desconhecimento das causas era inassimilável em um sistema determinista, a antítese da aplicação de qualquer lei.

Segundo Bernstein[38], Laplace através do pressuposto da existência de uma "vasta inteligência", capaz de compreender todas as causas e efeitos, removeu a própria idéia de incerteza. E, contribuiu para ênfase na importância do conceito de causa-e-efeito e a importância das informações para o processo de tomada de decisão. Posteriormente, Jules Henri Poincaré, outro matemático francês, que nasceu um século depois de Laplace, enfatizou também a importância da relação de causa-efeito e a importância das informações na tomada de decisão, como será demonstrado a seguir

Jules Henri Poincaré

Jules Henri Poincaré (1854-1912) nasceu em Nancy na França, foi um matemático, físico e filósofo da ciência. Alguns de seus trabalhos incluem os três volumes de *Os Novos Métodos da Mecânica Celeste* (*Les méthodes nouvelles da mécanique céleste*), publicados entre 1892 e 1899, e *Lições de Mecânica Celeste* (*Léçons de Mécanique Céleste*, 1905). Também escreveu numerosas obras de divulgação científica que atingiram uma grande popularidade, como *Ciência e Hipótese* (1901), *Ciência e Método* (1908) e *O Valor da Ciência* (1904).

Poincaré acreditava que tudo possuía uma causa, embora os meros mortais sejam incapazes de adivinhar todas as causas de todos os eventos que ocorrem. Segundo ele:

> Uma mente infinitamente poderosa, infinitamente bem informada sobre as leis da natureza, poderia ter previsto todos os eventos desde o início do século. Se tal mente existisse, não poderíamos jogar com ela nenhum jogo de azar, pois, perderíamos.[39]

---

[37] Laplace apud Du Pasquier, 124.
[38] Bernstein, *Desafio ao Deuses,* 198.
[39] Poincarè apud Bernstein, *Desafio ao Deuses,* 200.

Poincaré afirma que, alguns eventos que parecem ocorrer ao acaso, parecem serem fortuitos mas não o são; pelo contrário, suas causas procedem de perturbações mínimas. Segundo ele:

> Muitas pessoas acham bastante natural rezar por chuva ou por sol, embora achem ridículo rezar por um eclipse... Um décimo de grau em qualquer ponto, e o ciclone interrompe aqui, e não ali, espalhando a destruição sobre países a queteria poupado. Poderíamos ter previsto isso se conhecêssemos aquele décimo de grau, mas... tudo parece dever-se à atividade do acaso.[40]

Segundo ele, em um mundo de causas e efeitos, se conhecermos as causas, poderemos prever os efeitos. Assim sendo, "...o acaso para o ignorante não é o acaso para o cientista. O acaso é a medida de nossa ignorância"[41]. Com essa afirmação, Poincaré enfatiza o uso da matemática das probabilidades para fazer previsões e tomar decisões, como ilustra a afirmação abaixo:

> Nós somos devotos do determinismo absoluto e mesmos os que desejam reservar os direitos do livre arbítrio humano deixam reinar o determinismo, sem compartilhar no mundo orgânico. Todo fenômeno, por mínimo que ele seja, tem uma causa. E um espírito infinitamente poderoso, infinitamente bem informado sobre as leis da natureza, teria podido prevê-lo a partir do início dos séculos. Se um espírito similar existisse, nós poderíamos jogar com ele com qualquer jogo de azar, nós perderíamos sempre.[42]

Poincaré, talvez tenha sido o primeiro a desenvolver uma base matematicamente rigorosa para o entendimento da relação de causa-efeito e importância das informações no processo de tomada de decisão.

Segundo Stigler[43], apesar dos trabalhos de Bernoulli e Laplace terem utilizado a aplicação da probabilidade na mensuração da incerteza nas ciências sociais, foram os trabalhos realizados por Quételet que representaram os primeiros passos para tornar esses desejos em uma realidade prática.

---

[40] Poincarè apud Bernstein, *Desafio ao Deuses,* 201.
[41] Poincarè apud Bernstein, *Desafio ao Deuses,* 203.
[42] Poincarè apud Bernstein, *Desafio ao Deuses,* 2.
[43] Stigler, *The history of statistics,* 161.

Carl Friedrich Gauss

Carl Friedrich Gauss (1777–1855) foi um matemático e cientista alemão, nascido em Brunswick, Alemanha. Segundo Hald[44] é considerado um gênio por ter exercido notável contribuição em várias áreas da ciência. É conhecido como um dos maiores matemáticos da história e chamado de "príncipe dos matemáticos".

Gauss não tinha interesse algum específico na administração do risco, propriamente dita, o que o levou a estudar tal tema foram os trabalhos realizados por Jacob Bernoulli, de Moivre, Bayes e Quételet sobre probabilidade, grandes números e amostragem. Todavia, a maior influência recebida por Gauss foi a de Laplace, tanto em astronomia como em estatística [45].

A contribuição de Gauss para a probabilidade e estudo do risco é decorrente de um trabalho realizado sobre uma pesquisa geodésica na Baviera. O objetivo da pesquisa era realizar uma medição geodésica, ou seja, a utilizar a curvatura da terra, para aprimorar a exatidão das medições geográficas. E comparar posteriormente com outras medições realizadas por outros pesquisadores do norte da Alemanha e Dinamarca. Como é impossível medir cada centímetro quadrado da superfície terrestre, a medição geodésica faz estimativas baseadas em amostras entre as distâncias dentro de cada área de estudo.

Contudo, ao avaliar a distribuição dessas estimativas, Gauss percebeu que variavam muito, mas, à medida que se aumentava o número de estimativas, essas pareciam se agrupar ao redor de um ponto central. Esse ponto central era a média de todas as observações e, tais observações também se distribuíam em uma série simétrica em ambos os lados da média. Percebeu que, quanto maior o número de medições, mais claro se tornava o quadro e mais se assemelhava à curva em sino. O processo descoberto por Gauss é representado por uma curva em sino, cujo principal objetivo não é indicar a exatidão, mas, o erro. A distribuição de Gauss mostra como são distribuídos os erros em uma medida experimental. Contudo, pode também demonstrar como são distribuídos os dados em várias situações, decorrentes de eventos mutuamente independentes. Matematicamente, essa distribuição pode ser descrita da seguinte forma, (fórmula 2):

$$F(x) = H\, e^{-h2(x-m)2} \qquad (2)$$

A curva correspondente a fórmula apresentada tem o formato de um sino com um valor máximo H que ocorre quando a variável x é igual a m, isto é, a média e o máximo

[44] Hald, *A History of Mathematical Statistics,* 351.
[45] Hald, *A History of Mathematical Statistics,* 352.

coincidem. A largura da curva é determinada pelo valor de h. Quanto maior h, mais estreita é a curva.

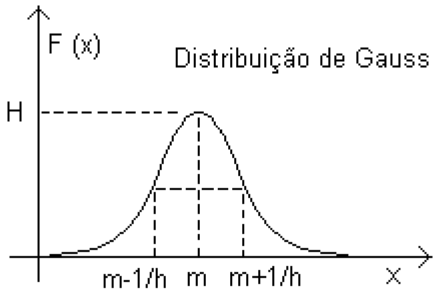

Figura 1: Distribuição de Gauss
Fonte: Downing e Clark, 2006.

A curva normal, atualmente denominada de curva de Gauss é fundamental para a ciência, pois demonstra que a normalidade ocorre naturalmente em muitas medidas de situações físicas, biológicas e sociais. Sendo também fundamental para a inferência estatística e a maioria dos sistemas de administração do risco. Pode-se afirmar com precisão que a distribuição normal estabeleceu um alicerce seguro, para auxiliar as pessoas a distinguir entre risco mensurável e o tipo de incerteza que o futuro os reserva.

Posteriormente, Francis Galton analisou os fundamentos que Gauss e outros estudiosos haviam criado em apoio ao conceito de média – a distribuição normal. E criou uma nova estrutura para auxiliar as pessoas a diferenciar entre risco mensurável e o tipo de incerteza que o futuro os aguarda.

Francis Galton

Francis Galton (1822 –1911), primo de Charles Darwin nasceu na Inglaterra, foi explorador, geógrafo, eugenista, inventor, metereologista, geneticista, psicometrista e estatístico. Entretanto, segundo Stigler[46], apesar de Galton ter grande interesse na área da psicologia, antropologia, sociologia, educação e estatística, o tema dominante de seu trabalho foi a hereditariedade. Os estudos de Galton sobre hereditariedade foram estimulados pelo livro de seu primo Charles Darwin em 1869, especialmente o primeiro capítulo *Variation under*

[46] Stigler, *The history of statistics*, 268-269.

Domestication, a respeito das influências do ambiente no comportamento dos animais domésticos.

Embora Galton não tivesse grande interesse por jogos, negócios ou economia, seus estudos sobre hereditariedade, especialmente sobre o tipo filial médio ideal, tipo paterno e tipo ancestral médio, o levaram a uma grande descoberta estatística, fundamental para a previsão e administração do risco, os conceitos de regressão e correlação.

Seus estudos na área da estatística foram influenciados pela obra de Quételet sobre a distribuição normal. "Quando Galton tomou conhecimento de sua obra ficou tão impressionado que afirmou: "... algumas pessoas odeiam o próprio nome da estatística, mas eu a acho cheia de beleza e interesse"[47]. A curva normal de Gauss impressionou Galton, pela indicação de que certos dados estavam correlacionados e podiam ser analisados como uma entidade relativamente homogênea. Entretanto, "Galton percebeu a distribuição normal, não como uma moral imperativa, mas como um método de classificação de dados em grupos de diferentes origens"[48].

O princípio de regressão ou reversão à média foi descoberto por Galton através da realização de uma experiência no tamanho das sementes de gerações sucessivas de ervilhas. As conclusões do estudo foram publicadas em um artigo em 1875, o qual sugeriu que a distribuição simétrica ao redor da média poderia resultar de influências elas próprias distribuídas segundo uma distribuição normal, variando de condições mais raras a condições mais freqüentes. Mesmo dentro de cada tipo de influência segundo Galton, haveria um intervalo semelhante de menos ao mais poderoso e depois, caindo de volta para menos poderoso. O seu argumento principal era de que, influências moderadas ocorrem com muito mais freqüência do que influências extremas, tanto boas como ruins. Segundo Bernstein[49], a noção de regressão à média está presente sempre que tomamos uma decisão na expectativa de que as coisas voltarão "à normalidade".

Posteriormente em 1885, Galton elaborou um diagrama relacionando as alturas de 928 crianças com as de seus pais. A análise dessa demonstração levou a uma nova confirmação do método de análise da regressão e o conduziu posteriormente a noção de correlação[50].

Em dezembro de 1888, após a publicação de *Natural Inheritance*, Galton leu um pequeno artigo com dados antropométricos, do Royal Society, intitulado *Co-relations and their Measurement*. Nesse artigo percebeu que, poderia ir mais longe com as descobertas de 1885 sobre o estudo da altura entre pais e filhos. Galton questionou se não apenas o problema de regressão poderia ser visto simetricamente, como também se não apenas

47 Galton apud Bernstein, *Desafio ao Deuses,* 161.
48 Stewart, 49.
49 Bernstein, *Desafio ao Deuses,* 169.
50 Stigler, *The history of statistics,* 290.

onde havia duas linhas de regressão fosse usada a mesma escala estatística para ambas as mensurações. E, se as duas linhas tivessem a mesma inclinação? Se ambas as mensurações da média das alturas dos pais e dos filhos fossem expressas em unidades sobre seus prováveis erros, então ambas as linhas de regressão teriam a mesma inclinação *r*. Entretanto, esse número poderia ser tirado não ambiguamente como a expressão contigüidade de co-relação.

Galton confirmou esses questionamentos através de uma variedade de medições com 350 homens, realizadas no laboratório de South Kensington. Galton percebeu então que havia um índice de co-relação dentro do contexto de seu trabalho anterior sobre regressão e o denominou como o coeficiente de regressão. Contudo, seu entendimento estava claro: "É fácil perceber que a co-relação deve ser a conseqüência da variação de dois organismos fazendo parte de causas comuns"[51]. Tais análises levaram Galton a elaborar o conceito de correlação, que nada mais é que a medida do grau de proximidade com que duas séries variam entre si, pode ser inflação e taxas de juros ou preços das ações da Petrobrás ou Banco Santander.

Segundo a literatura, a grande contribuição de Galton consiste em mudar o entendimento de probabilidade como algo estático baseado na aleatoriedade e na lei dos grandes números para um processo dinâmico no qual os sucessores de indivíduos atípicos estão predestinados a aderir a grande maioria no centro. A regressão a média estimula quase toda a variedade de enfretamento de riscos e previsões

Após as descobertas dos matemáticos e estatísticos, os estudos sobre risco e tomada de decisão continuaram a evoluir, inclusive nas ciências econômicas. Todavia., foi apenas após a primeira guerra mundial com os trabalhos de Knight e Keynes que o risco veio a ser compreendido como é atualmente.

Frank Hyneman Knight

Frank Hyneman Knight (1885-1972) foi um importante economista, professor da Universidade de Chicago e um dos fundadores da *Chicago School of Economics.* Knight escreveu três importantes obras, as quais contribuíram para a ciência econômica, *The Economic Organization,* um conjunto de anotações sobre o modelo circular do fluxo da economia, publicadas em 1933; o famoso artigo, *Some Fallacies in the Interpretation of Social Cost*," no qual ele discorre sobre o pensamento de Pigou sobre o congestionamento das ruas e *Capital Theory in the Thirties.*

[51] Galton apud Stigler, *The history of statistics,* 297.

Todavia, Knight (1981) ficou mundialmente conhecido após a publicação do livro), o qual é baseado em sua tese de doutorado. Essa obra é inclusive considerada por muitos estudiosos como a primeira obra de grande importância a estudar explicitamente o processo de tomada de decisão em condições de incerteza. O principal aspecto abordado no início do livro é a distinção entre as situações nas quais o tomador de decisão é guiado por uma chance conhecida e situações em que não o são. Knight faz uma distinção entre, situações de risco e situações de incerteza, as quais define:

Situações de risco: As situações nas quais o tomador de decisão atribui probabilidades aos eventos baseado em "chances conhecidas", ou seja, situações onde a probabilidade de um resultado pode ser determinada e conseqüentemente o resultado pode ser assegurado.

Situações de incerteza: As situações em que o tomador de decisão é incapaz de atribuir probabilidades aos eventos porque não é possível calcular as chances. Ou seja, situações onde o risco não pode ser mensurado, pois, não pode ser calculado[52].

Segundo Knight (1921) a diferença prática entre essas duas categorias risco e incerteza, está na forma de distribuição dos resultados. No caso do risco onde, um grupo de exemplos são conhecidos (também através do cálculo a *priori* ou através estatísticas de experiências passadas) é possível avaliar as probabilidades de ocorrência do evento. Pois, é possível livrar-se de qualquer incerteza real experimentando ou consolidando os exemplos. Já nas situações de incerteza, isso não pode ser verdadeiro. Nessa obra Knight, distingue também três tipos de probabilidade: probabilidade *a priori; p*robabilidade estatística; estimativas.

Em resumo, Knight ressaltou nessa obra a importância da incerteza, levando-o a dissociar-se da teoria econômica predominante de sua época, que enfatizava a tomada de decisão sob condições de perfeita certeza ou sob leis estabelecidas da probabilidade. Na verdade, Knight foi contra os pressupostos vigentes de que, onde o futuro era desconhecido, as leis da probabilidade determinariam o resultado. Segundo ele:

> É um mundo de mudanças o qual nós vivemos e um mundo de incerteza. Nós vivemos apenas pelo conhecimento de "alguma coisa" sobre o futuro; enquanto os problemas da vida, ou da conduta pelo menos, surgem do fato de que nós sabemos tão pouco. Isto é uma verdade tanto nos negócios como em outras esferas de atividade. O ponto principal em uma situação é agir conforme a opinião, de maiores ou menores fundamentos e valores, nenhuma completa ignorância e nem completa ou perfeita informação, mas conhecimento parcial.[53]

[52] Frank H. Knight, *Risk, uncertainty and profit* (Boston: Houghton Mifflin, 1921), 200.
[53] Knight, *Risk, uncertainty and profit,* 199.

Embora Knight, tenha dado grande contribuição sobre o entendimento do risco e incerteza, elevando a incerteza a um aspecto central na análise do risco e tomada de decisão, foi Keynes quem a estudou mais profundamente.

John Maynard Keynes

John Maynard Keynes (1883 - 1946) – foi um economista inglês, cujas idéias são denominadas de Economia Keynesiana e tiveram um grande impacto na teoria econômica e política moderna, bem como em políticas fiscais de muitos governos. Sua principal contribuição para a Teoria de probabilidade e o estudo do processo de tomada de decisão, é exposta na obra *A Treatise on Probability,* onde Keynes explora a noção de probabilidade e crítica pressupostos de estatísticos anteriores há seu tempo. Afirma que, o método de *Least Square* de Laplace e Gauss é "..fundamentado em pressupostos duvidosos e arbitrários"[54]. E, argumenta que na "lei dos grandes números" a mera observação repetida de eventos similares no passado é uma desculpa insatisfatória para acreditar que provavelmente ocorrerão no futuro.

Entretanto, é unânimidade entre os estudiosos de estatística e tomada de decisão que a importância primordial dessa obra consiste na ênfase atribuída por Keynes a racionalidade e a incerteza em relação a seus pressupostos sobre probabilidade. Keynes define probabilidade como uma relação entre as evidências e a conclusão de um argumento lógico, afirmando:

> Nosso objetivo de fato é reconhecer corretamente uma conexão lógica entre um conjunto de proposições as quais chamamos nossa evidência e que as quais, nós supomos saber nós mesmos, e um outro conjunto a que chamamos nossas conclusões, e as quais nós anexamos mais ou menos significado de acordo com os resultados que obtemos pelos primeiros.[55]

Com essa afirmação segundo Keynes, podemos pensar que a probabilidade é subjetiva, entretanto, estaremos errados. Segundo ele, uma proposição não é provável porque pensamos que ela seja, pois, à medida que os fatos são dados os quais determinam nosso conhecimento, o que é provável ou improvável nessas circunstâncias foi estabelecido objetivamente, e independe de nossa opinião.

Contudo segundo ele, parte de nosso conhecimento é obtido diretamente; e parte pelo argumento. E, a teoria de probabilidade está relacionada com a parte na qual nós

[54] John Maynard Keynes, *A treatise on probability* (London: MacMillan, 1943), 206.
[55] Keynes, *A treatise on probability,* 3.

obtemos o conhecimento pelo argumento, e isso é tratada em diferentes graus nos quais os resultados obtidos são conclusivos ou inclonclusivos. Pois, afirma:

> Em muitas áreas da ciência como a teoria do silogismo ou geometria, todos os argumentos apontam a uma certeza demonstrativa. Eles assumem ser conclusivos. Mas, muitos outros argumentos são racionais e assumem alguns pesos sem pretender estar certos. Em metafísica, em ciência e na conduta, muitos dos argumentos, além dos quais nós habitualmente baseamos nossas crenças racionais, são admitidos como inconclusivos em maior ou menos grau. Para um tratamento filosófico desses campos a probabilidade é requerida.

Pelo exposto pode-se perceber que, Keynes ressalta o quanto a incerteza influência nossas decisões. Segundo ele: "Os resultados de nossos empreendimentos são extremamente incertos, mas nós temos uma genuína probabilidade até mesmo quando a evidência sobre o qual é fundamentado o empreendimento é muito pequena."[56]

Keynes postula na verdade que, podemos ter uma crença racional sobre eventos os quais não temos certeza, se agirmos de acordo com tal crença, estaremos agindo racionalmente. Segundo ele, nenhum conhecimento de probabilidades, em grau menor do que certeza nos ajuda a conhecer quais conclusões são verdadeiras. E, não há uma relação direta entre a verdade de uma proposição e sua probabilidade. "Probabilidade começa e termina com probabilidade."[57]

Em síntese, Keynes demonstra que as recorrentes repetições de um evento, mesmo que não idênticas, quando combinadas com o conhecimento anterior e intuição, proporcionam ao indivíduo uma crença racional ou lógica na futura ocorrência do referido evento. Dessa forma, o caráter lógico de uma crença racional é inalterado pelo baixo peso da evidência, ou melhor, pela incerteza existente. Em situações as quais envolvam incerteza – sejam estas decorrentes de fatores naturais, subjetivos ou sociais, o indivíduo deve ter um comportamento racional. Segundo ele, a importância da probabilidade pode apenas ser derivada do julgamento de que é racional ser guiado por ela em determinadas ações; entretanto uma dependência prática nessa probabilidade pode ser apenas justificada pelo julgamento que em determinadas ações nós deveríamos agir para levá-la em conta. "Por essa razão é que probabilidade é para nós o guia da vida."[58]

Após os estudos de Keynes e Knight sobre o risco e a incerteza, um importante avanço para o entendimento do processo de tomada de decisão foi dado pela teoria dos jogos de estratégia. Embora tal teoria focalize o processo de tomada de decisão tendo pouca

[56] Keynes, *A treatise on probability,* 310.
[57] Keynes, *A treatise on probability,* 323.
[58] Keynes, *A treatise on probability,* 323.

semelhança com as demais teorias baseadas nos jogos de azar é considerada por muitos estudiosos como um rompimento com os esforços de incorporar a matemática à tomada de decisão.

Teoria dos Jogos- John Von Neumann e Oskar Morgenstern

A Teoria dos Jogos foi postulada por John Von Neumann (1903-1957), um matemático húngaro, naturalizado americano que, desenvolveu importantes contribuições em Mecânica Quântica, Teoria dos conjuntos, Ciência da Computação, Economia e praticamente todas as áreas da Matemática.

Von Neumann apresentou a Teoria dos Jogos de Estratégia em um artigo publicado em 1928, pela Sociedade matemática da Universidade de Gottingen. O artigo aborda uma estratégia racional para um jogo infantil que consiste no lançamento de duas moedas ao mesmo tempo, por dois jogadores diferentes. Se ambas as moedas mostrarem cara ou ambas mostrarem coroa, o jogador A vence. Segundo Von Neumann, a tática do jogo, não consiste em adivinhar as intenções do adversário, mas, em não revelar nossas próprias intenções. Sendo certa a derrota, quando for usada qualquer estratégia cujo objetivo seja vencer e não evitar a derrota.

A contribuição matemática de Von Neuman com esse jogo foi a prova de que o único resultado que poderia emergir da tomada de decisão racional dos jogadores, seria mostrar caras e coroas de modo aleatório. No longo prazo, as moedas combinariam metade das vezes e deixariam de combinar na outra metade. Desta forma, não seriam as leis de probabilidades que determinariam o resultado de 50-50 nesse jogo, mas, pelo contrário, seriam os próprios jogadores responsáveis pelo resultado.

Mais tarde em 1938, Von Neumann conheceu Oskar Morgenstern, um economista Austríaco, professor da Universidade de Princeton. Decidiram escrever juntos um artigo que, culminou com o livro *Theory of Games and Economic Behaviour*, considerada na literatura uma obra clássica sobre a teoria dos jogos e sua aplicação à tomada de decisões em economia e negócios. A maior parte do livro é dedicada à construção de uma teoria sobre jogos de estratégias, pois, os autores percebem na conduta desses jogos as principais características do comportamento econômico. Segundo Von Neumann e Morgenstern[59]:

[59] Neuman Von e O. Morgenstein, *Theory of Games and Economic Behavior* (New York: John Wiley, 1944), 31.

> Nós desejamos encontrar os princípios matemáticos completos os quais definem o comportamento racional para os participantes de uma economia social, e para derivar deles as características gerais desses comportamentos. Casos tais princípios fossem perfeitamente válidos em todas as situações – mas nós ficaríamos satisfeitos se nós pudermos encontrar soluções, para o momento, somente em alguns casos especiais característicos.

Von Neuman e Morgenstern são seguidores do modelo clássico de racionalidade, o qual pressupõe que a medição sempre prevalece sobre a intuição, que pessoas racionais fazem escolhas baseadas em informações e não na emoção, costume ou o hábito. Analisam todas as informações disponíveis e tomam decisões conforme preferências bem definidas, preferindo enriquecer para maximizar a utilidade, sendo avessas ao risco na versão de Bernoulli, onde a utilidade de riqueza é inversamente proporcional à quantidade já possuída.

Com tais contribuições, podemos afirmar que a Teoria dos jogos fortaleceu o pressuposto do comportamento econômico racional e o da racionalidade na tomada de decisões. Estimulando nas décadas de 1950 e 1960 esforços para ampliar o estudo da racionalidade, principalmente na economia e finanças.

Considerações finais

O presente artigo demonstra como as ciências da matemática e da probabilidade contribuíram para o estudo sobre tomada de decisão e risco. Através das contribuições dos matemáticos e estatísticos, percebe-se como essas ciências são importantes para a tomada de decisão em várias esferas da vida cotidiana. Através de seus algoritmos e cálculos mostram qual a melhor decisão a ser tomada considerando-se alguns critérios de escolha.

Cita-se como exemplo, os estudos sobre o cálculo de probabilidades que, tem aplicação em diversas áreas, como física, estatística, engenharia, química, sociologia, psicologia, biologia, economia entre outras áreas do conhecimento.

Na estatística indutiva, a probabilidade pode ser utilizada na coleta e análise de amostras de uma população para calcular acontecimentos futuros, inferindo, induzindo ou estimando leis de comportamento da população da qual a amostra foi retirada.

Na análise da decisão, a análise de probabilidade desempenha um papel fundamental. De posse da estrutura do problema de decisão e das probabilidades dos eventos incertos, podemos determinar as decisões ótimas para as preferências do decisor.

Cabe ressaltar também que, tais contribuições fortaleceram o pressuposto do comportamento econômico racional e o da racionalidade na tomada de decisões, estimulando o estudo da racionalidade, principalmente na economia e finanças.

Referências bibliográficas

BALL, Walter William Rouse. "**A short account of the history of mathematics**". **Dover, New York,** 1960.

BERNOULLI, Daniel. "Exposition of a New Theory on the Measurement of Risk". **Econometrica,** *vol.* 22, p. 23-36, 1954.

BERNSTEIN, Peter L. **Desafio ao Deuses: a Fascinante História do Risco.** Brazil: Elsevier, 1997.

BOYER, Carl Benjamin e MERZBACH **Carl. The History of Mathematic.** New York, Wiley International Edition, 1989.

CUSINATO, Rafael Tiecher. "Teoria Da Decisão Sob Incerteza e a Hipótese da Utilidade Esperada: Conceitos Analíticos e Paradoxos". **Dissertação mestrado ccurso de Pós-Graduação em Economia da Faculdade de Ciências Econômicas da UFRGS.** Porto Alegre, 2003.

DAVID, Florence Nighttingale. **Games, Gods and Gambling.** New York: Hafner Publishing Company, 1962

HALD, Andres. **A History of Mathematical Statistics from 1750 to 1930.** New York: John Wiley, 1990.

HACKING, Ian. **Emergence of Probability: a Philosophical Study of Early Ideas about Probability, Induction and Statistical Inference.** Londres: Cambridge University Press, 1975.

HUYGENS, Christiaan. **The Value of all Chances in Games of Fortune; Cards, Dice, Wagers, Lotteries & C.** London: Keimer For T. Woodward, 1714.

KENDAL, Maurice G; PLACKET, R, L. **Studies in the History of Statistics and Probability.** Nova York: Macmillan, 1977.

KEYNES, Jhon. M. **A Treatise on Probability**. London: MacMillan, 1943.

KNIGHT, Frank. H. **Risk, Uncertainty and Profit**. Boston: Houghton Mifflin, 1921.

STIGLER, Stephen. "The economics of information". **Journal of Political Economy**, vol. 69, p. 213–225, 1961.

STIGLER, Stephen. **The History of Statistics: the Measurement of Uncertainty before 1900**. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1986.

VON Neuman; MORGENSTEIN, Oscar. **Theory of Games and Economic Behavior.** New York: John Wiley, 1944.

Recibido septiembre del 2017
Aprobado abril del 2018