

Pesquisas em Geociências

<http://seer.ufrgs.br/PesquisasemGeociencias>

Utilização do Software GPSeq na Solução Rápida das Ambigüidades GPS no Posicionamento Relativo Cinemático de Bases Curtas

Wagner Carrupt Machado, João Francisco Galera Monico

Pesquisas em Geociências, 29 (2): 89-99, jan./abr., 2003.

Versão online disponível em:

<http://seer.ufrgs.br/PesquisasemGeociencias/article/view/19608>

Publicado por

Instituto de Geociências



Portal de Periódicos UFRGS

UNIVERSIDADE FEDERAL
DO RIO GRANDE DO SUL

Informações Adicionais

Email: pesquisas@ufrgs.br

Políticas: <http://seer.ufrgs.br/PesquisasemGeociencias/about/editorialPolicies#openAccessPolicy>

Submissão: <http://seer.ufrgs.br/PesquisasemGeociencias/about/submissions#onlineSubmissions>

Diretrizes: <http://seer.ufrgs.br/PesquisasemGeociencias/about/submissions#authorGuidelines>

Data de publicação - jan./abr., 2003.

Instituto de Geociências, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, Brasil

Utilização do Software GPSeq na Solução Rápida das Ambigüidades GPS no Posicionamento Relativo Cinemático de Bases Curtas

WAGNER CARRUPT MACHADO & JOÃO FRANCISCO GALERA MONICO

Universidade Estadual Paulista, Caixa Postal 467 - CEP 19060-900
Presidente Prudente, SP, e-mail: carrupt@prudente.unesp.br

(Recebido em 06/02. Aceito para publicação em 03/03)

Abstract - Centimeter level GPS positioning is based on the very precise carrier beat phase measurements. However, this observable is ambiguous by a number of whole cycles between the satellite and receiver antenna at the first epoch of data collecting, which is called the ambiguity. GPS ambiguities are introduced as parameters to be estimated in the observation equations. However, since they are integer numbers there is no standard techniques for solve them. One of the ways is to apply sequential conditional least-squares estimation together with integer search techniques. The ambiguity resolution can be divided in two steps: estimation and validation. The estimation is concerned with the computation of the ambiguities values. The validation step is used to infer if the estimated value can be accepted or not. From the last decade until nowadays ambiguity resolution has been one of the most important research topic in geodetic positioning and a several methods have been proposed. Special attention has been made about the fast ambiguity resolution. The aim of this paper is to investigate the ambiguity resolution in the context of relative kinematic positioning and its implementation in the GPSeq software, which is a GPS data processing software developed in academic environment. In this paper some experiments about kinematic processing are presented, whose results shown that the GPSeq solution is compatible on the centimeter level with Reliance software. The results also shown an inefficiency of the *ratio* and the difference between the quadratic form of the residuals of the second best and best solution tests in validating the ambiguity resolution in time limits of solution of the baselines processed.

Keywords - fast GPS ambiguity resolution, relative kinematic positioning, quality control.

INTRODUÇÃO

O posicionamento com NAVSTAR-GPS (*NAVigation Satellite with Time And Ranging - Global Positioning System*) pode ser efetuado a partir de duas observáveis originais, sendo elas: a fase de batimento da onda portadora e a pseudodistância, cujos modelos matemáticos funcionais são dados, respectivamente, por (Monico, 2000):

$$\phi_i^s = -f \left(\frac{\rho_i^s - Ion_i^s + Trop_i^s}{c} \right) + f(dt^s - dt_i) +$$

$$\left(\phi_i(t_0) - \phi^s(t_0) \right) + Amb_i^s + \frac{f}{c} Orb^s + v_{\phi_i^s} \quad (1)$$

$$PD_i^s = \rho_i^s + c(dt_i - dt^s) + Ion_i^s + Trop_i^s + Orb^s + v_{PD_i^s} \quad (2)$$

onde:

- f - frequência da fase;

- ρ_i^s - distância geométrica entre o satélite e o receptor, calculada entre o instante de transmissão de recepção do sinal. Este termo da equação contém os parâmetros das coordenadas cartesianas do receptor (X, Y, Z);

- Ion_i^s - erro causado pela ionosfera;
- $Trop_i^s$ - erro causado pela troposfera;
- c - velocidade da luz no vácuo;
- dt_i - erro do relógio do receptor em relação ao tempo GPS;
- dt^s - erro do relógio do satélite em relação ao tempo GPS;
- $\phi_i(t_0)$ - fase gerada no receptor na época de referência t_0 ;
- $\phi^s(t_0)$ - fase transmitida pelo satélite na época de referência t_0 ;
- Amb_i^s - ambigüidade;
- Orb^s - erro da posição do satélite;
- $v_{\phi_i^s}$ - erros não modelados e resíduos aleatórios da medida da fase de batimento da onda portadora;
- $v_{PD_i^s}$ - erros não modelados e resíduos aleatórios da medida da pseudodistância.

A precisão com que os receptores realizam a medida da fase de batimento da onda portadora é da ordem de poucos milímetros. Portanto, esta observável

torna-se indispensável na realização de posicionamentos que requeiram poucos centímetros de precisão. A pseudodistância é muito utilizada em posicionamentos com precisão métrica (Monico, 1996).

As incógnitas a serem estimadas no modelo matemático funcional representado pela equação (1) são as coordenadas da estação de interesse e as ambigüidades. As ambigüidades são números inteiros, cuja solução requer a utilização de algum método de aproximação. Neste trabalho, utilizaram-se os resultados do ajustamento recursivo, que são valores reais, como dados de entrada para o método de aproximação empregado.

Como visto nas equações (1) e (2), os sinais GPS sofrem a influência de várias fontes de erros, tais como a ionosfera, a troposfera, a posição do satélite, o relógio do satélite e o relógio do receptor, tornando necessário adaptar o modelo a tais efeitos. A diferenciação das observáveis no posicionamento relativo de bases curtas tem sido uma estratégia bastante utilizada, pois ao formar as duplas diferenças (DD) grande parte desses erros é praticamente eliminada, mesmo com a utilização de receptores de simples frequência. As equações da DD da fase de batimento da onda portadora e da pseudodistância, para linhas de base curtas, podem ser escritas, respectivamente, como (Monico, 2000):

$$\phi_{i,j}^{r,s} = \frac{f}{c} (\rho_{i,j}^{r,s}) + Amb_{i,j}^{r,s} + v_{\phi_{i,j}^{r,s}} \quad (3)$$

$$PD_{i,j}^{r,s} = \rho_{i,j}^{r,s} + v_{PD_{i,j}^{r,s}} \quad (4)$$

onde:

- $Amb_{i,j}^{r,s}$ - ambigüidade da DD, $Amb_{i,j}^{r,s} = (Amb_i^r - Amb_j^r) - (Amb_i^s - Amb_j^s)$;
- $v_{\phi_{i,j}^{r,s}}$ - erros não modelados e resíduos aleatórios da medida da DD da fase de batimento da onda portadora;
- $\rho_{i,j}^{r,s} = (\rho_i^r - \rho_j^r) - (\rho_i^s - \rho_j^s)$;
- $v_{PD_{i,j}^{r,s}}$ - erros não modelados e resíduos aleatórios da medida da DD da pseudodistância.

Para facilitar a leitura, as DD de ambigüidades serão referidas simplesmente como ambigüidades no decorrer deste texto.

Nesta contribuição considera-se a utilização simultânea dos modelos representados pelas equações (3) e (4) linearizados, cujos ($amb+3$) parâ-

metros podem ser calculados em função das observações dos ($m+1$) satélites rastreados, com a utilização do seguinte sistema de equações lineares (Teunissen, 1998b):

$$l_{DD} = Bb + Nn + v_{DD} \quad (5)$$

onde:

- l_{DD} - vetor de ordem ($m \times 1$) das DD observadas menos as DD calculadas em função dos parâmetros aproximados;
- B - matriz de coeficientes de ordem ($m \times 3$) relacionada com os parâmetros referentes as componentes da linha de base;
- b - vetor de ordem (3×1) dos parâmetros referentes às componentes da linha de base;
- N - matriz de coeficientes de ordem ($m \times amb$) relacionada com os parâmetros referentes às ambigüidades;
- n - vetor de ordem ($amb \times 1$) dos parâmetros referentes às ambigüidades;
- v_{DD} - vetor ($m \times 1$) dos resíduos das DD.

O processo de estimação das componentes da linha de base pode ser realizado em quatro etapas (de Jonge & Tiberius, 1996):

- 1) a estimação dos parâmetros reais, inclusive das ambigüidades, que na literatura escrita em inglês é denominada de solução *float*;
- 2) a estimação das ambigüidades inteiras;
- 3) a validação da solução;
- 4) cálculo da influência da injunção das ambigüidades inteiras nas componentes da linha de base, que na literatura inglesa é denominada de solução *fixed*.

Em curtos intervalos de tempo de aquisição de dados, a estimativa das ambigüidades apresenta baixa precisão e forte correlação, o que dificulta sua solução. A correlação pode ser reduzida quando a geometria dos satélites se altera consideravelmente, o que demanda um longo intervalo de tempo de aquisição de dados, pois os satélites orbitam com velocidade aproximada de 4 km/s à, aproximadamente, 22.000 km de altura (Monico, 1996).

Visando reduzir o intervalo de tempo de coleta de dados e dar suporte às aplicações cinemáticas de precisão centimétrica em tempo real, a solução rápida das ambigüidades tornou-se objeto de estudo e pesquisas realizadas em vários países, despertando o interesse tanto científico, quanto comercial.

O objetivo deste trabalho é investigar a solução das ambigüidades GPS no contexto de posi-

cionamento relativo cinemático de linhas de base curtas com a utilização do software GPSeq.

Visando alcançar o objetivo proposto para este trabalho, apresenta-se, na seção 2, o controle de qualidade para a estimativa recursiva. Na seção 3, apresenta-se o modelo matemático funcional para o posicionamento relativo cinemático e o conceito de ADOP (*Ambiguity Dilution of Precision*). Na seção 4, apresenta-se o conceito de solução das ambigüidades, o método LAMBDA (*Least squares AMBIGUITY Decorrelation Approach*) e o controle de qualidade. Na seção 5, uma breve descrição do software GPSeq é apresentada. A seção 6 descreve os experimentos, os resultados e análises. As conclusões extraídas dos experimentos realizados são apresentadas na seção 7.

ESTIMAÇÃO RECURSIVA E CONTROLE DE QUALIDADE

A estimação recursiva por mínimos quadrados, ou Filtro de Kalman, possibilita atualizar uma solução com inserção de novas observações sem a necessidade de armazenar as observações anteriores. Para tanto, torna-se necessário dispor do vetor de estado e sua respectiva Matriz Variância e Covariância (MVC) no início do processo, os quais podem ser calculados através do ajustamento tradicional, desde que haja observações suficientes (Monico, 2000). O controle de qualidade da estimativa recursiva pode ser executado em 3 etapas, constituindo o processo conhecido como DIA (Detecção, Identificação e Adaptação).

Considerando um processo de estimação envolvendo k épocas, m observações a u incógnitas, sobre o qual formulam-se as hipóteses H_0 e H_a , tem-se (Teunissen, 1998a):

$$H_0: L_k = A_k X_k + v_k \quad (6)$$

$$H_a: L_k = A_k X_k + c_k \nabla + v_k \quad (7)$$

onde:

- L - vetor da diferença entre as observações e as observações calculadas em função dos parâmetros aproximados;
- A - matriz de coeficientes;
- X - vetor de correção aos parâmetros;
- v - vetor dos resíduos;
- ∇ - escalar desconhecido que representa a magnitude do erro;
- c - um vetor ($m \times 1$) conhecido, que representa o tipo do erro, que no caso do GPS pode ser *outlier*

no código e perdas de ciclos na fase de batimento da onda portadora.

Nas equações (6) e (7), a hipótese H_0 considera ausência de erro no modelo de observação, enquanto que a hipótese H_a considera que o modelo de observação contenha erro.

Detecção

No estágio de detecção de erros testa-se o modelo de observação global, verificando a presença de erros no conjunto de todas as observações. A estatística utilizada para testar H_0 contra H_a em uma determinada época é dada por (Camargo, 1992):

$$T_{LOM}^k = v_k^T Q_{v_k}^{-1} v_k \quad (8)$$

onde Q_v é a MVC dos resíduos.

A estatística representada pela equação (8) é denominada de *Local Overall Model* (LOM), a qual abrange todas as observações da época k , sendo, portanto, m -dimensional e local. Sobre H_0 , T_{LOM}^k segue a distribuição $c^2(m_k)$. A presença do erro é detectada quando a estatística T_{LOM}^k exceder o valor da c^2 a um determinado nível de significância α_0 .

O teste de detecção local pode ser insensível com relação aos erros globais não modelados, os quais podem ser detectados através de um teste de abrangência global. A estatística global para testar

$H_0^{k_0,k}$ contra $H_a^{k_0,k}$ é dada por (Teunissen, 1998a):

$$T_{GOM}^{k_0,k} = \sum_{i=k_0}^k v_i^T Q_{v_i}^{-1} v_i \quad (9)$$

A estatística representada pela equação (9) é denominada de *Global Overall Model* (GOM), a qual abrange todas as observações, desde a época k_0

até a k . Sobre H_0 , $T_{GOM}^{k_0,k}$ segue a distribuição c^2

$\left(\sum_{i=k_0}^k m_i \right)$. O erro é detectado quando a estatística

$T_{GOM}^{k_0,k}$ exceder o valor da χ^2 .

Na detecção global podem-se utilizar dados de todas as épocas, o que não é muito conveniente, pois ocorrerá atraso na detecção. Uma outra opção é utilizar uma janela móvel (Teunissen, 1998a).

Identificação

A identificação tem por objetivo localizar a possível fonte de erro responsável pela rejeição da

hipótese H_0 , sendo executado individualmente, para cada uma das observações envolvidas. A estatística local para identificar a fonte de erro no modelo é dada por (Teunissen, 1998a):

$$t_k = \frac{c_k^T Q_{v_k}^{-1} v_k}{\sqrt{c_k^T Q_{v_k}^{-1} c_k}} \quad (10)$$

Se a hipótese H_0 for atendida, t_k terá distribuição normal com média 0. O erro é identificado quando a estatística t_k exceder o valor da distribuição normal a um determinado nível de significância α_0 .

Adaptação

Caso algum erro seja detectado e identificado, o modelo de observação deve ser adaptado para manter a característica do filtro em proporcionar resultados ótimos. Na adaptação local, é possível eliminar o efeito do erro sistemático no vetor de estado filtrado na mesma época em que tal efeito foi detectado e localizado. Neste caso, o vetor de estado adaptado e sua respectiva MVC, para a época k , são calculados, respectivamente, através de (Teunissen, 1998a):

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k/k}^a &= \hat{x}_{k/k}^0 - K_k c_k \hat{V}_k \quad \text{e} \\ Q_{\hat{x}_{k/k}^a} &= Q_{\hat{x}_{k/k}} + K_k c_k \sigma_{\hat{V}_k}^2 c_k^T K_k^T \end{aligned} \quad (11)$$

onde:

- $\hat{x}_{k/k}^0$ - vetor inicial dos parâmetros aproximados da época k ;
- K_k - matriz ganho de Kalman;
- \hat{V}_k - estimativa do erro identificado;
- $Q_{\hat{x}_{k/k}}$ - MVC dos parâmetros filtrados;
- $\sigma_{\hat{V}_k}^2$ - variância de \hat{V}_k .

A estimativa e a variância do erro são calculadas, respectivamente, através de (Teunissen, 1998a):

$$\begin{aligned} \hat{V}_k &= t_k / \sqrt{c_k^T Q_{v_k}^{-1} c_k} \quad \text{e} \\ \sigma_{\hat{V}_k}^2 &= 1 / c_k^T Q_{v_k}^{-1} c_k \end{aligned} \quad (12)$$

POSICIONAMENTO RELATIVO CINEMÁTICO E DILUIÇÃO DA PRECISÃO

Posicionamento relativo cinemático

O posicionamento relativo cinemático tem por finalidade a determinação da trajetória do receptor móvel sobre as feições de interesse, a qual é representada por um conjunto de coordenadas para cada época de observação.

No que diz respeito à solução das ambigüidades, pode-se solucioná-las antes de iniciar o movimento, ou estimá-las em conjunto com as componentes da linha de base, por meio das observações coletadas durante o percurso do receptor. Caso não ocorra perda de ciclos, o vetor das ambigüidades será igual para todo o levantamento (Seeber, 1993). Considerando que foram observados dados durante k épocas, o modelo matemático funcional, dado pela equação (5), linearizado para o segundo caso é dado por:

$$E \left\{ \begin{bmatrix} l_{DD\phi_1} \\ l_{DDPD_1} \\ l_{DD\phi_2} \\ l_{DDPD_2} \\ M \\ l_{DD\phi k} \\ l_{DDPDk} \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} B_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N \\ B_1 & 0 & & \Lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 & \Lambda & 0 & 0 & N \\ 0 & B_2 & 0 & \Lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Lambda & 0 & 0 & B_k & 0 & N \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & B_k & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ M \\ b_k \\ n \end{bmatrix} \quad (13)$$

onde:

- $i=1,2,\dots,k$ - índice das épocas observadas;
 - $l_{DD\phi}$ e l_{DDPD} - são os vetores das DD calculadas em função dos parâmetros aproximados subtraídos das DD observadas da fase de batimento da onda portadora e da pseudodistância, respectivamente;
- Observando-se a equação (13) nota-se que a estimação dos parâmetros pelo método recursivo é adequada, visto que um levantamento pode ser realizado durante centenas ou milhares de épocas de aquisição de dados.

O posicionamento relativo cinemático pode ser efetuado de duas maneiras distintas: pós-proces-

sado ou em tempo real (RTK - *Real Time Kinematic*). O posicionamento pós-processado tem como desvantagem o fato do usuário não saber os resultados do levantamento até que estes sejam devidamente processados. O posicionamento em tempo real apresenta algumas limitações, dentre elas, a dificuldade na transmissão das observações (Langley, 1998). Neste trabalho, a ênfase é para o primeiro caso.

Detalhes sobre o modelo matemático utilizado no processamento de dados coletados através de posicionamento relativo cinemático podem ser encontrados em (Tiberius, 1998) e (Machado, 2001).

Diluição da precisão

A precisão dos parâmetros a serem estimados no posicionamento com o NAVSTAR-GPS está relacionada com a precisão das observações (σ_{Obs}) e com a configuração da geometria dos satélites envolvidos no processo de estimação (Monico, 2000). A relação entre σ_{Obs} e a precisão dos parâmetros ($\sigma_{\hat{x}}$) é dada pelo DOP (*Dilution of Precision*), através da seguinte expressão (Seeber, 1993):

$$\sigma_{\hat{x}} = DOP \sigma_{Obs} \quad (14)$$

Encontra-se na literatura diferentes designações para o DOP, as quais estão relacionadas com os parâmetros a serem estimados. Como exemplo cita-se o HDOP, o VDOP e o PDOP, que estão relacionados com os parâmetros horizontais, vertical e de posição tridimensional, respectivamente (Monico, 2000). No entanto, no caso específico deste trabalho há maior interesse em verificar a precisão com que as ambigüidades podem ser estimadas, sendo necessário apresentar o ADOP (*Ambiguity DOP*), que é definido, em número de ciclos, por (Tiberius *et al*, 1997):

$$ADOP = \left(\sqrt{\det Q_{\hat{n}}} \right)^{1/amb} \quad (15)$$

onde:

- *amb* - número de ambigüidades;
- $Q_{\hat{n}}$ - MVC das ambigüidades reais.

O ADOP apresenta a vantagem de não variar em toda classe de transformação das ambigüidades, podendo ser calculado, também, através da média geométrica dos desvios-padrão seqüenciais condicionados das ambigüidades. O sucesso na solução das ambigüidades pode ser esperado quando o valor do ADOP for da ordem de poucos décimos de ciclos, ou mesmo inferior (Tiberius *et al*, 1997).

SOLUÇÃO DA AMBIGÜIDADE E CONTROLE DE QUALIDADE

Solucionar as ambigüidades significa estimar tais parâmetros como números inteiros, sendo o segundo passo na estimação das componentes da linha de base. O processo de solução das ambigüidades divide-se em duas partes: a estimação, que visa calcular estimativas ótimas das ambigüidades, e a validação, que tem o objetivo de verificar se as estimativas podem ser aceitas estatisticamente (Teunissen, 1998b).

Estimação

A solução das ambigüidades é estimada a partir do vetor das ambigüidades inteiras, \hat{n} , que minimiza a seguinte expressão (Teunissen, 1998b):

$$(\hat{n} - n)^T Q_{\hat{n}}^{-1} (\hat{n} - n) = \text{mínimo} \quad (16)$$

A solução mais simples para a equação (16) seria arredondar o valor das ambigüidades para o inteiro mais próximo. No entanto, esse procedimento produz a solução correta apenas se $Q_{\hat{n}}$ for diagonal. Neste caso, a solução seria dada por (Teunissen, 1998b).

$$\text{mínimo} \sum_{i=1}^{amb} (\hat{n}_i - n_i)^2 / \sigma_{\hat{n}(i,i)}^2 \quad (17)$$

Com pequenos intervalos de tempo de rastreamento, $Q_{\hat{n}}$ é bastante correlacionada, não sendo diagonal. Entretanto, a solução pode ser calculada através da soma dos quadrados da função objetivo se $Q_{\hat{n}}$ for diagonalizada. Neste caso, uma estimação por mínimos quadrado seqüencial condicionada pode ser aplicada. A estimativa pelos mínimos quadrados da i -ésima ambigüidade condicionada às ambigüidades anteriores ($I=1, \dots, i-1$) é dada por (Teunissen, 1998b):

$$\hat{n}_{i|I} = \hat{n}_i - \sum_{j=1}^{i-1} \sigma_{\hat{n}_i \hat{n}_{j|J}} \sigma_{\hat{n}_{j|J}}^{-2} (\hat{n}_{j|J} - \hat{n}_j) \quad (18)$$

onde:

- $\sigma_{\hat{n}_i \hat{n}_{j|J}}$ é a covariância entre \hat{n}_i e $\hat{n}_{j|J}$;
- $J=1, \dots, j-1$.

Para possibilitar a utilização da equação (18) no processo de estimação das ambigüidades torna-se importante lembrar que a diferença ($\hat{n}_i - n_i$) pode ser escrita como (Teunissen, 1995):

$$(\hat{n}_i - n_i) = L(\hat{d} - n) \text{ e } Q_{\hat{n}} = LDL^T \quad (19)$$

onde:

$$- \hat{d} = (\hat{n}_1, \hat{n}_{2|1}, \dots, \hat{n}_{amb|AMB});$$

$$- D = \text{diag}(\dots, \sigma_{\hat{n}_{i|l}}^2, \dots) \text{ e}$$

$$- (L)_{lm} = \begin{cases} 0 & \text{para } 1 \leq l < m \leq amb \\ 1 & \text{para } l = m \\ \sigma_{\hat{n}_i \hat{n}_{j|l}} \sigma_{\hat{n}_{i|l}}^2 & \text{para } 1 \leq m < l \leq amb \end{cases}$$

O problema de mínimos quadrados agora pode ser substituído por (Teunissen, 1995):

$$\text{mínimo} \sum_{i=1}^{amb} (\hat{n}_{i|l} - n_i)^2 / \sigma_{\hat{n}_{(i|l, l|l)}}^2 \quad (20)$$

Espaço de procura

Ao invés da procura ser realizada em todo o conjunto dos números inteiros, pode-se utilizar um subconjunto formado por todos os vetores que satisfazem a seguinte inequação (Teunissen, 1998b):

$$(\hat{n} - n)^T Q_{\hat{n}}^{-1} (\hat{n} - n) \leq \chi^2(n) \quad (21)$$

A inequação (21) representa um hiper-elipsóide de dimensão (amb), centrado em \hat{n} , compondo o espaço de procura das ambigüidades. A orientação e o achatamento desse hiper-elipsóide estão em função da $Q_{\hat{n}}$, enquanto que sua dimensão está em função do $\chi^2(n)$. Duas maneiras de calcular o valor de $\chi^2(n)$ são encontradas em de Jonge & Tiberius (1996). As bordas do espaço de procura podem ser calculadas através de (Teunissen, 1995):

$$(\hat{n}_1 - n_1)^2 \leq \sigma_{\hat{n}_1}^2 \chi^2$$

$$(\hat{n}_{2|1} - n_2)^2 \leq \sigma_{\hat{n}_{2|1}}^2 \left[\chi^2 - (\hat{n}_1 - n_1)^2 / \sigma_{\hat{n}_1}^2 \right]$$

N

$$(\hat{n}_{amb|amb-1} - \hat{n}_{amb})^2 \leq \sigma_{\hat{n}_{amb|amb-1}}^2 \left[\chi^2 - \sum_{j=1}^{amb-1} (\hat{n}_{j|j} - \hat{n}_j)^2 / \sigma_{\hat{n}_{j|j}}^2 \right] \quad (22)$$

A performance dos algoritmos de procura torna-se mais eficiente quanto menor a correlação entre as ambigüidades. O caso ideal ocorre quando

$Q_{\hat{n}}$ é diagonal, o que não ocorre com curtos intervalos de tempo de rastreio (Teunissen, 1995).

Método LAMBDA

O método LAMBDA utiliza o Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) associado com algoritmo de procura (Teunissen, 1993). Como apresentado anteriormente, os métodos de procura podem não ser eficientes quando $Q_{\hat{n}}$ se apresenta bastante correlacionada, o que é comum no posicionamento NAVSTAR-GPS com intervalos de aquisição de poucos segundos, dificultando a solução rápida. Para reverter essa situação, o método LAMBDA aplica uma transformação no espaço das ambigüidades originais, cujo objetivo é decorrelacionar $Q_{\hat{n}}$. As ambigüidades transformadas e sua MVC podem ser escritas, respectivamente, como (de Jonge & Tiberius, 1996):

$$\hat{n}_Z = Z^T \hat{n} \text{ e } Q_{\hat{n}_Z} = Z^T Q_{\hat{n}} Z \quad (23)$$

onde Z^T é a matriz de transformação.

A matriz Z deve atender duas condições: os elementos que a compõem e sua inversa devem ser números inteiros e deve ser garantido que a transformação preserve o volume do hiper-elipsóide do espaço de procura (Teunissen, 1998b). Ao invés de aplicar a matriz Z inteira, pode-se aplicar uma seqüência de transformações de Gauss 2-d, dada por (de Jonge & Tiberius, 1996):

$$\text{Gauss} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \alpha & 1 \end{bmatrix} \quad (24)$$

Para obter total decorrelação, o valor de α deve ser igual à $l_{i+1,i}$. Porém, geralmente isso não resulta numa matriz composta por números inteiros. Então, utiliza-se $[l_{i+1,i}]$, onde $[\cdot]$ retorna o inteiro mais próximo. Essa transformação resulta num conjunto de ambigüidades com menor correlação e com menor desvio-padrão (de Jonge & Tiberius, 1996).

A solução das ambigüidades no novo espaço é calculada através do MMQ seqüencial condicionado e a equação (16) pode ser substituída por:

$$(\hat{n}_Z - n_Z)^T Q_{\hat{n}_Z}^{-1} (\hat{n}_Z - n_Z) = \min \quad (25)$$

Por fim, após a procura, quando a solução é calculada, a transformação inversa é aplicada, a qual converterá o resultado para o espaço original.

Validação da solução da ambigüidade

A validação da solução da ambigüidade pode ser dividida em duas etapas: o teste de aceitação e o teste de discriminação. O teste de aceitação visa verificar a compatibilidade entre cada vetor que satisfaz as bordas do espaço de procura com as observações GPS, sendo dado por (Teunissen, 1998b):

$$(\hat{n} - \hat{n})^T Q_{\hat{n}}^{-1} (\hat{n} - \hat{n}) / amb \sigma_0^2 < F_{\alpha}(amb, \infty) \quad (26)$$

onde:

- \hat{n} - vetor das ambigüidades estimadas (inteiras - *fixed*);
- σ_0^2 - unidade de variância das ambigüidades a priori;
- $F_{\alpha}(amb, \infty)$ - valor da distribuição F, a um nível de significância α , com grau de liberdade do numerador igual a amb e, do denominador igual a ∞ .

O teste de discriminação consiste em verificar o quanto o vetor das ambigüidades (\hat{n}_1) que produz a menor unidade de variância *a posteriori* é diferente do vetor (\hat{n}_2) que produz a segunda menor. Um dos testes de discriminação mais conhecido e utilizado é o teste *ratio*, o qual consiste na razão entre a unidade de variância *a posteriori* de \hat{n}_2 e \hat{n}_1 , ou seja (Teunissen, 1998b):

$$\Omega_2 / \Omega_1 > e_r \quad (27)$$

onde:

- Ω_2 e Ω_1 representam a forma quadrática, (Eq. 16), para \hat{n}_2 e \hat{n}_1 , respectivamente;
- e_r é um valor crítico ($e_r > 1$) que pode ser definido empiricamente.

Embora alguns autores assumam que o teste da equação (27) tenha distribuição F, isso não representa a realidade, pois Ω_1 e Ω_2 não são estatisticamente independentes (Teunissen, 1998b).

Outro teste de discriminação proposto é dado pela diferença entre Ω_1 e Ω_2 , o qual é dado por (Tiberius & de Jonge, 1995):

$$\Delta\Omega = \Omega_2 - \Omega_1 > e_{\Delta} \quad (28)$$

onde:

- e_{Δ} é o valor crítico, determinado empiricamente.

Está implícito no teste da equação (28) que a discriminação entre as ambigüidades é assumida suficiente quando a distância entre \hat{n}_2 e \hat{n} for suficientemente maior que a distância entre \hat{n}_1 e \hat{n} . Testes preliminares mostraram que o valor de e_{Δ}

pode ser 15, com sete satélites sendo rastreados (Tiberius & de Jonge, 1995).

O SOFTWARE GPSEQ

O GPSeq é um software para processamento de dados oriundos de posicionamento relativo de linhas de base curtas com o NAVSTAR-GPS. Inicialmente o software utilizava o método sequencial para solucionar as ambigüidades, atendendo apenas aplicações estáticas (Monico, 1992). Posteriormente, foi modificado, incluindo a solução rápida das ambigüidades das DD utilizando o método LAMBDA (Machado, 1998). Numa recente contribuição, uma estratégia de processamento que permite a utilização do GPSeq para processamento de dados coletados através de posicionamento cinemático e estático foi implementada. O controle de qualidade das estimativas do ajustamento recursivo, solução *float*, pelo processo DIA também foi implementado (Machado, 2001).

O software processa dados da portadora L1 (fase e código) no formato RINEX 2. A solução *float* é estimada através do ajustamento pelo MMQ recursivo. A estratégia adotada para solução das ambigüidades foi a utilização da solução *float* da última época como entrada para o LAMBDA. Após solucionar as ambigüidades, o processo retorna ao início. Nessa etapa do processamento, as ambigüidades são introduzidas como constantes no modelo matemático funcional, restando apenas os três parâmetros referentes às componentes da linha de base. Neste caso, o modelo dado pela equação (5) é substituído por:

$$l_{DD} - Nn = Bb + v_{DD} \quad (29)$$

Com esse procedimento, a probabilidade de solucionar as ambigüidades corretamente aumenta e, por conseqüência, as coordenadas de todos os pontos do percurso rastreado podem ser estimadas com alta precisão, inclusive os do início do levantamento.

EXPERIMENTOS: COLETA DE DADOS, PROCESSAMENTO E ANÁLISE

Foram realizados dois experimentos para investigar a solução das ambigüidades no posicionamento relativo cinemático com o software GPSeq, que faz uso do método LAMBDA para a solução rápida das ambigüidades. Para permitir uma verifica-

ção dos resultados provenientes da implementação realizada no software GPSeq, estes foram comparados com os resultados do software Reliance Processor, versão 3.13, da Ashtech, desenvolvido pela Magellan Corporation. Este último foi utilizado na comparação por se tratar do software que acompanha o receptor utilizado nos levantamentos.

Os levantamentos foram realizados na cidade de Presidente Prudente, que está localizada na região oeste do Estado de São Paulo. Na execução dos levantamentos foram utilizados os receptores GPS ZXII e Reliance, da Ashtech, os quais armazenam dados de dupla e simples frequência, respectivamente. Dois levantamentos foram realizados, cuja máscara de elevação foi de 15° para o receptor móvel Reliance e 10° para o receptor base ZXII. Utilizou-se intervalo de coleta de 1 segundo.

O primeiro levantamento foi realizado no dia 30 abril de 2000, o qual teve duração de 70 minutos. O receptor móvel foi instalado em um veículo que se deslocou com velocidade média de aproximadamente 7,0 m/s. Nesse caso, o comprimento da linha de base variou de 3,0 km a aproximadamente 6,0 km. Para possibilitar uma análise sobre a influência do comprimento da linha de base na solução das ambigüidades, esse levantamento foi dividido em quatro linhas de base. Os dados do segundo levantamento foram coletados no dia 09 de maio de 2001 e sua duração foi de 45 minutos. A velocidade média do deslocamento do receptor móvel foi de 0,8 m/s. Este levantamento foi dividido em dois, cujo comprimento das linhas de base variou de 79,0 m a 123,0 m, em média. O número de satélites rastreados e o comprimento das linhas de base processadas para ambos os dias podem ser vistos na figura 1, onde as linhas de base 1 e 2 se referem ao segundo levantamento e as demais, do primeiro.

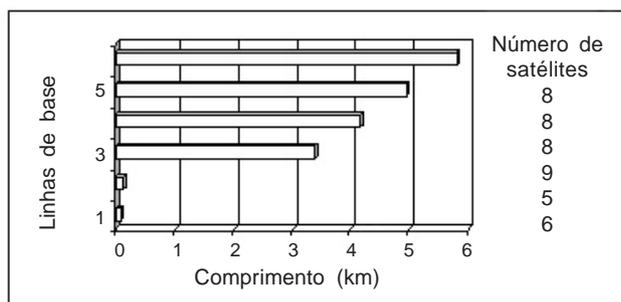


Figura 1 - Número de satélites e comprimento médio das linhas de base.

Como pode ser visto na figura 1, os levantamentos foram realizados com número de satélites

que variou de 5 a 9, o que deve proporcionar uma boa geometria. Além disso, as linhas de base processadas são todas curtas, pois não ultrapassam de 6,0 km. Espera-se que os efeitos sistemáticos sejam quase que totalmente eliminados no processo de diferenciação das observáveis.

Analisou-se, também, o número mínimo de épocas de coleta necessário para o software GPSeq solucionar as ambigüidades corretamente. Para tal, utilizou-se os dados de todas as épocas para estimar o vetor das ambigüidades assumido como correto. Em seguida, processou-se os dados novamente e verificou-se a época em que a solução correta ocorreu. A figura 2 mostra o intervalo de tempo mínimo de coleta de dados para o GPSeq solucionar as ambigüidades das linhas de base processadas.

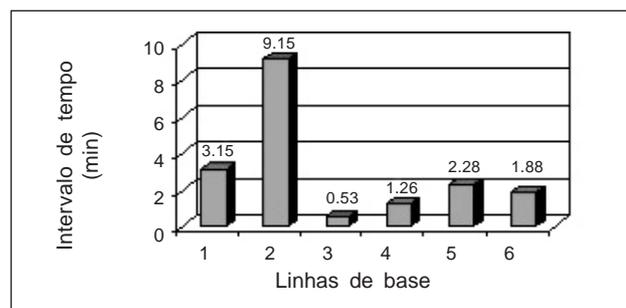


Figura 2 - Intervalos de tempo para solução das ambigüidades.

Como pode ser visto na figura 2, o software GPSeq solucionou as ambigüidades num intervalo de tempo consideravelmente pequeno, variando de aproximadamente 0,5 minuto a 9,2 minutos, no melhor e no pior caso, respectivamente. O menor intervalo de tempo para solucionar as ambigüidades ocorreu na linha de base 3. Isto pode ser explicado por ela ter sido levantada num período em que 9 satélites estavam sendo rastreados. Verifica-se, também, que as linhas de base 1 e 2 necessitaram de maior quantidade de dados para solucionar as ambigüidades, mesmo sendo as linhas de base com menores comprimentos. Isto pode ter ocorrido devido ao número de satélites rastreados ser menor do que das outras linhas de base processadas, mostrando a importância de se ter redundância de observações para solucionar as ambigüidades.

No que diz respeito à solução das ambigüidades, é conveniente analisar o ADOP, pois seu valor possibilita verificar com qual precisão a geometria dos satélites permite que o vetor das ambigüidades seja estimado. A figura 3 mostra os valores do ADOP no processamento das linhas de base processadas no instante em que as DD de ambigüidades foram solucionadas.

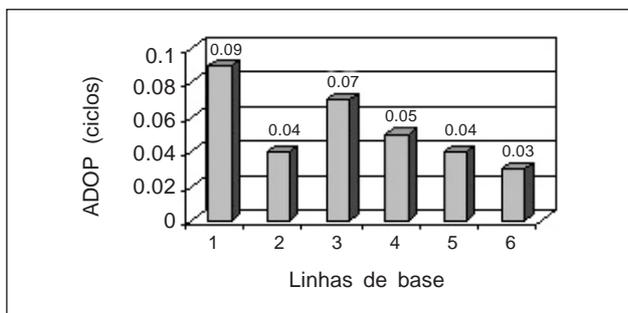


Figura 3 - ADOP.

Os resultados apresentados na figura 3 mostram que os valores de ADOP variam de 0,03 a 0,09, o que representa boas condições para se solucionar as ambigüidades. Verifica-se, também, que o valor do ADOP está relacionado com o número de satélites observados e o intervalo de duração do rastreo. Os piores resultados são referentes às linhas de base 1 e 3. No caso da linha de base 1, a geometria dos satélites é menos favorável, como citado anteriormente. No caso da linha de base 3, o valor mais alto para o ADOP está relacionado com o pequeno intervalo de duração do rastreo.

Como esses dados foram coletados no início de 2001, período em que a atmosfera apresentou alta atividade ionosférica, devido ao período de máxima atividade solar do ciclo número 23, decidiu-se verificar a qualidade das observações através da estatística GOM, a qual pode ser vista na figura 4.

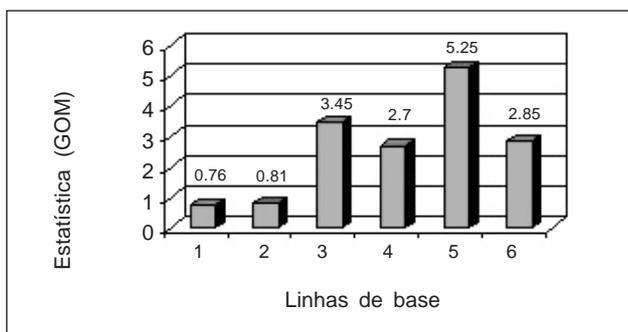


Figura 4 - Estatística GOM.

Verifica-se, a partir da figura 4, que a estatística GOM das linhas de base 1 e 2 são as menores, mostrando que os efeitos sistemáticos foram suficientemente minimizados pelo processo de diferenciação. Ressalta-se, também, que este levantamento foi realizado num campo aberto, com pouca probabilidade de ocorrer multicaminho. As linhas de base de 3 a 6 apresentaram os maiores valores para a estatística GOM. Isto está associado aos comprimentos destas linhas de base, que são, significativamente, maiores do que os das linhas de base 1 e

2. Por isto, os efeitos atmosféricos não são minimizados com a mesma eficiência, resultando numa observação mais afetada por tais efeitos. Além disso, ressalta-se que o meio onde este último levantamento foi realizado é mais propenso a multicaminho, pois ocorreu numa via pública, com tráfego de outros veículos.

No que diz respeito à qualidade das coordenadas, calculou-se as diferenças entre as coordenadas calculadas pelos softwares Reliance e GPSeq no instante da solução das ambigüidades (Fig. 2). As diferenças máximas e mínimas das coordenadas, bem como o Erro Médio Quadrático (EMQ) das diferenças podem ser vistas na figura 5.

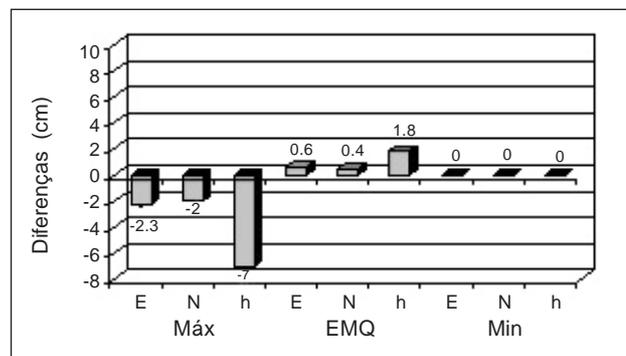


Figura 5 - Diferenças das coordenadas GPSeq x Reliance.

Observa-se que a maior discrepância ocorreu na coordenada h, com -7,0 cm. Nas coordenadas horizontais E e N foram de -2,3 cm e -2,0 cm, respectivamente. Isto mostra que, nos piores casos, a discrepância entre as soluções é da ordem centimétrica. Percebe-se, através do EMQ, que a solução proporcionada pelo GPSeq está compatível com a solução do Reliance no nível de aproximadamente 2,0cm. Nos melhores casos, não houve discrepância em nenhuma das coordenadas.

Embora nenhum controle de qualidade estatístico para a solução das ambigüidades tenha sido efetivamente implementado no software GPSeq, um estudo inicial foi realizado acerca do teste *ratio* no processamento dos dados coletados. A figura 6 apresenta os valores da estatística *ratio* para as linhas de base processadas no momento em que as ambigüidades foram solucionadas. A figura 7 apresenta o comportamento temporal da estatística *ratio*. No processamento das linhas de base 1 e 2 considerou-se dados de 750 épocas, com taxa de coleta de 1 s, pois tais linhas de base necessitaram de maior quantidade de dados para solucionar as ambigüidades. Para as demais linhas de base, processaram-se dados de 400 épocas.

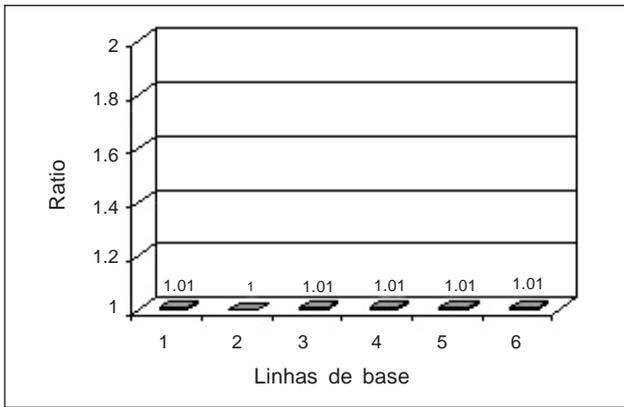


Figura 6 - Estatística ratio.

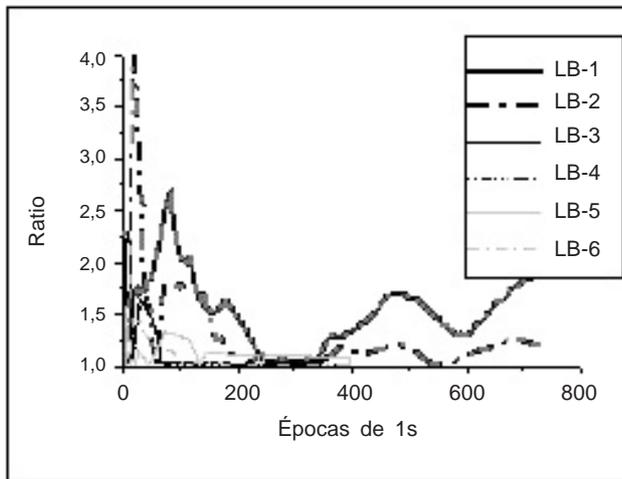


Figura 7 - Comportamento temporal da estatística ratio.

Muito embora as ambigüidades tenham sido solucionadas corretamente, verifica-se, a partir da figura 6, que o valor da estatística *ratio* das linhas de base processadas é muito próximo de 1,0, o que tem como conseqüência a rejeição do teste de discriminação entre o vetor que proporcionou a menor e a segunda menor unidade de peso *a posteriori*.

A partir da figura 7, observa-se que o comportamento da estatística *ratio* para as linhas de base 1 e 2 é melhor do que para as linhas de base restantes, muito embora presente, em algumas épocas, pontos de mínimo que quase tocam o eixo X do gráfico. Além disso, o comportamento do *ratio* para as linhas de base 1 e 2 apresenta uma curva ascendente após a época 600, mostrando que a quantidade de dados processados, neste caso, pode trazer segurança estatística no momento de se aceitar a solução. O comportamento dessa quantidade para as demais linhas de base não apresentou resultados satisfatórios. Isso pode estar relacionado com a qualidade das observações, pois essas linhas de base apresentaram o valor da estatística GOM maiores do que as linhas de base 1 e 2.

Analisou-se, em paralelo à estatística *ratio*, o valor da diferença entre a forma quadrática do vetor dos resíduos que proporcionou a melhor unidade de peso *a posteriori* e a do vetor que proporcionou a segunda melhor, denominado, neste trabalho, de DW. Os valores de DW, no momento em que a solução das ambigüidades ocorreu, e seus comportamentos podem ser vistos nas figuras 8 e 9, respectivamente.

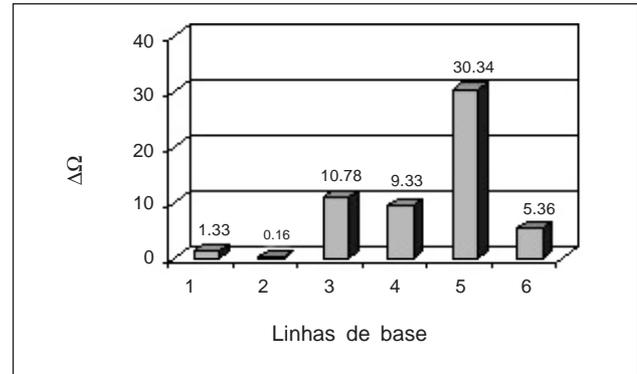


Figura 8 - Estatística delta-omega.

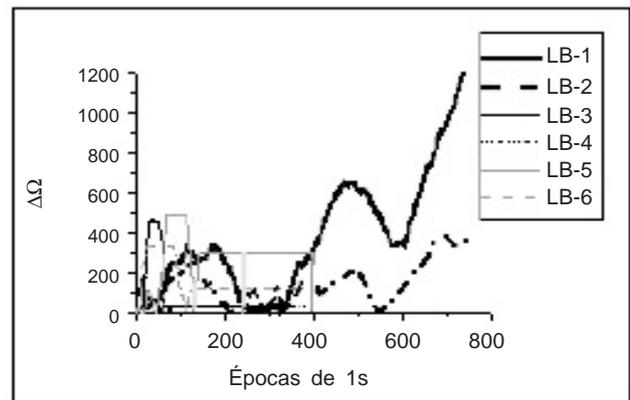


Figura 9 - Comportamento temporal da estatística delta-omega.

A partir da figura 8, verifica-se que, salvo a linha de base 5, os valores de $\Delta\Omega$ são pequenos, o que, teoricamente, significa que não há indícios estatísticos para aceitar o teste de discriminação dos vetores das ambigüidades.

Observa-se, a partir da figura 9, que o comportamento da estatística $\Delta\Omega$ é similar à da *ratio*. No entanto, o seu valor é aceitável após a época 100, na maioria dos casos. Para as linhas de base 1 e 2, o seu comportamento se apresentou parecido com o comportamento da *ratio*.

COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES

No presente trabalho, mostrou-se o conceito de solução das ambigüidades, do ADOP e do posicionamento relativo cinemático, bem como os

resultados dos softwares GPSeq e Reliance, no processamento de dados coletados em linhas de base curtas. No software GPSeq, o controle de qualidade da solução *float* está sendo realizado pelo processo DIA, cuja teoria também foi apresentada.

No que diz respeito à quantidade de dados necessária para solucionar as ambigüidades, conclui-se que o software GPSeq é capaz de solucionar as ambigüidades corretamente em intervalos de tempo pequenos, variando de 0,53 a 9,15 minutos, para o melhor e o pior caso, respectivamente. Além disso, verifica-se que no processamento de dados coletados em linhas de base curtas a quantidade de satélites exerce um papel fundamental no êxito de se solucionar as ambigüidades em curtos intervalos de tempo. Quanto à qualidade das coordenadas, os experimentos realizados mostram que a solução adotada pelo software GPSeq apresenta-se compatível na ordem de centímetros com o software Reliance (Fig. 5).

Com relação ao controle de qualidade da solução das ambigüidades, verificou-se que os testes de discriminação das ambigüidades *ratio* e DW não apresentaram resultados satisfatórios para as condições de limite mínimo de tempo de rastreamento para as linhas de base processadas. A partir da análise dos comportamentos temporais destas estatísticas, verifica-se que, para o processamento de dados coletados a partir de posicionamento relativo cinemático, essas estatísticas não apresentaram, na maioria dos casos, bons resultados com o aumento da quantidade de dados. Ressalta-se que é importante que a solução da ambigüidade esteja baseada em elementos estatísticos.

Agradecimentos - Os autores gostariam de externar os mais sinceros agradecimentos a todos que contribuíram na realização deste trabalho, em especial à CAPES, pelo apoio financeiro no desenvolvimento do projeto de mestrado do primeiro autor, à FAPESP, por possibilitar a aquisição dos receptores GPS através do financiamento do projeto Jovem Pesquisador para o segundo autor - FAPESP (1995/08775-1), ao professor Paulo de Oliveira Camargo e aos amigos Eugênio Ferreira Taira, Rodrigo Dainez, Rodrigo Bezerra e Jardel Aparecido Fazan.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Camargo, P. O. 1992. **Controle de qualidade aplicada ao Filtro de Kalman**. 94 p. Dissertação de Mestrado em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná.
- de Jonge, P.; Tiberius, C. C. J. M. 1996. **The LAMBDA method for integer ambiguity estimation: implementation aspects**, T.U. Delft - internal report, Delft.
- Langley, R. B. 1998. RTK GPS, **GPS World**, 9 (9): 70-76.
- Machado, W. C. 1998. **Solução rápida das ambigüidades GPS para posicionamento estático de bases curtas**. Relatório de iniciação científica apresentado à FAPESP (processo 97/02298-2).
- Machado, W. C. 2001. **Solução rápida das ambigüidades GPS para aplicações no posicionamento relativo de linhas de base curtas**. 128 p. Dissertação de Mestrado em Ciências Cartográficas, Unesp Campus de Presidente Prudente.
- Monico, J. F. G. 1992. **Double Difference Ambiguity Resolution**, T.U. Delft - internal report, Delft.
- Monico, J. F. G. 1996. Métodos para solução da ambigüidade: primeiras experiências na Unesp de Presidente Prudente In: GIS BRASIL 96, 1996, Curitiba., PR. **Anais...**, Curitiba, p. 465-474.
- Monico, J. F. G. 2000. **Posicionamento pelo NAVSTAR-GPS: Descrição, Fundamentos e Aplicações**. São Paulo, Unesp, p 287.
- Seeber G. 1993. **Satellite Geodesy: foundations, methods and applications**. New York, Walter de Gruyter, 356p.
- Teunissen, P. J. G. 1993. Least-squares estimation of the integer GPS ambiguities. In: IAG GENERAL MEETING, 1993, Beijing. **Proceedings of IAG General Meeting - Invited lecture, Section IV: Theory and Methodology**, Beijing, China, 16 p.
- Teunissen, P. J. G. 1995. The least-squares ambiguity decorrelation adjustment: a method for fast GPS integer ambiguity estimation, **Journal of Geodesy**, 70 (1/2): 65-82.
- Teunissen, P. J. G. 1998a. Quality Control and GPS. In: Teunissen, P.J.G.; Kleusberg, A. (eds) **GPS for Geodesy**. 2.ed. Springer Verlag, p. 271-318.
- Teunissen, P. J. G. 1998b. GPS carrier phase ambiguity fixing concepts. In: Teunissen, P.J.G. e Kleusberg, A. **GPS for Geodesy**. 2.ed.: Springer Verlag, p. 319-388.
- Tiberius, C. C. J. M. **Recursive data processing for Kinematic GPS surveying**, Delft, 1998, 248 p. Tese (PhD) Delft University of Technology.
- Tiberius, C. C. J. M.; de Jonge, P. J. 1995. Fast positioning using LAMBDA-Method, In: 4th INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON DIFFERENTIAL SATELITE NAVIGATION SYSTEMS, 1995, Bergen, Noruega. **Proceedings...**, Bergen, Noruega, 30: 8p.
- Tiberius, C. C. J. M.; Teunissen, P. J. G.; de Jonge, P. J. 1997. Kinematic GPS: Performance and quality control, In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON KINEMATIC SYSTEMS IN GEODESY, GEOMATICS AND NAVIGATION, 1997, Banff, Canadá. **Proceedings...**, Banff, Canadá, p. 289-299.