

# Dimensionamento de redes prediais de água sob vazões reais

**Aron Lopes Petrucci**

Universidade Estadual de Londrina, Londrina, PR  
aron@uel.br

**Orestes Marraccini Gonçalves**

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP  
orestes@tesis.com.br

Recebido em 04/03/2002; aceito em 09/07/2002

## Resumo

A maior parte dos métodos de cálculo utilizados para dimensionamento de redes prediais de distribuição de água não permite avaliar as vazões e pressões reais presentes em cada seção da tubulação. Pelo uso dessas técnicas podemos verificar somente se, para uma dada vazão, tomada como “máxima”, a pressão dinâmica avaliada em determinado ponto satisfaz determinada referência. Assim, não é possível estabelecer com boa precisão como a operação de determinado aparelho influencia outro. Este artigo apresenta um modelo de cálculo para redes ramificadas de distribuição de água em edifícios, sob regime permanente de escoamento, que permite determinar pressões e vazões reais presentes em cada ponto, para uma dada configuração de utilização. Para tal, inicialmente determina-se cada lei hidráulica, de cada componente e aparelho, seguindo-se a determinação das relações mútuas entre tais componentes. Utilizando-se um algoritmo numérico apropriado, determina-se o conjunto de vazões e pressões que satisfaçam simultaneamente tais leis e relações. São também apresentadas considerações sobre uma mudança do modelo de cálculo utilizado em sistemas prediais de distribuição de água, do enfoque tradicional (que determina a maior vazão provável) para um novo enfoque, onde deve-se determinar a probabilidade de ocorrência de determinada configuração de acionamento.

*Palavras-chave:* sistemas prediais; vazões reais; redes de distribuição; redes de água

## Abstract

Most of the calculation techniques used for sizing building water piping systems does not assess the real flow and pressure that exist in each section of the pipe. When using such techniques, we can only verify the dynamic pressure agreement with given references for a given maximum flow rate. Therefore it is not possible to precisely determine how the operation of an appliance can influence another. This paper proposes a model for calculating the water consumption in buildings with open piping networks, under steady flow, which allows the real flow rate and pressure present in each point to be determined for any given use configuration. Every hydraulic law is determined for each component, as well as for each appliance attached to the piping. By using a numerical algorithm it is possible to determine flow rate and pressure values that satisfy all internal laws. This paper also presents considerations about a possible change of the paradigm used in building water systems sizing, from the traditional approach (that determines the maximum probable flow rate), to one in which the probability of occurrence of a given use configuration must be determined.

*Keywords:* water piping systems; real flow; water distribution pipes; system simulation

## Introdução

A maior parte das técnicas utilizadas no dimensionamento de sistemas prediais de distribuição de água não permite a determinação das vazões ou pressões que efetivamente venham a se apresentar em cada seção ou ponto de interesse no sistema, permitindo somente verificar, se para uma dada vazão

máxima provável as pressões dinâmicas e velocidades presentes satisfazem a critérios de desempenho tidos como mínimos ou aceitáveis.

Tais técnicas têm se mostrado adequadas para o dimensionamento da tubulação, mas se apresentam inadequadas para a avaliação de fenômenos mais complexos como, por exemplo, a interação verificada entre os aparelhos, assim como quantificar, com

maior precisão, a influência das características pressão x vazão de cada aparelho no processo de dimensionamento.

Como instrumental para uma análise mais precisa, propõe-se que, pela utilização de um modelo de cálculo de redes de água fria para edifícios, sob vazões reais, é possível passar o estudo de probabilidades efetuado sobre vazões a um nível superior, ou seja, passando-se a estudar o comportamento do usuário, sob enfoque probabilístico, no sentido de determinar o momento e intensidade de acionamento de cada aparelho.

Dessa forma, pode-se obter uma separação maior entre o estudo hidráulico dos sistemas de distribuição de água em edifícios e o comportamento de seus usuários, permitindo assim uma visão mais clara para o estudo da interação entre os usuários e o sistema.

## Revedo paradigmas

De forma não excludente quanto a outros aspectos, mas com forte ênfase no dimensionamento das partes constituintes, os projetos de sistemas hidráulicos prediais, em sua evolução histórica, podem ser agrupados sob 4 fases:

- (a) aplicação de evidências empíricas;
- (b) modelos probabilísticos fechados;
- (c) modelos probabilísticos abertos;
- (d) modelos de simulação.

Esses 4 grupos não têm, entre si, fronteiras estanques, mas se mostram úteis para a caracterização principal de diversos modelos.

## Aplicação de evidências empíricas

Ao observar o comportamento de fenômenos aplicáveis a projetos de Engenharia no mundo real, sejam esses frutos da Natureza ou do engenho humano, é possível verificar o que não funciona, o que funciona e como funciona. Esse critério milenar de aceitação liga-se, desde os primórdios, aos critérios de desempenho e necessidades de usuários, mesmo que, à época, de forma inconsciente ou não sistematizada.

A partir dessas observações, os sistemas são criados de forma a replicar ou extrapolar as condições que foram observadas nos modelos de desempenho satisfatório.

Mesmo sendo adequada, no que se refere à previsibilidade de resultados, quando se utiliza a simples replicação de sistemas já conhecidos e “aprovados”, essa técnica de abordagem traz

dificuldades quando se deve extrapolar conclusões para sistemas muito diferentes daqueles já conhecidos.

Até os dias atuais, essa é uma técnica muito utilizada nos sistemas hidráulicos prediais para a construção de pequenas edificações, edificações provisórias e similares, apresentando bons resultados quando as exigências de desempenho e custos do sistema são bastante modestas.

## Modelos de cálculo probabilísticos fechados<sup>1</sup> e abertos

Inicialmente, deve-se observar que os modelos de cálculo para sistemas de distribuição de água em edificações pertencem a dois grandes grupos de trabalhos científicos:

- (a) aqueles de cunho físico;
- (b) aqueles ligados às determinações das necessidades dos usuários.

Os primeiros, quando pertencentes ao âmbito da Mecânica dos Fluidos e da Hidráulica, visam descrever as características do escoamento nos tubos. Se pertencentes à Economia, descrevem custos, juros, taxas de retorno e similares. E assim sucessivamente.

Já o segundo grupo de trabalhos busca respostas no sentido de, dado um conjunto de usuários, aparelhos, ou outros parâmetros representativos, fornecer os parâmetros físicos necessários para que se possa, a partir destes, utilizando as leis físicas disponíveis, dimensionar os componentes dos sistemas hidráulicos prediais de forma a satisfazê-los.

Dadas a importância e a dificuldade desse segundo problema, muitos pesquisadores, especialmente no século XX, se ocuparam do mesmo através de métodos empíricos ou probabilísticos, sempre ligados, de fato, à resposta da pergunta: “*quais as vazões máximas prováveis em cada trecho da tubulação?*”.

Um resumo conciso, mas esclarecedor, dos principais métodos para tal finalidade, pode ser encontrado em Graça e Gonçalves (1987).

Os trabalhos nesse sentido podem, de uma maneira genérica, ser classificados em dois grandes grupos: modelos fechados e modelos abertos.

### Modelos fechados

Os primeiros modelos visando a busca de tal resposta surgem no início do século XX, por pesquisadores como Timmis (1922), Dawson e Kalinske (1932) ou ainda, mais tarde, Hunter (1940) ou Gallizio (1944),

<sup>1</sup> No presente trabalho utiliza-se o termo “modelo fechado” em contraposição aos “modelos abertos”, mesmo que não tenham sido assim definidos por seus mentores.

assim como diversos outros métodos apresentados por pesquisadores e textos normativos, conforme Graça e Gonçalves (1987).

Ainda segundo a mesma fonte bibliográfica, em que pese existirem diversos métodos para tal abordagem, “não há, no entanto, o consenso com relação a uma metodologia geral que possa atender de forma satisfatória às necessidades dos projetistas de instalações hidráulicas prediais”.

A seguir, em Graça e Gonçalves (1987), se pondera sobre a fragilidade desses modelos teóricos, ou ainda, a insuficiência de dados de campo para que os mesmos possam operar de forma satisfatória; além do fato de que esses modelos não contemplam as especificidades relativas ao tipo de ocupação, à disponibilidade e característica dos equipamentos sanitários, a diferenças climáticas e culturais, assim como diversas outras características específicas de um determinado sistema, grupo de usuários ou ambiente.

Nesse grupo de modelos, aqui denominados “fechados”, se incluem aqueles que, mesmo tendo alguns parâmetros variáveis, utilizam ao menos um destes de forma fixa, implícita e muitas vezes de tal forma encadeado no modelo que não há como alterá-lo, a não ser pela reconstrução do método.

Um exemplo típico desse grupo de métodos é aquele apresentado na NBR 5626/98 (ABNT, 1998), que trata de forma idêntica cada aparelho, seja o mesmo equipado com qualquer tipo de metal sanitário ou ligado a qualquer ponto do sistema de distribuição, independente da disponibilidade física, temporal ou espacial do mesmo, assim como da pressão dinâmica ali disponível.

### **Modelos abertos**

Os modelos abertos, surgidos principalmente durante as últimas décadas, têm como característica principal o fato de permitirem a caracterização do comportamento do sistema, sendo um modelo de caráter geral, no que diz respeito ao relacionamento das variáveis intervenientes, mantendo, no entanto, especificidades que permitam representar as características particulares de cada situação de projeto (GONÇALVES, 1986).

Esses modelos permitem que se contemple, à medida do necessário, características como: tipo de edificação, tipo de aparelho, hábitos de usuários e outras características, geralmente de forma condensada em variáveis independentes como: tempo de duração de acionamento, intervalo entre acionamentos, vazão característica dos aparelhos, número de acionamentos em período de pico e outras.

### **Modelos de simulação**

Os modelos acima apresentados, mesmo os mais elaborados, permitem a determinação de vazões máximas prováveis nos trechos das tubulações e seu consequente dimensionamento a essas, através do conhecimento de Hidráulica disponível.

No entanto, se essa técnica segue seu curso tal como proposto, não há como “afinar” as determinações obtidas, pois não há maneira econômica e viável de monitorar a operação do sistema, não havendo ainda como aplicar àquele sistema especificamente, o resultado desse monitoramento.

Mesmo no caso, bastante raro, em que se poderia ter outros edifícios absolutamente idênticos, não há maneira prática e econômica de instrumentar o primeiro edifício, que serviria de protótipo, a fim de detectar problemas de sub-dimensionamento ou superdimensionamento; ainda que isso fosse feito, não seria viável a alteração de trecho ou conjunto de aparelhos dado como problemático, e a realização de novas medições para a avaliação do resultado, voltando-se ao anterior, caso não houvesse nenhum tipo de ganho.

Tendo, sob hipótese bastante improvável, todo esse procedimento como possível, um levantamento de medições com duração de um ano, tomaria, de fato, um ano, tornando o tempo de resposta muito longo.

Diante do exposto, como um aperfeiçoamento das técnicas tradicionais de projeto de sistemas de distribuição de água em edifícios, propõe-se que, após os passos de projeto acima apontados, o sistema seja “construído” em ambiente de simulação computacional e exposto à “utilização”, tendo todos os parâmetros de interesse determinados, registrados e avaliados, permitindo ajustes finos no dimensionamento, em sucessivas reconstruções e avaliações, até que se tenha um resultado satisfatório.

Nesta abordagem, através de simulação computacional, o sistema é montado e posto em operação, criando-se registros sobre cada parâmetro desejado, que, posteriormente, podem ser comparados a padrões de desempenho, de satisfação ou insatisfação. Pode-se, ainda, proceder tais registros por tempos de utilização simulados bastante longos, uma vez que, no ambiente de simulação, é possível acelerar o passar do tempo. É necessário um conhecimento tão apurado quanto possível sobre dois comportamentos básicos: o do sistema e o do usuário. Além disto, merece especial atenção a maneira segundo a qual ocorre a influência mútua entre eles.

Para que tal processo de simulação se viabilize, como apresentado em Petrucci (2001), são necessários dois elementos básicos:

- (a) uma técnica que permita estabelecer, a cada instante, como o usuário aciona cada aparelho;
- (b) uma técnica que permita determinar o estado hidráulico (vazões e pressões) da rede de distribuição, conforme determinada configuração de acionamento.

O presente trabalho, portanto, ocupa-se de apresentar uma técnica adequada ao segundo objetivo, através da avaliação da rede de distribuição de água sob vazões reais.

## Componentes dos sistemas prediais de distribuição de água

Para o presente trabalho, receberá o tratamento de componente todo aquele subsistema tomado com características, leis físicas e regras de interação com outros de mesmo nível, conhecidas. Esse conceito, na grande maioria das vezes, deverá coincidir com as unidades padronizadas ou comerciais disponíveis.

Para caracterizar um determinado componente é necessária a descrição sistematizada de regras ou leis que permitam determinar o comportamento do mesmo, a partir de solicitações ou “estímulos” desencadeados por alterações físicas em si mesmos, por outros componentes, por partes do sistema em que se inserem, ou por ações do meio ambiente.

A caracterização de cada componente pode ser feita através de uma ficha (ou registro em banco de dados) que contenha, para o mesmo, todas as características que lhe sejam pertinentes, para a análise em curso.

Como exemplo de caracterização de componente tomamos o tubo de PVC soldável, com algumas propriedades apresentadas na tabela 1.

Característica	“Valor”
Discriminação	Tubo de PVC soldável DN25
Comprimento	L [m]
Nível das extremidades	Za; Zb [m]
Di - entrada #1	21,6 [mm] – NBR 5648 (ABNT, 1977)
Di - saída #1	21,6 [mm] – NBR 5648 (ABNT, 1977)
Vazão	$Q_s = Q_e$
Perda de carga	$7,088 \times 10^8 \times Q^{1,75} \times L$ [Pa]; $Q$ : [m <sup>3</sup> /s]; L [m]

**Tabela 1** - Caracterização para tubos de PVC DN-25.

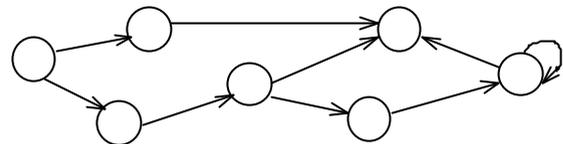
Pode-se observar, pela ficha acima, que a caracterização do componente não é necessariamente exaustiva e, de fato, nunca o será, mas deve trazer as propriedades relevantes à determinação das características desejadas para o sistema em que esse componente se insere.

## Sistemas

“Um sistema é um conjunto de partes que interagem entre si para funcionarem como um todo” (KAUFFMAN, 1980), portanto, para descrever um sistema, é necessário algum tipo de abstração que permita representar as partes e como ocorrem as interações entre essas partes. Uma abstração adequada é o conhecido “grafo”.

## Grafos

Os grafos são estruturas de dados que permitem modelar o mundo real (KINGSTON, 1995). Os grafos são representados de maneira pictográfica por uma série de “vértices” que representam os componentes e uma rede de “arestas” que representa as relações entre os componentes. Na figura 1 podemos ver a representação de um grafo.



**Figura 1** - Representação pictográfica de um grafo

A notação de conjunto apresentada nas equações 1.a e 1.b também é uma forma de representação do grafo apresentado na figura 1.

$$V = \{a, b, c, d, e, f, g, h\} \quad (1.a)$$

$$E = \{\langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, e \rangle, \langle c, d \rangle, \langle d, e \rangle, \langle d, f \rangle, \langle f, g \rangle, \langle g, g \rangle, \langle g, e \rangle\} \quad (1.b)$$

onde:

**V** – conjunto de vértices do grafo (componentes);

**E** – conjunto de arestas do grafo (relações).

Para a representação do sistema de distribuição de água em um edifício é necessário observar que, ao contrário do que poderia sugerir uma primeira visão, as “arestas” do grafo não representam tubos, tampouco as setas dos grafos orientados representam, necessariamente, o sentido de fluxo de alguma grandeza física, mas sim, representam relações e sentido de influência.

## Representação de sistemas prediais de distribuição de água através de grafos

Para a representação de um sistema através de um grafo é necessário o conhecimento de dois grupos de elementos:

- (a) os componentes que formarão o sistema, que constituirão os vértices do grafo;

(b) as relações entre esses componentes, que constituirão as arestas do mesmo.

Para uma determinada configuração, portanto, deve ser possível responder a duas perguntas:

(a) quais os componentes que se acham presentes? Essa resposta permite a construção do conjunto “V” apresentado na equação 1.a;

(b) para cada elemento “ $v_i$ ” de “V”, existe algum tipo de influência que o mesmo exerça sobre cada elemento “ $v_j$ ” de “V”? Essa resposta permite determinar o conjunto “E”.<sup>2</sup>

Segue-se um exemplo simples para auxílio à explanação dessa abordagem. A figura 2 apresenta um reservatório ligado a uma tubulação terminando em uma torneira. O conjunto conduz água.

Na figura 3 tem-se uma possível representação, em grafo, desse sistema.

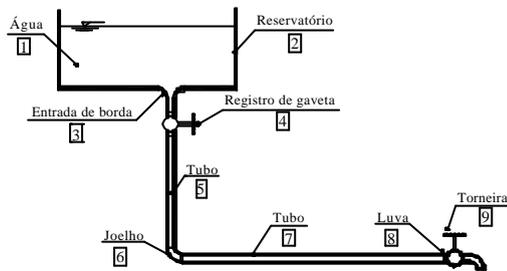


Figura 2 - Exemplo de um sistema predial de distribuição de água

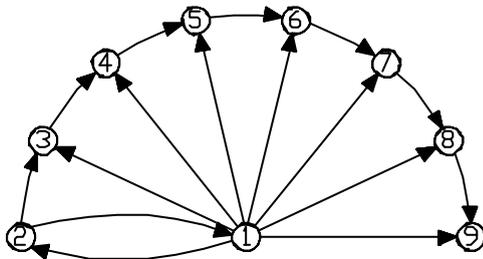


Figura 3 - Representação em grafo do sistema apresentado na figura 2

As relações constantes da figura 3 são as seguintes:

(a) 1-2 a 1-9 - as propriedades da água exercem influência sobre todos os componentes. Por exemplo, se a temperatura da água aumenta, a pressão máxima de trabalho para os tubos e conexões pode diminuir; se a água se encontra contaminada, pode contaminar o reservatório, etc.;

(b) 2-1 - a qualidade da água depende do estado sanitário do reservatório, ou seja, um reservatório contaminado pode fornecer contaminante à água;

(c) 2-3, 3-4, 4-5, 5-6, 6-7, 7-8, 8-9 - em cada uma dessas relações, da pressão e vazão de saída do primeiro elemento depende a pressão e vazão de entrada do segundo;

De fato, as arestas do grafo representado na figura 3 não correspondem a uma única relação, mas, por vezes, a “feixes” de relações, como está explícito, por exemplo, na análise da relação 1-2 e 2-1, onde o termo “contaminante” representa genericamente qualquer um, ou diversos, componentes presentes na água.

Outro aspecto relevante é o fato de determinarmos no grafo a existência de uma relação de influência somente quando esta nos pareça importante para o problema sob enfoque. A representação de um sistema predial de distribuição de água em um grafo visa, sobretudo, facilitar a resposta para as seguintes perguntas:

(a) ao se calcular o valor de uma determinada propriedade de um determinado componente, quais os outros componentes do sistema que exercem influência sobre o mesmo?

(b) Através de qual propriedade está sendo exercida essa influência, pelo componente que o faz?

É evidente que tal indagação deve gerar uma no sentido inverso, ou seja: a alteração de determinada propriedade de determinado componente pode provocar alteração em quais outras propriedades de quais outros componentes?

Essas duas características, explícitas em forma de perguntas, evidenciam a dinamicidade dos sistemas hidráulicos prediais que, diferentemente de alguns outros sistemas prediais, não encontram equilíbrio estático, ou seja, um estado final permanente. Além de representar os componentes já descritos por suas “leis internas”, o grafo deve poder representar a existência de relações entre componentes, e mais, deve ser possível explicitar a natureza dessas relações.

Mesmo em um sistema extremamente simples, como aquele apresentado na figura 2, não há clareza sobre quais propriedades presentes em determinado componente têm relação com seus pares e como ocorre tal relacionamento. Para a representação dessa relação, propõe-se aqui a seguinte sistemática:

(a) para que haja uma relação, cada componente deve ter ao menos uma propriedade que se relacione, em igualdade ou simetria, com ao menos uma de mesma natureza em outro componente;

(b) cada componente deve trazer em si toda a descrição de como suas propriedades se relacionam,

<sup>2</sup> De fato, para evitar um aumento de complexidade provocado por um conjunto “E” repleto de elementos de pouca importância, deve-se reformular a pergunta: para cada elemento “ $v_i$ ” de “V”, existe algum tipo de influência, digna de consideração, que o mesmo exerça sobre cada elemento “ $v_j$ ” de “V”?

ou seja, não há nenhuma lei física designada a nível de relação, mas somente de componente;

Com base nessas duas premissas, pode-se inferir que a relação se torna uma simples declaração de igualdade ou simetria ( $x_1=x_2$  ou  $x_1=-x_2$ ) entre propriedades relacionadas de componentes diversos. Como declarações de igualdade, essas relações podem ser sistematizadas como segue.

### Sistematização das relações

À medida que pares de componentes se correspondam, através de ao menos uma propriedade em igualdade, podemos, para cada relação, escrever um vetor correspondente ao conjunto de igualdades denotado como equação 2.

$$r_{ij} \equiv \cup \{ p_{ki} = p_{mj} \} \quad (2)$$

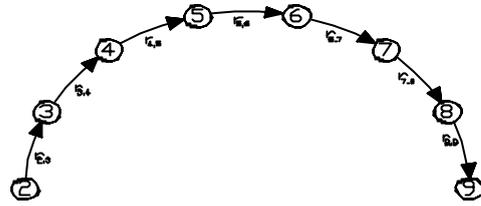
Nesta proposição, “ $r_{ij}$ ” corresponde à relação entre os componentes “ $i$ ” e “ $j$ ”, e é composta pelo conjunto formado por todas as igualdades entre uma determinada propriedade “ $k$ ” do componente “ $i$ ” e uma determinada propriedade “ $m$ ” do componente “ $j$ ”. Ao criarmos o conjunto de relações “ $R$ ” para todo o sistema como sendo a união de todos os conjuntos “ $r_{ij}$ ”, apresentado na equação 3, encontraremos várias situações onde o tradicional silogismo, apresentado na equação 4, concorre para a simplificação drástica do número de propriedades envolvidas.

$$R \equiv \bigcup_{i=1}^n \bigcup_{j=1}^n \{ r_{ij} \} \quad (3)$$

$$(A=B) \wedge (B=C) \therefore (A=C) \quad (4)$$

Essa simplificação tende a fazer com que todo o estado de um sistema, segundo as propriedades físicas buscadas, possa ser obtido através da determinação de algumas poucas propriedades, que devem ter valores capazes de atender, simultaneamente, às leis “internas” que regem os diversos componentes. A fim de esclarecer melhor esse ponto, toma-se como

exemplo o sistema apresentado na figura 2, cujo grafo para relações hidráulicas, de altura manométrica e vazão, pode ser visto na figura 4.



**Figura 4** - Grafo para relações hidráulicas do sistema apresentado na figura 2

As leis internas de cada componente para o sistema proposto podem ser descritas como apresentado na tabela 2.

Prossegue-se com a descrição das relações “ $r_{ij}$ ”, como se vê na tabela 3. A solução para a rede apresentada consiste, portanto, na solução simultânea das equações apresentadas nas tabelas 2 e 3.

Para esse caso, assim como para muitos outros casos práticos nos quais existe um grande número de igualdades, tanto de vazões, como de alturas manométricas, é vantajoso aplicar-se o silogismo expresso na equação 4, como se pode observar na tabela 4.

A construção da tabela 4 mostra que houve uma redução drástica do número de variáveis envolvidas, pela utilização de todas as relações de igualdade disponíveis. Por esse processo, podemos, portanto, dar essas equações como satisfeitas, restando encontrar solução que satisfaça àquelas que não correspondem a relações ou a leis internas de igualdade direta, o que é feito através da solução do sistema de equações apresentado como equação 5.

Por sucessiva substituição de linhas obtém-se a equação 6, cuja solução, para “ $x_i$ ”, pode ser bastante fácil, caso se adote uma fórmula empírica mais simples para a expressão das funções “ $\Delta H(Q)$ ”.

Componente Número	Tipo	Leis aplicáveis
2	reservatório	$H_{s2} = y$
3	saída de borda	$Q_{e3} = Q_{s3}$ ; $H_{s3} = H_{e3} - \Delta H(Q_{s3})$
4	válvula de gaveta	$Q_{e4} = Q_{s4}$ ; $H_{s4} = H_{e4} - \Delta H(Q_{s4})$
5	tubo	$Q_{e5} = Q_{s5}$ ; $H_{s5} = H_{e5} - \Delta H(Q_{s5}) + Z_{e5} - Z_{s5}$
6	joelho	$Q_{e6} = Q_{s6}$ ; $H_{s6} = H_{e6} - \Delta H(Q_{s6})$
7	tubo	$Q_{e7} = Q_{s7}$ ; $H_{s7} = H_{e7} - \Delta H(Q_{s7}) + Z_{e7} - Z_{s7}$
8	luva	$Q_{e8} = Q_{s8}$ ; $H_{s8} = H_{e8} - \Delta H(Q_{s8})$
9	torneira	$Q_{e9} = Q_{s9}$ ; $Q_{s9} = Cd \cdot H_{e9}^a$ ou $H_{e9} = \left( \frac{Q_{s9}}{Cd} \right)^{1/a}$

**Tabela 2** - Leis “internas” aplicáveis aos componentes do exemplo da figura 2

Relação	Descrição
r <sub>2,3</sub>	$Q_{s2} = Q_{e3} ; H_{s2} = H_{e3}$
r <sub>3,4</sub>	$Q_{s3} = Q_{e4} ; H_{s3} = H_{e4}$
r <sub>4,5</sub>	$Q_{s4} = Q_{e5} ; H_{s4} = H_{e5}$
r <sub>5,6</sub>	$Q_{s5} = Q_{e6} ; H_{s5} = H_{e6}$
r <sub>6,7</sub>	$Q_{s6} = Q_{e7} ; H_{s6} = H_{e7}$
r <sub>7,8</sub>	$Q_{s7} = Q_{e8} ; H_{s7} = H_{e8}$
r <sub>8,9</sub>	$Q_{s8} = Q_{e9} ; H_{s8} = H_{e9}$

Tabela 3 - Descrição das relações

Variável genérica	Variáveis dos componentes
X <sub>1</sub>	$Q_{s2} = Q_{e3} = Q_{s3} = Q_{e4} = Q_{s4} =$ $Q_{e5} = Q_{s5} = Q_{e6} = Q_{s6} =$ $Q_{e7} = Q_{s7} = Q_{e8} = Q_{s8} = Q_{e9}$
X <sub>2</sub>	$H_{s2} = H_{e3}$
X <sub>3</sub>	$H_{s3} = H_{e4}$
X <sub>4</sub>	$H_{s4} = H_{e5}$
X <sub>5</sub>	$H_{s5} = H_{e6}$
X <sub>6</sub>	$H_{s6} = H_{e7}$
X <sub>7</sub>	$H_{s7} = H_{e8}$
X <sub>8</sub>	$H_{s8} = H_{e9}$

Tabela 4 - Redução e uniformização das variáveis através da aplicação do silogismo expresso na equação 4

$$\left\{ \begin{array}{l} x_2 = y_2 \\ x_3 = x_2 - \Delta H_3(x_1) \\ x_4 = x_3 - \Delta H_4(x_1) \\ x_5 = x_4 - \Delta H_5(x_1) + Dg_5 \\ x_6 = x_5 - \Delta H_6(x_1) \\ x_7 = x_6 - \Delta H_7(x_1) + Dg_7 \\ x_8 = x_7 - \Delta H_8(x_1) \\ x_8 = \left( \frac{x_1}{Cd} \right)^{1/a} \end{array} \right. \quad (5)$$

Onde:

$$Dg_5 = Z_{e5} - Z_{s5}$$

$$Dg_7 = Z_{e7} - Z_{s7}$$

No caso mais geral, quando existem ramificações, ou seja, quando existem várias vazões diferentes, em vários trechos, a solução leva a um sistema de equações não lineares, mantendo-se, porém, a mesma estrutura.

$$\left( \frac{x_1}{Cd} \right)^{1/a} = y_2 - \Delta H_3(x_1) - \Delta H_4(x_1) - \Delta H_5(x_1) - \Delta H_6(x_1) - \Delta H_7(x_1) - \Delta H_8(x_1) + Dg_5 + Dg_8 \quad (6)$$

## Exemplo de aplicação

Com o objetivo de esclarecer melhor a metodologia, apresenta-se a solução para um exemplo, em suas características de vazão e pressão.

### Enunciado e considerações iniciais

O exemplo escolhido foi tomado a partir de um caso comum, que é o lavatório coletivo, no caso com 5 torneiras, cujo esquema aparece na figura 5. O objetivo do exemplo é determinar qual a vazão real, que verte pelas torneiras, estando todas em funcionamento simultâneo, a fim de verificar se há disparidade acentuada entre as vazões e se as mesmas permanecem acima de 0,2 L/s, valor adotado na NBR 5626/98 como mínimo para torneira de lavagem em geral.

Os diâmetros dos tubos foram pré-dimensionados com base na soma dessas vazões mínimas em cada trecho, limitando-se a velocidade máxima a 2,0 m/s.

### Encaminhamento da solução

Uma vez identificados e numerados todos os componentes do sistema, como se pode ver na figura 5, escrevem-se as leis hidráulicas pertinentes a cada um deles (tabela 5). A seguir, representa-se a influência de cada componente sobre os outros através do grafo da figura 6, gerando-se a tabela de relações (tabela 6).

O conjunto de leis dos componentes (tabela 5), unido ao conjunto de relações (tabela 6) forma um sistema de equações não lineares que, uma vez resolvido, traz a solução desejada. Como várias dessas equações são apenas igualdades entre duas variáveis, aplica-se uma redução de seu número, através do mecanismo de silogismo apresentado (tabela 7).

Aplicando-se as variáveis genéricas da tabela 7, segundo suas correspondentes, naquelas leis internas de componentes que não tenham sido contempladas na aplicação do silogismo, produz-se o sistema de equações apresentado como equação 7. Para que se tenha a solução desse sistema de equações não lineares, é necessário que se faça uma aproximação inicial dos resultados que leve não somente à convergência, mas também a resultado correto, ou seja, com sentido físico.

Poderia ser tentado um redimensionamento, possivelmente, dos componentes “7”, “9”, “11” e “13”. É necessário observar ainda que as menores vazões são obtidas na primeira e na última torneira.

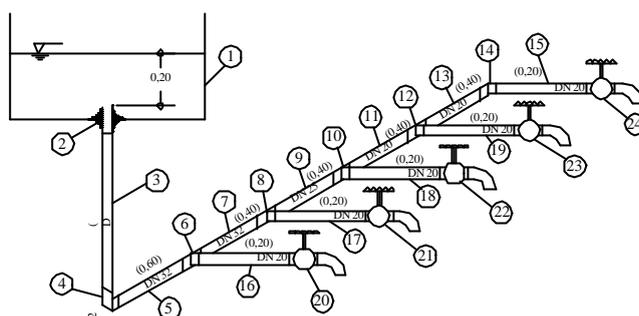


Figura 5 - Esquema de Lavatório Coletivo com 5 torneiras

- z

Componente	Valores	Leis
1	$y=0,20$	$H_{s1} = 2,0$
2		$Q_{e2} = Q_{s2} ; H_{s2} = H_{e2} - 1,432120 \cdot Q_{s2}^{1,75}$
3	$L=2,50 ; Ze=2,50 ; Zs=0$	$Q_{e3} = Q_{s3} ; H_{s3} = H_{e3} - 2,983583 \cdot Q_{s3}^{1,75} + 25$
4		$Q_{e4} = Q_{s4} ; H_{s4} = H_{e4} - 1,790149 \cdot Q_{s4}^{1,75}$
5	$L=0,60 ; Ze=0 ; Zs=0$	$Q_{e5} = Q_{s5} ; H_{s5} = H_{e5} - 7,160598 \times 10^{-1} \cdot Q_{s5}^{1,75}$
6		$Q_{e6} = Q_{d6} + Q_{L6} ; H_{sd6} = H_{e6} - 1,074090 \cdot Q_{d6}^{1,75}$ $H_{sL6} = H_{e6} - 3,699642 \cdot Q_{L6}^{1,75}$
7	$L=0,40 ; Ze=0 ; Zs=0$	$Q_{e7} = Q_{s7} ; H_{s7} = H_{e7} - 4,773732 \times 10^{-1} \cdot Q_{s7}^{1,75}$
8		$Q_{e8} = Q_{d8} + Q_{L8} ; H_{sd8} = H_{e8} - 1,074090 \cdot Q_{d8}^{1,75}$ $H_{sL8} = H_{e8} - 3,699642 \cdot Q_{L8}^{1,75}$
9	$L=0,40 ; Ze=0 ; Zs=0$	$Q_{e9} = Q_{s9} ; H_{s9} = H_{e9} - 1,582762 \cdot Q_{s9}^{1,75}$
10		$Q_{e10} = Q_{d10} + Q_{L10} ; H_{sd10} = H_{e10} - 3,165523 \cdot Q_{d10}^{1,75}$ $H_{sL10} = H_{e10} - 9,496569 \cdot Q_{s10}^{1,75}$
11	$L=0,40 ; Ze=0 ; Zs=0$	$Q_{e11} = Q_{s11} ; H_{s11} = H_{e11} - 4,936720 \cdot Q_{s11}^{1,75}$
12		$Q_{e12} = Q_{d12} + Q_{L12} ; H_{sd12} = H_{e12} - 8,639258 \cdot Q_{d12}^{1,75}$ $H_{sL12} = H_{e12} - 2,838613 \times 10^1 \cdot Q_{L12}^{1,75}$
13	$L=0,40 ; Ze=0 ; Zs=0$	$Q_{e13} = Q_{s13} ; H_{s13} = H_{e13} - 4,936720 \cdot Q_{s13}^{1,75}$
14		$Q_{e14} = Q_{s14} ; H_{s14} = H_{e14} - 1,357598 \times 10^1 \cdot Q_{s14}^{1,75}$
15	$L=0,20 ; Ze=0 ; Zs=0$	$Q_{e15} = Q_{s15} ; H_{s15} = H_{e15} - 2,468360 \cdot Q_{s15}^{1,75}$
16	$L=0,20 ; Ze=0 ; Zs=0$	$Q_{e16} = Q_{s16} ; H_{s16} = H_{e16} - 2,468360 \cdot Q_{s16}^{1,75}$
17	$L=0,20 ; Ze=0 ; Zs=0$	$Q_{e17} = Q_{s17} ; H_{s17} = H_{e17} - 2,468360 \cdot Q_{s17}^{1,75}$
18	$L=0,20 ; Ze=0 ; Zs=0$	$Q_{e18} = Q_{s18} ; H_{s18} = H_{e18} - 2,468360 \cdot Q_{s18}^{1,75}$
19	$L=0,20 ; Ze=0 ; Zs=0$	$Q_{e19} = Q_{s19} ; H_{s19} = H_{e19} - 2,468360 \cdot Q_{s19}^{1,75}$
20		$Q_{e20} = Q_{s20} ; H_{e20} = 250 \cdot Q_{s20}^2$
21		$Q_{e21} = Q_{s21} ; H_{e21} = 250 \cdot Q_{s21}^2$
22		$Q_{e22} = Q_{s22} ; H_{e22} = 250 \cdot Q_{s22}^2$
23		$Q_{e23} = Q_{s23} ; H_{e23} = 250 \cdot Q_{s23}^2$
24		$Q_{e24} = Q_{s24} ; H_{e24} = 250 \cdot Q_{s24}^2$

Tabela 5 - Valores e leis para os componentes do exemplo

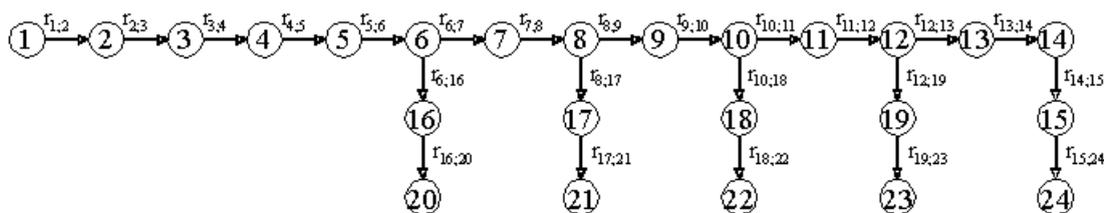


Figura 6 - Grafo de relações para o sistema da figura 4

Relação	Igualdades	Relação	Igualdades
$r_{1;2}$	$Q_{s1} = Q_{e2} \mid H_{s1} = H_{e2}$	$r_{13;14}$	$Q_{s13} = Q_{e14} \mid H_{s13} = H_{e14}$
$r_{2;3}$	$Q_{s2} = Q_{e3} \mid H_{s2} = H_{e3}$	$r_{14;15}$	$Q_{s14} = Q_{e15} \mid H_{s14} = H_{e15}$
$r_{3;4}$	$Q_{s3} = Q_{e4} \mid H_{s3} = H_{e4}$	$r_{15;24}$	$Q_{s15} = Q_{e24} \mid H_{s15} = H_{e24}$
$r_{4;5}$	$Q_{s4} = Q_{e5} \mid H_{s4} = H_{e5}$	$r_{6;16}$	$Q_{L6} = Q_{e16} \mid H_{sL6} = H_{e16}$
$r_{5;6}$	$Q_{s5} = Q_{e6} \mid H_{s5} = H_{e6}$	$r_{16;20}$	$Q_{s16} = Q_{e20} \mid H_{s16} = H_{e20}$
$r_{6;7}$	$Q_{d6} = Q_{e7} \mid H_{sd6} = H_{e7}$	$r_{8;17}$	$Q_{L8} = Q_{e17} \mid H_{L8} = H_{e17}$
$r_{7;8}$	$Q_{s7} = Q_{e8} \mid H_{s7} = H_{e8}$	$r_{17;21}$	$Q_{s17} = Q_{e21} \mid H_{s17} = H_{e21}$
$r_{8;9}$	$Q_{d8} = Q_{e9} \mid H_{sd8} = H_{e9}$	$r_{10;18}$	$Q_{L10} = Q_{e18} \mid H_{L10} = H_{e18}$
$r_{9;10}$	$Q_{s9} = Q_{e10} \mid H_{s9} = H_{e10}$	$r_{18;22}$	$Q_{s18} = Q_{e22} \mid H_{s18} = H_{e22}$
$r_{10;11}$	$Q_{d10} = Q_{e11} \mid H_{sd10} = H_{e11}$	$r_{12;19}$	$Q_{L12} = Q_{e19} \mid H_{L12} = H_{e19}$
$r_{11;12}$	$Q_{s11} = Q_{e12} \mid H_{s11} = H_{e12}$	$r_{19;23}$	$Q_{s19} = Q_{e23} \mid H_{s19} = H_{e23}$
$r_{12;13}$	$Q_{d12} = Q_{e13} \mid H_{sd12} = H_{e13}$		

Tabela 6 - Relações entre os componentes de acordo com o grafo da figura 2

Var.	Variáveis equivalentes	Var.	Variáveis equivalentes
X(1)	$Q_{s1} = Q_{e2} = Q_{s2} = Q_{e3} = Q_{s3} = Q_{e4} = Q_{s4} =$ $= Q_{e5} = Q_{s5} = Q_{e6}$	X(17)	$H_{sd8} = H_{e9}$
X(2)	$Q_{e7} = Q_{s7} = Q_{d6} = Q_{e8}$	X(18)	$H_{s9} = H_{e10}$
X(3)	$Q_{e9} = Q_{s9} = Q_{d8} = Q_{e10}$	X(19)	$H_{sd10} = H_{e11}$
X(4)	$Q_{e11} = Q_{s11} = Q_{d10} = Q_{e12}$	X(20)	$H_{s11} = H_{e12}$
X(5)	$Q_{d12} = Q_{e13} = Q_{s13} = Q_{e14} = Q_{s14} = Q_{e15} =$ $= Q_{s15} = Q_{e24} = Q_{s24}$	X(21)	$H_{sd12} = H_{e13}$
X(6)	$Q_{L6} = Q_{e16} = Q_{s16} = Q_{e20} = Q_{s20}$	X(22)	$H_{s13} = H_{e14}$
X(7)	$Q_{L8} = Q_{e17} = Q_{s17} = Q_{e21} = Q_{s21}$	X(23)	$H_{s14} = H_{e15}$
X(8)	$Q_{L10} = Q_{e18} = Q_{s18} = Q_{e22} = Q_{s22}$	X(24)	$H_{s15} = H_{e24}$
X(9)	$Q_{L12} = Q_{e19} = Q_{s19} = Q_{e23} = Q_{s23}$	X(25)	$H_{sL6} = H_{e16}$
X(10)	$H_{s1} = H_{e2}$	X(26)	$H_{s16} = H_{e20}$
X(11)	$H_{s2} = H_{e3}$	X(27)	$H_{sL8} = H_{e17}$
X(12)	$H_{s3} = H_{e4}$	X(28)	$H_{s17} = H_{e21}$
X(13)	$H_{s4} = H_{e5}$	X(29)	$H_{sL10} = H_{e18}$
X(14)	$H_{s5} = H_{e6}$	X(30)	$H_{s18} = H_{e22}$
X(15)	$H_{sd6} = H_{e7}$	X(31)	$H_{sL12} = H_{e19}$
X(16)	$H_{s7} = H_{e8}$	X(32)	$H_{s19} = H_{e23}$

Tabela 7 - Redução do número de incógnitas através de silogismo

$$\left\{ \begin{array}{l}
 X_{10} - 2,0 = 0 \\
 X_{10} - X_{11} - 1,434120 \cdot X_1^{1,75} = 0 \\
 X_{11} - X_{12} - 2,983583 \cdot X_1^{1,75} + 25 = 0 \\
 X_{12} - X_{13} - 1,790149 \cdot X_1^{1,75} = 0 \\
 X_{13} - X_{14} - 7,160598 \times 10^{-1} \cdot X_1^{1,75} = 0 \\
 X_2 + X_6 - X_1 = 0 \\
 X_{14} - X_{15} - 1,074090 \cdot X_2^{1,75} = 0 \\
 X_{14} - X_{25} - 3,699642 \cdot X_6^{1,75} = 0 \\
 X_{15} - X_{16} - 4,773732 \times 10^{-1} \cdot X_2^{1,75} = 0 \\
 X_3 + X_7 - X_2 = 0 \\
 X_{16} - X_{17} - 1,074090 \cdot X_3^{1,75} = 0 \\
 X_{16} - X_{27} - 3,699642 \cdot X_7^{1,75} = 0 \\
 X_{17} - X_{18} - 1,582762 \cdot X_3^{1,75} = 0 \\
 X_4 + X_8 - X_3 = 0 \\
 X_{18} - X_{19} - 3,165523 \cdot X_4^{1,75} = 0 \\
 X_{18} - X_{29} - 9,496569 \cdot X_8^{1,75} = 0 \\
 \\
 X_{19} - X_{20} - 4,936720 \cdot X_4^{1,75} = 0 \\
 X_5 + X_9 - X_4 = 0 \\
 X_{20} - X_{21} - 8,639258 \cdot X_5^{1,75} = 0 \\
 X_{20} - X_{31} - 2,838613 \times 10^1 \cdot X_9^{1,75} = 0 \\
 X_{21} - X_{22} - 4,936720 \cdot X_5^{1,75} = 0 \\
 X_{22} - X_{23} - 1,357598 \times 10^1 \cdot X_5^{1,75} = 0 \\
 X_{23} - X_{24} - 2,468360 \cdot X_5^{1,75} = 0 \\
 X_{25} - X_{26} - 2,468360 \cdot X_6^{1,75} = 0 \\
 X_{27} - X_{28} - 2,468360 \cdot X_7^{1,75} = 0 \\
 X_{29} - X_{30} - 2,468360 \cdot X_8^{1,75} = 0 \\
 X_{31} - X_{32} - 2,468360 \cdot X_9^{1,75} = 0 \\
 250 \cdot X_6^2 - X_{26} = 0 \\
 250 \cdot X_7^2 - X_{28} = 0 \\
 250 \cdot X_8^2 - X_{30} = 0 \\
 250 \cdot X_9^2 - X_{32} = 0 \\
 250 \cdot X_5^2 - X_{24} = 0
 \end{array} \right. \quad (7)$$

Os valores de uma possível aproximação inicial podem ser vistos na tabela 8.

De posse da equação 7 e das aproximações iniciais apresentadas na tabela 8, pode-se determinar os valores de  $X_1$  a  $X_{32}$ , através do algoritmo de Newton-Raphson, obtendo-se os resultados da tabela 9.

### Considerações sobre o exemplo

Os valores apresentados foram confirmados através de planilha de cálculo, onde, a partir da vazão conhecida em cada trecho, verificou-se que as pressões resultantes na entrada de cada aparelho correspondem

àquelas que produzem nos mesmos as vazões determinadas.

Os resultados mostram vazões acima do limite mínimo estabelecido e com equilíbrio dentro do proposto, podendo, no entanto, ser melhorado.

Os modelos que operam com vazões máximas prováveis poderiam detectar a primeira afirmativa, ou seja: *as vazões situam-se acima do limite mínimo estabelecido*, mas não poderiam determinar diretamente, e com precisão, a segunda: *as vazões variam entre -9,8% e +7,0% em relação à vazão média do conjunto*.

Variável	Valor	Variável	Valor	Variável	Valor	Variável	Valor
$X_1$	1,00	$X_9$	0,20	$X_{17}$	19,00	$X_{25}$	19,00
$X_2$	0,80	$X_{10}$	2,00	$X_{18}$	19,00	$X_{26}$	19,00
$X_3$	0,60	$X_{11}$	2,00	$X_{19}$	19,00	$X_{27}$	19,00
$X_4$	0,40	$X_{12}$	19,00	$X_{20}$	19,00	$X_{28}$	19,00
$X_5$	0,20	$X_{13}$	19,00	$X_{21}$	19,00	$X_{29}$	19,00
$X_6$	0,20	$X_{14}$	19,00	$X_{22}$	19,00	$X_{30}$	19,00
$X_7$	0,20	$X_{15}$	19,00	$X_{23}$	19,00	$X_{31}$	19,00
$X_8$	0,20	$X_{16}$	19,00	$X_{24}$	19,00	$X_{32}$	19,00

**Tabela 8** - Aproximação inicial

X[ 1]= 1,178078E+000	X[ 9]= 2,124505E-001	X[17]= 1,592436E+001	X[25]= 1,742351E+001
X[2]= 9,158849E-001	X[10]= 2,000000E+000	X[18]= 1,515185E+001	X[26]= 1,718638E+001
X[ 3]= 6,637327E-001	X[11]= 9,219356E-002	X[19]= 1,444203E+001	X[27]= 1,611665E+001
X[ 4]= 4,255701E-001	X[12]= 2,111760E+001	X[20]= 1,333506E+001	X[28]= 1,589518E+001
X[ 5]= 2,131196E-001	X[13]= 1,873284E+001	X[21]= 1,275754E+001	X[29]= 1,438078E+001
X[ 6]= 2,621936E-001	X[14]= 1,777894E+001	X[22]= 1,242753E+001	X[30]= 1,418036E+001
X[ 7]= 2,521522E-001	X[15]= 1,685793E+001	X[23]= 1,151999E+001	X[31]= 1,144791E+001
X[ 8]= 2,381626E-001	X[16]= 1,644860E+001	X[24]= 1,135499E+001	X[32]= 1,128380E+001

**Tabela 9** - Resultados obtidos

## Considerações finais

Com tal ferramenta à disposição, que possibilita a verificação de vazão e pressão em cada trecho desejado, resta, para a complementação do modelo, determinar-se, a cada intervalo de tempo (p. ex., a cada segundo), qual a configuração de acionamento presente.

Essa determinação pode ser feita através de cálculo de probabilidades quando há independência estatística entre os diversos aparelhos, ou através de técnicas apropriadas de simulação quando não há independência estatística entre os aparelhos, como no caso em que, ao utilizar um chuveiro e fechar o banheiro, um único usuário bloqueia o acesso aos demais aparelhos (p. ex., bacia sanitária e lavatório), sem que os mesmos estejam em operação.

Deve-se ainda considerar outras peculiaridades que apontam para tratamentos estatísticos diferenciados, ou a simulação do comportamento do usuário, como o caso em que não há população suficiente na edificação para acionar o número de aparelhos correspondente à hipótese de acionamento máximo (quando se considera distribuição binomial de probabilidades, por exemplo).

Ferramentas específicas para simulação do comportamento do usuário e tratamento das dependências existentes devido à disposição e restrição de acesso a aparelhos, podem ser encontradas em Petrucci (2001), com a finalidade de, juntamente com

técnicas de avaliação de vazões reais, como a apresentada, ou sua adaptação para redes fechadas, constituir o núcleo de um método prático de simulação para sistemas prediais de distribuição de água.

## Referências

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 5626**: instalação predial de água fria. Rio de Janeiro, 1998.

GONÇALVES, O.M. **Formulação de modelo para o estabelecimento de vazões de projeto em sistemas prediais de distribuição de água fria**. 1986. Tese (Doutorado em Engenharia) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo.

GRAÇA, M.E.A.; GONÇALVES, O.M. **sistemas prediais de distribuição de água fria**: determinação das vazões de projeto. São Paulo. Departamento de Engenharia da Construção Civil da Escola Politécnica da USP, 1987. (BT/PCC/11.) 17 p.

KAUFFMAN, D.L. **Sistemas um**: uma introdução ao pensamento sistêmico. Minneapolis: Future Systems, 1980.

KINGSTON, J.H. **Algorithm and data structures**. Workingham: Addison-Wesley, 1995.

PETRUCCI, A.L. **Metodologia para seleção de configuração de sistemas prediais de água em edificações que abriguem múltiplas economias**. 2001. 503 f. Tese (Doutorado em Engenharia) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo.