

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
DEPARTAMENTO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
ENGENHARIA ELÉTRICA**

**EDSON ANDREOLI**

**COESTIMAÇÃO DE ESTADOS E TOPOLOGIA EM  
SISTEMAS DE POTÊNCIA REPRESENTADOS POR  
MODELO NÃO-LINEAR**

Florianópolis

2013



EDSON ANDREOLI

**COESTIMAÇÃO DE ESTADOS E TOPOLOGIA EM  
SISTEMAS DE POTÊNCIA REPRESENTADOS POR  
MODELO NÃO-LINEAR**

Dissertação submetida ao Programa  
de Pós-Graduação em Engenharia Elé-  
trica para a obtenção do Grau de Mes-  
tre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Antonio José Alves  
Simões Costa, Ph.D.

Universidade Federal de Santa Cata-  
rina

Florianópolis

2013

Catálogo na fonte elaborada pela biblioteca da  
Universidade Federal de Santa Catarina

A ficha catalográfica é confeccionada pela Biblioteca Central.

Tamanho: 7cm x 12 cm

Fonte: Times New Roman 9,5

Maiores informações em:

<http://www.bu.ufsc.br/design/Catalogacao.html>

EDSON ANDREOLI

**COESTIMAÇÃO DE ESTADOS E TOPOLOGIA EM  
SISTEMAS DE POTÊNCIA REPRESENTADOS POR  
MODELO NÃO-LINEAR**

Esta Dissertação foi julgada aprovada para a obtenção do Título de “Mestre em Engenharia Elétrica”, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

Florianópolis, 10 de Maio 2013.

---

Prof. Patrick Kuo Peng, Dr.  
Coordenador do Curso

**Banca Examinadora:**

---

Prof. Antonio José Alves Simões Costa, Ph.D.  
Universidade Federal de Santa Catarina  
Orientador

---

Prof. Aguinaldo Silveira e Silva, Ph.D.  
Universidade Federal de Santa Catarina

---

Prof. Ariovaldo Verândio Garcia, Dr.Eng.

---

Profa. Katia Campos de Almeida, Ph.D.  
Universidade Federal de Santa Catarina



Dedico esta Dissertação a toda minha família, especialmente à meus pais, Sérgio e Ivete. À minha irmã Josane e à meus sobrinhos Richard, Jennyfer e Raphael.





## AGRADECIMENTOS

Agradeço inicialmente a Deus, pela graça da vida. Aos meus pais por compreenderem, respeitarem e ensinarem-me o verdadeiro valor da família. Por terem abdicado de suas vidas para que seus filhos tivessem oportunidades melhores, ao apoio e compreensão de minhas fraquezas e anseios. A todos os colegas do Labspot pela convivência, experiências, amizade, companheirismo e todos os momentos bons que passamos juntos. Aos professores do Grupo de Sistemas de Potência que forneceram o conhecimento imprescindível ao exercício da profissão de engenheiro eletricitista. Destaco neste momento, o professor e orientador Antonio José Alves Simões Costa, o agradecimento pelos seus ensinamentos, sua amizade e paciência prestadas durante o decorrer do curso. Aos demais colegas e professores que não tiveram seus nomes aqui citados, mas que de alguma forma direta ou indiretamente, contribuíram para a realização deste trabalho e para minha formação profissional e pessoal. A todos vocês meu muito obrigado!



*Everything that irritates us about others  
can lead us to an understanding of our-  
selves.*

Carl Jung.



## RESUMO

# COESTIMAÇÃO DE ESTADOS E TOPOLOGIA EM SISTEMAS DE POTÊNCIA REPRESENTADOS POR MODELO NÃO-LINEAR

Edson Andreoli

Florianópolis

2013

Este trabalho propõe a extensão do método de Coestimação Linear de Estados e Topologia para o modelo completo da rede elétrica, ou seja, o modelo não-linear. O método proposto consiste em estimar conjuntamente as variáveis analógicas e a topologia do sistema de potência. A viabilização deste procedimento é possível mediante a formulação do problema de estimação de estados como um problema de otimização multi-objetivo no qual consideram-se tanto os resíduos das medidas analógicas quanto as restrições operacionais relativas aos *status* dos ramos chaveáveis. Realiza-se a formulação da função custo multi-objetivo combinando o critério dos mínimos quadrados ponderados (MQP), que modela os resíduos das medidas de estimação, e o critério dos mínimos valores absolutos (MVAP), que modela as restrições operacionais impostas pelos dispositivos chaveáveis (abertos/fechados) da subestação. Utiliza-se o método primal-dual de pontos interiores para obter a solução do problema de otimização. O algoritmo proposto é desenvolvido passo a passo para um sistema-teste de pequeno porte. Posteriormente o desempenho e a eficácia da ferramenta computacional são avaliados na aplicação a três sistemas de maior porte, dos quais dois são os sistemas-teste IEEE de 24 e 30 barras, e o terceiro é um sistema real da Companhia Paranaense de Energia Elétrica (COPEL). Os resultados obtidos demonstram que a abordagem considerando o modelo não-linear para a rede elétrica é perfeitamente viável e promissora no que tange à estimação simultânea das variáveis de estado analógicas e da topologia.

**Palavras-chave:** Estimação de Estados em Sistemas de Potência. Estimação de Estados no Nível de Subestação. Estimação de Topologia em Sistemas de Potência. Coestimação Não Linear de Estados e Topologia. Método Primal-Dual de Pontos Interiores. Modelagem em Tempo Real de Sistemas de Potência.



## ABSTRACT

# POWER SYSTEM STATE AND TOPOLOGY COESTIMATION REPRESENTED BY THE NONLINEAR MODEL

Edson Andreoli

Florianópolis

2013

This work proposes the extension of the linear state and topology coestimation method to allow its application in connection with a complete, nonlinear model for the electric network. The proposed method consists of jointly estimating analog variables and power system topology. The feasibility of this procedure is achieved by formulating the state estimation problem as a multi-objective optimization problem which considers both the analog measurement residues and the operational constraints related to the switchable branches status. The multi-objective cost function is a combination of the weighted least squares (WLS) criterion based on the estimation residues, and the weighted least absolute value (WLAV) criterion applied to the operational constraints imposed by the statuses of the substation switching devices. The method employs primal-dual interior point method for solving the optimization problem. The proposed algorithm is presented step-by-step by using a small test system. Then, performance and effectiveness of the methodology are evaluated through its application to three larger systems, two of them derived from the IEEE-24 bus and IEEE-30 bus test systems, and a third one based on a real system of the Companhia Paranaense de Energia Elétrica (COPEL). The results demonstrate that State and Topology Coestimation considering a non-linear network model is perfectly feasible and a promising approach for real-time power system modeling.

**Keywords:** Power System State Estimation. Power System Topology Estimation. State Estimation at Substation Level. Non-Linear State and Topology Coestimation. Primal-Dual Interior Point Method. Real-Time Power System Modeling.





## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1	Aplicativos básicos da operação em tempo real . . . . .	41
Figura 2.2	Regressão Linear - Método MQP . . . . .	44
Figura 4.1	Sistema-teste com 4 ramos chaveáveis . . . . .	76
Figura 5.1	Sistema-teste IEEE de 24 barras . . . . .	99
Figura 5.2	Detalhamento das subestações 14 e 16 no nível de seção de barra . . . . .	100
Figura 5.3	Sistema-teste IEEE de 30 barras . . . . .	118
Figura 5.4	Detalhamento das subestações 12 e 15 no nível de seção de barra . . . . .	120
Figura 5.5	Sistema-teste Copel de 55 barras . . . . .	126
Figura 5.6	Detalhamento da subestação 55 em nível de seção de barra . . . . .	127
Figura A.1	Modelo $\pi$ equivalente de uma linha de transmissão. . . . .	142
Figura A.2	Modelo equivalente de transformadores com relação complexa de transformação. . . . .	144
Figura A.3	Representação de um transformador em fase. . . . .	145
Figura A.4	Representação de um transformador defasador. . . . .	148
Figura A.5	Representação do modelo unificado linha - transformador. . . . .	150
Figura A.6	Correntes incidentes em uma barra genérica $k$ . . . . .	156
Figura A.7	Correntes incidentes em uma barra genérica $k$ , considerando ramos convencionais e chaveáveis. . . . .	159



## LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1	Parâmetros do sistema-teste de 4 barras.....	77
Tabela 4.2	Valores medidos no sistema-teste de 4 barras.....	77
Tabela 4.3	Decréscimo da função-objetivo.....	84
Tabela 4.4	Convergência do processo iterativo para tolerância de $\delta = 1 \times 10^{-6}$ , CNET-1.....	85
Tabela 4.5	Tensões nas barras.....	86
Tabela 4.6	Fluxos nos ramos chaveáveis.....	86
Tabela 4.7	Passos de atualização primal e dual - CNET-1.....	87
Tabela 4.8	Tolerâncias de fluxo para estimação dos <i>status</i> dos disjuntores - CNET-1.....	87
Tabela 4.9	Estimação da topologia - CNET-1.....	88
Tabela 4.10	Decréscimo da função-objetivo.....	90
Tabela 4.11	Convergência do processo iterativo para tolerância de $\delta = 1 \times 10^{-6}$ , CNET-2.....	91
Tabela 4.12	Tensões nas barras.....	92
Tabela 4.13	Fluxos nos ramos chaveáveis.....	92
Tabela 4.14	Tolerâncias de fluxo para estimação dos <i>status</i> dos disjuntores - CNET-2.....	93
Tabela 5.1	Síntese dos casos simulados.....	101
Tabela 5.2	Convergência do Método CNET - Caso A1.....	101
Tabela 5.3	Critérios de Parada - Condições de KKT.....	103
Tabela 5.4	Magnitudes e ângulos das tensões nas barras do sistema - Caso A1.....	105
Tabela 5.5	Fluxos de potência ativa e reativa em ramos chaveáveis - Caso A1.....	106
Tabela 5.6	Convergência do Método CNET - Caso A1.....	106
Tabela 5.7	Critérios de Parada - Condições de KKT.....	107
Tabela 5.8	Magnitudes e ângulos das tensões nas barras do sistema - Caso A1.....	109
Tabela 5.9	Fluxos de potência ativa e reativa em ramos chaveáveis - Caso A1.....	110
Tabela 5.10	Resultados Caso A1 - Exclusão Simples.....	110
Tabela 5.11	Evolução da função-objetivo - Caso A1.....	111

Tabela 5.12 Resultados Caso A2 - Exclusão Múltipla.....	111
Tabela 5.13 Evolução da função-objetivo - Caso A2.....	112
Tabela 5.14 Evolução da função-objetivo - Caso B.....	112
Tabela 5.15 Resultados Caso B - Inclusão.....	113
Tabela 5.16 Evolução da função-objetivo - Caso C.....	113
Tabela 5.17 Resultados Caso C - <i>by - pass</i> .....	113
Tabela 5.18 Evolução da função-objetivo - Caso D.....	114
Tabela 5.19 Resultados Caso D - Partida Plana.....	114
Tabela 5.20 Síntese dos resultados numéricos - IEEE 24 Barras ...	116
Tabela 5.21 Síntese dos casos simulados.....	119
Tabela 5.22 Resultados Caso A - Exclusão múltipla de linhas ....	119
Tabela 5.23 Resultados Caso B - Inclusão de linha.....	121
Tabela 5.24 Resultados Caso C - Partida Plana.....	122
Tabela 5.25 Síntese dos resultados numéricos - IEEE 30 Barras ...	124
Tabela 5.26 Resultados Caso A - Erro no disjuntor interligador ...	129
Tabela 5.27 Resultados Caso B - “Partida Plana”.....	130
Tabela 5.28 Síntese dos resultados numéricos - Sistema Copel 55 Barras.....	131
Tabela A.1 Valores particulares das variáveis $a_{km}$ , $\phi$ e $b_{km}^{sh}$ em vir- tude do equipamento.....	151
Tabela B.1 Dados das barras - Sistema IEEE 24 Barras.....	167
Tabela B.2 Dados das Linhas de Transmissão - IEEE 24 barras ..	168
Tabela C.1 Dados das barras - Sistema IEEE 30 Barras.....	173
Tabela C.2 Dados das Linhas de Transmissão - IEEE 30 barras ..	174
Tabela D.1 Dados das barras - Sistema COPEL 55 barras.....	179
Tabela D.2 Dados das Linhas de Transmissão - COPEL 55 barras	181

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

MQP	Mínimos Quadrados Ponderados
MPVAP	Mínimos Valores Absolutos Ponderados
COPEL	Companhia Paranaense de Energia Elétrica
WLS	Weighted Least Squares
WLAV	Weighted Least Absolut Value
ESSP	Estimação de Estados em Sistemas de Potência
SCADA	Supervisory Control and Data Acquisition
COS	Centro de Operação do Sistema
FPO	Fluxo de Potência Ótimo
MPDPI	Método Primal Dual de Pontos Interiores
EEG	Estimação de Estados Generalizada
EENSB	Estimação de Estados no Nível de Seção de Barra
CET	Coestimação de Estados e Topologia
CNET	Coestimação Não-Linear de Estados e Topologia
SEP	Sistemas Elétricos de Potência
EE	Estimação de Estados
MSP	Método da Soma Ponderada
TP	Transformador de Potencial
TC	Transformador de Corrente
UMB	Umbará
IEEE	Institute of Electrical and Electronic Engineers
SE	Subestação



## LISTA DE SÍMBOLOS

$N$	Quantidade de Barras
$m$	Quantidade de Medidas
$n$	Quantidade de Estados
$z$	Vetor de Medidas
$h$	Vetor de Funções Não-Lineares
$x$	Vetor que Contém o Estado Verdadeiro
$\varepsilon$	Vetor de Erros Aleatórios
$R$	Matriz de Covariância
$\sigma$	Desvio Padrão
$\sigma^2$	Variância
$E(\cdot)$	Expectância
$\rho_r$	Redundância Global
$r$	Vetor de Resíduos
$\hat{x}$	Estado Estimado
$J(\cdot)$	Função Objetivo
$\sum_i^m \cdot$	Somatório de $i=1$ até $m$
$l_1$	Norma Unitária
$w$	Vetor de Pesos
$ \cdot $	Módulo
$\eta$	Variável Auxiliar na Definição da Função Módulo (Parte Positiva)
$\rho$	Variável Auxiliar na Definição da Função Módulo (Parte Negativa)
$e$	Vetor Unitário
$\mathcal{L}$	Função Lagrangeana
$\delta_c$	Tolerância de Convergência
$\mu$	Parâmetro Barreira
$\ln$	Logarítmo Natural
$\lambda$	Multiplicador de Lagrange
$\pi$	Multiplicador de Lagrange
$\gamma$	Multiplicador de Lagrange
$\nabla$	Gradiente

$D$	Matriz Diagonal
$H$	Matriz Jacobiana
$Min$	Minimize
$\partial$	Derivada Parcial
$\Delta$	Incremento
$k$	Iteração Corrente
$G$	Matriz Ganho
$T$	Transposto
$Cond(\cdot)$	Condicionamento Numérico
$QR$	Fatoração Ortogonal QR
$U$	Matriz Triangular Superior
$t$	Vetor de Fluxo de Potência Ativa nos Ramos Chaveáveis
$u$	Vetor de Fluxo de Potência Reativa nos Ramos Chaveáveis
$\delta$	Vetor de Ângulos das Tensões nas Barras
$V$	Vetor de Magnitudes das Tensões nas Barras
$P.$	Vetor de Injeções de Potência Ativa nas Barras
$Q.$	Vetor de Injeções de Potência Reativa nas Barras
$\in$	Pertence
$\Omega_i$	Conjunto de Ramos Convencionais Incidentes à Barra $i$
$\Gamma_i$	Conjunto de Ramos Chaveáveis Incidentes à Barra $i$
$P$	Matriz de Informação <i>a priori</i>
$\bar{x}$	Vetor de Estimativas <i>a priori</i>
$k_w$	Fator de Calibração
$\alpha_p$	Passo de Atualização Primal
$\alpha_d$	Passo de Atualização Dual
$min.$	Mínimo Entre os Valores
$\ \cdot\ _2$	Norma 2
$\ \cdot\ _\infty$	Norma Infinita
$\vec{V}$	Vetor
$M$	Métrica/Índice de Desempenho
$\sum$	Matriz
$\alpha$	Probabilidade de Falso Alarme
$D.$	Disjuntor
$F$	Fechado



$A$	Aberto
$P/$	Para
$J_{mqp}$	Termo Correspondente aos MQP da Função Objetivo
$J_{mvap}$	Termo Correspondente aos MVAP da Função Objetivo
$I$	Matriz Identidade



## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	27
1.1 Contextualização .....	27
1.2 Revisão Bibliográfica .....	29
1.2.1 Modelagem da Rede Elétrica .....	29
1.2.2 Estimção de Estados .....	30
1.2.3 Coestimção Linear de Estados e Topologia .....	35
1.3 Objetivo e Contribuição da Dissertação .....	35
1.4 Organização da Dissertação .....	36
<b>2 ESTIMAÇÃO NÃO LINEAR DE ESTADOS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA</b> .....	39
2.1 Introdução .....	39
2.2 O Problema da Estimção de Estados .....	39
2.2.1 Modelo de Medição Não Linear .....	42
2.2.2 Resíduos de Estimção .....	43
2.2.3 Mínimos Quadrados Ponderados - MQP .....	43
2.2.4 Mínimos Valores Absolutos Ponderados - MVAP .....	45
2.3 Métodos de Solução da Estimção de Estados .....	47
2.3.1 Método da Equação Normal de Gauss .....	47
2.3.2 Método da Matriz Aumentada .....	50
2.3.3 Método Sequencial Ortogonal .....	51
2.4 Conclusões .....	52
<b>3 ESTIMAÇÃO DE ESTADOS GENERALIZADA</b> .....	53
3.1 Introdução .....	53
3.2 Modelagem de Ramos com Impedância Nula .....	53
3.3 A EEG Como Um Problema de Otimização Restrito .....	55
3.3.1 Restrições Operacionais .....	55
3.3.2 Restrições Estruturais .....	56
3.4 Solução do Problema Pelo Método de Hachtel .....	57
3.5 Inclusão de Informações <i>a Priori</i> .....	59
3.6 Conclusões .....	61
<b>4 COESTIMADOR NÃO LINEAR DE ESTADOS E TOPOLOGIA</b>	63

4.1	Introdução .....	63
4.2	Formulação Matemática Não Linear do Problema .....	63
4.3	Solução Via Método Primal Dual de Pontos Interiores .....	66
4.3.1	Índices de desempenho .....	71
4.4	Estimação da Topologia .....	75
4.5	Exemplo Ilustrativo .....	76
4.6	Conclusões .....	95
<b>5</b>	<b>SIMULAÇÃO E RESULTADOS .....</b>	<b>97</b>
5.1	Introdução .....	97
5.2	Considerações Sobre as Simulações .....	97
5.3	Sistema Teste IEEE 24 Barras .....	98
5.4	Sistema Teste IEEE 30 Barras .....	117
5.5	Sistema COPEL 55 Barras .....	125
5.6	Desempenho do Método de Coestimação Não Linear .....	132
5.7	Conclusões .....	133
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS .....</b>	<b>135</b>
6.1	Conclusões .....	135
6.2	Sugestões para trabalhos futuros .....	136
<b>APÊNDICE A – MATRIZES JACOBIANAS DO PROBLEMA</b>		<b>141</b>
<b>APÊNDICE B – DADOS SISTEMA IEEE 24 BARRAS..</b>		<b>167</b>
<b>APÊNDICE C – DADOS SISTEMA IEEE 30 BARRAS..</b>		<b>173</b>
<b>APÊNDICE D – DADOS SISTEMA COPEL 55 BARRAS</b>		<b>179</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>		<b>185</b>

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Contextualização

A garantia de um fornecimento contínuo e de qualidade da energia elétrica é requisito fundamental em uma sociedade moderna. Os sistemas de geração, transmissão e distribuição são projetados para suportar distúrbios mesmo quando da indisponibilidade temporária de equipamentos embora, obviamente, observando limitações econômicas. No entanto, o crescimento da demanda de energia elétrica nem sempre é acompanhado por obras de expansão da rede ou do parque de geração, seja por entraves financeiros, questões ambientais, ou outros fatores. Desta forma, o sistema elétrico opera cada vez mais próximo de seus limites, expondo a rede elétrica a riscos de diversas naturezas.

Centros de controle e operação de sistemas estão equipados com ferramentas computacionais que servem de apoio ao operador da rede, a fim de garantir um serviço de qualidade, com um mínimo número de interrupções no fornecimento de energia, ao menor custo possível. Assim, procura-se operar o sistema no modo seguro, ou seja, assegurando a manutenção da continuidade do fornecimento de energia mesmo na ocorrência de falhas em equipamentos da rede elétrica.

Dada a complexidade inerente à operação de um grande sistema de potência, é notória a importância da utilização de funções sofisticadas de diagnóstico, análise e aconselhamento. Denominadas *Funções de Análise de Rede*, estas tem o objetivo de melhorar a qualidade da informação disponível ao operador na tomada de decisão. Dentro deste contexto encontram-se os programas voltados para *Análise e Monitoração da Segurança do Sistema*, os quais têm papel fundamental na operação do sistema, na medida em que contribuem para aumentar o nível de confiabilidade e explorar ao máximo os recursos existentes na rede, buscando soluções mais econômicas. Contudo, para o correto desempenho dos programas anteriormente mencionados, é imperativo a disponibilidade de informações confiáveis a respeito do ponto de operação atual da rede elétrica, sendo este papel da *Estimação de Estados em Sistemas de Potência (EESP)*.

O monitoramento em tempo real do sistema elétrico é realizado por meio de sistemas de supervisão e aquisição de dados ou, como mais comumente são conhecidos, sistemas *SCADA - Supervisory Control and Data Acquisition*. Os dados de grandezas elétricas, como fluxos de potência nas linhas, magnitude de tensão nas barras e dados lógicos

como os *status* de chaves e disjuntores, são coletados e enviados periodicamente aos Centros de Operação do Sistema (COS), sendo então apresentados em monitores de computadores sob a forma de diagramas unifilares, gráficos e tabelas.

De acordo com [1], a estimação de estados é o órgão vital dos COS, pois as funcionalidades de quaisquer outras funções executadas nestes centros, tais como a análise de segurança, despacho econômico ou Fluxo de Potência Ótimo (FPO) estão intrinsecamente ligadas à precisão dos resultados obtidos pelo estimador de estado. A estimação de estados recorre a um conjunto medidas efetuadas na rede, bem como a informações sobre a topologia da mesma, para estimar a real condição de operação do sistema em regime permanente. Portanto, a qualidade das medidas e do desempenho do estimador implica em resultados mais ou menos confiáveis das funções de análise de segurança.

Para que o algoritmo de estimação de estados forneça boas estimativas, a redundância das medidas é de extrema importância. Se existir um nível de redundância adequado consegue-se manter a observabilidade da rede, garantir a qualidade dos resultados, a confiabilidade dos mesmos e, adicionalmente, realizar a detecção e identificação de medidas afetadas por erros grosseiros.

Logo é possível concluir que qualquer processo prático de implementação da função de estimação de estados precisa de uma quantidade razoável de medidas que garantam a redundância de informação. Por outro lado, para que haja uma boa redundância de medidas são necessários equipamentos para fazer a aquisição e a transmissão dos dados. Deste modo, o aumento da redundância está fortemente ligado ao aumento dos custos investimento por parte dos agentes envolvidos (concessionárias e operadores).

Sabe-se que tanto as medidas analógicas quanto as medidas digitais dos *status* nos disjuntores estão sujeitos a erros de diversas naturezas. Somada a isso, a sua transmissão para os centros de operação torna o conjunto das medidas exposto a ruídos que potencializam a quantidade de erro presente nestas. Tais erros têm um impacto severo na qualidade da informação disponibilizada pelo estimador de estado [2]. Assim, para que a informação obtida da rede possa ser devidamente processada pelo estimador de estado, é importante que sejam agregados ao procedimento rotinas para o processamento de erros grosseiros nos dados. Em resumo, a estimação de estados reúne aplicativos responsáveis pela construção de uma base de dados completa e confiável que será posteriormente usada pelas funções de análise de segurança, planejamento, controle e otimização de sistemas elétricos de potência.

Dentro deste contexto, este trabalho apresenta uma contribuição à estimação de estados em sistemas de potência que consiste na estimação conjunta de estados e da topologia da rede a partir do conjunto de medidas analógicas efetuadas no sistema e sem pressupor nenhum conhecimento prévio sobre a topologia corrente.

## 1.2 Revisão Bibliográfica

Esta seção dedica-se à revisão bibliográfica de diversos tópicos correlatos à estimação de estados em sistemas de potência. O primeiro deles relaciona-se à modelagem da rede elétrica, que subsidia todo desenvolvimento desta dissertação. Em seguida apresentam-se revisões da literatura referentes à Estimação de Estados e à Coestimação Linear de Estados e Topologia, essenciais ao desenvolvimento desta dissertação, uma vez que estabelecem os principais fundamentos para a formulação e solução do problema em estudo neste trabalho.

### 1.2.1 Modelagem da Rede Elétrica

Existem diferentes aplicações em estudos de sistemas elétricos de potência referentes aos principais fundamentos para a modelagem da rede no nível de seção de barra. Dentre estes destacam-se três:

O primeiro é um estudo pioneiro, no qual uma abordagem para a modelagem de chaves e disjuntores proposta inicialmente para estimação de estados em [3], do início da década de 90, foi introduzida na formulação do fluxo de potência em [4]. Esta formulação inclui a representação dos ramos chaveáveis, considerando os fluxos de potência ativa e reativa nesses ramos como variáveis de estado juntamente com as magnitudes e ângulos das tensões nodais do sistema considerado. As relações lineares referentes aos dispositivos chaveáveis são inseridas no conjunto de equações do fluxo de potência, partindo do pressuposto de que se um dispositivo chaveável estiver fechado, a diferença angular e a queda de tensão entre seus terminais são nulas. Por outro lado, se um dispositivo chaveável estiver aberto, os fluxos de potência ativa e reativa através dele são nulos. Esta formulação do fluxo de potência foi aplicada considerando modelos linear e não-linear da rede elétrica.

Adicionalmente em [5] é aprofundada a representação de ramos chaveáveis em estudos de fluxo de potência utilizando o Método de

Newton. No estudo em questão, verifica-se que a presença de chaves e disjuntores com status aberto pode gerar o aparecimento de ilhas elétricas isoladas. No entanto, tal situação pode ser contornada através da definição de barras de referência para cada ilha isolada. A metodologia exposta em [5] explora o fato de que as equações que representam o status dos dispositivos chaveáveis são lineares, o que facilita a convergência ao problema.

Outra abordagem de igual importância às anteriores é referente a estudos aplicados ao Fluxo de Potência Ótimo (FPO) [6] e [7], capaz de processar redes modeladas no nível de subestação. Em tal estudo avaliam-se parâmetros referentes a equipamentos internos às subestações, através da distribuição dos fluxos de potência nos mesmos. Nesse caso toda a formulação do fluxo de potência ótimo é baseada no Método Primal Dual de Pontos Interiores (MPDPI). A principal contribuição do trabalho é a constituição de uma ferramenta de FPO, aplicada ao despacho econômico, capaz de modelar dispositivos chaveáveis. Uma das aplicações possíveis deste estudo de FPO está relacionada à avaliação de manobras em subestações, em situações de emergência, durante a operação em tempo real.

A subárea na qual se encontra a maior quantidade de artigos dedicados à modelagem da rede no nível de seção de barra da rede elétrica é a estimação de estados, conforme discutido sendo na Seção 1.2.2 seguinte.

### 1.2.2 Estimação de Estados

No final da década de 60 do século passado os primeiros trabalhos envolvendo a estimação de estados em sistemas elétricos de potência foram introduzidos por Schweppe, Wildes e Rom nos artigos [8], [9], e [10]. Em tais trabalhos apresentam-se a natureza geral do problema estatístico, a modelagem matemática, as técnicas iterativas iniciais e conceitos relacionados à detecção e identificação de medidas com erros grosseiros. Em [11], apresenta-se uma formulação de mínimos quadrados para obtenção das variáveis de estados. Para tanto, considera-se um modelo de medição no qual os erros são independentes e modelados como variáveis aleatórias de média zero e variância conhecida. Propõe-se a aplicação dos Mínimos Quadrados Ponderados (MQP), que se tornou a ferramenta mais utilizada para a estimação de estados em sistemas elétricos de potência.

Alternativamente à formulação pelo critério dos Mínimos Qua-



drados Ponderados (MQP), foi também proposta a utilização de estimadores não-quadráticos, que tem por objetivo reduzir o peso relativo das medidas com resíduos muito elevados [12] incorporando ao estimador a capacidade de maior rejeição de medidas com erros grosseiros. Contudo, entre as formulações alternativas, a baseada em Mínimos Valores Absolutos Ponderados (MVAP) foi predominantemente a mais aceita [13], [14]. As principais vantagens que levaram a utilização de estimadores MVAP são: a) solucionar o problema de estimação por meio do emprego de técnicas de programação linear e, mais recentemente, métodos numéricos de otimização baseados em pontos interiores; e b) a propriedade interpoladora altamente seletiva, que teoricamente rejeitaria automaticamente as medidas espúrias, tornando assim dispensável as etapas de pós-processamento para a detecção e identificação de erros grosseiros.

O artigo proposto por [15] apresenta um método de análise de medidas e indicações de status de dispositivos chaveáveis de uma determinada subestação antes do envio para os centros de controle. A técnica proposta consiste na solução de um problema linear que fornece a melhor estimativa de fluxo de potência em cada ramo do modelo e rejeita medidas e indicações de dispositivos chaveáveis que contenham erros grosseiros. A cada medida de fluxo de potência, é atribuída uma variável de erro, e caso essa variável erro seja diferente de zero, então é executada a análise do percentual do valor do erro em relação ao valor da medida. Se este percentual é pequeno, a medida é considerada na base de dados como uma medida grosseira. Caso contrário, se o percentual do valor erro é significativo em relação ao valor medido, a medida é considerada como dado incoerente e é retirada da base de dados. Antes do envio aos centros de controle, é realizada ainda uma pré-filtragem e concentração de dados. Deste modo o tempo de processamento e os requisitos de armazenamento podem ser aplicados em computadores comuns, geralmente presentes em subestações.

Uma abordagem relativa ao processamento de erros na topologia da rede foi inicialmente estudada por [16]. Neste estudo, é proposto um método estatístico que considera testes de hipóteses para a identificação de erros no modelo barra-ramo. Estudos posteriores [17] e [18] apresentaram propostas relativas à determinação de condições de detectabilidade e identificabilidade de erros de topologia. Segundo [17] a detecção de erros de topologia em ramos críticos não é possível mediante análise dos resíduos de medição.

Em [3], apresenta-se a técnica para modelar os ramos de uma subestação que contemplam dispositivos chaveáveis (chaves secciona-

doras e disjuntores), conhecidos como ramos de impedância nula. Na modelagem tradicional, ou barra ramo, cada subestação, representa através de uma única barra, um arranjo de ramos chaveáveis. Em tal formulação os ramos chaveáveis fechados são representados por meio da inclusão de uma impedância suficientemente pequena, enquanto que os ramos abertos são representados por impedâncias com valores suficientemente altos. Isto inviabiliza a aquisição direta de informações através dos ramos de impedância nula, devido a dificuldades computacionais da representação direta destas impedâncias no modelo da rede. A técnica proposta por [3], elimina tais dificuldades através de duas modificações, sem qualquer aproximação, nas equações padrões de estimação de estado. A primeira modificação consiste em considerar os fluxos de potência ativa e reativa nos ramos chaveáveis como variáveis de estado, garantindo desta forma que as impedâncias destes ramos não apareçam na formulação do problema. A segunda modificação consiste em considerar como restrições de igualdade as equações relativas aos *status* das chaves e disjuntores.

A análise do impacto da representação exata de ramos chaveáveis em estudos de observabilidade numérica e identificação de dados incorretos em sistemas elétricos de potência é apresentada em [19]. Tal análise buscava solucionar problemas envolvendo sistemas de potência com um grande número de ramos chaveáveis, o que poderia resultar no aparecimento de ilhas elétricas, dificultando a convergência para a solução. Para cada ilha elétrica observada, o algoritmo atribui um ângulo de referência diferente, considerando todas as medidas como valor zero, e sinaliza os ramos não observáveis como ramos cujos fluxos são diferentes de zero, o que é consequência do fato de que esses ramos conectam barras de fronteira de ilhas vizinhas.

O trabalho apresentado em [20] busca demonstrar que o problema de estimação de estados, considerando o status dos dispositivos chaveáveis (inclusive o status indefinido), pode ser analisado através de uma composição de modelagens. Em um primeiro momento o estimador de estados é executado considerando a modelagem convencional barra-ramo, e caso algum dado incoerente seja sinalizado, a parte da rede que contém o referido dado é modelada no nível de subestação, com o objetivo de analisar a incoerência. Nesse processo, o restante do sistema é mantido na representação original. Já em um segundo momento, no qual se considera a modelagem no nível de subestação, ocorre o processamento de dados lógicos (status dos dispositivos chaveáveis) através do processador de topologia e na modelagem barra-ramo são processados os dados analógicos (fluxos de potência, injeções de

potência e magnitudes das tensões) através do estimador de estados convencional.

Em [21] propõe um algoritmo de chaveamento corretivo, com o objetivo de identificar possibilidades de chaveamento de dispositivos (chaves e disjuntores) de subestações, que eliminam ou reduzem sistemas sobrecarregados. A técnica do algoritmo tem sido utilizada com sucesso pela *Pacific Gas and Electric Company*, da Califórnia, desde 1994 e consiste em dois passos. No primeiro passo, buscam-se através do modelo linear do fluxo de potência as melhores possibilidades de chaveamento para alívio de carga, através de uma lista de prioridades especificada pelo usuário. Posteriormente, os chaveamentos escolhidos pelo modelo linear são verificados pelo modelo não-linear e a tomada de decisão do melhor cenário de chaveamento é realizada, proporcionando ao sistema elétrico em análise, um carregamento adequado.

A Estimação de Estados Generalizada (EEG) foi introduzida em [22], com intuito de melhorar o processo de obtenção de informações dos sistemas elétricos de potência. Este estudo teve como principal contribuição a inclusão da topologia de rede e dos parâmetros das linhas de transmissão nos processos de estimação de estados e análise de dados contaminados por erros. Na formulação apresentada, os fluxos de potência através das impedâncias série e em derivação de elementos suspeitos de conterem erros em parâmetros são considerados variáveis de estado, juntamente com as tensões nodais complexas e os fluxos de potência em ramos chaveáveis. Desta forma, deixa-se de representar seus parâmetros (impedâncias série e *shunt*) no processo de estimação, evitando possíveis problemas numéricos na busca da solução do problema. Quanto à topologia de rede, a análise consiste em delimitar regiões, na rede elétrica considerada, denominadas "zonas de anomalia", nas quais são marcadas as medidas e os status de dispositivos chaveáveis errôneos. Após delimitar as referidas regiões, as áreas suspeitas de conter informações incoerentes são modeladas no nível de subestação, sendo assim possível analisar melhor as informações referentes aos dispositivos chaveáveis.

O artigo apresentado em [23] propõe uma formulação alternativa à EEG, na qual os *status* de chaves e disjuntores, bem como injeções nulas em nós das subestações, são ambos tratados sob a forma de restrições de igualdade ao problema de estimação de estados. As primeiras são chamadas restrições operacionais, enquanto que as injeções nulas compõem o conjunto das restrições estruturais. Esta abordagem tem sido referida como Estimção de Estados no nível de seção de barra (EENSB). A EENSB também estende a metodologia tradicional

de processamento de erros com base na análise dos multiplicadores de Lagrange associados às restrições do problema. Assim, os multiplicadores de Lagrange normalizados associados às restrições operacionais são utilizados para a detecção e identificação de erros de topologia. Uma abordagem mais recente do tema é apresentada em [24], no qual a análise de topologia de todo o sistema é realizada em uma etapa de pré-processamento. Neste estudo, é utilizado o modelo linear da rede e uma técnica de programação inteira-mista.

Um algoritmo para identificação de erros de topologia, baseado em multiplicadores de Lagrange normalizados e no teorema de Bayes é proposto em [25]. O algoritmo referido é capaz de processar redes modeladas no nível de subestação, através da representação explícita de ramos de impedância nula. A metodologia consiste de testes de hipóteses, tal que um conjunto de dispositivos chaveáveis é examinado pela magnitude dos multiplicadores de Lagrange normalizados e dividido em dois subconjuntos. O primeiro subconjunto agrega as situações suspeitas e o segundo é composto por situações consideradas verdadeiras. Adicionalmente, uma abordagem alternativa é proposta em [26] aplica o processamento de erros de topologia via multiplicadores de Lagrange normalizados em dois estágios. No primeiro estágio, os procedimentos convencionais relacionados à modelagem barra-ramo são realizados. Caso um erro seja detectado, a área que contém este erro passa para o segundo estágio, de maneira que seja detalhada mediante modelagem no nível de subestação. Durante o segundo estágio, a EEG é formulada como um problema de otimização no qual os *status* dos dispositivos chaveáveis são incluídos como restrições operacionais.

Em [27] é introduzido o conceito de estimação da topologia, que faz uso da EEG, das estratégias de determinação de uma zona de anomalia e da modelagem desta no nível de seção de barra. Propõe-se então um estimador de topologia tal que a solução é obtida mediante a união de um estimador MQP com técnicas combinatórias para a determinação do posicionamento das chaves e disjuntores. Os resultados do estimador proposto visava subsidiar aplicações de mercados de energia, assim como fornecer dados de topologia confiáveis para estimadores de estados convencionais. No entanto, na metodologia proposta os *status* dos disjuntores não são estimados diretamente, como é feito nesta dissertação.

### 1.2.3 Coestimação Linear de Estados e Topologia

Em 2010, [28] apresenta uma abordagem inédita a respeito da estimação conjunta de estados e topologia em sistemas elétricos de potência. Denominada Coestimação de Estados e Topologia (CET), o método consiste na proposição de uma função multi-objetivo em que o termo correspondente aos resíduos das medidas analógicas é processado pelo método dos Mínimos Quadrados Ponderados (MQP) e o termo correspondente às restrições operacionais é tratado pelo critério dos Mínimos Valores Absolutos Ponderados (MVAP). Desta maneira esta formulação aproveita a propriedade de rejeição de erros dos estimadores MVAP para a detecção e identificação de erros de topologia, conforme proposta apresentada em [29]. Sua principal vantagem consiste no fato de que a topologia é estimada diretamente, através do problema de otimização que é solucionado por meio do Método Primal Dual de Pontos Interiores (MPDPI), obtendo-se a melhor configuração que representa o sistema, com base nas medidas disponíveis. O método proposto foi desenvolvido e testado para o modelo linear da rede elétrica. Os resultados preliminares obtidos com o método da Coestimação de Estados e Topologia apresentados em [30] e [31] apontam que o método é promissor quanto à estimação conjunta de estados e topologia.

Esta dissertação se propõe a estender o Método de Coestimação de Estados e Topologia visando sua utilização com base em um modelo não-linear para a rede elétrica, ou seja, considerando o modelo completo do sistema de potência.

### 1.3 Objetivo e Contribuição da Dissertação

O objetivo desta dissertação de mestrado é estender os resultados obtidos em estudos anteriores [30] e [31], os quais utilizam um modelo linear para a rede elétrica. Ou seja, propõe-se desenvolver um método de coestimação de estados e topologia considerando o modelo não-linear para a rede.

Para tanto, as etapas do desenvolvimento do trabalho são:

- Revisão bibliográfica, onde é abordado o levantamento do estado da arte das metodologias de estimação de estado convencionais existentes, bem como a investigação da técnica proposta em [30] e [31] para solução conjunta da estimação de estados e topologia do sistema;

- Formulação do problema, levando em conta o modelo completo para a rede elétrica e a representação explícita de ramos com dispositivos chaveáveis;
- Implementação computacional, simulação e análise dos resultados, onde são realizados testes e validação de resultados obtidos pelo coestimador de estados e topologia em relação aos valores obtidos do fluxo de potência estendido para o nível de seção de barra, proposto em [4];

O coestimador de estados e topologia foi originalmente desenvolvido e implementado para o modelo linear de medição. Ficou comprovado que ele é capaz de fornecer a topologia que melhor representa a rede elétrica, de acordo com as medidas analógicas disponíveis no sistema. Contudo, como é bem conhecido, o modelo linear de medição apresenta algumas deficiências, por não possuir a capacidade de representar a parte reativa do sistema elétrico. Com isso, elementos como reatores, capacitores e dispositivos *shunts* não podem ser representados. Assim, a principal contribuição desta dissertação é a representação completa do sistema elétrico de potência permitindo desta maneira a coestimação de todos estados da rede elétrica (tensões complexas em todas as barras do sistema e fluxos de potência ativa e reativa em todos os ramos chaveáveis - disjuntores e chaves seccionadoras).

## 1.4 Organização da Dissertação

A dissertação está estruturada em seis capítulos, dos quais este é dedicado à apresentação do conteúdo introdutório relevante ao entendimento do tema abordado.

O Capítulo 2 apresenta a fundamentação teórica relativa à estimação não-linear de estados em sistemas de potência. Neste capítulo apresentam-se a formulação matemática, o problema da estimação de estados e os métodos mais usuais de solução empregados pelos algoritmos nos Centros de Operação e Controle.

No Capítulo 3 apresenta-se uma abordagem alternativa à estimação de estados convencional. A referida abordagem é denominada Estimação de Estados Generalizada, pois é capaz de levar em conta a modelagem da topologia da rede mediante restrições operacionais e estruturais. Sua formulação e solução pelo método de Hachtel são apresentadas.

No Capítulo 4 aborda-se em profundidade o objetivo proposto

nesta dissertação, que é a Coestimação Não-Linear de Estados e Topologia (CNET). Todo o desenvolvimento, desde sua formulação matemática até a aplicação a um sistema-teste de pequena dimensão, são descritos ao longo desse Capítulo.

O Capítulo 5 apresenta os resultados obtidos da aplicação da ferramenta proposta a três sistemas-teste, para validação do método CNET proposto.

Por fim, no Capítulo 6 são sintetizados os comentários e conclusões finais desta Dissertação, assim como as sugestões para trabalhos futuros.





## 2 ESTIMAÇÃO NÃO LINEAR DE ESTADOS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA

### 2.1 Introdução

Os centros de controle em tempo real são responsáveis por supervisionar e operar o sistema elétrico de potência com a finalidade de garantir o atendimento da demanda de energia elétrica. Dentre os diversos aplicativos necessários para cumprir este objetivo, as ferramentas de análise do sistema elétrico tornam-se fundamentais para garantir a segurança da operação, sobretudo em situações operativas adversas.

Por sua vez, as ferramentas de análise necessitam que as medições das grandezas elétricas realizadas em todo sistema sejam tratadas de maneira a representar com fidelidade os estados da rede elétrica. Esta responsabilidade é função da estimação de estados. O propósito do presente capítulo é abordar as bases conceituais do processo de estimação de estados em sistemas de potência.

A Seção 2.2 trata de descrever o problema da estimação de estados, dentro do contexto de um centro de operação, apresentando a formulação do modelo de medição não-linear e os métodos clássicos de modelagem da função-objetivo. A Seção 2.3 aborda a formulação matemática para a solução do problema de estimação de estados, mediante o uso de métodos convencionais. Na Seção 2.4 as conclusões sobre o capítulo são sumarizadas.

### 2.2 O Problema da Estimação de Estados

A Estimação de Estados em Sistemas de Potência (EESP) é feita por um conjunto de programas computacionais, aplicados à monitoração da rede elétrica, que permitem o processamento de diversos tipos de medidas, considerando a existência de ruídos inerentes às mesmas. Convencionalmente, o processo da estimação de estados consiste no cálculo de estimativas para os estados a partir do conhecimento da estrutura, dos dados do sistema e das medidas tomadas sobre o mesmo. Para isso, o modelo da rede em tempo real é convencionalmente decomposto em duas etapas: o processamento dos dados analógicos; e o processamento dos dados lógicos (posição aberto/fechado de chaves e disjuntores) [32].

A principal função da EESP é fornecer uma base de dados em

tempo real, confiável, a partir de medidas redundantes e corrompidas por ruídos de várias espécies. O estimador processa essas medidas de forma a estimar valores para os estados, que em sistemas de potência são basicamente, as magnitudes e ângulos das tensões. Ocasionalmente, como ocorre na ferramenta de estimação em estudo nesta dissertação, outras variáveis podem ser adicionadas como estados do sistema. Como exemplo disso tem-se os fluxos de potência ativa e reativa nos ramos chaveáveis de subestações. A partir dos estados é possível determinar outras variáveis de interesse, necessárias à análise e monitoração da segurança do sistema.

A análise dos resultados da EESP permite detectar a presença de erros grosseiros, identificar sua localização e determinar quantidades não monitoradas, desde que haja redundância das quantidades medidas. De acordo com [33], as aplicações de maior relevância a partir dos resultados fornecidos pelo estimador de estados são:

- **Monitoração da segurança:** tem por objetivo analisar o estado corrente de operação do sistema e verificar se opera em *estado normal, de emergência ou restaurativo*;
- **Análise de segurança:** avalia os efeitos de eventuais contingências no sistema;
- **Previsão de carga:** estima a demanda futura das barras do sistema.

Associados à EESP estão os seguintes subproblemas: *Análise de observabilidade*, que verifica se o número e a localização das medidas permitem a determinação do estado do sistema; *Deteção e identificação de erros grosseiros*, que verifica a existência de erros de grande magnitude e determinam quais são as medidas portadoras destes erros; *Recuperação de medidas portadoras de erros grosseiros*, que consiste no tratamento de medidas espúrias.

Dois outros problemas ligados à modelagem em tempo real de sistemas de potência são de particular interesse a EESP:

- **Pré-filtragem:** consiste num pré-processamento em que as medidas são submetidas a uma seleção, tal que aquelas mais claramente portadoras de erros grosseiros são descartadas;
- **Configuração da rede elétrica:** é responsável pelo processamento dos dados lógicos (posição/*status* de chaves e disjuntores), de modo que seu objetivo é determinar o modelo da topologia atual da rede.

O fluxograma com as funções acima descritas está apresentado na Figura 2.1.

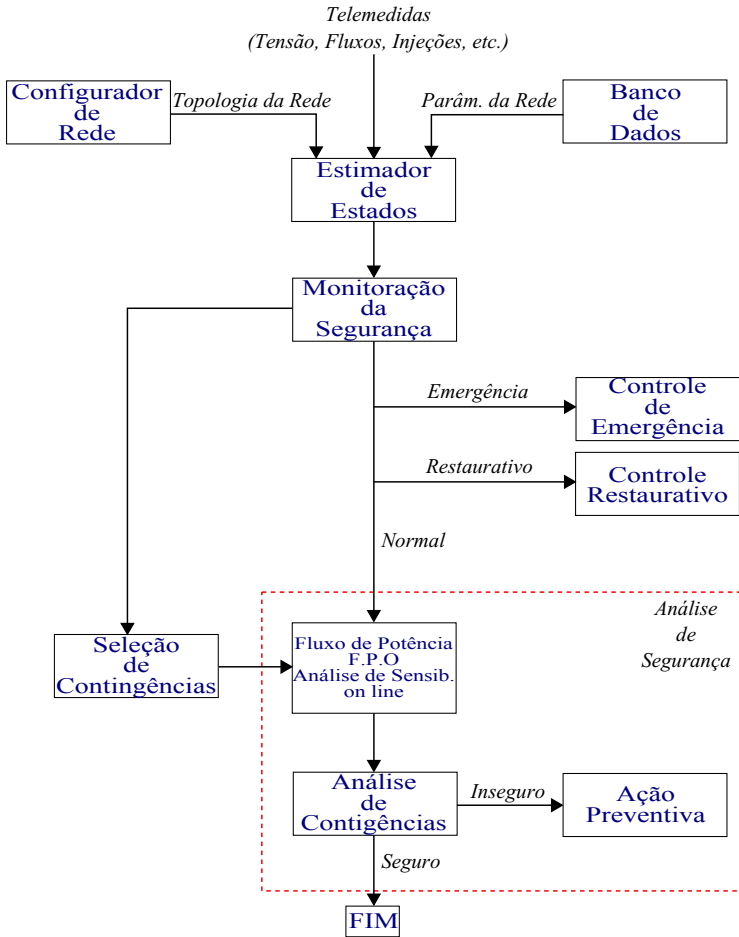


Figura 2.1 – Aplicativos básicos da operação em tempo real

Analicamente o problema da estimação de estados é formulado baseado na minimização da soma ponderada do quadrado dos resíduos. Os estimadores que utilizam esta formulação são conhecidos como estimadores do tipo Mínimos Quadrados Ponderados (MQP), descrito na Seção 2.2.3. A literatura descreve uma abordagem também utilizada [34] baseada na minimização da soma dos valores absolutos dos resí-

duos. Estimadores que se valem desta segunda técnica são do tipo Mínimos Valores Absolutos Ponderados (MVAP), descrito na Seção 2.2.4.

### 2.2.1 Modelo de Medição Não Linear

Para um sistema de potência constituído por  $N$  barras, no qual consideram-se  $m$  quantidades medidas e a topologia e parâmetros da rede elétrica conhecidos, tem-se o seguinte modelo de medição não-linear:

$$z = h(x) + \varepsilon \quad (2.1)$$

onde,  $z$  é o vetor ( $m \times 1$ ) das quantidades medidas<sup>1</sup>,  $x$  é um vetor de dimensão ( $n \times 1$ ), sendo  $n = 2N - 1$ , que contém os estados verdadeiros,  $h(\cdot)$  é um vetor ( $m \times 1$ ) formado por funções não-lineares que relacionam os estados aos valores medidos, resultantes da aplicação das Leis de Kirchhoff e Ohm. O vetor  $\varepsilon$  de dimensão ( $m \times 1$ ) modela os erros aleatórios de medição. Os estados  $x$  convencionalmente são dados pelas tensões e ângulos nas barras, sendo que o ângulo da barra de referência é conhecido.

Os valores reais das variáveis de estado do sistema, e consequentemente as quantidade medidas, são desconhecidos. Para poder estimar tais valores, deve-se fazer algumas suposições sobre o modelo de medição e utilizar a relação entre as quantidades medidas e os estados.

Sabe-se que os erros de medição são aleatórios. Desta forma, supõe-se que apresentam distribuição normal com média zero e matriz de covariância  $R$ . Supõe-se também que os erros de medição são independentes entre si, ou seja, são não-correlacionados, e portanto a matriz  $R$  é diagonal, isto é,  $R_{ij} = 0$  para  $i \neq j$  e  $R_{ii} = \sigma_i^2$ , onde  $\sigma_i^2$  é a variância da  $i$ -ésima medida.

Com essas suposições o modelo de medição da Equação (2.1) é re-escrito como:

$$\begin{aligned} z &= h(x) + \varepsilon \\ E(\varepsilon) &= 0 \quad E(\varepsilon\varepsilon^T) = R \end{aligned} \quad (2.2)$$

Um aspecto adicional, porém não menos importante, refere-se ao número e à localização das medidas na rede elétrica. Define-se então

---

<sup>1</sup>Magnitude de tensão nas barras, injeções de potência ativa e reativa, fluxos de potência ativa e reativa em ramos convencionais e chaveáveis, correntes na linha de transmissão, além de eventuais pseudomedidas provenientes de outras fontes, como resultados de estimações anteriores ou estudos de previsão de carga.

o grau de redundância global entre as medidas tomadas no sistema, denotado por:

$$\rho_r \triangleq \frac{m}{n} = \frac{m}{2N - 1} \quad (2.3)$$

Observa-se da Equação (2.3) que uma condição necessária (mas não suficiente) para estimar o estado do sistema é que:  $m \geq n$ , ou  $\rho_r \geq 1.0$ . Além de uma boa redundância ( $\rho_r \geq 1.5$ ), exige-se que as medidas sejam distribuídas adequadamente pela rede elétrica, pois isto favorece tanto a estimação como a detecção e a identificação de erros grosseiros.

### 2.2.2 Resíduos de Estimação

Os métodos de solução da estimação de estados visam basicamente minimizar a soma dos resíduos de estimação ponderados pelo inverso das variâncias, sendo este método dos mínimos quadrados ponderados (MQP) o mais amplamente utilizado. Assim, define-se o resíduo de estimação  $r$ , por:

$$r = z - h(\hat{x}) \quad (2.4)$$

onde  $r$  é um vetor de dimensão  $(m \times 1)$  e  $\hat{x}$  é o vetor de estados de dimensão  $(n \times 1)$ .

### 2.2.3 Mínimos Quadrados Ponderados - MQP

O método dos Mínimos Quadrados Ponderados (MQP), é uma técnica de otimização matemática que procura encontrar o melhor ajuste para um conjunto de dados mediante a minimização da soma dos quadrados das diferenças entre o valor estimado e os dados observados (ou seja, os resíduos).

Esta técnica, que é largamente utilizada nas mais diversas áreas do conhecimento<sup>2</sup>, foi inicialmente aplicada à estimação de estados em sistemas de potência em [8]. É formulada matematicamente como um problema de otimização, fazendo uso de uma função custo quadrática. Também podem ser utilizadas informações adicionais ao problema, como aquelas relativas às barras que possuem injeção de potência nula, sob a forma de restrições de igualdade.

---

<sup>2</sup>Engenharias, economias, administração, etc.

Portanto, o problema a ser resolvido, consiste na minimização da função quadrática (2.5):

$$J(\hat{x}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \frac{r_i^2}{R_{ii}} \quad (2.5)$$

sendo  $r_i$  definido como o resíduo da  $i$ -ésima medida. Nota-se pela Equação (2.5), que o objetivo é calcular o vetor  $\hat{x}$  que minimiza a soma dos quadrados dos resíduos de estimação. Matricialmente tem-se:

$$J(\hat{x}) = \frac{1}{2} r^T R^{-1} r \quad (2.6)$$

A utilização da matriz de ponderação  $R$  implica que as medições com menor variância, ou seja, com maior grau de confiabilidade, recebem maior peso do que aquelas que apresentam maior incerteza, e portanto têm maior influência no valor da função  $J(\hat{x})$  e na solução da estimação de estados.

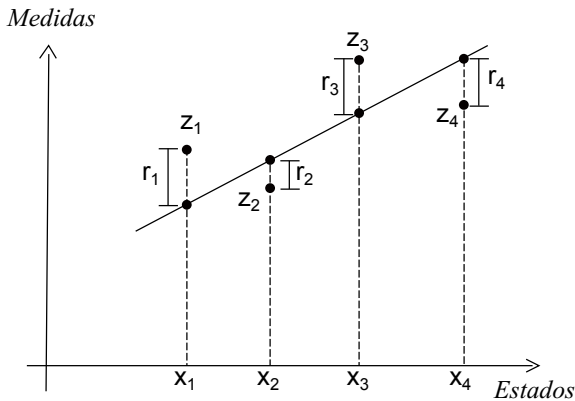


Figura 2.2 – Regressão Linear - Método MQP

A Figura 2.2 ilustra a aplicação do método MQP ao problema de regressão linear. Dispõe-se dos pontos  $(x_1, z_1)$ ,  $(x_2, z_2)$ ,  $(x_3, z_3)$ ,  $(x_4, z_4)$ , pelos quais se deve traçar uma reta. Devido à impossibilidade da reta passar simultaneamente por esses quatro pontos, formula-se um problema no qual a soma ponderada das diferenças entre os valores  $z_i$  medidos e os correspondentes pontos por onde a reta irá passar, denominadas resíduos e denotadas por  $r_1, r_2, r_3, r_4$ , seja minimizada [35].

## 2.2.4 Mínimos Valores Absolutos Ponderados - MVAP

O método dos Mínimos Valores Absolutos Ponderados (MVAP) surge como uma abordagem alternativa para a soluo do problema de EESP. Este método consiste na formulao do problema considerando a norma  $l_1$ <sup>3</sup> [14], ou seja, a minimizao da soma dos valores absolutos dos rsduos de estimaco.

A soluo de problemas MVAP envolvendo técnicas usuais de programaco linear é apresentada em [13]. Os estimadores MVAP apresentam boas características de rejeio de erros grosseiros [37], o que os torna uma alternativa viável  formulao dos MQP na soluo de EESP. Após uma pequena mudana de variáveis, este problema pode ser transformado em um problema de programaco linear com restrioes conforme [38],[39] e [40]. A principal dificuldade do método MVAP deve-se  sua sensibilidade aos chamados “pontos de alavancamento”, conforme discutido na referência [41].

O problema de otimizao MVAP restrito pode ser expresso como [38]:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & w^T |r| \\ \text{sujeito a} \quad & r = z - h(\hat{x}) \end{aligned} \tag{2.7}$$

onde  $w$  é um vetor de dimenso  $(m \times 1)$  dos pesos associados ao valores medidos.

Com intuito de evitar problemas advindos da descontinuidade das derivadas dos módulos  $r_i$ , utiliza-se um artifício matemático baseado na definio da funo módulo [42]:

$$|r| = \begin{cases} r, & r \geq 0 \\ -r, & r < 0 \end{cases} \tag{2.8}$$

Este artifício consiste na introduo de duas variáveis não negativas,  $\eta$  e  $\rho$ , correspondentes às magnitudes das partes positiva e negativa de  $r$ , respectivamente. Portanto:

$$\begin{aligned} r &= \eta - \rho \\ \eta, \rho &\geq 0 \end{aligned} \tag{2.9}$$

Na soluo do problema para dado  $r_i$ , pode-se provar que uma das variáveis auxiliares,  $\eta_i$  ou  $\rho_i$ , será sempre igual a zero conforme

---

<sup>3</sup>A norma unitária, ou norma  $l_1$ , é definida para um dado vetor  $x$  da seguinte forma [36]:  $\|x\|_1 \triangleq \sum_{i=1}^n |x_i|$

discutido em [43] e [44]. Para preservar a não-negatividade de  $\eta$  e  $\rho$  o problema de otimização toma a seguinte forma [45]:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & e^T R^{-1} w \\ \text{sujeito a} \quad & -w \quad -r \quad +\eta \quad = 0 \\ & -w \quad +r \quad +\rho \quad = 0 \\ & r \quad -z \quad +h(\hat{x}) \quad = 0 \\ & \eta, \rho \quad \geq 0 \end{aligned} \quad (2.10)$$

onde  $e = [1, \dots, 1]^T$ ,  $R = \text{diag}(\sigma_1^{-1}, \dots, \sigma_m^{-1})$ ,  $-w \leq r \leq w$ , conforme apresentado detalhadamente em [34].

Vislumbrando a utilização do Método Primal-Dual de Pontos Interiores (MPDPI) e incorporando a função barreira logarítmica devido às restrições de desigualdade presentes em (2.10), a função Lagrangeana do problema é dada por:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = \quad & e^T R^{-1} w - \mu \sum_i^m (\ln \eta_i + \ln \rho_i) \\ & -\lambda^T (-w - r + \eta) - \pi^T (-w + r + \rho) - \gamma^T (r - z + h(\hat{x})) \end{aligned} \quad (2.11)$$

A última equação de restrição de igualdade em (2.10) define a variável residual  $r$ ;  $\eta$  e  $\rho$  são variáveis de folga não negativas adicionadas às restrições que surgem no re-arranjo do termo  $|z - h(\hat{x})|$ , conforme exposto em [43]. Aplicando-se as condições de otimalidade de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) ao problema (2.10), tem-se [34]:

$$\begin{aligned} D_\eta \cdot \nabla_\eta \mathcal{L} &= \mu e + D_\eta \lambda &= 0 \\ D_\rho \cdot \nabla_\rho \mathcal{L} &= \mu e + D_\rho \pi &= 0 \\ \nabla_\lambda \mathcal{L} &= w + r - \eta &= 0 \\ \nabla_\pi \mathcal{L} &= w - r - \rho &= 0 \\ \nabla_\gamma \mathcal{L} &= -r + z - h(\hat{x}) &= 0 \\ \nabla_w \mathcal{L} &= e + \lambda + \pi &= 0 \\ \nabla_r \mathcal{L} &= \lambda - \pi - \gamma &= 0 \\ \nabla_x \mathcal{L} &= H^T \gamma &= 0 \end{aligned} \quad (2.12)$$

onde  $H$  é a matriz Jacobiana de  $h(\hat{x})$  e as matrizes  $D_\eta$  e  $D_\rho$  são definidas como:

$$\begin{aligned} D_\eta &\triangleq \text{diag}(\eta) \\ D_\rho &\triangleq \text{diag}(\rho) \end{aligned} \quad (2.13)$$

Para simplificar o sistema de equações não-lineares (2.12), usa-se  $r = z - h(\hat{x})$  e soluciona-se para  $\eta$ ,  $\rho$  e  $\gamma$  a fim de obter  $\eta = w + z - h(\hat{x})$ ,



$\rho = w - z + h(\hat{x})$  e  $\gamma = \lambda - \pi$ . Substituindo em (2.12), o sistema reduzido para as variáveis  $w, x, \lambda$  e  $\pi$  é expresso por:

$$\begin{aligned} \mu e + \text{diag}(w_i + z_i - h_i(\hat{x}))\lambda &= 0 \\ \mu e + \text{diag}(w_i - z_i + h_i(\hat{x}))\pi &= 0 \\ e + \lambda + \pi &= 0 \\ H^T(\lambda - \pi) &= 0 \end{aligned} \quad (2.14)$$

Finalmente, o conjunto de equações não-lineares (2.14) é resolvido aplicando-se o método de Newton.

## 2.3 Métodos de Solução da Estimação de Estados

Existem diferentes métodos para a solução da estimação de estados em sistemas elétricos de potência. As principais diferenças entre eles, residem nos seguintes aspectos: a modelagem do problema de estimação, MQP ou MVAP, a forma que os dados são processados (“*batch*” e sequenciais)<sup>4</sup> e o algoritmo utilizado para resolver o problema que é o foco de estudo desta Seção.

### 2.3.1 Método da Equação Normal de Gauss

A estimação de estados, considerando o problema de otimização não-restrito, pode ser formulada como um problema de MQP expresso da seguinte forma:

$$\text{Min } J(\hat{x}) = [z - h(\hat{x})]R^{-1}[z - h(\hat{x})] \quad (2.15)$$

A condição de otimalidade aplicada à Equação (2.15) é expressa por:

$$\left. \frac{\partial J}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}} = -2 \cdot \sum_{i=1}^m \frac{r_i}{R_{ii}} \frac{\partial h_i}{\partial x} = 0 \quad (2.16)$$

ou na forma matricial

$$-2H^T R^{-1}r = 0 \quad (2.17)$$

sendo a matriz Jacobiana  $H$ , de dimensão  $(m \times n)$ , onde  $n$  é o número

---

<sup>4</sup> *Batch*, as medidas disponíveis são processadas simultaneamente, e nos sequenciais as medidas são processadas uma por vez.

de estados, dada por  $H = \frac{\partial \tilde{h}_{\hat{x}}}{\partial x}$ .

Existem diversos métodos numéricos que podem ser aplicados para solucionar um problema deste tipo porém, a natureza quadrática da função objetivo e ausência de restrições tornam este problema de otimização apropriado para a solução pelo método de Gauss-Newton. Deste modo, a solução Equação (2.15) utilizando o método de Newton e a aproximação de Gauss para a matriz Hessiana do problema de otimização não-linear é apresentada a seguir.

Neste caso, a função  $J(x)$  da Equação (2.15) é expandida em série de Taylor, em torno do ponto  $\hat{x}^k$  e ao longo da direção  $\Delta x$ , até o termo de segunda ordem; ou seja,

$$J(\hat{x}^k + \Delta x) = J(\hat{x}^k) + \left. \frac{\partial J(x)^T}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}^k} \Delta x + \frac{1}{2} \Delta x^T \left. \frac{\partial^2 J(x)}{\partial x^2} \right|_{x=\hat{x}^k} \Delta x \quad (2.18)$$

onde,  $\left. \frac{\partial J(x)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}^k}$  e  $\left. \frac{\partial^2 J(x)}{\partial x^2} \right|_{x=\hat{x}^k}$  são respectivamente, o vetor de primeiras derivadas (gradiente) e a matriz de segundas derivadas (Hessiana) de  $J(x)$  com relação a  $x$ , calculados no ponto que representa a estimativa corrente  $\hat{x}^k$ .

Assim, o mínimo da função  $J(\hat{x}^k + \Delta x)$  é obtido diferenciando-se a mesma em relação a  $\Delta x$  e igualando o resultado a zero, como segue:

$$\frac{\partial J}{\partial(\Delta x)} = \left. \frac{\partial J(x)^T}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}^k} + \left. \frac{\partial^2 J(x)^T}{\partial x^2} \right|_{x=\hat{x}^k} \Delta x = 0 \quad (2.19)$$

ou, alternativamente

$$\left. \frac{\partial^2 J(x)^T}{\partial x^2} \right|_{x=\hat{x}^k} \Delta x = - \left. \frac{\partial J(x)^T}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}^k} \quad (2.20)$$

O vetor gradiente  $\left. \frac{\partial J(x)^T}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}^k}$  é dado por

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial J(x)^T}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}^k} &= \left( \frac{\partial \{ [z-h(x)]^T R^{-1} [z-h(x)] \}}{\partial x} \right) \Big|_{x=\hat{x}^k} \\ &= -2 \left( \frac{\partial h(x)}{\partial x} \right)^T \Big|_{x=\hat{x}^k} R^{-1} [z-h(x)] \Big|_{x=\hat{x}^k} \end{aligned} \quad (2.21)$$

ou, simplificadamente

$$\left. \frac{\partial J(x)^T}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}^k} = -2H(\hat{x})^T R^{-1}r \quad (2.22)$$

Realizando o mesmo procedimento para o cálculo da matriz de segundas derivadas de  $J(x)$  obtém-se

$$\left. \frac{\partial^2 J(x)}{\partial x^2} \right|_{x=\hat{x}^k} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ -2 \left( \frac{\partial h(x)}{\partial x} \right)^T R^{-1} [z - h(x)] \right] \bigg|_{x=\hat{x}^k} \quad (2.23)$$

Considerando-se que as variações de  $H(x)$  são desprezíveis próximo a solução [46], isto é

$$H(x) = \frac{\partial h(x)}{\partial x} \approx \text{constante} \quad (2.24)$$

implica que

$$\left. \frac{\partial^2 J(x)}{\partial x^2} \right|_{x=\hat{x}^k} \approx -2H^T(\hat{x}^k)R^{-1}H(\hat{x}^k) \quad (2.25)$$

de modo que é possível re-escrever a Equação (2.20) como

$$H^T(\hat{x}^k)R^{-1}H(\hat{x}^k)\Delta x = H^T(\hat{x}^k)R^{-1}r \quad (2.26)$$

Define-se a matriz *Ganho ou de Informacão* como  $G = H^T R^{-1} H$ . Substituindo na Equação (2.26) obtém-se o sistema linear resultante, dado pela seguinte expressão:

$$G(\hat{x}^k)\Delta x = H^T(\hat{x}^k)R^{-1}r . \quad (2.27)$$

Atualiza-se o vetor de estados, a cada passo, conforme

$$\hat{x}^{k+1} = \hat{x}^k + \Delta x \quad (2.28)$$

O processo iterativo continua até que uma pequena tolerância pré-definida do passo  $\Delta x$  seja alcançada. Esta variante para a solução do problema de EESP pela abordagem de Gauss-Newton é chamada de método da Equação Normal e de acordo com [47] é utilizada na maioria das implementações práticas de estimadores de estado.

Computacionalmente, o método da Equação Normal, apresenta uma tendência a mau condicionamento numérico quando da resolução do sistema linear da Equação (2.27). Esta constatação é verificada analisando-se o número de condicionamento da matriz Ganho, que de

acordo com [33] é definido como:

$$\text{Cond}(H^T H) = (\text{Cond}(H))^2 \quad (2.29)$$

o que implica em que, se  $H$  não for bem condicionada,  $G$  será mal condicionada. A definição do número de condicionamento  $\text{Cond}(\cdot)$  é dada pela razão entre o maior valor singular e o menor valor singular de uma matriz [36]. Um sistema linear que apresenta valores altos do número de condicionamento é muito susceptível a erros de aproximação e arredondamento, como aqueles decorrentes do armazenamento da matriz de Ganho.

### 2.3.2 Método da Matriz Aumentada

O Método da Matriz Aumentada ou Tableau Esparso, surge como alternativa para melhorar a estabilidade numérica do processo de solução do problema de estimação de estados. Proposto inicialmente por [48], possui como vantagens a formulação e implementação simples, além de apresentar uma robustez numérica superior ao método da Equação Normal. Sua formulação parte da resolução do problema de otimização com restrições apresentado a seguir:

$$\text{Min} \quad J(r) = \frac{1}{2} r^T R^{-1} r \quad (2.30)$$

$$\text{sujeito a} \quad r = z - h(\hat{x})$$

A solução deste problema passa pela formação da função Lagrangeana, que é expressa por:

$$\mathcal{L}(r, \hat{x}, \lambda) = \frac{1}{2} r^T R^{-1} r + \lambda^T (z - h(\hat{x}) - r) \quad (2.31)$$

onde  $\lambda$  é um vetor de dimensão  $(m \times 1)$  dos multiplicadores de Lagrange associados aos resíduos de estimação. Aplicando-se as condições de otimalidade de primeira ordem é obtido o seguinte conjunto de equações não-lineares:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}(r, \hat{x}, \lambda)}{\partial r} &= R^{-1} r - \lambda = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}(r, \hat{x}, \lambda)}{\partial \hat{x}} &= -H^T(\hat{x}) \lambda = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}(r, \hat{x}, \lambda)}{\partial \lambda} &= z - h(\hat{x}) - r = 0 \end{aligned} \quad (2.32)$$

Para solucionar o sistema de equações não-lineares (2.32) aplica-se o método de Newton. Considerando a eliminação da variável  $r$  me-

diante substituição da primeira equação de (2.32) na terceira equação, o sistema linear a ser resolvido a cada iteração é dado por:

$$\begin{bmatrix} 0 & H^T(\hat{x}^k) \\ H(\hat{x}^k) & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ z - h(\hat{x}^k) \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

A atualização dos estados é feita da mesma forma que a apresentada no método da Equação Normal.

### 2.3.3 Método Sequencial Ortogonal

Embora as equações normais produzam uma implementação simples e direta do método de estimação de mínimos quadrados, estas podem levar à instabilidade numérica no caso de problemas de estimação mal-condicionados [49]. Para resolver esta deficiência, formulações alternativas foram desenvolvidas, baseadas nos métodos de fatorização QR. Usando transformações ortogonais, a matriz Jacobiana do modelo de medição pode ser transformada em uma matriz triangular superior, a partir da qual a solução de mínimos quadrados é obtida por uma simples substituição inversa. A principal finalidade de aplicar transformações ortogonais em matrizes e vetores no problema de mínimos quadrados é evitar a formação de matrizes do tipo  $H^T H$ , que são propensas a gerar os problemas de instabilidade numérica discutidos acima. As rotações de Givens constituem-se em um método para resolução de problemas de mínimos quadrados através de transformações ortogonais [50].

As rotações de Givens são utilizadas quando é fundamental anular elementos específicos (forma mais seletiva) de uma matriz. Neste processo, uma determinada matriz é triangularizada através de uma sequência de transformações ortogonais. A transformação completa pode ser dada por:

$$\begin{pmatrix} R \\ 0 \end{pmatrix} = (U_m \ U_{m-1} \ \cdots \ U_3 \ U_2) H = Q^T H \quad (2.34)$$

$$\begin{pmatrix} d \\ r \end{pmatrix} = (U_m \ U_{m-1} \ \cdots \ U_3 \ U_2) y = Q^T y$$

A transformação ortogonal de matrizes tem papel considerável no cálculo numérico de problemas de mínimos quadrados, pois mantém

a norma euclidiana de um vetor invariante e resolve o problema com robustez numérica superior ao método baseado na Equação Normal de Gauss [51]. A solução via rotação de Givens para o problema de estimação de estados em sistemas de potência foi inicialmente proposta por [33] e em estudo posterior por [52].

## 2.4 Conclusões

As ações de controle efetuadas nos Sistemas Elétricos de Potência (SEP) têm por objetivo garantir a segurança de operação do sistema, assim como cumprir as exigências de confiabilidade, qualidade e continuidade no fornecimento de energia elétrica. Este objetivo é fortemente vinculado às informações disponibilizadas em tempo real nos Centros de Operação e Controle do Sistema (COS). A composição de uma base de dados de tempo real confiável é a principal finalidade da Estimação de Estados (EE). Como é esclarecido neste capítulo, a função específica dos algoritmos de EE é determinar o valor das tensões complexas nas barras da rede elétrica por meio de medições efetuadas em todo o sistema de potência.

Este capítulo revê as principais abordagens para o problema de EE dentro do contexto dos COS. É dada particular ênfase à formulação do problema de EE via método dos MQP e MVAP. Mostra-se como este último pode ser solucionado pelo método Primal-Dual de Pontos Interiores, abordagem a ser adaptada no Capítulo 4 para atender os objetivos desta dissertação. Além disso, apresenta-se uma descrição detalhada dos métodos da Equação Normal e Matriz Aumentada. Finalmente, é apresentada uma visão geral dos métodos sequenciais ortogonais.

## 3 ESTIMAÇÃO DE ESTADOS GENERALIZADA

### 3.1 Introdução

Neste capítulo, o problema da estimação de estados é modificado para levar em conta a modelagem da topologia da rede, definida pela informação sobre o *status* de chaves e disjuntores das subestações. Deste modo, dois tipos de restrição são incluídos no problema de mínimos quadrados: as restrições operacionais e as restrições estruturais. A primeira se refere à modelagem dos disjuntores, por meio do conceito de *ramos de impedância nula*. A segunda diz respeito às características da configuração física da rede. Em adição a essas restrições, considera-se a inclusão de informações fornecidas *a priori*, tais como o conhecimento de alguns estados do sistema.

Na Seção 3.2 apresenta-se a modelagem dos ramos com impedância nula. Na Seção 3.3 aborda-se a Estimação de Estados Generalizada - EEG, formulada como um problema de otimização restrita. Na Seção 3.4, mostra-se a solução do problema via método do Tableau Esparsa. Descreve-se a inclusão de informações *a priori* na Seção 3.5. E, por fim, comentários finais e conclusões são sumarizados na Seção 3.6.

### 3.2 Modelagem de Ramos com Impedância Nula

As chaves seccionadoras e disjuntores, diferentemente dos ramos convencionais da rede elétrica, quando fechados apresentam impedância nula, e impedância infinita quando abertos. O uso do artifício de utilizar impedâncias muito pequenas e muito grandes para representar estas duas condições de *status* tendem a causar problemas numéricos ao processamento de dados do sistema, levando a inviabilidade da estimação de estados.

Para contornar este problema, uma proposta alternativa é encontrada em [3], [19] e [20]. Esta alternativa, consiste em representar os ramos chaveáveis como ramos de impedância nula no modelo matemático da rede. No entanto, é necessário inserir algumas alterações na formulação convencional da estimação de estados. Inicialmente, os fluxos de potência ativa e reativa nos ramos chaveáveis devem ser incluídos como novas variáveis de estado. Deste modo, tomando um ramo chaveável entre os nós  $i$  e  $j$  da rede, as medidas dos fluxos de potência ativa  $t_{ij}$  e reativa  $u_{ij}$  deste ramo devem ser incluídas no vetor de

variáveis de estado. Portanto, além dos ângulos das tensões nas barras e das magnitudes de tensão, o vetor de estados  $x$  passa a ser formado também pelos fluxos nos ramos chaveáveis.

Adicionalmente, informações do posicionamento das chaves e disjuntores devem ser consideradas na estimação de estados, pois sabe-se que quando um disjuntor estiver fechado, a diferença angular e a queda de tensão entre seus terminais são nulas. No entanto, se o disjuntor estiver aberto os fluxos de potência ativa e reativa são nulos. Além disso, a inclusão dos fluxos nos ramos chaveáveis como novas variáveis de estado, tem como consequência que as medidas de fluxo de potência em disjuntores são expressas em função destas novas variáveis, e não em função de tensões complexas nos nós elétricos do sistema. Assim, para um disjuntor ligado entre os terminais  $i$  e  $j$  da rede, os fluxos de potência ativa e reativa através deste, são dados por:

$$\begin{aligned} z_{t_{ij}} &= t_{ij} + \varepsilon_{t_{ij}} \\ z_{u_{ij}} &= u_{ij} + \varepsilon_{u_{ij}} \end{aligned} \quad (3.1)$$

onde:

$\varepsilon_{t_{ij}}$  e  $\varepsilon_{u_{ij}}$ : representam os erros aleatórios das medidas dos fluxos de potência ativa e reativa no disjuntor  $i - j$ , respectivamente.

As medidas de injeção de potência ativa e reativa que envolvem os disjuntores podem ser expressas pela soma dos fluxos de potência nos ramos incidentes à barra onde a injeção é medida. Nos ramos convencionais os fluxos são calculados de forma usual, como função das variáveis de estados nodais. Para os ramos que contém disjuntores, por outro lado, os fluxos são expressos em função das novas variáveis de estado,  $t_{ij}$  e  $u_{ij}$ . Desse modo, se as injeções de potência ativa e reativa da barra  $i$  são medidas, as medidas de injeção de potência ativa  $z_{p_i}$  e  $z_{q_i}$  reativa podem ser expressas por:

$$\begin{aligned} z_{p_i} &= \sum_{k \in \Omega_i} t_{ik}(\delta_i, \delta_k, V_i, V_k) + \sum_{l \in \Gamma_i} t_{il} + \varepsilon_{p_i} \\ z_{q_i} &= \sum_{k \in \Omega_i} u_{ik}(\delta_i, \delta_k, V_i, V_k) + \sum_{l \in \Gamma_i} u_{il} + \varepsilon_{q_i} \end{aligned} \quad (3.2)$$

onde:

- $t_{ik}$ : fluxo de potência ativa no ramo  $i - k$ ;
- $u_{ik}$ : fluxo de potência reativa no ramo  $i - k$ ;
- $t_{il}$ : fluxo de potência ativa no ramo chaveável  $i - l$ ;
- $u_{il}$ : fluxo de potência reativa no ramo chaveável  $i - l$ ;



- $\Omega_i$ : conjunto de ramos convencionais incidentes à barra  $i$ ;
- $\Gamma_i$ : conjunto de ramos chaveáveis incidentes à barra  $i$ ;
- $\varepsilon_{p_i}$ : erros aleatórios das medidas de potência ativa;
- $\varepsilon_{q_i}$ : erros aleatórios das medidas de potência reativa.

### 3.3 A EEG Como Um Problema de Otimização Restrito

De acordo como o proposto por [23], a Estimação de Estados no nível de seção de barra (EENSB) pode ser tratada como um problema de otimização restrita. O procedimento se dá pela inclusão no problema dos MQP da representação dos ramos de impedância nula e do conhecimento das barras de injeção nula, como restrições de igualdade, juntamente com as equações das medidas analógicas. A estratégia de inclusão dessas restrições é descrita a seguir.

#### 3.3.1 Restrições Operacionais

Seguindo o raciocínio apresentado na Seção 3.2, a modelagem das restrições operacionais no problema de EENSB busca representar a condição operativa presumida dos ramos chaveáveis, explorando as características elétricas do sistema. Assim, se um disjuntor conectado aos nós  $i$  e  $j$  da rede estiver fechado, sua representação é dada pelas seguintes restrições:

$$\begin{aligned} \delta_i - \delta_j &= 0 \\ V_i - V_j &= 0 \end{aligned} \quad (3.3)$$

ao passo que, se o disjuntor conectado aos nós  $i$  e  $j$  da rede estiver aberto, será representado pelas restrições seguintes:

$$\begin{aligned} t_{ij}(V, \delta) &= 0 \\ u_{ij}(V, \delta) &= 0 \end{aligned} \quad (3.4)$$

A formulação genérica das restrições operacionais, pode ser representada no problema de EESP, como um vetor de funções não-lineares  $h_o(\cdot)$ , dado por:

$$h_o(\hat{x}) = 0 \quad (3.5)$$

onde,  $h_o(\hat{x})$  possui dimensão  $(n_o \times 1)$  e  $n_o$  é o número de restrições operacionais do problema. O vetor  $\hat{x}$  contém tanto as variáveis nodais

convencionais quanto os fluxos de potência ativa e reativa através dos disjuntores.

### 3.3.2 Restrições Estruturais

A configuração física da rede define outras restrições, que são denominadas restrições estruturais, onde barras/ou nós de passagem com injeção de potência ativa e reativa nulas são representadas. Essas barras/seções de barra são encontradas, mais frequentemente, na modelagem no nível de seção de barras. Na formulação da EENSB, estas injeções de potência são modeladas como restrições de igualdade impostas ao problema de estimação. Para uma barra  $i$  qualquer, são dadas por:

$$\begin{aligned} P_i(V, \delta) &= 0 \\ Q_i(V, \delta) &= 0 \end{aligned} \quad (3.6)$$

onde  $P_i$  e  $Q_i$  são, respectivamente, as injeções de potência ativa e reativa, na barra  $i$ .

A definição de barra de referência angular em ilhas ou barras isoladas da rede representa também uma restrição estrutural do tipo  $\delta_i = 0$  (referência nula), que é incluída no problema de estimação da seguinte forma:

$$\delta_i = 0 \quad (3.7)$$

As restrições estruturais são coletivamente representadas, no problema de EESP, por:

$$h_s(\hat{x}) = 0 \quad (3.8)$$

onde  $h_s(\hat{x})$  tem dimensão  $(n_s \times 1)$  e  $n_s$  é o número de restrições estruturais do problema.

As telemidas analógicas provenientes do sistema de aquisição de dados são incluídas na formulação do problema de EEG a partir do modelo de medição apresentado na Seção 2.2.1, onde:

$$z_m = h_m(\hat{x}) + \varepsilon_m \quad (3.9)$$

De acordo com o descrito na Seção 3.2, o vetor de medidas  $z_m$  e o vetor de funções não-lineares  $h_m(\hat{x})$  são estendidos para que as equações de medidas de fluxo e injeção de potência em ramos chaveáveis possam ser incluídas.

### 3.4 Solução do Problema Pelo Método de Hachtel

Proposto inicialmente por [48], o Método de Hachtel ou Método do Tableau Esparsa, apresenta estabilidade numérica superior ao método de Gauss-Newton e tem formulação e implementação relativamente simples. De acordo com esta abordagem, o problema que minimiza a soma ponderada dos quadrados dos resíduos da estimação de estados torna-se um problema de otimização restrito se consideradas as restrições operacionais e estruturais [23] e pode ser descrito por:

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \quad & \frac{1}{2} r_m^T R_m^{-1} r_m \\
 \text{sujeito a} \quad & r_m = z_m - h_m(\hat{x}) \\
 & h_s(\hat{x}) = 0 \\
 & h_o(\hat{x}) = 0
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

onde:

$r_m$ : vetor  $n_m \times 1$  de resíduos das medidas;

$R_m$ : matriz  $n_m \times n_m$  diagonal de covariância dos erros de medição;

$\hat{x}$ : vetor  $n \times 1$  de estimativas dos estados;

$h_o(\cdot)$ : vetor restrições operacionais;

$h_s(\cdot)$ : vetor restrições estruturais.

A função Lagrangeana do problema (3.10), mediante atribuição de multiplicadores de Lagrange para as restrições, é dada por:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} r_m^T R_m^{-1} r_m - \lambda_m^T (r_m - z_m + h_m(\hat{x})) - \lambda_s^T h_s(\hat{x}) - \lambda_o^T h_o(\hat{x}) \tag{3.11}$$

Aplicando as condições de primeira ordem de Karush-Kuhn-Tucker, necessárias para obtenção da solução ótima, resulta o seguinte sistema de equações não-lineares (3.12):

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial r} &= R_m^{-1} r_m - \lambda_m = 0 \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \hat{x}} &= -H_m^T(\hat{x})\lambda_m - H_s^T(\hat{x})\lambda_s - H_o^T(\hat{x})\lambda_o = 0 \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_m} &= z_m - h_m(\hat{x}) - r_m = 0 \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_s} &= -h_s(\hat{x}) = 0 \\
\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_o} &= -h_o(\hat{x}) = 0
\end{aligned} \tag{3.12}$$

onde:

$$\begin{aligned}
H_m(\hat{x}) &= \frac{\partial h_m(\hat{x})}{\partial \hat{x}} \\
H_s(\hat{x}) &= \frac{\partial h_s(\hat{x})}{\partial \hat{x}} \\
H_o(\hat{x}) &= \frac{\partial h_o(\hat{x})}{\partial \hat{x}}
\end{aligned} \tag{3.13}$$

onde as matrizes Jacobianas acima têm dimensões  $n_m \times n$ ,  $n_s \times n$ ,  $n_o \times n$ , respectivamente, sendo que  $n_m$ ,  $n_s$  e  $n_o$  representam as quantidades de medidas, restrições estruturais e restrições operacionais, respectivamente.

Pela primeira equação do sistema não-linear (3.12), tem-se que:

$$r_m = R_m \lambda_m \tag{3.14}$$

Manipulando (3.14), na Equação (3.12) e linearizando-se o problema em relação a um dado vetor de estados  $\hat{x}$ , obtém-se:

$$\begin{aligned}
z_m - h_m(\hat{x}^k) - H_m(\hat{x}^k)\Delta\hat{x} - R_m \lambda_m &= 0 \\
h_s(\hat{x}^k) - H_s(\hat{x}^k)\Delta\hat{x} &= 0 \\
h_o(\hat{x}^k) - H_o(\hat{x}^k)\Delta\hat{x} &= 0 \\
H_m^T(\hat{x}^k)\lambda_m - H_s^T(\hat{x}^k)\lambda_s - H_o^T(\hat{x}^k)\lambda_o &= 0
\end{aligned} \tag{3.15}$$

A solução do sistema de equações não-lineares (3.15) pode ser obtida pela aplicação do método de Newton. Considerando a eliminação da variável  $r_m$  através da substituição da primeira Equação de (3.12) na terceira Equação, o sistema linear a ser resolvido a cada iteração é

dado por:

$$\begin{bmatrix} 0 & H^T \\ H & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \hat{x} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ r^{(k)} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

onde:

$$\begin{aligned} H &= \begin{bmatrix} H_m(\hat{x}^k) \\ H_s(\hat{x}^k) \\ H_o(\hat{x}^k) \end{bmatrix}; & R &= \begin{bmatrix} R_m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \lambda &= \begin{bmatrix} \lambda_m \\ \lambda_s \\ \lambda_o \end{bmatrix}; & r^{(k)} &= \begin{bmatrix} z_m - h_m(\hat{x}^k) \\ -h_s(\hat{x}^k) \\ -h_o(\hat{x}^k) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.17)$$

Pode-se observar que, além de  $\lambda_m$ , o vetor  $\lambda$  contém os multiplicadores de Lagrange  $\lambda_s$  e  $\lambda_o$  referentes às restrições estruturais e operacionais respectivamente, onde os valores destes multiplicadores determinam a sensibilidade da função objetivo com relação às restrições. As estimativas dos estados são atualizadas até a convergência por :

$$\hat{x}^{k+1} = \hat{x}^k + \Delta \hat{x} \quad (3.18)$$

De acordo com [53], o método da matriz aumentada é mais robusto que o método da equação normal, apresentando estabilidade numérica intermediária entre este e os métodos ortogonais.

### 3.5 Inclusão de Informações a Priori

As informações previamente disponíveis sobre as tensões complexas em todos os nós elétricos do sistema, e também sobre os fluxos de potência ativa e reativa nos ramos chaveáveis da rede, caracterizam as informações *a priori* na estimação de estados generalizada. Elas são modeladas como variáveis aleatórias, e através de suas variâncias pode-se representar a incerteza sobre seus valores [54].

Por exemplo, podem-se considerar valores, para um sistema estável em regime permanente, com intervalos de  $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$  para os ângulos e intervalos de  $[0, 90; 1, 10]$  para os módulos das tensões nas barras. Para os ramos chaveáveis pode-se definir os intervalos de fluxo de potência pelos limites de capacidade de transmissão de cada elemento chaveável

ou da linha de transmissão a eles conectada.

As variâncias, associadas às estimativas podem ser obtidas considerando que estas variáveis possuem densidade uniforme dentro de um determinado intervalo [55], cujos limites variam de acordo com a natureza de cada variável. Desta maneira, a função densidade das informações *a priori* pode ser expressa por [56]:

$$y = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{1}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 0, & x > b \end{cases} \quad (3.19)$$

Os valores médios das informações *a priori* são dados por:

$$\bar{x} = \frac{1}{2}(a + b) \quad (3.20)$$

A representação genérica para a variância, ou dispersão, é dada por [56]:

$$\sigma^2 = E\{x^2\} - [E\{x\}]^2 \quad (3.21)$$

onde  $E\{x\}$  é o valor esperado, ou expectância de  $x$ .

As variâncias das informações *a priori* podem ser obtidas, pela aplicação de (3.20) à distribuição uniforme, que fornece a seguinte expressão:

$$\sigma^2 = \frac{(b - a)^2}{12} \quad (3.22)$$

Conforme proposto por [57], e aplicado em [58] e [59] as informações *a priori* são modeladas acrescentando-se o seguinte termo à função objetivo:

$$\frac{1}{2}(\hat{x} - \bar{x})^T P^{-1}(\hat{x} - \bar{x})$$

onde:

$\hat{x}$ : vetor de estados verdadeiros, de dimensão  $n \times 1$ ;

$\bar{x}$ : vetor de estimativas *a priori* para os estados, de dimensão  $n \times 1$ ;

$P$ : matriz de covariância dos estados *a priori*, de dimensão  $n \times n$ , definida por:

$$P = E\{(\hat{x} - \bar{x})(\hat{x} - \bar{x})^T\} \quad (3.23)$$

A função objetivo da EENSB formulada como um problema de

otimização restrita com a inclusão das informações *a priori*, passa a ser descrita por (3.24):

$$J(x) = \frac{1}{2} r_m^T R_m^{-1} r_m^T + \frac{1}{2} (\hat{x} - \bar{x})^T P^{-1} (\hat{x} - \bar{x}) \quad (3.24)$$

Aplicando-se as condições de KKT à Equação (3.24), obtém-se na forma matricial (3.25), o seguinte conjunto de equações [54]:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} -P^{-1} & H_m^T(x^k) & H_s^T(x^k) & H_o^T(x^k) \\ H_m(x^k) & R_m & 0 & 0 \\ H_s(x^k) & 0 & 0 & 0 \\ H_o(x^k) & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \lambda_m \\ \lambda_s \\ \lambda_o \end{bmatrix} \\ & = \begin{bmatrix} P^{-1}(\hat{x} - \bar{x}^k) \\ z_m - h_m(x^k) \\ -h_s(x^k) \\ -h_o(x^k) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.25)$$

A inclusão de informações *a priori* no problema de estimação de estados permite que se tenha um melhor condicionamento numérico do sistema de equações, devido ao fortalecimento da diagonal da matriz de coeficientes, do método de Tableau Esparsa. Tal afirmação pode ser verificada pela comparação entre as matrizes de coeficientes obtidas antes e depois da inclusão das informações *a priori*. Outra vantagem é a definição automática barras de referência em casos onde ocorre ilhamento, pois existem informações no problema sobre os ângulos de todas as barras do sistema.

### 3.6 Conclusões

Este Capítulo apresenta a conceituação básica envolvida nos estudos de estimação de estados, com especial atenção à estimação de estados no nível de seção de barra (EENSBS) e sua formulação como um problema de otimização restrita, no qual é descrita a técnica de inclusão das restrições operacionais e estruturais como restrições de igualdade ao problema de otimização. O capítulo também apresenta a formulação da EENSBS com a inserção de informações *a priori*, assim como as vantagens decorrentes do uso destas no processo de solução da estimação de estados.





## 4 COESTIMADOR NÃO LINEAR DE ESTADOS E TOPOLOGIA

### 4.1 Introdução

O objetivo do presente capítulo é apresentar o desenvolvimento matemático do problema da Coestimação Não-Linear de Estados e Topologia (CNET). A estimação direta da topologia, por meio da EEG como um problema multi-objetivo, foi proposta inicialmente em [29]. No trabalho apresentado em [28] esta proposta foi desenvolvida com vistas para a identificação e correção de erros de topologia, utilizando um modelo linear para a rede elétrica. No presente trabalho, a metodologia proposta por [29] é estendida para considerar a modelagem não-linear da rede elétrica e privilegia o processo de coestimação de estados e topologia propriamente dito.

Apresenta-se na Seção 4.2 a formulação matemática do problema de CNET. Na Seção 4.3 são apresentados os procedimentos para a resolução da CNET, utilizando o MPDPI desenvolvido especificamente para este problema. A Seção 4.4, descreve o método para estimar a topologia. Na Seção 4.5, apresenta-se a resolução passo a passo do método CNET, para um sistema-teste de dimensão reduzida. Por fim, na Seção 4.6, são mostrados os comentários e as conclusões a respeito do método proposto.

### 4.2 Formulação Matemática Não Linear do Problema

O propósito fundamental da CNET é solucionar simultaneamente dois problemas bem conhecidos na área de análise de segurança em sistemas de potência: a estimação dos estados e a determinação da topologia do sistema. Assim a função objetivo deve combinar dois problemas de otimização; um para determinar o mínimo desvio das medidas estimadas em relação as medidas efetuadas na rede e outro para determinar o cumprimento das restrições operacionais impostas pelos elementos chaveáveis da subestação. O resultado da combinação dos critérios anteriores, é um problema de otimização multi-objetivo, onde:

- A aplicação do critério dos Mínimos Quadrados Ponderados (MQP) modela os resíduos de estimação e estima os estados do sistema de potência;

- O critério dos Mínimos Valores Absolutos Ponderados (MVAP) trabalha sobre as restrições operacionais e é utilizado para estimação da topologia;

Conforme os aspectos discutidos anteriormente, a função multi-objetivo  $J(\cdot)$ , proposta para solucionar conjuntamente os dois subproblemas é dada por:

$$J(r, \hat{x}) = J_{mqp}(r) + J_{mvap}(\hat{x}) \quad (4.1)$$

Levando em consideração os objetivos da presente dissertação e tendo em vista a necessidade de se agregar o modelo completo do sistema para avaliar o método proposto, toda a formulação do problema considera o modelo não-linear para a rede elétrica. Assim, a Equação (4.1) pode ser devidamente re-escrita, como segue:

$$J(r, \hat{x}) = \frac{1}{2}r^T R_m^{-1}r + w_o^T |h_o(\hat{x})| \quad (4.2)$$

onde  $r = z - h_m(\hat{x})$  é denominado vetor dos resíduos de estimação;  $h_m(\hat{x})$  é o vetor das funções não-lineares que representam as medidas efetuadas pela rede elétrica;  $R_m$  é a matriz diagonal de covariância dos erros de medição;  $h_o$  é o vetor das funções que representam as restrições operacionais impostas pelos dispositivos chaveáveis e  $w$  é o vetor dos pesos utilizado para balancear os termos MQP e MVAP.

Para encontrar a solução ótima deste problema multi-objetivo, a técnica empregada é o Método da Soma Ponderada - MSP [60]. De acordo com [61], ela consiste basicamente em transformar o problema multi-objetivo em um problema mono-objetivo através da atribuição de pesos e/ou prioridades para cada objetivo, de tal maneira que cada um contribua equitativamente para o critério de otimização global.

Para o caso da CNET, o primeiro termo da Equação (4.2) é ponderado de maneira usual, ou seja, pelo inverso da covariância dos erros de medição,  $Rm^{-1}$ . O segundo termo, correspondente ao processamento da topologia da rede, é ponderado de forma a promover o balanceamento das contribuições de ambos os termos no critério de otimização. Para tanto, considera-se que o nível de informação sobre os *status* dos disjuntores na região de estudo da subestação é uniforme e portanto todos os pesos associados a esses dispositivos assumem o mesmo valor,  $w_o$ . Com vistas a balancear as contribuições dos componentes do critério de otimização, o seguinte procedimento de cálculo para os pesos  $w_o$ , adotado com sucesso em estudo anterior [28], também será utilizado nesta dissertação:

$$w_o = \frac{k_w}{\bar{R}_{m,ii}} \tag{4.3}$$

sendo  $k_w^{-1}$  um fator de calibração real positivo e  $\bar{R}_{m,ii}$  o valor médio das variâncias das medidas.

O procedimento adotado para modelagem do termo MVAP da função-objetivo (4.1) segue os mesmos princípios abordados em [38], que consiste basicamente na substituição das restrições operacionais  $h_o(\hat{x})$ , por  $\eta - \rho$ , onde  $\eta$  e  $\rho$  correspondem as partes positiva e negativa de  $h_o(\hat{x})$  respectivamente, conforme comentado no Capítulo 2. A inclusão de funções barreiras logarítmicas no problema de otimização garante a não-negatividade tanto de  $\eta$  quanto a de  $\rho$ .

Por fim, as informações *a priori* são modeladas diretamente na função-objetivo do problema de otimização restrita (4.4). Esse procedimento contribui para a melhoria da estabilidade numérica durante a resolução do problema e na eventual ocorrência de ilhamentos, decorrente da modelagem no nível de seção de barra. As informações *a priori* relativas às tensões complexas nas barras permitem que a estimação de estados possa ser executada para sistemas com ilhamentos, sem a necessidade de implementação de procedimentos adicionais para definição de múltiplas barras de referência visando garantir a observabilidade do sistema. Na ausência de informações melhores, utiliza-se  $\bar{x} = 1\angle 0$  para os estados. Deste modo, o problema de otimização multi-objetivo, pode ser enunciado como:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \frac{1}{2}r^T R_m^{-1}r + w_o^T(\eta + \rho) + \frac{1}{2}(\hat{x} - \bar{x})^T P^{-1}(\hat{x} - \bar{x}) - \mu \sum_i^{n_o} (\ln \eta_i + \ln \rho_i) \\ \text{sujeito a} \quad & r = z - h_m(\hat{x}) \\ & h_s(\hat{x}) = 0 \\ & h_o(\hat{x}) = \eta - \rho \end{aligned} \tag{4.4}$$

em que,  $P$  é a matriz de covariância de informações *a priori*.

A partir da modelagem apresentada na Equação (4.4), pode-se obter a função Lagrangeana, que é apresentada em (4.5):

---

<sup>1</sup>Com intuito de encontrar um valor adequado para o fator  $k_w$ , sucessivas simulações foram realizadas para diferentes valores do mesmo. Verificou-se que os valores que fornecem as melhores ponderações estão na faixa de  $0 < k_w < 0,02$ . Neste trabalho, usa-se o valor  $k_w = 0,013$ .

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \frac{1}{2}r^T R_m^{-1}r + w^T(\eta + \rho) + \frac{1}{2}(\hat{x} - \bar{x})^T P^{-1}(\hat{x} - \bar{x}) - \mu \sum_i^{n_o} (\ln \eta_i + \ln \rho_i) \\ & - \lambda_m^T (r - z + h_m(\hat{x})) - \lambda_s^T h_s(\hat{x}) - \lambda_o^T (h_o(\hat{x}) - \eta + \rho) \end{aligned} \quad (4.5)$$

onde

$\lambda_m$ : Multiplicadores de Lagrange das restrições de medição;

$\lambda_s$ : Multiplicadores de Lagrange das restrições estruturais;

$\lambda_o$ : Multiplicadores de Lagrange das restrições operacionais.

### 4.3 Solução Via Método Primal Dual de Pontos Interiores

A solução do problema de otimização (4.4) é obtida através da aplicação do algoritmo primal-dual de pontos interiores adaptado a este problema. Aplicando-se as condições de otimalidade de Karush-Kuhn-Tucker (KKT), baseadas na função Lagrangeana da Equação (4.5), são geradas as condições de factibilidade primal, obtidas através das derivadas parciais da função Lagrangeana com relação às variáveis duais, e de factibilidade dual, obtidas mediante as derivadas parciais da função Lagrangeana com relação às variáveis primais, descritas a seguir:

- Factibilidade dual

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial r} &= R_m^{-1}r - \lambda_m & &= 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \hat{x}} &= P^{-1}p - H_m^T(\hat{x})\lambda_m - H_s(\hat{x})^T\lambda_s - H_o(\hat{x})^T\lambda_o & &= 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \eta} &= w + \lambda_o - \mu D_\eta^{-1}e = 0 & &\rightarrow D_\eta \sigma_\eta - \mu e \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \rho} &= w - \lambda_o - \mu D_\rho^{-1}e = 0 & &\rightarrow D_\rho \sigma_\rho - \mu e \end{aligned} \quad (4.6)$$

onde:

$H_m(\hat{x})$ : é a matriz Jacobiana das medidas;

$H_s(\hat{x})$ : é a matriz Jacobiana das restrições estruturais;

$H_o(\hat{x})$ : é a matriz Jacobiana das restrições operacionais.

A descrição completa dos componentes relativos a cada uma dessas matrizes é apresentada no Apêndice A. O vetor  $e$  é um vetor de dimensão  $(n_o \times 1)$ , cujos elementos são unitários. As variáveis  $\sigma_\eta$  e  $\sigma_\rho$  e as matrizes  $D_\eta$  e  $D_\rho$  são definidas pelas Equações (4.7) e (4.8) a seguir:

$$\begin{aligned}\sigma_\eta &\triangleq w + \lambda_o \\ \sigma_\rho &\triangleq w - \lambda_o\end{aligned}\quad (4.7)$$

$$\begin{aligned}D_\eta &\triangleq \text{diag}(\eta) \\ D_\rho &\triangleq \text{diag}(\rho)\end{aligned}\quad (4.8)$$

onde a função  $\text{diag}(\cdot)$  transforma um vetor em uma matriz diagonal.

- Factibilidade primal

$$\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial \lambda_m} &= -r + z - h_m(\hat{x}) = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda_s} &= -h_s(\hat{x}) = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda_o} &= -h_o(\hat{x}) + \eta - \rho = 0\end{aligned}\quad (4.9)$$

O sistema de equações não-lineares a ser resolvido, para um valor genérico de  $\mu$  e levando-se em conta as Equações (4.6) e (4.9), é dado por:

$$\begin{aligned}H^T \lambda - P^{-1} p &= 0 \\ D_\eta \sigma_\eta - \mu e &= 0 \\ D_\rho \sigma_\rho - \mu e &= 0 \\ h_m(\hat{x}) + R_m \lambda_m - z &= 0 \\ h_s(\hat{x}) &= 0 \\ h_o(\hat{x}) - \eta + \rho &= 0\end{aligned}\quad (4.10)$$

Os vetores  $\lambda$  e a matriz  $H^T$ , são definidos como:

$$\lambda \triangleq \begin{bmatrix} \lambda_m \\ \lambda_s \\ \lambda_o \end{bmatrix}_{(m+n_s+n_o)} \quad ; \quad H \triangleq \begin{bmatrix} H_m \\ H_s \\ H_o \end{bmatrix}_{(m+n_s+n_o) \times n}\quad (4.11)$$

A solução das Equações (4.10) é obtida aplicando-se o método de Newton para o cálculo de uma direção de busca  $\Delta y$ . Assim, para

um determinado  $\mu$ , tem-se:

$$\nabla^2 \mathcal{L} |_k \Delta y = -\nabla \mathcal{L} |_k \quad (4.12)$$

O vetor  $\Delta y$  é definido a seguir como:

$$\Delta y \triangleq \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \eta \\ \Delta \rho \\ \Delta \lambda \end{bmatrix}_{(n+4n_o+m+n_s)} \quad (4.13)$$

onde:

- $n$ : número de estados;
- $m$ : número de medidas;
- $n_o$ : número de restrições operacionais;
- $n_s$ : número de restrições estruturais.

Deste modo, o conjunto de equações a serem solucionadas a cada iteração correspondente à Equação (4.12) é apresentado abaixo, na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} -P^{-1} & 0 & 0 & H_m^T(x^k) & H_s^T(x^k) & H_o^T(x^k) \\ 0 & D_{\sigma_\eta}^k & 0 & 0 & 0 & D_\eta^k \\ 0 & 0 & D_{\sigma_\rho}^k & 0 & 0 & -D_\rho^k \\ H_m(x^k) & 0 & 0 & R_m & 0 & 0 \\ H_s(x^k) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ H_o(x^k) & -I & I & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \eta \\ \Delta \rho \\ \Delta \lambda_m \\ \Delta \lambda_s \\ \Delta \lambda_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P^{-1}p^k - H^T(x^k)\lambda^k \\ \mu e - D_\eta^k \sigma_\eta^k \\ \mu e - D_\rho^k \sigma_\rho^k \\ z_m - h_m(x^k) - R_m \lambda_m^k \\ -h_s(x^k) \\ -h_o(x^k) + \eta^k - \rho^k \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

As submatrizes  $D_{\sigma_\eta}$  e  $D_{\sigma_\rho}$ , são definidas como:

$$\begin{aligned} D_{\sigma_\eta} &\triangleq \text{diag}(\sigma_\eta) \\ D_{\sigma_\rho} &\triangleq \text{diag}(\sigma_\rho) \end{aligned} \quad (4.15)$$

Após o cálculo da direção de Newton, é necessário realizar a atualização das variáveis através dos passos primal e dual. Para esta finalidade, é necessário explorar certas características únicas da formulação proposta, presentes na segunda e terceira equações em (4.10) e descritas a seguir:

- O parâmetro barreira  $\mu$  é um número positivo ao longo do processo iterativo e como as variáveis primais  $\eta$  e  $\rho$  tem a não negatividade garantida pela função barreira logarítmica, as variáveis duais  $\sigma_\eta$  e  $\sigma_\rho$  deverão ser necessariamente não negativas.

Como consequência do que é descrito acima, o cálculo dos passos de atualização primal e dual, que garante a manutenção da não negatividade dessas variáveis durante o processo iterativo, é dado por:

$$\alpha_p = \min \left\{ \min_{\Delta\eta_i < 0} \frac{\eta_i}{|\Delta\eta_i|}, \min_{\Delta\rho_i < 0} \frac{\rho_i}{|\Delta\rho_i|}, 1 \right\} \quad (4.16)$$

$$\alpha_d = \min \left\{ \min_{\Delta\sigma_{\eta_i} < 0} \frac{\sigma_{\eta_i}}{|\Delta\sigma_{\eta_i}|}, \min_{\Delta\sigma_{\rho_i} < 0} \frac{\sigma_{\rho_i}}{|\Delta\sigma_{\rho_i}|}, 1 \right\}$$

onde, das Equações (4.7), tem-se:

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_\eta &= \Delta\lambda_o \\ \Delta\sigma_\rho &= -\Delta\lambda_o \end{aligned} \quad (4.17)$$

Aplicando procedimentos usuais do método primal-dual de pontos interiores [62], a atualização é dada por:

$$y^{k+1} = y^k + k\alpha\Delta y \quad (4.18)$$

em que  $\alpha = \alpha_p$  para as variáveis primais e  $\alpha = \alpha_d$  para as variáveis duais. Utiliza-se  $k = 0.9995$  para garantir que a solução permaneça dentro da região viável [62].

Já a atualização do parâmetro barreira logarítmica utiliza uma estratégia igualmente baseada na segunda e terceira equações em (4.10). De fato, os produtos  $\eta_i\sigma_{\eta_i}$  e  $\rho_i\sigma_{\rho_i}$  podem ser considerados como condição de folga complementar, uma vez que sua não negatividade é garantida. Portanto, o parâmetro de barreira pode ser atualizado tendo por base o *gap* de dualidade [62]:

$$\mu = \frac{(\eta^k)^T \sigma_\eta^k + (\rho^k)^T \sigma_\rho^k}{2\beta n_o} \quad (4.19)$$

em que,  $\beta = 10$ .

Neste trabalho, o MPDPI, é denominado *Algoritmo 1* e pode ser visualizado a seguir. Este algoritmo constitui o laço interno da CNET, cujo algoritmo principal é denominado *Algoritmo 2* e é apresentado passo a passo na página 66.

---

**Algoritmo 1** Método PDPI adaptado à solução da CNET

---

**Enquanto**  $k < \text{maxIter}$

- (a) Atualizar matrizes:  $D_{\eta}^k$ ,  $D_{\rho}^k$ ,  $D_{\sigma_{\eta}}^k$ ,  $D_{\sigma_{\rho}}^k$ , Equações (4.8) e (4.15);
- (b) Calcular gradiente: vetor do lado direito em (4.14);
- (c) Testar a convergência verificando o cumprimento das desigualdades (4.20). Em caso afirmativo, FIM;
- (d) Montar a matriz Hessiana: lado esquerdo da Equação (4.14);
- (e) Resolver o sistema linear (4.12) para obtenção de  $\Delta y$ ;
- (f) Calcular as variáveis  $\Delta_{\sigma_{\eta}}$  e  $\Delta_{\sigma_{\rho}}$ , Equações (4.17);
- (g) Calcular os passos de atualização das variáveis primais e duais, Equações (4.16);
- (h) Atualizar as variáveis do problema de acordo com Equação (4.18);
- (i) Atualizar as variáveis  $\sigma_{\eta}^k$  e  $\sigma_{\rho}^k$ , Equações (4.7);
- (j) Atualizar o parâmetro de barreira  $\mu^k$  conforme Equação (4.19);
- (k) Incrementar a variável  $k$ ;

**Fim Enquanto**

---



- Teste de convergência

A realização do teste de convergência é determinada pelo cumprimento das condições de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) expressas em (4.10). Para uma tolerância de convergência  $\delta_c^2$ , a convergência é obtida quando as condições abaixo são simultaneamente atendidas:

$$\begin{aligned}
 \|P^{-1}p^k - H^T(x^k)\lambda^k\|_2 &\leq \delta_c \\
 \|D_\eta^k \sigma_\eta^k\|_\infty &\leq \delta_c \\
 \|D_\rho^k \sigma_\rho^k\|_\infty &\leq \delta_c \\
 \|z_m - h_m(x^k) - R_m \lambda_m^k\|_2 &\leq \delta_c \\
 \|h_s(x^k)\|_2 &\leq \delta_c \\
 \|h_o(x^k) + \eta^k - \rho^k\|_2 &\leq \delta_c
 \end{aligned} \tag{4.20}$$

### 4.3.1 Índices de desempenho

A principal função do estimador de estados é determinar as condições operativas do sistema de potência, utilizando medidas corrompidas por ruídos de diversas naturezas. Deste modo, o estimador deve fornecer a melhor estimativa possível para os estados, com o mínimo de influência dos ruídos em seus resultados.

Com o propósito de avaliar a qualidade da estimação de estados e por consequência o estimador, utiliza-se neste trabalho uma métrica apresentada em [63] e especialmente adaptada à formulação proposta nesta dissertação. Esta métrica é definida como a norma dos erros dos estados estimados, ou seja, a soma dos valores absolutos dos erros dos estados estimados.

A aplicação da métrica desenvolvida em [63] consiste nas seguintes etapas:

1. Dados os parâmetros, topologia e condições iniciais do sistema elétrico, resolver o fluxo de potência extraíndo a tensão complexa nas barras, fluxos de potência ativa e reativa, injeções e outras variáveis de interesse;

---

<sup>2</sup>O valor adotado no presente trabalho é de  $\delta_c = 1 \times 10^{-6}$ .

2. Gerar dados das medidas inserindo erros, de natureza aleatória, as quantidades correspondentes obtidas pelo fluxo de potência convergido no passo 1;
3. Se desejável, introduzir erros na topologia ou nos parâmetros da rede para alterar o modelo da mesma, a ser utilizado pelo estimador;
4. Aplicar o estimador de estados proposto;
5. Avaliar o desempenho do estimador pela comparação entre a solução do fluxo de potência convergido e as quantidades obtidas da solução do estimador de estados, através das Equações (4.21) e (4.22).

Em quase todas aplicações de EESP, os elementos do vetor de estados consistem na tensão complexa das barras. Deste modo, a métrica para estes estados é determinada pela Equação (4.21).

$$M_V = \|\vec{V}^{erro}\|_2 = \left( \sum_j |\vec{V}_j^{verdadero} - \vec{V}_j^{estimado}|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.21)$$

Na Equação (4.21),  $\vec{V}_j^{verdadero}$  contém os valores obtidos do fluxo de potência no nível de subestação convergido e  $\vec{V}_j^{estimado}$  contém os valores estimados para os fasores da tensão complexa na  $j$ -ésima barra do sistema elétrico, em (p.u.).

No entanto, devido às características da CNET, o vetor de estados é composto também pelos fluxos de potência ativa e reativa nos ramos chaveáveis da subestação, em adição à tensão complexa nas barras. Desta maneira, define-se pela Equação (4.22) uma nova métrica de precisão, como segue:

$$\begin{aligned} M_{t_{km}} &= \|t_{km}^{erro}\|_2 = \left( \sum_j |t_{km_j}^{verdadero} - t_{km_j}^{estimado}|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \\ M_{u_{km}} &= \|u_{km}^{erro}\|_2 = \left( \sum_j |u_{km_j}^{verdadero} - u_{km_j}^{estimado}|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (4.22)$$

onde:

$t_{km_j}^{verdadero}$ : fluxo de potência ativa nos ramos chaveáveis da subestação, obtidos do fluxo convergido;

$t_{km_j}^{estimado}$ : valores estimados para o fluxo de potência ativa nos ramos chaveáveis;  
 $w_{km_j}^{verdadeiro}$ : fluxo de potência reativa nos ramos chaveáveis da subestação, obtidos do fluxo convergido;  
 $w_{km_j}^{estimado}$ : valores estimados para o fluxo de potência reativa nos ramos chaveáveis.

Desta maneira, a Equação (4.21) captura tanto os efeitos dos erros na magnitude quanto os erros nos ângulos da tensão complexa nas barras da rede elétrica, enquanto que a Equação (4.22) captura separadamente os erros das magnitudes dos fluxos de potência ativa e reativa nos disjuntores.

Para dar suporte à metodologia acima descrita, utilizam-se a média e o desvio-padrão dos erros nos estados estimados. Com a finalidade de comprovar a eficácia do método proposto, ao final de cada iteração do *Algoritmo 2* é feito o cálculo dessas métricas. Desse modo, sugere-se que um bom estimador de estado deva retornar baixos valores nas métricas da ordem de  $1 \times 10^{-2}$  (p.u.). Valores altos sugerem um estimador de baixa qualidade.

---

**Algoritmo 2** Coestimação Não-Linear de Estados e Topologia (CNET)
 

---

1. Dados:

- (a) Vetor de medidas analógicas  $z$  e vetor de informações *a priori*  $\bar{x}$ ;
- (b) Montar as matrizes Jacobianas  $H_m$ ,  $H_s$  e  $H_o$  a partir do plano de medição e da topologia inicial;
- (c) Definir as matrizes de covariância  $R_m$ ,  $P$  e vetor dos pesos  $w$ ;
- (d) Fornecer valores iniciais para as variáveis de estado,  $x^0$ ,  $\eta^0$ ,  $\rho^0$  e  $\lambda^0$ , e para o parâmetro barreira,  $\mu^0$ ;
- (e) Definir “topologia presumida” = “topologia inicial”;
- (f) Tolerância  $\delta_c$  para convergência e número máximo de iterações,  $maxIter$ .

2. Montar vetor  $y^0$  e calcular variáveis  $\sigma_\eta^0$  e  $\sigma_\rho^0$ ;

3. Executar o método PDPI, conforme descrito no Algoritmo 1;

4. Buscar valores calculados para as tolerâncias  $\epsilon_{fluxo_k}$  sendo  $k$  a iteração corrente;

5. Calcular os termos da função-objetivo de acordo com a Equação (4.2);

6. Re-examinar a “topologia presumida”:

- (a) Se *status* estimados para os disjuntores *diferentes* dos *status* presumidos: Corrigir a topologia presumida e ir para o passo 7;
- (b) Se *status* estimados para os disjuntores *iguais* aos *status* presumidos, ou o  $maxIter$  é atingido, PARAR, a CNET foi concluída.

7. Atualizar a matriz  $H_o$  para ajustar os *status* presumidos dos disjuntores aos *status* estimados ao fim da CNET e retornar ao passo 3;

---

#### 4.4 Estimação da Topologia

Ao fim do processo iterativo do Algoritmo 1, dispõe-se de todas as variáveis de estado, o que possibilita a determinação da topologia do sistema. O procedimento para determinar os *status* dos disjuntores baseia-se na comparação entre o valor das variáveis de estado, associadas aos fluxos de potência ativa e reativa nos mesmos e uma tolerância  $-\varepsilon_{fluxo} > 0$  - determinada estatisticamente. Esta técnica foi proposta inicialmente por [23], dentro do contexto de sistemas elétricos de potência e utilizada em estudos exploratórios de coestimação de estados por [28]. A tolerância  $\varepsilon_{fluxo}$  é expressa por:

$$\varepsilon_{fluxo_i} = \sigma_{disj_i} N_{1-\frac{\alpha}{2}} \quad (4.23)$$

Onde  $N_{1-\frac{\alpha}{2}}$ , é o  $100(1 - \frac{\alpha}{2})$  percentil da distribuição normal padrão,  $\alpha$  é a probabilidade de falso alarme<sup>3</sup> e  $\sigma_{disj_i}^2$  é a variância dos fluxos de potência através dos disjuntores, obtida a partir da diagonal da matriz  $\Sigma$ , definida pela Equação (4.24).

$$\Sigma \triangleq [\nabla^2 \mathcal{L} |_k]_{n_o \times n_o}^{-1} \quad (4.24)$$

em que,  $n_o$  representa o número de restrições operacionais do problema. Portanto, a matriz  $\Sigma$  é formada pela partição da inversa da matriz Hessiana associada aos estados correspondentes aos fluxos de potência ativa e reativa nos ramos chaveáveis. O valor de  $\sigma_{disj_i}$  é dado por:

$$\sigma_{disj_i} = \sqrt{\Sigma_{ii}} \quad (4.25)$$

o disjuntor é considerado fechado se o valor do estado estimado<sup>4</sup>, em módulo, for maior que a tolerância calculada a partir da Equação (4.23); em caso contrário o disjuntor é considerado aberto. Vale ressaltar que a comparação entre a tolerância e o estado estimado deve ser satisfeita, simultaneamente, para os estados correspondentes às potências ativa e reativa nos ramos chaveáveis.

Os ajustes na topologia presumida são feitos mediante modificações na estrutura da matriz de observação  $H_o$ . Repete-se este procedimento até que não sejam encontradas diferenças entre os *status* presumidos e estimados.

<sup>3</sup>Adotada como 0,05 neste trabalho.

<sup>4</sup>Fluxos de potência ativa e reativa através dos disjuntores.

#### 4.5 Exemplo Ilustrativo

Na presente Seção é descrita a aplicação do método CNET a um sistema-teste com quatro ramos chaveáveis. Este sistema é indicado na Figura 4.1 juntamente com o plano de medição empregado, que por sua vez é um plano mínimo de medição, de tal maneira que todos os laços com impedância nula são monitorados, garantindo assim a observabilidade da rede.

Os valores para as quantidades medidas são obtidos a partir de um estudo de fluxo de potência no nível de seção de barra [4]. Para gerar as medidas, erros aleatórios com distribuição normal são superpostos a resultados extraídos do fluxo de potência.

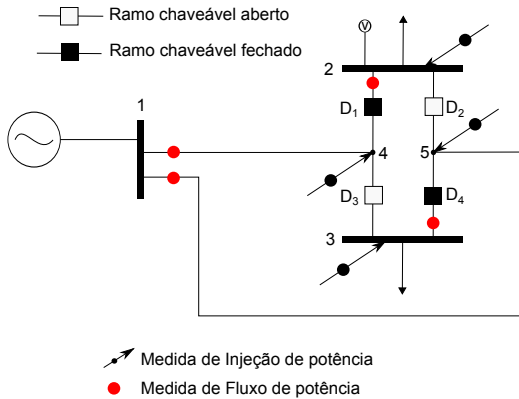


Figura 4.1 – Sistema-teste com 4 ramos chaveáveis

Os parâmetros<sup>5</sup> do sistema-teste são apresentados na Tabela 4.1. As quantidades medidas com as respectivas variâncias e valores verdadeiros são apresentadas na Tabela 4.2. A precisão adotada para os medidores é de  $2 \times 10^{-2}$  (p.u.), tanto para as injeções de potência ativa e reativa nas barras, quanto para os fluxos de potência ativa e reativa nos ramos convencionais e chaveáveis. Para os medidores de magnitude de tensão a precisão é de  $3 \times 10^{-3}$  (p.u.). A diferença entre as precisões nos medidores se justifica pelo fato de que para medir a magnitude da tensão é necessário apenas um Transformador de Potencial (TP) enquanto que, para medir as injeções e fluxos são necessários no mínimo

<sup>5</sup>Os valores indicados por “0” simbolizam os *status* dos disjuntores fechados. Já os valores indicados por “9999” representam os *status* dos disjuntores abertos.

Tabela 4.1 – Parâmetros do sistema-teste de 4 barras

Impedâncias das L.Ts (p.u.)		
Linha	Resistência	Reatância
1-4	0,011	0,4
1-5	0,012	0,25
Subestação		
2-4	0	0
2-5	9999	9999
3-4	9999	9999
3-5	0	0

Tabela 4.2 – Valores medidos no sistema-teste de 4 barras

Medida	Valor Verdadeiro	Valor medido	Variância da medida
$V_2$	0,91457	0,95589	0,00076549
$t_{14}$	0,4024	0,40893	0,00046689
$t_{15}$	0,80983	0,79775	0,00065456
$u_{14}$	0,23704	0,24095	0,00042322
$u_{15}$	0,4043	0,40645	0,00046608
$P_2$	-0,4	-0,39356	0,00046196
$P_3$	-0,8	-0,79291	0,00065148
$P_4$	0	7,6497e-006	0,0004
$P_5$	0	3,7694e-005	0,0004
$Q_2$	-0,15	-0,15279	0,00040934
$Q_3$	-0,2	-0,19726	0,00041556
$Q_4$	0,00020916	0,0002131	0,0004
$Q_5$	0,00051693	0,00052639	0,0004
$t_{24}$	-0,4	-0,39977	0,00046393
$t_{35}$	-0,8	-0,80961	0,00066219
$u_{24}$	-0,15	-0,14785	0,00040874
$u_{35}$	-0,2	-0,19937	0,0004159

um TP e um Transformador de Corrente (TC), e portanto a precisão é menor.

O vetor de estados do problema é dado por:

$$x = \begin{bmatrix} \delta_1 & \delta_2 & \delta_3 & \delta_4 & \delta_5 & \cdots \\ \cdots & V_1 & V_2 & V_3 & V_4 & V_5 & \cdots \\ \cdots & t_{24} & t_{25} & t_{34} & t_{35} & \cdots \\ \cdots & u_{24} & u_{25} & u_{34} & u_{35} & \end{bmatrix}^T$$

As restrições estruturais, que contemplam as barras de injeção nula e ângulo de referência, são dadas por:

$$\begin{aligned} \delta_1 &= 0 \\ P_4 &= 0 \\ P_5 &= 0 \\ Q_4 &= 0 \\ Q_5 &= 0 \end{aligned}$$

Supondo que não há informações disponíveis sobre os ramos chaveáveis (isto é, seus *status*), considera-se que todos estão abertos. Interpreta-se esta condição inicial como análoga à condição inicial de partida plana<sup>6</sup> dos problemas de estimação de estados convencional. Sendo assim, as restrições operacionais do problema, são dadas por:

$$\begin{aligned} t_{24} &= 0 \\ t_{25} &= 0 \\ t_{34} &= 0 \\ t_{35} &= 0 \\ u_{24} &= 0 \\ u_{25} &= 0 \\ u_{34} &= 0 \\ u_{35} &= 0 \end{aligned}$$

As matrizes Jacobianas do problema  $H_m$ ,  $H_s$  e  $H_o$  são dadas por:

---

<sup>6</sup>Também conhecida como “*flat-start*”.



$\delta_1$	$\delta_2$	$\delta_3$	$\delta_4$	$\delta_5$	$V_1$	$V_2$	$V_3$	$V_4$	$V_5$	$t_{24}$	$t_{25}$	$t_{34}$	$t_{35}$	$u_{24}$	$u_{25}$	$u_{34}$	$u_{35}$
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2,4981	0	0	-2,4981	0	0,0686	0	0	-0,0686	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3,9908	0	0	0	-3,9908	0,1915	0	0	0	-0,1915	0	0	0	0	0	0	0	0
-0,0686	0	0	0,0686	0	2,4981	0	0	-2,4981	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-0,1915	0	0	0	0,1915	3,9908	0	0	0	-3,9908	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
-2,4981	0	0	2,4981	0	-0,0686	0	0	0,0686	0	-1	0	-1	0	0	0	0	0
-3,9908	0	0	0	3,9908	-0,1915	0	0	0	0,1915	0	-1	0	-1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0,0686	0	0	-0,0686	0	-2,4981	0	0	2,4981	0	0	0	0	0	0	-1	0	0
0,1915	0	0	0	-0,1915	-3,9908	0	0	0	3,9908	0	0	0	0	0	0	-1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

$$H_m =$$

$$H_s = \begin{bmatrix} \delta_1 & \delta_2 & \delta_3 & \delta_4 & \delta_5 & V_1 & V_2 & V_3 & V_4 & V_5 & t_{24} & t_{25} & t_{34} & t_{35} & u_{24} & u_{25} & u_{34} & u_{35} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2,4981 & 0 & 0 & 2,4981 & 0 & -0,0686 & 0 & 0 & 0,0686 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3,9908 & 0 & 0 & 0 & 3,9908 & -0,1915 & 0 & 0 & 0 & 0,1915 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,0686 & 0 & 0 & -0,0686 & 0 & -2,4981 & 0 & 0 & 2,4981 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0,1915 & 0 & 0 & 0 & -0,1915 & -3,9908 & 0 & 0 & 0 & 3,9908 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 \\ P_4 \\ P_5 \\ Q_4 \\ Q_5 \end{bmatrix}$$

$$H_o = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Observa-se em  $H_o$  neste caso que os *status* presumidos para os disjuntores correspondem à condição inicial de “*partida plana*” de topologia, ou seja, todos os disjuntores abertos, conforme considerado anteriormente.

O vetor de pesos  $w$  do termo MVAP, associados às restrições operacionais, é calculado pela Equação (4.3) com  $k_w = 0,013$ , e é dado por:

$$w = [28 \ 28 \ 28 \ 28 \ 28 \ 28 \ 28 \ 28 \ 28]^T$$

Para o cálculo da matriz  $P$  de informações *a priori*, considera-se que as informações relativas aos estados são nulas,  $\bar{x}_i = 0$ . Desta maneira, para ficar didático o entendimento da construção desta, é necessário dividi-la em quatro sub-matrizes que correspondem, respectivamente, à covariância relativa aos ângulos, magnitudes das tensões nas barras, fluxo de potência ativa e fluxo de potência reativa nos ramos chaveáveis.

Pressupõe-se que os ângulos sejam uniformemente distribuídos no intervalo  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ . Deste modo, a variância associada a cada estado, é dada por [55].

$$\sigma_{priori}^2 = \frac{(\frac{\pi}{2} - (-\frac{\pi}{2}))^2}{12} = 0,822$$

Assim, a sub-matriz de covariância correspondente aos ângulos, é dada por:

$$P_\delta = \begin{bmatrix} 0,822 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,822 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,822 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,822 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,822 \end{bmatrix}$$

Adota-se o valor unitário para a covariância associada aos estados

correspondentes às magnitudes de tensão pois, tipicamente, os valores destes variam entre 0.90 (p.u.) e 1 (p.u.) e adicionalmente a adoção do valor unitário, trouxe resultados satisfatórios durante as simulações, nos diversos casos apresentados no capítulo 5. Assim, a sub-matriz de covariância, é dada por:

$$P_V = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Já para os estados correspondentes aos fluxos nos ramos chaveáveis, adota-se o mesmo critério dado por [55], considerando um intervalo de fluxos entre  $-2$  (p.u.) e  $2$  (p.u.) obtém-se o valor  $\sigma_{priori}^2 = 1,333$ , portanto as sub-matrizes de covariância, são dadas por:

$$P_{t_{ij}} = \begin{bmatrix} 1,333 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1,333 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,333 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,333 \end{bmatrix}$$

$$P_{u_{ij}} = \begin{bmatrix} 1,333 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1,333 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,333 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,333 \end{bmatrix}$$

Finalmente, a matriz  $P$  de covariância associada a todos estados para o problema em análise é dada por:

$$P = \begin{bmatrix} P_\delta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P_V & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{t_{ij}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_{u_{ij}} \end{bmatrix}$$

Por sua vez a matriz  $R_m$  é uma matriz diagonal com as variâncias apresentadas na Tabela 4.2, sendo que todas as demais variáveis da Equação (4.14), são calculadas para o ponto “ $k$ ”.

Na primeira iteração ( $k = 0$ ) do *Algoritmo 1*, as variáveis primais e duais foram inicializadas como segue, para garantir um ponto interior à região viável. Assim, para o vetor de estados do problema tem-se a seguinte inicialização:

$$x^0 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

enquanto que, para as demais variáveis, tem-se:

$$\begin{aligned} \eta^0 &= 0, 2_{(8 \times 1)} \\ \rho^0 &= 0, 1_{(8 \times 1)} \\ \lambda_m^0 &= 0, 2_{(17 \times 1)} \\ \lambda_s^0 &= 0, 2_{(5 \times 1)} \\ \lambda_o^0 &= 0, 2_{(8 \times 1)} \end{aligned}$$

As variáveis correspondentes a  $\sigma_\eta$  e  $\sigma_\rho$ , são calculadas a partir das Equações (4.7):

$$\sigma_\eta^0 = 28, 2_{(8 \times 1)}$$

$$\sigma_\rho^0 = 27, 8_{(8 \times 1)}$$

Ao final do processo iterativo o parâmetro barreira logarítmica  $\mu$  deverá tender a zero. No entanto, é inicializado com um valor alto o suficiente para não comprometer o processo de convergência nas iterações iniciais. Neste trabalho, considera-se que:

$$\mu^0 = 50$$

Estruturado o problema e definidas as inicializações de todas as variáveis, executa-se o Método Primal-Dual de Pontos Interiores, *Algoritmo 1* correspondente ao item 3 do *Algoritmo 2*.

Cada iteração completa do *Algoritmo 2* incluindo as etapas de ajuste da topologia estimada é denominada CNET- $\gamma$ , onde  $\gamma$  indica o número da iteração. Deste modo, a seguir é apresentado a sequência completa de execução do *Algoritmo 2*.

### 1. CNET-1 - Item 3: Método Primal Dual de Pontos Interiores

Resumo de todas as quantidades calculadas durante o processo iterativo:

- Quantidade de restrições operacionais: 8;
- Quantidade de restrições estruturais: 5;
- Quantidade de medidas de tensão: 1;

- Quantidade de medidas de injeção de Potência Ativa: 4;
- Quantidade de medidas de injeção de Potência Reativa: 4;
- Quantidade de medidas de fluxo de Potência Ativa: 4;
- Quantidade de medidas de fluxo de Potência Reativa: 4;
- Quantidade total de medidas: 17;
- Quantidade de estados calculados: 17;
- Redundância: 1.

O número total de iterações do MPDPI foi de  $k = 17$ . Os valores obtidos da função-objetivo durante o processo iterativo são apresentados na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 – Decréscimo da função-objetivo

Iter.	$J_{m_{gp}}$	$J_{m_{vap}}$	$J$
01	$2,072.10^3$	$7,860.10^2$	$2,858.10^3$
02	$6,606.10^4$	$1,416.10^2$	$6,620.10^4$
03	$1,199.10^4$	$7,424.10^1$	$1,207.10^4$
04	$1,752.10^3$	$5,877.10^1$	$1,811.10^3$
05	$5,037.10^2$	$5,482.10^1$	$5,585.10^2$
06	$5,636.10^2$	$4,902.10^1$	$6,126.10^2$
07	$8,216.10^1$	$4,72.10^1$	$1,269.10^2$
08	$1,491.10^1$	$4,292.10^1$	$5,782.10^1$
09	$8,898.10^0$	$4,274.10^1$	$5,164.10^1$
10	$1,093.10^0$	$4,259.10^1$	$4,368.10^1$
11	$1,049.10^0$	$4,258.10^1$	$4,363.10^1$
12	$9,371.10^{-1}$	$4,256.10^1$	$4,350.10^1$
13	$9,377.10^{-1}$	$4,256.10^1$	$4,350.10^1$
14	$9,377.10^{-1}$	$4,256.10^1$	$4,350.10^1$
15	$9,377.10^{-1}$	$4,256.10^1$	$4,350.10^1$
16	$9,377.10^{-1}$	$4,256.10^1$	$4,350.10^1$
17	$9,377.10^{-1}$	$4,256.10^1$	$4,350.10^1$

Os valores que representam o cumprimento das condições de KKT são apresentados na Tabela 4.4.

Tabela 4.4 – Convergência do processo iterativo para tolerância de  $\delta = 1 \times 10^{-6}$ , CNET-1

Iter.	$\ P^{-1}p^k - H^k \lambda^k\ _2$	$\ D_\eta^k \sigma_\eta\ _\infty$	$\ D_\rho^k \sigma_\rho\ _\infty$	$\ z_m - h_m(x^k) - R_m \lambda_m^k\ _2$	$\ h_s(x^k)\ _2$	$\ h_o(x^k) + \eta^k - \rho^k\ _2$
01	$3,081.10^0$	$4,436.10^1$	$4,722.10^1$	$1,663.10^0$	$0,000.10^0$	$2,828.10^{-1}$
02	$9,930.10^1$	$6,698.10^1$	$4,533.10^1$	$1,379.10^0$	$9,673.10^{-1}$	$1,454.10^{-4}$
03	$1,378.10^4$	$1,164.10^1$	$7,267.10^0$	$7,783.10^0$	$5,285.10^0$	$8,236.10^{-6}$
04	$6,789.10^1$	$4,580.10^0$	$2,846.10^0$	$3,155.10^0$	$2,250.10^0$	$2,921.10^{-6}$
05	$8,869.10^1$	$1,817.10^0$	$1,089.10^0$	$1,150.10^0$	$8,582.10^{-1}$	$7,241.10^{-7}$
06	$1,254.10^2$	$7,296.10^{-1}$	$3,854.10^{-1}$	$5,977.10^{-1}$	$4,335.10^{-1}$	$1,300.10^{-6}$
07	$3,241.10^2$	$1,959.10^{-1}$	$1,578.10^{-1}$	$7,093.10^{-1}$	$5,081.10^{-1}$	$2,092.10^{-7}$
08	$8,123.10^1$	$7,234.10^{-3}$	$5,130.10^{-2}$	$2,781.10^{-1}$	$1,999.10^{-1}$	$1,138.10^{-7}$
09	$1,351.10^1$	$1,731.10^{-3}$	$9,714.10^{-3}$	$1,075.10^{-1}$	$7,618.10^{-2}$	$2,605.10^{-7}$
10	$1,120.10^0$	$1,619.10^{-3}$	$6,232.10^{-3}$	$8,001.10^{-2}$	$5,704.10^{-2}$	$2,363.10^{-7}$
11	$1,755.10^0$	$1,111.10^{-3}$	$2,912.10^{-4}$	$9,892.10^{-3}$	$7,131.10^{-3}$	$4,711.10^{-7}$
12	$4,818.10^{-2}$	$1,051.10^{-3}$	$2,434.10^{-4}$	$8,063.10^{-3}$	$5,873.10^{-3}$	$3,698.10^{-7}$
13	$2,229.10^{-1}$	$1,833.10^{-5}$	$2,863.10^{-5}$	$3,933.10^{-5}$	$2,696.10^{-5}$	$6,013.10^{-10}$
14	$2,206.10^{-3}$	$1,853.10^{-6}$	$1,983.10^{-6}$	$1,966.10^{-8}$	$1,341.10^{-8}$	$7,645.10^{-10}$
15	$1,566.10^{-4}$	$1,871.10^{-7}$	$1,872.10^{-7}$	$1,857.10^{-11}$	$5,339.10^{-11}$	$4,385.10^{-11}$
16	$3,247.10^{-6}$	$1,879.10^{-8}$	$1,879.10^{-8}$	$5,277.10^{-15}$	$6,465.10^{-13}$	$1,332.10^{-12}$
17	$1,340.10^{-7}$	$1,888.10^{-9}$	$1,888.10^{-9}$	$1,334.10^{-15}$	$1,285.10^{-13}$	$1,652.10^{-13}$

A tensão complexa e os fluxos, obtidos ao fim do processo iterativo do *Algoritmo 1*, são apresentados na Tabela 4.5.

Tabela 4.5 – Tensões nas barras

Barra	Verdadeiro		Estimado	
	Tensão (pu)	Ângulo (rad)	Tensão (pu)	Ângulo (rad)
1	1,0000	0,0000	0,9400	0,0000
2	0,9145	0,1740	0,9147	0,0000
3	0,9107	0,2187	0,0000	0,0000
4	0,9145	0,1740	0,8481	6,0834
5	0,9107	0,2187	0,8443	12,3187

Nas Tabelas 4.5 e 4.6, “Verdadeiro” refere-se às quantidades obtidas do fluxo de potência convergido.

Tabela 4.6 – Fluxos nos ramos chaveáveis

Disj.	Verdadeiro		Estimado	
	$t_{km}$ (pu)	$u_{km}$ (pu)	$t_{km}$ (pu)	$u_{km}$ (pu)
1	-0,4000	-0,1500	-0,3958	-0,1444
2	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
3	0,0000	0,0000	-0,0038	-0,0000
4	-0,8000	-0,2000	-0,7875	-0,1885

Resultados adicionais, relativos às métricas de tensão, são mostrados a seguir:

- Métrica de V método KEMA: 0,9318;
- Métrica de  $t_{km}$ : 0,0137;
- Métrica de  $u_{km}$ : 0,0128;
- Média dos erros de V: 0,2542;
- Média dos erros de  $t_{km}$ : 0,0051;
- Média dos erros de  $u_{km}$ : 0,0043;
- Desvio padrão dos erros de V: 0,3692;
- Desvio padrão dos erros de  $t_{km}$ : 0,0053;
- Desvio padrão dos erros de  $u_{km}$ : 0,0055.



A variação dos passos de atualização primal e dual pode ser observada na Tabela 4.7.

Tabela 4.7 – Passos de atualização primal e dual - CNET-1

Passos de atualização durante o processo do MPDPI																	
Iter.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Primal	1	0,94	0,69	0,80	0,79	1	0,82	1	0,24	0,85	0,17	1	1	1	1	1	1
Dual	0,40	1	1	0,67	0,72	0,63	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Os erros de tensão estimados, obtidos para cada barra do sistema teste, utilizando a métrica KEMA, e os erros de fluxo de potência ativa  $t_{km}$  e reativa  $u_{km}$  nos ramos chaveáveis, são dados por:

Variável	Errov	Ramo	Erro <sub>t</sub>	Erro <sub>u</sub>
$V_1$	0,0600	1	0,0042	0,0056
$V_2$	0,1590	2	0,0000	0,0000
$V_3$	0,9107	3	0,0038	0,0000
$V_4$	0,0702	4	0,0125	0,0115
$V_5$	0,0711			

**2. CNET-1 - Item 4: Tolerâncias  $\varepsilon_{fluxo_k}$**

Para uma probabilidade de falso alarme igual a  $\alpha = 0,05$  tem-se:

Tabela 4.8 – Tolerâncias de fluxo para estimação dos *status* dos disjuntores - CNET-1

Estado	$\varepsilon_{fluxo_k}$
$t_{24}$	0,0281
$t_{25}$	0,0002
$t_{34}$	0,0387
$t_{35}$	0,0315
Estado	$\varepsilon_{fluxo_k}$
$u_{24}$	0,0233
$u_{25}$	0,0002
$u_{34}$	0,0002
$u_{35}$	0,0277

### 3. CNET-1 - Item 5: Termos da função-objetivo

Os valores obtidos na última iteração do *Algoritmo 1* executado no Item 3 são:

Parâmetro	Valor
$J$	43,50
$J_{mqp}$	0,9377
$J_{mvap}$	42,56

### 4. CNET-1 - Item 6: Comparação entre a topologia presumida e a topologia estimada

Nesta primeira iteração, comparando-se os valores estimados para os fluxos de potência ativa e reativa nos disjuntores e as tolerâncias para os respectivos fluxos, verifica-se da Tabela 4.9 que há ajustes a serem realizados na topologia presumida:

Tabela 4.9 – Estimação da topologia - CNET-1

Estado	Valor estimado	$\epsilon_{fluxo_k}$	Status estimado	Status presumido
$t_{24}$	-0,3958	0,0281	F	A
$t_{25}$	0,0000	0,0002	A	A
$t_{34}$	-0,0038	0,0387	A	A
$t_{35}$	-0,7875	0,0315	F	A
Estado	Valor estimado	$\epsilon_{fluxo_k}$	Status estimado	Status presumido
$u_{24}$	-0,1444	0,0233	F	A
$u_{25}$	0,0000	0,0002	A	A
$u_{34}$	0,0000	0,0002	A	A
$u_{35}$	-0,1885	0,0277	F	A

Como neste caso existem ajustes a serem feitos na topologia, segue-se para o Item 7.

### 5. CNET-1 - Item 7: Atualização da matriz $H_o$

Neste item realiza-se o ajuste da topologia presumida para a topologia estimada, obtida no item anterior. Deste modo, alteram-se os *status* presumidos para os *status* estimados, ou seja, a topologia presumida assume os valores da topologia estimada. As novas restrições operacionais são dadas por:

$$\begin{aligned}
\delta_2 - \delta_4 &= 0 \\
\delta_3 - \delta_5 &= 0 \\
V_2 - V_4 &= 0 \\
V_3 - V_5 &= 0 \\
t_{25} &= 0 \\
t_{34} &= 0 \\
u_{25} &= 0 \\
u_{34} &= 0
\end{aligned}$$

E, a matriz  $H_o$  assume os seguintes valores:

$$H_o = \begin{bmatrix}
0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0
\end{bmatrix}$$

Depois do ajuste da matriz de observação  $H_o$ , é realizada uma nova iteração do método CNET, como segue.

### 6. CNET-2 - Item 3: Nova execução do MPDPI

Com a nova alteração na topologia, o MPDPI convergiu em 12 iterações e os valores obtidos da função-objetivo e seus termos são apresentados na Tabela 4.10.

Tabela 4.10 – Decréscimo da função-objetivo

Iter.	$J_{mgp}$	$J_{mvap}$	$J$
01	$6,488.10^1$	$7,997.10^2$	$8,646.10^2$
02	$1,343.10^{-1}$	$8,026.10^1$	$8,039.10^1$
03	$1,052.10^{-1}$	$8,105.10^0$	$8,210.10^0$
04	$1,184.10^{-1}$	$8,743.10^{-1}$	$9,927.10^{-1}$
05	$1,689.10^{-1}$	$1,724.10^{-1}$	$3,413.10^{-1}$
06	$2,043.10^{-1}$	$3,889.10^{-2}$	$2,432.10^{-1}$
07	$2,189.10^{-1}$	$6,836.10^{-3}$	$2,257.10^{-1}$
08	$2,220.10^{-1}$	$6,380.10^{-4}$	$2,226.10^{-1}$
09	$2,222.10^{-1}$	$5,102.10^{-5}$	$2,223.10^{-1}$
10	$2,222.10^{-1}$	$5,051.10^{-6}$	$2,222.10^{-1}$
11	$2,222.10^{-1}$	$5,072.10^{-7}$	$2,222.10^{-1}$
12	$2,222.10^{-1}$	$5,072.10^{-7}$	$2,222.10^{-1}$

Já os valores que representam o cumprimento das condições de KKT são dados na Tabela 4.11.

Tabela 4.11 – Convergência do processo iterativo para tolerância de  $\delta = 1 \times 10^{-6}$ , CNET-2

Iter.	$\ P^{-1}p^k - H^T \lambda^k\ _2$	$\ D_\eta^k \sigma_\eta\ _\infty$	$\ D_\rho^k \sigma_\rho\ _\infty$	$\ z_m - h_m(x^k) - R_m \lambda_m^k\ _2$	$\ h_s(x^k)\ _2$	$\ h_o(x^k) + \eta^k - \rho^k\ _2$
01	$2,949.10^0$	$4,436.10^1$	$4,722.10^1$	$1,663.10^0$	$0,000.10^0$	$2,828.10^{-1}$
02	$5,334.10^2$	$5,514.10^1$	$5,139.10^1$	$2,213.10^{-1}$	$1,716.10^{-1}$	$1,414.10^{-4}$
03	$5,473.10^{-1}$	$5,588.10^0$	$4,842.10^0$	$3,459.10^{-3}$	$2,381.10^{-3}$	$6,248.10^{-8}$
04	$9,183.10^{-2}$	$5,529.10^{-1}$	$5,222.10^{-1}$	$4,773.10^{-4}$	$3,336.10^{-4}$	$3,212.10^{-8}$
05	$1,164.10^{-1}$	$9,900.10^{-2}$	$8,814.10^{-2}$	$1,504.10^{-4}$	$1,046.10^{-4}$	$7,100.10^{-8}$
06	$3,659.10^{-2}$	$2,721.10^{-2}$	$2,269.10^{-2}$	$1,923.10^{-5}$	$1,357.10^{-5}$	$1,911.10^{-8}$
07	$1,388.10^{-2}$	$6,341.10^{-3}$	$4,294.10^{-3}$	$8,999.10^{-7}$	$6,452.10^{-7}$	$6,183.10^{-9}$
08	$4,934.10^{-3}$	$1,066.10^{-3}$	$4,828.10^{-4}$	$9,597.10^{-8}$	$6,792.10^{-8}$	$8,006.10^{-9}$
09	$1,038.10^{-3}$	$6,991.10^{-5}$	$2,877.10^{-5}$	$4,254.10^{-9}$	$3,313.10^{-9}$	$3,080.10^{-9}$
10	$7,366.10^{-5}$	$2,568.10^{-6}$	$2,337.10^{-6}$	$2,086.10^{-11}$	$6,385.10^{-11}$	$2,422.10^{-10}$
11	$2,792.10^{-6}$	$2,329.10^{-7}$	$2,326.10^{-7}$	$4,173.10^{-14}$	$6,297.10^{-13}$	$4,898.10^{-12}$
12	$2,366.10^{-7}$	$2,335.10^{-8}$	$2,335.10^{-8}$	$4,970.10^{-16}$	$1,300.10^{-13}$	$3,192.10^{-13}$

A tensão complexa nos nós elétricos dos sistema e os respectivos fluxos de potência nos ramos chaveáveis são apresentados nas Tabelas 4.12 e 4.13.

Tabela 4.12 – Tensões nas barras

Barra	Verdadeiro		Estimado	
	Tensão (pu)	Ângulo (rad)	Tensão (pu)	Ângulo (rad)
1	1,0000	0,0000	0,9976	-0,0000
2	0,9145	-0,1740	0,9106	-0,1758
3	0,9107	-0,2187	0,9078	-0,2192
4	0,9145	-0,1740	0,9106	-0,1758
5	0,9107	-0,2187	0,9078	-0,2192

Tabela 4.13 – Fluxos nos ramos chaveáveis

Disj.	Verdadeiro		Estimado	
	$t_{km}$ (pu)	$u_{km}$ (pu)	$t_{km}$ (pu)	$u_{km}$ (pu)
1	-0,4000	-0,1500	-0,4014	-0,1518
2	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
3	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
4	-0,8000	-0,2000	-0,7974	-0,2011

Novos resultados para as métricas de tensão são obtidos e dados por:

- Métrica de V método KEMA: 0,0077;
- Métrica de  $t_{km}$ : 0,0030;
- Métrica de  $u_{km}$ : 0,0022;
- Média dos erros de V: 0,0034;
- Média dos erros de  $t_{km}$ : 0,0010;
- Média dos erros de  $u_{km}$ : 0,0007;
- Desvio padrão dos erros de V: 0,0008;
- Desvio padrão dos erros de  $t_{km}$ : 0,0013;
- Desvio padrão dos erros de  $u_{km}$ : 0,0009;

Para esta nova iteração da CNET, fatores de passo para atualização das variáveis primais e duais,  $\alpha_p$  e  $\alpha_d$ , foram iguais à unidade em todas iterações do MPDPI.

Variável	$Erro_V$	Ramo	$Erro_t$	$Erro_u$
$V_1$	0,0024	1	0,0014	0,0018
$V_2$	0,0042	2	0,0000	0,0000
$V_3$	0,0030	3	0,0000	0,0000
$V_4$	0,0042	4	0,0026	0,0011
$V_5$	0,0030			

Observa-se que os erros de tensão e de fluxo de potência apresentam, de fato, modificações significativas em seus valores. Portanto, a alteração nos *status* dos disjuntores implica em uma diminuição nos erros de todas as variáveis de estado.

#### 7. CNET-2 - Item 4: Tolerâncias $\varepsilon_{fluxo_k}$

Ocorreram mudanças na estrutura interna da matriz  $H_o$  entre a CNET-1 e a CNET-2 assim apresentam-se as tolerâncias para  $\varepsilon_{fluxo_k}$ , com uma probabilidade de falso alarme de  $\alpha = 0,05$ . Nota-se que pequenas variações com relação aos valores obtidos na coestimação anterior podem ser observadas.

Tabela 4.14 – Tolerâncias de fluxo para estimação dos *status* dos disjuntores - CNET-2

Estado	$\varepsilon_{fluxo_k}$
$t_{24}$	0,0243
$t_{25}$	0,0002
$t_{34}$	0,0002
$t_{35}$	0,0284
Estado	$\varepsilon_{fluxo_k}$
$u_{24}$	0,0225
$u_{25}$	0,0002
$u_{34}$	0,0002
$u_{35}$	0,0236

## 8. CNET-2 - Item 5: Termos da função-objetivo

Parâmetro	Valor
$J$	0,2222
$J_{mqp}$	0,2222
$J_{mvap}$	$5,072 \times 10^{-7}$

## 9. CNET-2 - Item 6: Ajuste da topologia presumida para estimada

Neste caso, comparando-se os valores estimados para os fluxos nos ramos chaveáveis e as tolerâncias para estes fluxos, verifica-se que a topologia presumida ao se iniciar esta etapa do algoritmo, coincide com a topologia estimada. Desta maneira, não existem ajustes a serem feitos na topologia.

Estado	Valor estimado	$\epsilon_{fluxo_k}$	Status estimado	Status presumido
$t_{24}$	-0,4014	0,0243	F	F
$t_{25}$	0,0000	0,0002	A	A
$t_{34}$	0,0000	0,0002	A	A
$t_{35}$	-0,7974	0,0284	F	F
Estado	Status estimado	$\epsilon_{fluxo_k}$	Status estimado	Status presumido
$u_{24}$	-0,1518	0,0225	F	F
$u_{25}$	0,0000	0,0002	A	A
$u_{34}$	0,0000	0,0002	A	A
$u_{35}$	-0,2011	0,0236	F	F

Como não há necessidade de realizar modificações na topologia do sistema, o algoritmo é encerrado. Assim, a topologia estimada é obtida, sendo esta a que melhor se adapta às medidas presentes no sistema em estudo. Os resultados finais obtidos na CNET-2, para as variáveis de estado e índices de precisão, estão disponíveis a partir do passo 6.



$$\nabla^2 \mathcal{L}|_k = \begin{bmatrix} -P^{-1} & 0 & 0 & H_m^T(x^k) & H_s^T(x^k) & H_o^T(x^k) \\ 0 & D_{\sigma_\eta}^k & 0 & 0 & 0 & D_\eta^k \\ 0 & 0 & D_{\sigma_\rho}^k & 0 & 0 & -D_\rho^k \\ H_m(x^k) & 0 & 0 & R_m & 0 & 0 \\ H_s(x^k) & 0 & 0 & 0 & R_s & 0 \\ H_o(x^k) & -I & I & 0 & 0 & R_o \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

## 4.6 Conclusões

No presente Capítulo é descrita a conceituação do Método de Coestimação Não-Linear de Estados e Topologia (CNET). A solução da CNET através do método Primal-Dual de Pontos Interiores é exposta em detalhes para estimação dos estados, bem como a estratégia adotada para a estimação da topologia. O método é ilustrado através de sua aplicação a um sistema de pequeno porte. Nota-se que o algoritmo apresenta boas características de convergência para o sistema-teste de dimensão reduzida.

Quanto aos aspectos computacionais, a matriz Hessiana da Equação (4.14) apresenta um bom condicionamento numérico para o sistema-teste. Contudo, para a aplicação em sistemas de grande porte com grande número de ramos chaveáveis representados, como é caso de alguns exemplos do Capítulo 5, pode ser necessário se utilizar matrizes diagonais de covariância não-nulas  $R_s$  e  $R_o$ , conforme representado na Equação (4.26). No presente trabalho, bons resultados são obtidos com  $R_s$  e  $R_o$  iguais a  $\epsilon I$ , onde  $I$  é uma matriz identidade de ordem adequada e  $\epsilon = 1 \times 10^{-8}$ .



## 5 SIMULAÇÃO E RESULTADOS

### 5.1 Introdução

No presente capítulo são apresentados os principais resultados das simulações do método de CNET aplicadas a três sistemas elétricos para validação do modelo. O primeiro é o sistema-teste IEEE de 24 barras, o segundo é o sistema IEEE de 30 barras e o terceiro é um sistema de 55 barras da Companhia Paranaense de Energia - COPEL, no qual a subestação Umbará (UMB) é modelada no nível de seção de barra [28]. Na Seção 5.2 apresentam-se as considerações gerais sobre as simulações. Na Seção 5.3 são mostrados os resultados aplicados ao sistema teste IEEE 24 barras. Na Seção 5.4 são apresentados os resultados referentes ao sistema-teste IEEE 30 barras e na Seção 5.5 os resultados referentes ao sistema COPEL 55 barras. Por fim, as seções 5.6 e 5.7 apresentam as principais conclusões referentes aos resultados obtidos com os sistemas-teste e o desempenho computacional do programa implementado.

### 5.2 Considerações Sobre as Simulações

A coestimação de estados e topologia é uma ferramenta computacional que fornece simultaneamente resultados de variáveis analógicas e digitais. No que diz respeito às variáveis analógicas, o método utilizado para avaliar a qualidade dos resultados faz uso de métricas de precisão para os erros na tensão complexa nas barras e fluxos ativo e reativo nos disjuntores, conforme discutido na Seção 4.3.1. Quanto às variáveis digitais associadas à posição de chaves e disjuntores, utilizam-se diversas configurações de partida para os *status* dos disjuntores, na inicialização do processo iterativo, com a finalidade de evidenciar a eficácia da ferramenta proposta nesta dissertação.

Para validar o método de CNET proposto, foram realizadas simulações semelhantes às efetuadas em [28], referência que utiliza o método de coestimação linear de estados e topologia. Em linhas gerais, os casos simulados são definidos como descrito a seguir:

**Caso A:** Considera-se a configuração inicial em que uma linha de transmissão é excluída do modelo do sistema;

**Caso B:** Situação em que o processo de coestimação parte de uma

configuração na qual uma linha de transmissão é indevidamente incluída no modelo do sistema;

**Caso C:** Configuração inicial em que ocorre a interconexão indevida de dois circuitos de transmissão incidentes em uma subestação, de tal forma a ignorar conexões nela existentes. Essa configuração é denominada como *by-pass*;

**Caso D:** A situação em que não há conhecimento nenhum acerca dos *status* dos ramos chaveáveis é considerada, de modo que a inicialização para o algoritmo iterativo consiste na “*partida plana*” de topologia, ou seja, parte-se do pressuposto que todos os ramos chaveáveis estão abertos.

**Caso E:** Neste caso supõe-se que a topologia presumida é igual à topologia correta.

Os valores iniciais das variáveis de estado para o processo iterativo são considerados como  $1\angle 0^\circ$  (p.u.), para a tensão complexa nas barras do sistema e fluxos nulos de potência ativa e reativa nos disjuntores isto é,  $t_{km} = u_{km} = 0$  (p.u.).

As subestações modeladas no nível de seção de barras são selecionadas de acordo com [28] e [64] de maneira a proporcionar as mesmas condições para a comparação e validação dos resultados obtidos. Nas seções posteriores serão apresentados comentários e discussões para cada caso simulado com base nos sistemas-teste mencionados na Seção 5.1.

### 5.3 Sistema Teste IEEE 24 Barras

O sistema-teste IEEE de 24 barras é apresentado na Figura 5.1. Os dados do mesmo estão contidos em [28], podendo ser encontrados também nos artigos [65] e [66]. No Apêndice B apresentam-se os parâmetros do sistema, o detalhamento do plano de medição utilizado e as inicializações de variáveis utilizadas pelo algoritmo proposto.

Este sistema, quando modelado no nível de seção de barra, passa a conter um total de 34 nós elétricos e 47 ramos, dos quais 13 ramos são chaveáveis, como pode ser observado na Figura 5.2. Nesta mesma Figura está a indicação dos *status* corretos nos ramos chaveáveis e as respectivas medições de fluxo nestes. Na Tabela 5.1 é apresentada uma síntese de todos os casos simulados e os *status* corretos e presumidos nos disjuntores.

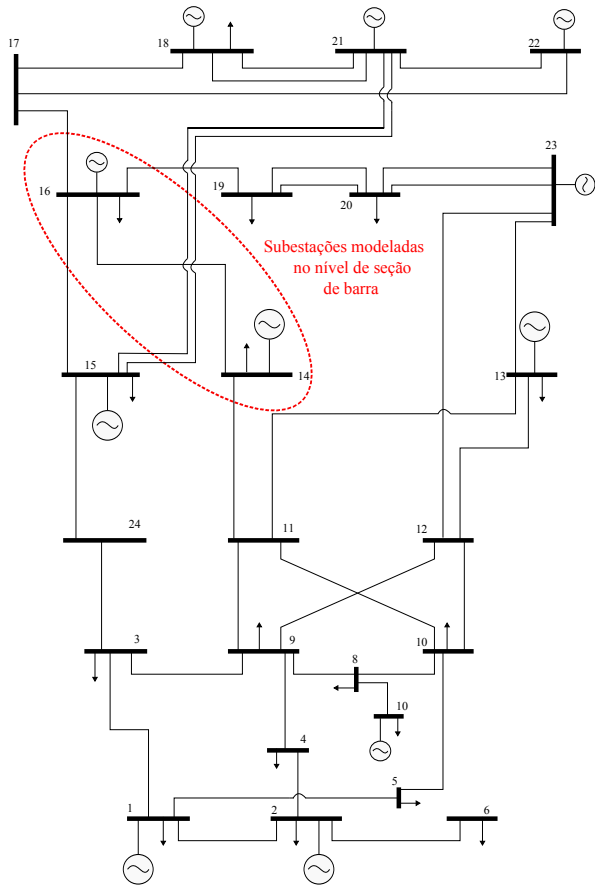


Figura 5.1 – Sistema-teste IEEE de 24 barras

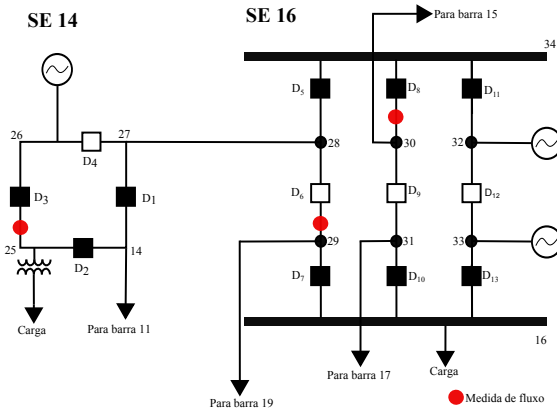


Figura 5.2 – Detalhamento das subestações 14 e 16 no nível de seção de barra

As subestações selecionadas para serem modeladas no nível de seção de barras são as subestações de número 14 e 16, determinadas mediante execução prévia da estimação de estados no nível barra-ramo [28].

O modelo físico da subestação de número 14 é conhecido como arranjo em anel. Com quatro disjuntores e quatro nós elétricos, nesta subestação há a presença de uma barra de geração, duas barras de carga e uma que serve de interligação à subestação de número 16.

Modelada com arranjo do tipo disjuntor e meio, a subestação de número 16 é composta por nove disjuntores e oito nós elétricos. Destes nós elétricos, dois são barras de geração e os restantes servem de interligação às subestações adjacentes.

Para a simulação do Caso A, conforme a Tabela 5.1, consideram-se duas situações adicionais. A primeira situação parte de uma Exclusão Simples de Linha (A1) em que o *status* do disjuntor  $D_7$  é incorreto, ocasionando assim a retirada de operação da linha de transmissão que interliga a subestação de número 16 à de número 19, que na realidade está em operação. A segunda situação, ocorre uma Exclusão Múltipla de Linhas (A2), em que os *status* incorretos dos disjuntores  $D_1$  e  $D_5$  excluem indevidamente do modelo a linha de transmissão entre as subestações 14 e 16.

Para o Caso A1 serão apresentados em maiores detalhes os re-

Tabela 5.1 – Síntese dos casos simulados

Caso	Simulação	Disj.	Correto	Simulado
A1	Exclusão Simples	$D_7$	Fechado	Aberto
A2	Exclusão Múltipla	$D_1$	Fechado	Aberto
		$D_5$	Fechado	Aberto
B	Inclusão de Linha	$D_9$	Aberto	Fechado
C	<i>by-pass</i>	$D_8$	Fechado	Aberto
		$D_9$	Aberto	Fechado
		$D_{10}$	Fechado	Aberto
D	Partida Plana	Todos	Vide Figura 5.2	Todos Abertos
E	Topologia Original	Todos	Vide Figura 5.2	Vide Figura 5.2

Tabela 5.2 – Convergência do Método CNET - Caso A1

Iteração CNET número: 01			
Iterações do MPDPI: 14			
Iter.	$J_{mqp}$	$J_{mvap}$	$J$
01	$9,025.10^2$	$2,626.10^3$	$3,529.10^3$
02	$9,352.10^1$	$2,662.10^2$	$3,597.10^2$
03	$2,556.10^2$	$8,198.10^1$	$3,376.10^2$
04	$7,353.10^1$	$1,589.10^1$	$8,943.10^1$
05	$7,918.10^0$	$6,801.10^0$	$1,472.10^1$
06	$5,725.10^0$	$5,815.10^0$	$1,154.10^1$
07	$5,449.10^0$	$5,349.10^0$	$1,080.10^1$
08	$5,435.10^0$	$5,221.10^0$	$1,066.10^1$
09	$5,435.10^0$	$5,188.10^0$	$1,062.10^1$
10	$5,435.10^0$	$5,180.10^0$	$1,062.10^1$
11	$5,435.10^0$	$5,179.10^0$	$1,061.10^1$
12	$5,435.10^0$	$5,179.10^0$	$1,061.10^1$
13	$5,435.10^0$	$5,179.10^0$	$1,061.10^1$
14	$5,435.10^0$	$5,179.10^0$	$1,061.10^1$

**sultados numéricos**, obtidos da aplicação do *Algoritmo 1*<sup>1</sup>, descrito na Seção 3.3. Os resultados para os demais casos simulados serão apresentados sucintamente para facilitar a leitura e compreensão dos valores obtidos. Quanto aos resultados da **estimação da topologia**, não haverá distinção de detalhamento entre os casos.

No Caso A1, a quantidade total de iterações do método CNET é de 2 iterações conforme as Tabelas 5.2 e 5.6. Deste modo, o detalhamento será subdividido em duas partes, sendo que a primeira corresponde aos resultados da primeira iteração e a segunda corresponde aos resultados da segunda iteração, obtidas da aplicação do método CNET.

Na **primeira** iteração do *Algoritmo 2*<sup>2</sup>, o MPDPI precisou de 14 iterações para convergir. São mostradas as contribuições dos termos  $J_{mqp}$  e  $J_{mvap}$  à função-objetivo. Notar que o decréscimo desta ao longo do processo iterativo perdura até a décima primeira iteração, atingindo o valor final de  $J = 10,61$ . No entanto, apesar da função-objetivo não diminuir a partir da décima primeira iteração, o MPDPI continua a ser executado. Isto acontece porque os critérios de parada não são completamente satisfeitos. Sendo assim, o processo continua até a décima quarta iteração.

---

<sup>1</sup>O *Algoritmo 1* refere-se ao Método Primal Dual de Pontos Interiores - MPDPI

<sup>2</sup>O *Algoritmo 2* refere-se ao Método de Coestimação Não Linear de Estados e Topologia - CNET



Tabela 5.3 – Critérios de Parada - Condições de KKT

Iteração CNET número: 01									
RESULTADO DO MÉTODO PRIMAL - DUAL DE PONTOS INTERIORES									
Iter.	$\ P^{-1}p^k - H^{-1}\lambda^k\ _2$	$\ D_{\eta}^k \sigma_{\eta}^k\ _{\infty}$	$\ D_{\beta}^k \sigma_{\beta}^k\ _{\infty}$	$\ z_m - h_m(x^k) - E_{\sigma_m} \lambda_m^k\ _2$	$\ h_s(x^k)\ _2$	$\ h_o(x^k) + \eta^k - \rho^k\ _2$			
01	$1,054.10^2$	$4,916.10^1$	$4,962.10^1$	$1,815.10^1$	$1,110.10^{-1}$	$5,099.10^{-1}$			
02	$4,555.10^2$	$5,559.10^1$	$9,578.10^1$	$1,855.10^0$	$2,273.10^{-1}$	$2,423.10^{-4}$			
03	$2,704.10^1$	$5,264.10^0$	$9,040.10^0$	$4,922.10^{-1}$	$4,650.10^{-3}$	$3,752.10^{-7}$			
04	$9,535.10^0$	$1,806.10^0$	$2,627.10^0$	$8,096.10^{-1}$	$1,079.10^{-3}$	$3,877.10^{-7}$			
05	$8,385.10^{-1}$	$4,055.10^{-1}$	$5,735.10^{-1}$	$3,678.10^{-1}$	$4,627.10^{-5}$	$3,941.10^{-7}$			
06	$3,218.10^{-1}$	$7,011.10^{-2}$	$1,102.10^{-1}$	$6,927.10^{-2}$	$1,269.10^{-6}$	$2,234.10^{-7}$			
07	$5,414.10^{-2}$	$2,613.10^{-2}$	$4,136.10^{-2}$	$2,366.10^{-2}$	$1,625.10^{-6}$	$4,461.10^{-7}$			
08	$1,596.10^{-2}$	$6,751.10^{-3}$	$1,165.10^{-2}$	$5,466.10^{-3}$	$2,092.10^{-6}$	$5,660.10^{-7}$			
09	$5,536.10^{-3}$	$1,670.10^{-3}$	$3,839.10^{-3}$	$1,228.10^{-3}$	$1,319.10^{-6}$	$4,588.10^{-7}$			
10	$4,942.10^{-3}$	$2,845.10^{-4}$	$3,711.10^{-4}$	$1,974.10^{-4}$	$6,706.10^{-7}$	$1,633.10^{-7}$			
11	$1,080.10^{-3}$	$2,671.10^{-5}$	$2,201.10^{-5}$	$1,198.10^{-7}$	$1,027.10^{-7}$	$5,673.10^{-9}$			
12	$7,666.10^{-5}$	$2,038.10^{-6}$	$1,658.10^{-6}$	$6,741.10^{-11}$	$3,261.10^{-9}$	$2,362.10^{-11}$			
13	$6,404.10^{-6}$	$1,650.10^{-7}$	$1,628.10^{-7}$	$3,377.10^{-13}$	$3,971.10^{-10}$	$4,324.10^{-11}$			
14	$6,094.10^{-7}$	$1,632.10^{-8}$	$1,631.10^{-8}$	$4,435.10^{-14}$	$3,966.10^{-11}$	$6,844.10^{-12}$			

Ainda na primeira iteração do método CNET, os critérios de parada do processo iterativo, que representam o cumprimento das condições de KKT, podem ser observados na Tabela 5.3. A terceira e a quarta coluna apresentam, respectivamente, a evolução do resultado dos produtos  $\eta_i \sigma_{\eta_i}$  e  $\rho_i \sigma_{\rho_i}$ , responsáveis pela determinação do decréscimo do parâmetro barreira logarítmica ( $\mu$ ). A utilização da norma infinita nestes dois casos se justifica pelo fato de que o teste de convergência é feito com o maior dentre os produtos citados.

Todos os critérios na décima quarta iteração apresentam valores menores que a tolerância de  $1 \times 10^{-6}$ , o que resulta no término do processo iterativo do MPDPI. O próximo passo é o cálculo das variáveis de interesse, apresentadas na Tabela 5.4, assim como, a estimação da topologia do sistema.

Da análise da Tabela 5.4, percebe-se que os valores estimados para as tensões e ângulos não são exatamente iguais aos valores verdadeiros. Isso acontece devido ao fato de que as medidas disponíveis não são perfeitas. Como consequência, a métrica para os erros das variáveis de estado não será nula, o que caracteriza a presença de pequenos erros aleatórios nas grandezas estimadas. Entretanto, analisando a Tabela 5.3, nota-se que a presença destes erros não implica na não-convergência do MPDPI, pois todos os critérios de parada são devidamente atendidos.

O desvio-padrão e o valor médio dos erros de estimação para a tensão complexa nas barras é de 0,0021 (p.u.) e 0,0083 (p.u.) respectivamente. O valor para a métrica de tensão é de 0,0498 (p.u.). Como discutido na Seção 4.3, estes resultados comprovam a qualidade do coestimador proposto com relação às variáveis de estado.

Os resultados apresentados na Tabela 5.5 correspondem às grandezas nos ramos chaveáveis das subestações. Na segunda e terceira colunas, são mostrados os valores “verdadeiros” para os fluxos de potência ativa e reativa nos disjuntores, obtidos do estudo de fluxo de potência. Por sua vez, na quarta e quinta colunas são observados os valores “estimados” para os referidos fluxos. Pode-se notar que as restrições operacionais para os fluxos nos disjuntores  $D_4$ ,  $D_6$ ,  $D_9$  e  $D_{12}$  são devidamente atendidas, sendo indicada a ausência de fluxo nestes, pois estão abertos.

Na **segunda** iteração do *Algoritmo 2*, o método MPDPI converge em 15 iterações, conforme a Tabela 5.6. Além disso, verifica-se novamente que o valor final da função-objetivo para de decrescer na décima iteração, atingindo um valor final de  $J = 5,482$ , sendo este menor do que o encontrado na primeira iteração do método CNET.

Tabela 5.4 – Magnitudes e ângulos das tensões nas barras do sistema - Caso A1

Iteração CNET número: 01					
		Verdadeiro		Estimado	
Barra	Tensão (pu)	Ângulo (rad)	Tensão (pu)	Ângulo (rad)	
1	1,0500	0,0000	1,0534	0,0000	
2	1,0500	-0,0657	1,0538	-0,0651	
3	0,8700	-0,7124	0,8728	-0,7040	
4	0,9043	-0,4499	0,9076	-0,4458	
5	0,9207	-0,3317	0,9243	-0,3283	
6	0,9119	-0,5805	0,9165	-0,5737	
7	1,0750	-0,6997	1,0746	-0,6922	
8	0,9796	-0,7519	0,9805	-0,7427	
9	0,9179	-0,7159	0,9202	-0,7084	
10	0,9229	-0,6542	0,9250	-0,6465	
11	0,9687	-0,7646	0,9718	-0,7576	
12	0,9801	-0,6667	0,9821	-0,6595	
13	1,0250	-0,6557	1,0268	-0,6488	
14	0,9719	-0,9157	0,9753	-0,9083	
15	1,0250	-0,8501	1,0283	-0,8408	
16	0,9914	-0,8474	0,9901	-0,8381	
17	1,0135	-0,7892	1,0163	-0,7807	
18	1,0250	-0,7736	1,0277	-0,7652	
19	0,9935	-0,7883	0,9956	-0,7798	
20	1,0094	-0,7155	1,0113	-0,7079	
21	1,0250	-0,7605	1,0278	-0,7523	
22	1,0250	-0,6725	1,0274	-0,6669	
23	1,0250	-0,6639	1,0268	-0,6566	
24	0,9673	-0,7987	0,9705	-0,7897	
25	0,9719	-0,9157	0,9753	-0,9083	
26	0,9719	-0,9157	0,9753	-0,9083	
27	0,9719	-0,9157	0,9753	-0,9053	
28	0,9998	-0,9255	1,0031	-0,9152	
29	0,9914	-0,8474	0,9937	-0,8378	
30	0,9998	-0,9255	1,0031	-0,9152	
31	0,9914	-0,8474	0,9943	-0,8381	
32	0,9998	-0,9255	1,0056	-0,9152	
33	0,9914	-0,8474	0,9901	-0,8381	
34	0,9998	-0,9255	1,0066	-0,9152	

Tabela 5.5 – Fluxos de potência ativa e reativa em ramos chaveáveis - Caso A1

Iteração CNET número: 01					
		Verdadeiro		Estimado	
Disj.	tkm (pu)	ukm (pu)	tkm (pu)	ukm (pu)	
1	+0,9523	-0,7352	+0,9469	-0,7458	
2	+2,1400	+0,0000	+2,1530	-0,0000	
3	+0,3000	+0,0000	+0,3065	-0,0000	
4	+0,0000	+0,0000	-0,0000	-0,0000	
5	-0,8506	-0,7175	-0,8418	-0,7324	
6	+0,0000	+0,0000	-0,0000	-0,0000	
7	-0,9795	+0,2956	-0,9869	+0,2907	
8	+4,3506	+0,7175	+4,3249	+0,7059	
9	+0,0000	+0,0000	+0,0020	-0,0000	
10	-2,0205	-0,4956	-2,0125	-0,5066	
11	-0,7000	+0,0000	-0,7108	-0,0000	
12	+0,0000	+0,0000	+0,0000	-0,0000	
13	+1,0000	+0,0000	+1,0051	-0,0000	

Tabela 5.6 – Convergência do Método CNET - Caso A1

Iteração CNET número: 02			
Iterações do MPDPI: 15			
Iter.	$J_{mqp}$	$J_{mvap}$	$J$
01	$9,023 \cdot 10^2$	$2,624 \cdot 10^3$	$3,527 \cdot 10^3$
02	$9,141 \cdot 10^1$	$2,653 \cdot 10^2$	$3,567 \cdot 10^2$
03	$4,609 \cdot 10^2$	$5,244 \cdot 10^1$	$5,134 \cdot 10^2$
04	$2,364 \cdot 10^1$	$8,053 \cdot 10^0$	$3,169 \cdot 10^1$
05	$5,578 \cdot 10^0$	$1,374 \cdot 10^0$	$6,952 \cdot 10^0$
06	$5,443 \cdot 10^0$	$6,568 \cdot 10^{-1}$	$6,100 \cdot 10^0$
07	$5,414 \cdot 10^0$	$2,498 \cdot 10^{-1}$	$5,664 \cdot 10^0$
08	$5,412 \cdot 10^0$	$1,114 \cdot 10^{-1}$	$5,524 \cdot 10^0$
09	$5,413 \cdot 10^0$	$7,773 \cdot 10^{-2}$	$5,491 \cdot 10^0$
10	$5,414 \cdot 10^0$	$6,898 \cdot 10^{-2}$	$5,483 \cdot 10^0$
11	$5,414 \cdot 10^0$	$6,791 \cdot 10^{-2}$	$5,482 \cdot 10^0$
12	$5,414 \cdot 10^0$	$6,780 \cdot 10^{-2}$	$5,482 \cdot 10^0$
13	$5,414 \cdot 10^0$	$6,778 \cdot 10^{-2}$	$5,482 \cdot 10^0$
14	$5,414 \cdot 10^0$	$6,778 \cdot 10^{-2}$	$5,482 \cdot 10^0$
15	$5,414 \cdot 10^0$	$6,778 \cdot 10^{-2}$	$5,482 \cdot 10^0$

Tabela 5.7 – Critérios de Parada - Condições de KKT

Iteração CNET número: 02

**RESULTADO DO MÉTODO PRIMAL - DUAL DE PONTOS INTERIORES**

Iter.	$\ P^{-1}p^k - H^k \lambda^k\ _2$	$\ D_{\eta}^k \sigma_{\eta}^k\ _{\infty}$	$\ D_{\rho}^k \sigma_{\rho}^k\ _{\infty}$	$\ z^m - h_m(x^k) - R_m \lambda_m^k\ _2$	$\ h_s(x^k)\ _2$	$\ h_o(x^k) + \eta^k - \rho^k\ _2$
01	$1,055.10^2$	$4,916.10^1$	$4,962.10^1$	$1,815.10^1$	$1,110.10^{-1}$	$5,099.10^{-1}$
02	$5,309.10^2$	$5,763.10^1$	$9,643.10^1$	$1,854.10^0$	$2,274.10^{-1}$	$2,435.10^{-4}$
03	$2,712.10^1$	$5,432.10^0$	$9,115.10^0$	$4,862.10^{-1}$	$4,646.10^{-3}$	$3,829.10^{-7}$
04	$1,394.10^1$	$1,291.10^0$	$2,039.10^0$	$1,101.10^0$	$5,633.10^{-4}$	$3,348.10^{-7}$
05	$4,342.10^{-1}$	$2,363.10^{-1}$	$4,954.10^{-1}$	$1,978.10^{-1}$	$2,233.10^{-5}$	$3,349.10^{-7}$
06	$2,880.10^{-1}$	$3,669.10^{-2}$	$9,419.10^{-2}$	$1,785.10^{-2}$	$1,729.10^{-6}$	$3,022.10^{-7}$
07	$5,405.10^{-2}$	$1,620.10^{-2}$	$4,055.10^{-2}$	$7,422.10^{-3}$	$2,166.10^{-6}$	$5,596.10^{-7}$
08	$1,728.10^{-2}$	$5,022.10^{-3}$	$1,276.10^{-2}$	$2,140.10^{-3}$	$2,267.10^{-6}$	$6,048.10^{-7}$
09	$5,149.10^{-3}$	$1,255.10^{-3}$	$4,183.10^{-3}$	$4,844.10^{-4}$	$1,240.10^{-6}$	$4,677.10^{-7}$
10	$4,099.10^{-3}$	$3,765.10^{-4}$	$4,817.10^{-4}$	$1,635.10^{-4}$	$7,746.10^{-7}$	$2,226.10^{-7}$
11	$2,923.10^{-3}$	$9,361.10^{-5}$	$7,376.10^{-5}$	$1,551.10^{-5}$	$4,760.10^{-7}$	$1,265.10^{-8}$
12	$1,313.10^{-3}$	$1,065.10^{-5}$	$1,431.10^{-5}$	$7,856.10^{-9}$	$8,100.10^{-8}$	$5,126.10^{-10}$
13	$1,784.10^{-4}$	$2,781.10^{-7}$	$7,846.10^{-7}$	$1,430.10^{-11}$	$1,358.10^{-8}$	$9,013.10^{-11}$
14	$3,094.10^{-6}$	$2,842.10^{-8}$	$2,919.10^{-8}$	$5,168.10^{-14}$	$2,291.10^{-10}$	$1,317.10^{-11}$
15	$4,393.10^{-7}$	$2,854.10^{-9}$	$2,856.10^{-9}$	$4,266.10^{-14}$	$2,604.10^{-11}$	$1,366.10^{-12}$

Na Tabela 5.7, observa-se que o valor final para o critério de parada do processo iterativo é de  $4,393 \times 10^{-7}$ . Este valor garante a convergência uma vez que a tolerância estipulada para o presente estudo é de  $tol = 1 \times 10^{-6}$ .

Os *resultados finais* das grandezas em todos os nós elétricos do sistema podem ser observados na Tabela 5.8, enquanto que os *resultados finais* nos ramos chaveáveis da subestação podem ser observados na Tabela 5.9.

Nesta segunda iteração, o valor para a métrica dos erros da tensão complexa nas barras é de 0,0501 (p.u.), sendo que o valor médio e o desvio-padrão são 0,0083 (p.u.) e 0,0021 (p.u.) respectivamente. Os fluxos de potência ativa e reativa apresentam métricas no valor de 0,0371 (p.u.) e 0,0243 (p.u.). Em suma, considerando os resultados acima apresentados, pode-se observar uma boa exatidão para as variáveis de estado, evidenciado com maior clareza nos resultados apresentados nas Tabelas 5.8 e 5.9.

Por sua vez, o processo da estimação da topologia é mostrado na Tabela 5.10, sendo indicados nas duas primeiras colunas, respectivamente, o número do disjuntor e o ramo chaveável do respectivo disjuntor. As colunas seguintes indicam as iterações do método CNET e os *status* assumidos pelos respectivos disjuntores em cada iteração. Deve-se ressaltar que os *status* destacados em negrito e itálico são referentes aos disjuntores presumidos incorretamente. Conforme a Tabela 5.10, verifica-se que, com apenas duas iterações, não há diferenças entre os *status* estimados e os *status* presumidos, sendo o processo iterativo então finalizado e a topologia correta obtida na segunda iteração. Pode-se destacar que apenas o ramo chaveável de número sete teve seu *status* alterado ao longo do processo iterativo.

Para o caso A1, o tempo total gasto na coestimação não linear de estados e topologia é de 3,5075 segundos. Como pode ser observado na Tabela 5.11, ocorre uma significativa redução nos valores da função-objetivo da primeira para a segunda iteração do método CNET, pois na primeira iteração os *status* estimados não correspondem aos *status* presumidos, o que se reflete em valores mais elevados para o termo  $J_{mvap}$  da função-objetivo. No entanto, na segunda iteração os *status* estimados correspondem exatamente aos *status* presumidos, implicando em valores menores do termo  $J_{mvap}$ .

Os resultados para o caso A2 estão sintetizados na Tabela 5.12. Já a Tabela 5.13 mostra a evolução da convergência do laço externo do algoritmo de coestimação (CNET). Verifica-se novamente a pequena quantidade de iterações necessárias para que se estime corretamente

Tabela 5.8 – Magnitudes e ângulos das tensões nas barras do sistema - Caso A1

	Iteração CNET número: 02			
	Verdadeiro		Estimado	
Barra	Tensão (pu)	Ângulo (rad)	Tensão (pu)	Ângulo (rad)
1	1,0500	0,0000	1,0534	0,0000
2	1,0500	-0,0657	1,0538	-0,0651
3	0,8700	-0,7124	0,8729	-0,7040
4	0,9043	-0,4499	0,9076	-0,4458
5	0,9207	-0,3317	0,9243	-0,3283
6	0,9119	-0,5805	0,9165	-0,5737
7	1,0750	-0,6997	1,0746	-0,6922
8	0,9796	-0,7519	0,9805	-0,7427
9	0,9179	-0,7159	0,9202	-0,7084
10	0,9229	-0,6542	0,9250	-0,6465
11	0,9687	-0,7646	0,9718	-0,7576
12	0,9801	-0,6667	0,9821	-0,6595
13	1,0250	-0,6557	1,0268	-0,6488
14	0,9719	-0,9157	0,9753	-0,9083
15	1,0250	-0,8501	1,0283	-0,8407
16	0,9914	-0,8474	0,9937	-0,8378
17	1,0135	-0,7892	1,0163	-0,7806
18	1,0250	-0,7736	1,0277	-0,7651
19	0,9935	-0,7883	0,9956	-0,7798
20	1,0094	-0,7155	1,0113	-0,7080
21	1,0250	-0,7605	1,0278	-0,7522
22	1,0250	-0,6725	1,0274	-0,6669
23	1,0250	-0,6639	1,0268	-0,6566
24	0,9673	-0,7987	0,9705	-0,7896
25	0,9719	-0,9157	0,9753	-0,9083
26	0,9719	-0,9157	0,9753	-0,9083
27	0,9719	-0,9157	0,9753	-0,9052
28	0,9998	-0,9255	1,0031	-0,9151
29	0,9914	-0,8474	0,9937	-0,8378
30	0,9998	-0,9255	1,0031	-0,9151
31	0,9914	-0,8474	0,9943	-0,8380
32	0,9998	-0,9255	1,0056	-0,9151
33	0,9914	-0,8474	0,9901	-0,8378
34	0,9998	-0,9255	1,0066	-0,9151

Tabela 5.9 – Fluxos de potência ativa e reativa em ramos chaveáveis - Caso A1

Disj.	Iteração CNET número: 02			
	Verdadeiro		Estimado	
	tkm (pu)	ukm (pu)	tkm (pu)	ukm (pu)
1	+0,9523	-0,7352	+0,9469	-0,7458
2	+2,1400	+0,0000	+2,1529	+0,0000
3	+0,3000	+0,0000	+0,3065	+0,0000
4	+0,0000	+0,0000	-0,0000	-0,0000
5	-0,8506	-0,7175	-0,8419	-0,7324
6	+0,0000	+0,0000	-0,0000	-0,0000
7	-0,9795	+0,2956	-0,9927	+0,2946
8	+4,3506	+0,7175	+4,3252	+0,7059
9	+0,0000	+0,0000	+0,0017	-0,0000
10	-2,0205	-0,4956	-2,0109	-0,5066
11	-0,7000	+0,0000	-0,7108	+0,0000
12	+0,0000	+0,0000	+0,0000	-0,0000
13	+1,0000	+0,0000	+1,0058	+0,0000

Tabela 5.10 – Resultados Caso A1 - Exclusão Simples

Disj.	Ramo (De - P/)	Iteração 1		Iteração 2	
		Presumido	Estimado	Presumido	Estimado
1	14 - 27	F	F	F	F
2	14 - 25	F	F	F	F
3	25 - 26	F	F	F	F
4	26 - 27	A	A	A	A
5	28 - 34	F	F	F	F
6	28 - 29	A	A	A	A
<b>7</b>	<b>16 - 29</b>	<b>A</b>	<b>F</b>	<b>F</b>	<b>F</b>
8	30 - 34	F	F	F	F
9	30 - 31	A	A	A	A
10	16 - 31	F	F	F	F
11	32 - 34	F	F	F	F
12	32 - 33	A	A	A	A
13	16 - 33	F	F	F	F



Tabela 5.11 – Evolução da função-objetivo - Caso A1

Iteração	$J_{mqp}$	$J_{mvap}$	$J$
Inicialização	26576,71	31,20	26607,91
1	5,435	5,179	10,61
2	5,414	0,067	5,482

Tabela 5.12 – Resultados Caso A2 - Exclusão Múltipla

Disj.	Ramo	Iteração 1		Iteração 2	
	(De - P/)	Presumido	Estimado	Presumido	Estimado
<b>1</b>	<b><del>14</del> - <del>27</del></b>	<b>A</b>	<b>F</b>	<b>F</b>	<b>F</b>
2	14 - 25	F	F	F	F
3	25 - 26	F	F	F	F
4	26 - 27	A	A	A	A
<b>5</b>	<b><del>28</del> - <del>34</del></b>	<b>A</b>	<b>F</b>	<b>F</b>	<b>F</b>
6	28 - 29	A	A	A	A
7	16 - 29	F	F	F	F
8	30 - 34	F	F	F	F
9	30 - 31	A	A	A	A
10	16 - 31	F	F	F	F
11	32 - 34	F	F	F	F
12	32 - 33	A	A	A	A
13	16 - 33	F	F	F	F

a topologia do sistema, o que reflete a eficiência do estimador MVAP na supressão de erros presentes nas restrições operacionais incorretas. Desta vez, os únicos *status* a assumirem alterações em suas configurações são os que correspondem aos disjuntores  $D_1$  e  $D_5$ , os quais foram erroneamente presumidos. O tempo total gasto na simulação deste caso foi de 9,3995 segundos.

Tabela 5.13 – Evolução da função-objetivo - Caso A2

Iteração	$J_{mqp}$	$J_{mvap}$	$J$
Inicialização	26586,32	31,20	26617,52
1	28,20	12,83	41,03
2	5,164	0,062	5,226

O resumo dos resultados obtidos durante a simulação do Caso B encontram-se nas Tabelas 5.14 e 5.15. O tempo total de processamento foi de 3,8822 segundos e o processo iterativo findou na segunda iteração do método CNET.

Tabela 5.14 – Evolução da função-objetivo - Caso B

Iteração	$J_{mqp}$	$J_{mvap}$	$J$
Inicialização	26488,60	31,20	26519,80
1	6,724	0,419	7,144
2	6,726	0,080	6,806

O próximo caso simulado, Caso C, contempla uma condição de topologia inicial para o algoritmo que corresponde ao *by-pass* da subestação causado pelos *status* erroneamente presumidos dos disjuntores  $D_8$ ,  $D_9$  e  $D_{10}$ . A descrição da convergência do processo iterativo do Caso C, no que diz respeito à função-objetivo, é ilustrada por meio da Tabela 5.16. Na Tabela 5.17, verifica-se que, apesar da natureza deste erro ser mais complexa que os anteriormente simulados, o método CNET continua apresentando convergência em duas iterações. Evidencia-se assim a eficiência e robustez do método MVAP em filtrar erros nos *status* dos disjuntores. O tempo total gasto em todo processo iterativo foi de 3,7488 segundos.

Resultados da aplicação do método CNET para o Caso D, em que não há conhecimento nenhum acerca dos *status* de todos os disjuntores das subestações, são apresentados nas Tabelas 5.18 e 5.19. Neste caso, supõe-se inicialmente que todos os disjuntores encontram-se abertos. Nota-se que, para validar a topologia correta do sistema em estudo,

Tabela 5.15 – Resultados Caso B - Inclusão

Disj.	Ramo	Iteração 1		Iteração 2	
	(De - P/)	Presumido	Estimado	Presumido	Estimado
1	14 - 27	F	F	F	F
2	14 - 25	F	F	F	F
3	25 - 26	F	F	F	F
4	26 - 27	A	A	A	A
5	28 - 34	F	F	F	F
6	28 - 29	A	A	A	A
7	16 - 29	F	F	F	F
8	30 - 34	F	F	F	F
<b>9</b>	<b>30 - 31</b>	<b>F</b>	<b>A</b>	<b>A</b>	<b>A</b>
10	16 - 31	F	F	F	F
11	32 - 34	F	F	F	F
12	32 - 33	A	A	A	A
13	16 - 33	F	F	F	F

Tabela 5.16 – Evolução da função-objetivo - Caso C

Iteração	$J_{mqp}$	$J_{mvap}$	$J$
Inicialização	26525,02	31,20	26556,22
1	8,484	31,10	39,59
2	8,374	0,122	8,496

Tabela 5.17 – Resultados Caso C - *by - pass*

Disj.	Ramo	Iteração 1		Iteração 2	
	(De - P/)	Presumido	Estimado	Presumido	Estimado
1	14 - 27	F	F	F	F
2	14 - 25	F	F	F	F
3	25 - 26	F	F	F	F
4	26 - 27	A	A	A	A
5	28 - 34	F	F	F	F
6	28 - 29	A	A	A	A
7	16 - 29	F	F	F	F
<b>8</b>	<b>30 - 34</b>	<b>A</b>	<b>F</b>	<b>F</b>	<b>F</b>
<b>9</b>	<b>30 - 31</b>	<b>F</b>	<b>A</b>	<b>A</b>	<b>A</b>
<b>10</b>	<b>16 - 31</b>	<b>A</b>	<b>F</b>	<b>F</b>	<b>F</b>
11	32 - 34	F	F	F	F
12	32 - 33	A	A	A	A
13	16 - 33	F	F	F	F

são necessárias, novamente, apenas duas iterações do algoritmo, com um tempo total de 9,6262 segundos. O valor obtido para a métrica dos erros, desvios-padrão e demais índices de desempenho são apresentados na Tabela 5.20.

Tabela 5.18 – Evolução da função-objetivo - Caso D

Iteração	$J_{mqp}$	$J_{mvap}$	$J$
Inicialização	26603,36	31,20	26634,56
1	193,2	64,74	257,94
2	6,579	0,010	6,589

Tabela 5.19 – Resultados Caso D - Partida Plana

Disj.	Ramo	Iteração 1		Iteração 2	
	(De - P/)	Presumido	Estimado	Presumido	Estimado
<b>1</b>	<b>14 - 27</b>	<b>A</b>	<b>F</b>	<b>F</b>	<b>F</b>
<b>2</b>	<b>14 - 25</b>	<b>A</b>	<b>F</b>	<b>F</b>	<b>F</b>
<b>3</b>	<b>25 - 26</b>	<b>A</b>	<b>F</b>	<b>F</b>	<b>F</b>
4	26 - 27	A	A	A	A
<b>5</b>	<b>28 - 34</b>	<b>A</b>	<b>F</b>	<b>F</b>	<b>F</b>
6	28 - 29	A	A	A	A
<b>7</b>	<b>16 - 29</b>	<b>A</b>	<b>F</b>	<b>F</b>	<b>F</b>
<b>8</b>	<b>30 - 34</b>	<b>A</b>	<b>F</b>	<b>F</b>	<b>F</b>
9	30 - 31	A	A	A	A
<b>10</b>	<b>16 - 31</b>	<b>A</b>	<b>F</b>	<b>F</b>	<b>F</b>
<b>11</b>	<b>32 - 34</b>	<b>A</b>	<b>F</b>	<b>F</b>	<b>F</b>
12	32 - 33	A	A	A	A
<b>13</b>	<b>16 - 33</b>	<b>A</b>	<b>F</b>	<b>F</b>	<b>F</b>

O caso E, em que não há erros nas informações dos *status* dos disjuntores, converge em apenas uma iteração pois, já na primeira iteração, o *status* estimado é o mesmo do *status* presumido. Em consequência, a validação da topologia é realizada em um tempo de apenas 2,3978 segundos.

Os resultados referentes ao desempenho do laço externo do algoritmo proposto para todos os casos estudados encontram-se consolidados na Tabela 5.20 para efeito de comparação. São apresentados valores de índices de desempenho para a condição inicial e para cada uma das duas iterações do algoritmo de coestimação. Os índices considerados são: função-objetivo, suas componentes,  $J_{mqp}$  e  $J_{mvap}$ , métricas dos

erros da tensão complexa nas barras, métricas dos erros dos fluxos de potência ativa e reativa nos disjuntores.

Tabela 5.20 – Síntese dos resultados numéricos - IEEE 24 Barras

Valores iniciais												
Caso	Função-Objetivo			Tensão complexa			Potência Ativa			Potência Reativa		
	$J_{map}$	$J_{map}$	$J$	Média	Desvios	$M_V$	Média	Desvios	$M_{Ikm}$	Média	Desvios	$M_{ukm}$
A1	26576,71	31,20	26607,91	0,7033	0,2069	4,2696	1,0226	1,2304	5,6355	0,2278	0,3200	1,3796
A2	26586,32	31,20	26617,52	0,7033	0,2069	4,2696	1,0226	1,2304	5,6355	0,2278	0,3200	1,3796
B	26488,60	31,20	26519,80	0,7033	0,2069	4,2696	1,0226	1,2304	5,6355	0,2278	0,3200	1,3796
C	26525,02	31,20	26556,22	0,7033	0,2069	4,2696	1,0226	1,2304	5,6355	0,2278	0,3200	1,3796
D	26603,36	31,20	26634,56	0,7033	0,2069	4,2696	1,0226	1,2304	5,6355	0,2278	0,3200	1,3796
E	26551,68	31,20	26582,88	0,7033	0,2069	4,2696	1,0226	1,2304	5,6355	0,2278	0,3200	1,3796
Coestimação Inicial												
A1	5,435	5,179	10,61	0,0083	0,0021	0,0498	0,0071	0,0069	0,0352	0,0041	0,0058	0,0248
A2	28,20	12,83	41,03	0,0553	0,2045	1,2183	0,0109	0,0126	0,0587	0,0037	0,0074	0,0288
B	6,724	0,419	7,144	0,0083	0,0014	0,0492	0,0072	0,0127	0,0513	0,0037	0,0058	0,0241
C	8,484	31,10	39,59	0,0153	0,0316	0,2023	0,0113	0,0116	0,0572	0,0025	0,0043	0,0176
D	193,2	64,74	257,94	0,2136	0,3892	2,5595	0,0075	0,0074	0,0373	0,0063	0,0095	0,0399
E	7,019	0,089	7,109	0,0115	0,0031	0,0696	0,0066	0,0073	0,0346	0,0048	0,0072	0,0303
Coestimação Final												
A1	5,414	0,067	5,482	0,0083	0,0021	0,0501	0,0077	0,0071	0,0371	0,0038	0,0058	0,0243
A2	5,164	0,062	5,226	0,0050	0,0007	0,0295	0,0101	0,0111	0,0530	0,0032	0,0061	0,0242
B	6,726	0,080	6,806	0,0083	0,0014	0,0492	0,0069	0,0123	0,0494	0,0037	0,0058	0,0241
C	8,374	0,122	8,496	0,0045	0,0026	0,0299	0,0101	0,0105	0,0516	0,0032	0,0052	0,0216
D	6,579	0,010	6,589	0,0028	0,0013	0,0177	0,0077	0,0090	0,0416	0,0053	0,0079	0,0334
E	7,019	0,089	7,109	0,0115	0,0031	0,0696	0,0066	0,0073	0,0346	0,0048	0,0072	0,0303

A primeira parte da Tabela 5.20 traduz em números o efeito da inicialização das variáveis de estado, conforme descrito na Seção 5.2, para o processo iterativo.

É possível perceber que o termo  $J_{mqp}$  apresenta valores aproximadamente iguais, embora não exatamente iguais, para todos os casos simulados. Isso acontece devido à relação intrínseca entre este termo e as medidas disponíveis no plano de medição. O fato de que estas medidas apresentam valores corrompidos por ruídos de natureza aleatória implica em valores distintos para os termos  $J_{mqp}$  em cada caso estudado.

Por outro lado, o termo  $J_{mvap}$  apresenta um valor uniforme para todos os casos, pois este depende exclusivamente das variáveis  $\eta$  e  $\rho$ , que são inicializadas com valores iguais em todos os casos.

Já a razão da equivalência entre os valores apresentados na coluna “tensão complexa” são consequência de sua dependência exclusiva da inicialização das variáveis da tensão complexa nas barras, *i.e.*  $1\angle 0^\circ$  (p.u.). Situação semelhante ocorre com as colunas “potência ativa” e “potência reativa” que dependem somente dos valores iniciais dos fluxos de potência ativa e reativa nos ramos chaveáveis, *i.e.*  $t_{km} = u_{km} = 0$  (p.u.).

A segunda e terceira partes da Tabela 5.20 refletem os índices anteriormente discutidos ao fim de cada iteração do processo de co-estimação não-linear de estados e topologia. Em geral, tais índices apresentam bons resultados em todos os casos, indicando assim boa qualidade na estimação dos estados. Deve-se de dar destaque ao Caso D, pois em sua primeira coestimação não havia resultados satisfatórios quanto às métricas de tensão. No entanto, ao final de todo processo iterativo há uma melhora significativa nos valores das mesmas. Tal fato é fortemente evidenciado pela redução no valor da função-objetivo de  $J = 257,94$  para  $J = 6,589$ . Como pode ser visualizado na Tabela 5.20, o termo  $J_{mvap}$  apresenta um decréscimo considerável quando comparado ao seu valor inicial em todos os casos simulados.

## 5.4 Sistema Teste IEEE 30 Barras

Os dados do sistema teste IEEE de 30 barras, representado na Figura 5.3, estão disponíveis em [65]. Este sistema foi utilizado anteriormente no estudo de fluxo de potência no nível subestação por [64]. Os parâmetros utilizados neste trabalho, bem como a configuração do caso base podem ser encontrados no Apêndice C. As subestações 12 e

15 são selecionadas como de interesse para o detalhamento no nível de seção de barra.

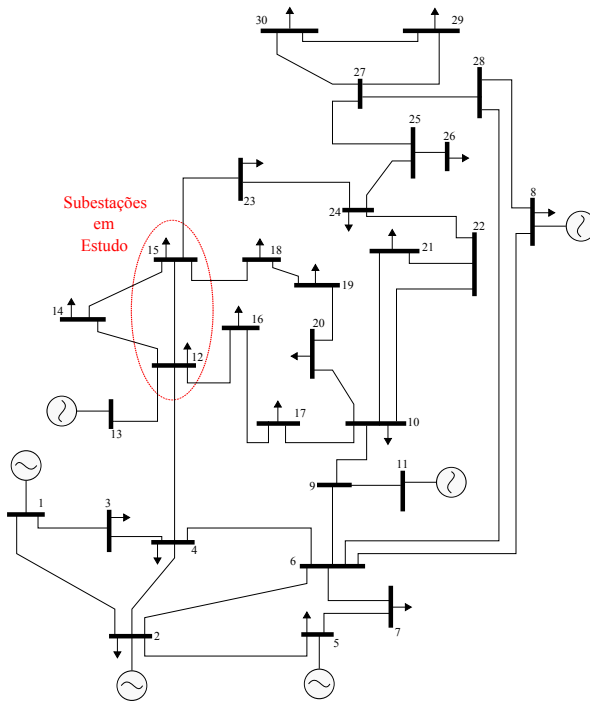


Figura 5.3 – Sistema-teste IEEE de 30 barras

Ambas as subestações possuem arranjo do tipo barra dupla envolvendo múltiplos circuitos, sendo que a subestação 12 é constituída por 10 disjuntores, sete nós elétricos e uma barra de carga. Já a subestação 15 possui oito disjuntores e seis nós elétricos. A interligações entre as subestações 12 e 15 e as demais estão representadas na Figura 5.3, enquanto que a sua representação no nível de seção de barra com os “*status*” corretos é mostrada na Figura 5.4.

Este sistema modelado no nível de seção de barra apresenta um total de 41 nós elétricos e 59 ramos, dos quais 18 são chaveáveis. Devido ao arranjo físico das subestações, os casos simulados são apresentados conforme Tabela 5.21.

Os resultados da aplicação do método CNET para o sistema IEEE 30 barras em relação ao Caso A são apresentados na Tabela 5.22.



Tabela 5.21 – Síntese dos casos simulados

Caso	Simulação	Disj.	Correto	Simulado
A	Exclusão Múltipla	$D_1$	Fechado	Aberto
		$D_{12}$	Fechado	Aberto
B	Inclusão de linha	$D_3$	Aberto	Fechado
C	Partida Plana	Todos	Vide Figura 5.4	Todos Abertos
D	Topologia Original	Todos	Vide Figura 5.4	Vide Figura 5.4

Tabela 5.22 – Resultados Caso A - Exclusão múltipla de linhas

Disj.	Ramo (De - P/)	Iteração 1		Iteração 2	
		Presumido	Estimado	Presumido	Estimado
<b>01</b>	<b>15 - 31</b>	<b>A</b>	<b>F</b>	<b>F</b>	<b>F</b>
02	15 - 32	F	F	F	F
03	15 - 33	A	A	A	A
04	15 - 34	A	A	A	A
05	31 - 35	A	A	A	A
06	32 - 35	A	A	A	A
07	33 - 35	F	F	F	F
08	34 - 35	F	F	F	F
09	12 - 37	F	F	F	F
10	12 - 38	F	F	F	F
11	12 - 39	F	F	F	F
<b>12</b>	<b>12 - 40</b>	<b>A</b>	<b>F</b>	<b>F</b>	<b>F</b>
13	12 - 41	F	F	F	F
14	36 - 37	A	A	A	A
15	36 - 38	A	A	A	A
16	36 - 39	A	A	A	A
17	36 - 40	A	A	A	A
18	36 - 41	F	F	F	F

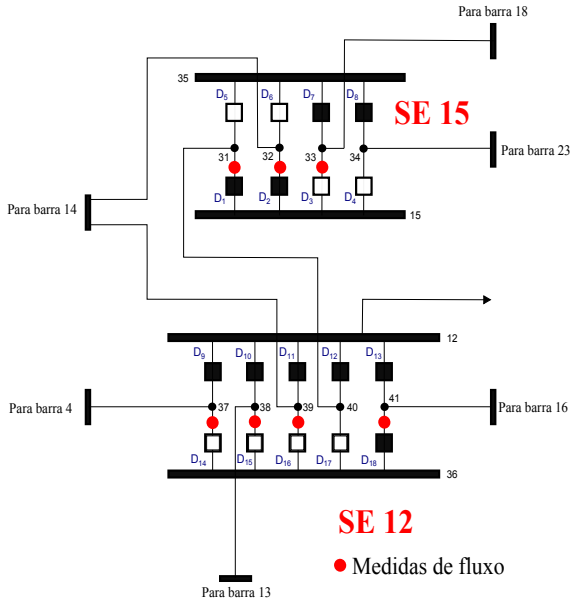


Figura 5.4 – Detalhamento das subestações 12 e 15 no nível de seção de barra

Nota-se que o método continua sendo capaz de apresentar bom desempenho na avaliação da topologia, já que no fim de duas iterações as informações corretas dos *status* dos disjuntores são determinadas. Este fato é um indicativo de que a metodologia proposta não é afetada pela dimensão do sistema. Observa-se também que a alteração ocorre somente nos dispositivos que tiveram seus *status* erroneamente presumidos. Os *status* dos demais dispositivos sempre permanecem inalterados. Em relação ao desempenho computacional, o tempo total requerido para o processamento deste caso foi de 4,5504 segundos.

A Tabela 5.23 apresenta os resultados da simulação para o Caso B, que contempla a inicialização do algoritmo a partir de uma topologia contaminada por um erro de inclusão. O tempo demandado para a convergência do programa, que ocorreu em 2 iterações, foi de 4,3352 segundos. Nota-se que, apesar da quantidade de disjuntores presentes neste sistema ser superior ao sistema estudado na Seção 5.3, o método proposto é capaz de convergir rapidamente. Observa-se também da Tabela 5.23 que as alterações nos *status* dos dispositivos são realizadas

Tabela 5.23 – Resultados Caso B - Inclusão de linha

Disj.	Ramo	Iteração 1		Iteração 2	
	(De - P/)	Presumido	Estimado	Presumido	Estimado
01	15 - 31	F	F	F	F
02	15 - 32	F	F	F	F
<b>03</b>	<b>15 - 33</b>	<b>F</b>	<b>A</b>	<b>A</b>	A
04	15 - 34	A	A	A	A
05	31 - 35	A	A	A	A
06	32 - 35	A	A	A	A
07	33 - 35	F	F	F	F
08	34 - 35	F	F	F	F
09	12 - 37	F	F	F	F
10	12 - 38	F	F	F	F
11	12 - 39	F	F	F	F
12	12 - 40	F	F	F	F
13	12 - 41	F	F	F	F
14	36 - 37	A	A	A	A
15	36 - 38	A	A	A	A
16	36 - 39	A	A	A	A
17	36 - 40	A	A	A	A
18	36 - 41	F	F	F	F

apenas naqueles cujos *status* foram erroneamente presumidos.

Tabela 5.24 – Resultados Caso C - Partida Plana

Disj.	Ramo	Iteração 1		Iteração 2	
	(De - P/)	Presumido	Estimado	Presumido	Estimado
<b>01</b>	<b>15 - 31</b>	<b>A</b>	<b>F</b>	<b>F</b>	<b>F</b>
<b>02</b>	<b>15 - 32</b>	<b>A</b>	<b>F</b>	<b>F</b>	<b>F</b>
03	15 - 33	A	A	A	A
04	15 - 34	A	A	A	A
05	31 - 35	A	A	A	A
06	32 - 35	A	A	A	A
<b>07</b>	<b>33 - 35</b>	<b>A</b>	<b>F</b>	<b>F</b>	<b>F</b>
<b>08</b>	<b>34 - 35</b>	<b>A</b>	<b>F</b>	<b>F</b>	<b>F</b>
<b>09</b>	<b>12 - 37</b>	<b>A</b>	<b>F</b>	<b>F</b>	<b>F</b>
<b>10</b>	<b>12 - 38</b>	<b>A</b>	<b>F</b>	<b>F</b>	<b>F</b>
<b>11</b>	<b>12 - 39</b>	<b>A</b>	<b>F</b>	<b>F</b>	<b>F</b>
<b>12</b>	<b>12 - 40</b>	<b>A</b>	<b>F</b>	<b>F</b>	<b>F</b>
<b>13</b>	<b>12 - 41</b>	<b>A</b>	<b>F</b>	<b>F</b>	<b>F</b>
14	36 - 37	A	A	A	A
15	36 - 38	A	A	A	A
16	36 - 39	A	A	A	A
17	36 - 40	A	A	A	A
<b>18</b>	<b>36 - 41</b>	<b>A</b>	<b>F</b>	<b>F</b>	<b>F</b>

O Caso C para este sistema considera a inicialização do algoritmo a partir da “partida plana” de topologia isto é, todos os disjuntores inicialmente abertos. Na Tabela 5.24, são apresentados os resultados obtidos. Verifica-se que o método CNET convergiu em duas iterações, com tempo de processamento de 4,6853 segundos. Houve alteração na configuração em dez dispositivos chaveáveis, permanecendo os demais inalterados.

Para o Caso D, em que a topologia presumida é igual à topologia correta do sistema, a CNET convergiu em apenas uma iteração conforme esperado, com um tempo de processamento de 2,8156 segundos.

Todos os *resultados numéricos* obtidos ao decorrer das simulações para este sistema estão consolidados na Tabela 5.25. Nota-se que, nas inicializações das variáveis, todos os termos  $J_{mqp}$  são maiores numericamente do que os termos  $J_{mvap}$ . Entretanto logo ao fim da primeira coestimação os valores de  $J_{mqp}$  apresentam uma brusca redução. No Caso B, por exemplo, parte-se de  $J_{mqp} = 39516,71$  e na iteração final este índice se reduz a  $J_{mqp} = 1,448$ , evidenciando-se as-

sim a eficácia na metodologia de coestimação não-linear de estados e topologia. Quanto à qualidade dos resultados da estimação de estados, observa-se que todos os índices de desempenho apresentam ao final do processo iterativo uma ordem de grandeza de  $2 \times 10^{-2}$ , que é a mesma da precisão utilizada na simulação das medidas geradas.

Em geral, o valor do termo  $J_{mvap}$  ao fim da primeira coestimação apresenta valores mais elevados que o termo  $J_{mqp}$ . Este resultado é esperado, pois nestes casos a topologia presumida inicialmente não corresponde à topologia correta do sistema, levando o termo  $J_{mvap}$  a valores muito maiores que o termo  $J_{mqp}$ . Em todos os casos, ao final do processo iterativo de coestimação a função-objetivo apresenta valores entre 1.8 (p.u.) e 2.9 (p.u.).

Tabela 5.25 – Síntese dos resultados numéricos - IEEE 30 Barras

Caso	Valores iniciais											
	Função-Objetivo			Tensão complexa			Potência Ativa			Potência Reativa		
	$J_{mgp}$	$J_{msap}$	$J$	Média	Desvios	$M_V$	Média	Desvios	$M_{km}$	Média	Desvios	$M_{ukm}$
A	39554,89	356,40	39911,29	0,1646	0,1001	1,2298	0,1823	0,2550	1,3052	0,050	0,1162	0,5239
B	39516,71	356,40	39873,11	0,1646	0,1001	1,2298	0,1823	0,2550	1,3052	0,050	0,1162	0,5239
C	39661,44	356,40	40017,84	0,1646	0,1001	1,2298	0,1823	0,2550	1,3052	0,050	0,1162	0,5239
D	39768,77	356,40	40125,17	0,1646	0,1001	1,2298	0,1823	0,2550	1,3052	0,050	0,1162	0,5239
Coestimção Inicial												
A	2,785	34,95	37,74	0,0100	0,0351	0,2307	0,0030	0,0065	0,0297	0,0017	0,0041	0,0184
B	1,489	12,82	14,30	0,0026	0,0017	0,0196	0,0016	0,0028	0,0132	0,0006	0,0014	0,0063
C	6,473	13,01	13,65	0,0831	0,2156	1,4635	0,0106	0,0099	0,0607	0,0054	0,0063	0,0346
D	2,174	0,535	2,709	0,0030	0,0011	0,0203	0,0015	0,0031	0,0144	0,0008	0,0018	0,0082
Coestimção Final												
A	1,973	0,685	2,659	0,0022	0,0012	0,0159	0,0014	0,0027	0,0126	0,0003	0,0007	0,0033
B	1,448	0,360	1,809	0,0026	0,0015	0,0189	0,0016	0,0028	0,0133	0,0006	0,0014	0,0063
C	2,652	0,312	2,964	0,0030	0,0010	0,0201	0,0012	0,0015	0,0081	0,0007	0,0021	0,0092
D	2,174	0,535	2,709	0,0030	0,0011	0,0203	0,0015	0,0031	0,0144	0,0008	0,0018	0,0082

## 5.5 Sistema COPEL 55 Barras

Como descrito em [28], o sistema COPEL de 55 barras, corresponde a uma parte da rede de alta tensão da região metropolitana da cidade de Curitiba, no estado do Paraná. Este sistema, apresentado na Figura 5.5, já foi alvo de outros estudos relacionados a fluxo de potência em redes modeladas no nível de seção de barra [64]. No Anexo C encontram-se os parâmetros do sistema, o detalhamento do plano de medição utilizado e os valores iniciais utilizados pelo algoritmo proposto. A região de interesse de estudo é a subestação de Umbará, representada pelo número 55, conforme Figura 5.5. De acordo com [28], ela é constituída por duas barras principais, barras 55 e 56, e uma barra de transferência, de número 57.

Este sistema possui algumas peculiaridades, que não são utilizadas na solução do problema CNET, mas que convém citar neste trabalho a fim de aproximar o sistema-teste de sua condição operativa normal. São elas:

- O sistema opera normalmente com as barras principais interligadas através do disjuntor D29;
- O pares de ramos chaveáveis D7 e D4, D28 e D27, D12 e D13, D18 e D19, D25 e D24 são compostos por chaves seccionadoras, sendo que os dois componentes de cada par nunca poderão estar fechados ao mesmo tempo;
- Para cada saída de linha, o ramo superior é o de transferência, por exemplo, os pares, D2 e D5, D8 e D10, D14 e D16, D20 e D22.

Observa-se pela Figura 5.6 que, quando modelado no nível de seção de barra, o sistema Copel passa a conter um total de 71 nós elétricos e 103 ramos, sendo que 30 ramos são chaveáveis.

As simulações efetuadas para este sistema, por ser um sistema real com uma quantidade significativa de ramos, disjuntores e nós elétricos, serão as seguintes:

**Caso A:** Inicialização da coestimação a partir de uma topologia que contem erro no *status* do disjuntor interligador de barra. Deste modo, o disjuntor D29 é considerado erroneamente aberto, eliminando a conexão entre as barras 55 e 56, que na realidade estão interconectadas;

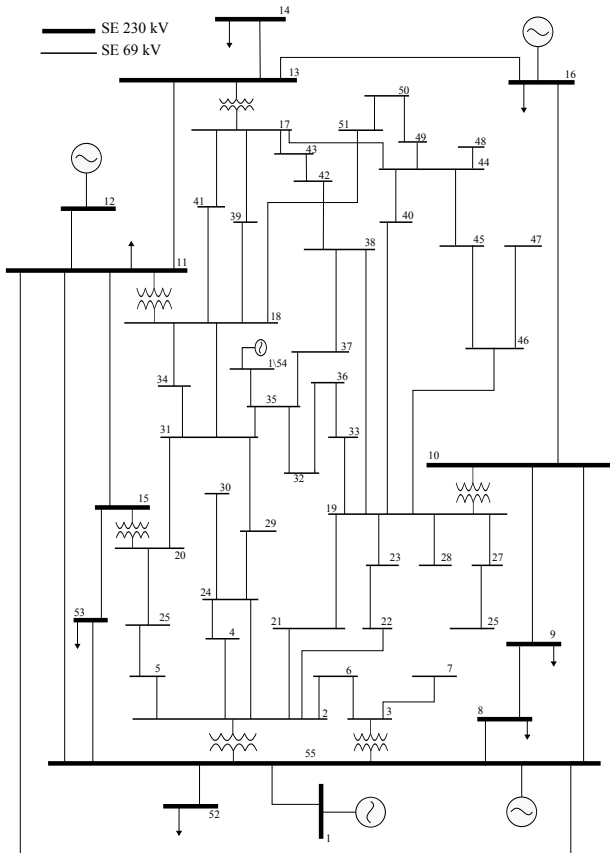


Figura 5.5 – Sistema-teste Copel de 55 barras



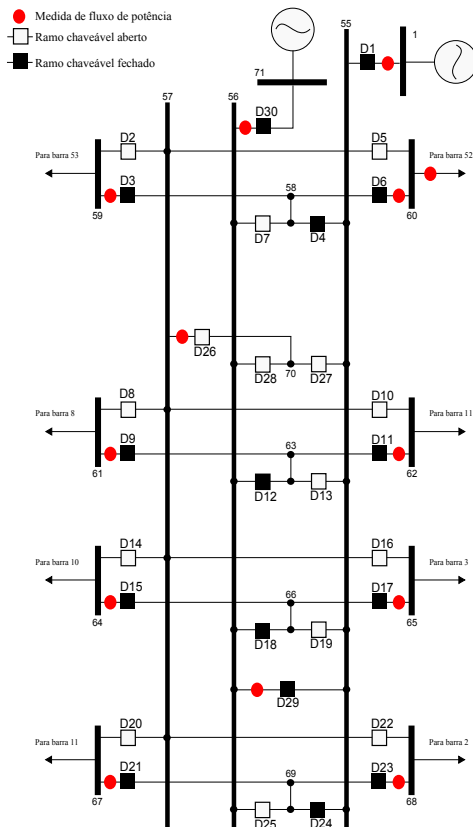


Figura 5.6 – Detalhamento da subestação 55 em nível de seção de barra

**Caso B:** Condição inicial de “partida plana” de topologia, em que todos os ramos chaveáveis são considerados abertos;

**Caso C:** Condição na qual a topologia presumida é igual a topologia correta.

Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 5.26. É possível observar que o método CNET foi capaz de estimar a topologia em duas iterações, e somente ocorre alteração no *status* do disjuntor de número 29, o qual foi erroneamente presumido. O tempo total gasto para a convergência deste caso foi de 18,69 segundos. Apesar deste sistema possuir maior complexidade que os estudados anteriormente e o arranjo da subestação ser mais elaborado, aplica-se mais uma vez a observação anterior sobre resultados para as estimativas dos estados, ou seja, o algoritmo é capaz de estimar concomitantemente os estados e a topologia correta de sistemas com grande número de ramos chaveáveis em poucas iterações.

Os resultados da aplicação do método CNET, para o Caso B de “partida plana”, são mostrados na Tabela 5.27. Verifica-se que a convergência do programa foi alcançada em duas iterações, alterando somente os *status* dos dispositivos erroneamente presumidos. Deve-se destacar que este caso, foi o que mais demandou tempo de processamento dentre os casos estudados (51,6876 segundos).

Uma simulação adicional, denotada como Caso C, no qual a topologia presumida é a correta converge em apenas uma iteração. O tempo de processamento é igual a 10,2075 segundos, sendo portanto inferior aos casos anteriores para este sistema.

Os resultados numéricos decorrentes das simulações anteriores são consolidados na Tabela 5.28, na qual pode se verificar o consistente decréscimo do valor da função-objetivo ao final do processo iterativo, em todos os casos simulados. Novamente, deve-se destacar o caso da inicialização desde a “partida plana” no qual, embora o valor de  $J = 259,0$  na primeira iteração seja elevado, ao final do processo iterativo o mesmo decresce significativamente. A quantidade de iterações do MPDPI do laço iterativo interno varia com o caso estudado.

Tabela 5.26 – Resultados Caso A - Erro no disjuntor interligador

Disj.	Ramo	Iteração 1		Iteração 2	
	(De - P/)	Presumido	Estimado	Presumido	Estimado
01	01 - 55	F	F	F	F
02	57 - 59	A	A	A	A
03	58 - 59	F	F	F	F
04	55 - 58	F	F	F	F
05	57 - 60	A	A	A	A
06	58 - 60	F	F	F	F
07	56 - 58	A	A	A	A
08	57 - 61	A	A	A	A
09	63 - 61	F	F	F	F
10	57 - 62	A	A	A	A
11	62 - 63	F	F	F	F
12	56 - 63	F	F	F	F
13	55 - 63	A	A	A	A
14	57 - 64	A	A	A	A
15	64 - 66	F	F	F	F
16	57 - 65	A	A	A	A
17	65 - 66	F	F	F	F
18	56 - 66	F	F	F	F
19	55 - 66	A	A	A	A
20	57 - 67	A	A	A	A
21	67 - 69	F	F	F	F
22	57 - 68	A	A	A	A
23	68 - 69	F	F	F	F
24	55 - 69	F	F	F	F
25	56 - 69	A	A	A	A
26	57 - 70	A	A	A	A
27	55 - 70	A	A	A	A
28	56 - 70	A	A	A	A
<b>29</b>	<b>55 - 56</b>	<b>A</b>	<b>F</b>	<b>F</b>	<b>F</b>
30	71 - 56	F	F	F	F

Tabela 5.27 – Resultados Caso B - “Partida Plana”

Disj.	Ramo	Iteração 1		Iteração 2	
	(De - P/)	Presumido	Estimado	Presumido	Estimado
<b>01</b>	<b>01 - 55</b>	<b>A</b>	<b>F</b>	<b>F</b>	<b>F</b>
02	57 - 59	A	A	A	A
<b>03</b>	<b>58 - 59</b>	<b>A</b>	<b>F</b>	<b>F</b>	<b>F</b>
<b>04</b>	<b>55 - 58</b>	<b>A</b>	<b>F</b>	<b>F</b>	<b>F</b>
05	57 - 60	A	A	A	A
<b>06</b>	<b>58 - 60</b>	<b>A</b>	<b>F</b>	<b>F</b>	<b>F</b>
07	56 - 58	A	A	A	A
08	57 - 61	A	A	A	A
<b>09</b>	<b>63 - 61</b>	<b>A</b>	<b>F</b>	<b>F</b>	<b>F</b>
10	57 - 62	A	A	A	A
<b>11</b>	<b>62 - 63</b>	<b>A</b>	<b>F</b>	<b>F</b>	<b>F</b>
<b>12</b>	<b>56 - 63</b>	<b>A</b>	<b>F</b>	<b>F</b>	<b>F</b>
13	55 - 63	A	A	A	A
14	57 - 64	A	A	A	A
<b>15</b>	<b>64 - 66</b>	<b>A</b>	<b>F</b>	<b>F</b>	<b>F</b>
16	57 - 65	A	A	A	A
<b>17</b>	<b>65 - 66</b>	<b>A</b>	<b>F</b>	<b>F</b>	<b>F</b>
<b>18</b>	<b>56 - 66</b>	<b>A</b>	<b>F</b>	<b>F</b>	<b>F</b>
19	55 - 66	A	A	A	A
20	57 - 67	A	A	A	A
<b>21</b>	<b>67 - 69</b>	<b>A</b>	<b>F</b>	<b>F</b>	<b>F</b>
22	57 - 68	A	A	A	A
<b>23</b>	<b>68 - 69</b>	<b>A</b>	<b>F</b>	<b>F</b>	<b>F</b>
24	55 - 69	A	F	F	F
25	56 - 69	A	A	A	A
26	57 - 70	A	A	A	A
27	55 - 70	A	A	A	A
28	56 - 70	A	A	A	A
<b>29</b>	<b>55 - 56</b>	<b>A</b>	<b>F</b>	<b>F</b>	<b>F</b>
<b>30</b>	<b>71 - 56</b>	<b>A</b>	<b>F</b>	<b>F</b>	<b>F</b>

Tabela 5.28 – Síntese dos resultados numéricos - Sistema Copel 55 Barras

Valores iniciais												
Caso	Função-Objetivo			Tensão complexa			Potência Ativa			Potência Reativa		
	$J_{map}$	$J_{map}$	$J$	Média	Desvios	$M_V$	Média	Desvios	$M_{tkm}$	Média	Desvios	$M_{tkm}$
A	13297,35	234,00	13531,35	0,0850	0,0667	0,9082	0,4553	0,7942	4,9509	0,2232	0,3186	2,1066
B	13331,20	234,00	13565,20	0,0850	0,0667	0,9082	0,4553	0,7942	4,9509	0,2232	0,3186	2,1066
C	13429,19	234,00	13663,19	0,0850	0,0667	0,9082	0,4553	0,7942	4,9509	0,2232	0,3186	2,1066
Coestimação Inicial												
A	19,94	22,93	33,87	0,0038	0,0011	0,0332	0,0038	0,0083	0,0493	0,0038	0,0062	0,0396
B	12,44	259,0	271,4	0,1297	0,2159	2,1109	0,0097	0,0160	0,1010	0,0058	0,0106	0,0652
C	8,812	0,469	9,282	0,0026	0,0012	0,0244	0,0021	0,0028	0,0190	0,0033	0,0054	0,0343
Coestimação Final												
A	10,66	0,127	10,79	0,0038	0,0011	0,0333	0,0024	0,0049	0,0296	0,0034	0,0060	0,0375
B	8,853	0,217	9,070	0,0027	0,0009	0,0244	0,0024	0,0043	0,0269	0,0037	0,0065	0,0405
C	8,812	0,469	9,282	0,0026	0,0012	0,0244	0,0021	0,0028	0,0190	0,0033	0,0054	0,0343

Todos os índices de desempenho para este sistema-teste assumem valores dentro dos mesmos limites apresentados para os outros sistemas-teste. Isto é um indicativo de que o método é robusto, já que os índices alcançam valores de boa qualidade para os estados estimados face a condições de partida do algoritmo contaminadas por diversos tipos de erros presentes na topologia do sistema.

## 5.6 Desempenho do Método de Coestimação Não Linear

- Desempenho do método

Quanto à estimação dos estados, ou seja, tensão complexa nas barras e fluxos de potência ativa e reativa nos disjuntores, os resultados deste capítulo permitem afirmar que o método proposto nesta dissertação é eficaz. Invariavelmente, em todos os sistemas estudados, sob diferentes condições iniciais, observa-se uma significativa redução na função-objetivo, aliada a uma boa qualidade de estimação, independente da estrutura do sistema e arranjo das subestações. Estas constatações refletem-se nos índices de desempenho considerados neste trabalho.

Quanto à estimação da topologia: o método não é afetado pela quantidade de erros de topologia conforme é evidenciado pelos casos de “*partida plana*”. Pode-se afirmar que o método é robusto pois, para quaisquer que sejam as condições iniciais de partida de topologia, ao final do processo iterativo é encontrada a melhor configuração, que se adapta às medidas disponíveis no sistema. Em relação a métodos mais tradicionais de processamento de erros de topologia [26] e [67], o método proposto apresenta eficácia semelhante na detecção e identificação de erros apresentando, entretanto ganho adicional, advindo de sua capacidade de estimar conjuntamente os estados do sistema.

- Desempenho computacional

Toda a implementação computacional é realizada no software MATLAB® em um computador pessoal dotado de processador Intel® Core i5 com *clock* interno de 2,27 GHz. A convergência do algoritmo do método primal-dual de pontos interiores, executado no laço interno do algoritmo proposto, ocorre entre 13 e 17 iterações para todas as situações simuladas. Por sua vez, a maior demanda de tempo para processamento exigido é para o sistema COPEL de 55 barras, com condição inicial de topologia

“partida plana”, utilizando 51,6876 segundos em todo o processo da CNET. O menor tempo computacional demandado é para o sistema IEEE 24 barras, com condição inicial de topologia em que os *status* presumidos eram iguais aos estimados, caso em que foram necessários apenas 2,3978 segundos por todo o processo da CNET.

A etapa do algoritmo que exige o maior esforço computacional é a solução do sistema linear da Equação (4.14), que pode apresentar ordem bastante elevada. Deve-se ressaltar, que neste trabalho, nenhuma técnica de esparsidade e ordenação foi utilizada para melhorar o desempenho quanto a este quesito.

## 5.7 Conclusões

Neste capítulo apresentam-se os resultados obtidos com o algoritmo proposto para análise de coestimação de estados e topologia considerando-se três sistemas-teste: IEEE 24 barras, IEEE 30 barras e sistema real da Companhia Paranaense de Energia Elétrica - COPEL de 55 barras.

A eficácia do método proposto é testada considerando-se diferentes formas de inicialização do algoritmo de coestimação proposto, incluindo topologias contaminadas por erros (erros de exclusão, erro de inclusão, erro de *by - pass*) e “partida plana”. Adicionalmente, diferentes tipos de configurações de subestações, tais como configurações em anel, disjuntor e meio, barra dupla, foram levados em conta. Os resultados fornecidos mostram que a ferramenta computacional desenvolvida é capaz de fornecer estimativas de boa qualidade para as variáveis de estado do sistema, em conjunto com a topologia que melhor representa a rede elétrica de acordo com as medidas disponíveis.

Os tempos computacionais envolvidos são diretamente proporcionais à dimensão do sistema em estudo e são também influenciados pela condição inicial de partida da topologia. O desempenho computacional do programa pode ser significativamente melhorado mediante o uso de técnicas avançadas específicas para armazenamento compacto e manipulação das matrizes envolvidas no método proposto.





## 6 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

### 6.1 Conclusões

Os centros de operação e controle de sistemas de potência são de fundamental importância para a operação da rede de energia elétrica. Para o correto desempenho das funções encarregadas da segurança da operação implementadas nos referidos centros, o papel do estimador de estados é fundamental. Este é um aplicativo computacional capaz de fornecer todas as variáveis essenciais às funcionalidades dos algoritmos de análise de segurança em sistemas elétricos.

Na atualidade, os estimadores de estados convencionais dependem, além de um bom plano de medição, também de uma base de dados estática contendo informações relativas aos parâmetros da rede e da topologia da rede, atualizada por aplicativos conhecidos como Configuradores de Redes. Deste modo, apenas as variáveis de estado analógicas são verdadeiramente estimadas, já que a topologia fornecida pelo Configurador é utilizada sem que seja questionada a sua consistência com as medidas disponíveis.

Esta dissertação apresenta uma ferramenta computacional de Coestimação Não-Linear de Estados e Topologia (CNET) capaz de estimar conjuntamente os estados e a topologia corrente do sistema elétrico de potência. Para tanto, o algoritmo desenvolvido faz uso de uma função-custo multi-objetivo, na qual o critério dos mínimos quadrados ponderados processa os resíduos de estimação, enquanto que o critério dos mínimos valores absolutos é utilizado no tratamento das restrições operacionais decorrentes da representação dos ramos chaveáveis nas subestações.

O uso da representação não-linear para rede elétrica no nível de subestação e do critério multi-objetivo permite a obtenção completa tanto dos resultados analógicos (ou seja, as variáveis de estado contendo as tensões complexas nas barras e fluxos de potência ativa e reativa através dos disjuntores) quanto dos resultados digitais que definem a topologia da rede, representada pelos *status* dos dispositivos chaveáveis.

O problema de coestimação é resolvido nesta dissertação mediante o uso do método primal-dual de pontos interiores. O desempenho da metodologia proposta é avaliado por índices de desempenho específicos, entre os quais os desenvolvidos em [63]. Bons resultados preliminares obtidos para um sistema-teste de pequeno porte são confirmados pela aplicação do algoritmo proposto a sistemas-teste de maior porte.

A topologia do sistema é obtida por meio do laço externo do algoritmo iterativo proposto e fornece o correto ajuste da topologia presumida, gerando a topologia estimada. Para todos os casos investigados neste trabalho, a topologia correta é obtida com sucesso em apenas duas iterações, independentemente da condição inicial de partida este padrão de convergência se verifica tanto para casos de partida plana de topologia (ou seja, todos os disjuntores abertos) quanto para outras condições iniciais. Adicionalmente, o desempenho do método proposto também não é afetado pelo tipo de arranjo físico das subestações.

Pode-se portanto afirmar que a aplicação do algoritmo aos sistemas teste IEEE de 24 e 30 barras, assim como ao sistema COPEL de 55 barras comprova o potencial da Coestimação Não-Linear de Estados e Topologia. Resultados analógicos (variáveis de estado) e digitais (topologia corrente da rede elétrica) corretos foram sistematicamente obtidos em todos os casos analisados. Além disso, cabe destacar a precisão numérica dos resultados, mensurada pelos índices de desempenho, e a robustez do algoritmo proposto, observada pela aplicação de diversas condições iniciais de partida para a topologia da rede.

## **6.2 Sugestões para trabalhos futuros**

Considerando os objetivos desta dissertação, este trabalho apresenta o desenvolvimento de uma ferramenta de coestimação com vistas à estimação de estados e topologia considerando o modelo não-linear completo para a rede elétrica. Em seguida é apresentada uma lista com sugestões e perspectivas para novos trabalhos:

- Análise de erros grosseiros (simples e múltiplos) em medidas analógicas, contemplando o coestimador de estados proposto;
- Estudo do problema de coestimação de estados com objetivo de verificar o comportamento do mesmo face à ocorrência de erros conjuntos em medidas analógicas e digitais;
- Estudo da extensão da presente formulação para inclusão de medidas fasoriais;
- Extensão da formulação proposta a sistemas de distribuição de energia e micro-redes;
- Reformulação do coestimador visando aprimorar o desempenho computacional mediante técnicas de vetorização, esparsidade, ar-

mazenamento compacto de matrizes, visando sua aplicabilidade à operação em tempo real de sistemas de energia;

- Aplicação do método CNET em dois níveis hierárquicos de estimação, com investigações adicionais relativas ao processamento de medidas com erros grosseiros;
- Análise de observabilidade do sistema estendida ao coestimador proposto.



## APÊNDICE A – MATRIZES JACOBIANAS DO PROBLEMA



Neste Apêndice, descreve-se todo o desenvolvimento para a obtenção das equações generalizadas do fluxo de potência no sentido da aplicação à estimação de estados com vistas ao modelo não-linear da rede elétrica. Para este propósito, adotou-se como referência [47].

## A.1 EQUACIONAMENTO GERAL DO FLUXO DE POTÊNCIA

A seguir, são desenvolvidas as expressões do fluxo de potência entre barras para o modelo convencional da rede elétrica, contemplando as linhas de transmissão e transformadores.

### a. Linhas de Transmissão

O modelo  $\pi$  equivalente de uma linha de transmissão, ilustrado através da Figura A.1, é composto por três parâmetros: resistência série  $r_{km}$ ; reatância série  $x_{km}$ ; e a susceptância *shunt*  $b_{km}$ . Considerando que a expressão da impedância em termos dos parâmetros é dada por

$$z_{km} = r_{km} + jx_{km} \quad (\text{A.1})$$

e o tipo de análise de circuito desejada é a nodal, fica necessário trabalhar com os parâmetros série em termos da condutância e susceptância da linha, logo, a admitância série do ramo fica:

$$y_{km} = z_{km}^{-1} = g_{km} + jb_{km} = \frac{r_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2} - j \frac{x_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2} \quad (\text{A.2})$$

ou,

$$g_{km} = \frac{r_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2} \text{ e } b_{km} = -\frac{x_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2} \quad (\text{A.3})$$

Quando o modelo  $\pi$  representa uma linha de transmissão, têm-se  $r_{km}$  e  $x_{km}$  positivos, o que implica  $g_{km}$  positivo e  $b_{km}$  negativo (ou seja, indutivo). Já o elemento  $b_{km}^{sh}$  é positivo, pois o *shunt* de linha é do tipo capacitivo.

A partir da inspeção da corrente  $I_{km}$ , mostrada na Figura A.1, nota-se que ela é formada por duas componentes: uma série (ramo da impedância  $z_{km}$ ) e outra *shunt* (ramo da susceptância  $b_{km}^{sh}$ ). Assim, através da análise nodal têm-se as seguintes relações:

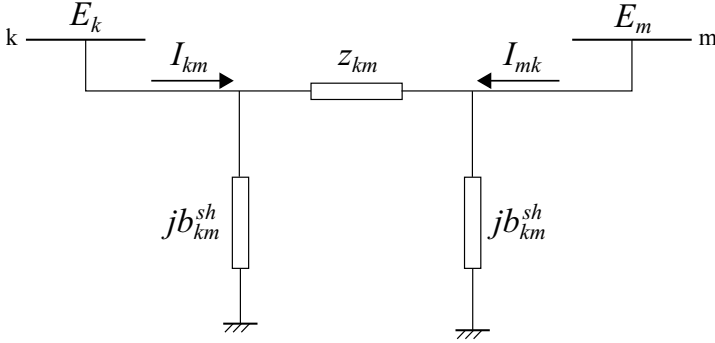


Figura A.1 – Modelo  $\pi$  equivalente de uma linha de transmissão.

$$\begin{aligned} I_{km} &= y_{km}(E_k - E_m) + j b_{km}^{sh} \cdot E_k \\ I_{mk} &= y_{km}(E_m - E_k) + j b_{km}^{sh} \cdot E_m \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

sendo,  $E_k = V_k \cdot e^{j\theta_k}$  e  $E_m = V_m \cdot e^{j\theta_m}$ .

Com base nas relações de tensões e correntes, segue-se o equacionamento do fluxo de potência complexa correspondente a uma linha de transmissão:

$$\begin{aligned} S_{km}^* &= P_{km} - j \cdot Q_{km} = E_k^* \cdot I_{km} \\ S_{km}^* &= E_k^* [y_{km}(E_k - E_m) + j b_{km}^{sh} \cdot E_k] \\ S_{km}^* &= y_{km} \cdot V_k \cdot e^{-j\theta_k} (V_k \cdot e^{j\theta_k} - V_m \cdot e^{j\theta_m}) + j b_{km}^{sh} \cdot V_k^2 \\ S_{km}^* &= y_{km} \cdot V_k^2 - y_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot e^{-j(\theta_k - \theta_m)} + j b_{km}^{sh} \cdot V_k^2 \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Considerando,  $\theta_{km} = \theta_k - \theta_m$ ,  $e^{j\theta_{km}} = \cos\theta_{km} + j \text{sen}\theta_{km}$ ,  $e^{-j\theta_{km}} = \cos\theta_{km} - j \text{sen}\theta_{km}$ , e  $y_{km} = g_{km} + j b_{km}$ , têm-se:

$$\begin{aligned} S_{km}^* &= (g_{km} + j b_{km}) \cdot V_k^2 \\ &\quad - (g_{km} + j b_{km}) \cdot V_k \cdot V_m \cdot (\cos\theta_{km} - j \text{sen}\theta_{km}) \\ &\quad + j b_{km}^{sh} \cdot V_k^2 \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$



Separando a parte real e imaginária da Equação (A.6), obtém-se os fluxos ativos e reativos de potência em ramos convencionais (linhas de transmissão):

$$\begin{aligned}
 P_{km} &= V_k^2 \cdot g_{km} \\
 &\quad - V_k \cdot V_m \cdot g_{km} \cdot \cos\theta_{km} \\
 &\quad - V_k \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \sin\theta_{km} \\
 Q_{km} &= -V_k^2 (b_{km} + b_{km}^{sh}) \\
 &\quad + V_k \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \cos\theta_{km} \\
 &\quad - V_k \cdot V_m \cdot g_{km} \cdot \sin\theta_{km}
 \end{aligned} \tag{A.7}$$

Similarmente, os fluxos  $P_{mk}$  e  $Q_{mk}$  são obtidos:

$$\begin{aligned}
 P_{mk} &= V_m^2 \cdot g_{km} \\
 &\quad - V_k \cdot V_m \cdot g_{km} \cdot \cos\theta_{mk} \\
 &\quad - V_k \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \sin\theta_{mk} \\
 Q_{mk} &= -V_m^2 (b_{km} + b_{km}^{sh}) \\
 &\quad + V_k \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \cos\theta_{mk} \\
 &\quad - V_k \cdot V_m \cdot g_{km} \cdot \sin\theta_{mk}
 \end{aligned} \tag{A.8}$$

sendo  $\theta_{mk} = \theta_m - \theta_k$ .

Considerando  $\cos\theta_{mk} = \cos\theta_{km}$  e  $\sin\theta_{mk} = -\sin\theta_{km}$ , pode-se reescrever a Equação (A.8) da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 P_{mk} &= V_m^2 \cdot g_{km} \\
 &\quad - V_k \cdot V_m \cdot g_{km} \cdot \cos\theta_{km} \\
 &\quad + V_k \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \sin\theta_{km} \\
 Q_{mk} &= -V_m^2 (b_{km} + b_{km}^{sh}) \\
 &\quad + V_k \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \cos\theta_{km} \\
 &\quad + V_k \cdot V_m \cdot g_{km} \cdot \sin\theta_{km}
 \end{aligned} \tag{A.9}$$

## b. Transformadores

O modelo equivalente de transformadores utilizados em estudos convencionais de estimação de estados e fluxo de potência, é composto por uma impedância  $z_{km}$  em série e um auto-transformador ideal no lado primário, com uma relação de transformação dada por  $t_{r_{km}}$ , onde  $t_{r_{km}} = a_{km} \cdot e^{j\phi}$  e  $\bar{t}_{r_{km}} = a_{km}^{-1} \cdot e^{-j\phi}$ . Tal modelo pode ser visualizado a partir da Figura A.2 a seguir:

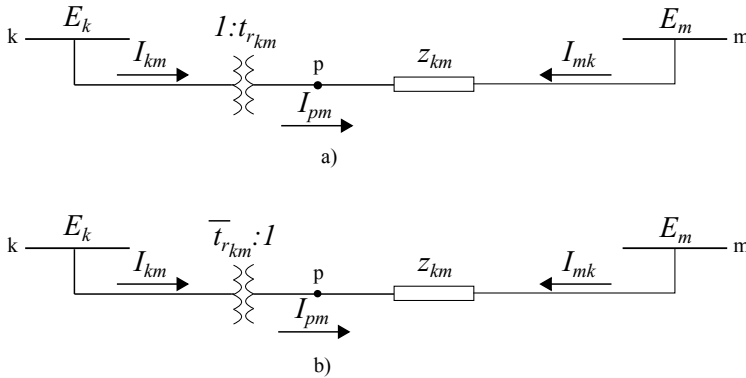


Figura A.2 – Modelo equivalente de transformadores com relação complexa de transformação.

Comumente os dados da rede são representados conforme Figura A.2-b [47], porém, para facilitar e simplificar o equacionamento, a representação adotada neste estudo é a apresentada pela Figura A.2-a. Logo, caso os dados do transformador estejam de acordo com a representação da Figura A.2-b, basta converter a relação da seguinte forma:

$$t_{r_{km}} = \frac{1}{\bar{t}_{r_{km}}} \quad (\text{A.10})$$

por exemplo: se é dado um trafo de 500/750 kV com relação de *tap* de 1,050:1 no lado de baixa (500 kV) e sem defasagem de fase, então,  $t_{r_{km}} = 1/1,050 = 0,9524$ .

### c. Transformador em Fase

De forma geral, a modelagem de transformadores em fase compreende uma impedância ou admitância série e um auto-transformador ideal (sem perdas no núcleo) cuja relação de transformação é dada por  $1 : a_{km}$ . A Figura A.3 representa este tipo de transformador interligando as barras  $k$ - $m$ .

Como pode ser visualizado,  $P$  denota um ponto de referência para a relação de transformação. Assim, a relação da magnitude de tensão neste ponto pela barra  $k$  é dada por  $a_{km}$ , ou seja,  $V_p = a_{km} \cdot V_k$ . Como neste caso não existe defasamento angular entre  $k$  e  $P$  ( $\theta_k = \theta_m$ ), a relação entre as tensões complexas é dada por:

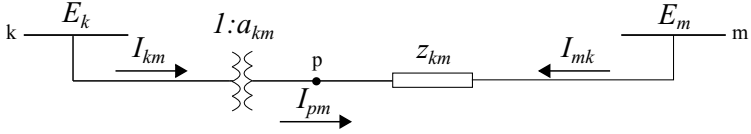


Figura A.3 – Representação de um transformador em fase.

$$a_{km} = \frac{E_p}{E_k} = \frac{V_p \cdot e^{j\theta_p}}{V_k \cdot e^{j\theta_k}} \quad (\text{A.11})$$

A partir do modelo ideal, isto é, sem perda de potência no transformador, a seguinte relação é válida:

$$E_k \cdot I_{km}^* + E_p \cdot I_{mk}^* = 0 \quad (\text{A.12})$$

$$E_k \cdot I_{km}^* = -a_{km} \cdot E_k \cdot I_{mk}^* = 0$$

logo,  $\frac{I_{km}}{I_{mk}} = -\frac{|I_{km}|}{|I_{mk}|} = -a_{km}$ .

Realizando a análise nodal do modelo de transformador, ilustrado na Figura A.3, em termos das correntes complexas  $I_{km}$  e  $I_{mk}$ , têm-se as seguintes equações:

$$\begin{aligned} I_{km} &= a_{km} \cdot I_{pm} = a_{km}(-I_{mk}) \\ I_{km} &= -a_{km} \cdot y_{km}(E_m - E_p) \\ &= -a_{km} \cdot y_{km} \cdot E_m + a_{km} \cdot y_{km} \cdot E_p \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

como  $E_p = E_k \cdot a_{km}$ , segue-se que

$$I_{km} = -a_{km} \cdot y_{km} \cdot E_m + a_{km}^2 \cdot y_{km} \cdot E_k \quad (\text{A.14})$$

e

$$\begin{aligned} I_{mk} &= y_{km}(E_m - E_p) = y_{km} \cdot E_m - y_{km} \cdot E_p \\ I_{mk} &= y_{km} \cdot E_m - a_{km} \cdot y_{km} \cdot E_k \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

Com base nas relações de tensões e correntes, segue o equacionamento do fluxo de potência complexa no ramo convencional  $k$ - $m$ :

$$\begin{aligned}
S_{km}^* &= P_{km} - jQ_{km} = E_k^* \cdot I_{km} \\
S_{km}^* &= E_k^* \cdot [-a_{km} \cdot y_{km} \cdot E_m \\
&\quad + a_{km}^2 \cdot y_{km} \cdot E_k] \\
S_{km}^* &= V_k \cdot e^{-j\theta_k} [-a_{km} \cdot y_{km} \cdot V_m \cdot e^{j\theta_m} \\
&\quad + a_{km}^2 \cdot y_{km} \cdot V_k \cdot e^{j\theta_k}] \tag{A.16} \\
S_{km}^* &= y_{km} \cdot a_{km} \cdot V_k \cdot e^{-j\theta_k} [-V_m \cdot e^{j\theta_m} \\
&\quad + a_{km} \cdot V_k \cdot e^{j\theta_k}] \\
S_{km}^* &= -y_{km} \cdot a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot e^{-j(\theta_k - \theta_m)} \\
&\quad + y_{km} \cdot a_{km}^2 \cdot V_k^2
\end{aligned}$$

considerando  $\theta_{km} = \theta_k - \theta_m$ ,  $e^{j\theta_{km}} = \cos\theta_{km} + j\text{sen}\theta_{km}$ ,  $e^{-j\theta_{km}} = \cos\theta_{km} - j\text{sen}\theta_{km}$  e  $y_{km} = g_{km} + jb_{km}$  têm-se:

$$\begin{aligned}
S_{km}^* &= -(g_{km} + jb_{km}) \cdot a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot (\cos\theta_{km} - j\text{sen}\theta_{km}) \\
&\quad + (g_{km} + jb_{km}) \cdot a_{km}^2 \cdot V_k^2 \tag{A.17}
\end{aligned}$$

Separando a parte real e a imaginária da expressão (A.17), obtêm-se os fluxos ativos e reativos através dos ramos convencionais, dados por:

$$\begin{aligned}
P_{km} &= a_{km}^2 \cdot V_k^2 \cdot g_{km} \\
&\quad - a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot g_{km} \cdot \cos(\theta_{km}) \\
&\quad - a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \text{sen}(\theta_{km}) \\
Q_{km} &= -a_{km}^2 \cdot V_k^2 \cdot b_{km} \\
&\quad + a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \cos(\theta_{km}) \\
&\quad - a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot g_{km} \cdot \text{sen}(\theta_{km}) \tag{A.18}
\end{aligned}$$

Seguindo o mesmo procedimento, tem-se o equacionamento do fluxo de potência complexa através do ramo convencional no sentido de  $m-k$ :

$$\begin{aligned}
S_{mk}^* &= P_{mk} - jQ_{mk} = E_m^* \cdot I_{mk} \\
S_{mk}^* &= E_m^* \cdot [y_{km} \cdot E_m - a_{km} \cdot y_{km} \cdot E_k] \\
S_{mk}^* &= V_m \cdot e^{-j\theta_m} [y_{km} \cdot V_m \cdot e^{j\theta_m} - a_{km} \cdot y_{km} \cdot V_k \cdot e^{j\theta_k}] \\
S_{mk}^* &= y_{km} \cdot V_m^2 - a_{km} \cdot y_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot e^{-j(\theta_m - \theta_k)}
\end{aligned} \tag{A.19}$$

sendo  $\theta_{mk} = \theta_m - \theta_k$ ,  $e^{j\theta_{mk}} = \cos\theta_{mk} + j\text{sen}\theta_{mk}$ ,  $e^{-j\theta_{mk}} = \cos\theta_{mk} - j\text{sen}\theta_{mk}$  e  $y_{km} = g_{km} + jb_{km}$  têm-se:

$$\begin{aligned}
S_{mk}^* &= (g_{km} + jb_{km}) \cdot V_m^2 - a_{km} \cdot (g_{km} + jb_{km}) \cdot V_k \cdot V_m \cdot (\cos\theta_{mk} - j\text{sen}\theta_{mk})
\end{aligned} \tag{A.20}$$

Separando a parte real e a imaginária da expressão (A.20), obtêm-se os fluxos ativos e reativos através dos ramos convencionais, dados por:

$$\begin{aligned}
P_{mk} &= V_m^2 \cdot g_{km} - a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot g_{km} \cdot \cos(\theta_{mk}) - a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \text{sen}(\theta_{mk}) \\
Q_{mk} &= -V_m^2 \cdot b_{km} + a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \cos(\theta_{mk}) - a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot g_{km} \cdot \text{sen}(\theta_{mk})
\end{aligned} \tag{A.21}$$

#### d. Transformador Defasador Puro

Os transformadores são equipamentos capazes de controlar a relação de fase, ou defasagem entre as tensões do primário e do secundário, e assim, prover controle de fluxo de potência ativa entre as barras. A Figura (A.4) representa este tipo de transformador interligando as barras  $k$  e  $m$ .

Analisando o modelo, P é um ponto de referência para a relação de transformação, assim, a relação da tensão complexa neste ponto pela barra  $k$  é dada por  $e^{j\phi}$ , ou seja,  $E_p = E_k \cdot e^{j\phi}$ , sendo  $\phi$  o valor da

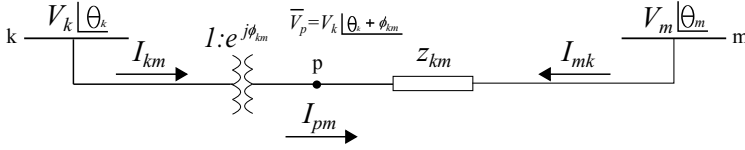


Figura A.4 – Representação de um transformador defasador.

defasagem causada pelo transformador.

Pela análise nodal do circuito, a expressão da corrente complexa  $I_{km}$  fica:

$$\begin{aligned} I_{km} &= e^{-j\phi} \cdot I_{pm} = e^{-j\phi} \cdot (-I_{mk}) \\ I_{km} &= -e^{-j\phi} \cdot (E_m - E_p) \cdot y_{km} \\ I_{km} &= -y_{km} \cdot E_m \cdot e^{-j\phi} + y_{km} \cdot E_p \cdot e^{-j\phi} \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

como  $E_p = E_k e^{j\phi}$

$$I_{km} = -y_{km} \cdot E_m e^{-j\phi} + y_{km} \cdot E_k \quad (\text{A.23})$$

De forma análoga tem-se a corrente  $I_{mk}$ :

$$\begin{aligned} I_{mk} &= (E_m - E_p) \cdot y_{km} \\ I_{mk} &= y_{km} \cdot E_m - y_{km} \cdot E_k \cdot e^{j\phi} \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

Com base nas relações de tensões e correntes, equaciona-se o fluxo de potência complexa da barra  $k$  para a  $m$ :

$$\begin{aligned} S_{km}^* &= P_{km} - jQ_{km} = E_k^* \cdot I_{km} \\ S_{km}^* &= E_k^* \cdot [-y_{km} \cdot E_m \cdot e^{-j\phi} + y_{km} \cdot E_k] \\ S_{km}^* &= V_k \cdot e^{-j\theta_k} [-y_{km} \cdot V_m \cdot e^{j\theta_m} \cdot e^{-j\phi} \\ &\quad + y_{km} \cdot V_k \cdot e^{j\theta_k}] \\ S_{km}^* &= y_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot e^{-j(\theta_k - \theta_m + \phi)} + y_{km} \cdot V_k^2 \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

sendo  $e^{j(\theta_{km}+\phi)} = \cos(\theta_{km} + \phi) + j\text{sen}(\theta_{km} + \phi)$ ,  $e^{-j(\theta_{km}+\phi)} = \cos(\theta_{km} + \phi) - j\text{sen}(\theta_{km} + \phi)$ , têm-se:

$$S_{km}^* = (g_{km} + jb_{km}) \cdot V_k \cdot V_m \cdot [\cos(\theta_{km} + \phi) + j\text{sen}(\theta_{km} + \phi)] + (g_{km} + jb_{km}) \cdot V_k^2 \quad (\text{A.26})$$

Separando-se a parte real e a imaginária, tem-se:

$$\begin{aligned} P_{km} &= V_k^2 \cdot g_{km} \\ &\quad - V_k \cdot V_m \cdot g_{km} \cdot \cos(\theta_{km} + \phi) \\ &\quad - V_k \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \text{sen}(\theta_{km} + \phi) \\ Q_{km} &= -V_k^2 \cdot b_{km} \\ &\quad + V_k \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \cos(\theta_{km} + \phi) \\ &\quad - V_k \cdot V_m \cdot g_{km} \cdot \text{sen}(\theta_{km} + \phi) \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

Seguindo a mesma metodologia descrita anteriormente, tem-se o fluxo de potência complexa da barra  $m$  para  $k$ :

$$\begin{aligned} S_{mk}^* &= P_{mk} - jQ_{mk} = E_m^* \cdot I_{mk} \\ S_{mk}^* &= E_m^* \cdot [y_{km} \cdot E_m \\ &\quad - y_{km} \cdot E_k \cdot e^{j\phi}] \\ S_{mk}^* &= V_m \cdot e^{-j\theta_m} \cdot [y_{km} \cdot V_m \cdot e^{j\theta_m} \\ &\quad - y_{km} \cdot V_k \cdot e^{j\theta_k} \cdot e^{j\phi}] \\ S_{mk}^* &= y_{km} \cdot V_m^2 \\ &\quad - y_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot e^{-j(\theta_m - \theta_k - \phi)} \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

sendo,  $e^{-j(\theta_{mk}-\phi)} = \cos(\theta_{mk} - \phi) - j\text{sen}(\theta_{mk} - \phi)$  e substituindo em (A.28) obtém-se:

$$S_{mk}^* = (g_{km} + jb_{km}) \cdot V_m^2 - (g_{km} + jb_{km}) \cdot V_k \cdot V_m \cdot [\cos(\theta_{mk} - \phi) - j\text{sen}(\theta_{mk} - \phi)] \quad (\text{A.29})$$

Separando-se em parte real e imaginária, tem-se:

$$\begin{aligned}
 P_{mk} &= V_m^2 \cdot g_{km} \\
 &\quad - V_k \cdot V_m \cdot g_{km} \cdot \cos(\theta_{mk} - \phi) \\
 &\quad - V_k \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \text{sen}(\theta_{mk} - \phi) \\
 Q_{mk} &= -V_m^2 \cdot b_{km} \\
 &\quad + V_k \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \cos(\theta_{mk} - \phi) \\
 &\quad - V_k \cdot V_m \cdot g_{km} \cdot \text{sen}(\theta_{mk} - \phi)
 \end{aligned}
 \tag{A.30}$$

### e. Modelo Unificado Linha - Transformador

Generalizando o modelo equivalente de linhas de transmissão, transformadores em fase e defasadores, obtém-se o modelo apresentado na Figura A.5 para o fluxo de potência entre duas barras:

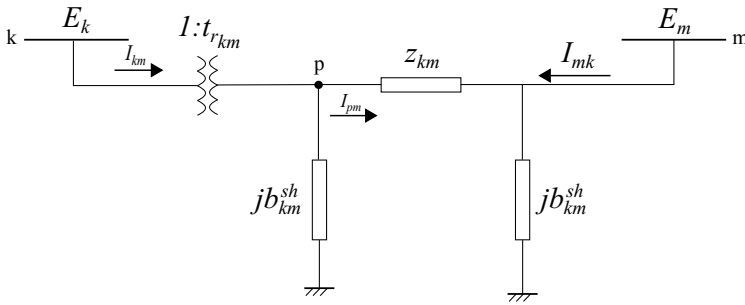


Figura A.5 – Representação do modelo unificado linha - transformador.

Onde  $\mathbf{1} : t_{tr_{km}}$  representa a relação de transformação do auto-transformador ideal e  $t_{tr_{km}} = a_{km} \cdot e^{j\phi}$ .

Desta maneira, a expressão generalizada de fluxo de potência da barra  $k$  para a barra  $m$  resulta em:

$$\begin{aligned}
 P_{km} &= a_{km}^2 \cdot V_k^2 \cdot g_{km} \\
 &\quad - a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot g_{km} \cdot \cos(\theta_{km} + \phi) \\
 &\quad - a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \text{sen}(\theta_{km} + \phi) \\
 Q_{km} &= -a_{km}^2 \cdot V_k^2 \cdot (b_{km} + b_{km}^{sh}) \\
 &\quad + a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \cos(\theta_{km} + \phi) \\
 &\quad - a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot g_{km} \cdot \text{sen}(\theta_{km} + \phi)
 \end{aligned}
 \tag{A.31}$$



Já a expressão generalizada de fluxo da barra  $m$  para barra  $k$  é:

$$\begin{aligned}
 P_{mk} &= V_m^2 \cdot g_{km} \\
 &\quad - a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot g_{km} \cdot \cos(\theta_{mk} - \phi) \\
 &\quad - a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \text{sen}(\theta_{mk} - \phi) \\
 Q_{mk} &= -V_m^2 \cdot (b_{km} + b_{km}^{sh}) \\
 &\quad + a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \cos(\theta_{mk} - \phi) \\
 &\quad - a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot g_{km} \cdot \text{sen}(\theta_{mk} - \phi)
 \end{aligned}
 \tag{A.32}$$

Notar que o efeito do transformador está relacionado a barra  $k$ , isto porque o trafo está conectado a esta barra. Assim, é de vital importância observar que a relação  $a_{km}$  não faz parte do equacionamento, logo, deve-se tomar cuidado na hora de se implementar os fluxos da barra  $m$  para a barra  $k$ .

Adicionalmente na expressão (A.30), o termo " $a_{km}^2$ " aparece multiplicando  $b_{km}^{sh}$ , o que fisicamente não existe, porém, não é errado o seu uso, já que se o dispositivo for uma linha de transmissão  $a_{km}$  vale 1, não afetando de forma errônea a expressão de fluxo reativo. Se o dispositivo envolvido for um transformador,  $b_{km}^{sh}$  é igual a zero, ou seja, não causa nenhum prejuízo a expressão.

Para tais equações, as variáveis  $a_{km}$ ,  $\phi$  e  $b_{km}^{sh}$  assumem valores particulares, mostrados na Tabela A.1 a seguir:

Tabela A.1 – Valores particulares das variáveis  $a_{km}$ ,  $\phi$  e  $b_{km}^{sh}$  em virtude do equipamento

Equipamento	$a_{km}$	$\phi$	$b_{km}^{sh}$
Linha de Transmissão	1	0	$\forall$ valor
Trafo Defasador	$\forall$ valor	$\forall$ valor	0
Trafo em Fase	$\forall$ valor	0	0
Trafo Defasador Puro	1	$\forall$ valor	0

## f. Derivadas Parciais das Equações de Fluxo em Relação aos Estados

Considerando as equações de fluxo de potência generalizadas da barra  $k$  para a barra  $m$  em ramos convencionais, e as variáveis de estado nos nós elétricos do sistema  $\theta_k$ ,  $\theta_v$ ,  $V_k$ ,  $V_m$  assim como as variáveis de estado para os fluxos de potência nos ramos chaveáveis  $t_{kl}$ ,  $t_{lk}$ ,  $u_{kl}$

e  $u_{lk}$ , as expressões das derivadas parciais dos fluxos ativos e reativos em relação aos estados são dados da seguinte forma:

- Para os fluxos de potência ativa:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial P_{km}}{\partial \theta_k} &= a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot g_{km} \cdot \text{sen}(\theta_{km} + \phi) \\
 &\quad - a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \text{cos}(\theta_{km} + \phi) \\
 \frac{\partial P_{km}}{\partial \theta_m} &= -a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot g_{km} \cdot \text{sen}(\theta_{km} + \phi) \\
 &\quad + a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \text{cos}(\theta_{km} + \phi) \\
 \frac{\partial P_{km}}{\partial V_k} &= 2 \cdot a_{km}^2 \cdot V_k \cdot g_{km} \\
 &\quad - a_{km} \cdot V_m \cdot g_{km} \cdot \text{cos}(\theta_{km} + \phi) \\
 &\quad - a_{km} \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \text{sen}(\theta_{km} + \phi) \\
 \frac{\partial P_{km}}{\partial V_m} &= -a_{km} \cdot V_k \cdot g_{km} \cdot \text{cos}(\theta_{km} + \phi) \\
 &\quad - a_{km} \cdot V_k \cdot b_{km} \cdot \text{sen}(\theta_{km} + \phi) \\
 \frac{\partial P_{km}}{\partial t_{kl}} &= 0 \\
 \frac{\partial P_{km}}{\partial t_{lk}} &= 0 \\
 \frac{\partial P_{km}}{\partial u_{kl}} &= 0 \\
 \frac{\partial P_{km}}{\partial u_{lk}} &= 0
 \end{aligned} \tag{A.33}$$

- Para os fluxos de potência reativa:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial Q_{km}}{\partial \theta_k} &= -a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \text{sen}(\theta_{km} + \phi) \\
 &\quad - a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot g_{km} \cdot \text{cos}(\theta_{km} + \phi) \\
 \frac{\partial Q_{km}}{\partial \theta_m} &= a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \text{sen}(\theta_{km} + \phi) \\
 &\quad + a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot g_{km} \cdot \text{cos}(\theta_{km} + \phi) \\
 \frac{\partial Q_{km}}{\partial V_k} &= -2 \cdot a_{km}^2 \cdot V_k \cdot (b_{km} + b_{km}^{sh}) \\
 &\quad + a_{km} \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \text{cos}(\theta_{km} + \phi) \\
 &\quad - a_{km} \cdot V_m \cdot g_{km} \cdot \text{sen}(\theta_{km} + \phi) \\
 \frac{\partial Q_{km}}{\partial V_m} &= a_{km} \cdot V_k \cdot b_{km} \cdot \text{cos}(\theta_{km} + \phi) \\
 &\quad - a_{km} \cdot V_k \cdot g_{km} \cdot \text{sen}(\theta_{km} + \phi) \\
 \frac{\partial Q_{km}}{\partial t_{kl}} &= 0 \\
 \frac{\partial Q_{km}}{\partial t_{lk}} &= 0 \\
 \frac{\partial Q_{km}}{\partial u_{kl}} &= 0 \\
 \frac{\partial Q_{km}}{\partial u_{lk}} &= 0
 \end{aligned} \tag{A.34}$$

Agora, considerando as equações de fluxo no sentido da barra  $m$  para a barra  $k$ , tem-se:

- Para os fluxos de potência ativa:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial P_{mk}}{\partial \theta_k} &= -a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot g_{km} \cdot \text{sen}(\theta_{mk} - \phi) \\
 &\quad + a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \text{cos}(\theta_{mk} - \phi) \\
 \frac{\partial P_{mk}}{\partial \theta_m} &= a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot g_{km} \cdot \text{sen}(\theta_{mk} - \phi) \\
 &\quad - a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \text{cos}(\theta_{mk} - \phi) \\
 \frac{\partial P_{mk}}{\partial V_k} &= -a_{km} \cdot V_m \cdot g_{km} \cdot \text{cos}(\theta_{mk} - \phi) \\
 &\quad - a_{km} \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \text{sen}(\theta_{mk} - \phi) \\
 \frac{\partial P_{mk}}{\partial V_m} &= 2 \cdot V_m \cdot g_{km} \\
 &\quad - a_{km} \cdot V_k \cdot g_{km} \cdot \text{cos}(\theta_{mk} - \phi) \\
 &\quad - a_{km} \cdot V_k \cdot b_{km} \cdot \text{sen}(\theta_{mk} - \phi) \\
 \frac{\partial P_{mk}}{\partial t_{kl}} &= 0 \\
 \frac{\partial P_{mk}}{\partial t_{lk}} &= 0 \\
 \frac{\partial P_{mk}}{\partial u_{kl}} &= 0 \\
 \frac{\partial P_{mk}}{\partial u_{lk}} &= 0
 \end{aligned} \tag{A.35}$$

- Para os fluxos de potência reativa:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial Q_{mk}}{\partial \theta_k} &= a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \text{sen}(\theta_{mk} - \phi) \\
 &\quad + a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot g_{km} \cdot \text{cos}(\theta_{mk} - \phi) \\
 \frac{\partial Q_{mk}}{\partial \theta_m} &= -a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \text{sen}(\theta_{mk} - \phi) \\
 &\quad - a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot g_{km} \cdot \text{cos}(\theta_{mk} - \phi) \\
 \frac{\partial Q_{mk}}{\partial V_k} &= a_{km} \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \text{cos}(\theta_{mk} - \phi) \\
 &\quad - a_{km} \cdot V_m \cdot g_{km} \cdot \text{sen}(\theta_{mk} - \phi) \\
 \frac{\partial Q_{mk}}{\partial V_m} &= -2 \cdot V_m \cdot (b_{km} + b_{km}^{sh}) \\
 &\quad + a_{km} \cdot V_k \cdot b_{km} \cdot \text{cos}(\theta_{mk} - \phi) \\
 &\quad - a_{km} \cdot V_k \cdot g_{km} \cdot \text{sen}(\theta_{mk} - \phi) \\
 \frac{\partial Q_{mk}}{\partial t_{kl}} &= 0 \\
 \frac{\partial Q_{mk}}{\partial t_{lk}} &= 0 \\
 \frac{\partial Q_{mk}}{\partial u_{kl}} &= 0 \\
 \frac{\partial Q_{mk}}{\partial u_{lk}} &= 0
 \end{aligned} \tag{A.36}$$

## A.2 EQUACIONAMENTO GERAL DAS INJEÇÕES DE POTÊNCIA NAS BARRAS

### a. Equações de Injeções de Potência nas Barras

Para obter as injeções de potência nas barras, inicialmente deve-se calcular o valor líquido de injeção de corrente em uma barra genérica considerando todos os fluxos de corrente incidentes sobre ela. A Figura A.6 ilustra esta situação considerando apenas a incidência de ramos convencionais na barra  $k$ .

Pela primeira Lei de Kirchoff, têm-se:

$$I_k + I_k^{sh} = \sum_{m \in \Omega_k} I_{km} \tag{A.37}$$

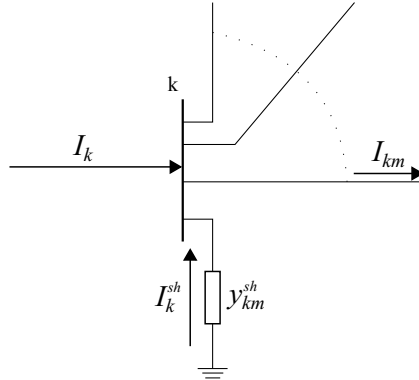


Figura A.6 – Correntes incidentes em uma barra genérica  $k$ .

para  $k = 1, \dots, N$ , onde  $k$  é um nó elétrico genérico,  $m$  é um nó adjacente a  $k$ ,  $\Omega$  é o conjunto de nós adjacentes a  $k$ , e  $N$  é o número de nós do sistema.

Por meio das expressões de correntes complexas em linhas de transmissão e transformadores (defasadores ou não) desenvolvidas na Seção A.1 anterior, esboça-se a forma unificada para o fluxo de corrente da barra  $k$  para a barra  $m$ :

$$\mathbf{I}_{km} = \begin{aligned} & [\mathbf{a}_{km}^2 \cdot \mathbf{y}_{km} + j\mathbf{b}_{km}^{sh}] \cdot \mathbf{E}_k \\ & - [\mathbf{a}_{km} \cdot \mathbf{y}_{km} \cdot e^{-j\phi}] \cdot \mathbf{E}_m \end{aligned} \quad (\text{A.38})$$

Dessa forma  $\mathbf{I}_k$  pode ser re-escrita por

$$\mathbf{I}_k = \begin{aligned} & [j\mathbf{b}_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} (\mathbf{a}_{km}^2 \cdot \mathbf{y}_{km} + j\mathbf{b}_{km}^{sh})] \cdot \mathbf{E}_k \\ & + \sum_{m \in \Omega_k} (-\mathbf{a}_{km} \cdot \mathbf{y}_{km} \cdot e^{-j\phi}) \cdot \mathbf{E}_m \end{aligned} \quad (\text{A.39})$$

A Equação (A.37) pode ser rearranjada na forma matricial como

$$\mathbf{I} = \mathbf{Y} \cdot \mathbf{E} \quad (\text{A.40})$$

sendo:

$\mathbf{I}$ : Vetor contendo as injeções de corrente nos nós, com dimensão  $\mathbf{N} \times \mathbf{1}$ ;

$\mathbf{Y}$ : Matriz de admitâncias do sistema, com dimensão  $\mathbf{N} \times \mathbf{N}$ ;

$\mathbf{E}$ : Vetor de tensões nos nós elétricos, com dimensão  $\mathbf{N} \times \mathbf{1}$ .

Os elementos da matriz  $Y$  não pertencentes a diagonal principal, são formados da seguinte forma:

$$Y_{km} = -a_{km} \cdot y_{km} \cdot e^{-j\phi} \quad (\text{A.41})$$

Já os elementos da diagonal principal de  $Y$  são:

$$Y_{kk} = y_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} (a_{km}^2 \cdot y_{km} + y_{km}^{sh}) \quad (\text{A.42})$$

Assim, a forma matricial completa da injeção de corrente da barra genérica  $k$  fica:

$$I_k = Y_{kk} \cdot E_k + \sum_{m \in \Omega_k} Y_{km} \cdot E_m = \sum_{m \in k} Y_{km} \cdot E_m \quad (\text{A.43})$$

onde  $k$  é o número de barras adjacentes a barra  $k$ , incluindo ela própria.

A matriz  $Y$  é comumente decomposta em parte real e parte imaginária, sendo estas representadas respectivamente por  $G$  e  $B$ , ou melhor,  $Y_{km} = G_{km} + jB_{km}$ . Logo, a expressão da injeção de corrente resultante torna-se:

$$I_k = \sum_{m \in k} (G_{km} + jB_{km}) \cdot E_m \quad (\text{A.44})$$

Da expressão (A.44) segue a formulação para o equacionamento da injeção de potência complexa em uma barra:

$$\begin{aligned} S_k^* &= P_k - jQ_k = E_k^* \cdot I_k \\ S_k^* &= V_k \cdot e^{-j\theta_k} \{ [jb_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} (a_{km}^2 \cdot y_{km} + jb_{km}^{sh})] \cdot E_k \\ &\quad + \sum_{m \in \Omega_k} (-a_{km} \cdot y_{km} \cdot e^{-j\phi}) \cdot E_m \} \\ S_k^* &= V_k^2 \cdot [jb_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} (a_{km}^2 \cdot y_{km} + jb_{km}^{sh})] \\ &\quad + V_k \cdot V_m \cdot \sum_{m \in \Omega_k} (-a_{km} \cdot y_{km} \cdot e^{-j(\theta_k - \theta_m + \phi)}) \\ S_k^* &= V_k^2 \cdot jb_k^{sh} \\ &\quad + V_k^2 \cdot \sum_{m \in \Omega_k} [a_{km}^2 \cdot (g_{km} + jb_{km}) + jb_{km}^{sh}] \\ &\quad - V_k \cdot V_m \cdot \sum_{m \in \Omega_k} [a_{km} \cdot (g_{km} + jb_{km}) \cdot (\cos(\theta_{km} + \phi) \\ &\quad - j\text{sen}(\theta_{km} + \phi))] \end{aligned} \quad (\text{A.45})$$

Separando a parte real e a parte imaginária, tem-se:

$$\begin{aligned}
P_k &= \sum_{m \in \Omega_k} V_k^2 \cdot a_{km}^2 \cdot g_{km} \\
&\quad - \sum_{m \in \Omega_k} a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot g_{km} \cdot \cos(\theta_{km} + \phi) \\
&\quad - \sum_{m \in \Omega_k} a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \text{sen}(\theta_{km} + \phi) \\
Q_k &= -V_k^2 \cdot b_k^{sh} - \sum_{m \in \Omega_k} V_k^2 (a_{km}^2 \cdot b_{km} + b_{km}^{sh}) \\
&\quad + \sum_{m \in \Omega_k} a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \cos(\theta_{km} + \phi) \\
&\quad - \sum_{m \in \Omega_k} a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot g_{km} \cdot \text{sen}(\theta_{km} + \phi)
\end{aligned} \tag{A.46}$$

Em termos da matriz de admitância  $Y$ , as equações (A.46) ficam:

$$\begin{aligned}
P_k &= V_k \cdot \sum_{m \in k} V_m \cdot (G_{km} \cdot \cos\theta_{km} + B_{km} \cdot \text{sen}\theta_{km}) \\
&= \sum_{m \in \Omega_k} P_{km} \\
Q_k &= V_k \cdot \sum_{m \in k} V_m \cdot (G_{km} \cdot \text{sen}\theta_{km} - B_{km} \cdot \cos\theta_{km}) \\
&= -V_k^2 \cdot b_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} Q_{km}
\end{aligned} \tag{A.47}$$

## b. Equações de Injeções de Potência nas Barras Considerando os Ramos Chaveáveis

Para que os ramos chaveáveis possam ser devidamente representados, além dos ramos convencionais ( $k$ - $m$ ) as expressões (A.47) também devem levar em conta os fluxos de potência que chegam/partem dos ramos ( $k$ - $l$ ), que contém chaves/disjuntores. Assim, de acordo com a Figura A.7 tem-se:

$$\begin{aligned}
P_k &= \sum_{m \in \Omega_k} P_{km} + \sum_{l \in \Gamma_k} t_{kl} \\
Q_k &= -V_k^2 \cdot b_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} Q_{km} \\
&\quad + \sum_{l \in \Gamma_k} u_{kl}
\end{aligned} \tag{A.48}$$

## c. Derivadas Parciais das Equações de Injeções em Relação aos Estados

Considerando as equações de injeções de potência generalizadas da barra  $k$  e as variáveis de estado nos nós elétricos do sistema  $\theta_k$ ,  $\theta_v$ ,  $V_k$ ,  $V_m$  assim como as variáveis de estado para os fluxos de potência nos ramos chaveáveis  $t_{kl}$ ,  $t_{lk}$ ,  $u_{kl}$  e  $u_{lk}$ , as expressões das derivadas



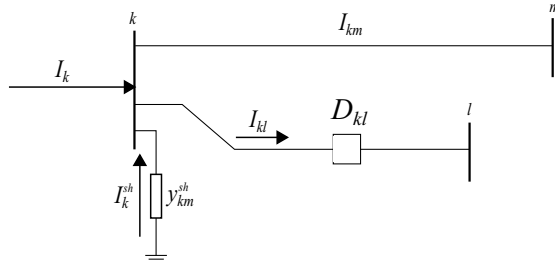


Figura A.7 – Correntes incidentes em uma barra genérica  $k$ , considerando ramos convencionais e chaveáveis.

parciais das injeções ativas e reativas de potência em relação aos estados, resultam em:

- Para injeções de potências ativas:

$$\frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} = \sum_{m \in \Omega_k} V_k \cdot V_m \cdot [a_{km} \cdot g_{km} \cdot \text{sen}(\theta_{km} + \phi) - a_{km} \cdot b_{km} \cdot \text{cos}(\theta_{km} + \phi)]$$

$$\frac{\partial P_k}{\partial \theta_m} = V_k \cdot V_m \cdot [-a_{km} \cdot g_{km} \cdot \text{sen}(\theta_{km} + \phi) + a_{km} \cdot b_{km} \cdot \text{cos}(\theta_{km} + \phi)]$$

$$\frac{\partial P_k}{\partial V_k} = \sum_{m \in \Omega_k} 2 \cdot a_{km}^2 \cdot V_k \cdot g_{km} + V_m \cdot [-a_{km} \cdot g_{km} \cdot \text{cos}(\theta_{km} + \phi) - a_{km} \cdot b_{km} \cdot \text{sen}(\theta_{km} + \phi)]$$

$$\frac{\partial P_k}{\partial V_m} = V_k \cdot [-a_{km} \cdot g_{km} \cdot \text{cos}(\theta_{km} + \phi) - a_{km} \cdot b_{km} \cdot \text{sen}(\theta_{km} + \phi)]$$

$$\frac{\partial P_k}{\partial t_{kl}} = 1$$

$$\frac{\partial P_k}{\partial t_{lk}} = 1$$

$$\frac{\partial P_k}{\partial u_{kl}} = 1$$

$$\frac{\partial P_k}{\partial u_{lk}} = 1$$

(A.49)

- Para injeções de potências reativas:

$$\frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} = \sum_{m \in \Omega_k} [-a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \text{sen}(\theta_{km} + \phi) - a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot g_{km} \cdot \text{cos}(\theta_{km} + \phi)]$$

$$\frac{\partial Q_k}{\partial \theta_m} = a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \text{sen}(\theta_{km} + \phi) + a_{km} \cdot V_k \cdot V_m \cdot g_{km} \cdot \text{cos}(\theta_{km} + \phi)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_k}{\partial V_k} &= -2 \cdot V_k \cdot b_k^{sh} \\ &+ \sum_{m \in \Omega_k} \{-2 \cdot V_k \cdot (a_{km}^2 \cdot b_{km} + b_{km}^{sh}) \\ &+ V_m \cdot [a_{km} \cdot b_{km} \cdot \text{cos}(\theta_{km} + \phi) \\ &- a_{km} \cdot g_{km} \cdot \text{sen}(\theta_{km} + \phi)]\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_k}{\partial V_m} &= a_{km} \cdot V_k \cdot b_{km} \cdot \text{cos}(\theta_{km} + \phi) \\ &- a_{km} \cdot V_k \cdot g_{km} \cdot \text{sen}(\theta_{km} + \phi) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial Q_k}{\partial t_{kl}} = 1$$

$$\frac{\partial Q_k}{\partial t_{lk}} = 1$$

$$\frac{\partial Q_k}{\partial u_{kl}} = 1$$

$$\frac{\partial Q_k}{\partial u_{lk}} = 1$$

(A.50)

#### d. Equações das Magnitudes das Tensões na Barras

Como os medidores de tensão medem diretamente o valor da magnitude dessa grandeza, logo, sua expressão em relação ao estado de tensão ( $V$ ) é direta e conseqüentemente, as derivadas parciais de  $V$  pelas variáveis de estados ficam:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial V_k}{\partial \theta_k} &= 0 \\
 \frac{\partial V_k}{\partial \theta_m} &= 0 \\
 \frac{\partial V_k}{\partial V_k} &= 1 \\
 \frac{\partial V_k}{\partial V_m} &= 0 \\
 \frac{\partial V_k}{\partial t_{kl}} &= 0 \\
 \frac{\partial V_k}{\partial t_{lk}} &= 0 \\
 \frac{\partial V_k}{\partial u_{kl}} &= 0 \\
 \frac{\partial V_k}{\partial u_{lk}} &= 0
 \end{aligned} \tag{A.51}$$

e para a tensão na barra genérica  $m$ :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial V_m}{\partial \theta_k} &= 0 \\
 \frac{\partial V_m}{\partial \theta_m} &= 0 \\
 \frac{\partial V_m}{\partial V_k} &= 0 \\
 \frac{\partial V_m}{\partial V_m} &= 1 \\
 \frac{\partial V_m}{\partial t_{kl}} &= 0 \\
 \frac{\partial V_m}{\partial t_{lk}} &= 0 \\
 \frac{\partial V_m}{\partial u_{kl}} &= 0 \\
 \frac{\partial V_m}{\partial u_{lk}} &= 0
 \end{aligned} \tag{A.52}$$

### e. Composição das Matrizes Jacobianas

A composição da matriz Jacobiana ( $H$ ) depende diretamente da sequência ou posição das variáveis de estado e do vetor de medidas. Ficando assim, a critério de cada um, o posicionamento de cada derivada parcial das medidas em relação ao estado aferido. A possível estruturação da referida matriz é apresentada a seguir:



Vale ressaltar que  $P_k^{medido*}$  e  $Q_k^{medido*}$  existem, se e somente, ramos chaveáveis incidirem na barra  $k$ . Por exemplo, o ramo chaveável  $k-l$ . De maneira análoga é feita a composição para as matrizes Jacobianas das restrições das medidas ( $H_m$ ), restrições operacionais ( $H_o$ ) e restrições estruturais ( $H_s$ ).

É importante lembrar que em estimação de estados, a barra de referência é utilizada apenas como referência angular, diferentemente do problema de fluxo de carga, para o qual a barra de referência comumente é também utilizada como barra de folga (para suprir as cargas do sistema). Assim, no problema de estimação de estados pode-se escolher qualquer barra como referência angular porém, é usual retirar a coluna de  $H$  referente ao ângulo de referência do processo de estimação.

## APÊNDICE B – DADOS SISTEMA IEEE 24 BARRAS





Tabela B.1 – Dados das barras - Sistema IEEE 24 Barras

Barra	Tipo	V	$\delta$	Pd	Qd	Pg	Qg
1	2	1.050	0	0.00	0.00	0.00	0
2	1	1.050	0	0.97	0.20	1.67	0
3	0	1.000	0	1.80	0.37	0.00	0
4	0	1.000	0	0.74	0.15	0.00	0
5	0	1.000	0	0.71	0.14	0.00	0
6	0	1.000	0	1.36	0.28	0.00	0
7	1	1.075	0	1.25	0.25	2.50	0
8	0	1.000	0	1.71	0.35	0.00	0
9	0	1.000	0	1.75	0.36	0.00	0
10	0	1.000	0	1.95	0.40	0.00	0
11	0	1.000	0	0.60	0.00	0.00	0
12	0	1.000	0	0.00	0.00	0.00	0
13	1	1.025	0	2.65	0.54	5.41	0
14	0	1.000	0	0.20	0.00	0.00	0
15	1	1.025	0	3.17	0.64	3.20	0
16	0	1.000	0	2.00	0.20	0.00	0
17	0	1.000	0	0.00	0.00	0.00	0
18	1	1.025	0	3.33	0.68	3.50	0
19	0	1.000	0	1.21	0.37	0.00	0
20	0	1.000	0	1.28	0.26	0.00	0
21	1	1.025	0	0.00	0.00	3.50	0
22	1	1.025	0	0.00	0.00	2.50	0
23	1	1.025	0	0.00	0.00	5.05	0
24	0	1.000	0	0.00	0.00	0.00	0
Seção de barra SE 14							
25	0	1.000	0	1.84	0.00	0.00	0
26	0	1.010	0	0.80	0.00	0.50	0
27	0	1.010	0	0.80	0.00	0.00	0
Seção de barra SE 16							
28	0	1.025	0	1.00	0.00	0.00	0
29	0	1.025	0	1.50	0.00	0.00	0
30	0	1.025	0	0.20	0.00	0.00	0
31	0	1.025	0	0.30	0.00	0.00	0
32	0	1.025	0	1.20	0.00	0.50	0
33	0	1.025	0	1.50	0.00	0.50	0
34	0	1.025	0	2.80	0.00	0.00	0

Tabela B.2 – Dados das Linhas de Transmissão - IEEE 24 barras

Ramo	De	Para	R	X	Bsh
1	1	2	0.0026	0.0139	0.4601
2	1	3	0.0546	0.2112	0.0572
3	1	5	0.0218	0.0845	0.0229
4	2	4	0.0328	0.1267	0.0343
5	2	6	0.0497	0.1920	0.0520
6	3	9	0.0308	0.1190	0.0322
7	3	24	0.0023	0.0839	0.0000
8	4	9	0.0268	0.1037	0.0281
9	5	10	0.0228	0.0883	0.0239
10	6	10	0.0139	0.0605	2.4590
11	7	8	0.0159	0.0614	0.0166
12	8	9	0.0427	0.1651	0.0447
13	8	10	0.0427	0.1651	0.0447
14	9	11	0.0023	0.0839	0.0000
15	9	12	0.0023	0.0839	0.0000
16	10	11	0.0023	0.0839	0.0000
17	10	12	0.0023	0.0839	0.0000
18	11	13	0.0016	0.0476	0.0990
19	11	14	0.0054	0.0418	0.0879
20	12	13	0.0061	0.0476	0.0999
21	12	23	0.0124	0.0966	0.2030
22	27	28	0.0050	0.0389	0.0818
23	13	23	0.0111	0.0865	0.1818
24	15	30	0.0022	0.0173	0.0364
25	15	21	0.0032	0.0245	0.0000
26	15	24	0.0067	0.0519	0.1091
27	17	31	0.0033	0.0259	0.0545
28	19	29	0.0030	0.0231	0.0485
29	17	18	0.0018	0.0144	0.0303
30	17	22	0.0135	0.1053	0.2212
31	18	21	0.0016	0.0130	0.0545
32	19	20	0.0026	0.0198	0.0833
33	20	23	0.0014	0.0108	0.0455
34	21	22	0.0087	0.0678	0.1424
Ramos chaveáveis - SE 14					
35	14	27	0	0.0000	0.0000
36	14	25	0	0.0000	0.0000
37	25	26	0	0.0000	0.0000

38	26	27	0	9999.0	0.0000
Ramos chaveáveis - SE 16					
39	28	34	0	0.0000	0.0000
40	28	29	0	9999.0	0.0000
41	16	29	0	0.0000	0.0000
42	30	34	0	0.0000	0.0000
43	30	31	0	9999.0	0.0000
44	16	31	0	0.0000	0.0000
45	32	34	0	0.0000	0.0000
46	32	33	0	9999.0	0.0000
47	16	33	0	0.0000	0.0000

- **Plano de Medição**

O plano de medição utilizado neste sistema teste consiste em:

- 12 medidas de tensão nas barras.
- 28 medidas de injeção de potência ativa.
- 0 medidas de injeção de potência reativa.
- 53 medidas de fluxo de potência ativa.
- 53 medidas de fluxo de potência reativa.

- **Inicialização de variáveis auxiliares do processo iterativo**

Todas as variáveis foram inicializadas igualmente foi apresentado no exemplo ilustrativo



## APÊNDICE C – DADOS SISTEMA IEEE 30 BARRAS



Tabela C.1 – Dados das barras - Sistema IEEE 30 Barras

Barra	Tipo	V	$\delta$	Pd	Qd	Pg	Qg	
1	2	1.06	0	0.000	0.060	5.60	0.000	0.000
2	1	1.043	0	0.217	0.127	0.40	0.500	0.000
3	0	1	0	0.024	0.012	0.00	0.000	0.000
4	0	1	0	0.076	0.016	0.00	0.000	0.000
5	1	1.01	0	0.942	0.190	2.40	0.370	0.000
6	0	1	0	0.000	0.000	0.00	0.000	0.000
7	0	1	0	0.228	0.109	0.00	0.000	0.000
8	1	1.01	0	0.300	0.300	1.10	0.373	0.000
9	0	1	0	0.000	0.000	0.00	0.000	0.000
10	0	1	0	0.058	0.020	0.00	0.000	0.190
11	1	1.082	0	0.000	0.000	1.20	0.162	0.000
12	0	1	0	0.212	0.075	0.00	0.000	0.000
13	1	1.071	0	0.100	0.000	1.00	0.000	0.000
14	0	1.000	0	0.262	0.016	0.00	0.000	0.000
15	0	1.000	0	0.282	0.025	0.00	0.000	0.000
16	0	1.000	0	0.035	0.018	0.00	0.000	0.000
17	0	1.000	0	0.090	0.058	0.00	0.000	0.000
18	0	1.000	0	0.032	0.090	0.00	0.000	0.000
19	0	1.000	0	0.095	0.034	0.00	0.000	0.000
20	0	1.000	0	0.022	0.007	0.00	0.000	0.000
21	0	1.000	0	0.175	0.112	0.00	0.000	0.000
22	0	1.000	0	0.000	0.000	0.00	0.000	0.000
23	0	1.000	0	0.032	0.016	0.00	0.000	0.000
24	0	1.000	0	0.087	0.067	0.00	0.000	0.043
25	0	1.000	0	0.000	0.000	0.00	0.000	0.000
26	0	1.000	0	0.035	0.023	0.00	0.000	0.000
27	0	1.000	0	0.000	0.000	0.00	0.000	0.000
28	0	1.000	0	0.000	0.000	0.00	0.000	0.000
29	0	1.000	0	0.024	0.009	0.00	0.000	0.000
30	0	1.000	0	0.106	0.019	0.00	0.000	0.000
Seção de barra SE 12 e 15								
31	0	1	0	0.11	0.000	0.00	0.000	0.000
32	0	1	0	0.11	0.000	0.00	0.000	0.000
33	0	1	0	0.17	0.000	0.00	0.000	0.000
34	0	1	0	0.20	0.000	0.00	0.000	0.000
35	0	1	0	0.15	0.000	0.00	0.000	0.000
36	0	1	0	0.12	0.000	0.00	0.000	0.000
37	0	1	0	0.11	0.000	0.00	0.000	0.000

38	0	1	0	0.11	0.000	0.00	0.000	0.000
39	0	1	0	0.11	0.000	0.00	0.000	0.000
40	0	1	0	0.11	0.000	0.00	0.000	0.000
41	0	1	0	0.10	0.000	0.00	0.000	0.000

Tabela C.2 – Dados das Linhas de Transmissão - IEEE 30 barras

Ramo	De	Para	R	X	Bsh
1	1	2	0.0192	0.0575	0.0528
2	1	3	0.0452	0.1652	0.0408
3	2	4	0.5700	0.1737	0.0368
4	3	4	0.0132	0.0379	0.0084
5	2	5	0.0472	0.1983	0.0418
6	2	6	0.0581	0.1763	0.0374
7	4	6	0.0119	0.0414	0.0090
8	5	7	0.0460	0.1160	0.0204
9	6	7	0.0267	0.0820	0.0170
10	6	8	0.0120	0.0420	0.0090
11	6	9	0.0000	0.2080	0.0000
12	6	10	0.0000	0.5560	0.0000
13	9	11	0.0000	0.2080	0.0000
14	9	10	0.0000	0.1100	0.0000
15	4	37	0.0000	0.2560	0.0000
16	13	38	0.0000	0.1400	0.0000
17	14	39	0.1231	0.2559	0.0000
18	31	40	0.0662	0.1304	0.0000
19	16	41	0.0945	0.1987	0.0000
20	14	32	0.2210	0.1997	0.0000
21	16	17	0.0524	0.1923	0.0000
22	18	33	0.1073	0.2185	0.0000
23	18	19	0.0639	0.1292	0.0000
24	19	20	0.0340	0.0680	0.0000
25	10	20	0.0936	0.2090	0.0000
26	10	17	0.0324	0.0845	0.0000
27	10	21	0.0348	0.0749	0.0000
28	10	22	0.0727	0.1499	0.0000
29	21	22	0.0116	0.0236	0.0000
30	23	34	0.1000	0.2020	0.0000
31	22	24	0.1150	0.1790	0.0000
32	23	24	0.1320	0.2700	0.0000
33	24	25	0.1885	0.3292	0.0000



34	25	26	0.2544	0.3800	0.0000
35	25	27	0.1093	0.2087	0.0000
36	28	27	0.0000	0.3960	0.0000
37	27	29	0.2198	0.4153	0.0000
38	27	30	0.3202	0.6027	0.0000
39	29	30	0.2399	0.4533	0.0000
40	8	28	0.0636	0.2000	0.0428
41	6	28	0.0169	0.0599	0.0130
Ramos chaveáveis - SE 12					
42	12	37	0.0000	0.000	0.0000
43	12	38	0.0000	0.000	0.0000
44	12	39	0.0000	0.000	0.0000
45	12	40	0.0000	0.000	0.0000
46	12	41	0.0000	0.000	0.0000
47	36	37	0.0000	9999.	0.0000
48	36	38	0.0000	9999.	0.0000
49	36	39	0.0000	9999.	0.0000
50	36	40	0.0000	9999.	0.0000
51	36	41	0.0000	0.000	0.0000
Ramos chaveáveis - SE 15					
52	15	31	0.0000	0.000	0.0000
53	15	32	0.0000	0.000	0.0000
54	15	33	0.0000	9999.	0.0000
55	15	34	0.0000	9999.	0.0000
56	31	35	0.0000	9999.	0.0000
57	32	35	0.0000	9999.	0.0000
58	33	35	0.0000	0.000	0.0000
59	34	35	0.0000	0.000	0.0000

- **Plano de Medição**

O plano de medição utilizado neste sistema teste consiste em:

- 16 medidas de tensão nas barras.
- 23 medidas de injeção de potência ativa.
- 23 medidas de injeção de potência reativa.
- 50 medidas de fluxo de potência ativa.
- 50 medidas de fluxo de potência reativa.

- Inicialização de variáveis auxiliares do processo iterativo

Todas as variáveis foram inicializadas igualmente foi apresentado no exemplo ilustrativo

## APÊNDICE D – DADOS SISTEMA COPEL 55 BARRAS



Este sistema, conforme descrito em [Vosgerau, 2010], é um equivalente reduzido das redes em anel de 230kV e 69kV da região metropolitana da cidade de Curitiba. Os dados de linha do sistema, já com a subestação Umbará modelada no nível de seção de barra, são apresentados na Tabela D.2.

Tabela D.1 – Dados das barras - Sistema COPEL 55 barras

Barra	Tipo	V	$\delta$	Pd	Qd	Pg	Qg	bshbar
1	2	1.00	0.0	0.000	0.000	0.00	0.000	0.000
2	0	1.00	0.0	0.000	0.000	0.00	0.000	0.000
3	0	1.00	0.0	0.000	0.000	0.00	0.000	0.000
4	0	1.00	0.0	0.000	0.000	0.00	0.000	0.000
5	0	1.00	0.0	0.000	0.000	0.00	0.000	0.000
6	0	1.00	0.0	0.167	0.049	0.00	0.000	0.000
7	0	1.00	0.0	0.135	0.004	0.00	0.000	0.000
8	0	1.00	0.0	0.200	0.085	0.00	0.000	0.000
9	0	1.00	0.0	0.115	0.032	0.00	0.000	0.000
10	0	1.00	0.0	0.000	0.000	0.00	0.000	0.000
11	0	1.00	0.0	0.130	0.110	0.00	0.000	0.240
12	1	1.00	0.0	0.000	0.000	3.48	0.205	0.000
13	0	1.00	0.0	0.000	0.000	0.00	0.000	0.000
14	0	1.00	0.0	0.600	0.180	0.00	0.000	0.000
15	0	1.00	0.0	0.000	0.000	0.00	0.000	0.000
16	1	1.02	0.0	0.500	0.110	0.12	0.000	0.000
17	0	1.00	0.0	0.102	0.045	0.00	0.000	0.072
18	0	1.00	0.0	0.225	0.067	0.00	0.000	0.000
19	0	1.00	0.0	0.171	0.081	0.00	0.000	0.168
20	0	1.00	0.0	0.245	0.128	0.00	0.000	0.300
21	0	1.00	0.0	0.210	0.120	0.00	0.000	0.072
22	0	1.00	0.0	0.157	0.066	0.00	0.000	0.048
23	0	1.00	0.0	0.081	0.028	0.00	0.000	0.000
24	0	1.00	0.0	0.159	0.096	0.00	0.000	0.048
25	0	1.00	0.0	0.114	0.043	0.00	0.000	0.000
26	0	1.00	0.0	0.040	0.027	0.00	0.000	0.024
27	0	1.00	0.0	0.125	0.043	0.00	0.000	0.000
28	0	1.00	0.0	0.160	0.008	0.00	0.000	0.048
29	0	1.00	0.0	0.065	0.024	0.00	0.000	0.000
30	0	1.00	0.0	0.001	0.000	0.00	0.000	0.000
31	0	1.00	0.0	0.152	0.063	0.00	0.000	0.096
32	0	1.00	0.0	0.060	0.000	0.00	0.000	0.000
33	0	1.00	0.0	0.106	0.036	0.00	0.000	0.000

34	0	1.00	0.0	0.040	0.012	0.00	0.000	0.000
35	0	1.00	0.0	0.171	0.051	0.00	0.000	0.120
36	0	1.00	0.0	0.211	0.111	0.00	0.000	0.048
37	0	1.00	0.0	0.110	0.032	0.00	0.000	0.000
38	0	1.00	0.0	0.184	0.062	0.00	0.000	0.192
39	0	1.00	0.0	0.056	0.023	0.00	0.000	0.096
40	0	1.00	0.0	0.043	0.021	0.00	0.000	0.000
41	0	1.00	0.0	0.281	0.130	0.00	0.000	0.096
42	0	1.00	0.0	0.205	0.110	0.00	0.000	0.000
43	0	1.00	0.0	0.114	0.047	0.00	0.000	0.048
44	0	1.00	0.0	0.127	0.058	0.00	0.000	0.072
45	0	1.00	0.0	0.062	0.003	0.00	0.000	0.048
46	0	1.00	0.0	0.048	0.018	0.00	0.000	0.000
47	0	1.00	0.0	0.100	0.030	0.00	0.000	0.000
48	0	1.00	0.0	0.242	0.153	0.00	0.000	0.024
49	0	1.00	0.0	0.062	0.020	0.00	0.000	0.000
50	0	1.00	0.0	0.105	0.034	0.00	0.000	0.048
51	0	1.00	0.0	0.053	0.024	0.00	0.000	0.024
52	0	1.00	0.0	0.940	0.270	0.00	0.000	0.000
53	0	1.00	0.0	0.100	0.030	0.00	0.000	0.000
54	1	1.00	0.0	0.000	0.000	0.20	0.200	0.000
Subestação de Umbará								
55	0	1.00	0.0	0.100	0.000	0.00	0.000	0.000
56	0	1.00	0.0	0.010	0.000	0.00	0.000	0.000
57	0	1.00	0.0	0.000	0.000	0.00	0.000	0.000
58	0	1.00	0.0	0.100	0.000	0.00	0.000	0.000
59	0	1.00	0.0	0.000	0.000	0.00	0.000	0.000
60	0	1.00	0.0	0.000	0.000	0.00	0.000	0.000
61	0	1.00	0.0	0.000	0.000	0.00	0.000	0.000
62	0	1.00	0.0	0.000	0.000	0.00	0.000	0.000
63	0	1.00	0.0	0.050	0.000	0.00	0.000	0.000
64	0	1.00	0.0	0.000	0.000	0.00	0.000	0.000
65	0	1.00	0.0	0.000	0.000	0.00	0.000	0.000
66	0	1.00	0.0	0.050	0.000	0.00	0.000	0.000
67	0	1.00	0.0	0.000	0.000	0.00	0.000	0.000
68	0	1.00	0.0	0.000	0.000	0.00	0.000	0.000
69	0	1.00	0.0	0.050	0.000	0.00	0.000	0.000
70	0	1.00	0.0	0.000	0.000	0.00	0.000	0.000
71	1	1.00	0.0	0.000	0.000	0.20	0.000	0.000

Tabela D.2 – Dados das Linhas de Transmissão - COPEL 55 barras

Ramo	De	Para	R	X	Bsh
1	2	68	0.0	0.1886	0.0
2	3	65	0.0	0.1836	0.0
3	2	4	0.0087	0.387	0.000717
4	2	5	0.0287	0.0837	0.0134
5	2	6	0.00262	0.00535	0.00081
6	3	6	0.0024	0.00531	0.0083
7	3	7	0.321	0.936	0.00154
8	8	61	0.0038	0.0188	0.03629
9	10	64	0.007	0.0338	0.06525
10	8	9	0.035	0.0168	0.0323
11	9	10	0.0023	0.011	0.0212
12	11	62	0.002	0.01	0.02
13	11	12	0.0027	0.0161	0.03187
14	11	13	0.0034	0.0164	0.0316
15	13	14	0.0041	0.0205	0.03729
16	13	16	0.0127	0.0638	0.1117
17	10	16	0.0148	0.0756	0.13268
18	11	15	0.0026	0.0126	0.0243
19	13	17	0.0	0.09	0.0
20	11	18	0.0	0.2	0.0
21	10	19	0.0	0.09	0.0
22	15	20	0.0	0.0892	0.0
23	2	21	0.024	0.0699	0.0011
24	19	21	0.0383	0.1113	0.0019
25	2	22	0.018	0.0541	0.001
26	22	23	0.0375	0.111	0.01944
27	19	23	0.0195	0.0569	0.001
28	2	24	0.018	0.0794	0.00155
29	24	29	0.0211	0.0404	0.0007
30	24	30	0.0136	0.026	0.00461
31	4	24	0.0095	0.0416	0.00848
32	5	25	0.0041	0.0119	0.00019
33	20	25	0.0027	0.0083	0.00013
34	26	27	0.1443	0.4242	0.008
35	19	27	0.0117	0.055	0.00891
36	19	28	0.0178	0.0536	0.00861
37	29	31	0.0408	0.0821	0.00151
38	31	34	0.0146	0.0423	0.000725

39	18	31	0.0203	0.0626	0.000953
40	31	35	0.00335	0.01945	0.00031
41	20	31	0.00915	0.0282	0.000429
42	32	35	0.0058	0.00292	0.000662
43	32	36	0.0063	0.0277	0.00655
44	19	33	0.0066	0.0302	0.00848
45	33	36	0.0031	0.014	0.0039
46	18	34	0.0058	0.0164	0.000286
47	35	37	0.0065	0.0317	0.000781
48	37	38	0.0057	0.0274	0.000686
49	19	38	0.001045	0.00349	0.00065
50	17	39	0.00201	0.0067	0.001416
51	18	39	0.0364	0.1228	0.002357
52	19	40	0.019	0.0551	0.000944
53	18	41	0.0324	0.1111	0.002127
54	17	41	0.0179	0.0641	0.00143
55	38	42	0.0044	0.0213	0.000533
56	42	43	0.0066	0.0325	0.0008
57	17	43	0.0089	0.02485	0.000569
58	17	44	0.0142	0.04385	0.00067
59	40	44	0.0284	0.0877	0.00134
60	44	45	0.0284	0.0877	0.00134
61	45	46	0.002	0.0059	0.0001
62	46	47	0.0107	0.028	0.0008
63	19	46	0.0107	0.0492	0.0008
64	44	48	0.0411	0.0119	0.02317
65	44	49	0.0229	0.0461	0.0008
66	49	50	0.00568	0.1145	0.001859
67	50	51	0.0779	0.1565	0.00248
68	52	60	0.0024	0.0142	0.02841
69	15	53	0.002	0.0113	0.0225
70	53	59	0.002	0.0113	0.02251
71	11	67	0.0051	0.0262	0.04541
72	35	54	0.15	0.27	0.004
73	18	51	0.14	0.28	0.004
Subestação de Umbará					
74	1	55	0.0000	0.000	0.000000
75	57	59	0.0000	9999.	0.000000
76	58	59	0.0000	0.000	0.000000
77	55	58	0.0000	0.000	0.000000
78	57	60	0.0000	9999.	0.000000



79	58	60	0.0000	0.000	0.000000
80	56	58	0.0000	9999.	0.000000
81	57	61	0.0000	9999.	0.000000
82	63	61	0.0000	0.000	0.000000
83	57	62	0.0000	9999.	0.000000
84	62	63	0.0000	0.000	0.000000
85	56	63	0.0000	0.000	0.000000
86	55	63	0.0000	9999.	0.000000
87	57	64	0.0000	9999.	0.000000
88	64	66	0.0000	0.000	0.000000
89	57	65	0.0000	9999.	0.000000
90	65	66	0.0000	0.000	0.000000
91	56	66	0.0000	0.000	0.000000
92	55	66	0.0000	9999.	0.000000
93	57	67	0.0000	9999.	0.000000
94	67	69	0.0000	0.000	0.000000
95	57	68	0.0000	9999.	0.000000
96	68	69	0.0000	0.000	0.000000
97	55	69	0.0000	0.000	0.000000
98	56	69	0.0000	9999.	0.000000
99	57	70	0.0000	9999.	0.000000
100	55	70	0.0000	9999.	0.000000
101	56	70	0.0000	9999.	0.000000
102	55	56	0.0000	0.000	0.000000
103	71	56	0.0000	0.000	0.000000

- **Plano de Medição**

O plano de medição utilizado neste sistema teste consiste em:

- 30 medidas de tensão nas barras.
- 55 medidas de injeção de potência ativa.
- 15 medidas de injeção de potência reativa.
- 103 medidas de fluxo de potência ativa.
- 103 medidas de fluxo de potência reativa.

- Inicialização de variáveis auxiliares do processo iterativo

Todas as variáveis foram inicializadas igualmente foi apresentado no exemplo ilustrativo



## REFERÊNCIAS

- [1] ZARCO, P.; EXPOSITO, A. G. Power system parameter estimation: a survey. *Power Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 15, n. 1, p. 216–222, 2000.
- [2] LIU, W.-H.; LIM, S.-L. Parameter error identification and estimation in power system state estimation. *Power Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 10, n. 1, p. 200–209, 1995.
- [3] MONTICELLI, A.; GARCIA, A. Modeling zero impedance branches in power system state estimation. *Power Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 6, n. 4, p. 1561–1570, 1991.
- [4] RIBEIRO, R. *Fluxo de Potência em Redes Modeladas no Nível de Subestação*. Dissertação (Mestrado) — UFPR, 2005.
- [5] LOURENÇO, E.; JR, R. R. P.; COSTA, A. S. Fluxo de potência no nível de subestação, utilizando o método de newton raphson. *X Simpósio de Especialistas em Planejamento da Operação e Expansão Elétrica-SEPOPE. Maio, SP-068*, 2006.
- [6] ROSAS, G. B. Modelagem de redes no nível de subestação para estudo de fluxo de potência ótimo. 2008.
- [7] ROSAS, G. B.; LOURENÇO, E. M.; FERNANDES, T. S. Modeling of zero impedance branches in optimal power flow problem. *Sba: Controle & Automação Sociedade Brasileira de Automatica*, SciELO Brasil, v. 23, n. 6, p. 766–781, 2012.
- [8] SCHWEPPE, F.; WILDES, J. Power system static-state estimation, part I: Exact model. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, PAS-89, n. 1, p. 120–125, jan. 1970. ISSN 0018-9510.
- [9] SCHWEPPE, F.; ROM, D. Power system static-state estimation, part ii: Approximate model. *power apparatus and systems, iee transactions on*, IEEE, n. 1, p. 125–130, 1970.
- [10] SCHWEPPE, F. Power system static-state estimation, part iii: Implementation. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, n. 1, p. 130–135, 1970.

- [11] SCHWEPPE, F. C.; HANDSCHIN, E. J. Static state estimation in electric power systems. *Proceedings of the IEEE*, IEEE, v. 62, n. 7, p. 972–982, 1974.
- [12] HANDSCHIN, E. et al. Bad data analysis for power system state estimation. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 94, n. 2, p. 329–337, 1975.
- [13] IRVING, M.; OWEN, R.; STERLING, M. Power-system state estimation using linear programming. *Electrical Engineers, Proceedings of the Institution of*, IET, v. 125, n. 9, p. 879–885, 1978.
- [14] KOTIUGA, W.; VIDYASAGAR, M. Bad data rejection properties of weighted least absolute value techniques applied to static state estimation. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, n. 4, p. 844–853, 1982.
- [15] IRVING, M.; STERLING, M. Substation data validation. In: IET. *IEE Proceedings C (Generation, Transmission and Distribution)*. [S.l.], 1982. v. 129, n. 3, p. 119–122.
- [16] LUGTU, R. et al. Power system state estimation: Detection of topological errors. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, n. 6, p. 2406–2412, 1980.
- [17] CLEMENTS, K.; DAVIS, P. Detection and identification of topology errors in electric power systems. *Power Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 3, n. 4, p. 1748–1753, 1988.
- [18] WU, F. F.; LIU, W.-H. Detection of topology errors by state estimation [power systems]. *Power Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 4, n. 1, p. 176–183, 1989.
- [19] MONTICELLI, A. The impact of modeling short circuit branches in state estimation. *Power Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 8, n. 1, p. 364–370, 1993.
- [20] MONTICELLI, A. Modeling circuit breakers in weighted least squares state estimation. *Power Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 8, n. 3, p. 1143–1149, 1993.
- [21] WRUBEL, J. et al. Practical experience with corrective switching algorithm for on-line applications. *Power Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 11, n. 1, p. 415–421, 1996.

- [22] ALSAC, O. et al. Generalized state estimation. *Power Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 13, n. 3, p. 1069–1075, August 1998.
- [23] CLEMENTS, K.; COSTA, A. Topology error identification using normalized lagrange multipliers. *Power Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 13, n. 2, p. 347–353, 1998.
- [24] CARO, E.; CONEJO, A. J.; ABUR, A. Breaker status identification. *Power Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 25, n. 2, p. 694–702, 2010.
- [25] LOURENÇO, E.; CLEMENTS, K.; COSTA, A. S. Geometrically-based hypothesis testing for topology error identification. In: *Proc. of the 14th PSCC*. [S.l.: s.n.], 2002. p. 24–28.
- [26] LOURENÇO, E. M.; COSTA, A. S.; CLEMENTS, K. A. Bayesian-based hypothesis testing for topology error identification in generalized state estimation. *Power Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 19, n. 2, p. 1206–1215, 2004.
- [27] VEMPATI, N. et al. Topology estimation. In: *IEEE. Power Engineering Society General Meeting, 2005. IEEE*. [S.l.], 2005. p. 806–810.
- [28] VOSGERAU, F. *Coestimação de Estados e Topologia em Sistemas de Potência*. Dissertação (Mestrado) — UFSC, 2011.
- [29] CLEMENTS, K. A robust state estimation for the restructured electric power environment. *SEPOPE*, Maio 2006.
- [30] VOSGERAU, F. Coestimação de estados e topologia em sistemas de potência. *XVII Congresso Brasileiro de Automática - CBA 2010.*, p. 59–66.
- [31] VOSGERAU, F. Power system state and topology coestimation. *Bulk Power System Dynamics and Control (IREP) - VIII*, p. 1–6, 2010.
- [32] MONTICELLI, A. Electric power system state estimation. *Proceedings of the IEEE*, IEEE, v. 88, n. 2, p. 262–282, 2000.
- [33] COSTA, A. Simões; QUINTANA, V. An orthogonal row processing algorithm for power system sequential state estimation.

- Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on, IEEE*, n. 8, p. 3791–3800, 1981.
- [34] BAGCHI, A. et al. A comparison of algorithms for least absolute value state estimation electric power networks. In: *IEEE. Circuits and Systems, 1994. ISCAS'94., 1994 IEEE International Symposium on*. [S.l.], 1994. v. 6, p. 53–56.
- [35] RENCHER, A. C.; SCHAALJE, G. B. *Linear models in statistics*. [S.l.]: Wiley-Interscience, 2008.
- [36] CHEN, C.-T. *Linear system theory and design*. [S.l.]: Oxford University Press, Inc., 1998.
- [37] CELIK, M. K.; ABUR, A. A robust wlav state estimator using transformations. *Power Systems, IEEE Transactions on, IEEE*, v. 7, n. 1, p. 106–113, 1992.
- [38] SINGH, H.; ALVARADO, F. L. Weighted least absolute value state estimation using interior point methods. *Power Systems, IEEE Transactions on, IEEE*, v. 9, n. 3, p. 1478–1484, 1994.
- [39] BARRODALE, I.; ROBERTS, F. D. An improved algorithm for discrete  $l_1$  linear approximation. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, SIAM, v. 10, n. 5, p. 839–848, 1973.
- [40] CLEMENTS K.A., P. D.; FREY, K. An efficient algorithm for the weighted least absolute value estimate in power system static state estimation. *Proceedings of the IFAC International Symposium on Power Systems and Plant Control*, August, 1989.
- [41] FALCAO, D.; ASSIS, S. D. Linear programming state estimation: error analysis and gross error identification. *Power Systems, IEEE Transactions on, IEEE*, v. 3, n. 3, p. 809–815, 1988.
- [42] BARTELS, R. H.; CONN, A. R.; SINCLAIR, J. W. Minimization techniques for piecewise differentiable functions: The  $l_1$  solution to an overdetermined linear system. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, SIAM, v. 15, n. 2, p. 224–241, 1978.
- [43] CLEMENTS, K.; DAVIS, P.; FREY, K. An interior point algorithm for weighted least absolute value power system state estimation. In: *IEEE PES Winter Meeting*. [S.l.: s.n.], 1991.

- [44] CLEMENTS, K. A.; DAVIS, P. W.; FREY, K. D. Treatment of inequality constraints in power system state estimation. *Power Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 10, n. 2, p. 567–574, 1995.
- [45] BACON, E.; CLEMENTS, K.; DAVIS, P. Accelerated interior point methods for least absolute value state estimation in electric power networks. In: IEEE. *Athens Power Tech, 1993. APT 93. Proceedings. Joint International Power Conference*. [S.l.], 1993. v. 1, p. 261–265.
- [46] ADBY, P. R.; DEMPSTER, M. A. H. *Introduction to optimization methods*. [S.l.]: Chapman and Hall London, 1974.
- [47] MONTICELLI, A. *State estimation in electric power systems: a generalized approach*. [S.l.]: Springer Netherlands, 1999.
- [48] GJELSVIK, A.; AAM, S.; HOLTEN, L. Hachtel's augmented matrix method—a rapid method improving numerical stability in power system static state estimation. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, n. 11, p. 2987–2993, 1985.
- [49] KUGA, H. *Análise Numérica Preliminar dos Métodos de Estimacão Seqüencial*. [S.l.], 1981.
- [50] MONTENBRUCK, O.; SUAREZ, M. A modular fortran library for sequential least squares estimation using qr factorization. *DLR/GSOC IB*, p. 94–05, 1995.
- [51] QUINTANA, V.; SIMOES-COSTA, A.; MIER, M. Bad data detection and identification techniques using estimation orthogonal methods. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, n. 9, p. 3356–3364, 1982.
- [52] VEMPATI, N.; SLUTSKER, I.; TINNEY, W. Enhancement to givens rotations for power system state estimation. *Power Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 6, n. 2, p. 842–849, 1991.
- [53] HOLTEN, L. et al. Comparison of different methods for state estimation. *Power Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 3, n. 4, p. 1798–1806, 1988.
- [54] LOURENÇO, E. *Análise de observabilidade e identificação de erros de topologia na estimacão de estados generalizada*. Tese (Doutorado) — Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica - Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), 2001.

- [55] ROSS, S. *A First Course in Pro.* 7. ed. [S.l.: s.n.], 2006.
- [56] PAPOULIS, A.; PILLAI, S. *Probability, random variables and stochastic processes with errata sheet.* [S.l.]: McGraw Hill Higher Education, 2002.
- [57] CLEMENTS, K. *Bilateral Transaction Reconciliation.* [S.l.], 1998.
- [58] CLEMENTS, K.; COSTA, A. S.; AGUDELO, A. Bayesian estimation to the identification of undisclosed bilateral transactions. In: *PMAFS Conference, Madeira, Portugal.* [S.l.: s.n.], 2000.
- [59] CLEMENTS, K. A.; COSTA, A. S.; AGUDELO, A. Identification of parallel flows in power networks operating under deregulated environments. In: IEEE. *Power Engineering Society Summer Meeting, 2001.* [S.l.], 2001. v. 1, p. 434–438.
- [60] MIETTINEN, K. *Nonlinear multiobjective optimization.* [S.l.]: Springer, 1999.
- [61] OSYCZKA, A. Multicriterion optimization in engineering with fortran programs. *JOHN WILEY & SONS, INC., 605 THIRD AVE., NEW YORK, NY 10158, USA, 1984, 200,* 1984.
- [62] NOCEDAL, J.; WRIGHT, S. J. *Numerical optimization.* [S.l.]: Springer Science+ Business Media, 2006.
- [63] KEMA. *Metrics for Determining the Impact of Phasor Measurements on Power System State Estimation.* [S.l.], January 2006. Eastern Interconnection Phasor Project.
- [64] LOURENÇO, E. M. et al. Steady-state solution for power networks modeled at bus section level. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 25, n. 1, p. 10–20, Feb 2010.
- [65] SUBCOMMITTEE, P. Ieee reliability test system. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, n. 6, p. 2047–2054, 1979.
- [66] BILLINTON, R.; VOHRA, P.; KUMAR, S. Effect of station originated outages in a composite system adequacy evaluation of the ieee reliability test system. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, IEEE, n. 10, p. 2649–2656, 1985.



- 
- [67] COSTA, A. Simões; LOURENÇO, E.; VIEIRA, F. Topology error identification for orthogonal estimators considering a priori state information. In: *Proceedings of the Power System Computation Conference*. [S.l.: s.n.]. v. 1, p. 1–6.