

Fernando Henrique de Paula e Silva
Mendes

Evidências de *Bull e Bear Market* no
índice Bovespa: Uma aplicação de
modelos de regime markoviano
e *duration dependence*

Florianópolis
2013

Fernando Henrique de Paula e Silva
Mendes

Evidências de *Bull e Bear Market* no
índice Bovespa: Uma aplicação de
modelos de regime markoviano
e *duration dependence*

Dissertação apresentada em cumprimento
às exigências do Programa de Pós -
Graduação em Economia da Universi-
dade Federal de Santa Catarina, como re-
quisito parcial para obtenção do Título de
Mestre em Economia .

Orientador: Prof. Dr. Guilherme Valle
Moura

Florianópolis
2013

Mendes, Fernando Henrique de Paula e Silva. Evidências de *Bull* e *Bear Market* no índice Bovespa: Uma aplicação de modelos de regime markoviano e *duration dependence*.

52 páginas

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós Graduação-
Departamento de Economia

1. Dependência de Duração
2. Mudança Markoviana
3. Volatilidade

I. Universidade Federal de santa Catarina. Centro Sócio Econômico.
Departamento de Economia.

Comissão Julgadora:

Prof. Dr. Francis Carlo Petterini Lourenço
PPGECO/UFSC

Prof. Dr. Milton Biage
PPGECO/UFSC

Prof. Dr. Marcelo Scherer Perlin
Membro Externo

Agradecimentos

Em primeiro lugar, gostaria de agradecer a Deus e a minha família por se fazerem presente em todos os momentos até hoje na minha vida. Gostaria de agradecer aos meus colegas de mestrado (Alexandre, Luís, Hudson, Wladimir). Ao meu grande amigo Douglas. A todos os professores do programa de pós-graduação em Economia da Universidade Federal de Santa Catarina, em especial o meu orientador, Prof. Dr. Guilherme Valle Moura, pela paciência, atenção e ajuda no desenvolvimento da dissertação.

Resumo

O objetivo deste trabalho é identificar tendências de alta e de baixa no índice Bovespa através de modelos de mudança de regime markoviano que incorporam dependência de duração. Conforme evidenciado pela literatura, os resultados mostraram um regime de retorno positivo e baixa volatilidade e outro com alta volatilidade e retorno negativo. Nestes modelos a probabilidade de transição não é só função do regime atual como também do número de períodos em que o processo se encontra em determinado estado. A parametrização proposta revelou que a probabilidade de troca de regime diminui com a persistência do mercado de alta e de baixa. A análise das probabilidades suavizadas destaca que as especificações captaram os principais episódios de instabilidade na bolsa brasileira. Por fim, os modelos propostos são usados na construção de uma estratégia de investimento.

Palavras-chave: Dependência de Duração; Mudança Markoviana; Volatilidade.

Abstract

This study proposes to identify Bull and Bear Market for the Brazilian stock market using a markov switching model that incorporates duration dependence. Following the existing literature, the model sorts returns into a high return stable state and a low return volatile state, which are labeled as Bull and Bear Market. In these models the transition probabilities are functions of both the inferred current state and also the number of periods that the process has been in that state. The parameterization showed that the probability of switching out of the states declines with duration in that state. The smoothed probabilities highlighted the major instabilities phases at Brazilian stock market. Finally, the proposed models are used in order to develop an investment strategy.

Keywords: *Duration Dependence, Markov Switching, Volatility*

Lista de Figuras

2.1	Probabilidade de duração DDMS-2 em semanas.	26
2.2	Probabilidade de duração DDMS-ARCH em semanas.	27
2.3	<i>Bear Market</i> DDMS-2× Ibovespa.	29
2.4	<i>Bull Market</i> DDMS-2× Ibovespa.	29
2.5	<i>Bear Market</i> DDMS-ARCH× Ibovespa.	30
2.6	<i>Bull Market</i> DDMS-ARCH× Ibovespa.	30
2.7	Desvio Padrão Condicional DDMS-ARCH × Ibovespa.	31
2.8	<i>Bear Market</i> - DDMS-ARCH × DDMS-2.	35
3.1	Probabilidade Suavizada DDMS-ARCH × MS-ARCH.	42
B.1	F.A.C. dos resíduos	47
B.2	F.A.C. dos resíduos	48

Sumário

Introdução	1
1 Modelos de Mudança de Regime	7
1.1 <i>Duration Dependence</i>	7
1.2 Modelos DDMS	10
1.3 Estimação	12
2 Resultados	17
2.1 Dados	17
2.2 Diagnóstico dos Resíduos	19
2.3 Parâmetros estimados	20
2.4 Probabilidades Suavizadas e <i>Turning Points</i>	27
3 Estratégia de Investimento	36

3.1	Retorno dos Modelos DDMS	36
3.2	Retorno dos Modelos MS	39
4	Conclusão	43
A	Teste BDS	45
B	F.A.C. dos resíduos	47
	Referências Bibliográficas	49

Introdução

Nas últimas décadas, diversos trabalhos na área de finanças empíricas vêm documentando algumas peculiaridades dos retornos financeiros. Os principais fatos estilizados desses retornos são: observações atípicas, agrupamento de volatilidade e distribuições com caudas pesadas, que em geral são assimétricas (Campbell et al. 1997). Em contrapartida, pouca atenção tem sido dada às tendências em que esses ativos se mantêm valorizados (desvalorizados)..

Os termos, *Bull Market* e *Bear Market*, mercado de alta e mercado de baixa, respectivamente, há décadas descrevem tendências ascendentes e descendentes nas cotações das ações. Segundo Harris (2003), a expressão *Bull Market* advém do movimento que o touro faz quando ataca - de baixo para cima, *Bear Market* assemelha-se ao ataque do urso - de cima para baixo.

Apesar da conotação folclórica trazida aqui não há uma definição for-

mal quanto o uso desses termos na literatura. Um investidor que possa prever antecipadamente um mercado de alta ou de baixa pode evitar perdas inesperadas ou até mesmo aferir lucros. Para as empresas, é preferível emitir ações em um mercado de alta, isso devido à baixa captação de recursos em momentos de pessimismo (Kole & Dijk 2012).

Identificar mercado de alta (baixa) não interessa apenas às estratégias de investimento ou a avaliação de risco entre os agentes econômicos. Para Stock & Watson (2006) a cotação acionária não deixa de ser uma indicativa sobre o ambiente econômico, uma vez que elas antecipam futuros dividendos¹. O conhecimento destes estados pode ajudar na predição de ciclos (Chauvet 1999) e na formulação de política econômica (Rigobon & Sack 2003).

Os métodos tradicionais na avaliação de *Bull e Bear Market* remontam aos trabalhos de Pagan & Sossounov (2003) e Lunde & Timmermann (2004). A metodologia explorada por estes autores busca determinar pontos extremos nos dados e em seguida aplica regras que caracterizam esses “picos” e “depressões” como possíveis pontos de reversão (*turning points*) entre períodos ascendentes e descendentes. Para tanto, os trabalhos se baseiam na metodologia proposta por Bry & Boschan (1971), usada na delimitação de recessões e expansões econômicas.

¹Para mais informações ver Estrella & Mishkin (1998), Stock & Watson (2003), Marcellino (2006) entre outros.

Em contraste com o seu vasto uso, a metodologia acima apresenta algumas limitações. O uso de um algoritmo *ex-post* identifica pontos de reversão várias observações após as suas ocorrências. Porém, na maioria das vezes, os investidores estão interessados em estimar a probabilidade desses momentos no futuro. Por exemplo, montar uma estratégia de investimento levando em conta a chance do mercado estar em um *Bear Market* na próxima semana?

Paralelamente a abordagem apresentada, o emprego de modelos de mudança de regime ganhou bastante destaque na literatura. Um grande atrativo dessa metodologia é fazer inferências quanto à probabilidade de permanência no regime não observado. Neste contexto, o trabalho de Hamilton (1989) foi fundamental para o desenvolvimento do tema. O autor mostrou que o PIB norte americano podia ser modelado como um processo que possui dois estados, um no qual a economia encontra-se em expansão e outra em que a economia está em um processo recessivo. Neste modelo a mudança de estado se dá através de uma cadeia de markov de primeira ordem, a estimação é realizada pelo método da máxima verossimilhança. O trabalho tentou com isto caracterizar os ciclos econômicos pelos quais a economia americana passou.

Nos últimos anos diversos trabalhos buscaram estender a metodologia de Hamilton. Por exemplo, Cai (1994) e Hamilton & Susmel (1994)

não só abrangem a metodologia acima como também generalizam os trabalhos de Engle (1982) e Bollerslev (1986) ao incorporar mudança de regime na estrutura da variância dos dados. Já Durland & McCurdy (1994) buscam explorar o papel da dependência cíclica dos dados. A modelagem proposta pelos autores condiz com o fato de que a dinâmica de mudança dos regimes é governada não só pelo regime atual como também pelo número de períodos em que o processo se encontra em determinado estado. Diferentemente de Hamilton (1989), o artigo dinamiza a matriz de transição de probabilidade até então considerada estática e introduz o conceito dependência de duração (*duration dependence*).

Devido à característica cíclica do mercado de ações, um trabalho pioneiro na tentativa de identificar mercado de alta e de baixa é o de Maheu & McCurdy (2000). Através de diversos modelos da classe, *Duration Dependent Markov Switching Models* (DDMS), os autores encontram evidências de não linearidade dos retornos mensais das ações da bolsa de Nova York. O artigo estende a metodologia de Durland & McCurdy (1994) ao modelar a volatilidade e exploram modelos em que a duração do regime é vista como uma variável dependente tanto na média como na variância do processo. Os resultados obtidos pelos autores destacam que períodos de retorno positivo, *Bull Market*, corresponderam a menor volatilidade do que em períodos de retorno negativo, *Bear Market*.

A ideia do *duration dependence* é retratar a dependência na cotação acionária. Por exemplo, a persistência de um estado ascendente, *Bull Market*, torna os investidores otimistas em relação ao futuro, atraindo mais investimento para um determinado ativo. Consequentemente essa resposta positiva faz com que a probabilidade de troca de regime varie no tempo. Essa mesma análise é vista na baixa, *Bear Market*, devido o pessimismo dos investidores. Após o trabalho de [Maheu & McCurdy \(2000\)](#) uma vasta literatura foi desenvolvida no âmbito *Bull e Bear Market*², porém, nenhum trabalho que usa dependência de duração foi feito para o mercado brasileiro.

O objetivo deste trabalho é identificar períodos de *Bull e Bear Market* no índice Bovespa utilizando modelos econométricos da classe DDMS - *Duration Dependence Markov Switching Models*. Adicionalmente, as especificações usadas serão usadas para construir uma estratégia de investimento para o índice Bovespa. As rentabilidades obtidas serão comparadas com o *buy and hold*, isto é comprar um ativo e vendê-lo no final do período.

A dissertação está organizado da seguinte maneira, a presente introdução, o capítulo 1 explora o conceito *duration dependence* e os modelos da classe DDMS. No capítulo 2 são apresentadas as estimativas dos pa-

²Para mais informações ver [Chena & Shen \(2007\)](#), [Castro \(2011\)](#), [Shibata \(2011\)](#) entre outros.

râmetros e a análise dos pontos de reversão. No capítulo 3 é elaborada uma estratégia de investimento e na seção final a conclusão

Capítulo 1

Modelos de Mudança de Regime

Neste capítulo serão apresentados o conceito *duration dependence*, os modelos da classe auto-regressiva tanto na média quanto na variância incondicional e condicional e o método de estimação.

1.1 *Duration Dependence*

A metodologia do trabalho caracteriza *Bull* e *Bear Market* através da variável de estado $S_t = i$, em que, $i = 0, 1$, onde $t = 1, \dots, T$ ¹. Diferentemente dos modelos tradicionais de mudança de regime, a idéia do *duration dependence* é capturar da dependência temporal da variável de

¹ T é o tamanho da amostra

estado. Neste contexto, busca-se dinamizar a matriz de probabilidade de transição entre os estados através da variável $D(S_t)$. Esta variável retrata a memória na ocorrência consecutiva do estado S_t e pode ser definida pela equação abaixo:

$$D(S_t) = \min(D(S_{t-1})I(S_t, S_{t-1}) + 1, \tau). \quad (1.1)$$

A função indicadora $I(S_t, S_{t-1})$ é 1 caso $S_t = S_{t-1}$ e 0 no contrário. Nota-se que um parâmetro limite τ é estabelecido na equação. O valor da estimativa do parâmetro é um número discreto e será estabelecido através da estimação de verossimilhança².

Segundo [Maheu & McCurdy \(2000\)](#), uma maneira de parametrizar as probabilidades de transição é através do emprego de uma função logística. Isso garante que as probabilidades estejam entre 0 e 1. Usando i e d para indexar a realização de estados e duração, a probabilidade de transição para $i = 0, 1$ e para os parâmetros $\gamma_1(i)$ e $\gamma_2(i)$ é dada por:

$$P(S_t = i | S_{t-1} = i, D(S_{t-1}) = d) = \begin{cases} \frac{\exp(\gamma_1(i) + \gamma_2(i)d)}{1 + \exp(\gamma_1(i) + \gamma_2(i)d)}, & d \leq \tau \\ \frac{\exp(\gamma_1(i) + \gamma_2(i)\tau)}{1 + \exp(\gamma_1(i) + \gamma_2(i)\tau)}, & d > \tau \end{cases} \quad i = 0, 1, \quad (1.2)$$

Conforme proposto por [Durland & McCurdy \(1994\)](#), o efeito dura-

²Para maior detalhamento ver a seção sobre estimação

ção permite que a matriz de transição de probabilidade varie no tempo até atingir τ . Uma maneira útil de discutir estes efeitos é através de uma função de troca de estado. Essa função é a probabilidade condicional de mudança de estado assumindo a memória d . Em termos de transição de probabilidade, a função troca de estado é dada por:

$$1 - P(S_t = i | S_{t-1} = i, D(S_{t-1}) = d) = \frac{1}{1 + \exp(\gamma_1(i) + \gamma_2(i)d)}, \quad i = 0, 1. \quad (1.3)$$

uma função decrescente refere-se a um efeito negativo na dependência de duração enquanto uma função crescente refere-se a um efeito positivo.

A análise acima pode ser resumida pelo valor do parâmetro: $\gamma_2(i)$. Por exemplo, $\gamma_2(i) < 0$ significa dependência positiva, $\gamma_2(i) = 0$, denota dependência nula e $\gamma_2(i) > 0$ significa duração negativa. É interessante destacar que, caso a dependência seja nula, $\gamma_2(i) = 0$, a parametrização acima, colapsa no processo de Markov de primeira ordem, tal como:

$$P(S_t = i | S_{t-1} = i) = \frac{\exp(\gamma_1(i))}{1 + \exp(\gamma_1(i))}, \quad i = 0, 1, \quad (1.4)$$

sendo assim, a probabilidade de transição será dada por: $P(S_t = i | S_{t-1} = i, D(S_{t-1}) = d) = P(S_t = i | S_{t-1} = i)$ e apenas dependerá do valor passado mais recente da variável de estado.

1.2 Modelos DDMS

Devido ao fato de que a maioria das séries financeiras apresentam heterocedasticidade condicional, o principal modelo desta deste trabalho é aquele em que a volatilidade é incorporada na dependência de duração, *Duration-Dependent Markov Switching Autoregressive Heteroskedasticity*, (DDMS-ARCH). Neste modelo o retorno segue um processo autoregressivo com mudança de regime, tal como:

$$R_t = \mu(S_t) + \phi_1\{R_{t-1} - \mu(S_{t-1})\} + \phi_2\{R_{t-2} - \mu(S_{t-2})\} + (1.5) \\ + \dots + \phi_P\{R_{t-P} - \mu(S_{t-P})\} + \varepsilon_t.$$

sendo ϕ_1, \dots, ϕ_P os parâmetros, P o número de defasagens, e ε_t um termo de erro no período t . $\mu(S_t)$ é visto como uma variável de estado S_t :

$$\mu(S_t) = \mu_0(1 - S_t) + \mu_1 S_t, \quad (1.6)$$

em que μ_0 e μ_1 são parâmetros. Se $S_t = 0$, temos $\mu(S_t) = \mu_0$, caso $S_t = 1$, segue $\mu(S_t) = \mu_1$.

O termo de erro ε_t da equação (1.5) é expresso por:

$$\varepsilon_t = \sqrt{h_t} v_t, \quad (1.7)$$

tal que v_t é uma variável independente e identicamente distribuída de acordo com uma distribuição normal padrão e h_t dado por:

$$h_t = m_{st} + \sum_{k=1}^K \alpha_k \tilde{\varepsilon}_{t-k}^2, \quad (1.8)$$

na qual K denota o número de defasagens, e $\alpha_1, \dots, \alpha_K$ são os parâmetros. A diferença entre este modelo e um modelo ARCH padrão com K parâmetros é que o modelo acima depende de uma variável de estado m_{st} . Desta forma, se $S_t = 0$, temos $m_{st} = m_0$, no entanto, se $S_t = 1$, segue que $m_{st} = m_1$, os parâmetros m_0 e m_1 vão ser estimados.

Na equação (1.8), $\tilde{\varepsilon}_{t-k}$ é o erro de previsão dado por:

$$\tilde{\varepsilon}_{t-k} = R_{t-k} - E_{t-k-1}[R_{t-k}], \quad (1.9)$$

em que $E_{t-k-1}[R_{t-k}]$ é o valor esperado de R_{t-k} dado o conjunto de informação $\Omega_{t-k-1} = \{R_1, R_2, \dots, R_{t-k-1}\}$, tal como:

$$\begin{aligned} E_{t-k-1}[R_{t-k}] &= \sum_{S_{t-k}, S_{t-k-1}, \dots, S_{t-k-p}, d} E[R_{t-k} | S_{t-k}, S_{t-k-1}, \dots, S_{t-k-p}, d, \Omega_{t-k-1}] \\ &\quad \times P[S_{t-k}, S_{t-k-1}, \dots, S_{t-k-p}, d | \Omega_{t-k-1}]. \end{aligned} \quad (1.10)$$

A fim de comparar as estimativas deste modelo, serão estimados mais dois modelos da classe DDMS também encontrados em [Maheu & Mc-](#)

Curdy (2000): O primeiro deles é o DDMS-1:

$$R_t = \mu(S_t) + \phi_1\{R_{t-1} - \mu(S_{t-1})\} + \phi_2\{R_{t-2} - \mu(S_{t-2})\} + \dots + \phi_p\{R_{t-p} - \mu(S_{t-p})\} + \sigma v_t. \quad (1.11)$$

onde σ é um parâmetro a ser estimado. A mudança de regime ocorre apenas na média incondicional do processo. Já o segundo é o DDMS-2:

$$R_t = \mu(S_t) + \phi_1\{R_{t-1} - \mu(S_{t-1})\} + \phi_2\{R_{t-2} - \mu(S_{t-2})\} + \dots + \phi_p\{R_{t-p} - \mu(S_{t-p})\} + \sigma(S_t)v_t. \quad (1.12)$$

neste, tanto a média como a variância incondicional mudam de regime, ou seja, *Bull* e *Bear Market*, $\mu(S_t) = \mu_0(1 - S_t) + \mu_1 S_t$, e $\sigma(S_t) = \sigma_0(1 - S_t) + \sigma_1 S_t$. Em ambos os modelos $v_t \sim NID(0,1)$ e $S_t = 0,1$.

1.3 Estimação

Os modelos da classe DDMS foram estimados usando o método da máxima verossimilhança. Para mais detalhes ver os apêndices de [Maheu & McCurdy \(2000\)](#) e [Hamilton \(1994\)](#).

Estes modelos podem ser entendidos como uma extensão do modelo de Mudança de Regime Markoviano de [Hamilton \(1989\)](#). A ex-

pressão 2^{P+1} denota as possíveis combinações de dependência de R_t em S_t , e seus valores defasados S_{t-1}, \dots, S_{t-P} , através de $\mu(S_t), \dots, \mu(S_{t-P})$, sendo que cada estado S_t, \dots, S_{t-P} assume valor 0 ou 1.

Já a expressão $2(\tau - P - 1)$ é a soma das combinações de dependência R_t , em que $\tau > P$, ou seja, a estrutura de duração é maior que a defasagem P . Sendo assim, devemos considerar a combinação de estados $S_{t-P-1}, \dots, S_{t-P-\tau}$ que não são observados pela especificação do modelo.

Por exemplo: uma possibilidade seria todas as variáveis de estados do modelo $S_t, S_{t-1}, \dots, S_{t-P}$ sejam iguais a um e $D(S_t) = P + 2$. Outra combinação tornariam os mesmos estados $S_t, S_{t-1}, \dots, S_{t-P}$ iguais a um, porém, $D(S_t) = P + 3$, assim sucessivamente, ou seja, a soma destas combinações seria $\tau - P - 1$. A mesma ideia é vista no caso em que $S_t, S_{t-1}, \dots, S_{t-P}$ são iguais a zero.

Seja N o número total de estados, temos: $N = 2^{P+1} + 2(\tau - P - 1)$. Cada estado será representado tal como: $\psi_t = j, j = 1, \dots, N$.

Tomando ξ_t como um vetor aleatório de dimensão $(N \times 1)$ segue:

$$\xi_t = \begin{cases} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}', & \text{quando } \psi_t = 1, \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}', & \text{quando } \psi_t = 2, \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \end{pmatrix}', & \text{quando } \psi_t = 3, \\ \vdots & \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}', & \text{quando } \psi_t = N. \end{cases} \quad (1.13)$$

$\hat{\xi}_{t|t-1}$ é um vetor em que o j -ésimo elemento é $P(\psi_t = j | R_{t-1}, \dots, R_1, \theta)$, tal que θ representa os parâmetros e $P(\psi_t = j | \cdot)$ é a probabilidade de predição do estado j condicionado em (\cdot) . Já $\hat{\xi}_{t|t}$ é um vetor em que o j elemento é dado por $P(\psi_t = j | R_t, \dots, R_1, \theta)$, ou seja, a probabilidade filtrada.

Seja η_t um vetor em que o j -ésimo elemento é a densidade condicional de R_t , temos:

$$\eta_t = \begin{bmatrix} f(R_t | \psi_t = 1, R_{t-1}, \dots, R_1, \theta) \\ f(R_t | \psi_t = 2, R_{t-1}, \dots, R_1, \theta) \\ \vdots \\ f(R_t | \psi_t = N, R_{t-1}, \dots, R_1, \theta) \end{bmatrix}. \quad (1.14)$$

Assume-se que P é a matriz de transição de probabilidade de ψ_t , tal que:

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{21} & \cdots & p_{N1} \\ p_{12} & p_{22} & \cdots & p_{N2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ p_{1N} & p_{2N} & \cdots & p_{NN} \end{bmatrix}, \quad (1.15)$$

onde $p_{j_a j_b} = P(\psi_t = j_b | \psi_{t-1} = j_a)$, $j_a, j_b = 1, \dots, N$.

A probabilidade filtrada $\hat{\xi}_{t|t}$ para $t = 1, \dots, T$ pode ser obtido através do seguinte par de equações:

$$\begin{aligned} \frac{\hat{\xi}_{t|t-1} \odot \eta_t}{1'(\hat{\xi}_{t|t-1} \odot \eta_t)} &= \hat{\xi}_{t|t} \\ \hat{\xi}_{t+1|t} &= P\hat{\xi}_{t|t}. \end{aligned} \quad (1.16)$$

A iteração da equação (1.16) começa em $t = P + K + 1$ dado R_1, \dots, R_{P+K} , em que \odot significa multiplicação elemento por elemento entre os vetores³. Nota-se que para inicializar as equações acima, o valor inicial $\hat{\xi}_{P+K+1|P+K}$ é a probabilidade incondicional. Neste caso estamos considerando que a cadeia de markov seja estacionaria e ergótica⁴.

³ $R_{t-k-1}, \dots, R_{t-k-p}$ é necessário para construir $\tilde{\epsilon}_{t-k}$ (termo que aparece do lado direito da equação $h_t = m_{st} + \sum_{k=1}^K \alpha_k \tilde{\epsilon}_{t-k}^2$). Já h_t precisa de $R_{t-k-1}, \dots, R_{t-k-p}$, pois dado R_1, \dots, R_{P+K} , o modelo é estimado para $t = P + K + 1, \dots, T$.

⁴Para mais detalhes ver [Hamilton \(1994\)](#).

Por fim, a função de log verossimilhança é dada pela expressão:

$$\mathfrak{L}(\theta) = \sum_{t=P+K+1}^T \ln f(R_t | R_{t-1}, \dots, R_1, \theta), \quad (1.17)$$

onde o termo do lado esquerdo é visto por: $f(R_t | R_{t-1}, \dots, R_1, \theta) = 1'(\hat{\xi}_{t|t-1} \odot \eta_t)$. As especificações DDMS-1 e DDMS-2 também foram estimados da mesma forma que o modelos DDMS-ARCH.

Capítulo 2

Resultados

Neste capítulo será analisado os dados, a estimativas dos parâmetros e o ajustamento dos modelos. Adicionalmente, o estudo dos pontos de reversão será feito a partir das probabilidades suavizadas.

2.1 Dados

A série de dados utilizada no artigo é o log-retorno¹ do índice Bovespa com periodicidade semanal. O período de análise inicia-se em julho de 1994 até final de 2012, totalizando 966 observações. A fim de comparar os resultados dos modelos não-lineares desenvolvidos nesta

¹A série do índice Bovespa, P_t , foi convertida em termos de log-retorno $R_t = 100 \times (\ln P_t - \ln P_{t-1})$, onde a primeira observação é dada por R_2 .

dissertação, foi estimado por OLS um modelo linear AR (2), o número de defasagens foi estabelecido segundo o critério BIC.

A existência de alguma dependência não-linear que não foi avaliada pelo modelo autoregressivo é retratada ao aplicar o teste BDS² sobre os resíduos da regressão. A hipótese nula é que o modelo linear é suficiente para captar a estrutura de dependência existente na média versus a hipótese alternativa que retrata alguma estrutura não linear ainda presente no resíduo do modelo. Os resultados³ mostram que o modelo linear não é suficiente para modelar a estrutura da média, fato que implica a necessidade de testar modelos não lineares.

Outra evidência para o emprego de modelos não lineares é visto ao analisar as estimativas da Tabela 2.1. Nota-se que a curtose do retorno do Ibovespa é maior que o valor da distribuição normal, e a sua assimetria é negativa, ou seja, retornos negativos tendem a ocorrer com mais frequência. A não normalidade da série é mostrada no teste Jarque Bera, que rejeita a hipótese nula de retornos normais, revelando novamente a possibilidade do uso de modelos não lineares.

²Para mais informações ver Brock et al. (1987).

³Resultados seguem no Apêndice A Tabela A.1.

Tabela 2.1: **Retorno do Ibovespa**

Média	0.2762
Desvio-Padrão	4.6874
Assimetria	-0.5622
Curtose	6.0715
Jarque-Bera	427.9487
P-Valor	0.0000

2.2 Diagnóstico dos Resíduos

Devido a variável latente S_t , os resíduos dos modelos com mudança de regime não são observados. Usando a equação equação (2.1), o teste Ljung-Box portmanteau (1978) pode ser aplicado através dos resíduos ponderados para testar a adequação dos modelos. Seguindo [Maheu & McCurdy \(2000\)](#), o resíduo normalizado do modelo DDMS-ARCH é dado por:

$$\sum_{S_t, \dots, S_{t-p}, d} \frac{R_t - E[R_t | S_t, \dots, S_{t-p}, d, R_{t-1}, \dots, R_1]}{\sqrt{h_t(S_t)}} \times P(S_t, \dots, S_{t-p}, d | R_{t-1}, \dots, R_1), \quad (2.1)$$

em que o desvio padrão condicional é dado por $\sqrt{h_t(S_t)}$, tal que:

$h_t(S_t) = \sum_{S_t, \dots, S_{t-p}, d} h_t(S_t) P(S_t, \dots, S_{t-p}, d | Y_T)$, visto que último termo a direita da equação é a probabilidade suavizada⁴.

Para os modelos DDMS-1 e DDMS-2, $\sqrt{h_t(S_t)}$ na equação (2.1) é substituído por σ e $\sigma(S_t)$, respectivamente.

A estatística Ljung-Box para a autocorrelação dos resíduos ponderados com defasagem h é dado por:

$$Q = n(n+2) \sum_{j=1}^h \frac{\hat{\rho}_j^2}{n-j}, \quad (2.2)$$

onde $\hat{\rho}_j, j = 1, 2, \dots, h$ é a autocorrelação e n é o tamanho da amostra dos resíduos.

2.3 Parâmetros estimados

As estimativas, o desvio padrão e log-verossimilhança dos modelos da classe DDMS estão apresentados na Tabela 2.2. Adicionalmente um modelo ARCH (5) é apresentado frente o modelo DDMS-ARCH. A defasagem da estrutura da variância foi estabelecida segundo o critério BIC.

É importante destacar que o teste da razão da verossimilhança não

⁴Para mais detalhes ver próxima seção.

é aplicado entre os modelos DDMS-1 e AR(2), e DDMS-ARCH versus ARCH, isso porque os modelos não são aninhados⁵, porém, nota-se que o valor da verossimilhança entre os mesmos, indica o uso dos modelos da classe DDMS.

Uma característica geral dos modelos apresentados é que as estimativas tanto da média como da variância condicional (incondicional) foram estatisticamente significantes e diferentes de zero, o que é condizente com os resultados de [Maheu & McCurdy \(2000\)](#), ou seja, temos um período de retorno positivo e baixa volatilidade versus um regime em que a volatilidade é alta e retorno negativo.

⁵Para mais detalhes ver [Hamilton \(1994\)](#).

Tabela 2.2: Resultado das Estimativas

Parâmetros	AR(2)	ARCH	DDMS-1	DDMS-2	DDMS-ARCH
μ_0, μ	0.2840** (0.1536)	0.3821*** (0.1292)	-12.9729*** (1.0979)	-1.0011* (0.7397)	-3.0295** (1.4171)
μ_1			0.6863*** (0.1355)	0.5411*** (0.1311)	0.4938*** (0.1232)
m, σ	4.6529*** (0.1060)	7.8386*** (0.9455)	4.0272*** (0.0981)		
m_0, σ_0				8.3769*** (0.6376)	63.3478*** (15.2916)
m_1, σ_1				3.4143*** (0.1150)	7.6925*** (1.0970)
$\gamma_1(0)$			-1.3350* (0.9590)	-1.0433* (0.8485)	-0.9601 (0.8668)
$\gamma_1(1)$			0.7290 (0.6638)	-0.8776 (0.9233)	0.4637 (1.8890)
$\gamma_2(0)$			0.2229 (0.5444)	0.6111*** (0.2192)	0.4952** (0.2176)
$\gamma_2(1)$			0.5861*** (0.1374)	0.8275*** (0.2135)	0.4755* (0.3543)
ϕ_1	-0.0558** (0.0321)	-0.0924*** (0.0241)	-0.0869** (0.0380)	-0.0741*** (0.0316)	-0.0807*** (0.0317)
ϕ_2	0.0800*** (0.0321)	0.1057*** (0.0276)	0.0781** (0.0385)	0.0711** (0.0322)	0.0657** (0.0306)
α_1		0.1181*** (0.0291)			0.0000 (0.0000)
α_2		0.0595*			0.0000

Continua na próxima página

Tabela 2.2 – Continuação da página anterior

Parâmetros	AR(2)	ARCH	DDMS-1	DDMS-2	DDMS-ARCH
		(0.0334)			(0.0000)
α_3		0.1836*** (0.0451)			0.1101*** (0.0435)
α_4		0.2208*** (0.0401)			0.1091*** (0.0427)
α_5		0.0913** (0.0379)			0.1200** (0.0460)
τ			6	6	7
$\ln L$	-2850.0	-2760.5	-2794.8	-2747.4	-2718.6

***, **, * significância em 1%, 5% e 10% respectivamente. Desvio padrão está em parênteses.

$\ln L$ é o valor da log verossimilhança.

A estatística Ljung-Box dos modelos acima é visto na Tabela 2.3. Segundo o p-valor, nota-se que o modelo mais parcimonioso DDMS-1, apresentou significativa persistência para os seus resíduos como também evidências de efeito ARCH. Diferente do resultado acima, o modelo DDMS-2 superou a autocorrelação na estrutura a média condicional, porém, para os resíduos ao quadrado esse resultado não pode se assegurar. Para o modelo DDMS-ARCH, a hipótese de ausência de autocorrelação não pode ser rejeitada tanto para o resíduo, quanto para o resíduo quadrado. A duas séries são ruídos brancos, significando que o modelo teve um ajustamento melhor frente os dados. As funções de autocorrelação

dos resíduos e resíduos ao quadrado evidenciam os resultados acima⁶.

Tabela 2.3: **Teste de Especificação**

Teste	ARCH	DDMS-1	DDMS-2	DDMS-ARCH
$Q(8)$	6.013 (0.646)	38.389*** (0.000)	5.444 (0.709)	4.326 (0.827)
$Q^2(8)$	12.209 (0.142)	182.041*** (0.000)	17.440** (0.025)	10.403 (0.238)

Parênteses são os p -valores.

***, **, * significância de rejeitar a hipótese nula de não autocorrelação a 1%, 5% e 10%.

A Tabela 2.2 mostra que o coeficiente de volatilidade no *Bear Market* m_0 é 63.3478, ou seja, muito maior que é um período de *Bull Market* onde m_1 é igual a 7.6925. Além disso, a soma dos coeficientes na estrutura da variância é estacionária. Os parâmetros da equação da média ϕ_1 e ϕ_2 são significativos e mostra alternância de sinal, resultado condizente com o modelo ARCH sem mudança de regime. Neste modelo foi necessário restringir os parâmetros para maximizar a função verossimilhança. Desta forma, foi empregado o método Delta para aproximar a matriz de covariância dos estimadores e consequentemente obter desvio

⁶Resultados seguem no Apêndice B - Figura B.2.

padrão dos mesmos ⁷

As estimativas dos parâmetros $\gamma_2(0)$ e $\gamma_2(1)$ da equação (1.2), (em especial os modelos DDMS-2 e DDMS-ARCH, pois são estatisticamente significantes) mostrou que todos os modelos apresentaram uma função de risco decrescente em ambos os estados, logo, a probabilidade do ativo permanecer nos estados de "*Bear e Bull Market*" aumenta.

Através da equação (1.2), a Figura (2.1) mostra a probabilidade de estar em um *Bull* e *Bear Market* à medida que a duração aumenta. Foi usada a estimativa dos parâmetros $\gamma_1(0)$, $\gamma_1(1)$, $\gamma_2(0)$, $\gamma_2(1)$ e d para o modelo DDMS-2. A probabilidade do *Bear Market* (linha pontilhada) é 0.39 quando $d = 1$ e 0.48 no *Bull Market* (linha contínua). Caso a duração do regime não perdure por muito tempo (6 semanas), a probabilidade de mudança de regime, ou seja, *Bull* para o *Bear* ou *Bear* para o *Bull* será maior. Neste modelo a estimação do parâmetro τ foi 6. Uma vez $d > \tau$ a probabilidade de transição será constante ao longo do tempo e igual a 0.93 (*bear*) e 0.98 (*bull*)⁸.

A Figura (2.2) mostra a mesma dinâmica para o modelo DDMS-ARCH. Neste modelo o parâmetro τ foi 7. A probabilidade do *Bear Market* (linha pontilhada) é 0.41 quando $d = 1$ e 0.72 no *Bull Market*

⁷Para mais detalhes ver Kim & Nelson (1999).

⁸A estimação de τ foi estabelecida segundo o valor da verossimilhança. O conjunto de escolha deste parâmetro variou de 5 à 18.

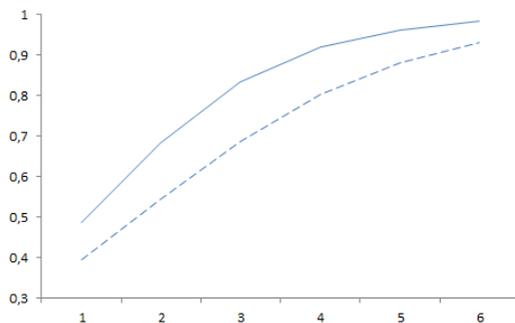


Figura 2.1: Probabilidade de duração DDMS-2 em semanas.

(linha contínua). Diferente do que foi visto no modelo DDMS-2, modelar a variância acarretou em uma probabilidade para o *Bull Market*. No contexto de probabilidade fixa, ou seja, $d > \tau$, a probabilidade do *bear Market* é 0.92 e a do *Bull Market* é 0.97.

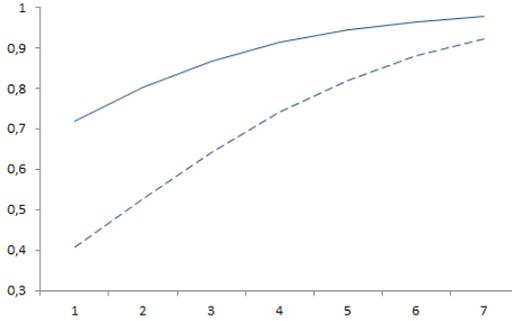


Figura 2.2: Probabilidade de duração DDMS-ARCH em semanas.

2.4 Probabilidades Suavizadas e *Turning Points*

A probabilidade suavizada associada a S_t no modelo DDMS-ARCH foi estimada usando o algoritmo descrito em [Kim & Nelson \(1999\)](#)⁹. $\hat{\xi}_{T|T}$, $\hat{\xi}_{T-1|T-1}$, e $\hat{\xi}_{T|T-1}$ são os estados filtrados obtidos através da estimação por verossimilhança. $\hat{\xi}_{T-1|T}$ é obtido por:

$$\hat{\xi}_{T-1|T} = \hat{\xi}_{T-1|T-1} \odot \left\{ P' \left[\hat{\xi}_{T|T} (\div) \hat{\xi}_{T|T-1} \right] \right\} \quad (2.3)$$

onde (\div) significa divisão de elemento por elemento e P foi definido na equação (1.15).

Tomando $t = T - 2, \dots, K + P + 1$, e os vetores $\hat{\xi}_{t|t}$ e $\hat{\xi}_{t+1|t}$ decor-

⁹Para mais detalhes ver [Hamilton \(1994\)](#).

rentes da estimação por máxima verossimilhança, tal que $\hat{\xi}_{r+1|T}$ vem da iteração passada, a probabilidade suavizada $\hat{\xi}_{r|T}$ é dado por:

$$\hat{\xi}_{r|T} = \hat{\xi}_{r|t} \odot \left\{ P' \left[\hat{\xi}_{r+1|T}(\div) \hat{\xi}_{r+1|t} \right] \right\}. \quad (2.4)$$

O i -ésimo elemento de $\hat{\xi}_{r|T}$ é a probabilidade de $\psi_t = i$ sobre o conjunto de informação R_T, \dots, R_1 e θ . Isso é representado no modelo DDMS-ARCH por:

$$P(\psi_t = i | R_T, \dots, R_1, \theta) \text{ ou } P(S_t, S_{t-1}, \dots, S_{t-K-P}, D(S_t) | R_T, \dots, R_1, \theta).$$

A análise de *Bull* e *Bear Market* é dada pela soma da probabilidade conjunta em cada período:

$$P(S_t | R_T, \dots, R_1, \theta) = \sum_{S_{t-1}, \dots, S_{t-K-P}, D(S_t)} P(S_t, S_{t-1}, \dots, S_{t-K-P}, D(S_t) | R_T, \dots, R_1, \theta) \quad (2.5)$$

para os modelos DDMS-1 e DDMS-2, o procedimento é análogo.

As Figuras(2.3) e (2.4) mostram as probabilidades suavizadas de *Bear* e *Bull Market* para o modelo DDMS-2. Os mesmos resultados para o modelo DDMS-ARCH são vistos nas Figuras (2.5) e (2.6).

O início da amostra, ou seja, segunda metade da década de 90 é um período caracterizado por grandes turbulências nos mercados financeiros internacionais, especialmente nas economias emergentes. Os mode-

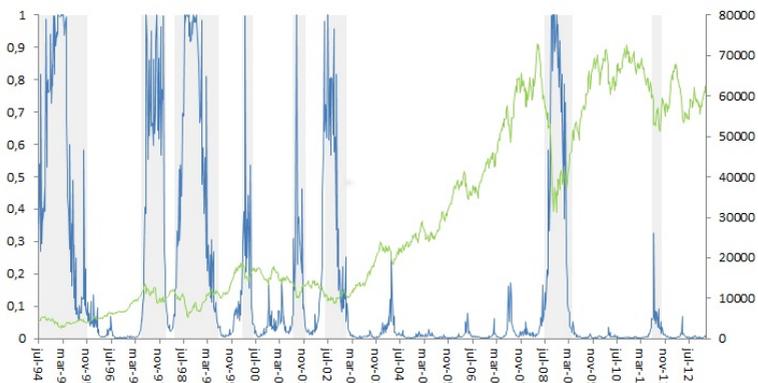


Figura 2.3: *Bear Market* DDMS-2× Ibovespa.

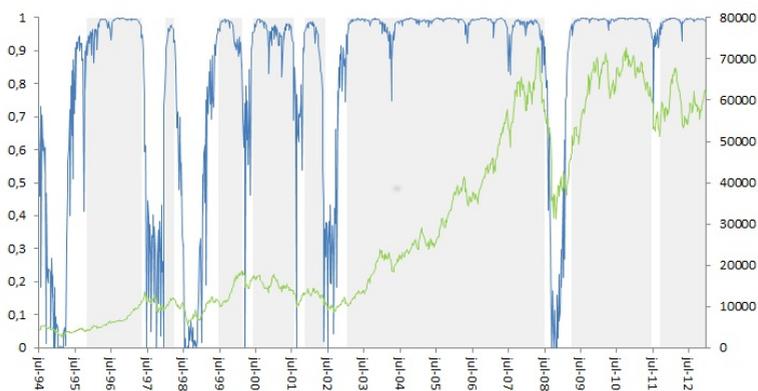


Figura 2.4: *Bull Market* DDMS-2× Ibovespa.

los mostraram o desempenho do Ibovespa em decorrência do influxo de capital estrangeiro nas crises; do México (fim de 1994), da Tailândia,

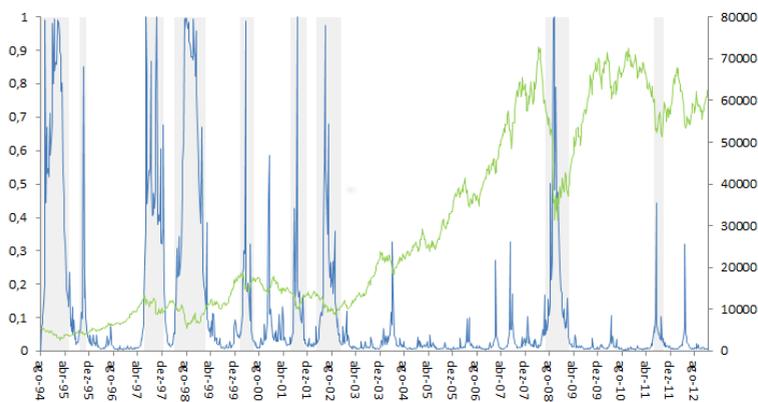


Figura 2.5: *Bear Market* DDMS-ARCH \times Ibovespa.

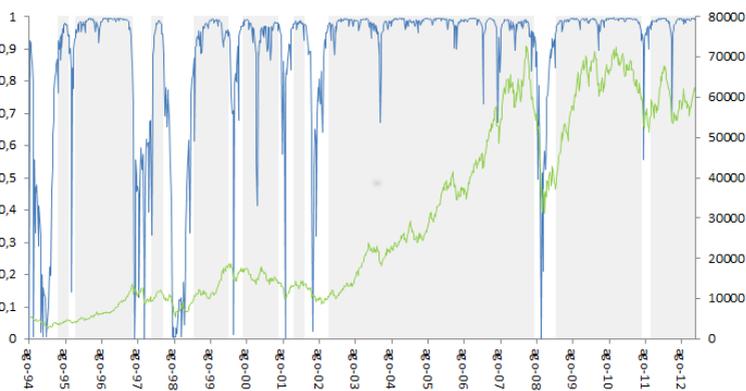


Figura 2.6: *Bull Market* DDMS-ARCH \times Ibovespa.

Indonésia, Malásia e Coreia do Sul (1997) e da Rússia (1998).

Através da análise das regiões cinzas nas Figuras (2.3) e (2.5), a pro-

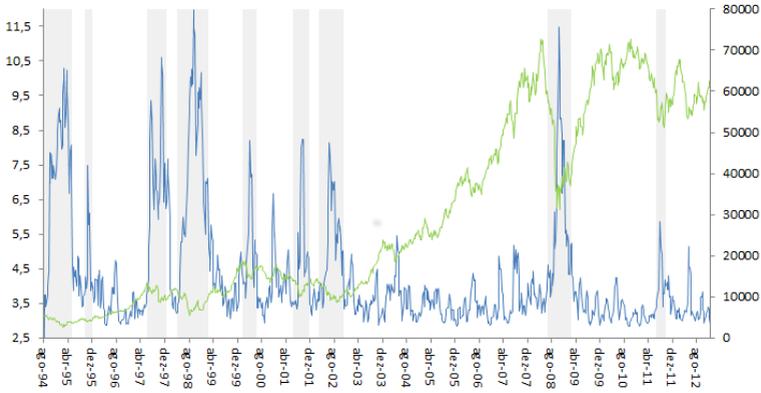


Figura 2.7: Desvio Padrão Condicional DDMS-ARCH \times Ibovespa.

babilidade do *Bear Market* em agosto de 1994 é superior à meio, indicando o início da crise mexicana deflagrada em dezembro de 1994. Segundo o noticiário econômico da época, entre 1995 a 1996 o volume diário médio negociado na bolsa não ultrapassou a média anual dos 100 milhões de dólares, em comparação com os 400 milhões milhões de dólares em 1994. A alta e persistente probabilidade nos anos seguintes, 1997 e 1999, também mostram evidências que os modelos captaram as baixas históricas durante a crise asiática e russa. O período foi marcado por diversas ocorrências de *circuitbreaker*¹⁰ devido o alto pessimismo dos investidores.

¹⁰A regra geral para o uso do *circuitbreaker* é quando o Ibovespa atinge limite de baixa de 10% em relação ao fechamento do dia anterior.

Os efeitos do estouro da bolha Nasdaq e as consequências do ataque terrorista às torres gêmeas são retratados pelo aumento do desvio padrão condicional do modelo DDMS-ARCH na Figura 3.7. Entre março a abril de 2000 o índice Bovespa caiu 17% anulando a valorização que vinha sendo construída desde a crise russa. Poucos dias após o ataque terrorista em 11 de setembro de 2001, o índice atingiu o menor nível desde agosto de 1999 ao registrar 10.038 pontos.

Amplamente conhecido pelo mercado por “efeito Lula” e “efeito Tango”, o ano 2002 foi marcado pela forte desvalorização dos ativos na bolsa. As incertezas do pleito eleitoral e os rumores da moratória da Argentina contribuíram para a baixa de 65% entre Janeiro e Outubro naquele ano. As Figuras (2.3) e (2.5) mostram que a probabilidade do *Bear Market* nesse período é elevada e se estende até começo de 2003.

A análise dos *turning points* também mostrou o excesso de otimismo que precedeu a crise imobiliária americana. As regiões cinzas nas Figuras (2.4) e (2.6) mostram a forte valorização do índice em 2003 até o final de 2007. Apesar do aumento da volatilidade em alguns períodos específicos (abril de 2004 e julho de 2007), a Bovespa triplicou o volume médio de negócios e houve uma grande quantidade de ofertas iniciais de ações (IPO) nesse período. Em abril de 2007 a bolsa brasileira chegou à marca histórica de 50.000 pontos, representando valorização de mais de 1000%

desde o plano Real, naquele período o índice beirava 4.000 pontos. No ano seguinte, a expressiva valorização ganhou ainda mais força e atingiu a marca de 73.589 pontos em maio de 2008.

O aumento gradativo da chance de reversão do quadro até então apelidado como “céu de brigadeiro” e mostrado pelas Figuras (2.3) e (2.5) já no início do segundo semestre de 2008. É interessante destacar que o modelo captou o movimento de deterioração do índice semanas antes de atingir quedas históricas no mês de outubro de 2008.

O último *turning point* de significância na análise de *Bull e Bear Market* é mostrado pela alta volatilidade e retorno negativo em agosto de 2011. Isso devido à reação negativa do mercado após o anúncio do rebaixamento da nota da dívida soberana americana. As operações no pregão estiveram perto de serem suspensas e o índice chegou a registrar a maior queda desde outubro de 2008. Conforme visto na figura, nesse período as probabilidades suavizadas ficaram bem próximas de meio.

A contextualização acima pode ser resumida através da análise das tabelas abaixo. Nelas são mostradas os períodos em que as probabilidades suavizadas de *Bear Market* foram superiores a meio. A variação do índice nos períodos também é mostrada. É interessante destacar que os períodos de *Bear Market* captados pelo modelo DDMS-ARCH é em média menor que no modelo DDMS-2.

Tabela 2.4: Janelas de ocorrência de *Bear Market* - Modelo DDMS-ARCH

Data (Começo)	Data (Final)	Variação	Semanas	<i>Bull</i> ou <i>Bear</i>
04.10.1994	27.03.1995	-38,91%	25	<i>Bear</i>
20.10.1997	03.11.1997	-23,50%	3	<i>Bear</i>
20.07.1998	26.01.1999	-22,72%	24	<i>Bear</i>
04.12.2000	11.12.2000	0,03%	2	<i>Bear</i>
03.09.2001	10.09.2001	-18,12%	2	<i>Bear</i>
10.06.2002	22.07.2002	-21,22%	7	<i>Bear</i>
22.09.2008	17.11.2008	-38.48%	9	<i>Bear</i>

Tabela 2.5: Janelas de ocorrência de *Bear Market* - Modelo DDMS-2

Data (Começo)	Data (Final)	Variação	Semanas	<i>Bull</i> ou <i>Bear</i>
04.10.1994	08.05.1995	-18,01%	32	<i>Bear</i>
14.07.1997	05.01.1998	-18,45%	26	<i>Bear</i>
13.07.1998	26.01.1999	-26,10%	29	<i>Bear</i>
01.03.1999	08.03.1999	1,15%	2	<i>Bear</i>
10.04.2000	17.04.2000	2,76%	2	<i>Bear</i>
03.09.2001	10.09.2001	-18,12%	2	<i>Bear</i>
10.06.2002	07.10.2002	-24,31%	18	<i>Bear</i>
22.09.2008	02.02.2009	-15.80%	19	<i>Bear</i>

Por fim, a Figura (2.8) mostra que as probabilidades suavizadas do modelo DDMS-ARCH (barras vermelhas), responderam mais rapidamente ao movimento do Ibovespa em nível - a duração de *Bear Market* é em média menor nessa especificação. Esse resultado pode ser novamente visto pela distância dessas probabilidades perante as probabilidades do modelo DDMS-2 (linha azul). Uma explicação para isso é que a

transmissão da volatilidade na equação da média, e posteriormente nas probabilidades filtradas e suavizadas é atenuada pelo modelo em que a volatilidade é heterocedástica.

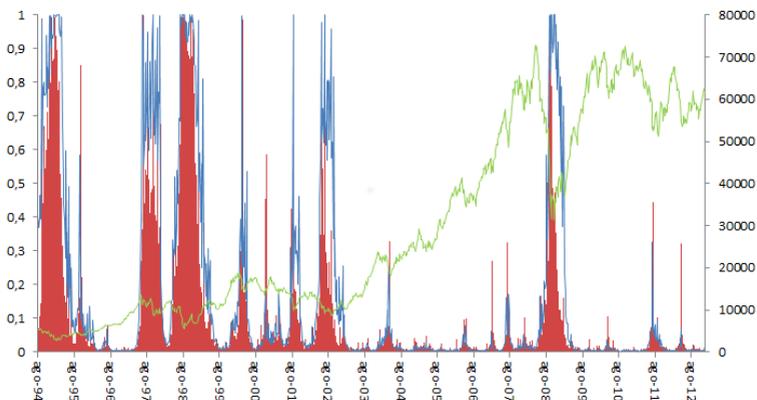


Figura 2.8: *Bear Market* - DDMS-ARCH \times DDMS-2.

Capítulo 3

Estratégia de Investimento

A partir da estimação dos modelos da classe DDMS, o objetivo deste capítulo é construir uma estratégia de investimento para o índice Bovespa. A rentabilidade das estratégias será comparada com o *buy and hold*, ou seja, comprar um ativo e vendê-lo no final do período. Por fim, os resultados serão confrontados com os do modelo de mudança de regime sem *duration dependence*.

3.1 Retorno dos Modelos DDMS

Utilizando as probabilidades de predição ($P(S_t | R_{t-1}, \dots, R_1, \theta)$) de *Bull* e *Bear Market* abstraídas a cada instante do tempo, a estratégia de

investimento explorada aqui, segue de maneira geral o trabalho de Almeida & Valls (2000). Os autores mostram que os modelos de mudança de regime apresentaram bom desempenho nos retornos, quando aplicados a regras de mercado. Desta forma, espera-se que os modelos da classe DDMS também possam ser utilizados na construção de *trading systems*.

A estratégia de investimento consiste em investir no ativo de risco, neste caso, o índice Bovespa, exatamente na proporção dada pela probabilidade do regime de retorno positivo e baixa volatilidade, *Bull Market*. O restante, um menos essa probabilidade será investido no ativo livre de risco, ou seja, o certificado de depósito interbancário (CDI).

Para a estratégia de investimento ganhar maior realismo, devemos usar a probabilidade de predição estimada a cada período de tempo, ao invés de estima-la levando em consideração a série como um todo. Conforme visto na seção anterior, a probabilidade de predição nos dá a previsão do período t baseada na informação do período $t - 1$. A cada nova informação o modelo é reestimado, ou seja, essas probabilidades são computadas através de uma janela em expansão.

A janela em expansão, e conseqüentemente a estratégia de investimento abordada, abrange junho de 2003 a dezembro de 2012. A previsão será feita para aproximadamente 10 anos de amostra. As primeiras 466

observações do total das 966 são usadas como pré-amostra para iniciar a estimação dos modelos. Os resultados a seguir apresentam o desempenho das estratégias de investimento para os modelos DDMS-2 e DDMS-ARCH. Os retornos aqui não levam em conta os custos de transação e corretagem.

Tabela 3.1: Retorno Acumulado ao Ano

Ano	DDMS-2	DDMS-ARCH	Ibovespa	CDI
2003*	93,53%	94,52%	93,49%	23,21%
2004	21,40%	22,33%	16,71%	16,01%
2005	28,53%	28,89%	27,71%	19,00%
2006	34,14%	35,29%	32,93%	15,16%
2007	41,47%	46,46%	43,65%	11,84%
2008	-25,76%	-18,79%	-37,01%	12,41%
2009	72,09%	70,64%	70,43%	9,88%
2010	2,04%	2,39%	1,05%	9,68%
2011	-14,83%	-14,66%	-18,11%	11,59%
2012	8,50%	9,72%	7,40%	8,49%
Média	21,31%	23,23%	18,05%	13,64%
Desvio Padrão	36,88	36,00	39,18	4,64
Índice de Sharpe	0,34	0,39	0,26	0,00

* 2003 é computado a partir de junho.

A tabela acima mostra que os retornos anuais das estratégias de investimento são superiores à estratégia *buy and hold* para o índice Bovespa, ou seja, investir no índice e desfazer-se do mesmo no final do

período. Entretanto, é interessante destacar que o retorno médio entre os anos de 2005 a 2007 - tanto da bolsa quanto das estratégias - são muito próximos. Nesse período a probabilidade de *Bull Market* foi alta e persistente, desta forma, a estratégia seguiu o mercado.

A análise para o período como um todo (2003 - 2012), revela que o retorno médio das estratégias são 23,23% e 21,31% - muito superiores ao retorno médio da bolsa 18,05%. O mesmo resultado é assegurado quando comparado com o retorno médio do CDI, 13,34%. Apenas nos anos de 2008 e 2011, o CDI apresentou uma rentabilidade maior que as estratégias investimento. Isso é explicado pela previsibilidade dos modelos, uma vez que as probabilidades de *Bear Market* foram mais elevadas no período da crise do subprime e do rebaixamento da nota dos títulos americano. Destaque é dado ao modelo DDMS-ARCH, pois a estratégia apresentou maior índice de Sharpe (0,39). Uma explicação para isso, é que no modelo em que a volatilidade é heterocedástica o risco é menor.

3.2 Retorno dos Modelos MS

A fim de comparar o retorno das estratégias de investimento oferecidas pelos modelos da classe DDMS, foram estimados modelos de

mudança de regime sem *duration dependece*. Conforme visto na seção 2.1, os modelos acima, podem ser restritos, de tal forma, que a matriz de probabilidade de transição seja fixa. Neste caso, os modelos serão mais parcimoniosos uma vez que reduziremos o numero de parâmetros que definem a transição de estado. Para fim de comparação, a ordem tanto da média quanto da variância condicional, foram mantidas na estimação - os valores dessas estimativas ficaram dentro do círculo unitário - os resultados seguem na Tabela A.2 do apêndice.

De forma geral, os resultados das estratégias de investimento dos modelos sem *duration dependece*, apresentaram um desempenho muito similar aos modelos da classe DDMS quando comparados com a estratégia *buy and hold*, assim atingindo os resultados esperado desta seção.

Entretanto, retorno médio oferecido pelos modelos sem *duration dependece* foi maior para ambas as especificações. No caso em que a variância incondicional muda de regime, o modelo MS-2 apresentou um retorno médio de 24,22% contra 21,31% do modelo DDMS-2. No caso em que a variância condicional é modelada, o mesmo resultado é evidenciado, o modelo MS-ARCH proporcionou um retorno médio de 26,33% contra 23,33% do modelo DDMS-ARCH. Uma explicação para o maior retorno das estratégias de investimento em modelos em que não tem *duration dependece*, baseia-se na evidência empirica de que modelos mais

parcimoniosos tem melhor capacidade de previsão.

Tabela 3.2: Retorno Acumulado ao Ano

Ano	MS-2	MS-ARCH	Ibovespa	CDI
2003*	95,02%	95,33%	93,49%	23,21%
2004	24,61%	26,57%	16,71%	16,01%
2005	29,36%	29,74%	27,71%	19,00%
2006	35,56%	37,67%	32,93%	15,16%
2007	43,65%	50,58%	43,65%	11,84%
2008	-16,57%	-10,16%	-37,01%	12,41%
2009	76,23%	72,21%	70,43%	9,88%
2010	2,42%	3,31%	1,05%	9,68%
2011	-12,99%	-12,30%	-18,11%	11,59%
2012	9,06%	11,17%	7,40%	8,49%
Média	24,22%	26,33%	18,05%	13,64%
Desvio Padrão	36,22	34,98	39,18	4,64
Índice de Sharpe	0,41	0,48	0,26	0,00

* 2003 é computado a partir de junho.

A análise do índice de Sharpe mostrou novamente que no modelo onde a variância é condicional, o retorno é maior que na especificação homocedástica. Quando comparados com os modelos da classe DDMS, ambos apresentaram melhor valor para o índice.

Por fim é interessante destacar que o valor da verossimilhança obtido ao estimar os modelos dentro da amostra, mostra que os modelos com *duration dependece* obtiveram melhor ajuste e apresentam melhor

capacidade de identificar *Bull e Bear Market*. Esse resultado já era esperado, uma vez que a parametrização proposta neste artigo buscou captar a dinâmica intra-regime.

Esse resultado já era esperado, uma vez que a parametrização proposta nesta dissertação buscou captar a dinâmica intra-regime. Na figura abaixo, a linha azul mostra que as probabilidades de *Bear Market* do modelo MS-ARCH são muito mais suaves que as do modelo DDMS-ARCH (barra vermelha), isso quando contrastadas com o nível do Ibovespa. Uma interpretação para isso é que nem todas as correções nos mercados de alta e de baixa, pudeream ser captadas pelo primeiro modelo, uma vez que este se restringe a uma cadeia de markov de primeira ordem.

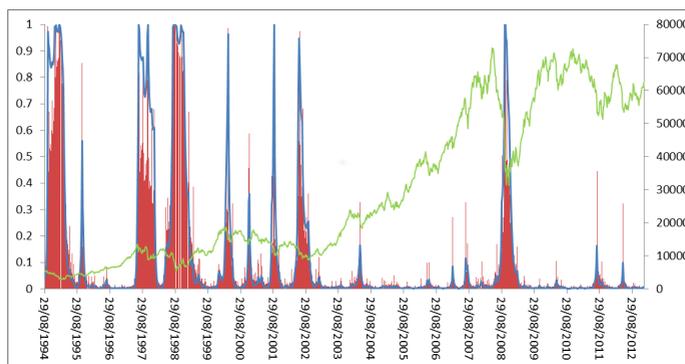


Figura 3.1: Probabilidade Suavizada DDMS-ARCH \times MS-ARCH.

Capítulo 4

Conclusão

O principal objetivo deste trabalho foi identificar períodos de *Bull* e *Bear Market* no índice Bovespa. Os resultados mostraram que no regime ascendente, o parâmetro da média foi positivo acompanhado por uma baixa variância. Já no regime descendente, a média foi negativa e a variância alta. Esses resultados são similares aos encontrados por [Maheu & McCurdy \(2000\)](#) e [Shibata \(2011\)](#).

Diferentemente do modelo de mudança de regime tradicional, o emprego do *duration dependence* caracterizou a dependência de longo prazo na estrutura cíclica do retorno acionário. A parametrização empregada, captou o efeito de que a persistência do estado ascendente torna os investidores mais otimistas em relação ao futuro. Essa resposta positiva faz

com que a probabilidade de troca de regime diminua ao longo do tempo, ou seja, aumento na probabilidade de permanência no estado. De modo recíproco, a persistência do estado descendente aumenta o pessimismo dos investidores sobre os retornos futuros.

Devemos ter cautela em especificar a estrutura dos dados financeiros apenas por um processo de markov de primeira ordem, fato evidenciado pela memória curta dos parâmetros. Os modelos da classe DDMS, tanto na média como na variância condicional, buscaram corrigir a influência intra-regime ao melhorar a estimação das probabilidades suavizada - destaque foi dado ao modelo DDMS-ARCH, pois este apresentou melhor ajuste.

Por fim, o retorno obtido pelos modelos da classe DDMS ao construir estratégias de investimento, fora da amostra, foi similar aos dos modelos que não incorporam *duration dependence*. Ambas especificações superaram os retornos do Ibovespa e CDI. Já a análise do índice de Sharpe, revelou que os modelos de mudança de regime sem dependência de duração, obtiveram melhor desempenho. Em contrapartida, a estimação desses modelos dentro da amostra, revelou que os modelos da classe DDMS têm melhor capacidade de indentificar *Bull e Bear Market*.

Apêndice A

Teste BDS

Tabela A.1: **Teste BDS**

Dimensão	2	3	4	5	6
<i>BDS</i> (ϵ)	0.0141 (0.000)	0.0266 (0.000)	0.0374 (0.000)	0.0446 (0.000)	0.0476 (0.000)

Parênteses são os p -valores.

Tabela A.2: **Resultado das Estimativas**

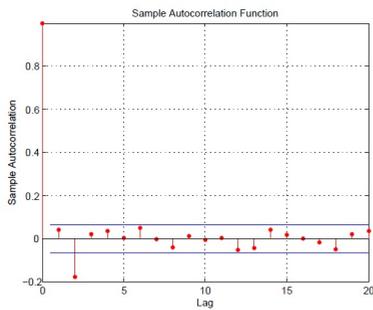
Parâmetros	AR(2)	MS-2	MS-ARCH
μ_0, μ	0.2840** (0.1536)	-0.9684* (0.7178)	-2.4857** (1.0726)
μ_1		0.5343*** (0.1310)	0.4787*** (0.1223)
m, σ	4.6529*** (0.1060)		
m_0, σ_0		8.1586*** (0.5512)	58.9153*** (12.4826)
m_1, σ_1		3.4924*** (0.0996)	8.2014*** (1.0146)
$\gamma_1(0)$		2.8144*** (0.4347)	2.2073 (0.5416)
$\gamma_1(1)$		4.4549*** (0.4042)	4.2816 (0.4538)
$\ln L$	-2850.0	-27498.2	-27215.8

***, **, * significância em 1%, 5% e 10% respectivamente. D.P está em parênteses.

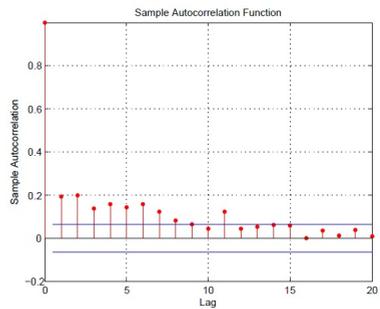
$\ln L$ é o valor da log verossimilhança.

Apêndice B

F.A.C. dos resíduos

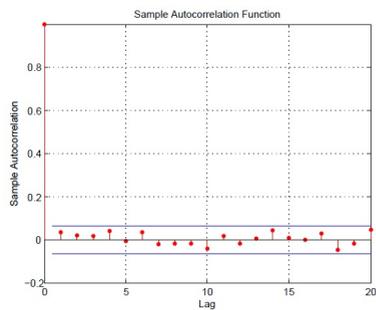


(a) DDMS-1 Resíduo

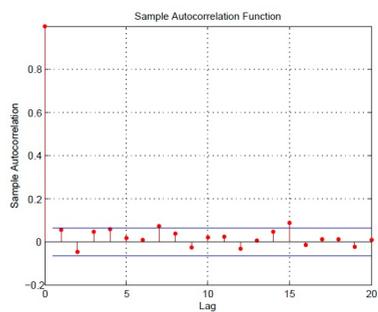


(b) DDMS-1 Resíduo ao quadrado

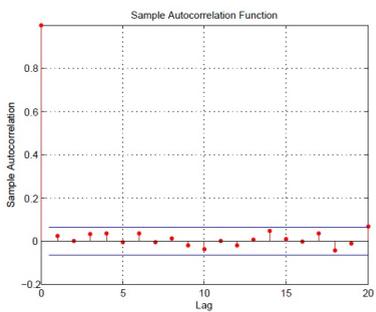
Figura B.1: F.A.C. dos resíduos



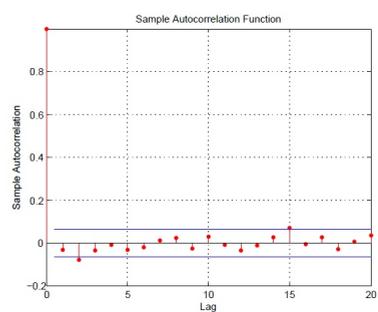
(a) DDMS-2 Resíduo



(b) DDMS-2 Resíduo ao quadrado



(c) DDMS-ARCH Resíduo



(d) DDMS-ARCH Resíduo ao quadrado

Figura B.2: F.A.C. dos resíduos

Referências Bibliográficas

Almeida, N. & Valls, P. (2000), 'Switching regimes models for financial time series: an empirical study for trading rules', *Annals of the XXII Brazilian Econometric Meeting* **1**, 49–68.

Bollerslev, T. (1986), 'Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity', *Journal of Econometrics* (31), 307–27.

Brock, W., Dechert, W. & Sheinkman, J. A. (1987), A test for independence based on the correlation dimension. Working Paper 8702, University of Wisconsin, Dept. of Economics.

Bry, G. & Boschan, C. (1971), 'Cyclical analysis of time series: Selected procedures and computer programs', *NBER, New York, NY, USA* .

Cai, J. (1994), 'A markov model of switching-regime arch', *Journal of Business & Economic Statistics* (12), 309–316.

- Campbell, J., Lo, A. & Mackinley, A. (1997), *The Econometrics of Financial Markets*, Princeton University Press, USA; Princeton, New Jersey.
- Castro, V. (2011), The portuguese stock market cycle: Chronology and duration dependence. Working Paper NIPE WP 13.
- Chauvet, M. (1999), 'Stock market fluctuations and the business cycle', *Journal of Economic and Social Measurement* **25**(3/4), 235–258.
- Chena, S.-W. & Shen, C.-H. (2007), 'Evidence of the duration-dependence from the stock markets in the pacific rim economies', *Applied Economics* **39**, 1461–1474.
- Durland, J. & McCurdy, T. (1994), 'Duration-dependent transitions in a markov model of u.s gnp growth', *Journal of Business & Economics Statistics* .
- Engle, R. (1982), 'Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of uk inflation', *Econometrica* (50), 987–1008.
- Estrella, A. & Mishkin, F. (1998), 'Predicting us recessions: Financial variables as leading indicators', *Reviess of Economics and Statistics* **80**(1), 45–61.

- Hamilton, J. (1994), *Time series analysis*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey.
- Hamilton, J. D. & Susmel, R. (1994), 'Autoregressive conditional heteroskedasticity and changes in regime', *Journal of Econometrics* (64), 307–333.
- Harris, L. (2003), *Trading and Exchanges: Market Microstructure for Practitioners*, Oxford University Press, USA; New York, New York.
- Kaufman, R. (1998), *Trading Systems and Methods*, John Wiley and Sons, USA; Hoboken, New Jersey.
- Kim, C.-J. & Nelson, C. (1999), *State-space models with regime switching*, MIT Press, London, England; Cambridge, Massachusetts.
- Kole, E. & Dijk, J. (2012), How to identify and predict bull and bear markets? Econometric Institute, Erasmus School of Economics, Erasmus University Rotterdam.
- Lunde, A. & Timmermann, A. (2004), 'Duration dependence in stock prices: an analysis of bull and bear markets', *Journal of Business & Economic Statistics* (22), 253–273.
- Maheu, J. & McCurdy, T. (2000), 'Identifying bull and bear mar-

- kets in stock returns', *Journal of Business & Economic Statistics* (18(1)), 100–112.
- Marcellino, M. (2006), *Handbook of economic forecasting*, Elsevier, Amsterdam, Netherlands, chapter Leading indicators: What have we learned?, pp. 876–960.
- Pagan, A. & Sossounov, K. (2003), 'A simple framework for analyzing bull and bear markets', *Journal of Applied Econometrics* (18(1)), 23–46.
- Rigobon, R. & Sack, B. (2003), 'Measuring the reaction of monetary policy to the stock market', *Quarterly Journal of Economics* **118**(2), 639–669.
- Shibata, M. (2011), 'Identifying bull and bear markets in japan', *Asia-Pacific Financial Markets* (19(2)), 99–117.
- Stock, J. & Watson, M. (2003), 'How did leading indicator forecasts do during the 2001 recession?', *Federal Reserve Bank of Richmond Economic Quarterly* **89**, 71–90.
- Stock, J. & Watson, M. (2006), 'Why has u.s. inflation become harder to forecast', *Journal of Money, Credit and Banking* **39**(1).