

Daniel Paulon Avancini

Demanda por transporte rodoviário urbano: um modelo computacional baseado em agentes

Florianópolis

2013

Daniel Paulon Avancini

Demanda por transporte rodoviário urbano: um modelo computacional baseado em agentes

Monografia apresentada em cumprimento às exigências do Curso de Graduação em Ciências Econômicas da Universidade Federal de Santa Catarina, como requisito parcial para a obtenção do Título de Bacharel em Economia.

Orientador: Prof. Dr. Jaylson Jair da Silveira

Universidade Federal de Santa Catarina

Centro Sócio-Econômico

Departamento de Ciências Econômicas

Florianópolis

2013

Daniel Paulon Avancini

Demanda por transporte rodoviário urbano: um modelo computacional baseado em agentes/ Daniel Paulon Avancini. – Florianópolis, 2013-

53 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. Jaylson Jair da Silveira

Monografia – Universidade Federal de Santa Catarina

Centro Sócio-Econômico

Departamento de Ciências Econômicas, 2013.

1. Agentes. 2. Transporte Urbano. I. Prof. Dr. Jaylson Jair da Silveira II. Universidade Federal de Santa Catarina. III. Departamento de Ciências Econômicas. IV. Demanda por transporte rodoviário urbano: um modelo computacional baseado em agentes

Daniel Paulon Avancini

Demanda por transporte rodoviário urbano: um modelo computacional baseado em agentes

A Banca Examinadora resolveu atribuir a nota 10,0 (dez) ao aluno Daniel Paulon Avancini na disciplina CNM 5420 – Monografia, pela apresentação deste trabalho.

Prof. Dr. Jaylson Jair da Silveira
Orientador

Prof Dr Eraldo Sérgio B. da Silva
Convidado 1

Prof Dr Roberto Meurer
Convidado 2

Florianópolis
2013

Dedico este trabalho a minha mãe Sandra e meu pai Sidney, mentores intelectuais e apoiadores.

Agradecimentos

Agradeço a meu orientador Prof. Dr Jaylson Silveira sem o qual este trabalho não teria sido possível. Agradeço também aos demais professores do curso de graduação em Economia da UFSC.

Agradeço a família Paulon, presente sempre a meu lado. À família Avancini deixo meus votos de gratidão.

Agradeço também a meus colegas de faculdade e amigos, que sempre estiveram presentes nos momentos de apoio e descontração.

Agradeço ao Povo brasileiro por financiar a universidade pública e àqueles que não tiveram a oportunidade de estudar como eu tive.

*Você vê coisas e diz: Por quê?
Mas eu, sonho coisas que nunca existiram e digo: Por que não?
(George Bernard Shaw)*

Resumo

O presente trabalho tem por objetivo elaborar um modelo computacional baseado em agentes aplicado à demanda por transporte rodoviário urbano em via única, de maneira a captar algumas características presentes no deslocamento diário de pessoas continente-ilha na cidade de Florianópolis. É proposto um modelo composto por agentes que se deparam com duas estratégias de modal de transporte (carro ou ônibus) e duas estratégias de horário de saída. A escolha dos agentes é dada por um modelo de escolha discreta com externalidades de rede, no qual a decisão de cada um influencia a utilidade dos demais. A implementação computacional do modelo é feita através do programa *Netlogo*. Os resultados indicam a predominância do termo determinístico na escolha dos agentes e a convergência ao equilíbrio após poucas rodadas de interação.

Palavras-chaves: Demanda por transporte urbano, modelo computacional baseado em agentes, modelo de escolhas discreta.

Abstract

The present study aims to elaborate an agent-based computational model applied to urban travel demand in a single-way commuting trip, in order to capture some features from mainland-downtown Florianopolis commuting trips. A model is proposed, which is made up of agents that are faced with two choices, either car or bus, and two departure times. Agent choices are given by a discrete choice model with network externalities, where one agent's decision influences the utility of the others. The model is implemented through the *Netlogo* software. Results indicate the predominance of the deterministic term of the utility on the choices and convergence to equilibrium occurs after a few rounds of interaction.

Keywords: Urban Travel Demand, Agent-based computational model, discrete-choice model.

Lista de ilustrações

Figura 1	Ambiente estratégico do modelo em Netlogo	36
Figura 2	Reta de Probabilidades	37
Figura 3	Evolução do tempo de viagem nas estratégias $\sigma_i \in \{1, 2\}$ no modelo calibrado	39
Figura 4	Média das escolhas nas últimas 50 rodadas para valores variados de β	40
Figura 5	Média das escolhas nas últimas 50 rodadas para valores variados de α	40
Figura 6	Média das escolhas nas últimas 50 rodadas para valores variados de θ	41
Figura 7	Média das escolhas nas últimas 50 rodadas para valores variados de γ	41
Figura 8	Média das escolhas nas últimas 50 rodadas variando o Custo C_o	42
Figura 9	Variação na quantidade de automóveis	42

Sumário

Introdução	11
1 Referencial teórico	13
1.1 Transporte urbano como um fenômeno complexo	13
1.2 Complexidade e modelos computacionais baseados em agentes	16
1.2.1 Agentes	17
1.2.2 Estrutura dos agentes	19
1.2.3 Métodos de Aprendizado e interação	21
1.2.4 Programação do Modelo e Análise dos resultados	22
1.3 Modelos computacionais baseados em agentes aplicados aos transportes .	23
2 Estrutura Analítica do Modelo Proposto	27
2.1 Caracterização da tomada de decisão individual com campo de escolha finito e utilidade aleatória	27
2.2 Caracterização da tomada de decisão individual com campo de escolha finito, utilidade aleatória e externalidades de rede	30
2.3 Especificação do modelo de escolha simultânea de modal de transporte e horário de saída com campo de escolha finita e externalidades de rede . .	32
3 Propriedades emergentes do modelo	35
3.1 Implementação Computacional	35
3.2 Calibração	38
3.3 Propriedades emergentes e experimentos de política pública	39
Considerações Finais	43
Referências	45
Apêndices	48
APÊNDICE A Programa	49

Introdução

A simulação baseada em agentes é uma área de estudo em crescimento internacionalmente e ainda pouco estudada no Brasil. No entanto, surge como uma opção metodológica importante aos tradicionais métodos de estudo ao apresentar o agente individual como objeto fundamental e a partir de suas interações com os demais agentes e com o ambiente, é possível observar a emergência de resultados complexos e muitas vezes inesperado.

A mobilidade urbana é um tema recorrente nos debates políticos e frequentemente é incluída entre os maiores desafios de planejamento urbano no Brasil. No entanto, apesar da importância do assunto para o bem-estar da população e das inúmeras propostas apresentadas pelos formuladores de políticas é difícil não notar uma certa falta de qualidade e de estudos confiáveis no país sobre a demanda por transporte urbano.

Enquanto no Brasil, pouco ou nada se fala sobre os estudos de demanda por transporte urbano, externamente essa área é objetivo de trabalhos importantes há décadas. Recentemente, buscou-se aplicar modelos computacionais baseados em agentes para contornar a constante ineficácia dos modelos tradicionais no estudo dessa demanda. O estudo da demanda por transporte, objeto de análise do modelo, busca identificar os motivos que levam os indivíduos a se deslocarem, no caso específico do transporte urbano, entre diversos locais e para diversos fins dentro de uma cidade específica. No presente trabalho, buscou-se investigar o processo de decisão de estratégias de transporte urbano em um cenário de decisões individuais e descentralizadas através da abordagem da simulação computacional baseada em agentes, fazendo uso do modelo de propensão individual com externalidades de rede.

No capítulo 1 apresentar-se-á uma revisão teórica da abordagem em agentes e seus principais componentes, regras de decisão, modelos de aprendizagem, opções de programação do modelo e demais conceitos vistos na literatura bem como uma conceituação da teoria de demanda por transporte urbano e modelos elaborados sobre o tema. O capítulo 2 apresenta a estrutura analítica do modelo de escolha de modal de transporte e horário de saída com campo de escolha finito e externalidades de rede. No capítulo 3 é apresentada a implementação computacional do modelo e calibração. Por fim, considerações finais e recomendações para trabalhos futuros são apresentadas como de costume.

Objetivo Geral

Elaborar um modelo computacional baseado em agentes adaptado de [BROCK e DURLAUF \(2001\)](#) aplicado à demanda por transporte rodoviário urbano em via única, de maneira a captar algumas características presentes no deslocamento diário de pessoas continente-ilha na cidade de Florianópolis.

Objetivos específicos

- Caracterizar a demanda por transporte urbano como fenômeno complexo.
- Revisar as principais características da modelagem computacional baseada em agentes, utilizada na representação formal e análise de sistemas complexos.
- Elaborar um modelo computacional baseado em agentes para o estudo de um processo de escolha de modal de transporte rodoviário urbano e horário de partida entre dois pontos ligados por uma única via.
- Realizar a Implementação computacional do modelo computacional desenvolvido.
- Análisar propriedades emergentes do modelo computacional e realizar de experimentos computacionais de políticas tarifárias.

1 Referencial teórico

Embora seja utilizada há décadas em áreas como a Física e Engenharia, a simulação computacional é um campo ainda recente nas Ciências Sociais. Mas qual é a definição de simulação? Bratley, Fox & Schrage (1987,p.ix) citados por Axelrod (2005, p.3, tradução própria) definem simulação da seguinte forma:“Simulação significa elaborar um modelo de um sistema com inputs adequados e observando os outputs correspondentes” Axelrod ainda complementa que os propósitos da simulação podem ser tão diversos como predição, desempenho, treinamento, entretenimento, educação, prova e descoberta.

De fato, a simulação pode ser considerada como uma alternativa metodológica aos tradicionais métodos científicos de indução e dedução. Na indução, busca-se encontrar padrões nos dados empíricos, como pesquisas de opinião e estatísticas econômicas. A dedução busca provar teorias formuladas sobre axiomas e pressupostos. Por outro lado, a simulação é uma forma de experimento, iniciando por uma série de pressupostos como na dedução, mas cujos resultados, por serem difíceis de previstos intuitivamente passam a ser analisados de forma indutiva (AXELROD, 2005).

1.1 Transporte urbano como um fenômeno complexo

O estudo das demandas por transporte é uma área de estudo multidisciplinar que envolve setores das Ciências Sociais assim como das engenharias. A sua importância é realçada pelo seu uso na modelagem e análise de políticas públicas, como definido por Small e Verhoef (2007, p.14, tradução própria):

Com o intuito de planejar estruturas de transportes, é necessário prever o quanto eles serão usados. De modo a precificá-los racionalmente e determinar as melhores políticas operacionais, é necessário saber como os usuários respondem aos preços e características dos serviços. A fim de avaliar se um projeto é viável, é necessário ter uma medida dos benefícios que ele produz. Todas estas necessidades estão no escopo da análise das demandas por transporte.

Quanto aos objetivos do estudo da demanda por transporte urbano, Mcfadden (1975) cita a necessidade de satisfazer três objetivos do planejamento de transportes:

- O *ajustamento fino* do sistema de impostos, taxas e tarifas do transporte urbano, como pedágio, tarifa de ônibus, estacionamento etc. dentro das restrições orçamentárias governamentais de forma a maximizar os benefício social;

- A estimação dos benefícios de desenhos alternativos de transporte urbano;
- A simulação da economia urbana e projeção das necessidades de transporte de longo prazo.

Modelos de demanda de transporte urbano se dividem basicamente em duas áreas principais, os modelos agregados (também chamados de tradicionais) e os modelos desagregados, também chamados de comportamentais (SMALL; VERHOEF, 2007).

Os modelos agregados de transporte urbano se baseiam na teoria do consumidor tradicional, na qual a demanda pelo transporte é função de certas variáveis que descrevem o produto (velocidade de um trem, preço do bilhete, etc.) ou seus consumidores (sexo, renda, preferências, etc.). A demanda total de transporte numa cidade pode ser relacionada por suas características geográficas (como proporção de áreas acidentadas, rios etc), a quantidade de indústrias e residências, o custo médio da tarifa de ônibus, custos de modelos alternativos de transporte, medidas de qualidade de serviço entre outras (SMALL; VERHOEF, 2007).

Tradicionalmente, os modelos agregados podem ser dos tipos cross-section ou séries temporais. No primeiro modelo, retira-se uma amostra dos consumidores em um dado momento no tempo e verifica-se a influência no comportamento de transportes através das variações entre cidades ou dentro de uma cidade específica. Já no modelo de séries temporais, verifica-se o comportamento das decisões de transporte ao longo do tempo em uma área específica. Encontra-se na literatura ainda modelos com dados em painel, combinações dos dois modelos supracitados nos quais os mesmos consumidores são avaliados ao longo do tempo em diferentes áreas da cidade (SMALL; VERHOEF, 2007).

Segundo Zhang (2004) os modelos agregados foram considerados inapropriados para a modelagem da demanda de transporte urbano por não conseguirem testar algumas políticas relacionadas aos transportes e pela complexidade do sistema de transportes *per se*.

Os modelos tradicionais de transporte urbano, projetados para prever o efeito de mudanças de longo prazo na demanda por transporte em sistemas estáticos decorrentes principalmente de mudanças demográficos já eram considerados insuficientes por Mcfadden em 1975. Segundo o autor, a teoria tradicional do comportamento do consumidor apresenta-se insuficiente em escolhas com caráter intrinsecamente discretas, como na demanda por transportes. Para Mcfadden (1975), além do caráter discreto de escolhas, a demanda por transportes apresenta mais duas características que requerem alternativas ao modelo tradicional de escolha do consumidor. A primeira delas é de que a viagem é geralmente um meio para um fim ao consumidor, desta forma é necessário analisar não somente a escolha de transporte mas também os motivos que levaram ao transporte *per se*. Assim, os modelos devem incluir a análise das decisões de produção e consumo de cada

residência específica e a agregação torna-se prejudicada. Já o segundo aspecto, reforçando a posição de [Zhang \(2004\)](#), é a extrema complexidade de decisões de transportes disponíveis, que incluem a escolha do modal, frequência, destino, horário de viagem, motivo da viagem entre outras.

Quanto à eficácia do modelo, [Mcfadden \(1975\)](#) afirma que ela depende que o mesmo seja causal, relacionando diretamente os atributos do sistema de transporte com as decisões do indivíduo. Além disso, o modelo deve ser flexível, permitindo a adição e modificação sem grandes necessidades de coletas de dados adicionais. Deve também ser transferível de uma realidade urbana para outra, sem grandes custos de adaptação. Por fim, deve ser eficiente no sentido de ter o máximo de acurácia na previsão em relação aos recursos investidos. Desta forma, o autor propõe o modelo comportamental como a melhor alternativa disponível. O modelo comportamental difere do modelo tradicional no sentido de que ele, nas palavras de [Mcfadden \(1975, p.4, tradução própria\)](#): “representa as decisões que os consumidores fazem quando confrontados com escolhas alternativas”. Neste sentido, o modelo deve buscar identificar as relações causais entre as características socioeconômicas dos indivíduos e do sistema de transporte por um lado, e a decisão de viagem pelo outro. O modelo deve portanto identificar como, a partir das variáveis escolhidas, o consumidor decide entre uma ou outra alternativa de viagem.

A modelagem das decisões associadas ao transporte não se limita à escolha entre um ou outro modal (carro ou ônibus por exemplo) mas pode incluir uma variedade de escolhas. Entre as demais escolhas tradicionalmente encontradas na literatura estão a escolha de fazer ou não a viagem, onde e quando viajar e qual rota tomar. A escolha de transporte pode ainda motivar a propriedade ou não de um veículo automotor, a escolha do local de residência, de trabalho, locais de estacionamento, duração da atividade a ser realizada entre outras ([SMALL; VERHOEF, 2007; MCFADDEN, 1975; TSEKERIS; VOGIATZOGLU, 2010](#)).

A complexidade da demanda por transportes é resultante de seu processo decisório de caráter hierárquico multidimensional. Os indivíduos se confrontam com diversas escolhas simultâneas, e um modelo único que incluía todas as variáveis citadas no parágrafo anterior torna-se extremamente difícil de ser elaborado. Portanto, duas formas principais de fatorar o processo de tomada de decisão nos transportes foram elaboradas no passar dos anos: a abordagem baseada em viagens e a abordagem baseada em atividades. Na abordagem em viagens, adota-se um modelo no qual cada viagem é tratada como elemento de estudo, e as diferenças entre os indivíduos são virtualmente ignoradas. Na abordagem por atividades, considera-se que a demanda por transportes é uma demanda derivada, ou seja, é um meio para um fim. A viagem é gerada para ligar duas atividades ([ZHANG, 2004](#)).

Ben-Akiva e Bierlaire (1999) resalta que as mais importantes decisões de viagem de curto prazo incluem a escolha do destino (para viagens não relacionadas ao trabalho), escolha do modal de transporte, escolha do horário de partida e a escolha da rota. O autor comenta ainda que embora sejam decisões de curto prazo, são condicionadas à decisões de mobilidade de longo prazo, como a propriedade ou não de um veículo automotor ou escolha de local de residência.

O caráter essencialmente discreto das decisões de transporte trazem dificuldades empíricas consideráveis. No caso de um estudo cross-section em diversas regiões de uma cidade pode ocorrer casos de ocorrências nulas de viagem entre regiões específicas, prejudicando os resultados do modelo. Para incluir a questão do caráter discreto de escolhas, a grande maioria dos modelos de demanda de transporte comportamental utiliza de modelos de escolha discreta (SMALL; VERHOEF, 2007).

O modelo mais utilizado, proposto por Mcfadden (1975) é o chamado RUM (*Random utility model*). A partir deste modelo diversas formas funcionais de escolha discreta são encontradas na literatura, tais como Logit, Probit, Nested Logit, Valor extremo generalizado (GEV) entre outras (SMALL; VERHOEF, 2007; BEN-AKIVA; BIERLAIRE, 1999).

Por fim, é importante notar que as variáveis incluídas nos modelos de demanda por transporte urbano variam consideravelmente entre os autores. Variáveis como o tempo de viagem do automóvel em um trecho específico ou a lotação de um ônibus podem ser consideradas como endógenas ao modelo, dadas pela interação entre as escolhas dos diversos agentes envolvidos e o próprio ambiente. Já fatores sócio-econômicos são via de regra considerados exógenos. Decisões de local de moradia e propriedade ou não de veículos automotores são tratadas tanto de forma exógena como sendo funções das escolhas dos agentes, dependendo dos objetivos do elaborador do modelo.

1.2 Complexidade e modelos computacionais baseados em agentes

Modelos computacionais baseados em agentes são uma forma de simulação que possui aplicação prática nas Ciências Sociais, incluindo as Ciências Econômicas. Uma de suas características é a existência de muitos agentes que interagem com mínimo ou inexistente controle central. Desta forma, mesmo simulações compostas de agentes extremamente simples podem ter resultados complexos e contra-intuitivos.

Segundo Axelrod (2005, p.6), o objetivo da simulação baseada em agentes é enriquecer o entendimento de processos importantes que aparecem repetidamente nos estudos sociais, e não necessariamente busca obter uma representação exata de alguma evidência empírica. Para isso, o autor postula a aplicação do princípio KISS (Do inglês, *Keep it simple Stupid*), argumentando que a simulação baseada em agentes deve buscar sempre a simplicidade. De acordo com o autor, a complexidade deve estar sobretudo nos resulta-

dos, já que a simplicidade nos pressupostos permite o melhor entendimento dos processos que ocorreram no modelo.

Modelos computacionais baseados em agentes podem se diferenciar, fundamentalmente, com respeito às características individuais dos agentes, forma como interagem entre si, interação com o ambiente. Entre os aspectos positivos deste tipo de modelagem, incluem-se a multiplicidade e heterogeneidade de agentes e espaços, não-linearidade e a análise dinâmica e espacial. Desta forma é possível elaborar sistemas nos quais o resultado é originado em comportamentos de agentes autônomos que interagem entre si ou com pouca coordenação central, a chamada abordagem de-baixo-para-cima (*bottom-up approach*) (FURTADO, 2011, p.9).

A fim de elaborar um modelo computacional baseado em agentes, deve-se basear em algum tipo de estrutura de forma a identificar, modelar e programar o modelo. É importante notar, conforme MACAL e NORTH (2010), que estes modelos podem ser desde pequenos e elegantes, nos quais o pesquisador busca obter *insights* do funcionamento de um processo maior, até modelos que buscam incluir o máximo possível de detalhes, usando dados detalhados e validáveis e que buscam influenciar políticas e demais aplicações. Para MACAL e NORTH (2010, p.2), um modelo baseado em agentes típico possui três estruturas fundamentais:

1. Um conjunto de agentes, seus atributos e comportamentos;
2. Um conjunto de relacionamentos entre agentes e métodos de interação;
3. O ambiente do modelo, onde os agentes interagem com o ambiente assim como com os demais agentes.

De forma a tornar mais clara a estrutura de um modelo computacional baseado em agentes, far-se-á uma breve conceituação do que são agentes, as estruturas de relacionamento, interação e a metodologia tradicional de simulação.

1.2.1 Agentes

Uma etapa importante na definição dos agentes é determinar sobre qual paradigma comportamental eles serão modelados. O paradigma dominante na modelagem de agentes nas Ciências Sociais é a escolha racional, que traz grandes vantagens na hora de tratar da dedução de teorias. No entanto, a validação empírica deste paradigma está longe de ser unanimidade. A simulação computacional baseada em agentes, por seu caráter de busca de comportamentos que tenha semelhanças com a realidade, permite uma variedade muito maior na elaboração do comportamento dos agentes. Esta flexibilidade comportamental fez com diferentes formas de agentes tenham evoluído na literatura científica para tratar

de problemas específicos e distintos na economia. Quatro origens principais podem ser traçadas para economia computacional baseada em agentes (ACE, do inglês *Agent-based computational economics*), o ramo da simulação baseada em agentes na economia. Cada uma dessas origens deu espaço ao surgimento de formas alternativas de agentes, conforme [Chen \(2012\)](#).

Uma origem importante apontada por [Chen \(2012\)](#) ocorre na busca pela construção e entendimento realista dos mercados, através dos processos de *procurement* em contraponto à figura do leiloeiro Walrasiano. O ACE desenvolveu-se neste ramo através da introdução de modelos descentralizados de mercado. Modelos econômicos com agentes complexos e heterogêneos podem ter sua origem atribuída à modelagem do mercado.

Outra abordagem de modelagem por agentes originou-se no trabalho de Thomas Schelling com o estudo da dinâmica de segregação espacial nas cidades ([SCHELLING, 1969](#)), embora o conceito de Autômato celular (CA, do inglês *Cellular automata*) tenha sido elaborado mais tarde por [Albin](#) (apud [CHEN, 2012](#)). Um autômato celular é um conjunto de agentes situados em uma grade ou rede com formato específico, usualmente uma linha unidimensional ou retângulo bidimensional. Cada agente possui um conjunto de regras de decisão baseadas na rede, que indica como a escolha do agente é determinada pela rede. Observou-se que modelos compostos por agentes que seguissem regras extremamente simples podiam gerar comportamentos e resultados complexos. Isso levou ao surgimento de diversos modelos e estruturas de agentes com ênfase na simplicidade, incluindo os agentes de inteligência zero, inteligência Swarm, agentes quase-inteligentes, agentes de comportamento-aleatório, entre outros.

A abordagem dos torneios econômicos, também considerada por [Chen \(2012\)](#) de origem da teoria dos jogos, adota agentes com complexidade superior ao dos autômatos celulares. Nesse caso os agentes possuem certa capacidade de agir estrategicamente de forma a obter melhores resultados, o que deu origem inicialmente aos agentes programados por humanos que evoluíram posteriormente para os agentes autônomos. Esta abordagem iniciou-se com o torneio promovido por Robert Axelrod da Universidade de Michigan. Neste torneio, pesquisadores e amadores foram convidados a enviar programas de computador com estratégias para um jogo iterado de Dilema do Prisioneiro. Posteriormente tais torneios passaram a incluir estratégias criadas por computador juntamente com as estratégias programadas por humanos.

Enquanto os agentes programados por humanos possuem regras de comportamentos e algoritmos programadas por um pesquisador, os agentes autônomos são regidos por regras geradas por computadores, trazendo resultados de maior amplitude e muitas vezes inesperados. [Chen \(2012, p.10, tradução própria\)](#) ressalta, entretanto, que “é útil indicar que embora o agente autônomo é um importante desenvolvimento na ACE, a linha divisória entre agente autônomo ou não-autônomo não é clara. De fato, ser autônomo ou

não é apenas uma questão de grau. É dependente do grau de autonomia concedida aos agentes”. Como diz o autor, o grau de autonomia dos agentes dependerá dos objetivos do modelo e da forma como ele é elaborado pelo pesquisador.

Em meados dos anos 1990, inicia-se uma tentativa de conciliar a economia experimental com a ACE, utilizando-se de experimentos para calibrar os modelos computacionais. Esta abordagem é fortemente influenciada pela tentativa de elaborar agentes com comportamentos o mais próximo possível do real comportamento humano. Acentua-se aqui a influência dos trabalhos de Herbert Simon sobre a Racionalidade Limitada, em contraponto à Racionalidade Plena. A racionalidade limitada postula que a capacidade dos humanos de formular e resolver problemas complexos é muito pequena quando comparada com os problemas que lhes são apresentados na vida real (SIMON, 1957 apud BARROS, 2010, p.459).

Um dos autores proeminentes na modelagem de agentes com racionalidade limitada é W. Brian Arthur, da Universidade de Stanford. Em um artigo de 1993, ele comenta Arthur (1993, p.2, tradução própria):

Uma importante questão para as ciências econômicas é como construir modelos econômicos que sejam baseados em uma racionalidade humana realista que seja limitada ou restringida. Como um ideal, nós gostaríamos de construir nossos modelos em torno de agentes cuja racionalidade seja limitada exatamente da mesma forma que a racionalidade humana e cujo comportamento decisório replique ou aproxime-se ao comportamento decisório humano. Isso pode ser pedir o impossível, mas o progresso nessa direção ajudaria a dar uma base mais realista à economia

Arthur ainda propôs que a forma de aproximar o comportamento dos agentes ao comportamento humano poderia ser por meio da estatística quanto através de inteligência artificial. De qualquer forma, é necessário que se especifique funções de aprendizado aos agentes que aproximem-se da forma como as pessoas se utilizam da informação para aprimorar suas decisões. Pode-se ainda buscar um agente homogêneo que aproxima-se de um indivíduo representativo da população ou especificar agentes heterogêneos (CHEN, 2012).

1.2.2 Estrutura dos agentes

De forma a elaborar um modelo baseado em agentes é necessário adotar uma estrutura de comportamento dos agentes e de complexidade. A partir de agora adotaremos a abordagem dos agentes autônomos conforme descrito anteriormente. Agentes podem ser descritos como tendo as seguintes características (GILBERT, 2008):

1. Percepção: os agentes percebem o ambiente a sua volta, podendo perceber inclusive a presença de outros agentes nos arredores.

2. Performance: Eles devem possuir um conjunto de comportamentos capazes de serem realizados, como se movimentar dentro do ambiente, se comunicar entre si e realizar ações;
3. Memória: Os agentes possuem memória, na qual são guardados/armazenados os resultados de ações e estados passados;
4. Regras: Os agentes devem possuir um conjunto de regras, heurísticas e estratégias que determinarão qual comportamento seguir, condicionado às suas ações passadas e suas características.

MACAL e NORTH (2010) consideram que os agentes devem possuir uma gama de características no momento de sua elaboração, divididas em características essenciais, presentes na quase totalidade dos modelos, e auxiliares, que dependerão do modelo escolhido. Entre as Características Essenciais estão:

- Modulariedade: O agente deve possuir limites e ser facilmente e individualmente identificável. Não deve ser difícil distinguir se algo é parte do agente, não é parte, ou é um atributo compartilhado entre mais de um agente;
- Autonomia: um agente deve ser autônomo e auto-dirigido, deve funcionar independentemente do ambiente e ter comportamentos influenciados por suas percepções. O agente obtém informação através da interação com outros agentes e com o ambiente. Os comportamentos podem variar desde regras simples à redes neurais, programação genética e outros mecanismos adaptativos;
- Estado: O agente possui um estado que varia com o tempo e que representa as principais variáveis associadas com sua situação momentânea. O estado do agente representa um conjunto ou subconjunto de seus atributos, enquanto que o estado do modelo representa uma agregação dos estados de todos os agentes contidos no modelo. Quanto maior a variedade possível de estados, maior a variedade de comportamentos passíveis de se serem adotados pelos agentes e por consequência maior a riqueza do modelo;
- Sociabilidade: o agente é social, com interação dinâmica entre os demais agentes influenciando seu comportamento. Para tal, os agentes devem possuir protocolos de interação com os demais agentes, como movimento, comunicação, limites espaciais entre outros. Devem também reconhecer e distinguir traços dos demais agentes.

Já as características auxiliares são:

- **Adaptatividade:** o agente pode possuir regras ou mecanismos de modificação de comportamento ou aprendizado. Para poder aprender com o comportamento passado o agente deve possuir alguma forma de memória. No caso coletivo, populações de agentes podem possuir mecanismos adaptativos como alguma forma de seleção de agentes mais aptos ou eliminação dos menos adaptados;
- **Objetivo:** O agente pode buscar objetivos, comparar os resultados obtidos e modificar suas respostas e comportamentos no futuro. O autor ressalta que esses objetivos não precisam necessariamente ser o de maximização;
- **Heterogeneidade:** As características e comportamentos dos agentes podem variar tanto em extensão como em sofisticação. A forma como os agentes recebem e interpretam a informação, a capacidade de analisar o comportamento estratégico dos demais agentes e a duração da memória do agente são algumas formas de distinção entre os agentes. É importante notar aqui o distanciamento dos modelos tradicionais com agentes homogêneos.

Para modelar o comportamento dos agentes o pesquisador deve partir de uma teoria do comportamento dos agentes. [MACAL e NORTH \(2010\)](#) cita que o pesquisador pode partir de um modelo normativo no qual os agentes buscam maximizar o lucro, utilidade etc, para desenvolver um modelo comportamental mais simples porém mais próximo da realidade. Pode também partir de um modelo comportamental se há uma teoria comportamental e dados empíricos disponíveis.

1.2.3 Métodos de Aprendizado e interação

A capacidade cognitiva dos agentes, ou a forma de aprendizado que possuem, é um ponto fundamental na distinção dos agentes mais simples ao mais complexos. As três características consideradas fundamentais na distinção dos métodos de aprendizado por [Chen \(2012\)](#) são: memória, percepção e raciocínio.¹

Após modelar os comportamentos e características intrínsecas dos agentes, o próximo passo é modelar a dinâmica de interação entre eles e com o ambiente. Segundo [MACAL e NORTH \(2010\)](#), os dois principais problemas na modelagem da interação entre agentes é especificar quem interage com quem e os mecanismos que ditam essa interação.

A forma como os agentes estão ligados entre si é muitas vezes chamado da topologia do sistema ou conectividade (*connectedness*). Esta topologia descreve quem transfere informação para quem e pode ser na forma de uma grade ou rede de nodos (agentes) e ligações ([MACAL; NORTH, 2010](#)).

¹ Ver [Chen \(2012\)](#) para uma comparação das características entre diferentes tipos de agentes.

Entre as diversas formas de topologia encontradas na literatura é importante citar o *Game of life* de Conway (Ver [Wikipedia \(2013\)](#)), o modelo *Sugarscape* de Epstein e Axtell (Ver [sugarscape \(2013\)](#)), o modelo de sistema de informação geográfica(SIG) entre outros.

1.2.4 Programação do Modelo e Análise dos resultados

[Axelrod \(2005\)](#) ressalta, no caso da programação do modelo, que três objetivos devem ser atingidos: validação, usabilidade, e extensibilidade.

A validação, também chamada pelo autor de “validação interna”, é conseguir que o programa implemente corretamente o modelo e muitas vezes este processo de validação é mais trabalhoso que a programação do modelo *per se*.

Usabilidade é permitir que o pesquisador e futuros utilizadores do modelo entendam seus resultados e como os mesmos foram obtidos.

Outro objetivo importante na programação do modelo é permitir que usuários futuros do modelo possam adaptá-lo ou mesmo melhorarem o modelo. Assim, o pesquisador deve pensar enquanto elabora o modelo nas possíveis variações ou extensões ao modelo e documentá-las, de forma a melhorar a usabilidade do modelo para futuros usuários..

A programação do modelo pode se dar de várias formas. A forma mais direta é a utilização de uma linguagem de programação, geralmente orientada a objeto, como Java, C++ ou mesmo a Visual Basic (incluída no pacote MS Office).² Um caminho diferente para programar um modelo baseado em agentes é utilizar bibliotecas de programas ou estruturas, muito mais acessíveis para pesquisadores com pouca familiaridade em programação e que já possuem embutidas diversas ferramentas interessantes para o elaborador do modelo. Entre essas bibliotecas [Gilbert \(2008\)](#) cita *Swarm*, *Repast*, *Mason* e *Netlogo*.

O passo seguinte na simulação é analisar os resultados do modelo. Até simulações com agentes extremamente simples podem gerar enorme quantidade de dados e de difícil entendimento. Outra dificuldade é que os resultados são geralmente dependentes do caminho escolhido, e para entendê-los é necessário entender os detalhes da história por traz do modelo ([AXELROD, 2005](#)). A análise dos resultados deve, portanto, conter uma descrição da história por trás deles, tentando identificar a dinâmica do modelo. Além disso, como os modelos geralmente incluem variáveis aleatórias em sua formulação, o modelo deve ser repetido uma quantidade de vezes suficiente para verificar se as conclusões são típicas do modelo e não simplesmente obras do acaso.

²Além da linguagem orientada a objetos, [Gilbert \(2008\)](#) cita sistemas de regras de produção e redes neurais como demais formas de formular estruturas de modelos baseados em agentes.

1.3 Modelos computacionais baseados em agentes aplicados aos transportes

Diversos autores buscaram modelar a demanda por transportes através da abordagem computacional baseada em agentes, tanto em trabalhos com foco específico nos transportes (ZHU; LEVINSON; ZHANG, 2007), como em trabalhos que consideram os determinantes de transporte como parte da alocação espacial de residências e indústrias (TSEKERIS; VOGIATZOGLU, 2010). A vantagem da abordagem computacional baseada em agentes como já foi tratado acima é a busca de uma representação mais próxima da realidade de tomada de decisão dos agentes e a possibilidade da emergência de comportamentos não identificados previamente pelo elaborador do modelo.

Zhang (2004) comenta que a primeira etapa para o uso de modelos computacionais baseados em agentes no estudo dos transportes é a definição dos agentes e as características de cada agente. Regras de comportamento também devem ser elaboradas para tornar o modelo útil para a previsão de transportes. Ao final o sistema deve evoluir para algum padrão, do qual informações podem ser extraídas e comparadas com a realidade. O autor propõe um modelo com o objetivo demonstrar que regras simples de comportamento dos agentes são capazes de solucionar com eficácia problemas complexos de transportes, como a distribuição de viagens e trânsito.

O modelo proposto por Zhang (2004) é composto por três agentes: viajantes, nodos e arcos. O objetivo de cada viajante é encontrar uma atividade e chegar até ela com menor custo possível. Os viajantes viajam para cada nodo, onde as atividades se localizam. Em cada rodada, eles viajam de um nodo para outro através dos arcos e decidem se aceitam ou não as atividades oferecidas pelo nodo conforme uma regra de decisão. Em cada viagem, os viajantes aprendem os custos de cada arco e ao longo da busca pelas atividades criam uma memória dos custos de viagem entre cada nodo. A função dos nodos não é limitada em ser o local onde se encontram as atividades procuradas pelos viajantes. Eles também possuem uma memória do custo de viagens entre os demais nodos, uma espécie de “conhecimento coletivo” (ZHANG, 2004, p 30, tradução própria) adquirido pelos viajantes que ali passaram. Desta forma, os nodos possuem dois objetivos principais, a saber, aprender sobre os caminhos de viagem mais curtos para os demais nodos, ou distribuir essa informação de volta aos viajantes de acordo com qual conhecimento é superior.

As escolhas dos agentes no modelo dependem de $P_{s,d}$, a probabilidade de um viajante vindo do nodo de oferta s ir para o nodo de demanda d , que por sua vez depende de uma variedade de características de cada agente (ω), o número de oportunidades no nodo atual (b_i), o número de oportunidades em cada nodo de demanda (b_d), a qualidade das oportunidades (Q) e a facilidade de alcançar as oportunidades (A), conforme a fórmula

abaixo:

$$P = f(\Omega, b_i, b_d, Q, A) \quad (1.1)$$

O autor adota uma fórmula funcional simples para f , chegando nas seguintes equações para $P_{s,d}$:

$$P_{s,d} = 0 \quad s = d \quad (1.2)$$

$$P_{s,d} = \frac{b_d}{\beta S_i + \sum b_d} \quad , \text{ se } s \neq d \text{ e } d \neq i \quad (1.3)$$

$$P_{s,d} = \frac{\beta b_d}{\beta S_i + \sum b_d} \quad , \text{ se } s \neq d \text{ e } d = i \quad (1.4)$$

A equação (1.2) evita que o viajante volte para o nodo da rodada anterior. A equação (1.3) dá a probabilidade do viajante vindo do nodo s ir para o nodo d e é proporcional ao número de oportunidades no nodo d . Enquanto a eq (1.4) traz a probabilidade do viajante se satisfazer com as oportunidades do nodo i e abandonar o processo de procura. β é um parâmetro de proporcionalidade que deve ser calibrado usando dados de extensão das viagens, um valor baixo (alto) indica que o viajante terá que viajar mais (menos) tempo em média para encontrar uma atividade pois ele está menos (mais) sujeito à aceitar as oportunidades no nodo atual. Já os arcos possuem uma função de custo c dependente da capacidade (C), extensão (l), velocidade sem tráfego (v_f), fluxo (q) e outros custos (O):

$$c = g(C, l, v_f, q, O) \quad (1.5)$$

As formas de interação são simples no modelo de Zhang (2004) e incluem a obtenção da informação de custos dos arcos pelos viajantes, orientação de mudança de direção dos nodos para os viajantes, troca de informação de oportunidades entre os nodos e a atualização do fluxo de viajantes pelos arcos conforme as decisões tomadas por eles. O autor ainda inclui um método de aprendizado simples, no qual cada agente e o nodo i em que se encontra trocam informações sobre os custos dos demais nodos i' , e o agente que souber o caminho mais curto transfere a informação para o outro. Para Zhang (2004), o modelo por ele desenvolvido expande a aplicação de modelos computacionais baseado em agentes além do escopo da estimação de demanda origem-destino para o estudo do tráfego em si. Segundo ele, modelos computacionais complexos baseados em agentes, abrangendo sistemas completos de previsão de tráfego podem vir a ser desenvolvidos em trabalhos subsequentes.

Outro modelo baseado em agentes específico para os transportes foi proposto por Takama e Preston (2008) no qual o autor utilizou um modelo de escolha discreta inte-

grado à um modelo de agentes, chamado pelo autor de modelagem estocástica baseada em agentes. O modelo é composto por quatro sub-módulos: (1) Um modelo misto multinomial logit para a escolha do modal; (2) modelo logit binário para escolha do local de estacionamento; (3) Modelo de fila de Markov para o sistema de estacionamento (parking network) e (4) um jogo de minoria para a congestão no estacionamento e aprendizado.

No modelo de [Takama e Preston \(2008\)](#), aplicado à escolha dos viajantes em um parque nacional na Inglaterra, os fatores determinísticos escolhidos foram a tarifa de estacionamento (parking fee), tarifa do ônibus (bus fare), pedágio (toll fee), distância (interspace) entre dois ônibus (headway), o tempo de procura por uma vaga de estacionamento e a distância a ser percorrida a pé entre a vaga e o parque (search and walk). Assim, os viajantes do modelo se deparam com três escolhas discretas: ir de carro para o parque (auto), ir de ônibus para o parque (bus) ou não ir ao parque (cancel). O modelo multinomial logit dá a probabilidade de escolha entre cada opção. O autor adota um modelo multinomial logit com distribuição de probabilidade normal e as funções de utilidade “best-fitted” foram:

$$\text{auto} : V_i^A = \alpha^{Auto} + \beta^{cost}(\text{Toll} + \text{Parking fee}) + \beta^{time}(\text{SearchandWalk}) \quad (1.6)$$

$$\text{bus} : V_i^B = \beta^{cost}(\text{Toll} + \text{Parkingfee}) + \beta^{time}(\text{Headway}) \quad (1.7)$$

$$\text{cancel} : V_i^C = \alpha^{Cancel} \quad (1.8)$$

na qual a forma logística do modelo para a escolha da opção Auto é (o processo para as demais é similar):

$$P(\text{auto}) = \frac{\exp(U_i^A)}{\exp(U_i^A) + \exp(U_i^B) + \exp(U_i^C)} \quad (1.9)$$

e U_i é a utilidade não observável usual apresentada por [Mcfadden \(1975\)](#) incluindo um termo de erro aleatório:

$$U_i = V_i + \epsilon \quad (1.10)$$

Embora o modelo misto multinomial logit proposto por [Takama e Preston \(2008\)](#) na equação (1.10) tenha caráter desagregado assim como no modelo baseado em agente, ele se torna viesado e difere substancialmente dos resultados do segundo caso os efeitos de interação sejam substanciais. Isso ocorre pois os modelos de escolha discreta tradicionais se baseiam nas premissas de racionalidade total e maximização dos modelos neo-clássicos

tradicionais e na premissa de que “the summation of local optima forms a general optimum” (TAKAMA, 2005, p.23).

Em outro trabalho, Tsekeris e Vogiatzoglou (2010, p.13) propõe um modelo multi-regional de localização residencial e industrial envolvendo diversos setores produtivos, regiões e tipos de agentes, como domicílios, firmas, municípios e um governo central. O modelo inclui representação de conexões entre as regiões, como estradas, com topologia e distribuição específica. Além disso, inclui fluxos circulares tanto de produtos como de pessoas entre as regiões. Como parte da decisão de localização, o autor utiliza uma abordagem computacional baseada em agentes na qual o equilíbrio na escolha das rotas de viagem é atingido se nenhum viajante possui incentivos de mudar a rota, dada a informação disponível e o valor do tempo. Deste modo, é dada uma percepção de valor monetário para o tempo de viagem. As propeções de escolhas entre as diferentes rotas é dada mais uma vez por um modelo de escolha multinomial logit.

Bazzan et al. (2000) também formula um modelo baseado em agentes aplicado aos transportes. Neste modelo, um grupo de viajantes quer se deslocar de Casa para o Trabalho e podem optar por duas rotas, A e B, que possuem basicamente a mesma capacidade e tempo de viagem. Como os agentes não possuem informações sobre o tempo de viagem na rota alternativa, eles devem basear sua escolha na memória de suas decisões passadas. Os autores então introduzem o conceito de personalidade dos agentes, ou seja, conjuntos de estratégias específicos para cada agente. Os agentes então escolhem aleatoriamente entre as estratégias incluídas em sua personalidade.

As abordagens de Bazzan et al. (2000) e Takama (2005) mostram que o modelo multinomial logit pode ser modificado para representar mais fielmente as escolhas reais dos agentes. Enquanto os autores se utilizaram do jogo de minoria como alternativa metodológica, neste trabalho usar-se-á modelos com externalidades de rede inspirados em estratégias de modelagem oriundas da mecânica estatística.

2 Estrutura Analítica do Modelo Proposto

O presente capítulo apresenta a estrutura do modelo de escolha discreta em rede (i.e., com motivação social) que será utilizado para representar o processo de interação estratégica entre usuários de transporte rodoviário que buscam adaptativamente a melhor combinação de modal (transporte coletivo por ônibus *versus* transporte individual por automóvel) e horário de partida em um ambiente que coevolui com suas escolhas ao longo do tempo. Para tanto, na seção 2.1 serão expostos conceitos da teoria da escolha discreta que fundamentam a construção do referido modelo. Em seguida, na seção 2.2 será apresentado um modelo de tomada de decisão individual com campo de escolha finito sujeito à externalidades de redes. Na última seção, usando a estrutura formal apresentada na seção 2.2, especificar-se-á os componentes das funções utilidades dos usuários que caracterizam suas preferências sobre o campo de escolha discreto, que darão fechamento ao modelo computacional baseado em agentes proposto, cujas propriedades dinâmicas serão analisadas via simulações computacionais no próximo capítulo.

2.1 Caracterização da tomada de decisão individual com campo de escolha finito e utilidade aleatória

Considere um agente i que deve escolher uma entre quatro alternativas mutuamente excludentes, denotadas por 1, 2, 3 e 4. Seja $\sigma_i \in \{1, 2, 3, 4\}$ a escolha do agente i em um dado momento. Como será visto posteriormente em detalhes, tais escolhas representarão decisões relativas às estratégias de escolha de modal de transporte e horário de saída por parte de trabalhadores se deslocando entre suas casas e o local de trabalho por uma via única (i.e., uma ponte) os quais se depararão com as seguintes alternativas : deslocar-se de automóvel no horário I ($\sigma_i = 1$), deslocar-se de automóvel no horário II ($\sigma_i = 2$), deslocar-se de ônibus no horário I ($\sigma_i = 3$) ou deslocar-se de ônibus no horário II ($\sigma_i = 4$).

A escolha dos agentes depende das preferências de cada um, representadas no contexto econômico por suas funções de utilidade. Como destaca TRAIN (2003), estas preferências dependem de *motivações observáveis* da alternativa σ_i , que podem ser atributos observáveis da alternativa (como preço da tarifa, distância entre o ponto de ônibus e a casa do agente, preço do combustível etc.) ou do próprio tomador de decisão (restrição orçamentária, propriedade de veículo etc.). As preferências dos agentes também dependem de motivações oriundas das características idiossincráticas dos agentes, as *mo-*

tivações não observáveis, que por não serem determinísticas tornam a tomada de decisão do agente um fenômeno estocástico do ponto de vista do elaborador do modelo.

Na literatura de modelos de escolhas discretas (*cf.* TRAIN (2003), Ben-Akiva e Bierlaire (1999)) o caráter probabilístico da escolha dos agentes é tratado separando o componente determinístico do termo aleatório na decisão de escolha, através da seguinte forma aditiva da função utilidade:

$$\mathcal{U}(\sigma_i) = \mathcal{U}^d(\sigma_i) + \varepsilon(\sigma_i), \quad (2.1)$$

na qual $\mathcal{U}^d(\sigma_i)$ representa o componente determinístico da utilidade, associado às motivações observáveis, e $\varepsilon(\sigma_i)$ o componente aleatório, associado às motivações não observáveis.

Nos modelos de escolha discreta o termo $\mathcal{U}^d(\sigma_i)$ depende tipicamente, como já destacado, de atributos observáveis da alternativa σ_i , sendo portanto, como destaca Silva (2012, p.23), uma função comum a todos os agentes sujeitos ao mesmo campo de escolha e ambiente estratégico. Por outro lado, a variável aleatória $\varepsilon(\sigma_i)$ representa os aspectos idiossincráticos de origem subjetiva que afetam a ordenação de preferências do agente, ou seja, $\varepsilon(\sigma_i)$. Portanto, é este termo que torna a tomada de decisão individual um fenômeno aleatório.

Definidos o campo de escolha e a função utilidade do agente, podemos tratar da sua tomada de decisão propriamente dita. Supondo-se que o agente i é um maximizador de utilidade, a alternativa $\sigma_i \in \{1, 2, 3, 4\}$ será uma escolha ótima se

$$\mathcal{U}(\sigma_i) \geq \mathcal{U}(\sigma'_i), \forall \sigma'_i \in \{1, 2, 3, 4\}. \quad (2.2)$$

Usando-se (2.1), o critério de escolha (2.2) pode ser reescrito como segue:

$$\mathcal{U}^d(\sigma_i) - \mathcal{U}^d(\sigma'_i) \geq \varepsilon(\sigma'_i) - \varepsilon(\sigma_i), \forall \sigma'_i \in \{1, 2, 3, 4\}. \quad (2.3)$$

Em outros termos, a opção σ_i será uma escolha ótima para o i -ésimo agente caso o benefício líquido (a diferença entre a utilidade observável obtida na estratégia escolhida e a utilidade observável possível nas demais estratégias) da parcela observável da função utilidade relacionada a esta escolha, dado por $\mathcal{U}^d(\sigma_i) - \mathcal{U}^d(\sigma'_i)$, não seja inferior ao benefício líquido não observado que os agentes associam às demais escolhas $\sigma'_i \in \{1, 2, 3, 4\}$.

Desta forma, mesmo que a utilidade observada de uma estratégia σ_i seja maior que as utilidades observadas das demais (três) estratégias, não segue necessariamente que a estratégia σ_i será escolhida pelo agente i , pois os benefícios não observáveis de pelo menos uma das outras três estratégias podem ser de tal maneira compensadores de forma que a torne mais atrativa do que a estratégia σ_i . Logo, devido ao componente aleatório presente na decisão do i -ésimo agente, pode-se apenas estabelecer a probabilidade com que este

agente escolhe a estratégia $\sigma_i \in \{1, 2, 3, 4\}$. Esta probabilidade, dadas as desigualdades (2.2) e (2.3), pode ser expressa como segue:

$$\begin{aligned} Prob(\sigma_i) &= Prob\left(\mathcal{U}(\sigma_i) \geq \mathcal{U}(\sigma'_i) \forall \sigma'_i\right), \\ &= Prob\left(\varepsilon(\sigma'_i) - \varepsilon(\sigma_i) \leq \mathcal{U}^d(\sigma_i) - \mathcal{U}^d(\sigma'_i) \forall \sigma'_i\right), \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} I\left[\varepsilon(\sigma'_i) - \varepsilon(\sigma_i) \leq \mathcal{U}^d(\sigma_i) - \mathcal{U}^d(\sigma'_i) \forall \sigma'_i\right] f(\vec{\varepsilon}_i) d\vec{\varepsilon}_i, \end{aligned} \quad (2.4)$$

sendo $f(\vec{\varepsilon}_i)$ a função densidade de probabilidade conjunta do vetor de variáveis aleatórias $\vec{\varepsilon}_i = (\varepsilon(\sigma_i = 1), \varepsilon(\sigma_i = 2), \varepsilon(\sigma_i = 3), \varepsilon(\sigma_i = 4))$ e $I[\cdot]$ uma função indicadora, igual a 1 se a desigualdade entre colchetes for verdadeira e zero caso contrário.

A função (2.4) é uma função de distribuição acumulada do componente aleatório da função utilidade (2.1). Esta função não indica, *a priori*, qual será de fato a escolha assumida pelo agente, mas somente a sua *propensão à escolha da estratégia* $\sigma_i \in \{1, 2, 3, 4\}$. No entanto, pode-se afirmar que à medida que o diferencial dos benefícios observados à favor desta alternativa aumentam, aumenta também a propensão à escolha da estratégia σ_i . Logo, as motivações não observáveis de caráter idiossincrático tendem a perder importância quanto maior for este diferencial observado.

Como TRAIN (2003) destaca, diferentes modelos de escolha discreta são gerados a partir de distintas especificações de $f(\vec{\varepsilon}_i)$. A especificação mais simples e amplamente usada, segundo o citado autor, é a que desemboca no modelo *logit*.¹ O modelo Logit é estruturado supondo-se que os componentes aleatórios da função utilidade (2.1) associados às alternativas $\{1, 2, 3, 4\}$ são variáveis aleatórias *independentes* e com a mesma *distribuição de probabilidades de valores extremos*, cuja função densidade de probabilidades para cada componente aleatório $\varepsilon(\sigma_i)$ é uma distribuição do tipo Gumbel (ou de valor extremo tipo I), dada por Silva (2012, p.26):²

$$f(\varepsilon(\sigma_i)) = \beta e^{-\beta\varepsilon(\sigma_i)} e^{-e^{-\beta\varepsilon(\sigma_i)}}, \quad (2.5)$$

sendo $\beta > 0$ uma constante real.

A função de distribuição acumulada associada à função (2.5) é dada por:

$$F(\varepsilon(\sigma_i)) = e^{-e^{-\beta\varepsilon(\sigma_i)}}. \quad (2.6)$$

¹Outras especificações possíveis encontradas na literatura incluem Probit, nested logit, GEV entre outras. Além de TRAIN (2003), ver Ben-Akiva e Bierlaire (1999) e Small e Verhoef (2007) para mais detalhes.

²TRAIN (2003) toma $\beta = 1$, mas esta normalização não é imprescindível e aqui usaremos um $\beta > 0$ qualquer.

Com base em (2.5) e (2.6), a integral (2.4) torna-se a conhecida função de distribuição acumulada logística:

$$\begin{aligned} Prob(\sigma_i) &= \frac{e^{\beta U^d(\sigma_i)}}{e^{\beta U^d(\sigma_i)} + e^{\beta U^d(\sigma'_i)} + e^{\beta U^d(\sigma''_i)} + e^{\beta U^d(\sigma'''_i)}}, \\ &= \frac{1}{1 + e^{-\beta[U^d(\sigma_i) - U^d(\sigma'_i)]} + e^{-\beta[U^d(\sigma_i) - U^d(\sigma''_i)]} + e^{-\beta[U^d(\sigma_i) - U^d(\sigma'''_i)]}}, \end{aligned} \quad (2.7)$$

na qual $\sigma_i, \sigma'_i, \sigma''_i$ e σ'''_i representam quatro alternativas distintas.

Quanto ao parâmetro β , FREITAS (2003) sugere que como (2.7) é estritamente crescente em β , quanto menor for o valor assumido por este parâmetro, *ceteris paribus*, maior será o peso dos incentivos não observáveis sobre a propensão à escolha da alternativa σ_i pelo agente, ou seja, mais aleatória será a decisão do agente i do ponto de vista do observador. Formalmente, quando $\beta \rightarrow 0$ ter-se-á $Prob(\sigma_i) \rightarrow \frac{1}{4}$, ou seja, as propensões de cada escolha tornam-se iguais, independentemente dos valores observados das utilidades determinísticas. De forma análoga, *ceteris paribus*, quando $\beta \rightarrow \infty$ ter-se-á $Prob(\sigma_i) \rightarrow 1$ caso $U^d(\sigma_i) > U^d(\sigma'_i), \forall \sigma'_i \neq \sigma_i$, ou seja, a escolha da alternativa dar-se-á quase que exclusivamente pelo componente determinístico da utilidade caso β torne-se suficientemente grande.

2.2 Caracterização da tomada de decisão individual com campo de escolha finito, utilidade aleatória e externalidades de rede

Na seção anterior tratou-se da escolha individual de um agente i sem levar em consideração, explicitamente, o efeito desta decisão sobre as decisões de outros agentes inseridos no mesmo ambiente estratégico e sujeitos ao mesmo campo de escolha do agente i . Em outras palavras, a estrutura de interação entre os agentes, que pode gerar externalidades de rede, não foi explicitamente formalizada. Takama e Preston (2008, p.1) comentam que embora a modelagem de transportes pela análise de escolha discreta convencional possua a vantagem de simplicidade, vieses podem surgir devido ao negligenciamento dos efeitos de interação. Enquanto o autor propõe um modelo de minority game para reduzir os riscos de *oversimplification*, utilizar-se-á um modelo de escolha social com externalidades de rede a ser apresentado na próxima seção.

No modelo a ser apresentado na subseção 2.3, o sistema é composto por N agentes que buscam maximizar sua utilidade no deslocamento diário ao seu local de trabalho, os quais se deparam com quatro estratégias distintas incluindo escolha do modal de transporte e horário de saída. A utilidade de cada agente, entretanto, depende das escolhas feitas simultaneamente³ pelos demais, que resultará no tempo de viagem e na lotação que

³Ou seja, cada agente não sabe *a priori* a decisão tomada pelos demais. Poder-se-ia questionar se

se depararão os usuários de ônibus. Ou seja, o modelo inclui externalidades de rede nas decisões de cada agente.

Uma forma de estrutura analítica que inclui as externalidades de rede em modelos de escolha discreta foi proposta por DURLAUF (1977) e BROCK e DURLAUF (2001). Nela se utiliza modelos de Mecânica Estatística que são particularmente úteis na análise de fenômenos socioeconômicos nos quais a estrutura de interação é relevante e deve ser considerada de forma explícita. Enquanto os autores citados exemplificam este uso mostrando a analogia da aplicação ao modelo de escolha binária com o conhecido *modelo de Ising* da Física Estatística, usar-se-á a estrutura formal do *modelo de Potts* da Física Estatística, o qual é uma generalização do modelo de Ising para um número finito qualquer de estados de um *spin* ou, de forma equivalente, de estados de um agente no contexto econômico.

Procedendo-se à formalização do modelo conforme o método de DURLAUF (1977) e BROCK e DURLAUF (2001), acrescentar-se-á um terceiro componente à função utilidade (2.1). Este terceiro componente é baseado no princípio de que um ambiente de interação estratégica cada agente considera o comportamento predominante de outros agentes, a chamada *vizinhança social*, e buscam se adaptar à ele. Podemos definir a vizinhança do agente i , denotada por n_i , como o conjunto de agentes cujos comportamentos são observados pelo i -ésimo agente e que, em vista disso, influenciam de alguma forma sua tomada de decisão. Esta vizinhança, por sua vez, poderá limitar-se um subconjunto da população (vizinhança local) ou incluir a população como um todo (vizinhança global). No caso do modelo aplicado aos transportes, a externalidade de rede será global, ou seja, a vizinhança de cada agente será global no sentido dado anteriormente.

Com a inclusão de efeitos de vizinhança, ou seja, de externalidades de rede, as escolhas de cada um dos N agentes da população passam a ser afetadas por motivações sociais, ou seja, pelas escolhas dos demais. O trânsito em uma determinada via depende das escolhas de centenas ou mesmos milhares de motoristas, que possuem pouco ou nenhum controle sobre as escolhas dos demais. Assim, em termos do modelo de escolha discreta exposto na subseção 2.1, pode-se afirmar que a proposta de DURLAUF (1977) é de acrescentar externalidades de rede como um incentivo observável, levando à seguinte decomposição da utilidade determinística:

$$\mathcal{U}^d(\sigma_i) = \alpha \mathcal{U}^p(\sigma_i) + \mathcal{U}^s(\sigma_i, \vec{\sigma}_i^e), \quad (2.8)$$

sendo $\alpha > 0$ uma constante paramétrica que mede o peso relativo da *utilidade privada determinística* $\mathcal{U}^p(\cdot)$, a qual representa todos os incentivos observáveis, exceto as externalidades de rede, e $\mathcal{U}^s(\cdot)$ a *utilidade social determinística*, a qual representa o efeito das

agentes que escolhem pelo segundo horário de viagem não teriam como saber se parte dos viajantes já se deslocaram, mas como não podem voltar no tempo, sua escolha fica limitada como se tivesse sido feita de forma simultânea.

externalidades de rede. Em termos econométricos, conforme [Greene \(2003\)](#), a inclusão da utilidade social é equivalente à eliminação da autocorrelação pela inclusão de uma variável oculta. Cabe salientar que a utilidade social depende não só da escolha do agente i , mas também das escolhas que este agente espera que seus vizinhos farão, representadas pelo vetor $\vec{\sigma}_i^e \equiv \{\sigma_j^e\}_{j \in n_i}$, com $\sigma_j^e \in \{1, 2, 3, 4\}$.

Inserindo (2.8) em (2.1), obtem-se diretamente a nova expressão para a utilidade do agente i associada à escolha σ_i :

$$\mathcal{U}(\sigma_i) = \alpha \mathcal{U}^p(\sigma_i) + \mathcal{U}^s(\vec{\sigma}_i) + \varepsilon(\sigma_i). \quad (2.9)$$

A partir desta nova função utilidade e utilizando-se a mesma linha de raciocínio desenvolvida na subseção 2.1, chega-se à propensão à escolha da alternativa σ_i , dada em (2.7), na qual $U^d(\cdot)$ é dada por (2.8).

2.3 Especificação do modelo de escolha simultânea de modal de transporte e horário de saída com campo de escolha finita e externalidades de rede

Considerar-se-á um sistema de transporte com N agentes. Por simplicidade, supõe-se que cada agente possui um automóvel e cada um destes veículos poderá ser utilizado para transportar somente seu dono, ou seja, exclui-se, por hipótese, a possibilidade de carona. Alternativamente, cada agente pode deixar seu carro em casa e utilizar o transporte coletivo, composto por O ônibus, cada um com capacidade de levar P passageiros. Assim, o limite de capacidade do sistema de transporte coletivo é de OP passageiros. Assumir-se-á que $N \geq OP$.

Obviamente, um determinante relevante da escolha de estratégia de transporte de um agente é o custo monetário privado $c(\sigma_i)$ associado a cada alternativa $\sigma_i \in \{1, 2, 3, 4\}$.⁴ Assumir-se-á que a utilidade privada determinística cai exponencialmente com este custo:

$$\mathcal{U}^p(\sigma_i) = e^{-\gamma c(\sigma_i)}, \quad (2.10)$$

na qual $\gamma > 0$ é uma constante paramétrica que representa a sensibilidade da utilidade privada determinística com relação ao custo da alternativa escolhida pelo indivíduo.

A utilidade determinística de cada agente não depende exclusivamente do custo privado associado à estratégia escolhida, conforme especificado em (2.10), mas também do tempo gasto na viagem e, no caso da opção pelo transporte coletivo, do grau de lotação deste.

⁴No caso do automóvel, fundamentalmente, o custo com combustível e no caso do ônibus a tarifa cobrada

Supondo-se que há um via exclusiva para a circulação dos ônibus, é natural supor que o tempo gasto na viagem por ônibus $\tau_o > 0$ seja constante. Entretanto, o tempo gasto no mesmo trajeto usando um automóvel dependerá do número de agentes que optaram por este meio de transporte. Adaptando ao presente contexto a função tempo de viagem do *Bureau of Public Roads*(BPR) utilizada por Zhang (2004) e Tsekeris e Vogiatzoglou (2010), supor-se-á que o tempo da viagem com um automóvel, denotado por τ_a , aumentará com a fração de automóveis utilizados, ou seja,

$$\tau_a = \tau_o \left[1 + \mu \left(\frac{A}{N} \right)^\delta \right], \quad (2.11)$$

sendo A o número de automóveis utilizados no período t , igual ao número de agentes que decidiram usar o automóvel neste período, $\mu > 0$ e $\delta > 0$ constantes paramétricas.⁵

Para se estabelecer a função utilidade social, resta definir o grau de lotação do sistema de transporte coletivo. O número de agentes que decidem usar o ônibus como meio de transporte em t é dado por $N - A$. Supondo-se, ademais, que os usuários do transporte coletivo são distribuídos uniformemente entre os ônibus, o grau de lotação do transporte coletivo no tempo t pode ser definido como a fração utilizada da capacidade deste sistema de transporte, a saber,

$$L = \frac{N - A}{OP}. \quad (2.12)$$

A partir das funções (2.11) e (2.12), pode-se definir a utilidade social determinística do agente i como segue:

$$\mathcal{U}^s(\sigma_i) = \begin{cases} e^{-\tau_a}, & \text{se } \sigma_i \in \{1, 2\}, \\ e^{-(\theta\tau_o + (1-\theta)L)}, & \text{se } \sigma_i \in \{3, 4\} \end{cases} \quad (2.13)$$

sendo $0 < \theta < 1$ uma constante paramétrica, que dá o peso relativo dado pelo indivíduo ao tempo de viagem. Em suma, se o indivíduo i optar por fazer a viagem de automóvel $\sigma_i \in \{1, 2\}$, sua utilidade social em um dado período será tanto menor quanto maior for o tempo da viagem, o qual cresce com o número de indivíduos que decidem utilizar o automóvel como meio de transporte naquele período. Por sua vez, embora a utilidade social de um indivíduo i que decidiu ir de ônibus $\sigma_i \in \{3, 4\}$ não seja afetada pelo congestionamento,⁶ esta utilidade será afetada pelo número de usuários de automóvel devido ao grau de lotação dos ônibus. Quanto maior o número de indivíduos que decidem fazer a viagem com automóvel próprio, menor o grau de lotação e, portanto, maior o nível de utilidade social dos usuários de ônibus.

Com base em (2.8), (2.10) e (2.13) a utilidade do agente i (2.9) toma a seguinte forma:

$$\mathcal{U}^d(\sigma_i) = \begin{cases} e^{-\gamma c(\sigma_i)} + e^{-\tau_a}, & \text{se } \sigma_i \in \{1, 2\}, \\ e^{-\gamma c(\sigma_i)} + e^{-(\theta\tau_o + (1-\theta)L)}, & \text{se } \sigma_i \in \{3, 4\}. \end{cases} \quad (2.14)$$

⁵Tipicamente $\mu = 0,15$ e $\delta = 4$ conforme Zhang (2004) e Tsekeris e Vogiatzoglou (2010).

⁶Por conta de premissa de existência de uma faixa de circulação exclusiva para ônibus.

Como os indivíduos tomam suas decisões simultaneamente, ou seja, não tem como saber a priori a decisão dos demais, a utilidade poderá variar substancialmente entre os diversos agentes do sistema assim como as escolhas entre as estratégias possíveis. No próximo capítulo é apresentada uma implementação computacional do modelo de escolha de transportes aqui apresentado, bem como analisadas propriedades da dinâmica gerada por este modelo.

3 Propriedades emergentes do modelo

No presente capítulo analisar-se-á, via simulações computacionais, padrões agregados gerados pelo processo evolucionário de escolha de modal (transporte coletivo por ônibus *versus* transporte individual por automóvel) e horário de partida representado pelo modelo computacional em rede apresentado no capítulo anterior.

Para tanto, inicialmente, na seção 3.1 apresentar-se-á uma descrição de como se deu a implementação computacional do modelo. Na seção 3.2 utilizar-se-á dados empíricos para calibrar o modelo computacional. Finalmente, na seção 3.3, serão realizados alguns testes de convergência, apresentadas propriedades agregadas emergentes do modelo computacional calibrado, bem como experimentos computacionais de políticas públicas.

3.1 Implementação Computacional

O modelo de escolha simultânea de modal de transporte e horário de saída com campo de escolha finita e externalidades de rede proposto na seção 2.3 será implementado através do *software* Netlogo. O número de agentes que se deslocam à cada rodada entre suas casas e o trabalho é definido em $N = 30000$. Na linguagem do Netlogo, o que chamamos aqui de agentes são chamados de *turtles*.

Por se tratar de um programa orientado à objeto, computacionalmente adotou-se um espaço dividido em 4 áreas onde cada uma representa uma estratégia, cada área possui a mesma quantidade de *patches*, que na linguagem do Netlogo atuam como agentes.¹ Graficamente, este método assemelha-se à uma forma matricial como visto na Figura 1.

¹Na linguagem Netlogo, tipicamente os agentes são *patches*, *turtles* ou *observer* (observador). No entanto, diferentes tipos de *turtles* podem ser criados utilizando-se o comando *breed*.

Figura 1 – Ambiente estratégico do modelo em Netlogo



Em termos de código, a definição das estratégias é descrita nas linhas 57-68 do código-fonte no Apêndice A, que basicamente cria as formas apresentadas na Figura 1 e faz com que o programa identifique cada *patch* dentro do mesmo quadrante do espaço como uma mesma estratégia representada pela variável *sigma*.

A cada rodada os N agentes se deparam individualmente com o campo de escolha $\{1, 2, 3, 4\}$, conforme descrito na seção 2.3, devendo escolher uma estratégia por rodada. Inicialmente, no tempo $t = 0$, a distribuição dos agentes é feita de forma aleatória, respeitando a proporção de $1/4$ para cada estratégia conforme as linhas 70-91 do código-fonte no Apêndice A.

Ainda em $t = 0$ é feito o cálculo da utilidade privada determinística conforme a equação (2.10), que é constante ao longo de cada simulação para dados valores dos parâmetros γ e $c(\sigma_i)$. Buscou-se adotar valores de $c(\sigma_i)$ que sejam próximos da realidade dos motoristas e usuários de ônibus que utilizam as pontes Pedro Ivo Campos e Colombo Salles, únicas formas terrestres de entrada e saída respectivamente da Ilha de Santa Catarina em Florianópolis. Por se tratar de uma via expressa, considerou-se que os agentes consideram a estratégia $\sigma_i = 1$ como de fluxo reduzido de veículos e, portanto, um consumo de combustível semelhante a trajetos de autoestrada. A partir dos dados do consumo médio de gasolina (QUATRORODAS, 2012) de 7 (sete) carros entre os 10 (dez) mais vendidos no país em 2012 (INMETRO, 2012), e do preço médio da gasolina em janeiro de 2013 na cidade de Florianópolis (PETROLEO-ANP, 2013), chegou-se à um valor de R\$0,203 por quilômetro rodado para o automóvel no horário I ($\sigma_i = 1$). A partir da mesma metodologia, considerou-se que no horário II ($\sigma_i = 2$), os agentes esperam maior trânsito e portanto o consumo médio esperado será o consumo urbano, obtendo um valor de R\$0,240 por quilômetro para C_2 .

Considerou-se que os custos C_3 e C_4 das estratégias $\sigma_i \in \{3, 4\}$ fossem iguais e denotados pela mesmo parâmetro C_o . Para o custo C_o utilizou-se dados de 17 (dezessete) linhas de ônibus que percorrem o trajeto entre o centro da cidade e bairros do continente,

disponíveis no sítio [Florianopolis \(2013\)](#). Assumindo que os passageiros paguem tarifa inteira e que utilizem o trajeto total de cada linha, obtém-se um custo de R\$0,349 por quilômetro rodado de ônibus. Normalizando o custo de cada estratégia em torno do custo da estratégia $\sigma_i = 1$ chega-se ao vetor de valores $(C_1, C_2, C_o) = (1; 1, 18; 1, 72)$.

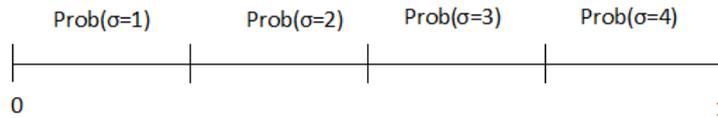
No próximo procedimento é calculado o tempo de viagem (τ_a) das estratégias $\sigma_i \in \{1, 2\}$ conforme a equação (2.11) e o grau de lotação (L) para as estratégias $\sigma_i \in \{3, 4\}$, conforme a equação (2.12)(linhas 148-165 do código-fonte no Apêndice A).

A partir da definição de τ_a e L prossegue-se à determinação da utilidade social determinística a partir da equação (2.13)(linhas 168-180). De posse da utilidade privada e social determinísticas, calcula-se a utilidade total determinística de acordo com a equação (2.14) (linhas 162-188 do código-fonte no Apêndice A).

Após a definição da utilidade determinística, a propensão de escolha para cada estratégia e para todos os agentes na rodada inicial $t = 1$ é determinada pela função (2.7) (linhas 189-207 do código-fonte no Apêndice A). Assim encerra-se a etapa de *setup* do programa (rodada $t = 0$) e inicia-se a etapa *go* para $t \geq 1$.

Em $t = 1$ a escolha efetiva de cada agente é realizada computacionalmente pela geração de um número aleatório a dentro do intervalo unitário $[0, 1] \subset \mathbb{R}$ através da função *random-float* do Netlogo.² Se a se situa dentro do intervalo estabelecido conforme Figura 2, os agentes escolhem a estratégia associada ao intervalo:

Figura 2 – Reta de Probabilidades



Formalmente, se $a \leq Prob(\sigma_{i,t} = 1)$ o agente i escolhe deslocar-se de automóvel no horário I; se $Prob(\sigma_{i,t} = 1) < a \leq Prob(\sigma_{i,t} = 1) + Prob(\sigma_{i,t} = 2)$ ele irá de automóvel no horário II; se $Prob(\sigma_{i,t} = 1) + Prob(\sigma_{i,t} = 2) < a \leq Prob(\sigma_{i,t} = 1) + Prob(\sigma_{i,t} = 2) + Prob(\sigma_{i,t} = 3)$ a opção escolhida será ir de ônibus no horário I; e por fim, caso $a > Prob(\sigma_{i,t} = 1) + Prob(\sigma_{i,t} = 2) + Prob(\sigma_{i,t} = 3)$ o agente escolherá ir de ônibus no horário II (O código associado à este procedimento é descrito nas linhas 214-225 do código-fonte no Apêndice A).

Após a escolha da estratégia, repete-se os procedimentos ocorridos em $t = 0$, calculando-se o tempo de viagem e lotação para cada estratégia, as utilidades sociais e

²Utilizou-se em todos os modelos testados a semente aleatória 947349851 gerada pelo comando *new-seed*, esta semente faz com que cada vez que o modelo seja rodado a sequência de valores de a para cada agente seja a mesma e possíveis alterações nos resultados do modelo se dão apenas por variações nas variáveis ambientais determinísticas.

total determinística se a propensão de escolha de cada estratégia para os N agentes do modelo. Estes procedimentos são os mesmos para as demais rodadas do programa.

O primeiro passo para realizar uma determinada simulação é preparar o modelo através do comando *setup*, com o qual são fixados os parâmetros da simulação computacional. Em seguida inicia-se a simulação pelo comando *go* que roda o programa infinitamente ou até o número de repetições previamente estipulado (inicialmente adotaremos 200 repetições). Como já mencionado anteriormente, adotou-se um número de agentes $N = 30000$. A capacidade de cada ônibus foi definida em $P = 60$, em linha com a capacidade de passageiros sentados nos ônibus de Florianópolis. A oferta de ônibus no sistema foi definida em $O = 500$, de forma que a capacidade total do sistema seja igual ao número de usuários, ou seja, $N = OP = 30000$. Deste modo, evita-se possíveis problemas quanto à falta de oferta, e como os agentes são todos dotados de um automóvel, suas escolhas estratégicas ficam totalmente definidas pela equação de utilidade determinística e utilidade aleatória.

Na função tempo de viagem (2.11), adotou-se os valores 0,15 e 4 para os parâmetros μ e δ , respectivamente, conforme Tsekeris e Vogiatzoglou (2010). Além disso normalizou-se $\tau_o = 1$, ou seja, o tempo de viagem nas estratégias $\sigma_i \in \{1, 2\}$ será expresso como um múltiplo do tempo de viagem de ônibus, tomada como constante.

3.2 Calibração

Infelizmente não existe grande disponibilidade de dados de tráfego e de proporção de usuários de automóveis e ônibus que utilizam as pontes, dificultando a definição de uma função-objetivo na calibração. Não obstante, utilizamos a proporção de 73% de viagens feitas por automóvel em 2003 como valor de referência na calibração, obtido do Instituto de Planejamento Urbano de Florianópolis (IPUF, 2003 apud LIMA, 2010, p.83).

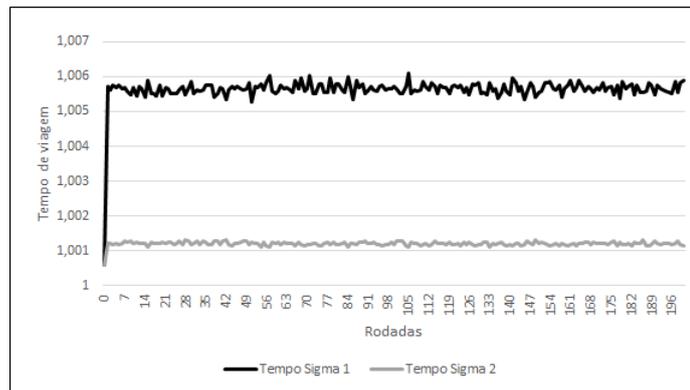
A calibração foi feita através da extensão *behavior-search* do *Netlogo*, procurando-se por meio deste os valores dos parâmetros $(\alpha, \beta, \gamma, \theta)$ de forma a atingir a combinação de valor que gerasse um comportamento médio mais próximo de 73% de usuários de automóvel. O comportamento médio do sistema gerado em uma simulação computacional foi obtido calculando-se a média da proporção de usuários de automóvel nas últimas 50 rodadas. Após 2000 repetições do modelo com valores distintos dos parâmetros, obteve-se o vetor de parâmetros calibrado $(\alpha = 0,9; \beta = 6,6; \gamma = 0,8; \theta = 0,97)$.

A partir dos parâmetros encontrados é possível fazer algumas observações relacionadas ao comportamento dos agentes do modelo. O alto valor de β encontrado, 6,6, indica que os agentes dão um valor muito alto para o termo determinístico na decisão de estratégia. Já o parâmetro α obtido, que mede o peso relativo da utilidade privada determinística, foi de 0,9 mostrando que o peso da utilidade privada determinística foi

próximo da utilidade social determinística. O parâmetro θ representa o peso relativo dado ao tempo de viagem pelos agentes que escolhem as estratégias de ônibus. O valor encontrado de 0,97 indica que os agentes dão um valor extremamente baixo para a lotação no cálculo da utilidade social determinística.

No modelo calibrado, o tempo de viagem nas estratégias $\sigma_i \in \{1, 2\}$ se estabiliza rapidamente como pode ser visto na Figura 3. Nota-se que a diferença entre o tempo da estratégia $\sigma_i = 1$ e $\sigma_i = 2$ é da ordem 0,5%, e a diferença entre T_2 (tempo da estratégia $\sigma_i = 2$) e o tempo das estratégias $\sigma_i \in \{3, 4\}$ é da ordem de 0,01% valores extremamente baixos. Isso faz com que haja baixa externalidade de rede no modelo e o equilíbrio se torna estável rapidamente. Tal fenômeno pode ser decorrente da especificação dos parâmetros na equação (2.11), os quais por falta de dados disponíveis sobre a realidade brasileira, foram extraídos de modelos norte-americanos.

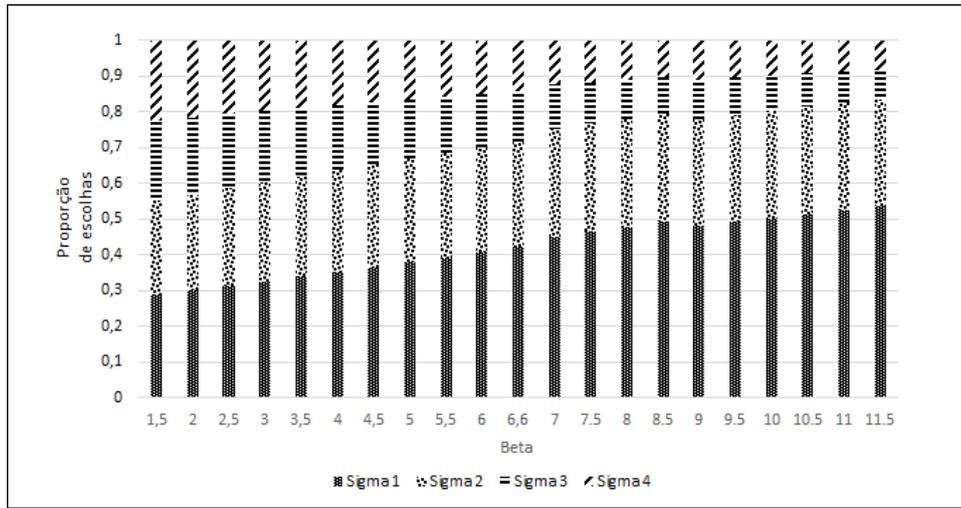
Figura 3 – Evolução do tempo de viagem nas estratégias $\sigma_i \in \{1, 2\}$ no modelo calibrado



3.3 Propriedades emergentes e experimentos de política pública

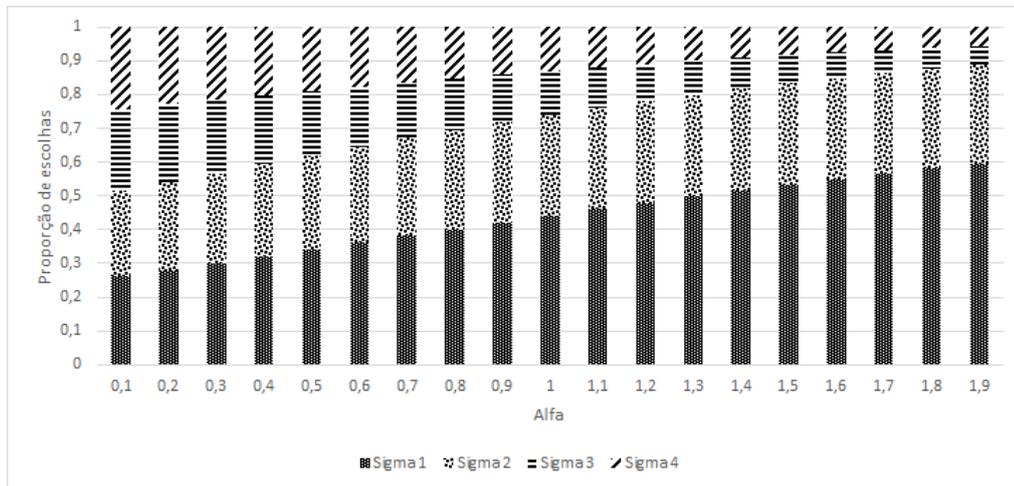
A partir do modelo calibrado são realizados testes para identificar a dinâmica do modelo sob diferentes valores de parâmetros específicos, mantendo os demais parâmetros conforme os valores obtidos na calibração. Alterando os valores de β verifica-se um aumento da proporção de agentes nas alternativas $\sigma_i \in \{1, 2\}$ para valores crescentes de beta conforme Figura 4. De fato, como valores de β mais elevados implicam em maior peso aos fatores determinísticos na escolha dos agentes, a proporção de escolha das estratégias com maior utilidade determinística crescem quase linearmente com o valor de β .

Figura 4 – Média das escolhas nas últimas 50 rodadas para valores variados de β



Quanto ao parâmetro α , é possível observar na Figura 5 que qualquer valor positivo do parâmetro no modelo calibrado favorece as escolhas das estratégias $\sigma_i \in \{1, 2\}$, as quais apresentam os menores custos privados. Isso se deve ao fato de que valores maiores de α implicam em um peso maior da utilidade privada determinística na utilidade total dos agentes. Deste modo, quanto mais os agentes levam consideração a utilidade privada, consistentemente as estratégias de menor custo acabam sendo escolhidas pela população.

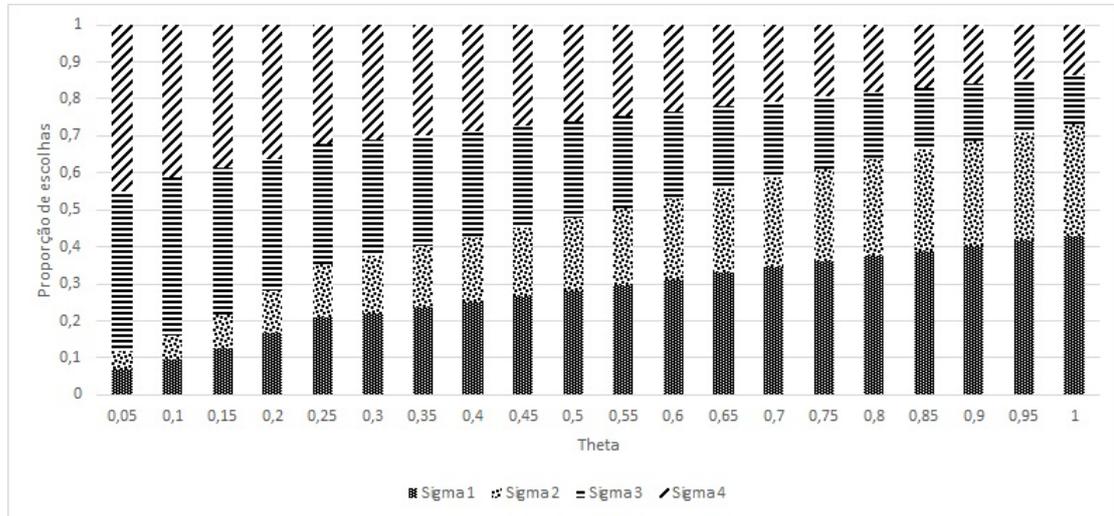
Figura 5 – Média das escolhas nas últimas 50 rodadas para valores variados de α



Observando o comportamento de θ que mede o peso relativo dado ao tempo de viagem τ_o nas alternativas $\sigma_i \in \{3, 4\}$, nota-se que para baixos valores do parâmetro, abaixo de 0,55, estas duas estratégias tornam-se mais atraentes que as demais. Isso ocorre pelo maior valor dado à lotação, que possui valores reduzidos (limitado em 1 pela parametrização do modelo) já que o modelo considera a capacidade do sistema de ônibus como abrangendo toda a população de agentes. A medida que θ se aproxima de 1, maior peso é dado a τ_o , diminuindo o impacto positivo na utilidade social dos baixos valores da

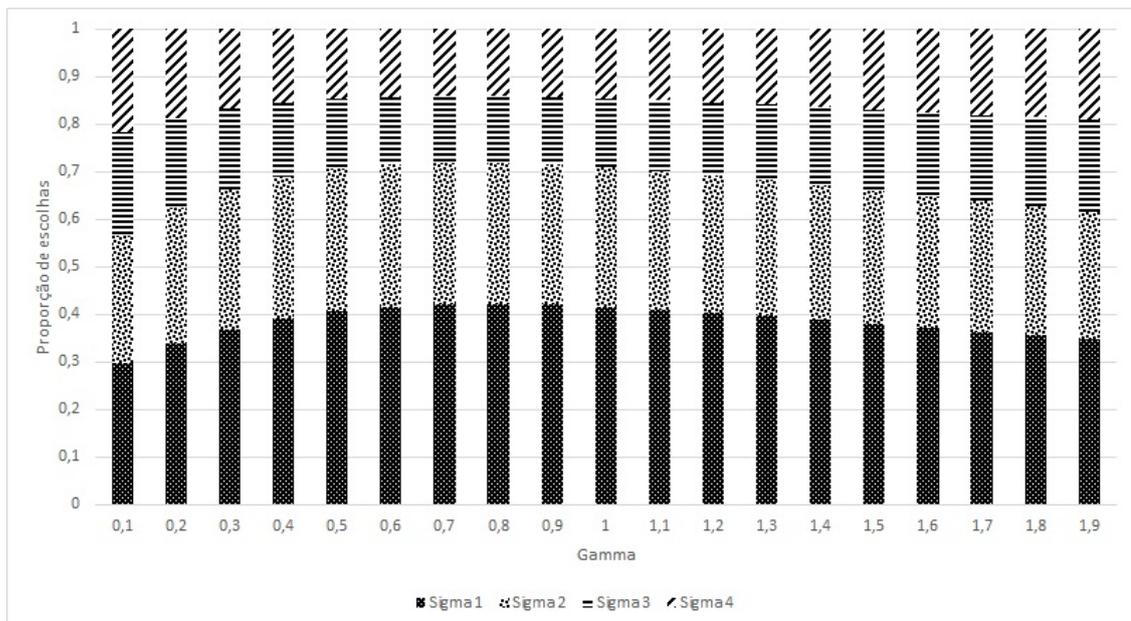
lotação e tornando a utilidade social nas estratégias $\sigma_i \in \{3, 4\}$ não mais compensadores em relação à diferença de utilidade privada entre essas estratégias e as estratégias de menor custo $\sigma_i \in \{1, 2\}$.

Figura 6 – Média das escolhas nas últimas 50 rodadas para valores variados de θ



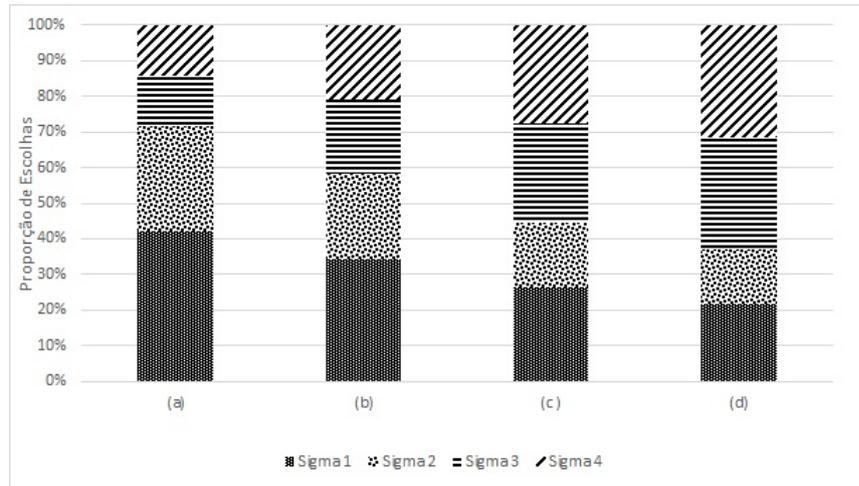
Alterando o parâmetro de escala γ vê-se na Figura 7 uma leve alteração no equilíbrio, com a fração dos usuários de automóveis sempre se situando acima de 50%.

Figura 7 – Média das escolhas nas últimas 50 rodadas para valores variados de γ



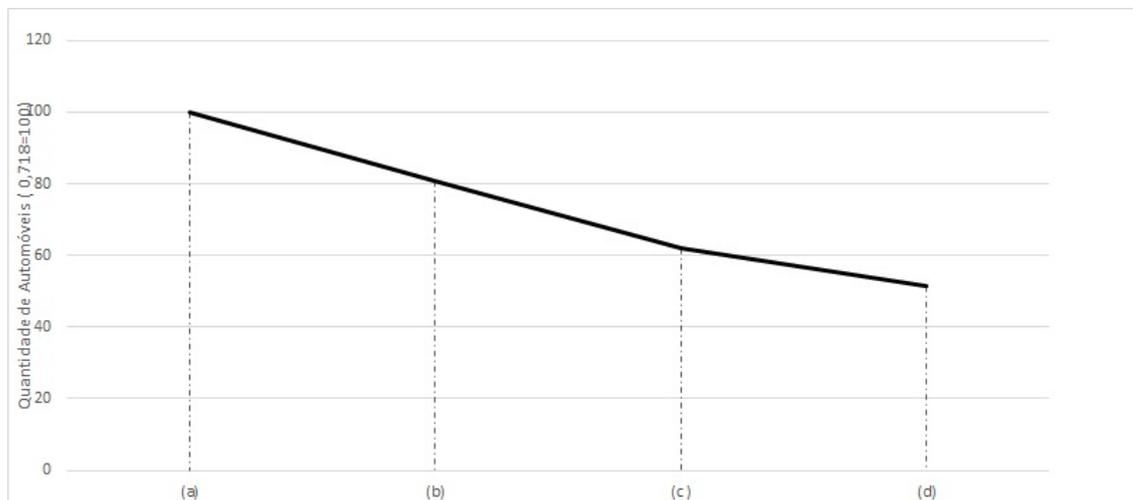
Como último teste do modelo, ilustra-se o efeito de políticas públicas que alterassem os custos relativos entre o transporte público e automóvel. Na Figura 8 observa-se o comportamento da escolhas com quatro valores distintos de C_o : (a) Valor Calibrado; (b) Redução de 25% em C_o ; (c) Igualdade entre C_o e C_1 ; (d) Redução de 50% em C_o .

Figura 8 – Média das escolhas nas últimas 50 rodadas variando o Custo C_o



Nota-se que reduções no custo C_o tem impacto no equilíbrio do modelo, abrindo espaço para possíveis políticas públicas com este intuito. Por fim, a Figura 9 mostra a variação no total de automóveis no modelo para para as 4 alternativas citadas no parágrafo anterior. Nota-se que na alternativa (c), a redução do total de automóveis é da ordem de 40%, bastando igualar o custo C_o com C_1 .

Figura 9 – Variação na quantidade de automóveis



Considerações Finais

No presente trabalho elaborou-se um modelo computacional baseado em agentes para modelar a escolha por modal de transporte e horário de saída por pessoas em deslocamento diário ao trabalho. O modelo de escolha discreta com externalidade de redes foi, então, calibrado para simular o comportamento de pessoas na cidade de Florianópolis.

No primeiro capítulo foi realizada uma revisão teórica dos principais conceitos da simulação baseada em agentes, buscando incluindo uma breve revisão histórica. Discutiuse, também, conceitos sobre a demanda por transporte urbano, apresentando trabalhos sobre o tema encontrados na literatura.

A partir do referencial teórico definido, o segundo capítulo apresenta a estrutura analítica do modelo de escolha discreta com campo de escolha finita e externalidades de rede.

Em seguida, o capítulo 3 apresentou propriedades emergentes do modelo proposto após sua implementação computacional. A partir do modelo calibrado foram realizados testes nos parâmetros. Notou-se que a utilidade privada determinística tem um grande peso na determinação das propensões de escolhas dos agentes. Tal fenômeno pode ser devido à simplificações feitas no modelo quanto ao comportamento do tempo de viagem e da capacidade do sistema de transporte coletivo cujos valores podem ser modificados em trabalhos subsequentes.

Ademais, mostrou-se políticas públicas envolvendo diferentes combinações do custo relativo entre automóvel e ônibus. Verificou-se um alto grau de resposta no equilíbrio para reduções no custo relativo do ônibus, um comportamento em linha com o esperado *a priori*.

Cabe aqui é importante ressaltar a deficiência dos dados empíricos sobre transportes na cidade de Florianópolis, dificultando o ajuste do modelo à realidade. Não deixa de ser curioso que em uma cidade que possui uma das piores mobilidades urbanas do país, pouquíssimos estudos empíricos de abrangência tenham sido realizados tanto por parte dos entes públicos como pela comunidade científica. Uma calibração com dados realistas daria mais robustez ao modelo e pode ser realizada posteriormente em outros trabalhos.

Para trabalhos futuros, o modelo poderia ser expandido incluindo métodos de aprendizado nos agentes e possíveis heterogeneidades na utilidade determinística, representando mais fielmente o comportamento humano. Outra interessante extensão ao modelo seria a inclusão de custos de estacionamento e tempo de procura por vaga, fatores

importantes na utilidade dos indivíduos e que não foram incluídos no modelo.

Referências

- ALBIN, P. *The Analysis of Complex Socioeconomic Systems*. Lexington, USA: Lexington Books, 1975.
- ARTHUR, W. B. On designing economic agents that behave like human agents. *Journal of Evolutionary Economics*, v. 3, p. 1–22, 1993.
- AXELROD, R. Advancing the art of simulation in the social sciences. *Journal of the Japanese Society for Management Information Systems*, v. 12, December 2005. Disponível em: <<http://www-personal.umich.edu/~axe/research/AdvancingArtofSim.pdf>>.
- BARROS, G. Herbert a. simon and the concept of rationality: Boundaries and procedures. *Brazilian Journal of Political Economy*, v. 30, n. 3(119), p. 455–472, 2010.
- BAZZAN, A. L. C. et al. *Wayward Agents in a Commuting Scenario – Personalities In The Minority Game*. 2000.
- BEN-AKIVA, M.; BIERLAIRE, M. Discrete choice methods and their application to short term travel decisions. *Transportation Science Handbook*, 1999.
- BROCK, W. A.; DURLAUF, S. N. Discrete choices with social interactions. *The Review of Economic Studies*, v. 68, p. 235–260, 2001.
- CHEN, S.-H. Varieties of agents in agent-based computational economics: A historical and an interdisciplinary perspective. *Journal of Economic Dynamics and Control*, v. 36, n. 1, p. 1 – 25, 2012. ISSN 0165-1889. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0165188911001692>>.
- DURLAUF, S. *Statistical mechanics approaches to socioeconomic behavior*. In: Arthur, W.B. and Durlauf, S.N. and Lane, D.A (Eds.). *The economy as an evolving complex system II*. [S.l.: s.n.], 1977.
- FLORIANOPOLIS, P. M. de. Janeiro 2013. Disponível em: <<http://www.pmf.sc.gov.br>>.
- FREITAS, G. G. *Economia e sistemas complexos: interações sociais, dinâmicas emergentes e uma análise da difusão da internet na cidade de São Paulo*. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, 2003.
- FURTADO, H. v. D. B. A. *Modelagem Urbana e regional com autô matos celulares e agentes: Panorama teórico, aplicacoes e politica pública*. Rio de Janeiro: Texto para discussão - IPEA, 2011. 46 p. Disponível em: <http://www.ipea.gov.br/sites/000/2/publicacoes/tds/td2_1576_Web.pdf>.
- GILBERT, N. *Agent-Based Models*. Los Angeles, E.U.A: Sage Publications, 2008. 98 p.
- GREENE, W. H. *Econometric Analysis*. New Jersey (EUA): [s.n.], 2003.

INMETRO. *PROGRAMA BRASILEIRO DE ETIQUETAGEM - PBE Veiculos leves 2012*. 2012. Disponível em: <http://www.inmetro.gov.br/consumidor/pbe/veiculos_leves_2012.pdf>.

IPUF. *Projeto URB-AL: Integracao da Bicicleta no Planejamento do Trafego em cidades Medias na America Latina e Europa. Termo de Referencia para os estudos de cidades membros*. [S.l.: s.n.], 2003.

LIMA, M. R. T. R. de. *Mobilidade Urbana em Planos Diretores: Analise Sintatica da Malha Viaria da Area Conurbada de Florianopolis*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pos-Graduacao em Arquitetura e Urbanismo.s, 2010.

MACAL, C. M.; NORTH, M. J. Tutorial on agent-based modelling and simulation. *Journal of Simulation*, v. 4, p. 151–162, 2010.

MCFADDEN, T. A. D. D. *Urban Travel Demand*. New York, USA: North Holland Publishing company, 1975. 213 p.

PETROLEO-ANP, A. N. do. *Sistema de Levantamento de Preco*. Janeiro 2013. Disponível em: <<http://www.anp.gov.br/preco/>>.

QUATRORODAS, R. *Autoservico / MAIS VENDIDOS*. 2012. Disponível em: <<http://quatorrodas.abril.com.br/autoservico/top50/2012.shtml>>.

SCHELLING, T. Models of segregation. *American Economic Review, Papers and Proceedings*, v. 59, p. 488–493, 1969.

SILVA, R. C. F. de Melo e. *Análise do processo de ajustamento nominal em uma economia com concorrência monopolística: uma abordagem de jogos computacionais em redes*. Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós Graduação em Economia, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2012.

SIMON, H. A. *Models of Man, Social and Rational: Mathematical Essays on Rational Human Behavior in a Social Setting*. New York: John Wiley and Sons., 1957.

SMALL, K.; VERHOEF, E. *The economics of urban transportation*. Londres, UK: Routledge, 2007. 293 p.

SUGARSCAPE. *The Sugarscape - An Overview*. 2013. Disponível em: <<http://sugarscape.sourceforge.net/>>.

TAKAMA, T. *Stochastic agent-based modelling for reality: Dynamic discrete choice analysis with interaction*. Tese (Doutorado) — Oxford University, Oxford, UK, 2005.

TAKAMA, T.; PRESTON, J. Forecasting the effects of road user charge by stochastic agent-based models. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, v. 42, p. 738–749, May 2008.

TRAIN, K. *Discrete Choice Methods with Simulation*. [S.l.: s.n.], 2003.

TSEKERIS, T.; VOGIATZOGLU, K. *Multi-Regional Agent-Based economic Model of Household and Firm Location and Transport Decision*. 2010. Disponível em: <<http://www-sre.wu.ac.at/ersa/ersaconfs/ersa10/ERSA2010finalpaper479.pdf>>.

WIKIPEDIA. *Conway's game of life*. Janeiro 2013. Disponível em: <http://en.wikipedia.org/wiki/Conway's_Game_of_Life>.

ZHANG. Agent-based approach to travel demand modeling: Exploratory analysis. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, v. 19, n. No. 1898, p. 28–36, 2004.

ZHU, S.; LEVINSON, D.; ZHANG, L. *An Agent-based Route Choice Model*. 2007. Disponível em: <<http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/summary?doi=10.1.1.145.3244>>.

Apêndices

APÊNDICE A – Programa

```

1
2
3
4 ;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;
5 ;;Variáveis;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;
6 ;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;
7
8 globals[
9   carro-tempo-1
10  carro-tempo-2
11  onibus-tempo-1
12  onibus-tempo-2
13  tempo;; lista os tempos de cada estratégia
14  lotacao;; lista a lotação
15  Utilidade_social;;lista
16  Utilidade_privada;;lista
17  Utilidade_deterministica;; lista
18  0 ;; Número de ônibus do sistema
19  P ;; Capacidade de cada ônibus
20  T_o ;; tempo de viagem do ônibus
21  list_turtles;;; Lista
22  list1 ; sublista
23  list2 ; sublista
24  list3 ; sublista
25  list4 ; sublista
26  numcars ; variável de ajuste
27     diff ; variável teste da calibração
28 ]
29
30 turtles-own [
31   p_1 ;; probabilidade da estratégia 1
32   p_2 ;; probabilidade da estratégia 2
33   p_3 ;; probabilidade da estratégia 3
34   p_4 ;; probabilidade da estratégia 4
35   probabilidade ; lista das probabilidades
36   chance ; número aleatório entre 0 e 1
37 ]
38
39 patches-own [
40   Transito ;;quantidade de automóveis no período t
41   T_a ;; Tempo de viagem de automóvel no período
42   L ;; lotação do sistema de ônibus
43   sigma ;; identificador dos patches associados à uma estratégia.
44 ]
45
46
47 ;;;;;;;;;;
48 ;;setup;;

```

```

49 ;;;;;;;;;;
50
51 to setup
52   clear-all
53
54   ;; Cria as estratégias, definidas por cor diferentes,
55   ;;da um valor sigma que identifica cada uma,
56
57
58   set carro-tempo-1 patches with [pxcor < 0 and pycor > 0 ]
59   ask carro-tempo-1 [ set pcolor 4  set sigma 1  ]
60   ask patch -2 4 [set plabel "carro-tempo-1"]
61   set carro-tempo-2 patches with [pxcor > 0 and pycor > 0 ]
62   ask carro-tempo-2 [ set pcolor 7  set sigma 2  ]
63   ask patch 3 4 [set plabel "carro-tempo-2" ]
64   set onibus-tempo-1 patches with [pxcor > 0 and pycor < 0 ]
65   ask onibus-tempo-1 [ set pcolor 33 set sigma 3  ]
66   ask patch -2 -4 [set plabel "onibus-tempo-1"]
67   set onibus-tempo-2 patches with [pxcor < 0 and pycor < 0 ]
68   ask onibus-tempo-2 [ set pcolor 37  set sigma 4  ]
69   ask patch 3 -4 [set plabel "onibus-tempo-2"]
70
71   ;; Cria os agentes, dá valores iniciais iguais para as probabilidades.
72
73
74   create-turtles N
75   ask turtles[
76     hide-turtle
77     set probabilidade [ 0.25 0.5 0.75 1 ]
78   ]
79
80   set list_turtles shuffle sort turtles
81   set list1 sublist list_turtles 0 (N / 4)
82   foreach list1 [
83     ask ? [ move-to one-of patches with [sigma = 1]]]
84   set list2 sublist list_turtles (N / 4) (N / 2)
85   foreach list2 [
86     ask ? [move-to one-of patches with [sigma = 2]]]
87   set list3 sublist list_turtles (N / 2) ((3 * N) / 4)]
88   foreach list3 [
89     ask ?[ move-to one-of patches with [sigma = 3]] ]
90   set list4 sublist list_turtles ((3 * N) / 4) N
91   foreach list4[
92     ask ? [move-to one-of patches with [sigma = 4]] ]
93
94
95   ;;; Dá valor para os parâmetros do modelo e cria as listas que
96   ;;; serão utilizadas posteriormente.
97
98   set T_o 1
99   set P 50
100  set O 600
101  random-seed 947349851
102
103  ;; Cria as listas ( que funcionam como espécies de matrizes para facilitar a programação).
104  set utilidade_privada [ 0 0 0 0 ]
105  set tempo [1 1 1 1 ]
106  set lotacao [ 0 0 ]
107  set utilidade_social [ 0 0 0 0 ]
108  set utilidade_deterministica [ 0 0 0 0 ]

```

```

109
110 ;;; Dá os valores para a utilidade-privada que se mantém constante durante o programa.
111 set utilidade_privada replace-item 0 utilidade_privada (alpha * (e ^ (- gamma * C_1)))
112 set utilidade_privada replace-item 1 utilidade_privada (alpha * (e ^ (- gamma * C_2)))
113 set utilidade_privada replace-item 2 utilidade_privada (alpha * (e ^ (- gamma * C_o)))
114 set utilidade_privada replace-item 3 utilidade_privada (alpha * (e ^ (- gamma * C_o)))
115 ;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;
116 ;;; Estes procedimentos calculam tempo de viagem, lotação, utilidade social,;;
117 ;;; determinística para o tempo t=0, e atualizar as probabilidades ;;;;;;;;;;;;;;;;;;
118 ;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;
119 calcular_tempo_lotacao
120 calcular_utilidade-social
121 calcular_utilidade_deterministica
122 calcular_probabilidades
123
124 reset-ticks
125
126 end
127
128
129 ;;;;;;;;;;;;;;;;;;
130 ;;Procedimentos;;
131 ;;;;;;;;;;;;;;;;;;
132
133 to go
134 if ticks >= 200 [ stop ]
135 mover
136 calcular_tempo_lotacao
137 calcular_utilidade-social
138 calcular_utilidade_deterministica
139 calcular_probabilidades
140 set Numcars ((count turtles-on patches with [ sigma <= 2 ]) / N)
141 tick          ;; conta um período
142
143 end
144
145
146
147 ;; define o transito, tempo de viagem e lotação de cada estratégia
148
149 to calcular_tempo_lotacao ;;;
150
151 ask patches [
152 let sigma_i sigma
153 ifelse sigma_i <= 2 [          ;;; Calcula o tempo para as estratégias com automóvel
154 let A count turtles-on patches with [ sigma_i = sigma]
155 set transito A / N
156 set T_a (T_o * (1 + (0.15 * (A / N) ^ 4) ))          ;;; Equação 2.11
157 ]
158 [set L (count turtles-on patches with [sigma_i = sigma]) / (O * P) ] ;;; Equação 2.12
159
160 ;; Atualiza as listas correspondentes
161 If sigma = 1 [set tempo replace-item 0 tempo T_a]
162 if sigma = 2 [set tempo replace-item 1 tempo T_a]
163 If sigma = 3 [ set lotacao replace-item 0 lotacao L]
164 if sigma = 4 [set lotacao replace-item 1 lotacao L]
165 ]
166 end
167
168 ;;;;;;;;;;;;;;;;;;

```

```

169 to calcular_utilidade-social ;; Calcula equação 2.13
170 ask patches[
171   if sigma = 1
172     [ set utilidade_social replace-item 0 utilidade_social (exp (- T_a)) ]
173   if sigma = 2
174     [set utilidade_social replace-item 1 utilidade_social (exp (- T_a))]
175   if sigma = 3
176     [set utilidade_social replace-item 2 utilidade_social (exp (- ((theta * T_o) + ((1 - theta) * L)))]
177   if sigma = 4
178     [set utilidade_social replace-item 3 utilidade_social (exp (- ((theta * T_o) + ((1 - theta) * L)))]
179   ]
180 end
181
182 ;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;
183 to calcular_utilidade_deterministica ;; Calcula equação 2.12
184
185 set utilidade_deterministica (map + Utilidade_privada Utilidade_social )
186
187 end
188
189 ;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;
190 to calcular_probabilidades
191
192 ask turtles [
193   let U_i item 0 utilidade_deterministica
194   let U_ii item 1 utilidade_deterministica
195   let U_iii item 2 utilidade_deterministica
196   let U_iv item 3 utilidade_deterministica
197   set P_1
198   (1 / ( 1 + e ^ (- beta * (U_i - U_ii)) + e ^ (- beta * (U_i - U_iii)) + e ^ (- beta * (U_i - U_iv))))
199   set P_2
200   (1 / ( 1 + e ^ (- beta * (U_ii - U_i)) + e ^ (- beta * (U_ii - U_iii)) + e ^ (- beta * (U_ii - U_iv))))
201   set P_3
202   ( 1 / ( 1 + e ^ (- beta * (U_iii - U_i)) + e ^ (- beta * (U_iii - U_ii)) + e ^ (- beta * (U_iii - U_iv))))
203   set P_4
204   ( 1 / ( 1 + e ^ (- beta * (U_iv - U_i)) + e ^ (- beta * (U_iv - U_ii)) + e ^ (- beta * (U_iv - U_iii))))
205   set probabilidade replace-item 0 probabilidade P_1
206   set probabilidade replace-item 1 probabilidade (P_2 + P_1)
207   set probabilidade replace-item 2 probabilidade (P_3 + P_2 + P_1 )
208   set probabilidade replace-item 3 probabilidade (P_3 + P_2 + P_1 + P_4 )
209
210
211 ]
212 end
213
214 ;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;
215 to mover
216
217 ask turtles[
218   set chance random-float 1
219   if chance <= item 0 probabilidade [move-to one-of patches with [sigma = 1 ]]
220   if (chance > (item 0 probabilidade) and chance <= (item 1 probabilidade))
221     [move-to one-of patches with [sigma = 2]]
222   if (chance > (item 1 probabilidade) and chance <= (item 2 probabilidade))
223     [move-to one-of patches with [sigma = 3]]
224   if chance > item 2 probabilidade [move-to one-of patches with [sigma = 4]]
225 ]
226
227
228 end

```

```
229
230
231 ;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;
232 ;;Reporters e procedimentos adicionais;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;
233 ;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;
234
235
236
237
238 ;;Cria uma random-seed, ou semente aleatória que permite que o modelo seja reproduzível.
239 to use-new-seed
240   let my-seed new-seed           ;; generate a new seed
241   output-print word "Generated seed: " my-seed ;; print it out
242   random-seed my-seed           ;; use the new seed
243 end
244
245 to-report A_total
246 report count turtles-on patches with [ sigma <= 2 ]
247 end
248
249
250 to-report Escolhas_sigma_1
251 report count turtles-on patches with [ sigma = 1]
252 end
253
254 to-report Escolhas_sigma_2
255 report count turtles-on patches with [ sigma = 2]
256 end
257
258 to-report Escolhas_sigma_3
259 report count turtles-on patches with [ sigma = 3]
260 end
261
262 to-report Escolhas_sigma_4
263 report count turtles-on patches with [ sigma = 4]
264 end
265
266
```