

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

DIMENSIONAMENTO DE SISTEMAS DE ATERRAMENTO, EM BAIXAS  
FREQUÊNCIAS, USANDO O MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS EM  
TRÊS DIMENSÕES.

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA  
CATARINA PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM  
ENGENHARIA.

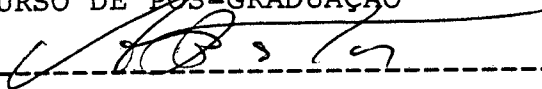
MARCOS TELLÓ

FLORIANÓPOLIS, ABRIL DE 1991.

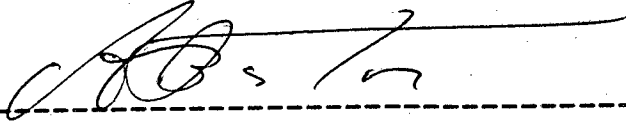
DIMENSIONAMENTO DE SISTEMAS DE ATERRAMENTO, EM BAIIXAS  
FREQUÊNCIAS, USANDO O MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS EM TRÊS  
DIMENSÕES

MARCOS TELLÓ

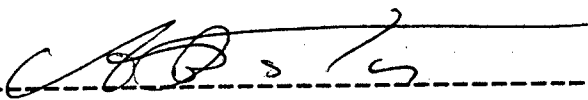
DISSERTAÇÃO JULGADA ADEQUADA PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE  
EM ENGENHARIA ESPECIALIDADE ENGENHARIA ELÉTRICA E APROVADA EM  
SUA FORMA FINAL PELO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO

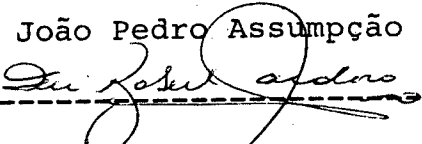
  
-----  
Prof. João Pedro Assumpção Bastos, Dr. D'Etat

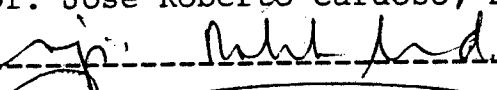
Orientador

  
-----  
Prof. João Pedro Assumpção Bastos, Dr. D'Etat  
Coordenador do Curso de Pós-Graduação em  
Engenharia Elétrica

BANCA EXAMINADORA

  
-----  
Prof. João Pedro Assumpção Bastos, Dr. D'Etat

  
-----  
Prof. José Roberto Cardoso, Dr.

  
-----  
Prof. Sérgio Roberto Arruda, M. Sc.

  
-----  
Prof. Geraldo Kindermann, M. Sc.

## RESUMO

O método de Elementos Finitos em três dimensões foi utilizado para dimensionar sistemas de aterramento, em baixas frequências.

O solo onde se encontra o sistema de aterramento foi estratificado em camadas horizontais de resistividades distintas. Estas resistividades foram obtidas aplicando-se o método de otimização de Hooke-Jeeves.

Os potenciais que se verificaram nos condutores da instalação e na superfície do solo foram obtidos aplicando-se o método da corrente que sai do domínio tridimensional considerado.

A comparação de resultados, entre o método proposto neste trabalho e duas outras metodologias utilizadas para dimensionar sistemas de aterramento, revelou que o Método de Elementos Finitos, em três dimensões, fornece resultados coerentes que justificam sua utilização no dimensionamento de sistemas de aterramento em baixas frequências.

**ABSTRACT**

The three dimension Finite Elements Method was used to dimension grounding Systems in low frequencies.

The soil where the grounding Systems is situated was modeled in diferent resistivity layers. This resistivities were calculated by using the Hooke-Jeeves method.

The potentials in the conductors of the grounding Systems and in the soil surface were calculated by applying the out current method from three-dimensional domain considered.

The results of the proposed method were compared with the results of two other methods, which by comparison justify the use of Finite Elements Method in dimensionig grounding Systems in low frequencies.

## PREFÁCIO

Este trabalho pretende apresentar uma nova metodologia para o dimensionamento de sistemas de aterramento em baixas frequências aplicável, em especial, em subestações.

Para tanto pretende-se, em primeiro lugar, utilizar a metodologia de otimização de Hooke-Jeeves, a fim de modelar a estrutura do solo onde será construída a subestação. Os resultados obtidos serão comparados com a metodologia tradicional, de sobreposição de curvas, e a proposta por Dawalibi & alli (1984, p.374-82).

A partir da estratificação do solo pretende-se aplicar o método de Elementos Finitos, em três dimensões, com o objetivo de avaliar a segurança oferecida pela instalação. Os critérios de segurança, que se referem aos máximos potenciais toleráveis pelo homem, são os fornecidos pelo guia IEEE-80 (1986).

A extensão do domínio tridimensional, considerado para estudo, será determinada através da aplicação do sistema informático EFCAD desenvolvido pelo GRUCAD, Grupo de Concepção e Análise de Dispositivos Eletromagnéticos, pertencente ao Departamento de Engenharia Elétrica da UFSC.

Na aplicação do método de Elementos Finitos, em três dimensões, não se conhece de antemão o potencial real a que estão submetidos os condutores da instalação, em relação a um terra remoto. Não se sabe também o perfil de potencial na superfície do solo. O conhecimento destes potenciais é que vai determinar a segurança oferecida pela disposição de condutores

que está sendo proposta.

Os potenciais reais que se verificam na superfície do solo e nos condutores da instalação são obtidos aplicando-se a metodologia das correntes que saem do domínio tridimensional considerado para estudo.

De posse do potencial real existente nos condutores da instalação, em relação a um terra remoto, e do conhecimento do perfil de potencial na superfície do solo será avaliada a segurança oferecida pela instalação. Caso esta se mostre insegura, ou se o projetista desejar otimizá-la, serão propostos critérios orientativos para reconfigurá-la.

O guia IEEE-80 (1986) apresenta resultados de resistência de aterramento, potencial de toque máximo e perfil de potencial na superfície do solo, estratificado em duas camadas horizontais de resistividades distintas, de uma instalação. Comparar-se-ão os resultados fornecidos pelo método de Elementos Finitos, em três dimensões, com os indicados pelo guia IEEE-80 (1986).

Em apêndice serão comparados os potenciais de toque máximos aplicando-se as metodologias IEEE-80 (1986), Potencial Médio e Elementos Finitos, em três dimensões, para um sistema de aterramento hipotético onde os condutores estão instalados em solo homogêneo.

As limitações do método proposto e sugestões para futuros trabalhos serão apresentadas na conclusão deste trabalho.

## SUMÁRIO

RESUMO	iii
ABSTRACT	iv
PREFÁCIO	v
SUMÁRIO	vii
CAPÍTULO 1 - FINALIDADES E REQUISITOS DE PROJETO DE	
SISTEMAS DE ATERRAMENTO EM BAIXAS FREQUÊNCIAS	
1.1 - Introdução	01
1.2 - Finalidades dos sistemas de aterramento	01
1.3 - Requisitos de projeto	02
1.3.1 - Potenciais toleráveis	03
1.3.1.1 - Corrente máxima admissível	
através do corpo humano	03
1.3.1.2 - Potencial de passo	06
1.3.1.3 - Potencial de toque	08
1.3.1.4 - Potencial transferido	10
1.3.2 - Capacidade térmica dos condutores	11
1.3.3 - Corrente de defeito à terra	14
CAPÍTULO 2 - O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS E SUA APLICAÇÃO	
NO DIMENSIONAMENTO DE SISTEMAS DE ATERRAMENTO	
EM BAIXAS FREQUÊNCIAS	
2.1 - Introdução	16
2.2 - Equação diferencial que rege o fenômeno	17
2.3 - Domínio de aplicação do método dos elementos finitos	
para a resolução da equação diferencial que rege o	
fenômeno	20

2.3.1 - Método variacional por elementos finitos	21
2.3.1.1 - Aplicação do método de elementos finitos usando o método variacional no dimensionamento de sistemas de aterramento	26
2.3.2 - Método dos resíduos ponderados	30
2.4 - As grandezas discretizadas	34
2.5 - Aspectos informáticos relativos ao método dos elementos finitos	37
2.5.1 - Armazenamento da matriz de contribuição global na forma compacta	38
2.5.2 - Introdução das equações de contorno	39
2.5.3 - Método de resolução do sistema de equações formado	40
CAPÍTULO 3 - DIMENSIONAMENTO DE SISTEMAS DE ATERRAMENTO EM BAIXAS FREQUÊNCIAS	
3.1 - Introdução	42
3.2 - Passos seguidos no dimensionamento	42
3.3 - Modelagem do solo	45
3.3.1 - Método de Wenner	47
3.3.2 - Estratificação do solo usando o método de Hooke-Jeeves	50
3.4 - Determinação da extensão do domínio de estudo	59
3.5 - Critérios para a discretização do domínio $\Omega$	65
3.6 - Cálculo dos potenciais no domínio $\Omega$	67
3.6.1 - Correntes que atravessam as fronteiras do domínio $\Omega$	67
3.6.2 - Determinação dos potenciais de toque e passo	72



3.6.3 - Resultados obtidos aplicando a metodologia da corrente que atravessa o domínio $\Omega$	73
3.7 - Critérios orientativos para a configuração da disposição dos condutores da instalação	75
3.8 - Comparação de resultados .....	77
3.9 - Discretização de domínios que apresentam grandes dimensões	81
CAPÍTULO 4 - CONCLUSÃO	84
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	89
APÊNDICE 1	93
APÊNDICE 2	95

## CAPÍTULO 1

### FINALIDADES E REQUISITOS DE PROJETO DE SISTEMAS DE ATERRAMENTO EM BAIXAS FREQUÊNCIAS

#### 1.1 Introdução

Neste capítulo serão apresentadas as principais finalidades a que se destinam os sistemas de aterramento de subestações e serão definidos os critérios que devem ser observados no dimensionamento dos mesmos.

#### 1.2 Finalidades dos sistemas de aterramento de subestações

A principal finalidade do sistema de aterramento de uma subestação é limitar, a valores toleráveis pelo homem, as diferenças de potencial que podem ocorrer dentro da área da subestação. Estas diferenças de potencial surgem quando há um defeito à terra no sistema de potência.

Kindermann & alii (1991,p1) citam, ainda, como outras finalidades do sistema de aterramento de uma subestação :

- obter uma resistência de aterramento a mais baixa possível, para correntes de falta à terra;

- fazer com que equipamentos de proteção sejam mais sensibilizados e isolem rapidamente os defeitos à terra
- proporcionar um caminho de escoamento para terra de descargas atmosféricas.

Para que o requisito de segurança acima mencionado seja alcançado é necessário respeitar critérios de projeto, os quais fornecem os parâmetros de segurança que devem ser observados pelos projetistas de sistemas de aterramento de subestações.

### 1.3 Requisitos de projeto

O sistema de aterramento de uma subestação é composto por cabos, geralmente de cobre nu, enterrados horizontalmente no solo a uma determinada profundidade, formando uma estrutura reticulada de condutores. Ao sistema de aterramento estão conectados os neutros dos equipamentos, as estruturas metálicas existentes na subestação, os cabos de cobertura, as carcaças dos equipamentos, etc.

Caso haja um defeito à terra, no sistema de potência, a corrente de defeito fluirá dos condutores que formam o sistema de aterramento da subestação para o solo, provocando uma distribuição de potencial não uniforme no mesmo. Devido a esta não uniformidade da distribuição de potencial, no solo, pessoas que estejam na subestação, ou em suas proximidades, podem ficar sujeitas à diferenças de potencial elevadas.

Ao dimensionar o sistema de aterramento de uma

subestação, o projetista deve fazê-lo de forma que a posição dos condutores seja tal que o potencial produzido no solo venha a ser o mais uniforme possível e não exceda aos potenciais toleráveis pelo homem. Também deve cuidar para que a secção dos condutores do referido sistema seja adequada, para poder dissipar no solo a corrente de defeito sem que os mesmos sofram danos.

### 1.3.1 Potenciais toleráveis

Quando há a ocorrência de um defeito à terra, no sistema de potência, os potenciais a que pessoas podem ficar sujeitas são os chamados de passo, toque e transferido. Para cada um deles existe um valor de potencial tolerável que depende da corrente máxima admissível no corpo humano.

Dalziel (1972,p.41-50), Atkinson (1972,p.53) e a norma IEC-479 (1974) propõem diversos valores para a corrente máxima admissível através do corpo humano. Neste trabalho a determinação dos potenciais toleráveis pelo homem seguiu a metodologia proposta pelo guia IEEE-80(1986) o qual utiliza as expressões de Dalziel para a determinação da corrente máxima admissível no corpo humano.

#### 1.3.1.1 Corrente máxima admissível através do corpo humano

De acordo com Miguel (1981,p78) a corrente máxima admissível, no corpo humano, é a maior corrente que,

percorrendo um caminho que incluía o coração, não provoca o início de fibrilação ventricular ou de uma parada cardíaca. Dalziel (1972, p.41-50) propõe as seguintes expressões para a avaliação da corrente máxima admissível pelo homem.

$$I_{adm} = 0,116/(t)^{1/2} \quad [\text{Ampères}] \quad \text{para pessoas com 50 quilogramas} \quad (1.1)$$

$$I_{adm} = 0,157/(t)^{1/2} \quad [\text{Ampères}] \quad \text{para pessoas com 70 quilogramas} \quad (1.2)$$

onde,  $t$  é o tempo de duração do choque em segundos.

As expressões (1.1) e (1.2) fornecem os valores da maior corrente que, circulando por um caminho que incluía o coração, não provoca fibrilação ventricular em 99,5 % dos seres humanos, em um tempo de exposição ao choque que varia de 30 milisegundos a 3 segundos, para pessoas que apresentam massa de 50 quilogramas e 70 quilogramas. Assim, por exemplo, para o tempo de exposição ao choque de 1 segundo a máxima corrente admissível para pessoas cuja massa é de 50 quilogramas é 116 miliampères, enquanto que para pessoas de 70 quilogramas a corrente admissível é de 157 miliampères. Para circulação de corrente, por intervalos de tempo maiores do que 3 segundos, é conveniente que se tome como valor admissível de corrente 20 miliampères. Segundo Miguel (1981, p.5), ao ser tomada esta medida como um dos critérios de projeto, para tempos de exposição ao choque muito prolongados, se evita que a longa contração dos músculos do peito provoque asfixia da pessoa

exposta ao choque. Na figura a seguir são mostradas as diversas situações de exposição à diferenças de potencial a que uma pessoa pode ficar submetida, quando da ocorrência de um defeito à terra no sistema de potência.

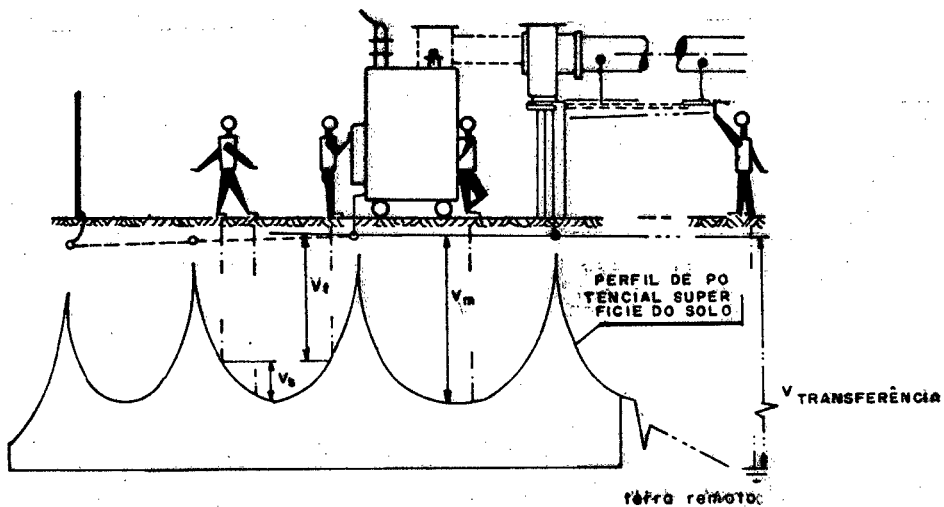


fig 1

Será considerado neste trabalho que a massa das pessoas que trabalham ou transitam na área da subestação é de, no mínimo, 50 quilogramas. Esta consideração é motivada pela adoção de um critério que privilegia a segurança, pois, a corrente máxima admissível suportada por uma pessoa de 50 quilogramas é menor do que a suportada por uma pessoa de 70 quilogramas.

### 1.3.1.2 Potencial de passo

O potencial de passo é a diferença de potencial a que uma pessoa fica submetida quando caminha no interior, ou nas proximidades de uma subestação, no instante em que ocorre um defeito à terra no sistema de potência.

Na figura 2 (a), mostrada a seguir, é evidenciada a situação de exposição de uma pessoa ao potencial de passo. Através da figura 2 (b) observa-se que a circulação da corrente pelo corpo humano se dá entre os pés da pessoa e a resistência do solo imediatamente abaixo dos mesmos. Saliente-se que para a determinação do potencial de passo não se considera a resistência oferecida pelo calçado que a pessoa está usando. Considera-se que a distância entre os pés da pessoa é de 1 metro ( $d_f = 1$  m).

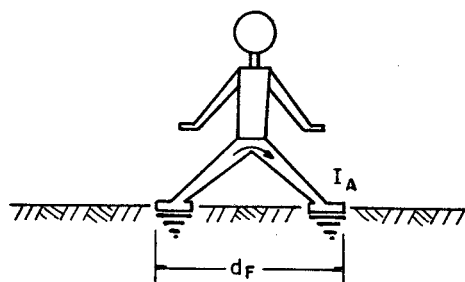


figura 2 (a)

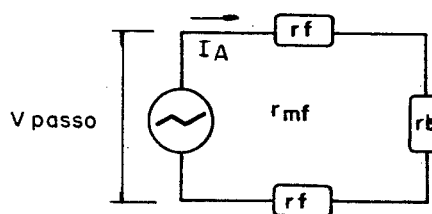


figura 2 (b)

fig 2 (a) : situação de ocorrência do potencial de passo

fig 2 (b) : circuito equivalente

Para que se possa determinar a expressão do potencial de passo tolerável pelo homem, é necessário que se definam, de antemão, as resistências  $r_b$ ,  $r_{mf}$  e  $r_f$ , constantes nas figuras 2 (a) e 2 (b). Segundo o guia IEEE-80 (1986, p.35-42), tem-se :

-  $r_b$  : resistência do corpo humano, cujo valor é estimado em 1000  $\Omega$ ;

-  $r_f$  : resistência de contato entre o pé de uma pessoa e o solo, cujo valor é determinado através da expressão  $3,0C_s(h_s,K)\rho_s$ , sendo :

$C_s(h_s,K)$  o fator de correção que considera a resistividade da camada superficial do solo como uma camada adicional à estratificação. Este fator de correção é dado por :

$$C_s(h_s,K) = (1/0,96) \left[ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\omega} (K^n / (1 + (2nh_s/0,08)^2)^{1/2}) \right] \quad (1.3)$$

onde :

-  $h_s$  : espessura da camada de recobrimento do solo, [m];

-  $\rho$  : resistividade aparente do solo, [ $\Omega \times m$ ];

-  $\rho_s$  : resistividade da camada de recobrimento solo, geralmente brita, [ $\Omega \times m$ ];

-  $K$  : fator de reflexão, dado por  $(\rho - \rho_s) / (\rho + \rho_s)$ ;

-  $\omega$  : infinito;

-  $r_{mf}$  : resistência mútua entre pés, [ $\Omega$ ]. De acordo com o guia IEEE-80 (1986, p.40) este valor de resistência pode ser considerado nulo .

O potencial de passo tolerável pelo homem,  $V_{pt}$ , é dado

por :

$$V_{pt} = I_{adm} (r_b + 2r_f) \quad (1.4)$$

logo,



$$V_{pt} = \{[0,116/(t)^{1/2}][1000+6C_s(h_s,K)\rho_s]\} \quad (1.5)$$

A título de ilustração será determinado o potencial de passo tolerável por um homem, que se encontra dentro da área de uma subestação no instante de um defeito à terra no sistema de potência.

Considerar-se-á, a título de exemplo, que :

- tempo de eliminação de falta,  $t=0,5$  s;
- espessura da camada de recobrimento do solo,  $h_s=0,10$  m;
- resistividade da camada de recobrimento do solo,  $\rho_s=3000$   $\Omega \cdot m$ ;
- resistividade aparente do solo,  $\rho=100$   $\Omega \cdot m$ ;
- profundidade de enterramento dos condutores da instalação,  $h=0,457$  m.

Utilizando as expressões (1.5) e (1.3) tem-se que o potencial de passo tolerável pelo homem, para o exemplo em questão, é de 1818 Volts.

### 1.3.1.3 Potencial de toque

Potencial de toque, ou de contato, é o potencial a que uma pessoa fica sujeita quando toca uma estrutura aterrada no instante em que ocorre um defeito à terra no sistema de potência. Um caso particular de potencial de toque é o de malha. Este potencial é definido como sendo o máximo potencial que ocorre dentro de uma quadrícula da instalação.

Na figura 3 (a), é evidenciada uma situação típica de potencial de toque a que uma pessoa fica submetida quando há a

ocorrência de um defeito à terra no sistema de potência. O circuito equivalente que retrata a circulação de corrente pelo corpo de uma pessoa, quando toca uma estrutura energizada, é mostrada na figura 3 (b).

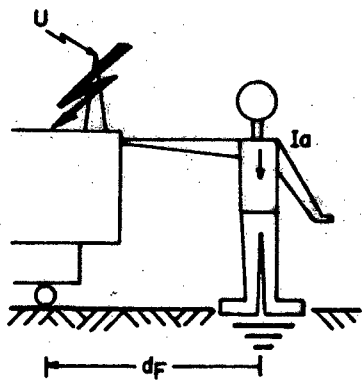


fig 3 (a)

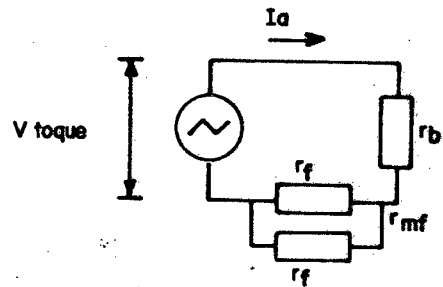


fig 3 (b)

fig 3 (a) : situação de ocorrência do potencial de toque

fig 3 (b) : circuito equivalente

É interessante observar que nas situações em que se verifica o potencial de toque a trajetória da corrente, pelo corpo humano, inclui o coração e as resistências de contato entre cada pé e o solo, resistências estas que estão em paralelo, como está evidenciado no circuito equivalente.

Segundo o guia IEEE-80 (1986,p.46) a expressão do potencial de toque tolerável,  $V_{tt}$ , pelo homem é dado por :

$$V_{tt} = I_{adm} [r_b + r_f/2] \quad (1.6)$$

em que :

$$r_b = 1000 \text{ ohms}$$

$$r_f = 3C_s(h_s, K)\rho_s$$

$$I_{adm} = [0,116/(t)^{1/2}]$$

Assim,

$$V_{tt} = I_{adm} [1000 + 1,5C_s(h_s, K)\rho_s] \quad (1.7)$$

A título de ilustração será determinado o valor do potencial de toque tolerável por um homem que está tocando uma estrutura em uma subestação, no instante em que ocorre um defeito à terra no sistema de potência. Os dados utilizados para a avaliação deste potencial são os mesmos fornecidos para a determinação do potencial de passo tolerável pelo homem. A partir destas considerações obteve-se o potencial de toque de 577,45 Volts tolerável pelo homem.

#### 1.3.1.4 Potencial transferido

O potencial transferido é um caso particular do potencial de toque. Este potencial surge quando uma pessoa, que está dentro da área abrangida pela subestação, toca uma estrutura aterrada em um ponto remoto, ou quando, uma pessoa que está em um ponto remoto em relação à subestação, toca um condutor ou estrutura conectados ao sistema de aterramento. Nas figuras 4 (a) e 4 (b), a seguir, é mostrada uma situação típica onde está configurado o caso de ocorrência de potencial transferido.

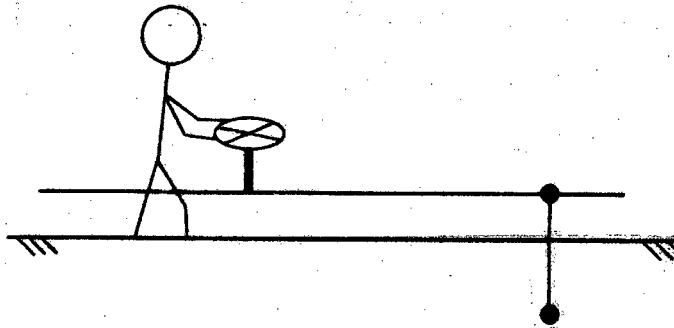


fig 4 (a)

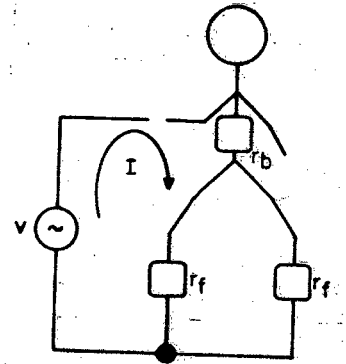


fig 4 (b)

Como exemplo de potencial transferido considere-se que a cerca limitrofe do terreno da subestação esteja ligada à rede de terra, a alguns metros da mesma. Leve-se em conta, ainda, que uma pessoa esteja tocando a cerca quando há um defeito à terra no sistema de potência.

O potencial transferido a que esta pessoa ficará submetida é a diferença entre os potenciais dos condutores da instalação e o do ponto onde esta se encontra. Ambos estes potenciais considerados em relação a um terra remoto. Sempre que o potencial transferido for superior ao potencial de toque tolerável o homem poderá morrer.

### 1.3.2 Capacidade térmica dos condutores

A circulação da corrente de defeito à terra pelos condutores do sistema de aterramento produz aquecimento nos mesmos devido ao efeito Joule. Assim, para dimensionar os condutores da instalação é necessário considerar a capacidade

destes condutores de suportar a circulação da corrente de defeito à terra em um tempo tal que as proteções existentes no sistema de potência atuem.

Segundo o guia IEEE-80 (1976,p.18) a influência do diâmetro dos condutores que compõem o sistema de aterramento é mínima, no que concerne aos potenciais de passo e de toque. A determinação do diâmetro dos condutores da instalação considera somente a dissipação de calor durante um defeito à terra no sistema de potência.

De acordo com o guia IEEE-80 (1986,p.65), Onderdonk estabeleceu a expressão que permite determinar a corrente máxima,  $I$ , a que um condutor de cobre de secção  $A$  pode suportar durante um tempo  $t_1$ , para que a temperatura no condutor não se eleve acima da temperatura limite,  $T_m$ , partindo da temperatura ambiente  $T_a$ . A expressão desenvolvida por Onderdonk considera que toda a energia térmica produzida, durante a circulação de corrente pelo condutor, fica retida no cobre do mesmo. Isto se deve à pequena duração do defeito à terra no sistema de potência. A equação é :

$$I = 1974,72 \text{ A} \left[ \log_{10} \left( \frac{T_m - T_a}{234 + T_a} + 1 \right) / 33 t_1 \right]^{1/2} \quad (1.8)$$

onde :

$I$  : máxima corrente admitida no condutor em Ampères ;

$A$  : secção transversal dos condutores de cobre em  $\text{mm}^2$ ;

$T_a$  : temperatura ambiente em graus centígrados;

$T_m$  : temperatura máxima admissível no condutor em graus centígrados. Esta temperatura deverá ser considerada como sendo menor ou igual a 450 graus centígrados para o caso

de as conexões da instalação serem soldadas, menor ou igual a 250 graus centígrados para o caso de as conexões serem aparafusadas e menor ou igual a 850 graus centígrados para o caso de as conexões serem do tipo exotérmicas na instalação;

$t_1$  : tempo de duração do defeito em segundos. Este é o tempo em que há a circulação da corrente nos condutores da instalação.

Como é conhecido de antemão o valor da corrente de defeito à terra, considera-se que este valor de corrente é o que deve ser suportado pelos condutores da instalação. Assim, a única variável desconhecida na expressão (1.8) é a secção dos condutores da instalação. Desta forma, isolando-se a secção dos condutores na expressão (1.8) tem-se a equação que é utilizada para determiná-la. Esta é a seguinte:

$$A = [I/1974,72] [ 33 t_1 / \log_{10} \left( \frac{T_m - T_a}{234 - T_a} + 1 \right) ]^{1/2} \quad (1.9)$$

A expressão (1.9) é válida para instalações que usam condutores de cobre .Isto corresponde a prática usual entre as concessionárias de energia elétrica tanto no Brasil quanto no mundo.

Foram feitas tentativas isoladas de se usar outro condutor que não o cobre, como por exemplo aço. Este material foi utilizado por Loureiro & alii (1977) e Manohar & alii (1979, p.2126-34). A razão para estas tentativas se deve ao fato de que o cobre está se tornando muito caro o que faz com que o custo dos sistemas de aterramento sejam muito elevados. Segundo Manohar & alii (1979, p.2126-7) o aço apresenta uma taxa de

corrosão 4,4 vezes maior do que o cobre. Este fato é decisivo para que se opte, pelo menos no Brasil, pela utilização de condutores de cobre em sistemas de aterramento.

### 1.3.3 Corrente de defeito à terra

A determinação do valor de corrente de defeito à terra é um item de fundamental importância no dimensionamento de sistemas de aterramento, pois é este parâmetro que vai definir a secção dos condutores a serem utilizados, os potenciais de passo, toque e transferido que irão surgir na subestação e em suas proximidades.

A vida útil de uma subestação é de aproximadamente 30 anos. Assim, por se temer um subdimensionamento do sistema de aterramento, adota-se um valor de corrente de defeito à terra que corresponde, em geral, ao horizonte de planejamento do sistema de potência da concessionária.

A adoção de tal prática conduz a projetos de sistemas de aterramento antieconômicos, pois não estão contemplados todos os possíveis caminhos de escoamento da corrente de defeito à terra como, por exemplo, a parcela da corrente de defeito que flui pelos cabos de cobertura que estão conectados à subestação. A consideração dos possíveis caminhos de escoamento da corrente de defeito à terra, no dimensionamento de sistemas de aterramento de subestações, faz com que haja uma diminuição da parcela de corrente de defeito que será dispersa no solo pelos condutores da instalação, tornando tal dimensionamento

mais coerente e econômico.

Se for considerado a presença dos cabos de cobertura, como caminho de escoamento da corrente de defeito à terra, a secção dos condutores da instalação deve ser determinada pela corrente de defeito à terra estimada em um determinado ano horizonte. Já para a avaliação dos potenciais de passo, toque e transferido deve ser considerada a parcela de corrente de defeito que é dissipada no solo pelos condutores da instalação que está sendo dimensionada.



## CAPÍTULO 2

### O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS E SUA APLICAÇÃO NO DIMENSIONAMENTO DE SISTEMAS DE ATERRAMENTO EM BAIXAS FREQUÊNCIAS

#### 2.1 Introdução

O método de elementos finitos pode ser utilizado para resolver equações diferenciais parciais de segunda ordem que regem fenômenos que ocorrem em diversas áreas da engenharia.

A aplicação do método de elementos finitos, de acordo com Chung (1977,p.1), faz com que equações diferenciais sejam transformadas em equações algébricas. Neste método é determinado um domínio,  $\Omega$ , que é dividido em elementos de diversos tipos, como por exemplo: triângulos, hexaedros, etc, nos quais são escolhidos pontos convenientes, chamados nós, onde a variável da equação diferencial é representada como uma combinação linear de funções de interpolação. Usando princípios variacionais ou método dos resíduos ponderados, a equação diferencial é transformada em um conjunto de equações lineares que representam o comportamento do potencial no domínio. Estas equações locais são agrupadas e passam a formar um sistema global de equações algébricas, onde são impostas condições de contorno, que correspondem aos nós do domínio  $\Omega$ , onde são conhecidos os valores da variável da equação diferencial. Os valores nodais, não conhecidos da variável na equação

diferencial, são determinados resolvendo o sistema de equações formado.

Neste capítulo será determinada a equação diferencial utilizada para o problema de sistemas de aterramento, através do método de elementos finitos, bem como será apresentada a aplicação do método em três dimensões para o dimensionamento de tais sistemas.

## 2.2 Equação diferencial que rege o fenômeno

No dimensionamento de sistemas de aterramento de subestações é fundamental determinar a que valores de potencial se elevam os condutores da instalação, em relação a um terra remoto, bem como a distribuição de potencial na superfície do solo em um domínio tridimensional de estudo  $\Omega$ . O conhecimento de tais parâmetros permite verificar a segurança oferecida pelo sistema de aterramento às pessoas que estejam na subestação, ou em suas proximidades, quando há a ocorrência de um defeito à terra no sistema de potência.

A distribuição de potencial no domínio tridimensional de estudo  $\Omega$ , pode ser obtida a partir da equação da continuidade elétrica.

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (2.1)$$

Note-se que toda a corrente de defeito à terra, injetada nos condutores da instalação, escoar para o solo produzindo, no mesmo, uma distribuição de potencial  $V$ . Sabe-se ainda que:

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (2.2)$$

e

$$E = -\nabla V \quad (2.3)$$

onde,

J : vetor densidade de corrente elétrica, em ampères/metro<sup>2</sup>,

E : vetor intensidade de campo elétrico, em volts/metro,

V : potencial escalar elétrico, em volts,

$\sigma$  : condutividade elétrica do meio, em [ohms x metro]<sup>-1</sup>

Levando a equação (2.3) na equação (2.2), resulta :

$$J = \sigma (-\nabla V) \quad (2.4)$$

A expressão (2.4) introduzida na equação (2.1) fornece a expressão a seguir :

$$\nabla \cdot (-\sigma \nabla V) = 0 \quad (2.5)$$

A qual sob forma explícita, em três dimensões, é expressa por :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \sigma \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \sigma \frac{\partial V}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \sigma \frac{\partial V}{\partial z} \right) = 0 \quad (2.6)$$

A equação (2.6) é a equação de Laplace relativa à distribuição do potencial escalar elétrico V, no domínio tridimensional de estudo  $\Omega$ . Esta é a equação que deverá ser tratada numericamente, através do método de elementos finitos.

Para resolver a equação (2.6), através do método de elementos finitos, é necessário conhecer as condições de contorno inerentes ao fenômeno que está sendo estudado. Assim, as seguintes condições de contorno devem ser consideradas na análise de problemas que envolvam o dimensionamento de sistemas de aterramento :

- os condutores da instalação estão todos a um mesmo potencial,  $V = V_0$ ;
- nas regiões mais afastadas do sistema de aterramento, ou seja, nas fronteiras do domínio tridimensional de estudo  $\Omega$ , o potencial é considerado nulo,  $V = 0$ ;
- na região da fronteira onde há a interface solo/ar a componente do campo elétrico normal a esta fronteira é nula,  $\partial V / \partial n = E_n = 0$ , ou seja, nesta fronteira só existe a componente tangencial do campo elétrico.

Na figura a seguir é mostrado um domínio tridimensional de estudo típico, no qual será aplicado o método de elementos finitos para a determinação dos potenciais nos diversos nós em que o mesmo foi discretizado.

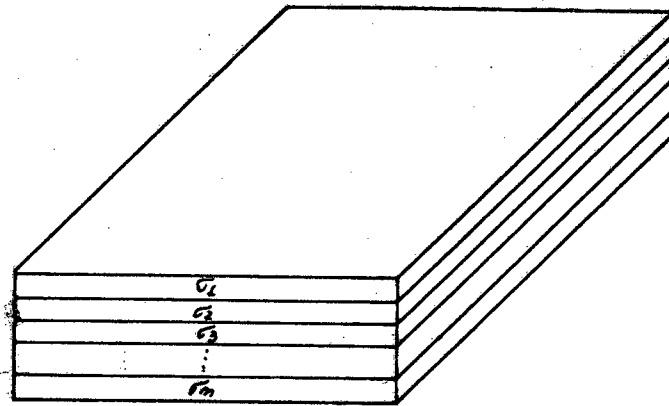


fig 1

### 2.3 Domínio de aplicação do Método de Elementos Finitos para a resolução da equação diferencial que rege o fenômeno

No método de elementos finitos o domínio tridimensional de estudo  $\Omega$  é discretizado em sub-domínios, ou elementos, onde os nós são os pontos de junção de arestas destes elementos. A cada nó deste domínio, a variável de interesse na equação diferencial (2.6), que rege o fenômeno em estudo, é representada por uma função de interpolação. Assim, o comportamento da variável de interesse da equação diferencial, ou seja, o potencial dentro de cada elemento, é representado por:

$$v^e = \sum_{i=NE} \phi_i v_i \quad (2.7)$$

onde,

NE : é o número de nós existentes no elemento;

$v_i$  : representa os valores de potencial em cada nó do elemento que está sendo considerado;

$\phi_i$  : funções de interpolação nodais, ou função de forma do elemento  $i$ . No método dos elementos finitos as funções de interpolação são usadas para representar o comportamento do potencial dentro de cada elemento;

$v^e$  : valor do potencial dentro de um elemento qualquer  $e$ .

Estendendo a todo o domínio tridimensional de estudo  $\Omega$ , a variável de interesse da equação diferencial (2.6), em qualquer ponto dentro deste domínio, é o somatório das

contribuições em cada nó de cada elemento em que o mesmo foi discretizado, ou seja :

$$V = \sum_{i=ND} V^e = \sum_{i=ND} \phi_i V_i \quad (2.8)$$

onde, ND representa o número de nós de todo o domínio tridimensional de estudo  $\Omega$ .

A função de interpolação ou de forma  $\phi_i$  é válida apenas para os pontos pertencentes ao elemento que está sendo considerado, sendo nula para os pontos externos a este elemento. Assim, as funções de forma são definidas de tal forma que seu valor é igual a 1 no nó que está sendo considerado e nula para os demais nós.

As equações de elementos finitos são obtidas aplicando-se o Método Variacional ou o Método dos Resíduos Ponderados. De posse destas equações é possível determinar o valor da variável de interesse da equação diferencial em cada nó do domínio tridimensional de estudo  $\Omega$ .

### 2.3.1 Método Variacional por Elementos Finitos

De acordo com Assumpção (1989,p.247) "o método variacional é um método matemático que, a priori, não tem nenhuma relação com o método dos elementos finitos. Este último é uma técnica numérica, que associada ao método variacional constitui um conjunto de duas noções distintas que dão origem a um método de cálculo usualmente chamado 'método variacional por elementos finitos'."

O método variacional consiste em minimizar um funcional

energético tornando-o estacionário. Seja o funcional  $F$ , função de uma variável  $u$  e de suas derivadas  $u'_x = \partial u / \partial x$ ,  $u'_y = \partial u / \partial y$  e  $u'_z = \partial u / \partial z$ , tal que :

$$F = \int_{\Omega} f(u, \partial u / \partial x, \partial u / \partial y, \partial u / \partial z) d\Omega \quad (2.9)$$

O funcional  $F$  assume um valor estacionário quando para toda pequena variação  $\delta u$ ,  $\delta u'_x$ ,  $\delta u'_y$  e  $\delta u'_z$  a variação correspondente  $\delta F$  de  $F$  é nula. De acordo com Assumpção (1989, p.248), tal fato é expresso por:

$$\delta F = \int_{\Omega} \left( \frac{\partial f}{\partial u} \delta u + \frac{\partial f}{\partial u'_x} \delta u'_x + \frac{\partial f}{\partial u'_y} \delta u'_y + \frac{\partial f}{\partial u'_z} \delta u'_z \right) d\Omega = 0 \quad (2.10)$$

Na expressão (2.10), tem-se :

$$\delta u'_x = \delta \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} (\delta u) \quad (2.11)$$

$$\delta u'_y = \delta \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} (\delta u) \quad (2.12)$$

$$\delta u'_z = \delta \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial z} (\delta u) \quad (2.13)$$

Seja o operador  $\nabla$ , definido como:

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k} \quad (2.14)$$

Utilizando o operador  $\nabla$ , é possível escrever :

$$\frac{\partial}{\partial x} (\delta u) \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} (\delta u) \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} (\delta u) \mathbf{k} = \delta u'_x \mathbf{i} + \delta u'_y \mathbf{j} + \delta u'_z \mathbf{k} = \nabla (\delta u) \quad (2.15)$$

onde  $i$ ,  $j$  e  $k$  são vetores unitários ortogonais utilizados no sistema cartesiano Oxyz.

Assumpção (1989,p.248), definiu um vetor  $g$ , dado por :

$$\frac{\partial f}{\partial u'_x} i + \frac{\partial f}{\partial u'_y} j + \frac{\partial f}{\partial u'_z} k = g \quad (2.16)$$

A partir das expressões (2.15) e (2.16), a equação (2.10) pode ser escrita como:

$$\delta F = \int_{\Omega} \left[ \left( \frac{\partial f}{\partial u} \right) \delta u + \left( \frac{\partial f}{\partial u'_x} i + \frac{\partial f}{\partial u'_y} j + \frac{\partial f}{\partial u'_z} k \right) \cdot (\delta u'_x i + \delta u'_y j + \delta u'_z k) \right] d\Omega = 0 \quad (2.17)$$

Escrevendo (2.17) de uma forma concisa tem-se :

$$\delta F = \int_{\Omega} \left[ \frac{\partial f}{\partial u} \delta u + g \cdot \nabla(\delta u) \right] d\Omega = 0 \quad (2.18)$$

Ao termo ,

$$\int_{\Omega} g \cdot \nabla(\delta u) d\Omega \quad (2.19)$$

que surge na equação (2.18), é aplicado o teorema da divergência resultando, segundo Assumpção (1989,p.249-50), a expressão :

$$\int_{\Omega} g \cdot \nabla(\delta u) d\Omega = \iiint_S \delta u \cdot n ds - \int_{\Omega} \delta u (\nabla \cdot g) d\Omega \quad (2.20)$$

onde,  $S$  é a superfície que envolve o volume  $\Omega$  e  $n$  é o vetor unitário normal à superfície  $S$ . Substituindo os termos relativos à expressão (2.20) em (2.18), tem-se :

$$\delta F = \int_{\Omega} \left( \frac{\partial f}{\partial u} - \nabla \cdot g \right) \delta u d\Omega + \iint_S \delta u g \cdot n dS = 0 \quad (2.21)$$

Para que a soma em (2.21) seja nula é necessário que :



$$\int_{\Omega} \left( \frac{\partial f}{\partial u} - \nabla \cdot \mathbf{g} \right) \delta u d\Omega = 0 \quad (2.22)$$

e,

$$\iint_S \delta u \mathbf{g} \cdot \mathbf{n} ds = 0 \quad (2.23)$$

Levando em conta que  $\delta u$  é arbitrário, para que a equação (2.22) seja nula se faz necessário que :

$$\left( \frac{\partial f}{\partial u} - \nabla \cdot \mathbf{g} \right) = 0, \text{ ou seja :}$$

$$\frac{\partial f}{\partial u} - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial f}{\partial u'_x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial f}{\partial u'_y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial f}{\partial u'_z} \right) = 0 \quad (2.24)$$

A equação (2.24) é conhecida como a equação de Euler. O funcional  $F$  deve ser tal que seu integrando verifique a equação (2.24) em todo o domínio de estudo  $\Omega$ .

De acordo com Raizer (1987,p.6), a equação (2.23) fornece as condições de contorno pois a integral, expressa por esta equação, se refere à superfície  $S$  que envolve o domínio  $\Omega$ . Assim, sobre a superfície  $S$  pode ocorrer :

- $u$  é imposto e constante fazendo com que  $\delta u=0$ . Esta equação de contorno é a condição de Dirichlet; ou
- $\mathbf{g} \cdot \mathbf{n} = \frac{\partial f}{\partial u'_x} n_x + \frac{\partial f}{\partial u'_y} n_y + \frac{\partial f}{\partial u'_z} n_z = 0$  (2.25)

onde,  $\mathbf{n} = n_x \mathbf{i} + n_y \mathbf{j} + n_z \mathbf{k}$ . Esta é a condição de Neumann.

De uma forma concisa pode-se dizer que a formulação variacional significa que :

- A equação de Euler deve ser verificada em todo o domínio, e
- As condições de contorno devem ser :

$V$  é imposto, ou

$$g.n = 0 .$$

A título ilustrativo, será aplicado o método variacional para a situação de correntes estacionárias, que é o caso de interesse, quando se deseja dimensionar sistemas de aterramento de subestações. De acordo com Assumpção (1989, p.255), o funcional para o caso de correntes estacionárias é :

$$F = \int_{\Omega} \frac{1}{2} \sigma E^2 d\Omega = \int_{\Omega} f(V, V'_x, V'_y, V'_z) \quad (2.25)$$

A equação de Euler para este caso é :

$$\frac{\partial f}{\partial V} - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial f}{\partial V'_x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial f}{\partial V'_y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial f}{\partial V'_z} \right) = 0 \quad (2.26)$$

tem-se os seguintes termos para a equação (2.26)

$$\frac{\partial f}{\partial V} = \frac{\partial}{\partial V} (\sigma E^2) = 0 \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial f}{\partial V'_x} = \sigma E_x = - J_x \quad (2.28)$$

$$\frac{\partial f}{\partial V'_y} = \sigma E_y = - J_y \quad (2.29)$$

$$\frac{\partial f}{\partial V'_z} = \sigma E_z = - J_z \quad (2.30)$$

Assim, a equação de Euler assume a forma :

$$\frac{\partial}{\partial x} (- J_x) + \frac{\partial}{\partial y} (- J_y) + \frac{\partial}{\partial z} (- J_z) = 0 \quad (2.31)$$

A equação (2.31) pode ser colocada sob a forma :

$$\left( \frac{\partial}{\partial x} i + \frac{\partial}{\partial y} j + \frac{\partial}{\partial z} k \right) \cdot (J_x i + J_y j + J_z k) = 0 \quad (2.32)$$

ou seja, tem-se para a equação de Euler que  $\text{div } J = 0$

No que se refere a equação de Neumann, tem-se:

$$\frac{\partial f}{\partial v'_x} n_x + \frac{\partial f}{\partial v'_y} n_y + \frac{\partial f}{\partial v'_z} n_z = 0 \quad (2.33)$$

Utilizando as expressões (2.28), (2.29) e (2.30) a equação (2.33) pode ser posta sob a forma :

$$J_x n_x + J_y n_y + J_z n_z = J \cdot n = 0 \quad (2.34)$$

A equação (2.34) significa que o campo elétrico,  $E$ , é tangente à fronteira onde nada é especificado. Quanto a condição de contorno de Dirichlet se especifica que em parte da fronteira do domínio tridimensional de estudo  $\Omega$  o potencial escalar,  $V$ , é constante, logo  $\partial V / \partial x = \partial V / \partial y = \partial V / \partial z = 0$ .

#### 2.3.1.1 Aplicação do método dos elementos finitos usando o método variacional no dimensionamento de sistemas de aterramento

Tendo o domínio de estudo sido discretizado em elementos finitos, o funcional que representa o fenômeno analisado deve ser minimizado em relação à variável de interesse na equação diferencial que rege este fenômeno, ou seja :

$$\frac{\partial F}{\partial v_k} = \sum_{i=NE} \frac{\partial F}{\partial v_k}^i = 0 \quad (2.35)$$

onde,  $k$  representa o número de nós incógnitos do domínio tridimensional de estudo  $\Omega$ , e  $NE$  é o número de elementos do domínio.

O funcional para o caso de correntes estacionárias é :

$$F = \int_{\Omega} \frac{1}{2} \sigma E^2 d\Omega \quad (2.36)$$

O funcional expresso por (2.36) pode ser escrito da seguinte forma :

$$F = \int_{\Omega} \left( \frac{1}{2} \sigma E_x^2 + \frac{1}{2} \sigma E_y^2 + \frac{1}{2} \sigma E_z^2 \right) d\Omega \quad (2.37)$$

Fazendo a derivação da equação (2.37) em relação ao potencial de um nó qualquer, k, tem-se :

$$\frac{\partial F_i}{\partial V_k} = \int_{\Omega} \left[ \frac{1}{2} \sigma \frac{\partial E_x^2}{\partial V_k} + \frac{1}{2} \sigma \frac{\partial E_y^2}{\partial V_k} + \frac{1}{2} \sigma \frac{\partial E_z^2}{\partial V_k} \right] d\Omega \quad (2.38)$$

A derivação indicada em (2.38) resulta na seguinte expressão:

$$\frac{\partial F_i}{\partial V_k} = \int_{\Omega} \left[ \sigma E_x \frac{\partial E_x}{\partial V_k} + \sigma E_y \frac{\partial E_y}{\partial V_k} + \sigma E_z \frac{\partial E_z}{\partial V_k} \right] d\Omega \quad (2.39)$$

Colocando a equação (2.39) em uma forma mais concisa, tem-se para todos os nós de um elemento :

$$\begin{pmatrix} E_x \frac{\partial E_x}{\partial V_n} \\ E_x \frac{\partial E_x}{\partial V_j} \\ \vdots \\ E_x \frac{\partial E_x}{\partial V_k} \end{pmatrix} = E_x \begin{pmatrix} \frac{\partial E_x}{\partial V_n} \\ \frac{\partial E_x}{\partial V_j} \\ \vdots \\ \frac{\partial E_x}{\partial V_k} \end{pmatrix} = E_x \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial V_n} \\ \frac{\partial}{\partial V_j} \\ \vdots \\ \frac{\partial}{\partial V_k} \end{pmatrix} E_x \quad (2.40)$$

Sabendo que  $E = -\text{grad } V$  e que  $V = \phi_i^t V_i$ , vem :

$$E_x = \frac{\partial V}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} [\phi_i^t V_i] = \frac{\partial}{\partial x} V_i^t \phi_i \quad (2.41)$$

$$E_y = \frac{\partial}{\partial y} V_i^t \phi_i \quad (2.42)$$

$$E_z = \frac{\partial}{\partial z} V_i^t \phi_i \quad (2.43)$$

A partir das equações (2.41), (2.42) e (2.43) pode-se expressar a equação (2.40) como segue :

$$\begin{array}{c}
 \frac{\partial}{\partial v_n} \\
 \frac{\partial}{\partial v_j} \\
 \vdots \\
 \frac{\partial}{\partial v_k}
 \end{array}
 E_x = \frac{\partial}{\partial x} \phi_i^t v_i
 \begin{array}{c}
 \frac{\partial}{\partial v_n} \\
 \frac{\partial}{\partial v_j} \\
 \vdots \\
 \frac{\partial}{\partial v_k}
 \end{array}
 \frac{\partial}{\partial x} v_i^t \phi_i = \frac{\partial}{\partial x} \phi_i^t v_i
 \begin{array}{c}
 \frac{\partial}{\partial v_n} \\
 \frac{\partial}{\partial v_j} \\
 \vdots \\
 \frac{\partial}{\partial v_k}
 \end{array}
 v_i^t \frac{\partial}{\partial x} \phi_i
 \quad (2.44)$$

Como :

$$\begin{array}{c}
 \frac{\partial}{\partial v_n} \\
 \frac{\partial}{\partial v_j} \\
 \vdots \\
 \frac{\partial}{\partial v_k}
 \end{array}
 v_i^t = \mathbb{I} \quad (2.45), \text{ onde } \mathbb{I} \text{ é a matriz identidade. Pode-se}$$

escrever (2.44) como segue:

$$\frac{\partial}{\partial x} \phi_i^t v_i \frac{\partial}{\partial x} \phi_i = \frac{\partial}{\partial x} \phi_i^t \frac{\partial}{\partial x} \phi_i v_i \quad (2.46)$$

A partir da equação (2.46) a expressão (2.39) pode ser escrita como :

$$\frac{\partial F}{\partial v_i} = \int_{\Omega} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \phi_i^t \frac{\partial}{\partial x} \phi_i + \frac{\partial}{\partial y} \phi_i^t \frac{\partial}{\partial y} \phi_i + \frac{\partial}{\partial z} \phi_i^t \frac{\partial}{\partial z} \phi_i \right] \sigma v_i \, d\Omega \quad (2.47)$$

A equação (2.47) é a equação que deverá ser tratada

numericamente pelo método de elementos finitos. Esta equação deverá ser calculada para cada elemento do domínio tridimensional de estudo  $\Omega$ , e o resultado do cálculo deve ser inserido em uma matriz, chamada de matriz de contribuição global, nas posições adequadas.

### 2.3.2 Método dos Resíduos Ponderados

O objetivo básico do método dos Resíduos Ponderados é o de obter uma solução aproximada para a variável da equação diferencial que rege o fenômeno de interesse, equação (2.6), em todos os nós do domínio tridimensional de estudo  $\Omega$ . Assim, seja a equação diferencial a seguir :

$$\nabla^2 \cdot v = f \quad (2.48)$$

Aplicando o método dos Resíduos Ponderados à equação (2.48), esta equação, segundo Chung (1977,p.40), transforma-se em :

$$\nabla^2 \cdot v^* - f = \epsilon \quad (2.49)$$

onde,  $\epsilon$  é o erro ou resíduo e  $v^*$  é a solução aproximada da variável da equação diferencial. A solução aproximada tende à exata na medida em que o erro, ou resíduo, tende a zero. Para fazer com que o erro  $\epsilon$  tenda a zero são introduzidas, neste método, funções de ponderação,  $w_i$ , e é realizado o produto interno entre o erro  $\epsilon$  e as funções de ponderação  $w_i$  de tal forma que o mesmo é igualado a zero, ou seja,  $(\epsilon, w_i) = 0$ .

A grande vantagem do método dos Resíduos ponderados é que se pode partir diretamente da equação diferencial que rege

o fenômeno de interesse, sem que seja necessário o conhecimento prévio de um funcional energético .

Dentro do método dos Resíduos Ponderados há várias maneiras de se obter a solução aproximada da equação diferencial, sendo o de Galerkin o mais freqüentemente empregado. Assim, será aplicado o método de Galerkin ao potencial escalar,  $V$ , na equação diferencial (2.6).

No método Galerkin a função de ponderação,  $w_i$ , é igual às funções de interpolação,  $\phi_i$ .

No método de elementos finitos a aproximação do potencial escalar elétrico em cada nó de cada elemento é feita pela combinação linear das funções de interpolação em relação aos valores nodais do potencial escalar elétrico, ou seja :

$$V^e = \sum_{i=NE} \phi_i V_i = \phi_i V_i \quad (2.50)$$

onde NE é o número de nós do elemento e as demais variáveis foram definidas anteriormente. Aplicando a equação (2.50) na equação (2.6), comete-se um erro de aproximação  $\epsilon$ , resultando :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \sigma \frac{\partial}{\partial x} (\phi_i V_i) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \sigma \frac{\partial}{\partial y} (\phi_i V_i) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \sigma \frac{\partial}{\partial z} (\phi_i V_i) \right] = \epsilon \quad (2.51)$$

Fazendo o produto interno com as funções de interpolação locais, pois  $\phi_j = w_i$ , sobre um volume de um elemento,  $\Omega_e$ , e igualando-se este produto interno a zero, tem-se :

$$(\epsilon, \phi_j) = \int_{\Omega_e} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[ \sigma \frac{\partial}{\partial x} (\phi_i V_i) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \sigma \frac{\partial}{\partial y} (\phi_i V_i) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \sigma \frac{\partial}{\partial z} (\phi_i V_i) \right] \right\} \phi_j d\Omega_e$$

$$\int_{\Omega_e} \phi_j d\Omega_e = 0 \quad (2.52)$$

ou, expressando a equação (2.52) sob uma forma mais compacta,



vem :

$$(\epsilon, \phi_j) = \int_{\Omega_e} \left[ \sigma \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \sigma \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + \sigma \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \right] \phi_j d\Omega_e = 0 \quad (2.53)$$

De acordo com Huebner (1975, p.116) a integração por partes da expressão (2.53) permite que as condições de contorno naturais (condições de Neumann) sejam levadas em conta na formulação. Assim, aplicando à expressão (2.53) o teorema de Gauss obtém-se a seguinte equação (ver Mesquita (1987, p.24)):

$$\int_{\Gamma} \left( \sigma \frac{\partial \phi}{\partial x} \bar{n}_x \bar{\phi}_j + \sigma \frac{\partial \phi}{\partial y} \bar{n}_y \bar{\phi}_j + \sigma \frac{\partial \phi}{\partial z} \bar{n}_z \bar{\phi}_j \right) d\Gamma = \int_{\Omega_e} \left( \sigma \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \phi_j}{\partial x} + \sigma \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial \phi_j}{\partial y} + \sigma \frac{\partial \phi}{\partial z} \frac{\partial \phi_j}{\partial z} \right) d\Omega_e \quad (2.54)$$

$n_x$ ,  $n_y$  e  $n_z$  são as componentes na direção do vetor unitário normal ao contorno  $\Gamma$  e  $\bar{\phi}_j$  são as funções de interpolação ao longo do contorno  $\Gamma$ .

A expressão (2.34) indica que na região do contorno onde se verificam as condições de Neumann, tem-se :

$$\mathbf{J} \cdot \mathbf{n} = J_x n_x + J_y n_y + J_z n_z = 0, \text{ em } \Gamma \quad (2.55)$$

Sabe-se que :

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (2.56)$$

$$\mathbf{E} = -\nabla V \quad (2.57)$$

O potencial escalar elétrico  $V$ , dentro de um elemento do domínio discretizado  $\Omega$ , é representado por :

$$V^e = \phi_i V_i \quad (2.58)$$

Introduzindo (2.58) em (2.57) e o resultado em (2.56),

obtem-se :

$$J = -\sigma \nabla(\phi_i V_i) \quad (2.59)$$

Introduzindo (2.59) em (2.55), resulta :

$$\sigma \frac{\partial \phi}{\partial x} V_i n_x + \sigma \frac{\partial \phi}{\partial y} V_i n_y + \sigma \frac{\partial \phi}{\partial z} V_i n_z = 0 \quad (2.60)$$

A expressão (2.60) indica que as equações de Neumann são homogêneas para o caso a ser tratado (correntes estacionárias).

O produto interno entre o erro existente na região do contorno onde se verificam as condições de Neumann, e as funções de interpolação ao longo deste contorno,  $\bar{\phi}_j$ , corresponde ao primeiro membro da expressão (2.54). Portanto, a partir do resultado da expressão (2.60), verifica-se que o primeiro membro da equação (2.54) é nulo, ou seja,

$$\int_{\Gamma} \sigma \frac{\partial \phi}{\partial x} V_i n_x \bar{\phi}_j d\Gamma = \int_{\Gamma} \sigma \frac{\partial \phi}{\partial y} V_i n_y \bar{\phi}_j d\Gamma = \int_{\Gamma} \sigma \frac{\partial \phi}{\partial z} V_i n_z \bar{\phi}_j d\Gamma = 0 \quad (2.61)$$

Assim, a expressão (2.54) transforma-se em :

$$\int_{\Omega_e} \left[ \sigma \frac{\partial \phi}{\partial x} V_i \frac{\partial \phi}{\partial x}^j + \sigma \frac{\partial \phi}{\partial y} V_i \frac{\partial \phi}{\partial y}^j + \sigma \frac{\partial \phi}{\partial z} V_i \frac{\partial \phi}{\partial z}^j \right] d\Omega_e = 0 \quad (2.62)$$

Escrevendo (2.62) de uma outra forma resulta :

$$\int_{\Omega_e} \left[ \frac{\partial \phi}{\partial x}^i \frac{\partial \phi}{\partial x}^j + \frac{\partial \phi}{\partial y}^i \frac{\partial \phi}{\partial y}^j + \frac{\partial \phi}{\partial z}^i \frac{\partial \phi}{\partial z}^j \right] \sigma V_i d\Omega_e = 0 \quad (2.63)$$

A equação (2.63) deverá ser tratada numericamente pelo método de elementos finitos para cada elemento do domínio tridimensional de estudo  $\Omega$ . O resultado do cálculo deverá ser inserido em uma matriz, chamada de matriz de contribuição global, nas posições adequadas. Assim, aplicando o método

variacional ou o método dos resíduos ponderados vai ser gerado um sistema de equações que assume a forma :

$$[SS] [V] = [VDR] \quad (2.64)$$

onde :

[SS] : matriz de contribuição global obtida a partir das expressões (2.47) ou (2.63);

[V] : vetor dos potenciais escalares incógnitos nos nós do domínio tridimensional de estudo  $\Omega$ ;

[VDR] : vetor que contém as condições de contorno do problema.

Tendo sido obtidas as equações (2.47) ou (2.63), Dhatt (1984,p.93-409) indica a forma de calculá-las.

## 2.4 As grandezas discretizadas

O domínio tridimensional de estudo  $\Omega$  é discretizado em elementos finitos isoparamétricos do tipo hexaedro trilinear, o qual segundo Assumpção (1989,p.367) "é de grande utilidade quando o domínio de estudo possui uma forma geométrica facilmente discretizável em elementos de topologia cúbica".

De acordo com Assumpção (1989,p.328) as integrações (2.47) ou (2.63) dependem do sistema de coordenadas adotado e, em alguns casos, o cálculo de tais integrais pode apresentar dificuldades. Assim, ao invés de realizar a integração de volume relativa a um elemento genérico  $k$ , que está no sistema de coordenadas  $xyz$ , procura-se calcular a integral dentro de um elemento de referência pertencente ao sistema de

coordenadas  $\xi\eta\zeta$ . Ao se adotar o novo sistema de referência,  $\xi\eta\zeta$ , são escolhidas funções de interpolação,  $\phi_i$ , que fazem o mapeamento do elemento real (que está no sistema de coordenadas  $xyz$ ) para o elemento de referência, o qual está expresso em termos de  $\xi\eta\zeta$ . A figura 2, obtida de Dhatt (1984, p.133), mostra um elemento do tipo hexaedro linear e um elemento de referência genérico adotado para realizar as integrações necessárias.

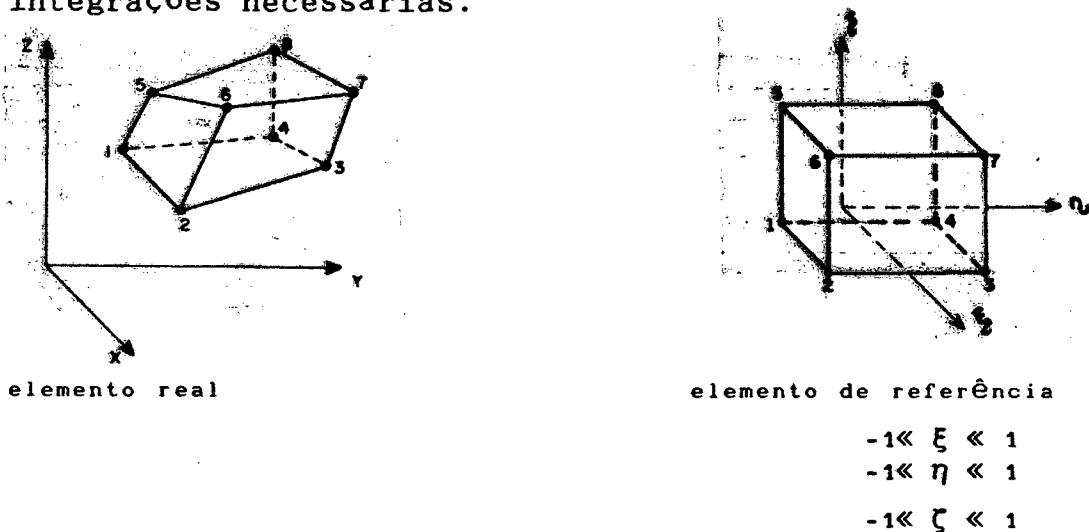


fig 2

De acordo com Coulomb (1981, p.I-29) as integrais expressas pelas equações (2.47) ou (2.63), dentro de um elemento de referência genérico  $k$ , no sistema de coordenadas  $xyz$ , podem ser representadas como :

$$\int_{\Omega_k} f(\dots, \nabla \phi_i(x, y, z), \dots) d\Omega \quad (2.65)$$

Ainda, de acordo com Coulomb (1981, p.I-29), a integração em (2.65) pode ser efetuada no elemento de referência do tipo hexaedro linear através de :

$$\int_{\xi=-1}^{\xi=1} \int_{\eta=-1}^{\eta=1} \int_{\zeta=-1}^{\zeta=1} f(\dots, \nabla \phi_i(\xi, \eta, \zeta), \dots) |J| d\xi d\eta d\zeta \quad (2.66)$$

onde,  $\phi_i$  são as funções de interpolação que mapeiam o elemento real no elemento de referência e  $|J|$  é o determinante da matriz jacobiana  $J$ , a qual relaciona o domínio real, em coordenadas  $xyz$ , com o domínio de referência, dado em coordenadas  $\xi\eta\zeta$ . A matriz jacobiana para um elemento do tipo hexaedro linear é dada por :

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial \phi_1}{\partial \xi} & \frac{\partial \phi_2}{\partial \xi} & \dots & \frac{\partial \phi_i}{\partial \xi} & x_1 & y_1 & z_1 \\ \frac{\partial \phi_1}{\partial \eta} & \frac{\partial \phi_2}{\partial \eta} & \dots & \frac{\partial \phi_i}{\partial \eta} & x_2 & y_2 & z_2 \\ \frac{\partial \phi_1}{\partial \zeta} & \frac{\partial \phi_2}{\partial \zeta} & \dots & \frac{\partial \phi_i}{\partial \zeta} & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial \phi_1}{\partial \xi} & \frac{\partial \phi_2}{\partial \xi} & \dots & \frac{\partial \phi_i}{\partial \xi} & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial \phi_1}{\partial \eta} & \frac{\partial \phi_2}{\partial \eta} & \dots & \frac{\partial \phi_i}{\partial \eta} & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial \phi_1}{\partial \zeta} & \frac{\partial \phi_2}{\partial \zeta} & \dots & \frac{\partial \phi_i}{\partial \zeta} & x_i & y_i & z_i \end{vmatrix} \quad i=1, \dots, 8 \quad (2.67)$$

onde,  $\partial \phi_i / \partial \xi$ ,  $\partial \phi_i / \partial \eta$  e  $\partial \phi_i / \partial \zeta$  são as derivadas das funções de interpolação em relação às coordenadas de referência  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$  e  $x_i$ ,  $y_i$  e  $z_i$  são as coordenadas reais dos 8 nós do elemento genérico  $k$ .

A integral sobre cada elemento de referência do domínio tridimensional de estudo  $\Omega$ , expressa pela equação (2.66) é geralmente calculada utilizando o método de Gauss, onde :

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(\xi, \eta, \zeta) d\xi d\eta d\zeta = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n w_i w_j w_k f(\xi_i, \eta_j, \zeta_k) \quad (2.68)$$

sendo que,

$n$  são pontos de integração em cada direção dos eixos coordenados;

$w_i, w_j, w_k$  são os coeficientes ou pesos de integração no método de Gauss;

$\xi_i, \eta_j, \zeta_k$  são as coordenadas dos pontos de integração onde a função  $f$  deve ser calculada.

No programa desenvolvido pelo GRUCAD (Grupo de Concepção e Análise de Dispositivos Eletromagnéticos do Departamento de Engenharia Elétrica da UFSC), tem-se dois pontos de integração em cada direção dos eixos coordenados de referência. Segundo Raizer (1987, p.44), os pesos de integração e as coordenadas dos pontos de integração assumem os seguintes valores :

$$w_i = w_j = w_k = 1, e$$

$$\xi_i = \eta_j = \zeta_k = \pm 0.577350269198$$

## 2.5 Aspectos informáticos relativos ao método dos elementos finitos

A aplicação do método dos elementos finitos vai gerar matrizes que constituirão um sistema matricial de equações, (2.64), o qual deve ser resolvido. A resolução de (2.64) permite determinar o valor do potencial nos nós do domínio tridimensional de estudo  $\Omega$ . Aspectos informáticos relativos ao armazenamento de matrizes, inserção de condições de contorno e o método de resolução do sistema de equações gerado serão discutidos a seguir .

### 2.5.1 Armazenamento da matriz de contribuição global na forma compacta

O armazenamento dos termos não nulos da matriz de contribuição global, matriz [SS], propicia grande economia de memória fazendo com que se tenha um maior espaço de memória disponível para acrescentar novos nós ao domínio tridimensional de estudo  $\Omega$ . Assim, para armazenar a matriz de contribuição global na forma compacta é necessário que se tenham duas matrizes. Uma matriz que contenha o endereçamento dos termos fora da diagonal da matriz de contribuição global, chamada de matriz [INDIC], e uma outra matriz que contenha os termos não nulos da matriz de contribuição global, chamada de matriz [SS].

De acordo com Raizer (1987,p.55), a dimensão das matrizes [INDIC] E [SS] são respectivamente, INDIC(número total de nós,14) e SS(número total de nós,15), "pois a experiência mostra que o número de nós "vizinhos" a um certo nó não excede a quatorze nós." Ressalte-se que na matriz [SS] são armazenados, na primeira coluna, os termos pertencentes à diagonal.

O armazenamento da matriz de contribuição global na forma compacta se presta para a resolução iterativa do sistema de equações lineares formado, pois ao utilizarmos métodos iterativos não há a criação de novos termos matriciais na matriz [SS].

### 2.5.2 Introdução das condições de contorno

Ao ser aplicado o método de elementos finitos há a formação de um sistema matricial de equações. Tal sistema surge após o cálculo e condensação de todas as contribuições de todos os nós dos elementos que compõem o domínio tridimensional de estudo  $\Omega$ , equações (2.47) ou (2.63). O sistema de equações é reescrito a seguir, sendo que as matrizes que o compõem foram definidas anteriormente.

$$[SS] \cdot [V] = [VDR] \quad (2.69)$$

Antes de resolver o sistema expresso pela equação (2.69) é necessário que sejam inseridos, nas posições corretas dentro da matriz  $[VDR]$ , os potenciais conhecidos do problema que está sendo analisado, ou seja, é necessário que sejam inseridas as condições de contorno do tipo Dirichlet existentes no problema em estudo. Assim, vamos supor que é conhecido o valor de potencial no nó  $i$ ,  $V_i = \overline{VDR}_i$ . De acordo com Dhatt (1984, p.263-4), o fato de ser conhecido o valor do potencial no nó  $i$  faz com que sejam feitas as seguintes alterações no sistema de equações (2.69):

- . o elemento  $SS_i$  na matriz  $[SS]$  é substituído por  $\alpha$ , onde  $\alpha$  é um número de valor elevado, da ordem de  $10^{20}$ ;
- . o elemento  $VDR_i$  na matriz  $[VDR]$  é substituído por  $\overline{VDR}_i$ .

Após estas alterações no sistema de equações expresso por (2.69) o referido sistema é escrito como segue :



$$\begin{vmatrix}
 SS_{11} & \dots & SS_{1i} & \dots & SS_{1n} \\
 \vdots & & \vdots & & \vdots \\
 SS_{i1} & \dots & \alpha & \dots & SS_{in} \\
 \vdots & & \vdots & & \vdots \\
 SS_{n1} & \dots & SS_{ni} & \dots & SS_{nn}
 \end{vmatrix}
 \begin{vmatrix}
 V_1 \\
 \vdots \\
 V_i \\
 \vdots \\
 V_n
 \end{vmatrix}
 =
 \begin{vmatrix}
 VDR_1 \\
 \vdots \\
 \alpha \overline{VDR}_i \\
 \vdots \\
 VDR_n
 \end{vmatrix}
 \quad (2.70)$$

Do sistema expresso pela equação (2.70), tem-se para a posição  $i$  :

$$\alpha V_i + \left( \sum_{j=1, n} SS_{ij} V_j \right) = \overline{\alpha VDR}_i \quad (2.71)$$

onde,

$$V_i = \left( \overline{\alpha VDR}_i - \sum_{j=1, n} SS_{ij} V_j \right) \frac{1}{\alpha} \quad (2.72)$$

resultando,

$$V_i \cong \overline{VDR}_i \quad (2.73)$$

Assim, tem-se inserida a condição de contorno do problema em estudo,  $V_i$ , na posição  $i$  da matriz  $[VDR]$ .

### 2.5.3 Método de resolução do sistema de equações

O método de resolução utilizado para resolver o sistema de equações expresso por (2.69), é o método da sobre-relaxação.

Em analogia com o trabalho de Raizer (1987,p.68), as equações expressas por (2.69) podem ser escritas como :

$$\begin{aligned}
V_1 &= (VDR_1 - SS_{12}V_2 - \dots - SS_{1n}V_n) / SS_{11} \\
V_2 &= (VDR_2 - SS_{21}V_1 - \dots - SS_{2n}V_n) / SS_{22} \\
&\vdots \\
&\vdots \\
&\vdots \\
V_i &= (VDR_i - SS_{ij}V_j - \dots - SS_{in}V_n) / SS_{ii}
\end{aligned} \tag{2.74}$$

Expressando (2.74) de uma forma genérica tem-se :

$$V_n = (VDR_n - \sum_{k=1}^{i-1} SS_{nk}V_k - \sum_{k=i+1}^n SS_{ik}V_k) / SS_{ii} \tag{2.75}$$

que nos conduz a um algoritmo iterativo, segundo Raizer (1987, p.68-9).

A sobre-relaxação consiste em utilizar a variação dos valores incógnitos das variáveis de uma iteração a outra. Assim, quando o valor  $V_i^{m+1}$  do nó  $i$  é calculado, é calculada a diferença :

$$\Delta V_i^{m+1} = V_i^{m+1} - V_i^m \tag{2.76}$$

O valor da variação,  $\Delta V_i^{m+1}$ , é multiplicado por um fator  $(w-1)$ , onde  $w$  é o coeficiente de relaxação, e o resultado é somado ao valor  $V_i^{m+1}$  do nó calculado. Assim, o novo valor de  $V_i^{m+1}$  fica sendo :

$$V_i^{m+1} = V_i^{m+1} + (w-1)\Delta V_i^{m+1} \tag{2.77}$$

O fator de sobre-relaxação  $w$  permite melhorar a velocidade de convergência da solução, sendo que o valor ótimo de  $w$  depende de cada caso. O valor de  $w$  adotado no presente trabalho é de 1.75.

## CAPÍTULO 3

### DIMENSIONAMENTO DE SISTEMA DE ATERRAMENTO EM BAIXAS FREQUÊNCIAS

#### 3.1 Introdução

Neste capítulo são apresentados os passos seguidos para o dimensionamento de um sistema de aterramento de uma subestação, onde é utilizado o método de elementos finitos em três dimensões.

#### 3.2 Passos seguidos no dimensionamento

Os principais passos, que correspondem a módulos de programa, seguidos para o dimensionamento de sistemas de aterramento de subestações são :

- modelagem do solo onde será implantada a subestação a partir das medições realizadas de resistividade do solo. O solo será estratificado em camadas horizontais;
- determinação do domínio tridimensional de estudo  $\Omega$  para a aplicação do método de elementos finitos, usando o programa EFCAD, desenvolvido pelo GRUCAD;
- discretização do domínio tridimensional de estudo  $\Omega$  em elementos finitos com a imposição de condições de contorno pertinentes ao fenômeno que está sendo

analisado, bem como o fornecimento da corrente de defeito à terra utilizada para o dimensionamento do sistema de aterramento;

- cálculo dos potenciais em todos os nós do domínio tridimensional de estudo  $\Omega$ . Determinação da elevação de potencial dos condutores que compõem o sistema de aterramento da instalação em relação a um terra remoto. Avaliação dos potenciais de toque e passo em pontos indicados pelo utilizador, conforme a configuração de condutores proposta.

As etapas seguidas, para o dimensionamento de sistemas de aterramento de subestações, podem ser melhor visualizadas através do diagrama a seguir, no qual estão descritas as principais funções executadas pelos diversos módulos de programa que são utilizados para se obter, como produto final, uma configuração de condutores aceitável e, tanto quanto possível, econômica para a instalação que está sendo projetada.

INÍCIO

MÓDULO 1 : MODELAGEM DO SOLO

MÓDULO 2 : DETERMINAÇÃO DA EXTENSÃO  
DO DOMÍNIO DE ESTUDO UTILIZANDO  
O SISTEMA INFORMÁTICO EFCAD

MÓDULO 3 : DISCRETIZAÇÃO DO DOMÍNIO  
DE ESTUDO EM ELEMENTOS FINITOS  
COM A IMPOSIÇÃO DAS CONDIÇÕES DE  
CONTORNO E FORNECIMENTO DA  
CORRENTE DE DEFEITO À TERRA

MÓDULO 4 : CÁLCULO DOS POTENCIAIS EM  
TODOS OS NÓS DO DOMÍNIO DE  
ESTUDO. AVALIAÇÃO DOS POTENCIAIS  
DE TOQUE,  $v_{tc}$ , E PASSO,  $v_{pc}$ , EM  
PONTOS INDICADOS PELO UTILIZADOR.  
DETERMINAÇÃO DOS POTENCIAIS DE  
TOQUE,  $v_{tt}$ , E PASSO,  $v_{pt}$ ,  
TOLERÁVEIS PELO HOMEM

SE  $v_{tc} > v_{tt}$  E/OU  $v_{pc} > v_{pt}$ ,  
VAI AO MÓDULO 3

SE DESEJAR RECONFIGURAR A  
DISPOSIÇÃO DOS CONDUTORES, VAI AO  
MÓDULO 3

RELATÓRIO DE SAÍDA.

FIM

Os módulos de programa 3 e 4, já desenvolvidos pelo GRUCAD, sofreram adaptações não substanciais com o objetivo de

melhor adequá-los à utilização no dimensionamento de sistemas de aterramento de subestações.

É importante comentar que se forem excedidos os potenciais de toque e/ou passo toleráveis pelo homem, o utilizador deverá propor outra configuração da disposição dos condutores da instalação segundo determinados critérios. O mesmo deverá ocorrer se o utilizador desejar otimizar a configuração da disposição dos condutores do sistema de aterramento, visando obter uma redução de custo do referido sistema.

Cada um dos módulos de programa, constantes no diagrama anterior, será discutido nos próximos itens, bem como os critérios que podem ser utilizados para reconfigurar os condutores da instalação.

### 3.3 Modelagem do solo

Uma etapa importante no processo de dimensionar os sistemas de aterramento de subestações é a modelagem do solo. Por modelagem do solo entende-se o conhecimento dos diversos valores de resistividades e espessuras das camadas do mesmo.

Neste trabalho o solo será estratificado, seguindo a metodologia de Dawalibi & alii (1984, p.374-82), em duas camadas horizontais de resistividades diferentes. A estrutura do solo é caracterizada por camadas de resistividade  $\rho_1$  e  $\rho_2$ , onde  $\rho_1$  é a resistividade da primeira camada de solo e  $\rho_2$  a da

segunda camada. A primeira camada apresenta espessura  $h$ . A espessura da segunda camada de solo é infinita.

Para se modelar o solo em duas camadas, tradicionalmente, usa-se como referência um conjunto de curvas padrão fornecidas por Sunde (1968, p.48-9). Estas curvas são comparadas por superposição com uma única curva, plotada em papel transparente e em escala logarítmica, resultante das medições de resistividades do solo, em função dos espaçamentos entre eletrodos, na área onde será instalada a subestação. Deste processo resulta o conhecimento das variáveis  $\rho_1, \rho_2$  e  $h$ .

Em 1984, Dawalibi & alii (1984, p.374-82) empregaram, pela primeira vez, o método de otimização "Steepest-descent method" para modelar o solo, estratificando-o em duas camadas horizontais de resistividades distintas. Tal metodologia foi bem aceita pelos engenheiros projetistas de sistemas de aterramento, pois, segundo Rodrigues (1986, p.54), além de reduzir o tempo dispendido para modelar o solo, elimina considerações muitas vezes subjetivas quanto à escolha da melhor curva a ser utilizada.

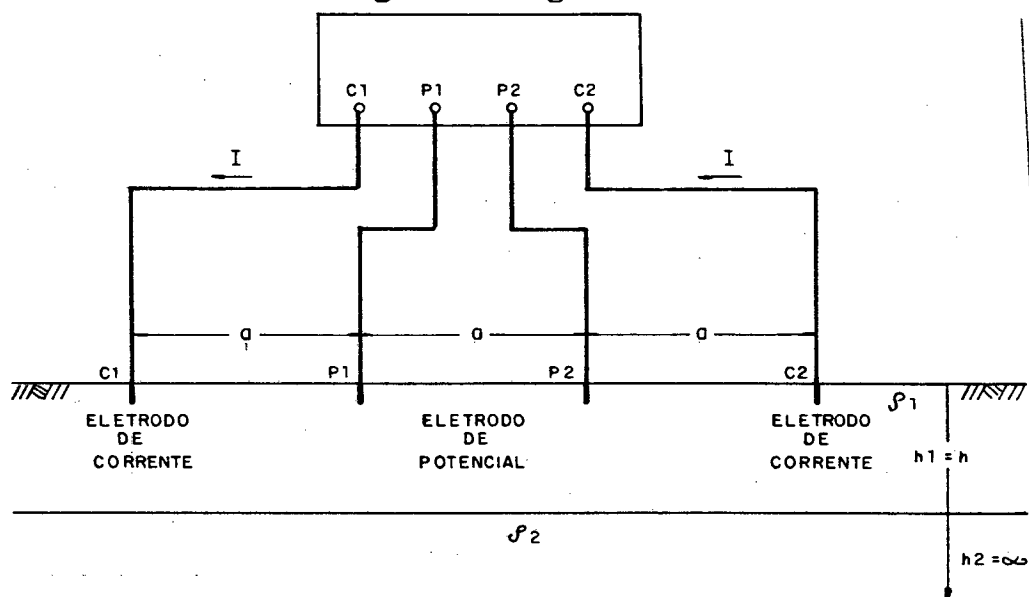
A modelagem do solo neste trabalho é obtida através da aplicação do método de otimização de "Hooke-Jeeves", pois este não se vale de derivadas em sua formulação, o que o torna de fácil implementação computacional. Ao contrário do que ocorre com o método sugerido por Dawalibi & alii. Para se poder aplicar o método proposto torna-se necessário descrever o "Método de Wenner de Medições de Resistividades" o qual

fornecerá as equações necessárias para a aplicação do método de Hooke-Jeeves.

### 3.3.1 Método de Wenner

Um dos métodos consagrados, devido a sua simplicidade e exatidão de resultados, para a medição da resistividade do solo, é o método de Wenner. O arranjo básico deste método de medição é mostrado na figura a seguir.

fig 1



As medições de resistividade do solo são realizadas por quatro eletrodos, uniformemente espaçados e alinhados, colocados simetricamente em relação ao aparelho. Dois dos eletrodos são de corrente, C1 e C2, e dois eletrodos são de potencial, P1 e P2. Como indicado na figura 1, a corrente entra no solo através do eletrodo C1 e o deixa através do eletrodo C2. Esta circulação de corrente provoca uma diferença de potencial no solo que é detectada pelos eletrodos de potencial P1 e P2.



Na figura 1, está representado um solo que possui duas camadas horizontais com resistividades distintas. A espessura da primeira camada é  $h$ . A espessura da segunda camada é considerada infinita. Estando o eletrodo de corrente  $C_1$  a uma distância  $a$  do eletrodo de potencial  $P_1$ , a equação que permite avaliar o potencial em  $P_1$ , devido a corrente que circula pelo eletrodo de corrente  $C_1$  é dada por Tagg (1964, p.35-55), como sendo :

$$VP_{1C_1} = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left[ \frac{1}{a} + 2 \sum_{n=1}^w \frac{k^n}{[a^2 + (2nh)^2]^{1/2}} \right] \quad (3.1)$$

onde,  $w$  é igual a infinito e  $k$  é definido como sendo o valor do coeficiente de reflexão dado pela expressão :

$$k = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} \quad (3.2)$$

De forma análoga, o potencial em  $P_1$ , devido à corrente que circula pelo eletrodo de corrente  $C_2$ , o qual está a uma distância  $2a$  do eletrodo de potencial  $P_1$  é :

$$VP_{1C_2} = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left[ \frac{1}{2a} + 2 \sum_{n=1}^w \frac{k^n}{[4a^2 + (2nh)^2]^{1/2}} \right] \quad (3.3)$$

Considerando as equações (3.2) e (3.3) o potencial total em  $P_1$  é :

$$VP_1 = VP_{1C_1} - VP_{1C_2} = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left\{ \frac{1}{2a} + 2 \sum_{n=1}^w \left[ \frac{k^n}{[a^2 + (2nh)^2]^{1/2}} - \frac{k^n}{[4a^2 + (2nh)^2]^{1/2}} \right] \right\} \quad (3.4)$$

Devido à simetria do arranjo mostrado na figura 1, o potencial em  $P_2$  terá o mesmo valor do potencial em  $P_1$ , porém

com sinal oposto ao potencial calculado em P1. Assim, a diferença de potencial entre P1 e P2 é de duas vezes o valor do potencial obtido pela equação (3.4), logo o potencial entre os pontos P1 e P2 é :

$$VP_{1P2} = VP_1 - VP_2 = \frac{I\rho_1}{2\pi a} \left[ 1 + 4a \sum_{n=1}^W \left\{ \frac{k^n}{[a^2 + (2nh)^2]^{1/2}} - \frac{k^n}{[4a^2 + (2nh)^2]^{1/2}} \right\} \right] \quad (3.5)$$

Expressando a equação (3.5) de outra forma, vem :

$$2\pi a \frac{VP_{1P2}}{I} = \rho_1 \left[ 1 + 4 \sum_{n=1}^W k^n \left\{ \frac{1}{[1 + (2nh/a)^2]^{1/2}} - \frac{1}{[4 + (2nh/a)^2]^{1/2}} \right\} \right] \quad (3.6)$$

Na expressão (3.6) o termo  $VP_{1P2} / I$  é o valor de resistência medida,  $R$ , quando é utilizado o método de Wenner para a medição da resistividade do solo. Portanto, o termo que aparece no lado esquerdo da equação (3.6) assume a forma  $2\pi aR$ , que é conhecido como resistividade aparente do solo,  $\rho_a$ , quando o método de Wenner é utilizado para a medição de resistividade. Assim, cada valor de resistência  $R$ , medido pelo aparelho, para um espaçamento entre eletrodos  $a$ , deve ser multiplicado pelo fator  $2\pi a$ , a fim de que seja obtido o valor de resistividade aparente do solo correspondente a tal espaçamento. A expressão (3.6) pode, agora, ser reescrita, resultando :

$$\rho_a = \rho_1 \left[ 1 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} k^n \left( \frac{1}{[1+(2nh/a)^2]^{1/2}} - \frac{1}{[4+(2nh/a)^2]^{1/2}} \right) \right] \quad (3.7)$$

Como  $\rho_a$  é conhecido a equação (3.7) é utilizada para determinar as variáveis  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  e  $h$  através do método de otimização de Hooke-Jeeves.

### 3.3.2 Estratificação do solo usando o método de otimização de Hooke-Jeeves

Ao ser aplicado o método de medição de Wenner é possível traçar uma curva que relaciona os valores de resistividades aparentes, obtidos através de medições, em função dos espaçamentos entre eletrodos utilizados para as mesmas. Como exemplo, uma curva típica obtida a partir de medições é mostrada na figura a seguir, onde a resistividade da primeira camada de solo é maior do que a da segunda.

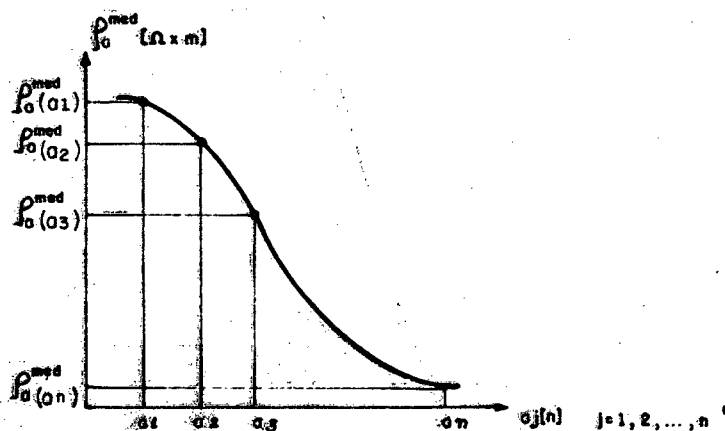


fig. 2

Na figura 2 é apresentada uma curva,  $\rho_a^{\text{med}}(a_j) \times a_j$ , que expressa uma série de valores de resistividades aparentes do solo, obtidas a partir de medições realizadas em um dado local,  $\rho_a^{\text{med}}(a_j)$ , para diversos espaçamentos entre eletrodos  $a_j$ .

Ao utilizar técnicas de otimização, para estratificar o solo, está-se tentando sobrepor uma curva de resistividade aparente calculada, chamada de "curva teórica", à curva de resistividade aparente medida, chamada de "curva real". Esta é obtida através de medições de resistividade aparente, em função dos espaçamentos entre eletrodos,  $\rho_a^{\text{med}}(a_j) \times a_j$ , no local onde vai ser instalada a subestação. A "curva teórica" é obtida aplicando a equação (3.7) aos espaçamentos entre eletrodos utilizados nas medições de campo,  $\rho_a^{\text{calc}}(a_j) \times a_j$ .

A sobreposição das curvas "real" e "teórica" obedece ao critério do erro quadrático médio. As variáveis  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  e  $h$ , que definem a estrutura do solo onde serão instalados os condutores do sistema de aterramento, são aqueles valores, obtidos através da aplicação do método de otimização de Hooke-Jeeves, que fazem com que a diferença entre as curvas "real" e "teórica" seja a menor possível.

A equação que expressa o erro quadrático médio é chamada de função objetivo. Esta função objetivo deve ser minimizada, pois se está interessado em obter os valores das variáveis,  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  e  $h$ , que farão com que a diferença entre as curvas "real" e "teórica" seja a menor possível.

No método de otimização de Hooke-Jeeves, numa primeira

etapa, denominada de busca exploratória, é definido um vetor inicial arbitrário, chamado de vetor base, cujos componentes são as variáveis que comparecem na função objetivo. Estas variáveis sofrem a ação de uma perturbação, previamente arbitrada, em torno do seu valor inicial. Esta perturbação é aplicada sucessivamente a cada um dos componentes do vetor inicial, permanecendo os demais componentes deste vetor com o seu valor inalterado, ou seja, enquanto um dos componentes do vetor base está sofrendo variação, os demais permanecem fixos. Para cada perturbação é calculado o valor da função objetivo. Após todas as variáveis da função objetivo terem sofrido a ação da perturbação, são retidos os valores das variáveis que conduzem a uma diminuição ou aumento no valor da função objetivo, caso se queira minimizar ou maximizar, respectivamente, a função objetivo. Estes novos valores das variáveis passarão a compor o novo vetor base sobre o qual será aplicada a segunda etapa do método.

Nesta segunda etapa os componentes do vetor base que conduziram a uma otimização (diminuição ou aumento da função objetivo) não sofrem mais uma perturbação em torno do seu valor. Estes componentes sofrem, agora, um processo de aceleração. O que está-se fazendo ao aplicar o passo de aceleração é acelerar a convergência da função objetivo para o ponto de mínimo ou de máximo. Obtém-se, assim, após o passo de aceleração, novos componentes para o vetor base. A estes novos componentes torna-se a aplicar uma perturbação, ou seja, são realizadas buscas exploratórias aos componentes do novo vetor

encontrado.

No momento em que não se conseguir mais uma redução ou aumento no valor da função objetivo é feita uma diminuição no valor da perturbação a ser aplicada ao último vetor base encontrado, e reinicia-se o processo de pesquisa descrito pela primeira e segunda etapas do método de otimização.

A redução no valor da perturbação a ser aplicada é feita até o momento em que, para um valor muito pequeno de perturbação, não se consegue alterar o valor da função objetivo. Neste instante é alcançado o ponto de ótimo da função objetivo, ou seja, temos os valores das variáveis que minimizam ou maximizam a função objetivo.

O método de otimização proposto por Hooke-Jeeves é um método que apresenta, segundo Himmelblau (1972, p.142-8), como característica interessante o fato de não se valer de derivadas, o que o define como um método de otimização de pesquisa direta. Saliente-se, também, que é um método de fácil implementação computacional.

Para melhor compreender a dinâmica de funcionamento do método de Hooke-Jeeves, Himmelblau (1972, p.145-48) apresenta o seguinte exemplo, onde procura-se maximizar  $f(x)$ :

$$\begin{aligned} f(x) &= 1/[(X_1+1)^2 + X_2^2] && : \text{função objetivo} \\ X^{(0)} &= [2,00 ; 2,80]^t && : \text{vetor base inicial} \\ \Delta X &= [0,60 ; 0,84]^t && : \text{perturbação inicial} \end{aligned}$$

Para os pontos iniciais a função objetivo vale :

$f(2,00;2,80)=0,059$ . Aplicando a perturbação ao vetor inicial, ou vetor base, vem:

$$X_1^{(1)} = 2,00 + 0,60 = 2,60 ; f(2,60; 2,80) = 0,048 \text{ FALHA}$$

$$X_1^{(1)} = 2,00 - 0,60 = 1,40 ; f(1,40; 2,80) = 0,073 \text{ SUCESSO}$$

$$X_2^{(1)} = 2,80 + 0,84 = 3,64 ; f(1,40; 3,64) = 0,052 \text{ FALHA}$$

$$X_2^{(1)} = 2,80 - 0,84 = 1,96 ; f(1,40; 1,96) = 0,104 \text{ SUCESSO}$$

O novo vetor base é composto pelas variáveis (1,40;1,96), pois estas o conduziram, após a aplicação da perturbação, a um aumento no valor da função objetivo. Neste momento será aplicado um passo de aceleração ao novo vetor base, sendo este passo de aceleração dado pela expressão :

$$X_i^{(k+1)} = 2X_i^{(k)} - X_i^{(b)}, \text{ onde } X_i^{(b)} \text{ é a base antiga do vetor } X^{(0)}$$

Assim, tem-se os novos valores do vetor base dados por :

$$X_1^{(2)} = 2(1,40) - 2,00 = 0,80$$

$$X_2^{(2)} = 2(1,96) - 2,80 = 1,12$$

O valor da função objetivo para os novos pontos  $f(0,80; 1,12) = 0,22$ . Aplicando uma perturbação aos novos componentes do vetor base, tem-se :

$$X_1^{(3)} = 0,80 + 0,60 = 1,40 ; f(1,40; 1,12) = 0,14 \text{ FALHA}$$

$$X_1^{(3)} = 0,80 - 0,60 = 0,20 ; f(0,20; 1,12) = 0,38 \text{ SUCESSO}$$

$$X_2^{(3)} = 1,12 + 0,84 = 1,96 ; f(0,20; 1,96) = 0,19 \text{ FALHA}$$

$$X_2^{(3)} = 1,12 - 0,84 = 0,28 ; f(0,20; 0,28) = 0,67 \text{ SUCESSO}$$

Para determinar se a busca foi melhor do que a anterior, faz-se o cálculo de  $f(0,20; 0,28) = 0,67$  e compara-se com  $f(1,40; 1,96) = 0,104$ . Como 0,67 é maior do que 0,104 houve sucesso na busca. Então, o novo vetor base será  $X^{(3)} = [0,20; 0,28]^t$  e a base antiga será  $X^{(1)} = [1,40; 1,96]^t$ . Aplicando um passo de aceleração vem :

$$X_1^{(4)} = 2 \cdot (0,20) - 1,40 = -1,00$$

$$X_2^{(4)} = 2.(0,28) - 1,96 = -1,40, \text{ logo } f(-1,00; -1,40) = 0,51$$

Promovendo uma perturbação aos componentes do vetor  $X^{(4)}$  =  $[-1,00; -1,40]$ , resulta :

$$X_1^{(5)} = -1,00 + 0,60 = -0,40 ; f(-0,40; -1,40) = 0,43 \text{ FALHA}$$

$$X_1^{(5)} = -1,00 - 0,60 = -1,60 ; f(-1,60; -1,40) = 0,43 \text{ FALHA}$$

$$X_2^{(5)} = -1,40 + 0,84 = -0,56 ; f(-1,00; -0,56) = 3,18 \text{ SUCESSO}$$

$$X_2^{(5)} = -1,40 - 0,84 = -2,24 ; f(-1,00; -2,24) = 0,20 \text{ FALHA}$$

Uma vez que  $f(-1,00; -0,56) = 3,18$  é maior do que  $f(0,20; 0,28) = 0,67$ , obteve-se sucesso na busca sendo, agora,  $X^{(5)} = [-1,00; -0,56]^t$  o novo vetor base e  $X^{(3)}$  o vetor base antigo. Aplicando-se, novamente, um passo de aceleração, tem-se:

$$X_1^{(6)} = 2.(-1,00) - 0,20 = -2,20$$

$$X_2^{(6)} = 2.(-0,56) - 0,18 = -1,40 \text{ e } f(-2,20; -1,40) = 0,29$$

Aplicando-se uma perturbação ao vetor  $X^{(6)}$ , vem:

$$X_1^{(7)} = -2,20 + 0,60 = -1,60 ; f(-1,60; -1,40) = 0,43 \text{ SUCESSO}$$

$$X_2^{(7)} = -1,40 + 0,84 = -0,56 ; f(-1,60; -0,56) = 1,49 \text{ SUCESSO}$$

Verifica-se que  $f(-1,60; -0,56) = 1,49$  é menor do que  $f(-1,00; -0,56) = 3,18$ . Neste instante, após a aplicação das duas etapas de que é composto o método de Hooke-Jeeves, não houve aumento no valor da função objetivo. Agora, a perturbação  $\Delta X$ , sofre uma redução e reinicia-se o processo de otimização a partir do vetor  $X^{(5)} = [-1,00; -0,56]^t$ , aplicando-se, sobre o mesmo uma nova perturbação, a qual de acordo com Kindermann (1988) é dada pela relação  $\Delta X^{(\text{antigo})} / k$ , onde  $k$  é um número inteiro, geralmente a dimensão do espaço vetorial, expresso pela função objetivo. Neste exemplo, o máximo da função objetivo



é alcançado quando  $X_1$  tender a  $-1,00$  e  $X_2$  tender a zero.

A aplicação do método de otimização de Hooke-Jeeves, a fim de modelar a estrutura do solo onde serão instalados os condutores do sistema de aterramento, requer que seja minimizada a função objetivo, definida pelo critério de erro dos mínimos quadrados. A solução será encontrada minimizando-se a expressão dada por :

$$E(\rho_1; K; h) = \text{minimizar} \sum_{j=1}^m \left[ \frac{\rho_a^{\text{med}}(a_j) - \rho_a^{\text{calc}}(a_j)}{\rho_a^{\text{med}}(a_j)} \right]^2 \quad (3.8)$$

A função objetivo expressa pela equação (3.8) representa o erro existente entre a curva de resistividade do solo medida,  $\rho_a^{\text{med}}(a_j) \times a_j$ , para os  $a_j$  espaçamentos entre eletrodos e a curva que será calculada a partir da equação (3.7), curva  $\rho_a^{\text{calc}}(a_j) \times a_j$ . Esta curva é obtida em função dos mesmos espaçamentos entre eletrodos utilizados nas medições de campo.

O ponto de ótimo,  $\bar{E}(\rho_1; K; h)$ , ou de minimização da função objetivo  $E(\rho_1; K; h)$ , será obtido quando a diferença entre o conjunto de valores de resistividades do solo medidos e calculados, para os mesmos espaçamentos entre eletrodos utilizados nas medições, for o menor possível. Assim, das inúmeras famílias de curvas calculadas que passam pelos pontos da curva levantada nas medições de resistividade do solo, se obtém, através da aplicação do método de otimização de Hooke-Jeeves, a "melhor" curva, ou seja, aquela curva que, pelo critério de erro dos mínimos quadrados, mais se aproxima da curva medida. Portanto, os valores das variáveis  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  e  $h$  que minimizam a função objetivo são aqueles valores que melhor

representam a estrutura do solo. Assim,  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  e  $h$  são as variáveis que fazem com que o erro, ou diferença, entre as curvas medidas e calculadas seja a menor possível.

São considerados como valores iniciais do vetor base, ou vetor inicial, para a aplicação do método de otimização de Hooke-Jeeves as seguintes variáveis :

- . $\rho_1^0$  : valor inicial da resistividade do solo da primeira camada. É assumido como valor inicial desta variável o primeiro valor de resistividade do solo oriundo da curva de resistividades obtidas das medições realizadas;
- . $K^0$  : valor inicial do fator de reflexão o qual é obtido da relação  $(\rho_2^0 - \rho_1^0) / (\rho_1^0 + \rho_2^0)$ , sendo  $\rho_2^0$  o valor inicial da resistividade do solo da segunda camada. É assumido como valor de  $\rho_2^0$  o último valor de resistividade do solo oriundo da curva de resistividades obtidas das medições realizadas;
- . $h^0$  : valor inicial da espessura da primeira camada de solo. É assumido um valor arbitrário para esta variável, por exemplo, entre 1 a 10 metros.

A adoção destes valores iniciais referidos tomou por base os estudos de Blattner (1982, p.2837-50), segundo os quais, o valor de resistividade do solo da primeira camada,  $\rho_1$ , tende ao valor de resistividade obtido com o menor espaçamento entre eletrodos utilizados nas medições de campo. O valor de resistividade da segunda camada,  $\rho_2$ , tende ao valor de resistividade obtido com a maior distância entre eletrodos utilizados nas medições de campo. A partir destas colocações

pode-se dizer que para pequenas distâncias entre eletrodos a corrente tende a penetrar pouco no solo, enquanto que para grandes distâncias entre eletrodos a corrente penetra nas camadas mais profundas de solo.

A seguir são apresentados resultados comparativos obtidos por Dawalibi & alii (1984,p.379) com os resultados utilizando o método de otimização de Hooke-Jeeves proposto neste trabalho.

ESTRATIFICAÇÃO DO SOLO EM DUAS CAMADAS-COMPARAÇÃO RESULTADOS					
CARACTERÍSTICAS FINAIS DO SOLO		DAWALIBI	HOOKE-JEEVES		
Resistividade da primeira camada [ $\Omega\text{xm}$ ]		383,4982	377,3333		
Resistividade da segunda camada [ $\Omega\text{xm}$ ]		147,6571	145,4017		
Profundidade da primeira camada [m]		2,5626	2,6537		
Fator de reflexão K		-0,4440	-0,4437		
RESISTIVIDADES APARENTES-RESULTADOS COMPARATIVOS					
Espaçamento eletrodos [m]	resistividade aparente medida [ $\Omega\text{xm}$ ]	resistivid. aparente calculada [ $\Omega\text{xm}$ ]		desvio (%)	
		DAWALIBI	HOOKE-JEEVES	DAWA.	H-J.
2,50	320,00	327,4372	325,1485	2,32	1,61
5,00	245,00	233,8807	234,4336	-4,54	-4,31
7,50	182,00	187,4388	187,0223	2,99	2,76
10,00	162,00	168,0307	166,6713	3,72	2,88
12,50	168,00	159,5344	158,1043	-5,04	-5,89
15,00	152,00	155,3505	153,7305	2,20	1,14

De acordo com Dawalibi & alii (1984,p.380), o método tradicional de sobreposição de curvas padrão com a curva, plotada em papel transparente e em escala logarítmica, resultante das medições de resistividade do solo, forneceu os seguintes resultados de estratificação para o exemplo indicado no quadro comparativo acima :

- resistividade da primeira camada : 390  $\Omega\text{xm}$  ;

- resistividade da segunda camada : 148-167  $\Omega \cdot m$  ;
- profundidade da primeira camada : 2,5 m .

A partir dos resultados acima indicados nota-se, para o exemplo proposto, que as diferenças entre os resultados não foram significativas. No entanto, o método tradicional de sobreposição de curvas padrão, além de não permitir visualizar o desvio existente entre os valores de resistividade do solo medidos e calculados, para cada espaçamento entre eletrodos utilizados na medição, é um método que, segundo Rodrigues (1986,p.54), "demanda tempo e pressupõem considerações muitas vezes subjetivas quanto à escolha da melhor curva, introduzindo, assim, erros que podem até comprometer o projeto de aterramento."

### 3.4 Determinação da extensão do domínio de estudo

A aplicação do método dos elementos finitos requer que seja conhecida previamente a extensão do domínio a ser considerado para estudo.

A extensão do domínio de estudo deve ser tal que, nas regiões mais afastadas deste domínio, o potencial seja nulo.

Não podem ser considerados, neste tipo de análise, domínios com extensão muito grandes, uma vez que se está ocupando área desnecessária de memória no computador, pois são levados em conta regiões onde o potencial já se anulou.

O dimensionamento do sistema de aterramento é feito através de uma análise tridimensional do domínio considerado.

A extensão do domínio tridimensional de estudo  $\Omega$ , chamado de "domínio de estudo", e que será discretizado em elementos finitos é determinada através da utilização do sistema informático EFCAD que é bidimensional. A utilização deste sistema informático objetiva, apenas, fornecer uma noção aproximada da extensão do domínio tridimensional a ser considerado para estudo.

Na utilização do sistema informático EFCAD é arbitrado inicialmente um domínio bidimensional, que será chamado de "domínio proposto". Este possui profundidade arbitrária e a sua maior dimensão deverá ser igual ou superior a dez vezes a maior dimensão do sistema de aterramento que está sendo projetado.

O domínio proposto é dividido, então, em camadas nas quais estão identificadas as profundidades e resistividades das mesmas, já obtidas através do método de otimização de Hooke-Jeeves. A este domínio proposto estão também associadas as condições de contorno pertinentes ao fenômeno que está sendo objeto de estudo:

- . os condutores da instalação estão a um potencial arbitrário;
- . na superfície de separação solo/ar o componente normal do campo elétrico é nulo;
- . nas regiões mais afastadas dos condutores da instalação o potencial é nulo.

O domínio proposto, com as condições de contorno pertinentes, é discretizado em elementos finitos e são

calculados nos nós incógnitos (onde não foram impostas condições de contorno) os valores de potencial dos mesmos. A partir do conhecimento dos potenciais nos nós do domínio proposto são traçadas as linhas equipotenciais sobre o mesmo. Com base na avaliação das linhas equipotenciais traçadas é determinada a extensão do domínio tridimensional de estudo.

A título de exemplo, considere-se o sistema de aterramento proposto por Garrett (1985,p.3588), o qual é mostrado na figura 3 a seguir.

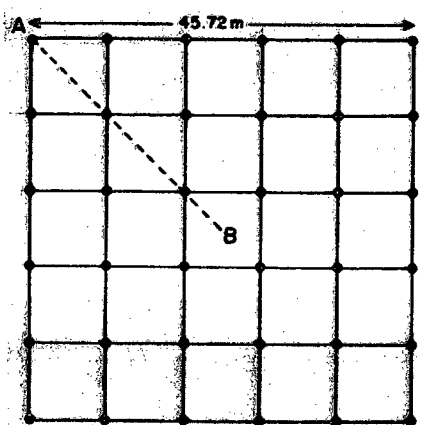


figura 3

Para a configuração de condutores proposta há a necessidade de se determinar a extensão do domínio de estudo, que posteriormente será discretizado em elementos finitos tridimensionais. Como dados adicionais tem-se que os condutores da instalação estão enterrados a 0,457 metros em um solo homogêneo de resistividade igual a  $100 \Omega \cdot m$ . Ainda, a instalação possui 36 hastes de aterramento que medem 15,24 metros cada e a corrente de defeito à terra prevista é de 1000 A. O potencial dos condutores da instalação, em relação a um terra remoto,

pode ser qualquer valor arbitrário. Para este exemplo de solo homogêneo é possível estimar, à priori, o valor de potencial, em relação a um terra remoto, a que estarão submetidos os condutores da instalação. Este potencial é conhecido na literatura através das siglas GPR (Ground Potential Rise) ou EPT (Elevação de Potencial de Terra). Tal valor de potencial é obtido através da determinação da resistência dos condutores do sistema de aterramento por meio da aplicação da equação de Laurent fornecida pelo guia IEEE-80 (1986, p.81) :

$$R = 0,443 \frac{\rho}{(A)^{1/2}} + \frac{\rho}{L} \quad (3.9)$$

onde,

R : resistência estimada dos condutores do sistema de aterramento, [ $\Omega$ ];

$\rho$  : resistividade aparente do solo, [ $\Omega \times m$ ];

A : área da instalação, [ $m^2$ ];

L : comprimento total dos condutores da instalação, [m].

O potencial a que se elevarão os condutores da instalação é dado por :

$V = R.I$ , onde R é obtido da equação (3.9) e I é a corrente de defeito à terra.

Para a disposição de condutores mostrada na figura 3, tem-se que a resistência dos condutores da instalação é de 1,06  $\Omega$  e que os condutores da mesma se elevarão a um potencial de 1060 Volts.

Observando-se a figura 3, nota-se que a maior dimensão do sistema de aterramento é igual ao valor da diagonal do

referido sistema.

Na figura 4, a seguir, está representado o domínio proposto com as condições de contorno pertinentes ao fenômeno em estudo, o qual deverá ser analisado pelo sistema informático EFCAD, objetivando determinar a extensão do domínio de estudo. Devido à simetria do sistema de aterramento mostrado na figura 3, é possível analisar metade do domínio proposto.

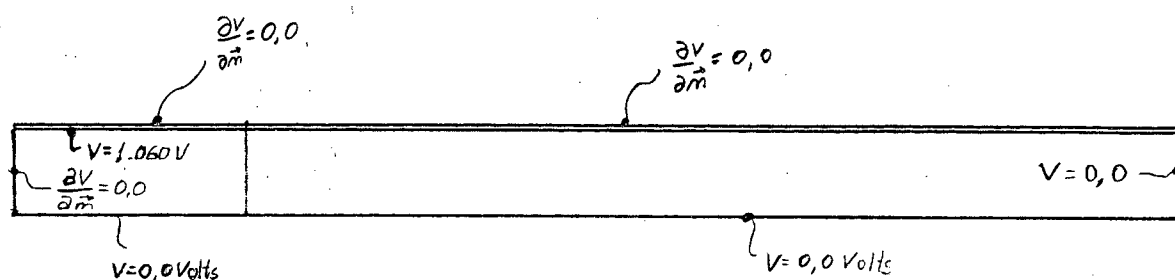


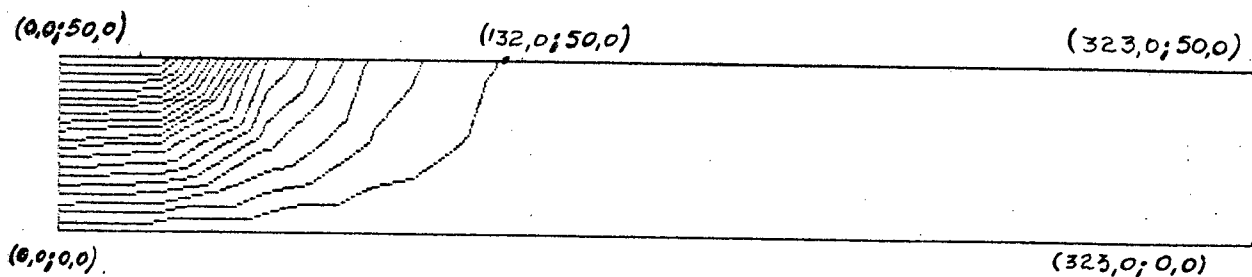
fig 4

Módulos de programa do sistema informático EFCAD discretizam o domínio proposto em elementos finitos e calculam os potenciais nos nós resultantes da discretização.

Após o cálculo dos potenciais, em todos os nós em que foi discretizado o domínio proposto, são traçadas as linhas equipotenciais que irão conduzir a determinação da extensão do domínio de estudo. Na figura 5 são mostradas as linhas equipotenciais obtidas, usando o módulo traçador do EFCAD, para o sistema da figura 3.



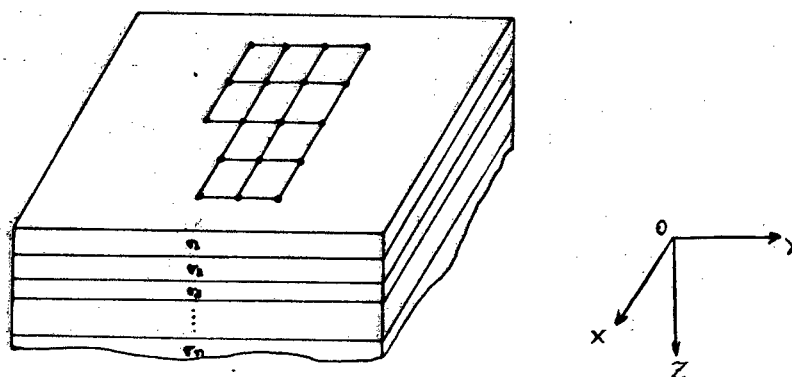
fig. 5



Observando a figura 5, em que foram traçadas as linhas equipotenciais para o domínio proposto, é possível determinar a extensão do domínio de estudo. Para tanto, é considerada uma distância arbitrária entre a penúltima equipotencial traçada e a equipotencial de valor nulo. O valor da penúltima equipotencial traçada corresponde a aproximadamente 5% do valor de elevação de potencial dos condutores que compõem o sistema de aterramento, ou seja, 53,0 Volts. Portanto, a partir da figura 5, observa-se que do ponto de coordenadas (132;50) metros ao ponto de coordenadas (323;50) metros o potencial, na superfície do solo, deverá variar de 53,0 Volts a 0,0 Volts. Em outras palavras, em 191 metros, que é a distância entre a penúltima e a última equipotencial traçada no domínio proposto, o potencial na superfície do solo deverá variar 53,0 Volts. Este valor de variação de potencial na superfície do solo é pequeno, se comparado com o valor de elevação de potencial dos condutores da instalação. Assim, qualquer ponto entre os pontos de coordenadas (132;50) metros e (323;50) metros pode ser considerado como o ponto de máxima extensão do

domínio tridimensional de estudo  $\Omega$ , obtido a partir da avaliação das linhas equipotenciais traçadas sobre o domínio de referência. Portanto, o domínio tridimensional de estudo  $\Omega$  assume, por exemplo, o aspecto mostrado na figura 6 a seguir para um solo estratificado em várias camadas horizontais de resistividades distintas.

fig.6



### 3.5 Critérios para a discretização do domínio $\Omega$

Tendo sido definida a extensão do domínio tridimensional de estudo  $\Omega$  torna-se necessário, agora, discretizar este domínio em elementos finitos, ou seja, é necessário gerar a malha de elementos finitos.

A geração da malha de elementos finitos é feita de maneira semi-automática, pois o utilizador impõe uma certa malha de elementos finitos ao domínio tridimensional de estudo

$\Omega$ . Na discretização em elementos finitos do domínio tridimensional, o utilizador deve ter o cuidado de melhor discretizar as regiões vizinhas aos condutores do sistema de aterramento, bem como aquelas onde há um interesse especial em verificar os potenciais que surgem, na ocorrência de um defeito à terra no sistema potência.

Como critério para a discretização nas direções  $x$  e  $y$ , do domínio tridimensional de estudo  $\Omega$ , são colocados elementos finitos que possuem um determinado comprimento, chamado de comprimento padrão, naquelas regiões onde há a necessidade de melhor conhecer o comportamento do campo elétrico. O comprimento padrão dos elementos finitos nestas regiões é uma medida arbitrária que pode ser relacionada com as menores dimensões envolvidas no domínio em estudo. A profundidade em que estão enterrados os condutores da instalação pode, por exemplo, ser considerada como o menor comprimento padrão dos elementos finitos a ser utilizado para a discretização.

A medida em que há um afastamento das regiões acima mencionadas, por exemplo, à medida em que há um afastamento dos condutores da instalação em direção à extremidade do domínio tridimensional de estudo  $\Omega$ , não há um interesse especial em avaliar o comportamento do campo elétrico. Portanto, nestas regiões, pode-se proceder a um aumento gradual no comprimento dos elementos finitos vizinhos na malha que está sendo traçada.

De acordo com Cardoso & alii (1987) podem ser consideradas como variação entre as dimensões de elementos

finitos vizinhos na malha 30% para as regiões mais sensíveis e 300% para regiões de menor interesse do conhecimento do campo elétrico .

O critério para o traçado da discretização segundo o eixo z obedece ao mesmo princípio que o traçado da discretização segundo os eixos x e y.

### 3.6 Cálculo dos potenciais no domínio $\Omega$

A corrente de defeito à terra é a única informação disponível ao projetista para determinar o perfil de potencial na superfície do solo e a elevação de potencial dos condutores da instalação, em relação a um terra remoto. Estes itens são de fundamental importância para se avaliar as condições de segurança oferecidas pela instalação.

Para determinar a elevação de potencial dos condutores da instalação e o perfil de potencial na superfície do solo é avaliada a corrente que sai pelas fronteiras do domínio tridimensional de estudo  $\Omega$ , estando os condutores da instalação a um mesmo potencial, potencial este de valor arbitrário, notado por  $V_c^{arb}$  .

#### 3.6.1 Correntes que atravessam as fronteiras do domínio $\Omega$

Através da aplicação do método de elementos finitos obtém-se o potencial nos nós em que foi discretizado o domínio tridimensional de estudo  $\Omega$ . De posse dos valores de potencial

nestes nós é possível determinar as correntes que atravessam as fronteiras deste domínio. A expressão da corrente total que sai por uma superfície  $S$  qualquer do domínio tridimensional de estudo  $\Omega$  é:

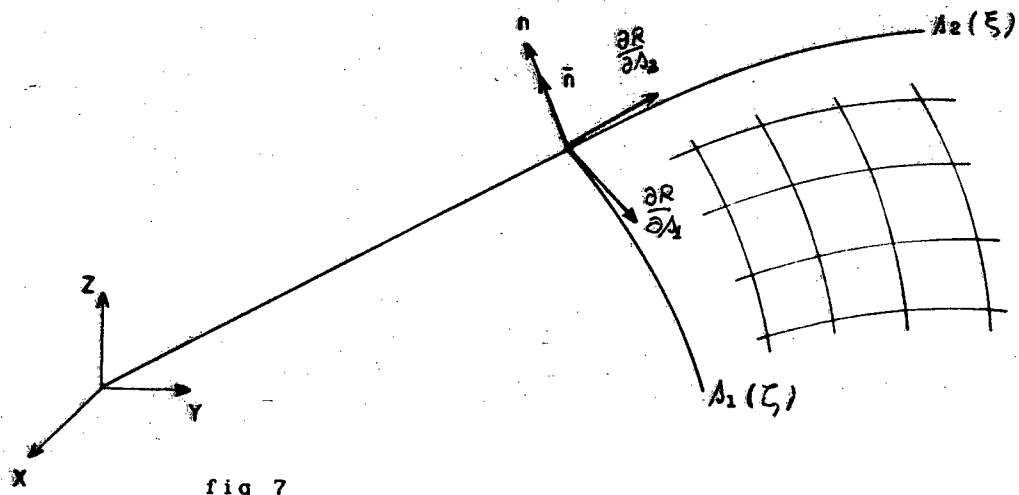
$$I = \int_S \mathbf{J} \cdot \mathbf{n} dS \quad (3.10)$$

onde,  $\mathbf{J}$  é o vetor densidade de corrente que sai pela fronteira  $S$  e  $\mathbf{n}$  é o vetor unitário normal à  $S$ .

A corrente que atravessa a face de um elemento qualquer  $e$ , da fronteira do domínio  $\Omega$ , é expressa por:

$$I_e = \int_{S_e} \mathbf{J}_e \cdot \mathbf{n} dS \quad (3.11)$$

Observando a equação (3.11), nota-se que é necessário calcular a diferencial de área  $dS$ . De acordo com Brebbia (1980, p.17-20) seja a figura 7, onde estão representados o sistema de coordenadas cartesiano  $xyz$  e um sistema de coordenadas de referência  $\xi\eta\zeta$ .



A integral em (3.11) deve ser escrita em função das coordenadas de superfície  $s_1$  e  $s_2$  que são  $(\xi, \eta)$  ou  $(\xi, \zeta)$  ou

$(\eta, \zeta)$  relativas à face onde deseja-se calcular a corrente. Assim, tem-se para  $dS$ :

$$dS = d(\text{Área}) = \left| \frac{\partial R}{\partial s_1} \quad \frac{\partial R}{\partial s_2} \right| ds_1 ds_2 = |G| ds_1 ds_2 \quad (3.12)$$

onde,

$$\frac{\partial R}{\partial s_1} = \left( \frac{\partial x}{\partial s_1}, \frac{\partial y}{\partial s_1}, \frac{\partial z}{\partial s_1} \right)$$

$$\frac{\partial R}{\partial s_2} = \left( \frac{\partial x}{\partial s_2}, \frac{\partial y}{\partial s_2}, \frac{\partial z}{\partial s_2} \right) \quad (3.13)$$

$G$  é a magnitude do vetor normal à face  $(s_1, s_2)$ , então:

$$n = \frac{\partial R}{\partial s_1} \times \frac{\partial R}{\partial s_2} = \left( \frac{\partial x}{\partial s_3}, \frac{\partial y}{\partial s_3}, \frac{\partial z}{\partial s_3} \right) = (g_1, g_2, g_3) \quad (3.14)$$

$s_3$  é o eixo de coordenada de referência perpendicular aos eixos de coordenadas  $s_1$  e  $s_2$  e  $g_1, g_2$  e  $g_3$  são as componentes do vetor  $G$ , que valem :

$$g_1 = \left( \frac{\partial y}{\partial s_1} \frac{\partial z}{\partial s_2} - \frac{\partial y}{\partial s_2} \frac{\partial z}{\partial s_1} \right)$$

$$g_2 = \left( \frac{\partial z}{\partial s_1} \frac{\partial x}{\partial s_2} - \frac{\partial x}{\partial s_1} \frac{\partial z}{\partial s_2} \right)$$

$$g_3 = \left( \frac{\partial x}{\partial s_1} \frac{\partial y}{\partial s_2} - \frac{\partial y}{\partial s_1} \frac{\partial x}{\partial s_2} \right) \quad (3.15)$$

O módulo do vetor normal à superfície  $S$  fornece a área da face, ou seja :

$d(\text{Área}) = |G|$ , logo

$$|G| = (g_1 + g_2 + g_3)^{1/2} \quad (3.16)$$

O vetor unitário normal à superfície  $S_e$  é dado por :

$$n = \frac{G}{|G|} \quad (3.17)$$

O vetor densidade de corrente,  $J$ , depende do vetor campo elétrico,  $E$ , ou seja ,

$$J = \sigma E \quad (3.18)$$

O vetor campo elétrico é relacionado ao potencial escalar elétrico  $V$ , através da relação :

$$E = -\text{grad } \phi_i V_i \quad (3.19)$$

$$\text{sendo } \text{grad } \phi_i = \sum_i [J]^{-1} \begin{vmatrix} \frac{\partial \phi_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \phi_i}{\partial \eta} \\ \frac{\partial \phi_i}{\partial \zeta} \end{vmatrix} \quad (3.20)$$

na expressão (3.20)  $[J]^{-1}$  é o inverso da matriz Jacobiana.

A corrente total,  $I\tau$ , que sai pela fronteira considerada do domínio tridimensional de estudo  $\Omega$ , quando aos condutores da instalação é aplicado um potencial arbitrário é :

$$I\tau = \sum_{e=1}^{NN} I_e \quad (3.21)$$

onde  $NN$  é o número total de elementos pertencentes à fronteira do domínio tridimensional de estudo  $\Omega$ , que está sendo considerada para avaliação da corrente.

A elevação de potencial dos condutores da instalação, em relação a um terra remoto,  $V_c$ , é dada pela expressão:

$$V_c = R I_{cc} \text{ [Volts]} \quad (3.22)$$

Na expressão (3.22),  $I_{cc}$ , é a corrente de defeito à terra cujo valor é conhecido de antemão.  $R$  é a resistência de aterramento da instalação, em relação a um terra remoto, que é obtida pela relação  $V_c^{arb}/I\tau$ , onde  $V_c^{arb}$  é o valor de potencial arbitrado aos condutores da instalação.

O potencial real a que está submetido o nó genérico  $i$ , do domínio tridimensional de estudo  $\Omega$ ,  $V_{nó}^i$ , é obtido multiplicando-se o potencial calculado neste nó genérico, através da aplicação do método dos elementos finitos,  $V_{nó,EF}^i$ , pela relação  $V_c / V_c^{arb}$ . Assim, o potencial real em um nó genérico  $i$  é dado por :

$$V_{nó}^i = \frac{V_c}{V_c^{arb}} V_{nó,EF}^i \quad (3.23)$$

Relembrando as expressões:  $R = V_c^{arb}/I\tau$  e  $V_c = R I_{cc}$ . Assim, substituindo a expressão de  $R$  na de  $V_c$ , e a expressão resultante em (3.23), tem-se a expressão que é utilizada para determinar o potencial real em um nó genérico  $i$ , a qual é dada por:

$$V_{nó}^i = ( I_{cc}/I\tau ) V_{nó,EF}^i \quad (3.24)$$

A expressão (3.24) deve ser estendida a todos os nós do domínio tridimensional de estudo  $\Omega$ .



### 3.6.2 Determinação dos potenciais de toque e passo

Para avaliar as condições de segurança oferecidas pelo sistema de aterramento de uma subestação é necessário determinar os potenciais de toque e passo que surgem numa determinada configuração de condutores, quando há a ocorrência de um defeito à terra, e comparar estes valores de potencial com os potenciais toleráveis pelo homem.

A determinação do potencial de toque em um ponto  $x$  qualquer,  $V_t^x$ , na superfície do solo do domínio tridimensional de estudo  $\Omega$ , é obtida através da relação :

$$V_t^x = V_c - V_{n\acute{o}}^x \quad (3.25)$$

onde,

- .  $V_{n\acute{o}}^x$  é o valor de potencial encontrado na superfície do solo do domínio tridimensional de estudo  $\Omega$  ;
- .  $V_c$  é a elevação de potencial dos condutores da instalação.

O potencial de passo entre dois pontos  $x_1$  e  $x_2$ ,  $V_p^{x_1x_2}$ , é obtido através da relação :

$$V_p^{x_1x_2} = V_{n\acute{o}}^{x_1} - V_{n\acute{o}}^{x_2} \quad (3.26)$$

onde,

$V_{n\acute{o}}^{x_1}$  e  $V_{n\acute{o}}^{x_2}$  são os valores de potencial encontrados nos nós  $x_1$  e  $x_2$  pertencentes à superfície do domínio tridimensional de estudo  $\Omega$ .

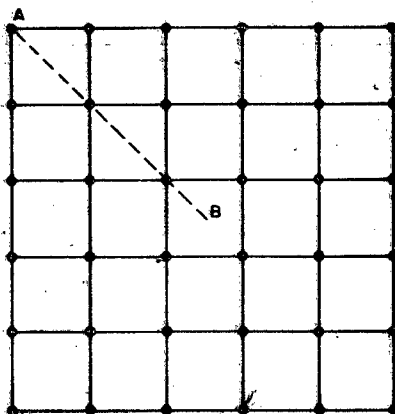
Caso sejam excedidos os potenciais toleráveis pelo homem é necessário reconfigurar a disposição dos condutores que

compõem o sistema de aterramento da subestação.

### 3.6.3 Resultados obtidos aplicando a metodologia da corrente que atravessa o domínio $\Omega$

A figura 8 reproduz a disposição dos condutores mostrados na figura 3.

fig 8



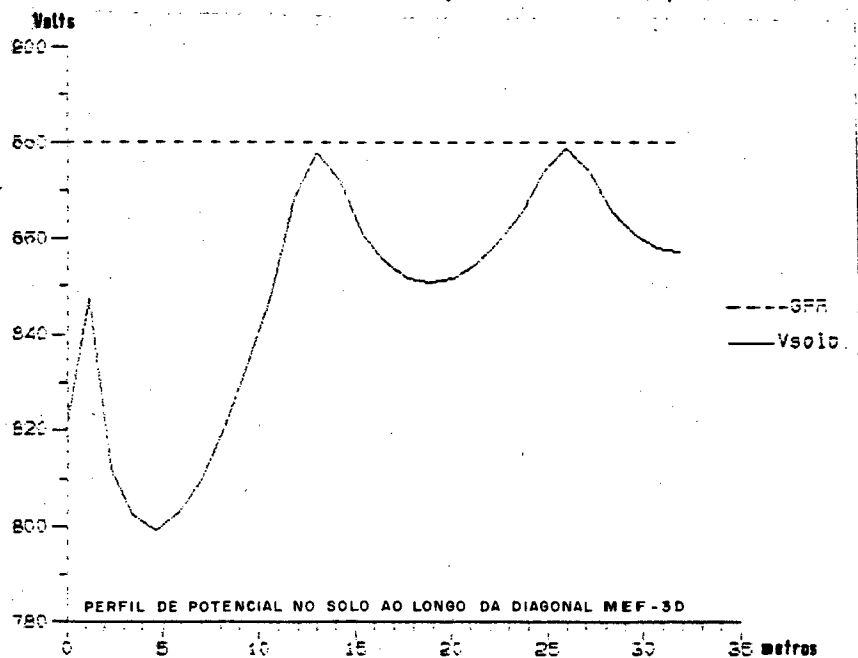
No quadro a seguir são apresentados os principais resultados obtidos aplicando-se o método de elementos finitos, em três dimensões, para a instalação indicada na figura 8. Neste quadro o potencial de toque tolerável pelo homem foi calculado utilizando a metodologia proposta pelo guia IEEE-80 (1986, p.41-6).

## RESULTADOS OBTIDOS APLICANDO-SE O MEF-3D

VARIÁVEIS	MEF-3D
RESISTÊNCIA ATERRAMENTO [ $\Omega$ ]	0,88
POTENCIAL CONDUTORES INSTALAÇÃO (GPR) [V]	880,26
POTENCIAL TOQUE MÁX. [V]	80,67
POTENCIAL TOLERÁVEL [V]	577,45

Na figura 9 é mostrado o perfil de potencial na superfície do solo para os pontos tracejados AB, indicados na figura 8. É mostrado também, nesta figura, a elevação de potencial dos condutores da instalação em relação a um terra remoto, GPR.

fig 9



Da observação do quadro anterior nota-se que, para a configuração de condutores analisada, o resultado para o potencial de toque máximo é inferior ao potencial de toque tolerável pelo homem.

Um domínio de 125 metros x 125 metros, com profundidade de 60 metros, foi discretizado em 26011 elementos, isoparamétricos do tipo hexaedro trilinear, correspondendo a 28880 nós. Os dados do referido domínio foram processados em um computador IBM/370.

### 3.7 Critérios orientativos para a configuração da disposição dos condutores da instalação

De acordo com os estudos de Dawalibi & alii (1979,p.1664), os potenciais de passo são inferiores aos de toque no interior da instalação. Portanto, para uma dada configuração de condutores, se o potencial de toque tolerável pelo homem não for excedido, o de passo tolerável também não o será, tendo em vista que o segundo tem valor mais elevado do que o primeiro.

No caso de ser excedido o potencial de toque tolerável pelo homem o projetista pode aumentar o número de condutores, ou de quadrículas, da instalação. Este procedimento, segundo Dawalibi & alii (1979,p.1662), reduz a resistência de aterramento, diminui a elevação de potencial dos condutores e diminui, também, o potencial de malha fazendo com que o potencial de toque diminua na instalação.

Uma outra atitude a ser tentada pelo projetista, no caso de ser excedido o potencial de toque tolerável pelo homem, é a de aumentar a profundidade dos condutores enterrados. Segundo Dawalibi & alii (1979, p.1662), um aumento da profundidade de enterramento dos condutores da instalação faz com que diminuam a elevação de potencial dos condutores e o potencial na superfície do solo. Como resultado há uma diminuição do potencial de toque no interior da instalação.

Na superfície da periferia da instalação o potencial, no solo, sofre uma variação acentuada fazendo com que haja uma tendência de o potencial de passo tolerável pelo homem ser excedido nesta região. Para evitar que isto ocorra a periferia deve ser tratada de modo diferenciado. Tal tratamento, segundo Dalbem (1987, p.3), consiste no "aumento da profundidade dos condutores periféricos, a partir de pontos onde não mais se tem estrutura ou cerca aterrada passíveis de toque".

Excedidos ou não os potenciais toleráveis pelo homem o dimensionamento de um sistema de aterramento pode ser otimizado através da utilização de espaçamentos não uniformes entre condutores e adoção de profundidade diferenciada para os condutores periféricos da instalação. O espaçamento não uniforme entre condutores leva a uma diminuição do número destes reduzindo o custo de implantação da instalação que está sendo dimensionada.

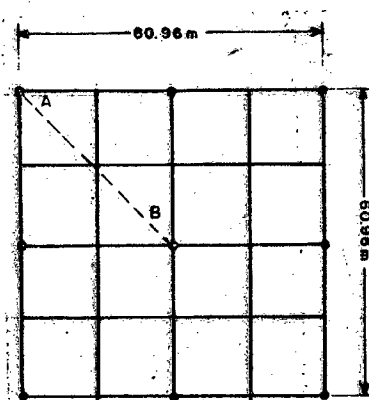
### 3.8 Comparação de resultados

O teste de injeção de corrente, que consiste em fazer circular uma corrente entre os condutores da instalação e um eletrodo aterrado a uma determinada distância desta, foi realizado. Os potenciais medidos no teste foram comparados com os obtidos aplicando-se a metodologia proposta neste trabalho. A comparação entre os resultados medidos e calculados apresentou discrepâncias. Estas deveram-se, principalmente, ao valor de resistividade do solo adotado na modelagem. A medição de resistividade do terreno foi feita em solo seco conforme indicado no apêndice 1.0 teste de injeção de corrente foi realizado em solo úmido, cujo valor de resistividade é menor do que em solo seco.

O guia IEEE-80 (1986,p.188-9) apresenta o caso de uma instalação enterrada em um solo, estratificado em duas camadas horizontais de resistividades distintas. A instalação comentada é mostrada na figura 10 a seguir. As principais características do solo e da instalação são:

- resistividade da primeira camada,  $\rho_1$ .....: 300  $\Omega \times m$ ;
- resistividade da segunda camada,  $\rho_2$ .....: 100  $\Omega \times m$ ;
- espessura da primeira camada, H.....: 4,572 m;
- profundidade em que os condutores estão enterrados.....: 0,500 m;
- comprimento de cada haste de aterramento: 9,144 m.

fig. 10



O método de elementos finitos foi aplicado à instalação mostrada na figura 10. No quadro a seguir são apresentados os principais resultados obtidos aplicando-se a metodologia proposta neste trabalho com o resultado indicado pelo guia IEEE-80 (1986, p.188-9).

VARIÁVEIS	IEEE-80 (1986)	MEF -3D
resistência aterramento [ $\Omega$ ]	1,353	1,530
potencial toque máx. em % do GPR [V]	50,34	40,190

Na figura 11 é reproduzido do guia IEEE-80 (1986, p.188-9) o perfil de potencial no solo para os pontos tracejados AB, indicados na figura 10. Na figura 12 é mostrado, para os pontos tracejados AB, indicados na figura 10, o perfil de potencial na superfície do solo utilizando o método de elementos finitos, em três dimensões. Os potenciais indicados em ambas figuras são dados através de percentuais. Estes são tomados em relação a elevação de potencial dos condutores da instalação, GPR.

fig. 11

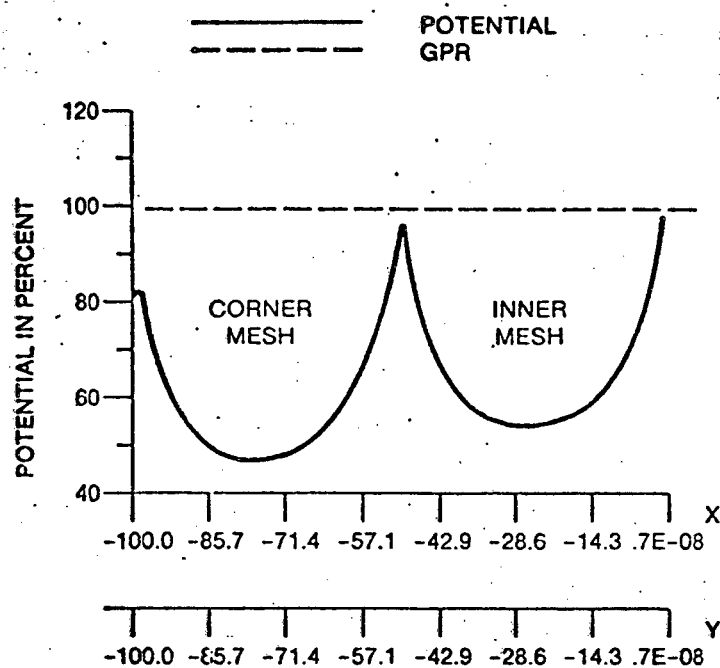
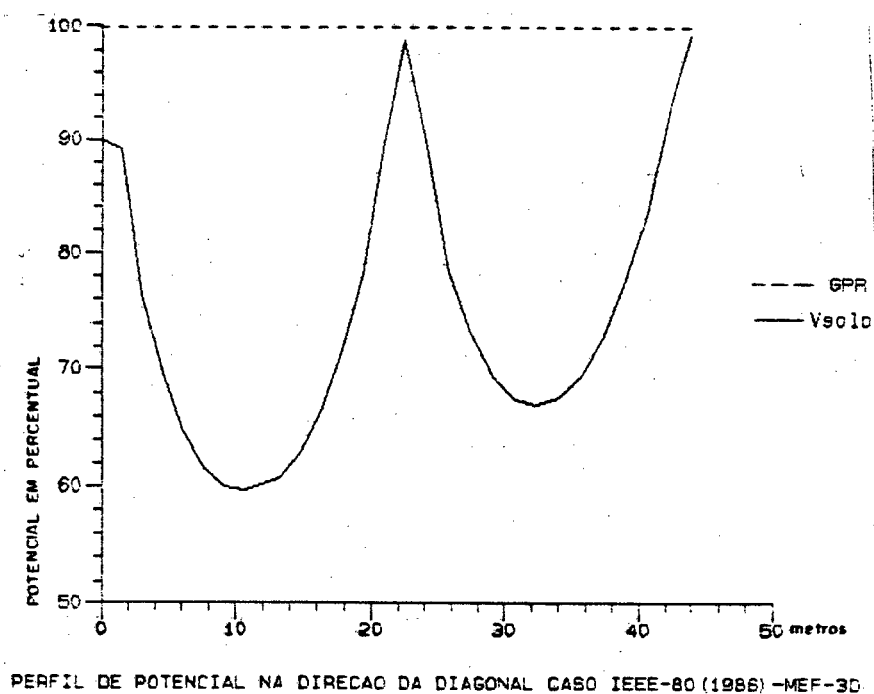


fig. 12



A partir do quadro anterior é possível comparar o desempenho da instalação mostrada na figura 10. Esta comparação leva em conta as metodologias IEEE-80 (1986) e Método de



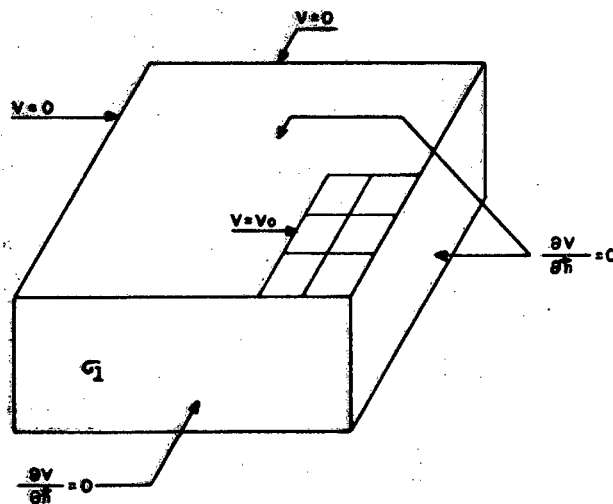
Elementos Finitos em três dimensões. No quadro a seguir estão indicadas as principais variáveis que caracterizam tal desempenho considerando-se que pela referida instalação circule uma corrente de defeito à terra de 1000 Ampères.

VARIÁVEIS	METODOLOGIAS		DESVIO(%)
	IEEE-80 (1986)	MEF - 3D	
GPR [V]	1353,00	1530,00	-13,08
POTENCIAL TOQUE MÁX. [V]	681,10	614,91	9,70

A partir dos desvios indicados no quadro anterior observa-se que a metodologia proposta neste trabalho apresenta resultados coerentes, pois o desvio referente ao valor de potencial de toque máximo não excedeu a 10 %.

Na figura a seguir são traçadas as linhas equipotenciais, na superfície do solo, aplicando-se a metodologia proposta. Tais equipotenciais se referem a rede de terra da figura 10.

fig. 13



Um domínio de 130 metros x 130 metros, com profundidade de 70 metros, foi discretizado em 24624 elementos, isoparamétricos do tipo hexaedro trilinear, correspondendo a 27380 nós. Os dados do referido domínio foram processados em um computador IBM/370.

### 3.9 Discretização de domínios que apresentam grandes dimensões

A aplicação do método de elementos finitos à sistemas de aterramento de grandes dimensões requer que tais sistemas sejam delimitados em regiões. Este procedimento é adotado a fim de que o domínio tridimensional de estudo possa ser convenientemente discretizado para a aplicação do referido método.

Como exemplo da delimitação do domínio de estudo em regiões, considere-se o sistema de aterramento hipotético, enterrado em solo homogêneo, mostrado na figura 3. Este sistema possui 5 quadrículas de 9,144 metros em cada direção. Para poder aplicar o método usa-se, da totalidade, apenas um quarto deste sistema, conforme está assinalado na figura 14, a seguir. A corrente de defeito à terra, considerada para estudo, é igualmente dividida por quatro, ou seja, se 1000 Ampères são dispersos, para o solo, por todo o sistema de aterramento usa-se, para efeitos de estudo, apenas 250 Ampères.

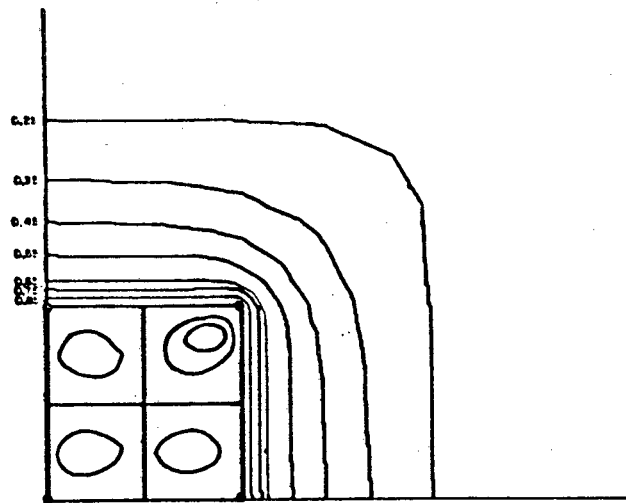


fig. 14

O procedimento acima descrito não se aplica para a análise de sistemas de aterramento cujo solo é estratificado em camadas verticais de resistividades distintas. Nestes casos é necessário representar toda a configuração de condutores que compõe o sistema de aterramento.

A análise de instalações que possuem grandes dimensões, cujo solo apresenta um único valor de resistividade ou é estratificado em camadas horizontais de resistividades distintas é feita seguindo as etapas abaixo :

- delimitam-se regiões, da instalação, dividindo-se a corrente de defeito à terra total pelo número de regiões consideradas;
- discretizam-se, em elementos finitos, os diversos domínios tridimensionais de estudo associados às regiões assinaladas. Nesta etapa, considera-se que cada região dissipa a mesma quantidade de corrente de defeito para o solo;
- avalia-se, através da aplicação da metodologia da corrente que atravessa o domínio tridimensional de estudo, a resistência de aterramento de cada região considerada;
- tendo-se a resistência de aterramento de cada região,

determina-se a parcela da corrente de defeito que é dispersa, para o solo, pela região considerada. Como exemplo considere-se que uma instalação, imersa em solo não homogêneo, foi dividida em duas regiões. A corrente total de defeito à terra, dissipada pela instalação, é de 1000 Ampères. Após a aplicação das etapas até aqui comentadas chegou-se a valores de resistência de aterramento de 4 e 1 Ohms. Assim, para o solo são dispersos, respectivamente, 200 e 800 Ampères, para cada região considerada;

- tendo-se a corrente de defeito à terra, dissipada para o solo por cada região, avaliam-se, novamente, os potenciais em todos os nós do domínio discretizado, através da aplicação da metodologia da corrente que sai do domínio de estudo. Tem-se condições, então, de se avaliar a segurança oferecida pela instalação.

## CAPÍTULO 4

### CONCLUSÃO

O Método de Elementos Finitos, em três dimensões, foi utilizado para dimensionar sistemas de aterramento de subestações. A principal vantagem deste método, em relação aos tradicionalmente empregados, é o de permitir variações laterais e/ou horizontais de resistividade do solo no domínio tridimensional considerado para estudo.

O dimensionamento do sistema de aterramento de uma subestação, neste trabalho, seguiu os passos abaixo :

- estratificação do solo em duas camadas horizontais de resistividades distintas;
- determinação da extensão do domínio tridimensional onde está inserido o sistema de aterramento;
- aplicação do método de elementos finitos, em três dimensões, para determinar os potenciais na superfície do solo, estando submetidos os condutores da instalação a um potencial arbitrário;
- aplicação da metodologia da corrente que sai pelas fronteiras do domínio tridimensional de estudo, a fim de determinar o potencial real existente nos nós do referido domínio;
- avaliação da segurança oferecida pela instalação, em pontos indicados pelo utilizador.

Com relação às metodologias, para estratificar o solo, de Dawalibi & alii (1984,p.374-82), de superposição de curvas e a apresentada neste trabalho, pode-se dizer que:

- as metodologias forneceram resultados semelhantes;
- a metodologia proposta neste trabalho não usa derivadas em sua formulação assim como ocorre com a de Dawalibi & alii (1984,p.374-82);
- as metodologias de Dawalibi & alii (1984,p.374-82) e a proposta neste trabalho não utilizam a comparação entre um conjunto de curvas padrão com a obtida nas medições de resistividade do solo, como ocorre no processo tradicional. Eliminam-se, assim, considerações subjetivas quanto à escolha da melhor curva.

O sistema informático EFCAD foi utilizado para determinar a extensão do domínio tridimensional de estudo. Este domínio foi discretizado em elementos finitos hexaédricos e, sobre o mesmo, foi aplicado o método de Elementos Finitos para determinar os potenciais nos nós resultantes da discretização.

O Método de Elementos Finitos aplicado à instalações de grandes dimensões requer que estas sejam delimitadas em regiões. Tal procedimento permite que o domínio tridimensional de estudo seja convenientemente discretizado para a aplicação da metodologia proposta.

As metodologias IEEE-80 (1986), Potencial Médio e Elementos Finitos, em três dimensões, foram aplicadas para avaliar o potencial de toque máximo que ocorreu em uma instalação hipotética, quando de um defeito à terra, no

sistema de potência. O solo foi considerado homogêneo. Os resultados obtidos indicaram haver diferenças entre as metodologias citadas. Estes resultados são mostrados no Apêndice 2.

As metodologias do Potencial Médio e Elementos Finitos forneceram resultados praticamente iguais para o caso de sistemas de aterramento instalados em solo homogêneo. O mesmo não ocorreu em relação à metodologia proposta pelo guia IEEE-80 (1986).

O Método de Elementos Finitos, em três dimensões, forneceu resultados coerentes para o caso de instalações cujo solo foi modelado em duas camadas horizontais de resistividades distintas. Tal coerência foi verificada pela comparação de resultados entre o método proposto neste trabalho e o indicado pelo guia IEEE-80 (1986). Constatou-se que a diferença entre os valores de potencial de toque máximos, verificados para a instalação hipotética sugerida como exemplo, não excede a 10 %.

O dimensionamento de sistemas de aterramento, através do método dos Elementos Finitos, em três dimensões, apresenta as características a seguir enunciadas, em relação às metodologias IEEE-80 (1986) e Potencial Médio:

- o solo admite variações laterais e/ou horizontais de resistividade no método dos Elementos Finitos. Este método não apresenta limitações quanto ao número de camadas existentes na estrutura do solo;
- o método IEEE-80 (1986) admite o solo estratificado em,

no máximo, duas camadas horizontais de resistividades distintas. A primeira é composta pela camada de recobrimento do solo, geralmente brita. A segunda é composta pela resistividade aparente do solo;

- o método proposto neste trabalho não utiliza condutores imagens em sua formulação, como ocorre com os outros dois métodos. Os condutores imagens são usados para contornar o problema da inexistência da componente normal do campo elétrico na superfície de separação solo/ar;
- no Método dos Elementos Finitos é necessário considerar um domínio que se estenda além dos limites da instalação ser analisada para levar em conta as condições de contorno. Este fato faz com que sejam criados muitos nós na discretização de tal domínio. Em consequência, tem-se uma grande ocupação de área de memória no computador. Ao projetista o conhecimento do potencial nestes nós é, em geral, dispensável;
- os métodos de Elementos Finitos e Potencial Médio são aplicáveis a qualquer tipo de arranjo de condutores que compõe o sistema de aterramento. O mesmo não ocorre com o método proposto pelo guia IEEE-80 (1986).

Para futuros trabalhos pode-se sugerir:

- desenvolver uma metodologia que, juntamente com o método de Elementos Finitos, dispense a discretização da região do domínio de estudo, além da área da instalação que está sendo dimensionada. Seria interessante investigar a utilização de Elementos Infinitos naquelas regiões que



não são de interesse para o projetista;

- considerar, na formulação, os condutores da instalação como elementos finitos unidimensionais. Esta consideração permite que os condutores da instalação não fiquem submetidos a um mesmo potencial, tornando possível escolher um ponto, sobre um condutor da instalação, para a aplicação de um defeito à terra. Tal consideração torna o modelo mais próximo da realidade, pois o potencial nos pontos sobre os demais condutores da instalação pode sofrer variações;
- considerar, na formulação, além de elementos finitos tridimensionais, elementos uni e bidimensionais. Tal consideração permite que nos caminhos naturais de escoamento da corrente (como por exemplo: cercas, tubulações, tanques metálicos, etc.) sejam avaliados os potenciais de toque e passo que possam ocorrer nos mesmos.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. DALZIEL. "ELECTRIC SHOCK HAZARD". IEEE-SPECTRUM, FEBRURY 1972 p.41-50;
2. ATKINSON, D.. "EARTHING PRACTICE IN UNITED KINGDON AND OVERSEAS COMPARED". ELECTRICAL TIMES, MARCH 1972, p.53;
3. IEC-479. "EFFECTS OF CURRENT PASSING THROUGH THE HUMAN BODY". (1974);
4. MIGUEL, P.M.. "PROJETO DE MALHA DE TERRA EM SUBESTAÇÕES-OTIMIZAÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DE POTENCIAL NA SUPERFÍCIE DO SOLO". TESE DE MESTRADO, COPPE/UFRJ, JANEIRO 1981;
5. ANSI/IEEE Std 80-1986. "IEEE GUIDE FOR SAFETY IN AC SUBSTATION GROUNDING". REVISION OF IEEE Std 80-1976, JULY 1985;
6. ANSI/IEEE Std 80-1976. "IEEE GUIDE FOR SAFETY IN AC SUBSTATION GROUNDING". MARCH 1971;
7. LOUREIRO, L. T. R. & BOAZ, J. I. C.. "ATERRAMENTO COM PROTEÇÃO CATÓDICA ". ANAIS DO IV SEMINÁRIO NACIONAL DE PRODUÇÃO E TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA. RIO DE JANEIRO, RJ, 1977;
8. MANOHAR, V. N. & NAGAR, R. P.. "DESIGN OF STEEL EARTHING GRIDS IN INDIA". IEEE Transactions on POWER APPARATUS AND SYSTEMS, Vol. PAS-98, No. 6 NOV/DEC. 1979, p.2126-34;
9. CHUNG, T. J.. "FINITE ELEMENT ANALYSIS IN FLUID DYNAMICS". McGRAW-HILL INTERNATIONAL BOOK COMPANY, 1977, s.d.;
10. ASSUMPCÃO BASTOS, J. P.. "ELETROMAGNETISMO E CÁLCULO DE CAMPOS". 1ª EDIÇÃO, EDITORA DA UFSC, FLORIANOPOLIS,

- BRASIL, BRASIL, 1989;
11. MESQUITA, R. C. (doutorando em Engenharia Elétrica pela UFSC). "TRABALHO DA DISCIPLINA DE ELEMENTOS FINITOS", ministrada pelo Prof. Dr. Barcelos do CPGEE da UFSC;
  12. DHATT, G. & TOUZOT, G. "UNE PRESENTATION DE LA MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS". DEUXIÈME ÉDITION, MALOINE S.A. EDITEUR, PARIS, FRANCE, 1984;
  13. COULOMB, J. L. "ANALYSE TRIDIMENSIONNELLE DES CHAMPS ÉLECTRIQUES ET MAGNÉTIQUES PAR LA MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS". TESE DE DOCTEUR ÈS-SCIENCES PHYSIQUES. GRENOBLE, FRANÇA, JUNHO 1981;
  14. RAIZER, A. "CONTRIBUIÇÃO A ELABORAÇÃO DE UM SISTEMA TRIDIMENSIONAL DE CÁLCULO DE CAMPOS ELÉTRICOS E MAGNÉTICOS, UTILIZANDO A TÉCNICA DE ELEMENTOS FINITOS". TESE DE MESTRADO, UFSC, JULHO, 1987;
  15. DAWALIBI, F. & BLATTNER, C. J. "EARTH RESISTIVITY MEASUREMENT INTERPRETATION TECHNIQUES". IEEE Transactions on POWER APPARATUS AND SYSTEMS, Vol. PAS-103, No. 2, FEBRUARY 1984, p. 374-382;
  16. SUNDE, E. D. "EARTH CONDUCTION EFFECTS IN TRANSMISSION SYSTEMS". REVISÃO DA 1<sup>a</sup> EDIÇÃO, DOVER PUBLICATIONS INC., NEW YORK, 1968;
  17. RODRIGUES, C. G. "A ESTRATIFICAÇÃO DO SOLO POR MÉTODO NUMÉRICO". ELETRICIDADE MODERNA, DEZEMBRO 1986, p. 54-7;
  18. TAGG, G. F. "EARTH RESISTANCES". 1<sup>a</sup> EDIÇÃO, GEORGE NEWNES LIMITED, LONDRES, 1964;


19. HIMMELBLAU, D. M. "APPLIED NONLINEAR PROGRAMMING". 1<sup>a</sup> EDIÇÃO, McGRAW-HILL BOOK COMPANY, 1972, s.d.;
20. KINDERMANN, G. NOTAS DE AULA DA DISCIPLINA DE OTIMIZAÇÃO DO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA DA UFSC, 1987;
21. BLATTNER, C. J. "STUDY OF DRIVEN GROUND RODS AND FOUR POINT SOIL RESISTIVITY TESTS". IEEE Transactions on POWER APPARATUS AND SYSTEMS, Vol. PAS-101, No. 8 AUGUST 1982, p. 2837-50;
22. GARRETT, D. L. & PRUITT, J. G. "PROBLEMS ENCOUNTERED WITH THE AVERAGE POTENTIAL METHOD OF ANALYZING SUBSTATION GROUNDING SYSTEMS". IEEE Transactions on POWER APPARATUS AND SYSTEMS, Vol. PAS-104, No. 12 DECEMBER 1985, p. 3586-96;
23. CARDOSO, J. R. & GAMBIRASIO, G. & RIBEIRO, F. S. "GERAÇÃO DE MALHA ESPACIAL PARA APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS EM ESTUDOS DE ATERRAMENTO". ANAIS DO VIII CONGRESSO LATINO-AMERICANO E IBÉRICO SOBRE MÉTODOS COMPUTACIONAIS PARA ENGENHARIA, RIO DE JANEIRO NOVEMBRO 1987;
24. CHAMA, M. & CARDOSO, J. R. & GAMBIRASIO, G. & RIBEIRO, F. S. "O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS NO MODELAMENTO DE SISTEMAS DE ATERRAMENTO EM SOLOS DE MULTIPLAS CAMADAS". ANAIS DO IX SEMINÁRIO NACIONAL DE PRODUÇÃO E TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA, GRUPO VIII-SUBESTAÇÕES, EQUIPAMENTOS ELÉTRICOS E MATERIAIS (GSE), BELO HORIZONTE-MG, 1987 p. 1-5;
25. BREBBIA, C. A. "FUNDAMENTALS OF BOUNDARY ELEMENTS". DO LIVRO "NEW DEVELOPMENTS IN BOUNDARY ELEMENT METHODS", 1<sup>a</sup>

- EDIÇÃO, EDITADO POR BREBBIA C. A. , 1980;
26. DAWALIBI, F. & MUKHEDKAR, D.. "PARAMETRIC ANALYSIS OF GROUNDING GRIDS". IEEE Transaction on POWER APPARATUS AND SYSTEMS, Vol. PAS-98, No. 5 SET/OCT 1979, p. 1659-68;
27. DALBEN, A. A.. "PROJETO DE MALHAS DE ATERRAMENTO DE SUBESTAÇÕES PRÁTICA ATUAL, NECESSIDADES E PERSPECTIVAS DE DESENVOLVIMENTO". ANAIS DO IX SEMINÁRIO NACIONAL DE PRODUÇÃO E TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA, GRUPO VIII-SUBESTAÇÕES, EQUIPAMENTOS ELÉTRICOS E MATERIAIS (GSE) BELO HORIZONTE-MG 1987, p. 1-9;
28. HEPPE, R. J.. "COMPUTATION OF POTENTIAL AT SURFACE ABOVE AND ENERGIZED GRID OR OTHER ELECTRODE, ALLOWING FOR NON-UNIFORM CURRENT DISTRIBUTION". IEEE Transactions on POWER APPARATUS AND SYSTEMS, Vol. PAS-98, No. 6 NOV/DEC 1979, p. 1978-89;
29. ROJAS, P. E. M. & NALIWAIKO, R. & ROBERT, R.. "UTILIZAÇÃO DO MÉTODO DE SIMULAÇÃO DE CARGAS NA VERIFICAÇÃO DA SEGURANÇA DAS MALHAS DE ATERRAMENTO". ANAIS DO SEMINÁRIO SOBRE CÁLCULO DE CAMPOS ELÉTRICOS COM MÉTODOS NUMÉRICOS, SÃO PAULO JULHO 1985, p. 110-121;
30. JOY, E. B. & MELIOPOULOS, A. P. & WEBB, R. P.. "TOUCH AND STEP CALCULATION FOR SUBSTATION GROUNDING SYSTEMS". IEEE PES WINTER MEETING, A-79052-2, NEW YORK, FEBRUARY 1979, p. 1-9;
31. KINDERMANN, G. & CAMPAGNOLO, J. M.. "ATERRAMENTO ELÉTRICO". 1ª EDIÇÃO, EDITORA SAGRA, PORTO ALEGRE, 1991;
32. HUEBNER, K. H.. "THE FINITE ELEMENT METHOD FOR ENGINEERS". 1ª EDIÇÃO, EDITORA JOHN WILEY & SONS. INC., USA, 1975.

APÊNDICE 1

MODELAGEM DO SOLO DA SUBESTAÇÃO ONDE FOI REALIZADO O TESTE DE INJEÇÃO DE CORRENTE

A seguir é mostrada a planilha de medições de resistividade do solo onde foi construída a subestação submetida ao teste de injeção de corrente (subestação Atlântida Sul).

 COMPANHIA ESTADUAL DE ENERGIA ELÉTRICA								
MEDIÇÃO DE RESISTÊNCIA DO SOLO EM OHMS. SUBESTAÇÃO: <u>ATLÂNTIDA SUL</u> DESENHO DE REFERÊNCIA: <u>TERRENO - SUBST. E INSTALAÇÃO - DES. CECEL Nº 67.222-426/4</u> MÉTODO DE MEDIÇÃO: <u>Quadrípolo de Wenner</u> INSTRUMENTO: _____ DATA: <u>1/1/78</u> TIPO: _____ MULTIPLICADORES: <u>x1</u> NÚMERO DE SÉRIE: _____ ESCALA: <u>1</u> MEDIÇÕES REALIZADAS POR: <u>ALBANO GALVAO</u>								
PONTO	a - ESPAÇAMENTO ENTRE ILETRODOS (m)							
	0,50	1,00	2,00	4,00	6,00	16,00	32,00	64,00
A			47,2	38,2	21,2			
B			30,9	40,1	19,2			
C			23,6	35,4	15,0			
D								
E	<i>multiplicando os valores acima pelo fator geométrico 2πρa, vem:</i>							
F								
A			593,13	900,02	1065,63			
B			1016,60	1127,82	965,10			
C			1050,55	950,23	955,00			
D								
E	<i>Meia dos valores medidos para o espaçamento "a" <math>\frac{E \cdot \rho_a}{a}</math> em Ω m.</i>							
F								
G								
H								
I								
J								
K								
L								
M								
N								
O								
P								
Q								
R								
S								
T								
U								
V								
W								
X								
Y								
Z								
ASPECTO DO SOLO								
UMIDO; RECO; ROCHA SUPERFICIAL TIPO GRANITO, BASALTO, ... SAIBRO, AREIA...								

O solo, onde a referida subestação está instalada, foi modelado em duas camadas horizontais de resistividades distintas através do método de otimização de Hooke-Jeeves. O resultado da modelagem é mostrado a seguir:

espacamento entre eletrodos (metros)	resistividade aparente medida (ohmsxmetro)
2.00	867.00
4.00	986.00
8.00	995.00

IMPRESSAO DOS RESULTADOS

PROGRAMA DE ESTRATIFICACAO DO SOLO EM DUAS CAMADAS HORIZONTAIS

VALOR DA FUNCAO NO PONTO DE MINIMO

$F(X^*) = .0016507$   
 RESISTIVIDADE DA PRIMEIRA CAMADA = 887.00  
 RESISTIVIDADE DA SEGUNDA CAMADA = 1039.21  
 PROFUNDIDADE DA PRIMEIRA CAMADA = 2.06  
 FATOR DE REFLEXAO (K) = .07902

espacamento entre eletrodos (metros)	resistividade aparente medida (ohmsxmetro)	resistividade aparente calculada (ohmsxmetro)	desvio (%)
2.00	867.00	912.06	2.82
4.00	986.00	959.44	-2.69
8.00	995.00	1006.22	1.13

## APÊNDICE 2

### PRINCIPAIS METODOLOGIAS UTILIZADAS NO DIMENSIONAMENTO DE SISTEMAS DE ATERRAMENTO EM BAIXAS FREQUÊNCIAS

#### 2.1 Introdução

No dimensionamento de sistemas de aterramento de subestações, duas metodologias são mais utilizadas pelos engenheiros que se dedicam ao projeto destes sistemas. Em uma destas metodologias, a mais tradicional, são feitas uma série de hipóteses simplificadoras, enquanto que na outra metodologia, conhecida com o nome de Método do Potencial Médio, tem-se uma abordagem mais realista. Ambas metodologias serão vistas a seguir, através de uma abordagem sucinta.

#### 2.2 Dimensionamento do sistema de aterramento segundo o guia IEEE-80 (1986)

O método de cálculo utilizado pelo guia IEEE-80 (1986) apresenta uma série de limitações, tais como as citadas a seguir:

- os retículos que compõem a instalação devem ser quadrados, independente da geometria da mesma ;
- o número de condutores, em cada direção, não deve exceder a 25;



- o espaçamento entre condutores paralelos, em cada direção, deve ser maior do que 2,5 metros;
- o solo é estratificado em duas camadas. A primeira camada é composta pelo material que recobre o solo, geralmente brita. A segunda camada é formada pela resistividade aparente do solo.

O potencial de toque, no centro de uma quadrícula, que está situada no vértice da instalação é dado por :

$$V_t = K_m \bar{K}_i \rho I_{cc} / (L_c + \lambda L_r) \quad (A2.1)$$

onde,

$$K_m = (1/2\pi) \{ \ln [ (D^2/16hd) + ((D+2h)^2/8Dd) - (h/4d) ] + (K_{ii}/K_h) \ln (8/(\pi(2n-1))) \} \quad (A2.2)$$

e,

- $n_A, n_B$  : número de condutores, em cada direção da instalação;
- $n = (n_A n_B)^{1/2}$  (arredondado para o inteiro mais próximo). Expressão válida para o cálculo de  $\bar{K}_i, K_m$  e  $V_t$ ;
- $K_{ii} = 1$ : para instalações com hastes de aterramento ao longo do perímetro, com hastes de aterramento nos vértices, ou ao longo do perímetro e vértices e para instalações com hastes de aterramento em toda a sua área;
- $K_{ii} = 1/[(2n)^{2/n}]$  : para instalações sem haste de aterramento, ou para instalações com poucas hastes de aterramento, sendo que

nenhuma das hastes está localizada nos vértices ou ao longo do perímetro;

- $K_h = (1+h/h_0)^{1/2}$
- $h_0 = 1$  metro (profundidade de referência da instalação);
- $h$  : profundidade em que estão enterrados os condutores da instalação, [m];
- $d$  : diâmetro do condutor da instalação, [m];
- $D$  : espaçamento entre condutores paralelos da instalação, [m];
- $L_c$  : comprimentos de cabos horizontais da instalação, [m];
- $L_r$  : comprimento das hastes de aterramento presentes na instalação, [m];
- $\lambda$  : vale 1,15 para instalações com hastes de aterramento ao longo de seu perímetro. Para instalações sem hastes, ou com poucas hastes de aterramento fora do perímetro  $\lambda$  é igual a 1,0;
- $\rho$  : resistividade aparente do solo, [ $\Omega \cdot m$ ];
- $\bar{K}_i = 0,656 + 0,172n$ .

O potencial de passo que se verifica a uma distância igual a profundidade em que os condutores estão enterrados, em relação ao perímetro da instalação, é dado por :

$$V_p = K_s K_i \rho I_{cc} / (L_c + \lambda L_r) \quad (A2.3)$$

onde,

$$K_s = (1/\pi) [(1/2h) + (1/(D+h)) + (1/D)(1 - 0,5^{n-2})] \quad (A2.4)$$

A equação (A2.4) é válida quando  $0,25 \leq h \leq 2,5$  m.

Para profundidades de enterramento dos condutores da instalação menores do que 0,25 m é usada a seguinte expressão para  $K_s$ :

$$K_s = (1/\pi)[(1/2h)+(1/(D+h))+(1/D)W]$$

sendo  $W = (1/2)+(1/3)+(1/4)+\dots+(1/(n-1))$ , quando  $n < 6$ . Para  $n \geq 6$  a expressão de  $W$  é :

$$W \cong (1/(2(n-1)))+\ln(n-1)-0,432$$

$$K_i = 0,656 + 0,172n$$

$n = \text{máx}(n_A, n_B)$ . Esta expressão é utilizada para o cálculo de  $K_i$ ,  $V_p$  e  $K_s$ .

### 2.3 Dimensionamento do sistema de aterramento segundo o Método do Potencial Médio

Esta metodologia caracteriza-se por dividir os condutores que compõem o sistema de aterramento em segmentos e considerar a corrente que flui de cada segmento para o solo constante, podendo variar esta corrente de segmento para segmento ao longo do condutor. Com o objetivo de determinar a magnitude das correntes que fluem de cada segmento para o solo, a média do potencial, na superfície de cada segmento, é calculada e igualada ao potencial dos condutores da instalação, os quais considera-se que estejam a um mesmo potencial. São introduzidos condutores imagens com o objetivo de contornar o problema da inexistência da componente normal do campo elétrico na superfície de separação solo/ar. Os

condutores imagens estão situados no ar a uma distância  $h$  do solo, sendo  $h$  a profundidade em que os condutores da instalação estão enterrados.

Segundo Heppe (1979,p.1979), a média do potencial em um segmento qualquer  $j$  é calculada através da expressão :

$$V^{(j)} = \sum_{i=1}^N R_{i,j} i_j, \text{ onde } i = 1,2,\dots,N \quad (\text{A2.5})$$

sendo :

$i_j$  : corrente total que flui através da superfície do segmento  $j$  (valor a ser determinado), em Ampères;

$R_{i,j}$  : quando  $j=i$ , representa a resistência própria do segmento  $j$  e quando  $j \neq i$ , representa a resistência mútua entre os segmentos  $i$  e  $j$ , em ohms.

Os diversos valores de  $R_{i,j}$ , segundo Rojas & alii (1985,p.113), são obtidos calculando a média do potencial no segmento  $j$ , o qual é produzido por uma corrente unitária que flui para o solo no segmento  $i$ . Supondo o segmento  $i$  paralelo ao eixo  $x$  e o solo homogêneo, isto é, de resistividade constante, a resistência  $R_{i,j}$  é dada, segundo Rojas & alii (1985,p.113), pela expressão :

$$R_{i,j} = \sum_i \frac{\rho}{4\pi L_i L_j} \int \frac{\ln \frac{(F) [(x_i^F - x)^2 + (y_i^F - y)^2 + (z_i^F - z)^2]^{1/2} + (x_i^F - x)}{(I) [(x_i^I - x)^2 + (y_i^I - y)^2 + (z_i^I - z)^2]^{1/2} + (x_i^I - x)} dl \quad (\text{A2.6})$$

onde,

$x_i^F, y_i^F, z_i^F$  : coordenadas do ponto final do segmento  $i$ , em

- metros;
- $x_i^I, y_i^I, z_i^I$  : coordenadas do ponto inicial do segmento  $i$ , em metros;
- $x, y, z$  : coordenadas de um ponto qualquer do segmento  $j$ , em metros;
- (I) : ponto inicial do segmento  $j$ ;
- (F) : ponto final do segmento  $j$ ;
- $dl$  : elemento de linha ao longo do segmento  $j$ ;
- $L_i, L_j$  : respectivamente, comprimento dos segmentos  $i$  e  $j$ , em metros;
- $\rho$  : resistividade do solo estratificado em uma camada, em ohms\*metro.

A soma indicada na expressão (A2.6) se estende a todas as imagens do segmento  $j$ . No caso de o solo ser estratificado em uma única camada, haverá somente uma imagem para cada segmento em que foram divididos os condutores da instalação. A integração mostrada na expressão (A2.6) é efetuada analiticamente para diversas orientações dos segmentos  $i$  e  $j$ .

A expressão (A2.5), aplicada aos  $N$  segmentos que constituem os condutores do sistema de aterramento, vai gerar um sistema de  $N$  equações a partir do qual podem ser determinados os valores das correntes que fluem para o solo nestes  $N$  segmentos. Uma vez calculados os valores das correntes de dispersão no solo dos  $N$  segmentos, o potencial, em qualquer ponto na superfície do solo,  $V(p)$ , pode ser determinado como sendo a soma das contribuições produzidas pelos diferentes segmentos. Esta soma, segundo Rojas & alii (1985, p.114), é

expressa por :

$$V(P) = \sum_{j=1}^N V_j(P) \quad (A2.7)$$

Sendo a contribuição do segmento  $j$  sobre o ponto genérico  $p$  dado por Rojas & alii (1985,p.114), através da expressão :

$$V_j(p) = \frac{\rho i_j \ln \left[ \frac{[(x_j^F - x_p)^2 + (y_j^F - y_p)^2 + h^2]^{1/2} + (x_j^F - x_p)}{[(x_j^I - x_p)^2 + (y_j^I + y_p)^2 + h^2]^{1/2} + (x_j^I - x_p)} \right]}{2\pi L_j} \quad (A2.8)$$

onde ,

$x_p, y_p$  : coordenadas de um ponto qualquer na superfície do solo, em metros ;

$h$  : profundidade a que estão enterrados os condutores da instalação, em metros .

Considera-se que não existe queda de potencial entre os segmentos que compõem os condutores da instalação.

A elevação de potencial dos condutores da instalação, em relação a um terra remoto, pode ser calculada como sendo o produto entre a resistência de aterramento da instalação,  $R_m$ , pela corrente de defeito à terra,  $I_{\phi-T}$ , ou seja :

$$V_{\text{condutor}} = R_m I_{\phi-T} \quad (A2.9)$$

A equação (A2.5) pode ser escrita em forma matricial, resultando :

$$[V]_{N \times 1} = [R_{i,j}]_{N \times N} [I_j]_{N \times 1} \quad (A2.10)$$

A resistência de aterramento dos condutores da instalação, em relação a um terra remoto,  $R_m$ , é determinada

calculando as correntes dispersas em cada segmento e considerando que os condutores da instalação estão todos a um mesmo potencial arbitrário, de por exemplo um volt. Assim, a partir da equação (A2.10) a corrente em cada segmento é dada por :

$$[I_j]_{N \times 1} = [V]_{N \times N} [R_{i,j}]_{N \times 1}^{-1} \text{ [Ampères]} \quad (\text{A2.11})$$

Após o conhecimento das correntes nos diversos segmentos é possível determinar a resistência de aterramento dos condutores da instalação, em relação a um terra remoto, a qual segundo Joy & alii (1979,p.3), é dada por :

$$R_m = V_m \cdot \left[ \sum_{j=1}^N I_j \right]^{-1} \text{ [Ohms]} \quad (\text{A2.12})$$

onde  $\sum I_j$  é a corrente total dispersa no solo pelos condutores da instalação quando estes estão submetidos a um potencial arbitrário  $V_m$ .

O potencial de toque em um ponto P genérico é dado por :

$$V_{\text{toque}}(P) = V_{\text{condutor}} - V(p) \quad (\text{A2.13})$$

Segundo Heppe (1979,p.1982), o potencial de passo em um ponto genérico P é dado pela expressão:

$$V_{\text{passo}}(p) = \left[ \left( \frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (\text{A2.14})$$

onde  $\frac{\partial V}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial V}{\partial y}$  são as taxas de variação do potencial em relação às coordenadas x e y, respectivamente.

Numericamente, o potencial de passo é calculado computando-se as diferenças de potencial entre o ponto genérico P e pontos a 1 metro de distância nas direções dos eixos coordenados x e y.

## 2.4 Comparação entre metodologias

No quadro a seguir são apresentados os resultados obtidos aplicando-se as metodologias IEEE-80 (1986), Potencial Médio e Elementos Finitos em três dimensões. Tais resultados se referem ao maior potencial de toque que se verifica na instalação apresentada no capítulo 3, figura 3, deste trabalho. O valor de potencial de toque obtido pela metodologia do Potencial Médio foi extraído do trabalho de Garrett & alii (1985, p. 3588).

METODOLOGIAS	IEEE-80(1986)	POT. MÉDIO	MEF-3D
POTENCIAL DE TOQUE [Volts]	127,17	81,62	80,67

A partir do quadro anterior observa-se que para solo homogêneo a diferença entre os resultados fornecidos pelas metodologias do Potencial Médio e Elementos Finitos, em três dimensões, foi pequena. Estas metodologias, entretanto, apresentaram diferenças em relação a metodologia proposta pelo guia IEEE-80 (1986). Tal diferença deve-se ao fato de que esta última metodologia faz uma série de simplificações em sua formulação, como foi comentado no item 2.2 deste apêndice.