

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

Ana Maria Borges Honorato

**AVALIAÇÃO DE MODELOS ANALÍTICOS PARA A  
DETERMINAÇÃO DA ABSORÇÃO SONORA DE  
MATERIAIS POROELÁSTICOS.**

Florianópolis

2013



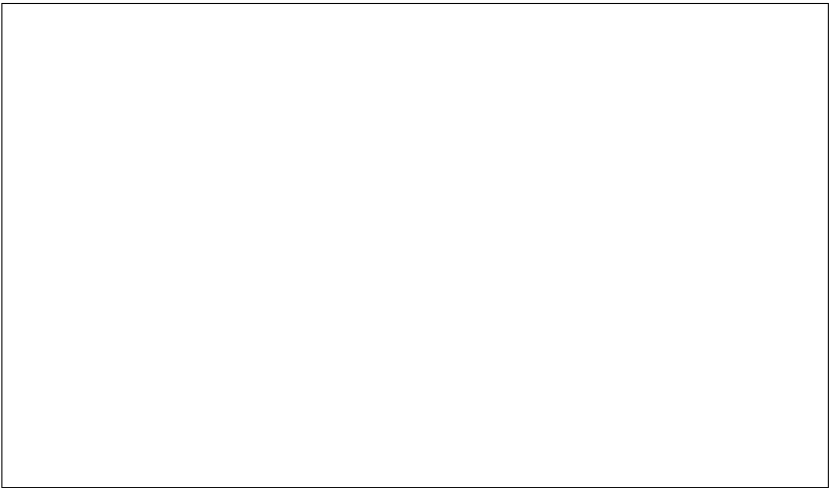
Ana Maria Borges Honorato

**AVALIAÇÃO DE MODELOS ANALÍTICOS PARA A  
DETERMINAÇÃO DA ABSORÇÃO SONORA DE  
MATERIAIS POROELÁSTICOS.**

Dissertação submetida ao Programa  
de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica  
para a obtenção do Grau de Mestre  
em Engenharia Mecânica.  
Orientador: Prof. Phd. Arcanjo Lenzi

Florianópolis

2013





Ana Maria Borges Honorato

**AVALIAÇÃO DE MODELOS ANALÍTICOS PARA A  
DETERMINAÇÃO DA ABSORÇÃO SONORA DE  
MATERIAIS POROELÁSTICOS.**

Esta Dissertação foi julgada aprovada para a obtenção do Título de “Mestre em Engenharia Mecânica”, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Florianópolis, 28 de maio 2013.

---

Prof. Júlio César Passos, Dr. Eng.  
Coordenador do Curso

**Banca Examinadora:**

---

Prof. Arcanjo Lenzi, Phd.  
Presidente

---

Prof. Erasmo Felipe Vergara Miranda



---

Prof. Cesar José Deschamps

---

Eng. Vitor Litwinczik







*Seja grato.*





## RESUMO

Materiais porosos flexíveis como espuma, lã de vidro e lã de rocha são amplamente utilizados em tratamentos acústicos. Esses materiais apresentam sua capacidade de absorção sonora devido á dinâmica interna que converte a energia sonora e vibracional em energia térmica. As propriedades físicas desses materiais como resistividade ao fluxo, módulo de elasticidade, porosidade, tortuosidade, fator de perda e coeficiente de Poisson podem ser obtidas experimentalmente e utilizadas nas simulações da absorção sonora. Foram considerados os modelos analíticos de Ingard e de Biot-Dazel para a propagação de ondas em meios porosos e fibrosos. As propriedades físicas macroscópicas de três materiais, melamina, lã de rocha e fibra de vidro, com diferentes densidades foram determinadas experimentalmente. A absorção sonora foi medida em tubo de impedância e comparada com resultados analíticos. As curvas analíticas pelo modelo de Biot Dazel apresentaram melhor concordância com as curvas experimentais que as curvas analíticas geradas pelo modelo de Ingard. A fim de verificar o efeito do ar nos poros dos materiais, o módulo de elasticidade foi determinado com as amostras posicionadas em um ambiente com vácuo, indicando pequena variação do módulo quando na presença do ar. Quando a velocidade relativa do fluido em relação á estrutura é nulo, a curva de absorção apresenta um valor mínimo em uma frequência específica. Este efeito foi observado nas curvas experimentais e analíticas.

**Palavras-chave:** Materiais porosos e fibrosos. Absorção sonora. Controle de ruídos.



## ABSTRACT

Porous materials such as flexible foam, glass wool and rock wool are widely used in acoustic treatments. These materials exhibit absorption capacity sound due to the internal dynamics that converts sound energy into heat energy and vibrational. The physical properties of these materials such as flow resistivity, Young modulus, porosity, tortuosity, loss factor and Poisson's ratio may be obtained experimentally and used to simulate the sound absorption. It were considered analytical models of Ingard and Biot-Dazel for wave propagation in porous media. The physical properties were determined experimentally for three porous materials used in this work, melamine, rock wool and glass fiber, with different densities. The sound absorption was measured in the impedance tube and compared with analytical results, showing all good agreement. In order to verify the effect of air pores in the material, the modulus of elasticity was determined on samples placed in a vacuum environment, indicating small variation of the module when in the presence of air. The propagation of sound waves in the structure allows the formation of resonance at a frequency close to that of the fluid causing the absorption curve presents a minimum value in a narrow range of the frequency spectrum. This effect was possible to visualize analytically.

**Keywords:** Porous materials . Sound Absortion. Noise control.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Amostras de melamina utilizadas nas medições de coeficiente absorção em tubo de impedância. ....	36
Figura 2	Amostras de lã de rocha $64 \text{ kg/m}^3$ , lã de vidro $40 \text{ kg/m}^3$ e melamina $9,2 \text{ kg/m}^3$ . ....	37
Figura 3	Imagem por microscopia eletrônica de varredura de uma amostra de espuma ampliada 35 vezes. ....	37
Figura 4	Imagem por microscopia eletrônica de varredura de uma amostra de espuma ampliada 100 vezes. ....	38
Figura 5	Ampliação em 100 vezes das fibras de uma lã mineral grosseira utilizada para revestimento acústico. ....	38
Figura 6	Ampliação em 1000 vezes das fibras de uma lã mineral grosseira utilizada para revestimento acústico. ....	39
Figura 7	Ampliação em 100 vezes de uma amostra de fibra de vidro de um material acústico. ....	39
Figura 8	Ampliação em 1000 vezes de uma amostra de fibra de vidro de um material acústico. ....	40
Figura 9	Diferentes tratamento acústicos (BOLTON, 2005). ....	40
Figura 10	Tortuosidade: irregularidade dos caminhos percorridos pelo fluido. ....	48
Figura 11	Onda incidente e refletida. ....	50
Figura 12	Bancada experimental para medição de resistividade através do método do fluxo direto segundo norma ISO9053 – 1991. ....	52
Figura 13	Bancada para medição de resistividade. ....	53
Figura 14	Bancada experimental para medição de resistividade ao fluxo pelo método do fluxo oscilatório (ISO 9053 – 1991). ....	54
Figura 15	Bancada para medição de resistividade por fluxo oscilante. ....	55
Figura 16	Aparato para realização da medida de resistividade ao fluxo. ....	55
Figura 17	Montagem da amostra para medição de módulo de elasticidade e fator de perda (Pritz 1996). ....	58
Figura 18	Função resposta em frequência para melamina com densidade de $9,2 \text{ kg/m}^3$ . ....	59
Figura 19	Função resposta em frequência para lãs de vidro com	

densidade de $40 \text{ kg/m}^3$ .....	59
Figura 20 Comparação entre as funções respostas em frequência obtidas no ar e em câmara de vácuo.....	60
Figura 21 Bancada para medição do módulo de Young: detalhe da câmara de vácuo.....	61
Figura 22 Medição de Módulo de Poison.....	72
Figura 23 Medição do módulo de Poison usando laser.....	72
Figura 24 Bancada para medida de tortuosidade.....	77
Figura 25 Esquema de bancada de medição de tortuosidade.....	78
Figura 26 Formas do sinal com e sem atenuação.....	79
Figura 27 Princípio do método de Beranek.....	82
Figura 28 Bancada experimental para medição de impedância....	84
Figura 29 Porta-amostras com espessuras de 7, 13 e 23 mm.....	85
Figura 30 Tubo de impedância.....	85
Figura 31 Tubo de impedância.....	86
Figura 32 Curva de absorção de amostra de lã de rocha. Densidade: $64 \text{ kg/m}^3$ .Espessura: 24,5 mm. Curva analítica pelo modelo de Biot Dazel.....	117
Figura 33 Variação da ressonância de um quarto de comprimento de onda.....	119
Figura 34 Curva de absorção de amostra de lã de rocha. Densidade: $64 \text{ kg/m}^3$ .Espessura: 24,5 mm. Curvas analíticas. Modelo de Biot Dazel e Uno Ingard.....	120
Figura 35 Curva de absorção de amostra de lã de rocha. Densidade: $100 \text{ kg/m}^3$ .Espessura: 25 mm. Curvas analíticas. Modelo de Biot Dazel e Uno Ingard.....	120
Figura 36 Curva de absorção de amostra de lã de rocha. Densidade: $100 \text{ kg/m}^3$ .Espessura: 25 mm.Curvas analíticas. Modelo de Biot Dazel e Uno Ingard.....	121
Figura 37 Curva de absorção de amostra de lã de vidro. Densidade: $40 \text{ kg/m}^3$ .Espessura: 25 mm. Curvas analíticas. Modelo de Biot Dazel e Uno Ingard.....	122
Figura 38 Coeficiente de absorção das amostras A e B de melamina com espessura de 43 mm.....	123
Figura 39 Coeficiente de absorção das amostras A e B de melamina. Espessura de 15 mm.....	123
Figura 40 Curva de absorção das amostras A e B de melamina com 10 mm.....	124

Figura 41	Curva de absorção da amostra A de espessura de 43mm.	124
Figura 42	Curvas de absorção da amostra de melamina A. ....	125
Figura 43	Curvas de absorção da amostra de melamina B.....	126
Figura 44	Coefficiente de absorção de amostras de melamina com espessura de 43 mm. ....	126
Figura 45	Coefficiente de absorção de melamina com 15 mm. ....	127
Figura 46	Coefficiente de absorção de melamina com 10 mm. ....	127
Figura 47	Coefficiente de absorção teórico e experimental. Amostra de melamina com 43mm. ....	128
Figura 48	Coefficiente de absorção teórico e experimental. Amostra de melamina com 43 mm. ....	129
Figura 49	Curva de absorção experimental para a amostra B com espessura de 43 mm e teórica por Biot Dazel e Uno Ingard.....	129
Figura 50	Curva de absorção experimental para a amostra de melamina com 15 mm. ....	130
Figura 51	Curvas de absorção teórica e experimental para amostra com 10 mm. ....	130
Figura 52	Sensibilidade da curva de absorção à resistividade ao fluxo para lã de rocha 64 $kg/m^3$ . Modelo analítico de Uno Ingard.	133
Figura 53	Sensibilidade da curva de absorção à resistividade ao fluxo para lã de rocha 64 $kg/m^3$ . Modelo analítico de Biot Dazel.	134
Figura 54	Sensibilidade das curvas analíticas por Uno Ingard aos valores de módulo de elasticidade. ....	134
Figura 55	Sensibilidade do fator de perda . Modelo teórico de Uno Ingard para amostra de lã de rocha 64 $kg/m^3$ .....	136
Figura 56	Sensibilidade da curva de absorção à porosidade. Modelo teórico de Uno Ingard para amostra de lã de rocha 64 $kg/m^3$ . ....	136
Figura 57	Sensibilidade da curva de absorção à variação de resistividade ao fluxo para amostra de lã de vidro 40 $kg/m^3$ . Curva analítica por Uno Ingard. ....	137
Figura 58	Sensibilidade da curva de absorção à variação de resistividade ao fluxo para amostra de lã de vidro 40 $kg/m^3$ . Curva analítica por Biot Dazel. ....	137





## LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Resistividade ao fluxo de amostras de melamina com densidade de $9,2 \text{ kg/m}^3$ .....	56
Tabela 2	Resistividade ao fluxo de amostras de lã de vidro com densidade de $40 \text{ kg/m}^3$ .....	56
Tabela 3	Resistividade ao fluxo de amostras de lã de rocha com densidade de $64 \text{ kg/m}^3$ .....	57
Tabela 4	Resistividade ao fluxo de amostras de lã de rocha com densidade de $100 \text{ kg/m}^3$ .....	57
Tabela 5	Valores médios de resistividade.....	57
Tabela 6	Módulos de elasticidade das amostras de melamina.....	63
Tabela 7	Módulos de elasticidade das amostras de melamina.....	64
Tabela 8	Módulos de elasticidade das amostras de melamina.....	64
Tabela 9	Módulos de elasticidade das amostras de melamina.....	65
Tabela 10	Módulos de elasticidade e variação para amostras de melamina.....	65
Tabela 11	Módulo de elasticidade das amostras de lã de vidro $40 \text{ kg/m}^3$ .....	66
Tabela 12	Módulo de elasticidade das amostras de lã de rocha $64 \text{ kg/m}^3$ .....	67
Tabela 13	Módulo de elasticidade para as amostras de lã de rocha $100 \text{ kg/m}^3$ .....	67
Tabela 14	Média do módulo de Young e variação. Amostras de lã de rocha $100 \text{ kg/m}^3$ .....	67
Tabela 15	Valores médios dos módulos de elasticidade e variação para amostras de melamina.....	68
Tabela 16	Fator de perda. Amostras de melamina.....	69
Tabela 17	Fator de perda. Amostras de melamina.....	70
Tabela 18	Fator de perda. Amostras de melamina.....	70
Tabela 19	Fator de perda. Amostras de lã de vidro $40 \text{ kg/m}^3$ .....	70
Tabela 20	Fator de perda. Amostras de lã de rocha $64 \text{ kg/m}^3$ .....	71
Tabela 21	Fator de perda. Amostras de melamina.....	71
Tabela 22	Coefficiente de Poisson para amostras de melamina $9,2 \text{ kg/m}^3$ .....	73
Tabela 23	Coefficiente de Poisson médio. Amostras cilíndricas de	

melamina 9,2 $kg/m^3$ .....	74
Tabela 24 Coeficiente de Poisson . Amostras cilíndricas de lã de vidro 40 $kg/m^3$ com 25 mm de espessura.....	74
Tabela 25 Coeficiente de Poisson . Amostras cilíndricas de lã de rocha 64 $kg/m^3$ com 25 mm de espessura.....	74
Tabela 26 Coeficiente de Poisson . Amostras cilíndricas de lã de rocha 100 $kg/m^3$ com 25 mm de espessura.....	75
Tabela 27 Coeficientes de Poisson médios.....	75
Tabela 28 Tortuosidade para amostras cilíndricas de lã de vidro 40 $kg/m^3$ .....	79
Tabela 29 Tortuosidade para amostras cilíndricas de lã de rocha 64 $kg/m^3$ .....	80
Tabela 30 Tortuosidade para amostras cilíndricas de melamina 9,2 $kg/m^3$ .....	80
Tabela 31 Tortuosidade para amostras em forma de placa de melamina 9,2 $kg/m^3$ .....	80
Tabela 32 Valores de resistividade.....	132
Tabela 33 Valores de módulo de elasticidade.....	132
Tabela 34 Valores de fator de perda.....	132
Tabela 35 Valores de coeficiente de Poison.....	132

## NOMENCLATURA

### Símbolos Gerais

$\tilde{z}$	Impedância, eq. (2.12), pág. 49.
$q_v$	Espessura do material na direção do fluxo, eq. (2.21), pág. 54.
$V_T$	Volume total da amostra, eq. (2.35), pág. 83.
$z_v$	Impedância de interação viscosa, eq. (3.25), pág. 93.
$(u_f - u_m)$	Velocidade do fluido no sistema de referência da estrutura, eq. (3.4), pág. 88.
$\Delta f_n$	Intervalo entre as frequências da banda de meia potência, eq. (2.8), pág. 45.
$\Delta p$	Gradiente de pressão, eq. (2.1), pág. 43.
$\Delta V_{vol}$	Variação do volume, eq. (2.31), pág. 81.
$\Delta x$	Distância entre os microfones, eq. (2.42), pág. 86.
$\mathbf{K}_{eq}$	Compressibilidade do fluido equivalente, eq. (4.19), pág. 107.
$\mathbf{u}^1$	Componente do vetor de coordenadas generalizadas, eq. (4.14), pág. 106.
$\mathbf{u}^2$	Componente do vetor de coordenadas generalizadas, eq. (4.14), pág. 106.
$\mathbf{u}^f$	Coordenada generalizada, eq. (4.15), pág. 106.
$\mathbf{u}^s$	Coordenada generalizada, eq. (4.14), pág. 106.
$\mathbf{u}^W$	Coordenada generalizada usada para a formulação desacoplada, eq. (4.18), pág. 107.
$k_n$	Fator de perda dinâmico calculado em função da frequência, eq. (2.25), pág. 60.
$\omega$	Frequência angular, eq. (2.13), pág. 50.
$\phi'$	Volume de espaço ocupado pela estrutura, eq. (3.19), pág. 92.

$\rho_1$	Densidade definida por Biot, eq. (4.28), pág. 108.
$\rho_2$	Densidade definida por Biot, eq. (4.28), pág. 108.
$\rho_{11}$	Densidade definida por Biot, eq. (4.28), pág. 108.
$\rho_{12}$	Densidade definida por Biot, eq. (4.28), pág. 108.
$\tilde{E}$	Módulo de elasticidade complexo, eq. (2.6), pág. 45.
$\tilde{k}_1$	Número de onda referente ao campo de pressão incidente, eq. (2.14), pág. 50.
$\tilde{k}_2$	Número de onda referente ao campo de pressão refletido, eq. (2.15), pág. 50.
$\tilde{K}$	Compressibilidade complexa, eq. (3.32), pág. 94.
$\tilde{p}$	Campo de pressão complexa, eq. (2.12), pág. 49.
$\tilde{p}_1$	Campo de pressão incidente, eq. (2.14), pág. 50.
$\tilde{p}_2$	Campo de pressão refletido, eq. (2.15), pág. 50.
$\tilde{u}$	Campo de velocidade complexa de partícula , eq. (2.12), pág. 49.
$\tilde{z}$	Impedância acústica
$\tilde{z}_{car}$	Impedância característica da camada, eq. (2.17), pág. 51.
$\tilde{z}_{sup}$	Impedância normal à superfície, eq. (2.17), pág. 51.
$\vec{p}_f$	Pressão do fluido, eq. (3.25), pág. 93.
$\vec{u}_f$	Velocidade do fluido, eq. (3.25), pág. 93.
$A$	Área da seção transversal da amostra, eq. (2.2), pág. 43.
$A_0$	Coefficiente elástico constitutivo do meio poroso homogêneo usado na modelização de Biot, eq. (4.11), pág. 105.
$A_p$	Área da seção reta da face do pistão cilíndrico, eq. (2.21), pág. 54.
$A_t$	Atenuação, eq. (2.28), pág. 77.
$A_{am}$	Área da amostra , eq. (2.22), pág. 54.

$c$	Velocidade de propagação do som, eq. (3.55), pág. 97.
$E_{\zeta}$	Módulo de elasticidade da amostra sob compressão, eq. (2.9), pág. 46.
$e_f$	Dilatação das fase líquida, eq. (4.8), pág. 105.
$e_s$	Dilatação da fase sólida, eq. (4.7), pág. 105.
$E_{Imag}$	Parte imaginária do módulo de elasticidade complexo, eq. (2.6), pág. 45.
$E_{mat}$	Módulo de elasticidade do material que constitui a estrutura , eq. (2.4), pág. 44.
$E_{Real}$	Parte real do módulo de elasticidade complexo, eq. (2.6), pág. 45.
$F_f$	Fator de forma, eq. (2.27), pág. 76.
$f_m$	frequência crítica, eq. (3.13), pág. 90.
$f_n$	Frequência central do pico de ressonância em uma curva de função resposta em frequência, eq. (2.8), pág. 45.
$f_p$	Frequência de oscilação do pistão, eq. (2.21), pág. 54.
$G_s$	Efeito da massa induzida por unidade de volume, eq. (3.4), pág. 88.
$H_{12}$	Função resposta em frequência, eq. (2.41), pág. 86.
$h_p$	Deslocamento pico a pico do pistão, eq. (2.21), pág. 54.
$K$	Compressibilidade da estrutura porosa, eq. (3.16), pág. 91.
$k$	Número de onda, eq. (2.13), pág. 50.
$k_o$	Número de onda do ar
$K_{eq}$	Compressibilidade do fluido equivalente, eq. (4.29), pág. 108.
$L$	Espessura do material na direção do fluxo, eq. (2.3), pág. 43.
$M$	Massa por unidade de volume da estrutura, densidade da estrutura porosa, eq. (3.1), pág. 87.
$M'$	Massa por volume que o fluido ocupa no material, eq. (3.8), pág. 89.

$M_i$	Massa de carregamento que é montada sobre a amostra de material poroso, eq. (2.25), pág. 60.
$M_p$	Massa medida do material poroso, eq. (2.25), pág. 60.
$M_{\Delta M}$	Diferença entre a massa do material do qual a estrutura é feita e a massa aparente, eq. (2.36), pág. 83.
$M_{ap}$	Massa aparente, eq. (2.36), pág. 83.
$M_{mat}$	Massa do material do qual a estrutura é feita amostra, eq. (2.36), pág. 83.
$M_{sat}$	Massa da amostra saturada com fluido, eq. (2.33), pág. 82.
$M_{seca}$	Massa da amostra seca, eq. (2.33), pág. 82.
$M_s$	Massa da amostra, eq. (2.35), pág. 83.
$N_0$	Módulo de cisalhamento, eq. (4.11), pág. 105.
$p$	Componente do campo de pressão para o fluido
$p'$	Componente do campo de pressão para o fluido
$p_0$	Pressão na superfície da camada porosa
$P_1$	Pressão medida, eq. (2.39), pág. 86.
$P_2$	Pressão medida, eq. (2.40), pág. 86.
$p_f$	Pressão do fluido, eq. (4.10), pág. 105.
$P_{atm}$	Pressão atmosférica, eq. (2.31), pág. 81.
$p_{xi}$	Pressão na região de fronteira do material poroso com o campo livre, eq. (2.16), pág. 51.
$Pi_1$	Razão entre amplitude de pressão na estrutura e no fluido
$Pi_2$	Razão entre amplitude de pressão na estrutura e no fluido
$Q_0$	Coefficiente de acoplamento entre a dilatação e a tensão das duas fases , eq. (4.11), pág. 105.
$Q_1$	Constante de propagação no modo 1, eq. (3.61), pág. 97.
$Q_2$	Constante de propagação no modo 2, eq. (3.62), pág. 97.

$q_x$	Número de onda, eq. (3.39), pág. 95.
$R$	Razão de reflexão, eq. (2.18), pág. 51.
$R_0$	Módulo de elasticidade do ar ocupando os poros , eq. (4.11), pág. 105.
$R_{fr}$	Razão entre as amplitudes dos modos, eq. (2.42), pág. 86.
$T_2$	Energia Cinética, eq. (4.25), pág. 108.
$u'_x$	Componente do campo de velocidade para a estrutura
$u^f$	Vetor deslocamento da fase líquida homogeneizada, eq. (4.4), pág. 104.
$u^s$	Vetor deslocamento da fase sólida homogeneizada, eq. (4.3), pág. 104.
$u_0$	Velocidade do campo na superfície da camada porosa
$u_f$	Velocidade média no interior do material, eq. (3.1), pág. 87.
$u_m$	Velocidade média da estrutura, eq. (3.2), pág. 88.
$u_v$	Valor médio quadrático de velocidade de fluxo, eq. (2.22), pág. 54.
$u_x$	Componente do campo de velocidade para o fluido
$u_{i,j}$	Derivada espacial do vetor deslocamento do vetor deslocamento, eq. (4.5), pág. 104.
$u_{xi}$	Velocidade de partícula na região de fronteira do material poroso com o campo livre, eq. (2.16), pág. 51.
$V$	Vazão, eq. (2.1), pág. 43.
$V_1$	Razão entre amplitude de velocidade na estrutura e no fluido
$V_2$	Razão entre amplitude de velocidade na estrutura e no fluido
$V_t$	Volume total da amostra porosa, eq. (2.10), pág. 47.
$V_{fluido}$	Volume de fluido nos poros, eq. (2.31), pág. 81.
$v_{mat}$	Velocidade de propagação da onda sonora no material , eq. (2.4), pág. 44.

$V_p$	Volume dos poros abertos, eq. (2.10), pág. 47.
$V_r$	Volume residual do fluido, eq. (2.31), pág. 81.
$W_0$	Energia de deformação de um sólido elástico poroso , eq. (4.11), pág. 105.
$W_1$	Energia de deformação, eq. (4.12), pág. 105.
$W_2$	Energia de deformação, eq. (4.16), pág. 106.
$z$	Impedância de interação, eq. (3.6), pág. 89.
$z_e$	Impedância de interação equivalente, eq. (3.11), pág. 89.
$z_v(t)(u_f - u_m)$	Impedância de interação viscosa, eq. (3.4), pág. 88.
$z_v$	Impedância de interação viscosa, eq. (3.6), pág. 89.
$Z_{eq}$	Impedância do modelo de fluido equivalente, eq. (4.2), pág. 104.
$z_{esp}$	Impedância acústica específica
$u_i^f$	Componente do vetor deslocamento da fase líquida homogeneizada, eq. (4.4), pág. 104.
$u_i^s$	Componente do vetor deslocamento da fase sólida homogeneizada, eq. (4.3), pág. 104.

## Símbolos Gregos

$\rho_s$	Densidade da estrutura porosa como um todo, eq. (2.34), pág. 83.
$\epsilon_{px}$	Deformação transversal na direção x, eq. (2.11), pág. 49.
$\rho_f$	Densidade do fluido, eq. (3.2), pág. 88.
$\alpha$	Coefficiente de absorção, eq. (2.20), pág. 52.
$\alpha_\infty$	Tortuosidade, eq. (2.27), pág. 76.
$\delta_{eq}$	Número de onda do modelo de fluido equivalente, eq. (4.47), pág. 112.
$\delta_{i,j}$	Delta de Kroenecker, eq. (4.9), pág. 105.
$\delta_{s1}$	Número de onda da onda compressional que se propaga no fluido , eq. (4.47), pág. 112.



$\delta_{s2}$	Número de onda da onda compressional que se propaga na fase sólida, eq. (4.47), pág. 112.
$\epsilon_{ij}$	Deformação sofrida pela amostra porosa, eq. (4.6), pág. 104.
$\epsilon_{mat}$	Deformação sofrida pela estrutura , eq. (2.5), pág. 44.
$\epsilon_{py}$	Deformação transversal na direção y, eq. (2.11), pág. 49.
$\epsilon_{pz}$	Deformação longitudinal, eq. (2.11), pág. 49.
$\eta_p$	Admitância normalizada da camada porosa
$\eta_s$	Fator de perda ou fator de amortecimento estrutural, eq. (2.7), pág. 45.
$\hat{\sigma}_{ij}^s$	Vetor Tensão, eq. (4.20), pág. 107.
$\kappa$	Compressibilidade do fluido que interage com a estrutura, eq. (3.14), pág. 91.
$\kappa'$	Compressibilidade do material que constitui a estrutura, eq. (3.15), pág. 91.
$\epsilon$	Tensor deformação, eq. (4.8), pág. 105.
$\nu$	Coefficiente de Poisson, eq. (2.11), pág. 49.
$\omega$	Frequência angular, eq. (3.11), pág. 89.
$\phi$	Porosidade, eq. (2.10), pág. 47.
$\rho_f$	Densidade do fluido, eq. (3.4), pág. 88.
$\rho_m$	Densidade do material do qual a estrutura porosa é feita, eq. (3.1), pág. 87.
$\rho_s$	Densidade $\rho_s$ da estrutura sólida, eq. (2.9), pág. 46.
$\rho_{12}$	Densidade relacionada ao acoplamento inercial, eq. (4.27), pág. 108.
$\rho_f$	Densidade do fluido, eq. (2.33), pág. 82.
$\rho_{mat}$	Densidade do material que constitui a estrutura , eq. (2.4), pág. 44.
$\sigma$	Resistência ao fluxo, eq. (2.1), pág. 43.

$\sigma_0$	Resistência ao fluxo específica, eq. (2.2), pág. 43.
$\sigma_f$	Resistividade ao fluxo específica, eq. (2.3), pág. 43.
$\sigma_{ij}^s$	Tensor de tensões para a fase sólida, eq. (4.9), pág. 105.
$\sigma_{mat}$	Tensão sofrida pela estrutura, eq. (2.5), pág. 44.
$\sigma_{Sel}$	Condutividade elétrica da amostra saturada de fluido , eq. (2.27), pág. 76.
$\tau_t$	Atraso da onda no tempo, eq. (2.11), pág. 49.
$\tilde{\rho}_f$	Densidade complexa do fluido , eq. (3.12), pág. 90.
$\tilde{\rho}_f^s$	Densidade complexa do fluido , eq. (3.28), pág. 94.
$\xi$	Energia de deformação, eq. (4.12), pág. 105.
$\sigma_{ij}^f$	Tensor de tensões para a fase fluida , eq. (4.10), pág. 105.

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	31
1.1 OBJETIVO DO TRABALHO .....	33
<b>2 CARACTERÍSTICAS DOS MATERIAIS ACÚSTICOS</b> .....	35
2.1 MECANISMOS DE ABSORÇÃO ACÚSTICA .....	41
2.2 PROPRIEDADES CARACTERIZADORAS E MÉTODOS EXPERIMENTAIS .....	42
2.2.1 Resistividade ao fluxo $\sigma_f$ .....	42
2.2.2 Módulo de elasticidade dinâmico $E$ .....	44
2.2.3 Relação entre o módulo de elasticidade, frequência de ressonância e módulo de cisalhamento .....	45
2.2.4 Porosidade $\phi$ .....	46
2.2.5 Tortuosidade ou fator de estrutura $\alpha_\infty$ .....	47
2.2.6 Coeficiente de Poison $\nu$ .....	48
2.2.7 Impedância acústica $\tilde{z}$ .....	49
2.2.8 Medição da resistividade ao fluxo pelo método do fluxo direto .....	52
2.2.9 Medição da resistividade ao fluxo pelo método do fluxo oscilatório .....	53
2.2.10 Resistividades medidas pelo método do fluxo osci- latório para amostras de melamina, lã de vidro e lã de rocha .....	55
2.2.11 Determinação do módulo de elasticidade pelo método de Pritz .....	58
2.2.12 Módulos de elasticidades medidos para materiais porosos .....	62
2.2.13 Fatores de perda .....	68
2.2.14 Método de medição do coeficiente de Poison .....	71
2.2.15 Medidas dos coeficientes de Poison para amostras de melamina, lã de rocha e lã de vidro .....	73
2.2.16 Medição da tortuosidade .....	75
2.2.17 Medidas dos valores de tortuosidade para amostras de melamina, lã de rocha e lã de vidro .....	79
2.2.18 Determinação experimental da porosidade .....	81
2.2.19 Método de medição da impedância acústica .....	83
<b>3 MODELO DE INGARD PARA MATERIAL POROSO DE ESTRUTURA FLEXÍVEL</b> .....	87
3.1 INTRODUÇÃO .....	87

3.2	PARÂMETROS BÁSICOS DO MODELO .....	87
3.3	EQUAÇÕES DAS ONDAS ACOPLADAS .....	90
3.4	EQUAÇÕES DE BALANÇO DE MASSA .....	92
3.5	EQUAÇÕES DE BALANÇO DA QUANTIDADE DE MO- VIMENTO .....	93
3.6	RELAÇÃO DE DISPERSÃO .....	94
3.7	CAMPOS DE PRESSÃO E VELOCIDADE .....	98
3.8	ABSORÇÃO SONORA DE UMA AMOSTRA DE MATE- RIAL DE ESPESSURA FINITA .....	100
3.9	IMPEDÂNCIA E COEFICIENTE DE ABSORÇÃO .....	101
<b>4</b>	<b>MODELO DE ESTRUTURA FLEXÍVEL POR BIOT- DAZEL .....</b>	<b>103</b>
4.1	INTRODUÇÃO A TEORIA ORIGINAL DE BIOT .....	103
4.2	MODELO DE FLUIDO EQUIVALENTE DE JOHNSON LAFARGE .....	103
4.3	MODELO SIMPLIFICADO APRESENTADO POR DAZEL	104
<b>4.3.1</b>	<b>Formulação desacoplada para a energia de deformação</b>	<b>106</b>
<b>5</b>	<b>ANÁLISE DOS RESULTADOS .....</b>	<b>117</b>
5.1	CURVAS DE ABSORÇÃO SONORA PARA LÃ DE RO- CHA E LÃ DE VIDRO .....	117
5.2	CURVAS DE ABSORÇÃO SONORA PARA LÃ DE VI- DRO 40 $KG/M^3$ .....	121
5.3	CURVAS DE ABSORÇÃO SONORA PARA MELAMINA 9,2 $KG/M^3$ .....	122
5.4	COMPARAÇÃO DAS CURVAS DE ABSORÇÃO OBTI- DAS EXPERIMENTALMENTE COM OS MODELOS DE UNO INGARD E BIOT-DAZEL .....	128
<b>5.4.1</b>	<b>Análise de sensibilidade .....</b>	<b>131</b>
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES .....</b>	<b>139</b>
6.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	140
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>141</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A necessidade de conforto acústico e o estabelecimento de padrões de qualidade e segurança para controle de ruído e vibrações tem levado ao desenvolvimento de pesquisas na área de controle de ruídos e vibrações. Uma das áreas de estudo contempla a utilização de materiais porosos para absorção sonora. As principais aplicações dos materiais porosos são em projetos do interior de ambientes sujeitos a níveis críticos de ruído como cabines de aeronaves e automóveis.

O controle de ruído no interior desses ambientes propicia conforto, redução de fadiga física e mental, redução de perda auditiva de motoristas e passageiros e facilita a comunicação no interior dessas cabines.

Uma das principais estratégias para esse controle é o tratamento acústico dos ambientes, com o uso de materiais absorvedores, que possuem características acústicas especiais para revestimento das paredes. Esses materiais representam uma solução relativamente simples e de baixo custo.

Genericamente, esses materiais empregados para tratamento acústico de ambientes são chamados de materiais porosos, poroelásticos ou materiais de absorção sonora. Conforme suas características vibro-acústicas, existem diversas opções de materiais.

Por suas características dissipativas e baixo peso, os materiais porosos tem tido aplicação importante no revestimento de veículos e aeronaves, dutos, cavidades e máquinas de modo a reduzir o ruído irradiado.

Além dos testes experimentais e medições feitas nos ambientes de aplicação, podem-se obter meios de otimizar a performance dos materiais e aumentar o entendimento dos processos físicos relacionados à absorção sonora conhecendo seus parâmetros acústicos. Essas informações de cunho teórico permitem prever a faixa de frequências em que ocorre a maior absorção. Assim, um estudo teórico dos mecanismos de absorção e implementação na forma de modelos matemáticos permitem representar os materiais acústicos.

O modelo mais simples é aquele em que a estrutura é rígida e a propagação sonora ocorre somente na fase fluida. Pode-se citar alguns modelos de materiais porosos com estrutura rígida como os modelos de Ingard (1994), Fahy (2001). Tais modelos permitem obter a equação de onda, determinar a velocidade de propagação, a impedância e o coeficiente de absorção com base na propagação da onda apenas na

fase fluida.

A complexidade dos modelos aumenta quando a estrutura porosa é considerada flexível. Neste caso, além da absorção promovida pela fase fluida existe o efeito do movimento relativo à fase sólida.

Outros modelos foram elaborados e contemplam maior complexidade como para os casos em que os materiais possuem um carcaça flexível. Os modelos de Biot (1956a), Dazel et al. (2007) e Ingard (1994) podem ser citados como exemplos. Os modelos de Biot-Dazel e Ingard foram objeto de estudo neste trabalho.

A dissipação da energia acústica ocorre através da interação do fluido com a estrutura sólida. À medida que a onda sonora se propaga através do material ocorre a perda da energia acústica devido aos efeitos visco-térmicos. O fluido sofre a ação de forças cisalhantes ao percorrer os diferentes caminhos no interior do material. Durante o percurso da onda no interior do material ocorre conversão da energia acústica em calor.

Os materiais porosos são constituídos por uma estrutura sólida permeada por fluido entre os poros. Apresentam duas fases bem distintas: uma fase sólida e uma fase fluida. A fase sólida representada pelo esqueleto do material pode ser constituída por fibras ou grânulos. Essa carcaça delimita seus contornos e possui poros abertos para o exterior. Já a fase fluida é constituída pelo fluido que ocupa os interstícios do material. Para o estudo dos mecanismos de absorção sonora são considerados apenas os canais que possuem abertura para o meio exterior, ou seja, materiais de porosidade aberta.

A estrutura sólida porosa pode ser rígida ou flexível. Dependendo dessa propriedade do esqueleto ocorrem diferentes interações entre as fases sólida e fluida, conseqüentemente, suas propriedades acústicas serão específicas para cada caso.

Materiais porosos como lãs de rocha, lãs de vidro, lãs minerais e espuma possuem estrutura flexível, enquanto outros materiais com estruturas de alumínio poroso e cerâmicas possuem estrutura rígida.

É importante salientar que outros pesquisadores do laboratório de vibrações e acústica (LVA–UFSC) também realizaram estudos sobre materiais para absorção sonora. Alguns trabalhos que mostram a continuidade dessa linha de pesquisa são de autoria dos pesquisadores Litwinczik et al. (2012) e Mareze et al. (2012).

## 1.1 OBJETIVO DO TRABALHO

Foi realizada a revisão bibliográfica das teorias de propagação de onda em meio poroso formuladas por Uno Ingard e Biot-Dazel com objetivo de entender a teoria fundamental de cada formulação. Com base nessa revisão, foram estabelecidos quais parâmetros caracterizadores do material deveriam ser utilizados para a modelagem de cada.

Devido à necessidade de obter os parâmetros caracterizadores do material, realizou-se também uma revisão bibliográfica sobre os métodos de caracterização. Os parâmetros vibro-acústicos de lã de rocha com densidade de  $64 \text{ kg/m}^3$ , de lã de vidro com densidade de  $40 \text{ kg/m}^3$  e melamina com densidade de  $9,2 \text{ kg/m}^3$  foram medidos e usados para o cálculo analítico das curvas de absorção pela formulação de Ingard e pela formulação de Dazel.

Também foram realizadas medições de absorção sonora experimental dos materiais citados e comparadas com as curvas de absorção analíticas.

No capítulo 2 desse trabalho apresenta-se a revisão bibliográfica das grandezas caracterizadoras do material e os métodos experimentais utilizado para caracterização de cada.

O capítulo 3 trata do modelo teórico de Uno Ingard para materiais porosos de estrutura flexível. É feita a dedução das equações de onda seguindo a dedução sugerida pelo autor desde as equações de equilíbrio de massa e momento até à equação de onda.

Embora a teoria original de Biot seja utilizada por Dazel em sua formulação modificada, optou-se por apresentar no capítulo 4 apenas a formulação modificada por Dazel, uma vez que esse foi o modelo efetivamente utilizado.

No capítulo seguinte são apresentados e discutidos os resultados obtidos com relação às curvas de absorção experimental e teórica. Também apresenta-se a análise de sensibilidade da curva de absorção com relação a variação dos parâmetros.

O capítulo 6 contém as conclusões finais.





## 2 CARACTERÍSTICAS DOS MATERIAIS ACÚSTICOS

Materiais acústicos possuem como característica principal a capacidade de absorção sonora, graças a uma série de fenômenos físicos que ocorrem no interior de sua estrutura, tendo a conversão da energia acústica em calor por consequência.

Nos materiais acústicos porosos, parte do volume total do sistema é ocupado por espaços preenchidos pelo fluido, circundados pelo esqueleto de material.

Quando esses compartimentos no interior do material são interligados entre si e com o meio exterior, esses materiais são chamados de materiais de porosidade aberta. Por outro lado, se não existe conexão entre os poros, são chamados materiais de porosidade fechada.

Quando a fase sólida do material não se move significativamente comparada à fase fluida, diz-se que o material possui estrutura rígida. Os materiais porosos rígidos devem sua capacidade absorvedora exclusivamente aos mecanismos de dissipação que decorrem do movimento do fluido em seu interior. Existem diversos tipos desses materiais absorvedores rígidos como cerâmicas porosas, estruturas de alumínio poroso, entre outros.

Para que o material seja considerado flexível e o movimento da estrutura seja tão importante na absorção quanto o movimento relativo entre as fases, usa-se como parâmetro o módulo de elasticidade. Nesse caso, um material flexível deve possuir módulo de elasticidade menor que o módulo de elasticidade do fluido. Essa relação entre os módulos de elasticidade do material flexível e o módulo de elasticidade do fluido permite um acoplamento visco-térmico entre o esqueleto do material e do fluido, ou seja ocorre movimento da fase sólida.

Quando o módulo de elasticidade do fluido e da estrutura são de mesma ordem de grandeza, o material é considerado poroelástico. Nesse caso a frequência em que se observa a ressonância estrutural está na faixa de estudo [0–6000] Hz. Espumas como melamina são materiais poroelásticos, feltros, fibras e lãs de minerais são considerados flexíveis. Esses materiais são muito utilizados no controle de ruído.

A Figura 1 apresenta as amostras cilíndricas de melamina.

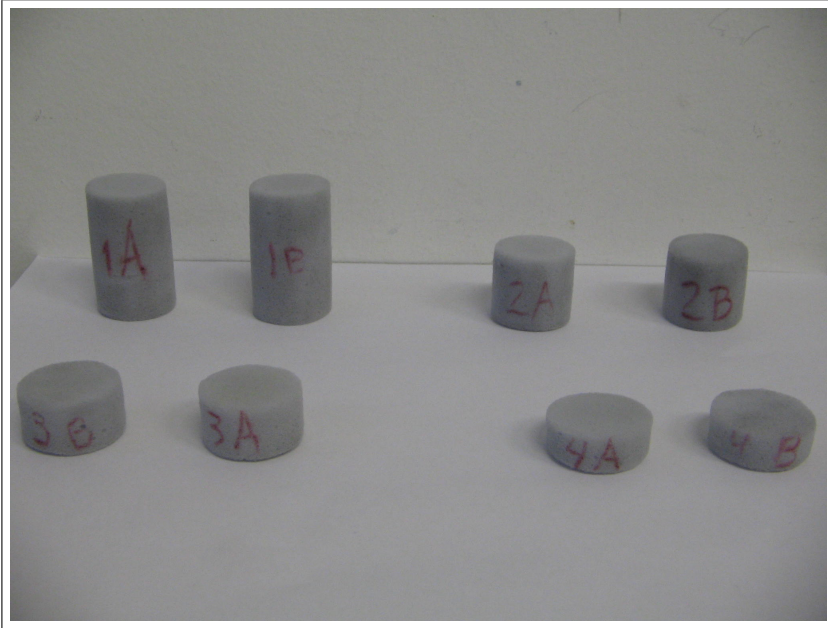


Figura 1 – Amostras de melamina utilizadas nas medições de coeficiente absorção em tubo de impedância.

A Figura 2 apresenta algumas amostras de lã de rocha  $64 \text{ kg/m}^3$ , lã de vidro  $40 \text{ kg/m}^3$  e melamina  $9,2 \text{ kg/m}^3$  que foram testadas.

Nas Figuras 3 e 4 apresentam-se as ampliações de 35 e 100 vezes, respectivamente, de uma amostra de espuma. O reticulado interno de espumas de melamina é similar ao observado nessa imagem. As imagens microscópicas foram obtidas através do trabalho de Bolton(2005).

As Figuras 5 e 6 trazem as ampliações de 100 e 1000 vezes de uma amostra de material acústico feito de lã mineral grosseira, similar às amostras de lã de rocha utilizadas.

As ampliações de 100 e 1000 vezes de uma amostra de fibra de vidro de um material acústico similar às amostras de lã de vidro analisadas nesse trabalho são apresentadas nas Figuras 7 e 8.

Os tratamentos acústicos variam segundo os tipos de materiais acústicos e montagem do material. A Figura 9 extraída do trabalho de Bolton(2005) apresenta diferentes tipos de fixação do material.

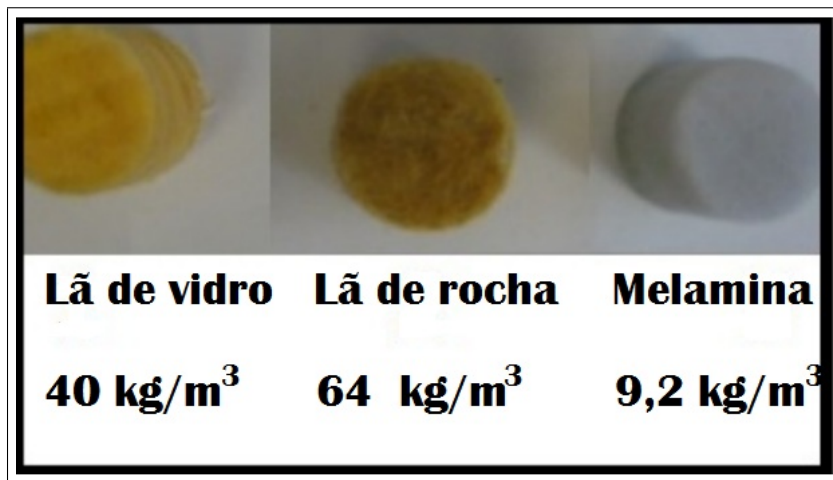


Figura 2 – Amostras de lã de rocha 64  $kg/m^3$ , lã de vidro 40  $kg/m^3$  e melamina 9,2  $kg/m^3$ .

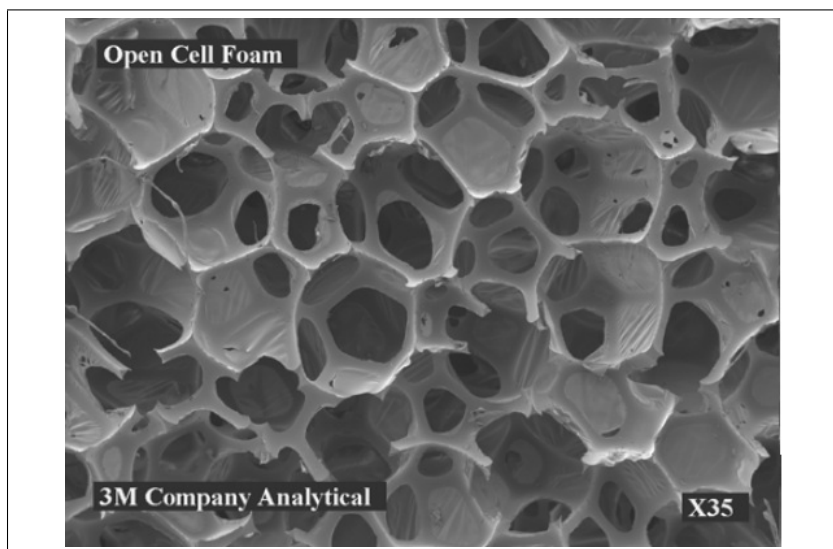


Figura 3 – Imagem por microscopia eletrônica de varredura de uma amostra de espuma ampliada 35 vezes.

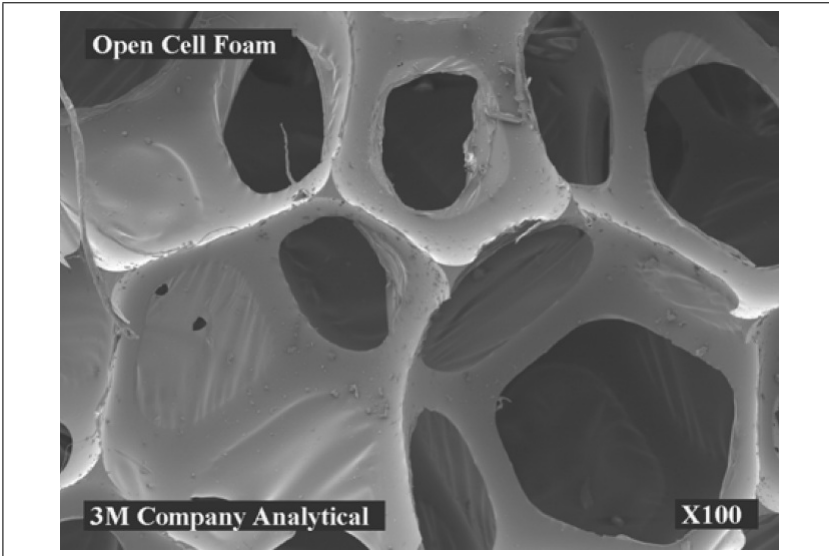


Figura 4 – Imagem por microscopia eletrônica de varredura de uma amostra de espuma ampliada 100 vezes.

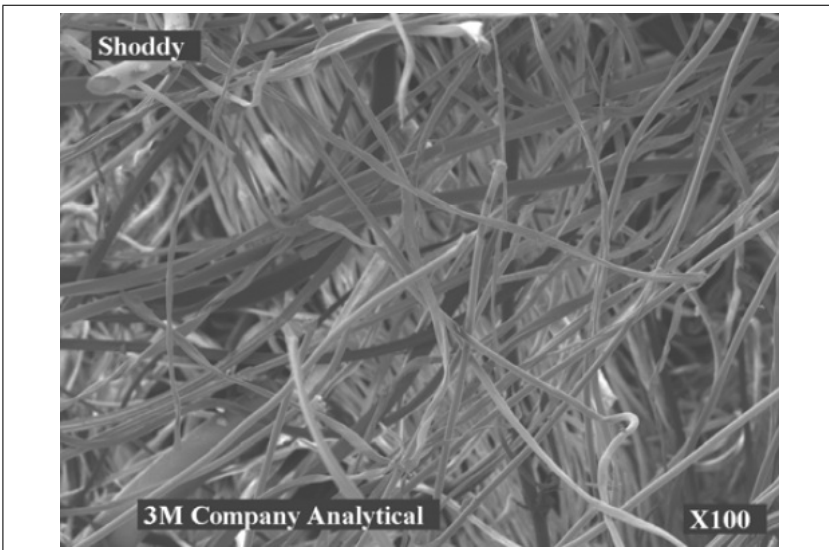


Figura 5 – Ampliação em 100 vezes das fibras de uma lã mineral grossa utilizada para revestimento acústico.

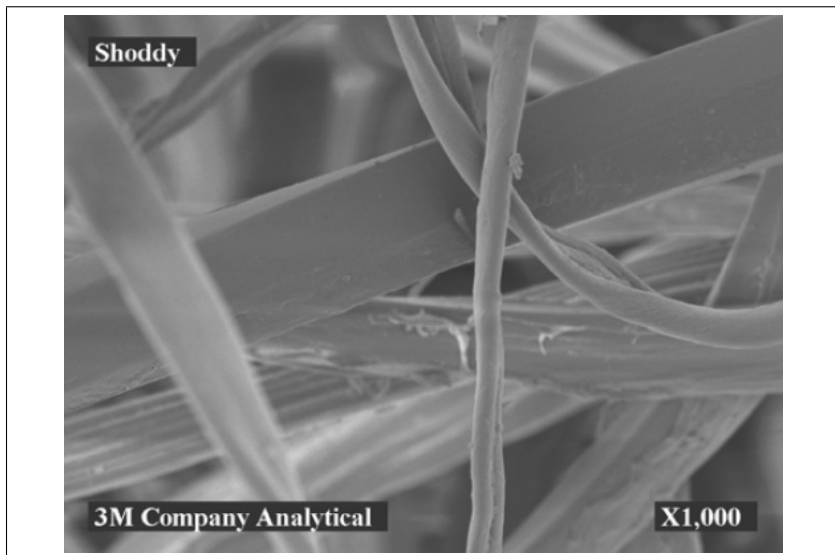


Figura 6 – Ampliação em 1000 vezes das fibras de uma lã mineral grosseira utilizada para revestimento acústico.

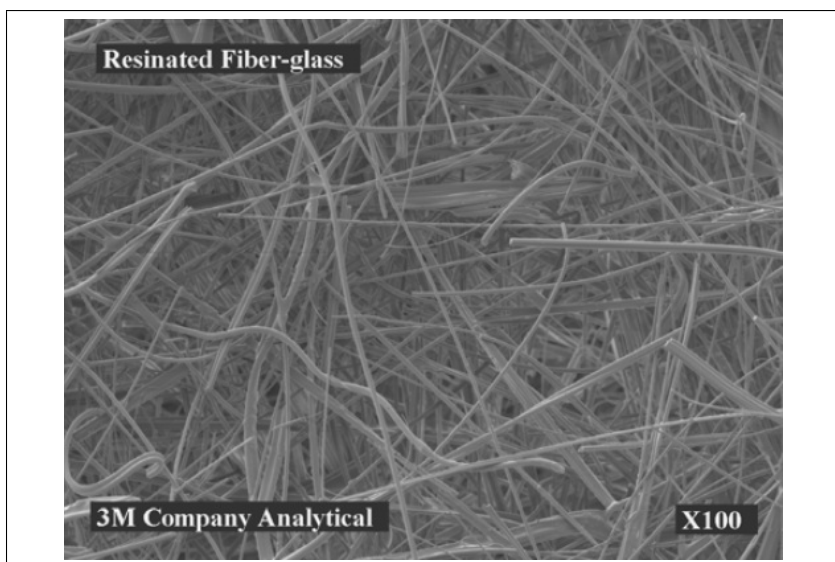


Figura 7 – Ampliação em 100 vezes de uma amostra de fibra de vidro de um material acústico.

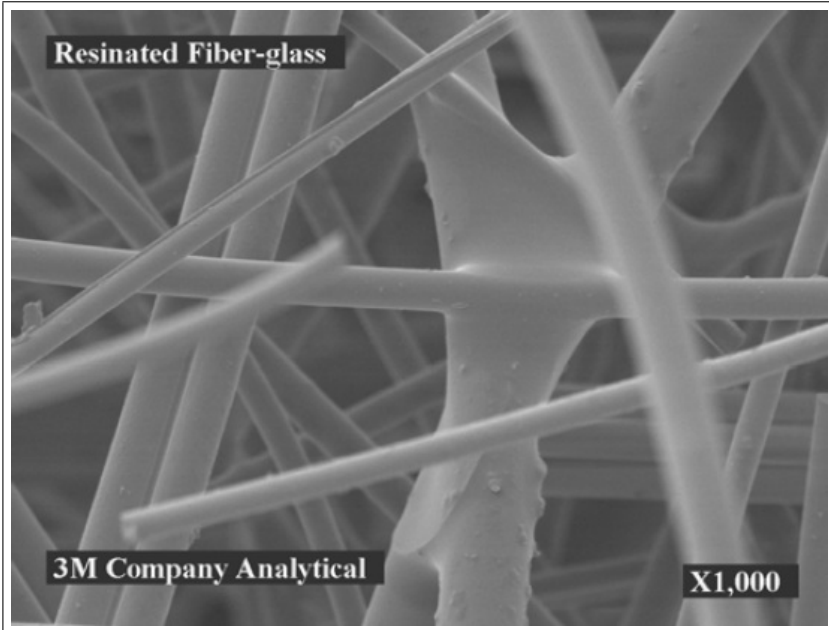


Figura 8 – Ampliação em 1000 vezes de uma amostra de fibra de vidro de um material acústico.

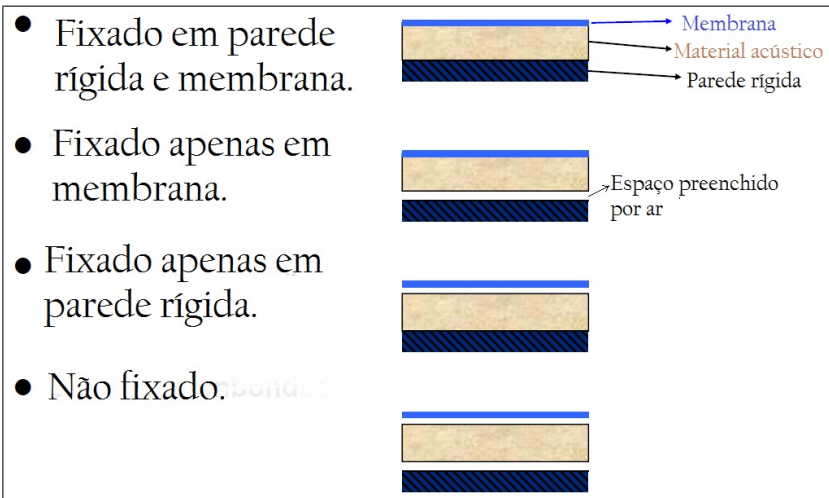


Figura 9 – Diferentes tratamento acústicos (BOLTON, 2005).

## 2.1 MECANISMOS DE ABSORÇÃO ACÚSTICA

Segundo Beranek (1942), existem mecanismos de dissipação da energia sonora devido aos fatores estruturais, térmicos e viscosos. Quando uma onda sonora incide sobre a superfície de um material poroso, provoca oscilação das moléculas de fluido que estão no interior poroso. Ocorre que todo o espaço em torno de um poro está ocupado pelas paredes da estrutura de modo que o movimento das moléculas de fluido no interior do material gera perda de energia por meio de atrito e troca de calor.

Quando uma onda sonora incide sobre um material flexível, a onda se propaga em seu interior, de modo que a própria estrutura do material sofre deformações, existindo movimento relativo entre a fase fluida e a estrutura interna. Assim, por consequência do atrito no interior do material, esse gera perdas de energia acústica porque o fluido no interior dos poros sofre pressão e descompressão que converte a energia acústica em calor. Dependendo do tamanho dos poros e da espessura da camada limite viscosa interna haverá maior ou menor perda de energia.

O módulo de elasticidade do material contém uma parte complexa, que corresponde ao efeito do atrito interno, que gera perda de energia. O módulo de elasticidade está diretamente relacionado com a capacidade absorvedora do material como será visto posteriormente.

O movimento relativo existente entre o esqueleto e o fluido é diretamente proporcional à viscosidade do fluido. Esse movimento gera automaticamente uma força sobre a estrutura, devido à viscosidade do fluido. Para velocidades de fluxo do fluido suficientemente baixas, a força será linear e proporcional à velocidade relativa entre as fases.

Sendo essa força resultado das velocidades relativas entre fluido e estrutura, a condição necessária para que essa força surja é que a estrutura interna tenha porosidade aberta permitindo um fluxo contínuo do fluido. Assim, a intensidade da onda sonora diminui à medida que a onda se propaga dentro do material.

A aceleração relativa entre estrutura e o fluido produz uma força inercial proporcional à aceleração do fluido no interior do material.

Quando o fluido propaga-se no interior do material, este segue pelos diversos caminhos e muda de direção. Cada mudança de percurso significa uma força inercial sendo aplicada nas paredes no interior do material. Esse processo tem como efeito um acréscimo na densidade de massa do fluido, de modo que a densidade relativa do fluido é maior quando esse se propaga no interior do material do que em campo li-

vre. Esse efeito de aumento de densidade do fluido é representado pela grandeza chamada de fator estrutural ou tortuosidade.

## 2.2 PROPRIEDADES CARACTERIZADORAS E MÉTODOS EXPERIMENTAIS

A performance acústica dos vários tipos de materiais acústicos pode ser estimada através do conhecimento de suas propriedades caracterizadoras. As propriedades macroscópicas dos materiais porosos estão relacionadas com seu desempenho acústico.

A porosidade e tortuosidade constituem propriedades geométricas da estrutura porosa. Já o módulo de elasticidade, fator de perda e densidade da estrutura são propriedades elásticas da estrutura.

A maioria dessas propriedades variam com relação às direções diferentes porque os materiais porosos são espacialmente heterogêneos, mas para efeitos de modelo, o material é considerado isotrópico.

Em todos os procedimentos de caracterização dos materiais, procurou-se levantar dados que representassem o valor médio de cada propriedade. Foram utilizadas amostras cilíndricas com diâmetro de 27 mm e diferentes espessuras das camadas. Salvo alguma exceção que será informada no texto, todas as caracterizações foram realizadas com amostras cilíndricas de diferentes espessuras.

Foram utilizados dois pares de amostra de cada material com espessura de 25 mm para medição de resistividade ao fluxo. Para as medições de módulo de elasticidade e fator de perda foram usados um par de amostras para cada uma das espessuras de 43, 25, 15 e 10 mm para cada um dos tipos de material, sendo amostras cilíndricas. Para medição da tortuosidade foram usados um par de amostras cilíndricas com espessuras de 25, 15, 10 mm e também placas cilíndricas para cada tipo de material conforme descrito no capítulo. Para as medições de coeficiente de absorção foram utilizados 2 pares de amostras cilíndricas com espessuras de 43, 25, 15 e 10 mm para cada tipo de material.

### 2.2.1 Resistividade ao fluxo $\sigma_f$

A resistência ao fluxo  $\sigma$  é o parâmetro mais importante para determinar o comportamento acústico de materiais porosos de acordo com Cox (2009). Segundo o autor esse parâmetro representa o acoplamento inercial das fases sólida e fluida do material, e quando alterado provoca



uma variação significativa na capacidade de absorção do material.

A resistência ao fluxo expressa a razão entre o gradiente de pressão  $\Delta p$  aplicado para induzir um fluxo com velocidade constante perpendicular á superfície do material e sua velocidade de volume de fluxo ou vazão  $V$ . A unidade da resistência ao fluxo no Sistema internacional é ohm acústico ( $Ns/m^5$ ) (CALCADA, 2006).

A resistividade é inversamente proporcional ao tamanho dos poros, de modo que materiais com porosidade menor apresentarão maior resistividade ao fluxo, que aqueles com poros maiores (CALCADA, 2006).

A resistência ao fluxo é dada pela expressão,

$$\sigma = \frac{\Delta p}{V}, (Ns/m^5), \quad (2.1)$$

onde  $\Delta p$  representa a diferença de pressão ao longo da espessura da camada porosa e  $V$  é a velocidade de fluxo.

Quando multiplica-se a resistência ao fluxo pela área da seção transversal da amostra  $A$  obtem-se a resistência ao fluxo específica  $\sigma_0$ . Sua grandeza é o Rayl que equivale a  $Ns/m^3$  ou  $Pas/m$ .

$$\sigma_0 = \frac{\Delta p}{V} A, [Rayl = Pas/m]. \quad (2.2)$$

A resistividade ao fluxo  $\sigma_f$  é uma medida da resistência por unidade de espessura no interior do material. Essa grandeza é a razão da queda de pressão que existe quando um fluxo de fluido atravessa uma camada de material de espessura  $L$  a uma dada velocidade  $V$ .

A resistividade ao fluxo é na verdade a razão entre a resistência específica ao fluxo  $\sigma_0$  e a espessura  $L$  do material na direção do fluxo. A unidade de resistividade ao fluxo de um material é  $Rayl/m$  ou  $Ns/m^4$  e pode ser definida como:

$$\sigma_f = \frac{A}{L} \frac{\Delta p}{V}, [Rayl/m = Pas/m]. \quad (2.3)$$

As forças viscosas que são produzidas à medida que o fluido percorre os microcanais e poros da amostra são proporcionais à velocidade de fluxo no interior do material, fomando uma interação entre as paredes da estrutura e o fluido.

Quando a onda sonora incide sobre o material, o fluido é acelerado à medida que a onda se propaga no interior do material, ocorrendo uma diferença de fase entre a queda de pressão através da camada do

material poroso e a vazão de fluido.

A velocidade de fluxo que está em fase em relação à queda de pressão é utilizada na definição de resistência ao fluxo, enquanto que a razão entre a pressão e vazão que estão defasadas entre si dão origem a outra grandeza, conhecida como reatância ao fluxo (INGARD, 2010).

Como é possível estabelecer duas razões, uma razão entre o gradiente de pressão em fase com a vazão e outra razão entre o gradiente de pressão defasado de 90 graus em relação à velocidade de fluxo do volume, pode-se considerar a existência de dois componentes de uma única grandeza, conhecida simplesmente como impedância ao fluxo.

Segundo Baveldi (BALVEDI, 1998), a resistividade ao fluxo está diretamente ligada às características geométricas internas do material como porosidade e tortuosidade.

### 2.2.2 Módulo de elasticidade dinâmico E

Nos modelos de Dazel et al. (2007) e de Ingard (2010), o módulo de elasticidade do material que constitui a estrutura e o do fluido são parâmetros de influência significativa.

De acordo com (BALVEDI, 1998), o módulo de elasticidade dinâmico é um parâmetro importante para a predição do comportamento acústico de materiais porosos porque a transmissão e absorção sonora destes materiais dependem diretamente do módulo de elasticidade dinâmico e do Coeficiente de Poisson. Isso ocorre porque a velocidade de propagação da onda longitudinal se propagando na estrutura depende dessa grandeza.

Seja a densidade de dado material designada por  $\rho_{mat}$  e seu módulo de elasticidade  $E_{mat}$ . Então, a velocidade de propagação da onda  $v_{mat}$  nesse material é

$$v_{mat} = \sqrt{\frac{E_{mat}}{\rho_{mat}}}. \quad (2.4)$$

O módulo de elasticidade pode ser definido como a razão entre a tensão  $\sigma_{mat}$  aplicada longitudinalmente e a deformação longitudinal  $\epsilon_{mat}$  sofrida pela amostra.

$$E_{mat} = \frac{\sigma_{mat}}{\epsilon_{mat}}. \quad (2.5)$$

Balvedi (BALVEDI, 1998) comenta que quando se aplica um esforço dinâmico na forma de vibração, o atrito interno do material poroso resiste a tal excitação. Sendo esse atrito interno do tipo viscoso, ou seja proporcional à velocidade, isso causa uma diferença de fase entre a tensão e a deformação, a qual pode ser expressa na forma do módulo de elasticidade complexo  $\tilde{E}$ . A parte real do módulo de elasticidade complexo  $E_{Real}$  corresponde ao seu módulo elástico e a parte imaginária  $E_{Imag}$  é referente ao amortecimento.

$$\tilde{E} = E_{Real} + E_{Imag}. \quad (2.6)$$

O módulo de elasticidade complexo pode também ser expresso:

$$\tilde{E} = E_{Real}(1 + i\eta_s), \quad (2.7)$$

onde o fator de perda é  $\eta_s$ .

O fator de perda, ou fator de amortecimento estrutural  $\eta_s$  está diretamente relacionado com a defasagem na fase entre tensão e deformação. Obtendo-se os gráficos da FRF's (função resposta em frequência) pode-se identificar os picos das ressonâncias. Pelo método da banda de meia potência o fator de perda pode ser determinado tomando-se o intervalo entre as frequências  $\Delta f_n$  para uma queda de 3 decibéis da frequência central do pico de ressonância dada por  $f_n$  (PRITZ, 1994). Assim, pode-se escrever o fator de perda:

$$\eta_s = \frac{\Delta f_n}{f_n}. \quad (2.8)$$

### 2.2.3 Relação entre o módulo de elasticidade, frequência de ressonância e módulo de cisalhamento

A presença de ar no interior do material poroso pode causar sensíveis variações no módulo de elasticidade e aumento do fator de perda, assim é aconselhado por vários autores realizar as medições no interior de um ambiente de vácuo. Outro fator importante que vem sendo estudado por alguns autores como Geslain et al. (2011) é a influência da compressão (esmagamento) nos parâmetros acústicos de materiais acústicos porosos.

A compressão do material causa modificação na estrutura in-

terna. Muitas vezes as fibras que constituem o material são dobradas, ou mesmo as paredes de um material poroso flexível se curvam e deformam alterando a forma dos poros. No caso de espumas, ocorre alteração do módulo de elasticidade devido a essas deformações causadas pela compressão.

De acordo com Geslain et al. (2011), as deformações na estrutura são principalmente sensíveis quando se trata das ressonâncias de um quarto de comprimento de onda na fase sólida. Através dessa frequência é possível indiretamente determinar o valor do módulo de elasticidade. As ressonâncias de um quarto de comprimento de onda na fase sólida causam a região de queda nas curvas de absorção. No presente trabalho, sempre que for mencionada a frequência de queda de absorção observada nas curvas, essa será associada ao termo frequência de ressonância.

O método descrito por Geslain et al. (2011) é um método indireto que usa parte do formalismo de Biot e as ressonâncias de um quarto de comprimento de onda da estrutura para identificar variações do módulo de elasticidade decorrentes do processo de medição.

Quando os materiais porosos com estrutura flexíveis são submetidos a vibrações que produzem as frequências de ressonância em sua estrutura, ocorre um decréscimo de seu coeficiente de absorção. É possível identificar essa frequência de ressonância em suas curvas de absorção.

A frequência de ressonância está ligada aos parâmetros: espessura  $L$  da camada sob compressão, densidade da estrutura sólida  $\rho_s$ , módulo de elasticidade da amostra sob compressão  $E_\zeta$  (GESLAIN et al., 2011). Assim, pode ser estimada pela expressão analítica apresentada na Equação (2.9):

$$f_\zeta = \frac{1}{4L} \sqrt{\frac{E_\zeta}{\rho_s}}. \quad (2.9)$$

Como a compressão do material aumenta a rigidez do mesmo material devido ao efeito de Poisson, no resultado global isso produz uma diminuição o módulo de elasticidade (GESLAIN et al., 2011).

## 2.2.4 Porosidade $\phi$

A porosidade é o parâmetro indicador da proporção entre as fases fluida e sólida. Quanto maior a porosidade, maior a capacidade absorvedora do material, desde que o material tenha porosidade aberta

porque os efeitos viscosos e inerciais decorrentes do fluxo de fluido no interior do material não são criados em regiões de porosidade fechada.

É a medida da razão entre o volume dos poros abertos  $V_p$  que contém fluido envolvido na propagação sonora e o volume total da amostra  $V_t$ , dada por:

$$\phi = \frac{V_p}{V_t}. \quad (2.10)$$

O movimento relativo entre as fases fluida e sólida, provoca conversão de energia sonora em térmica através de mecanismos viscotérmicos no material. Em geral os materiais utilizados com finalidade acústica têm porosidade da ordem de 0,98 (CALCADA, 2006) .

Segundo Bolton e Kang (1997) a variação dos valores de porosidade dos materiais acústicos no intervalo de  $[0.93 - 1]$  não implica em grandes alterações no coeficiente de absorção dos materiais.

### 2.2.5 Tortuosidade ou fator de estrutura $\alpha_\infty$

Segundo Beranek (VER; BERANEK, 2006), tortuosidade é a grandeza que expressa a irregularidade dos caminhos percorridos pelo fluido no interior da matriz de material sólido.

Tomando a direção de propagação linear da onda no interior do material como referência, a tortuosidade é a grandeza que permite auferir o desvio em relação a essa direção. É uma medida da não uniformidade da seção transversal dos poros ao longo do seu comprimento. Veja a Figura 10.

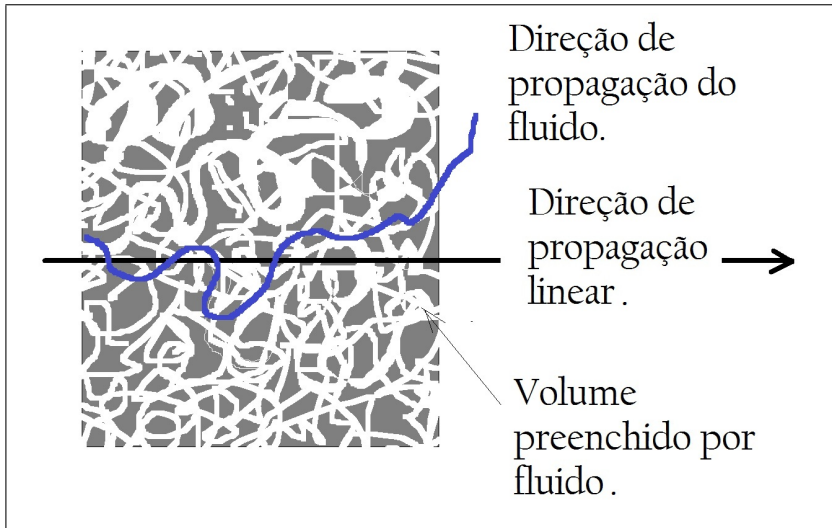


Figura 10 – Tortuosidade: irregularidade dos caminhos percorridos pelo fluido.

Esse parâmetro indica quão difícil é acelerar o ar dentro de um material poroso devido à trajetória irregular que esse segue.

Para os materiais fibrosos e espumas de porosidade aberta, como os estudados nesse trabalho, o valor de tortuosidade utilizado nos modelos foi 0,98.

Quando o fluido se move no interior do material, este muda de direção, conseqüentemente, sofre aceleração e desaceleração. Isso faz com que pareça que o fluido possui uma densidade maior do que ele realmente tem. O fluido exerce força sobre as paredes da estrutura quando essas se apresentam como barreiras e obrigam à mudanças de direção de propagação do fluxo. Assim, o fluido exerce força sobre as paredes e essas exercem forças de reação correspondentes sobre o fluido. A força de interação entre o fluido e a estrutura será proporcional à aceleração do fluido.

### 2.2.6 Coeficiente de Poisson $\nu$

Pritz (PRITZ, 2000) define a razão de Poisson como a relação entre a deformação transversal pela deformação axial (longitudinal de aplicação da carga), quando o corpo é submetido a uma tensão uni-axial direta. Essa grandeza adimensional pode ser expressa pela relação:

$$\nu = -\frac{\epsilon_{px}}{\epsilon_{pz}} = -\frac{\epsilon_{py}}{\epsilon_{pz}}, \quad (2.11)$$

em que  $\epsilon_{px}$  e  $\epsilon_{py}$  são as deformação transversais nas direções x e y.  $\epsilon_{pz}$  é a deformação longitudinal na direção z.

### 2.2.7 Impedância acústica $\tilde{z}$

A performance do material acústico no que concerne ao tratamento acústico é medida por seu coeficiente de absorção, que é uma medida da fração de energia acústica absorvida por energia acústica incidente. Este coeficiente de absorção pode ser medido diretamente em uma câmara reverberante, nesse caso tem-se o coeficiente de absorção por incidência aleatória, ou no tubo de impedância onde existem somente ondas planas por isso obtém-se a impedância normal à superfície respectiva e o coeficiente de absorção por incidência normal.

O método do tubo de impedância para determinação do coeficiente de absorção de um material é muito útil em casos de pesquisa quando não se dispõe de grande quantidade de amostras ou se está desenvolvendo novas tecnologias.

Segundo Balvedi (1998) os materiais porosos, ditos localmente reativos, permitem que a velocidade de propagação da onda em seu interior seja menor que a propagação de uma onda sonora no ambiente. Assim, a onda transmitida para o interior da camada se propaga normal à superfície do material e a impedância independe do ângulo de incidência.

A impedância acústica  $\tilde{z}$  é a grandeza que expressa a razão entre a pressão complexa  $\tilde{p}$  e velocidade complexa de partícula  $\tilde{u}$  de uma onda que se propaga através de um meio, conforme a expressão:

$$\tilde{z} = \frac{\tilde{p}}{\tilde{u}}. \quad (2.12)$$

Carneiro (1998) cita que existem diferenças entre os tipos de impedância e que através dessa, pode-se entender a inter-relação entre campos de pressão e velocidade de partícula para uma onda em propagação em determinado meio. Essa grandeza também pode ser usada para estudar como o som é transmitido de um meio para outro.

Para o cálculo do coeficiente de absorção, é preciso inicialmente obter a razão de reflexão, que nada mais é que a razão entre a pressão refletida e a pressão incidente na superfície que constitui fronteira entre

os dois diferentes meios.

Cox (2009) descreve os campos de pressão que existem nas interfaces dos materiais através da camada de material acústico. A Figura 11 é usada para ilustrar a camada de material e as condições de contorno.

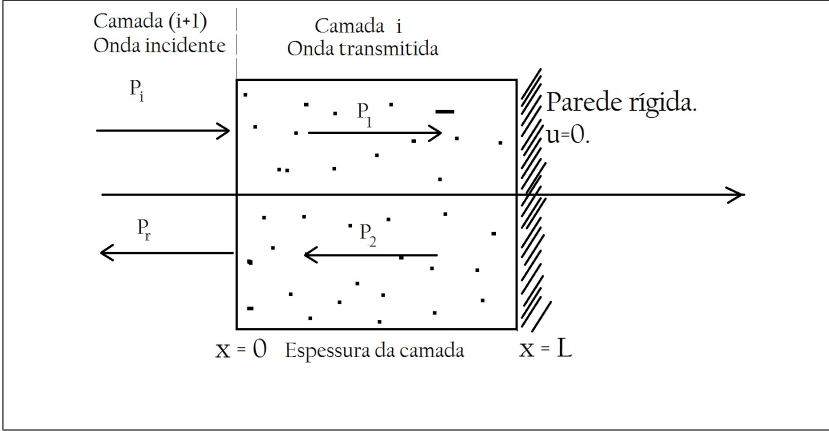


Figura 11 – Onda incidente e refletida .

Os campos de pressão são soluções da equação de onda de pressão dada pela Equação (2.13):

$$\nabla p^* + k^2 p^* = 0, \quad (2.13)$$

sendo  $k = \omega/c$  o número de onda,  $c$  a velocidade de propagação do som,  $\omega$  a frequência angular. A solução para o campo de pressão pode ser escrito na forma:  $pe^{i\omega t}$ .

Os campos das pressões incidente e refletida são expressos para cada região. A região  $i + 1$  representa o campo livre onde a onda se propaga até incidir na interface com meio poroso. A região  $i$  corresponde ao interior do material poroso onde se propagam a onda transmitida e a onda refletida ao atingir a extremidade  $x = L$ . Pode-se escrever:

$$\tilde{p}_1 = \tilde{A}e^{i(-k_1x+\omega t)} + \tilde{B}e^{i(k_1x+\omega t)}, \quad (2.14)$$

$$\tilde{p}_2 = \tilde{C}e^{i(-k_2x+\omega t)} + \tilde{D}e^{i(k_2x+\omega t)}, \quad (2.15)$$

onde  $\tilde{p}_1$  refere-se ao campo de pressão com número de onda  $k_1$  da onda que incide sobre a camada de material poroso na região  $(i + 1)$ , e  $\tilde{p}_2$



refere-se a onda que se propaga no interior da camada na região  $i$  com número de onda  $k_2$ , representadas na Figura 11.

Na interface que separa o interior do material poroso do meio exterior tem-se como condição de contorno a continuidade dos campos de pressão e velocidade de partícula. Na região  $(i + 1)$  conforme na Figura 11 referente à interface entre os dois meios tem-se a impedância normal à superfície  $z_{sup}$ . Referente à região  $i$ , Figura 11, que corresponde ao interior da camada porosa, tem-se a impedância característica da camada  $z_{car}$ .

Cox (2009) prediz o valor da impedância normal à superfície por meio de um equacionamento que relaciona pressão e velocidade de partícula para um sistema generalizado, dado pela matriz:

$$\begin{Bmatrix} p_{li} \\ u_{li} \end{Bmatrix} = \begin{vmatrix} \cos(k_{xi}L_i) & i\frac{\omega\rho_i}{k_{xi}}\text{sen}(k_{xi}L_i) \\ i\frac{k_{xi}}{\omega\rho_i}\text{sen}(k_{xi}L_i) & \cos(k_{xi}L_i) \end{vmatrix} = \begin{Bmatrix} p_{xi} \\ u_{xi} \end{Bmatrix}, \quad (2.16)$$

onde  $p_{xi}$  e  $u_{xi}$  são a pressão e velocidade de partícula na região de fronteira do material poroso com o campo livre,  $p_{li}$  e  $u_{li}$  são a pressão e velocidade de partícula na região posterior da camada porosa denotada por  $i$ . A espessura da camada de material com densidade  $\rho_i$  é denotada por  $L_i$ ,  $c_{xi}$  é a velocidade de propagação do som no interior da camada e  $k_{xi}$  simboliza o número de onda da onda se propagando no interior da camada. Essa formulação pode se utilizada para os casos em que existem várias camadas de material dispostas sucessivamente.

Considerando a impedância da região posterior da camada  $i$  como sendo a impedância característica  $z_{car}$ , a impedância normal à superfície na interface da região  $(i + 1)$  para  $i$  será escrita:

$$\tilde{z}_{sup} = \frac{-i\tilde{z}_{sup}\tilde{z}_{car}\cot(k_xL_i) + \tilde{z}_{car}^2}{\tilde{z}_{sup} - i\tilde{z}_{car}\cot(k_xL_i)}. \quad (2.17)$$

A razão de reflexão é a grandeza que relaciona a pressão refletida e a pressão incidente, e pode ser escrita em função da impedância:

$$R = \frac{\tilde{B}}{\tilde{A}} = \frac{z_{car} - \rho_i c_{xi}}{z_{car} + \rho_i c_{xi}}. \quad (2.18)$$

O ângulo de incidência  $\theta$  das ondas é zero:

$$R = \frac{\tilde{B}}{\tilde{A}} = \frac{z_{car}\cos(\theta) - \rho_i c_{xi}}{z_{car}\cos(\theta) + \rho_i c_{xi}}. \quad (2.19)$$

O coeficiente de absorção é denotado como

$$\alpha = (1 - |R(\theta)|)^2, \quad (2.20a)$$

$$\alpha = \frac{4Re \left[ \frac{\tilde{z}_{sup}}{c_{xi+1}\rho_{i+1}} \right]}{\left( 1 + Re \left[ \frac{\tilde{z}_{sup}}{c_{xi+1}\rho_{i+1}} \right] \right)^2 + Im \left[ \frac{\tilde{z}_{sup}}{c_{xi+1}\rho_{i+1}} \right]}. \quad (2.20b)$$

### 2.2.8 Medição da resistividade ao fluxo pelo método do fluxo direto

O método para medição da resistividade ao fluxo é normatizado pela norma ISO 9053 – 1991 . Esse documento especifica os procedimentos para o método de medição direta e indireta.

O método direto consiste basicamente em produzir um fluxo à velocidade constante diretamente através da amostra e medir a diferença de pressão existente entre as faces da amostra.

A bancada experimental necessária para esse método consiste em equipamentos capazes de produzir fluxo estacionário, medir o fluxo volumétrico e medir a diferença de pressão através da amostra. A Figura 12, retirada da norma, representa a bancada experimental.

Nesse documento (ISO9053-1991, ) encontram-se descritos todos os detalhes da montagem da bancada como dimensões da célula de medição e outros detalhes do aparato experimental dos métodos de fluxo direto e fluxo oscilatório.

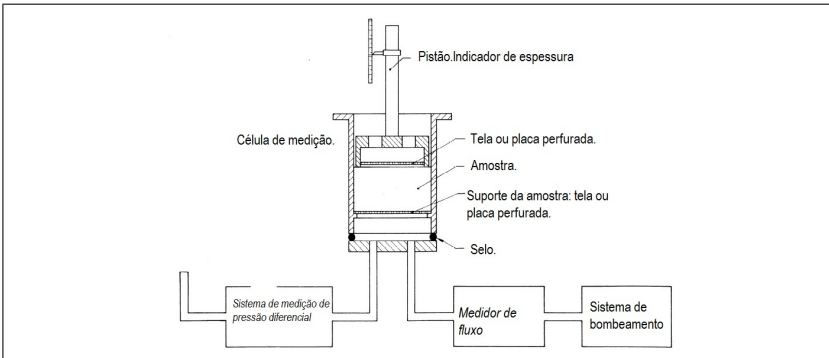


Figura 12 – Bancada experimental para medição de resistividade através do método do fluxo direto segundo norma ISO9053 – 1991.

O Laboratório de vibrações e acústica conta com a bancada experimental para medição de resistência ao fluxo pelo método direto como mostrada na Figura 13 .

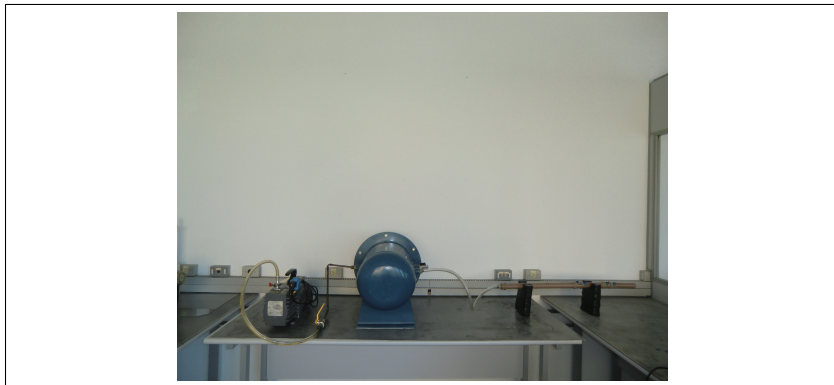


Figura 13 – Bancada para medição de resistividade.

De acordo com a norma, a célula de medição deve ter a forma de um cilindro circular ou de um paralelepípedo regular e a amostra deve ser posta dentro da célula de medição. O procedimento consiste em fazer o fluxo passar através da célula e medir a diferença de pressão entre as faces.

### **2.2.9 Medição da resistividade ao fluxo pelo método do fluxo oscilatório**

Nesse trabalho, a caracterização da resistividade do material foi realizada pelo método de fluxo oscilatório. A determinação da resistência ao fluxo é uma maneira indireta de estabelecer relação entre as propriedades acústicas do material e a estrutura porosa. Para o método do fluxo oscilatório, deve-se produzir um fluxo oscilante no interior de um dado recipiente de volume definido. Como a amostra está encaixada na saída desse volume, o fluxo é forçado através da amostra.

O fluxo oscilatório é produzido através do movimento senoidal de um pistão no interior do tubo, a frequência de oscilação recomendada pela norma é aproximadamente de 2 Hz. O valor médio quadrático do fluxo volumétrico  $q_v$  está relacionado à frequência de oscilação do pistão  $f_p$ , ao deslocamento pico a pico do pistão  $h_p$  que foi medido e a área da seção reta da face do pistão cilíndrico  $A_p$  como mostra a

expressão:

$$q_v = \frac{\pi}{\sqrt{2}} A_p f_p h_p. \quad (2.21)$$

O valor médio quadrático da velocidade de fluxo  $u_v$ , em metros por segundo, é relacionado com a vazão alternada  $q_v$ , em  $\frac{m^3}{s}$  e com a área da amostra  $A_{am}$  em  $m^2$ . A amostra cilíndrica possui 27 mm de diâmetro:

$$u_v = \frac{q_v}{A_{am}}. \quad (2.22)$$

A bancada experimental (Figura 15) para medição da resistividade ao fluxo oscilatório foi projetada pelo Pesquisador Paulo Marese de acordo com a norma ISO 9053 – 1991. Consiste de um tubo acoplado a um pistão oscilante em uma das extremidades. Na extremidade oposta do tubo a amostra é instalada. O pistão está acoplado a um vibrador que produz movimento senoidal como mostrado na Figura 14. Os instrumentos necessários para completar a bancada são um computador acoplado ao amplificador que está acoplado ao excitador eletrodinâmico e ao microfone. O microfone é do tipo resistivo *B & K*.

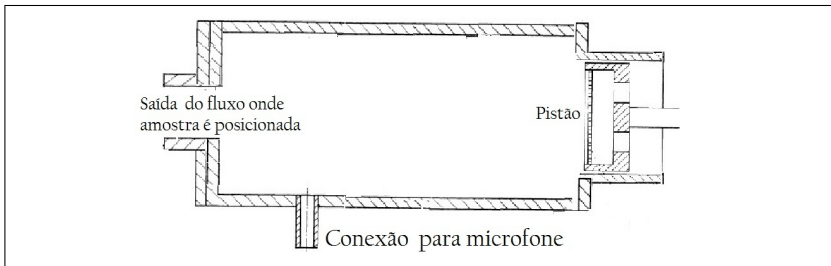


Figura 14 – Bancada experimental para medição de resistividade ao fluxo pelo método do fluxo oscilatório (ISO 9053 – 1991).

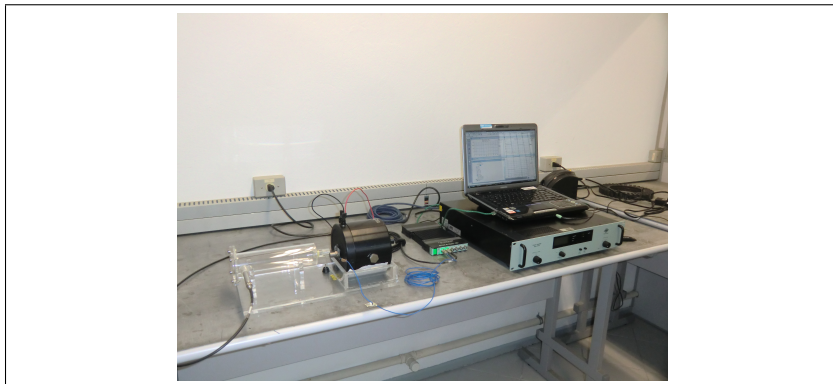


Figura 15 – Bancada para medição de resistividade por fluxo oscilante.

O microfone é montado lateralmente próximo ao porta amostra, e deve ser bem vedado para que o fluxo seja forçado para fora do volume exclusivamente através da amostra como mostra a Figura 16. A medida de pressão alternada é realizada no interior do volume através do uso de um microfone.

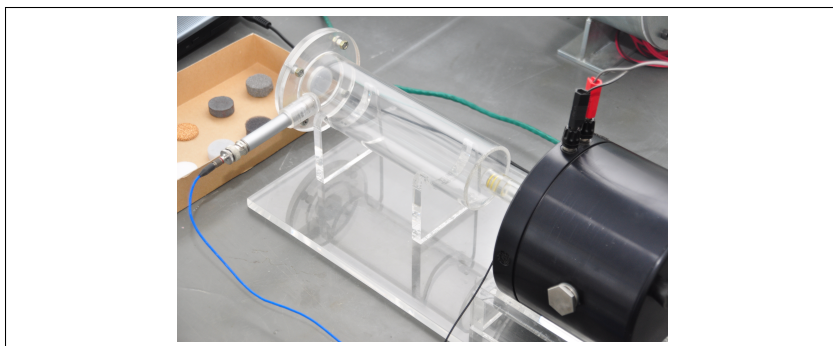


Figura 16 – Aparato para realização da medida de resistividade ao fluxo.

### 2.2.10 Resistividades medidas pelo método do fluxo oscilatório para amostras de melamina, lã de vidro e lã de rocha

A Tabela 1 apresenta os valores de resistividade ao fluxo das amostras de melamina com densidade de  $9,2 \text{ kg/m}^3$ . Foram usadas 8 amostras, cada par de amostras com as respectivas espessuras de 10,

15, 25 e 43 mm.

Amostra	Espessura (mm)	Resistividade(N.s/m <sup>4</sup> )
A	10	15669
B	10	13481
A	15	11557
B	15	11825
A	25	11068
B	25	13420
A	43	10884
B	43	11675
Valor médio	...	12447

Tabela 1 – Resistividade ao fluxo de amostras de melamina com densidade de  $9,2 \text{ kg/m}^3$ .

A Tabela 2 apresenta os valores de resistividade ao fluxo das amostras de lã de vidro com densidade de  $40 \text{ kg/m}^3$ .

Amostra	Espessura (mm)	Resistividade (N.s/m <sup>4</sup> )
A	31	24258,70
B	34	22765,90
A	27	24418,00
B	25	25410,33
A	22	18066,00
B	20	19518,23
Valor médio	...	22406,19

Tabela 2 – Resistividade ao fluxo de amostras de lã de vidro com densidade de  $40 \text{ Kg/m}^3$ .

A Tabela 3 apresenta os valores de resistividade ao fluxo das amostras de lã de rocha com densidade de  $64 \text{ kg/m}^3$ .

Amostra	Espessura (mm)	Resistividade(N.s/m <sup>4</sup> )
A	23	17019,00
B	24	9898,00
C	16	7730,60
A	13	6888,05
B	13	10431,60
A	8	11404,20
B	8	14642,90
Valor médio	...	11144,91

Tabela 3 – Resistividade ao fluxo de amostras de lâ de rocha com densidade de  $64 \text{ kg/m}^3$ .

A Tabela 4 apresenta os valores de resistividade ao fluxo das amostras de lâ de rocha com densidade de  $100 \text{ kg/m}^3$

Espessura (mm)	Resistividade(N.s/m <sup>4</sup> )
19,87	20169,14
19,40	21682,37
24	29266,45
22	22465,28
25,21	20902,35
25,15	26073,19
13,42	23570,48
12,90	26569,54
Valor médio	23837,35

Tabela 4 – Resistividade ao fluxo de amostras de lâ de rocha com densidade de  $100 \text{ kg/m}^3$ .

Os valores médios de resistividade obtidos experimentalmente estão apresentados na Tabela 5.

Material	Valor médio (N.s/m <sup>4</sup> )	Desvio
Melamina ( $9,2 \text{ kg/m}^3$ )	12447,37	$\pm 190$
Lâ de vidro ( $40 \text{ kg/m}^3$ )	22406,19	$\pm 454$
Lâ de rocha ( $64 \text{ kg/m}^3$ )	11144,91	$\pm 478$
Lâ de rocha ( $100 \text{ kg/m}^3$ )	23837,35	$\pm 453$

Tabela 5 – Valores médios de resistividade.

### 2.2.11 Determinação do módulo de elasticidade pelo método de Pritz

Em seus artigos, Pritz (1986), (Pritz (1996)) apresenta uma discussão a respeito da determinação do módulo complexo de elasticidade através da análise modal de uma amostra sujeita a uma vibração longitudinal. Também é abordada a questão da influência da frequência nas características dinâmicas das estruturas de lãs e espumas, como por exemplo no valor do módulo de elasticidade, entre outros aspectos.

Pritz (1994) trata especificamente dos resultados obtidos para os testes feitos com espumas. O método permite obter resultados coerentes apenas para os três primeiros modos.

A amostra de material poroso deve ser montada no suporte diretamente acoplado a um excitador eletrodinâmico, de modo que serão produzidas vibrações longitudinais na base desse material. Uma massa de carregamento é montada sobre a superfície superior da camada. Esse esquema de montagem, garante a possibilidade de fazer a analogia desse sistema com um sistema massa-mola, onde o material poroso seria o análogo da mola, com uma constante elástica definida.

A Figura 17 extraída do artigo (PRITZ, 1996) mostra o esquema básico de montagem da amostra sobre o excitador eletrodinâmico para vibração longitudinal.

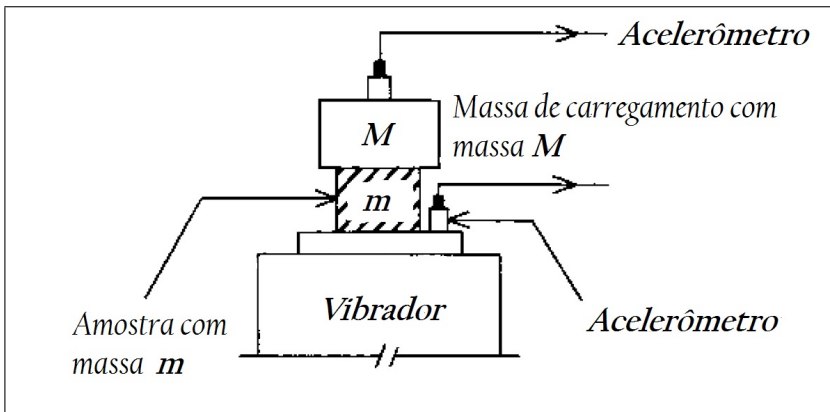


Figura 17 – Montagem da amostra para medição de módulo de elasticidade e fator de perda (Pritz 1996).

As Figuras 18 e 19 apresentam as funções resposta em frequência típicas, obtidas durante o processo de medição do módulo de elasti-



dade e fator de perda para amostras de melamina com densidade de  $9,2 \text{ kg/m}^3$  e lã de vidro com densidade de  $40 \text{ kg/m}^3$ .

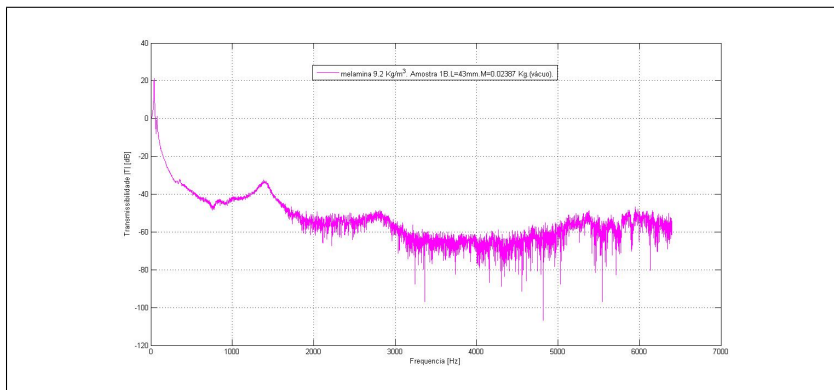


Figura 18 – Função resposta em frequência para melamina com densidade de  $9,2 \text{ kg/m}^3$ .

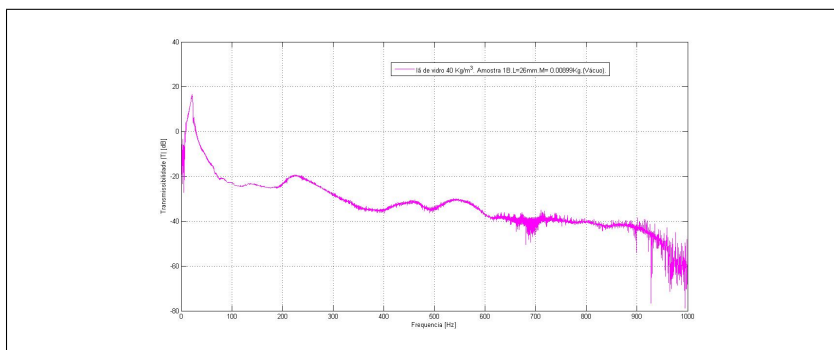


Figura 19 – Função resposta em frequência para lã de vidro com densidade de  $40 \text{ kg/m}^3$ .

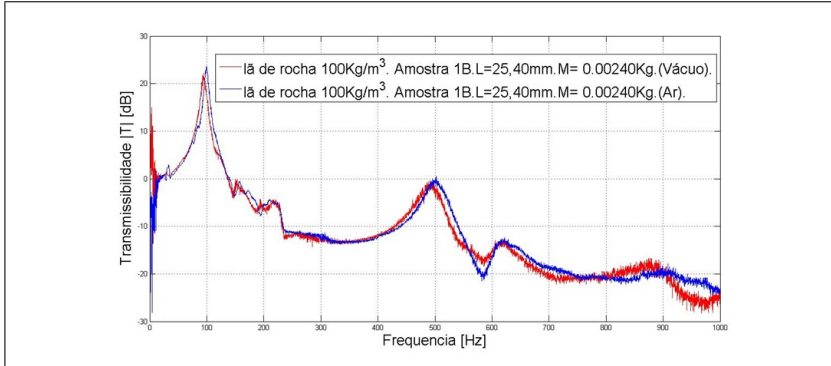


Figura 20 – Comparação entre as funções respostas em frequência obtidas no ar e em câmara de vácuo.

O módulo de elasticidade pode ser estimado, se realizada uma análise modal. Para isso, é necessário escolher um paralelepípedo ou cilindro constituído de material poroso para a modelização. Pritz recomenda que a espessura da amostra que será testada deve medir entre 10 e 30 mm.

O módulo de elasticidade dinâmico  $E$  e o fator de perda  $\eta_s$  podem ser calculados como função da frequência são escritos, assim

$$E = 4\pi^2 \rho_{mat} L^2 \frac{f^2}{k_n^2}, \quad (2.23)$$

$$\eta_s = \frac{\Delta f}{f}. \quad (2.24)$$

Nas Equações (2.23)(2.24) o módulo de elasticidade dinâmico  $E$  e o fator de perda  $\eta_s$  foram calculados a partir das frequências de ressonância e pela banda de meia potência. A densidade do material é dada por  $\rho_{mat}$ , a espessura da amostra por  $L$ , e  $k_n$  é o número de onda da ressonância.

Para obter o valor  $k_n$  é necessário resolver a Equação (2.25):

$$ctg(k_n) = \frac{M_l}{M_p} k_n, \quad (2.25)$$

onde  $M_l$  é a massa de carregamento que é montada sobre a amostra de material poroso, e  $M_p$  é a massa medida do material poroso.

A partir da solução analítica obtida da equação de onda unidimensional, da qual são obtidas as frequências de ressonâncias, pode-se

calcular o módulo de elasticidade e o fator de perda.

A amostra de material poroso possui células abertas, e nesse caso recomenda-se realizar o experimento em uma célula de vácuo, para minimizar os efeitos viscotérmicos. Ingard (INGARD, 2010) aponta a necessidade de realização das medidas de módulo de elasticidade no interior de uma câmara de vácuo para eliminar o efeito do bombeamento do ar no interior da estrutura porosa. Se as medições forem realizadas em ambiente aberto pode ocorrer um incremento do atrito interno devido ao bombeamento do ar no interior dos poros. O efeito resultante desse bombeamento é um aumento do valor do fator de perda. O mesmo autor também recomenda que o nível de excitação produzido pelo excitador deve ser baixo. Sob deformação periódica da estrutura o fluido sofreria uma espécie de bombeamento, e isso resultaria em amortecimento.

A Figura 21 mostra a pequena câmara de vácuo utilizada para a medição do módulo de elasticidade pelo método de Pritz, sem o efeito do ar no interior dos poros.



Figura 21 – Bancada para medição do módulo de Young: detalhe da câmara de vácuo.

A seguir serão apresentados os valores de módulo de elasticidade

obtidos experimentalmente em função da espessura de camada e massas de carregamento utilizadas.

### **2.2.12 Módulos de elasticidades medidos para materiais porosos**

A Tabela 6 apresenta os valores das frequências dos picos das ressonâncias, a massa de carregamento usada no experimento, a espessura das amostra testadas e o módulo de elasticidade das amostras de melamina com densidade de  $9,2 \text{ kg/m}^3$ . A Tabela 7, Tabelas 8 e 9 apresentam a continuação dessa tabela. Para alguns testes realizados repetidamente e sob as mesmas condições de montagem e excitação, os valores do módulo de elasticidade variaram. Os valores de frequência apresentados na tabelas correspondem aos valores das frequências em que foram observados os picos de ressonância. Para a primeira frequência de ressonância, o módulo de elasticidade foi calculado simulando um sistema simples massa mola e pelo método de Pritz, por isso encontram-se dois valores de módulo de elasticidade para o mesmo valor da frequência de pico.

Freq.(Hz)	Massa carreg.(g)	Esp.(mm)	Módulo de Elast.(Pa)
41	22,987	43	118400
41	22,987	43	118800
1406	22,987	43	134400
42	22,987	43	124300
42	22,987	43	124700
1418	22,987	43	136700
55	13,981	43	132300
55	13,981	43	133000
1451	13,981	43	143000
56	13,981	43	137200
56	13,981	43	137900
1467	13,981	43	146100
135	1,503	43	123100
135	1,503	43	127200
1500	1,503	43	150200
136	1,503	43	129100
136	1,503	43	125000
1534	1,503	43	157100
2463	22,987	25	138100
2478	22,987	25	139800
73	13,981	25	135200
73	13,981	25	134500
2508	13,981	25	144600
74	13,981	25	138200
74	13,981	25	138500
2631	13,981	25	159100
168	1,503	25	113000
168	1,503	25	110900
2619	1,503	25	156100
172	1,503	25	118400
172	1,503	25	116200
2700	1,503	25	165900

Tabela 6 – Módulos de elasticidade das amostras de melamina.

Freq.(Hz)	Massa carreg.(g)	Esp. (mm)	Módulo de Young (Pa)
66	22,9897	15	107200
66	22,9897	15	107100
71	22,9897	15	123900
215	1,503	15	108900
397	1,50	15	110200
222	1,503	15	116100
410	1,503	15	117500

Tabela 7 – Módulos de elasticidade das amostras de melamina.

Freq.(Hz)	Massa carreg.(g)	Esp. (mm)	Módulo de Young (Pa)
40	22,987	43	113100
40	22,987	43	112700
1313	22,987	43	117200
41	22,987	43	118400
41	22,987	43	118800
1396	22,987	43	132500
53	13,981	43	122200
53	13,981	43	122800
1435	13,981	43	139800
55	13,981	43	132300
55	13,981	43	131600
1533	13,981	43	159600
128	1,503	43	114400
128	1,503	43	110700
1422	1,503	43	135000
129	1,50	43	116200
129	1,503	43	112400
1431	1,503	43	136700
53	22,987	25	115300
53	22,987	25	115100
2348	22,987	25	126800
66	13,981	25	110500
66	13,981	25	110200
2326	13,981	25	124300
70	13,981	25	123900
70	13,981	25	124300
2491	13,981	25	142600
213	1,503	25	181600
213	1,503	25	178200

Tabela 8 – Módulos de elasticidade das amostras de melamina.

Freq.(Hz)	Massa carreg.(g)	Esp. (mm)	Módulo de Young (Pa)
2384	1,503	25	129300
233	1,503	25	217400
233	1,503	25	213200
2523	1,503	25	144900
213	1,503	25	181600
213	1,503	25	178200
86	13,981	15	112300
86	13,981	15	112500
85	13,981	15	109900
85	13,981	15	109700
4199	1,503	15	145100

Tabela 9 – Módulos de elasticidade das amostras de melamina.

A Tabela 10 apresenta os valores médios dos módulos de elasticidade das amostras de melamina com diferentes espessuras.

Material	Esp. (mm)	Média do módulo de Young (Pa)	Desvio
melamina	43	129025	$\pm 340$
melamina	25	131028	$\pm 592$
melamina	15	112300	$\pm 342$

Tabela 10 – Módulos de elasticidade e variação para amostras de melamina.

A Tabela 11, apresenta os valores das frequências dos picos de ressonâncias, massas de carregamento, espessuras e módulos de elasticidade para amostras de lã de vidro 40  $kg/m^3$ .

Freq. (Hz)	Massa carreg.(g)	Esp. (mm)	Mód. de Young (Pa)
21,72	9,79	26	3827
21,72	9,79	26	3658
550,5	9,79	26	8138
227	9,79	26	5423
21,72	9,79	26	3827
21,72	9,79	26	3658
225,5	9,79	26	5352
547,3	9,79	26	8043
21,72	9,79	26	3826
21,72	9,79	26	3658
227	9,79	26	5423
544,2	9,79	26	7953
22,81	9,79	26	4221
22,81	9,79	26	4034
239,6	9,79	26	6042
545,8	9,79	26	7999
21,72	9,79	26	3827
21,72	9,79	26	3658
221,6	9,79	26	5168
523,6	9,79	26	7362
Material	Esp. (mm)	Valor médio (Pa)	Desvio
Lã de vidro	26	5254,85	±84

Tabela 11 – Módulo de elasticidade das amostras de lã de vidro 40  $kg/m^3$ .

O valor de módulo de elasticidade para lã de rocha 64  $kg/m^3$  e valor médio são apresentados na Tabela 12.



Freq.(Hz)	M. carreg.(g)	Esp.(mm)	Módulo de Young(Pa)
51,41	9,79	25	11520
51,41	9,79	25	10090
427	9,79	25	26970
74,22	4,74	25	24010
74,22	4,74	25	21040
426,3	4,74	25	26880
76,26	4,74	25	25350
76,26	4,74	25	22210
433,3	4,74	25	27770
76,25	4,74	25	25340
76,25	4,74	25	22200
436,3	4,74	25	28160
Lã de rocha	Esp. (mm)	Valor médio (Pa)	Desvio
64 kg/m <sup>3</sup>	25	22628, 33	±423

Tabela 12 – Módulo de elasticidade das amostras de lã de rocha 64 kg/m<sup>3</sup>.

O valor de módulo de elasticidade para lã de rocha com densidade de 100 kg/m<sup>3</sup> é apresentado na Tabela 13 e o valor médio é apresentado na Tabela 14.

Freq. (Hz)	Massa carreg.(g)	Esp. (mm)	Módulo de Young (Pa)
94,53	2,4	25	49450
94,53	2,4	25	41620
102	2,4	25	40530
102	2,4	25	34900
574,8	2,4	25	46740
102	2,4	25	40530
574,8	2,4	25	48380

Tabela 13 – Módulo de elasticidade para as amostras de lã de rocha 100 kg/m<sup>3</sup>.

Lã de rocha	Esp. (mm)	Módulo de Young (Pa)	Desvio.
100kg/m <sup>3</sup>	25	43694	±740

Tabela 14 – Média do módulo de Young e variação. Amostras de lã de rocha 100 kg/m<sup>3</sup>.

A Tabela 15 apresenta os valores médios de elasticidade dos materiais experimentados.

Material	Esp. ( $mm$ )	Módulo de elast. ( $Pa$ )	Desvio
melamina	43	129025,00	$\pm 340$
melamina	25	131028,00	$\pm 592$
melamina	15	112300,00	$\pm 342$
Lã de vidro $40kg/m^3$	26	5254,85	$\pm 84$
Lã de rocha $64kg/m^3$	25	22628,33	$\pm 423$
Lã de rocha $100kg/m^3$	25	43694,44	$\pm 740$

Tabela 15 – Valores médios dos módulos de elasticidade e variação para amostras de melamina.

### 2.2.13 Fatores de perda

As Tabelas 16 e Tabela 17 apresentam os valores das frequências dos picos de ressonâncias, os valores do intervalos  $\Delta 3dB(Hz)$  e os valores do fator de perda para amostras de melamina.

Esp. (mm)	Freq. central(Hz)	$\Delta 3dB(Hz)$	Fator de perda
43	135	9,77	0,07237037
43	136	7,754	0,057014706
43	55	3,592	0,065309091
43	56	3,501	0,062517857
43	42	3,059	0,072833333
43	41	3,251	0,079292683
43	128	8,854	0,069171875
43	55	3,365	0,061181818
43	53	3,695	0,069716981
43	41	3,315	0,080853659
43	40	3,226	0,08065
25	168	11,99	0,071369048
25	172	12,26	0,07127907
25	74	3,923	0,053013514
25	73	4,338	0,059424658
25	57	3,475	0,060964912
25	55	4,237	0,077036364
25	158	14,01	0,088670886
25	148	14,46	0,097702703
25	70	4,127	0,058957143
25	66	4,348	0,065878788
25	53	3,8	0,071698113
15	221	24,94	0,112850679
15	213	22,49	0,105586854
15	88	4,406	0,050068182
15	90	5,417	0,060188889
15	71	4,724	0,066535211
15	66	5,307	0,080409091
15	194	20,81	0,107268041
15	203	23,52	0,115862069

Tabela 16 – Fator de perda. Amostras de melamina.

Esp. (mm)	Freq. central(Hz)	$\Delta 3dB(Hz)$	Fator de perda
15	85	7,27	0,085529412
15	86	6,54	0,076046512
10	185	28,79	0,155621622
10	198	26,23	0,132474747
10	74	7,553	0,102067568
10	81	6,893	0,085098765
10	49	4,046	0,082571429
10	54	3,983	0,073759259
10	193	27,98	0,144974093
10	95	4,613	0,048557895
10	96	5,636	0,058708333
10	71	4,456	0,062760563
10	72	4,946	0,068694444

Tabela 17 – Fator de perda. Amostras de melamina

Melamina	Valor médio	Desvio
9,2Kg/m <sup>3</sup>	0.0785	±0,05

Tabela 18 – Fator de perda. Amostras de melamina.

O valor de fator de perda para lã de vidro 40kg/m<sup>3</sup> é apresentado na Tabela 19.

Freq. (Hz)	Esp. (mm)	E (Pa)	$\Delta 3dB$	F. de perda
21,72	26	3827	4,1	0,1887
21,72	26	3658	3,6	0,1667
21,72	26	3826	3,78	0,174
22,81	26	4221	3,14	0,1376
21,72	26	3827	2,03	0,093462247
Valor médio	Desvio.	Lã de vidro	0,152092449	± 0,0674

Tabela 19 – Fator de perda. Amostras de lã de vidro 40kg/m<sup>3</sup>

O valor de fator de perda para lã de rocha 64kg/m<sup>3</sup> é apresentado na Tabela 20 .

Freq. (Hz)	Esp. (mm)	E (Pa)	$\Delta 3dB$	F. de perda
51,41	25	11520	6,3	0,122544252
74,22	25	24010	7,32	0,098625707
76,26	25	25350	6,19	0,081169683
76,25	25	25340	5,52	0,072393443
Val. médio	Desvio.	Lã de rocha	0,093683271	$\pm 0,00478$

Tabela 20 – Fator de perda. Amostras de lã de rocha  $64kg/m^3$ .

A Tabela 21 contém os valores médios e a variação dos fatores de perda dos materiais.

Material	Valor médio	Varição
Lã de vidro	0,152092449	$\pm 0,0674$
Melamina	0,0785	$\pm 0,05$
Lã de rocha	0,093683271	$\pm 0,00478$

Tabela 21 – Fator de perda. Amostras de melamina.

### 2.2.14 Método de medição do coeficiente de Poisson

O método empregado para medição do coeficiente de Poisson, exige a montagem de uma bancada que se assemelha àquela usada para medição do módulo de elasticidade e fator de perda.

A amostra é montada de modo que uma de suas extremidades é fixada a uma parede rígida e a outra extremidade é fixada em um suporte diretamente acoplado ao excitador eletrodinâmico, induzindo vibração no sentido longitudinal da barra de material. O formato da amostra é similar ao da amostra usada na obtenção do módulo de elasticidade, sendo uma amostra cilíndrica.

Um acelerômetro é montado no suporte onde a base da amostra porosa está colada. Com o uso do laser faz-se a medida do deslocamento transversal da amostra.

A Figura 22 mostra o procedimento usando dois acelerômetros, enquanto que a Figura 23 mostra o mesmo procedimento usando um acelerômetro e um laser. O coeficiente de Poisson  $\nu$  em magnitude é obtido pela expressão:

$$\nu = -\frac{\epsilon_{transversal}}{\epsilon_{longitudinal}}, \quad (2.26)$$

onde  $\epsilon_{transversal}$  é a deformação transversal e  $\epsilon_{longitudinal}$  é a deformação longitudinal.

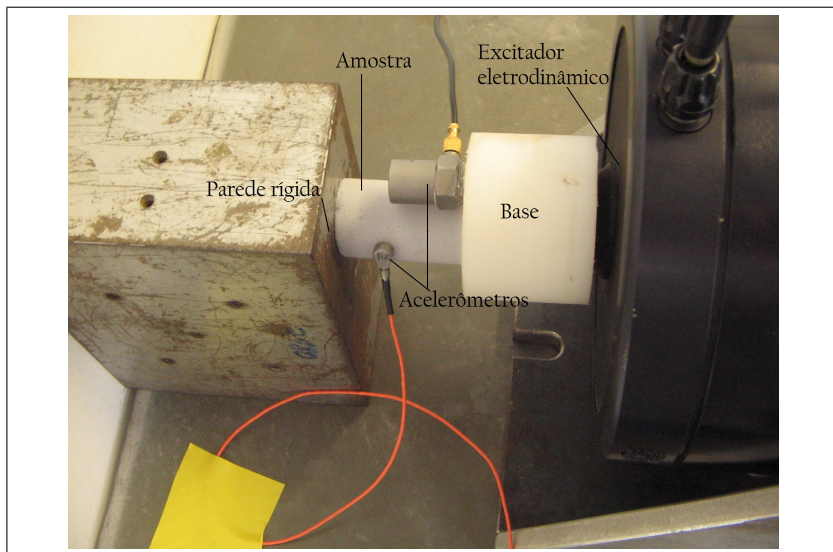


Figura 22 – Medição de Módulo de Poisson.

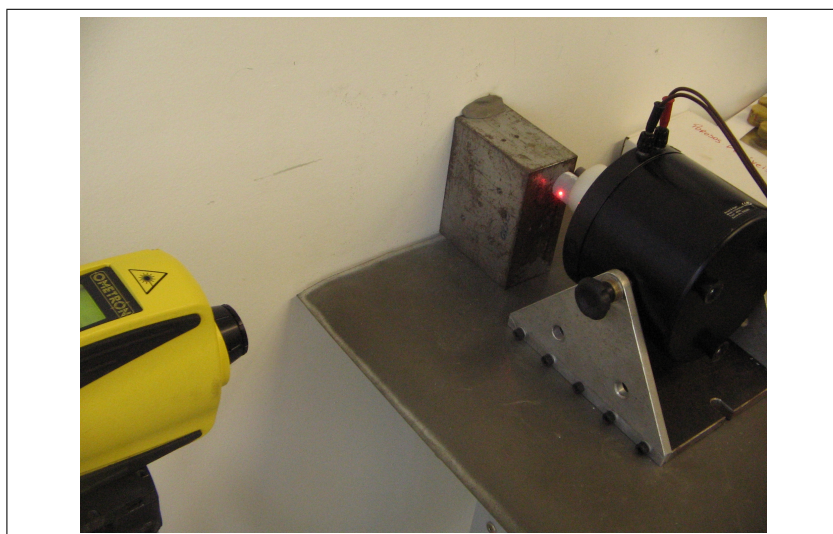


Figura 23 – Medição do módulo de Poisson usando laser.

### 2.2.15 Medidas dos coeficientes de Poisson para amostras de melamina, lâ de rocha e lâ de vidro

A Tabela 22 apresenta os valores de coeficiente de Poisson das amostras de melamina com densidade de  $9,2 \text{ kg/m}^3$ .

Esp. (mm)	Coefficiente de Poisson
10	0,14
10	0,15
10	0,15
10	0,28
10	0,29
15	0,21
15	0,21
15	0,22
15	0,18
15	0,19
25	0,16
25	0,12
25	0,12
25	0,15
25	0,15
25	0,15
43	0,072
43	0,077
43	0,079
43	0,22
43	0,22
43	0,18
43	0,18
43	0,069
43	0,071
43	0,071
43	0,17

Tabela 22 – Coeficiente de Poisson para amostras de melamina  $9,2 \text{ kg/m}^3$

A Tabela 23 apresenta os valores médios de coeficiente de Poisson das amostras de melamina com densidade de  $9,2 \text{ kg/m}^3$ .

Material	Esp. (mm)	Média do Coeficiente de Poisson (Pa)	Desvio
melamina	43	0,128	$\pm 0,0056$
melamina	25	0,141	$\pm 0,0024$
melamina	10 e 15	0,201	$\pm 0,0051$

Tabela 23 – Coeficiente de Poisson médio. Amostras cilíndricas de melamina 9,2  $kg/m^3$ .

A Tabela 24 apresenta os valores de coeficiente de Poisson das amostras de lã de vidro com densidade de 40  $kg/m^3$ .

coeficiente de Poisson
0,026
0,044
0,023
0,023
0,023
Valor médio $\pm$ Desvio
0,028 $\pm$ 0,0017

Tabela 24 – Coeficiente de Poisson . Amostras cilíndricas de lã de vidro 40  $kg/m^3$  com 25 mm de espessura.

A Tabela 25 apresenta os valores de coeficiente de Poisson das amostras de lã de rocha com densidade de 64  $kg/m^3$ .

Coeficiente de Poisson
0,053
0,049
0,049
0,027
0,030
0,029
Valor médio
0,039 $\pm$ 0,0018

Tabela 25 – Coeficiente de Poisson . Amostras cilíndricas de lã de rocha 64  $kg/m^3$  com 25 mm de espessura.

A Tabela 26 apresenta os valores de coeficiente de Poisson das



amostras de lâ de rocha com densidade de  $100 \text{ kg/m}^3$ .

coeficiente de Poisson
0,039
0,037
0,039
0,069
0,069
0,074
Valor médio $\pm$ Desvio
0,055 $\pm$ 0,0027

Tabela 26 – Coeficiente de Poisson . Amostras cilíndricas de lâ de rocha  $100 \text{ kg/m}^3$  com 25 mm de espessura.

Mat.	Esp. (mm)	Coef. de Poisson	Desvio
melamina	43	0,13	$\pm 0,0056$
melamina	25	0,14	$\pm 0,0024$
melamina	15	0,20	$\pm 0,0051$
Lã de vidro $40 \text{ kg/m}^3$	26	0,028	$\pm 0,0017$
Lã de rocha $64 \text{ kg/m}^3$	25	0,039	$\pm 0,0018$
Lã de rocha $100 \text{ kg/m}^3$	25	0,055	$\pm 0,0027$

Tabela 27 – Coeficientes de Poisson médios.

## 2.2.16 Medição da tortuosidade

Um dos métodos tradicionais descritos na literatura para medição da tortuosidade consiste em saturar a amostra com um fluido condutor de eletricidade e medir a resistência elétrica que a amostra apresenta à passagem de uma corrente elétrica (CHAMPOUX; STINSON, 1991) in (CALCADA, 2006).

Sendo a condutividade elétrica do fluido  $\sigma_{F_{el}}$  e a condutividade elétrica da amostra saturada de fluido  $\sigma_{S_{el}}$ , a tortuosidade pode ser avaliada através da expressão:

$$\alpha_{\infty} = \frac{\sigma_{F_{el}}}{\sigma_{S_{el}}}. \quad (2.27)$$

Deve-se saturar a amostra de fluido, para isso é aconselhável realizar esse procedimento em ambiente onde haja vácuo e depois agitá-la para casos em que a porosidade é pequena, de modo que o fluido preencha todos os interstícios.

Após a preparação da amostra, uma voltagem deve ser aplicada através da amostra. A amostra deve ser colocada entre dois eletrodos a uma distância determinada. A condutividade do fluido deve ser medida a voltagens similares porém sem a amostra. Assim é possível obter os valores. Para a grande maioria dos materiais porosos usados em controle de ruído, a tortuosidade é próxima da unidade, porém nunca maior que esse valor. Um dos problemas possíveis nesse método é que a tortuosidade pode ser superestimada caso a amostra não seja perfeitamente preparada.

Nesse trabalho, ao invés de usar o método acima descrito, optou-se por realizar um método de medição usando ultrassom. Segundo Fohr (FOHR et al., 2008) o método baseado na emissão de um pulso ultrassônico é bem mais rápido e bastante eficiente, sendo uma boa opção quando não se dispõe de outras bancadas experimentais para medição de tortuosidade. A maioria dos métodos baseados em pulsos ultrassônicos possuem os mesmos princípios físicos.

Segundo Allard (ALLARD et al., 1994) o método consiste basicamente em gerar um pulso ultrassônico em uma frequência de 40  $kHz$  através de um transdutor. O pulso gerado por um transdutor atravessa a amostra e é captado por outro transdutor. Mede-se o tempo de propagação do pulso quando a amostra está posicionada entre os transdutores e quando não há amostra entre os transdutores. Com esse valor e com as devidas equações chega-se ao valor de tortuosidade.

Na Figura 24 apresentam-se os dois emissores de pulso que constituem a bancada experimental que foi montada pelo Pesquisador Paulo Mareze baseado nos trabalhos de Le et al. (2010) e Vallabh, Lee e Seyam (2010).

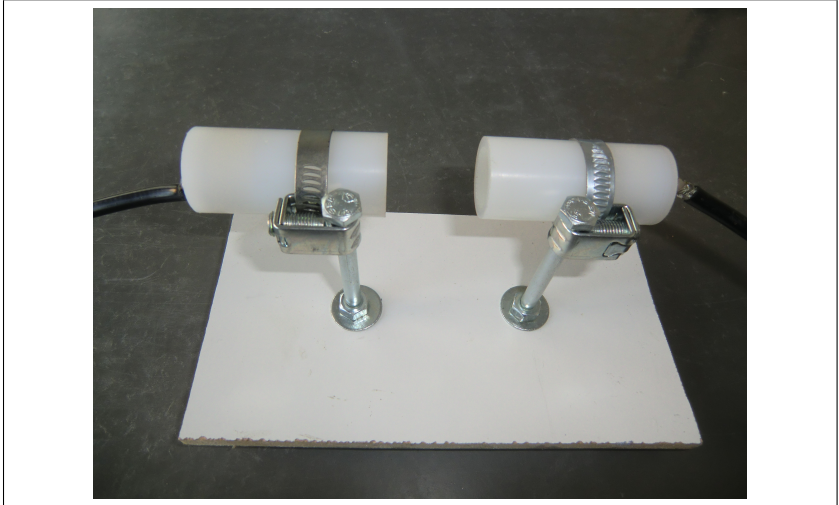


Figura 24 – Bancada para medida de tortuosidade.

De modo a simplificar estas medições, Fohr et al. (2008) sugere ser mais conveniente usar um sensor para medir uma faixa estreita de frequências, ao invés de utilizar transdutores de banda larga (que permitem cobrir uma parte significativa da curva de dispersão).

Fohr et al. (2008) explica que a escolha da frequência de 40 kHz é ótima porque é adequada para obter um comprimento de onda muito maior do que o tamanho de poros. Também para essa frequência, a profundidade da camada viscosa não é maior que o tamanho dos poros.

A relação de atenuação  $A_t$  deduzida por Fohr et al. (2008) é :

$$A_t = \frac{\ln |T(\omega)|}{L} \left[ \frac{\omega \sqrt{\alpha_\infty} \delta}{c_0} \frac{\delta}{2} \right] \left[ \frac{1}{\Lambda} + \frac{\gamma - 1}{B\Lambda'} \right]. \quad (2.28)$$

Fohr (FOHR et al., 2008) usa o atraso no tempo  $\tau_t$  e a atenuação do pulso de 40 kHz que viaja através da amostra. Em seu artigo, o autor utiliza a velocidade de propagação da onda em campo livre  $c_o$ , velocidade de fase da onda que se propaga no interior do material  $c(\omega)$  e a espessura do material para obter a expressão para o atraso no tempo  $\tau_t$ , que é escrita como

$$\tau_t = L \left[ \frac{1}{c(\omega)} - \frac{1}{c_o} \right]. \quad (2.29)$$

A dedução completa da expressão que define a tortuosidade é dada por Fohr (FOHR et al., 2008) em seu artigo. Aqui apenas apresentamos a expressão utilizada.

$$\alpha_{\infty} = \left[ \left( \frac{|\ln(T)|c_o}{L\omega} \right) - \sqrt{\left( \frac{|\ln(T)|c_o}{L\omega} \right)^2 + \left( \frac{1 + \omega\tau_t}{L} \right)^2} \right]^2. \quad (2.30)$$

Outros autores como Le et al. (2010) e Vallabh, Lee e Seyam (2010) discorrem sobre a dedução da expressão e medição de tortuosidade através do uso de ultrassom para diferentes materiais acústicos. A Figura 25 mostra o esquema.

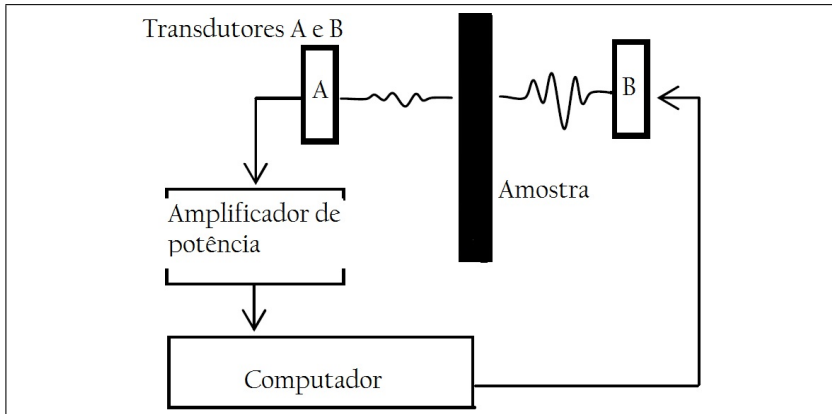


Figura 25 – Esquema de bancada de medição de tortuosidade.

O procedimento consiste em dois passos. Primeiro, é realizada a medida de referência sem a amostra. Depois, coloca-se a amostra entre os dois transdutores e repete-se a medida. Ao comparar os dois sinais registrados percebe-se a diferença nos tempo de propagação, que é o atraso da onda ao atravessar a camada, assim como também percebe-se a atenuação sofrida pela onda ao se propagar no interior do material poroso. A Figura 26 foi extraída do artigo (FOHR et al., 2008) e mostra as diferenças entre sinais com e sem a colocação da amostra entre os transdutores. Esse método é bastante simples de implementar e permite prever valores de tortuosidade com segurança.

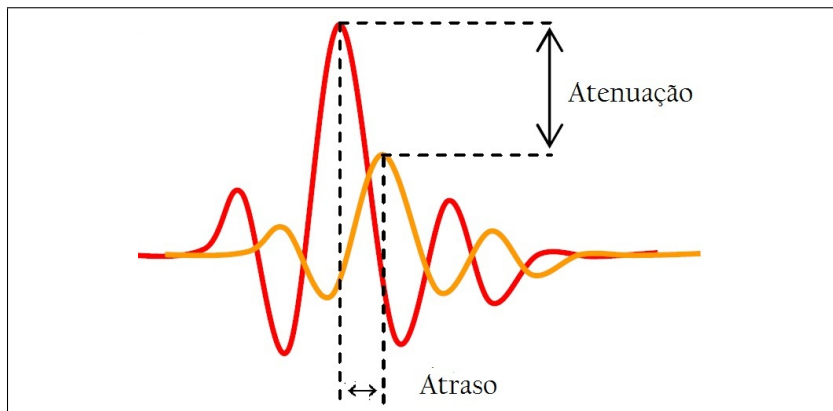


Figura 26 – Formas do sinal com e sem atenuação.

### 2.2.17 Medidas dos valores de tortuosidade para amostras de melamina, lã de rocha e lã de vidro

A Tabela 28 apresenta os valores de tortuosidade das amostras de lã de vidro com densidade de  $40 \text{ kg/m}^3$ .

Esp. (mm)	Tortuosidade
23,5	0,98
23	1,34
23	1,00
20	0,98
Valor médio	$1,07 \pm 0,038$

Tabela 28 – Tortuosidade para amostras cilíndricas de lã de vidro  $40 \text{ kg/m}^3$ .

A Tabela 29 apresenta os valores de tortuosidade para as amostras cilíndricas de lã de rocha com densidade de  $64 \text{ kg/m}^3$ .

Esp. ( <i>mm</i> )	Tortuosidade
23	1,02
24	1,04
16	1,01
13	1,01
13	1,01
8	1,04
8	1,01
Valor médio	$1,02 \pm 0,0018$

Tabela 29 – Tortuosidade para amostras cilíndricas de lã de rocha 64  $kg/m^3$ .

A Tabela 30 apresenta os valores de tortuosidade para as amostras cilíndricas de melamina com densidade de 9,2  $kg/m^3$ .

Esp. ( <i>mm</i> )	Tortuosidade
43	0,98
23	0,96
23	1,54

Tabela 30 – Tortuosidade para amostras cilíndricas de melamina 9,2  $kg/m^3$ .

A tabela a seguir, refere-se as medidas de tortuosidade de placas de melamina 9,2  $kg/m^3$

Esp. ( <i>mm</i> )	Dimensão ( $mm^2$ )	Tortuosidade
15	15 x 16,5	1,04
12	10 x 7,3	0,958
25,30	17 x 14	0,92
42,15	15 x 15	0,968
10,80	10,2 x 14	1,07

Tabela 31 – Tortuosidade para amostras em forma de placa de melamina 9,2  $kg/m^3$

### 2.2.18 Determinação experimental da porosidade

Existem diversas técnicas que podem ser empregadas para a determinação da porosidade. Com o desenvolvimento de novas tecnologias também surgiram métodos mais modernos para determinação de porosidade, chamados métodos ópticos.

Nos métodos ópticos se determina a área do material da estrutura versus a área dos poros visíveis ao microscópio. De acordo com a ampliação usada na microscopia eletrônica, determina-se o número de pixels que compõem a imagem e classificam-se os elementos como pertencentes da fase fluida ou da fase sólida através de sua respectiva cor. Desta forma, são obtidas duas áreas distintas, a correspondente ao esqueleto do material e a correspondente ao fluido intersticial. Por meio desse contraste determina-se o valor da porosidade. Para poder obter resultados satisfatórios deve haver homogeneidade ao longo da espessura do material.

Outra técnica de medição de porosidade é conhecida como porosimetria de mercúrio onde é possível a determinação da densidade aparente, da densidade do sólido e da distribuição do tamanho de poros do volume total de poros. O mercúrio é utilizado como líquido de intrusão por possuir baixa tendência em aderir a uma superfície com elevado ângulo de contato. Esse líquido também tem elevada tensão superficial e baixa reatividade química com a maioria dos materiais à temperatura ambiente. O método depende das forças externas para que a intrusão do mercúrio vença as forças capilares e de tensões superficiais de acordo com Calçada (2006).

Calçada (2006) descreve a técnica utilizada por Beranek (1942) para medição da porosidade, baseado na Lei dos gases perfeitos. A amostra é colocada no interior de um recipiente sob pressão atmosférica  $P_{atm}$ . Através do pistão, pode-se alterar o valor de pressão dentro do recipiente, em que  $V_{ar}$  é o volume de ar remanescente no interior do recipiente e  $V_{fluido}$  o volume de ar no interior dos poros. Considera-se que a movimentação do pistão é um processo isotérmico com variação de volume  $\Delta V_{vol}$  e variação de pressão  $\Delta P$ , assim é possível obter a porosidade:

$$P_{atm}(V_r + V_{fluido}) = (P_{atm} + \Delta p)(V_r + V_{fluido} + \Delta V_{vol}), \quad (2.31)$$

onde  $V_r$  é o volume residual do fluido entre o pistão e a amostra,  $V_{fluido}$  é o volume do fluido nos poros,  $\Delta p$  e  $\Delta V_{vol}$  são as variações de pressão e de volume, respectivamente.

O valor que procura-se encontrar é  $V_{fluido}$ , dado como:

$$V_{fluido} = -\frac{P_{atm} + \Delta P}{\Delta P} \Delta V_{vol} - V_r, \quad (2.32)$$

e com o valor de  $V_{fluido}$  obtêm-se a expressão para porosidade. A Figura 27 mostra o princípio do método de Beranek:

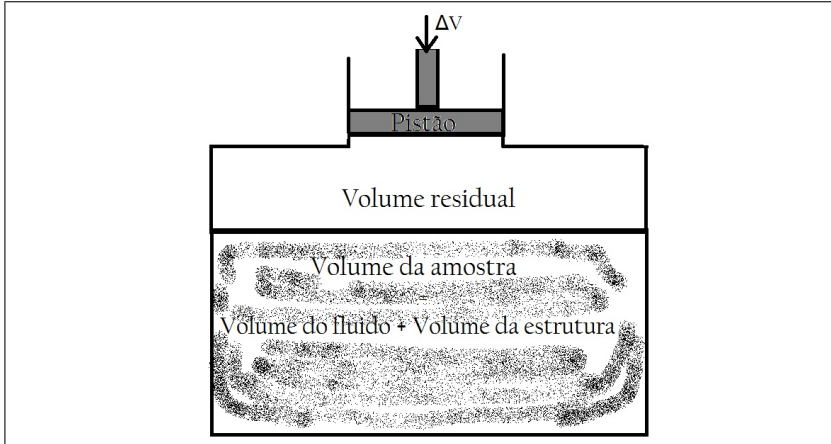


Figura 27 – Princípio do método de Beranek.

Além dessa técnica, existem outros métodos, como por exemplo o método que utiliza o Princípio de Arquimedes (CALCADA, 2006). Pela técnica de Arquimedes, que se baseia na medida de diferença de massa do material quando imerso em um líquido e quando a massa do material está seca, pode-se determinar o volume de poros no material. Neste caso, o volume de poros é dado por:

$$V_p = \frac{(M_{sat} - M_{seca})}{\rho_f}, \quad (2.33)$$

onde  $M_{sat}$  é a massa da amostra saturada com fluido,  $M_{seca}$  é a massa da amostra seca e  $\rho_f$  é a densidade do fluido utilizado. Utiliza-se comumente nestas medições água, álcool ou acetona.

Outro método baseado no princípio de Arquimedes desenvolvido por Panneton e Gros (2005) consiste em medir a diferença da massa da amostra medida no vácuo e medida quando a amostra está permeada pelo fluido, que nesse caso é o ar. Ao realizar as medidas da massa da amostra deve-se considerar a influência do ar que leva a



medidas maiores de massa do que as reais, isso decorre do empuxo do ar e essa massa é chamada massa aparente  $M_{ap}$ .

Graças a essa diferença de medidas das massas, quando comparam-se os valores de massa da amostra medidos no ar e no vácuo, obtém-se a diferença entre essas medidas e o volume da fase sólida.

Sendo  $\rho_s$  a densidade da fase sólida e  $\phi$  a porosidade, a densidade do material  $\rho_{mat}$  é escrita na forma:

$$\rho_{mat} = (1 - \phi)\rho_s. \quad (2.34)$$

O valor experimental de  $\rho_{mat}$  é obtido medindo-se a massa da amostra  $M_s$  em uma balança e o volume total da amostra  $V_T$ :

$$\rho_s = \frac{M_s}{V_T}. \quad (2.35)$$

Quando essas medições da massa são realizadas no ar, ocorre um significativo aumento devido à força de empuxo o que significa que a massa medida no ar é na verdade a massa aparente  $M_{ap}$ . A solução é medir o valor da massa também no vácuo, de modo que a massa medida no vácuo será o real valor de  $M_{mat}$  e o volume da fase sólida  $V_s$ .

A diferença de massa da amostra medida no ar e no vácuo é :

$$M_{\Delta M} = M_{ap} - M_{mat}. \quad (2.36)$$

Conhecendo a densidade da fase sólida  $\rho_s$ , estabelece-se:

$$V_s = \frac{M_{\Delta M}}{\rho_f}, \quad (2.37)$$

onde  $\rho_f$  é a densidade do ar. A porosidade está relacionada com a Equação (2.37) por:

$$\phi = 1 - \frac{V_s}{V_T}. \quad (2.38)$$

Neste trabalho não se fez necessária a caracterização da porosidade, porque o valor da porosidade dos materiais utilizados já era conhecida e próximo do valor unitário.

### 2.2.19 Método de medição da impedância acústica

A norma ISO10534 – 2 1996 estabelece o procedimento para determinação do coeficiente de absorção sonora e impedância em tubo de

impedância acústica por incidência normal.

Para a determinação da impedância, utilizou-se um tubo de impedância com dois microfones. Os microfones medem a pressão sonora em dois pontos.

Este método baseia-se na existência de uma onda sonora plana incidente no material absorvedor que está montado em um porta amostra na extremidade oposta ao auto-falante. Necessita-se que as amostras do material acústico tenham área igual à área da seção do tubo. A determinação do coeficiente de absorção é feita através da medição das pressões máxima e mínima da onda estacionária, para cada frequência, usando microfones que estão fixos em dois pontos junto à parede do tubo de impedância. Através de funções de transferência obtêm-se resultados numa ampla faixa de frequências.

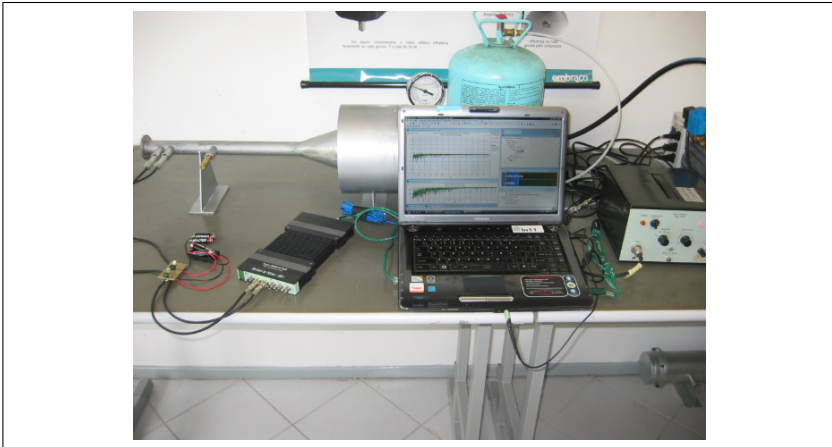


Figura 28 – Bancada experimental para medição de impedância.

A Figura 28 apresenta a bancada experimental que consiste do tubo de impedância com alto-falante, computador, amplificador e microfones acoplados. Foram utilizados analisador da marca Bruel e Kjaer *B&K 3050 – B – 060.6ch*; microfones *B&K 378c10*, e o amplificador de potência *B&K 2706*. Maiores detalhes a respeito das características do tubo de impedância podem ser encontradas na mesma norma (ISO10534-1 1996, ).

O porta amostra pode possuir diferentes espessuras 7, 13 e 23 mm, como no detalhe da Figura 29, dependendo da espessura das amostras.

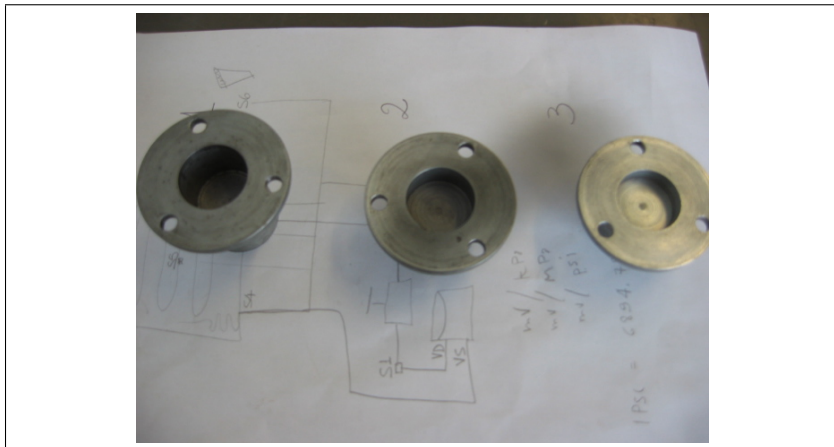


Figura 29 – Porta-amostras com espessuras de 7, 13 e 23 mm.

Os microfones devem ser posicionados lado a lado, conforme mostra a Figura 31.

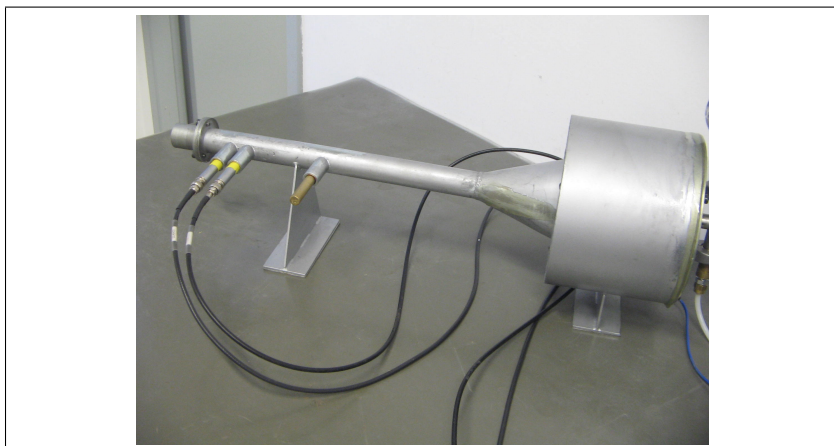


Figura 30 – Tubo de impedância.

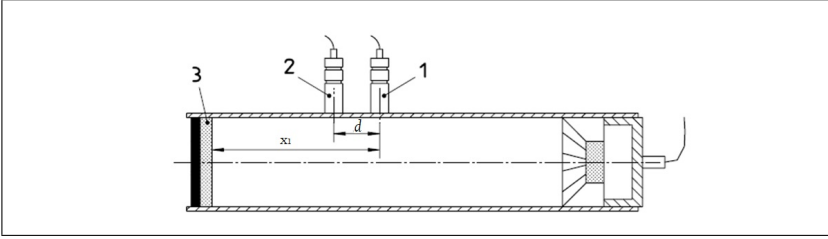


Figura 31 – Tubo de impedância.

Na Figura 31, ' $d$ ' é a distância entre os microfones e ' $x_1$ ' é a distância entre a amostra e microfone 1.

As pressões medidas pelos microfones são expressas como

$$P_1 = Ae^{ik_ox_1} + Be^{-ik_ox_1}, \quad (2.39)$$

$$P_2 = Ae^{ik_ox_2} + Be^{-ik_ox_2}. \quad (2.40)$$

A função transferência  $H_{12}$  é dada pela razão entre esses sinais de pressão,

$$H_{12} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{a_1}{a_2}. \quad (2.41)$$

onde  $a_1 = e^{ik_ox_2} + R_{fr}e^{-ik_ox_2}$  e  $a_2 = e^{ik_ox_1} + e^{-ik_ox_1}$ .

O fator de reflexão  $R_{fr}$  é a razão entre as amplitudes de modo que,

$$R_{fr} = \frac{B}{A} = \frac{H_{12} - e^{-ik_o\Delta d}}{e^{ik_ox_1} - H_{12}} e^{2ik_ox_1}, \quad (2.42)$$

onde  $d$  é a distância entre os microfones,  $k_o$  é o número de onda do ar.

O próximo capítulo apresenta um modelo do comportamento acústico de materiais poroelásticos, proposto por Ingard (INGARD, 2010). Os resultados analíticos serão avaliados usando como parâmetro as curvas de coeficiente de absorção experimentais que foram obtidas através do método de tubo de impedância.

### 3 MODELO DE INGARD PARA MATERIAL POROSO DE ESTRUTURA FLEXÍVEL

#### 3.1 INTRODUÇÃO

Ingard (1994) desenvolveu um modelo para descrever o comportamento acústico de materiais porosos com estrutura porosa flexível. Partindo das equações de balanço de massa e de quantidade de movimento, é possível obter as equações de propagação das ondas nas fases fluida e estrutural do material. A constante de propagação de onda é usada nas expressões que permitem calcular a impedância e coeficiente de absorção do material poroso.

De acordo com Ingard (2010) para várias frequências dentro da faixa de estudo, o material poroso flexível se comporta como um material poroso rígido. Contudo, particularmente a baixas frequências, a flexibilidade da estrutura pode influenciar no coeficiente de absorção. A flexibilidade de um material poroso é expressa em termos da compressibilidade da camada porosa ou inverso do módulo de elasticidade.

Um critério prático para determinar se a flexibilidade será efetivamente influente é observar a razão entre a resistência ao fluxo e a densidade de massa do material. Essa razão define uma frequência na qual a força de arrasto viscoso será a mesma que a força inercial por unidade de volume (INGARD, 2010).

#### 3.2 PARÂMETROS BÁSICOS DO MODELO

Considere um material com porosidade representada por  $\phi$  e seja um fluido de densidade  $\rho_f$  cuja velocidade média no interior do material é  $u_f$ .

A densidade do material que constitui a estrutura é  $\rho_m$  e define-se a densidade da estrutura como

$$M = (1 - \phi)\rho_m. \quad (3.1)$$

A densidade da estrutura porosa  $M$  como um todo será avaliada considerando o volume total da estrutura. Assim, a densidade do material poroso  $M$  terá menor valor que a densidade do material do qual a estrutura é feita  $\rho_m$ .

O valor de  $M$  é geralmente informado pelo fabricante do material, sendo um dos parâmetros essenciais para a obtenção da curva de absorção analítica. Os valores de  $M$  dos materiais testados neste trabalho foram informados pelo fabricante.

Considere uma onda sonora incidindo sobre a estrutura porosa flexível e penetrando na estrutura através dos poros com uma velocidade  $u_f$ . A interação periódica entre fluido se propagando e estrutura produz vibração na estrutura.

A velocidade média da estrutura é representada por  $u_m$ . No sistema de referência da estrutura, a velocidade do fluido é denotada  $(u_f - u_m)$ .

Para expressar a força transmitida para a estrutura por unidade de volume quando ocorre a propagação da onda na fase fluida que a permeia utiliza-se a expressão:

$$z_v(t)(u_f - u_m) + (G_s \rho_f) \frac{\partial(u_f - u_m)}{\partial t}, \quad (3.2)$$

onde o termo  $z_v(t)(u_f - u_m)$  expressa a impedância de interação viscosa e o segundo termo expressa o efeito da massa induzida por unidade de volume.

No referencial da estrutura, a equação dinâmica que descreve o movimento para a estrutura, torna-se uma equação de equilíbrio entre a força inercial e a força de interação viscosa. A força inercial depende da densidade do material poroso:

$$-M \frac{\partial u_m}{\partial t}. \quad (3.3)$$

A força de interação viscosa é uma composição das forças que surgem quando do movimento relativo do fluido e estrutura:

$$z_v(t)(u_f - u_m) + (G_s)(\rho_f) \frac{\partial(u_f - u_m)}{\partial t}. \quad (3.4)$$

A outra força que o fluido exerce sobre a estrutura é dada por:

$$(1 - \phi) \rho_f \frac{\partial u_m}{\partial t}, \quad (3.5)$$

onde  $\frac{\partial u_m}{\partial t}$  é a aceleração da estrutura e  $(1 - \phi)\rho$  é a massa de fluido deslocada pela estrutura por unidade de volume.

Define-se a impedância de interação como:

$$z = z_v - i\omega G_s, \quad (3.6)$$

e a equação de amplitude complexa para movimento harmônico da estrutura como

$$z_v(u_f - u_m) = -i\omega G_s u_m M', \quad (3.7)$$

onde  $M'$  é a massa por unidade de volume que o fluido ocupa no material:

$$M' = (1 - \phi)(\rho_f - \rho_m). \quad (3.8)$$

Ingard (INGARD, 2010) afirma que para o caso em que o material do qual a estrutura é feita tem a mesma densidade do fluido, a resposta do material será tal que o material se comporta como se fosse uma extensão do fluido. Porém, geralmente a densidade do material constituinte da estrutura é maior que a do fluido.

No equacionamento apresentado por Ingard (INGARD, 2010), pode-se definir a velocidade da fase sólida (fase estrutural) em termos da impedância de interação:

$$u_m = \frac{z}{(z - i\omega M')u_f}, \quad (3.9)$$

e a força de interação por unidade de volume da estrutura da estrutura como

$$z_v(u_f - u_m) = \frac{z(-i\omega M)}{z - i\omega M} u_f = z_e u_f, \quad (3.10)$$

obtendo-se uma grandeza denominada impedância de interação equivalente  $z_e$

$$z_e = z \frac{-i\omega M}{z - i\omega M}. \quad (3.11)$$

A impedância de interação equivalente  $z_e$  é, na verdade, a combinação da impedância de interação  $z$  e o termo inercial  $i\omega M$ . Essa impedância relaciona os campos de pressão e velocidade de partícula para uma onda que se propaga no material poroso. Assim, através dessa grandeza o meio onde a onda se propaga pode ser caracterizado.

A razão entre a densidade complexa do fluido  $\tilde{\rho}_f$  e a densidade  $\rho$  é uma razão entre a densidade do fluido no qual a onda se propaga e a densidade do ar. A densidade do ar é usada para normalizar a

equação. Essa razão pode ser obtida através da impedância de interação equivalente:

$$\frac{\tilde{\rho}_f}{\rho} = 1 + (iz_e\omega M). \quad (3.12)$$

### 3.3 EQUAÇÕES DAS ONDAS ACOPLADAS

Para simular o comportamento acústico de materiais porosos pressupõe-se que as propriedades do material são homogêneas independente de direção (isotropia) e que seus compartimentos internos se comunicam entre si e com o meio exterior (porosidade aberta). Através do modelo de Ingard (INGARD, 2010) é possível obter uma equação quadrática que fornece duas constantes  $Q_1$  e  $Q_2$ , que representam as constantes de propagação ou número de onda.

As expressões que definem essas constantes de propagação  $Q_1$  e  $Q_2$  são construídas levando-se em conta parâmetros caracterizadores tanto da fase fluida quanto da estrutura, por isso denominadas equações acopladas.

Fisicamente, o grau de acoplamento da fase fluida e da fase sólida depende da resistividade ao fluxo  $\sigma_f$  da camada de material poroso e da densidade estrutural  $M$ .

A razão entre a resistividade ao fluxo  $\sigma_f$  e a densidade do material poroso  $M$  permite obter uma frequência crítica  $f_m$ , para a qual o valor da força de arraste resistiva devido ao movimento relativo do fluido é igual à força inercial da estrutura. Essa frequência crítica  $f_m$  é expressa na forma:

$$f_m = \frac{\sigma_f}{2\pi M}, [Hz]. \quad (3.13)$$

Quando o material é submetido a frequências muito maiores que a frequência crítica  $f_m$ , o movimento induzido acusticamente será desprezível e as forças inerciais são tais que o material se comporta como rígido.

Para o desenvolvimento das equações das ondas, Ingard (2010) parte das equações de balanço de momento e de massa. Os parâmetros físicos que caracterizam a fase sólida e fluida do material são os mesmos termos que aparecem nas equações de balanço de massa e momento.

O material que constitui a estrutura possui compressibilidade  $\kappa'$  e a compressibilidade da estrutura porosa é denotada por  $K$ . A



compressibilidade do fluido que interage com a estrutura é denotada por  $\kappa$ . Nesse trabalho o fluido é o ar. A compressibilidade é uma grandeza que corresponde ao inverso do módulo de Young. O valor de compressibilidade do material que constitui a estrutura  $\kappa'$  é muito menor que o valor de compressibilidade da estrutura  $K$  como um todo. Há ainda a compressibilidade isentrópica do ar que é denotada por  $k_0$  e que pode ser expressa em termos da densidade do ar  $\rho_a$ , ou da pressão em campo livre:

$$\kappa \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t}, \quad (3.14)$$

e de forma similar a compressibilidade do esqueleto é expressa na forma

$$\kappa' = \frac{1}{\rho_m} \frac{\partial \rho_m}{\partial p}, \quad (3.15)$$

e a compressibilidade da estrutura como um todo,

$$K = \frac{1}{\phi'} \frac{\partial \phi'}{\partial p'}, \quad (3.16)$$

onde  $p$  é a pressão que o fluido exerce,  $p'$  é a reação que a estrutura apresenta quando sofre pressão do fluido e  $\phi'$  é o volume ocupado pela estrutura.

A constante  $\rho_m$  é a densidade do material do qual a estrutura é feita e o valor da massa por unidade de volume da estrutura é  $M = (1 - \phi)\rho_m$ . Os valores das constantes  $\rho_m$  e  $\kappa'$  são características do material da estrutura. Portanto, se a estrutura contém porosidade fechada, esses valores serão alterados conforme a existência dessas regiões. Toda região de porosidade fechada é considerada uma parte constituinte da estrutura.

A compressibilidade também pode ser definida em função da frequência em que observa-se queda em seu coeficiente de absorção pela expressão:

$$K = 16\rho_{mat}L^2f^2, \quad (3.17)$$

onde  $\rho_{mat}$  é a densidade do material,  $L$  é a espessura da camada e  $f$  representa a frequência em que se observa queda de absorção.

### 3.4 EQUAÇÕES DE BALANÇO DE MASSA

Considerando que não há variação das massas do fluido e da estrutura, a conservação da massa é expressa através das equações de conservação de massa linearizadas para o fluido e para a estrutura :

$$\phi \frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \rho_f \frac{\partial \phi}{\partial t} + \phi \rho_f \nabla \cdot \vec{u}_f = 0, \quad (3.18)$$

$$\phi' \frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \rho_m \frac{\partial \phi'}{\partial t} + \phi' \rho_m \nabla \cdot \vec{u}_m = 0, \quad (3.19)$$

onde a densidade de massa do material da estrutura é  $\rho_m$ , a densidade do fluido  $\rho_f$ , a porosidade da amostra  $\phi$ , o volume de espaço ocupado pela estrutura  $\phi'$ , a velocidade da estrutura  $u_s$ , a velocidade do fluido  $u_f$  e o fluxo de massa do fluido é  $\rho_f u_f$ .

Assume-se que compressibilidade do fluido por unidade de volume da estrutura  $\tilde{\kappa}$  e a compressibilidade da estrutura  $\tilde{K}$  são grandezas complexas devido às perdas viscosas e ao amortecimento interno da fase sólida. Esse amortecimento causa uma defasagem na reação de ambas as fases após a ação de alguma força.

As equações de balanço de massa para o ar e para a estrutura podem ser escritas substituindo as derivadas parciais pelas respectivas quantidades :

$$\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \rho_f}{\partial t} = \kappa \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (3.20)$$

$$\frac{1}{\rho_m} \frac{\partial \rho_m}{\partial t} = \kappa' \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (3.21)$$

Observa-se que na Equação (3.21) a pressão do fluido  $p$  aparece no termo concernente à estrutura. A pressão que o fluido exerce sobre a estrutura é a principal causa de compressão do material estrutural.

A derivada em relação ao tempo pode ser substituída por um termo do tipo  $-i\omega$ . Assim, as equações podem ser reescritas na forma

$$i\phi' \omega \tilde{K} p' - iH\omega \tilde{\kappa} p = -\nabla \cdot \vec{u}; \quad (3.22)$$

$$-i\omega \tilde{K} p' - i\omega \tilde{\kappa} p = -\nabla \cdot \vec{u}'. \quad (3.23)$$

Observa-se que para as Equações (3.22)(3.23), referentes ao balanço de massa do fluido e da estrutura, estão presentes a compressibilidade complexa do fluido  $\tilde{\kappa}$ , assim como a compressibilidade da

estrutura porosa  $\tilde{K}$ , um termo referente ao volume ocupado pelo fluido  $\phi$  e referente ao volume ocupado pela estrutura  $\phi'$ , a pressão no fluido  $p$  e a pressão (reação) da estrutura  $p'$ .

De forma similar, nas equações de balanço de momento para o fluido e estrutura, essas grandezas características de ambas as fases também surgem. Por isso, nas relações derivadas das equações de balanço de massa e momento, como por exemplo a relação de dispersão que fornece o número de onda, haverá um acoplamento, ou seja, haverá a presença de fatores referentes ao fluido na equação da estrutura e vice-versa.

### 3.5 EQUAÇÕES DE BALANÇO DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO

As equações de balanço de momento para o fluido que permeia a estrutura podem ser escritas:

$$\frac{\rho \partial \vec{u}_f}{\partial t} + G_s \rho \frac{\partial (\vec{u}_f - \vec{u}_m)}{\partial t} = -z_v (\vec{u}_f - \vec{u}_m). \quad (3.24)$$

Substituindo a derivada parcial da densidade do fluido por sua correspondente complexa  $\tilde{\rho}$ , a impedância de interação é escrita como a combinação de um termo que é a impedância de interação viscosa  $z_v$  e o termo referente à massa induzida por unidade de volume  $\rho G_s$ . Assim:

$$-i\omega \tilde{\rho}_f \vec{u}_f - [z_v - i\omega \rho_f G_s] u_f = \text{grad}(p_f), \quad (3.25)$$

onde  $u_f$  denota a velocidade do fluido,  $p_f$  a pressão que o fluido exerce e  $\rho_f$ , a densidade do fluido.

A impedância de interação possui um termo que representa a massa induzida por unidade de volume  $\rho G_s$ , sendo que  $G_s$  pode ser escrito em função da tortuosidade  $\alpha_\infty$ , enquanto o outro termo  $z_v$  representa a impedância de interação viscosa:

$$z = z_v - i\omega \rho G_s. \quad (3.26)$$

Podem-se escrever a Equação (3.26) explicitando a tortuosidade e a contribuição viscosa que aparece na equação de impedância de interação:

$$-i\omega \tilde{\rho}_f u_f = -i\omega \rho u_f + z = -i\omega \rho_f (\alpha_\infty + iz_v / \omega \rho_f). \quad (3.27)$$

A razão entre a densidade complexa do fluido pela densidade do

ar vem das duas equações anteriores,

$$\frac{\tilde{\rho}_f}{\rho_f} = 1 + \frac{iz}{\rho_f \omega} = \frac{\alpha_\infty + iz_v}{\omega \rho_f}. \quad (3.28)$$

A equação de balanço de momento para a estrutura pode ser escrita de maneira análoga:

$$-i\omega \tilde{M} \vec{u}' - z \vec{u}'_f = -\nabla p', \quad (3.29)$$

onde

$$\tilde{M} = M \left( 1 + \frac{iz}{\omega M} \right). \quad (3.30)$$

Pode-se escrever as equações linearizadas de balanço de massa e de momento do fluido e da estrutura, de modo mais sucinto fazendo simplificações. Na Equação (3.26) elimina-se o termo onde aparece a compressibilidade complexa da estrutura  $\tilde{K}$  e na Equação (3.27) elimina-se o termo onde aparece a compressibilidade complexa do material do qual a estrutura é feita  $\tilde{\kappa}$ , obtendo-se:

$$i\omega \tilde{\kappa} p = \nabla \cdot \vec{u}'_f, \quad (3.31)$$

$$i\omega \tilde{K} p' = \nabla \cdot \vec{u}', \quad (3.32)$$

$$-i\omega \tilde{\rho}_f u'_f = z u' - \nabla p, \quad (3.33)$$

$$-i\omega \tilde{M} u' = z u_f - \nabla p'. \quad (3.34)$$

### 3.6 RELAÇÃO DE DISPERSÃO

Para obter as equações do campo de pressão, elimina-se o termo de amplitude de velocidades das equações de balanço de massa nas Equações (3.26)(3.27) e toma-se o divergente das equações de balanço de momento representadas pelas Equações (3.29)(3.28).

Tomando as equações de balanço de momento para o ar e estrutura e aplicando o divergente e realizando algumas operações algébricas obtém-se as equações de ondas acopladas:

$$\nabla^2 p + \phi \omega^2 \tilde{\rho} \tilde{\kappa} (1 - i\phi z \tilde{\kappa}' / \omega \rho \tilde{\kappa}') p = i\phi z \tilde{K} \omega (1 - i\omega \tilde{\rho} \phi' / z) p', \quad (3.35)$$

$$\nabla^2 p' + \omega^2 \tilde{M} \tilde{K} (1 + i\phi' z / \rho \tilde{M}) p' = i\omega z \phi \tilde{\kappa} (1 + i\omega \tilde{M} \tilde{\kappa}' / z \phi \tilde{\kappa}) p, \quad (3.36)$$

onde a pressão no fluido é  $p$  e a pressão na estrutura  $p'$ .

Utilizando as equações simplificadas Equações (3.31) a (3.34), as equações acopladas podem ser escritas na forma:

$$\nabla^2 p + \omega^2 \tilde{\rho} \tilde{\kappa} p = i\omega z \tilde{K}, \quad (3.37)$$

$$\nabla^2 p' + \omega^2 \tilde{M} \tilde{K} p' = i\omega z \tilde{\kappa}. \quad (3.38)$$

Uma vez obtidas as duas Equações (3.37)(3.38) de onda procura-se um modo de obter os números de onda.

Ingard (2010) propõe a solução das equações das ondas acopladas através da substituição de termos dessa por outros envolvendo os números de onda de uma onda que incide sobre o material e da onda que se propaga em seu interior. Essa estratégia de resolução permite que as equações das ondas acopladas sejam escritas como equações de dispersão.

Uma equação de dispersão descreve a maneira como um campo de ondas com diferentes frequências irá se dispersar, e estabelece uma relação entre seu número de onda e frequência. Sabe-se que a dependência temporal do campo de pressão é expressa como:

$$p = p_o e^{-iq\vec{r}} = p_o e^{iq_x x + iq_y y + iq_z z}. \quad (3.39)$$

Assim,

$$\frac{\partial p}{\partial \vec{r}} = [iq_x e^{\vec{q}\vec{r}} + iq_y e^{\vec{q}\vec{r}} + iq_z e^{\vec{q}\vec{r}}] p_o, \quad (3.40)$$

onde

$$\vec{q}\vec{r} = iq_x x + iq_y y + iq_z z. \quad (3.41)$$

Para encontrar a relação de dispersão de uma onda em um material poroso, introduz-se nas equações de ondas acopladas a dependência espacial, dada por:

$$\nabla^2 p = \partial p^2 / \partial^2 \vec{r} = -(q_x^2 + q_y^2 + q_z^2) p = -q^2 p. \quad (3.42)$$

Os valores possíveis de  $q$  são estabelecidos pelas condições de fronteira.

$$-q^2 p + (\omega/c)^2 \frac{\tilde{\rho}\tilde{\phi}\tilde{\kappa}}{\rho\kappa} (1 - iz\tilde{\kappa}'/\omega\tilde{\rho}\kappa)p = i\phi z\tilde{K}\omega(1 - i\omega\tilde{\rho}\phi'/z)p', \quad (3.43)$$

$$-q^2 p' + (\omega/c)^2 \tilde{M}\tilde{K}(1 + i\phi'z/\omega\tilde{M})p' = i\phi z\omega\tilde{\kappa}(1 + i\omega\tilde{M}\tilde{\kappa}/z\phi\tilde{\kappa})p. \quad (3.44)$$

Ingard (INGARD, 2010) sugere simplificações nas equações. Essas simplificações dos termos que foram utilizadas são apresentadas a seguir :

$$k_a^2 = (\phi\tilde{\rho}\tilde{\kappa})/(\rho\kappa)(1 - i\phi z\tilde{\kappa}'/\omega\tilde{\rho}\kappa), \quad (3.45)$$

$$k_s^2 = \tilde{M}\tilde{K}/\rho\kappa(1 - i\phi'z/\omega\tilde{M}), \quad (3.46)$$

$$\delta_a = 1 - (i\phi'\omega\tilde{\rho})/z, \quad (3.47)$$

$$\delta_s = 1 + (i\omega\tilde{M}\tilde{\kappa}')/\phi\kappa z. \quad (3.48)$$

Os valores simplificados são:

$$k_a^2 = (\tilde{\rho}\tilde{\kappa}/\rho\kappa), \quad (3.49)$$

$$k_s^2 = (\tilde{M}\tilde{K}/\rho\kappa), \quad (3.50)$$

$$\delta_a = 1, \quad (3.51)$$

$$\delta_s = 1. \quad (3.52)$$

Ingard (INGARD, 2010) chama de relação de dispersão, a relação obtida através dessas equações simplificadas e a partir delas desenvolve uma equação quadrática da qual extrai os números de onda. Para a maioria dos casos é possível simplificar esses termos:

$$[-q^2 + (\omega/c)^2 k_a^2]p = (i\omega z\tilde{K})\delta_a p', \quad (3.53)$$

$$[-q^2 + (\omega/c)^2 k_s^2]p' = (i\omega\phi z\kappa)\delta_s p. \quad (3.54)$$

Usando as Equações (3.53) e (3.54) tem-se a relação de dispersão, que permite obter o valor da constante de propagação:

$$(-q^2 + k_a^2)(-q^2 + k_s^2) = - \left( \frac{z}{\omega\rho} \right)^2 \frac{\tilde{K}}{\kappa} \frac{\tilde{\kappa}}{\kappa}. \quad (3.55)$$

Dividindo cada termo da equação pelo número de onda  $k = \omega/c$  de uma onda sonora que se propaga no ar em campo livre, obtém-se

$$Q = q/(\omega/c), \quad (3.56)$$

$$K_a = k_a/(\omega/c), \quad (3.57)$$

$$K_s = k_s/(\omega/c), \quad (3.58)$$

$$C = \frac{z^2}{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \rho^2} \frac{\tilde{K}}{\kappa} \frac{\tilde{\kappa}}{\kappa}. \quad (3.59)$$

A equação que gera os valores das constantes de propagação fica:

$$Q^4 - (K_a^2 + K_s^2)Q^2 + K_a^2 K_s^2 + C = 0. \quad (3.60)$$

A solução é obtida na forma de duas constantes de propagação:

$$Q_1^2 = \frac{1}{2}(K_a^2 + K_s^2) + \sqrt{((K_a^2 - K_s^2)^2 - 4C)}, \quad (3.61)$$

$$Q_2^2 = \frac{1}{2}(K_a^2 + K_s^2) - \sqrt{((K_a^2 - K_s^2)^2 - 4C)}. \quad (3.62)$$

Segundo Ingard (INGARD, 2010) (1994), cada uma das constantes  $Q_1$  e  $Q_2$  representa um dos modos característicos do sistema. Modos nos quais as variações de pressão e velocidade que ocorrem no fluido são iguais às que ocorrem na estrutura.

Percebe-se que a Equação (3.61) que representa a constante de propagação da onda que se propaga através do fluido possui termos que caracterizam o fluido, como compressibilidade complexa do fluido  $\tilde{\kappa}$ , densidade complexa do fluido  $\tilde{\rho}$ , mas também apresenta termos caracterizadores da fase sólida como compressibilidade complexa da estrutura  $\tilde{K}$  e densidade complexa da estrutura  $\tilde{M}$ . O número de onda referente a onda que se propaga na estrutura na Equação (3.62), também

apresenta as grandezas caracterizadoras de ambas as fases.

### 3.7 CAMPOS DE PRESSÃO E VELOCIDADE

Para cada uma das constantes de propagação obtidas, há um modo de onda correspondente e para cada constante de onda, a variação de pressão e velocidade são as mesmas para o fluido e estrutura. A superposição linear dos dois modos expressa o campo de ondas num material poroso. O campo no interior do material é a soma de uma onda que se propaga na direção  $x$  positiva e uma que se propaga na direção  $x$  negativa após refletir na terminação da amostra. Os campos de pressão e velocidade dentro do material são resultado da combinação das contribuições de cada modo do sistema.

Considere uma onda sonora capaz de excitar esses modos incidindo sobre o material absorvedor. Essa onda plana incidente sobre o absorvedor é da forma  $e^{ik_x x + ik_y y + ik_z z}$ , onde  $k = w/c$  é o número de onda.

Para cada um dos eixos cartesianos:  $k_x = k \cos \phi_1$ ,  $k_y = k \sin \phi_1 \sin \psi_1$  e  $k_z = k \sin \phi_1 \cos \psi_1$ , onde  $\phi_1$  e  $\psi_1$  são ângulos polar e azimutal.

As componentes dos campos de velocidade e pressão para fluido e estrutura são:

$$u_x = [U_1 \sin q_{1x} x + U_2 \sin q_{2x} x] e^{iq_y y + iq_z z}, \quad (3.63)$$

$$u'_x = [V_1 U_1 \sin q_{1x} x + V_2 U_2 \sin q_{2x} x] e^{iq_y y + iq_z z}, \quad (3.64)$$

$$p = [P_1 \cos(q_{1x} x) + P_2 \cos(q_{2x} x)] e^{iq_y y + iq_z z}, \quad (3.65)$$

$$p' = [\Pi_1 P_1 \sin(q_{1x} x) + \Pi P_2 \sin(q_{2x} x)] e^{iq_y y + iq_z z}, \quad (3.66)$$

onde:

$$q_{1x} = \sqrt{q_1^2 - \sin^2 \phi_1}, \quad (3.67)$$

$$q_{2x} = \sqrt{q_2^2 - \sin^2 \phi_1}. \quad (3.68)$$



O ângulo de incidência das ondas é  $\phi_1$ . Para o caso de incidência normal à superfície  $q_{1x} = q_1$  e  $q_{2x} = q_2$ .

As razões das amplitude de velocidade na estrutura e no fluido para cada modo:  $V_1 = U'_1/U_1$  e  $V_2 = U'_2/U_2$ . Com:

$$V_1 = (i\omega\tilde{\rho}\Pi_1 - z)/(i\omega\tilde{M} - z\Pi_1), \quad (3.69)$$

$$V_2 = (i\omega\tilde{\rho}\Pi_2 - z)/(i\omega\tilde{M} - z\Pi_2). \quad (3.70)$$

A razão das amplitudes de pressão na estrutura e no fluido para cada modo são:  $\Pi_1 = P'_1/P_1$  e  $\Pi_2 = P'_2/P_2$ .

Essas equações podem ser expressas :

$$\Pi_1 = \frac{Q_1^2 - K_a^2}{-iz/\omega\rho(\tilde{K}/\kappa)}, \quad (3.71)$$

$$\Pi_2 = \frac{Q_2^2 - K_a^2}{-iz/\omega\rho(\tilde{K}/\kappa)}. \quad (3.72)$$

As relações entre as amplitudes de pressão e velocidade podem ser obtidas substituindo os campos de velocidade e pressão na equação de momento do fluido, assim:

$$P_{11} = -i\rho c Z_{11} U_{11}, \quad (3.73)$$

$$P_{22} = -i\rho c Z_{22} U_{22}, \quad (3.74)$$

$$Z_{11} = \frac{1}{Q_1} \left( \frac{\tilde{\rho}}{\rho} - iz \frac{V_1}{\omega\rho} \right), \quad (3.75)$$

$$Z_{22} = \frac{1}{Q_2} \left( \frac{\tilde{\rho}}{\rho} - iz \frac{V_2}{\omega\rho} \right). \quad (3.76)$$

Deve-se estabelecer condições de contorno para o cálculo do campo acústico em um material poroso. Adota-se que a superfície livre do material está posicionada em  $x = -L$ , onde  $L$  é a espessura do material, e a superfície fixada na parede rígida em  $x = 0$ .

Aplicando as condições de contorno às expressões de campo determina-

se a pressão  $p_0$  e velocidade  $u_0$  na superfície livre do material em  $x = L$ .

$$p_0 = P_1(1 - \Pi_1/\Pi_2)\cos(q_{1x}L), \quad (3.77)$$

$$u_0 = -U_1\sin(q_{1x}L) + U_2\sin(q_{2x}L). \quad (3.78)$$

### 3.8 ABSORÇÃO SONORA DE UMA AMOSTRA DE MATERIAL DE ESPESSURA FINITA

Na posição  $x = -L$ , o valor de pressão e velocidade podem ser expressos como:

$$p_0 = P_1(1 - \Pi_1/\Pi_2)\cos(q_{1x}L) = P_2(1 - \Pi_2/\Pi_1)\cos(q_{2x}L), \quad (3.79)$$

$$u_0 = -U_1\sin(q_{1x}L) - U_2\sin(q_{2x}L), \quad (3.80)$$

$$u_0 = -i(P_1/\rho c Z_1)\sin(q_{1x}L) - i(P_2/\rho c Z_2)\sin(q_{2x}L). \quad (3.81)$$

O valor de admitância da camada porosa é dado pela razão entre a velocidade  $u_0$  e a pressão  $p_0$  à superfície do material. A admitância normalizada é escrita como:

$$\eta_p = \rho c \frac{u_0}{p_0} = i \frac{\Pi_2}{Z_1(\Pi_2 - \Pi_1)} \tan(Q_{1x}kL) + i \frac{\Pi_1}{Z_2(\Pi_1 - \Pi_2)} \tan(Q_{2x}kL). \quad (3.82)$$

A equação acima pode ser simplificada com:

$$\eta_1 = \frac{\Pi_2}{Z_1(\Pi_2 - \Pi_1)}, \quad (3.83)$$

$$\eta_2 = \frac{\Pi_1}{Z_2(\Pi_1 - \Pi_2)}, \quad (3.84)$$

$$\eta_p = \rho c \frac{u_0}{p_0} = i\eta_1 \tan(Q_{1x}kL) + i\eta_2 \tan(Q_{2x}kL). \quad (3.85)$$

Essa grandeza possui embutida em seus termos constituintes informações características à respeito da estrutura e fluido.

### 3.9 IMPEDÂNCIA E COEFICIENTE DE ABSORÇÃO

A impedância acústica permite avaliar como a energia sonora é transmitida de um meio para o outro e a quantidade de energia que será refletida de volta para o meio onde se propaga a onda incidente. Pode-se escrever a impedância acústica como a simples razão do valor complexo da pressão  $\tilde{p}$  pelo valor complexo da velocidade da partícula  $\tilde{u}$  :

$$\tilde{z} = \frac{\tilde{p}}{\tilde{u}}. \quad (3.86)$$

A impedância  $\tilde{z}$  é o inverso da admitância  $\eta_p$ . Para simplificação das equações, pode-se escrever coeficiente de absorção dos materiais porosos de camada aberta em função da admitância:

$$\tilde{z} = 1/\eta_p. \quad (3.87)$$

Designa-se por impedância acústica específica a grandeza que descreve a reação de um fluido à ação de uma pressão harmônica imposta em uma das superfícies do fluido. A impedância acústica específica descreve como os campos acústicos de pressão e velocidade de partícula se comportam em um meio de dimensões finitas.

A impedância acústica específica é uma característica específica do meio em que a onda se propaga. Para uma onda plana em propagação em um meio homogêneo, como por exemplo uma onda que se propaga no ar, a impedância característica é dada de forma simples por:

$$z_{esp} = \rho_0 c_0. \quad (3.88)$$

Algumas vezes esse valor é usado para normalizar o valor da impedância do meio poroso. Para os meios porosos a impedância característica é dependente da frequência.

As interações entre os campos de pressão e velocidade de partícula na superfície de um material poroso, por outro lado, não são descritas pela impedância específica, mas pela impedância acústica normal à superfície. A superfície do material poroso delimita a separação entre os dois meios. A impedância normal à superfície é a razão entre a pressão complexa e a velocidade de partícula normal à superfície.

As Equações (3.79) e (3.81) permitem o cálculo da impedância normal à superfície do material poroso. As condições de contorno es-

tabelecidas são  $x = -L$ , para a interface entre os meios e  $x = 0$  para a terminação rígida.

Enquanto a impedância normal à superfície é um indicativo da razão entre a pressão e velocidade da partícula, existe uma grandeza que expressa a razão entre o campo da pressão refletida e a pressão incidente na interface de separação dos meios. Essa grandeza é chamada razão de reflexão. Ambas as grandezas permitem perceber mudanças na amplitude e na fase do campo, que ocorrem devido à reflexão.

A razão de reflexão pode ser obtida através da impedância normal à superfície e a impedância característica:

$$R = \frac{\tilde{z} - \rho c}{\tilde{z} + \rho_s c_o}, \quad (3.89)$$

onde  $\rho_s$  é a densidade do sólido exatamente na interface dos meios, ou seja do meio exterior em direção ao interior do material poroso e  $c_o$  é a velocidade das ondas que se propagam em direção ao meio exterior .

O coeficiente de absorção do material acústico é uma grandeza adimensional que não fornece informações de fase, porém expressa quanto da energia acústica incidente que o material é capaz de absorver e pode ser escrito em função da admitância como:

$$\alpha = \frac{4Re(\eta_p) \cos \phi}{(Re(\eta_p) + \cos \phi_1)^2 + (Im(\eta_p))^2}. \quad (3.90)$$

No capítulo seguinte apresenta-se outro modelo usado para descrever a propagação de ondas sonoras no interior de materiais porosos flexíveis.

## 4 MODELO DE ESTRUTURA FLEXÍVEL POR BIOT-DAZEL

### 4.1 INTRODUÇÃO A TEORIA ORIGINAL DE BIOT

Biot desenvolveu um modelo no qual as relações de tensão-deformação são derivadas da energia potencial (BIOT, 1956a),(BIOT, 1956b). O trabalho original de Biot elaborado em 1956 tem como propósito desenvolver um modelo de propagação de ondas elásticas em um sistema composto de um sólido elástico poroso saturado por um fluido viscoso. Tal teoria é capaz de explicar o comportamento das ondas em materiais porosos. Posteriormente, Dazel fez algumas simplificações ao sugerir o uso de termos desacoplados para reescrever as equações.

Em seu artigo, Dazel propõe uma formulação alternativa para os deslocamentos do modelo linear para um material poroelástico. A diferença entre o modelo original e o proposto por Dazel reside na escolha das coordenadas generalizadas. Na formulação proposta por Dazel essas coordenadas são escolhidas de modo que as expressões para a energia de deformação podem ser simplificada como a soma de dois termos desacoplados. Neste capítulo será apresentada a alteração proposta por Dazel (DAZEL et al., 2007).

### 4.2 MODELO DE FLUIDO EQUIVALENTE DE JOHNSON LAFARGE

Para implementação de seu modelo Dazel utiliza as equações de compressibilidade e densidade dinâmica do modelo de fluido equivalente elaborada por Johnson Lafarge (LAFARGE et al., 1997).

A densidade dinâmica e a compressibilidade do fluido equivalente (TIZIANEL et al., 1999) podem ser escritas explicitando-se seus parâmetros, assim

$$\rho_{eq} = \rho\alpha_{\infty} \left[ 1 + \frac{i\phi\eta_s}{\alpha_{\infty}p_{visc}\rho\omega} \left( 1 - i \frac{4\alpha_{\infty}^2 p_{visc}^2 \rho\omega}{\lambda_v^2 \phi^2 \eta_s} \right)^{1/2} \right], \quad (4.1)$$

onde  $\eta$  é o fator de perda,  $\phi$  é a porosidade,  $p_{visc}$  é a permeabilidade viscosa,  $\alpha_{\infty}$  é a tortuosidade e  $\lambda_v$  é dimensão característica viscosa, uma grandeza que depende da geometria da estrutura porosa.

$$K_{eq} = \frac{\frac{C_p}{C_v} p_o}{\frac{C_p}{C_v} - \left(\frac{C_p}{C_v} - 1\right) \left(\frac{1+(iv_i\phi)}{(\rho_{ar} P_r p_{term} \omega)} \sqrt{\frac{1-4i\rho_{ar} P_r (p_{term}^2)}{\omega(v_i(\phi^2)\lambda_T^2)}}\right)^{-1}}; \quad (4.2)$$

onde  $\alpha_\infty$  é a tortuosidade,  $\rho_{ar}$  é a densidade do ar,  $p_o = 101320 \text{ N/m}^2$  é a pressão atmosférica,  $P_r$  é o número de Prandt,  $\lambda_V$  e  $\lambda_T$  são comprimentos característicos viscoso e térmico;  $p_{visc}$  e  $p_{term}$  são a permeabilidade viscosa e térmica,  $(C_p/C_v)$  é a razão entre os calores específicos,  $v_i$  é a viscosidade do ar em  $kg/(ms)$ . Mais detalhes a respeito dessas variáveis podem ser encontrados no trabalho original do autor.

A compressibilidade e a densidade dinâmica do fluido equivalente apresentam explicitamente os valores dos parâmetros caracterizadores. Posteriormente essas relações são retomadas na formulação desacoplada de Dazel et al. (2007).

### 4.3 MODELO SIMPLIFICADO APRESENTADO POR DAZEL

No sistema de coordenadas cartesianas usual  $x_1, x_2, x_3$ , os deslocamentos da fase sólida homogeneizada e da fase fluida representados por notação vetorial na teoria original de Biot (BIOT, 1956a) são:

$$\mathbf{u}^s = u_i^s = [u_1^s, u_2^s, u_3^s], \quad (4.3)$$

$$\mathbf{u}^f = u_i^f = [u_1^f, u_2^f, u_3^f]. \quad (4.4)$$

As derivadas com relação ao espaço podem ser escritas em uma notação genérica como:

$$u_{i,j} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j}. \quad (4.5)$$

A deformação sofrida pela amostra porosa é

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}). \quad (4.6)$$

A dilatação das fases sólida e fluida são respectivamente:

$$e_s = u_{i,i}^s, \quad (4.7)$$

$$\epsilon_f = u_{i,i}^f, \quad (4.8)$$

onde os índices  $i = 1, 2, 3$  representam as direções. O tensor deformação é denotado na forma vetorial como  $\epsilon$ .

No artigo original de Biot (1956a), as coordenadas generalizadas eram representadas por  $\mathbf{u}^s$  e  $\mathbf{u}^f$  e o tensor de forças era separado em duas partes, onde a primeira parte referia-se as componentes de força agindo sobre a fase sólida e a segunda parte do tensor referia-se as componentes da força agindo sobre a fase fluida.

Pode-se escrever o tensor de forças para a fase sólida como

$$\sigma_{ij}^s = \sigma \delta_{i,j}. \quad (4.9)$$

O tensor de forças para a fase fluida é

$$\sigma_{ij}^f = \sigma \delta_{i,j}, \quad (4.10)$$

onde  $\delta_{i,j}$  é o delta de Kroenecker e  $\sigma = \phi p_f$  leva em conta a porosidade  $\phi$  e a pressão do fluido  $p_f$ .

Para descrever a energia de deformação de um sólido elástico poroso saturado pelo fluido define-se uma energia do sistema como

$$W_0 = A_0 \frac{e^2}{2} + R_0 \frac{\epsilon^2}{2} + 2N_0 \epsilon_{ij}^s \epsilon_{i,j}^s + Q_0 e \epsilon, \quad (4.11)$$

ou de forma equivalente:

$$W_1 = A_0' \frac{e^2}{2} + 2N_0 \epsilon_{ij}^s \epsilon_{i,j}^s - \frac{[Q_0 + R_0]}{\phi} e \xi_1 + \frac{R_0}{2\phi^2} 2\xi_1^2 \xi_1, \quad (4.12)$$

onde  $A_0' = A_0 + 2Q_0 + R_0$ .

Tem-se o valor de  $\xi$  como

$$\xi = -\nabla \cdot \mathbf{w}, \quad (4.13)$$

sendo  $A_0$ ,  $R_0$ ,  $N_0$  e  $Q_0$ , coeficientes caracterizadores do meio poroso.  $N_0$  é o módulo de cisalhamento do meio poroso,  $Q_0$  é o coeficiente de acoplamento entre a dilatação e a força das duas fases;  $R_0$  é o módulo de elasticidade que ocupa os interstícios do material ou seja indica a resistência que o fluido apresenta à compressão uniforme. Seu inverso indica a compressibilidade do fluido. As expressões de  $W_0$  e  $W_1$  são equivalentes.

### 4.3.1 Formulação desacoplada para a energia de deformação

O primeiro passo no modelo da formulação desacoplada é sugerir diferentes coordenadas generalizadas. Dazel et al. (2007) propõem em sua publicação adaptar relações lineares das coordenadas generalizadas com  $\mathbf{u}_1$  e  $\mathbf{u}_2$  para descrever os deslocamentos.

$$\mathbf{u}^s = a\mathbf{u}_1 + b\mathbf{u}_2, \quad (4.14)$$

$$\mathbf{u}^f = c\mathbf{u}_1 + d\mathbf{u}_2. \quad (4.15)$$

A energia de deformação pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} W_2 &= \frac{e_1^2}{2}(A_0a^2 + R_0c^2 + 2Q_0ac) + \frac{e_2^2}{2}(A_0b^2 + R_0d^2 + 2Q_0bd) \\ &+ e_1e_2(A_0ab + R_0cd + Q_0(ad + bc)) \\ &+ b^2\epsilon_{ij}^2\epsilon_{ij}^2 + 2ab\epsilon_{ij}\epsilon_{ij}^2, \end{aligned} \quad (4.16)$$

onde  $e_1$  e  $e_2$  correspondem à dilatação da fase sólida.

Segundo Dazel et al. (2007) a escolha apropriada dos índices simplifica essa equação. Escolhendo  $b = 0$ , reescreve-se a mesma Equação (4.16) sem o termo  $\epsilon_{ij}^2 + 2ab\epsilon_{ij}^2$ . Para eliminar o termo  $e_1e_2$  escolhe-se  $c = -(Q_0/R_0)a$ . A Equação (4.16) pode ser simplificada com  $\hat{A}_0 = (A_0 - (Q_0^2/R_0))$ , assim

$$W_2 = \hat{A}_0^2 a^2 \frac{e_1^2}{2} + R_0 d^2 \frac{e_2^2}{2} + 2N_0 a^2 \epsilon_{ij}^1 \epsilon_{ij}^1. \quad (4.17)$$

Dazel et al. (2007) propôs o uso de valores específicos dos coeficientes como  $a = 1$  para que  $\mathbf{u}_1$  seja igual a  $\mathbf{u}^s$  e  $d = \phi^{-1}$ , fazendo com que as coordenadas generalizadas se tornem desacopladas da deformação. As coordenadas generalizadas podem ser perfeitamente definidas e a formulação entre tensão-deformação é completamente desacoplada. A notação da formulação desacoplada segundo Dazel et al. (2007) é denotada como  $\{\mathbf{u}^s, \mathbf{u}^W\}$ .

O valor de  $\mathbf{u}^W$  depende das coordenadas generalizadas usadas para o fluido  $\mathbf{u}^f$  e para a fase sólida  $\mathbf{u}^s$ , das constantes elásticas  $Q_0$  e



$R_0$  e da porosidade  $\phi$ , assim:

$$\mathbf{u}^{\mathbf{W}} = \phi \left( \mathbf{u}^{\mathbf{f}} + \frac{Q}{R} \mathbf{u}^{\mathbf{s}} \right). \quad (4.18)$$

A energia de deformação será reescrita como:

$$W_2 = \hat{A}_0 \frac{e^2}{2} + K_{eq} \frac{\zeta^2}{2} + 2N_0 \epsilon_{ij}^s \epsilon_{ij}^s, \quad (4.19)$$

onde  $\zeta = \nabla \cdot \mathbf{u}^{\mathbf{W}}$ .

A compressibilidade do fluido equivalente será função da constante  $R$  e da porosidade  $\phi$ , assim,  $K_{eq} = \frac{R}{\phi^2}$ .

Com as coordenadas generalizadas denotadas por  $\{\mathbf{u}^{\mathbf{s}}, \mathbf{u}^{\mathbf{W}}\}$  reescrevem-se as relações tensão-deformação:

$$\hat{\sigma}_{ij}^s = 2N_0 \epsilon_{ij}^s + \hat{A}_0 e \delta_{ij}, \quad (4.20)$$

$$p_f = -K_{eq} \zeta. \quad (4.21)$$

Percebe-se que com a mudança das coordenadas generalizadas, o tensor  $\hat{\sigma}_{ij}^s$  referente à fase sólida depende apenas do movimento da fase sólida.

Na formulação  $\{\mathbf{u}^{\mathbf{s}}, \mathbf{u}^{\mathbf{W}}\}$  as tensões da fase sólida estão associadas ao seu deslocamento correspondente na fase sólida.

Como o termo  $\mathbf{u}^{\mathbf{f}}$ , dado pela Equação (4.18), corresponde à média do deslocamento microscópico do fluido sobre o volume total do meio poroso, a pressão  $p_f$  pode ser obtida pelo divergente de  $\mathbf{u}^{\mathbf{W}}$ .

O tensor de tensões total do meio poroso é expresso de modo que seus componentes são completamente desacoplados, assim:

$$\tau_{ij} = \hat{\sigma}_{ij} - \phi \left( 1 + \frac{Q_0}{R_0} \right) p_f; \quad (4.22)$$

$$\tau_{ij} = \hat{\sigma}_{ij} - \gamma' p_f; \quad (4.23)$$

onde

$$\gamma' = 1 - \frac{K_b}{K_s}. \quad (4.24)$$

Uma vez que a energia de deformação já foi escrita usando as coordenadas desacopladas, é necessário expressar as energias cinéticas para que se possam obter as equações de movimento.

Para obter as equações de movimento usando as coordenadas de-

sacopladas  $\{\mathbf{u}^s, \mathbf{u}^W\}$ , deve-se partir da energia cinética  $T_2$ . Substitui-se na expressão da energia cinética, o termo  $\mathbf{u}^f$ , pela combinação linear de  $\mathbf{u}^s$  e  $\mathbf{u}^W$ .

$$T_2 = \frac{\rho_s}{2} \dot{\mathbf{u}}^s{}^2 + \frac{\rho_{eq}}{2} \dot{\mathbf{u}}^W{}^2 + \rho_{eq} \gamma \dot{u}^s \dot{u}^W, \quad (4.25)$$

com

$$\gamma = \phi \left( \frac{\rho_{12}}{\rho_{22}} - \frac{Q_0}{R_0} \right), \quad (4.26)$$

$$\rho_s = \rho_1 + \rho_2 \left( \frac{Q_0}{R_0} \right)^2 - \rho_{12} \frac{\gamma^2}{\phi^2}. \quad (4.27)$$

Conhecendo-se as densidades:  $\rho_s$  a densidade do material constituinte da fase sólida,  $\rho_f$  a densidade do material que preenche os poros,  $\rho_{12}$  densidade relacionada ao acoplamento inercial das fases e ligada a tortuosidade geométrica  $\alpha_\infty$  da estrutura. As densidades definidas por Biot são formuladas através de expressões que apreendem as características do material. Assim  $\rho_{eq}$  é a densidade do chamado fluido equivalente.

$$\rho_1 = (1 - \phi) \rho_m, \rho_2 = \phi \rho_f, \rho_{12} = -\phi \rho_f (\alpha_\infty - 1), \quad (4.28a)$$

$$\rho_{11} = \rho_1 - \rho_{12}, \rho_{22} = \rho_2 - \rho_{12}, \rho_{eq} = \frac{\rho_{22}}{\phi^2}. \quad (4.28b)$$

As equações de movimento podem ser escritas na formulação desacoplada  $\{\mathbf{u}^s, \mathbf{u}^W\}$  e equivalem exatamente às equações propostas por Biot:

$$\nabla \cdot \hat{\sigma} \mathbf{u}^s = \rho_s \ddot{\mathbf{u}}^s + \rho_{eq} \gamma \ddot{\mathbf{u}}^W, \quad (4.29a)$$

$$K_{eq} \nabla \cdot \zeta = \rho_{eq} \gamma \ddot{\mathbf{u}}^s + \rho_{eq} \ddot{\mathbf{u}}^W, \quad (4.29b)$$

onde cada tensor de tensões é função apenas do seu deslocamento correspondente, uma vez que não existe acoplamento entre os termos de tensão.

Biot definiu os significados dos coeficientes  $\hat{A}_0$ ,  $N_0$ ,  $K_{eq}$  que aparecem no equacionamento  $\{\mathbf{u}^s, \mathbf{u}^W\}$ , tomando lugar dos coeficientes  $A_0$ ,  $N_0$ ,  $Q_0$  e  $R_0$  do modelo original. No artigo de Biot (1956a) existe a descrição detalhada de como foi a determinação dessas constantes.

Biot determinou a correspondência entre  $N_0$  e o módulo de cisalhamento.

A compressibilidade da estrutura corresponde ao inverso de seu módulo de elasticidade, ou resistência da estrutura à compressão  $K_{est}$

sob pressão constante do fluido. Essa grandeza está relacionada á de-  
formação da fase sólida.

O coeficiente  $\hat{A}$  é denotado em função da resistência da estrutura  
à compressão  $K_{est}$  sob pressão constante do fluido, assim

$$\hat{A}_0 = K_{est} - \frac{2N_0}{3}, \quad (4.30)$$

sendo  $N_0$  o módulo de cisalhamento da estrutura porosa e  $K_{est}$  é a  
compressibilidade da estrutura.

Biot supos que o material é sujeito a um aumento de pressão  
no fluido  $p_u$ , que induz uma tensão total  $\tau_{ij} = -p_u \delta_{ij}$ . O divergente  
aplicado a  $\mathbf{u}^s$ ,  $\mathbf{u}^f$  e  $\mathbf{u}^W$  gera respectivamente  $e_u$ ,  $\epsilon_u$  e  $\varsigma_u$ . Biot associa  
dois coeficientes  $K_f$  e  $K_s$  aos valores de  $e_u$  e  $\epsilon_u$  :

$$K_f = -\frac{p_u}{\epsilon_u}; \quad (4.31)$$

$$K_s = -\frac{p_u}{e_u}. \quad (4.32)$$

As Equações (4.31)(4.32) podem ser usadas para rescrever as  
relações de tensão deformação vistas nas Equações (4.22)(4.24) assim:

$$-p_u = K_{est}e_u - \gamma' p_u, K_{eq} = -\frac{p_u}{\varsigma_u}, \quad (4.33)$$

$$K_{eq} = -\frac{p_u}{\varsigma_u}, \quad (4.34)$$

desse modo:

$$\gamma' = 1 - \frac{K_{est}}{K_s}. \quad (4.35)$$

Finalmente é possível escrever a compressibilidade do fluido equi-  
valente relacionando todas essas equações:

$$K_{eq} = \frac{K_f}{\phi + (1 - \phi) \frac{K_f}{K_s} - \frac{K_{est}K_f}{K_s^2}}. \quad (4.36)$$

A estratégia utilizada por Dazel para reescrever os números de  
onda de Biot seguindo o novo formalismo é criar dois potenciais esca-  
lares  $\varphi^s$  e  $\varphi^W$  para as ondas compressionais.

As equações de movimento serão:

$$-\omega^2[\rho] \begin{Bmatrix} \varphi^s \\ \varphi^W \end{Bmatrix} = [\mathbf{K}] \nabla^2 \begin{Bmatrix} \varphi^s \\ \varphi^W \end{Bmatrix}, \quad (4.37)$$

onde:

$$[\rho] = \begin{Bmatrix} \rho_s & \gamma\rho_{eq} \\ \gamma\rho_{eq} & \rho_{eq} \end{Bmatrix}, \quad (4.38)$$

$$[\mathbf{K}] = \begin{Bmatrix} \hat{P} & 0 \\ 0 & K_{eq} \end{Bmatrix}, \quad (4.39)$$

com  $\hat{P} = \hat{A}_0 + 2N_0$ .

Os autovalores  $\delta_1^2$  e  $\delta_2^2$  das Equações (4.38) e (4.39), podem ser escritos de maneira mais simplificada através da notação  $\{\mathbf{u}^s, \mathbf{u}^W\}$ . Esses autovalores serão utilizados nas expressões de impedância característica do material.

Sendo  $\delta_{eq}$  o número de onda para um modelo de fluido equivalente,  $\delta_1$  é o número de onda de uma onda que se propaga na fase sólida do meio poroso  $\delta_2$  o número de onda de uma onda que se propaga longitudinalmente. Esses autovalores estão diretamente associados com as matrizes  $[\rho]$  e  $[\mathbf{K}]$ . No modelo de fluido equivalente a fase sólida não se move, todavia esses números de onda (autovalores) serão usados para a determinação do número de onda no modelo de material flexível.

$$\delta_i^2 = \frac{(\delta_{s2}^2 + \delta_{eq}^2) \sqrt{(\delta_{s2}^2 + \delta_{eq}^2) - 4\delta_{s2}^2 \delta_{eq}^2}}{2}, \quad (4.40)$$

com:

$$\delta_{eq} = \omega \sqrt{\frac{\rho_{eq}}{K_{eq}}}, \quad (4.41a)$$

$$\delta_{s1} = \omega \sqrt{\frac{\rho}{\hat{P}}}, \quad (4.41b)$$

$$\delta_{s2} = \omega \sqrt{\frac{\rho_s}{\hat{P}}}, \quad (4.41c)$$

onde a densidade  $\rho = \rho_s - \gamma^2 \rho_{eq}$  e  $\delta_{eq}$  é o número de onda da onda se propagando em um fluido equivalente.

O valor do coeficiente  $\hat{P}$  está diretamente relacionado com o valor

de cisalhamento  $N$  através da equação:

$$\hat{P} = ((1 - \phi)^2)K_{eq} + \frac{2N_0(1 - \nu)}{(1 - 2\nu)}; \quad (4.42)$$

onde  $\nu$  é o coeficiente de Poisson e  $N_0$  representa o cisalhamento.

O cisalhamento  $N_0$  será escrito também na forma da expressão a seguir como  $N$ .

$$N = E_\tau \frac{1.15 + i\eta_s}{2(1 + \nu)}, \quad (4.43)$$

onde  $\eta_s$  é o fator de perda e  $\nu$  é o coeficiente de Poisson e  $E_\tau$  é o módulo de elasticidade da amostra durante o processo de medição. O valor da frequência de queda do coeficiente de absorção segundo Geslain et al. (2011) é obtido através do módulo de elasticidade e densidade da amostra, invertendo os termos da equação é possível reescrever a expressão para relacionar o módulo de elasticidade à frequência e através da substituição desse termo na Equação (4.43), o módulo de cisalhamento será função da frequência em que ocorre a queda no coeficiente de absorção.

$$f_\tau = \frac{1}{4L} \sqrt{\frac{E_\tau}{\rho}}, \quad (4.44a)$$

$$E_\tau = \frac{f_\tau^2 (4L)^2}{\rho}, \quad (4.44b)$$

onde  $\rho$  é a densidade do material,  $f_\tau$  é a frequência onde ocorre a queda de absorção,  $L$  é a espessura da amostra,  $\eta_s$  é o fator de perda e  $\nu$  é o coeficiente de Poisson.

Substituindo o módulo de elasticidade e fazendo algumas simplificações é possível também escrever a expressão de cisalhamento em função da frequência em que ocorre a queda de absorção, assim

$$N = 8\rho_\tau f^2 L^2 \frac{1,15 + i\eta_s}{2(1 + \nu)}, \quad (4.45)$$

onde  $\rho$  é a densidade do material,  $f$  é a frequência onde ocorre a queda de absorção,  $L$  é a espessura da amostra e  $\eta$  é o fator de perda e  $\nu$  é o coeficiente de Poisson.

Os autovetores serão escritos como  $\mu_i^W$ :

$$\mu_i^W = \gamma \frac{(\delta_i^2 - \delta_{s2}^2)}{(\delta_{s2}^2 - \delta_{s1}^2)} = \gamma \frac{\delta_{eq}^2}{\delta_i^2 - \delta_{eq}^2}. \quad (4.46)$$

Usando as relações simétricas que existem para os número de onda dadas por

$$\delta_1^2 \delta_2^2 = \delta_{s1}^2 \delta_{eq}^2, \quad (4.47a)$$

$$\delta_1^2 \delta_2^2 = \delta_{s2}^2 \delta_{eq}^2, \quad (4.47b)$$

pode-se obter as seguintes relações para  $\mu_i^W$ :

$$\hat{P} + K_{eq} \mu_1^W \mu_2^W = 0, \quad (4.48a)$$

$$\rho_s + \rho_{eq} \gamma (\mu_1^W + \mu_2^W) + \rho_{eq} \mu_1^W \mu_2^W = 0, \quad (4.48b)$$

$$\mu'_i = \frac{\mu_i^W}{\mu_i^W - \mu_j^W} = \frac{\delta_j^2 - \delta_{eq}^2}{\delta_j^2 - \delta_i^2}, (i, j) = 1, 2. \quad (4.48c)$$

O modelo do fluido equivalente representa o comportamento de um material cuja fase sólida não possui movimento quando  $\mathbf{u}^f = 0$ , de modo que a Equação (4.29b) é escrita:

$$K_{eq} \nabla \mathbf{u}^W = \rho_{eq} \ddot{\mathbf{u}}^W + \rho_{eq}. \quad (4.49)$$

Dazel et al. (2007) utiliza o modelo de fluido equivalente para o desenvolvimento das equações simplificadas que descrevem o comportamento de materiais flexíveis também.

Assim, a impedância característica em um material flexível pode ser obtida pelo modelo de fluido equivalente  $Z_{eq}$ . Neste caso tem-se:

$$Z_{eq} = \sqrt{\rho_{eq} K_{eq}}, \quad (4.50)$$

onde  $K_{eq}$  foi definido pela Equação (4.36).

Quando trata-se de materiais porosos para absorção acústica, ou materiais flexíveis, diferente do modelo de fluido equivalente, a fase sólida terá movimento. Na Equação (4.29a), pode-se desprezar o termo  $\nabla \cdot \hat{\sigma}$ , assim

$$\rho_s \ddot{\mathbf{u}}^s = -\rho_{eq} \gamma \ddot{\mathbf{u}}^W. \quad (4.51)$$

Essa relação é substituída ainda na segunda Equação (4.29b):

$$K_{eq} \nabla \cdot \zeta = \rho_{eq} \left( 1 - \frac{\rho_{eq} \gamma^2}{\rho_s} \right) \gamma \ddot{\mathbf{u}}^s + \rho_{eq} \ddot{\mathbf{u}}^W. \quad (4.52)$$

Quando trata-se dos casos de materiais flexíveis, a formulação torna-se um modelo de uma onda compressional, cuja principal diferença em relação ao modelo de fluido equivalente é a definição de

densidade, que para os materiais flexíveis será:

$$\rho_{limp} = \rho_{eq} \left( \frac{\delta_{s1}}{\delta_{s2}} \right)^2. \quad (4.53)$$

Segundo Dazel et al. (2007) para um material flexível, o número de onda será

$$\delta_{limp} = \omega \sqrt{\frac{\rho_{limp}}{K_{eq}}} = \delta_{eq} \frac{\delta_{s1}}{\delta_{s2}}. \quad (4.54)$$

Desse modo a impedância característica descrita no modelo de material flexível é:

$$Z_{limp} = \frac{pf}{\|\mathbf{u}^W\|} = \sqrt{\rho_{limp} K_{eq}}. \quad (4.55)$$

O modelo de Dazel et al. (2007) é versátil porque permite tratar dos casos em que a estrutura sólida é rígida (sem movimento) e também quando a estrutura porosa é flexível (com movimento).

Após desenvolver o formalismo desacoplado sem dissipação, Dazel et al. (2007) complementa sua formulação introduzindo um termo que expressa os efeitos dissipativos. Assim como Biot (1956a) que acrescentou uma função dissipação  $D$  na formulação lagrangiana original, Dazel et al. (2007) usa também uma função dissipação  $D_{Dazel}$ . A função dissipação  $D_{Dazel}$  é reescrita em termos de seu próprio sistema de coordenadas generalizadas, o que garante sua abordagem desacoplada Dazel et al. (2007):

$$D_{Dazel} = \frac{\sigma \phi^2 G_c}{2} |\dot{\mathbf{u}}^f - \dot{\mathbf{u}}^s|^2 = \frac{\sigma G_c}{2} |\dot{\mathbf{u}}^W - \gamma' \dot{\mathbf{u}}^s|, \quad (4.56)$$

onde  $\sigma$  é a resisitividade ao fluxo da amostra porosa e  $G_c$  é uma função não-dimensional de correção. Esta função de correção  $G_c$ , segundo Dazel et al. (2007), representa a variação da viscosidade e é função da frequência. As equações de Euler Lagrange com a função dissipação ficam:

$$\nabla \cdot \hat{\sigma}(\mathbf{u}^s) = \rho_s \ddot{\mathbf{u}}^s + \rho_{eq} \gamma \ddot{\mathbf{u}}^W + \sigma G_c (\gamma'^2 \ddot{\mathbf{u}}^s - \gamma' \ddot{\mathbf{u}}^W), \quad (4.57a)$$

$$K_{eq} \nabla \zeta = \rho_{eq} \gamma \ddot{\mathbf{u}}^s + \rho_{eq} \ddot{\mathbf{u}}^W + \sigma G_c (\ddot{\mathbf{u}}^W - \gamma' \dot{\mathbf{u}}^s). \quad (4.57b)$$

Usando  $\gamma = \phi \left( \frac{\rho_{12}}{\rho_{22}} - \frac{Q_0}{R_0} \right)$  e  $\rho_s = \rho_1 + \rho_2 \left( \frac{Q_0}{R_0} \right)^2 - \rho_{12} \frac{\gamma'^2}{\phi^2}$ , pode-se reescrever as Equações (4.57a)(4.57b):

$$\nabla \cdot \hat{\sigma}(\mathbf{u}^s) = \left[ \rho_1 + \rho_2 \left( \frac{Q_0}{R_0} \right)^2 \right] \ddot{\mathbf{u}}^s + \frac{\rho_2(\phi - \gamma')}{\phi^2} \ddot{\mathbf{u}}^W - \frac{\gamma'^2}{\phi^2} \mathbf{V}(u^s) + \frac{\gamma'}{\phi^2} \mathbf{V}(\mathbf{u})^W, \quad (4.58a)$$

$$K_{eq} \nabla \zeta = \frac{\rho_2}{\phi_2} [\phi - \gamma'] \ddot{\mathbf{u}}^s + \frac{\rho_2}{\phi^2} \ddot{\mathbf{u}}^W + \frac{\gamma'}{\phi^2} (\mathbf{V}(\mathbf{u}^s) - \frac{1}{\phi^2} \mathbf{V}(\mathbf{u}^W)), \quad (4.58b)$$

onde  $\mathbf{V}(\mathbf{u}^W)$  é um operador diferencial definido pela relação funcional,

$$\mathbf{V}(\mathbf{u}^W) = \rho_{12} \ddot{\mathbf{u}} - \phi^2 \sigma G_c \dot{\mathbf{u}}. \quad (4.59)$$

É possível simplificar ainda mais considerando que,

$$\mathbf{V}(\mathbf{u}^W) = -\omega^2 \rho_{12} \tilde{\mathbf{u}}, \quad (4.60)$$

onde

$$\rho_{12} \tilde{\mathbf{u}} = \rho_{12} - \frac{\phi^2 \sigma G_c(\omega)}{j\omega}, \quad (4.61)$$

e assim, reescrever os coeficientes de massa.

$$\rho_{22} = \rho_2 - \rho_{12}, \quad (4.62a)$$

$$\rho_{11} = \rho_1 - \rho_{12}, \quad (4.62b)$$

$$\tilde{\alpha} = \frac{\tilde{\rho}_2^2}{\rho_2}, \quad (4.62c)$$

$$\tilde{\gamma} = \frac{\phi}{\tilde{\alpha}} - \gamma'. \quad (4.62d)$$

Com base nessas alterações apresentadas as Equações (4.57a)(4.57b) serão reescritas,

$$\nabla \cdot \hat{\sigma}(\mathbf{u}^s) = -\omega^2 \tilde{\rho}_s \mathbf{u}^s - \omega^2 \tilde{\rho}_{eq} \tilde{\gamma} \mathbf{u}^W, \quad (4.63a)$$

$$K_{eq} \nabla \zeta = \omega^2 \tilde{\rho}_{eq} \tilde{\gamma} \mathbf{u}^s - \omega^2 \tilde{\rho}_{eq} \mathbf{u}^W. \quad (4.63b)$$

A impedância característica  $Z_{Biot}$  usada na modelização simplificada de Dazel é:

$$Z_{Biot} = \frac{K_{eq}}{i\omega} \frac{1}{\left( \frac{\mu'_2}{\delta_2} \tan(\delta_2 L) + \frac{\mu'_1}{\delta_1} \tan(\delta_1 L) \right)}; \quad (4.64)$$

onde  $\delta_i$  e  $\mu'_i$  já foram definidos nas equações de onda do modelo de



fluido equivalente como autovetores e autovalores. A compressibilidade  $K_{eq}$  é apresentada na Equação (4.2).

O coeficiente de absorção é calculado analiticamente como:

$$\alpha_{biot} = 4 \frac{Real[Z_{Biot}]}{\rho c o} \frac{1}{(1 + Real[\frac{Z_{Biot}}{\rho c o}]^2 + (Imag[\frac{Z_{Biot}}{\rho c o}]^2)}. \quad (4.65)$$

No capítulo a seguir serão analisados as curvas analíticas plotadas a partir dos dois modelos descritos.



## 5 ANÁLISE DOS RESULTADOS

As curvas experimentais de absorção analisadas aqui referem-se a lã de rocha com densidades de  $64 \text{ kg/m}^3$  e  $100 \text{ kg/m}^3$ , lã de vidro com densidade de  $40 \text{ kg/m}^3$  e melamina com densidade de  $9,2 \text{ kg/m}^3$ .

### 5.1 CURVAS DE ABSORÇÃO SONORA PARA LÃ DE ROCHA E LÃ DE VIDRO

Ao analisar as curvas plotadas percebe-se claramente que o modelo analítico de Biot Dazel e Ingard conseguem acuradamente reproduzir a queda do coeficiente de absorção na mesma frequência em que essas quedas aparecem na curva experimental.

A Figura 32, por exemplo, contém as curvas de absorção experimental de lã de rocha com densidades de  $64 \text{ kg/m}^3$ , 24,5 mm de espessura, medida em tubo de impedância (em cor preta) e a curva analítica (em cor azul), calculada usando a modelização proposta por Biot Dazel.

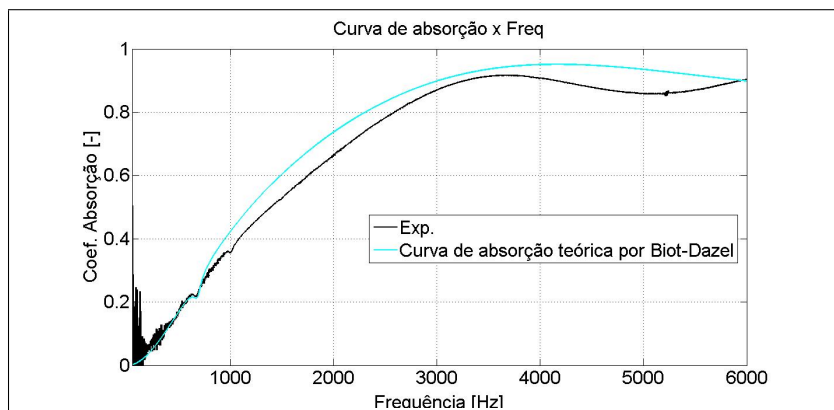


Figura 32 – Curva de absorção de amostra de lã de rocha. Densidade:  $64 \text{ kg/m}^3$ . Espessura: 24,5 mm. Curva analítica pelo modelo de Biot Dazel.

A precisão em plotar a frequência de queda do valor do coeficiente de absorção se deve a uma estratégia no equacionamento do modelo analítico. A expressão utilizada para avaliar o valor do módulo de

cisalhamento proposta por Geslain et al. (2011) é

$$N = E_\tau \frac{1,15 + i\eta_s}{2(1 + \nu)}, \quad (5.1)$$

onde  $\eta_s$  representa o fator de perda e  $\nu$  o módulo de Poisson.

Segundo Geslain et al. (2011) pode-se estimar uma frequência de ressonância de um quarto de onda  $f_\tau$  da estrutura com o valor do módulo de elasticidade  $E_\tau$  da estrutura sob compressão. O mesmo autor utiliza o termo "frequência de ressonância" para nomear a frequência em que ocorre a queda no coeficiente de absorção. Geslain et al. (2011) afirma que é possível relacionar a frequência de ressonância com os parâmetros mecânicos através da expressão:

$$f_\tau = \frac{1}{4L} \sqrt{\frac{E_\tau}{\rho_\tau}}, \quad (5.2)$$

onde  $L$  é a espessura da camada de material e  $\rho_\tau$  é a densidade da estrutura.

Substituindo o valor de  $E_\tau$  por uma função da frequência permite escrever a expressão de cisalhamento em função da frequência em que ocorre a queda de absorção, assim

$$N = (8\rho_\tau(L^2)(f_\tau^2) + \eta_s(8\rho_\tau(L^2)(f(\tau)^2))i, \quad (5.3)$$

onde  $\rho$  é a densidade do material,  $f_\tau$  é a frequência onde ocorre a queda de absorção,  $L$  é a espessura da amostra e  $\eta_s$  é o fator de perda.

Como comentado no capítulo 3, é possível relacionar o módulo de elasticidade complexo  $E_\tau$  com a frequência de ressonância de um quarto de comprimento de onda  $f_\tau$  através da curva experimental. Quando "plota-se" a curva experimental pode-se identificar a frequência de ressonância de um quarto de comprimento de onda  $f_\tau$  onde ocorre a queda de absorção. Essa frequência pode ser utilizada para calcular o valor específico do módulo de elasticidade complexa  $E_\tau$  relacionado com a frequência de ressonância de um quarto de onda  $f_\tau$  e esse valor de  $E_\tau$  substituído na equação para o cálculo do módulo de cisalhamento, ou pode-se simplesmente substituir o valor da frequência em que ocorre a queda no coeficiente de absorção diretamente na Equação (5.3) para obter o módulo de cisalhamento.

Nesse trabalho optou-se na maioria dos casos por substituir o valor experimental da frequência de queda do coeficiente de absorção diretamente nas equações porque essa estratégia permite melhor apro-

ximação entre os resultados.

A Figura 33 extraída de (GESLAIN et al., 2011) ilustra como as frequências de ressonância são sensíveis à compressão do material.

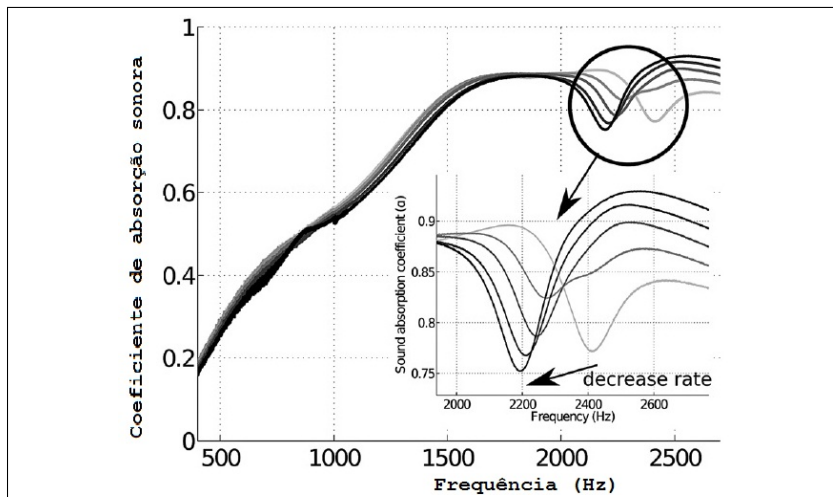


Figura 33 – Variação da ressonância de um quarto de comprimento de onda.

Segundo Ingard (2010) a frequência de ressonância de um quarto de comprimento de onda que é acomodado na estrutura porosa, é exatamente a frequência em que a velocidade relativa entre o fluido se propagando no interior da estrutura e a velocidade da estrutura é nula. Em outras palavras não existirá o movimento relativo entre as fases exatamente nessa frequência.

A Figura 34 apresenta uma comparação entre as curvas de absorção experimental e as curvas geradas analiticamente pelas modelizações de Biot-Dazel e Uno Ingard. Foram utilizados os mesmos valores dos parâmetros caracterizadores do material para plotar as curvas de cada modelo analítico.

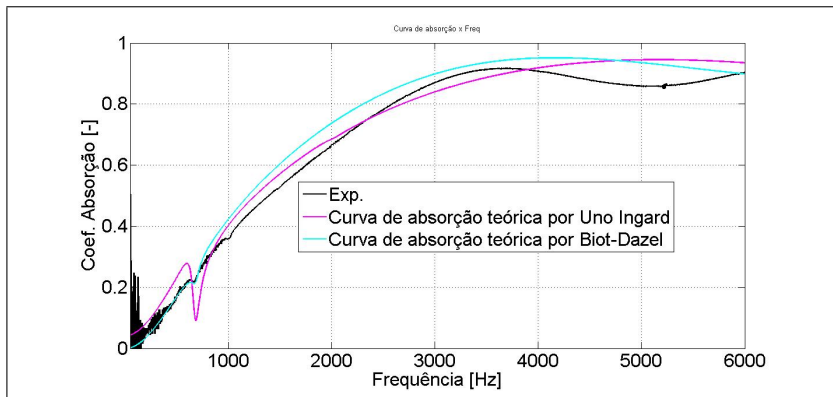


Figura 34 – Curva de absorção de amostra de lâ de rocha. Densidade:  $64 \text{ kg/m}^3$ . Espessura: 24,5 mm. Curvas analíticas. Modelo de Biot Dazel e Uno Ingard.

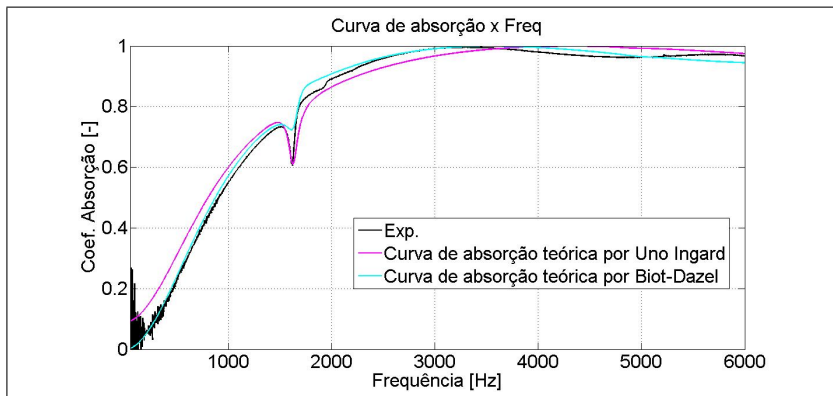


Figura 35 – Curva de absorção de amostra de lâ de rocha. Densidade:  $100 \text{ kg/m}^3$ . Espessura: 25 mm. Curvas analíticas. Modelo de Biot Dazel e Uno Ingard.

A Figura 35 apresenta a a curva de absorção para lâ de rocha com densidade de  $100 \text{ kg/m}^3$  e espessura de 25 mm obtida experimentalmente e a curva calculada pelos modelos de Biot-Dazel e de Uno Ingard.

O valor do fator de perda do material sólido foi ajustado numericamente a fim de proporcionar o valor do coeficiente de absorção mais adequado à curva experimental.

Neste caso utilizou-se o valor de fator de perda de 0,06 na Figura 35. Para a mesma amostra experimental, a curva analítica também foi plotada, entretanto, utilizando o valor do fator de perda de 0,03, mostrado na Figura 36, pelo fato de apresentar um melhor ajuste.

Os demais parâmetros foram mantidos constantes e escolhidos dentro da faixa de valores medidos experimentalmente para os respectivos materiais, sendo módulo de Young igual a  $4,5 \cdot 10^4$  Pa, resistividade igual a  $3 \cdot 10^4$  rayl/m, tortuosidade igual a 1 e coeficiente de Poisson igual a 0,03.

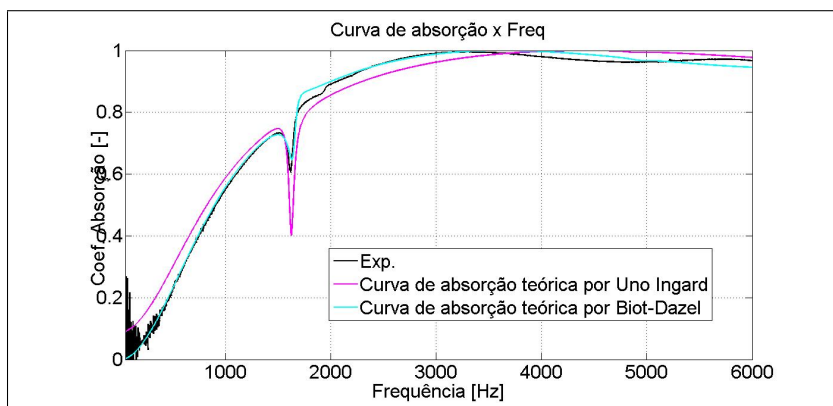


Figura 36 – Curva de absorção de amostra de lã de rocha. Densidade:  $100 \text{ kg/m}^3$ . Espessura: 25 mm. Curvas analíticas. Modelo de Biot Dazel e Uno Ingard

A redução do fator de perda causa uma acentuação na queda de absorção na frequência de ressonância e o aumento do módulo de elasticidade produz a queda da absorção na faixa de frequências mais altas, mantidos os outros parâmetros constantes.

## 5.2 CURVAS DE ABSORÇÃO SONORA PARA LÃ DE VIDRO $40 \text{ KG/M}^3$

Na Figura 37 as curvas calculadas analiticamente pelos modelos de Biot-Dazel e Uno Ingard foram ajustadas através da variação dos parâmetros. Módulo de elasticidade de  $7,36 \cdot 10^3$  Pa, resistividade ao fluxo igual a  $2,44 \cdot 10^4$  rayl/m, porosidade igual a 0,98, tortuosidade igual a 1, fator de perda 0,093 e coeficiente de Poisson igual a 0,023.

O ajuste das curvas analíticas é feito através da alteração dos parâmetros caracterizadores usando os valores médios dos parâmetros. Considerando a faixa de variação encontrada para cada parâmetro, observa-se boa concordância entre os resultados analíticos e experimental.

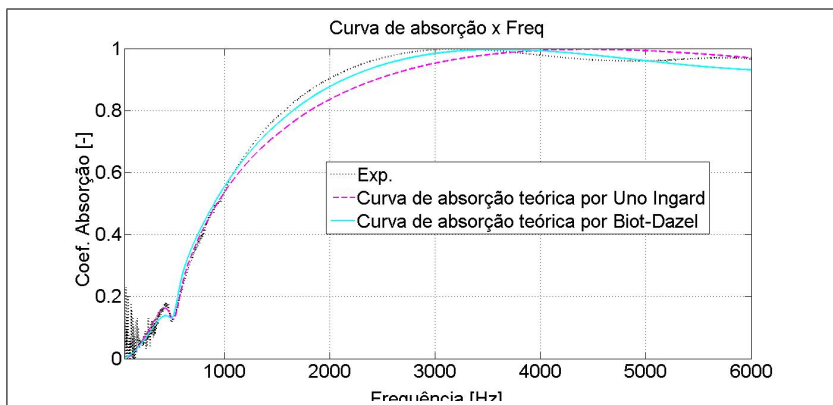


Figura 37 – Curva de absorção de amostra de lâ de vidro. Densidade:  $40\text{kg}/\text{m}^3$ . Espessura: 25 mm. Curvas analíticas. Modelo de Biot Dazel e Uno Ingard

### 5.3 CURVAS DE ABSORÇÃO SONORA PARA MELAMINA $9,2\text{ KG}/\text{M}^3$

Nos testes experimentais em tubo de impedância foram utilizadas amostras cilíndricas de melamina com densidade de  $9,2\text{ kg}/\text{m}^3$ , sendo medidas as curvas de absorção para diferentes espessuras.

Nas primeiras medições das amostras de melamina, as amostras foram acomodadas no porta-amostra sem terem suas bases coladas no porta amostras. As curvas de absorção não apresentaram qualquer queda de coeficiente da absorção como mostram as Figuras 38, 39 e 40; correspondentes às espessuras de 43 mm, 15 mm e 10 mm.



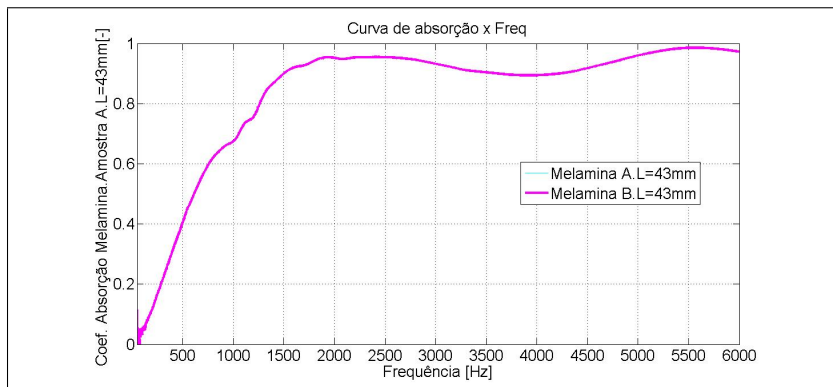


Figura 38 – Coeficiente de absorção das amostras A e B de melamina com espessura de 43 mm.

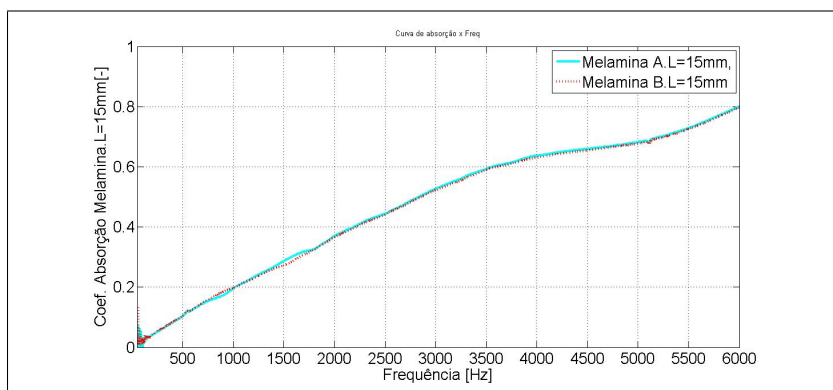


Figura 39 – Coeficiente de absorção das amostras A e B de melamina. Espessura de 15 mm.

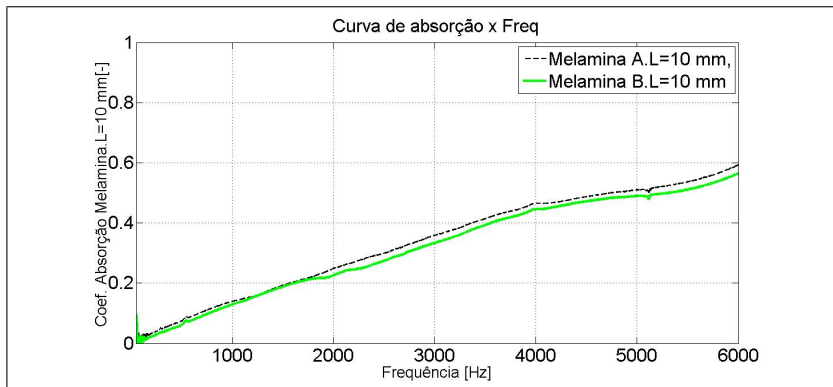


Figura 40 – Curva de absorção das amostras A e B de melamina com 10 mm.

Uma vez esperada a ocorrência de queda de absorção em frequências de ressonância de um quarto de comprimento de onda, resolveu-se repetir o experimento. Dessa vez ao montar as amostras no porta amostra que seria acoplado no tubo de impedância, a base da amostra foi colada, para garantir a condição de fixação em parede rígida. Com essa modificação, a curva apresentou a queda esperada.

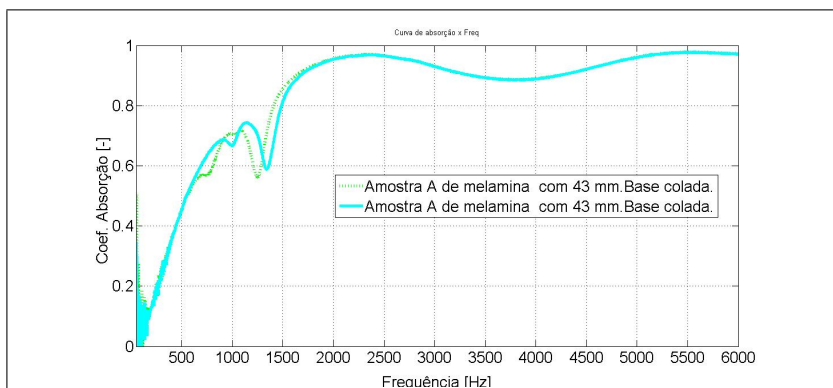


Figura 41 – Curva de absorção da amostra A de espessura de 43mm.

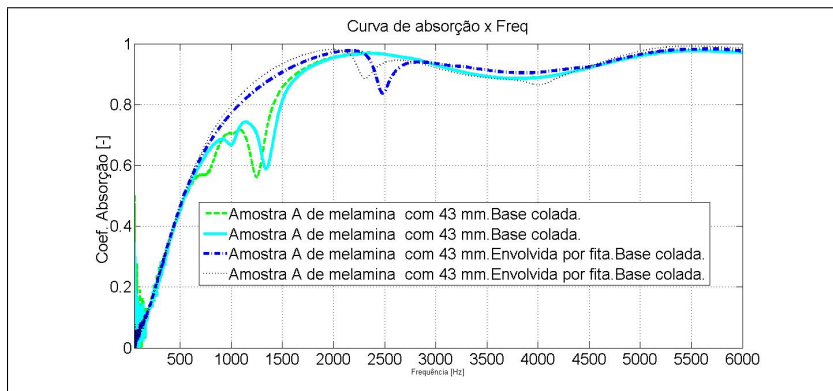


Figura 42 – Curvas de absorção da amostra de melamina A.

A Figura 41 apresenta duas curvas de absorção experimentais da mesma amostra de melamina 'A' com 43 mm. Observa-se que ocorre queda de absorção na faixa de frequências entre 1250 Hz e 1340 Hz. Para as mesmas condições de montagem, espera-se que as quedas de absorção ocorram próximo a esses valores para amostras com espessura de 43 mm sob as mesmas condições de incidência normal.

Conclui-se que a medida da curva de absorção é sensível às pequenas variações de diâmetro, fixação e montagem da amostra. De fato Geslain et al. (2011) discorre sobre a variação das propriedades do material quando diferem as condições de montagem.

Na Figura 42 observa-se que as quedas de absorção foram deslocadas para frequências mais altas próximas de valores 2300 Hz e 2480 Hz. Isso ocorreu porque além de terem seus fundos colados, a amostra foi envolvida por fita ao longo de seu comprimento. Há variações na faixa de frequência em que ocorrem os vales que são devido às pequenas alterações na colagem e giro do porta amostra e há variações que se devem a mudanças nas condições de contorno, como por exemplo quando a amostra foi completamente envolvida por fita.

Para a amostra de melamina 'B' com espessura de 43 mm foram feitas pequenas variações nos testes com a amostra colada e as curvas geradas apresentaram variações apenas nas quedas. As curvas são apresentadas na Figura 43 com vales posicionados em frequências na faixa de 1147 Hz a 1230 Hz. É interessante observar que para as amostras com espessura de 43 mm, as quedas de coeficiente de absorção ocorreram para valores de frequências próximos.

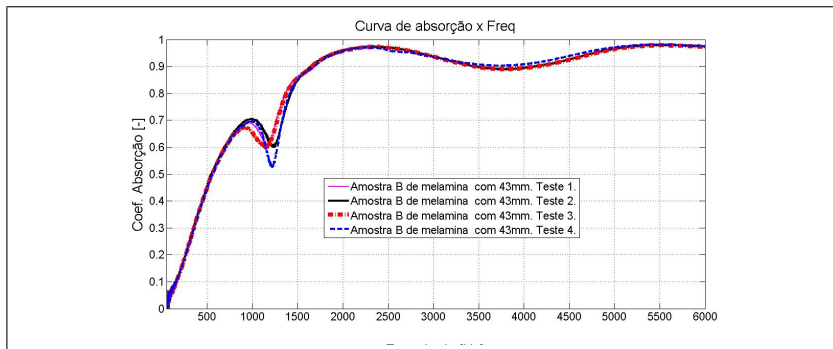


Figura 43 – Curvas de absorção da amostra de melamina B.

As curvas de absorção experimentais sofrem variações sensíveis devido ao processo de montagem, como mostra a Figura 44. Os materiais são maleáveis e se deformam facilmente ao serem montados no porta-amostra para o procedimento de medição experimental.

Essas alterações da configuração estrutural do material ocasionadas devido à compressão e montagem produzem as variações observadas nas curvas de absorção para um mesmo material. No entanto, a forma geral da curva permanece sendo a mesma.

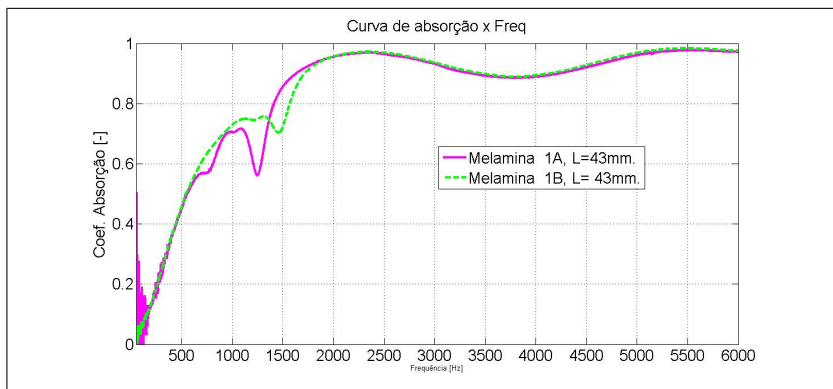


Figura 44 – Coeficiente de absorção de amostras de melamina com espessura de 43 mm.

As curvas de absorção das duas amostras de melamina com espessura de 15 mm são apresentadas na Figura 45. Essas curvas não apresentaram as quedas no coeficiente de absorção tão acentuadas quanto as curvas referentes a amostras de espessura maior, mesmo com base

colada. É possível que devido a menor espessura das amostras, essas amostras não comportem movimento relativo quase nulo entre a fase sólida e o fluido .

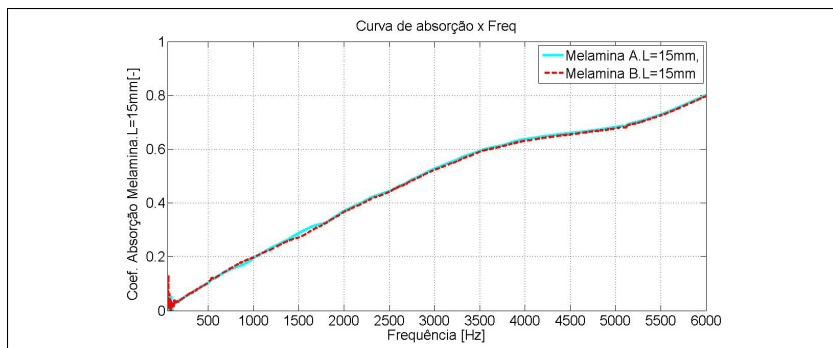


Figura 45 – Coeficiente de absorção de melamina com 15 mm.

A Figura 46 mostra a diferença entre as curvas de 10mm de espessura com e sem base colada. De fato independente da montagem, as amostras de menor espessura não sofrem queda do coeficiente de absorção. Provavelmente pela mesma razão que as amostras de 15 mm também não.

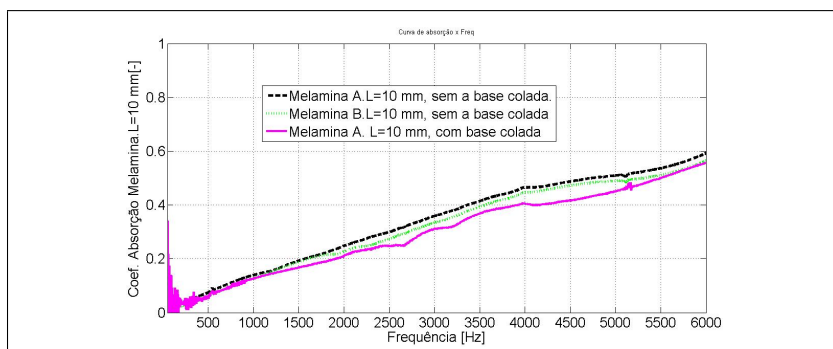


Figura 46 – Coeficiente de absorção de melamina com 10 mm.

#### 5.4 COMPARAÇÃO DAS CURVAS DE ABSORÇÃO OBTIDAS EXPERIMENTALMENTE COM OS MODELOS DE UNO INGARD E BIOT-DAZEL

Uma maneira interessante de perceber a assertividade do modelo de Uno Ingard é comparar as curvas de absorção sonora obtidas experimentalmente, com as obtidas analiticamente.

Através da caracterização dos materiais porosos é possível usar os valores reais de suas grandezas no modelo teórico e simular a curva de absorção. As grandezas caracterizadoras necessárias para a modelização são resistividade, módulo de elasticidade, fator de perda e coeficiente de Poisson. São necessárias também informações a respeito do material como densidade e espessura da amostra.

A Figura 47 apresenta a curva de absorção experimental da amostra de melamina de 43 mm e as curvas analíticas obtidas pelos modelos de Uno Ingard e Biot-Dazel. É possível perceber que apesar da diferença na região da curva correspondente à frequência em que ocorrem quedas no coeficiente de absorção, o perfil geral da curva analítica acompanha a curva obtida experimentalmente. A curva analítica produzida pela modelização de Uno Ingard apresenta queda mais abrupta que a curva modelizada pela teoria de Biot Dazel.

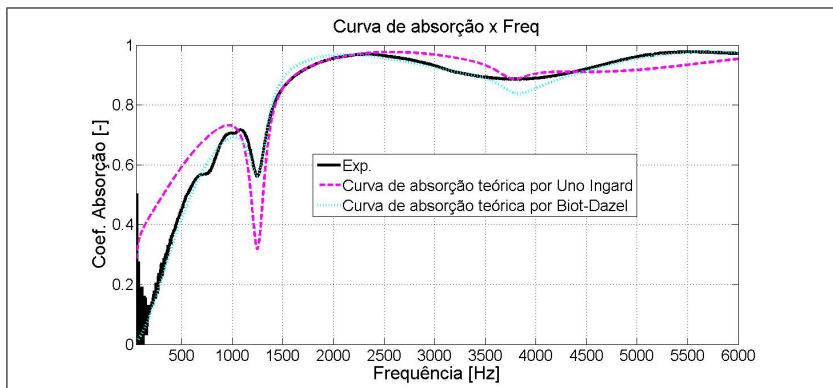


Figura 47 – Coeficiente de absorção teórico e experimental. Amostra de melamina com 43mm.

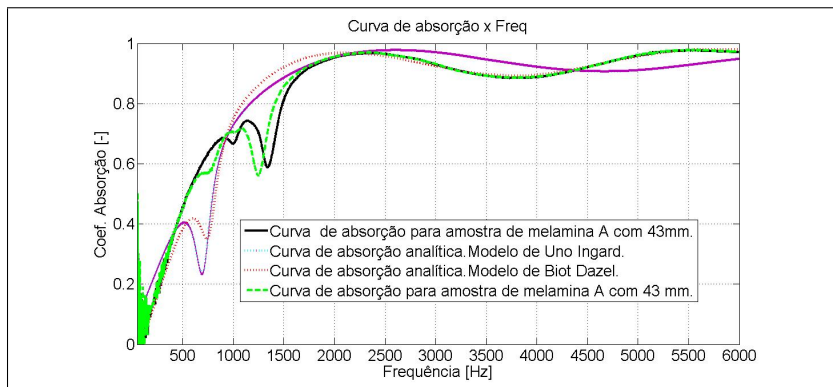


Figura 48 – Coeficiente de absorção teórico e experimental. Amostra de melamina com 43 mm.

Observa-se na Figura 49 os perfis semelhantes das curvas teóricas e experimentais.

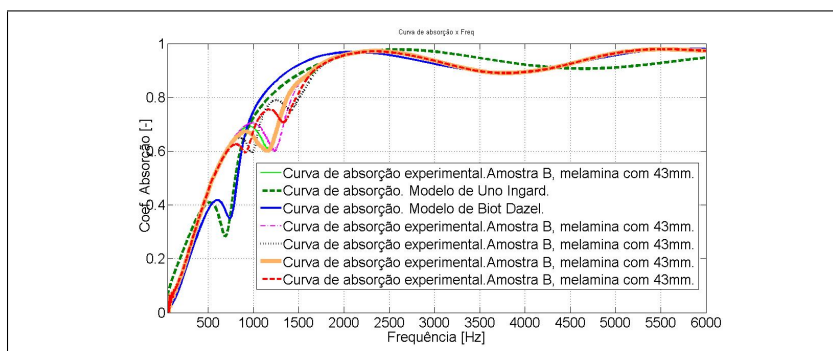


Figura 49 – Curva de absorção experimental para a amostra B com espessura de 43 mm e teórica por Biot Dazel e Uno Ingard.

A curva de absorção experimental para a amostra com 15 mm (Figura 50) não apresenta uma queda de absorção tão significativa quanto seria previsto pelos modelos teóricos de Uno Ingard e Biot Dazel como pode ser visto.

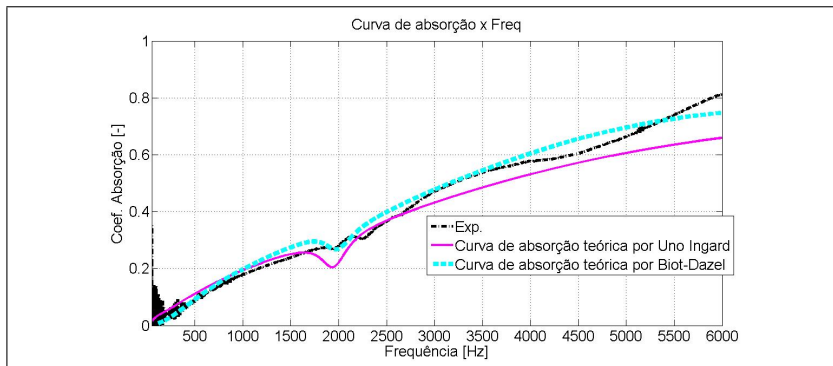


Figura 50 – Curva de absorção experimental para a amostra de melamina com 15 mm.

As curvas experimentais para a amostra de 10 mm na Figura 51 não apresentam uma queda de absorção tão acentuada, mas apresenta uma queda menos acentuada numa frequência mais alta que as curvas anteriores. As curvas modeladas apresentam inclinações nas frequências de 2977 Hz pelo modelo de Uno Ingard e 3308 Hz pelo modelo de Biot Dazel.

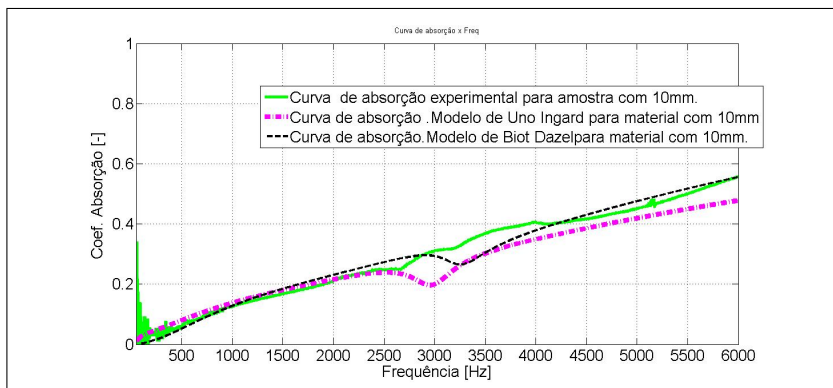


Figura 51 – Curvas de absorção teórica e experimental para amostra com 10 mm.

Acredita-se que a pequena espessura da camada de material é o motivo que leva a essa mudança no padrão de queda no valor de coeficiente de absorção experimental para as amostras com menor espessura.

Para entender o comportamento acústico do material e o signi-



ficado das variações de sua curva de absorção é necessário entender os mecanismos de absorção que ocorrem nos interstícios do material.

Quando a estrutura é rígida, o principal mecanismo de absorção sonora se dá pelas perdas devido ao atrito entre o fluido e as paredes do material. São chamados mecanismos de dissipação viscotérmica porque é devido ao arraste viscoso do fluido que ocorre quando esse se move através dos canais no interior do material, que ocorre a conversão da energia do campo acústico em energia térmica.

Para materiais com estrutura flexível, além desses mecanismos citados ocorrem também perdas devido à deformação da estrutura, embora sejam muito pequenas se comparadas com as perdas acústicas ocasionadas pelos mecanismos viscotérmicos.

A estrutura flexível se torna a via de propagação de uma onda que causa perdas sonoras devido à própria deformação que a estrutura sofre. Mas a flexibilidade da estrutura é responsável também por uma queda brusca do coeficiente de absorção em frequências específicas.

Essa frequência específica para a qual ocorre uma redução do coeficiente de absorção é a frequência para a qual ocorrem ressonâncias estruturais. Nesse valor específico de frequência o movimento relativo entre a fase fluida e a estrutura é nulo ou muito reduzido. Assim nas frequências de ressonância estrutural, não ocorrem picos de absorção, mas pelo contrário, devido a redução de movimento relativo entre as fases, ocorre atenuação dos mecanismos viscotérmicos e um mínimo de absorção sonora, como foi visto nas curvas de absorção.

Cada amostra de melamina possui uma espessura de camada particular, e uma frequência específica na qual a ressonância ocorre. Dependendo da montagem, se a amostra era encapada, ou ajustada, com base fixa ou livre, haverá um valor um pouco diferente desse valor de frequência. À medida que passa-se para as frequências maiores que a de ressonância, a velocidade relativa entre fluido e estrutura volta a aumentar e isso gera aumento dos mecanismos da absorção.

#### **5.4.1 Análise de sensibilidade**

Aos valores médios dos parâmetros medidos foram acrescentados  $\pm 20\%$  e com esses valores as curvas de absorção experimental foram produzidas. A Tabela 32 apresenta o valor médio de resistividade e seu valor alterado.

Material	V. médio (Rayl/m)	V. médio + 20%	V. médio - 20%
Melamina 9, $2kg/m^3$	12447,3	14936,8	9957,9
Lã de rocha $64kg/m^3$	11144,9	13373,8	8915,9
Lã de vidro $40kg/m^3$	22406,1	25410,3	17924,9

Tabela 32 – Valores de resistividade.

A Tabela 33 apresenta o valor médio de módulo de elasticidade e seu valor alterado com  $\pm 20\%$ .

Material	Valor médio(Pa)	V. médio + 20%	V. médio - 20%
Melamina 9, $2kg/m^3$	127165,2	152598,3	101732,2
Lã de rocha $64kg/m^3$	22628,3	27154,0	18102,6
Lã de vidro $40kg/m^3$	5254,8	6305,8	4203,8

Tabela 33 – Valores de módulo de elasticidade.

A Tabela 34 apresenta o valor médio de fator de perda e seu valor alterado com  $\pm 20\%$ .

Material	Valor médio	V. médio + 20%	V. médio - 20%
Melamina 9, $2kg/m^3$	0,079	0,095	0,063
Lã de rocha $64kg/m^3$	0,094	0,11	0,075
Lã de vidro $40kg/m^3$	0,15	0,18	0,12

Tabela 34 – Valores de fator de perda.

A Tabela 35 apresenta o valor médio de coeficiente de Poisson e seu valor alterado com  $\pm 20\%$ .

Mat.	Valor médio	V. médio + 20%	V. médio - 20%
Melamina 9, $2kg/m^3$	0,16	0,19	0,13
Lã de rocha $64kg/m^3$	0,039	0,047	0,032
Lã de vidro $40kg/m^3$	0,028	0,033	0,022

Tabela 35 – Valores de coeficiente de Poisson.

Foram plotadas curvas de absorção pelo modelo analítico de Uno Ingard para a lã de rocha com densidade de  $64 kg/m^3$  e espessura média de 25 mm fazendo-se variar os parâmetros de resistividade de  $\pm 20\%$  em relação ao valor médio. Na curva apresentada na Figura 52 utilizou-se

o valor médio geral de resistividade ao fluxo de  $11144,90 \text{ Rayl/m}$ , após o valor médio acrescido de  $+20\%$  igual a  $13373 \text{ Rayl/m}$  e  $-20\%$  igual a  $8916 \text{ Rayl/m}$ . Os outros parâmetros utilizados foram o módulo de elasticidade médio igual a  $22628,33 \text{ Pa}$ , o fator de perda médio igual  $0,094$ , o coeficiente de Poisson médio igual a  $0,039$ . A porosidade e tortuosidade foram mantidas com valor unitário, porque são grandezas que não sofrem variação brusca para esses materiais. A análise de sensibilidade foi realizada para as curvas analíticas de Biot Dazel da mesma forma que para as de Uno Ingard. Serão apresentadas as curvas para os dois modelos analíticos com os mesmos valores de parâmetro.

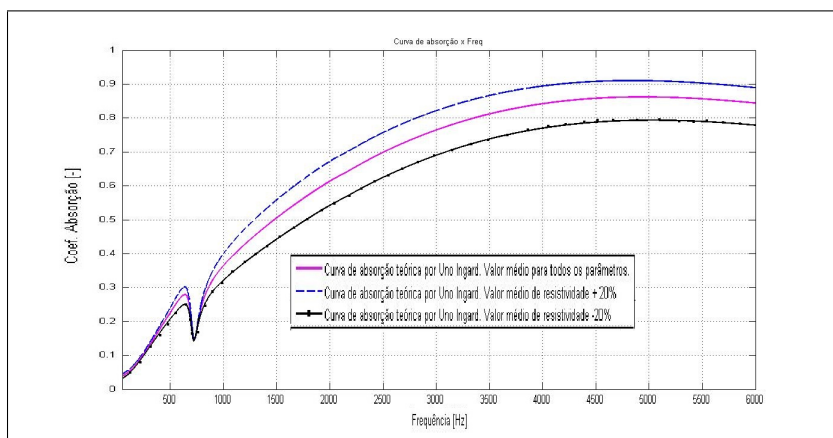


Figura 52 – Sensibilidade da curva de absorção à resistividade ao fluxo para lâ de rocha  $64 \text{ kg/m}^3$ . Modelo analítico de Uno Ingard.

A curva pelo modelo analítico de Biot Dazel é apresentada na Figura 53.

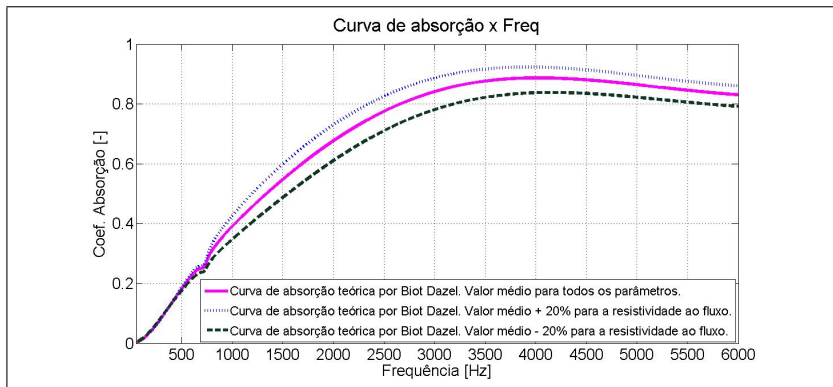


Figura 53 – Sensibilidade da curva de absorção à resistividade ao fluxo para lâ de rocha  $64 \text{ kg/m}^3$ . Modelo analítico de Biot Dazel.

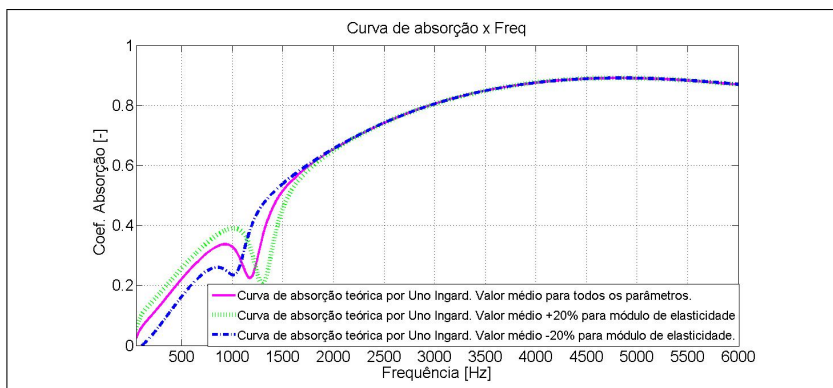


Figura 54 – Sensibilidade das curvas analíticas por Uno Ingard aos valores de módulo de elasticidade.

Percebe-se claramente que quanto maior for o valor da resistividade ao fluxo maior será o coeficiente de absorção. Quando aumenta-se de 20% o valor médio da resistividade, a linha de absorção na curva de absorção aumenta em aproximadamente 10%.

A sensibilidade do módulo de elasticidade está relacionada às frequências em que se observou a queda no coeficiente de absorção nas curvas experimentais. Para o modelo analítico de Biot como já citado antes, o módulo de elasticidade foi estimado através da aplicação direta da frequência de ressonância obtida experimentalmente.

Todavia, nesta seção para o teste de sensibilidade das curvas de

absorção ao módulo de elasticidade utilizam-se os valores de módulo de elasticidade.

Pode-se concluir que as frequências de queda do coeficiente de absorção que ocorrem na faixa de valores mais altos correspondem aos módulos de elasticidade mais altos. Os valores de módulo de elasticidade mais baixos correspondem à faixa de frequência de queda mais baixa também.

O mesmo resultado foi obtido plotando as curvas analíticas por Ingard. A Figura 54 mostra novamente que existe uma correspondência entre a frequência de queda do coeficiente de absorção e o módulo de elasticidade.

As curvas foram produzidas usando-se os valores médios de resistividade  $12447 \text{ Rayl/m}$ , fator de perda  $0,07$ , coeficiente de Poisson  $0,16$ , espessura de  $25 \text{ mm}$  e densidade de  $9,2 \text{ kg/m}^3$ . Os valores de módulo de elasticidade variaram entre o valor médio  $127165 \text{ Pa}$  e seus valores  $\pm 20\%$ , respectivamente  $152598 \text{ Pa}$  e  $101732 \text{ Pa}$ .

É possível utilizar uma expressão referente à compressibilidade que está diretamente relacionada às frequências de queda do coeficiente de absorção para plotar as curvas analíticas pelo modelo de Ingard:

$$K = 16\rho_{mat}(L^2)(f^2); \quad (5.4)$$

onde  $K$  é a compressibilidade do material expressa em função da densidade do material  $\rho_{mat}$ , da espessura da camada  $L$  e da frequência em que ocorre a queda no coeficiente de absorção  $f$ . A compressibilidade é o inverso do módulo de elasticidade.

Através desse artifício, o módulo de elasticidade não é utilizado diretamente para produzir as curvas analíticas, mas substituído por equações diretamente relacionadas às frequências de queda do coeficiente de absorção.

As curvas experimentais apresentam variações nas posições das quedas de absorção para o mesmo material, assim quando usa-se o valor da frequência de queda experimental nas curvas analíticas, o valor da queda de absorção percorre toda a curva da mesma forma que aumentando o valor de módulo de elasticidade.

O parâmetro seguinte a ser analisado foi o fator de perda. Utilizou-se o valor médio de módulo de elasticidade igual a  $22628,33 \text{ Pa}$ , para resistividade  $11144,90 \text{ Rayl/m}$  e  $0,039$  para coeficiente de Poisson. Como pode ser visto na Figura 55 à medida que se aumenta o valor de fator de perda, a queda na curva de absorção se torna menor.

Variou-se apenas o fator de perda. Os valores de fator de perda utilizados foram o valor médio de  $0,093$ , e os valores alterados com

$\pm 20\%$  iguais a 0,11 e 0,075.

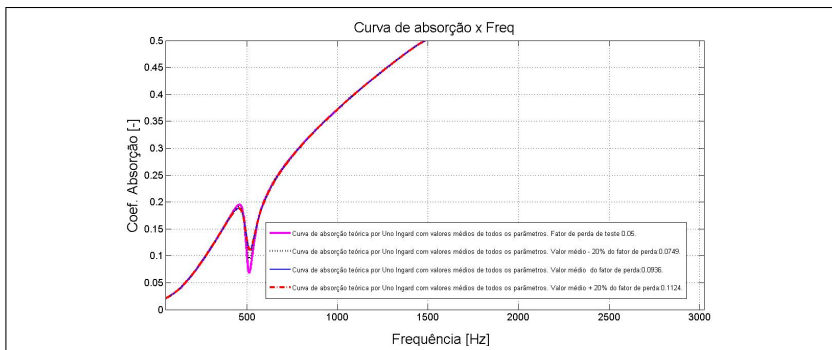


Figura 55 – Sensibilidade do fator de perda . Modelo teórico de Uno Ingard para amostra de lã de rocha  $64 \text{ kg/m}^3$ .

Os valores de porosidade também afetam a capacidade de absorção como pode ser observada na curva de absorção analítica Figura 56 plotada pelo modelo de Uno Ingard. Para valores maiores da porosidade observa-se aumento no coeficiente de absorção de até 10% para região de baixas frequências, enquanto na região de altas frequências não ocorrem alterações significativas.

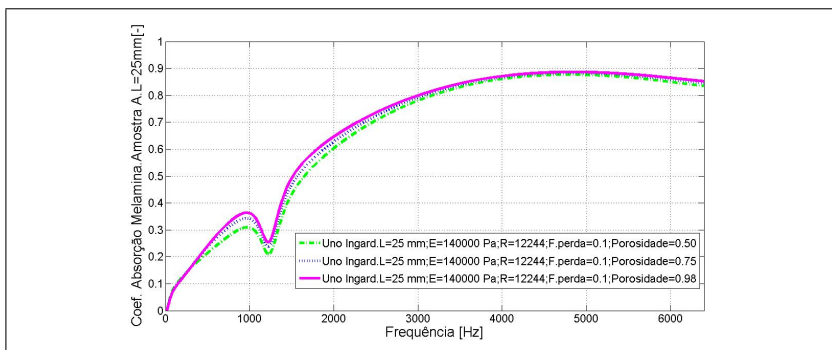


Figura 56 – Sensibilidade da curva de absorção à porosidade. Modelo teórico de Uno Ingard para amostra de lã de rocha  $64 \text{ kg/m}^3$ .

O mesmo procedimento foi realizado para as lãs de vidro e melamina e constatou-se que a dependência da curva de absorção aos parâmetros se desenvolve igualmente. É possível concluir que o aumento da resistividade implica em aumento da capacidade de absorção,

o aumento do fator de perda implica em menor queda nas frequências de queda. O módulo de elasticidade relaciona-se à frequência em que ocorre a queda da absorção. Um aumento da porosidade implica em maior absorção.

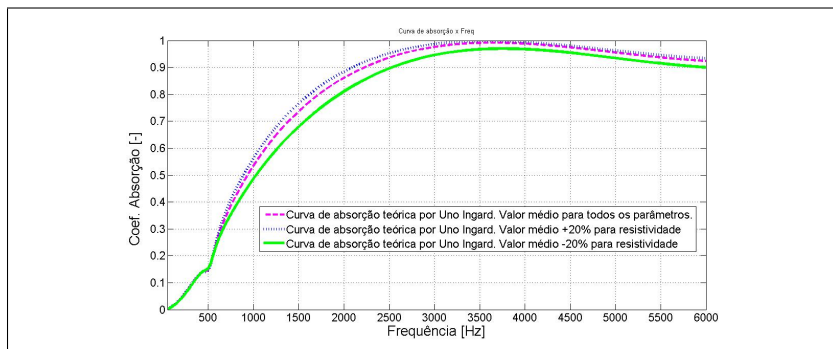


Figura 57 – Sensibilidade da curva de absorção à variação de resistividade ao fluxo para amostra de lã de vidro  $40 \text{ kg/m}^3$ . Curva analítica por Uno Ingard.

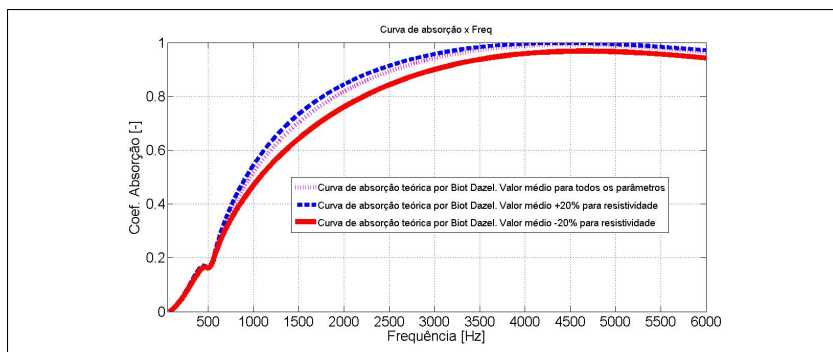


Figura 58 – Sensibilidade da curva de absorção à variação de resistividade ao fluxo para amostra de lã de vidro  $40 \text{ kg/m}^3$ . Curva analítica por Biot Dazel.

Para as lãs de vidro com densidade de  $40 \text{ Kg/m}^3$  foram utilizados os seguintes valores de resistividade:  $22406,19 \text{ Rayl/m}$ ,  $25410,33 \text{ Rayl/m}$  e  $17924,95 \text{ Rayl/m}$ . Os outros parâmetros utilizados foram o módulo de elasticidade médio igual a  $5254,85 \text{ Pa}$ , o fator de perda médio igual  $0,15$  e o coeficiente de Poisson médio igual a  $0,028$ . Foram

plotadas as curvas para o modelo de Ingard como mostra a Figura 57 e Biot Dazel na Figura 58.

A análise de sensibilidade realizada para as curvas analíticas de Biot Dazel e de Uno Ingard permitiu concluir que para os dois modelos, a variação dos parâmetros implica nos mesmos efeitos gerais na curva de absorção como citado.



## 6 CONCLUSÕES

O comportamento de uma onda que se propaga em material poroso pode ser modelado. Existem diversos modelos que investigam o comportamento acústico dos materiais porosos. Nesse trabalho foram estudados os modelos de Ingard e Biot Dazel. Na etapa de revisão bibliográfica, foram estudadas as bases teóricas do modelo de Uno Ingard para materiais porosos flexíveis, assim como a teoria original de Biot que embasou as alterações propostas por Dazel em seu trabalho e modelo de fluido equivalente por Johson Lafarge.

Na etapa de revisão bibliográfica também investigou-se os procedimentos de caracterização dos parâmetros como resistividade ao fluxo, módulo de elasticidade, coeficiente de Poisson, tortuosidade, fator de perda, impedância.

Com relação à medição de cada grandeza caracterizadora, é necessário realizar os procedimentos com muito cuidado devido à sensibilidade dos materiais, porque mesmo a mais sutil alteração na montagem das amostras pode causar variações nos resultados obtidos.

Utilizando as equações analíticas e os dados da caracterização, os valores de coeficiente de absorção foram calculados. Os parâmetros caracterizadores fornecem informações sobre o comportamento vibroacústico do material e qual a influência sobre a capacidade de absorção sonora do material.

A medição das curvas de absorção sonora em tubo de impedância permitiu avaliar as curvas analíticas. Verificou-se que as curvas geradas pelos modelos elaborados por Uno Ingard e Biot Dazel apresentam boa assertividade em relação às curvas experimentais. Contudo observa-se que as curvas geradas pelo modelo de Biot Dazel apresentam melhor aproximação com as curvas experimentais. As bancadas experimentais se mostraram adequadas, os procedimentos relativamente simples e os resultados satisfatórios.

Foi possível observar a queda característica do coeficiente de absorção prevista pelos modelos teóricos nas curvas de absorção em frequências específicas. Tanto as curvas de absorção modeladas pelo modelo de Ingard quanto Dazel apresentaram a mesma sensibilidade à variação dos parâmetros.

A variação de cada um dos parâmetros afeta as curvas de absorção analíticas distintamente. Observou-se que aumentar a resistividade causa aumento no coeficientes de absorção, enquanto menores valores de resistividade sua redução. A resistividade ao fluxo é o

parâmetro de maior influência na curva de absorção.

O módulo de elasticidade por sua vez, está diretamente relacionado com a frequência específica e ao ser variado determina a frequência em que ocorrem as quedas de coeficiente de absorção. Os valores mais altos de módulo de elasticidade produzem nas curvas analíticas um deslocamento da queda de coeficiente de absorção para faixa de frequências mais altas. É importante salientar que nas medições de módulo de elasticidade realizadas, as curvas de função resposta em frequência foram similares nas medições com e sem vácuo.

A magnitude da queda do coeficiente de absorção depende sensivelmente dos valores de fator de perda. Como discutido anteriormente, ao aumentar o fator de perda é possível reduzir a queda na curva de coeficiente de absorção.

Outras características importantes do material como porosidade e espessura da camada permitem aumentar o coeficiente de absorção. Quanto maior o valor de cada uma dessas grandezas maior o valor de coeficiente de absorção.

## 6.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Os conhecimentos adquiridos durante esse trabalho podem servir como motivação para trabalhos posteriores como:

- a) estudo das incertezas dos parâmetros em função da montagem e procedimento de medição;
- b) comparação de modelos de propagação de onda em material poroso propostos por outros autores;
- c) estudo das incertezas na capacidade de absorção sonora dos materiais estudados em função da montagem 'in loco';
- d) avaliação de outros tipos de materiais poroelásticos com base nos modelos estudados;
- e) avaliação da influência do ângulo de incidência sobre a frequência específica.

## REFERÊNCIAS

ALLARD, J. et al. Evaluation of tortuosity in acoustic porous materials saturated by air. *Review of scientific instruments*, AIP, v. 65, n. 3, p. 754–755, 1994.

BALVEDI, A. M. *Medição e simulação acústica de materiais porosos e sistemas multicamadas*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, 1998.

BERANEK, L. Acoustic impedance of porous materials. *The Journal of the Acoustical Society of America*, v. 13, p. 248, 1942.

BIOT, M. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. i. low-frequency range. *The Journal of the Acoustical Society of America*, v. 28, p. 168, 1956.

BIOT, M. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. ii. higher frequency range. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Acoustical Society of America, v. 28, n. 2, p. 179–191, 1956.

BOLTON, J.; KANG, Y. Elastic porous materials for sound absorption and transmission control. *Society of Automotive Engineers, Inc*, 1997.

BOLTON, J. S. Porous materials for sound absorption and transmission control. In: INSTITUTE OF NOISE CONTROL ENGINEERING. *INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings*. [S.l.], 2005. v. 2005, n. 8, p. 50–69.

CALCADA, M. *Métodos de Predição de Transmissão Sonora através de Placa Revestida*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC, 2006.

CARNEIRO, E. B. ao. *Aplicação de absorvedores tipo membrana em cavidades e filtros acústicos*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, 1998.

CHAMPOUX, Y.; STINSON, M. R. Measurement of the characteristic impedance and propagation constant of materials having high flow resistivity. *The Journal of the Acoustical Society of America*, v. 90, p. 2182, 1991.

COX, T. *Acoustic absorbers and diffusers: theory, design and application*. [S.l.]: Taylor & Francis, 2009.

DAZEL, O. et al. An alternative biot displacement formulation for porous materials. *The Journal of the Acoustical Society of America*, v. 121, p. 3509, 2007.

FAHY, F. *Foundations of engineering acoustics*. [S.l.]: Academic Press, 2001.

FOHR, F. et al. An alternative and industrial method using low frequency ultrasound enabling to measure quickly tortuosity and viscous characteristic length. *Journal of the Acoustical Society of America*, [New York: Acoustical Society of America], v. 123, n. 5, p. 3118–3118, 2008.

GESLAIN, A. et al. Influence of static compression on mechanical parameters of acoustic foams. *The Journal of the Acoustical Society of America*, v. 130, p. 818, 2011.

INGARD, K. *Notes on sound absorption technology*. [S.l.: s.n.], 1994.

INGARD, U. *Noise reduction analysis*. [S.l.]: Infinity Science Pr Llc, 2010.

ISO10534-1 1996. *Determination of sound absorption coefficient and impedance in impedance tubes. Part1: Method using standing wave ratio*. ISO10534-1 1996.

ISO9053-1991. *Materials for acoustical applications: Determination of airflow resistance*. ISO9053-1991.

LAFARGE, D. et al. Dynamic compressibility of air in porous structures at audible frequencies. *The Journal of the Acoustical Society of America*, v. 102, p. 1995, 1997.

LE, L. H. et al. Measurement of tortuosity in aluminum foams using airborne ultrasound. *Ultrasonics*, Elsevier, v. 50, n. 1, p. 1–5, 2010.

LITWINCZIK, V. et al. Irradiação sonora de uma placa plana simplesmente apoiada revestida com material poroso. Florianópolis, SC, 2012.

MAREZE, P. H. et al. Aplicação de tubos ressonantes para atenuação sonora de cavidades e filtros acústicos. 2012.

PANNETON, R.; GROS, E. A missing mass method to measure the open porosity of porous solids. *ACTA Acustica united with Acustica*, S. Hirzel Verlag, v. 91, n. 2, p. 342–348, 2005.

PRITZ, T. Frequency dependence of frame dynamic characteristics of mineral and glass wool materials. *Journal of Sound and Vibration*, v. 106, n. 1, p. 161 – 169, 1986. ISSN 0022-460X.  
<<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X86801808>>.

PRITZ, T. Dynamic young's modulus and loss factor of plastic foams for impact sound isolation. *Journal of sound and vibration*, Elsevier, v. 178, n. 3, p. 315–322, 1994.

PRITZ, T. Dynamic young's modulus and loss factor of floor covering materials. *Applied Acoustics*, Elsevier, v. 49, n. 2, p. 179–190, 1996.

PRITZ, T. Measurement methods of complex poisson's ratio of viscoelastic materials. *Applied Acoustics*, v. 60, n. 3, p. 279 – 292, 2000. ISSN 0003-682X.  
<<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0003682X99000493>>.

TIZIANEL, J. et al. Transport parameters and sound propagation in an air-saturated sand. *Journal of applied physics*, AIP, v. 86, n. 10, p. 5829–5834, 1999.

VALLABH, R.; LEE, P.; SEYAM, A. New approach for determining tortuosity in fibrous porous media. *Journal of Engineering Fibers and Polymers*, v. 5, p. 7–15, 2010.

VER, I.; BERANEK, L. Noise and vibration control engineering. *John Wiley&Sons Inc*, Wiley Online Library, 2006.