UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA - UFSC
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM MATEMÁTICA FORMAÇÃO DE PROFESSORES
NA MODALIDADE A DISTÂNCIA

CARMEM EDIMÊ SILVA BARROSO
JOSÉ HILTON NAIVA DE OLIVEIRA

O ESTUDO DOS CONJUNTOS NUMÉRICOS NO ENSINO FUNDAMENTAL: Organização Didática e Matemática dos Conjuntos Numéricos dos livros de 5°a8°série

Santa Inês
2009

CARMEM EDIMÊ SILVA BARROSO
JOSÉ HILTON NAIVA DE OLIVEIRA

O ESTUDO DOS CONJUNTOS NUMÉRICOS NO ENSINO FUNDAMENTAL: Organização Didática e Matemática dos Conjuntos Numéricos dos livros de 5ºa8ºsérie

Monografia apresentada ao Curso de Especialização em Matemática Formação de Professores na Modalidade à Distância da Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC, como pré-requisito para a obtenção do grau de Especialista em Matemática.

Orientadora: Profª Dra. Neri Terezinha Both Carvalho

Santa Inês
2009

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
Departamento de Matemática
Curso de Especialização em Matemática-Formação de Professor na modalidade a distância

"O Estudo dos Conjuntos Numéricos no Ensino Fundamental: Organização Didática e Matemática dos Conjuntos Numéricos dos Livros de 5ª à 8ª série"

Monografia submetida a Comissão de avaliação do Curso de Especialização em Matemática-Formação do professor em cumprimento parcial para a obtenção do título de Especialista em Matemática.

APROVADA PELA COMISSÃO EXAMINADORA em 25/08/2009

Dra. Neri Terezinha Both Carvalho (CFM/UFSC - Orientadora) ____________________

Dr. Inder Jeet Taneja (CFM/UFSC - Examinador) ____________________

Drª. Edla Maria Faust Ramos (CFM/UFSC – Examinador) ____________________

Dra. Neri Terezinha Both Carvalho
Coordenadora do Curso de Especialização em Matemática-Formação de Professor

Florianópolis, Santa Catarina, agosto de 2009.

A Deus, fonte imorredoura de sabedoria, felicidade e luz, pela vida e pela conclusão de mais uma etapa em nossas vidas.

AGRADECIMENTOS

A professora e orientadora Neri por seu apoio e estimulo, por sua disposição em ser nossa orientadora. Obrigado pelos conselhos!

Aos examinadores da banca.

Aos amigos que formaram o grupo de estudo Darcy Cristina, Antonio Batista, Valnice, Alex soares, Arionaldo, Jeofton Trindade, pelo incentivo e força durante essa trajetória de estudo.

Eu, José Hilton à Missilene Carvalho, José Hilton Junior, Helana Isabela e Natalia Beatriz, pelo carinho e compreensão.

Eu, Carmem Edimê, não poderia deixa de falar da pessoa mais especial, que não há verbetes para expressar a gratidão, ternura, amor e carrinho - Mãe amo-te muito. Você é a minha razão para a conclusão de todo o meu sucesso! Te adoro!

A Luiz Gonzaga Silva, meu pai, pelo amor e carrinho, força e incentivo durante essa caminhada.

A Reginaldo dos Anjos, pelo apoio constante e ajuda com material de pesquisa.

Aos meus filhos, netos e irmãos, pela a alegria e o amor que transmitem a minha vida.

A Ruth Ribeiro e Luciene Barros, bibliotecárias, pelo o apoio.

Aos técnicos Elias e Leonardo pelo o apoio e incentivo.

A Deuselene coordenadora da UNIVIMA, Pelo o incentivo e colaboração nesta jornada.

A minha comadre, Graça Maria Leal de Jesus, pela força amizade e diversão durante essa caminhada.

A todos que de alguma forma contribuíram para que esse trabalho fosse realizado.

RESUMO

Este trabalho propõe uma abordagem sobre a organização didática e matemática dos conjuntos numéricos dos livros de 5ª à 8ª séries do ensino fundamental. Usando como referência a Teoria Antropológica do Didático em particular, organização didática deste trabalho. O estudo dos livros didáticos nos permite identificar uma proporção de abordagem sobre os conjuntos numéricos.

Palavras-chave: Conjunto numérico. Livro didático. Organização praxeológica.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O trabalho que estamos realizando tem como objetivo desenvolver um estudo sobre a abordagem dos conjuntos numéricos do ensino fundamental de 5ª a 8ª séries. Este estudo nos permite compreender a abordagem proposta pelos livros didáticos estudados.

O estudo se propõe a responder a seguinte questão de pesquisa: como o livro didático aborda a organização praxeológica proposta sobre conjuntos numéricos? Desenvolvemos um estudo em uma coleção de livro didático de 5ª a 8ª séries do ensino fundamental.

Procuramos identificar nos exercícios qual tipo de tarefa proposta e qual a maneira de realizar essa tarefa, ou seja, qual a técnica e qual o discurso teórico-tecnológico que está por traz dessa técnica.

Este trabalho é dividido em quatro capítulos, onde, o primeiro, aborda os conjuntos numéricos e como são estudados na academia e a problemática do trabalho. No segundo, abordamos os elementos da Teoria Antropológica do Didático Chevallard. No terceiro discutimos a abordagem feita nos livros didáticos.

Como estudamos uma única coleção, este estudo não pode ser generalizado, pois as observações feitas são relativas somente à coleção estudada.

CAPITULO I

CONJUNTOS NUMÉRICOS: uma abordagem acadêmica

Conhecer um pouco da história da evolução dos conhecimentos, facilita a compreensão das modificações dos saberes. A noção dos números e suas extraordinárias generalizações, estão intimamente ligadas à história do ser humano em todas as épocas da evolução humana. Mesmo nas civilizações mais atrasadas, encontra-se no homem o sentido dos números.

À medida que as antigas civilizações se desenvolviam surgia a necessidade de contar e registrar suas ações cotidianas. Este fato passou a despertar interesse pela formulação dos números e suas operações.

A humanidade passou por um longo percurso até a articulação do sistema de numeração decimal e, conseqüentemente, até chegar à criação dos conjuntos numéricos que conhecemos hoje.

Vejamos a seguir alguns elementos dos conjuntos numéricos, que buscamos no livro Fundamentos de Matemática I, de Both Carvalho e Gimenez (2006).

I.1Conjunto dos Números Naturais

Em função da necessidade de contagem, em 1889 Geuseppe Peano, formalizou o conjunto dos números naturais, que tem como conceitos primitivos: o conceito do zero, de número natural e o conceito de relação, tendo como representação $\mathbb{N}=\{0,1,2,3,...\}$.

A base estrutural dos números naturais é formada por cinco axiomas, os quais são a base para se estabelecer todos os fatos importantes em $\mathbb{N}$.

No conjunto dos naturais estão definidas as operações de adição e multiplicação.

A adição é uma função que leva cada par de números naturais (x, y) à soma x+y, ou seja, é a função representada por +, que associado ao elemento (x, y), de $\mathbb{N}x\mathbb{N}$ o elemento x+y de $\mathbb{N}$.

Simbolicamente +: $\mathbb{N}x\mathbb{N}\rightarrow\mathbb{N}$

$$(x,y) \rightarrow x+y \text{ onde } x+y = \begin{matrix} x, se, y=0 \\ x+b^{+}=(x+b)^{+}, se.y\neq 0, y=b^{+} \end{matrix}$$

A multiplicação é definida como uma função que associa cada par (x, y) de números naturais ao número natural x.y. Ela é uma conseqüência da adição de parcelas iguais e é definida por:

$\bullet : \mathbb{N}x\mathbb{N}$

$$(x,y) = \begin{cases} 0, se \ x = 0 \ e \\ b^+ y = by + y, se, \ x \neq 0 \ e \ x = b^+ \end{cases}$$

I.1.1 Propriedades no conjunto ℕ

Na adição temos:

Comutativa:

- Se *a* e *b* são números naturais quaisquer, temos *a*+*b* = *b*+*a*.

Associativa:

- Se *a* e *b* são números naturais quaisquer, temos *(a*+*b)*+*c* = *a*+*(b*+*c)*.

Elemento Neutro:

- Se *a* é um número natural qualquer, temos *a*+*0* = *0*+*a* = *a*.

Lei do cancelamento da adição:

- Se x, y e *a* são naturais, então *x*+*a* = *y*+*a* se, e somente se, x=y

Lei do anulamento:

- x+y = 0 se, e somente se, x = y = 0.

Na multiplicação temos:

Comutativa:

- Em uma multiplicação de dois números naturais x e y quaisquer, a ordem dos fatores não altera o produto, ou seja, (x.y = y.x).

Associativa:

- Em uma multiplicação de três ou mais números naturais x, y e z quaisquer, podemos associar os fatores de modos diferentes, ou seja, ((x.y).z = x.(y.z))

Elemento Neutro:

- Em uma multiplicação de um número natural qualquer por 1, o produto é sempre igual a esse numero natural (x.1 = 1.x = x).

Distributiva:

- Para multiplicar um numero natural por uma soma de duas ou mais parcelas, multiplicamos o numero pelas parcelas e a seguir, adicionamos os resultados obtidos.

Exemplo:

- (x+y).z = x.z+y.z (chamada distributiva à direita)
- x(y+z) = x.y+x.z (chamada distributiva à esquerda)

I.2 Conjuntos dos Números Inteiros

Historicamente o primeiro uso dos números negativos foi atribuído a Brahmagrupta (628 d.C.) onde este fora interpretado como dívida. A possibilidade de seu uso de dar diferentes interpretações levou a aceitação pelos matemáticos. Temos, assim, que os números inteiros formam um conjunto o qual é denotado por $\mathbb{Z}$. $\mathbb{Z} = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$

Em $\mathbb{Z}$ estão definidas as operações: adição e multiplicação, segundo Polcino (pág. 13). Também em $\mathbb{Z}$ esta definida a relação de ordem, ou seja, a relação $\leq$, onde dados ***a*** e ***b*** inteiros, dizemos que "a é menor ou igual a b" se, somente se, $(b-a)$ pertence a $\mathbb{Z}$. Em linguagem simbólica escrevemos $a \leq b \leftrightarrow (b-a) \in \mathbb{Z}$. Adição, subtração e multiplicação são operações definidas em $\mathbb{Z}$.

I.2.1 Propriedades da adição em $\mathbb{Z}$

Apresentaremos, a seguir, as propriedades da adição em $\mathbb{Z}$, que serão abordadas como axiomas:

A.1 Propriedade Associativa:

- Para toda terna ***a***, ***b*** e ***c*** de inteiros tem-se que $a + (b + c) = (a + b) + c$

A.2 Propriedade do Neutro:

- Existe um único elemento, denominado ***neutro aditivo*** ou ***zero***, que indicaremos por ***0***, tal que $a + 0 = a$, para todo $a \subset \mathbb{Z}$

A.3 Existência do oposto:

- Para cada inteiro ***a*** existe um único elemento que chamaremos oposto de ***a*** e indicaremos por **- *a*,** tal que $a + (-a) = 0$, ou ainda o único inteiro que satisfaz a equação $a + x = 0$.

A.4 Propriedade Comutativa:

- Para todo ***a*, *b*** inteiro tem-se que $a + b = b + a$

I.2.2 Propriedades da multiplicação em $\mathbb{Z}$

O próximo grupo de axioma expõe algumas propriedades da multiplicação

A.5 - Propriedade Associativa:

- Para toda terna ***a*,*b*** e ***c*** de inteiros tem-se que $a(bc) = (ab)c$

A.6 - Existência do Neutro:

- Existe um único elemento, diferente de zero, denominado neutro multiplicativo, que indicaremos por 1, tal que $1.a = a$ para todo $a \in \mathbb{Z}$.

A.7 - Propriedade Cancelativa:

- Para toda terna ***a*, *b*** e ***c*** de inteiros, com $a \neq 0$, tem-se que, $se\ ab = ac, então, \quad b = c$.

A.8 - Propriedade Comutativa:

- Para todo par ***a*, *b*** de inteiros, tem-se que $ab = ba$.

A.9 - Propriedade Distributiva:

- Para toda terna ***a*, *b*** e ***c*** de inteiros tem-se que $a(b + c) = ab + ac$

Propriedade da relação "$\leq$ " em $\mathbb{Z}$

Sejam $a, b\ e\ c \in \mathbb{Z}$.

A.10 – Propriedade Reflexiva:

- Para todo $a \in \mathbb{Z}$ tem-se $a \leq a$.

A.11 – Propriedade antissemetrica:

- Para todo $a,e,b \in \mathbb{Z}$, se $a \leq b\ e\ b \leq a\ então\ a = b$.

A.12- Propriedade Transitiva:

- Para todo $a, b\ e\ c \in \mathbb{Z}$, se $a \leq b\ e\ b \leq c\ então\ a = c$.

I.3 Conjunto dos Números Racionais

Problemas práticos vivenciados ao longo dos tempos por egípcios, babilônicos e gregos, não tinham solução no conjunto dos inteiros $\mathbb{Z}$, Pois se a e b são inteiros, com $b \neq 0$ a equação $bx = a$ tem solução em $\mathbb{Z}$, se somente se, b/a. Quando toda equação $bx = a$, $b \neq 0$, a e $b \in \mathbb{Z}$, e b não divide a. a equação não tem solução $\mathbb{Z}$.Temos como solução um número que não é inteiro. Este fato nos leva a ampliação dos inteiros dando lugar ao conjunto dos racionais. Assim as soluções das equações do tipo $bx = a$ a e $b \in \mathbb{Z}$ e $b \neq 0$ formam o conjunto dos racionais. Por isto dizemos que o conjunto dos racionais é formado por números da forma $\frac{a}{b}$, com ***a*** e ***b*** inteiros.

A apresentação deste conjunto é feita pela letra $\mathbb{Q}$ e podemos escrever então: $\mathbb{Q} = \left\{\frac{a}{b} \middle| a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0\right\}$. Ainda em função da representação destes números quando b é negativo, por exemplo, $\frac{a}{-b} = \frac{-a}{b}$, podemos representar esse conjunto por: $\mathbb{Q} = \left\{\frac{a}{b}, a, b \in \mathbb{Z}, b > 0\right\}$.

O conjunto dos racionais pode ser construído a partir do conjunto dos números inteiros, usando o conceito de relação de equivalência. Em $\mathbb{Q}$ são definido as operações de: adição, multiplicação, subtração e divisão.

I.3.1 Propriedades da Adição em $\mathbb{Q}$

A soma tem as seguintes propriedades:

a.1 – Associativa:

- Para toda terna a, b e c de números racionais, tem-se que $a + (b + c) = (a + b) + c$.

a.2 – Existência do Neutro:

- Existe um único elemento que chamaremos *neutro aditivo ou zero* e indicaremos por *0*, tal que $a + 0 = a$.

a.3 – Existência do Oposto:

- Para cada racional a existe um único elemento, que chamaremos *oposto* de a e indicaremos por $-a$, tal que $a+(-a)=0$.

a.4 – Comutativa:

- Para todo par a, b de números racionais, tem-se que $a+b=b+a$

I.3.2 Propriedades da Multiplicação em $\mathbb{Q}$

Em que $\mathbb{Q}$ são válidas as seguintes propriedades:

a.5 – Associativa:

- Para toda terna a, b, c de números racionais, tem-se que $a(bc)=(ab)c$.

a.6 – Existência do Neutro:

- Existe um único elemento, que chamaremos neutro multiplicativo ou unidade e indicaremos por 1, tal que $1.a=a, \forall a \in \mathbb{Q}$ .a

a.7 - Existência de Inverso:

- Para cada racional a diferente de 0 existe um único elemento que chamaremos *inverso* de a e denotaremos por a^{-1} tal que $aa^{-1}=1$.

a.8 – Comutativa:

- Para todo par a, b de racionais, tem-se que $ab=ba$.

Em $\mathbb{Q}$ subtração e divisão são definidas.

I.4 Conjunto dos Números Reais

O conjunto dos números reais é formado por todos os números decimais exatos ou periódicos (que são números racionais) e as decimais não exatas e não periódicas (chamadas números irracionais) é denotado por $\mathbb{R}$;

Em $\mathbb{R}$ são definidas as operações: adição, subtração, multiplicação e divisão.

CAPÍTULO II
ALGUNS ELEMENTOS DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO E PROBLEMATICA

Apresentaremos aqui, somente a organização didática e matemática da Teoria Antropológica escrita por Chevallard.

Esta pesquisa tem por objetivo estudar e compreender melhor como atualmente os conceitos de conjuntos numéricos são tratados em alguns livros didáticos disponíveis nas últimas séries do ensino fundamental.

Nossa escolha de estudar os conjuntos numéricos se deve ao fato de ser um conteúdo trabalhado desde as séries iniciais do ensino fundamental e que não temos clareza sobre o que e como são trabalhados até o final desde nível de ensino.

Fizemos a escolha de estudar a maneira como este assunto é abordado nos livros didáticos de 5ª a 8ª séries, por se tratar das séries onde atua o licenciado em matemática e com a finalidade de restringir nosso estudo.

O trabalho está centrado no estudo do livro didático pela sua importância nas escolhas e definição das ações do professor em sala de aula e por constituir uma fonte de conhecimento do aluno e do professor.

A pesquisa assenta-se nas hipóteses de que a abordagem proposta para como ensinar conjuntos numéricos, no ensino fundamental, pode ser identificada, se conhecermos a organização didática e organização matemática do saber conjuntos numéricos nos livros didáticos.

Estudar a organização nos livros didáticos pode nos dar subsídios para compreender causas de possíveis dificuldades no ensino e aprendizagem destes conjuntos e, propiciar elementos para tomadas de atitudes nos planejamentos de abordagens destes conjuntos em classe.

As questões, cujos elementos de resposta buscamos neste trabalho, são:

1. Como e o que são apresentados os conjuntos numéricos de 5ª a 8ª série do ensino fundamental?
2. O que os livros didáticos sugerem quanto à construção de conceitos e estratégias de ensino e aprendizagem dos conjuntos numéricos?

Para realização deste estudo, buscando resposta a estas questões, como já dissemos, usaremos como referência a Teoria Antropológica do Didático de Chevallard (2001), que envolve a atividade matemática e então a atividade de estudo em Matemática, no conjunto das atividades humanas e instituições sociais.

"A organização praxeológica é formada por um conjunto de técnicas, de tecnologias e de teorias organizadas para um tipo de tarefa" (ALMOULOUD, 2007, p. 162).

Estudaremos a organização didática e a organização matemática.

Apresentamos alguns elementos da Teoria Antropológica do Didático (TAD), noções básicas que instrumentalizarão nosso trabalho.

II. 1 A Teoria Antropológica do Didático

Como ponto de partida temos que para Chevallard (2001), toda atividade em Matemática consiste em executar uma tarefa **t** de determinado tipo **T**, por meio de uma técnica τ, que é justificada por uma tecnologia θ a qual, por sua vez, é justificada por uma teoria Θ. Esse autor considera o bloco [tarefa/técnica] o saber-fazer, ao passo que o bloco [tecnologia/teoria] é o saber. Assim, em torno de um tipo de tarefa se encontra um trio formado por uma técnica, uma tecnologia e uma teoria, e isso constitui uma praxeológica pontual. Sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático, no estudo das obras, estuda-se quais são os tipos de tarefas a serem executadas, quais são as técnicas envolvidas e as respectivas justificativas tecnológicas e teóricas. Assim, os conjuntos numéricos emergem dessas praxeologias, que existem em um dado momento histórico, em uma determinada instituição. A palavra instituição aqui colocada, tem sentido amplo podendo ser: uma escola, uma sala de aula, livro, trabalho orientado ou até mesmo a instituição família.

Neste trabalho, considera-se como organização pontual: tarefas, técnicas e discursos tecnológico/teórico que giram em torno de cada concepção dos conjuntos numéricos.

A partir da palavra grega didaktikós, que significa próprio à instrução, relativo ao ensino, Chevallard (2001) associa o adjetivo didático ao substantivo estudo. Assim, a idéia do didático diz respeito, fundamentalmente, à idéia de tomar atitudes para aprender alguma coisa (saber) ou de aprender a fazer alguma coisa (saber-fazer). Na escola, estudar uma questão é recriar, sozinho ou em grupo, uma resposta que já foi produzida em alguma outra instituição. Estudar é um tema que existe na sociedade, para reconstruí-lo, para fazer a transposição na instituição onde esse assunto está sendo estudado. A praxeologia didática ou organizações didáticas são as respostas às questões de como estudar um determinado tema. Sob a luz da Teoria Antropológica do Didático, a tarefa do professor é ensinar, ou seja, fazer funcionar, em uma classe, uma determinada organização matemática (CHEVALLARD, 2001). Isto é, ele precisa (re) construir uma organização didática, que solucione a tarefa que ele vai propor aos alunos.

II.2 Organização Didática

Uma organização didática é uma manira de abordar um conteúdo que deve ser aprendido pelos alunos, o qual possibilita a resolução de determinadas tarefas em uma organização matemática. Para Chevallard, os caminhos seguidos para elaboração dessa organização didática deparam com situações variadas, tanto no plano qualitativo, quanto no plano quantitativo. Situações que ele denominou de Momento de Estudo ou Momento Didático e destaca que: "A maneira como uma determinada Organização Didática coloca em prática certa Organização Matemática pode ser analisada primeiramente, interrogando a maneira como são realizados os diferentes momentos de estudo" (CHEVALLARD, 2001, p. 12, tradução de BOTH CARVALHO).

São seis os momentos didáticos considerados por Chevallard, que destacamos ser diferente a ordem em uma situação de ensino não obedecendo a uma cronologia, ou seja, algo organizado que segue passos predefinidos.

O primeiro dos momentos é o primeiro encontro com o objeto a ser estudado, pode acontecer de diversas maneiras, depende da organização. A prática didática do professor influencia na forma que esse primeiro encontro acontece, sendo que ele organiza e onde dá resposta a questão. Como ensinar tal conceito matemático?

O segundo momento é aquele que o aluno esboça e conjectura de resoluções, procurando criar um embrião de técnicas relativas à resolução de um determinado modelo de tarefa. Demanda uma tentativa de formulação (ação do aluno) e cumprimento da tarefa, sem preocupação de discurso justificativo das técnicas empregadas. Criada esse embrião de técnicas têm-se então ferramentas para resolver rotineiramente tarefas de um mesmo tipo.

O terceiro momento de estudo é o momento de validação local da técnica, constitui-se um bloco tecnológico-teórico que venha justificar a técnica empregada. Justificar a técnica consiste em assegurar o êxito da técnica em relação ao pretendido.

O quarto momento, é o momento de aprimoramento da técnica, surge aqui uma melhoria da técnica aplicada anteriormente por mudanças e evoluções, tornando-a mais eficaz.

O quinto momento é o momento que ocorre a institucionalização, integrando os elementos que entrarão de maneira definitiva na organização matemática visada.

O sexto momento é integrado ao momento da institucionalização, é momento da avaliação do processo de ensino e aprendizagem, avaliando o que se pretendia ensinar e o que foi realmente aprendido.

II.3 Organização Matemática

Na organização matemática identificamos tipos de tarefas, técnicas e tecnologias, o que nos dá informação sobre um saber fazer e sobre um saber teórico especifico que se espera da aprendizagem.

Vejamos as noções de tarefa, técnica e tecnologia:

Tarefa

A noção de tarefa ou tipos de tarefas está ligada ao uso de um verbo de ação

Por exemplo: descascar milho, tomar suco de caju.

Note que cada situação indica um tipo de tarefa, algo a realizar.

Técnica

Uma **técnica**, denotada por τ, é uma maneira de fazer ou realizar um tipo de exercícios T(tarefa). Para sua existência dentro de uma instituição a técnica deve ser compreensível, legível e justificada. A eficácia de uma técnica se manifesta na utilização dela na resolução de um problema. Ela pode servir para resolver todo o problema ou parte dele. Uma técnica é validada pelo discurso lógico que a justifique, chamado de tecnologia. Uma técnica aplicada a uma tarefa gera um saber-fazer.

Tecnologia

A ***Tecnologia,*** denotada por θ, é um discurso racional (o *logos*) tendo por objetivo *justificar* a *técnica* τ, garantindo que esta permite realizar as tarefas do tipo ***T***. Uma segunda função da *tecnologia* é a de *explicar*, tornar compreensível a *técnica.* A tecnologia possui também o poder de modificar a técnica, ampliando seu alcance e derrubando limites de utilização, com isso teremos a produção de uma nova técnica, sendo essa também função da tecnologia: a produção de novas técnicas.

Teoria

A ***Teoria,*** representada por Θ, tem a função de justificar e tornar compreensível uma *tecnologia* θ. Seria, portando, segundo Chevallard, o fundamento último da atividade, sem necessidade de justificativas.

Um conjunto de tarefas, técnicas e tecnologias formam uma organização matemática.

CAPÍTULO III
OS CONJUNTOS NUMÉRICOS NOS LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Quando estudamos os conjuntos numéricos em uma abordagem acadêmica, uma concepção de número que pode ser representado como ponto em uma reta é estabelecido. Nesta abordagem, os números são elementos de um conjunto: naturais, inteiros, racionais e irracionais. Em cada conjunto os números têm características próprias, certas operações são definidas e, conseqüentemente, as respectivas propriedades. Na academia, fala-se em diferentes representações de um número, por exemplo, um número racional tem representação fracionária e ou decimal.

Neste estudo dos livros didáticos, buscamos conhecer, segundo a abordagem do livro, como os autores tratam desta questão. Qual a concepção de número em cada conjunto pode formar os alunos, segundo a abordagem e tratamento dado pelo autor. Usado como referência a organização didática e organização matemática.

III. 1 Estudo do Livro "A Conquista da Matemática" – 6º ano , 5ª Série, Giovanni,Castrucci, Giovanni Jr. - FTD 2007

Livro dividido em nove Tópicos, além das seções: glossário, leituras complementares - tratando a informação e bibliografia. Cinco capítulos tratam especificamente de conjuntos numéricos, são eles:

- Tópico 1 - O homem vive cercado por números;
- Tópico 2 – Calculando com números naturais;
- Tópico 3 – Divisibilidade: divisores e múltiplos
- Tópico 4 – A forma fracionaria dos números racionais;

- Tópico 5 – A forma decimal dos números racionais.

III. 1.1 Organização Didática

Tópico 1 - O homem vive cercado por números:

O autor apresenta o conceito de Sistema de numeração como um conjunto de regras que permite escrever e ler qualquer número, utilizando números, símbolos e palavras (p. 12-18). Em particular, o autor destaca o "sistema de numeração decimal" e justifica a designação Sistema de Numeração Decimal pelo fato dos agrupamentos de 10 (p. 18). Após apresentar o conjunto dos Naturais, cita alguma das características do sistema de numeração: base 10, posicional, multiplicativo.

O conjunto dos Números Naturais: os números Naturais são apresentados como uma seqüência de números que, iniciada pelo zero, acrescentando sempre uma unidade, isto é, 0,1,2,3,4,5,...., seguida de uma representação: a letra $\mathbb{N}$ e a representação do conjunto $\mathbb{N} = \{0,1,2,3,4,5,...\}$ (p. 19).

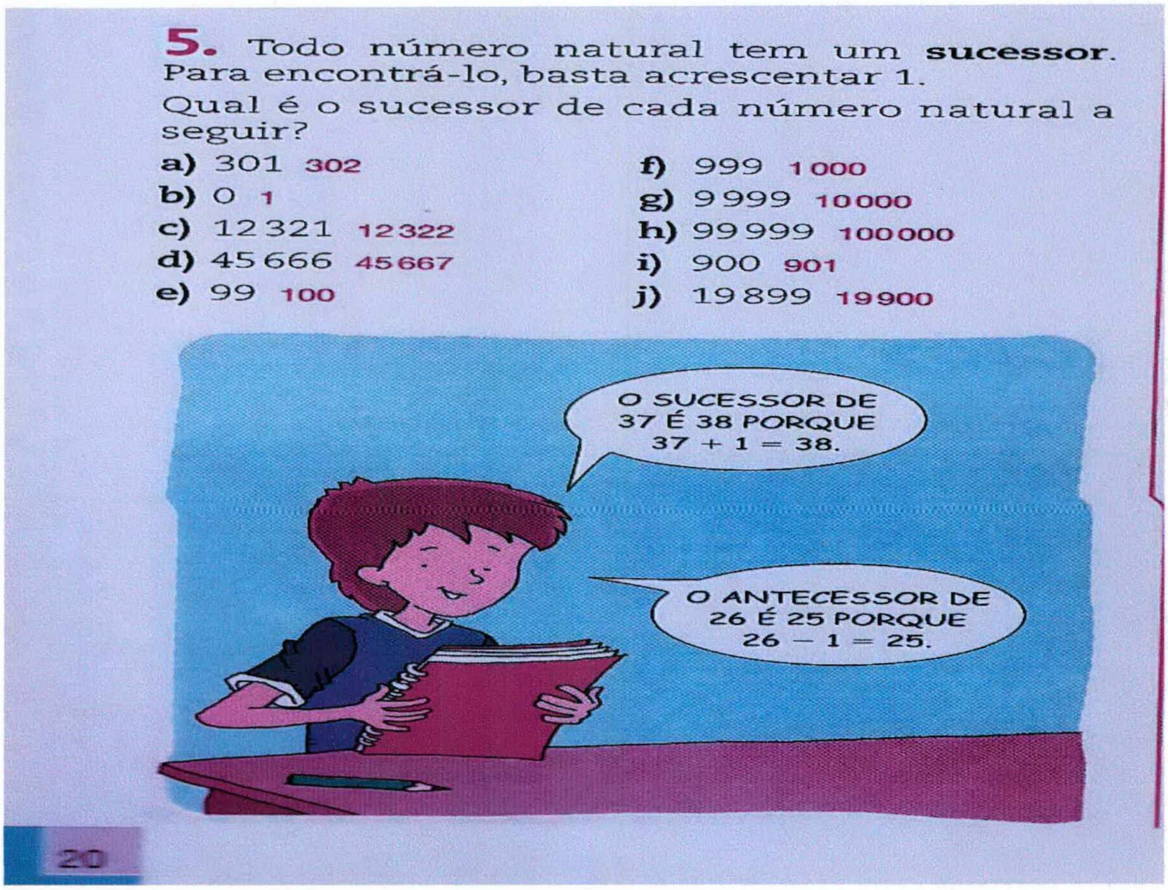
Em relação ao conjunto $\mathbb{N}^* = \{1,2,3,4,5,...\}$, diz a autor: "Quando exclui o zero do conjunto $\mathbb{N}$, temos o conjunto dos naturais não nulos".

Nos exercícios propostos identificamos que alguns saberes específicos são abordados: algarismo, sucessor, antecessor, números consecutivos, números pares, ímpares, utilizando o próprio texto da atividade para conceituar esses temas. Veja a abordagem sobre sucessor e antecessor:

O primeiro momento da Organização Didática, que seria o encontro do aluno com o saber, feito por exercícios, carrega uma técnica que o aluno deverá usar para resolução das tarefas propostas. Isso sugere já o segundo e terceiro momentos, não criando situações para aprimorar a técnica (quarto momento). A técnica utilizada nesse exercício é repetida para outros exercícios e também no entendimento de sucessores de números naturais pares e ímpares. A idéia que todo natural tem um sucessor e um antecessor serve para compreender a seqüência dos naturais.

Outras abordagens:

1 – Ler e escrever número natural com apoio do quadro valor designado pelo autor "Quadro de Ordens"; (p. 23).

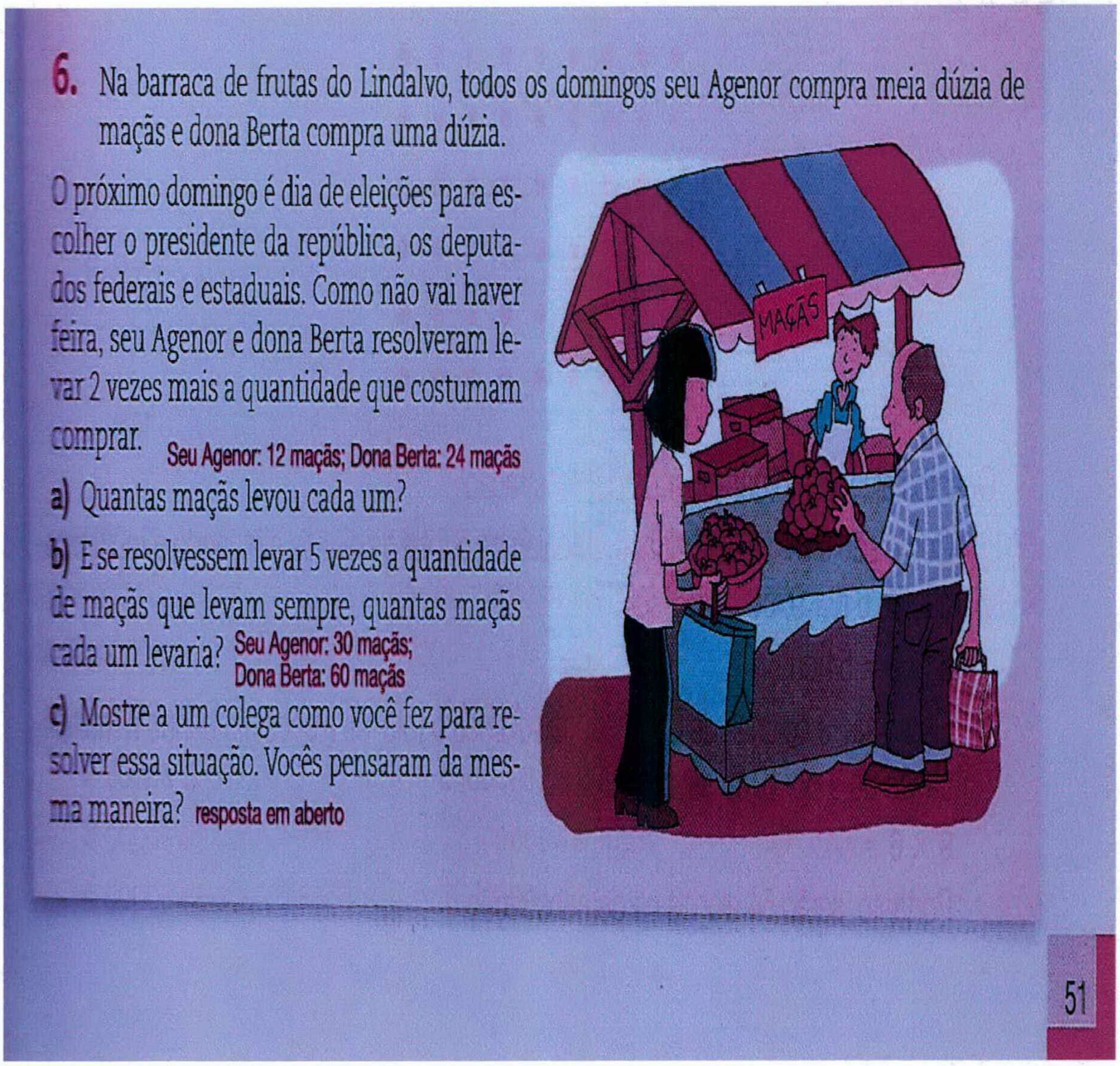


5. Todo número natural tem um **sucessor**. Para encontrá-lo, basta acrescentar 1.
Qual é o sucessor de cada número natural a seguir?

a) 301 302
b) 0 1
c) 12 321 12 322
d) 45 666 45 667
e) 99 100
f) 999 1 000
g) 9 999 10 000
h) 99 999 100 000
i) 900 901
j) 19 899 19 900

Tópico 2 – Calculando com números naturais:

Os autores trabalham idéias relacionadas às operações: adição, subtração, multiplicação, divisão e propriedades. Trabalhando idéias: juntar, tirar, quanto cabe, quanto falta. Esses conteúdos são associados a situações cotidianas e outras criadas especialmente para conduzir ao aprendizado. Detalharemos uma situação trabalhada para associar idéias a multiplicação. Vejamos:



6. Na barraca de frutas do Lindalvo, todos os domingos seu Agenor compra meia dúzia de maçãs e dona Berta compra uma dúzia.

O próximo domingo é dia de eleições para escolher o presidente da república, os deputados federais e estaduais. Como não vai haver feira, seu Agenor e dona Berta resolveram levar 2 vezes mais a quantidade que costumam comprar. Seu Agenor: 12 maçãs; Dona Berta: 24 maçãs

a) Quantas maçãs levou cada um?

b) E se resolvessem levar 5 vezes a quantidade de maçãs que levam sempre, quantas maçãs cada um levaria? Seu Agenor: 30 maçãs; Dona Berta: 60 maçãs

c) Mostre a um colega como você fez para resolver essa situação. Vocês pensaram da mesma maneira? resposta em aberto

51

Exercício 6, p.

O exercício proposto apresenta uma tarefa onde o aluno tem liberdade de trabalhar técnicas diversas, podendo criar um embrião de técnicas que poderá ser utilizado na resolução de outras tarefas do mesmo tipo. O confronto de diferentes técnicas, sugerido no item *c*, formará esse embrião.

A abordagem sobre as propriedades das operações de adição e multiplicação são inseridas através das próprias operações, sendo realizadas de maneira a contemplar o que os autores institucionalizaram, sem nenhuma contextualização ou vivência de situações cotidianas.

Veja a abordagem sobre a propriedade do elemento neutro da multiplicação.

3 Consideremos os números naturais 1 e 25 e vamos determinar o seu produto, independentemente da ordem dos fatores.

$$1 \times 25 = 25 \qquad 25 \times 1 = 25$$

Você observou que, quando o número 1 é um dos fatores, ele não influi no resultado da multiplicação.

Em uma multiplicação de um número natural qualquer por 1, o produto é sempre igual a esse número natural. Nessas condições, o número 1 é chamado **elemento neutro da multiplicação.**

As idéias associadas à subtração são colocadas em situações onde ela pode ser empregada. As situações indicadas pelo autor são quando:

- Precisamos tirar uma quantidade de outra quantidade;
- Temos duas quantidades e queremos saber quanto uma delas tem a mais que a outra;
- Temos duas quantidades e queremos saber quanto falta a uma delas para atingir a outra.
- Estudo de potenciação

Ainda nesse tópico, trabalha-se o conteúdo de potenciação de números naturais, o qual é inserido abordando-se a idéia de cálculo da área de quadrados e o de volumes de cubos, para criar situações onde temos multiplicação onde os fatores são todos iguais. Situações usadas pelos autores para institucionalizar o saber utilizando o seguinte enunciado:

Dados dois números naturais *a* e *n* (com n > 1), a expressão a^n representa um produto de *n* fatores iguais ao número *a*, ou seja:

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ fatores}}$$

p. 86

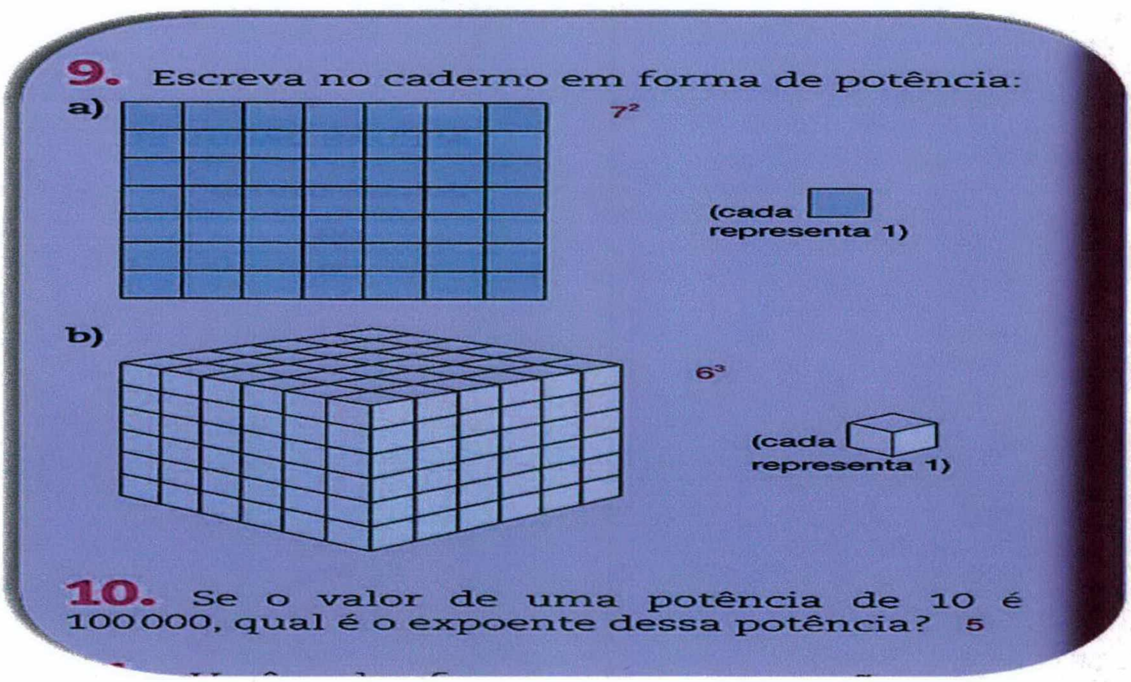
Os exercícios propostos visam à aplicação do conteúdo e das técnicas sua assimilação por parte do aluno, isto e, a organização matemática e para aplicar um saber fazer.

Vejamos os tipos de tarefas:

Tabela 1

Exercícios (p. 89-90)	**Tipos de tarefa**	**Quantidade de exercícios**
1, 2, 3,4	Calcular potências	4
5, 6, 8, 9,11	Calcular quadrado de um número.	5
7 ,8 , 9	Calcular cubo de um número.	3
10, 12, 13, 14	Representar em base 10	**4**

Assim a organização matemática permite ao aluno seguir modelos de exercícios, onde as técnicas apresentadas pelos autores são suficientes para a resolução das tarefas, podendo, também, o aluno criar suas próprias técnicas, assimilando assim o que foi institucionalizado pelos autores. Exemplo:


9. Escreva no caderno em forma de potência:
a) 7^2
(cada ☐ representa 1)
b) 6^3
(cada ☐ representa 1)
10. Se o valor de uma potência de 10 é 100 000, qual é o expoente dessa potência? 5

Estudo de raiz quadrada

A abordagem sobre a raiz quadrada exata de um número natural é dada em cima do conhecimento gerado em potência de um numero natural, evidenciando que a raiz quadrada de um número natural *a* é outro número natural que elevado ao quadrado é igual a *a*. A institucionalização dos autores é:

Determinar a raiz quadrada de um número natural é encontrar outro número natural que elevado ao quadrado seja igual ao número dado.

p. 90

Os exercícios propostos levam a realização de tarefas onde os alunos utilizam técnicas propostas pelos autores, construindo um conjunto amplo dessas técnicas. Veja os exercícios sugeridos:

1. Um número elevado ao quadrado resulta 81.

a) Qual é esse número? 9

b) O que esse número representa em relação a 81? a raiz quadrada

2. Calcule:

a) $\sqrt{4}$ 2

b) $\sqrt{49}$ 7

c) $\sqrt{64}$ 8

d) $\sqrt{121}$ 11

e) $\sqrt{144}$ 12

f) $\sqrt{225}$ 15

3. Identifique os números que são chamados de quadrados perfeitos. 9, 16, 36, 49 e 64

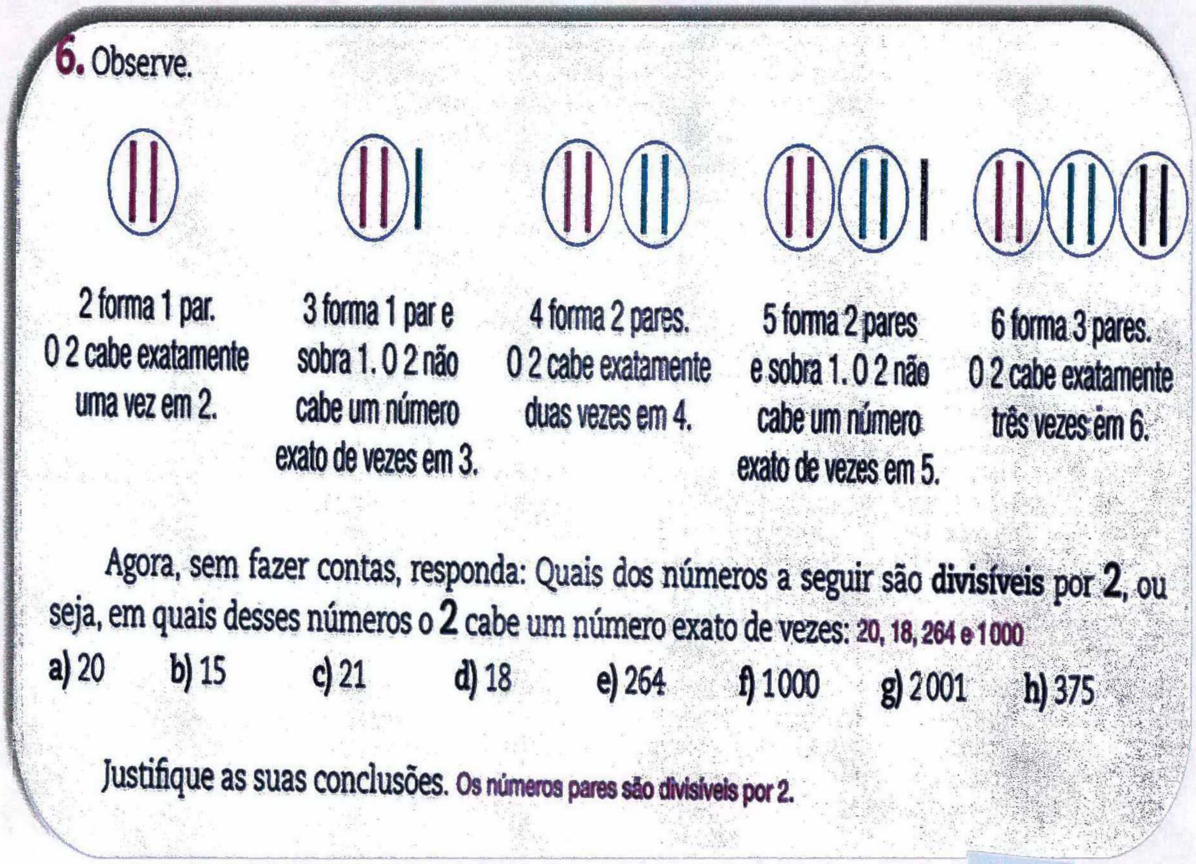
2 9 16 22 30 36 41 49 50 64

4. Antônio é um pintor experiente.

Qual é a medida, em metros, do lado desse quadrado? 13

Tópico 3 – Divisibilidade - Divisores e múltiplos:

O tema de abertura do tópico de divisibilidade traz como enfoque "Quantas vezes um determinado numero *A* cabe em um certo numero *B*, dando idéia de múltiplo, divisor, números pares, números impares e uma premissa para o conceito de números primos. Esse primeiro encontro com o tema dar-se-á por meio de atividades onde são aplicadas técnicas sugeridas pelos autores que levam o aluno a criar um grupo tecnológico-teórico, evidenciando o terceiro momento da organização didática segundo Yves Chevallard. As tarefas propostas no exercício abaixo oferecem a técnica a ser empregada, uma tarefa a ser realizada na tentativa de institucionalizar o saber sobre números pares e divisibilidade por dois. Veja:


6. Observe.

Agora, sem fazer contas, responda: Quais dos números a seguir são **divisíveis** por **2**, ou seja, em quais desses números o **2** cabe um número exato de vezes: 20, 18, 264 e 1000

a) 20 b) 15 c) 21 d) 18 e) 264 f) 1000 g) 2001 h) 375

Justifique as suas conclusões. Os números pares são divisíveis por 2.

p. 102

O conjunto de exercícios propostos (p. 104) para esses temas gera uma serie de tarefas que dependem de um grupo de técnicas a serem empregadas para sua resolução. Veja tabela explicitando os exercícios e as técnicas a serem empregadas e, grupo tecnológico-teórico que se pretende que os alunos aprendam.

Tabela 2

Exercícios (p. 104)	Tipos de tarefa	Quantidade de exercícios	Grupo tecnológico-teórico
1,4	Dividir por 3	2	Divisibilidade por 3
2	Dividir por 9	1	Divisibilidade por 9
5	Dividir por 11	1	Divisibilidade por 11
7	Dividir por 13	1	Divisibilidade por 13
6	Dividir por 37	1	Divisibilidade por 37
7, 8, 9,10	Interpretação Charadas	**4**	Divisibilidade

Os critérios de divisibilidade são trabalhados de maneira a contemplar a regras definidas pelos autores. Um grupo de técnicas é sugerido e a validação das técnicas é demonstrada em exemplos já solucionados e todas tentativas de aperfeiçoamento das técnicas são deixados para o momento de realização de exercícios propostos (p. 110).

O conteúdo referente a "divisores, fatores e múltiplos de um número" são apresentados usando conteúdo já assimilados de multiplicação e critérios de divisão para criar o conjunto dos múltiplos e dos divisores de um numero natural. É criada pelos autores uma relação entre múltiplo e divisor de um número, veja:

Ser **múltiplo de** é o mesmo que ser **divisível por**.

p. 115

As tarefas são propostas em uma serie de exercícios que visam a validação das técnicas, tendo o aluno chances de aprimorá-las. São ao todo 13 exercícios (p. 115-116) e ainda é proposto um "desafio" onde o aluno deve aplicar uma serie de técnicas e o professor tem a chance de avaliar todo o processo de aprendizagem, contemplando assim o sexto momento da organização didática proposta por Yves Chevallard.

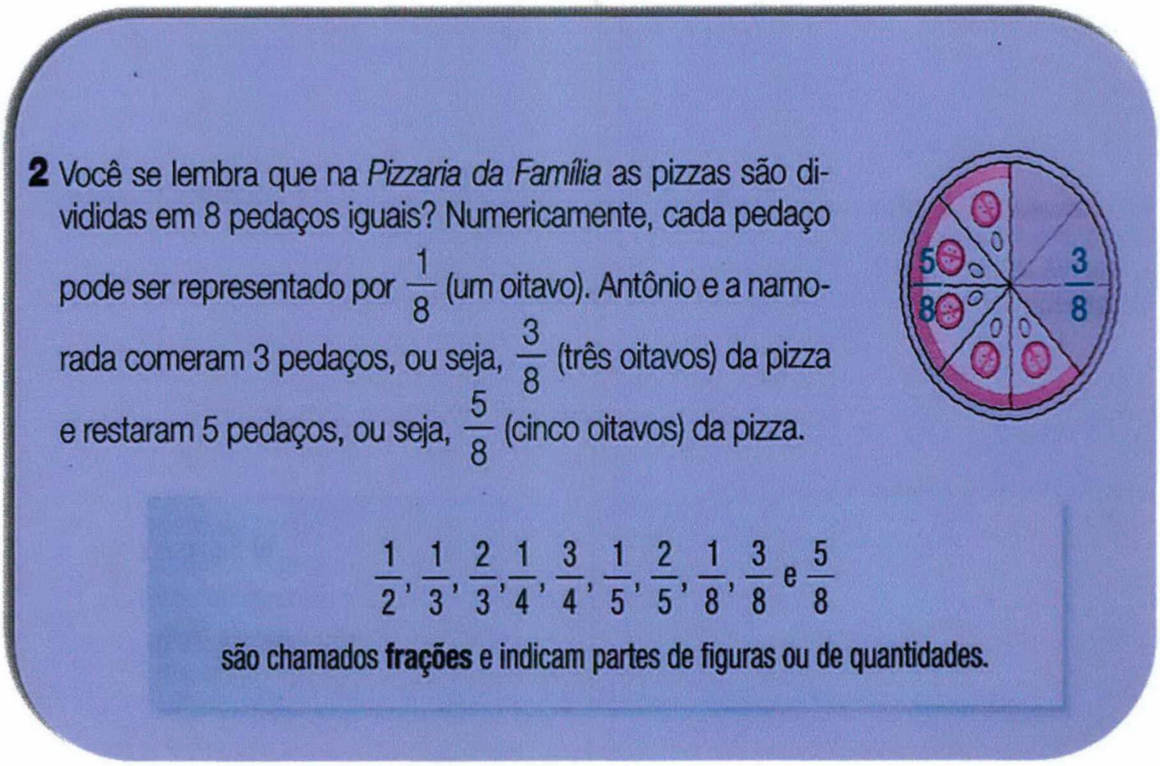
Ainda nesse tópico, trabalha-se o conceito de números primos, expondo em tabelas um conjunto de números e seus divisores onde se pretende gerar um grupo de números onde seus divisores são 1 e o próprio número, sendo esses classificados por números primos (p.118). As atividades são elaboradas de modo que os alunos possam assimilar e aperfeiçoar a prática sugerida pelos autores. Em seguida é introduzido o conteúdo "Decomposição em Fatores Primos", onde um numero composto é submetido a divisões sucessivas por divisores primos até se obter o quociente 1. A prática sugerida é apresentada em vários exemplos numéricos e induz o aluno a aplicá-la em situações propostas em exercícios repetitivos.

Os conceitos, conjunto dos divisores de um número e conjunto dos múltiplos de um número, serviram de base para formular um entendimento sobre Máximo Divisor Comum (MDC) e Mínimo Múltiplo Comum (MMC) entre dois números. E, a prática desenvolvida para obtenção tanto do MDC e do MMC entre dois números foi a da decomposição simultânea em fatores primos. Prática essa que servirá de embasamento para resolução dos problemas propostos nos exercícios apresentados como tarefa.

Tópico 4 – A forma fracionaria dos números racionais:

Sem falar o que são os números racionais, é apresentado "a forma fracionaria dos números racionais" (p. 163). Neste contexto o conceito de fração é discutido. Significado a partir da palavra latina "fractione": dividir, quebrar, rasgar. Segundo o dicionário: "porção", "parte de um todo".

As idéias de fração são repassadas de varias formas, na tentativa de repassar ao aluno a idéia principal: "parte de um todo". Veja:



2 Você se lembra que na *Pizzaria da Família* as pizzas são divididas em 8 pedaços iguais? Numericamente, cada pedaço pode ser representado por $\frac{1}{8}$ (um oitavo). Antônio e a namorada comeram 3 pedaços, ou seja, $\frac{3}{8}$ (três oitavos) da pizza e restaram 5 pedaços, ou seja, $\frac{5}{8}$ (cinco oitavos) da pizza.

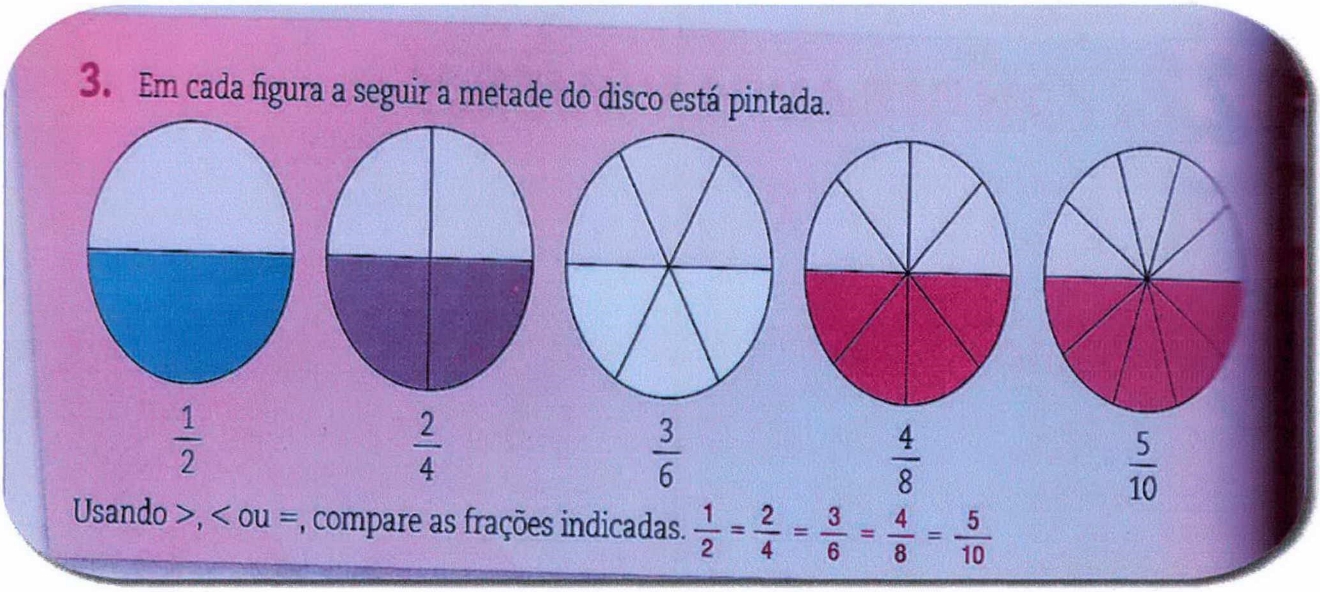
$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{1}{8}, \frac{3}{8} \text{ e } \frac{5}{8}$$

são chamados **frações** e indicam partes de figuras ou de quantidades.

No trabalho com frações outros saberes são repassados, destacam-se:

- O conceito de "Números Inversos" enquanto números racionais.
- Numerador e denominador;
- Fração e quantidade;
- Comparação de números fracionários;
- Frações equivalentes;
- Significado de frações;
- Reduzir ao mesmo denominador;
- Operações: adição, subtração, multiplicação e divisão.

No primeiro momento de apresentação dos saberes, os autores utilizam formas circulares e formas retangulares. As formas circulares são as mais usadas, o uso de pizzas, relógios, gráficos de setores, discos de vinil, demonstrando assim que este tipo de apresentação facilita o segundo momento da organização didática proposta por Yves Chevallard, onde o aluno esboça e conjectura soluções, procurando criar um embrião de técnicas relativas a resolução de um determinado modelo de tarefa. A tarefa proposta no exercício 3, (p.176), do conteúdo "comparando números fracionários" mostra como essa técnica é bastante utilizada, veja:



O tópico finaliza com o conteúdo "as frações e as porcentagens". E, mais uma vez, o uso de figuras circulares ajudam a apresentar o saber sobre porcentagem, criando um bloco amplo de técnicas para resolução de tarefas que envolvem cálculos em porcentagem, representação de porcentagem em forma de fração ou vice-versa. Um grupo de exercícios é proposto (p.209-210). E o uso de figuras circulares é a principal ferramenta usada na técnica de resolução de tarefas e geração do grupo tecnológico-teórico que justifique a técnica. Em alguns exercícios o aluno tem a possibilidade de aprimorar a técnica e por seguinte institucionalização do saber sobre porcentagem e sua avaliação.

Veja na tabela as tarefas e as técnicas empregadas e os grupos tecnológico-teóricos:

Tabela 3

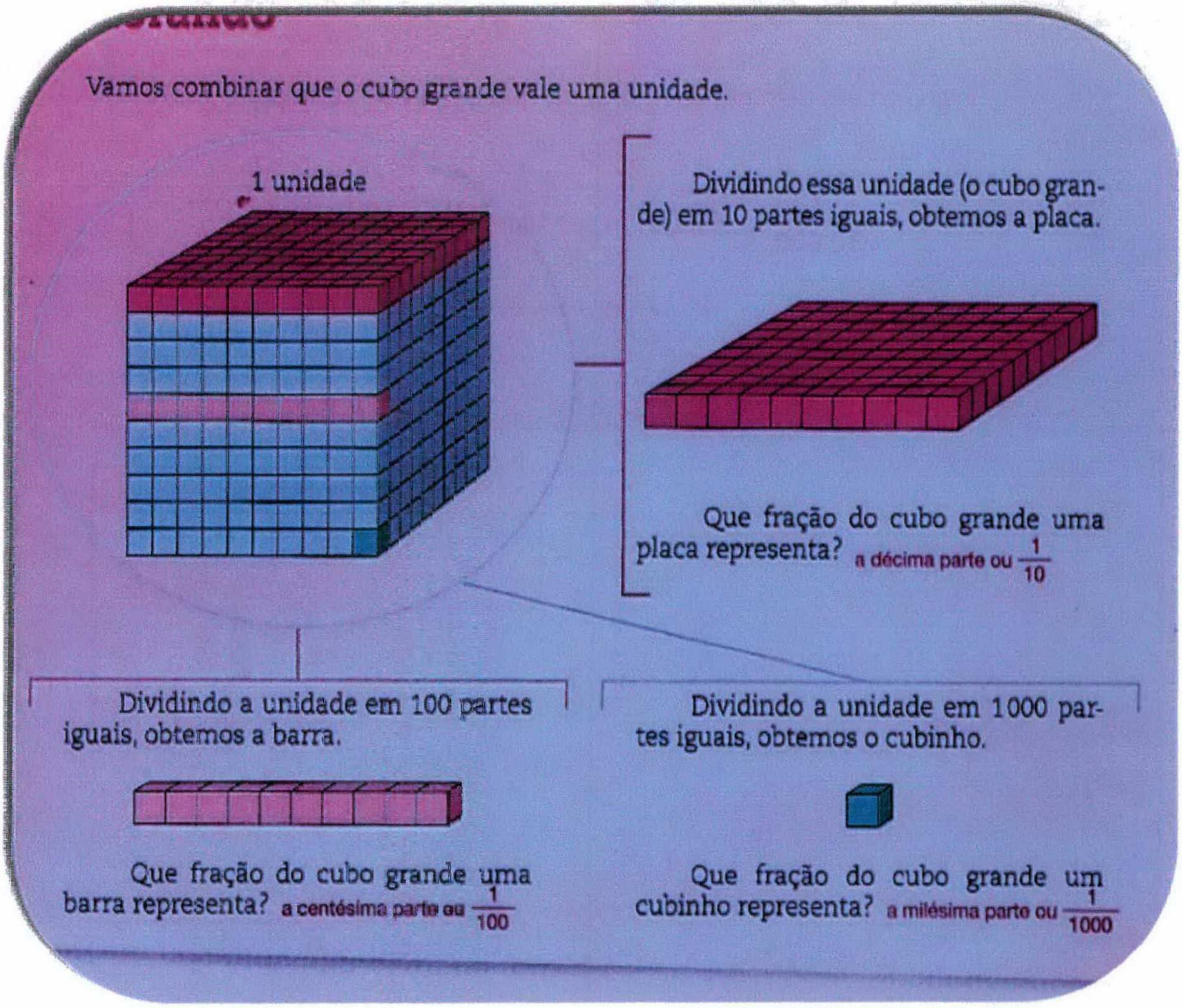
Exercícios (p. 209-210)	Tipos de tarefa	Técnica empregada	Grupo tecnológico-teórico
1,9	Representar porcentagem em forma de fração	Substitui % por fração de denominador 100	Definição de Porcentagem
2	Representar fração em forma de porcentagem	Fração equivalente com denominador 100	Definição de Porcentagem
3,4,5,9	Representar porcentagem em gráfico setor	Representação fração em gráficos	Definição de Porcentagem Gráfico Setor
6,7,8	Calcular porcentagem de valores monetários	Multiplicação por %	Definição de Porcentagem Multiplicação de fração

Tópico 6 – A forma decimal dos números racionais:

O primeiro encontro do aluno com números decimais dar-se-á com o uso do dinheiro. Os autores utilizam-se do fato de que os alunos já têm certa habilidade em lidar com dinheiro e, principalmente, com "moedas" para apresentar a forma decimal dos números racionais. O *Material Dourado* e o *Quadro Posicional* ou de *Ordens* são utilizados na abordagem geral do conteúdo.

> O Material Dourado Montessori utiliza-se da visualização e facilita a compreensão do aluno, pois as relações numéricas abstratas passam a ter uma imagem concreta o que gera um aprendizado bem mais agradável. O Material Dourado Montessori destina-se a atividades que auxiliam o ensino e aprendizagem do sistema de numeração decimal-posicional e dos métodos para efetuar operações fundamentais. Faz parte de um conjunto de materiais idealizados pela medica e educadora italiana Maria Montessori. (http://educar.sc.usp.br/matematica/m2l2.htm)

O uso do material Dourado Montessori e do Quadro de Ordens orientam o aluno a compreender como representar números decimais em fração ou vice-versa.



Nas tarefas sugeridas nos exercícios (p. 230-231), o uso do dinheiro, do Material Dourado Montessori e do Quadro de Ordens são as técnicas sugeridas pelos autores para a solução das mesmas. Temos ainda, o uso das práticas sugeridas para escrever na forma de fração os números decimais.

No trabalho com números decimais outros saberes são repassados, destacam-se:

- Adição e Subtração de números decimais;
- Multiplicação de números decimais;
- Divisão de números decimais;
- Os números decimais e o cálculo de porcentagens;
- Potenciação de números decimais;

Os conteúdos são trabalhados usando a técnica de transformação de um número decimal em fração, fração em decimal e com o próprio decimal observando o quadro de ordem.

Com uma abordagem que usa explicitamente, como citado acima, que está tratando de números decimais; questionamos qual concepção de número racional o aluno elabora. Será que ele percebe que são diferentes representações de números racionais? Neste trabalho, fazemos a hipótese de que o aluno não tem compreensão de que está se tratando de números racionais, os quais têm diferentes representações. Um estudo sobre a concepção de numero racional dos alunos no final da 5ª série poderia esclarecer nossa questão. Não faremos este estudo neste trabalho.

Assim temos, neste livro da 5ª série, uma abordagem do conjunto dos naturais, onde trabalha o sistema de numeração e os conceitos de: sucessor, antecessor, par, primo, divisor, múltiplo, raiz quadrada e potenciação.

III. 2 Estudo do Livro "A Conquista da Matemática" – 7º ano , 6ª Série, Giovanni,Castrucci, Giovanni Jr. - FTD 2007.

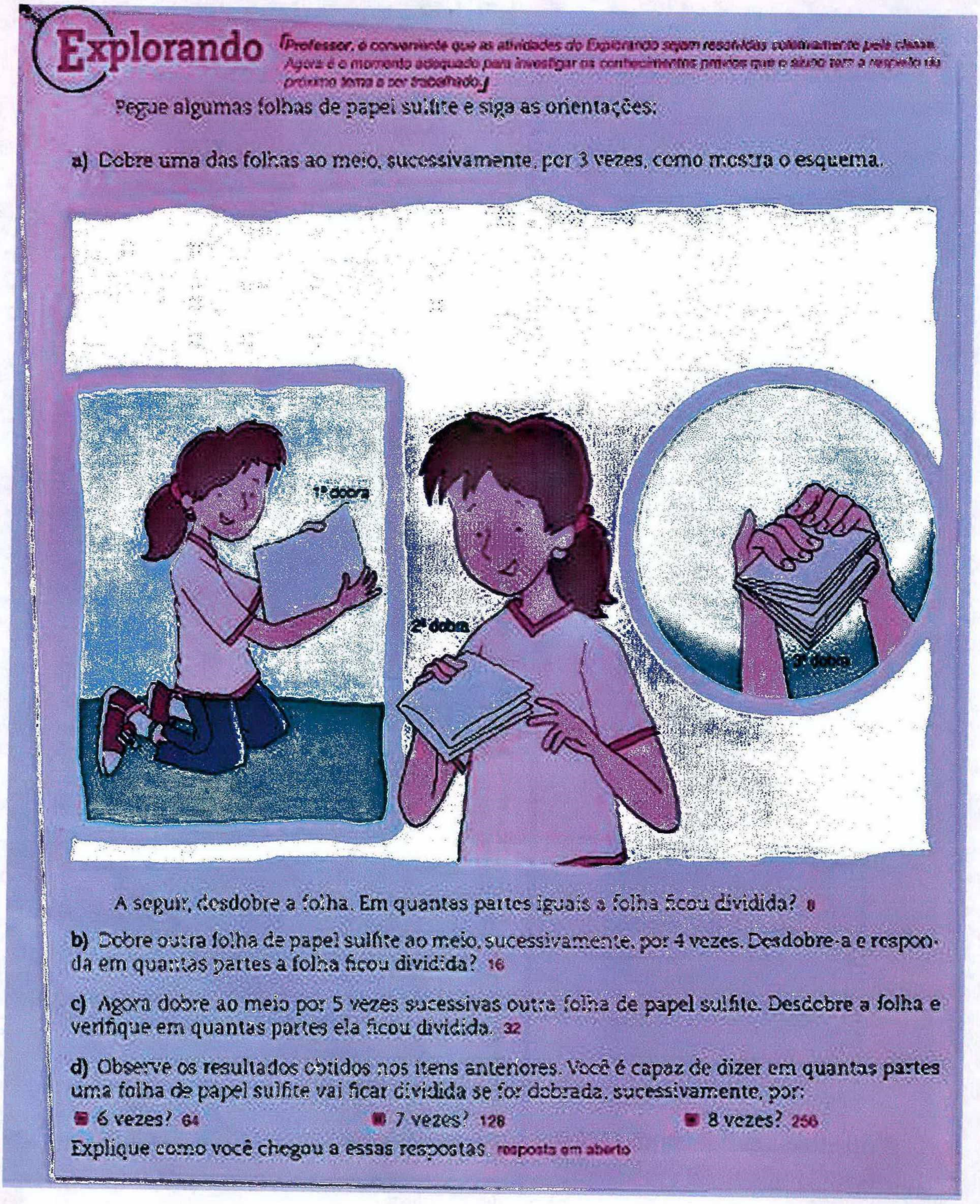
Este livro está organizado em dez unidades. Dentre elas, somente enfocam os conjuntos numéricos as seguintes:

- Potencia de um numero racional
- Conjunto dos números inteiros
- Conjunto dos números Racionais

As aberturas de unidades trazem curiosidades matemáticas, questões instigantes e conhecimentos gerais que serão explorados no decorrer das mesmas.

III.2.1 Potência de um Numero Racional

No início desta unidade é feita uma abordagem por meio de dobradura para números inteiros, como mostra a atividade abaixo:



Explorando [Professor, é conveniente que as atividades do Explorando sejam resolvidas coletivamente pela classe. Agora é o momento adequado para investigar os conhecimentos prévios que o aluno tem a respeito do próximo tema a ser trabalhado.]

Pegue algumas folhas de papel sulfite e siga as orientações:

a) Dobre uma das folhas ao meio, sucessivamente, por 3 vezes, como mostra o esquema.

A seguir, desdobre a folha. Em quantas partes iguais a folha ficou dividida? 8

b) Dobre outra folha de papel sulfite ao meio, sucessivamente, por 4 vezes. Desdobre-a e responda em quantas partes a folha ficou dividida? 16

c) Agora dobre ao meio por 5 vezes sucessivas outra folha de papel sulfite. Desdobre a folha e verifique em quantas partes ela ficou dividida. 32

d) Observe os resultados obtidos nos itens anteriores. Você é capaz de dizer em quantas partes uma folha de papel sulfite vai ficar dividida se for dobrada, sucessivamente, por:

- 6 vezes? 64
- 7 vezes? 128
- 8 vezes? 256

Explique como você chegou a essas respostas. resposta em aberto

Nesta situação o autor faz a apresentação do assunto de maneira dinâmica buscando a construção da aprendizagem pelo aluno. Depois exemplifica usando diferentes representações, a como mostra a figura a seguir:

Dado um número racional *a* e um número natural *n*, com n > 1, a expressão a^n chama-se **potência** e representa uma multiplicação de *n* fatores iguais ao número *a*.

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times a \times a \times \ldots \times a}_{n\ \text{fatores}}$$

Essa operação é chamada **potenciação.**

Assim, pela definição:

- $10^3 = \underbrace{10 \times 10 \times 10}_{3\ \text{fatores}} = 1\,000$
- $\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \underbrace{\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}}_{2\ \text{fatores}} = \frac{1}{9}$
- $(0,5)^4 = \underbrace{0,5 \times 0,5 \times 0,5 \times 0,5}_{4\ \text{fatores}} = 0,0625$

Nesta atividade, observa-se representações sobre fração, número decimal e, ao mesmo tempo, se trabalha às propriedades da potenciação seguintes: $a^1 = a$, $a^0 = 1$. O autor não apresenta a propriedade $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ subtende-se pelos exemplos.

Este item apresenta treze tarefas de organização matemática, todas as questões são de aplicação das propriedades das potências, dispostas de acordo com a tabela abaixo:

Tabela 4

Exercícios (p. 16)	Tipos de tarefa	Quantidade de exercícios
1, 2, 3, 4, 8, 9	Aplicação direta de propriedades de potências	6
5, 10, 11, 12	Cálculo de potências	4
6, 7, 13	Representar em base 10	3

Na atividade abaixo, o autor apresenta aplicação direta de propriedade de potências, sugerindo que o aluno já teve seu primeiro contato com estas propriedades. Podemos pensar em um momento da retomada da técnica.

1. Aplicando as propriedades da potenciação, transforme em uma única potência:

a) $7^5 \times 7^4$ 7^9

b) $(13^2)^6$ 13^{12}

c) $8^5 : 8^4$ 8^1

d) $(x^{10})^3$ x^{30}

e) $(0,6)^{10} : (0,6)^7$ $(0,6)^3$

f) $\left[\left(\frac{3}{4}\right)^3\right]^3$ $\left(\frac{3}{4}\right)^9$

g) $\left(\frac{7}{9}\right)^{20} : \left(\frac{7}{9}\right)^{15}$ $\left(\frac{7}{9}\right)^5$

h) $(0,9)^8 \times (0,9) \times (0,9)^3$ $(0,9)^{12}$

i) $[(1,7)^{10}]^4$ $(1,7)^{40}$

Abaixo temos um exercício sobre potências de base dez. A busca para resolução deste exercício poderá conduzir o aluno a pesquisar saberes adquiridos nas séries anteriores.

7. Utilize potências de dez para indicar:

a) 35 000 35×10^3

b) 60 000 000 6×10^7

c) 920 000 92×10^4

d) 92 000 000 000 92×10^9

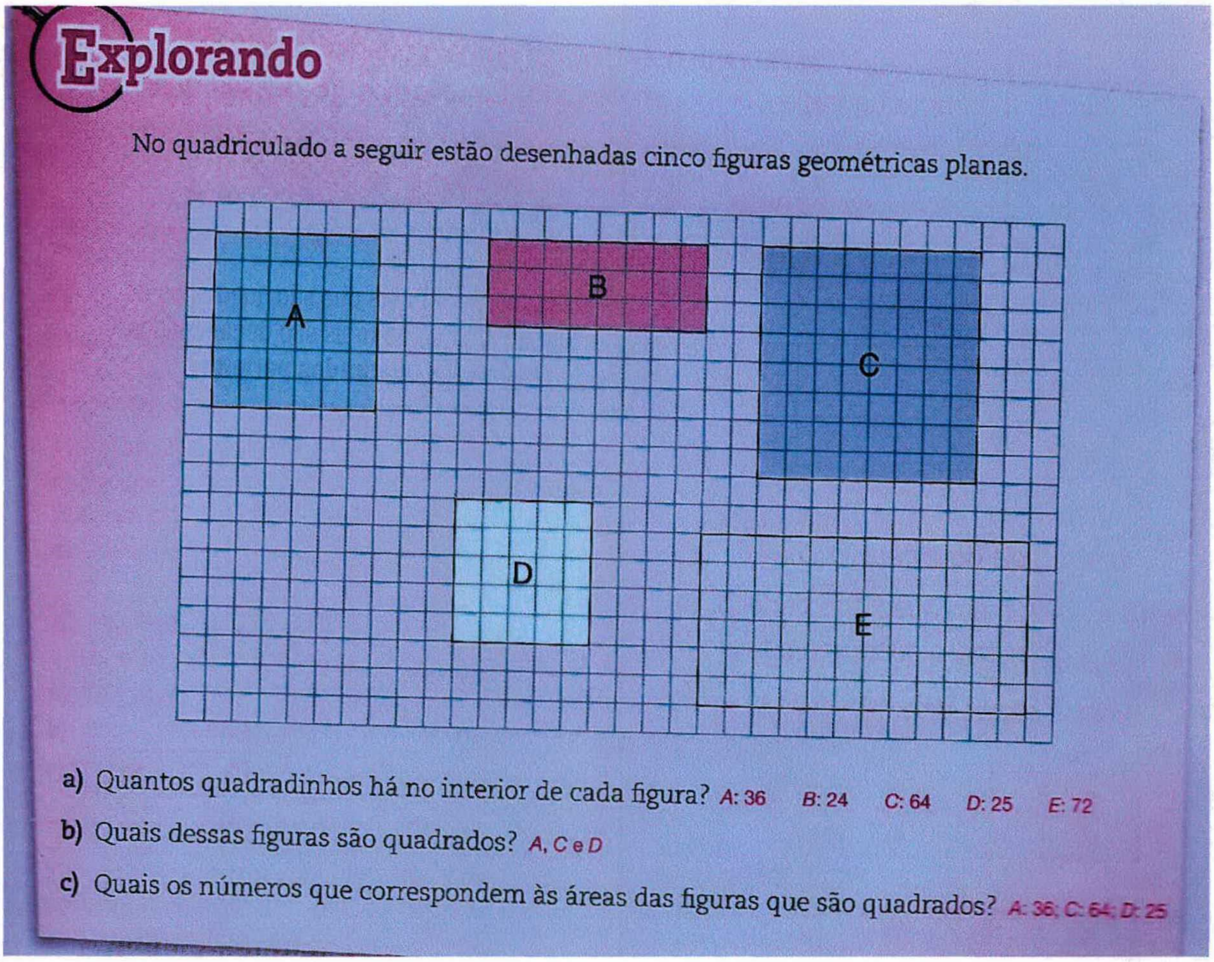
Entre os exercícios propostos temos aplicação de potências em cálculo de expressões. Para resolução desta, o aluno usará saberes que foram institucionalizados pelo autor. Por exemplo:

11. Calcule o valor da expressão $\frac{(10^4)^7}{(10^8 \times 10)^3}$

Números quadrados perfeitos

Percebe-se nesta unidade, que o autor faz uma breve apresentação dos números racionais, em seguida aborda os inteiros.

Apresenta o assunto usando figuras geométricas planas construídas na malha quadriculada que está ilustrada na figura abaixo:



Em seguida o autor apresenta uma situação em sala de aula onde o professor introduz o assunto.

Dessa maneira exige que o aluno combine seus conhecimentos e busque soluções criando situações-problema para o desenvolvimento do raciocínio lógico.

Esse item é composto de sete exercícios e um desafio com objetivo de fixação do conteúdo.

Tabela 5

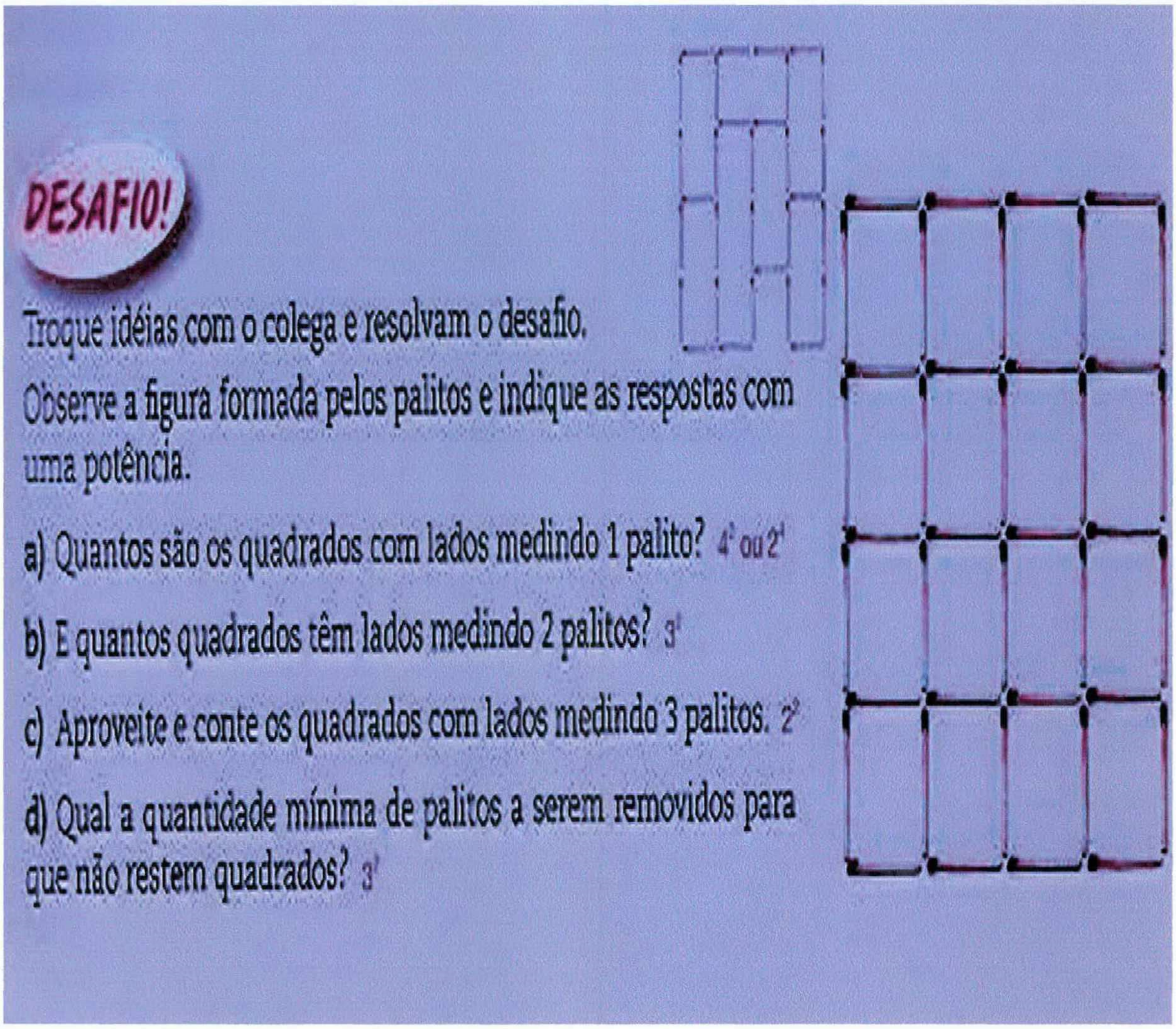
Exercícios (p. 21)	Tipos de tarefa	Quantidade de exercícios
1	Representar geometricamente de um quadrado perfeito	1
2, 3, 4	Verificar se um número é quadrado perfeito por meio de fatoração	3
5, 6, 7	Calcular de um quadrado perfeito	3

Nas questões 5, 6 e 7, o aluno, fazendo uso dos conhecimentos adquiridos, descobre se um número é ou não quadrado perfeito.

O autor complementa o item com a questão desafio abaixo:

Na questão 1 o autor propõe que o aluno faça a representação geométrica de um quadrado de 1cm de lado e através dele forme novos quadrados perfeitos e não perfeitos.

Nas questões 2, 3 e 4 o aluno deverá usar a fatoração para decompor números e identificar quais formam quadrados perfeitos.



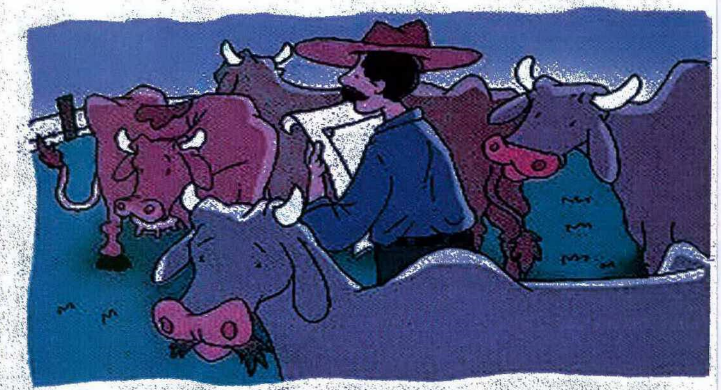
Partindo da observação de uma figura geométrica, o aluno fará a conversão para a forma algébrica e, desta forma irá despertar o interesse pelo conteúdo estudado.

Raiz quadrada de um número racional

Esse item inicia o assunto com a leitura de um texto e com a transcrição dos dados para uma figura geométrica, como mostra a figura abaixo:

RAIZ QUADRADA EXATA DE UM NÚMERO RACIONAL

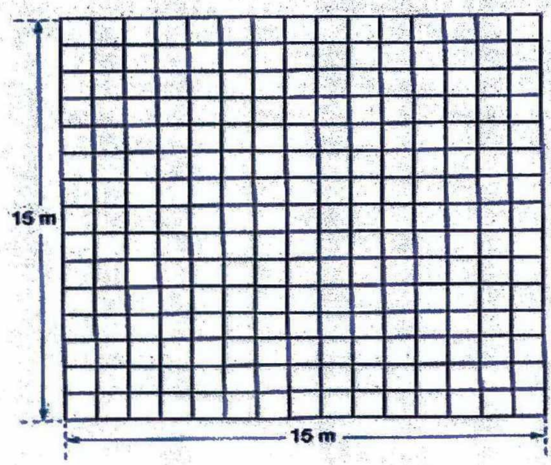
Anísio é um fazendeiro criador de gado. Para recolher seu gado, ele precisa de um curral com 225 m^2 de área. Ele quer construir um curral quadrado. Qual deve ser a medida do lado desse curral?



A medida do lado, em metros, deve ser o número que, multiplicado por ele mesmo, dá 225.

Como 225 está entre 100 e 400, e consultando a tabela de quadrados perfeitos, vemos que o número procurado está entre 10 e 20.

Após algumas tentativas, chegamos a 15, pois 15×15 ou 15^2 é 225.



A medida do lado do curral deve ser 15 m.

Em seguida o autor exemplifica usando a fatoração e propõe oito atividades e um desafio.

Tabela 6

Exercícios (p. 24)	**Tipos de tarefa**	**Quantidade de exercícios**
1	Calcular mentalmente	1
2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8	Calcular da raiz quadrada	7

Na questão 1 o autor procura incentivar o cálculo mental desenvolvendo a capacidade de raciocínio do aluno.

As demais questões trabalham o cálculo da raiz quadrada, este conteúdo necessita de conhecimentos adquiridos no capítulo anterior.

Segue abaixo a questão desafio:

DESAFIO!

Convide um colega e resolvam o desafio.

Ajudem Antero, e descubram o valor que vocês devem colocar no lugar de ■.

a) 12 ovos valem . 36 ovos valem ■? 12 moedas de ouro

b) 18 galinhas valem . 54 galinhas valem ■? 21 moedas de ouro

c) 3 dúzias de bananas valem . 60 bananas valem ■? 5 moedas de prata

d) $\frac{1}{2}$ dúzia de laranjas vale . 4 dúzias e $\frac{1}{2}$ de laranjas valem ■? 18 moedas de ouro

e) 1 quilo de café vale . 3 quilos e $\frac{1}{2}$ de café valem ■? 21 moedas de prata

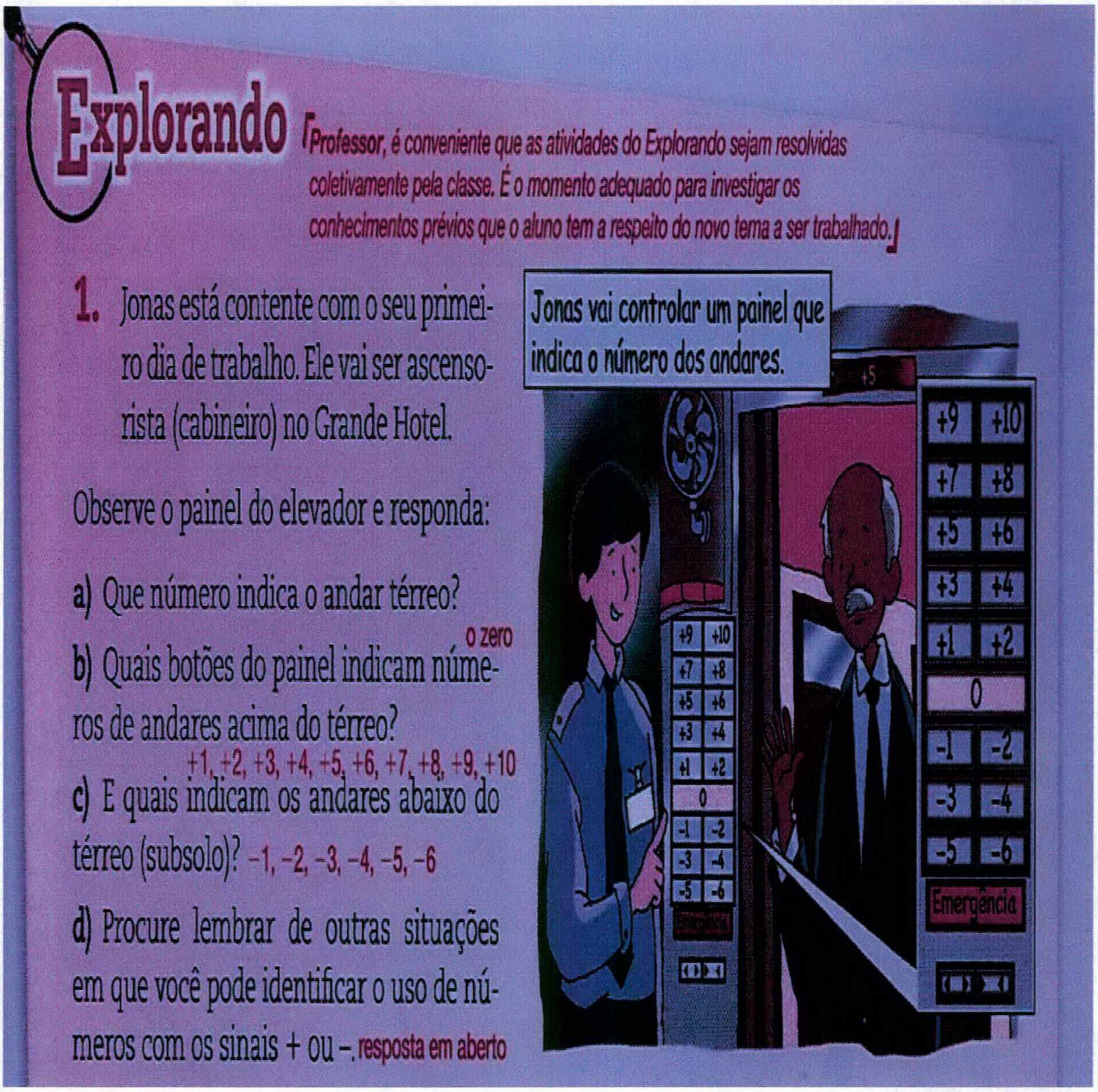
f) $\frac{1}{2}$ leitão vale . 3 leitões valem ■? 30 moedas de ouro

g) Sobrará dinheiro da venda dos cabritos? Não é possível responder a essa questão, pois faltam dados.

Nesta questão o autor sugere que o problema seja resolvido em dupla, ele enfoca situações do cotidiano levando o aluno a praticar os conceitos estudados buscando soluções para o mesmo.

III.2.2 O conjunto dos Números Inteiros

O autor inicia esta unidade com algumas situações do cotidiano, uma delas está apresentada abaixo:



Explorando

Professor, é conveniente que as atividades do Explorando sejam resolvidas coletivamente pela classe. É o momento adequado para investigar os conhecimentos prévios que o aluno tem a respeito do novo tema a ser trabalhado.

1. Jonas está contente com o seu primeiro dia de trabalho. Ele vai ser ascensorista (cabineiro) no Grande Hotel.

Observe o painel do elevador e responda:

a) Que número indica o andar térreo? o zero

b) Quais botões do painel indicam números de andares acima do térreo? +1, +2, +3, +4, +5, +6, +7, +8, +9, +10

c) E quais indicam os andares abaixo do térreo (subsolo)? -1, -2, -3, -4, -5, -6

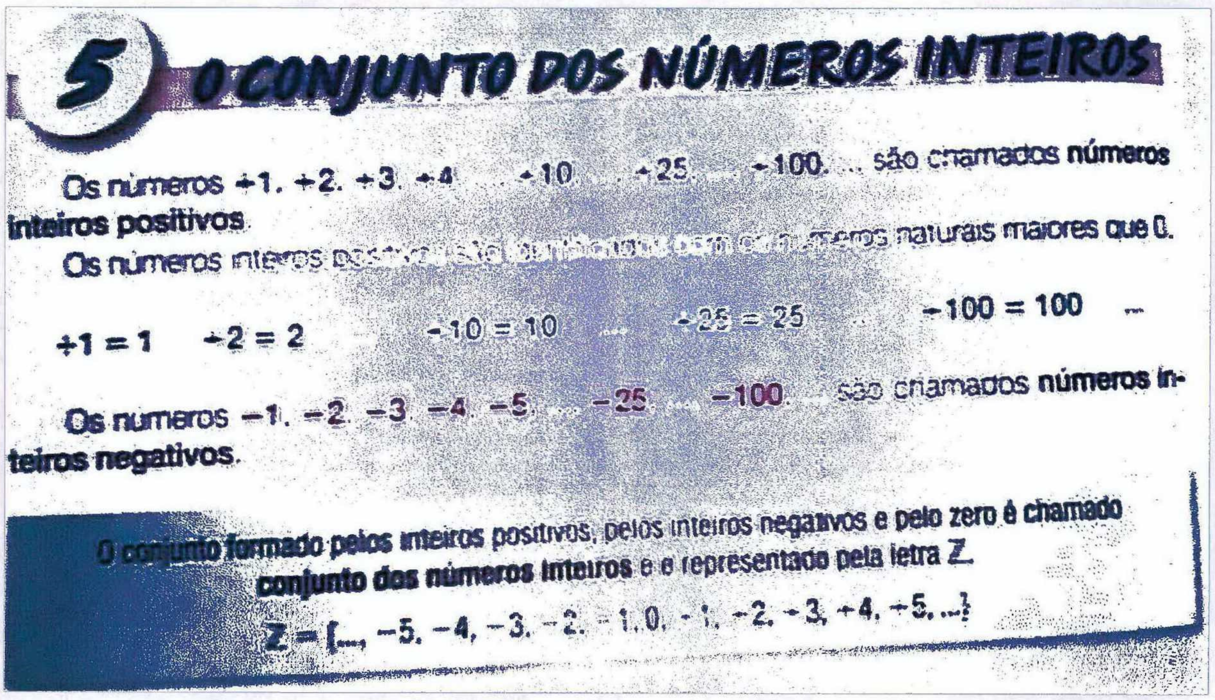
d) Procure lembrar de outras situações em que você pode identificar o uso de números com os sinais + ou –. resposta em aberto

Nesta situação o autor apresenta idéia de números negativos e positivos usando como referência o elevador de um hotel, onde os andares acima do térreo são representados por números positivos e os andares abaixo do térreo por números negativos.

Outro exemplo mostra o saldo de uma conta bancária que inicialmente estava negativa e com uma movimentação ela passou a ficar positiva. Como mostra a figura abaixo:

Observa-se que nas situações apresentadas pelo autor há um referencial que tomamos como origem. Neste primeiro momento o autor propõe seis exercícios que abordam a noção dos números inteiros (p.34).

Somente após vários exemplos cotidianos é que o autor conceitua o conjunto **Z**:



5 O CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS

Os números +1, +2, +3, +4, ..., +10, ..., +25, ..., +100, ... são chamados **números inteiros positivos**.

Os números inteiros [illegible] naturais maiores que 0.

+1 = 1 +2 = 2 ... +10 = 10 ... +25 = 25 ... +100 = 100 ...

Os números −1, −2, −3, −4, −5, ..., −25, ..., −100, ... são chamados **números inteiros negativos**.

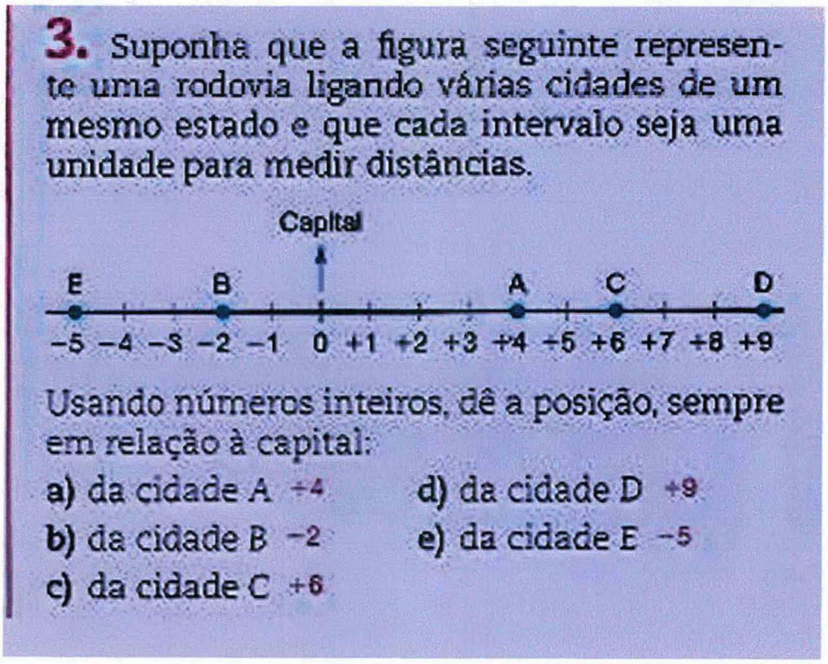
O conjunto formado pelos inteiros positivos, pelos inteiros negativos e pelo zero é chamado **conjunto dos números inteiros** e é representado pela letra Z.

Z = {..., −5, −4, −3, −2, −1, 0, +1, +2, +3, +4, +5, ...}

Um dos recursos utilizados para localização dos números inteiros é a reta numérica que o autor representa por uma fita métrica e por um termômetro dessa forma mostra que os números estão dispostos na forma horizontal e vertical destacando os valores positivos e negativos com marco no posto zero, ponto que serve para indicar que a sua direita temos valores positivos e a sua esquerda temos valores negativos, com a utilização do termômetro destaca que os números negativos possuem representatividade no cotidiano.

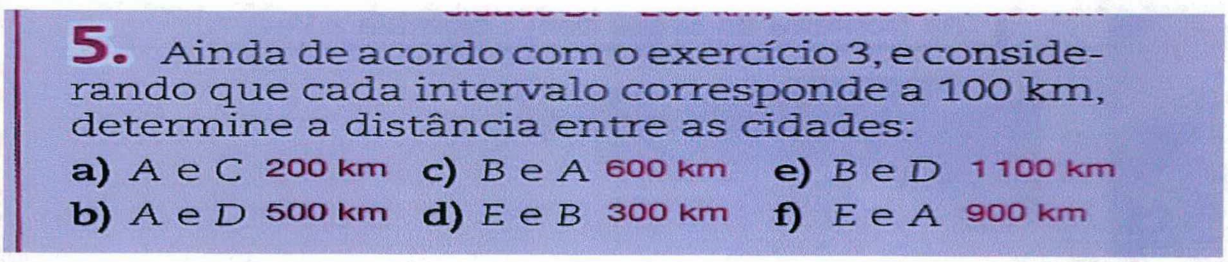
A aplicação das técnicas é feita por meio de sete tarefas que enfatizam a identificação de números positivos e números negativos, como:

O autor se apóia em sete questões com múltiplas alternativas interrogativas para conferir e reforçar simultaneamente, a aprendizagem dos números inteiros. Contudo, existe entre as diversas questões a exploração de assuntos que pressupõe conhecimento de objetos, como o conceito de distância, conforme podemos conferir nos destaques das questões 3 e 5


3. Suponha que a figura seguinte represente uma rodovia ligando várias cidades de um mesmo estado e que cada intervalo seja uma unidade para medir distâncias.

Usando números inteiros, dê a posição, sempre em relação à capital:

a) da cidade A +4
b) da cidade B −2
c) da cidade C +6
d) da cidade D +9
e) da cidade E −5

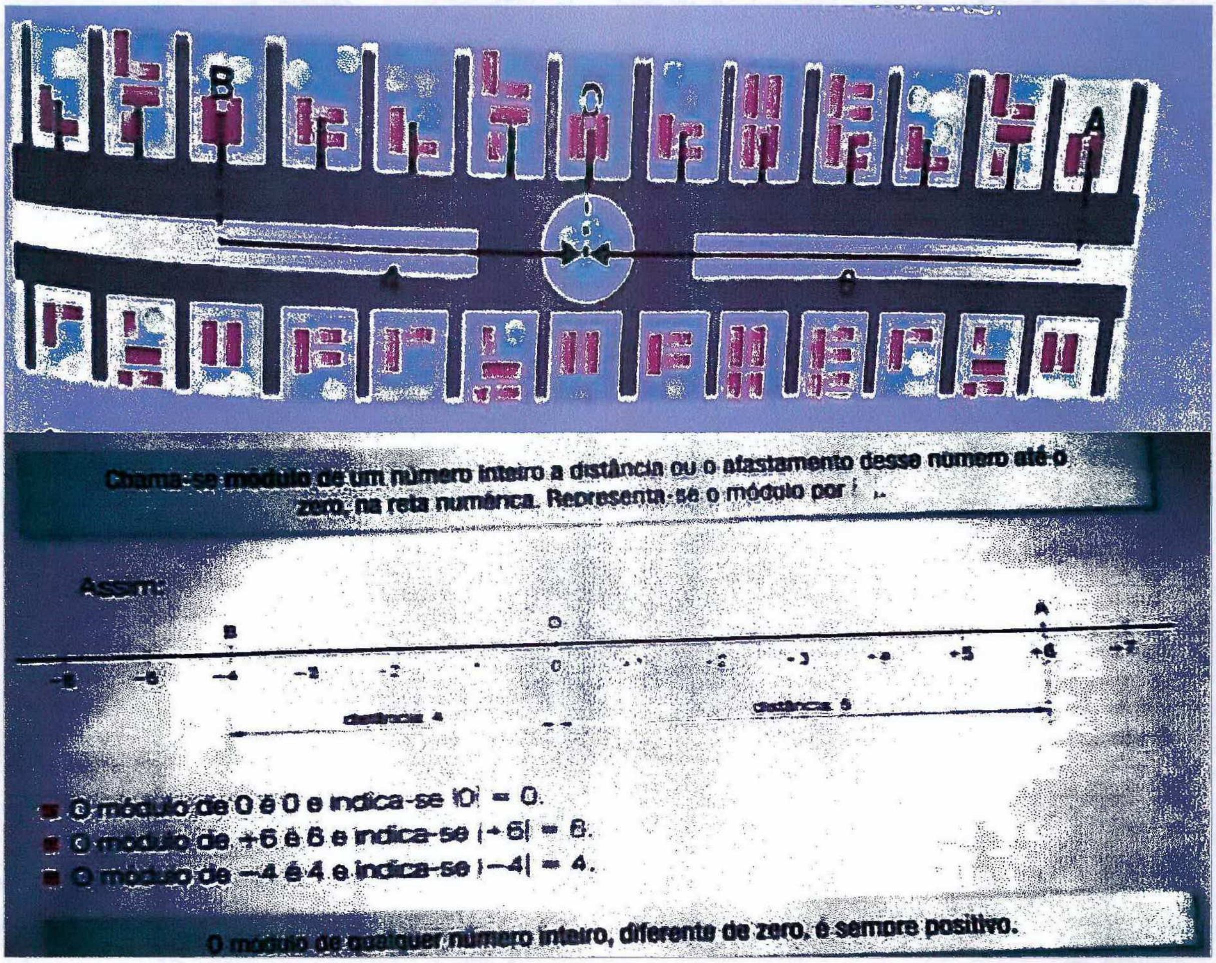

5. Ainda de acordo com o exercício 3, e considerando que cada intervalo corresponde a 100 km, determine a distância entre as cidades:

a) A e C 200 km
b) A e D 500 km
c) B e A 600 km
d) E e B 300 km
e) B e D 1 100 km
f) E e A 900 km

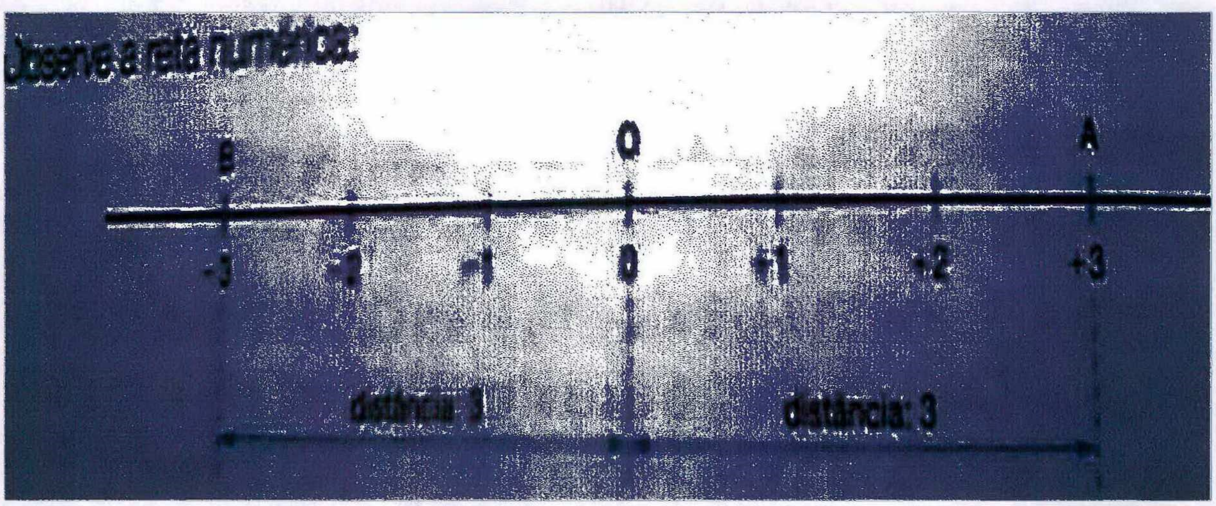
Módulo de um número inteiro

O autor faz um breve relato sobre módulo de números inteiros, e exemplifica com uma avenida onde o ponto *0* corresponde a um clube do bairro e cada intervalo corresponde a um quarteirão. A letra B indica a casa de uma determinada pessoa, a letra A de outra pessoa, mostrando que a distância entre as duas casas e a origem é sempre um número natural. E que essa distância denomina-se módulo e conceitua assim.

OBS: O autor supõe que o resultado da distancia seja inteiro, não considera submúltiplo da unidade de medida.



Números inteiros opostos simétricos



O autor faz uma abordagem usando a reta numérica e associando pontos que estão à mesma distância do zero, mas, situado em lados opostos na reta, o conhecimento é desenvolvido por meio de tarefas que enfatizam módulo e distância.

Para o aluno resolver essa tarefa ele necessita de saberes institucionalizado pelo o autor:

5. Escreva como você lê cada uma das sentenças:

a) $|+11| = 11$
Módulo de mais onze é igual a onze.

b) $|-30| = 30$
Módulo de menos trinta é igual a trinta.

6. Há algum número inteiro que tem módulo menor que zero? não

Comparação de números inteiros

Por meio de um exercício proposto, como mostra o exemplo abaixo, o autor exemplifica usando uma tabela de temperatura para comparar os números inteiros enfocando as seguintes afirmações:

- Entre dois números inteiros positivos, o maior é aquele que está a uma distância maior do zero, ou seja, o maior é aquele que tem maior módulo.
- Qualquer número inteiro positivo é maior que zero.
- Qualquer número inteiro positivo é maior que qualquer número inteiro negativo.
- Qualquer número inteiro negativo é menor que zero.
- Entre dois números inteiros negativos, o maior é aquele que está a uma distancia menor do zero, ou seja, o maior é aquele que tem menor modulo.

Explorando

A tabela seguinte mostra as temperaturas médias registradas num mesmo dia do mês de janeiro de 2006, em algumas capitais do mundo:

TEMPERATURA MÉDIA

Cidade	Temperatura
Tóquio (Japão)	0 °C
Montevidéu (Uruguai)	+22 °C
Londres (Inglaterra)	−3 °C
Oslo (Noruega)	−10 °C
Rio de Janeiro (Brasil)	+30 °C

Fonte: Organização Metereológica Mundial, www.smg.gov.mo

1. Estava mais quente em:

a) Montevidéu ou Rio de Janeiro? Rio de Janeiro

b) Montevidéu ou Tóquio? Montevidéu

c) Tóquio ou Londres? Tóquio

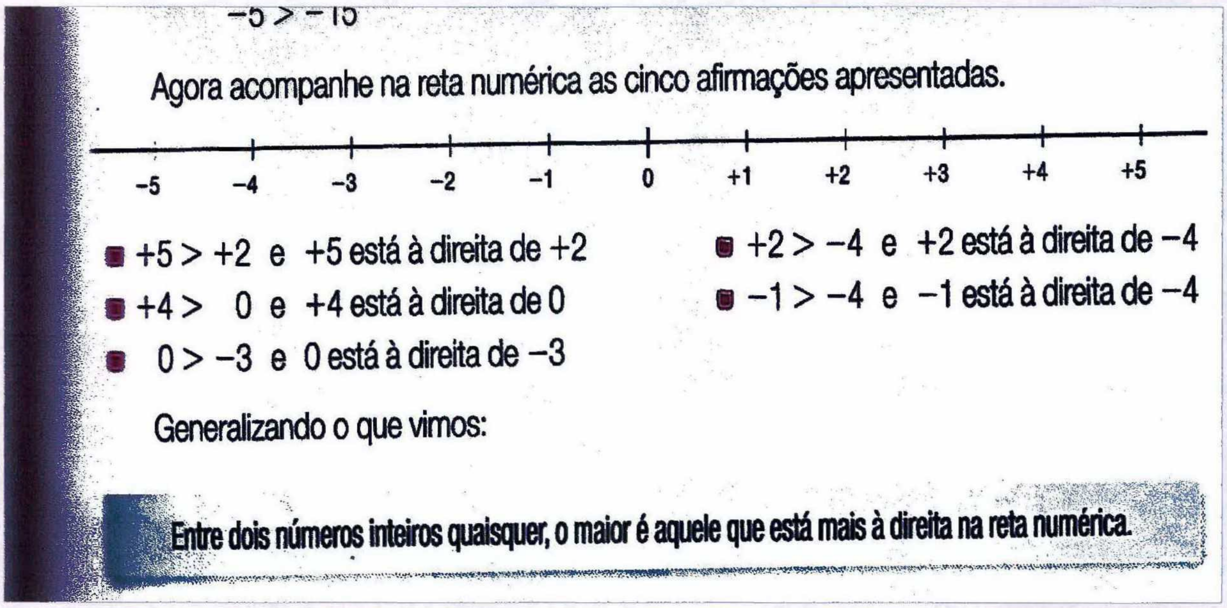
d) Oslo ou Londres? Londres

e) Oslo ou Montevidéu? Montevidéu

f) Rio de Janeiro ou Londres? Rio de Janeiro

2. Em qual dessas capitais fez mais frio nesse dia? Oslo (Noruega)

O autor faz um acompanhamento das cinco afirmações na reta numérica onde institucionaliza:



$-5 > -15$

Agora acompanhe na reta numérica as cinco afirmações apresentadas.

- $+5 > +2$ e $+5$ está à direita de $+2$
- $+4 > 0$ e $+4$ está à direita de 0
- $0 > -3$ e 0 está à direita de -3
- $+2 > -4$ e $+2$ está à direita de -4
- $-1 > -4$ e -1 está à direita de -4

Generalizando o que vimos:

Entre dois números inteiros quaisquer, o maior é aquele que está mais à direita na reta numérica.

Subconjuntos de $\mathbb{Z}$

O autor inicia exemplificando da seguinte forma:

Escrevendo subconjuntos de $\mathbb{Z}$.

Vamos escrever alguns subconjuntos de $\mathbb{Z}$.

1 Escrever o conjunto *A* dos números inteiros maiores que -4.

Todos os elementos do conjunto *A* devem estar à direita do -4, na reta numérica.

Podemos escrever o conjunto *A* de duas maneiras:

Pela nomeação dos elementos: $A = \{-3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, ...\}$

Simbolicamente: $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > -4\}$

Então:

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > -4\} = \{-3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, ...\}$$

2 Escrever o conjunto *B* dos números inteiros não-nulos situados entre -6 e $+2$.

Pela nomeação dos elementos: $B = \{-5, -4, -3, -2, -1, +1\}$

Simbolicamente: $B = \{x \in \mathbb{Z}^* \mid -6 < x < +2\}$

$$B = \{x \in \mathbb{Z}^* \mid -6 < x < +2\} = \{-5, -4, -3, -2, -1, +1\}$$

O conjunto dos números inteiros não-nulos é representado por $\mathbb{Z}^*$.

3 Escrever o conjunto *C* dos números inteiros que são iguais ou menores que -2.

Nesse caso, escrevemos o -2 e todos os números que estão à esquerda do -2, na reta numérica.

Pela nomeação dos elementos: $C = \{..., -7, -6, -5, -4, -3, -2\}$

Simbolicamente: $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \leqslant -2\}$

$$C = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \leqslant -2\} = \{..., -7, -6, -5, -4, -3, -2\}$$

O autor, ao definir os subconjuntos de $\mathbb{Z}$ escreve simbolicamente em forma de exemplos e propõe uma tarefa composta de doze exercícios.

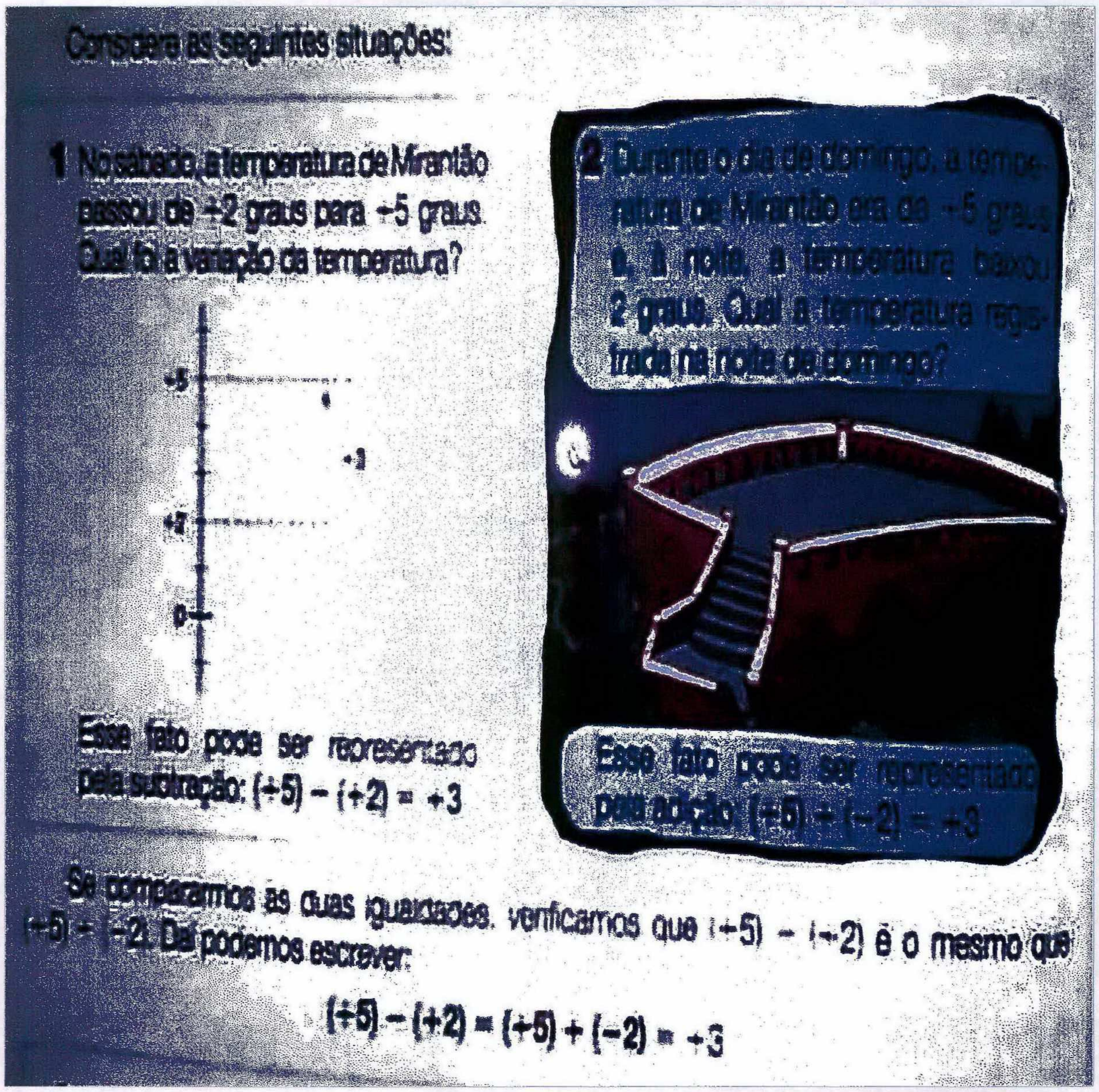
Tabela 7

Exercícios (p. 44 e 45)	Tipos de tarefa	Quantidade de exercícios
1, 2, 3, 4, 5, 6,	Comparar de números inteiros	6
7, 8, 9	Resolver de problemas envolvendo números inteiros	3
10, 11, 12	Representar simbolicamente e por nomeação os conjuntos	3

Para resolução desta tarefa o aluno terá que usar saberes institucionalizados neste livro que são os números positivos e negativos, opostos ou simétricos.

III. 2.3 Adição e Subtração de Números Inteiros

O autor enfatiza a adição e subtração de números inteiros com um exemplo do cotidiano sobre as mudanças climáticas que vem ocorrendo em nosso planeta.



Explorando

GEOGRAFIA
MEIO AMBIENTE

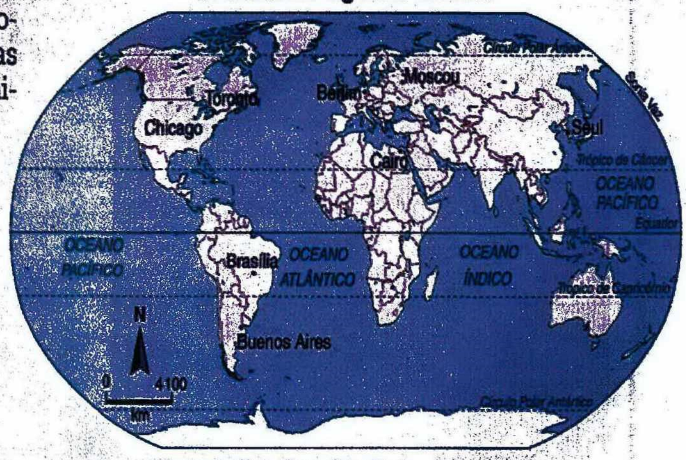
Cada vez mais o homem se preocupa com as mudanças climáticas que vêm ocorrendo em nosso planeta. Um meio de monitorar essas mudanças é o estudo permanente da temperatura nos diversos pontos da Terra. Além disso, esses dados coletados são muito úteis para nós, no dia-a-dia.

1. As situações seguintes estão relacionadas às temperaturas de algumas cidades, medidas em um determinado dia.

a) Em Brasília, a temperatura mínima foi de 20 °C. Como a temperatura nesse dia subiu 8 °C, qual foi a temperatura máxima registrada em Brasília nesse dia? **28 °C**

b) Em Toronto, no Canadá, às 6 horas da manhã os termômetros registravam −1 °C. Ao meio-dia, a temperatura tinha aumentado em 6 °C. Qual a temperatura ao meio-dia? **5 °C**

Localizando algumas cidades



Fonte: Instituto Geográfico De Agostini.

c) Já em Chicago a temperatura medida à meia-noite foi de −8 °C. Ao meio-dia, a temperatura havia subido 7 °C. Qual a temperatura medida em Chicago ao meio-dia? **−1 °C**

Além desse exemplo, ele descreve o conteúdo usando a reta numérica e vários outros exemplos do dia a dia, tais como: uma partida de handebol, uma situação no elevador de um prédio e faz as seguintes afirmações:

De modo geral:

- **Quando os dois números são positivos, a soma é um número positivo.**
- **Quando os dois números são negativos, a soma é um número negativo.**
- **O módulo do resultado é igual à soma dos módulos das parcelas.**

Então:

sinal comum às parcelas

a) $(+15) + (+21) = +\underbrace{36}$ b) $(-42) + (-37) = -\underbrace{79}$

soma dos módulos

De modo geral:

- Quando dois números têm sinais diferentes, o sinal do resultado corresponde ao sinal do número que está mais distante da origem.
- O módulo do resultado é igual à **diferença** entre os módulos das parcelas.

Assim:

$(-16) + (+20) = +4$

diferença entre os módulos dos números

sinal positivo, pois +20 está mais distante do 0 do que −16

$(-100) + (+42) = -58$

diferença entre os módulos dos números

sinal negativo, pois −100 está mais distante do 0 do que +42

A soma de dois números inteiros opostos ou simétricos é igual a 0.

Após as afirmações o autor exemplifica a adição com três ou mais números inteiros e colocar desafios para que haja mais interesse e entendimento

Acompanhe a situação a seguir.

Uma loja de calçados tem quatro departamentos. A tabela seguinte mostra a venda de cada departamento no mês de março, em relação ao mês anterior:

VENDA DE CALÇADOS

Departamento de calçados	Vendas de março em relação a fevereiro
Masculinos	60 pares a mais → (+60)
Femininos	45 pares a menos → (−45)
Infantis	18 pares a menos → (−18)
Esportivos	30 pares a mais → (+30)

Vamos verificar o resultado final da loja no mês de março, em relação a fevereiro:

$$\begin{aligned} &\underbrace{(+60) + (-45)} + (-18) + (+30) = \\ &= \underbrace{+15 \quad + (-18)} + (+30) = \\ &= \underbrace{(-3) \quad + (+30)} = \\ &= +27 \end{aligned}$$

Em março essa loja vendeu 27 pares de calçados a mais do que em fevereiro.

Podemos chegar a esse mesmo resultado, procedendo assim:

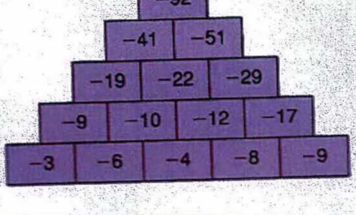
- Adicionando as quantidades positivas: $(+60) + (+30) = +90$
- Adicionando as quantidades negativas: $(-45) + (-18) = -63$
- Adicionando os resultados obtidos: $(+90) + (-63) = +27$

Agora, vamos usar dois modos diferentes para calcular:

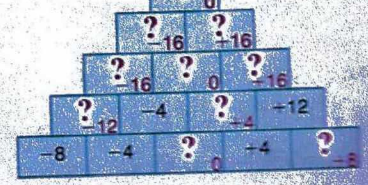
$$(-9) + (+11) + (+13) + (-20) + (-2)$$

DESAFIOS!

1. Qual é o segredo da pirâmide? Para descobrir, troque idéias com os colegas e observem o número de um bloco e os números dos blocos que o apóiam. A soma dos dois números inferiores é igual ao número acima.



2. A pirâmide a seguir tem o mesmo segredo. Reproduza-a no caderno e descubra os números que faltam.



Para resolver esses desafios é necessário que tenha conhecimentos adquiridos nas aulas anteriores.

III. 2.4 Propriedades da adição

1ª propriedade: A soma de dois números inteiros é sempre um número inteiro.
- $(+3) + (+5) = +8 \in \mathbb{Z}$
- $(-7) + (-3) = -10 \in \mathbb{Z}$
- $(+11) + (-8) = +3 \in \mathbb{Z}$
- $(+7) + (-13) = -6 \in \mathbb{Z}$

*Essa é a propriedade de **fechamento**.*

52

2ª propriedade: A ordem das parcelas em uma adição não altera a soma.

$$\left.\begin{array}{l} (+11) + (-9) = +2 \\ \quad \text{ou} \\ (-9) + (+11) = +2 \end{array}\right\} (+11) + (-9) = (-9) + (+11)$$

*Essa é a propriedade **comutativa**.*

3ª propriedade: Associando-se as parcelas de maneiras diferentes, obtém-se a mesma soma.
- $\underbrace{(-8) + (-2)} + (+7) = (-10) + (+7) = -3$
- $(-8) + \underbrace{(-2) + (+7)} = (-8) + (+5) = -3$

*Essa é a propriedade **associativa**.*

4ª propriedade: O número 0 é o elemento neutro da adição em $\mathbb{Z}$.
- $(+8) + 0 = 0 + (+8) = +8$
- $(-7) + 0 = 0 + (-7) = -7$

*Essa é a propriedade de existência do **elemento neutro**.*

Observação

Além dessas propriedades, que também são válidas para o conjunto $\mathbb{N}$, o conjunto $\mathbb{Z}$ apresenta uma nova propriedade: existência do **elemento oposto**.
- $(-8) + (+8) = 0 \rightarrow -8$ é o elemento oposto ou simétrico de $+8$, e vice-versa.
- $(+13) + (-13) = 0 \rightarrow +13$ é o elemento oposto ou simétrico de -13, e vice-versa.

Após demonstrar as propriedades da adição como podemos observar, o autor faz a exploração das seguintes tarefas com quinze questões:

Tabela 8

Exercícios (p. 53, 54 e 58)	Tipos de tarefa	Quantidade de exercícios
1 a 15	Calcular as somas dos números inteiros	15
1 a 6	Calcular as diferenças dos números inteiros	6

Para resolver essa tarefa, o aluno deve ter conhecimento de números positivos e negativos e das propriedades da adição dos inteiros. O autor contextualiza algumas questões buscando desenvolver habilidades de interpretação do cotidiano.

Observa-se também, uma ressalva na operação de subtração em algumas situações dos naturais, isto é, quanto o minuendo é menor que o subtraendo não é possível. No conjunto $\mathbb{Z}$ é possível, pois a diferença entre dois numero inteiros é sempre um numero inteiro.

Adições Algébricas

Esse tópico tem inicio com exemplos de adição e subtração de inteiros, pressupõe-se que a produção de conhecimento se realiza por meio dos exemplos e exercícios (pg 61).

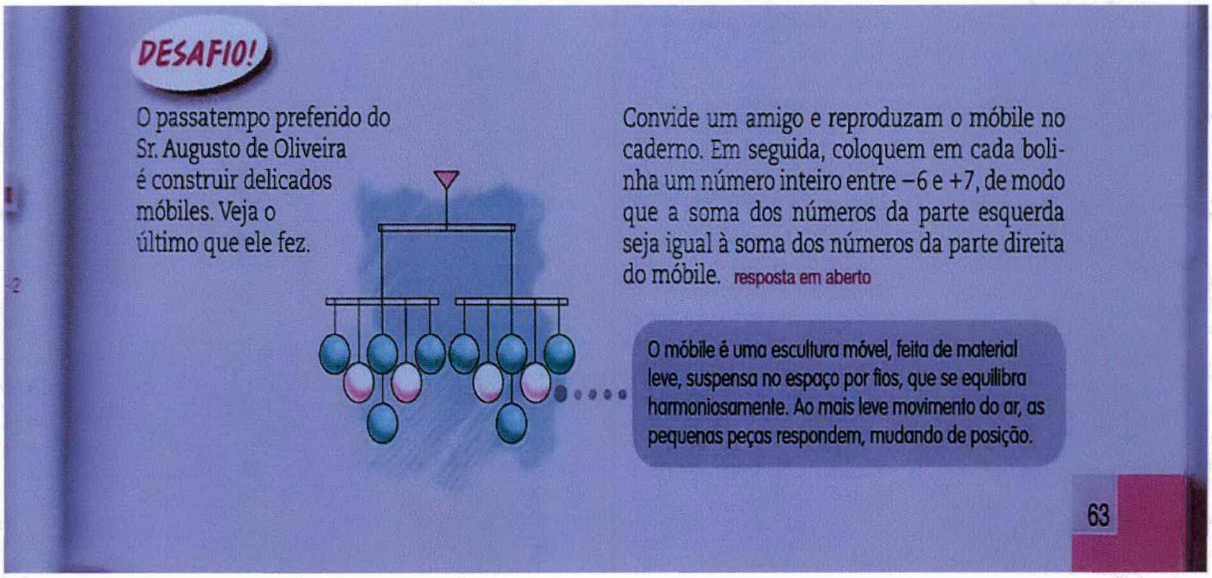
O estudo deste capítulo permite observar sete tarefas e um desafio

Tabela 9

Exercícios (p., 62 e 63)	Tipos de tarefa	Quantidade de exercícios
1, 2, 4,6e 7	Calcular de somas algébricas	5
5	Comparar números usando os símbolos < e >	1
3	Identificar números inteiros	1

Para resolver as questões propostas, os alunos devem ter saberes institucionalizados pelo o autor nas unidades anteriores.

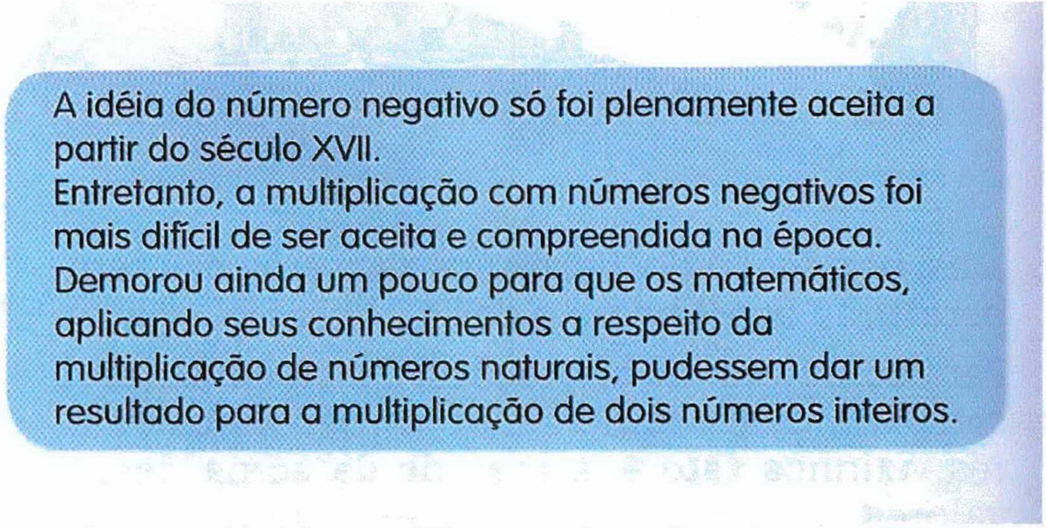
Observando o desafio:



Como podemos observar, para resolver esse desafio são necessários saberes teóricos, como os números positivos e negativos, assim como a propriedade comutativa da adição dos inteiros.

Multiplicação de números inteiros

O autor apresenta multiplicação dos inteiros contando uma história



A idéia do número negativo só foi plenamente aceita a partir do século XVII.
Entretanto, a multiplicação com números negativos foi mais difícil de ser aceita e compreendida na época.
Demorou ainda um pouco para que os matemáticos, aplicando seus conhecimentos a respeito da multiplicação de números naturais, pudessem dar um resultado para a multiplicação de dois números inteiros.

Após contar a história exemplifica as seguintes afirmações:

- A multiplicação de dois números inteiros positivos dá um numero inteiro positivo.
- A multiplicação de um número inteiro positivo por um número inteiro negativo, em qualquer ordem, resulta em um número inteiro negativo.
- A multiplicação de dois números inteiros negativos resulta em um numero inteiro positivo.
- Se os dois fatores têm o mesmo sinal o produto e um número positivo.
- Se os dois fatores têm sinais diferentes, o produto é um número negativo.

O autor demonstra as propriedades de: fechamento, comutativa, associativa, elemento neutra e distributiva.

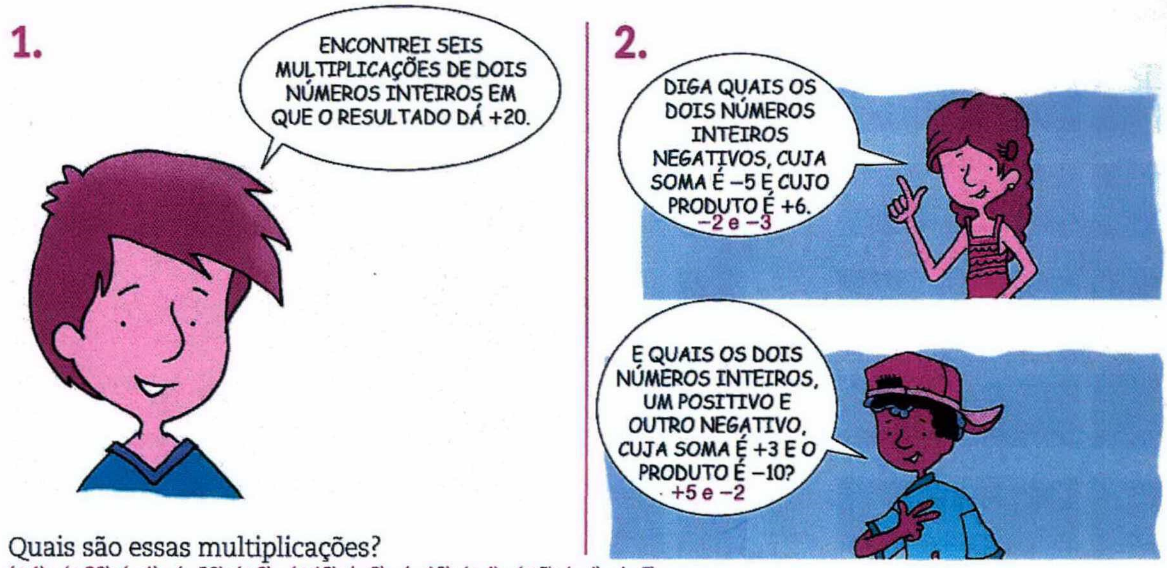
Para retomada e fazer funcionar as técnicas construção do conhecimento, identificamos 11 tarefas e dois desafios

Tabela 10

Exercícios (p.67 e 68)	Tipos de tarefa	Quantidade de exercícios
1, 3, 5, 6,1	Cálcular de multiplicação algébricas	5
4	Comparar de números usando o símbolo =	1
2, 2, 7, 8,9	Descobrir e analisar os números inteiros	5

DESAFIOS!

Troque idéias com o colega para responder às questões seguintes.



Quais são essas multiplicações?
$(+1) \cdot (+20)$; $(-1) \cdot (-20)$; $(+2) \cdot (+10)$; $(-2) \cdot (-10)$; $(+4) \cdot (+5)$; $(-4) \cdot (-5)$

As técnicas usadas na resolução destas tarefas são justificadas por conhecimentos relativo a *a* da adição, Subtração, multiplicação e nas propriedades dos números inteiros.

O autor faz uma pequena abordagem sobre divisão de números inteiros com a seguinte observação: "A divisão nem sempre pode ser realizada no conjunto $\mathbb{Z}$ ".

Por exemplo, (+9): (-9) ou (-20): (-7) são divisões que não podem ser realizadas $\mathbb{Z}$ pois o resultado não é um numero inteiro.

No conjunto $\mathbb{Z}$, a divisão não é comutativa, não é associativa e não tem a propriedade da existência do elemento neutro.

Potenciação de números inteiros

O autor faz uma abordagem explorando a definição. Dado dois números inteiro *a* e *n* com n > 1, a expressão a^n representa um produto de *n* fatores iguais a *a* .

Considerações a respeito da potenciação:

- Quando o expoente é um numero par, a potência é sempre um número inteiro positivo;
- Quando o expoente é um numero ímpar, a potência tem sempre o mesmo sinal da base;

- Para todo números inteiro *a* definimos $a^1 = a$;
- Para todo números inteiro *a* com $a \neq 0$, definimos $a^0 = 1$.

Demonstra as propriedades da potenciação em $\mathbb{Z}$, fazendo uma observação:

As expressões $(-2)^2$ e -2^2 são diferentes. $(-2)^2$ representam o quadrado do numero -2; assim , $(-2)^2 = (-2).(-2) = +4$. E, -2^2 representa o oposto do quadrado do numero 2; assim o $-2^2 = -(2.\ 2) = -4$.

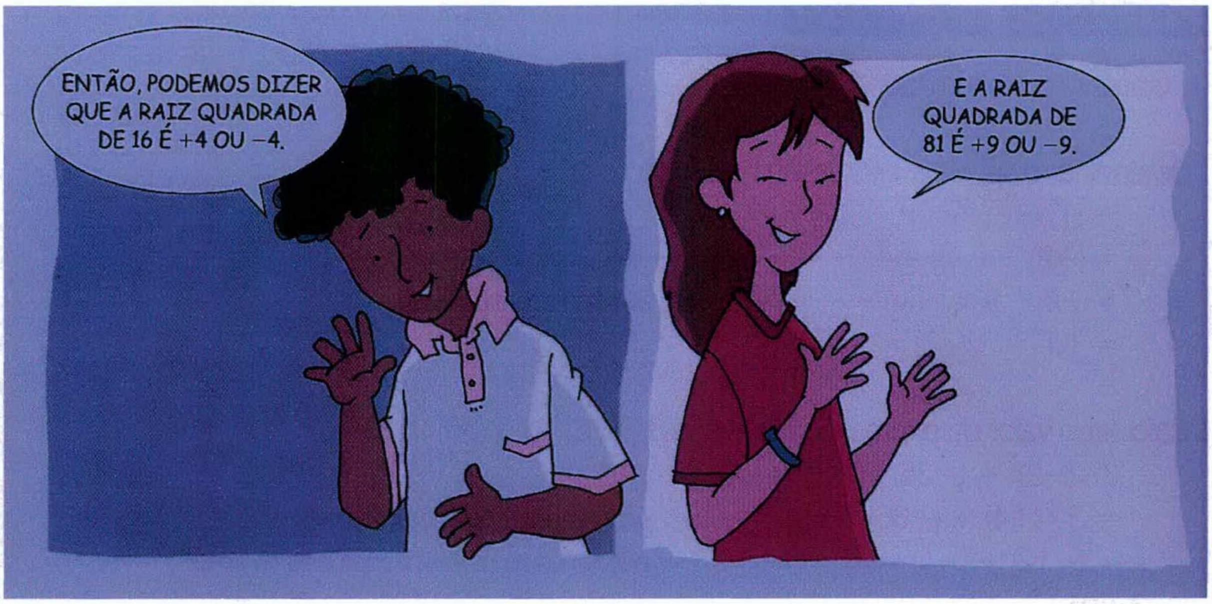
Notemos que estas considerações levam a elemento de técnicas. A aplicação de conhecimento dá-se por meios de exemplos e tarefas onde identificamos 3 tipos tarefas.

Tabela 11

Exercícios (p.76 e 77)	Tipos de tarefa	Quantidade de exercícios
1,2	Aplicar técnicas	2
3,4,5	Calcular potencia	3
6,7	Aplicar propriedades da potenciação	2

Raiz quadrada exata de números inteiros

O autor inicia esse assunto com perguntas e dialogo como; Quais os números inteiros cujos quadrados são iguais a 16?



Depois conceitua fração e propões 2 tarefas:

Tabela 12

Exercícios (p.76 e 77)	Tipos de tarefa	Quantidade de exercícios
1,2	Reconhecer números quadrados	2
3, 4, 5, 6,7	Calcular da raiz quadrada	5

Conjunto dos números racionais

O autor inicia o assunto enfocando o cotidiano, mostrando a temperatura mínima e máxima de uma determinada cidade, a temperatura mínima representa um numero racional inteiro negativo e a máxima um numero racional inteiro positivo.

Usando outros exemplos do cotidiano como:

O transito no Brasil e sua distribuição por região é exemplo de números racionais positivos escritos na forma de fração.

Um gráfico mostrando a variação do percentual da produção de leite de cinco regiões de um país em relação ao ano anterior mostra exemplo de números racionais em forma decimal. Faz um comentario

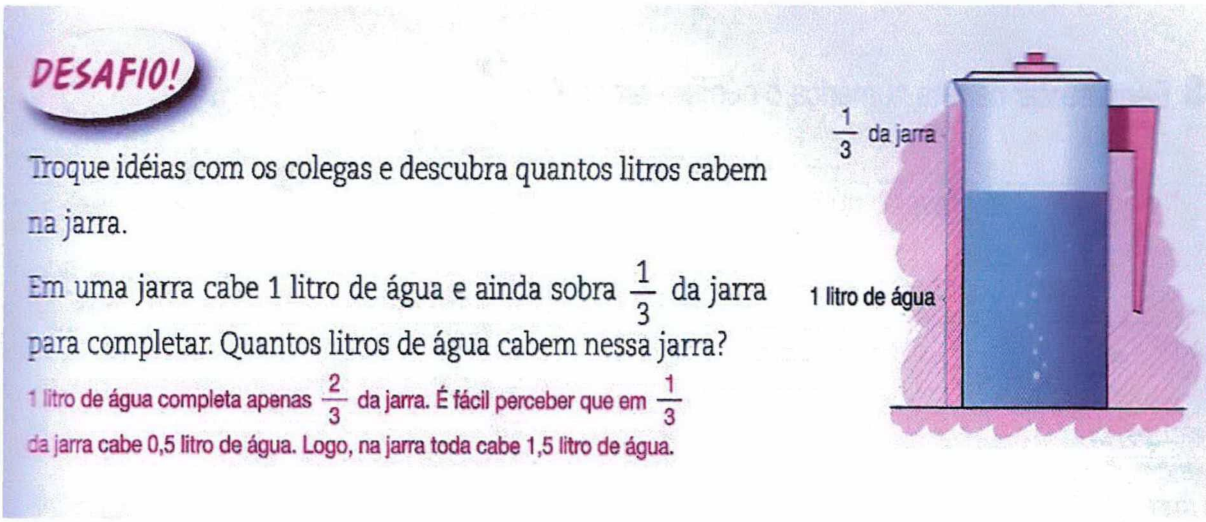
> Todo número racional é o resultado de uma divisão de números inteiros, sendo o segundo número diferente de zero, ou seja, todo número racional relativo pode ser escrito na forma $\frac{a}{b}$, com *a* e *b* inteiros e $b \neq 0$.

Após as informações dadas, o autor faz uma abordagem sobre módulo ou valor absoluto de um número, exemplificando o conceito de: quando dois números racionais de sinais contrários têm o mesmo módulo são chamados opostos ou simétricos. Em seguida aplica sete tarefas e um desafio.

Tabela 13

Exercícios (p.88e 89)	Tipos de tarefa	Quantidade de exercícios
1,2	Aplicação das considerações	2
3,4,5	Calculo de potencia	3
6,7	Aplicação das propriedades da potenciação	2

Para resolver as tarefas, o aluno precisa de conhecimento institucionalizado pelo autor ao longo da unidade.



Retas numéricas

Como todo número inteiro pode ser representado em uma reta numérica, o mesmo ocorre com os números racionas. O autor explica a representação do número racional na reta numérica, dando ênfase a imagem geométrica e abscissa, para ajudar na construção do conhecimento, faz a aplicação de seis tarefas e um desafio.

Tabela 14

Exercícios (p.90 e 91)	Tipos de tarefa	Quantidade de exercícios
1,2	Identificação de números racionais na reta numérica.	2
3,4,2	Representação do número racional na reta numérica	3
1	Comparação de números naturais usando o símbolo > e <	1

Para a resolução das atividades, o aluno terá que usar conhecimentos de módulo, distância e imagem geométrica.

Ainda nesse tópico, trabalha-se o conteúdo de: adições algébricas de números racionais, multiplicação, divisão, potenciação e raiz quadrada.

O autor apresenta alguns exemplos que explica regras para a resolução de expressões e faz algumas observações como:

- O produto de dois números racionais é + 1, um número é inverso do outro.

- Se o expoente for par, a potência será sempre um número positivo.
- Se o expoente for impa a potência terá o mesmo sinal da base.
- Para todo número racional *a* com $a \neq 0$, temos que $a^{-1} = \frac{1}{a}$
- Para todo número racional *a* com $a \neq 0$, temos que $a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$

Nos exercícios propostos, identificamos que alguns saberes específicos são abordados: adição, multiplicação e divisão de fração, potência de 10 e propriedade da potenciação. Para a resolução do mesmo, o aluno tem liberdade de trabalhar técnicas diversas, podendo criar um conjunto de técnicas que poderá ser utilizado na resolução de outras tarefas do mesmo tipo.

III.3 Estudo do Livro "A Conquista da Matemática" – 8º ano, 7ª Série, Giovanni, Castrucci, Giovanni Jr. - FTD 2007

Livro dividido em treze tópicos, além das seções: glossário, leituras complementares: tratando a informação, retomando o que aprendeu e bibliografia. Apenas o tópico "**Os números reais**" trabalha especificamente de conjuntos numéricos, objeto de nosso estudo.

Nesta série, constata-se o primeiro encontro com o conjunto dos números reais. Entretanto, sua entrada se faz pela retomada dos números racionais por meio da extração de raiz exata e não exata. Ainda retorna a representação decimal de números racionais.

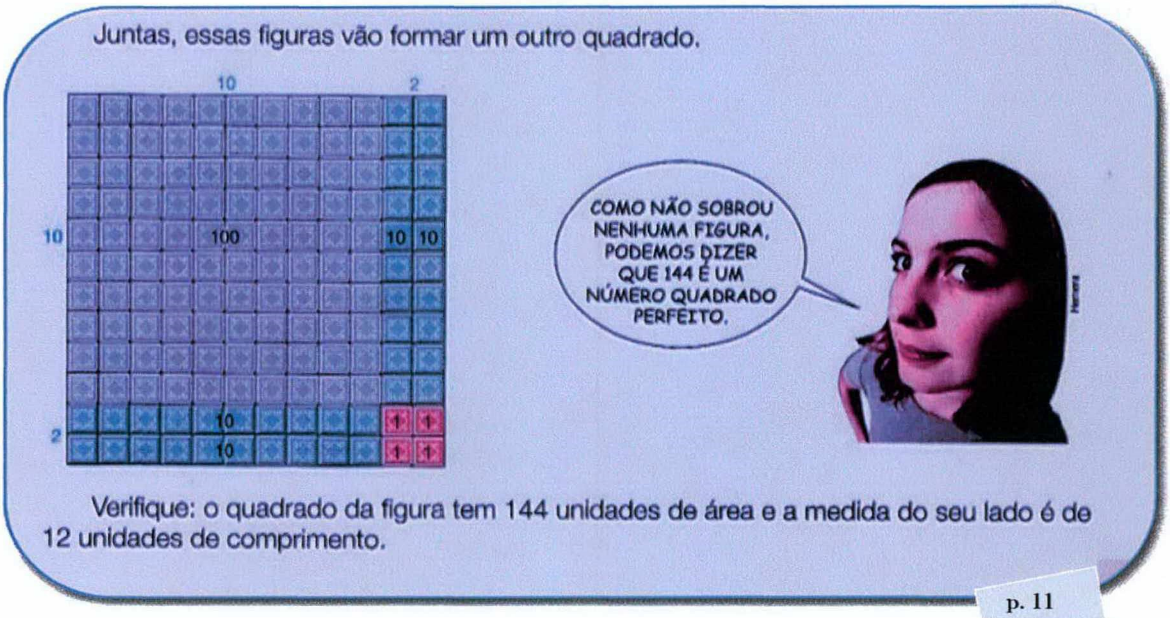
Com uma breve introdução dos irracionais, como uma raiz quadrada que tem representação decimal infinita e não periódica, em seguida define o conjunto dos números reais. O conjunto dos reais, representado pela letra $\mathbb{R}$, e sendo formado por todos os números racionais e irracionais.

O tópico "**Os números reais**" apresenta ainda os seguintes saberes:

- Raiz quadrada exata de um número racional;
- Raiz quadrada aproximada de um número racional;
- Os números racionais e sua representação decimal;
- Os números irracionais;
- Os números reais;

O cálculo da raiz quadrada exata de um número racional é feito com o auxilio do conceito de números quadrados perfeitos. Os autores fazem uso do Material Dourado de

Montessori para demonstrar visualmente o que é ser um número quadrado perfeito. Monta-se um quadrado usando as peças do Material Dourado, onde área do quadrado obtido ou o numero de unidades usadas para montá-lo representa o numero quadrado perfeito e dele pode-se extrair uma raiz quadrada exata. Veja:



p. 11

A raiz quadrada dos números racionais que não são quadrados perfeitos é feita por aproximação. Colocando o número entre dois quadrados perfeitos e estabelecendo tentativas para encontrar um valor bem aproximado por estimativa.

Os números irracionais são apresentados com o auxílio da geometria, relacionando o fato que, em um triângulo retângulo isóscele a área do quadrado construído sobre o seu maior lado é igual à soma das áreas dos quadrados construídos sobre os outros dois lados, o que mais tarde o aluno verá que se trata do Teorema de Pitágoras. Definido os irracionais da seguinte maneira. Veja:

1,7070070007...	$\sqrt{10} = 3,1622776...$
$\sqrt{2} = 1,4142135...$	$\sqrt{3} = 1,7320508...$
2,411011001100011...	3,141592...

Número irracional é todo número cuja representação decimal é sempre infinita e não-periódica.

Depois do conceito de números irracionais, conceitua-se o conjunto dos números reais como sendo o conjunto formado por todos os números racionais e todos os números irracionais:

$2 \in \mathrm{IR}$	$-5 \in \mathrm{IR}$	$\frac{3}{4} \in \mathrm{IR}$	$2{,}030030003... \in \mathrm{IR}$
$-\frac{1}{6} \in \mathrm{IR}$	$\pi \in \mathrm{IR}$	$1{,}25 \in \mathrm{IR}$	$-\sqrt{3} \in \mathrm{IR}$
$-0{,}48 \in \mathrm{IR}$	$\sqrt{10} \in \mathrm{IR}$	$1{,}666... \in \mathrm{IR}$	$-2{,}1333... \in \mathrm{IR}$

IR = *conjunto dos números reais*

São apresentados os conjuntos $\mathbb{Q}$, $\mathbb{Z}$ e $\mathbb{N}$ como subconjuntos de $\mathbb{R}$, além de outros subconjuntos de $\mathbb{R}$ bastante utilizados, são eles:

- $\mathbb{R}^*$ = conjunto dos números reais não-nulos;
- $\mathbb{R}_-$ = conjuntos dos números reais não-negativos;
- $\mathbb{R}_+$ = conjunto dos números reais não-positivos;
- $\mathbb{R}^*_-$ = conjunto dos números reais negativos;
- $\mathbb{R}^*_+$ = conjunto dos números reais positivos;

As tarefas sugeridas nesse tópico levam o aluno a fixar o conceito de números irracionais, racionais e conjunto dos reais, sempre observado a representação decimal dos números em questão.

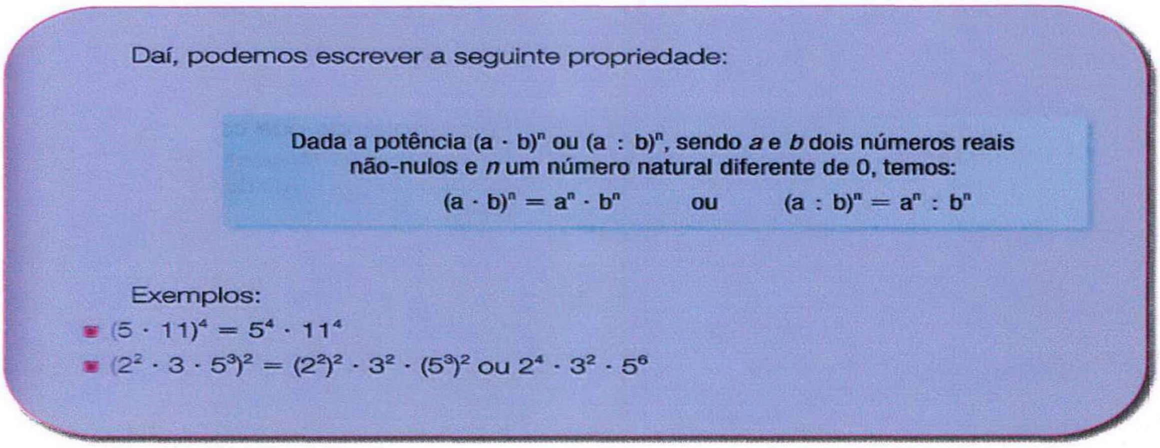
III. 4 Estudo do Livro "A Conquista da Matemática" – 9º ano, 8ª Série, Giovanni, Castrucci, Giovanni Jr. - FTD 2007

O Livro está dividido em doze tópicos, além das seções: glossário, leituras complementares: tratando a informação, retomando o que aprendeu e bibliografia. Apenas os tópicos "Estudando as potências e suas propriedades" e "Calculando com radicais" tratam especificamente de conjuntos numéricos, objeto de nosso estudo.

O tópico "**Estudando as potências e suas propriedades**" trabalha o conceito de potência e, aborda os seguintes saberes:

- Potencia de um número real com expoente natural;
- Potencia de um numero real com expoente inteiro negativo;
- Transformando e simplificando uma expressão.

Apresenta as propriedades da potenciação com exemplos numéricos, sugerindo tal técnica para obtenção do valor de uma potência. Todas as propriedades são enunciadas e representadas literalmente, veja a figura a seguir:


Daí, podemos escrever a seguinte propriedade:

Dada a potência $(a \cdot b)^n$ ou $(a : b)^n$, sendo *a* e *b* dois números reais não-nulos e *n* um número natural diferente de 0, temos:

$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ ou $(a : b)^n = a^n : b^n$

Exemplos:

- $(5 \cdot 11)^4 = 5^4 \cdot 11^4$
- $(2^2 \cdot 3 \cdot 5^3)^2 = (2^2)^2 \cdot 3^2 \cdot (5^3)^2$ ou $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^6$

As tarefas sugeridas nos exercícios são todas de aplicação direta das propriedades, levando o aluno a praticar a técnica exaustivamente, o que gera no aluno um arquivo de técnicas das mais diversas possíveis que poderá usá-las rotineiramente e criar um grupo tecnológico-teórico abrangente sobre o assunto.

Destacamos que, apesar do autor no texto citar que a e b são reais, nos exemplos trabalha somente com números inteiros.

Vejamos a organização matemática segundo os exercícios propostos na página 46.

Tabela 1

	Tipos de tarefa	**Grupo tecnológico-teórico**
1,2,3,4,10,12	Escrever número real em forma de potência	Potência de expoente natural Potência de expoente inteiro negativo
5,12	Converter expoente negativo em positivo	Potência de expoente inteiro negativo
4,6	Escrever número real em forma de potência de base 10	Potência de base 10
7,8,9,11,12	Todas acima	Simplificando expressões

O tópico "**Estudando as potências e suas propriedades**" trabalha o conceito de potência e dissemina os seguintes saberes:

- Raiz enézima de número real;
- Radical aritmético e suas propriedades;
- Simplificando radicais: extração de fatores do radicando;b
- Introduzindo um fator externo no radicando;
- Adicionando algebricamente dois ou mais radicais;
- Multiplicando expressões com radicais;
- Multiplicando expressões com radicais de mesmo índice;
- Dividindo expressões com radicais de mesmo índice;
- Multiplicando e dividindo expressões com radicais de índices diferentes;
- Potenciação de uma expressão com radicais;
- Racionalizando denominadores de uma expressão fracionária;
- Simplificando expressões com radicais;
- Potências com expoente racional.

Todos os conteúdos e técnicas sugeridas são trabalhados com apresentação de exercícios, b exemplos numéricos e algébricos. Alguns exercícios (p. 72) trazem como ferramenta introdutória e fixadora algumas figuras planas com o intuido de calcular áreas e exercitar as técnicas sugeridas.

As propriedades dos radicais aritméticos são enunciadas e representadas algebricamente e todas as técnicas que são sugeridas são acompanhadas de exemplos numéricos. Veja:

4ª propriedade

Considere as expressões $\sqrt{4 \cdot 25}$ e $\sqrt{4} \cdot \sqrt{25}$.

Calculando:

$$\left.\begin{array}{l} \sqrt{4 \cdot 25} = \sqrt{100} = 10 \\ \sqrt{4} \cdot \sqrt{25} = 2 \cdot 5 = 10 \end{array}\right\} \longrightarrow \text{Comparando, temos } \sqrt{4 \cdot 25} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{25}.$$

Em geral, podemos escrever:

$$\boxed{\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}, \text{ com } a \in \mathbb{R}_+, b \in \mathbb{R}_+, n \in \mathbb{N} \text{ e } n > 1}$$

Os exercícios propostos trazem tarefas que implicam na aplicação direta das técnicas sugeridas, fazendo com que o aluno gere um grupo de técnicas que poderão ser aperfeiçoadas e institucionalizadas pelos alunos. Veja a analise do exercício proposto das páginas 91 e 92.

Notemos que nestes exemplos também a e b são sempre inteiros. Podemos nos perguntar, como o aluno transpõe este conhecimento, quando ele tiver trabalhando com a representação fracionária e ou decimal de números reais?

Tabela 2

Exercícios	Tipos de tarefa	Grupo tecnológico-teórico
1, 5, 6, 8, 10, 15,17	Adicionar radicais Multiplicar radicais	Adição de radicais; Multiplicação de radicais;
2, 7, 8, 11,16	Simplificar radicais	Simplificando radicais: extração de fatores do radicando; Racionalizando denominadores de uma expressão fracionária;
12, 14, 16,17	Simplificar radicais Adicionar radicais	Racionalizando denominadores de uma expressão fracionária

Concluímos assim, que na oitava série, potenciação e radiciação de números reais são estudadas. Para termos uma idéia da formulação que o aluno terá sobre número real no fim da oitava série, é preciso ver o conjunto desenvolvido ao longo das demais séries. A concepção do aluno de números reais no final dessa série é de um conjunto que engloba todos os números estudados até então, com pouquíssimas exceções, caso de raízes de números negativos. Seria importante que nessa série fosse abordado a relação de inclusão dos conjuntos dos naturais, inteiros, racionais e irracionais e, contudo do conjunto dos números reais, e relações de pertinência entre números reais diversos e todos esses conjuntos. Dessa forma o aluno teria como fazer uma abordagem ampla de como os conjuntos numéricos, até aqui estudados, se relacionam.

CONSIDERAÇÕES GERAIS

Nossa pesquisa teve como objetivo investigar como os conjuntos numéricos são abordados nos livros didáticos da coleção "A Conquista da Matemática 2, Giovanni, Castrucci, Giovanni Jr. - FTD 2007" referentes à 5ª, 6ª, 7ª e 8ª séries do ensino fundamental.

Como referencial teórico, que pudesse auxiliar em nosso estudo, buscou-se apoio na Teoria Antropológica do Didático de Yves Chevallard para analisar os livros didáticos, fazendo uso de elemento da organização praxeológica proposta pelo autor.

A nosso estudo nos revelou que o os conjuntos numéricos vem sendo abordados nos livros didáticos analisados com diferentes enfoques.

Na coleção "A Conquista da Matemática 2007" identificamos uma forma diferenciada de trabalhar a 5ª série e as demais séries.

Notamos no livro didático da 5ª série, um tratamento de números naturais, inteiros e racionais, somente pela exemplificação deste tipo de números de forma particular sem generalização.

Na 6ª série, apresenta potência e raiz quadrada de número racional, tendo ainda os números que são designados por racionais que são ilustrados por exemplos numéricos. O conjunto dos inteiros é abordado, neles a idéia de negativo e positivo com números que exprimem quantidade acima e abaixo de zero, antes e depois de uma data e serve para indicar altitude, profundidade, é colocada a noção de um diferencial à origem. Nesta série identificamos que os números racionais são colocados como medida ou divisão de inteiros.

A definição do conjunto dos racionais é dada em uma representação da reta numérica.

Na 7ª série constata-se o primeiro encontro com o conjunto dos números reais. Entretanto, sua entrada se faz pela reta dos racionais, por meio da extração de raízes exatas e não exatas. Ainda retorna a representação decimal dos números racionais com uma breve introdução dos números irracionais, como é o caso das raízes quadrada que tem representação decimal infinita e não periódica.

Na 8ª série o conjunto dos reais é tomado por meio de potenciação e cálculo por radical. Notamos também que o autor busca articular as tarefas com o cotidiano. Percebemos que os livros didáticos analisados, mostram diferentes maneiras de abordar os conjuntos numéricos, a aplicação das técnicas se faz na resolução de exercícios. Assim nesse estudo conseguimos ter uma idéia de como são abordados os conjuntos numéricos nas séries em que estudamos.

Constatamos vários exercícios resolvidos onde acontece em geral:

a) Primeiro momento – primeiro encontro com o saber

b) Segundo momento – produção da técnica

c) Quinto momento – institucionalização

Notamos também, que é nos exercícios propostos, ou seja, na organização matemática, onde identificamos o momento da aplicação e aperfeiçoamento da técnica.

A coleção estudada é uma boa ferramenta para fazer referencial e aplicar os momentos didáticos propostos por Yves Chevallard, ficando a cargo do profissional da educação, seja ele o professor ou pesquisador, o bom uso dessa ferramenta.

Este estudo nos levou a questionarmos que concepção de número real tem um aluno no final da 8° série? Chegamos a conclusão que temos muito a estudar para conhecer o que de fato se processa neste nível de ensino.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da Matemática**. Curitiba: Ed. UFPR, 2007.

CHEVALLARD, Y. **Fundamentos da didática da Matemática**. (Traduzido por Both Carvalho 2006).

GIOVANNI, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto; GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy. **A conquista da matemática**. São Paulo: FTD, 2007. (Coleção a conquista da matemática, 5).

_______. **A conquista da Matemática**. São Paulo: FTD, 2007. (coleção a conquista da matemática, 7).

_______. **A conquista da Matemática**. São Paulo: FTD, 2007. (coleção a conquista da matemática, 8).